



I FÓRUM CATARINENSE DAS LICENCIATURAS QUE FORMAM PROFESSORES QUE ENSINAM

M A T E M Á T I C A

A GEOMETRIA FRACTAL E SUAS APLICAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM ESTUDO BIBLIOGRÁFICO¹

Guilherme da Luz Camilo, UNESC, guilhermecamiloo@gmail.com

Danielly Vitória, UNESC, daniellyvitorio2807@outlook.com

Fátima Victória Hlebania de Oliveira, UNESC, fahlebania@hotmail.com

Elisa Netto Zanette, UNESC, enz@unesc.net

Resumo: Apresentam-se neste trabalho os resultados da pesquisa bibliográfica desenvolvida em 2019, como uma das ações do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) no subprojeto Matemática da UNESC (Universidade do Extremo Sul Catarinense). Identificar quais conceitos matemáticos emergem nos estudos com fractais, direcionou o presente trabalho com o objetivo de investigar teoricamente, as aplicações dos fractais na elaboração de conceitos matemáticos na Educação Básica. A pesquisa visou subsidiar o planejamento de aulas utilizando fractais com o intuito propositivo de metodologias que possibilitassem instigar nos alunos a curiosidade e interesse em apropriar-se dos conceitos a serem trabalhados, no âmbito do PIBID. A Geometria Fractal é o campo da matemática que estuda as propriedades e comportamento de objetos denominados fractais. O nome fractal vem do latim *fractus* que indica quebra, fragmento. Historicamente, há registros de formas com padrões fractais muito antigas (OLIVEIRA, 2016), entretanto sua formalização ocorreu somente em 1978, por Benoit Mandelbrot (1924–2010), matemático francês, pioneiro no estudo dos fractais (SILVA, 2016). Os fractais são formas geométricas abstratas com padrões complexos que se repetem infinitamente, mesmo limitados a uma área. Assim, o fractal é um conjunto de formas, que ao aproximá-las é possível visualizar várias repetições. Moreira (2003) afirma que, as principais propriedades que definem um fractal, são: a autossimilaridade, a complexidade infinita e a dimensão espacial fracionária. Segundo Paula e Souza (2017), ao tomar um trecho do fractal, percebe-se que tal trecho é

¹ Trabalho submetido ao GD III: O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), Residência Pedagógica (RP) e outros programas: articulações entre o ensino, a pesquisa e a extensão.



I FÓRUM CATARINENSE DAS LICENCIATURAS QUE FORMAM PROFESSORES QUE ENSINAM

M A T E M Á T I C A

semelhante ao fractal, apenas com uma redução na escala, do tamanho original. Tem-se então a propriedade da autossimilaridade. As formas geométricas complexas e irregulares dos fractais, caracterizam a complexidade infinita e a dimensão espacial fracionária. Existem fractais com dimensão inteira, como ocorre na geometria euclidiana, entretanto, em sua maioria são números reais não inteiros. “O significado desse valor é dizer o quão densamente uma curva Fractal ocupa o plano, ou, quanto um sólido Fractal ocupa o espaço em que ele existe” (DALPIAZ, 2016, p.47). Capra (2006) descreve que é possível entender a ideia de dimensão com o exemplo de uma linha reta e outra denteada, em que as dimensões são um e um pouco mais que um, respectivamente, pois quanto mais quebrada for a linha, mais preencherá um plano se aproximando a dois. Igualmente, um pedaço de papel amassado tem dimensão maior que a de um plano, que possui dimensão dois, porém menor que a de uma esfera, que tem dimensão três. Sendo assim, quanto mais compactada estiver, mais próxima a dimensão três estará. A construção dos fractais ocorre por processos iterativos que podem ser: geométricos e algébricos (não-lineares). Os geométricos repetem padrões, continuamente. Os fractais algébricos (não-lineares) são aqueles que mantêm a simetria de escala, porém a transformação é imprevisível e geralmente, são construídos em computador (DIESEL, *et al.*, 2017). Barbosa (2005) afirma que a inserção da Geometria Fractal na sala de aula se justifica por possibilitar conexões com várias ciências e responder a limitação da Geometria Euclidiana para os estudos de formas da natureza mais complexas. Além disso, a construção de fractais é instigante e tende a despertar a curiosidade nos processos iterativos. Investigando quais conceitos matemáticos e estratégias são recorrentes nos trabalhos sobre fractais, verificou-se que os mais citados são: validação de dados com o uso de tabelas de valores; estudo de proporção; contagem; sequências; progressões geométricas; potenciação; elaboração de modelos matemáticos; criação de algoritmos; relações de grandezas; funções; funções exponenciais, logaritmos, figuras bidimensionais e tridimensionais, relações entre figuras geométricas, segmentos de reta, ponto médio, mediana, altura, ângulos de triângulo, análise de limite dessas grandezas; cálculo de áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente e volume. (SALLUM, 2005; CADAR, DUTENHEFNER,



I FÓRUM CATARINENSE DAS LICENCIATURAS QUE FORMAM PROFESSORES QUE ENSINAM

M A T E M Á T I C A

2015; PAULA, SOUZA, 2017). A maior parte dos estudos matemáticos em fractais concentram-se no ensino médio. O mesmo foi observado nas dissertações do PROFMAT (CAPES, 2019). Verificou-se que, das vinte e nove dissertações sobre o tema, publicadas entre 2013-2019, em sua maioria, concentram-se no ensino médio e o software matemático Geogebra é o mais utilizado para a construção dos fractais. Sallum (2005) cita que, a introdução de fractais no ensino médio, propicia a oportunidade de trabalhar com processos iterativos e com isso desenvolver conceitos e figuras com complexidade crescente. Dentre os fractais estudados, destaca-se o Triângulo de Sierpinski, citado na maior parte dos trabalhos investigados, relacionados a vivências pedagógicas no ensino básico. Para a construção de mesmo se faz necessário a compreensão de conceitos referentes a um triângulo. Para Cadar e Dutenhfner (2015, p.18), “segmentos de reta que unem três pontos não colineares A, B e C formam um triângulo”. Estes, podem ser classificados quanto ao comprimento dos lados e quanto às medidas de seus ângulos. O Triângulo de Sierpinski é um fractal geométrico construído a partir de um triângulo equilátero. Em seguida, “toma-se os pontos médios de cada lado do triângulo e a partir deles constrói-se quatro triângulos equiláteros, retirando o triângulo central” e, assim, sucessivamente (PAULA, SOUZA, 2017, p. 141). Analisando o fractal em suas três primeiras iterações, pode-se construir uma tabela com dados referentes a variação da quantidade de triângulos conforme o número de iterações efetuadas, perímetro, área, entre outros. O processo de criação da tabela, potencializa a compreensão pelos alunos do conceito de potência que, segundo Caraça (1951, p.19) “define-se como um produto de fatores iguais” e, é indicada por “ a^n ”, com um número “a”, que chamamos de base, elevado a um número “n”, nomeado de expoente. Sua apresentação e definição, ocorrem a partir da análise de uma multiplicação ou relacionada à teoria dos conjuntos. Como abordagem diferenciada de potenciação, na construção do Triângulo de Sierpinski, por exemplo, são estabelecidas relações entre quantidade de triângulos internos obtidos, a partir do primeiro, nas “n” iterações que podem ser escritas como potência $(3)^n$. A sequência obtida (1, 3, 9, 27...) é uma Progressão Geométrica (PG) de razão 3. As progressões geométricas são sequências numéricas em que cada termo, partindo do segundo, é o resultado da multiplicação do



I FÓRUM CATARINENSE DAS LICENCIATURAS QUE FORMAM PROFESSORES QUE ENSINAM

M A T E M Á T I C A

termo anterior por uma constante chamada razão “q”. Deste modo é possível determinar a quantidade de triângulos que o fractal terá em “n” iterações por meio da fórmula do termo geral da PG: $a_n = a_1 \times q^{n-1}$, sendo “a₁” o primeiro termo. Observando a sequência numérica em construção, logo vem à tona duas questões: até onde será possível iterar? Qual a quantidade máxima de triângulos? Assim o conceito de limite pode ser explicado, pela característica da extensão infinita dos mesmos. Com base nos resultados da pesquisa, conclui-se que, diversos conceitos matemáticos podem ser desenvolvidos na Educação Básica com o uso de fractais, que constituem um campo da geometria não convencional, de forma interativa. Com isso, tem-se que é possível promover metodologias de aula diferenciadas no âmbito do PIBID, com o uso de fractais que possibilitem aos alunos, apropriar-se dos conceitos matemáticos envolvidos. Além disso, durante a experiência vivenciada como pibidianos, o estudo contribuiu no interesse, enquanto futuros professores de Matemática, em continuar as pesquisas sobre as produções científicas na área. As mesmas buscam promover a melhoria das propostas de aula e ampliam a compreensão sobre conceitos matemáticos na perspectiva algébrica, aritmética e geométrica, visando à formação continuada para a docência.

Palavras-chave: Geometria Fractal; Conceitos Matemáticos; PIBID.

Referências:

BARBOSA, R. M. **Descobrendo a Geometria Fractal para a Sala de Aula**. BH: Autêntica Editora. 2005.

CADAR, L.; DUTENHEFNER, F. **Encontros de Geometria** – P. 1. RJ: IMPA, 2015.

CAPRA, F. **A Teia da Vida**: Uma nova compreensão científica dos sistemas vivos. SP: Editora Pensamento - Cultrix, 2006.

CAPES/PROFMAT. **Dissertações**. Disponível em: <http://www.profmatsbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 10 Mar 2019.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 1ª ed. Lisboa: LSCE, 1951.



I FÓRUM CATARINENSE DAS LICENCIATURAS QUE FORMAM PROFESSORES QUE ENSINAM

MATEMÁTICA

DALPIAZ, M. R. D. **Um estudo sobre fractais:** origem e proposta didática para aplicação em sala de aula. UTFPR. PROFMAT, PR, 2016.

DIESEL, A.; BALDEZ, A. L. S.; MARTINS, S. N. **Os princípios das metodologias ativas de ensino:** uma abordagem teórica. Revista Thema. Ciências Humanas. V.14, n.1, p.268-288. RS: UNIVATES. 2017.

MOREIRA, I. C. **Fractais.** Complexidade e Caos. RJ: Editora UFRJ/ COPEA. 2003.

OLIVEIRA, G. J. C. de. **Ensaio fractais à luz do ensino médio.** UFAL. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. AL, 2016.

PAULA, C.E.S.; SOUZA, T.M.R. **Uma abordagem da geometria fractal para o ensino médio.** Revista Eletrônica Paulista de Matemática, SP, v. 10, p. 135-148, 2017.

SALLUM, É. M. **Fractais no ensino médio.** Revista do Professor de Matemática. Nº 57, 2º quadrimestre, 2005.

SILVA, J.B. **Fractal:** A Geometria da Natureza Aplicada no Ensino Médio no Ensino de Física. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais. UFMT, 2016.

Fontes Financiadoras:

CAPES/PIBID/UNESC