

UMA ANÁLISE SOBRE OS DIFERENTES MODELOS MATEMÁTICOS APRESENTADOS EM RELATOS PUBLICADOS NA X CNMEM

Emanueli Pereira

Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR – *Campus* de União da Vitória
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE
emanueliw@gmail.com

Tiago Emanuel Klüber

Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE
tiagokluber@gmail.com

RESUMO

Nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas em sala de aula são produzidos conhecimentos matemáticos e/ou modelos matemáticos, que foram estruturados por meio do trabalho realizado pelos alunos e professor. Assim, propomo-nos a investigar a estrutura desses conhecimentos matemáticos e/ou modelos matemáticos produzidos em atividades de Modelagem Matemática. Isso foi feito por meio da análise dos Relatos de Experiência publicados na X Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – CNMEM, realizada no ano de 2017, que continham a descrição dos conhecimentos matemáticos e/ou modelos matemáticos estruturados. Foi feita a leitura e a interpretação hermenêutica dos textos que serão objetos de análise. A questão que norteou a pesquisa foi: *que concepções de conhecimento estão presentes ou sustentam os diferentes modelos e/ou conhecimentos matemáticos produzidos em atividades de Modelagem Matemática?* A partir da análise evidenciaram-se três categorias: das atividades que partem de uma situação contextualizada e, por meio de conceitos e procedimentos matemáticos, leva a uma resposta ao problema; das atividades que partem de uma situação inicial com propósito de abordar e/ou utilizar conceitos e teorias estabelecidas e formalizadas e; das atividades que são iniciadas por conceitos e teorias estabelecidas e formalizadas e, a partir disso, propõe-se o estudo de situações contextualizadas.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Relatos de Experiência; Conhecimento.

INTRODUÇÃO

As pesquisas em Modelagem Matemática têm produzido importantes reflexões no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Parte dessas pesquisas constitui-se de relatos de experiências de atividades de Modelagem Matemática em diversos contextos de ensino. A Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – CNMEM teve sua 10ª edição realizada no ano de 2017, na cidade de Maringá – PR. Dentre outras coisas, esse evento possibilita a divulgação de produções realizadas em Modelagem Matemática, com vistas ao ensino da Matemática. Nessa edição do evento foram publicados quarenta e seis (46) relatos de experiência, os quais podem constituir importantes fontes de pesquisa e análise. Isso porque,

ao lançar reflexões para essas experiências, podem-se produzir entendimentos sobre como estão sendo desenvolvidas as atividades de Modelagem Matemática em diversos contextos de ensino.

Dessa forma, propomo-nos a analisar os relatos publicados na X CNMEM, com o intuito de responder a seguinte questão de pesquisa: *que concepções de conhecimento estão presentes ou sustentam os diferentes modelos e/ou conhecimentos matemáticos produzidos em atividades de Modelagem Matemática?*

Nas atividades de Modelagem Matemática são produzidos diferentes conhecimentos matemáticos e modelos matemáticos. Do ponto de vista epistemológico há uma concepção de conhecimento sobre esses modelos matemáticos produzidos nessas atividades. Essas concepções de conhecimento que sustentam os diferentes modelos matemáticos produzidos podem estar relacionadas com a formação e vivências dos professores, dos alunos e com os contextos sociais e culturais em que então inseridos. Outro fator que também podem influenciar e sustentar essas concepções são as próprias discussões e entendimentos, sobre o modelo matemático, produzidos na comunidade científica de Modelagem Matemática. Assim, julgamos importante apresentar aqui a forma com que alguns autores e pesquisadores em Modelagem Matemática concebem o modelo matemático.

Bassanezi (2011, p. 20) entende Modelo Matemático como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. O autor acrescenta ainda que, “os modelos matemáticos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas e classificados conforme o tipo de matemática utilizada”. Enfatiza que:

A importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas idéias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas (BASSANEZI, 2011, p. 20).

Numa mesma linha de entendimento, Biembengut (1999, p.20) infere que “um modelo é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem, de alguma forma, um fenômeno em questão”. Por outro lado, Burak (2011, p. 23), ao referir-se da Modelagem no âmbito da Educação Básica, salienta que:

modelo pode ser entendido como uma representação, e dessa forma contempla e engloba além dos modelos matemáticos e outros como uma lista de supermercado, a planta de uma casa entre outros. Os modelos podem ser construídos para expressar uma situação que enseja novos elementos ou alguma situação para a qual não se tem, ou não se conhece um modelo, então nesse caso, os modelos são construídos.

Para o autor, na Educação Básica, deve-se levar em consideração o ferramental matemático disponível nesse período de escolarização. E, que “a confecção experimental de um

modelo, nessa fase de escolarização é muito interessante e permite alcançar objetivos tais como: conjecturar, levantar hipóteses, experimentar, refletir, desenvolver a autonomia, a capacidade de buscar novas estratégias e encaminhamentos” (BURAK, 2010, p. 23).

Portanto, salienta-se que entre os autores há diferentes compreensões sobre os modelos matemáticos produzidos no âmbito da Modelagem Matemática. Bassanezi e Biembengut concebem como conjunto de símbolos e relações matemáticas. Já Burak tende a ampliar essa compreensão ao mencionar o modelo como uma representação de determinada situação. Assim, é possível supor que nas atividades de Modelagem Matemática relatadas também podem emergir diferentes visões acerca do modelo matemático.

Dessa forma, com base nesses diferentes entendimentos, é que nos propomos a realizar a investigação mencionada. Para tanto, apresentamos a seguir reflexões sobre a origem e fundamentos do conhecimento, de modo a proporcionar uma visão geral sobre a teoria do conhecimento.

REFLEXÕES SOBRE O CONHECIMENTO

Para Bicudo (2011, p 23) a interrogação é o ponto crucial da pesquisa e devemos nos perguntar constantemente *o que a interrogação interroga*. Isso, para a autora, contribui para pensar “reflexivamente no *como* proceder para corresponder ao indagado”.

No esforço de compreender a interrogação de pesquisa: “*que concepções de conhecimento estão presentes ou sustentam os diferentes modelos e/ou conhecimentos matemáticos produzidos em atividades de Modelagem Matemática?*”, direcionamos nossa atenção para a palavra “conhecimento”.

Japiassu (1992) salienta que o conhecimento deve ser considerado como um processo, ou seja, como uma história que aos poucos e incessantemente, fazem captar a realidade a ser conhecida, e não como um dado adquirido. Enfatiza-se assim, o conhecimento-processo e não o conhecimento-estado. O autor infere ainda, que:

Se nosso conhecimento se apresenta em devir, só conhecemos realmente quando passamos de um conhecimento menor a um conhecimento maior. A tarefa da epistemologia consiste em conhecer este devir e em analisar todas as etapas de sua estruturação, chegando sempre a um conhecimento provisório, jamais acabado e definitivo (JAPIASSU, 1992, p. 27).

Chauí (2000) salienta que “a teoria do conhecimento volta-se para a relação entre o pensamento e as coisas, a consciência (interior) e a realidade (exterior), o entendimento e a realidade; em suma, o sujeito e o objeto do conhecimento” (p 143).

Já Hessen (1980, p. 35) coloca, como questão da origem do conhecimento, a seguinte indagação: “é a razão ou é a experiência a fonte e a base do conhecimento humano?”. Em relação a isso Chauí (2000, p. 146) expõe que:

Essa diferença de perspectiva estabelece as duas grandes orientações da teoria do conhecimento, conhecidas como **racionalismo** e **empirismo**. Para o racionalismo, a fonte do conhecimento verdadeiro é a razão operando por si mesma, sem o auxílio da experiência sensível e controlando a própria experiência sensível. Para o empirismo, a fonte de todo e qualquer conhecimento é a experiência sensível, responsável pelas idéias da razão e controlando o trabalho da própria razão (grifo da autora).

Hessen (2003, p. 48), ao abordar a razão e a experiência, infere que “quem enxerga no pensamento humano, na razão o único fundamento do conhecimento, está convencido da independência e especificidade psicológica do processo de pensamento”. Por outro lado, quem fundamenta todo conhecimento na experiência negará a independência do pensamento, incluindo o aspecto psicológico.

Segundo o mesmo autor o ponto de vista epistemológico que enxerga no pensamento, na razão, a principal fonte do conhecimento é chama **racionalismo**. Que considera que um conhecimento só pode ser chamado conhecimento se for necessário (possuir necessidade lógica) e tiver validade universal.

Hessen (2003) infere que o conhecimento matemático serviu de modelo para a interpretação racionalista do conhecimento. Tendo em vista que é predominantemente dedutivo e conceitual. Exemplifica com a Geometria, cujos conhecimentos são derivados de conceitos superiores e axiomas. Assim, tem-se o racionalismo em sua forma mais imediata.

O racionalismo acentua a importância dos fatores racionais no conhecimento humano. No entanto, ao fazer do pensamento a única ou a verdadeira fonte do conhecimento, torna-se unilateral. Esse fato está ligado ao ideal de conhecimento, pelo qual todo conhecimento legítimo possui necessidade lógica e validade universal (HESSEN, 2003).

Em oposição ao racionalismo, o **empirismo** reconhece a experiência como única fonte do conhecimento humano, cujos representantes provêm das ciências naturais. A consciência cognoscente não retira seus conteúdos da razão, mas exclusivamente da experiência, isto é, “todos os nossos conceitos, mesmo os mais universais e abstratos, provêm da experiência” (HESSEN, 2003, p. 55).

Deste modo, Hessen (1980, p. 73) infere que “o significado do empirismo para a história do problema do conhecimento consiste em ter assinalado com energia a importância da experiência perante o desdém do racionalismo”. Contudo, para o autor, ao fazer da experiência a única fonte do conhecimento, certamente troca um extremo pelo outro.

Como posição intermediária entre o racionalismo e o empirismo tem-se uma outra orientação epistemológica, o **intelectualismo**. O qual considera que tanto a razão quanto a experiência tomam parte na produção do conhecimento. Deste modo, a experiência e a razão formam a base do conhecimento humano. A consciência cognoscente lê na experiência, tira seus conceitos da experiência (HESSEN, 1980, 2003).

Assim, entende-se que o fator racional deriva do empírico. Diferencia-se, portanto, do empirismo, haja vista que no pensamento, “além das representações intuitivas sensíveis, existem também conceitos” (HESSEN, 2003, p. 60).

No entendimento de Hessen (1980, p. 76):

A experiência alcança, pelo contrário, uma importância fundamental. Converte-se na base de todo conhecimento. Por meio dos sentidos obtemos imagens perceptivas dos objetos concretos, nessas imagens sensíveis encontra-se incluída a essência geral, a ideia da coisa. Só é preciso extraí-la. Isto tem lugar por obra de uma faculdade especial da razão humana.

Outra tentativa de mediação entre o racionalismo e o empirismo, segundo Hessen (1980, 2003), é o **apriorismo**. Que também considera tanto a experiência quanto o pensamento como fonte do conhecimento. No entanto, o conhecimento apresenta elementos *a priori*, independentes da experiência.

Enquanto no intelectualismo, o fator racional deriva do empírico, no apriorismo essa derivação é negada. Hessen (1980) salienta que o fator *a priori* não procede da experiência, mas sim do pensamento, da razão. O autor expõe que a razão imprime de certo modo as formas *a priori* na matéria empírica e constitui assim os objetos do conhecimento. Assim, “no apriorismo, o pensamento não se conduz receptiva e passivamente perante a experiência, como no intelectualismo, mas sim espontânea e ativamente” (HESSEN, 1980, p. 78).

O mesmo autor enfatiza que, deste modo, o intelectualismo aproxima-se do empirismo, enquanto o apriorismo aproxima-se do racionalismo.

Feitas essas considerações, descremos a seguir os aspectos metodológico, bem como expomos a análise dos relatos.

ASPECTOS METODOLÓGICOS E ANÁLISE DOS RELATOS

A pesquisa tem por objetivo analisar as concepções de conhecimento que estão presentes ou sustentam os diferentes modelos e/ou conhecimentos matemáticos produzidos em atividades de Modelagem Matemática. Isso é feito a partir da análise de relatos de experiência desenvolvidos na Educação Básica e Ensino Superior, constantes nos anais da X CNMEM, ocorrida no ano de 2017.

Para a realização desta investigação buscamos nos inspirar na Fenomenologia que, para Bicudo (2011, p. 49), “busca conhecer o que determinado fenômeno significa e como ele é experienciado”, sem buscar ocorrências a partir de teorias já conhecidas. Para a autora, isso diferencia da análise de conteúdo, por exemplo.

No entanto, Bicudo e Klüber (2013, p. 26) enfatizam que “o ato de *buscar pela estrutura do buscado* é um modo de considerá-lo, em parte, desconhecido, mas já presente, ou seja, já há uma pré-compreensão daquilo que o pesquisador pretende compreender” (BICUDO, KLÜBER, 2013, p. 26).

Na 10ª edição da Conferência Nacional Sobre Modelagem na Educação Matemática – CNMEM foram publicados quarenta e seis (46) trabalhos na modalidade de Relatos. Primeiramente, esses relatos foram listados num quadro e decodificados com a sigla RE1, RE2,..., RE46. Dois (2) desses relatos (RE18 e RE45) não apresentam ou discutem modelos e/ou conhecimentos matemáticos, tendo em vista que objetivavam tecer outras reflexões acerca da Modelagem Matemática. Assim, quarenta e quatro (44) relatos de experiência constituíram material de análise. Para fins de organização e encaminhamentos, os relatos foram separados em níveis de ensino. Sendo quatro (4) relatos de atividades de Modelagem desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, oito (8) nos Anos Finais do Ensino Fundamental, seis (6) no Ensino Médio e vinte e seis (26) no Ensino Superior.

As atividades relatadas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental correspondem aos relatos RE19, RE38, RE39 e RE42. Os trabalhos RE19, RE38 e RE39 relatam atividade de Modelagem Matemática desenvolvidas com alunos do 5º ano, sendo que o RE19 foi uma oficina desenvolvida com quatro estudantes e os outros em turmas regulares e, o RE39 corresponde a uma atividade desenvolvida por discentes da Licenciatura em Matemática, referente à atividade de Estágio Supervisionado. Já o RE42 não especifica a turma, mas, salienta que a atividade foi desenvolvida por discentes da Licenciatura em Pedagogia para cumprir atividades do Estágio Supervisionado.

Os relatos RE6, RE10, RE20, RE21, RE27, RE30, RE41 e RE46 constituíram atividades realizadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Trata-se de atividades de Modelagem desenvolvidas em turmas do 6º, 7º, 8º e 9º anos, bem como numa escola de formação em ciclos e na Educação de Jovens e Adultos - EJA. O RE21 foi uma atividade realizada no 6º ano por discentes da Licenciatura referente ao Estágio Supervisionado. A atividade relatada no RE30 também foi conduzida por estudantes da Licenciatura, referente a uma disciplina optativa.

Os relatos que correspondem às atividades realizadas no Ensino Médio são RE8, RE17, RE26, RE28, RE29, RE34. Esses relatos são de atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas no 1º, 2º e 3º anos, sendo um deles num curso Técnico em Informática.

Os vinte e seis (26) relatos que abordam atividades realizadas no Ensino Superior são os seguintes: RE1 desenvolvido numa turma de formação inicial de docentes; RE2, RE22, RE23, RE36, RE40 desenvolvidos em disciplinas de Programas de Pós-Graduação; RE35 feito num grupo discussões sobre Modelagem na Educação Matemática; RE15 desenvolvido num Laboratório de Química; RE14 e RE16 desenvolvidos pelos próprios autores, sendo o primeiro como possibilidade para o ensino de matemática fuzzy e o segundo como possibilidade para trabalhar no Ensino Médio e Superior; RE3 num curso de Agronomia; RE4, RE24 na Licenciatura em Pedagogia; RE5, RE7, RE9, RE11, RE12, RE13, RE25, RE31, RE32, RE33 e RE44 na Licenciatura em Matemática; RE37 na Licenciatura em Biologia e; RE43 na Licenciatura em Ciências Exatas.

Segundo Bicudo (2011, p. 49) uma prática importante da análise fenomenológica é:

destacar as palavras que chamam a atenção em unidades de significado, ou seja, sentenças que respondem significativamente, à interrogação formulada, e buscar pelas origens etimológicas, focando também o que querem dizer na totalidade do texto analisado e quais possíveis significados carregam no contexto do texto” (BICUDO, 2011, p. 49).

Para a autora, “as Unidades de Significado se constituem pontos de partida das análises, busquem elas pela estrutura do fenômeno, busquem pelo dito em textos que se mostrem significativos em relação à pergunta formulada e ao fenômeno sob investigação” (BICUDO, 2011, 50).

Dessa forma, “a análise fenomenológica da descrição não toma o descrito como um dado pragmático cujos significados já estariam ali contidos, mas percorre um trajeto pavimentado por chamadas constantes à atenção do que está sendo realizado pelo investigador” (BICUDO, 2011, p. 57). Nesse entendimento, a autora apresenta alguns passos:

- a leitura atenta do descrito em sua totalidade, em que o pesquisador deve ler quantas vezes considerar que deva para que o sentido das experiências vividas pelo sujeito seja existencialmente compreendido;
- colocar em evidência sentidos que veja como importantes, tendo como norte a interrogação formulada, tais evidências são denominadas Unidades de Sentido;
- estabelecer Unidades de Significado, que são postas em frases que se relacionam umas com as outras, indicando momento distinguíveis na totalidade do texto;

- efetuar síntese de Unidades de Significado expressas em linguagem proposicional, visando à estrutura do fenômeno.

Assim sendo, primeiramente foi feita a leitura dos quarenta e seis (46) relatos publicados na X CNMEM, os quais foram sintetizados por meio de uma planilha com a identificação numérica do relato, título, autores, contexto da atividade, tema / situação / problema, breve síntese, unidades de significados, excertos dos textos correspondentes às unidades de significado. Esse foi o primeiro momento para estabelecer as unidades de significado. Foram identificados então, os dois (2) relatos que não continham modelos matemáticos e/ou discussões sobre conhecimentos matemáticos.

Posteriormente a isso, os relatos foram agrupados em quadros considerando o contexto que a atividade de Modelagem foi desenvolvida, separando-os em Ensino Fundamental – Anos Iniciais (EF - AI), Ensino Fundamental – Anos Finais (EF – AF), Ensino Médio (EM) e Ensino Superior (ES), conforme já descrito anteriormente.

Tendo posto esses agrupamentos, iniciou-se a análise das unidades de significados. Foi o momento de retornar para as informações contidas na planilha inicial, bem como aos próprios relatos, quando necessário. As unidades de significados foram revistas e, a partir disso, iniciou-se a interpretação. No decorrer dessa interpretação foram identificadas similaridades referentes à construção dos modelos e conhecimentos matemáticos produzidos nas atividades de Modelagem. Com isso, foi possível evidenciar três categorias, que decorreram dessas similaridades.

- **Categoria 1:** é constituída pelos relatos de atividades de Modelagem Matemática que partem de uma situação contextualizada e, por meio de conceitos e procedimentos matemáticos levam a uma resposta ao problema.
- **Categoria 2:** é constituída pelos relatos de atividades de Modelagem Matemática que partem de uma situação inicial contextualizada com propósito de abordar e/ou utilizar conceitos e teorias estabelecidas e formalizadas.
- **Categoria 3:** é constituída pelos relatos de atividades de Modelagem Matemática que, a partir de conceitos e teorias estabelecidos e formalizados propõe-se ao estudo de situações contextualizadas.

Com o propósito de captar, de algum modo, o movimento das atividades relatadas, bem como descrever e entender a estrutura dos conhecimentos produzidos buscou-se identificar expressões, as unidades de significados, e listá-las em ordem cronológica do exposto nos relatos, quanto ao desenvolvimento das atividades.

Assim, os quadros apresentados a seguir, expressam por meio das unidades de significados o movimento dos conhecimentos produzidos nas atividades relatadas. Consta, ainda, a descrição do movimento na obtenção do modelo matemático que foi feita a partir das unidades de significados de cada um dos relatos.

Quadro 1 – Relatos que compõe a categoria 1

Relato / Contexto	Descrição do movimento na obtenção do modelo
RE38 EF - AI	A partir de uma situação-problema os alunos foram coletar dados e realizar pesquisa de preços. Com isso, realizaram cálculos, determinaram valores, generalizaram dados e realizaram aproximações, o que permitiu a observação de padrões.
RE39 EF - AI	A partir de uma discussão histórica foi definida uma situação a ser investigada. Foi feita coleta de dados. Os alunos utilizaram linguagem matemática para organização e análise dos dados. Alguns alunos fizeram uso de algoritmos para busca por regularidades, com isso, houve associação da matemática com atividade do cotidiano. Apresentaram solução para problemática por meio de desenhos e registros matemáticos escritos, que são chamados de modelos matemáticos.
RE42 EF - AI	Foi apresentada uma situação-problema inicial. Os estudantes representaram gestualmente o modelo correspondente à situação. Houve a validação da representação gestual, o que permitiu o desenvolvimento da linguagem gestual. As crianças realizaram o diagnóstico espontâneo de valor. Foram instigadas a analisar dados e perceber relações entre variáveis. A atividade permitiu a exploração e expressão de conceitos matemáticos e representações gráficas.
RE10 EF - AF	A situação-problema continha dados já coletados e organizados, que os alunos precisavam analisar e encontrar a relação entre as variáveis para responder ao problema. Não enfatiza explicitamente conceitos matemáticos estabelecidos e formalizados.
RE20 EF - AF	Os alunos depararam-se com uma situação-problema contextualizada na realidade a qual precisavam responder por meio da matemática. A pausa para retomada de conteúdo matemático indica um momento em que foram formalizados conceitos matemáticos estabelecidos, contudo a palavra “pausa” parece não indicar um interesse explícito que foi posto a priori. Denota uma ideia de necessidade do conteúdo matemático.
RE27 EF - AF	Parte de uma situação-problema contextualizada na realidade e realiza a representação algébrica da situação. Retorna à situação-problemas para testar com outras medidas.
RE30 EF - AF	A atividade foi iniciada com uma situação-problema contextualizada na realidade. Além da obtenção do valor numérico era necessário considerar dados não-quantitativos para apresentar uma resposta ao problema, que pressupunha uma tomada de decisão, já que não tinha uma única resposta correta.
RE41 EF - AF	A atividade tinha por propósito a exploração de conteúdos de Trigonometria na aula, contudo no encaminhamento da atividade isso não foi induzido pelo professor. E, a atividade transcorreu sem essa preocupação. Os alunos foram colocados em contato com uma situação da realidade que por meio de conceitos matemáticos apresentaram a produção final como respostas para proposta.
RE46 EF - AF	É colocada uma situação inicial em que os alunos precisam construir um projeto para captação de água da chuva para escola. Tem-se, portanto uma situação da realidade que por meio de conceitos matemáticos específicos apresentam a construção de um projeto.
RE26 EM	Parte de uma situação contextualizada na realidade e por meio de conceitos matemáticos produzem respostas.
RE29 EM	Foi abordada na atividade uma situação da realidade. Houve coleta de dados e utilização de conteúdos matemáticos. A unidade de significado “aprofundamento das compreensões quanto ao problema proposto”, denota uma ênfase ao entendimento da situação estudada. Assim, pressupõe-se uma situação empírica que por meio de conceitos matemáticos fazem um estudo de uma situação da realidade.
RE34 EM	A atividade partiu de uma situação contextualizada na realidade, em que os estudantes optaram pela forma de resolução. Realizaram procedimentos matemáticos para responder ao problema e aprenderam sobre impactos quantitativos.

RE17 EM	A atividade parte de uma situação-problema contextualizada na realidade. Por meio de conceitos matemáticos produzem respostas e significam os conteúdos matemáticos
RE2 ES	A partir de uma situação-problema foram coletados e organizados os dados. Houve a utilização e exploração de conceito matemáticos. Ao final foi possível comparar custos. Tem-se, portanto um problema da realidade que por meio de conceitos matemáticos apresentam e comparam soluções.
RE22 ES	Partem de uma situação da realidade e percorrem por processos e conceitos matemáticos formalizados, com vistas a responder ao problema.
RE23 ES	A situação-problema foi abordada por uma forma experimental. Obtiveram a função que descreve a situação e realizaram procedimentos matemáticos para responder ao problema
RE40 ES	A partir de um tema contextualizado na realidade, realizaram coleta de dados e processo experimental. Utilizaram conceitos e procedimentos matemáticos para obter modelo matemático e responder ao problema.
RE35 ES	A partir de um tema contextualizado na realidade, definiram a situação-problema. Fizeram leitura de dados, elaboração de gráficos e avaliação de planilha, o que permitiu chegar a solução.
RE24 ES	Partiu-se de uma situação da realidade que, por meio de procedimentos matemáticos, produziram uma resposta ao problema.
RE7 ES	A partir de uma situação-problema, realizaram um experimento que possibilitou discutir e relacionar conceitos matemáticos com outras áreas.
RE25 ES	A partir da situação-problema, houve coleta de dados e trabalho com conteúdos matemáticos, que possibilitou estabelecer o modelo matemático e responder ao problema.
RE33 ES	Os alunos escolheram um tema de seu interesse e definiram uma situação-problema. Utilizaram matemáticos para responder ao problema definido.
RE44 ES	A partir de uma situação-problema contextualizada no dia a dia, perpassaram por procedimentos e conceitos matemáticos com o intuito de resolver o problema.
RE37 ES	Com base numa planilha contendo dados socioeconômicos e ambientais foi definido um problema, que foi resolvido a partir de procedimentos e conceitos matemáticos.

Fonte: Os autores

Quadro 2 – Relatos que compõe a categoria 2

Relato / Contexto	Descrição do movimento na obtenção do modelo
RE19 EF – AI	A atividade tinha por objetivo favorecer o raciocínio combinatório, foi feito por meio de uma contextualização a partir de um jogo, em que foi obtido um modelo pelo diagrama da árvore. Possibilitou iniciação às noções de Análise Combinatória. Possibilitou aspectos relativos à construção de estratégias e desenvolvimento da linguagem matemática.
RE6 EF – AF	A atividade foi iniciada com um desafio aos estudantes, que consistia no arremesso de bolinhas de papel, uma situação empírica. Contudo, isso parece ter sido direcionado no propósito de abordar conceitos físicos, bem como para apropriação de terias e ferramentas. O que denota a utilização do método empírico para justificar teorias e conceitos estabelecidos.
RE21 EF – AF	A atividade tinha por objetivo a construção de amarelinhas no pátio da escola. Percebe-se o interesse inicial na compreensão do metro quadrado e no cálculo de área. Contudo, a manipulação de material indica uma situação empírica com vistas a compreensão de conceitos.
RE8 EM	A atividade parte de uma situação-problema contextualizada na realidade e já disponível na literatura. Isso indica que já se pressupõe de antemão a abordagem de conteúdos matemáticos específicos, bem como a generalização de funções. Parte de uma situação da realidade, contudo enfatiza conceitos e teorias estabelecidas e formalizadas.
RE1 ES	Por meio de uma situação empírica realizaram uma simulação com o intuito de responder ao problema. Foi partido de uma situação empírica para justificar a importância do Teorema de Pick
RE36 ES	Partem de uma situação-problema que já pressupunha ajuste de funções e o ajuste pelo método dos mínimos quadrados. Percorrem por conceitos e procedimentos matemáticos para obter um modelo matemático.
RE15 ES	A atividade foi realizada num laboratório de Química, em que a situação-problema já estava delineada de forma a abordar conceitos químicos e matemáticos previstos.
RE5 ES	A partir de uma situação experimental utilizaram técnica e métodos matemáticos já previstos.

RE9 ES	Trata-se de uma situação específica que objetiva trabalhar com vazão e concentração de sal em água. A partir disso, utilizaram conceitos matemáticos para obter o modelo.
RE11 ES	A partir de uma situação-problema clássica sobre decaimento de temperatura corporal, obtém-se um modelo exponencial que descreve a situação.
RE32 ES	A situação-problema inicial contextualizada pressupunha a construção de um modelo matemático que descrevesse o fenômeno. Abordou conceitos matemáticos previstos anteriormente.

Fonte: Os autores

Quadro 3 – Relatos que compõe a categoria 3

Relato / Contexto	Descrição do movimento na obtenção do modelo
RE28 EM	A atividade foi proposta para abordar conceitos relacionados à Trigonometria, que já tinham sido formalizados anteriormente. A partir de dessas formalizações é que foi colocada a situação-problema, contextualizada na realidade, com o intuito de abordar tais conceitos.
RE14 ES	A atividade foi desenvolvida pelo autor do relato com vistas a discutir as possibilidades para utilização em sala de aula. Entende-se que a matemática fuzzy, bem como procedimentos matemáticos foram considerados previamente.
RE16 ES	O autor apresenta considerações iniciais sobre a Lei de Hooke, teoria de erro experimental e método dos mínimos quadrados. Então realiza observação e experimento físico para compreender conceitos científicos.
RE3 ES	Foram apresentados modelos matemáticos que descrevem determinadas situações para então propor um problema contextualizado, que a partir de procedimentos matemáticos, chegou-se a uma compreensão.
RE4 ES	A partir de um problema, questionando sobre o entendimento de um conceito matemático, buscou-se situações do dia-a-dia que expressassem tal conceito.
RE12 ES	A situação-problema proposta explicitava a utilização de cálculo diferencial integral. Dessa forma, entende-se que o Cálculo Diferencial e Integral está posto previamente. A partir disso é que se investiga a situação-problema contextualizada na realidade.
RE13 ES	A atividade é proposta no intuito de estudar um sistema correspondente a um fenômeno físico com conceitos já estruturados cientificamente. Para isso, foi realizado um experimento.
RE31 ES	A atividade inicia com a apresentação de modelos matemáticos, a partir disso é proposta a situação-problema que é investigada por meio de procedimentos matemáticos.
RE43 ES	A atividade iniciou por meio de uma situação-problema contextualizada na realidade, com referência à utilização de um conceito matemático. Pressupõe-se, dessa forma, o conceito matemático previamente definido para abordar a situação.

Fonte: Os autores

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS CATEGORIAS

Os quarenta e quatro (44) relatos analisados estão descritos na tabela 1, em termos de quantidade que compõe cada uma das três categorias e os respectivos contextos de ensino em que a atividade de Modelagem foi desenvolvida.

Tabela 1 – Quantidade de relatos que compõe as categorias e contextos de ensino

Contextos dos Relatos	Categoria 1	Categoria 2	Categoria 3	Total
Ensino Fundamental – Anos Iniciais	3	1	--	4
Ensino Fundamental – Anos Finais	6	2	--	8
Ensino Médio	4	1	1	6
Ensino Superior	11	7	8	26
Total	24	11	9	44

Fonte: A autora

A **categoria 1** diz respeito as atividades de Modelagem Matemática que partem de uma situação contextualizada e, por meio de conceitos e procedimentos matemáticos, leva a uma resposta ao problema.

Os relatos que compõe esta categoria são de três (3) atividades de Modelagem desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, seis (6) nos Anos Finais do Ensino Fundamental, quatro (4) no Ensino Médio e onze (11) no Ensino Superior. Totalizando vinte e quatro (24) relatos, que expressam mais da metade do total de relatos analisados.

As atividades foram iniciadas por meio de uma situação-problema, proposta ou desafio inicial, escolha de um tema ou exploração de dados contextualizados na realidade. Em algumas dessas atividades houve coleta e organização de dados.

Ao realizar a leitura e interpretação dos relatos percebeu-se que os modelos matemáticos e/ou conhecimentos matemáticos foram produzidos a partir do encaminhamento contextualizado inicialmente. Sem ter estabelecido de forma enfática os conhecimentos matemáticos que seriam abordados, bem como os modelos matemáticos que seriam construídos. Com isso, ficam evidenciados que tais conhecimentos matemáticos foram abordados e produzidos de forma a atender a situação proposta inicialmente. O que indica um movimento iniciado pela análise e percepções de situações contextualizadas na realidade que leva a produção de um conhecimento estruturado matematicamente. Nos relatos como o RE2, RE17, RE23 e RE27, evidencia-se o retorno para a situação inicial, de forma a confrontar tais conhecimentos com essa realidade, por meio de comparações, análise de soluções, significação de conteúdos e teste com outras medidas, conforme as últimas unidades de significado identificadas.

Menciona-se ainda, o relato RE41 que tinha por propósito a exploração de conteúdos de Trigonometria na aula, contudo no encaminhamento da atividade isso não foi induzido pelo professor. E, a atividade transcorreu sem essa preocupação. Isso foi percebido pelo fato de o autor mencionar certo descontentamento com os conteúdos trigonométricos abordados na atividade, que para ele não foram suficientes, no entanto indicam vários outros aspectos positivos da atividade. Além disso, as unidades de significados do movimento da atividade de Modelagem não fazem referência a esses conceitos trigonométricos, dessa forma, justifica-se o fato do relato em questão estar nesta categoria.

Tudo isso remete a uma ação dos estudantes, a uma busca no mundo exterior. E, os chamados modelos matemáticos parecem terem sido concebidos de uma forma livre, sem rigorosidade matemática imposta. Assim, esta categoria caracteriza-se pelo contato com uma

situação empírica que por meio de conceitos matemáticos (não impostos previamente) foi abordada uma situação contextualizada.

A **categoria 2** refere-se às atividades de Modelagem Matemática que partem de uma situação inicial com propósito de abordar e/ou utilizar conceitos e teorias estabelecidas e formalizadas.

Os relatos que descrevem esta categoria são: um (1) dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, dois (2) dos Anos Finais do Ensino Fundamental, um (1) do Ensino Médio e sete (7) do Ensino Superior.

Esta categoria difere-se da categoria 1 pelo fato de que os relatos explicitam os conceitos matemáticos, químicos ou físicos que serão abordados. Isto é, partem de uma situação da realidade, contudo enfatizam conceitos e teorias estabelecidas e formalizadas. Assim, entende-se que as situações-problema e contextualizações da realidade foram organizadas de forma a atender esses conhecimentos previamente definidos. Como, por exemplo, o RE19, que as noções de Análise Combinatória e o favorecimento do raciocínio combinatório foram previamente considerados, bem como a obtenção do modelo pelo diagrama da árvore.

Com isso, percebe-se um movimento de uma situação empírica em direção a conhecimentos estabelecidos e formalizados, contudo, esses são previamente considerados pelo professor. Dessa forma, a situação empírica apenas confirma a teoria matemática estudada.

A **categoria 3** é formada pelos relatos de atividades de Modelagem Matemática que são iniciadas por conceitos e teorias estabelecidas e formalizadas e, a partir disso, propõe-se o estudo de situações contextualizadas

Compõe-se, essa categoria, por um (1) relato do Ensino Médio e oito (8) relatos do Ensino Superior. Nenhum relato do Ensino Fundamental (Anos Finais e Anos Iniciais) manifestou a estruturação dos modelos e/ou conhecimentos matemáticos que caracterizam esta categoria.

Os relatos, em sua maioria, partem de modelos e/ou conhecimentos matemáticos ou físicos, de forma a delinear a atividade. Perpassam, então, por situações contextualizadas e retomam tais conhecimentos. As atividades de Modelagem Matemática utilizam princípios matemáticos de modo a representar a situação-problema, como o RE13. Realiza procedimentos experimentais de fenômenos físicos para compreender um conceito científico, como o RE16. Acrescenta-se ainda, o RE4 e RE 43, que na situação-problema já indicam a utilização de conceito matemático específico. Já, o RE14, foi alocado nesta categoria pelo fato de a atividade ter sido desenvolvida pelo autor, com vistas a discutir as possibilidades para utilização em sala

de aula. Entende-se que os conhecimentos e procedimentos matemáticos já eram conhecidos pelo autor.

Desse modo, percebem-se um movimento do conhecimento científico para a situação contextualizada, enfatizando os conhecimentos e/ou modelos matemáticos.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS CATEGORIAS

Ao analisar as três categorias que emergiram da análise dos relatos de experiências, voltamos, neste momento, para a questão de pesquisa: *que concepções de conhecimento estão presentes ou sustentam os diferentes modelos e/ou conhecimentos matemáticos produzidos em atividades de Modelagem Matemática?*

Os movimentos do conhecimento matemático produzidos em atividades de Modelagem Matemática indicam certa relação com as reflexões acerca dos fundamentos e origem do conhecimento. Contudo, sem a pretensão de enquadrar sistematicamente as categorias que emergiram da análise dos relatos com as concepções de conhecimento apresentadas, mas de compreender esses movimentos nas atividades de Modelagem, tecemos algumas considerações.

A categoria 1, ao evidenciar que as atividades de Modelagem partem de uma situação empírica e levam a produção de um conhecimento estruturado matematicamente, parece relacionar-se com o empirismo e intelectualismo. Pode-se supor, portanto que algumas das atividades foram desenvolvidas num viés mais voltado para o empirismo e outras mais voltadas para o intelectualismo.

A categoria 2, ao apresentar um movimento de uma situação empírica em direção a conhecimentos estabelecidos e formalizados, sendo esses conhecimentos previamente considerados pelo professor, denota uma relação com o intelectualismo e o apriorismo. Isso, pelo fato de que, os conhecimentos matemáticos previamente considerados pelo professor, poderiam ter sido construídos naquele momento pelos alunos.

A categoria 3 explicita já no início das atividades os conhecimentos matemáticos ou de outras áreas do conhecimento. Isso indica uma relação com o apriorismo, por considerar de antemão tais conhecimentos e, a partir disso, aplicar ou estudar situações empíricas, bem como, em alguns casos, perpassando por uma visão mais racionalista.

As três categorias elencadas, a partir da análise da estruturação dos modelos e/ou conhecimentos matemáticos produzidos nas atividades de Modelagem, sugerem três possibilidades de movimentos ao produzir esses conhecimentos. Isso indica que a Modelagem Matemática pode ensejar uma produção de conhecimentos, no âmbito do ensino da Matemática, que não fica nem no extremo do empirismo ou do racionalismo. Tendo em vista que não



permaneceram somente na experiência vivida ou observação de fatos ou, contrariamente, apenas nos conceitos formalizados da Matemática.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. A questão de pesquisa sob a perspectiva da atitude fenomenológica de investigação. **Conjectura: Filos. Educ.**, Caxias do Sul, v. 18, n. 3, p. 24-40, 2013.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. Editora da FURB: Blumenau, 1999.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem e Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

CHAUI, M. **Convite à Filosofia**. Editora Ática: São Paulo, 2000.

HESSEN, J. **Teoria do Conhecimento**. Tradução de A. Correia. 7ª ed. Coimbra: Arménio Amado, 1980.

HESSEN, J. **Teoria do Conhecimento**. Tradução de J. V. Gallerani. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

JAPIASSU, H. F. **Introdução ao Pensamento Epistemológico**. Rio de Janeiro: F Alves, 1975.