

UM MAPEAMENTO PRELIMINAR SOBRE A SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Cristiano de Souza Brito¹

IE/UFRRJ

cristian-obmipb@hotmail.com

Marcelo Almeida Bairral

IE/DTPE/UFRRJ

mbairral@ufrj.br

Resumo:

Diante do cenário de ensino de geometria pautado na memorização e aplicação de fórmulas sem a construção do pensamento geométrico, o presente trabalho tem o objetivo de apresentar um mapeamento bibliográfico preliminar. O trabalho é um recorte de uma pesquisa de dissertação de mestrado profissional voltada para o ensino e aprendizagem de semelhança de triângulos com uso do GeoGebra para smartphones. O objetivo principal do artigo é apresentar as etapas do levantamento, descrever os resultados preliminares e apontar possibilidades e curiosidades. A partir destes resultados busca-se relacionar o ensino e aprendizagem da temática semelhança de triângulos com a implementação de atividades exploratórias através do ambiente de geometria dinâmica GeoGebra para smartphone. A análise preliminar aponta indícios de mudança na perspectiva do ensino de semelhança para um tratamento mais integrado dos aspectos de abordagem aritmética, algébrica e geométrica.

Palavras-chave: semelhança; triângulos; congruência; proporcionalidade.

¹ Integrante do projeto de pesquisa “Construindo e analisando práticas educativas em educação matemática com dispositivos touchscreen”, financiando pelo CNPq.

1. Introdução

Um dos conceitos de geometria que representam parte das dificuldades dos estudantes é a semelhança de triângulos e semelhança de figuras planas de forma geral (HARUNA, 2000; MACIEL e ALMOULOU, 2007; PEREIRA, S.; PEREIRA, M., 2016). Isto pode estar acontecendo por conta da dificuldade dos estudantes no entendimento do conceito de proporcionalidade, tema que tem forte relação com a semelhança de triângulos. Conforme citado por Jaconiano et al. (2019), Lima (2006) destaca a presença da proporcionalidade na semelhança de figuras planas, e ainda ressalta a omissão de diversos tópicos importantes no ensino de semelhança. Essa falha acaba trazendo prejuízos à aprendizagem de outros conteúdos como ampliação, redução, escala, projeção, variação de áreas e volumes.

Bairral (1998, p. 12) em sua pesquisa sobre as dificuldades de alunos de 7º série (8º ano) com o conceito de semelhança apontou alguns problemas no ensino de figuras semelhantes. Os problemas no ensino de semelhança indicados pelo autor foram: a forma superficial de abordagem do conceito, não tratar aspectos envolvidos a temática, não os relacionar aos outros conteúdos, acabar reduzindo as noções apenas ao caráter formal e em muitas vezes vir acompanhadas por alguns exemplos e exercícios que não abordam a grandeza e a profundidade desse conhecimento.

Corroborando com a discussão, Galvão, Souza e Miashiro (2016, p. 1137) realizaram uma pesquisa para o ensino de funções trigonométricas e identificaram a falta de domínio dos alunos sobre este conhecimento por conta da pouca compreensão sobre semelhança de triângulos.

Alguns autores como S. Pereira e M. Pereira (2016), Bairral (1998) e Cruz (2019) enfatizam a importância do ensino de semelhança de figuras planas, bem como a relevância do aprendizado desse conceito para os diferentes níveis do ensino.

A importância de se estudar o conceito de semelhança justifica-se pelo fato deste estar relacionado ao cotidiano do aluno através da ampliação e redução de fotos, na construção de maquetes e plantas baixas, em alguns modelos para o conceito de números racionais, etc. As ideias de semelhança estão incluídas em várias partes do currículo escolar e este tópico não pode mais ser trabalhado apenas na 8ª série, nem ficar reduzido apenas ao estudo de triângulos. Tal ensino deve explorar e aprofundar os saberes matemáticos envolvidos (por exemplo, o de proporcionalidade), estabelecer relações com outros saberes e também levar em consideração o desenvolvimento da linguagem do aluno. (BAIRRAL, 1998, p. 1)

Baseado nas preocupações com o ensino e aprendizagem de semelhança, é possível apontar para a necessidade de uma prática docente que promova a exploração de conceitos de semelhança com profundidade em aspectos geométricos, não se restringindo apenas a exemplos e exercícios, mas que preze pelo aprimoramento do conceito de proporcionalidade.

Uma possibilidade de metodologia que leva em consideração os problemas até aqui mencionados é o uso do smartphone como recurso pedagógico por meio de Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD), no caso desta pesquisa o GeoGebra em smartphones. Dissertações na área de educação matemática como de Henrique (2017) e Duarte (2018) apontam para possibilidades de implementações de atividades para a construção de conceitos geométricos por meio do uso do GeoGebra em smartphone. A proposta destes trabalhos assemelha-se ao da presente pesquisa tendo por base o mapeamento realizado por Duarte (2018) concluindo que:

Atividades práticas, utilizando um AGD, permitem uma aprendizagem significativa para o estudante, pois o mesmo manipula, arrasta, move e assim descobre propriedades ou as verifica e constrói conceitos; o ensino de geometria precisa ser melhor explorado pelos docentes, fazendo uso de materiais manipulativos ou ferramentas virtuais que permitem uma melhor visualização das propriedades das figuras. (DUARTE, 2018, p. 25)

A partir das considerações feitas sobre a proposta da presente pesquisa em fase inicial, pretende-se apresentar um levantamento prévio de artigos relacionados ao ensino e aprendizagem de semelhança de triângulos em revistas eletrônicas na área de educação matemática. A estrutura do artigo segue a seguinte ordem de três etapas: primeira etapa apresenta a escolha e busca por meio das palavras-chave; a segunda etapa descreve os critérios adotados para o refinamento da busca por meio da análise dos títulos e dos resumos das pesquisas; e na terceira etapa é apresentada um olhar preliminar sobre as temáticas das pesquisas, os públicos, os segmentos de atuação e os tipos de abordagem adotados (geométrica, algébrica, aritmética).

2. Primeira etapa: escolha e busca por meio das palavras-chave

A partir das considerações feitas na primeira etapa do levantamento prévio, surgiram algumas questões norteadoras: quais publicações em revistas eletrônicas abordariam a temática central desta pesquisa? Quais estariam ligadas a temática, mesmo

que por outros assuntos relacionados ao conceito de semelhança de triângulos? Esses trabalhos indicariam a necessidade de pesquisa mais aprofundada?

O período escolhido para o levantamento, por envolver publicações mais recentes, foi de janeiro de 2016 até dezembro de 2019. Já o levantamento dos artigos ocorreu no dia 18 de maio de 2020. A partir dos questionamentos iniciais, buscou-se definir palavras-chave envolvidas à temática desta pesquisa, com foco principal nas publicações que abordassem a semelhança de triângulos ou os conceitos ligados ao assunto, como por exemplo a proporcionalidade e congruência de triângulos.

Foram selecionadas as seguintes palavras-chave: proporcionalidade, semelhança, congruência e triângulos. É necessário esclarecer que não se buscou pela expressão exata “semelhança de triângulos” por que o objetivo desta primeira etapa foi ampliar a visão acerca deste assunto a partir das revistas eletrônicas.

Os artigos mapeados foram encontrados através de busca nos sites de revistas eletrônicas da área de Educação Matemática. As revistas selecionadas para este levantamento foram: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), Boletim GEPEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática), Educação Matemática em Revista (EMR) e Educação Matemática Pesquisa (EMP). Na busca de uma literatura com ênfase no uso do próprio GeoGebra, optou-se por adicionar ao levantamento as publicações da Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo (IGISP). Este levantamento também ocorreu no dia 18 de maio de 2020.

Um novo levantamento foi feito na primeira semana de agosto de 2020, com base nas mesmas palavras-chave da primeira busca, contudo na Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT). Desta forma, procurou-se ampliar o conjunto de trabalhos relacionados a temática da pesquisa.

A escolha pelas revistas eletrônicas como fonte principal deste levantamento, deve-se ao grande potencial de divulgação científica de pesquisas nacionais ou internacionais. Além disso, elas promovem a discussão acerca do trabalho do professor, da epistemologia, da formação de professores e do ensino e aprendizagem de matemática. De forma geral as revistas escolhidas para esta pesquisa buscam realizar a divulgação científica na área da educação matemática e por este motivo serviu como base para um primeiro olhar sobre o assunto.

A busca pelas palavras-chave, já indicadas, proporcionou a identificação de 28 pesquisas que foram organizadas em planilha eletrônica segundo o ano de publicação, título e autor (es), conforme apresenta-se no quadro 1.

Quadro 1: Pesquisas encontradas a partir das palavras-chave escolhidas.

Ano	Título	Autor (es)
2016	A Transição das Razões para as Funções Trigonométricas	Galvão, Souza e Miashiro
2016	Um estudo sobre a participação de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em uma pesquisa estatística	Oliveira e Souza
2016	Atividades investigativas: possibilidade de ensino de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo na Licenciatura em Matemática	Pereira, Munhoz e Quartieri
2016	O raciocínio proporcional e as estratégias de resolução de problemas de valor omissivo e de comparação	Viana e Miranda
2016	A Formação Matemática nos Cursos de Licenciatura em Educação do Campo.	Sachs e Elias
2016	Traduzindo Pensamento e Letramento Estatístico em Atividades para Sala de Aula: construção de um produto educacional.	Santana
2016	A Educação Matemática Muda	Fernandes
2016	A Influência da Cultura Local no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática numa Comunidade Quilombola.	Santos e Silva
2016	Etnomatemática do Sistema de Contagem Guarani das Aldeias Itaty, do Morro dos Cavalos, e M'Biguaçu.	Silva e Caldeira
2016	O conceito de integral de Riemann do ponto de vista da congruência semântica.	Cargnin e Barros
2016	Gráficos Estatísticos em Livros de Texto para Educação Primária de Guatemala y Venezuela	Salceno
2016	Descaminhos: potencialidades da Arte com a Educação Matemática	Flores
2016	Uma Análise Sobre a Imagem da Dimensão Estrutural da Prática Pedagógica em Materiais Curriculares Educativos	Prado, Oliveira e Barbosa
2017	Gráfico de setores: implicações dos registros de Representação semiótica para o letramento Estatístico	Oliveira e Macedo
2017	A matemática incorporada na construção do quadrante descrito na obra Libros del Saber de Astronomía	Pereira, Batista e Silva
2018	Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito	Menduni-Bortoloti e D'Angela
2018	Aprendizagem baseada em projetos no ensino de Matemática	Oliveira e Romão
2018	Registros de representação semiótica e o conceito de Inequação: Análise do desempenho de licenciandos em matemática à luz da congruência semântica.	Travassos e Proença
2018	Representações de função: uma análise das produções de professores do ensino médio.	Pires e Barbosa

2018	Congruência em conversões de registros de representação semiótica: análise orientada pela noção de relevância	Filho e Rauen
2018	Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau	Lourenço e Oliveira
2019	Variação de Soluções na Geometria com a utilização do GeoGebra	Cruz e Holanda Filho.
2019	Proporcionalidade: um olhar a partir da TAD	Vieira e Santos
2019	Resolução de problemas de proporcionalidade por Meio da redução à unidade	Jaconiano et al.
2019	Como os professores avaliam as argumentações e provas matemáticas de alunos da escola básica?	Aguiar Júnior
2020	Raciocínio geométrico e aprendizagem de congruência de triângulos	Viana e Silva
2020	Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência	Duval
2020	Conhecimento especializado nos currículos de matemática na concepção dos professores	Groenwald e Rodrigues

Fonte: Elaboração do autor.

Por meio das informações mostradas no quadro 1, são apresentados a seguir os critérios de exclusão de quinze artigos que não se relacionam com a temática da pesquisa. Os trabalhos descartados foram indicados com a cor cinza no quadro 1.

3. Segunda etapa: análise dos títulos e resumos

Nesta segunda etapa o objetivo principal foi analisar o conteúdo dos resumos de cada trabalho e assim refinar a primeira busca. Para isso, por meio da mesma organização em planilha eletrônica, os resumos foram analisados a partir de duas questões: O assunto principal da pesquisa abordada é a temática semelhança de triângulos? Há algum vínculo da pesquisa abordada com o conceito de proporcionalidade e (ou) congruência? Caso surgisse alguma dúvida quanto a equiparação da temática central ao tema semelhança de triângulos, optou-se por analisar o conteúdo integralmente ou apenas de trechos do artigo pela busca das palavras-chave. Desta forma, este refinamento permitiria a exclusão das pesquisas que se distanciam do objetivo deste trabalho e indicariam àquelas que mais se aproximam do tema abordado.

A partir das duas questões levantadas, observou-se que não há publicações cuja a temática semelhança de triângulos seja central dentro do período de janeiro de 2016 até dezembro de 2019. Este primeiro dado já aponta a necessidade de novas pesquisas

acadêmicas voltadas a esta temática que está muito envolvida com o conceito de proporcionalidade, um outro conceito muito presente no cotidiano de todas as pessoas.

Os critérios para a exclusão dos quinze artigos são descritos de acordo com cada palavra-chave utilizada na busca da primeira etapa. No caso da palavra-chave “semelhança”, observou-se que a sua relação com o assunto semelhança de triângulos ocorre em situações externas a temática proposta. Dos vinte e oito trabalhos analisados, seis se enquadram nesse aspecto do uso comum da palavra semelhança para comparar assuntos, como por exemplo dizer que uma pesquisa tem semelhança com outra. Outro fator é a falta de relevância do conteúdo dos artigos com o conceito de semelhança. Pelos motivos expostos, as publicações foram descartadas e não continuaram para a terceira etapa do levantamento.

A pesquisa intitulada “A formação matemática nos cursos de licenciatura em Educação do Campo” apresentou apenas um trecho que cita a semelhança de triângulos como sendo um conceito considerado importante para a sala de aula na opinião dos professores da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Apesar de destacar a relevância do conceito de semelhança de triângulos, esta pesquisa não apresentou mais elementos para a discussão do tema no decorrer do artigo, por este motivo optou-se por não o manter na terceira etapa para a análise de aspectos das pesquisas.

Ainda se observou que a busca pela palavra-chave “congruência” apontou para assuntos não relacionados a semelhança de triângulos e nem mesmo a congruência de triângulos especificamente. Estas pesquisas se aplicavam a teoria de registros de representações semióticas de Duval, de forma geral, com análise dos fenômenos da congruência semântica como as conversões da língua natural para registros algébricos e gráfico. Para este caso de desconformidade com o tema, foram descartados mais seis trabalhos.

Apesar dos resultados das buscas pelas palavras-chave “congruência” e “semelhança” não atingirem diretamente o tema proposto, o aprofundamento da busca dentro de cada trabalho possibilitou encontrar algumas discussões interessantes que puderam colaborar para a presente pesquisa. Um trabalho que exemplifica isto é o artigo de Oliveira e Macedo (2017), cujo título “Gráfico De Setores: implicações dos Registros de Representação Semiótica para o letramento estatístico” indica a relação direta com o estudo dos registros de representação semiótica. Porém, ao analisar o conteúdo do artigo pelas palavras-chave notou-se um indício de dependência do domínio conceitual dos

alunos sobre proporcionalidade para a compreensão de conceitos estatísticos. Esse conceito também é importante para o aprendizado de semelhança de triângulos.

Em relação a palavra-chave “proporcionalidade”, as pesquisas encontradas levantavam temas diversos, porém destacamos aqui as pesquisas de Flores (2016) e Prado, Oliveira e Barbosa (2016), cujo seu conteúdo também não discutiu o conceito de proporcionalidade. Os temas centrais destas pesquisas foram a possibilidade de ensinar matemática por meio da arte e o segundo apresenta a análise de materiais curriculares educativos em que a proporcionalidade se encontra como um dos tópicos citados nesta análise. Dessa maneira, os dois trabalhos não permaneceram para a próxima etapa.

Para a palavra-chave “triângulos” optou-se por mantê-la no plural afim de relacionar o máximo de pesquisas que envolvessem semelhança de triângulos, já que na maioria dos casos relacionam-se a mais de um triângulo. Para esta palavra-chave, apenas a pesquisa de Sachs e Elias (2016) não continuou na lista de trabalhos para análise na terceira etapa. A falta de foco em proporcionalidade dos lados dos triângulos e (ou) congruência dos ângulos internos resultou na decisão do descarte deste trabalho. Como já citado anteriormente, o conteúdo citou apenas a importância do conceito de semelhança de triângulos para a sala de aula dos cursos de licenciatura.

4. Terceira Etapa: análise de alguns aspectos das pesquisas

Anteriormente apresentou-se os critérios estabelecidos para a busca dos trabalhos e os casos em que foram descartados da terceira etapa. Nesta etapa do levantamento bibliográfico alocou-se em quadros alguns aspectos das treze publicações e foram analisadas conforme a relevância do seu assunto principal.

Após o primeiro refinamento pela leitura dos resumos, passou-se a fazer a leitura completa dos treze artigos e capturar alguns aspectos do conteúdo textual. Foram tomadas as seguintes informações das pesquisas: temática da pesquisa, público, segmento de atuação, tipo de abordagem (geométrica, algébrica, aritmética).

Ao definir a busca pela temática das pesquisas, esperava-se conhecer o tipo de conceito matemático abordado ou o conteúdo escolhido pelos pesquisadores. Outra questão é entender para qual público alvo as pesquisas foram dirigidas, se estudantes ou professores. Além do mais, buscava-se capturar os segmentos contemplados nas pesquisas. Aqui o objetivo foi encontrar o ano escolar, podendo ser do Ensino

Fundamental (E.F) ou Ensino Médio (E.M), ou ainda no Ensino Superior (E.S) de acordo com o curso.

Um outro aspecto relacionado a esta etapa diz respeito a abordagem matemática adotada na pesquisa, ou seja, se está sendo mais algébrica e (ou) aritmética e (ou) geométrica. A intenção de se observar este parâmetro está em descrever qual o processo de ensino e aprendizagem proposto nas pesquisas enfatizam “formas de visualizar a coerência do todo” (FARIA, 2016, p. 4). Concorda-se com a autora quanto ao comprometimento da aprendizagem quando não há uma relação intradisciplinar, ou seja, que integre uma abordagem dos aspectos algébricos, aritméticos e geométricos.

Considerou-se como uma abordagem de aspecto aritmético os trabalhos que priorizaram relações numéricas e que estão inseridas na unidade temática “números” da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O objetivo dessa unidade temática é desenvolver o pensamento numérico pela “aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem” (BRASIL, 2018, p. 268). Por abordagem de aspecto algébrico considerou-se os trabalhos em que houve o predomínio do campo algébrico através da “representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (BRASIL, 2018, p. 270). Por abordagem geométrica entende-se todo o processo de ensino e aprendizagem que “[...] envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2018, p. 271). Não se descartou os casos em que dois ou três tipos de abordagens são trabalhados de forma simultânea.

Cabe destacar que embora muitas pesquisas tenham utilizado em alguns momentos formas geométricas, a exploração do assunto ficou mais restrita aos cálculos e uso de fórmulas. Este fato ocorreu na pesquisa de Oliveira e Macedo (2017) cuja a falta de “habilidade na aplicação da regra de três” se mostrou um fator de dificuldade dos estudantes durante a implementação da atividade. Há casos em que a abordagem foi de aspecto geométrico e algébrico, não priorizando necessariamente uma abordagem, mas duas delas. Temos este exemplo na pesquisa de Cruz e Holanda Filho (2019) que apesar de discutir a variação de resoluções dos estudantes em uma questão da OBMEP e citar a necessidade do uso do GeoGebra como um meio facilitador do ensino, os autores limitaram-se a apresentar uma resolução muito mais algébrica do que geométrica, porém em alguns momentos inserindo propriedades geométricas. Nesses casos optou-se por classificá-las como abordagem de aspecto algébrico e geométrico.

Os artigos selecionados para a terceira etapa foram organizados no quadro 2, como é mostrado a seguir.

Quadro 2: Descrição dos aspectos dos artigos.

Artigo	Público Alvo	Segmento	Temática	Abordagem matemática
Variação de Soluções na Geometria com a utilização do GeoGebra	Estudantes	E. F. II e E. M	Áreas de figuras planas	Algébrica e geométrica
Gráfico de setores: implicações dos registros de representação semiótica para o letramento estatístico	Estudantes	7º ano do E.F II	Gráfico de setores	Aritmética, algébrica e geométrica
Aprendizagem baseada em projetos no ensino de matemática	Estudantes	1º ano do E. M	Função Linear	Aritmética, algébrica e geométrica
Resolução de problemas de proporcionalidade por meio da redução à unidade	Estudantes	1º ano do E. M	Proporcionalidade a partir da redução à unidade	Aritmética e algébrica
Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito	Professores	E.F. II e E.M	Proporcionalidade	Algébrica
Um estudo sobre a participação de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em uma pesquisa estatística	Estudantes	6º ano do E. F. II	Tratamento da informação	Aritmética, algébrica e geométrica
Proporcionalidade: um olhar a partir da TAD	Estudantes	6º e 7º anos do E. F. II	Proporcionalidade	Aritmética e algébrica
A Transição das Razões para as Funções Trigonômicas	Estudantes	Curso de Licenciatura em Matemática	Razões e funções trigonométricas	Aritmética, geométrica
Raciocínio geométrico e aprendizagem de congruência de triângulos	Estudantes	8º ano do E.F. II	Congruência de triângulos	Aritmética e geométrica
O raciocínio proporcional e as estratégias de resolução de problemas de valor omissivo e de comparação	Estudantes	6º ano E.F. II	Proporcionalidade (valor omissivo e comparação)	Aritmética

A matemática incorporada na construção do quadrante descrito na obra Libros del Saber de Astronomía	Professores	Professores da educação básica	Conceitos de trigonometria	Geométrica
Conhecimento especializado nos currículos de matemática na concepção dos professores	Professores	E. F. II	Conhecimento especializado de matemática na BNCC	Não especificada
Atividades investigativas: possibilidade de ensino de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo na Licenciatura em Matemática	Estudantes	Licenciatura em Matemática	Trigonometria no triângulo retângulo	Aritmética, algébrica e geométrica

Fonte: Elaboração do autor.

5. Resultados preliminares e conclusão

A título de curiosidade por enquanto, por meio de um olhar preliminar das informações organizadas no quadro 2, percebe-se que há maior concentração de pesquisas voltadas ao público de estudantes (10 artigos) e apenas três trabalhos se concentram no público de professores. O foco específico do segmento está na Educação Básica, principalmente no E.F II (6 artigos). A concentração de pesquisas direcionadas a este público alvo de estudantes do E.F II poderia ser ainda maior considerando que a pesquisa de Cruz e Holanda Filho (2019) trabalha com estudantes do E.M e E.F II. No caso do segmento, há três pesquisas envolvendo o 6º ano do E.F II.

Outro dado que chama a atenção é a quantidade bem menor de publicações relacionadas a estudantes da licenciatura em matemática. Quanto aos segmentos que não foram contemplados nas pesquisas levantadas sobre semelhança de triângulos, notou-se a ausência de trabalhos com prioridade na Educação Infantil, E.F I e pós-graduação. Ou seja, há ausência de pesquisas nesta temática na etapa inicial da educação básica, no final do E.F II e após a Educação Básica (no caso a licenciatura em matemática). Percebeu-se, também, a falta de pesquisas voltadas para o 9º do E.F II.

Colocando-se os segmentos do ensino em uma reta, haveria ausência de pesquisas no início da linha, próximo ao meio e ao final. Por essa perspectiva, nota-se indícios de uma possível falha na organização do ensino do conceito de semelhança, com restrição

do assunto a alguns anos do ensino fundamental e médio. Ressalta-se que a análise aqui feita ainda é preliminar e necessita de um aprofundamento teórico mais apurado.

Pelas temáticas encontradas, entende-se que há diversos campos da matemática contemplados, e todos de alguma forma estão relacionados a semelhança de triângulos, congruência de triângulos e proporcionalidade. Houve uma certa concentração na temática proporcionalidade como um conceito mais amplo para o ensino de matemática. Entretanto, outros artigos abordaram a proporcionalidade dentro de unidades temáticas² diversas. Percebe-se que há alguma ênfase voltada para o conceito de proporcionalidade, pois “[...] além de passar todos os anos do ensino fundamental e médio, ele tem o potencial de se relacionar com outros conteúdos da matemática” (SILVA, 2008; COSTA JUNIOR, 2010 apud MENDUNI-BERTOLOTI e BARBOSA, 2018, p. 271).

A partir das informações sobre o tipo de abordagem de aspecto matemático, notou-se uma certa concentração, em relação ao todo, na abordagem de aspecto aritmético, algébrico e geométrico presente em quatro publicações. Entende-se que resultado pode estar revelando uma mudança na perspectiva de um ensino algebrista para a abordagem da matemática como um todo (aritmética, álgebra e geometria). Apesar dessa pequena ênfase no aspecto de abordagem intradisciplinar, sabe-se que a abordagem de aspecto algébrico esteve presente em boa parte dos trabalhos (quatro pesquisas), envolvendo um ou dois aspectos. De acordo com Costa Júnior (2010, apud VIEIRA e SANTOS, 2019) “[...] resolver problemas que envolvem o conceito de proporcionalidade é muito mais que aplicar algoritmos, como a regra de três [...] normalmente associada à proporcionalidade”.

A proposta inicial da pesquisa foi realizar o levantamento bibliográfico de pesquisas voltadas ao tema semelhança de triângulos e, posteriormente, realizar a implementação de atividades com o uso do GeoGebra em smartphones na modalidade de ensino presencial. No momento, a pesquisa está em fase de implementação de atividades por meio do VMTcG³ com mestrandos em educação matemática e licenciandos de matemática. Acredita-se que a presente pesquisa possa colaborar para futuras publicações sobre a temática envolvendo o uso do GeoGebra.

² Toma-se o termo “unidades temáticas” como uma referência do próprio documento oficial da BNCC para os diferentes campos que compõem a matemática. As unidades temáticas são cinco: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística.

³ Virtual Math Teams com GeoGebra (Equipes Matemáticas Virtuais com o GeoGebra) é um ambiente virtual *online* e gratuito que é utilizado para a resolução de atividades de matemática de forma colaborativa e síncrona (POWELL, 2014). Espera-se expor alguns resultados preliminares da implementação no momento da apresentação.

6. Referências

AGUIAR JÚNIOR, C. A. Como os professores avaliam as argumentações e provas matemáticas de alunos da escola básica? *Boletim Gepem: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática*, Seropédica, n. 74, p. 88-109, 2019. Disponível em: <http://costalima.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/101/603>. Acesso em: 18 maio 2020.

ANDRADE FILHO, B. M; RAUEN, F. J. Congruência em conversões de registros de representação semiótica: análise orientada pela noção de relevância. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo, v.20, n.1, pp. 518-538, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p518-538>. Acesso em: 18 maio 2018.

BAIRRAL, M. A. *Semelhança na 7ª série: algumas dificuldades*. Boletim GEPPEM, Rio de Janeiro, nº 34, p. 35-64, 1998. Disponível em: <http://www.gepeticem.ufrj.br/wp-content/uploads/2020/01/Unid-7-Bairral-Semelhan%C3%A7a-Gepem.pdf>. Acesso em: 13 nov. 2019.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 13 nov. 2019.

CARGNIN, C.; BARROS, R. M. O. O conceito de integral de Riemann do ponto de vista da congruência semântica. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 11, n. 1, p. 16-35, jul. 2016. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n1p16>. Acesso em: 07 ago. 2020.

COSTA, M. V. T et al. Resolução de problemas de proporcionalidade por meio da redução à unidade. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 24, n. 61, p. 98-113, jan./mar. 2019. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/1010>. Acesso em: 18 maio 2020.

CRUZ, M.; HOLANDA FILHO, I. Variação de Soluções na Geometria com a Utilização do GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, v. 8, n.2, p. 78-101, 2019 - ISSN 2237-9657. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2019.v8i2p078-101>. Acesso em: 18 maio 2020.

DUARTE, R. C. B. C. *Utilização do GeoGebra, de smartphone e de reflexões escritas na construção de conceitos relacionados a retas paralelas cortadas por transversal*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) – PPGEducIMAT, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 123f, 2018. Disponível em: <http://cursos.ufrj.br/posgraduacao/ppgeducimat/files/2019/12/Rayanne-Coelho-Borges-Correia-Duarte.pdf>. Acesso em: 13 nov. 2019.

DUVAL, R.; MORETTI, Trad. M. T. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis,

v. 7, n. 1, p. 118-138, jul. 2012. ISSN 1981-1322. Disponível em:
<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n1p118>. Acesso em: 07 ago. 2020.

FARIA, R. A. As múltiplas representações em uma tarefa de proporção direta. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XII, 2016, São Paulo. Anais... São Paulo, SBEM, 2016. Disponível em:
http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4587_2458_ID.pdf. Acesso em: 29 set. 2016.

FERNANDES, F. S. A Educação Matemática Muda. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 308-324, ago. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a01>. Acesso em: 18 maio 2020.

FLORES, C. R. Descaminhos: potencialidades da Arte com a Educação Matemática. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 502-514, ago. 2016. Disponível em:
<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a10>. Acesso em: 18 maio 2020.

GALVAO, M. E. E. L.; SOUZA, V. H. G.; MIASHIRO, P. M. A Transição das Razões para as Funções Trigonométricas. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1127-1144, dez. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a15>. Acesso em: 18 maio 2020.

GROENWALD, C. L. O.; RODRIGUES, G. S. Conhecimento especializado nos currículos de matemática na concepção dos professores. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 15, p. 1-22, maio 2020. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e67759>. Acesso em: 07 ago. 2020.

HARUNA, N. C. A. *Teorema de Thales: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*. Dissertação (Mestrado em educação matemática) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000. Disponível em:
https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11143/1/dissertacao_nancy_cury_haruna.pdf. Acesso em: 17 nov. 2020.

HENRIQUE, M. P. *GeoGebra no clique e na palma das mãos: contribuições de uma dinâmica de aula para construção de conceitos geométricos com alunos do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – PPGEducIMAT, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica. 122p. 2017. Disponível em:
<http://cursos.ufrj.br/posgraduacao/ppgeducimat/files/2015/02/Marcos-Paulo-Henrique.pdf>. Acesso em: 13 nov. 2019.

JACONIANO, E. A. et al. Resolução de problemas de proporcionalidade por meio da redução à unidade. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 24, n. 61, p. 98-113, jan./mar. 2019. Disponível em:
<http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/1010>. Acesso em: 13 nov. 2019.

LOURENÇO, E. H; OLIVEIRA, P. C. Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo, v.20, n.1, p. 084-109, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p84-109>. Acesso em: 18 maio 2020.

MACIEL, A. C.; ALMOULOU, Saddo Ag. O Ensino de Semelhança: uma proposta de ensino In: ENCONTRO NACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte, SBEM, 2007. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html. Acesso em: 17 nov. 2020.

MENDUNI-BORTOLOTTI, R. D.; BARBOSA, J. C. Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, [S.l.], v. 20, n. 1, maio 2018. ISSN 1983-3156. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p269-293>. Acesso em: 18 maio 2020.

OLIVEIRA, P. C; MACEDO, P. C. Gráfico de setores: implicações dos registros de representação semiótica para o letramento estatístico. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 23, n. 58, p.118-131, abr./jun. 2018. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/957>. Acesso em: 18 maio 2020.

OLIVEIRA, S. L; ROMÃO, E. C. Aprendizagem baseada em projetos no ensino de matemática. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 23, n. 59, p. 87-100, jul./set. 2018. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/971>. Acesso em: 18 maio 2020.

OLIVEIRA, P. P. S; SOUZA, A. Um estudo sobre a participação de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em uma pesquisa estatística. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo, v.20, n.1, pp. 224-247, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p224-247>. Acesso em: 18 maio 2020.

PEREIRA, A. C. C.; BATISTA, A. N. S.; SILVA, I. C. A matemática incorporada na construção do quadrante descrito na obra *Libros del Saber de Astronomía*. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 12, n. 1, p. 173-191, set. 2017. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n1p173>. Acesso em: 07 ago. 2020.

PEREIRA, A. B.; MUNHOZ, A. V.; QUARTIERI, M. T. Atividades investigativas: possibilidade de ensino de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo na Licenciatura em Matemática. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 11, n. 1, p. 131-147, jul. 2016. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n1p131>. Acesso em: 07 ago. 2020.

PEREIRA, S.R.F; PEREIRA, M.F.F. O ensino de semelhança de triângulos na opinião de alunos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XII, 2016, São Paulo.

Anais... São Paulo, SBEM, 2016. Disponível em:
http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7486_3464_ID.pdf. Acesso em: 18 ago. 2020.

POWELL, A.B. *Construção Colaborativa do Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo de Professores de Matemática. Boletim Gepem (Online): Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática*, Seropédica, n. 64, p. 6, 2014. Disponível em: <http://costalima.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/86/332>. Acesso em: 19 nov. 2020.

PRADO, A. S.; OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Uma Análise Sobre a Imagem da Dimensão Estrutural da Prática Pedagógica em Materiais Curriculares Educativos. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 738-762, 2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a21>. Acesso em: 18 maio 2020.

REZENDE, V.; TRAVASSOS, W. B. Diferentes representações para o conceito de inequações: uma análise de livros didáticos de matemática do ensino médio. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 12, n. 1, p. 96-113, 2017. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n1p96>. Acesso em: 07 ago. 2020.

SACHS, L; ELIAS, H. R. A Formação Matemática nos Cursos de Licenciatura em Educação do Campo. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 439-454, 2016. Disponível em <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a07>. Acesso em: 18 maio 2020. .

SALCEDO, A. Gráficos Estadísticos en Libros de Texto para Educación Primaria de Guatemala y Venezuela. *Educación Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo, v.18, n.3, p. 1141-1163, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31477/21937>. Acesso em: 18 maio 2020.

SANTANA, M. S. Traduzindo Pensamento e Letramento Estatístico em Atividades para Sala de Aula: construção de um produto educacional. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1165-1187, 2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a17>. Acesso em: 18 maio 2020.

SANTOS, J. G.; SILVA, J. N. D. A Influência da Cultura Local no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática numa Comunidade Quilombola. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 972-991, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a07>. Acesso em: 18 maio 2020.

SILVA, S. F.; CALDEIRA, A. D. Etnomatemática do Sistema de Contagem Guarani das Aldeias Itaty, do Morro dos Cavalos, e M'Biguaçu. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 992-1013, dez. 2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a08>. Acesso em: 18 maio 2020.

TRAVASSOS, W. B.; PROENÇA, M. C. Registros de Representação Semiótica e o conceito de inequação: análise do desempenho de licenciandos em matemática à luz da congruência semântica. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v.

13, n. 2, p. 162-183, dez. 2018. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2018v13n2p162>. Acesso em: 07 ago. 2020.

VIANA, O. A.; MIRANDA, J. A. O raciocínio proporcional e as estratégias de resolução de problemas de valor omissivo e de comparação. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 11, n. 1, p. 194-213, jul. 2016. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n1p194>. Acesso em: 07 ago. 2020.

VIANA, O. A.; SILVA, L. R. P. Raciocínio geométrico e aprendizagem de congruência de triângulos. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 1-22, maio 2020. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e67627>. Acesso em: 7 ago. 2020.

VIEIRA, M. M.; SANTOS, M.C. Proporcionalidade: um olhar a partir da TAD. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo, v.21, n.5, p. 514-528, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i5p514-528>. Acesso em: 18 maio 2020.