

ISSN: 2176-0489

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A ESCOLA BRASILEIRA: ATUALIDADE E PERSPECTIVAS

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG ● 14 a 16 de novembro de 2019 ● Belo Horizonte, MG

# MODELAGEM MATEMÁTICA E JOGOS: ARTICULAÇÕES E POSSIBILIDADES PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

Gustavo Henrique Zanette Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR-TD ghenrique35@gmail.com

Emerson Tortola Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR-TD emersontortola@utfpr.edu.br

#### RESUMO

Neste trabalho questionamos quais temas podem constituir a realidade ou o cotidiano em atividades de modelagem matemática, com intuito de fomentar a inserção dos jogos nesse leque de possibilidades. Para isso, analisamos o potencial de um jogo como desencadeador de atividades de modelagem no Ensino Fundamental, ou seja, quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo. O jogo analisado é o Hay Day, um jogo para dispositivos móveis com a temática fazenda, no qual o jogador tem como objetivo expandir sua fazenda e deixá-la cada vez mais produtiva. A análise revelou que o jogo pode desencadear debates que vão desde a compreensão de sua dinâmica – como é determinado o preço máximo de venda – até o auxílio na tomada de decisões e atitudes em relação aos objetivos a cumprir – em qual produto investir. Esses debates abarcam discussões matemáticas que podem ser empreendidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental associadas à multiplicação, divisão, números racionais, razão, proporção, equações, funções, etc. Além disso, ressaltamos o potencial engajamento dos alunos nas discussões, que podem se sentir motivados a coletar dados jogando e a determinar estratégias para atingir seus objetivos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Jogos; Ensino Fundamental.

# Introdução

É comum encontrarmos na literatura como entendimento para atividades de modelagem matemática, desenvolvidas na Educação Básica, a resolução de um problema real, associado à "realidade" e/ou ao "cotidiano" dos alunos (BURAK, 1992; KLUBER, 2010). Porém, com o advento da internet e a expansão das tecnologias digitais, o cotidiano dos alunos não é mais o mesmo que poucos anos atrás, se antes eles iam a feira, hoje eles jogam *Minecraft*, se antes brincavam na rua, hoje jogam *games online* com amigos. Diante desse fato nos questionamos sobre quais temas abordar em atividades de modelagem matemática, em particular com alunos do Ensino Fundamental.

Esse fato direciona nosso olhar para uma questão que é debatida com frequência na literatura, a respeito de quais temáticas podem ser consideradas como constituintes da realidade, ou do cotidiano, em uma atividade de modelagem matemática. Vários autores já se debruçaram

XICHMEM

Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

sobre o tema. Veleda (2010), por exemplo, investigou como a realidade é tratada em trabalhos que versam sobre modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática. Negrelli (2008) caracterizou a realidade de uma atividade de modelagem matemática em termos de uma realidade inicial e de uma realidade intermediária, sugerindo que atividades de modelagem matemática partem de temáticas associadas a essa realidade inicial, composta por elementos de natureza econômica, social, física, política, psicológica, etc., e perpassam por uma realidade intermediária que preserva características com a realidade inicial, mas encaminha a atividade para a abordagem matemática. Tortola, Robim e Almeida (2014), por sua vez, elaboraram compreensões a respeito do entendimento de matemática e de realidade em atividades de modelagem matemática a partir de uma perspectiva filosófica fundamentada na linguagem. Trata-se, entretanto, de um debate ainda aberto, mas que sinaliza a pluralidade de entendimentos e possibilidades para tratar a realidade em atividades de modelagem matemática.

Neste trabalho, portanto, questionamos quais temas podem constituir a realidade ou o cotidiano em atividades de modelagem matemática, com o intuito de fomentar a inserção dos jogos nesse leque de possibilidades. Para isso, analisamos neste artigo o potencial de um jogo como desencadeador de atividades de modelagem matemática, ou seja, quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo, como por exemplo o Hay Day.

Apresentamos inicialmente algumas considerações teóricas a respeito da modelagem matemática, na perspectiva da Educação Matemática, em seguida buscamos na literatura exemplos de temas que são tomados como ponto de partida para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, ou seja, que são entendidos pelos autores como constituintes da realidade. Por fim, propomos os jogos como uma possibilidade de tema para atividades de modelagem matemática e analisamos algumas possibilidades de abordagem para uma atividade de modelagem matemática com o jogo Hay Day.

## MODELAGEM MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A modelagem matemática é caracterizada no âmbito da Educação Matemática como uma atividade de cunho investigativo que busca resolver problemas provenientes de temas reais, não essencialmente matemáticos, por meio do uso da matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Nesse contexto, Barbosa (2004) argumenta que a modelagem matemática, em linhas gerais, está associada a duas características, a problematização e a investigação. A primeira diz respeito ao questionamento de temas, ao levantamento e/ou criação de situações-problema; já



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

a segunda diz respeito ao aceite de estudar, analisar e compreender uma determinada situaçãoproblema. Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17), por sua vez, chamam atenção além dessas duas características, para a matemática e a análise interpretativa como "elementos" de uma atividade de modelagem matemática, essas duas últimas no sentido de que a investigação citada por Barbosa (2004) se dará, principalmente - mas não exclusivamente -, usando técnicas e procedimentos matemáticos; e que os resultados obtidos deverão ser interpretados à luz da situação-problema inicial, que deu origem à investigação.

Com esses elementos/características, atividades de modelagem matemática assumem um caráter dinâmico e investigativo, colocando em destaque a busca do aluno por uma solução para o problema, incentivando atitudes proativas e tornando-o parceiro do professor nos processos de ensino e de aprendizagem.

Vale ressaltar que no âmbito educacional todo o encaminhamento empreendido pelo aluno em uma atividade de modelagem tem sua relevância e não apenas o resultado da investigação. Nesse sentido, é importante explorar além da matemática que surge, competências e habilidades necessárias para a formação matemática do sujeito, como a coleta e a organização de dados, a formulação de hipóteses e a realização de simplificações, a definição de estratégias e o emprego de métodos e técnicas de resolução e interpretação de problemas, a produção e a validação de modelos matemáticos; para além de fomentar discussões associadas à situação que deu origem ao problema, atribuindo um caráter crítico à atividade (ARAÚJO, 2009).

Atividades de modelagem matemática, portanto, são propostas na literatura como alternativa às práticas pedagógicas tradicionais (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), particularmente as que se alinham ao paradigma do exercício, no qual o professor expõe o conteúdo, resolve exemplos no quadro e solicita que os alunos resolvam exercícios, cuja resolução fundamenta-se no uso de estratégias e técnicas semelhantes (SKOVSMOSE, 2000). Atividades de modelagem matemática surgem como um meio de dinamizar as aulas, buscando discutir matemática a partir do estudo e resolução de problemas, de modo que o conhecimento matemático vai sendo sistematizado conforme os encaminhamentos que se dá para a atividade.

# QUAIS TEMAS CONSTITUEM A REALIDADE EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA?

Tortola (2016) descreve em seu estudo cinco diferentes realidades associadas ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, são elas:

Cotidianas: emergem de situações oriundas do cotidiano, de atividades corriqueiras, i. como as que fazemos em casa, por exemplo, como o trabalho relatado por Almeida,



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Éscola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

Silva e Vertuan (2012), em que seus alunos estudam quanto tempo um pacote de pipoca precisa ficar no micro-ondas para que todas as pipocas estourem.

- ii. **Não cotidianas:** surgem de questionamentos sobre assuntos que podem não fazer parte do cotidiano dos alunos, porém lhes causam interesse, como a atividade desenvolvida por Blum (2012), na qual estuda qual seria o tamanho de uma pessoa que utilizaria uma ferramenta (picareta) que é um monumento histórico da cidade de Oldenburg.
- iii. **Matemáticas:** provenientes de estudos matemáticos, realizados em ambientes ideias como é o caso do estudo do lançamento de um projétil qualquer e o estudo de sua trajetória assumindo algumas informações sem necessariamente tomar dados de um evento específico, como apresentam Cifuentes e Negrelli (2011).
- iv. **Mundo cibernético:** Situações nas quais o estudo do fenômeno parte da utilização do computador, ou de aplicativos, para viabilizar a coleta de dados, como foi feito no trabalho de Dalla Vecchia e Maltempi (2012), cujos alunos utilizaram softwares para conseguir coletar dados do movimento de uma corda.
- v. **Situações hipotéticas:** cujo fenômeno estudado é hipotético. Wooley (2014), por exemplo, investiga a temática de um apocalipse zumbi e modela o tempo que um indivíduo conseguiria sobreviver nessa realidade hipotética, porém sem simular dados.

Esses trabalhos sinalizam o uso de diferentes "realidades" para o desenvolvimento atividades de modelagem matemática, colocando em xeque a exclusividade de algumas temáticas associadas ao cotidiano, como tomar banho, fazer compras ou se alimentar, possibilitando uma ampliação no leque de possibilidades de temas a se explorar. É nesse contexto que propomos os jogos como possibilidades de temas para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

# O USO DE JOGOS COMO TEMA PARA ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Os jogos na atualidade trazem um nível de imersão e engajamento sem precedentes, hoje eles deixam de ser apenas entretenimento e se tornam produtos de mídia (ROIG et. al, 2009), contam suas histórias e criam suas realidades. Nesse contexto os jogos podem trazer diversos problemas e situações investigativas que podem ser exploradas em atividades de modelagem matemática. Apesar dos jogos matemáticos apresentarem na literatura vários aspectos positivos com relação ao seu ensino e à aprendizagem dos alunos, nosso interesse nesse artigo está nos jogos espontâneos, especificamente nos jogos eletrônicos (ou *games*), aqueles que os alunos jogam por vontade própria e que frequentemente apresentam relatos de



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

suas aventuras e diversões em sala de aula. Afinal, se os alunos apresentam interesse nesses jogos e dedicam tanto tempo a eles, por que não os aproveitar para ensinar matemática?

Os jogos geralmente são compostos por algoritmos fechados, os quais são programados para funcionar sem falhas, logo nota-se que explorar esses algoritmos e utilizar a matemática por trás deles pode trazer vantagens ao jogador, uma vez que a produção de um modelo matemático para uma determinada situação do jogo, pode fornecer compreensões de como o jogo funciona auxiliando nas atitudes e tomadas de decisões otimizando o caminho até o cumprimento do objetivo do jogo.

Agora uma dúvida que surge é como desenvolvemos atividades de modelagem matemática a partir de um jogo? Isto é, quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo? Para responder essa questão, analisamos o jogo Hay Day, tecendo considerações no sentido de indicar direcionamentos para os aspectos citados na questão de pesquisa, de modo a viabilizar o seu desenvolvimento em sala de aula no Ensino Fundamental.

## UM JOGO, VÁRIAS ABORDAGENS

O Hay Day é um jogo para dispositivos móveis com a temática de fazenda, no qual o jogador tem como objetivo expandir sua fazenda e deixá-la cada vez mais produtiva. Uma das dinâmicas do jogo é a economia, pois os jogadores precisam de moedas para expandir seus negócios e a forma mais prática de conseguir moedas é vendendo itens para outros jogadores através da loja que o jogo disponibiliza (Figura 1).



Fonte: Dos autores.

Uma primeira discussão que pode ser feita com os alunos é sobre os preços dos itens, que podem ser negociados dentro de um intervalo estipulado pelo jogo. Ao acessarmos a loja,



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

o jogo sugere inicialmente um valor para cada item ser vendido, o qual chamamos de "preço de mercado" para identificá-lo, e permite que esse valor seja diminuído até 1 moeda ou aumentado até um limite de moedas determinado conforme o item, cujo valor chamamos de "preço máximo de venda". A figura 2 apresenta o preço de mercado e o preço máximo de venda para 10 unidades de cana de açúcar, de trigo e de pimenta.

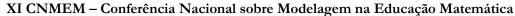
Figura 2 – Preço de mercado e Preço máximo de venda

Preço de mercado	Preço máximo de venda
<b>102</b>	<b>→</b> 10x <b>% →</b>
40 0	
<b>○</b> 1003 🌽 🕒	<b>○</b> 10x <i>∲</i>
	36 0
<del>0</del> 10x	<b>○</b> 10x <b>/</b>
	360 🕒

Fonte: Dos autores.

Ao compararmos os valores indicados na Figura 2 podemos questionar os alunos em relação a como o jogo estipula o preço máximo de venda a partir do preço de mercado. Observase de imediato que os preços são diferentes, dessa forma, é possível orientá-los a verificar se há algum padrão ou regularidade na determinação do preço máximo de venda, ou seja, se conseguimos dizer quantas vezes o preço máximo de venda é maior que o preço de mercado.

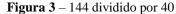
Para determinar essa quantidade de vezes, os alunos precisam pensar em quantas vezes o preço de mercado "cabe" no preço máximo de venda, ou seja, precisam efetuar uma divisão. Com a divisão do preço máximo de venda pelo preço de mercado, os alunos chegarão à conclusão de que o preço máximo de venda é sempre 3,6 vezes maior que o preço de mercado. Esse resultado dá abertura para a abordagem da divisão com quociente não inteiro, ou pelo menos temos uma oportunidade para discutir com os alunos o que significa o quociente 3,6. No caso da cana de açúcar, por exemplo, o quociente 3,6 indica que as 40 moedas (preço de mercado para 10 itens) cabem 3 vezes dentro das 144 moedas (preço máximo de venda para 10 itens) e ainda sobram 24 moedas, ou seja, seis partes das 40 moedas organizadas em 10 partes com 4 moedas, ou seja, 6/10. Isso pode ser ilustrado conforme a Figura 3.

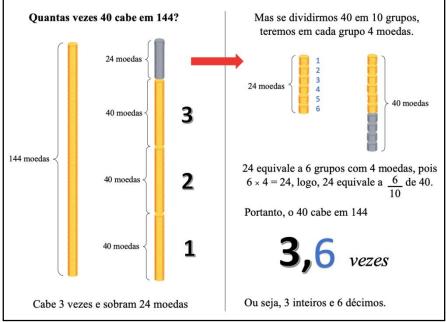




Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489





Fonte: Dos autores.

A depender da turma, para indicar a relação estabelecida entre preço de mercado e preço máximo de venda pode-se até mesmo escrever a expressão:

Preço máximo de Venda = 3,6 × Preço de mercado

Essa expressão é uma forma sintetizada de descrever a relação observada, uma boa maneira de introduzir a escrita algébrica, que está prevista para ser estudada formalmente pelos alunos no 7º ano. O uso dessa expressão, facilita a escrita algébrica, pois podemos combinar com os alunos que utilizarmos as letras PV para indicar o preço máximo de venda e PM para o preço de mercado. Dessa forma a expressão poderia ser reescrita da seguinte maneira:

$$PV = 3.6 \times PM$$

a qual mais tarde poderá ser reescrita como y = 3.6 x, sendo y o preço máximo de venda e x o preço de mercado.

Vale a pena ressaltar que os valores indicados na Figura 2, são referentes à quantidade de 10 itens, uma vez que caso optássemos por trabalhar com 1 item a relação poderia não ser verificada com facilidade, já que o jogo trabalha com uma dinâmica de arredondamento que é diferente da comumente utilizada. Ou seja, ele ignora a parte decimal dos números, permitindo trabalhar apenas com números naturais. Essa é uma discussão que também vale a pena de se investir, uma vez que além de discutir diferentes regras de arredondamento, é possível contemplar características dos números naturais e racionais, escritos na forma decimal, conteúdos que são estudados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. A Figura 4, por



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

exemplo, indica a quantidade de moedas para o preço de mercado (9 moedas) e o preço máximo de venda (32 moedas) para 9 unidades de trigo.

Figura 4 – Preços do trigo

	- 3
Preço de mercado	Preço máximo de venda
<b>○</b> 92 🌺 <b>○</b>	902 🦑 🔾
900	<u> </u>

Fonte: Dos autores.

Se usarmos a relação encontrada para calcular o preço máximo de venda a partir do preço de mercado obteremos  $9 \times 3,6 = 32,4$ , ou seja, nessa venda o jogador perderia moedas – e seria possível até mesmo estimar um valor de perda após um número de transações. O mesmo aconteceria para 8 unidades de trigo, o jogo indica como 8 moedas o preço de mercado e 28 moedas como preço máximo de venda, contudo, a relação encontrada nos permite dizer que o preço máximo de venda deve ser de  $8 \times 3,6 = 28,8$  e, novamente, o jogador teria uma perda no valor da venda, nesse caso de quase uma moeda. Cabe nesse momento até mesmo discutir de forma mais crítica se eles concordam ou não com a dinâmica de arredondamento do jogo e o porquê, pois o jogo sempre arredonda o preço máximo de venda para o maior inteiro menor que o resultado da expressão  $PV = 3,6 \times PM$ . Talvez, por meio dessa discussão, os alunos até cheguem a regras de arredondamento diferentes, ou a regra que comumente utilizamos.

Conforme conhecemos mais a dinâmica do jogo, percebemos que essas discussões matemáticas podem ser realizadas no sentido de compreender o funcionamento do jogo, ajudando os alunos e jogadores a traçarem estratégias que podem ajudá-los a otimizarem seus lucros. Nesse contexto, um problema que poderia desencadear uma nova investigação e, talvez, até mais condizente com o que é frequentemente proposto como problemas em atividades de modelagem matemática na literatura é: Qual plantação nos dará mais lucro no início do jogo? Uma vez que a resposta para esse problema pode contribuir com a melhoria do desempenho dos jogadores no início do jogo.

No jogo podemos plantar e/ou comercializar diversos tipos de itens, que variam desde alimentos até ferramentas. Porém, optamos em um primeiro momento utilizar as informações referentes aos 5 primeiros alimentos cultivados no jogo: trigo, milho, cenoura, cana de açúcar e soja. Cada item tem um tempo de cultivo diferente, os quais organizamos na Tabela 1, considerando os rendimentos conforme o preço de mercado.



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

**Tabela 1** – Tempo de cultivo e rendimento dos alimentos

Alimento	Tempo de cultivo (min)	Preço de mercado (moedas)
Trigo	2	1
Milho	5	2
Cenoura	10	2
Soja	20	3
Cana de açúcar	30	4

Fonte: Dos autores.

Há diversos conteúdos matemáticos que podem ser empreendidos na resolução desse problema, o que nos leva a pensar que ele pode ser investigado por alunos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Em uma primeira abordagem, por exemplo, podemos debater com os alunos como determinar qual alimento gera mais lucro se cada um tem um tempo de cultivo diferente. Um caminho seria levá-los a verificar o rendimento de cada um dos cinco alimentos para um mesmo quantitativo de tempo. Mas como determinar esse quantitativo, de modo que seja comum a todos os tempos de cultivo? A ideia de múltiplos pode ser utilizada, mais especificamente a de múltiplos comuns, ou seja, determinar esse quantitativo implica em determinar um múltiplo comum aos tempos de cultivo dos cinco alimentos, isto é, um múltiplo comum a 2, 5, 10, 20 e 30. Com os alunos mais jovens, pode-se explorar a tabuada, levando-os a escrever uma lista dos múltiplos de cada número, como as listas que seguem.

M(2): 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, ...

M(5): 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, ...

M(10): 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, ...

M(20): 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, ...

M(30): 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, ...

Ao analisarmos essas listas, percebemos que excluindo-se o 0, o menor múltiplo comum entre 2, 5, 10, 20 e 30 é 60, isto é, MMC (2, 5, 10, 20, 30) = 60, o que nos permite introduzir a noção de mínimo múltiplo comum. Isso não significa que não há outros múltiplos comuns, aliás qualquer múltiplo de 60 é também múltiplo comum de 2, 5, 10, 20 e 30. Usando 60 minutos como tempo comum de cultivo, obteremos os lucros indicados pela Tabela 2.

**Tabela 2** – Rendimento dos alimentos após 60 minutos de cultivo

Alimento	Tempo de cultivo (min)	Preço de mercado (moedas)
Trigo	60	30
Milho	60	24
Cenoura	60	12
Soja	60	9
Cana de açúcar	60	8

Fonte: Dos autores.



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176 0480

Com base nos valores indicados pela Tabela 2, podemos concluir que o trigo é o alimento que renderá mais lucro. Para calcular os valores apresentados nessa tabela que pode ser considerada como modelo matemático do rendimento dos alimentos, foram necessários cálculos de multiplicação e divisão. Isto é, se o trigo tem tempo de cultivo de 2 minutos e gera um rendimento de 1 moeda em 60 minutos o cultivo de trigo terá rendido  $60 \div 2 = 30$  vezes o valor de 1 moeda, ou seja, 30 moedas. Assim como podemos calcular os rendimentos dos outros alimentos.

Com alunos de 6° ano em diante, é possível usar como estratégia para o cálculo do rendimento de moedas após 60 minutos as ideias de razão e de proporção, até mesmo introduzir a noção de "regra de três". A ideia de proporção envolve o entendimento pelos alunos de que assim como o trigo rende 1 moeda em 2 minutos (na razão 1/2), rende 30 moedas em 60 minutos, ou seja, vale a proporção 1 está para 2 da mesma forma que 30 está para 60. Na forma de igualdade, podemos escrever:

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$$

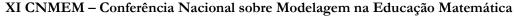
A igualdade entre as razões, que define a proporção, pode ser utilizada para determinar quantas moedas serão obtidas como lucro quando definimos um determinado tempo, como fizemos ao definir 60 minutos. Podemos utilizar x para o valor que desejamos e a igualdade nos auxiliará a determinar o valor de x. Suponhamos que queremos determinar o rendimento de moedas após 60 minutos de cultivo de milho. Sabemos, pela Tabela 1, que o cultivo de milho rende 2 moedas a cada 5 minutos, ou seja, a razão entre rendimento e tempo de cultivo é de 2/5. Logo, é válida a proporção:

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{60}$$

A partir dela, podemos determinar o valor de x, ou seja, o rendimento de 24 moedas após 60 minutos de cultivo de milho. Para isso, podemos usar a ideia de frações equivalentes ou de equações. No primeiro caso, basta fazer com que o aluno perceba que 60 é o produto de 5 por 12, isto é,  $5 \times 12 = 60$ . Para que a igualdade seja válida, devemos ter uma fração equivalente, logo, se o denominador foi alterado multiplicando-se por 12, o mesmo deve ser feito com o numerador, ou seja, devemos multiplicar 2 por 12, cujo produto é  $2 \times 12 = 24$ , que indica o valor de x. No segundo caso, podemos explorar a propriedade da proporção que diz que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, a partir da qual obtemos a equação:

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{60} \Rightarrow 5x = 2 \times 60 \Rightarrow 5x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{5} \Rightarrow x = 24$$

O resultado pode ser confirmado na Tabela 2.





Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

É comum, ainda, quando trabalhamos com o que chamamos de regra de três as razões serem organizadas segundo cada grandeza, ou seja:

Tempo de Cultivo	Rendimento
(min)	(moedas)
5	2
60	x

o que implica na proporção:

$$\frac{5}{60} = \frac{2}{x}$$

e que resultará no mesmo valor para x.

Uma terceira abordagem que indicamos é usando a ideia de função, ou seja, não precisamos determinar a priori um valor comum, mas construímos uma expressão que indique o rendimento de moedas f(t) a partir de um dado tempo t. A ideia de proporção pode ser útil nesse momento, para que os alunos possam identificar as regularidades da situação e determinar uma lei de formação para a função. Essa abordagem é indicada nos livros didáticos para alunos a partir do  $9^{\circ}$  ano. No caso da cenoura, por exemplo, que a cada 10 minutos rende 2 moedas, podemos construir com os alunos no quadro a Tabela 3.

Tabela 3 – Construção da função para o rendimento de moeda a partir do cultivo de cenoura

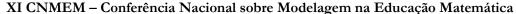
Tempo de Cultivo (minutos)		Rendimento (moedas)	
0	0		
<b>1</b> 0	2 =		1×2
<b>2</b> 0	4 =	2+2 =	<b>2</b> ×2
<b>3</b> 0	6 = 4+2 =	2+2+2 =	<b>3</b> ×2
40	8 = 6+2 =	2+2+2+2 =	<b>4</b> ×2
<b>5</b> 0	10 = 8+2 =	2+2+2+2+2 =	<b>5</b> ×2
	•••		
t	$f(t) = \frac{t}{10} \times 2 = \frac{2}{10}t = \frac{1}{5}t$		

Fonte: Dos autores.

Assim também pode ser feito para cada alimento. As funções que descrevem o rendimento (em moedas) em termos do tempo x são:

$$Trigo(x) = \frac{1}{2}x$$
,  $Milho(x) = \frac{2}{5}x$ ,  $Cenoura(x) = \frac{1}{5}x$ ,  $Soja(x) = \frac{3}{20}x$  e  $Cana(x) = \frac{4}{30}x$ 

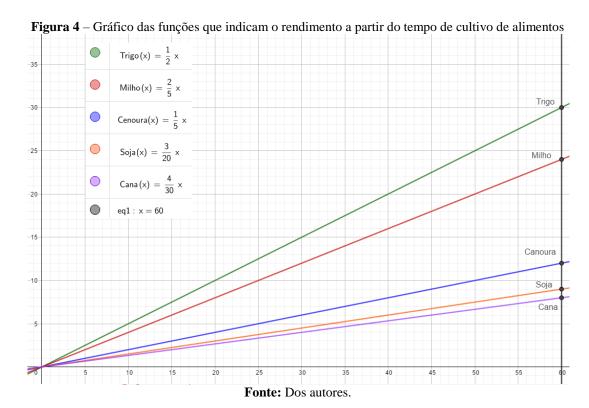
Nesse momento, pode-se formalizar a definição de função afim, ou no caso, função linear. Uma análise gráfica ainda pode ser feita em relação aos rendimentos de cada alimento com o passar do tempo, conforme mostra a Figura 4, que indica o trigo como alimento que dará mais lucro no início do jogo, desde o início de seu cultivo.





Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489



Domínio, contradomínio, imagem, variáveis dependentes e variáveis independentes são conceitos que podem ser discutidos conforme os encaminhamentos para essa abordagem. De maneira mais crítica, podemos debater com os alunos a diferença entre variáveis e incógnitas, e se o gráfico de uma função desse tipo será sempre representado por meio de retas. O aplicativo GeoGebra pode ser útil para auxiliar essas discussões.

Outros problemas podem também ser levantados e propostos para investigação, seja sob a orientação do professor, ou a partir da escolha e do interesse dos alunos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve por objetivo investigar o potencial que um jogo pode ter como desencadeador de atividades de modelagem matemática, ou seja, buscamos investigar quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo, a saber o jogo Hay Day.

A análise revelou que o jogo pode desencadear debates que vão desde a compreensão de sua dinâmica – como é determinado o preço máximo de venda – até o auxílio na tomada de decisões e atitudes em relação aos objetivos a cumprir – em qual produto investir. Esses debates abarcam discussões matemáticas que podem ser empreendidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental associadas à multiplicação, divisão, números racionais, razão, proporção,



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

equações, funções, etc. e podem ser modificadas conforme os anos escolares dos alunos envolvidos no desenvolvimento da atividade.

Além disso, ressaltamos o potencial engajamento dos alunos nas discussões, que podem se sentir motivados a coletar dados jogando, a determinar estratégias para atingir seus objetivos, a discutir uma temática de seu interesse, ou de seu conhecimento, e a aprender matemática. Nesse sentido, nosso objetivo com esse trabalho foi apontar os jogos, particularmente os jogos eletrônicos que trazem consigo um enredo e contexto próprio, como potenciais temas a serem investigados por meio de atividades de modelagem matemática, trazendo um caráter lúdico e dinâmico para as aulas de matemática e ampliando o leque de possibilidades e o entendimento do que é realidade ou cotidiano em atividades dessa natureza.

Na sala de aula, contudo, cabe ao professor observar e dialogar com seus alunos para perceber seus interesses e aproveitá-los a favor do ensino e da aprendizagem da matemática. Nessa perspectiva, outros jogos podem também servir como desencadeadores de atividades de modelagem matemática, vale a pena investir na experiência e avaliar os resultados.

### REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.

ARAÚJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55-68, 2009.

BLUM, W. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In: CHO, Sung Je. **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education:** Intellectual and Attitudinal Challenges. Seoul: Springer, 2012. p. 83-96.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 329 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1992.

CIFUENTES, J. C. NEGRELLI, L. G. O processo de modelagem matemática e a discretização de modelos contínuos como recurso de criação didática. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática:** relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: EDUEL, 2011. p. 123-140.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 963-990, ago. 2012.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. Bolema, Rio Claro, v.13, n.14, p. 66-91, 2000.

KLÜBER, T. E. A Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Formação de Professores de Matemática: considerações a partir do referencial fleckiano. In: ENCONTRO PARANAENSE DE



Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidades e perspectivas UFMG: Belo Horizonte, MG – 14 a 16 de novembro de 2019

ISSN: 2176-0489

MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2010, Maringá. Anais... Maringá: UEM, 2010.

NEGRELLI, L. G. Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (em) Matemática. 2008. 94 f. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

ROIG, A. et al. Videogame as media practice: An exploration of the intersections between play and audiovisual culture. **Convergence**, v. 15, n. 1, p. 89-103, 2009.

TORTOLA, E.; ROBIM, B. N. P. A. S.; ALMEIDA, L. M. W. Compreensões sobre Matemática e Realidade na Modelagem Matemática: um estudo à luz de uma perspectiva filosófica de linguagem. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2014, Curitiba. **Anais**... Curitiba: UTFPR, 2014.

TORTOLA, E. Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VELEDA, G. G. **Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

WOOLEY, T. E.; et al. How long can we survive? In: SMITH?, R. **Mathematical Modelling of Zombies**. Ottawa: University of Ottawa Press, 2014.