

## COVID 19: MODELO MATEMÁTICO DE APOIO À DECISÃO SOBRE MEDIDAS DE RESTRIÇÃO DO CONTATO SOCIAL

Mateus Henrique Zeiser<sup>1</sup>  
Sandy Maria Gaio<sup>2</sup>  
Pedro Augusto Pereira Borges<sup>3</sup>

**Resumo:** Com a pandemia do novo coronavírus tornou-se necessário adotar algumas mudanças na rotina da população mundial com intuito de diminuir a proliferação do vírus. Para orientar essas medidas é importante ter o conhecimento dos fenômenos biológicos da interação vírus-indivíduo, ademais, saber a dinâmica de contaminação da população e a relação desta com a capacidade de tratamento dos enfermos, visto que as decisões sobre flexibilização do contato social precisam ser tomadas com antecedência, de modo a evitar o colapso hospitalar. Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo descrever o desenvolvimento de um modelo matemático empírico que subsidie orientações de medidas de flexibilização das interações sociais no período epidêmico, elaborado no ambiente de aprendizagem de um curso de Licenciatura em Matemática. O modelo matemático desenvolvido tem como hipótese a proporcionalidade entre as funções do número de infectados e internados. A comparação das simulações dessas funções com a capacidade hospitalar disponível viabilizou a projeção dessas grandezas em função do tempo e, com isso, subsidiou a tomada de decisões sobre o comportamento social da população. Foram empregados conhecimentos matemáticos de vários componentes curriculares da Licenciatura, tais como: funções, pontos críticos, derivadas e programação computacional, alguns estudados na disciplina em curso e outros paralelamente.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Coronavírus. Função. Simulações. Apoio à decisão.

### 1. INTRODUÇÃO

O novo coronavírus, posteriormente denominado de síndrome respiratória aguda grave 2 (SARS-CoV-2), teve sua primeira aparição no final do ano de 2019 na cidade de Wuhan na China. Alastrou-se rapidamente, alcançando o Brasil no final de fevereiro e foi reconhecido como pandemia no dia onze de março de 2020 pela Organização Mundial da Saúde (OMS).

Segundo a OMS, os principais sintomas do covid-19 são: febre, tosse e dificuldades respiratórias, ou em casos mais graves, causando pneumonia, e até mesmo a morte. No momento não existe uma vacina para prevenir essa doença e nem mesmo remédios específicos para curá-la. Essas incertezas têm levado os órgãos públicos de saúde a implementar algumas medidas com o objetivo de diminuir o contágio pelo novo coronavírus, o que é feito com o apoio de dados, da modelagem matemática de experiências vivenciadas em outros tempos. Através da modelagem matemática é possível simular possíveis cenários

---

<sup>1</sup> Acadêmico do curso de licenciatura em matemática; UFFS/Chapecó; email: mateushenriquezeiser@outlook.com

<sup>2</sup> Acadêmica do curso de licenciatura em matemática; UFFS/Chapecó; email: sandymariagaio@gmail.com

<sup>3</sup> Doutor em engenharia mecânica, pós-doutor em educação científica e tecnológica; UFFS/Chapecó; email: pedro.borges@uffs.edu.br

em locais distintos, e obter uma maior chance de acerto em decisões de retomada de determinada atividade.

Foi com esse pensamento que a pesquisa em questão foi proposta em meados de março, desenvolvido na disciplina de Cálculo B, do 3º semestre do Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS, Campus de Chapecó, SC, como um trabalho de modelagem, cujo objetivo principal foi descrever o desenvolvimento de um modelo matemático empírico para subsidiar orientações de medidas de flexibilização das interações sociais no período epidêmico. Assim, através de simulações pretende-se estimar o momento crítico da capacidade de internação dos hospitais.

Os dados utilizados são referentes ao município de Chapecó, considerado o grande centro do Oeste catarinense e em virtude disso, parte dos internados pode não ser residente do município. Os dados coletados se referem do dia 18 de março ao dia 20 de setembro de 2020

O modelo permitiu projetar a evolução da ocupação de leitos hospitalares com base em dados preliminares do número de infectados e leitos ocupados nas enfermarias e UTIs. A experiência de modelagem viabilizou a aplicação e ampliação de noções de conteúdos já estudados, a formação de noções de conceitos de Cálculo Numérico e Equações Diferenciais, além da iniciação às práticas de investigação em Matemática Aplicada.

## 2. DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Cada cidade tem sua dinâmica própria de ações com relação a forma como a população se comporta socialmente, a capacidade de atendimento hospitalar em nível de enfermaria e tratamento intensivo, além da relação de trânsito e troca de pacientes com cidades vizinhas. Provavelmente, em períodos longos, como próximos de um ano, os hábitos sociais, as instalações hospitalares e os procedimentos técnicos dos serviços de saúde podem vir a ser modificados, aumentando a complexidade do fenômeno de proliferação do vírus.

Para modelar, no entanto, são necessárias algumas simplificações no fenômeno real: “modelo matemático é uma representação simplificada de algum fenômeno do mundo real, usualmente descrito por meio de equações matemáticas e que possibilita compreender o comportamento das variáveis envolvidas no fenômeno em estudo”. (BARROZO,2020)

Nesse trabalho, serão consideradas as seguintes hipóteses:

Hipótese 1: O número acumulado de infectados ( $I$ ), em função do tempo tem comportamento de uma curva logística.

Hipótese 2: O número de mortos ( $m$ ), internados em enfermaria ( $E$ ) e internados em UTI ( $U$ ) em função do tempo, têm comportamento de curvas logísticas e são funções proporcionais à curva de infectados  $I$ .

O modelo desenvolvido consiste nos seguintes procedimentos:

- I) Determinar os parâmetros da função  $I$  com base em dados sobre o número de infectados, coletados no site da Prefeitura Municipal de Chapecó, durante um período de tempo  $t_0 < t < \tau$ , sendo  $t_0$  o dia da primeira infestação e  $\tau$  o dia inicial da simulação;
- II) Derivar a função  $I$  em relação ao tempo para obter a taxa de variação dos infectados por dia: função  $D$ ;
- III) Determinar os coeficientes de proporcionalidade entre a função  $I$  e as funções  $E$  e  $U$ ;
- IV) Simular o comportamento das funções  $E$  e  $U$  para  $\tau < t < \alpha$ , onde  $\alpha$  é dia final da simulação, com os parâmetros do procedimento (I) e comparar com os dados coletados da capacidade hospitalar de leitos de enfermaria e UTI, respectivamente.

A função logística é empregada para modelar o crescimento de variáveis exponenciais com algum tipo de limitação quando o tempo tende ao infinito, como por exemplo, o crescimento de seres vivos e populações. A altura de um pé de milho, a massa de um frango ou o número de ratos em um banhado podem ser expressos por funções logísticas, assim como a população de infectados de uma cidade, na pandemia atualmente vivenciada, conforme a Equação (1)<sup>4</sup>.

$$I(t) = \frac{I_0 k}{I_0 + (k - I_0) \cdot e^{-r \cdot t}} \quad \text{Equação (1)}$$

Onde  $I$  é o número acumulado de infectados (indivíduos),  $I_0$  é o número inicial de infectados (indivíduos),  $t$  é o tempo (dias),  $k$  (adimensional) e  $r$  (1/s) são coeficientes.

<sup>4</sup> A função logística é obtida pela resolução de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem. Essa solução foi desenvolvida pelos autores como exercício de aplicação de integrais no CCR de Cálculo B, no curso de Licenciatura em Matemática da UFFS, paralelamente à modelagem. O leitor pode encontrar esse desenvolvimento em ZILL, (2003), p.109-113.

Mesmo que os valores de tempo sejam inteiros, os valores de  $I$ , obtidos pela Eq. (1) serão reais não inteiros, o que não tem sentido no fenômeno modelado. Por esse motivo, esses valores serão considerados como suas respectivas aproximações inteiras.

Os parâmetros  $k$  e  $r$  da Eq. (1) foram determinados com auxílio do Método de Procura em Rede, de acordo com Borges, Cervi e Vione (2008). Trata-se de um método de procura não linear de parâmetros, porém de algoritmo e implementação computacional simples<sup>5</sup>. Um programa em Scilab versão 5.5.2 foi desenvolvido para esse fim. Os resultados encontrados são mostrados na Tabela 1.

Foram utilizados nos programas de internados para realizar o cálculo de proporcionalidade, e assim encontrar os parâmetros entre o tempo  $t_0 < t < \tau$ , encontrando os parâmetros otimizados.

**Tabela 1: Parâmetros da Eq. (1) encontrados através do Método de Procura em Rede.**

PARÂMETRO	VALORES
$r (s^{-1})$	0,098
$k$ (adimensional)	3300

Fonte: os autores.

A derivada da Eq. (1), prevista no procedimento (II), foi efetuada analítica (Eq. (2)) e numericamente, permitindo a comparação dos resultados de ambos os modos, obtendo-se a taxa de infectados por dia na cidade ( $D$ ) em função do tempo.

$$D(t) = \frac{I_0 k r (k - I_0) e^{-rt}}{(I_0 + (k - I_0) e^{-rt})^2} \quad \text{Equação (2)}$$

Onde  $D$  é a taxa diária de infectados (indivíduos/dia).

As Figuras (1a) e (1b) apresentam os dados coletados e os gráficos das funções  $I$  e  $D$  obtidos com os parâmetros ajustados da Tabela 1, respectivamente. Observa-se vários

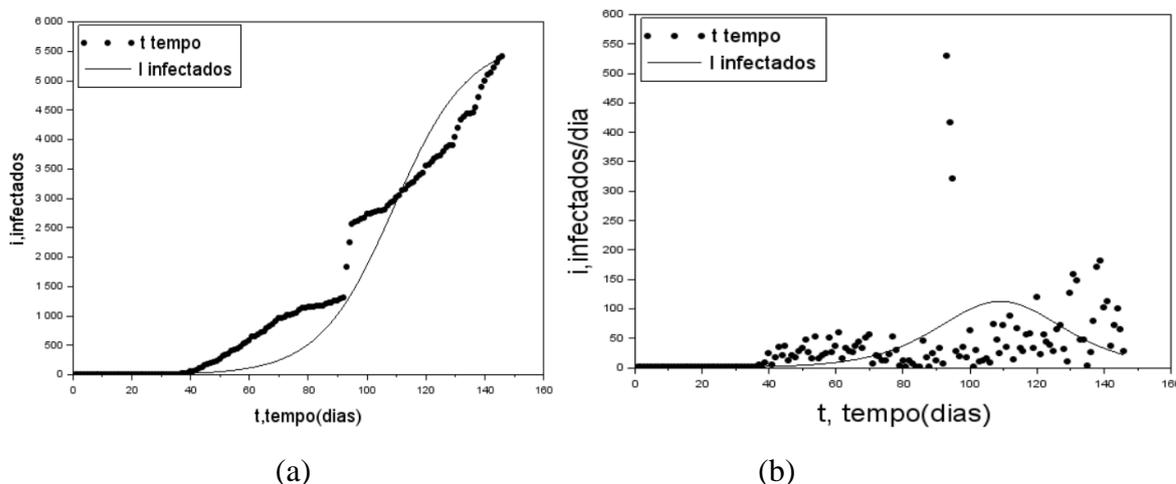
<sup>5</sup> O conteúdo de ajuste de curvas ainda não era de conhecimento dos alunos no momento. Esse fato não impediu de estudar o assunto do ponto de vista conceitual e entender a essência do Método de Procura em Rede, que sequer é ensinado tradicionalmente na Licenciatura. É verdade que essa digressão exige um tempo de estudo, mas permite uma formação inicial das ideias dos métodos numéricos na estrutura cognitiva dos alunos.

pontos de mudança abrupta do comportamento dos dados coletados da Figura (1a). Provavelmente, isso se deve a, ao menos, três fatores: (a) o registro de infectados é contabilizado no dia em que os exames chegam ao setor de estatística e assim não correspondem, necessariamente, ao dia de infecção.

Dessa forma (principalmente nos finais de semana) podem ser contabilizados em blocos de exames efetuados, provocando aumentos abruptos na variável; (b) mudanças nos protocolos de realização de exames, já que as técnicas podem sofrer aperfeiçoamentos ao longo do tempo, otimizando processos e tempos de execução; (c) a população muda o comportamento em relação a cuidados de assepsia (lavar as mãos, uso de máscaras, reduzir do contato social, por exemplo) e com isso evita a proliferação.

Ainda na Figura (1a), o comportamento da função  $I$  indica um ponto de inflexão próximo a  $t = 110$  dias, confirmado pelo ponto de máximo da Figura (1b). Isso levaria à conclusão que o ciclo entraria em regime de estabilidade próximo a esse tempo, seguido de queda na taxa de contaminação, o que não veio se confirmar, ao menos com essa intensidade. Ocorre que com as medidas de restrição ao contato social, a taxa de infestação diária (Figura 1b) pode formar um platô por um período de mais de um mês, impossível de ser contemplado pela geometria das funções  $I$  e  $D$ . Pode-se considerar que o modelo logístico descreve o comportamento geral dos dados.

Figura 1 – Funções Infectados ( $I$ ) e Taxa de infecção diária ( $D$ ).



Fonte: os autores.

As funções dos internados em enfermaria ( $E$ ) e internados em UTI ( $U$ ), foram obtidas considerando a hipótese de proporcionalidade com a função  $I$ , conforme sugere o procedimento (III), expressas pelas Equações (3) e (4), respectivamente.

$$E(t) = s \cdot I(t)$$

Equação (3)

$$U(t) = w \cdot I(t)$$

Equação (4)

Onde  $s$  e  $w$  são coeficientes de proporcionalidades.

Os coeficientes de proporcionalidade  $s$  e  $w$  foram obtidos fazendo a divisão dos dados das funções  $E$  e  $U$ , respectivamente, pelos dados em cada tempo da função  $I$  e escolhendo os valores daqueles coeficientes, que apresentam melhor correlação  $R^2$  (Equação (5)), mais próximo de 1 entre as funções e os dados coletados. Os resultados desses procedimentos, foram obtidos com um algoritmo desenvolvido em Scilab e são mostrados na Tabela 2.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\underline{X} - \hat{X}_i)^2}$$

Equação (5)

Onde  $R^2$  é o coeficiente de correlação;  $X$  é o valor ajustado da variável (nesse caso  $E$  ou  $U$ );  $\hat{X}$  é o dado coletado da variável e  $\underline{X}$  é a média dos dados coletados da variável e  $n$  é o número de dados coletados.

**Tabela 2: Parâmetros da Eq. (3) e Eq.(4) encontrados pelo método descrito anteriormente**

PARÂMETRO	VALORES
$W$	0.2627072
$S$	0.1571380

Fonte: Os autores.

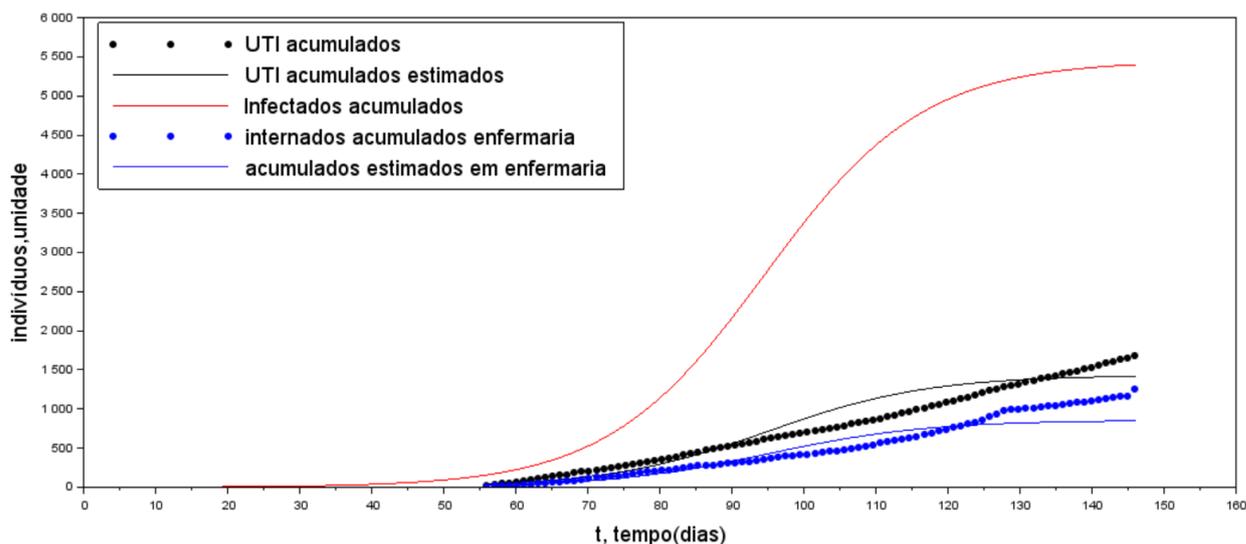
A hipótese de proporcionalidade entre as curvas das funções  $E$  e  $U$  e a função de infectados  $I$  (Equações 3 e 4) supõe que as internações ocorram no mesmo instante (dia) da infecção, o que não ocorre na realidade. Por esse motivo, foi considerado um deslocamento das funções  $E$  e  $U$  em relação a  $I$ <sup>6</sup>, de tal forma que os primeiros pontos das primeiras

<sup>6</sup> O deslocamento de curvas consiste em transladar curvas horizontal ou verticalmente. Nesse caso foi implementado um traslado horizontal, subtraindo a diferença de tempo entre o primeiro infectado e o primeiro internado. A translação de funções é um conteúdo estudado nas primeiras disciplinas da licenciatura, que em regra os alunos não lhe dão muita importância. Na modelagem desenvolvida constituiu-se em uma técnica decisiva para aperfeiçoar o modelo.

coincidissem com os dias em que os primeiros internados em cada modalidade foram registrados.

A Figura 2 apresenta as funções de infectados  $I$ , internados em enfermaria  $E$  de tratamento intensivo  $U$  acumulados. Observa-se que a hipótese de proporcionalidade entre estas curvas têm sentido, ao menos para períodos de tempo próximos de um mês.

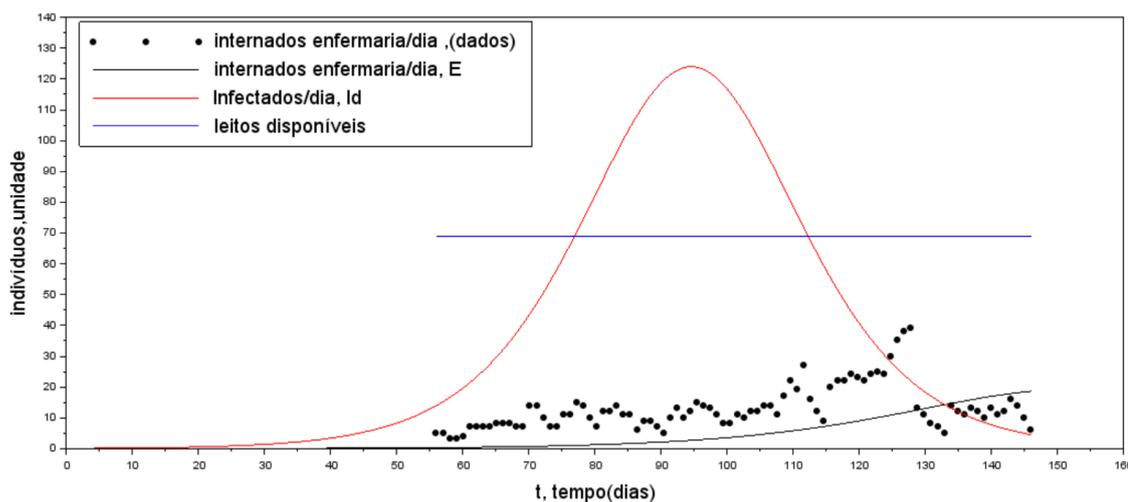
**Figura 2 – Curva de internados em enfermaria e em UTI acumulados.**



Fonte: os autores.

Na figura 3 pode-se observar a curva de infectados por dia (taxa de infestação, função  $D$ ) apresentando um ponto de máximo (pico) característico dos processos de contaminação por vírus. Antes do pico a taxa cresce exponencialmente, porém, na medida que o número de infectados aumenta e adquire imunidade, a curva atenua o crescimento até estacionar e iniciar o processo de decrescimento. A altura do pico ( $D_{max}$ ) é o dado mais importante para o controle da assistência médica da população. Quanto menor for  $D_{max}$ , menos leitos de hospitais, medicamentos, médicos e enfermeiros deverão ser mobilizados e ainda, menores serão os gastos com a pandemia. Assim, para além das questões econômicas, o objetivo principal do controle do pico da curva  $D$  é evitar a morte de pessoas por falta de atendimento médico. Esse controle pode ser implementado com medidas de restrição do convívio social e/ou vacinas.

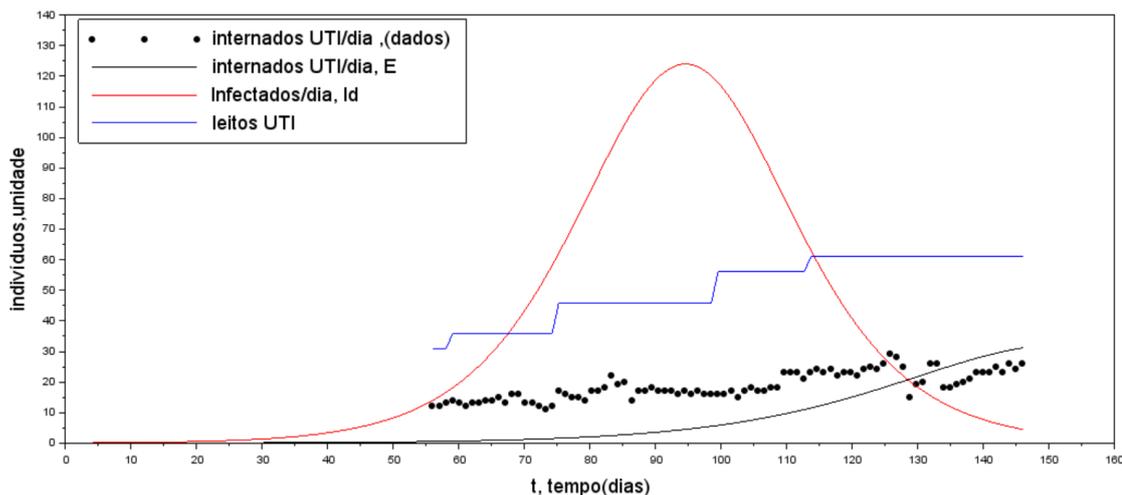
**Figura 3 – Taxa de infectados e internados em enfermaria por dia.**



Fonte: os autores.

Com essa dependência estabelecida entre as curvas de infectados, internados em enfermaria e UTI foi possível estabelecer previsões a respeito do possível número de internados em um futuro próximo, e com isso contribuir com a decisão sobre a tomada de medidas preventivas sobre o comportamento social da população. Na Figura 4 são apresentadas as funções  $D$ ,  $U$ , os dados de internados em UTI e capacidade hospitalar de UTI. A simulação da função  $U$  com as hipóteses do modelo, permitem projetar a demanda de internação nessa modalidade com antecedência suficiente para tomar decisões, tanto de aumentar o número de leitos, como de recomendar às autoridades medidas de restrição do contato social, tendo em vista a aproximação dessa função da capacidade máxima de internação. Considerar que os valores projetados de  $U$  devem ser menores do que 90% a capacidade de internação disponível na cidade para qualquer tempo é um critério razoável para recomendar aumento daquela capacidade e/ou de restringir o contato social da população. Na Figura 4 pode-se observar que a capacidade hospitalar internação em UTI foi aumentada durante o período em análise, permanecendo sempre superior ao número previsto pelo modelo, garantindo assim, uma margem segura de atendimento aos enfermos. Se fosse mantido o número de leitos em UTI do início do período, a cidade teria problemas de assistência médica.

**Figura 4 –Taxa de infestação, internação em UTI e capacidade hospitalar.**



Fonte: os autores.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo desenvolvido possibilita realizar previsões de possíveis cenários futuros, desse modo, a projeção do cenário auxilia estabelecer medidas preventivas ao combate da proliferação do vírus antes do sistema hospitalar entrar em colapso. Todavia, não é recomendado tentar prever para um tempo maior do que um mês, pois a quantidade de infectados varia de acordo com o comportamento da população.

O trabalho desenvolvido também beneficiou os estudantes envolvidos de diversas formas, revisando conteúdos estudados na disciplina de Cálculo A (derivadas), auxiliando na aprendizagem da disciplina de Cálculo B (integrois) que estava sendo cursada pelos acadêmicos e possibilitou uma introdução a conteúdos que ainda serão estudados.

Com a modelagem os acadêmicos vivenciaram a aplicação da matemática de forma detalhada em um fenômeno associado à realidade, investigando o problema, elaborando hipóteses, coletando dados, solucionando problemas propostos, desenvolvendo o modelo, discutindo resultados e seu significado no mundo real. Além disso, os estudantes tiveram a primeira experiência em escrever artigos e também breve contato com a pesquisa. Assim, como diz Bassanezi, a modelagem “garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática”. (BASSANEZI, 2002)

### REFERÊNCIAS

BARROZO, Sidineia. **Modelos Matemáticos no contexto da covid-19: uma abordagem didática**. 2020. 8 pg. (matemática, educação) - Centro de ciência de Araraquara, site do CCA.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BORGES, P. A. P. ; CERVI, A. ; VIONE, M.T. **Determinação dos parâmetros da equação de Van Genutchen usando problema inverso em um problema de evaporação**. In: VIII ERMAC 2008, Pelotas, v. 1. p. 23-30, 2008.

Prefeitura municipal de Chapecó. **Boletins Epidemiológicos**. 2020. Disponível em: <https://www.chapeco.sc.gov.br/documentos/54/documentoCategoria>. Acesso em: 20/09/2020.

ZILL, D. G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2003.