

MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRTICA E REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA A APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE NÚMERO RACIONAL

Silvana Cocco Dalvi¹

Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória
silvanaej@hotmail.com

Oscar Luiz Teixeira de Rezende²

Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória
oscar@ifes.edu.br

Luciano Lessa Lorenzoni³

Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória
lucianolessalorenzoni@gmail.com

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo analisar a formação do conceito de número racional pela mobilização dos diversos registros semióticos em uma prática pedagógica de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. O problema extraído do contexto sociocultural dos alunos foi a escassez de água dando suporte para a elaboração da pergunta desafiadora: Eu sou “gastão” de água? onde os alunos foram convidados a medir o próprio consumo diário de água. Desse processo de medição emergiu o objeto matemático número racional. Os pressupostos teóricos que embasam o trabalho são a modelagem matemática na perspectiva sociocrítica e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. A pesquisa é de abordagem qualitativa cujo instrumentos usados para a produção dos dados foram o diário de bordo do pesquisador e dos alunos, produções textuais e gravações em vídeo. Os resultados apontam que o encaminhamento dado a prática da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica contribuiu para a aprendizagem do conceito de número racional, visto que os alunos mobilizaram diferentes registros semióticos fazendo transformações cognitivas de tratamento e conversão. Cabe salientar que a aproximação entre esses pressupostos teóricos favorecem o desenvolvimento da formação cidadã dos estudantes considerando a peculiaridade do acesso ao objeto matemático por meio de representações semióticas.

Palavras-chave: modelagem sociocrítica; registros semióticos; número racional. Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

A contemporaneidade é marcada pelo desenvolvimento da tecnologia que transforma o modo de produção da sociedade e o jeito de viver das pessoas. As mudanças acontecem constantemente exigindo a formação de cidadãos autônomos que atuam criticamente nos

¹ Pesquisadora do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística - Instituto Federal do Espírito Santo

² Orientador do Programa de Pós-graduação em Ciências e Matemática - Instituto Federal do Espírito Santo

³ Orientador do Programa de Pós-graduação em Ciências e Matemática - Instituto Federal do Espírito Santo

problemas socioculturais da realidade. Diante desse contexto, a modelagem matemática é uma possibilidade para a educação matemática na atualidade, pois associa um problema aparentemente não-matemático do cotidiano com os estudos escolares.

A modelagem matemática na perspectiva sociocrítica é uma prática pedagógica que vincula o contexto sociocultural dos alunos aos conteúdos escolares. Tem uma visão da matemática como construção humana que se transforma ao longo dos tempos, sendo ressignificada em cada situação vivenciada pelos estudantes em que ela é usada.

Entretanto, não podemos esquecer o que a matemática tem de mais peculiar, isto é, o acesso ao objeto matemático que se dá, necessariamente, por meio de representações semióticas. O que se ensina na escola é a representação de um objeto matemático, sendo que existem diferentes representações para um mesmo objeto. Segundo Duval (2013), a compreensão em matemática na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação semiótica, mas a coordenação entre os diferentes registros não se opera espontaneamente pelos estudantes que em sua maioria permanecem aquém dessa compreensão.

O presente trabalho tem por objetivo analisar a formação do conceito de número racional pela mobilização dos diversos registros semióticos em uma prática de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. É parte de uma pesquisa de mestrado que teve como problema extraído da realidade dos alunos a escassez de água. A pergunta desafiadora foi: Eu sou “gastão” de água? que consistia na medição individual do consumo de água por um dia. O objeto matemático número racional emergiu desse processo de medição feito pelos alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola situada em Castelo, Espírito Santo.

Na estrutura do texto, tratamos da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica cujo expoente é Raymond Duval. Em seguida, abordamos os procedimentos metodológicos da pesquisa, o desenvolvimento da prática e análise feita à luz do referencial teórico. Por fim, apresentamos as considerações finais.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOCRIÁTICA

Desde os tempos mais remotos, o homem já fazia uso da modelagem matemática, para resolver problemas do cotidiano e encontrar explicações para os fenômenos da natureza. (BIEMBENGUT, 2003). A autora considera que as discussões sobre a modelagem e suas aplicações na educação matemática ocorreram na década de 1960, oriundas do movimento “utilitarista” da matemática, definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade. As transformações tecnológicas e sociais ocorridas ao longo do

tempo influenciaram o processo ensino e aprendizagem de matemática percebendo que, conforme a prática de modelagem era orientada poderia atender a diferentes objetivos.

Kaiser e Sriraman (2006), sistematizaram cinco perspectivas sobre a modelagem: a realística, a epistemológica, a educacional, a sociocrítica, a contextual. De acordo com Barbosa e Santos (2007), as perspectivas epistemológica, educacional e contextual têm como objetivo didático o desenvolvimento da teoria da matemática; a realística, o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas aplicados; e a sociocrítica, a análise da natureza e do papel dos modelos matemáticos na sociedade.

Para Barbosa (2004a), dois pontos são cruciais na prática da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica a saber:

- A referência num contexto real — Os temas para estudo devem ser extraídos do contexto sociocultural dos alunos. Devem constituir realmente um problema para eles, fazer parte do mundo-vida das pessoas.
- Esquemas não determinados previamente para abordar o problema — Como os procedimentos não são fixados de antemão pelo professor, eles só se tornam conhecidos à medida que os alunos usam sua autonomia e investigam um possível caminho para solucionar o problema exigindo deles um esforço intelectual.

Por esse prisma,

O ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta (BARBOSA, 2004b, p. 75).

Para Barbosa (2003), mais do que informar matematicamente, é preciso educar criticamente através da matemática e destaca que as atividades escolares devem preparar os alunos para a cidadania. Jacobini e Wodewotzki (2006), também consideram que a perspectiva sociocrítica da modelagem matemática extrapola o processo de ensino-aprendizagem dos elementos próprios da matemática em si que são importantes por estarem presentes na sociedade, mas advertem que eles devem estar correlacionados aos problemas sociais.

Tanto para o crescimento intelectual do estudante como para a sua formação crítica enquanto cidadão presente em uma sociedade altamente tecnológica, globalizada e com forte presença da matemática. Dentre essas oportunidades enfatizamos as de ações sociais e políticas possibilitadas pelo trabalho investigativo inerente à aplicação da modelagem, com a expectativa de que despontem, em todos os atores participantes, novos olhares, quer sobre a matemática e os fatos investigados, quer sobre a realidade social que se encontra ao seu redor (JACOBINI; WODEWOTZKI, 2006, p.74).

A modelagem matemática na perspectiva sociocrítica possibilita explorar com os alunos os conhecimentos matemáticos, mas também desenvolver reflexões críticas sobre o

meio em que estão inseridos. Nesse cenário, Silva e Kato (2012), caracterizaram a prática da modelagem na perspectiva sociocrítica quando atendem a um conjunto de quatro categorias: participação ativa dos alunos na construção do modelo, participação ativa do aluno na sociedade, utilização de problema não matemático da realidade e atuação do professor como mediador. Destacam que dentre as perspectivas de modelagem matemática a perspectiva sociocrítica é a que mais se identifica com o propósito da formação cidadania dos estudantes.

A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica tem servido de base para diversos investigadores que se ocupam com a aquisição do conhecimento matemático e a organização de situações de aprendizagem desse conhecimento. “Não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação (DAMM, 1999, p. 137). Gráficos, números, formas geométricas, tabelas, escritas algébricas, associações verbais, entre outras, constituem representações semióticas para os objetos matemáticos.

Duval (2013), explica que a diferença entre a atividade cognitiva requerida pela matemática e a de outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos, mas sim na importância primordial das representações semióticas, uma vez que o objeto matemático não é diretamente perceptível ou observável com o auxílio de instrumentos como microscópio ou aparelhos de medida, entre outros, pois seu acesso se dá obrigatoriamente por representações que o permite designar; outra questão é a grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática, pois o mesmo objeto matemático pode ser expresso por diferentes representações semióticas.

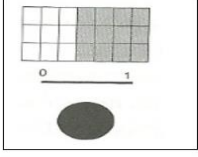

Duval (2013), considera dois tipos de transformações de representação semióticas: as de tratamento que permanecem dentro do mesmo registro semiótico e as conversões que ocorrem em registros semióticos diferentes, mas conservando a referência ao mesmo objeto. Para ele, é a atividade de conversão que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão matemática. Assim,

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Certamente, segundo os domínios ou as fases da pesquisa, em uma resolução de problema um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro a outro (DUVAL, 2013, p.14-15).

Maranhão e Iglioni (2013), apoiadas na teoria de Duval (1999), destacam três fenômenos interligados, referindo-se à aprendizagem de número racional, a saber:

1. Existência de diversos registros de representação semiótica conforme a Tabela 01.

Tabela 1 – Registros de representação e números racionais

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO E NÚMEROS RACIONAIS			
REGISTRO FIGURAL	REGISTRO SIMBÓLICO		REGISTRO NA LÍNGUA NATURAL
CONTÍNUO	NUMÉRICO	ALGÉBRICO	Um número racional escrito na forma $\frac{a}{b}$ com a e b inteiros e $b \neq 0$ está representada por uma fração.
	Fracionário Ex: $\frac{2}{5}$	$\frac{a}{b}, \neq 0, a, b \in \mathbb{Z}$	
DISCRETO	Decimal exato Ex: 0,2 ou Decimal não exato Ex: 1,3	$A_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_nx^0 + \dots$	Um número racional pode ser escrito seguindo as regras e convenções do Sistema Decimal de Numeração.
	Potência de 10 ou Notação científica	$a \cdot 10^m$ ou $a \cdot 10^n$	

Fonte: Maranhão e Iglioni (2013, p. 59).

Diferenciação entre o objeto representado e seus registros de representação semiótica— utilizam-se de uma atividade proposta por Catto (2000), a qual consistia em colocar os sinais de $=$ ou \neq entre $(0,5)^2$ e $(1/2)^2$. A aluna do ensino médio apresentou como resposta $(0,5)^2 = 0,25 \neq 1/4 = 0,25$, não identificando as duas representações como se fossem de um mesmo número.

- Coordenação entre diferentes registros de representação semiótica — a atividade requeria da aluna que escrevesse 0,25 como $1/4$ envolvendo a conversão numérica na *forma decimal* para a *forma fracionária*. A dificuldade não é necessariamente a mesma nos dois sentidos de uma conversão pois a aluna, não reconhece a mesma representação de 0,25 e $1/4$ parecendo não dispor de uma regra para essa conversão que seria 0,25 para 25/100 (congruente) que só exigiria o tratamento da simplificação para chegar a $1/4$; entretanto reconhece que $1/4 = 0,25$ por conhecer a regra utilizada para essa conversão que é dividir 1 por 4.

Conforme explica Duval (2013), os sistemas semióticos deveriam estar integrados nos modelos de arquitetura cognitiva das pessoas, como estruturas essenciais do funcionamento do pensamento. Daí a importância dos professores se aterem a Teoria dos Registros de Representação Semiótica procurando criar oportunidades e elaborar atividades que propiciem as transformações de conversão levando o aluno a mobilizarem os diferentes registros semióticos para um mesmo objeto matemático.

A seguir, tratamos dos procedimentos metodológicos da pesquisa.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é de abordagem qualitativa. Optamos por essa abordagem por atender ao nosso propósito de retratar as experiências vivenciadas, as discussões e apreensões dos alunos

durante o desenvolvimento da prática pedagógica de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. “A pesquisa qualitativa se preocupa com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Trabalha com o universo de significados, aspirações, crenças [...] que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis” (MINAYO, 2003, p. 22).

Os instrumentos usados para a produção de dados foram *o diário de bordo do pesquisador* onde fizemos nossas observações e anotações. Ele nos acompanhou durante toda a pesquisa em campo. O *diário de bordo do aluno*, pequeno caderno onde ele também pode anotar as estratégias e o percurso usado no processo de medição do consumo de água e realizar as produções textual envolvendo os registros semióticos para o número racional. As *gravações em áudio* que auxiliaram nas transcrições dos discursos.

Os sujeitos da pesquisa foram 18 alunos, do 8.º ano do ensino fundamental de uma escola municipal, localizada em Castelo, Espírito Santo, em 2016. A prática foi desenvolvida em seis aulas de 50 minutos, sendo as duas primeiras consecutivas e as outras intercaladas. A fim de evitarmos a personalização dos participantes, identificamos os alunos com a letra A, acompanhado de um número, o pesquisador/professor pela letra P e o grupo dos alunos onde houve muitas discussões não sendo possível identificar o discurso de um só com a letra G.

DESCRIÇÃO DA PRÁTICA DE MODELAGEM E DISCUSSÃO DOS DADOS

Os alunos foram questionados em uma das aulas da autora/pesquisadora desse trabalho um problema sociocultural que os preocupavam e eles relataram a preocupação com a escassez de água, uma vez que a companhia de abastecimento racionava a distribuição de água e o rio que cortava o município de Castelo onde moravam estava quase seco. Após esse levantamento vislumbramos um assunto interessante para desencadear uma prática de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. De acordo com Barbosa (2003), o tema para a prática de modelagem na perspectiva sociocrítica deve ter uma referência no contexto real dos alunos e ser aparentemente um problema não matemático, como esse da falta de água.

Na sequência foi exibida e discutida a reportagem: *Água, planeta em crise*⁴ que trata do problema da crise hídrica tanto no Brasil quanto em outros países. As reflexões tomaram um direcionamento do sentido global para o local, levando os alunos a refletirem sobre o desperdício de água também em Castelo, Espírito Santo, município onde os alunos residem.

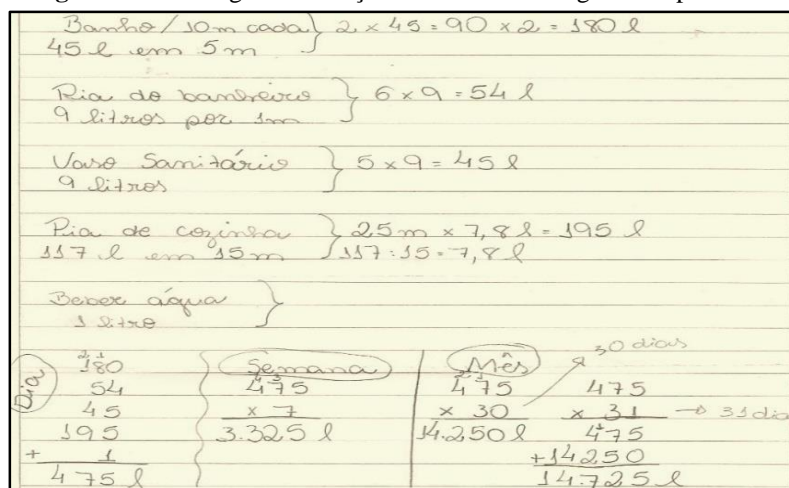
⁴ Esta reportagem é encontrada no site: g1.globo.com/.../veja-cinco-reportagens-da-serie-agua-planeta-em-crise-do-jg.html.

Sob a ótica da vivência dos alunos com a problemática da água propomos a questão desafiadora – *Eu sou “gastão” de água?* –, que consistia em que cada aluno medisse o seu consumo diário de água. O assunto passou a ser visto matematicamente. Os alunos trocavam informações, discutiam alternativas, examinavam e selecionavam estratégias demonstrando interesse pela investigação. Barbosa (2004b), ressalta a importância de um ambiente de modelagem associado à problematização e investigação onde os alunos assumem o processo investigativo. Outro ponto relevante é o fato de exigir dos alunos um esforço intelectual na busca de uma estratégia para resolver a questão além da procura e organização dos dados, uma vez que nenhum procedimento para a medição do consumo de água foi definido a priori pela professora/pesquisadora. Entendemos pelo envolvimento dos alunos que o “convite” para a investigação sobre o consumo diário individual de água estava aceito com a finalidade de responder a pergunta desafiadora feita por nós.

Na sequência, após realizarem as medições, os alunos foram convidados a explicarem as estratégias usadas para a medição que são descritas a seguir:

- Um grupo de alunos pesquisou na internet a quantidade de água gasta por minuto em cada atividade em que usava água. Marcava o tempo de consumo e depois multiplicava pelo valor pesquisado somando os resultados das atividades feitas naquele dia usando a água, obtendo o consumo diário de água. Essa estratégia pode ser observada na Figura 1 a seguir:

Figura 1 – Estratégia de medição do consumo de água feita por A10

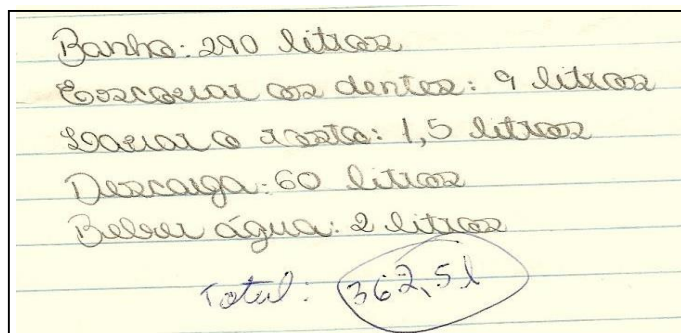


Fonte: Diário de bordo de A10, 2016.

- Outro grupo de alunos priorizou os baldes e garrafas PET, mas sentiram a necessidade de pesquisar na internet o consumo de água nas descargas visto que não conseguiam medir com os baldes. Na Figura 2 mostramos como A12 particionou o seu consumo de

água: os baldes de água usados no banho estão em litros e para o consumo da descarga, considerou três descargas durante um dia, gastando 20 litros em cada uma, totalizando 60 litros.

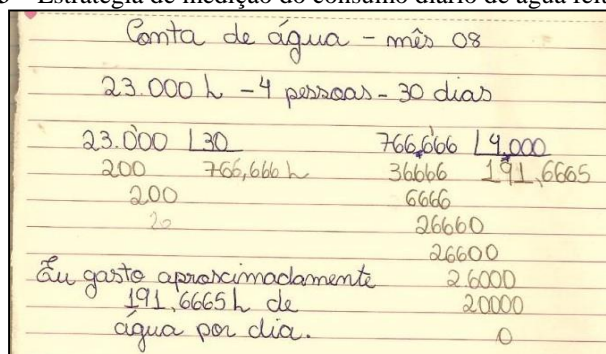
Figura 2 – Estratégia de medição do consumo diário de água feita por A12



Fonte: Diário de bordo de A12, 2016.

- Outro grupo de alunos usou como estratégia a conta de água. Na Figura 3, mostramos como o aluno A15 usou a conta mensal de água de sua casa pegando o consumo total de 23 000 litros dividido por 30, para calcular o consumo diário. Para calcular o seu consumo diário, dividiu o valor pelo número de pessoas da casa.

Figura 3 – Estratégia de medição do consumo diário de água feita por A15



Fonte: Diário de bordo de A15, 2016.

Essa última estratégia foi discutida pelos alunos que julgaram não ser adequada para resolver o desafio proposto, uma vez que pediu-se o consumo diário individual e não a média aritmética do consumo mensal. Cabe salientar, que essas reflexões foram feitas num ambiente de respeito mútuo onde o diálogo contribui para as novas aprendizagens.

Conforme destaca Jacobini e Wodewotzki (2006), a modelagem matemática na perspectiva sociocrítica contribui para a formação cidadã dos estudantes despertando novos olhares sobre a realidade ao seu redor. Isso foi registrado por nós, em nosso *diário de bordo*, observando a reação de espanto dos alunos ao apresentarem os resultados da medição com o alto consumo de água e a reflexão de que precisavam mudar os hábitos cotidianos.

Após as apresentações das estratégias e do consumo individual da água analisamos os diários de bordo dos alunos e observamos que, por iniciativa deles, particionaram as medidas do consumo, separando em categorias: banho, descarga, beber, entre outras. De posse das anotações dos alunos organizamos os dados coletados por eles na Tabela 2 a seguir:

Tabela 2 – Consumo diário de água pelos alunos em categoria

Aluno	Banho	Descarga	Beber	Outros	Pia	Lavar as mãos	Escovação	TOTAL (Litros)
A01	180	34	2	14		2		232
A02	390		2	40		3		435
A03	360	18		30	75			483
A04	270	60				30	33	393
A05	70	56	3			2		131
A06	96	18	1	0,6		70	5	190,6
A07	45	35	3			9,8	1,7	94,5
A08	180	40	1	5			1	227
A09	240	18	0,6			12	12	282,6
A10	180	45	1	195	54			475
A11	60	18	2	55			12	147
A12	290	60	2			1,5	9	362,5
A13	150	28	1	119,5	12			310,5
A14	405	42	1,8			36		484,8
A15								191,66
A16	240	27	0,8	12			12	291,8
A17								533
A18								541,6

Fonte: Elaborada pela autora e orientador (2016).

O objeto matemático que emergiu do processo de medição do consumo de água foi o número racional. A Tabela 02 foi socializada com os alunos, que em grupos resolviam as questões envolvendo tratamento e conversão para o número racional. Depois de certo tempo, coletivamente, os grupos apresentavam suas estratégias e analisavam as de seus pares. Tomaremos para análise a Questão 1 a seguir, apresentando as interações com todos os grupos gravadas em áudio e as produções textuais dos alunos, bem como nossas análises.

Questão 01– A09 consumiu 0,6 litro bebendo água. Expresse esse consumo por meio de desenho.

A questão propõe a conversão do registro numérico decimal para o registro figural. Os alunos realizaram a tarefa adotando diferentes estratégias, o que retrata a importância da natureza investigativa e “aberta” da modelagem sociocrítica. A comunicação dialógica nos auxilia a entender como os alunos estão agindo cognitivamente na compreensão do objeto matemático. Na Interação 1, o aluno A09 explica como procedeu para fazer a conversão

solicitada.

Interação 1: Conversão de 0,6 litro de água para o registro figural.

P: 0,6 é mais ou menos que 1 litro? G: É menos.

P: Então, cabe em 1 litro, né? G: Sim.

P: Ok! Gostaria que alguém explicasse como resolveu essa questão.

A09: Eu fiz assim: 0,6 é menos que 1 litro inteiro; então, eu fiz um desenho dividido em 10 partes iguais e pintei só seis, que é 600ml.

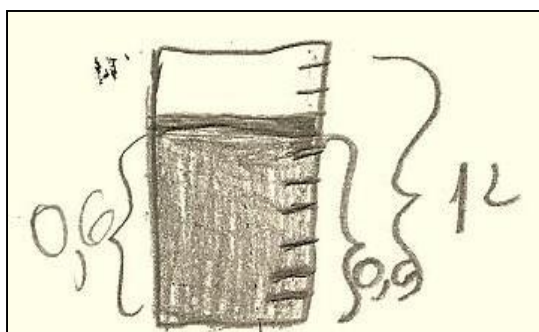
P: Mas espera aí! Por que dividiu o litro em 10 partes?

A09: Porque eu coloquei como se cada espaçozinho valesse 100 ml - 0,1 do litro.

P: Muito bom. Você fez 100 ml = 0,1 litro. Teve alguém que fez diferente? [...]

Em sua fala, o aluno A09 explica como fez o desenho, conforme observa-se a seguir

Figura 4 – Representação figural do objeto matemático do número racional 0,6



Fonte: Produção textual de A09, 2016

A09 explica como procedeu, ao reconhecer que 100 ml corresponde a 0,1 do litro, fazendo o tratamento dentro do registro simbólico numérico decimal exato, e como se deu a conversão para o registro figural. Na sequência do diálogo a professora/pesquisadora pergunta se alguém fez diferente e A14 explica como procedeu na Interação 2 a seguir

Interação 2: Explicação de A14 para a realização da conversão

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG • 14 a 16 de novembro de 2019 • Belo Horizonte, MG

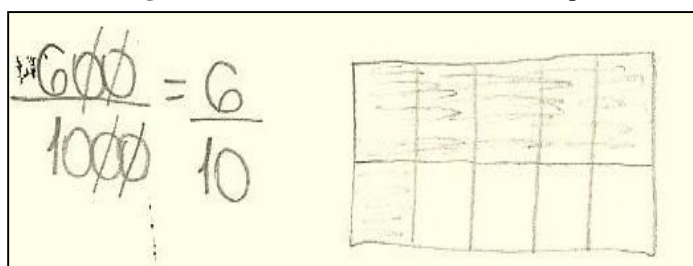
P: Teve alguém que fez diferente?

A14: Eu peguei 600 ml e coloquei 1000 ml embaixo que corresponde 1 litro ($\frac{6000}{1000}$).

Aí eu dividi por 100 e deu $\frac{6}{10}$ e eu fiz o desenho.

O aluno A14 partiu a informação 0,6 litro no enunciado da questão com base na qual fez conversões e tratamentos, conforme é apresentado na figura 5.

Figura 5 – Conversão e tratamento feitos por A14



Fonte: Produção textual de A14, 2016.

Na fala do aluno A14, observamos que ele faz a conversão do registro simbólico numérico decimal exato para o registro simbólico numérico fracionário, ao transformar 0,6 litro para $\frac{600}{1000}$. Em seguida, fez um tratamento dentro do registro numérico fracionário ao simplificar $\frac{600}{1000}$ para $\frac{6}{10}$. Só então, fez a conversão para o registro figural. Nessa sua estratégia, ao fazer um tratamento dentro do registro simbólico numérico fracionário (simplificar a fração), ele obteve uma representação que facilitou a conversão para o registro figural.

Na Interação 3, continuação da anterior, os alunos explicaram como fizeram um tratamento no interior do registro numérico fracionário exato, com base na explicação de A14.

Interação 3: Tratamento no interior do registro simbólico numérico fracionário - $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

P: A10, você descobriu outra fração equivalente a essa? Uma outra representação para essa questão? Eu ouvi vocês discutindo isso enquanto faziam. (Vários alunos murmuraram ao mesmo tempo.)

A10: É que nós simplificamos.

A11: Mas aí ficaram 5 espaços cada um valendo 200 ml. Aí pintamos só 3 espaços.

A17: Tem que simplificar a fração.

A03: Simplificando a fração, vai ficar três quintos. Diminui o tanto de pedaços. A10: É isso aí.

P: Todas essas representações são do número decimal 0,6? (Enquanto relatavam registrei no quadro a estratégia.)

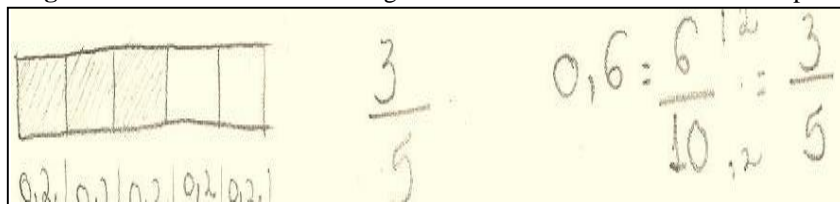
G: Sim.

P: Ótimo! Notaram, então, que não temos uma única forma para representar os números? Podemos representar o mesmo número de várias formas.

Na figura 6, mostra-se a operação cognitiva de tratamento e o desenho feito por A10

que participou da Interação 3.

Figura 6 – Tratamento feito no registro simbólico numérico fracionário por A10



Fonte: Produção textual de A10

Observamos que os alunos fizeram a conversão, no primeiro momento, do registro numérico decimal para o fracionário: $0,6 = \frac{6}{10}$. Fizeram um tratamento: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. Depois fizeram a conversão do registro fracionário para o figural e ainda operaram no registro decimal representando cada parte do desenho por 0,2, conforme o registro de A10.

A coordenação de registros permite a identificação das características do objeto matemático em cada um dos registros usados, ou seja, podemos dizer que os diferentes registros se complementam (DUVAL, 2013). A mobilização simultânea dos diferentes registros permitiu que os alunos visualizassem propriedades próprias desses registros, facilitando a compreensão do objeto matemático em estudo.

A prática pedagógica de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica desenvolvida atendeu as categorias estabelecidas por Silva e Kato(2012): participação ativa dos alunos na construção do modelo – isso aconteceu durante o processo de medição do consumo de água; participação ativa do aluno na sociedade – os alunos reconheceram que gastavam muita água e que precisavam mudar os hábitos diários em relação ao uso da água; utilização de problema não matemático da realidade - problemática da escassez de água; atuação do professor como mediador - nenhuma estratégia e resposta era conhecidas a priori pela professora/pesquisadora que orientou a atividade e estimulou as conversões do número racional a partir da modelagem. Convém lembrar o que Duval (2013), alerta quando considera que uma das características importantes da atividade matemática é a diversidade dos registros de representação semiótica que ela obrigatoriamente mobiliza e, no entanto, raramente é levada em consideração no ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base na descrição da prática da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica e das análises feitas à luz do referencial teórico é possível tecer algumas considerações.

Mantivemos nosso olhar sobre duas vertentes distintas do fenômeno educativo: a

vertente didática com foco no ambiente de aprendizagem investigativo e a cognitiva voltada para a aprendizagem do conhecimento matemático sobre número racional ancorada pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Essas vertentes se articulam no processo ensino e aprendizagem de matemática. A prática pedagógica da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica foi terreno fecundo para desenvolver com os alunos essas duas vertentes.

A modelagem matemática na perspectiva sociocrítica não tem estratégias de resolução definidos a priori para abordar o problema em estudo, oportunizando os alunos a discutir, escolher, aplicar e avaliar procedimentos matemáticos que julgam viáveis para aquela investigação. Com o intuito de responder ao desafio – *Eu sou “gastão” de água?* –, os alunos realizaram a medição por três estratégias diferentes, que foram caminhos encontrados por eles, revelando um esforço intelectual deles próprios. A autonomia dos alunos mostrou que assumiram o processo investigativo procurando respostas ao desafio.

Entendemos que o encaminhamento dado à prática pedagógica da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica deu espaço a um trabalho pedagógico que valorizou os diversos registros semióticos usados para ensinar matemática. A iniciativa dos alunos em particionar as medidas de seu consumo de água, separando em categorias, deu suporte para a organização da tabela 2, com base na qual, foram elaboradas as questões de tratamento e conversão do número racional – tratamento no registro numérico fracionário e conversão entre os registros numérico decimal, fracionário e figural, contribuindo para aprendizagem dos alunos, visto que identificaram esse objeto matemático em suas diferentes representações. Na questão 1 apresentada, os alunos tiveram oportunidade de trabalharem matematicamente com dados reais, extraídos por eles do contexto sociocultural em que estavam inseridos e usados na construção dos modelos matemáticos construídos por cada um, com a intenção de responder ao desafio proposto.

Cabe ressaltar que o estudo apresentado não é um receituário, mas aponta uma alternativa de como a aprendizagem dos conceitos matemáticos pode ser beneficiada com a aproximação entre a prática pedagógica da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. É uma forma de ver a educação matemática contribuindo para a formação cidadã dos estudantes sem deixar de lado o que a matemática tem de mais específica, o acesso ao seu objeto que se dá obrigatoriamente por representações semióticas.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica. In: 2.º SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Santos, novembro de 2003.

BARBOSA, J. C. A “contextualização” e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In: 8.º ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Recife: SBEM, 2004a.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, 2004b. p. 73-80.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M.A. dos. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: 9.º ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Belo Horizonte. **Anais...** Recife. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999. p. 135-154.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papyrus, 2013. p. 11-33.

JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. Uma reflexão sobre Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. **Bolema**, Rio Claro, v. 19, n. 25, p. 71-88, 2006.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. *A global survey of internaonal perspecves on modelling in mathemacs educaon*. *Zentralblafür Didakk der Mathemak*, v. 38, n. 3, 2006. p. 302-310.

MARANHÃO, M. C. S. A.; IGLIORI, S. B. C. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2013. p. 57-70.

MINAYO, M. C. S. et al. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 22. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

SILVA, C.; KATO, L. Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. Revista **Bolema**, v. 26, n. 43, Rio Claro, 2012. p.817-83.