

## MODELAGEM MATEMÁTICA E NANOTECNOLOGIAS – UMA INTERDISCIPLINARIDADE EM PROL DA EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA DA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA

**Flávio Leandro dos Santos**

*Especialista em metodologias do ensino da matemática e da física, pesquisador no Núcleo NT/SG de pesquisas em tecnologias educacionais, projeto universal CNPQ vinculado ao Cefet-RJ  
Fsantos.mfq@ufrj.br*

### Resumo:

O presente trabalho tem por finalidade analisar e refletir como e de que forma a modelagem matemática por meio dos conhecimentos de funções elementares e a nanotecnologia estão intrinsecamente relacionadas de forma a solucionar problemas científicos da atual sociedade, que aliados as novas tecnologias, trabalham para melhorar a vida das pessoas nos aspectos econômicos, sociais e culturais. Neste trabalho, são conciliados nanociência, nanotecnologia, física, química, engenharia e matemática em uma abordagem interdisciplinar em que uma linguagem única se faz presente de modo que todos possam estar na mesma frequência de trabalho e essa linguagem é a modelagem matemática. Foi realizada uma pesquisa histórica sobre a evolução da espécie humana e como se relacionam com o advento da evolução tecnológica e como a evolução tecnológica pode ajudar a sociedade contemporânea a resolver seus problemas não só científicos, mas também sociais, pois quando, por exemplo, uma pessoa que teve uma perna amputada, por meio da evolução tecnológica consegue voltar a ter mais independência de seus movimentos através de uma prótese realizada em impressora 3d, ela se sentirá melhor em seu convívio social. Pesquisas bibliográficas foram realizadas com diversos e conceituados autores que nortearam este trabalho e concluiu-se que a modelagem matemática e a nanotecnologia caminham lado a lado em prol da evolução científica.

**Palavras-chave:** Evolução tecnológica; Modelagem matemática; Nanotecnologia.

## **1. Introdução**

Em face das inovações tecnológicas, avanço da ciência e pesquisa com novos materiais como o grafite e o carbono emergem importantes conceitos nomeados como nanociência e nanotecnologia. Segundo Murrielo, Contier e Knobel (2006.p2), a nanociência tem sido apontada como uma ciência nova, dentro do campo de estudo da escala manométrica. A nanotecnologia por sua vez, refere-se a engenharia de materiais a partir de átomos e moléculas, que possibilita o uso de resultados na nanociência para a manipulação de nanopartículas, promovendo outras combinações e, com isso, a elaboração de novos materiais e dispositivos.

Com o advento das novas tecnologias da informação e comunicação (TICs), criou-se um complexo contexto das inter-relações e interações comunicativas ao mesmo tempo em que influenciam os problemas da sociedade como um todo onde, a cada momento surge-se um novo problema a ser resolvido de maneira interdisciplinar com as ciências onde, a modelagem matemática, com auxílio de ferramentas computacionais poderá simular um resultado provendo parâmetros adequados e fazer previsões de qual ou quais serão as consequências resultados finais com uma previsão muito próxima do aceitável.

De acordo com Chevallard, Bosh e Gascón (2001,p.56), quando caracterizamos o fazer matemática como um trabalho de modelagem, esse trabalho transforma o estudo em um sistema não matemático, ou um sistema previamente matematizado, no estudo de problemas matemáticos que são resolvidos utilizando de maneira adequada certos modelos. Podem ser destacados três aspectos a serem considerados em um trabalho de modelagem matemática: a utilização rotineira de modelos matemáticos já conhecidos, a aprendizagem e o eventual ensino de modelos e da maneira em como utilizá-los, e a criação de conhecimentos matemáticos, isto é, de novas maneiras de modelar sistemas estudados. A seguir, serão apresentados os conceitos científicos e históricos da modelagem matemática, da nanociência e modelos simples de aplicações da modelagem matemática em nanotecnologias.

## **2. A Modelagem Matemática**

Desde do início dos tempos, com a evolução da espécie humana, com a construção dos saberes no decorrer do espaço-tempo, a ciência tem apresentado ao homem problemas e fenômenos que o fazem buscar e entender o mundo ao seu redor e o mundo como um todo. Mediante tal fato, Chibeni (2011,p.1) nos afirma que o conhecimento primitivo é motivado por algo externo à atividade cognitiva propriamente dita: a necessidade de controle dos fenômenos naturais com vistas a própria sobrevivência biológica.

Aliado a evolução da espécie humana; a evolução intelectual, científica e tecnológica, que tem contribuído na formação da sociedade contemporânea, a ciência vem buscando permanentemente soluções para os problemas científicos de naturezas diversas e, nesse sentido novas subáreas do conhecimento estão surgindo e também subáreas profissionais que tem tido impactos de maneira significativa nas práticas sociais e no mundo do trabalho, em que, para o estudo, análise e solução para um problema as diferentes áreas conhecimento como a matemática, física, química, biologia e engenharias tem trabalhado em conjunto de modo que a interdisciplinaridade das diferentes áreas do conhecimento de aliam para a construção das hipóteses em busca de uma solução que exige uma resposta rápida para a sociedade com o favorecimento da aplicação de inovações tecnológicas tem-se a necessidade de se criar um modelo matemático onde a partir dele, previsões e parâmetros podem começar a aparecer.

Bassanezi (2002,p.16) nos afirma que: “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando soluções na linguagem do mundo real. Para Biembengout e Hein(2005), a matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem matemática é um meio de fazê-los interagir. A modelagem matemática é um processo que traduz de forma aproximada, o fenômeno observado no mundo real para o mundo matemático, problema esse que pode ser oriundo da medicina para análise de um vírus novo, da engenharia em busca de uma solução nos processos construtivos ou um problema das telecomunicações para lançamento de um novo satélite, ambos irão se basear em um modelo matemático para começar a traçar suas linhas de ação.

“Um modelo matemático é um conjunto completo e consistente de equações matemáticas que são concebidas de modo a corresponderem a uma outra entidade, o seu protótipo. O protótipo poderá ser uma entidade física, biológica ,social, psicológica ou conceitual,

porventura até mesmo um outro modelo matemático. Onde se lê “equações” pode-se ler “estruturas”, pois nem sempre se trata de modelos numéricos.” (DAVIS; HERSH, 1995, p.84).

Biembengut (1999) sugere um esquema guia de possíveis caminhos para a construção de um modelo matemático, contudo, o guia, sozinho, não é suficiente para efetivar a construção do modelo, pois a modelagem é uma arte que envolve habilidades, experiência e sensibilidade lógico-matemática.

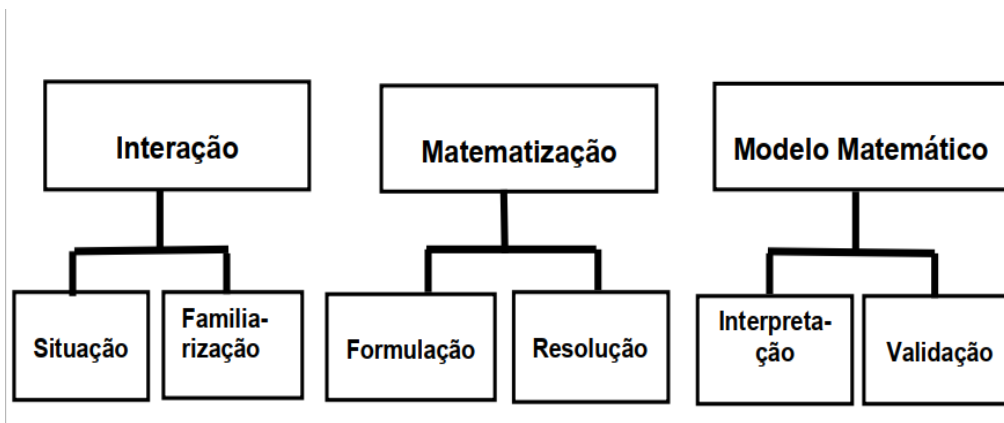


Imagem 1: dinâmica da modelagem matemática segundo Biembengut

Fonte da imagem: Internet

## 2.1 – A Nanociência e a Nanotecnologia

Entende-se por nanociência a ciência que estuda as propriedades e potencialidades de materiais na escala nano, que é uma escala que corresponde a um bilionésimo de metro ( $10^{-9}$ m). Com o advento da evolução científica e tecnológica, algumas áreas do conhecimento estão se destacando em diferentes níveis da sociedade contemporânea por suas contribuições, tendo impacto direto na qualidade de vida das pessoas e nas distintas práticas dos profissionais que, tem sido obrigados a buscar e se atualizar cada vez mais em suas profissões de modo a estarem aptos a exercer suas atividades laborais, no estudo, pesquisa, manuseio e implantação da nanociência.

A título de exemplos podem ser citados a aplicação dos conhecimentos da ciência e da tecnologia na área da saúde, a qual se utiliza de materiais com potencial biológico para o tratamento e diagnóstico de doenças, realização de cirurgias e exames mais eficientes, bem como no desenvolvimento de dispositivos, tais como próteses e fármacos mais específicos e próximos da realidade. Além disso, esses conhecimentos têm ampla aplicação nas áreas da estética e cosmética, especialmente a tecnologia

nanoscópica. Esses exemplos evidenciam a presença da Nanociência na vida cotidiana das pessoas e, principalmente, sua aplicação, denominada Nanotecnologia, conceitos estes relacionados ao desenvolvimento de dispositivos diversificados com ampla utilização em todas as áreas do conhecimento e campos profissionais.

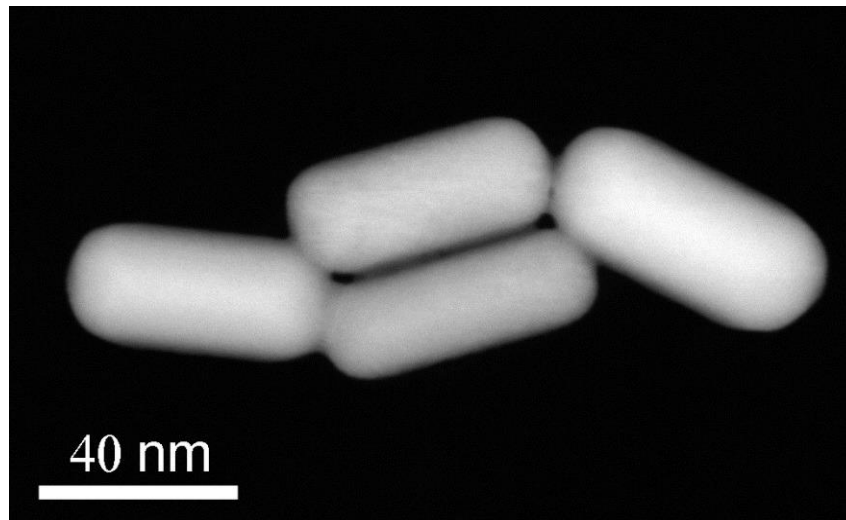


Imagem 2 - Nanobastões de ouro têm aplicações em diagnósticos e tratamentos médicos. Quando são irradiados com luz de frequência específica, os elétrons do metal entram em ressonância levando a forte espalhamento da luz e aumento de temperatura a centenas de graus Celsius.

Fonte da imagem: Inmetro

A ciência busca constantemente solucionar problemas científicos que, aliados a novas tecnologias, podem modificar a vida das pessoas, do ponto de vista social, econômico e cultural. De acordo com Toma (2004), desde o final do século XX uma nova perspectiva tecnológica tem sido avaliada, a qual se baseia na manipulação da matéria em escala nanométrica, a chamada Nanotecnologia. A Nanotecnologia promete (e o já tem feito), revolucionar a forma como vivemos, nos comunicamos e como trabalhamos. Tem potencial para que doenças incuráveis até o momento sejam tratadas, materiais com propriedades excepcionais, nunca observados, sejam obtidos, gerando perspectivas de grandes mudanças sociais e econômicas. De acordo e em acordo com Fillipponi e Sutherland (2013), a nanociência está propiciando a ciência um novo e grande salto evolutivo possibilitando novas quebras de paradigmas científicos, pois estuda os fenômenos que envolvem a manipulação de materiais em escalas atômicas, moleculares e macromoleculares. Fillipponi e Sutherland (2013) ainda nos dizem que a nanotecnologia refere-se ao desenho, a maquiagem, a produção e aplicação de estruturas, dispositivos e sistemas de controle da forma e tamanho em escalas nanométricas, os quais são baseados na manipulação, controle e integração dos átomos e moléculas na formação de materiais, estruturas, componentes e sistemas em

nanoescalas. Em outras palavras, é a aplicação da Nanociência em dispositivos moldados, mais práticos, facilitando a distribuição, acesso e utilização pela sociedade contemporânea. Com isso, a Nanotecnologia tem sido considerada uma área promissora, uma vez que sua utilização na produção de novos dispositivos tecnológicos pode transformar a vida da sociedade contemporânea, revolucionando nossa forma de viver, de nos comunicarmos e trabalharmos (TOMA . 2009)

### 2.1.1 – Materiais alvos de estudo da nanotecnologia

Nanotubos de carbono e grafeno são os materiais mais estudados na nanotecnologia, campo da ciência que atua na nanoescala. É nessas dimensões ínfimas que físicos, químicos, engenheiros, biólogos, entre outros profissionais, trabalham para desenvolver dispositivos e tecnologias que já estão revolucionando áreas como óleo e gás, geração e armazenamento de energia, medicina, eletroeletrônica, entre outras. Por exemplo: os televisores de “pontos quânticos” que estão na moda atualmente. São nanopartículas de semicondutores que permitem a formação de imagem com qualidade de cor e contraste inatingíveis por telas LED ou LCD comuns. Os nanotubos de carbono têm a estrutura de um tubo, como uma folha de grafeno enrolada em torno de si mesma. Um tubo com milésimos de milímetro de comprimento e alguns poucos nanômetros de diâmetro.

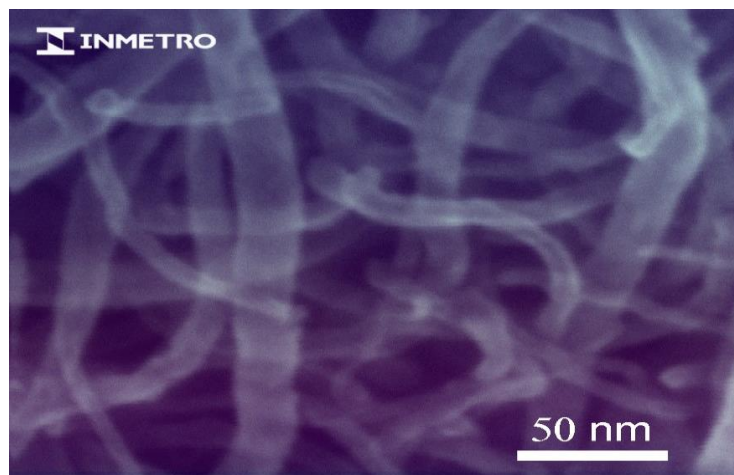


Imagem 3 - nanotubos de carbono, material utilizado nas indústrias de baterias, plásticos, borrachas e diversos tipos de compósitos.

Fonte da imagem: Inmetro

O grafeno pode ser obtido a partir do grafite mineral. O grafite é formado por camadas de grafeno empilhadas umas sobre as outras. Um pedaço de grafite de 1 mm de espessura tem aproximadamente 3 milhões de camadas de grafeno. Através de reações

químicas, o grafite pode ser esfoliado, ou seja, essas camadas podem ser separadas umas das outras para a obtenção de grafeno. Dessa forma é possível produzir um material de altíssimo valor agregado, e de grande interesse tecnológico, a partir de um mineral abundante no Brasil. O país é hoje um dos quatro maiores produtores mundiais de grafite e abriga uma das maiores reservas de grafite do mundo.

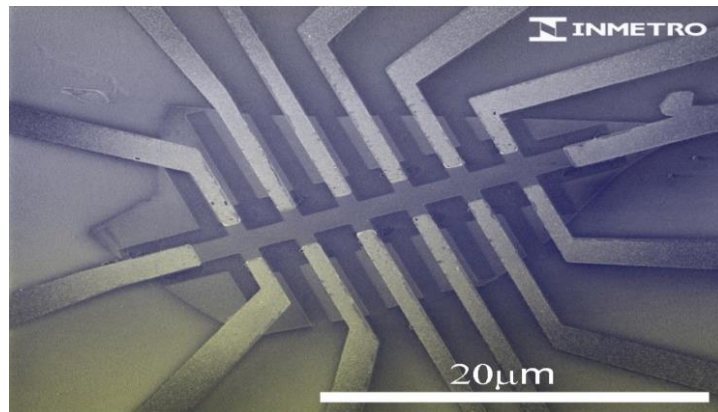


Imagem 4 -Essa estrutura complexa é um dispositivo eletrônico (ponte Hall) construído à base de grafeno. Estudos como este são essenciais para o desenvolvimento de eletrônica de alta performance com o uso desse material.

Fonte da imagem: Inmetro

### **3- Exemplos de modelagem matemática relacionada a nanociência e nanotecnologia.**

Caso 1: A nanotecnologia em computadores fornece a necessidade de processos de computador em execução mais rápida a temperaturas mais baixas do que os componentes de computador tradicionais baseados em transistor. Na computação tradicional, os transistores usam componentes de silício como um método acessível e de fabricação fácil para fornecer computadores menores e mais rápidos e aparelhos eletrônicos, como netbooks, smartphones e dispositivos de assistente pessoal. Aparelhos tão potentes em um tamanho tão pequeno produzem muito calor, no entanto, reduzindo a eficácia, desempenho e longevidade dos componentes de silício. A nanotecnologia na computação resolve o dilema do calor, fornecendo potência aprimorada do processador em temperaturas mais baixas e pesos mais leves.

Problema: Durante a fabricação de um circuito eletrônico de uma máquina industrial, para fins de melhoria do controle de temperatura, foram utilizados transistores de nanotubo de carbono. Sabe-se que os transistores foram manipulados e implantados no circuito a uma temperatura média de 10°C e estima-se que se cada transistor atingir uma temperatura  $x$  no decorrer do tempo de funcionamento a eficácia e o rendimento do

sistema será dado por  $80-x$ . Sabendo ainda que através da interdisciplinaridade, foi inserido um microchip de grafeno, onde foi programado para que, ao atingir uma determinada temperatura, o rendimento da máquina será máximo e a partir daí, se a temperatura continuar subindo, o rendimento irá diminuir e haverá uma temperatura limite detectada por sensor de temperatura onde quando atingir essa temperatura interna a máquina desligará automaticamente por meio de um protetor térmico. Deseja-se então saber:

- a) A lei de formação, ou seja, o modelo que irá determinar o tempo  $T$  em função da temperatura  $x$  sendo  $T$  em minutos e  $x$  em  $^{\circ}\text{C}$ .
- b) A temperatura inicial de trabalho do transistor, a temperatura de maior rendimento e a temperatura limite.
- c) O tempo de funcionamento da máquina para se atingir o maior rendimento e os intervalos de temperatura onde o rendimento é crescente os intervalos onde o rendimento é decrescente.

Modelando a resolução: Ao analisar o problema proposto, podemos notar que a variável  $x$  que representa a temperatura de trabalho aparece duas vezes no problema já nos levando a imaginar  $x \cdot x = x^2$  nos lembrando o modelo já existente de função quadrática. O problema ainda nos pergunta sobre intervalo crescente, decrescente e ponto máximo de trabalho, nos trazendo a lembrança da parábola, então iremos adotar o modelo da função quadrática  $f(x) = ax^2+bx+c$ .

Equacionando os dados apresentados no problema temos que  $80-x$  e  $x-10$  ( $x-10$  pois  $x$  é a temperatura de trabalho e  $10$  a temperatura em que foi implantado), então temos a seguinte equação:  $(80-x)(x-10)$ , onde se aplicando a propriedade distributiva chegaremos em  $-x^2 + 90x - 800$ .

Então para a resposta da letra a temos  **$T(x) = -x^2 + 90x - 800$** .

Respondendo a letra b, a temperatura inicial pode ser descrita por  $x-10=0$ , logo  $x = 10^{\circ}\text{C}$ . A temperatura limite por ser descrita  $-x+80=0$ ,  $-x = -80$ , logo  $x=80^{\circ}\text{C}$  e a temperatura de maior rendimento pode ser analisada pelo vértice parábola que compõe o gráfico de uma função quadrática, como o primeiro termo é negativo,



sendo  $a < 0$ , temos uma parábola com ponto máximo e o vértice dela em  $x$  pode ser descrito por  $x_v = \frac{-b}{2a}$ , logo,  $x_v = \frac{-90}{2(-1)} = 45^\circ\text{C}$ .

Respondendo a letra c, o tempo de funcionamento para o máximo rendimento. Para este item é necessário determinar o ponto máximo desta parábola que é dado por  $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ , e sendo  $\Delta = b^2 - 4ac$ , podemos escrever  $\Delta$  como  $90^2 - 4(-1)(-800)$ , resolvendo a expressão teremos  $\Delta = 4.900$  e substituindo em  $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ , teremos:  $y_v = \frac{-4900}{4(-1)} = 1.225$  minutos.

Para entender melhor os intervalos onde o rendimento é crescente e onde é decrescente, vamos esboçar o gráfico da função encontrada  $T(x) = -x^2 + 90x - 800$ :

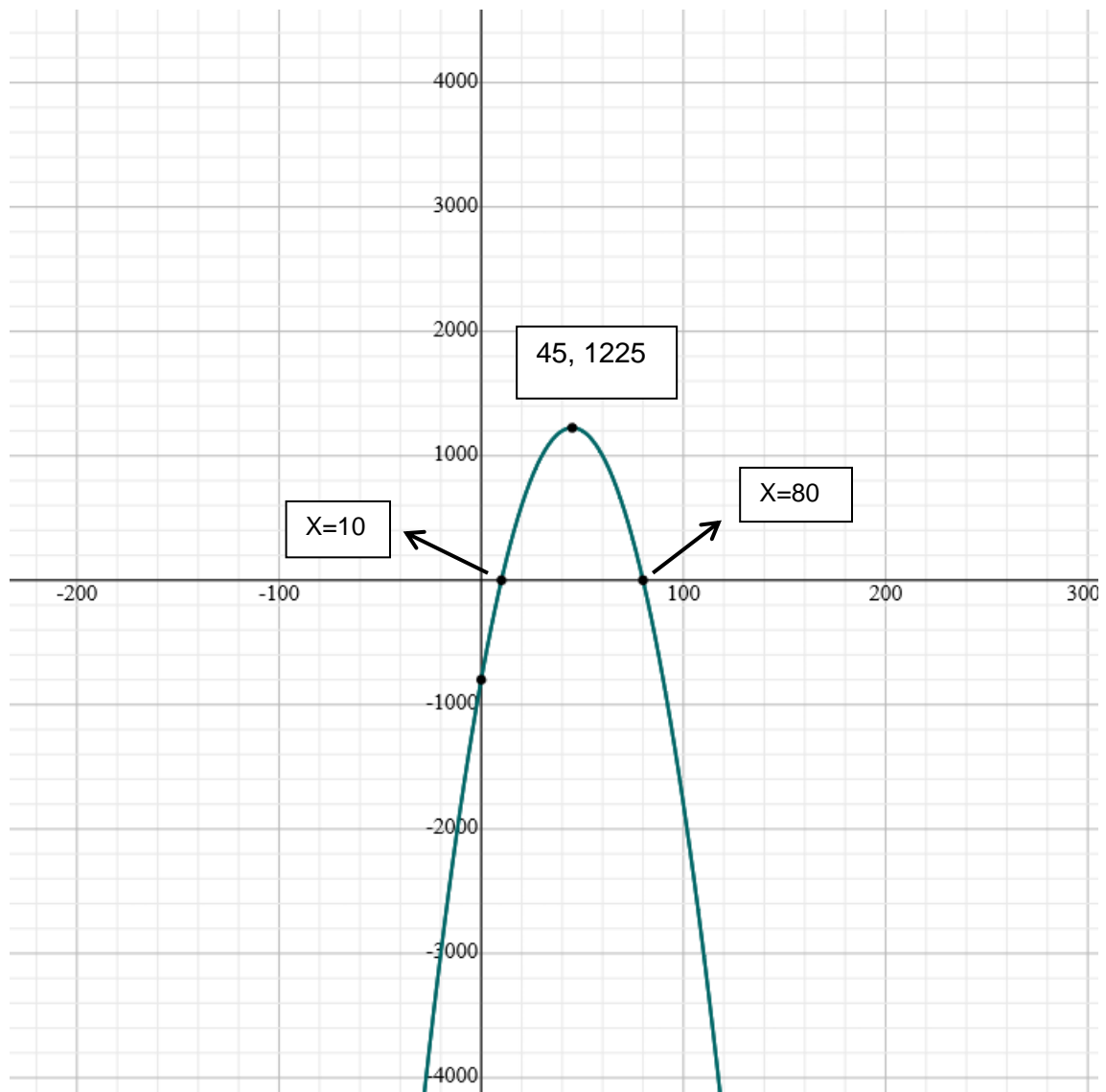


Imagem 5 – gráfico da função  $T(x) = -x^2 + 90x - 800$

Fonte da imagem: O autor

Com base no gráfico podemos observar os valores já encontrados anteriormente por meio dos cálculos e agora indicados no gráfico e podemos ver os intervalos onde o rendimento é crescente e decrescente e matematicamente podemos dizer que o rendimento é crescente no intervalo  $]10, 45[$  e decrescente no intervalo  $]45, 80[$ . Notem que foi utilizado o intervalo aberto no 10, pois 10 é a temperatura inicial de quando se liga a máquina quando  $t=0$ , intervalo aberto no 45 pois o rendimento é máximo e estável neste ponto e intervalo aberto em 80, pois quando atingir essa temperatura limite a máquina irá desligar e teremos novamente  $t=0$ .

Caso 2: Uma equipe de pesquisadores de universidades brasileiras descobriu, em nanoestruturas de formato cilíndrico chamadas de nanobastões, um efeito anti-inflamatório equivalente ao conseguido por fármacos de uso corriqueiro. Os pesquisadores também demonstraram a eficiência desses nanobastões como catalisadores (aceleradores) na degradação de um poluente. Essas aplicações se tornam ainda mais relevantes considerando que a equipe científica conseguiu produzir grandes quantidades do material mediante um processo simples e rápido. O trabalho realizado mostra o potencial desses nanobastões para o desenvolvimento de novos medicamentos e para o tratamento de efluentes.

Problema: Desde do início do ano, um paciente internado em um hospital, com um processo inflamatório grave, vem realizando tratamento médico controlado pela nanociência e nanotecnologia com o uso de nanobastões e vem apresentando uma melhora significativa de 2% ao mês. No primeiro dia do mês de novembro a taxa de recuperação deste paciente já se encontrava em 64%. Necessita-se criar um modelo que exprima a taxa de recuperação em razão do tempo de tratamento e determinar a taxa de infecção em janeiro quando o paciente deu entrada no hospital.

Para começarmos a criar um modelo matemático, vamos adotar  $r$  para taxa de recuperação e  $t$  para tempo de tratamento, logo vamos adotar  $r(t)$ . Note que do início do ano até novembro são 10 meses e em novembro a taxa de recuperação era de

64%, mas não sabemos qual era a taxa de infecção em janeiro que foi quando o paciente chegou ao hospital, e sabemos ainda que, a taxa de recuperação é de 2% ao mês independente do grau da infecção, então podemos escrever que  $r(t)$  será igual  $2t$  onde  $t$  será o tempo de internação para tratamento.

Equacionando os valores podemos escrever que  $\frac{64-x}{10} = 2$ , e teremos que  $x=44\%$ , porém é explícito que 64% era a taxa de recuperação, logo a taxa de infecção era de  $100\% - 64\% = 36\%$  de infecção em novembro, para determinar a taxa de infecção em janeiro teremos  $100\% - 44\% = 56\%$  de infecção quando o paciente deu entrada no hospital.

#### 4. Considerações Finais

Após a breve análise e reflexão expostas neste presente trabalho, conclui-se que o avanço nos estudos em nanociências com o advento nanotecnologia tem estado cada vez mais presente em nossas vidas e se faz necessário ainda investimentos e estudos na área, além de capacitação profissional para a pesquisa e manuseio dos materiais e conclui-se também que as diversas áreas do conhecimento precisam conversar sempre entre si, ficando comprovado mais uma vez que nenhuma ciência é independente, sempre haverá a necessidade de conhecimentos múltiplos, saberes diversos e a modelagem matemática será o norte para o avanço e desenvolvimento das pesquisas tecnológicas.

#### 5. Referências

- BASSANEZI, Rodiney Carlos. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 4ª edição. São Paulo, editora contexto, 2002.
- BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. **Modelagem matemática, perspectivas e discussões**. In: Encontro Nacional De Educação Matemática, 9, Belo Horizonte. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 –disponível em: Site: <<http://www.uefs.br/nupemm/cc86136755572.pdf>>. Acesso em:01-09-2020
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN. N. **Modelagem Matemática no ensino**-In:5º ed. São Paulo: Contexto. 2009
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas :o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2001

CHIBENI, S. S. **Introdução à filosofia da ciência**. 2011; Disponível em: <<http://www.unicamp.br/~chibeni/textosdidaticos/textosdidaticos.htm>>. Acesso em: 10-09-2020

FILLIPPONI, L.; SUTHERLAND, D. **Nanotechnologies: principles, applications, implications and hands-on activities: compendium for educators**. Luxembourg: European Commission, 2013. Disponível em: <[https://ec.europa.eu/research/industrial\\_technologies/pdf/nano-hands-on-activities\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/research/industrial_technologies/pdf/nano-hands-on-activities_en.pdf)>. Acesso em: 10-09-2020

MURRIELLO, S.; CONTIER, D.; KNOBEL, M. Desafios de uma exposição sobre nanociência e nanotecnologia. **Journal of Science Communication**, Trieste, v. 5, n. 4, p. 1-11, 2006

TOMA, E. H. **O mundo nanométrico: a dimensão do novo século**. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2009.

TOMA, E. H. SILVA, DELMÁRCIO GOMES. CONDOMITTI, ULISSES. Nanotecnologia experimental. 1ª edição. São Paulo: Blucher, 2016.

ZANELLA, I.; FAGAN, S. B.; BISOGNIN, V.; BISOGNIN, E. **Abordagens em nanociência e nanotecnologia para o ensino médio**. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 18., 2009, Vitória. **Anais [...]**. Vitória: UFES, 2009. Disponível em:

[http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xviii/programa/lista\\_trabalho.asp?sesId=42](http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xviii/programa/lista_trabalho.asp?sesId=42). Acesso em: 11 mar. 2014.