

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA PARA DESENVOLVER COMPETÊNCIAS ESSENCIAIS DA BNCC

Neuber Silva Ferreira
IFMG-OP / UNICSUL
neuber.ferreira@ifmg.edu.br

Marcos Dias da Rocha
IFMG-OP
marcos.rocha@ifmg.edu.br

RESUMO

Neste artigo apresentamos uma experiência realizada por dois professores em duas turmas de primeiro ano do ensino médio do Curso Técnico Integrado de um Instituto Federal em Minas Gerais. Atividade de Modelagem Matemática foi proposta com o objetivo de desenvolver nos alunos as competências e habilidades essenciais conforme a Base Nacional Comum Curricular, trabalhar o conceito de função e propiciar aos alunos um primeiro momento de familiarização no processo de Modelagem de uma situação-problema. A atividade desenvolvida fez com que os alunos, partindo de algumas informações dadas, dos aspectos que eles consideraram e dos pressupostos formulados, estabelecessem uma proposta de solução para um problema de divisão da conta de água de um condomínio. As reflexões realizadas ocorreram sobre o que significava dividir de forma “justa”. Ao desenvolver a atividade foi possível verificar que algumas competências e habilidades específicas relacionadas à matemática da BNCC foram desenvolvidas e o encaminhamento dado para a solução proposta, mostra a potencialidade de inserir a Modelagem em sala de aula, dando oportunidade de discutir e estimular a reflexão e o potencial criativo, assim como, explorar conceitos matemáticos relacionados com a temática de funções.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; BNCC; Conceito de função.

INTRODUÇÃO

Os resultados das avaliações internacionais dos alunos têm sido amplamente divulgados e discutidos no Brasil e no mundo. Sendo assim, as preocupações com relação à educação escolar têm orientado diferentes ações visando incrementar a formação dos estudantes, tanto em disciplinas específicas quanto a preparação para o trabalho e cidadania.

Alguns países têm intensificado os trabalhos na determinação de planos estratégicos para que a Educação Básica possa avançar em relação às novas demandas da sociedade atual. Portanto, desenvolver competências essenciais é considerado como um objetivo urgente de muitos sistemas educacionais, alimentados em parte pela escassez percebida ou real na força de trabalho atual e futura e também pelos resultados de avaliações comparativas internacionais (OCDE, 2013).

O Brasil também se insere neste contexto e dentre as ações realizadas, vale destacar a construção e promulgação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Sendo esta, “um documento plural e contemporâneo, resultado de um trabalho coletivo inspirado nas mais avançadas experiências do mundo” (BRASIL, 2017, p.5) e que objetiva ser balizadora da qualidade da educação no país por meio do estabelecimento de um patamar de aprendizagem e desenvolvimento a que todos os alunos têm direito. É importante destacar que a BNCC é um documento de caráter normativo, organizada de forma articulada e fundamentada em direitos de aprendizagem e de desenvolvimento, que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. As aprendizagens essenciais devem concorrer para assegurar aos estudantes o desenvolvimento de competências gerais, que consubstanciam, no âmbito pedagógico, os direitos de aprendizagem e de desenvolvimento, guiando o seu crescimento escolar em todas as etapas da educação básica (Ibid.).

Este foco, desenvolvimento de competências, tem orientado a construção de currículos da maioria dos Estados e Municípios do Brasil e de diversos países. Esse enfoque também é adotado nas avaliações internacionais de diversas organizações, como: a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que coordena o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), e da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), que instituiu o Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE).

Portanto, este documento indica que as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências. Isto está presente no documento por meio da

indicação clara do que os alunos devem “saber” (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, do que devem “saber fazer” (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho) (BRASIL, 2017, p.13).

Na BNCC, a área de Matemática e suas Tecnologias no ensino fundamental, centra-se no desenvolvimento da compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos, visando à resolução de situações-problema. No ensino médio, a BNCC propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no ensino fundamental e em continuidade a essas aprendizagens, foca na construção de uma visão integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade.

Nas indicações do documento, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados,

selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área. O documento salienta que quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do ensino médio envolvidos, em diferentes graus, dados por suas condições socioeconômicas, pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros (BRASIL, 2017).

Neste cenário, a Modelagem Matemática, portanto, merece destaque por seu papel no desenvolvimento da capacidade dos estudantes de analisar, raciocinar e tomar de decisões participando dos debates construtivos sobre questões locais e globais.

Acreditamos que a Modelagem possibilita desenvolver as habilidades e competências que compõem as aprendizagens essenciais às quais todos os estudantes têm direito. De fato, segundo English (2015), esta abordagem possibilita desenvolver nos estudantes, habilidades para lidar com a incerteza dos dados e das informações, a detectar variações, realizar previsões, documentar, argumentar e perceber que os modelos são gerados à luz da incerteza. Ademais, a Modelagem compreende importantes recursos de aprendizagem que facilitam diferentes formas de integração, incluindo trabalhos com projetos, resolução de problemas, planejamento e realização de investigações, analisar e representar dados de várias maneiras, além de testar, desenvolver, aplicar e avaliar modelos baseados em evidências.

Portanto, neste texto, vamos relatar uma experiência de uma abordagem pedagógica utilizando Modelagem Matemática e buscou desenvolver as competências e habilidades essenciais da área de Matemática da BNCC, bem como utilizar a atividade de modelagem desenvolvida para trabalhar o conceito de função.

MODELAGEM MATEMÁTICA

No âmbito da Educação Matemática, a Modelagem Matemática pode ser entendida como “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática” (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 17). D’Ambrósio (1986, p. 11) salienta que a “modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial”. Para este autor, fica evidente que o objetivo é promover o ensino da Matemática de modo que problemas fictícios sejam deixados de lado, já que muitas vezes estão desvinculados com problemas do dia a dia, e passem a trabalhar com modelos reais que fariam mais sentido de serem vistos em sala de aula.

Para Barbosa (2001), Ferreira (2013), Braga e Espírito Santo (2017), a Modelagem Matemática é entendida como um ambiente de aprendizagem, que ao buscar solução para uma situação problema advinda de temas de investigação, fazendo uso de modelos matemáticos, promove um ambiente de aprendizagem que como tal envolve estudantes e professores no processo. Nesta concepção, Barbosa (2004, p. 4) apresenta a modelagem como um ambiente de problematização e investigação no qual “o primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas”.

Sendo assim, o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática coloca os estudantes “em um contexto de aprendizagem em que a discussão de situações-problema, a participação ativa e o uso de diferentes registros se fazem essenciais” (VERTUAN, 2007, p. 131). Portanto, esses argumentos estão relacionados, por um lado com a motivação que as atividades podem proporcionar aos estudantes e com a aplicabilidade da Matemática. Por outro lado, em um sentido mais amplo, com aspectos extra-matemático, vinculados à competência crítica e reflexiva dos estudantes.

De acordo com Silva (2018), é comum que os estudantes não tenham familiaridade com a Modelagem como abordagem pedagógica, pois o desenvolvimento de atividades de Modelagem nas aulas de matemática não é algo comum e corriqueiro, principalmente na educação básica. Sendo assim, torna-se importante que os professores desenvolvam nos alunos as competências para Modelagem Matemática. Ademais, conforme salienta Blum (2015), a Modelagem Matemática é uma atividade de demanda cognitiva, que impõe dificuldades aos estudantes, uma vez que várias competências estão envolvidas, que podem ser competências não matemáticas, conhecimento matemático e extra-matemático, noções conceituais, bem como convicções e atitudes adequadas.

Nesse sentido, Silva (2018, p.27) pondera que “quando lidamos com alunos inexperientes em Modelagem Matemática, há a necessidade de introduzir a modelagem de forma gradual”. De acordo com a autora, uma forma de fazer isso é por meio de momentos de familiarização com a Modelagem Matemática.

A questão relacionada a familiarização é discutida no trabalho de Almeida e Dias (2004). Essas autoras propõem a familiarização gradativa dos estudantes com a Modelagem, no que chamam de “três momentos de familiarização”. Em atividades do primeiro momento, o professor apresenta aos estudantes uma situação-problema, juntamente com outras informações necessárias e os alunos reunidos em grupo investigam a possível solução. Nas atividades do segundo momento de familiarização, o professor pode sugerir uma situação-problema aos

estudantes que, divididos em grupos, coletam mais informações para a investigação da situação. Atividades de modelagem do segundo momento se caracterizam por uma maior independência do estudante referente à definição de procedimentos para realizar a investigação. Durante atividades de modelagem do terceiro momento os estudantes, em grupos, são responsáveis pela condução da atividade.

Segundo as autoras, a mediação feita pelo professor é mais intensa durante o primeiro e o segundo momento, o que fornece ao estudante confiança, independência e autoridade para estudar uma situação-problema, e buscar por meio da Matemática uma solução. Elas também afirmam que no decorrer dos diferentes momentos a independência e autonomia do estudante para o desenvolvimento da atividade vai aumentando, tornando-se responsável por todos os procedimentos no terceiro momento.

Neste trabalho, a atividade de Modelagem Matemática foi abordada de forma a oportunizar aos estudantes o primeiro momento de familiarização, pois os estudantes não tiveram contato com a Modelagem como abordagem pedagógica. Optamos em desenvolver uma atividade, conforme Barbosa (2004), na qual apresentamos o problema devidamente relatado, com os dados quantitativos e qualitativos e coube aos estudantes a investigação, simulação e propor uma solução para problema.

A ATIVIDADE DE MODELAGEM DESENVOLVIDA

A atividade de Modelagem Matemática aqui relatada é uma adaptação da 5ª atividade de modelagem “o problema da conta de água do condomínio” que pode ser encontrada no trabalho de Vidigal (2013). O contexto do problema acontece em um prédio de doze apartamentos divididos em 6 andares (2 apartamentos por andar) onde algumas informações sobre os moradores dos doze apartamentos foram dadas. Na atividade, o síndico do prédio é questionado quanto a divisão da conta de água do condomínio, sendo que alguns moradores do prédio acham que a divisão deveria ser feita de forma mais “justa”. Coube aos alunos na atividade, ajudar o síndico a solucionar o problema da divisão da conta de água do condomínio, propondo um modelo matemático que atendesse, de forma justa, a todos os moradores.

OBJETIVO DA ATIVIDADE

O primeiro objetivo da atividade foi promover a iniciação dos estudantes na Modelagem Matemática, buscando proporcionar uma familiarização gradativa dos estudantes com a metodologia de forma que eles possam desenvolver as competências para a Modelagem Matemática. O segundo objetivo foi desenvolver algumas habilidades e competências essenciais para o desenvolvimento dos alunos na aprendizagem matemática e por fim, o terceiro objetivo foi construir situações reais relacionadas com a ideia de função, para contextualizar a introdução do conceito de função.

DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE E DOS PROCEDIMENTOS REALIZADOS

Nesta atividade, reunidos em grupos, os estudantes foram convidados a discutir como deve ser feita a divisão da conta de água em um condomínio. A discussão ocorreu basicamente em torno da questão: como a conta deve ser dividida de forma que as particularidades de cada apartamento como quantidade de moradores, tamanho dos imóveis, entre outros possíveis aspectos sejam considerados e seja justa?

Em ambas as turmas, os procedimentos foram similares. No início da abordagem, os estudantes foram informados sobre a atividade e quais os objetivos de sua aplicação. Foi solicitado que se agrupassem (grupos de 4 a 6 participantes) em seguida a atividade foi distribuída aos grupos. Durante a realização da atividade os professores pesquisadores foram solicitados a participar como mediadores, auxiliando cada grupo em relação ao entendimento do problema e estimulando os estudantes a refletirem sobre o que eles acreditavam ser “justo” em relação à divisão da conta de água do condomínio.

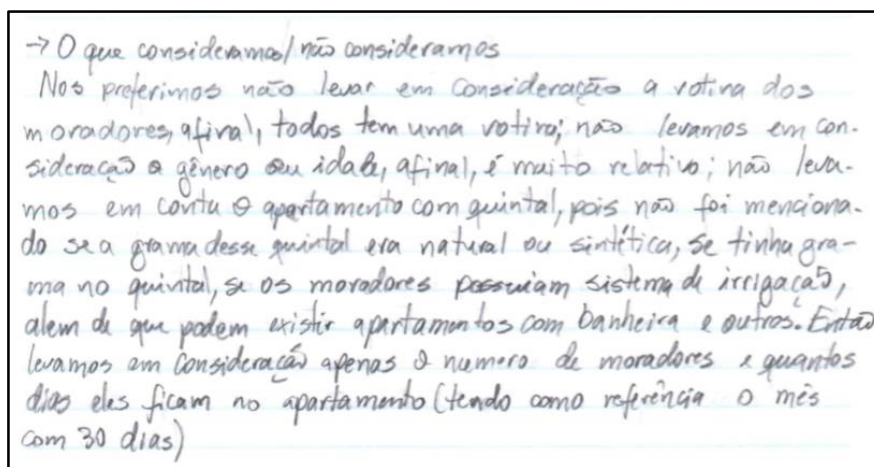
O período de duração da atividade foi de 4 aulas e ocorreu durante dois encontros. Nas duas primeiras aulas, os estudantes trabalharam na proposta de solução por volta de 50 minutos e em seguida, cada grupo apresentou os aspectos que seriam considerados, quais seriam ponderados e sua matematização inicial. O objetivo desta primeira apresentação foi para que pudéssemos observar como os alunos interpretaram a situação, quais os pressupostos foram considerados, quais argumentos utilizaram para justificar a realização da divisão da conta. Após a apresentação de todos os grupos e exposição dos argumentos em relação aos pressupostos que consideraram, foi solicitado aos grupos terminar a atividade em um momento extraclasse para apresentar a solução proposta na aula seguinte. Neste dia, os grupos deveriam apresentar a proposta, explicando os cálculos e resultados obtidos e justificando todas as considerações por eles implementadas, para que o modelo sugerido para a solução do problema, fosse aceito pelos seus colegas.

APRESENTAÇÃO DOS GRUPOS EM SALA DE AULA

Na turma D2, tivemos um total de 8 grupos de trabalho e na turma D3 um total de 6 grupos. Como todos os grupos trabalharam e desenvolveram suas propostas sobre uma mesma situação problemática, entendemos que descrever todos os trabalhos realizados se tornaria repetitivo e cansativo. Sendo assim, neste texto vamos descrever e analisar, apenas o trabalho e a apresentação de um grupo. Optamos por escolher o grupo 1 da turma D3. Os trabalhos e as apresentações dos demais grupos foram analisados, mas não serão descritos neste texto.

O Grupo 1 foi composto por 5 estudantes que serão nomeados no texto como D3A2, D3A3, D3A10, D3A11 e D3A18. Este grupo relatou que após conversarem sobre o problema, em que cada estudante expôs o que considerava “justo” em relação à divisão da conta de água, defendendo perante ao grupo os aspectos e pressupostos que deveriam ser observados, chegaram a um consenso em relação ao que deveriam ser ou não considerados (figura 1).

Figura 1: Justificativa do grupo



→ O que consideramos/não consideramos
 Nos preferimos não levar em consideração a vótina dos moradores, afinal, todos tem uma vótina; não levamos em consideração o gênero ou idade, afinal, é muito relativo; não levamos em conta o apartamento com quintal, pois não foi mencionado se a grama desse quintal era natural ou sintética, se tinha grama no quintal, se os moradores possuem sistema de irrigação, além de que podem existir apartamentos com banheira e outros. Então levamos em consideração apenas o número de moradores e quantos dias eles ficam no apartamento (tendo como referência o mês com 30 dias)

Fonte: Banco de dados do professor pesquisador.

O grupo decidiu então, que considerariam apenas o número de moradores em cada apartamento e a quantidade de dias que cada morador ficava nos mesmos. Este grupo utilizou como estratégia atribuir um valor para a conta de água, que foi de R\$1200,00. Baseando-se neste valor e considerando seus pressupostos, desenvolveram uma tabela e uma expressão algébrica para representar a situação. Na tabela, foram propostos o valor a ser pago por cada apartamento e um “modelo” inicial relacionado com o valor (V) a ser pago (figura 2).

É importante observar que a solução proposta pelos estudantes é composta por um modelo que apresenta uma solução particular (tabela), mas que pode ser generalizado para outros valores de V atribuído à conta de água do condomínio.

Durante a apresentação, os estudantes explicaram os valores exibidos na tabela, mais especificamente, na coluna em que apresentam “número de pessoas”, o porquê dos valores $\frac{8}{30}$ e $\frac{22}{30} + \frac{22}{30}$ que são atribuídos aos apartamentos 5 e 8 respectivamente. Segundo o grupo, a justificativa para esses valores, é que no apartamento 5 o morador permanece apenas nos finais de semana (8 dias por mês, que foi representado por $\frac{8}{30}$). Já no apartamento 8, tem-se 2 moradores que permanecem de segunda a sexta-feira (22 dias por mês, foi representado por $\frac{22}{30} + \frac{22}{30}$). Em seguida continuou a explicação da matematização dos pressupostos, dos aspectos considerados e dos cálculos realizados na proposta de solução.

Figura 2: Modelo proposto pelo grupo

Numero de pessoas	Apto	Valor a ser pago	
4	12	R\$ 109,76	$V = \text{valor a ser pago}$ Equação = $\frac{V}{\frac{8}{30} + \frac{22}{30} + \frac{22}{30} + 142}$ $= \frac{V}{0,26 + 0,73 + 0,73 + 142}$ $= \frac{V}{43,72}$
4	11	R\$ 109,76	
7	10	R\$ 192,08	
1	9	R\$ 27,44	
$\frac{22}{30} + \frac{22}{30}$	8	R\$ 40,06	
2	7	R\$ 54,88	
4	6	R\$ 109,76	
$\frac{8}{30}$	5	R\$ 7,13	
5	4	R\$ 137,2	
3	3	R\$ 82,32	
8	2	R\$ 219,52	
4	1	R\$ 109,76	

Fonte: Banco de dados do professor pesquisador.

ANÁLISE E ESTUDO DO MODELO PROPOSTO

Após a apresentação do grupo, os professores estimularam os alunos da turma a refletirem e opinarem sobre os aspectos considerados e se a proposta de divisão de fato era “justa”. Em seguida, junto com a turma, iniciou-se o debate sobre o modelo desenvolvido. Foi consenso que era preciso obter um modelo que pudesse ser aplicado a qualquer valor da conta de água permitindo simplificar os cálculos e que pudesse ser aplicado a qualquer apartamento, desde que as informações sobre o número de moradores e os dias de permanência fossem conhecidos. Este foi um momento planejado para que os professores destacassem os procedimentos do processo de modelagem a fim de propiciar o primeiro momento de familiarização.

Destacando os aspectos e pressupostos considerados pelo grupo, os professores orientaram os alunos a organizarem as informações já apresentadas, identificando as variáveis consideradas e a matematização utilizada. Incentivado pelos professores a turma percebeu que seria necessário acrescentar mais algumas variáveis, pois o modelo proposto foi construído, tendo apenas a variável V e o valor constante atribuído à conta de água. A partir da apresentação do grupo as informações foram organizadas e colocadas na lousa.

Aspectos considerados: Número de moradores por apartamento e quantidade de dias em que cada morador permanece no apartamento.

Pressuposto: O valor da conta de água varia de acordo com o número de moradores e quantidade de dias em que cada morador permanece no apartamento.

Matematização do pressuposto: O valor da conta de água que cabe a cada apartamento do condomínio deve ser proporcional ao total de pessoas que reside em cada apartamento e da quantidade de dias em que cada morador permanece no apartamento.

Justificativa: Quanto mais pessoas e quanto mais tempo cada pessoa fica no apartamento, maior é o consumo de água.

Modelo desenvolvido: $P(q) = q \cdot \frac{V}{S}$

V = Valor da conta mensal de água do condomínio;

S = Total dos moradores do condomínio;

q = Quantidade de moradores de cada apartamento

P = Valor a ser pago por cada apartamento.

Explicando o modelo: Dividindo V por S encontramos o custo de água para cada morador do condomínio. Depois multiplicamos este valor por q e encontraremos a parcela P que cada unidade deve custear.

ANÁLISE DAS COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DESENVOLVIDAS

Observando o desenvolvimento e as estratégias do grupo para resolver a situação colocada e propor um modelo matemático que representa a solução sugerida pelo grupo, podemos afirmar que a atividade de Modelagem Matemática contribuiu para desenvolver a competência de Modelagem Matemática, conforme Blum et al. (2007). Uma vez que a atividade propiciou aos estudantes desenvolver sua capacidade de identificar questões, variáveis, relações ou suposições relevantes em uma determinada situação do mundo real, escrevê-la em linguagem matemática e interpretar e validar a solução do problema matemático resultante em relação à dada situação.

Além de colaborar para o desenvolvimento das competências para a Modelagem Matemática, a atividade contribuiu, também, para o desenvolvimento de algumas das habilidades e competências essenciais, conforme propõe a BNCC. Essas contribuições puderam ser observadas nos dados obtidos durante a explicação e apresentação do grupo, conforme apresentaremos e descreveremos a seguir.

Durante a apresentação do grupo, houve um debate interessante sobre as questões relacionadas ao que significava a expressão “justo” no enunciado do problema, conforme podemos observar num recorte da fala dos estudantes a seguir, ao justificarem sua proposta. Neste recorte foi possível observar os argumentos dos alunos em relação a quantidade de dias que cada morador fica em seu respectivo apartamento.

Eu acho mais injusto a quantidade de dias. A família mora ali, ela vai ficar todos os dias, já os outros, eles não vão ficar (D3A18).
Por exemplo, esses irmãos, eles só ficam até final de semana (D3A18).
Então deveria dividir por oito trinta avos e vinte e cinco trinta avos (D3A2).
É injusto uma pessoa que só fica o final de semana pagando o mesmo valor de uma família de oito pessoas (D3A2).

Outros aspectos relativos às crianças, a questão do quintal, da quantidade de horas de permanência, do gênero e da profissão foram também debatidas.

Esse negócio de classificação de gênero também é justo, pois lá em casa quem gasta mais é meu padrasto. Fica horas no banheiro (D3A11).
Verdade, meu pai também fica mais tempo do que eu quando lavo meu cabelo (D3A10).
Eu entendo que essa classificação de gênero não é justo, pois na família pagaria todo mundo junto. Todo mundo contribuindo! (D3A2)
[...] Aqui também pode ter os estudantes, por exemplo. Eles não ficam em casa o dia inteiro. (D3A3).
Então você não pode levar em consideração a rotina da pessoa e sim a quantidade de água que ela consome, que deve ser a mesma para todo mundo. A criança vai para a escola, o pai vai trabalhar, os outros também vão trabalhar. Não importa se é padre ou não (D3A2).
Verdade! (D3A3).
A gente vai olhar o número de moradores. Aqueles que tiver mais moradores vão pagar mais. É o justo! (D3A2).
Será que tá justo? (D3A18).
Sim! Eu tô dividindo pela quantidade de pessoas, independente dela ser padre, estudante e nada, apenas pela quantidade de água que ela gasta (D3A2).
Dá para entender! (D3A18).

Ao abordar a questão relacionada ao que é “justo” no trabalho apresentado pelo grupo, a atividade de Modelagem, possibilitou ao professor trabalhar com habilidades que extrapolam ao que estava posto nos planejamentos das aulas. Neste caso, oportunizou discutir com os estudantes, questões relacionadas aos valores humanos, que são valores e princípios baseados nos conceitos morais e éticos e que devem ser desenvolvidos, conforme preconiza a competência geral 10 da BNCC.

Estes valores definem a forma de relacionamento entre as pessoas e, por consequência, o relacionamento e o funcionamento de uma sociedade. Desta forma, estes valores podem ser considerados como a base dos relacionamentos humanos e sociais, funcionando como um conjunto de normas que pautam as interações humanas e as decisões. Entre os valores humanos mais importantes estão respeito entre as pessoas, empatia, sentimento de solidariedade, cordialidade e educação. Também são valores importante para a boa convivência a noção de justiça, a honestidade e a humildade.

Na atividade desenvolvida, a proposta de solução para o problema deveria ser construída de forma a convencer todos os moradores, que o valor a ser pago por cada apartamento era justo. Neste caso, justiça é a particularidade do que os estudantes consideram justo e correto, como o respeito à igualdade entre todos os moradores, sendo o princípio básico que mantém a ordem no condomínio é que todos têm iguais direitos. Neste contexto, os estudantes devem fazer justiça e devem buscar a igualdade entre todos, de forma legal e consensual.

Por fim, a atividade de modelagem proposta, proporcionou um contexto real para desenvolver o conceito de função. Acreditamos que é preciso introduzir as noções básicas relacionados ao conceito de função através de situações cotidianas, pois desta forma podemos possibilitar o ensino do conceito de função de maneira intuitiva.

Existem muitos professores que preferem apresentar o conceito de função aos alunos, em especial do ensino médio, através de definições e generalizações abstratas como um caso particular de relação entre dois conjuntos. No entanto, muitos pesquisadores acreditam que esta abordagem dificulta o entendimento dos estudantes. Segundo Tinoco et. al. (1996) as dificuldades dos alunos em relação à aprendizagem ocorrem também por falta de preparação para a construção de conceitos ao longo dos anos de escolaridade e salienta que um aluno só adquire e aprende o conceito de função quando passar por quatro níveis de compreensão: Compreensão Intuitiva, Matematização Inicial, Abstração e Formalização.

Para estes autores os alunos atingem os dois primeiros níveis com relativa facilidade, no entanto, é difícil para alguns deles atingir o nível de abstração, por não ser algo espontâneo. Sugerem que é possível “propiciar aos alunos condições de evoluírem de um nível de compreensão para outro e adquirirem as noções para isto”. (TINOCO et. al., 2009, p.9).

De acordo com estes autores, a maneira tradicional como o conceito de função tem sido desenvolvido por muitos professores do ensino fundamental e médio não tem alcançado o objetivo final que é a “compreensão do conceito”. Assim, entendemos que a Modelagem Matemática pode ser uma alternativa para desenvolver as ideias básicas relacionadas a este

conceito, introduzindo situações problemas que possibilita aos estudantes refletirem sobre o conceito matemático e sua aplicação em sua realidade, em seu cotidiano.

Portanto, tomando como base as considerações acima podemos perceber na atividade de modelagem matemática apresentada e descrita anteriormente, que o grupo de estudantes, ao proporem uma solução para o problema utilizando um modelo matemático, desenvolveram algumas ideias ou níveis de compreensão do conceito de função, que poderão contribuir para seu entendimento.

Ao pressupor que o valor da conta de água do condomínio variasse de acordo com o número de moradores e a quantidade de dias em que cada morador permanece no apartamento durante o mês, os estudantes mostraram habilidades relacionadas ao primeiro nível de entendimento do conceito de função, que é a compreensão intuitiva. A compreensão intuitiva se caracteriza pela utilização do conhecimento informal da vida, pelo pensamento com base na percepção e por ações espontâneas, que está relacionado com o reconhecimento da dependência quantificável ou não e o estabelecimento de leis de formação simples e visual.

Já o segundo nível de compreensão, matematização inicial pode ser percebido quando os estudantes afirmam que o valor da conta de água que cabe a cada apartamento do condomínio deve ser proporcional ao total de pessoas que reside em cada apartamento e da quantidade de dias em que cada morador permanece no apartamento. E justificam dizendo que “quanto mais pessoas e quanto mais tempo cada pessoa fica no apartamento, maior é o consumo de água”. A matematização inicial tem como características a organização e quantificação das primeiras noções intuitivas, nesta fase o conceito é confundido com o procedimento que leva à sua construção.

Em relação à abstração, o conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria, que tem como característica predominante a generalização com escrita de expressões analíticas. Na atividade, esta habilidade foi trabalhada e desenvolvida quando os estudantes propuseram seu modelo e o professor, junto com a turma desenvolveu e validou a expressão obtida, dada por $P(q) = q \cdot \frac{V}{S}$ em que o valor pago por cada apartamento do condomínio P depende da quantidade de moradores que ali residem q .

Apenas o nível da formalização, que se caracteriza pelo uso da linguagem simbólica, descontextualização, justificção das operações não foi contemplado na atividade. Mas como o objetivo era de introduzir um contexto para se trabalhar com o conceito de função, entendemos que a atividade trouxe contribuições para o entendimento do mesmo.

Alinhado com os objetivos da atividade, podemos perceber nos resultados apresentados pelos grupos, que algumas competências gerais da educação básica, propostas na BNCC foram, de certa forma, trabalhadas. Dentre as quais, podemos destacar:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos [...] para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns [...] com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2017, p.9)

Em relação ao conteúdo matemático, a atividade contribuiu para o desenvolvimento do conceito de função de forma alinhada com as orientações da BNCC. No Ensino Médio, conforme BNCC, são definidos um conjunto de pares de ideias fundamentais que produzem articulações entre os vários campos da Matemática e que são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. Dentre estes pares, entendemos que “relações e inter-relações” é o par de ideias fundamentais que foram trabalhados nesta atividade.

De acordo com o documento, “relações e inter-relações” estão presentes em muitas situações reais nas quais se aplica a Matemática, como em problemas que envolvem a proporcionalidade entre duas ou mais grandezas, escalas, divisão em partes proporcionais e que tratam da interdependência entre grandezas. O documento salienta, que dessas relações, evoluiu-se para a noção de função (BRASIL, 2017).

Ainda segundo a BNCC, o desenvolvimento das competências, que são bastante amplas, pressupõe habilidades que podem favorecer a interpretação e compreensão da realidade pelos estudantes, utilizando conceitos de diferentes campos da Matemática para fazer julgamentos bem fundamentados. Entendemos também, que a atividade proporcionou aos estudantes o desenvolvimento de competências específicas relacionadas o ensino de matemática no ensino médio. E relacionadas a cada uma dessas competências específicas, foram indicadas habilidades que foram desenvolvidas nessa abordagem. A seguir, apresentamos, como exemplo, a competência específica 3 e a habilidade que foi em parte desenvolvida na atividade.

Competência específica 3

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2017, p.523)

Habilidade

(EM13MAT301). Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais (BRASIL, 2017, p.528).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência de Modelagem Matemática relatada neste texto, foi proposta para criar um ambiente de aprendizado que possibilitasse aos alunos desenvolver competências e habilidades essenciais, trabalhar o conceito de função e propiciar um primeiro momento de familiarização com o processo de modelagem no ensino médio. Os resultados obtidos na atividade durante o processo de modelagem permitiram avaliar que os objetivos foram atingidos, que a abordagem contribuiu para o desenvolvimento de competências essenciais e específicas da área de Matemática possibilitando ao aluno participar de seu processo de aprendizagem.

A atividade proposta possibilitou aos alunos entender a utilidade do conhecimento matemático e da habilidade de modelar e resolver problemas. Estimulou-os a aplicar os conhecimentos em relação a disciplina como prática reflexiva, bem como sua capacidade de avaliar e aplicar, que exige habilidade de identificar um problema, avaliando-o e, em seguida, sugerindo como ele pode ser utilizado para resolver o problema à luz da matemática e em prol de uma sociedade mais justa.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. Um Estudo sobre o Uso da modelagem matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 16, p.19-35, 01 set. 2004.
- ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012. 160 p.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24. 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. 1 CDROM.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. A "contextualização" e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8. 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. p. 1-8. 1 CDROM.
- BLUM, Wener; LEIß, Dominik. How do students and teachers deal with modelling problems? In: Haines, C. et al. (Org.). **Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics**. ICTMA, 13, Woodhead Publishing, Ltd, 2007. p. 222 - 231.

BLUM, Werner. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What do we know, what can we do? **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education Intellectual and attitudinal challenges**. 2015. pp.73-96.

BRAGA, Roberta Modesto; ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira do. Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria da Atividade de Engeström. **Boletim do LABEM**, v. 8, n. 14, p. 143-161, 2017.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: < 568 http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2018.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexos sobre educação e matemática**. São Paulo: Summus, 1986.

ENGLISH, Lyn. D. STEM: Challenges and opportunities for mathematics education. In Beswick, Kim, Muir, Tracey, & Wells, Jill (Eds.) **Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, PME. Hobart, Tas. 2015. p. 4-18.

FERREIRA, Neuber Silva. **Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação como ambiente para abordagem do conceito de Função segundo a Educação Matemática Crítica**. 2013. 243 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

OECD. National Science and Technology Council. PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy. 2013.

SILVA, Cíntia da. **Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática**. 2018. 145 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

TINOCO, Lúcia Arruda de Albuquerque, (Org.). **Construindo o Conceito de Função no 1º Grau**. Equipe do Projeto Fundação Rio de Janeiro: Instituto de Matemática – UFRJ, 1996.

TINOCO, Lúcia Arruda de Albuquerque. **Construindo o Conceito de Função**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática – UFRJ. Projeto Fundação, 2009.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Um olhar sobre a modelagem Matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

VIDIGAL, Cássio Luiz. **Desenvolvendo criticidade e criatividade com estudantes de geografia por meio de modelagem**. 2013. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.