XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática
ISSN: 2176-0489
MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A ESCOLA BRASILEIRA: ATUALIDADE E PERSPECTIVAS
Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG ● 14 a 16 de novembro de 2019 ● Belo Horizonte, MG

REGRAS, CONVENÇÕES E O USO DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Universidade Estadual do Norte do Paraná
barbara.palharini@uenp.edu.br

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

Resumo

Neste texto, resultados de uma pesquisa acerca dos usos da matemática em Modelagem Matemática são abordados, especificamente no que tange à consideração da Modelagem Matemática sob o ponto de vista filosófico associado ao pragmatismo e à filosofia de Wittgenstein. O objetivo do artigo reside na investigação do uso de regras e convenções matemáticas no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para fomentar as discussões em torno do uso de regras e de convenções matemáticas em atividades de modelagem matemática, dados foram coletados com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática e possibilitaram uma análise qualitativa interpretativa com base nos elementos da Modelagem Matemática e da Filosofia da Linguagem de Wittgenstein. O processo analítico, tendo por base conceitos da filosofia de Wittgenstein, indica o uso de regras e convenções como meio de articular situações da "realidade" e da matemática por meio da Modelagem Matemática, e neste interim uma concepção pragmática para os usos da matemática emerge na articulação proporcionada pela Modelagem Matemática, entre linguagem e mundo, entre o convencionalismo matemático e sua interpretação e uso nas situações modeladas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Wittgenstein; Pragmatismo.

Introdução

De modo geral, a Modelagem Matemática pode ser entendida como um meio de solucionar problemas ditos "reais" por meio da matemática, e em situações de ensino e aprendizagem tais problemas estão associados ao cotidiano dos alunos (BASSANEZI, 2002; ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012). Uma atividade de modelagem matemática contempla em si uma problemática e diferentes temáticas podem ser analisadas tendo como instrumento de análise os conceitos matemáticos, seus recursos e técnicas específicas da linguagem matemática.

Relações entre linguagem e mundo emergem quando *linguagem matemática* e *fenômenos do cotidiano* se relacionam no trabalho dos modeladores[1]. Neste contexto um

[1] Pautamos a reflexão entre linguagem e mundo na filosofia Wittgensteiniana expressa na obra Investigações Filosóficas (WITTGENSTEIN, 2012), em que a relação entre estes conceitos se dão exclusivamente no campo

ISSN: 2176-0489

processo de tradução entre a linguagem natural e a linguagem matemática é necessário e o *caminhar* dos alunos entre diferentes *jogos de linguagem* se faz necessário (SOUSA, 2017).

Com vistas à abordagem dos conceitos de *seguir regras*, *convencionalismo* e estudo de fenômenos a partir da filosofia da linguagem de Wittgenstein, temos por objetivo investigar o uso de regras e convenções matemáticas no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. O artigo está delineado de modo a contemplar um posicionamento acerca de Modelagem Matemática na Educação Matemática, o *seguir regras* na filosofia de Wittgenstein, os aspectos metodológicos da pesquisa, uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com alunos e a análise qualitativa interpretativa com vistas ao referencial teórico adotado na pesquisa.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA INTERLOCUÇÃO ENTRE LINGUAGEM E MUNDO

Modelos matemáticos são utilizados, de modo geral, em diferentes áreas da ciência. Modelos clássicos descrevem dinâmicas populacionais, auxiliam no estudo e na previsão de fenômenos de temperaturas, e na inteiração entre espécies biológicas. Essa interlocução entre a linguagem matemática e os fatos da natureza expressa uma das faces vislumbradas entre o relacionamento de *linguagem* e *mundo* quando nos deparamos com suas regras e especificidades. De modo geral, a investigação destes fenômenos não pode ser respondida apenas utilizando conceitos matemáticos, mas também não são passíveis de investigação sem recorrer aos artefatos matemáticos (NISS, 2015).

Galbraith (2012) indica que a pesquisa em Modelagem Matemática pode ser distinguida em dois gêneros, em que tais perspectivas poderiam ser acopladas, como conteúdo e como veículo:

> Modelagem como um "veículo", para introduzir um conteúdo curricular, bem como suas especificidades relacionadas, ou modelagem para capacitar os alunos a aprender e aplicar técnicas de modelagem para resolver problemas reais, relevantes em seu mundo – modelagem como "conteúdo". Faz-se justo permitir que ambos os gêneros de modelagem possam ser incluídos em alguns contextos educativos a fim de atingir metas complementares.
> [...] na tentativa de resolver problemas genuínos, novos conteúdos matemáticos podem surgir, do mesmo modo que os contextos do mundo real podem fornecer veículos legítimos para a introdução da Matemática desejada (GALBRAITH, 2012, p. 4-5, tradução nossa).

---

gramatical, sendo que *linguagem matemática* e *fenômenos do cotidiano* são, em suas especificidades, jogos de linguagem com gramáticas específicas.

ISSN: 2176-0489

Para falar sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática nos referimos, também, ao uso que dela fazemos em sala de aula. De modo geral, as pessoas – alunos, professores, matemáticos, entre outros – envolvidas com a Modelagem Matemática, se engajam em atividades em que precisam "formular uma situação-problema, decidir o que manter e o que ignorar na criação de um modelo idealizado, fazer uso de matemática na situação idealizada, e então decidir se os resultados fazem sentido face à situação original" (POLLAK, 2015, p. 267, tradução nossa).

As situações de ensino e de aprendizagem podem tomar como ponto de partida ações e comportamentos de alunos e professores em atividades de modelagem matemática. De modo geral, o uso de atividades de modelagem matemática se inicia com uma situação-problema que tem "em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial à possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática" (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 15). Estes autores indicam que no desenvolvimento da atividade, os modeladores se envolvem em um conjunto de procedimentos que podem ser expressos por meio de quatro fases, inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

Após a leitura da situação-problema por meio da matemática, é na fase de resolução que segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) ocorre o uso de regras matemáticas com vistas à elaboração de um modelo matemático para a situação matemática e para responder os questionamentos levantados na situação-problema. Um modelo matemático é, por nós, entendido como um conjunto de relações matemáticas que auxiliam o modelador a responder à situação matemática e à situação-problema inicial. Para Stillman, Brown e Geiger (2015, p. 95-96, tradução nossa) entram em cena os domínios da matemática:

> O domínio da Matemática inclui a elaboração do modelo matemático para a situação, questões matemáticas e artefatos matemáticos (por exemplo, gráficos e tabelas) utilizados na solução do modelo matemático. Resultados matemáticos (isto é, as respostas) devem, então, ser interpretadas em termos da situação idealizada e da situação real que estimulou a Modelagem (isto é, de volta para o domínio extra-matemático) (STILLMAN; BROWN; GEIGER, 2015, p. 95-96, tradução nossa).

Neste contexto, Bassanezi (2002) indica que "[...] a obtenção do modelo matemático, pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta, sem ambiguidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada" (BASSANEZI, 2002, p. 25).

Com vistas ao estudo das regras matemáticas utilizadas, em particular, no âmbito da fase de resolução, abordamos o conceito de seguir regras a partir da filosofia da linguagem de Wittgenstein.

ISSN: 2176-0489

REGRAS E CONVENÇÕES EM WITTGENSTEIN

Das atividades do cotidiano à aprendizagem dos diferentes domínios científicos, regras são necessárias para ordenar e auxiliar na organização da realidade. Muitas vezes, regras e convenções estão interiorizadas em nosso comportamento diário que o seguir regras se da de modo automático, sem termos consciência de que estamos fazendo isso.

Para Wittgenstein regras são advindas de acordos, convenções firmadas por determinada comunidade: "as palavras "acordo" e "regra" estão relacionadas, elas são primas. Os fenômenos relacionados a acordos e agir de acordo com uma regra ficam juntos" (WITTGENSTEIN, 1996, p. 344, tradução nossa). Segundo Wittgenstein (2013, § 85):

> Uma regra está aí como uma placa de orientação. – Ela não deixa em aberto nenhuma dúvida sobre o caminho que devo seguir? Mostra ela em que direção devo ir quando passo por ela: se seguindo a estrada, ou o caminho do campo, ou pelo meio do pasto? Mas onde está dito em qual sentido eu devo segui-la, se na direção da mão ou (p. ex.) na direção oposta? – E se ao invés de uma placa de orientação estivesse ali uma cadeia fechada de placas ou corressem traços de giz sobre o solo, - há apenas uma interpretação para eles? – Posso dizer, portanto, que a placa de orientação não deixa nenhuma dúvida em aberto. Ou antes: algumas vezes ela deixa uma dúvida em aberto, outras vezes não. E isto já não é mais uma proposição filosófica, mas uma proposição empírica.

De acordo com Silveira (2008, p. 5), em Matemática, o fato de empregar corretamente uma regra mostra que "compreendemos e intuímos seu sentido", e para cada contexto uma regra diferente pode ser necessária. *Seguir regras* é um procedimento gramatical, algo que se dá de acordo com as relações internas estabelecidas em determinado *jogo de linguagem:* "o resultado de formas de vida, de instituições e hábitos que podem transformar-se ou mesmo desaparecer, sendo substituídas por outras" (MORENO, 2003, p. 123).

Os contextos são necessários, pois as regras não carregam em si um significado, elas são, de acordo com o filósofo, condições de sentido, ou ainda, segundo Gottschalk (2008, p.81, grifos da autora) elas tem "a função de paradigmas, modelos que seguimos para dar sentido à nossa experiência empírica".

Assim, encaramos nesse texto o conceito de seguir uma regra como um jogo de linguagem com suas próprias especificidades, que pode ser descrito com base na análise das ações dos modeladores, e a partir do emprego correto das regras em diferentes situações de aprendizagem é possível, por exemplo, esboçar inferências acerca da apropriação linguística dos conceitos matemáticos.

Na perspectiva de Moreno (2003), o termo *gramática* advindo da filosofia wittgensteiniana pode ser entendido como o conjunto de usos que fazemos das palavras, os quais podem ser expressos sob a forma de um sistema de regras:

ISSN: 2176-0489

> É no interior desse conjunto de regras conceituais, as diferentes gramáticas, que são construídos os diversos sentidos da experiência, ou melhor, é de acordo com essas regras que construímos raciocínios, juízos, hipóteses, descrições e inferências ao combinarmos os conceitos, e que adquirimos, também, certezas e dúvidas. [...] Os conteúdos da experiência em geral são, nesse sentido, o resultado de um longo e complexo processo de apropriação linguística (MORENO, 2003, p. 116).

Para Souza (2012, p. 97) as asserções de Wittgenstein, com relação ao termo gramática, se referem aos "usos, com sentido, de uma determinada palavra. Assim, gramática das cores, por exemplo, refere-se aos usos que empregamos com sentido às palavras relativas às cores, como a própria palavra cor ou ainda, palavras relativas à tonalidade".

Para Gottschalk (2004) Wittgenstein não utiliza o termo gramática em seu sentido usual, mas sim para designar regras constitutivas da linguagem, bem como sua organização, ou seja, sua gramática profunda.

O *seguir regras* extrapola para o campo do ensino e da aprendizagem quando temos a intenção que o outro faça algo de acordo com as regras. De modo geral, a aprendizagem de regras em Matemática, pode ser relacionada à aprendizagem de uma técnica: "as palavras 'linguagem', 'proposição', 'ordem', 'regra', 'calcular', 'experimento', 'seguir uma regra' estão relacionadas a uma técnica, um costume" (WITTGENSTEIN, 1996, p. 346, tradução nossa).

Com vistas à investigação do uso de regras em atividades de modelagem matemática apresentamos os aspectos metodológicos da pesquisa, a atividade e a análise de dados.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste artigo apresentamos uma investigação em torno do uso de regras e de convenções matemáticas em atividades de modelagem matemática. Este artigo contempla resultados parciais de uma pesquisa com o foco nas interlocuções entre Modelagem Matemática e Filosofia da Linguagem, no período de 2013 aos dias atuais. Tendo como cenário principal a formação inicial de professores de Matemática, a pesquisa se caracteriza como qualitativa e versa sobre a questão da linguagem para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Nos debruçamos neste artigo à investigação do *seguir regras* em atividades de modelagem matemática a partir de dados coletados com alunos da disciplina de "Introdução à Modelagem Matemática", componente curricular do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública no norte do Paraná. A atividade de modelagem matemática "relação peso-comprimento de *Poecilia reticulata* nas cabeceiras do Ribeirão Cambé e Cafezal" foi desenvolvida pelos alunos desde a escolha do tema à comunicação final dos resultados e teve a professora da disciplina (primeira autora do artigo) como mediadora durante seu desenvolvimento.

ISSN: 2176-0489

Elementos da Modelagem Matemática e da Filosofia da Linguagem permitem, durante a análise de dados, esboçar uma análise qualitativa interpretativa, com vistas a reflexão acerca do uso de regras e de convenções matemáticas em atividades de modelagem matemática.

ANÁLISE DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Para fomentar o processo analítico trazemos ao texto a atividade de modelagem matemática "relação peso-comprimento de *Poecilia reticulata* nas cabeceiras do Ribeirão Cambé e Cafezal" desenvolvida por dois alunos do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública no contexto da disciplina de *Introdução à Modelagem Matemática*. Em uma parceria entre alunos do curso de Ciências Biológicas e de Matemática dados foram coletados referente variações morfológicas e alimentares em nível intraespecífico das populações de peixe da espécie *Poecilia reticulata* no Ribeirão Cambé, em diferentes pontos. Com o objetivo de determinar a relação peso-comprimento para a população de *Poecilia reticulata* nas cabeceiras do Ribeirão Cambé e Cafezal, os alunos investigaram o fenômeno para por fim estabelecer comparações entre os pontos de coleta.

Dados foram coletados com amostras em três bacias com diferentes condições de conservação ambiental que cortam o município de Londrina (PR) no sentido noroeste-sudoeste em direção ao rio Tibagi (Bacias do Ribeirão Cambé – maior impacto urbano; Cafezal – grau intermediário de impacto urbano; e Taquara – menor impacto urbano) (Quadro 1)[2]. A pesquisa dos alunos contou com dados de 56 exemplares de *Poecilia reticulata*, provenientes de dois locais distintos das cabeceiras do Riberão Cambé e Cafezal denominados ponto 1 e ponto 2. Os peixes foram medidos com o uso de paquímetro digital em aproximação de milímetros (mm) e pesados (em gramas). O que delimita a definição de variáveis do problema.

Quadro 1 – Dados coletados.

Ponto 1				Ponto 2			
Peso	**Comprimento**	**Peso**	**Comprimento**	**Peso**	**Comprimento**	**Peso**	**Comprimento**
0,043	12	0,518	23,51	0,029	10,47	0,115	16,73
0,031	10,57	0,408	36,39	0,028	10,35	0,125	16,99
0,087	13,71	0,388	25,7	0,032	10,79	0,170	18,6
0,066	14,24	0,049	25,14	0,063	13,37	0,189	19,4
0,078	14,1	0,076	12,87	0,066	13,61	0,198	18,84
0,097	12,19	0,028	13,77	0,076	14,42	0,211	20,26
0,124	15,2	0,075	11,09	0,079	14,15	0,225	18,95
0,123	17,11	0,081	12,87	0,079	14,6	0,227	20,44
0,139	16,58	0,094	13,93	0,087	14,53	0,260	20,92

[2] O ponto 3 não foi analisado pelos alunos dada a dificuldade na coleta de dados na bacia, visto que a mesma se encontra entre bairros de periferia, e é utilizada pelos moradores da localidade para dessedentação de animais, contribuindo para a modificação e assoreamento das suas margens.

0,146	17,04	0,084	15,06	0,095	15,17	0,33	22,58
0,274	18,87	0,153	15,67	0,104	16,45	0,337	23,21
0,192	21,38	0,108	16,09	0,11	16,6		
0,264	20,06	0,105	16,91	0,111	16,76		
0,313	20,03	0,245	16,19	0,112	16,39		
0,354	23,12	0,278	20,73	0,114	16,12		

Fonte: registro dos alunos no desenvolvimento da atividade.

Os alunos relataram que ao investigar o fenômeno os biólogos indicaram que na coleta e análise de dados, uma das dificuldades estava no cálculo das *áreas das medidas lineares morfométricas.*

A consideração dos alunos acerca do problema está associada ao que Almeida, Silva e Vertuan (2012) indicam sobre uma situação problemática que tem o potencial de abarcar a cotidianidade externa à matemática, neste caso do domínio específico dos biólogos. Mas, a análise da situação é passível do uso da matemática para solução dos problemas nela contidos, como o cálculo das áreas das medidas lineares. Neste sentido, Niss (2015) indica duas vertentes na investigação de fenômenos, o uso da matemática e a importância da consideração dos aspectos extra-matemáticos.

Na investigação sobre a busca por um modelo matemático os alunos indicaram que:

[...] pensamos em utilizar do software Geogebra, entretanto o mesmo não se mostrou tão eficaz, pois teríamos que plotar peixe a peixe e efetuar os cálculos, tendo em vista a diferença de um peixe para o outro. Desta maneira não foi possível o desenvolvimento de um modelo, e acabamos por desistir da ideia. Outras ideias foram surgindo, sendo uma delas buscar uma relação entre os machos e as fêmeas da espécie em si. Por fim efetuamos pesquisas na literatura condicionadas a modelos matemáticos e peixes e encontramos o modelo de Von Bertalauffy o qual relaciona o crescimento do peixe em relação ao tempo (Registro escrito dos alunos).

Tendo por base o estudo teórico realizado, os dados coletados e as informações fornecidas pelo aluno do curso de Biologia, especificamente no que tange ao desenvolvimento biológico do tipo de peixe em estudo, os alunos formularam a hipótese: *o crescimento do peixe tende a um valor limitante, ou seja, quando este atinge a maioridade*; e definiram as variáveis: $p = peso$; $C = Comprimento$. Considerando os dados do ponto 2, disponíveis no Quadro1, a partir da hipótese formulada foi realizada a tradução para a linguagem matemática por meio de um modelo matemático que relaciona o comprimento do peixe em função de seu peso (Quadro 2).

A matematização da situação-problema indica a entrada no domínio da matemática e na fase de resolução, em que regras e convenções matemáticas são utilizadas e entra em cena o *seguir regras*. O Quadro 2 aborda a dedução do modelo matemático feita pelo grupo.

ISSN: 2176-0489

Quadro 2 – Dedução do modelo matemático pelo grupo.

Dedução do modelo matemático

$$C(p) = \frac{K}{be^{-\lambda p} + 1}$$

Em que K, b e $\lambda \epsilon \mathbb{R}$. Note que,

$$\lim_{p \to \infty} C(p) = \lim_{p \to \infty} \frac{K}{be^{-\lambda p} + 1} = \lim_{p \to \infty} \frac{K}{1} = K$$

Seja a sequência $C_n = \{10{,}35; 10{,}79; 13{,}37; \cdots; 23{,}21\}$ monótona e limitada e, portanto, convergente. Pelo método de Ford-Walford, existe uma função g tal que $C_{n+1} = g(C_n)$ e precisamos ajustar a função cujos pontos são (C_n, C_{n+1}).

C_n	C_{n+1}
20,92	22,58
22,58	23,21
23,21	

Método de Ford-Walford.
Fonte: os autores.

Para o ajuste $y_{i+1} = g(y_i)$ vamos tomar, duas retas do tipo $C_{n+1} = a \cdot C_n + b$. Portando teremos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} 22{,}58 = 20{,}92a + b \\ 23{,}21 = 22{,}58a + b \end{cases}$$

$$f(C_n) = 0{,}379518072a + 14{,}64048193$$
$$C^* = 0{,}379518072C^* + 14{,}64048193$$
$$K = 23{,}59$$

Utilizaremos o **método dos mínimos quadrados para o ajuste de uma reta**, para ajustar esta curva, para isto precisamos linearizar a função $C(p)$.

$$C(be^{-\lambda p} + 1) = K \qquad \ln\left(\frac{C}{K - C}\right) = \ln\frac{1}{b} + \lambda p$$

Realizando uma substituição temos que

$$z = \ln\left(\frac{C}{K - C}\right)$$
$$B = \ln\frac{1}{b}$$

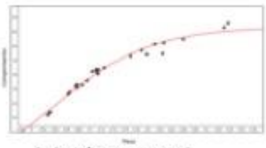
z	*peso*	*Comprimento*
0,897670421	0,111	16,76
4,112167247	0,337	23,21

Portanto, $z = B + \lambda p$.

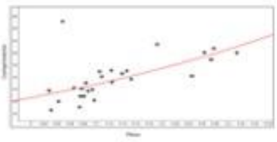
O que resulta no modelo: $C(p) = \dfrac{23{,}59}{1{,}976111682 * e^{-14{,}22343728p} + 1}$

Peso	Comprimento	Comprimento modelado	$\lvert Erro \rvert$
0,029	10,47	10,22008903	0,25
0,095	15,17	15,60536357	0,43
0,189	19,4	20,7955123	1,39
0,337	23,21	23,21	0

Validação do modelo para o ponto 2.
Fonte: os autores.



Dados referente ao ponto 2.



Dados referente ao ponto 1.

Fonte: registro dos alunos no desenvolvimento da atividade.

Por meio do modelo matemático $C(t)$, os alunos consideraram obter uma boa relação entre o peso e comprimento dos peixes nos dois pontos de coleta, embora o modelo foi simplificado, tendo em vista que para uma análise mais detalhada dos dados do ponto 1 seria necessário considerar outras variáveis. A partir da interpretação dos resultados matemáticos, a alimentação dos peixes foi considerada pelos alunos de suma importância para o crescimento deste tipo de peixe, o que diferiu devido a distinção de habitats, por exemplo, no ponto 2 foi registrada maior diversidade de itens alimentares em relação ao ponto 1. Em decorrência, alguns indivíduos do ponto 2 começaram a selecionar melhor seus recursos alimentares, justamente por alguns indivíduos adiantarem seus episódios reprodutivos, ou seja, atingirem a maturação sexual mais cedo, proporcionando melhor seleção de presas com maior qualidade nutricional.

Com relação aos usos da Matemática, as regras utilizadas, estão associadas à ajuste de curvas, o método de Ford Walford, e o método dos mínimos quadrados. Os alunos utilizaram o método de Ford Walford para o cálculo do valor assintótico e o método dos mínimos quadrados, ambos com detalhes disponíveis em Bassanezi (2002). Tais métodos são caracterizados por regras matemáticas que permitem, a partir de um conjunto de dados reais, descrever determinados comportamentos associados aos fenômenos da realidade. Na disciplina de “Introdução à Modelagem Matemática” os alunos haviam tido contato com técnicas de modelagem com o uso do Método de Ford Walford e técnicas de ajuste de curvas. A aprendizagem de regras é colocada por Wittgenstein (2013; 1996) como a aprendizagem de

ISSN: 2176-0489

uma lei de formação, a aprendizagem de um jogo de linguagem, cujas especificidades, neste caso, está na interpretação de fenômenos por meio da matemática. Trazemos à tona as palavras de Gottschalk (2008, p. 88) que indica que a essência de um conceito matemático é sua aplicação "[...] é no momento do uso do conceito que nos conectamos com toda sua gramática", em particular as regras do jogo de linguagem associado ao método de Ford Walford e ao método dos mínimos quadrados é colocada em prática na interpretação matemática do fenômeno.

E nesse jogo de linguagem os alunos relembram o uso de conceitos matemáticos já conhecidos – método dos mínimos quadrados - e aprendem as regras relacionadas ao uso de novo conceito matemático – método de Ford Walford – por meio da aplicação da técnica no contexto de determinação da relação peso-comprimento de Poecilia reticulata nas cabeceiras do Ribeirão Cambé e Cafezal. O uso das regras associados ao método, assim como a identificação do comportamento assintótico quando vislumbrado pelos alunos em diferentes contextos indica a mobilização do *seguir regras* e a apropriação linguística das mesmas a partir da interpretação do jogo de linguagem da situação-problema.

As construções gramaticais internas ao jogo de linguagem da Matemática são tidas para Wittgenstein como convenções firmadas na Matemática e ganham vida com a argumentação de Moreno (2003, p. 119): "as construções gramaticais não são objetivas e nem subjetivas [...] Estão ligadas, todavia, ao mundo natural pelo uso [...]", neste caso, o uso em atividades de modelagem matemática. O método de Ford Walford consiste na determinação do valor de estabilidade de um conjunto de dados e para tanto usa de construções gramaticais do jogo de linguagem da Matemática, como o uso de sequências de Cauchy, ou seja, $\{y_n\}$ se trata de uma sequência convergente, e há uma proposição no jogo de linguagem da Matemática que garante que "toda sequência convergente é de Cauchy". A interpretação realizada pelos alunos do método e a aplicação dessa construção gramatical face aos dados coletados nas duas bacias para os peixes *Poecilia reticulata* é detalhada no Quadro 2, em que ocorre a articulação entre a construção gramatical e sua aplicação no contexto do fenômeno.

É neste contexto que faz sentido pensar que as regras matemáticas estão associadas à objetividade dos símbolos e das operações em termos da linguagem matemática, como sinalizado por Bassanezi (2002). No entanto, é importante que tal objetividade seja considerada em sua gramática e ao uso que dela fazemos. A regra matemática serve como um paradigma utilizado para dar sentido à experiência dos alunos na investigação empírica sobre o fenômeno.

No contexto da atividade, o seguir regras está associado, assim, a modelos clássicos presentes em livros (por exemplo, Bassanezi, 2002), e indica uma interpretação para fenômenos de determinada natureza. Neste sentido, o simples uso da regra não denota a apropriação

ISSN: 2176-0489

linguística dos conceitos, mas isso se dá no uso interpretativo realizado pelos alunos, que indicam que, a finalização da atividade teve como ponto reflexivo que no modelo matemático foram consideradas apenas as variáveis peso e comprimento, tendo em vista que para uma melhor análise dos dados do ponto 1 seria necessário considerar outras variáveis. Mesmo com um modelo matemático simplificado, o mesmo foi possível para estimar o comprimento em relação ao peso do peixe estudado.

Neste sentido a relação entre a linguagem matemática e a linguagem do fenômeno é importante para estabelecer compreensões acerca do seguir regras em atividades de modelagem matemática, retomando o que Wittgenstein aborda "as palavras "acordo" e "regra" estão relacionadas, elas são primas. Os fenômenos relacionados a acordos e agir de acordo com uma regra ficam juntos" (WITTGENSTEIN, 1996) e o que Pollak (2015) sinaliza que é importante "então decidir se os resultados fazem sentido face à situação original" (POLLAK, 2015, p. 267).

PALAVRAS FINAIS

O processo analítico, tendo por base conceitos da filosofia de Wittgenstein, indica o uso de regras e convenções como meio de articular situações da *realidade* e da Matemática por meio da Modelagem Matemática, e neste interim indicam, ainda, uma concepção pragmática, dando vida à interlocução entre matemática e realidade, para os usos da matemática que emergem na articulação proporcionada pela Modelagem Matemática, entre o convencionalismo matemático e sua interpretação e uso nas situações modeladas.

O uso de regras, convenções e conceitos matemáticos se dá em atividades de modelagem matemática, de modo geral, na investigação dos fenômenos – os quais, como já sinalizado por Niss (2015), não podem ser respondidos apenas utilizando conceitos matemáticos. Para exemplificar tal modo de ver retomamos as palavras de Moreno (2003) quando o autor indica que as construções gramaticais não são em si objetivas ou subjetivas, mas são assim relacionadas pelos usos que delas fazemos. Em modelagem matemática, tal uso se dá quando tentamos abarcar a cotidianidade dos fenômenos com regras e convenções da Matemática em sua interpretação.

Ao entrarem em cena a mobilização de conceitos matemáticos para investigação dos fenômenos, o modelo matemático pode representar uma face do fenômeno em estudo por meio da linguagem matemática. E é em sua elaboração que um conjunto de relações matemáticas são colocadas em prática pelos alunos, no caso da atividade descrita neste artigo, resultados matemáticos sobre sequências, ponto de estabilidade de um conjunto de dados e técnicas de ajuste de curvas entram em cena. Os domínios da Matemática em atividades de modelagem

ISSN: 2176-0489

matemática descritos por Stillman, Brown e Geiger (2015) estão associados à elaboração de modelos matemáticos, ou ainda, a fase de resolução explicitada por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Neste contexto, ao desenvolver a atividade de modelagem matemática os alunos entraram em contato com conteúdos matemáticos já aprendidos nas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática e que estavam no escopo da disciplina em curso, como o método de Ford Walford. Vale destacar que a investigação da situação-problema se caracterizou, neste sentido, como um veículo para a introdução e o uso de regras e convenções da Matemática, como sinalizado por Galbraith (2012). Quando a Modelagem Matemática se coloca como um veículo, mesmo o foco incidindo sobre os usos da Matemática, especificidades do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática como formular uma situação-problema, trabalhar com os dados coletados e decidir se os resultados fazem sentido face à situação, a negociação entre os sujeitos que a desenvolvem, os acordos sobre o tratamento dos dados, as hipóteses formuladas, bem como sobre como agir com as regras matemáticas *caminham* lado a lado.

Tais acordos estão associados ao que Wittgenstein (1996, 2013) denomina de *seguir regras* e da necessidade dos contextos de uso para exemplificar o emprego de uma regra e o sentido da mesma nas diferentes situações. O emprego correto da regra depende assim de seu contexto de uso e, como um procedimento gramatical, as regras se colocam como condição de sentido para nossas experiências.

Este artigo se insere, assim, nas reflexões que ponderam sobre o debate sobre a questão da linguagem para o ensino e a aprendizagem da matemática. Um dos modos de ver a aprendizagem em matemática está associado à apropriação linguística de regras e proposições, bem como ao seu uso em diferentes contextos, e neste interim nos dedicamos à investigação do uso de regras e convenções no jogo de linguagem da Matemática, trazendo à tona uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por alunos para enriquecer a discussão teórica e filosófica. No que tange à investigação, um dos desdobramentos da pesquisa está associado aos usos da linguagem na fase da atividade de modelagem matemática “interpretação de dados e validação de resultados”, descrita por Almeida, Silva e Vertuan (2012), em particular no que

ISSN: 2176-0489

tange ao uso dos modelos matemáticos específicos das atividades e sua articulação com a sistematização de conceitos matemáticos.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA. K. P.; VERTUAN, R. E. **A modelagem matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo, SP: Contexto, 2002.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. In: **Journal of Mathematical Modelling and Applications**. v, 1, n. 5, 3-16, 2012.

GOTTSCHALK, C. M. C. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Caderno de História e Filosofia da Ciência**. Campinas, SP, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul.-dez. 2004.

GOTTSCHALK, C. M. A transmissão e produção do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos Cedes**, Campinas, v.28, n.74, pp.75-96, jan./abr. 2008.

MORENO, A. R. Descrição fenomenológica e descrição gramatical – ideias para uma pragmática filosófica. **Revista olhar**. Ano 4, n. 7, p. 93-139, jul-dez, 2003.

NISS, M. Prescriptive Modelling – Challenges and Opportunities. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 67-80, 2015.

SILVEIRA, M. R. A. Aplicação e interpretação de regras matemáticas. **Educação Matemática Pesquisa,** São Paulo, v.10, n.1, p. 93-113, 2008.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 265-276, 2015.

SOUSA, B. N. P. **A matemática em atividades de modelagem matemática**: uma perspectiva wittgensteiniana. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Londrina, Paraná, 2017.

SOUZA, E. G. **A aprendizagem matemática na modelagem matemática**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física. Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P.; GEIGER, V. Facilitating Mathematisation in Modelling by Beginning Modellers in Secondary School In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 93-104, 2015.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.

ISSN: 2176-0489

WITTGENSTEIN, L. **Remarks on the foundations of mathematics**. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts; London, England, 1996.