



## TRABALHANDO OTIMIZAÇÃO NA SALA DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: A FILA DE CIRURGIAS

Marcela Lima Santos  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
marcela.prof.ufrj@gmail.com

Claudia Mazza Dias  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
mazzacaudia@gmail.com

Edilson Fernandes de Arruda  
Universidade Federal do Rio e Janeiro  
efarruda@gmail.com

Juan César D'Avila Baumgratz  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
juancesar.id@gmail.com

Felipe Manuel Cabral  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
cabral.maniofelipe@gmail.com

### RESUMO

O presente trabalho expõe uma atividade que faz uso da modelagem matemática para tratar do problema das filas de pacientes que aguardam por cirurgias em hospitais públicos. A utilização de otimização aplicada a um tema da realidade permite que o estudante seja estimulado a trabalhar conteúdos matemáticos importantes como desigualdades, sistemas de equações, entre outros. A atividade é construída com a participação dos estudantes que debatem o tema, tanto do ponto de vista social como matemático, e assim, além dos conteúdos mencionados, traz também importantes reflexões sobre as dificuldades encontradas pela população.

**Palavras-chave:** Otimização, Modelagem Matemática, Ensino de Matemática.

### INTRODUÇÃO

Atualmente, há uma preocupação constante em formar cidadãos críticos e reflexivos, capazes de tomar decisões baseadas nos conhecimentos adquiridos durante sua formação em consonância com a realidade. A construção do conhecimento desenvolvida de forma hierarquizada contrapõe esta necessidade, dissociando o conteúdo abordado em sala à realidade de vida do aluno.

A utilização de ferramentas para o ensino – como: jogos, materiais lúdicos, tecnologias, dentre outras – auxiliam na atuação do professor de matemática que precisa lidar com dois cenários: a importância do conteúdo ensinado para o cotidiano do aluno; e a dificuldade do mesmo em compreender e fixar tal conteúdo. A Modelagem Matemática, já pode ser considerada como realidade quando se pensa em alternativas de ensino da matemática capazes de atender a estes complicadores. Ao utilizar de Modelagem Matemática, o professor desconstrói a ideia de que só se ensina matemática por meio de processos abstratos desconectados da vivência do aluno. Adicionalmente, permite quebrar a barreira de que a matemática é complexa/difícil.

Bean (2001) consegue captar e transcrever a essência da Modelagem Matemática, que

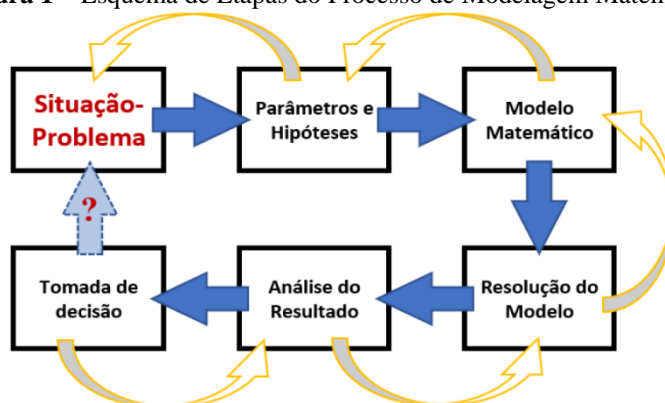
... consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à críticas e ao aperfeiçoamento. (BEAN, 2001, p.53)

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática é uma ferramenta dinâmica, que não conduz a modelos fechados e engessados. O entendimento da situação-problema e a definição de parâmetros e hipóteses simplificadoras são fundamentais para construção de um modelo coerente, capaz de representar a realidade, que não necessariamente será única. Esse cenário permite que os alunos deixem de ser expectadores nas aulas e se tornem investigadores e desenvolvedores. Este processo começa com o despertar do próprio aluno, que, em geral, apresenta maior interesse nas aulas quando esta trata de situações reais ou cotidianas ao evidenciar a aplicabilidade do conteúdo estudado.

No Brasil, há diferentes vertentes sobre a aplicação da Modelagem Matemática na sala de aula, dentre as quais pode-se citar os trabalhos de Biembengut e Hein (2000) e Bassanezi (2002). Na presente atividade, adotou-se como estratégia de desenvolvimento da modelagem a sequência cíclica de etapas apresentadas por Bean (2001), ilustrada na Figura 1.

O processo é iniciado a partir de um estudo da situação-problema, objetivando compreender os conceitos não matemáticos fundamentais para desenvolvimento da modelagem. Realizado este estudo, torna-se possível identificar parâmetros e hipóteses preponderantes, ou não, para elaboração do modelo. Etapa consiste em uma simplificação da condição real, portanto, é preciso conhecer bem a situação-problema sob estudo, a fim de evitar a perda de coerência no processo de simplificação.

**Figura 1** – Esquema de Etapas do Processo de Modelagem Matemática



Fonte: Adaptado de (BEAN, 2001).

A elaboração do modelo matemático consiste na identificação de relações entre os parâmetros por meio das informações e dados conhecidos, levando em consideração as hipóteses preestabelecidas. Busca-se, nesta etapa, obter um modelo matemático passível de ser solucionado. E a solução do modelo deverá ser obtida por meio de estratégias e técnicas mais adequadas ao objetivo da atividade.

A análise dos resultados objetiva verificar a adequação do modelo desenvolvido, sendo considerado pertinente/apropriado, se os resultados obtidos forem satisfatórios ou representativos. Isto é, se os resultados representam a situação-problema sob estudo, para as simplificações estabelecidas. Caso seja verificado algum conflito, será necessário retomar o estudo da situação-problema reiniciando o ciclo realizando os ajustes necessários.

Em alguns casos não é preciso chegar ao fim de todo o ciclo para aperfeiçoar o modelo, uma vez que a qualquer momento que se verifique uma inconsistência é possível parar e retornar a alguma etapa anterior. Essas formulações e reformulações do modelo requerem do aluno um instinto de pesquisador, pois muitas das vezes as hipóteses estão implícitas nas descrições, ou não estão sendo apresentadas, exigindo que o aluno busque em outros lugares informações complementares.

Nestes moldes, a atividade desenvolvida leva ao estudante do Ensino Médio uma situação-problema estimulante e atual, a necessidade de planejar a agenda de cirurgias eletivas reduzindo o crescimento das filas. Do ponto de vista matemático, trata-se de um problema essencialmente de otimização, como será visto no decorrer deste relato.

#### **A MODELAGEM E O ENSINO DE OTIMIZAÇÃO**

A utilização de problemas de otimização em sala de aula, com objetivo de trabalhar conteúdos matemáticos e desenvolver o raciocínio do estudante, não é nova, embora não seja

corriqueira. Encontramos, por exemplo, no trabalho de Lopes (2017) uma proposta de utilização dos conceitos da otimização linear nas aulas do Ensino Médio. Outras contribuições interessantes sobre experiências em sala de aula podem também ser vistas em Zapirolli *et al.* (2018) e Basílio *et al.* (2016), citando apenas artigos recentes. O fato é que o conceito de otimização pode não se apresentar, em uma primeira abordagem, como algo de fácil acesso aos estudantes, mesmo os de nível superior. Basta analisarmos sua definição no Dicionário Michaelis<sup>1</sup>: “o·ti·mi·zar [1] Proceder à otimização de; tornar ótimo. [2] Aceitar ou admitir como ótimo. [3] Determinar o valor ótimo de uma grandeza”. Geralmente os problemas de otimização são trabalhados como uma área de estudo em particular, que lida com o problema de encontrar valores para variáveis ou incógnitas que, dentre todos aqueles valores que satisfazem um conjunto dado de restrições, minimizam ou maximizam uma função objetivo predefinida. Assim, para um olhar pouco atento, tal conteúdo não parece apropriado para o Ensino Médio.

A presente proposta foi pensada justamente como atividade auxiliar aos professores do Ensino Médio que diariamente lutam para trazer de forma criativa aos seus alunos o conteúdo necessário à sua formação. Os resultados práticos mostram que conceitos aparentemente complicados como o da otimização podem, através da modelagem matemática, ser perfeitamente tratados.

## **O PROBLEMA DAS FILAS PARA CIRURGIAS NOS HOSPITAIS PÚBLICOS**

A aplicação desenvolvida envolve o problema das filas de cirurgia eletivas nos hospitais públicos. Este problema, atual e desafiador, nos chegou através do trabalho de Siqueira (2016), que estudou a otimização dos centros cirúrgicos e o dimensionamento de leitos do Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia (INTO), no Rio de Janeiro. O Instituto tem uma história conhecida do grande público no que se refere às grandes filas de pacientes que aguardam por suas cirurgias. Nas palavras da autora:

O Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia (INTO), localizado no estado do Rio de Janeiro, é um centro de referência em cirurgias de alta complexidade tanto em Ortopedia quanto em Traumatologia. Os serviços oferecidos são divididos em treze distintas subespecialidades, que são servidas diariamente, de Segunda-Feira a Sexta-Feira, por dezoito salas de cirurgia, além dos duzentos e setenta e três leitos de recuperação pós-cirurgia. Apesar da infraestrutura e profissionais de excelência, o INTO apresenta longas filas de espera para realização de procedimentos cirúrgicos, que atualmente chega a níveis alarmantes, oriundo de uma política de alocação de cirurgias não eficaz. (SIQUEIRA, 2016. p.vi)

Fica evidente que se trata de um problema que afeta a população e que provavelmente é de conhecimento, ainda que superficialmente, de grande parte dos estudantes, já que as

---

<sup>1</sup> <http://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/otimizar/> - Acessado em 11/09/2018

enormes filas vem sendo assunto da imprensa Carioca. A imprensa também explorou com detalhes o conhecido escândalo quando o prefeito da cidade do Rio de Janeiro, em 2018 foi filmado em um evento oferecendo vantagens a pastores e seus fiéis em cirurgias de catarata e varizes, dizendo que os interessados deveriam procurar sua assessora, “a Márcia”, que os encaminharia ao procedimento em uma semana ou duas<sup>2</sup>. Sem dúvida, independente de escândalos, as longas filas de cirurgia não são problemas novos, muito menos restritos a alguma região específica. Em 2018, o Portal G1 publicou reportagem sobre uma dona de casa que espera desde 2007 por uma cirurgia para tentar amenizar as dores que sente causadas pela endometriose. Ou seja, uma espera de mais de 11 anos<sup>3</sup>. Com tantos casos de longas filas, a ideia da atividade é permitir que o aluno entenda a complexidade do planejamento das agendas de cirurgias e apresente uma estratégia para diminuir as filas de pacientes. Durante o processo surgem questionamentos que afetam diretamente o planejamento. Como estabelecer as prioridades? Como calcular quantos pacientes e de quais especialidades serão operados a cada dia e em cada centro cirúrgico? É neste momento que surge a otimização.

Uma primeira questão que se apresenta é a dificuldade de abstração, muitas vezes relatada pelos estudantes. Para ajudar na visualização do problema foi desenvolvido um tabuleiro para simbolizar a grade de alocação de cirurgias do nosso hospital imaginário (mas que poderia ser o INTO, por que não?). Este tabuleiro, de fácil manipulação pelos estudantes, foi desenvolvido pelo Núcleo de Pesquisa em Modelagem Matemática na Educação da UFRJ, com a participação de 2 estudantes de licenciatura em matemática.

## **A CONSTRUÇÃO DO TABULEIRO**

No desenvolvimento do tabuleiro levou-se em conta uma série de considerações, visando facilitar a operacionalidade do instrumento lúdico sem comprometer o processo. Primeiramente, considerou-se 3 dias de atividades do centro cirúrgico. Esta escolha se deu apenas para que o tabuleiro não ficasse muito grande e de difícil manipulação. Em seguida, considerou-se que há apenas 3 centros cirúrgicos disponíveis no hospital. A representação dos centros cirúrgicos disponíveis nos dias de funcionamento é feita através das divisões verticais do tabuleiro, como ilustra a Figura 2.

---

<sup>2</sup><https://oglobo.globo.com/rio/assessora-de-crivella-marcia-vira-meme-apos-reuniao-de-prefeito-com-pastores-22867961> - Acessado em 11/09/2018

<sup>3</sup><https://g1.globo.com/es/espirito-santo/noticia/2018/11/01/pacientes-esperam-anos-em-fila-para-conseguir-cirurgia-pelo-sus-no-es.ghtml> - Acessado em 11/09/2018

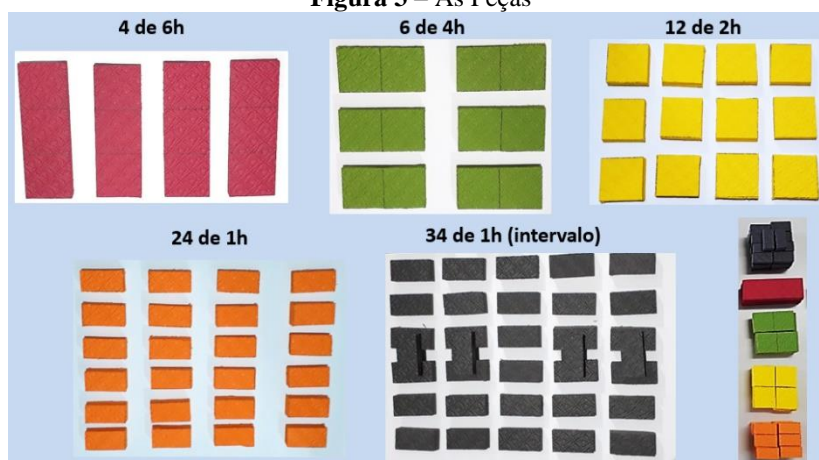
**Figura 2 – Aspecto Geral do Tabuleiro**



Fonte: Dos autores.

Considera-se, também, que o hospital realiza 5 tipos de cirurgia, cada uma delas caracterizada pelo tempo necessário para sua realização. Assim, as peças vermelhas representam cirurgias de 6h de duração, enquanto que as peças verdes representam cirurgias de 4h, as amarelas as de 2h e as peças laranjas cirurgias de apenas 1h de duração. Além dessas considerações também foram estabelecidos intervalos de 1h entre cada cirurgia, necessários à limpeza e preparo das salas, representados por peças cinzas. As peças estão ilustradas na Figura 3, que também apresenta o número total de peças de cada categoria que acompanham cada tabuleiro. Vale ressaltar que tabuleiro e as peças foram confeccionados com EVA, cortiça, sobras de tecido de algodão e papelão.

**Figura 3 – As Peças**



Fonte: Dos autores.

### A PROPOSTA DE ATIVIDADES

A proposta de atividades, com base na modelagem matemática, pode ser vista como um processo de ensino-aprendizagem que favorece a compreensão de conceitos matemáticos

através da realidade dos alunos, que, desta forma, passam a ser protagonistas da atividade. Assim, a atividade começa com um texto de reportagem sobre o problema das filas de cirurgias eletivas, seguido por ampla discussão sobre o assunto. A ficha de atividades com o texto utilizado no experimento prático se encontra em Anexo. É hora de deixar o aluno falar.

O professor tem o papel de lembrar que é importante fazer a fila andar! Mas será que é complicado planejar uma agenda de cirurgias? Os alunos recebem então uma provocação: e se você for o responsável pelo hospital, como organizaria o planejamento de cirurgias de modo que a fila “andasse”? Para responder a essa pergunta os alunos são convidados a “brincar” com o tabuleiro e suas peças que em um primeiro momento servem como uma espécie de quebra-cabeças, onde o objetivo é fazer a fila “andar”.

É interessante registrar as impressões dos estudantes em relação às prioridades adotadas e às estratégias utilizadas. Assim, naturalmente eles terão que pensar em como combinar os blocos. Aos poucos são dadas condições e restrições que fazem com que as prioridades e estratégias mudem. Assim, de um modo natural o problema começa a ser modelado, e os estudantes começam a perceber o papel da matemática em cada passo da atividade. A próxima seção descreve a atividade aplicada em um grupo de estudantes do projeto Pré-ENEM da Universidade Rural. Criado no ano de 2015 e sediado no campus de Nova Iguaçu da UFRRJ, o Cursinho Éthos tem como objetivo geral contribuir para a formação escolar de alunos egressos da rede pública de ensino, destinando-se, especificamente, à preparação de pessoas de baixa renda para o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.

#### **A EXPERIÊNCIA EM SALA DE AULA**

A atividade foi aplicada em um grupo de 20 estudantes do Ensino Médio que faziam parte do projeto Pré-ENEM. A maioria dos estudantes alegou não ter afinidade com as Ciências Exatas e almejava profissões variadas, principalmente nas chamadas Ciências Humanas. Então, quando o tema foi apresentado, logo chamou a atenção dos estudantes. O texto motivador provocou muitos comentários e o estímulo à participação foi natural, uma vez que diversos alunos conheciam alguém (um parente, amigo, ou vizinho) que já precisou ou precisa realizar cirurgias eletivas pelo SUS. Podemos dizer que foi uma surpresa para os estudantes quando distribuímos os kits de atividades (tabuleiro e 80 peças). A turma foi dividida em 4 grupos, cada um com seu kit para planejar e agendar cirurgias, e a provocação comentada na seção anterior: “A fila precisa andar!”. Informações adicionais foram fornecidas como a necessidade da limpeza e preparo das salas antes das cirurgias (representada pelas peças cinzas). Além disso, informamos que todos os dias as salas são liberadas limpas e preparadas para cirurgia (assim,



não é necessário alocar uma peça para limpeza e preparo da sala); após uma cirurgia a sala deverá ser liberada para limpeza/preparo; a última limpeza do dia, em cada sala, poderá ser feita na 13ª hora. A Figura 4 mostra a participação dos estudantes. Notamos que eles se divertiam enquanto discutiam o que fazer.

**Figura 4** – Participação dos Estudantes



Fonte: Dos autores.

Interessante notar as diferentes estratégias adotadas. Um grupo priorizou as cirurgias de “grande porte”, mais longas, pois chegou à conclusão que por se tratar de casos graves haveria maior risco associado. Outro, fez grande esforço para tentar atender ao máximo as cirurgias de 1h, maioria dos casos, imaginando que mais pessoas seriam atendidas por esta estratégia. Outro grupo procurou encaixar um certo número de cirurgias de cada complexidade ou duração. Obviamente não é possível encaixar todas as 80 peças no tabuleiro, e as estratégias foram amplamente discutidas em cada grupo.

A esta altura da atividade os resultados foram comparados e cada grupo fez a defesa da estratégia adotada. Novas condições são então estabelecidas: só existem dois cirurgiões para cada especialidade; a equipe de limpeza/manutenção só pode atuar em duas salas concomitantemente; pelo menos uma cirurgia de cada tipo deve ser alocada. Novas propostas são feitas. Aos poucos eles começaram a pensar que deveria haver um modo de encontrar a melhor situação possível. Existe uma ordem de alocação das cirurgias? É chegada a hora da modelagem matemática.

A utilização do tabuleiro foi essencial para a abstração do problema, permitiu a discussão, a criação de conjecturas, de estratégias, fez pensar. Naturalmente a necessidade do uso da matemática fica evidente. Aos poucos professores e monitores estimulam os alunos a procurar relacionar suas prioridades com as variáveis matemáticas. Assim, chegou-se ao consenso de representar por  $x_1$  o número de cirurgias de 6h a serem realizadas (peças vermelhas);  $x_2$  o número de cirurgias de 4h (peças verdes);  $x_3$  o número de cirurgias de 2h (peças amarelas),  $x_4$  o número de cirurgias de 1h (peças laranjas) e  $x_5$  o número de intervalos



necessários. Adicionalmente, os próprios alunos observaram que não seria possível “encaixar” no tabuleiro um número de peças maior que as disponíveis, ou seja, só seria possível alocar cirurgias de pacientes em espera. Assim, eles observaram que ter até 4 cirurgias de 6h é equivalente a expressar  $x_1 \leq 04$ . Procedendo de maneira análoga, os alunos concluíram as demais expressões:  $x_2 \leq 06$ ;  $x_3 \leq 12$  e  $x_4 \leq 24$ .

Então, surge uma discussão: como representar matematicamente a ideia de se colocar o máximo de peças no tabuleiro. Neste ponto, os alunos sabiam que queriam ter  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  o maior possível, contudo, não era de conhecimento deles a representação matemática para esta condição. Foi então apresentada aos alunos a ideia da maximização, em que se deseja ter o máximo das 4 variáveis juntas, isto é,  $\max\{x_1 + x_2 + x_3 + x_4\}$ . O conceito de função objetivo e de restrições é apresentado à turma, chegando-se assim ao seguinte modelo matemático:

Função Objetivo:  $\text{maximizar}\{x_1 + x_2 + x_3 + x_4\}$

Sujeito às restrições:  $x_1 \leq 04$ ;  $x_2 \leq 06$ ;  $x_3 \leq 12$  e  $x_4 \leq 24$ .

Fica ainda em aberto um ajuste interessante que escapa a maior parte dos alunos, mas não passou despercebido por outros: a necessidade de lidar com a limitação de tempo e espaço, representada como:

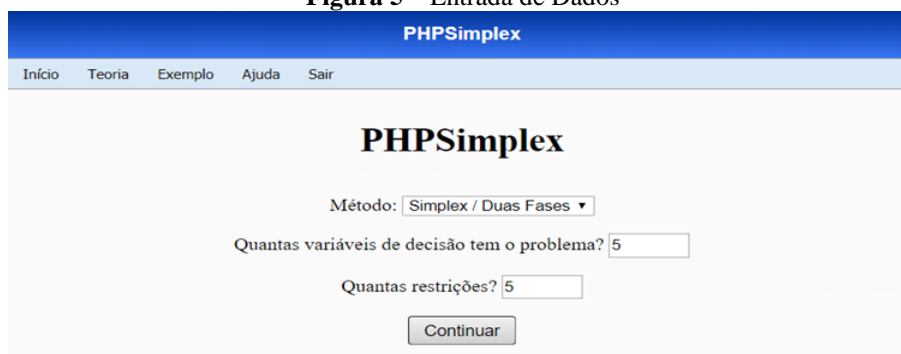
$$6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 1x_5 \leq 12 \cdot 3 \cdot 3 = 108$$

A limitação de espaço é traduzida em termos de tempo, isto é, as peças precisam caber no tabuleiro que tem disponíveis 3 centros cirúrgicos em 3 dias durante 12 horas. Na equação anterior  $x_5$  representa o número de intervalos (peças cinzas).

Com o problema de otimização pronto, é necessário resolvê-lo. Para tanto foi utilizado o método Simplex, que é uma técnica para determinar, numericamente, a solução ótima de um modelo de Programação Linear, quando todas as variáveis são não-negativas e todas as equações iniciais do sistema são do tipo “ $\leq$ ”. Não era objetivo da atividade introduzir o método até mesmo pela limitação de tempo da atividade que durou uma manhã. Então, optou-se por explicar em linhas gerais que a solução do problema poderia ser feita computacionalmente pelo método e que este tem como base um algoritmo. Utilizando um programa online disponibilizado gratuitamente na Internet<sup>4</sup>. Dessa forma, a solução é acompanhada pelos estudantes passo a passo. A Figura 5 ilustra a entrada de dados do programa.

<sup>4</sup> <http://www.phpsimplex.com/simplex/simplex.htm?l=pt> - Acessado em 11/09/2018

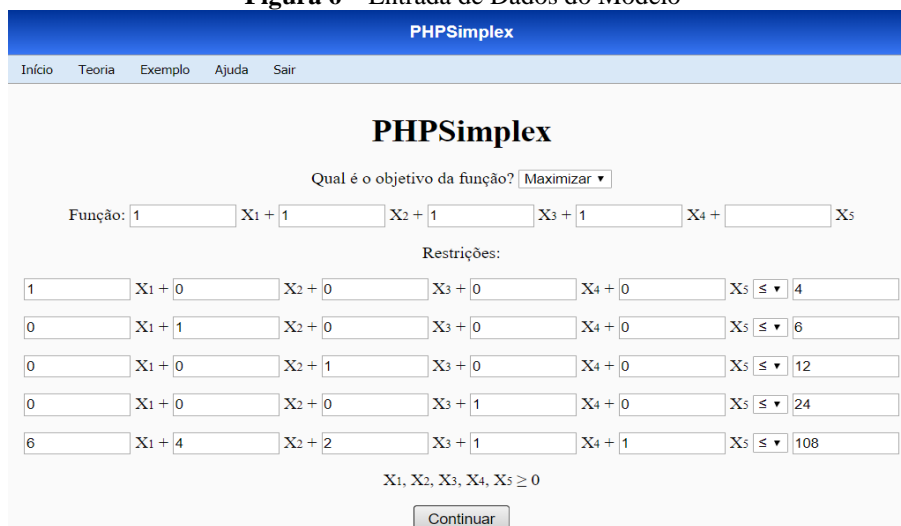
**Figura 5 – Entrada de Dados**



Fonte: <http://www.phpsimplex.com> - Acessado em 11/09/2018

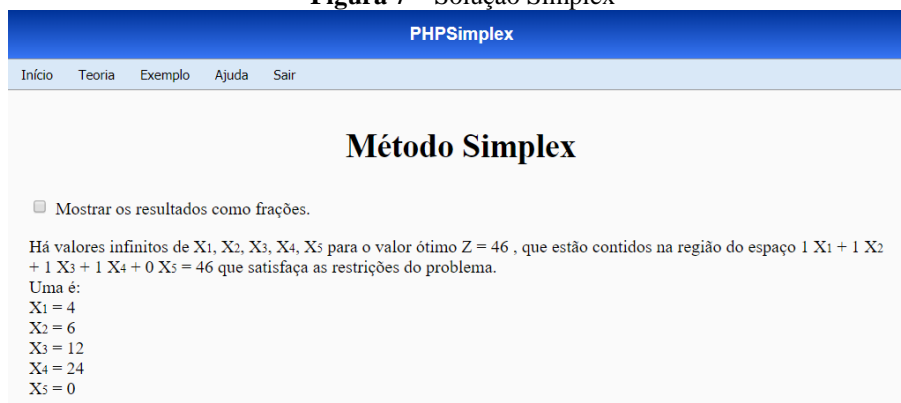
A Figura 6 mostra o preenchimento dos dados do modelo, enquanto que a Figura 7 mostra a solução encontrada:  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 6$ ,  $x_3 = 12$ ,  $x_4 = 24$  e  $x_5 = 0$ .

**Figura 6 – Entrada de Dados do Modelo**



Fonte: <http://www.phpsimplex.com> - Acessado em 11/09/2018

**Figura 7 – Solução Simplex**

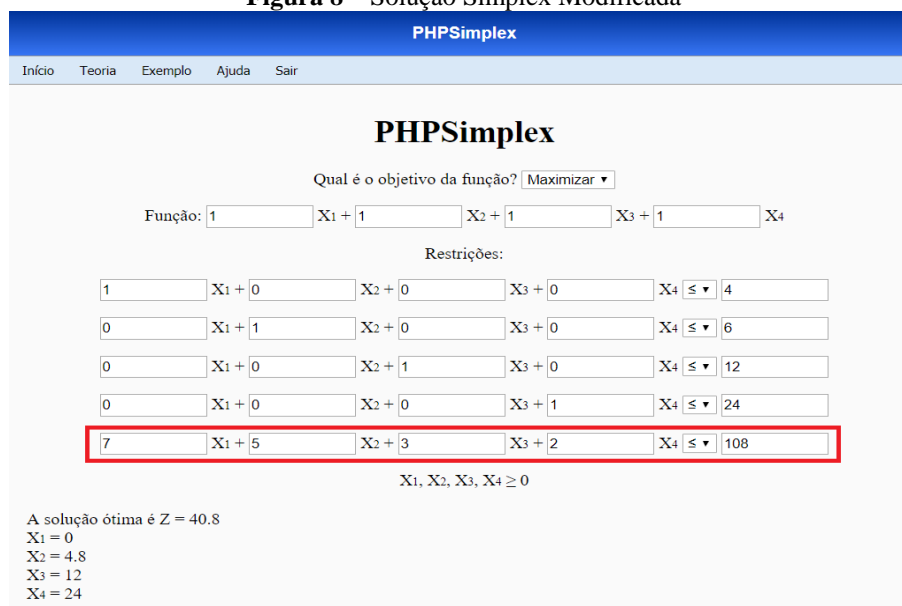


Fonte: <http://www.phpsimplex.com> - Acessado em 11/09/2018

Novos questionamentos surgem a partir dos resultados encontrados. A solução é coerente? Os estudantes perceberam que a resposta não considera os intervalos para limpeza,

que eles viram através da prática no tabuleiro que é mesmo um complicador importante, mas necessário. É preciso adaptar o modelo. Uma alternativa é mudar a restrição de tempo/espço, eliminando uma variável do modelo ( $x_5$ ). Isso pode ser feito acrescentando-se 1h a cada cirurgia que corresponderá a limpeza e preparo (Figura 8). Esta alternativa equivale a “colar” uma peça cinza a cada peça colorida. Assim, temos:  $7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 12 \cdot 3 \cdot 3 = 108$ .

**Figura 8 – Solução Simplex Modificada**



**PHPSimplex**

Qual é o objetivo da função? Maximizar

Função:   $x_1$  +   $x_2$  +   $x_3$  +   $x_4$

Restrições:

1	$x_1$ +	0	$x_2$ +	0	$x_3$ +	0	$x_4$ ≤	4
0	$x_1$ +	1	$x_2$ +	0	$x_3$ +	0	$x_4$ ≤	6
0	$x_1$ +	0	$x_2$ +	1	$x_3$ +	0	$x_4$ ≤	12
0	$x_1$ +	0	$x_2$ +	0	$x_3$ +	1	$x_4$ ≤	24
7	$x_1$ +	5	$x_2$ +	3	$x_3$ +	2	$x_4$ ≤	108

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

A solução ótima é  $Z = 40.8$   
 $x_1 = 0$   
 $x_2 = 4.8$   
 $x_3 = 12$   
 $x_4 = 24$

Fonte: <http://www.phpsimplex.com> - Acessado em 11/09/2018

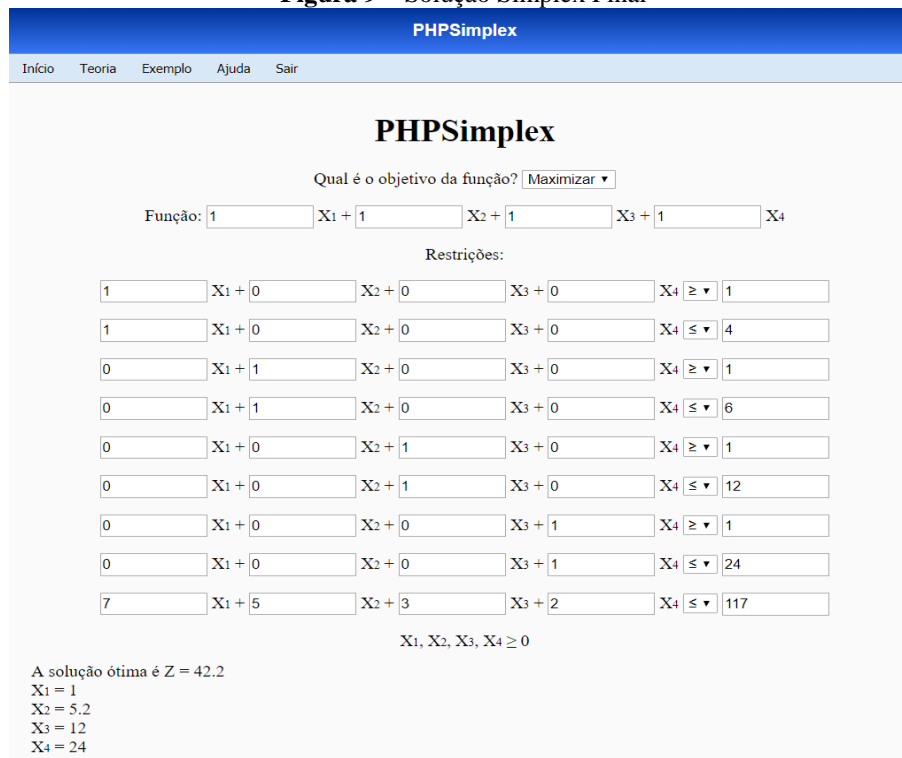
A adequação da nova solução foi amplamente debatida. Se por um lado é matematicamente viável, na prática não parece inteligente que não se opere nenhuma cirurgia de baixa complexidade (observe que  $x_1 = 0$  na solução ótima). Mais uma proposta é feita. Desta vez incluiu-se a ideia de garantir que pelo menos uma cirurgia de cada tipo seja realizada, assim, a fila de cada subespecialidade irá “andar”. Além disso, foi observado que como a última cirurgia alocada em cada sala não precisaria ter esta 1h considerada, então, uma correção é necessária para incluir esta hipótese. Portanto, cada sala passa a ter 13h de disponibilidade de uso, dado que necessariamente a 13ª hora será utilizada para limpeza.

A Figura 9 resume a nova proposta de solução, que satisfaz a expectativa dos estudantes:  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 3,4$ ;  $x_3 = 12$  e  $x_4 = 24$ . Foi perguntado a turma se poderíamos operar 3,4 a pacientes. Obviamente a resposta foi não. A sugestão dada consistiu em considerar o valor inteiro menor,  $x_2 = 3$ .

Ao final da atividade conversamos sobre quais aspectos matemáticos foram necessários para resolver o problema. Conversamos sobre o uso das desigualdades e como elas correspondem a situação-problema. Conversamos sobre sistemas de equações. Será que todos

perceberam que havia um sistema? Conversamos sobre precisão dos resultados e finalmente sobre a importância da análise da solução.

**Figura 9 – Solução Simplex Final**



The screenshot shows the PHPSimplex web application interface. At the top, there is a navigation menu with 'Início', 'Teoria', 'Exemplo', 'Ajuda', and 'Sair'. The main title is 'PHPSimplex'. Below the title, there is a dropdown menu for the objective function, set to 'Maximizar'. The objective function is defined as: Função: 1 X1 + 1 X2 + 1 X3 + 1 X4. Below this, there are eight constraints listed in a table format, each with a coefficient for X1, X2, X3, X4, a comparison operator, and a right-hand side value. The constraints are: 1 X1 + 0 X2 + 0 X3 + 0 X4 ≥ 1; 1 X1 + 0 X2 + 0 X3 + 0 X4 ≤ 4; 0 X1 + 1 X2 + 0 X3 + 0 X4 ≥ 1; 0 X1 + 1 X2 + 0 X3 + 0 X4 ≤ 6; 0 X1 + 0 X2 + 1 X3 + 0 X4 ≥ 1; 0 X1 + 0 X2 + 1 X3 + 0 X4 ≤ 12; 0 X1 + 0 X2 + 0 X3 + 1 X4 ≥ 1; 0 X1 + 0 X2 + 0 X3 + 1 X4 ≤ 24. At the bottom, the optimal solution is displayed: A solução ótima é Z = 42.2, X1 = 1, X2 = 5.2, X3 = 12, X4 = 24.

Fonte: <http://www.phpsimplex.com> - Acessado em 11/09/2018

## CONCLUSÕES

A atividade permitiu que uma série de tópicos importantes fossem trabalhados: i) Identificação e interpretação de situações-problema; ii) Equacionamento/Modelagem da situação-problema; iii) A importância dos sinais matemáticos; iv) A observação lúdica do processo; v) O meio social como motivação.

A utilização de um material lúdico aliado à modelagem matemática permitiu estimular o instinto crítico no aluno, motivando-o a compreender como a matemática está presente no cotidiano, ao mesmo tempo em que promoveu a discussão sobre o problema em questão, além de reforçar os conteúdos aprendidos em sala de aula, como o emprego das relações de desigualdades, sistemas de equações, etc.

Os resultados mostram que gerenciar a demanda e o tempo do processo cirúrgico controla a fila e o tempo de espera. De modo intuitivo, o conceito de otimização é trabalhado no Ensino Médio, justificando que não existem barreiras para o conhecimento. Portanto, conteúdos matemáticos de “grande complexidade” podem sim ser trabalhados em diferentes

níveis de escolaridade. O importante é saber como e onde fazer. Queremos com isso dizer que existe uma necessidade em dosar, não para limitar o ensino, mas para permitir que os conteúdos sejam melhor trabalhados explorando ao máximo todas as possibilidades proporcionadas pelo conhecimento do novo.

Por fim, percebemos o envolvimento e um entusiasmo dos alunos. Arriscamo-nos dizer que este resultado supera as expectativas em relação às aulas consideradas tradicionais. Em se tratando de uma turma do Pré-ENEM, com estudantes que alegam não ter perfil para as “exatas”, foi interessante notar que após apresentada a situação-problema, estes aceitaram prontamente participar da atividade. Também é interessante registrar que estes mesmos alunos, que diziam ter dificuldades com matemática, debatiam o tema sem embaraço, propondo alternativas e criando conjecturas, a fim de buscar a melhor situação possível.

#### AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Os autores gostariam de agradecer a coordenação do Pré-ENEM da UFRRJ Campus Nova Iguaçu por nos permitir realizar a atividade com seus estudantes.

#### REFERÊNCIAS

BASÍLIO, B. N., CARDOSO, B. G., ZACARIAS, C. M., NARCHE, N. J., PANTAROTTO, P. S. Desenvolvimento de Modelos Matemáticos para Otimização do Processo de Montagem do SKID. **Anais..** Natal - RN, 2016.

BASSANEZI, R. C. **Ensino e Aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BEAN, D. O que é Modelagem Matemática? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 8, n 9/10, pp. 49-57, 2001.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

LOPES, A. L. N. **Otimização Linear**: conceitos e aplicação nas aulas de Matemática para o Ensino Médio. Dissertação do Mestrado Profissional em Rede Nacional. Bauru – SP, 2017.

SIQUEIRA, C. L. **Otimização Integrada dos Centros Cirúrgicos e Dimensionamento de Leitos, um Estudo de Caso do Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia (INTO)**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção - COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro – RJ, 2016.

ZAPIROLI, A. C., NIRO, K. L., KATO, L. A. A Construção de um Modelo Matemático para um Problema de Otimização por Estudantes de uma Turma de Cálculo Diferencial e Integral I. **Anais do VIII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação**. Cascavel - PR, 2018.

**ANEXO – FOLHA DE ATIVIDADE*****Folha de atividade*****i. Objetivo Geral:**

Identificar uma relação matemática que permita planejar a agenda de cirurgias de um hospital. Será utilizada a Modelagem Matemática como ferramental para desenvolvimento da atividade, compreendendo todas as suas etapas (estudo da situação problema, formulação do modelo, busca de solução e análise dos resultados).

**ii. O Cenário da Situação-Problema:**

“Pelo menos 904 mil pessoas esperam por uma cirurgia eletiva – não urgente – no Sistema Único de Saúde (SUS).<sup>5</sup>”

“Ao menos 750 pedidos de cirurgias no País estão na fila há mais de 10 anos. No Estado de São Paulo, há casos em que o paciente aguarda desde 2005, recorde entre os Estados que responderam ao CFM. Na rede paulista, 143 mil esperam por cirurgia eletiva.<sup>1</sup>”

Cabe lembrar que diariamente estas filas aumentam. Se o número de cirurgias realizadas não superar o número de inclusões na fila, resultará no aumento das mesmas. Além disso, existe um complicador associado a este cenário:

“A demora na realização de cirurgias pode levar ao agravamento do quadro de saúde do paciente, piorando o prognóstico e aumentando os custos para o próprio sistema. Quem não faz a cirurgia eletiva, diz Britto Ribeiro, ‘vai acabar caindo um dia no sistema de urgência e emergência ou operado num quadro muito pior do que no início da doença.’<sup>1</sup>”

***É importante fazer a fila andar!***

***Mas será que é complicado planejar uma agenda de cirurgias?***

---

<sup>5</sup><https://saude.estadao.com.br/noticias/geral,pais-tem-904-mil-na-fila-por-cirurgia-eletiva-no-sus-espera-chega-a-12-anos,70002106713> - Acessado em 11/09/2018