

UMA PRÁTICA COM MODELAGEM MATEMÁTICA NO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO: UM OLHAR PARA OS OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Rosângela Maria Kowalek
Universidade Estadual do Paraná
rosangelakowalek1@gmail.com

Gabriele Granada Veleda
Universidade Estadual do Paraná
gabi.granada@gmail.com

RESUMO

Neste artigo trazemos uma prática com Modelagem Matemática com o propósito de discutir como ela contempla os objetivos de aprendizagem de Matemática para o Ciclo de Alfabetização apresentados no documento Oficial Brasileiro para o Ciclo de Alfabetização. A prática analisada foi desenvolvida pela pesquisadora na condição de professora de uma turma regular do terceiro ano do Ciclo de Alfabetização em uma escola pública de Porto União - SC. A concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática e as etapas adotadas para o encaminhamento pedagógico da prática são as apresentadas por Burak. As aulas nas quais a prática foi desenvolvida tiveram seu áudio gravado. Esses áudios foram transcritos e, após a transcrição, elencamos alguns diálogos entre estudantes e entre estudantes e professora, denominados neste trabalho como episódios. A análise desses episódios, caracterizada como qualitativa, indica que a prática com Modelagem Matemática desenvolvida contempla os cinco objetivos de aprendizagem estabelecidos para o Ciclo de Alfabetização em diferentes momentos e em diferentes etapas da Modelagem Matemática. Também concluímos que a condução dada pela professora é decisiva para a mobilização de habilidades relacionadas a esses objetivos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Ciclo de Alfabetização; Anos Iniciais.

INTRODUÇÃO

A Alfabetização Matemática é um termo que vem se fortalecendo na literatura, cujo significado indica o ato de ler a linguagem Matemática com compreensão. Segundo Daniluk (2015, p. 15), “[...] ser alfabetizado em Matemática é entender o que se lê, o que se escreve e o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, geometria, lógica e álgebra, dentre outros temas significativos para a construção de um conhecimento sólido nessa área”. Assim, a Alfabetização Matemática deve ocorrer nos primeiros anos escolares, chamado Ciclo de Alfabetização, que engloba o primeiro, o segundo e o terceiro anos da Educação Básica.

Nessa fase da escolarização o estudante chega à escola com diversos conhecimentos matemáticos não formalizados, uma vez que nas brincadeiras e no seu dia-a-dia realizam ações

de contagem, seriação, organização, classificação, etc., mas sem a formalidade científica, que deve ser ensinada no ambiente escolar.

É recomendado que no ambiente escolar o conhecimento prévio dos estudantes seja valorizado e levado em consideração no processo de ensino. O ensino deve ser atrelado à realidade do estudante, permitindo-o servir-se do aprendizado escolar em sua prática social (BRASIL, 2012).

O documento oficial brasileiro para o Ciclo de Alfabetização (BRASIL, 2012) destaca que o abuso da linguagem matemática e a excessiva sistematização podem ser prejudiciais ao desenvolvimento autônomo da criança. O ideal é proporcionar um aprendizado progressivo, baseado em situações-problema, que favorecem a participação aberta dos estudantes evitando problemas cujas soluções são pensadas pelo professor *a priori*. Neste mesmo documento são apresentados cinco objetivos, discutidos ao longo do texto, apontados como direitos de aprendizagem, isto é, todas as tarefas proposta pelo professor aos estudantes do Ciclo de Alfabetização devem contemplá-los.

Entendendo que a Modelagem Matemática na Educação Matemática é uma metodologia de ensino que contempla os objetivos de aprendizagem colocados no documento oficial brasileiro para o Ciclo de Alfabetização, neste artigo trazemos a análise de uma prática com Modelagem Matemática¹ desenvolvida por estudantes do terceiro ano do Ciclo de Alfabetização com a finalidade de discutir, a partir de interações ocorridas em sala de aula, como esses cinco objetivos são contemplados.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O CICLO DE ALFABETIZAÇÃO

No atual sistema educacional brasileiro, o primeiro, o segundo e o terceiro anos da Educação Básica compõem o Ciclo de Alfabetização. É no Ciclo de Alfabetização que a criança deve construir as primeiras noções de espaço, forma, grandezas e pensamento lógico (BRASIL, 2012). Ler e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, geometria e lógica indica, segundo Danyluk (2015), que o estudante está alfabetizado em Matemática.

Alfabetização matemática é o processo de organização dos saberes que a criança traz de suas vivências anteriores ao ingresso no Ciclo de Alfabetização, de forma a levá-la a construir um corpo de conhecimentos matemáticos articulados, que potencializem sua atuação na vida cidadã (BRASIL, 2012, p. 60).

¹ No período da infância, o trabalho do professor se dá com práticas pedagógicas, como é o caso da Modelagem Matemática quando entendida como metodologia de ensino. Nesse sentido, optamos por utilizar a expressão “prática com Modelagem Matemática”.

O estudante alfabetizado matematicamente pode utilizar as ideias e conteúdos matemáticos como uma ferramenta para compreender o mundo no qual vive, o possibilitando resolver situações desafiadoras que enfrentará na vida em sociedade.

Para que os estudantes vislumbrem na Matemática uma possibilidade de interpretar e compreender sua realidade, o ensino da Matemática, sobretudo no Ciclo de Alfabetização, deve ser pautado na contextualização, na historicização e no enredamento. “Trata-se de dar sentido à aprendizagem situando o conhecimento matemático no contexto de sua aplicação, no contexto histórico de sua construção e de envolver o aluno na construção do conhecimento” (SOUZA, 2010, p. 5). Com esse propósito, privilegia-se uma proposta pedagógica que parte de situações-problema, uma vez que a

[...] situação-problema provoca, na sua resolução, a mobilização de conceitos e procedimentos matemáticos de forma aberta à participação das crianças em suas hipóteses, “não pensados” de modo apriorístico pelo professor, como normalmente é feito na perspectiva de oferta de problemas (BRASIL, 2012, p. 64).

A Modelagem Matemática na Educação Matemática é uma metodologia de ensino que parte de situações-problema que dizem respeito ao dia-a-dia do estudante. Estudos que abordam o uso dessa metodologia de ensino desde os primeiros anos escolares apontam que quando os estudantes desenvolvem práticas com Modelagem Matemática eles ampliam suas competências matemáticas, tornando-se hábeis na resolução de problemas, além de serem mais propensos a desenvolverem outras atividades pautadas em situações reais (BURAK, 1994; MAAß, 2005; LUNA, 2007; ZANELLA; KATO, 2016).

Nossa compreensão de Modelagem Matemática na Educação Matemática está alinhada com a compreensão de Burak (2010, p. 18): “Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões”.

Burak (2010) propõe cinco etapas que auxiliam na forma de conduzir a prática com Modelagem Matemática em sala de aula: Etapa 1 - Escolha do tema (ou da situação-problema): é o momento em que o professor apresenta aos estudantes alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios estudantes sugerem um tema. O professor poderá propor que toda a turma trabalhe com um mesmo tema ou cada grupo pode trabalhar temas diferentes. A segunda opção é recomendada quando o professor já tem certa experiência com a Modelagem e se sente confortável em trabalhar vários temas simultaneamente. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a Matemática ou com conteúdos matemáticos. Etapa 2 - Pesquisa exploratória: o momento de os estudantes buscarem as

informações sobre o tema escolhido, coletar dados necessários para melhor compreender o tema. Essa coleta de dados pode se dar pela procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. Etapa 3 - Levantamento dos problemas: momento que os estudantes delimitam o que do tema será estudado, elaborando, propondo e identificando problemas. Etapa 4 - Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema: acontece a resolução dos problemas fazendo uso de diferentes conceitos, incluindo os matemáticos. É nessa etapa que os conteúdos matemáticos ganham sentido e significado. Nem sempre os estudantes conhecem e compreendem os conceitos matemáticos necessários para resolver o problema, o que configura momento propício para a introdução e formalização de novos conceitos. Etapa 5 - Análise crítica da(s) solução(ões): marcada pela criticidade, não apenas em relação à Matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É a etapa em que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações, contribuindo para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam.

A partir do referencial apresentado, acreditamos que a Modelagem Matemática permite aos estudantes estabelecerem conexões entre a Matemática e demais áreas do conhecimento e observarem a necessidade da inter-relação de diferentes conhecimentos e conteúdos para compreender e agir frente a diferentes situações-problema. Sobretudo, pode promover aos estudantes do Ciclo de Alfabetização a alfabetização matemática, uma vez que pode permitir a eles se utilizarem da leitura e escrita Matemática para interpretar e compreender situações da sua realidade. Assim, entendemos que a Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que contempla os cinco objetivos tidos como direitos de aprendizagem proposto pelo Ministério da Educação (BRASIL, 2012) e, portanto, todas as tarefas realizadas em sala de aula devem contemplá-los. Esses cinco objetivos estão relacionados, de forma intrínseca, à alfabetização matemática.

O primeiro item apontado no documento oficial é: “Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção” (BRASIL, 2012, p. 66). De acordo com o documento, esse item busca garantir que em seu processo de aprendizagem o estudante realize tarefas que o permita organizar o pensamento, desenvolver o raciocínio lógico e estabelecer relações. Ao apontar que o

conhecimento matemático é uma construção histórico-cultural feita pelo homem para resolver problemas concretos, esse primeiro objetivo de aprendizagem indica, para o professor, a importância de que as tarefas de aprendizagem permitam, também, o desenvolvimento de habilidades de previsão, explicação, antecipação e interpretação de situações reais, com a finalidade de que os estudantes possam, se possível, intervir na realidade.

Ainda buscando incentivar nos estudantes a organização do pensamento, o desenvolvimento do raciocínio lógico e o estabelecimento de relações, o segundo item do documento oficial brasileiro indica a necessidade de: “Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas” (BRASIL, 2012, p. 67). Esse item busca garantir que a criança, em sua fase de aprendizagem inicial, possa construir e desconstruir sequências, desenhar, medir, comparar, classificar e modificar sequências de padrões, de preferência, por meio da manipulação de objetos. Segundo o documento, tarefas que envolvam essas ações dão suporte para o desenvolvimento da alfabetização matemática, sobretudo nos eixos estruturantes números, espaço e forma e pensamento algébrico.

“Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação” (BRASIL, 2012, p. 67) é o terceiro item posto como objetivo de aprendizagem. O termo modelagem que aparece nesse item não está relacionado, inicialmente, com a metodologia de ensino Modelagem Matemática. Esse termo, conforme explicado no documento, se refere a possibilidade de o estudante estruturar determinada situação em termos matemáticos, isto é, reescrever situações por meio linguagem matemática. Nesse sentido, vale ressaltar que essa “tradução” de uma situação real para termos matemáticos é apenas uma das etapas da Modelagem Matemática. Assim, esse terceiro item apontado no documento oficial brasileiro visa garantir que o estudante compreenda a relação entre as palavras da língua natural com os símbolos matemáticos (por exemplo, a palavra adição e o símbolo $+$) de modo que ele possa utilizar do conhecimento matemático para representar diferentes situações. Também é foco desse item garantir que o estudante entenda que a linguagem Matemática é tida como universal, já que qualquer pessoa alfabetizada matematicamente pode compreender os símbolos matemáticos.

O quarto item propõe ao estudante o direito de “Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução” (BRASIL, 2012, p. 68). Esse item destaca a relevância de trabalhar com situações-problema que gerem discussões e sistematizações dos resultados para

promover a alfabetização matemática. Essas discussões devem ser conduzidas na direção de os alunos problematizarem, refletirem, analisarem e interpretarem diferentes situações. Para isso, é importante que a criança compare, discuta, questione, crie e amplie ideias, e perceba que a tentativa e erro é parte do processo de aprendizagem (BRASIL, 2012).

O Quinto e último direito apontado é “Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações” (BRASIL, 2012, p. 69). De forma explícita, esse item prevê que o professor proponha atividades que envolvam cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Para a realização desses cálculos os alunos poderão utilizar de diferentes estratégias de composição e decomposição de números. As estratégias mentais podem e devem ser associadas com o método escrito, para que os estudantes verifiquem regularidades, padrões e algoritmos. Esse item também destaca o uso da tecnologia, assim, com acesso à calculadora, o aluno pode utilizá-la associado às estratégias de cálculo mental e aproximado como forma de verificação, por exemplo, ou, ainda, para investigações, análises, estimativas, etc. O computador também deve ser disponibilizado, possibilitando a “transformação” do caderno em monitor e do lápis em teclado. É interessante que os alunos percebam a tecnologia como uma aliada, inclusive para obter informações.

Utilizamos o referencial exposto para embasar nossa pesquisa e, na próxima seção, apresentamos os aspectos metodológicos.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa desenvolvida é caracterizada como qualitativa. De acordo com Bogdan e Biklen (2010) esse tipo de pesquisa fundamenta-se do contato direto do pesquisador com os sujeitos investigados. Em outras palavras, pesquisa-se o desenvolvimento e as ações dos sujeitos no ambiente natural em que estão inseridos. No caso da nossa pesquisa, o ambiente natural são as aulas nas quais o ensino da Matemática aconteceu por meio da Modelagem Matemática. Além disso, a pesquisa inclui a observação, a descrição e a compreensão de um fenômeno: como uma prática com Modelagem Matemática contempla os objetivos de aprendizagem em Matemática para o Ciclo de Alfabetização.

Para coletar dados para análise, foi realizada uma prática com Modelagem Matemática com 28 (vinte e oito) estudantes do terceiro ano do Ciclo de Alfabetização de uma escola pública do município de Porto União, Santa Catarina. Os estudantes foram divididos em quatro grupos e dentro do tema escolhido cada grupo propôs problemas específicos a serem estudados. Neste artigo analisamos os dados coletados de um único grupo. A coleta de dados inclui as

gravações de áudio das aulas coletadas com um gravador na mesa central de cada grupo para que a fala de todos fosse captada.

Para tratamento dos dados utilizamos aspectos metodológicos da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1979). De acordo com a autora a Análise de Conteúdo é:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 1979, p. 42).

De acordo com Bardin (1979), para estabelecer relações e promover compreensões acerca do material analisado são necessárias reiteradas tomadas desse material. Portanto, a partir de um olhar cuidadoso e criterioso sobre os áudios, são destacados episódios que indicam, de alguma forma, que os objetivos de aprendizagem em Matemática para o Ciclo de Alfabetização são contemplados. Esses episódios são analisados utilizando os cinco objetivos de aprendizado preconizados para o Ciclo de Alfabetização como categorias.

Quadro 1 – As categorias de análise estabelecidas *à priori*.

Categoria 1	Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção
Categoria 2	Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas.
Categoria 3	Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação.
Categoria 4	Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução.
Categoria 5	Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações.

Fonte: As autoras.

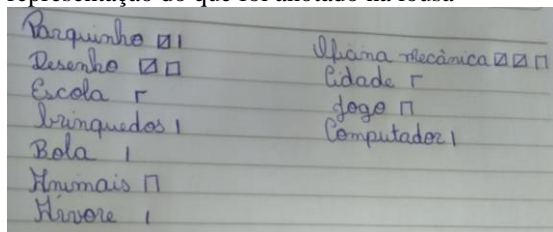
Na sequência descrevemos a prática com Modelagem Matemática ao passo que analisamos os episódios transcritos. Esses episódios aparecem de forma sequencial, isto é, na ordem em que ocorreram em sala de aula durante a prática com Modelagem Matemática.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PRÁTICA COM MODELAGEM MATEMÁTICA

Conforme propõe Burak (2010), o início de uma prática com Modelagem Matemática é a escolha do tema. O autor aponta que se pode trabalhar com um tema para cada grupo de alunos ou um mesmo tema com a turma toda. Pautados em Veleda e Uniat (2017), que entendem que um único tema potencializa as discussões entre os alunos quando se trata dos Anos Iniciais, pedimos que os alunos da turma escolhessem um único tema por meio de uma votação. Cada estudante falou o tema do seu interesse, a professora anotou esses temas na lousa e ao lado de

cada um deles foram colocados traços, indicando a quantidade de votos (Figura 1). Dessa anotação, os alunos foram questionados sobre o tema vencedor, conforme ilustra o Episódio 1.

Figura 1: Foto do diário de campo com a representação do que foi anotado na lousa



Episódio 1

<p><i>Prof: Quais foram os mais votados?</i></p> <p><i>Estudante 3: Animais, desenhos, oficina mecânica e parque.</i></p> <p><i>Prof: Qual deles ganhou?</i></p> <p><i>Estudante 1: A oficina.</i></p>	<p><i>Prof: Por que a oficina ganhou?</i></p> <p><i>Estudante 2: Por que teve 13 votos e desenhos teve 9 e os outro menos.</i></p> <p><i>Estudante 3: Mais pessoas votaram na oficina.</i></p>
--	--

As perguntas da professora foram no sentido de incentivar os estudantes a organizar o pensamento e o raciocínio lógico de forma a apresentarem argumentos coerentes para suas conclusões. Apenas os estudantes 2 e 3 apresentaram argumentação para a resposta dada. Entendemos que para responder qual foi o tema vencedor os estudantes precisaram estabelecer relações de comparação entre números. Na fala do estudante 2 fica explícito que ele associou, corretamente, a quantidade de traços a um numeral. O estudante 3 também estabelece, corretamente, uma comparação entre o número de votos, entretanto, não podemos inferir se ele consegue estabelecer uma relação de contagem dos traços ou se fez uma comparação visual, um a um, verificando que o tema oficina tem mais traços. A resposta dada pelo estudante 1, embora correta, não nos permite qualquer inferência, pois foi dada de forma direta e objetiva.

A discussão estabelecida para a escolha do tema vencedor descrita no Episódio 1 permite verificarmos que essa etapa da Modelagem Matemática – escolha do tema – é uma oportunidade de os estudantes verificarem o uso da linguagem matemática, perceberem que essa é uma linguagem simbólica e universal e que pode ser utilizada para representar situações reais, no caso, o resultado da votação. Assim, pelos termos da concepção de Burak (2010), temos que a organização da votação no quadro pode ser entendida como um modelo representativo da situação problemática “escolha do tema”, permitindo aos estudantes desenvolverem habilidades de interpretação e explicação de uma situação real, usando a Matemática como uma ferramenta auxiliar. Desse modo, temos que o Episódio 1 contempla as categorias 1, 3 e 4.

Após escolhido o tema oficina, os estudantes começaram a discutir temáticas mais específicas. Um grupo de estudantes inicia uma discussão sobre carrocerias. A professora intervém na discussão com o objetivo de orientar e direcionar os estudantes de forma que eles explicassem o que entendiam por carrocerias, conforme descrito a seguir.

Episódio 2

Prof: Como são as carrocerias?
Estudante 2: Podem ser fechadas, mais abertas e mais altas.
Estudante 1: Algumas são compridas e outras são curtas.

A fala dos estudantes traz relações de comparação, de classificação e de regularidades em relação as carrocerias. As expressões utilizadas pelos alunos (fechada, aberta, comprida, curta) revelam o estabelecimento dessas relações, mostrando uma organização de pensamento e a interpretação e explicação de situações reais (formato das carrocerias). Assim o Episódio 2 traz indícios que contemplam as categorias 1 e 2.

Seguindo para a segunda etapa da Modelagem Matemática – pesquisa exploratória – os alunos levaram como lição para casa realizar uma pesquisa sobre o que são carrocerias. A realização de uma pesquisa permite ao aluno desenvolver o espírito investigativo e produzir registros próprios acerca de uma situação-problema, abrangendo, assim, a quarta categoria.

Na aula em que os alunos apresentaram no grupo e à professora os resultados encontrados na pesquisa, um deles apresentou uma definição de carroceria, conforme descrito no Episódio 3.

Episódio 3

<p><i>Estudante 2: Carroceria é a estrutura que envolve determinado veículo e que geralmente define sua forma.</i> <i>Prof: O que é uma forma?</i> <i>Estudante 2: Formas geométricas.</i></p>	<p><i>Estudante 1: Quadrado.</i> <i>Estudante 4: Redondo.</i> <i>Estudante 5: Tem medidas.</i> <i>Prof: O que mais?</i> <i>Estudante 4: Laterais.</i></p>
--	---

Quando na definição surge a palavra forma, os alunos logo se remetem as formas geométricas. Isso revela que eles reconhecem e estabelecem relações entre uma situação real (formato da carroceria) e a Matemática (formas geométricas), contemplando a categoria 2. Considerando as formas geométricas como modelos matemáticos que representam o formato das carrocerias, o diálogo do episódio 3 também contempla a categoria 3.

A terceira etapa da Modelagem Matemática é o levantamento dos problemas. Para definir o problema a ser estudado, os alunos estabeleceram o seguinte diálogo:

Episódio 4

<p><i>Prof: O que vocês querem saber?</i> <i>Estudante 3: Se todo carro tem carroceria.</i> <i>Prof: e vocês já sabem quantos tipos de carroceria tem ?</i> <i>Estudante 1: Acho que duas, a saveiro a Strada e a Chevrolet.</i> <i>Estudante 3: Não tem mais, e os caminhões ?</i> <i>Estudante 5: Então todos tem carroceria.</i> <i>Estudante 2: Acho que não.</i> <i>Estudante 3: Vamos colocar os nomes dos carros e ver se tem ou não.</i> <i>Estudante 1: Todos os carros têm carrocerias diferentes.</i></p>	<p><i>Prof: E qual seria o problema ?</i> <i>Estudante 5: que não dá para trocar elas.</i> <i>Prof: Por que?</i> <i>Estudante 2: Acho que não por causa das rodas.</i> <i>Estudante 5: Não só as rodas, mas todas as peças.</i> <i>Prof: E como vocês podem fazer para saber isso?</i> <i>Estudante 2: Medindo.</i></p>
--	---

<i>Estudante 5: Verdade vai dar uma lista muito grande.</i>	<i>Prof: Como?</i>
<i>Estudante 3: Então se uma estragar não dá para trocar por outra?</i>	<i>Estudante 2: Com aquele objeto de medir.</i>
<i>Estudante 1: Não sei.</i>	<i>Estudante 3: fita métrica.</i>
<i>Estudante 2: Prof as carrocerias são todas diferentes.</i>	<i>Estudante 2: Não aquele de puxar.</i>
<i>Estudante 3: Cada carro tem um tipo.</i>	<i>Estudante 5: Trena.</i>
	<i>Estudante 2: Esse mesmo.</i>

Nesse Episódio os alunos trazem diferentes argumentos e hipóteses e discutem sobre eles. Disso, inferimos que eles traçam caminhos próprios na busca de respostas para uma situação concreta e pela organização do pensamento e estabelecimento de relações. A fala dos estudantes 2 e 5, quando buscam justificar o porquê não é possível a troca de carrocerias entre tipos (modelos) diferentes de carros, revela as suas habilidades de previsão, explicação e antecipação. Assim, o Episódio 4 contempla a categoria 1.

Ainda nesse Episódio, os alunos apresentam argumentações que trazem ideias de comparar e classificar. Os estudantes 1 e 3, ao discutirem sobre quantos tipos de carrocerias existem, se utilizam da comparação e da classificação. Já o estudante 2 realiza uma comparação ao relatar que a troca (da carroceria) não seria possível por causa do tamanho das rodas. O estudante 5 aprofunda a explicação do estudante 2 ao ampliar a comparação para além das rodas, incluindo outros itens do carro. Disso segue que o Episódio 4 contempla a categoria 2.

A categoria número 4 prevê, frente a uma situação-problema, o desenvolvimento de um espírito crítico e criativo, a produção de registros próprios e a busca por diferentes estratégias de solução. Podemos vislumbrar isso quando os estudantes discutem sobre organizar uma lista com todas os carros. Logo eles lembram que também tem os caminhos, e isso geraria uma lista muito grande. Com essa discussão, os estudantes prontamente percebem que existem inúmeras carrocerias, não sendo necessário construir uma lista para que eles concluam que não é possível a troca de carrocerias entre diferentes carros.

Ao justificarem que as carrocerias não poderiam ser trocadas por causa do tamanho das rodas, inferimos que os estudantes 2 e 5 realizam uma estimativa do tamanho das rodas. Inclusive o estudante 2 sugere o uso de um instrumento de medição para confirmar sua hipótese. Assim, o Episódio 4 também contempla a quinta categoria de análise.

Após definirem que o problema seria “se é possível trocar as carrocerias” o grupo buscou maneiras para resolvê-lo. Esse momento é caracterizado pela quarta etapa da Modelagem Matemática – resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema. Essa etapa, por definição, permite ao estudante desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo na busca por diferentes estratégias de solução, conforme prevê a quarta categoria de análise. Isso é ilustrado no Episódio 5.

Episódio 5

*Estudante 2: Precisamos de duas trenas, uma no tamanho do caminhão e outro do tamanho da Strada.
Estudante 3: São pequenas não dá o tamanho do caminhão.
Estudante 5: Vamos usar duas.*

A fala dos estudantes mostra uma organização de pensamento, estabelecem relações entre o objeto de medir (trena) e o objeto a ser medido (carroceria) e reconhecem a existência de uma unidade de medida como uma regularidade conhecida e aceita universalmente, contemplando, assim, as categorias 2 e 3. A conversa estabelecida pelos estudantes revela que o estudante 2 não têm consolidado o conceito dessa unidade de medida, uma vez que explicita a necessidade de duas trenas de tamanhos diferentes para medir carrocerias de tamanhos diferentes. Embora com dificuldades em saber utilizar o instrumento de medida trena, os estudantes revelam caminhos próprios de solução quando o estudante 5 propõe o uso de duas trenas, uma vez que uma não teria comprimento suficiente e os demais aceitam essa alternativa. Disso segue que o diálogo apresentado no Episódio 5 contempla o que é previsto na categoria 4.

Com dificuldades em utilizar a trena, a professora orientou os estudantes a medirem a parede do fundo da sala com uma única régua, e explicou que depois fariam semelhante com os automóveis e a trena.

Episódio 6

*Estudante 5: Eu acho que pelo tamanho da régua, vamos colocar 22 réguas nessa parede.
Estudante 2: Vamos colocar as réguas uma do lado da outra depois contamos quantas régua dá.
Estudante 1: Vamos fazer isso, então vamos marcar.*

No Episódio 6 a fala do estudante 5 traz evidências das categorias 1 e 5, uma vez que ele faz um cálculo mental para justificar uma estimativa, uma previsão de resposta para a situação em análise.

Ao discutirem uma estratégia de medição, os estudantes 1 e 2 contemplam a quarta categoria, que ressalta a importância de buscar por registros próprios para resolver uma determinada situação, no caso, medir a parede da sala.

Após os estudantes medirem a parede utilizando a régua, eles buscaram descobrir o comprimento total, conforme descrito a seguir.

Episódio 7

<i>Estudante 1: Deu 16 réguas. Prof: Bem certinho? Estudante 4: Não, sobrou. Prof: Até que número chegou? Estudante 5: Deu 12. Prof: 12 o que? Estudante 1: centímetros.</i>	<i>Estudante 5: Cada régua tem 30 centímetros, é só a gente ver quantos cm tem as 16 réguas. Estudante 3: Vamos somar o 30 dezesseis vezes. Estudante 5: Vamos fazer. Estudante 1: Deu 480. Estudante 5: Isso em centímetros? Estudante 1: Sim.</i>
--	---

<i>Prof: Então quantas régua deu?</i> <i>Estudante 5: 16 régua e meia.</i> <i>Prof: Quanto é meia régua?</i> <i>Estudante 2: 15 centímetros.</i> <i>Estudante 5: Então deu 16 régua e 12 centímetros.</i> <i>Estudante 2: Quanto mede a parede então?</i>	<i>Estudante 5: Então em metros da 4,8 .</i> <i>Estudante 2: Nós esquecemos os 12 centímetros</i> <i>Estudante 5: Verdade</i> <i>Estudante 2:Então ao todo é 492 centímetros ou 4,92 metros</i>
--	--

Verificamos, logo no início do Episódio 7, que os estudantes estabelecem um caminho próprio para resolver o problema, inclusive usando uma unidade de medida própria (a régua), contemplando a categoria de análise número 1. Tal categoria também é ilustrada na fala do estudante 3, que propõe sucessivas somas da mesma parcela como uma alternativa ao processo multiplicativo, pois talvez não o entenda ou não o conhece.

A intervenção da professora descrita nesse Episódio é no sentido de os estudantes perceberem que a medição não dá um número inteiro e, na sequência, de mostrar a necessidade de uma linguagem universal (a unidade de medida), evidenciando a categoria 3. Inferimos que os estudantes entendem da importância de uma linguagem universal quando eles expressam a intenção de informar a medida da parede usando como unidade o metro (Estudante 2) e realizam diferentes cálculos para chegarem na medida 4,92m.

O estudante 5 compara a medida de uma régua inteira com o quanto representa meia régua. Em seguida, ele compara o valor de meia régua (15cm) com o valor medido (12cm), reformulando sua resposta. A partir disso, inferimos que as falas do estudante 5 estabelece caminhos próprios para a construção de um conhecimento matemático (ideia de metade), estabelece regularidades e faz comparações, percebe a importância de uma linguagem universal para facilitar a comunicação e faz um cálculo mental e aproximado. Assim, apenas com as falas do estudante 5, temos que essa etapa da prática com Modelagem Matemática abarca as categorias 1, 2, 3 e 5.

A Matemática como linguagem universal, categoria 3, também é identificada na fala dos estudantes 1, 2 e 5, que buscam expressar a medida da parede na unidade de medida padrão, o metro. Para expressar a medida em metros, os estudantes propõem uma estratégia de ação (somar os centímetros) e, depois, converter para metros. Essa soma e conversão de unidades envolve o uso de cálculos, evidenciando que este episódio contempla a categoria 5.

Conforme descrito no Episódio 8 a seguir, os estudantes discutem sobre as medidas das carrocerias de carros e caminhões e as comparam. Essas medidas os estudantes realizaram em casa com o auxílio dos familiares.

Episódio 8

<i>Estudante 5: O caminhão tem 7 metros.</i> <i>Estudante 3: O comprimento do carro é 3 metros.</i>
--

Estudante 5: Quanto deu a largura do carro? Do caminhão deu 2,4 metros.
Estudante 3: 1,90 metros.
Estudante 2: A carroceria de um caminhão é bem maior.
Estudante 1: Então não é possível trocar.

A categoria 2, que contempla o reconhecimento e a comparação entre regularidades e relações, é evidenciada nesse diálogo uma vez que os estudantes se propõem a comparar os dados obtidos na medição do caminhão e do carro. Nessa conversa verificamos que os estudantes se utilizam da unidade de medida padrão e dos termos comprimento e largura, evidenciando o uso da linguagem Matemática como uma forma de comunicação universal (categoria 3).

Inferimos que a conclusão apresentada pelo estudante 1 foi proferida após um cálculo mental e de estimativa, comparando as medidas dos dois tipos de veículos, contemplando elementos contidos na categoria 5, o cálculo mental e a estimativa.

A última etapa da Modelagem Matemática é a análise crítica das soluções, momento em que os estudantes devem refletir sobre a resposta encontrada. Nesse sentido, os estudantes estabeleceram o seguinte diálogo:

Episódio 9

<p><i>Estudante 2: Prof a carroceria do caminhão é maior.</i> <i>Estudante 3: Então não é possível colocar em outro veículo.</i> <i>Prof: O quanto é maior.</i> <i>Estudante 3: Um tem 7 metros de comprimento de o outro de 4 metros.</i> <i>Prof: Mas como vocês sabem que é maior?</i> <i>Estudante 5: A diferença é 3 então o caminhão tem 3 metros de comprimento a mais que o carro.</i> <i>Estudante 3: Por isso não é possível.</i></p>	<p><i>Estudante 5: Mas tem altura e largura também, vamos fazer o cálculo da altura.</i> <i>Estudante 3: 3,70 metros menos 1,70 metros.</i> <i>Estudante 5: Da 2 metros.</i> <i>Estudante 2: Agora a largura.</i> <i>Estudante 5: 2,80 menos 1,54.</i> <i>Estudante 1: Da 1,46.</i> <i>Estudante 2: temos todas as diferenças então assim já sabemos que não é possível trocar as carrocerias.</i></p>
---	--

Conforme descrito, para reafirmarem a impossibilidade da troca de carrocerias, os estudantes explicam e interpretam situações reais (as medidas das carrocerias). A intervenção da professora, mais uma vez, é feita na intenção de que os estudantes organizem seus pensamentos e expliquem como chegaram à conclusão usando conceitos matemáticos como argumentos. Assim, inferimos que a intervenção da professora foi determinante para que os estudantes tivessem a oportunidade de desenvolver diferentes habilidades que contemplam as categorias 1, 2 e 3.

Na prática com Modelagem Matemática em análise, a pergunta da professora também levou os estudantes a compararem as demais dimensões, revelando que os estudantes compreendem que a carroceria tem três dimensões e que as três influenciam em uma possível

troca de carrocerias. Dessa forma, na análise crítica da solução da prática analisada, temos evidências das categorias 2 e 5.

O quadro a seguir mostra as categorias que cada episódio selecionado contempla.

Quadro 2 – Relação entre os episódios, as etapas da Modelagem Matemática e as categorias de análise

Episódios	Escolha do tema		Pesquisa Exploratória	Levantamento dos problemas	Resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema				Análise crítica das soluções
	1	2			3	4	5	6	
1 - Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção	X	X		X		X	X		X
2 - Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas		X	X	X	X		X	X	X
3 - Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação	X		X		X		X	X	X
4 - Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução	X			X	X	X			
5 - Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações				X		X	X	X	X

Fonte: As autoras

Conforme consta no Quadro 2, verificamos que as categorias foram contempladas em diferentes etapas da prática com Modelagem Matemática analisada. Assim, a prática analisada contemplou os diretos de aprendizagem em diferentes momentos e repetidas vezes.

Nossas análises também evidenciam que a condução dada pela professora é decisiva para a mobilização de habilidades relacionadas os cinco objetivos de aprendizagem proposto para o Ciclo de Alfabetização.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Modelagem Matemática é considerada uma metodologia de ensino apropriada para o ensino da Matemática nos diferentes níveis de ensino. No entanto, ainda são poucas as pesquisas que trazem contribuições sobre a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais, sobretudo no Ciclo de Alfabetização.

Buscando ampliar e fomentar as discussões sobre a Modelagem Matemática no Ciclo de Alfabetização, neste artigo trazemos resultados que evidenciam que a prática com Modelagem Matemática analisada contempla os objetivos de aprendizagem para a Matemática no Ciclo de Alfabetização em diversos momentos e de diferentes formas. Como os objetivos de aprendizagem para a Matemática são intrínsecos a alfabetização matemática, concluímos que a Modelagem Matemática é uma metodologia que pode ser indicada para tal alfabetização.

Com os resultados discutidos neste texto, esperamos que os professores do Ciclo de Alfabetização vislumbrem na Modelagem Matemática uma possibilidade para a alfabetização matemática, bem como percebam que sua condução e postura durante o desenvolvimento de uma prática com Modelagem Matemática são decisivas no direcionamento dos estudantes para que eles atinjam os cinco objetivos de aprendizagem.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Fundação Araucária que colaborou com a pesquisa através de auxílio financeiro, e ao Grupo de Estudos Teórico Investigativo em Educação Matemática (GETIEM) da Universidade Estadual do Paraná - Campus de União da Vitória, pelas contribuições com o trabalho.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 1979.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. 12 ed. Porto: Porto, 2010.

BRASIL. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimentos do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. MEC: Brasília, 2012.



BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**. v.2, n. 2, p. 10-27, 1994.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem em Educação Matemática**. v.1, n. 1, p. 47-60, 2010.

DANILUK, O. S. **Alfabetização matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil. 5. ed. Fundo: UPF, 2015.

LUNA, A.V.A. Modelagem Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo de caso no 1º ciclo. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACION MATEMATICA, 12, Santiago de Querétaro. **Anais...** Santiago de Querétaro: Comitê Interamericano de Educación Matemática, 2007. 1 CDROM.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v. 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005.

SOUZA, K. N. V. de. Alfabetização matemática: considerações sobre a teoria e a prática. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 10, n. 1, 2010.

SOUZA, E.; LUNA, A.; LIMA, L. B. S. O papel do professor dos anos iniciais na produção dos discursos das crianças em atividade de modelagem matemática. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 64, p. 34-45, 2014.

VELEDA, G. G., UNIAT, C. C. Modelagem Matemática na Educação Matemática: um olhar para ações dos estudantes dos anos iniciais. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, Cascavel. **Anais...** Cascavel, SBEM-PR, 2017.