



II ENEMI
Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

**A aprendizagem de razões trigonométricas por estudantes cegos: uma
análise a partir da Teoria dos Campos Conceituais**

RC 1: Educação Matemática de pessoas com deficiência visual

Evanilson Landim¹
Lícia de Souza Leão Maia²
Wilma Pastor de Andrade Sousa³

Resumo: A presença do estudante com deficiência na escola não se confunde com inclusão. Com a chegada de diferentes grupos à escola vêm à tona as fragilidades e dificuldades de uma aprendizagem justa para todas as pessoas. Na aula de Matemática, somam-se a outros embaraços as dificuldades para o atendimento dos estudantes cegos por meio de recursos com linguagem adequada às características desse público, sobretudo, pela relevância da visualização na forma como alguns saberes são abordados na escola. Neste texto, analisamos como ocorre o processo de desenvolvimento da aprendizagem de conceitos relativos às razões trigonométricas a partir da Teoria dos Campos Conceituais por seis estudantes cegos que frequentavam um instituto especializado. Os resultados demonstraram que, mesmo as tarefas parecendo estranhas para quase todos os participantes, apesar de já escolarizados nos temas em investigação, a deficiência não é um obstáculo à aprendizagem das razões trigonométricas.

Palavras-chave: deficiência visual; matemática; trigonometria; ensino e aprendizagem.

Introdução

A Educação Inclusiva parte do entendimento de que o famigerado “bom aluno” ou, de outra forma, estudante ideal, não existe. A escola que temos é complexa e deveria considerar a diversidade como uma riqueza a favor da aprendizagem e não uma resistência ou embaraço ao progresso. Se não existe, o professor genérico, certamente, não haveria

¹ Professor Adjunto do Colegiado de Lic. em Matemática da Universidade de Pernambuco, *Campus Petrolina*, Pernambuco, Brasil. *E-mail:* evanilson.landim@upe.br.

² Professora Titular da Universidade Federal de Pernambuco, *Campus Recife*, Pernambuco, Brasil. *E-mail:* liciaslma@hotmail.com.

³ Professora Adjunta da Universidade Federal de Pernambuco, *Campus Recife*, Pernambuco, Brasil. *E-mail:* wilmapastor@hotmail.com.



II ENEMI
Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

razão para acreditarmos na possibilidade de existência de um estudante que aprende de modo homogêneo. Felizmente, diferentes grupos que, ao longo dos séculos foram marginalizados dos processos sociais e educacionais, têm chegado à escola.

Esse movimento tem demandado uma reorganização do ambiente escolar de modo a capacitá-lo à oferta de uma educação com todas as pessoas. Para tal, é imprescindível a promoção de um ensino de qualidade, que é aquele no qual todas e todos têm acesso a condições equitativas de desenvolvimento e de aprendizagem.

No caso do ensino de Matemática, segundo Sadovsky (2007), ainda, é comum um ensino de Matemática que privilegia as fórmulas e as regras por meio de um treinamento, cuja única preocupação é o acúmulo de conhecimentos. Contrariamente a essa prática tradicional, D'Ambrósio (1993, p. 36) indica que o objetivo do ensino de Matemática na escola é que “os alunos tenham legítimas experiências matemáticas.”

Essas proposições mostram que o ensino e a aprendizagem de Matemática apresentam dificuldades que comprometem a construção dos conceitos por parte dos estudantes. No caso das pessoas com deficiência, a situação é mais preocupante, porque, além das habilidades necessárias à ação docente, o professor precisa, também, conhecer as especificidades desse público, que não deveria ter o direito de aprender comprometido por peculiaridades físicas ou de qualquer outra natureza. “Respeitar a deficiência significa, entre outras coisas, não subestimar as possibilidades e nem superestimar as dificuldades.” (FERNANDES, 2008, p. 103).

O fato é que a escola precisa garantir as condições necessárias para que os direitos à educação das pessoas com deficiência sejam assegurados, permitindo-lhes equidade nas condições de aprendizagem. Isso, dentre outras coisas, requer uma preocupação com a formação dos docentes, mas, também, o desenvolvimento de pesquisas e de propostas de ensino que possam contribuir com a atividade docente.



II ENEMI

Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

Fernandes e Healy (2007) relatam que alguns conceitos matemáticos são abordados de forma diferenciada para o estudante cego, e nem sempre o diferencial apresentado é no sentido de favorecer o processo de aprendizagem, principalmente no ensino de geometria. Diante disso, pretendemos, a partir do presente estudo, contribuir com algumas reflexões sobre a aprendizagem de conceitos relativos às razões trigonométricas por estudantes cegos.

O texto ora apresentado é parte de uma tese de doutorado defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) com o título: *Nenhum a menos na aula de matemática: representações sociais de inclusão de estudantes com deficiência visual e seus impactos na aprendizagem de razões trigonométricas* (LANDIM; MAIA; SOUSA, 2018), cujo objetivo foi analisar como a escola está compreendendo a inclusão nas aulas de Matemática dos estudantes com deficiência, de maneira geral e dos estudantes com deficiência visual em particular, identificando como essa compreensão pode afetar o ensino e a aprendizagem de Matemática, especificamente, das razões trigonométricas.

O ensino e a aprendizagem de conceitos trigonométricos

Para além das aplicações, algumas pesquisas têm buscado compreender como ocorre o processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos trigonométricos. Nas últimas décadas (final do século XX e início do século XXI), algumas investigações têm indicado uma diversidade de concepções e dificuldades relacionadas à abordagem da trigonometria na escola (BRITO; MOREY, 2004; NACARATO, BREDARIOL; PASSOS, 2007).

O estudo de conceitos trigonométricos é apontado pelos documentos curriculares (BRASIL, 2002; 2006) como importante porque permite o desenvolvimento de competências que estão ligadas a diversas aplicações cotidianas. Por isso, deve-se evitar



UESB/UESC - BA

um investimento excessivo nos cálculos e procedimentos que visam apenas à repetição de técnicas e que pouco colaboram com o processo de conceitualização.

O ensino desse campo conceitual não tem resultado em uma aprendizagem eficaz por parte dos estudantes como indica estudo realizado por Nacarato, Bredariol e Passos (2007). Para Lopes, Victor e Souza (2014), o uso da história da trigonometria pode fazer com que o estudo das funções seno e cosseno tenha mais clareza e proporcione uma aprendizagem mais significativa.

A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) alicerça-se a partir de importantes referências teóricas do século XX que buscaram responder a questões próprias do desenvolvimento do conhecimento e a relação entre a atividade humana, as funções mentais superiores, o processo de mediação simbólica e a interação entre os conceitos cotidianos e os conceitos científicos. Devido a isso, é uma teoria fortemente ancorada na psicologia cognitiva.

Como se desenvolvem as competências? A partir dessa questão, Gérard Vergnaud desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais, que, em outras palavras, busca identificar os elementos que dão sentido à ação do sujeito frente a uma tarefa. Ao se deparar com uma atividade que requer o cálculo de uma distância fisicamente inacessível, como a determinação da largura de um rio, por exemplo, o indivíduo precisa recorrer a um conjunto de saberes de que já dispõe ou admitir o fato de que está diante de um problema e, portanto, ainda não é competente o suficiente para dar conta da tarefa.

De outro modo, a teoria permite o acesso à dimensão implícita do conhecimento, o que apesar de ser uma teoria cognitiva justifica a sua aplicação na didática. O fato é que diversas ciências têm recorrido a TCC para compreender os fenômenos relativos à aprendizagem de conceitos específicos.



II ENEMI
Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

Particularmente, na Educação Matemática, tem sido empregada em inúmeras pesquisas que investigam como ocorre o desenvolvimento de conceitos matemáticos por parte dos sujeitos a partir do real. Ademais, está na gênese teórica da Didática da Matemática francófona e tem influenciado, sobremaneira, os pesquisadores brasileiros (ANTUNES; MERLI; NOGUEIRA, 2019).

Como Piaget, Vergnaud (1996) define *esquema* o comportamento invariante que um sujeito apresenta ao resolver uma tarefa. Se resolve facilmente a questão apresentada tem-se a utilização de um só esquema, já que nesses casos, é mais comum o emprego de uma ação automatizada. Por outro lado, se a tarefa envolve saberes de que o indivíduo não dispõe, tem início um longo caminho que vai desde a mobilização de esquemas diversos com a manifestação de filiações e rupturas entre o já conhecido e aquele em progresso. Daí, à aprendizagem!

Os esquemas desempenham um papel muito importante na aprendizagem de novos conceitos. É por meio deles que se pode entender a relação entre os conhecimentos cognitivos de que o sujeito dispõe e a mobilização dos conhecimentos em ações operatórias.

A propósito, os conhecimentos que estão implícitos ou explícitos nos esquemas, mesmo em diferentes situações, apresentam características comuns, denominadas invariantes e podem ser de dois tipos: *teorema em ação* e *conceito em ação*. O fato é que a aprendizagem de um conceito não se dá a partir da resolução de uma só situação, tampouco, limitado ao emprego de tarefas de mesma natureza. Pelo contrário, aprender requer do indivíduo incorporar um conjunto formado por três elementos que são constitutivos do processo de conceitualização: conjunto de situações (*S*), que dão sentido ao conceito e apresentam procedimentos invariantes (*I*), identificados a partir da ação do sujeito por meio das representações simbólicas que utiliza (&).



II ENEMI

Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

De maneira particular, podemos dizer que o estudo das razões trigonométricas pertence ao campo conceitual das funções, que, por sua vez, é constituído de diversos outros saberes: campo de validade e parâmetros, modelo matemático, comportamento da curva, ciclo trigonométrico (no caso das funções trigonométricas), análise do comportamento do gráfico, dentre outros. Por isso, no presente estudo recorreremos a TCC para compreender a ação dos participantes frente às tarefas propostas.

Perspectivas Metodológicas

Neste estudo, apresentamos parte da elaboração e da vivência de uma proposta de ensino, envolvendo conceitos relativos às razões trigonométricas (tangente, seno e cosseno), construída a partir dos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais (LANDIM; MAIA; SOUSA; 2018). As tarefas foram desenvolvidas com seis estudantes cegos que frequentavam um instituto especializado em pessoas com deficiência visual, localizado em uma cidade da Paraíba.

A técnica de coleta de dados recorreu a elementos do método clínico-piagetiano, que é caracterizado por Nunes, Carraher e Schliemann (2011) como estratégia que permite o entendimento das formas de raciocínio utilizadas pelos estudantes ao resolverem certas tarefas. Os participantes receberam uma atividade com a representação de um ângulo em relevo construído com barbante e com cola 3D (Figura 1). De posse desse recurso, foram encorajados a manuseá-lo, visando à compreensão do que estava sendo proposto. Também, tinham acesso a todos os enunciados em braille, de modo que pudessem ser o mais autônomos possível e contornássemos uma formalização precoce.

Figura 1: Recorte de proposta de ensino elaborada por Landim, Maia e Sousa (2018)

TAREFAS PROPOSTAS

1) Calcular as razões entre os segmentos indicados em cada item ($\alpha = 35^\circ$):

DESCRIÇÃO: Representação de um ângulo em relevo

a) $\frac{\overline{AA'}}{\overline{OA'}} =$ $\frac{\overline{BB'}}{\overline{OB'}} =$ $\frac{\overline{CC'}}{\overline{OC'}} =$

b) $\frac{\overline{AA'}}{\overline{OA}} =$ $\frac{\overline{BB'}}{\overline{OB}} =$ $\frac{\overline{CC'}}{\overline{OC}} =$

c) $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} =$ $\frac{\overline{OB'}}{\overline{OB}} =$ $\frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} =$

- ✓ A partir dos resultados obtidos em cada item (a, b e c) o que podemos observar?
- ✓ Para um mesmo ângulo as razões obtidas tendem a apresentarem mesma medida em cada item?
- ✓ Se repetíssemos o processo anterior para o ângulo 61° , por exemplo, as razões seriam as mesmas do ângulo α cuja medida é 35° ?
- ✓ Como é conhecida a razão obtida em cada item?

Fonte – Landim; Maia; Sousa, 2018, p. 229 (adaptada).

A análise dos dados foi realizada a partir de proposições da Teoria dos Campos Conceituais, buscando compreender os teoremas em ato, evidenciados pelos estudantes na resolução das situações propostas. O desempenho de cada estudante será apresentado na seção seguinte, quando empregamos nomes fictícios para nos dirigirmos às ações, aos



II ENEMI
Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

argumentos e às hesitações observadas; no entanto, foram conservadas as suas características (gênero, idade, ano escolar).

A aprendizagem de razões trigonométricas por estudantes cegos

Ao término das atividades propostas, era esperado que o estudante fosse capaz de perceber que, em cada item (a , b e c), as razões obtidas para um ângulo de mesma medida são constantes e que cada uma dessas razões recebe um nome específico, *tangente*, *seno* e *coosseno*, respectivamente. Entretanto, apenas um dos estudantes foi capaz de perceber que os triângulos $OA'A$, $OB'B$ e $OC'C$ eram semelhantes.

Esses são todos semelhantes, porque saem do mesmo ponto, então o ângulo é o mesmo e também todos tem o ângulo de noventa graus, então o outro também é igual nos três (Wallace, 19 anos, 3º ano do Ensino Médio).

Essa compreensão pelos demais participantes só foi alcançada após a nossa intervenção, que consistiu em analisar com cada estudante as medidas dos ângulos desses triângulos e resgatar a discussão anterior que já havíamos realizado sobre semelhança de triângulos (LANDIM; MAIA; SOUSA, 2018).

O estudante realizava a verificação da medida dos segmentos utilizando uma régua com marcações em relevo. Os pontos (A , B , C , A' , B' e C') foram dispostos cuidadosamente, evitando, com isso, segmentos de medidas incompatíveis com o instrumento disponibilizado (Figura 1).

A percepção de que, em cada item, as três razões obtidas tinham aproximadamente o mesmo valor não foi uma tarefa complexa, sobretudo, porque, como destacado, os segmentos foram definidos propositalmente, afastando dificuldades outras, que fossem alheias às habilidades que estávamos observando. Entretanto, o entendimento de cada uma dessas razões como uma razão trigonométrica exigiu maior esforço, sobretudo, a respeito da nomenclatura empregada. É o caso do que foi observado também na compreensão do estudante Erivaldo (18 anos, 3º ano do Ensino Médio).



II ENEMI
Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

Experimentador: Observando os valores do item a , o que você observa que parece acontecer com esses valores?

Erivaldo: Eles são iguais ou aproximados.

Experimentador: Entendi, mas porque esses resultados tendem a ser os mesmos?

Erivaldo: Eu num sei, mas acho que tem alguma coisa com o ângulo, porque o ângulo é sempre o mesmo.

Experimentador: Então, fazendo os mesmos procedimentos com um ângulo de outra medida, o que você pensa que iria ocorrer?

Erivaldo: Eu acho que a mesma coisa, podia arredondar tudo num valor só também.

Experimentador: Mas esse valor seria o mesmo desse ângulo de 35° que estamos trabalhando agora?

Erivaldo: Acho que não, pode ser que cada ângulo tenha valores diferentes.

Experimentador: Você lembra de algum nome que pode ser dado para representar os resultados que alcançou em cada caso?

Erivaldo: Não, acho que nunca tinha visto isso não. Eu só lembro da professora já ter passado uns problemas de medidas grandes mesmo, que dificulta medir normal como as outras coisas, o tamanho de uma escada, o tamanho de uma pessoa.

Experimentador: E você lembra como fazia para resolver esses problemas?

Erivaldo: Não, eu nunca fazia não, a professora me colocava pra sentar do lado de alguma pessoa da sala, ele fazia depois me dizia como era que tinha feito.

As indicações de Erivaldo explicitam a dificuldade em relacionar as razões obtidas com os saberes relativos à cada situação (tangente, seno e cosseno). Por outro lado, indica que parte dessa dificuldade pode ser atribuída à escola, quando adota um caminho que o desobriga de realizar as atividades nas mesmas condições que os demais colegas da classe.

O estudante torna evidente a sua dificuldade na compreensão desses conceitos, principalmente, se consideramos a aprendizagem e a conceitualização na perspectiva apontada por Vergnaud (1996), quando propõe que a definição de um objeto e a sua compreensão são processos distintos. Não se pode dizer que um estudante orientado a agir apenas como telespectador na sala de aula está recebendo as oportunidades de aprendizagem a que tem direito. É difícil, senão impossível, alcançar a aprendizagem de



II ENEMI

Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

um saber quando as filiações e rupturas que são inerentes ao processo ficam na responsabilidade do colega do lado.

Para além da determinação das razões alcançadas em cada caso, o objetivo era que notassem, também, que o segmento oposto ao ângulo α ($\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$) poderia estar tão distante quanto possível do ponto de origem O do ângulo dado; assim, todos os triângulos com vértice no ponto O e nos lados do ângulo seriam semelhantes ($\Delta A'A$, $\Delta B'B$, $\Delta C'C \dots$).

Os estudantes não apresentaram muitas dificuldades nesta tarefa, é possível que as intervenções e o material disponibilizado tenham sido imprescindíveis nesse entendimento. A título de exemplo, é o que revela o estudante Wallace (19 anos, 3º ano do Ensino Médio): *“Ah, então é isso que eles usam para medir as coisas, eles usam triângulos semelhantes, pode ter uma reta muito longe da origem, que nem dê pra medir”* (referindo-se à possibilidade de traçar um outro segmento oposto ao ângulo dado).

A disposição dos participantes frente às questões propostas revelam que, quando são assegurados os meios que lhes permitem o acesso ao conhecimento, os estudantes cegos aprendem da mesma forma que os colegas sem deficiência, salvaguardando as peculiaridades de cada um. De antemão, esse resultado já era esperado; a deficiência visual não implica nenhum comprometimento ou impedimento cognitivo que comprometa o desenvolvimento cognitivo. Por outro lado, em quase todos os casos, demonstraram dificuldades em resolver as tarefas apresentadas antes das nossas intervenções. Isso, pode sinalizar que a compreensão adquirida no decorrer da escolarização nesses conceitos parece não ter sido suficiente.

Considerações Finais



II ENEMI

Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

Neste texto, o nosso propósito foi compreender o processo de desenvolvimento da aprendizagem de conceitos relativos às razões trigonométricas por estudantes cegos. Os resultados apontaram que a inclusão parece, ainda, não ter se efetivado na escola, principalmente, em função da distância que existe entre as oportunidades de aprendizagem dirigidas a quem possui deficiência e aquelas proporcionadas aos demais estudantes da classe.

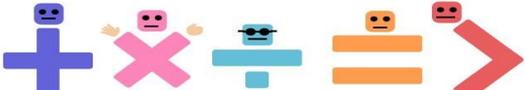
A educação não pode ser um ato de boa vontade para o estudante com deficiência visual; pelo contrário, é fundamental que as suas singularidades sejam respeitadas no processo de aprendizagem. A escola não pode ser “*um faz de conta*” para alguns, como ocorre quando o estudante é encorajado a, apenas, assistir passivamente ao que acontece na turma.

Com a vivência das atividades propostas percebemos que os estudantes pareciam conhecer muito pouco sobre os conceitos empregados nas tarefas apresentadas, mesmo já sendo escolarizados nesses temas. No entanto, a partir do desenvolvimento de algumas intervenções e do emprego de recursos acessíveis com demonstração de confiança no êxito dos participantes, os resultados reforçaram que a deficiência não é um obstáculo à aprendizagem quando a escola é capaz de se comunicar com o estudante.

Ao término desta investigação, é possível observar que muitas questões vinculadas à compreensão e à apresentação de possibilidades que possam contribuir com a atividade docente permanecem carentes de respostas. Diante disso, é cada vez mais pertinente que outros estudos sejam desenvolvidos com vistas a dar luz às mazelas enfrentadas pela escola e que atrasam o direito de aprender de todos da classe de forma equitativa e justa.

Referências

ANTUNES, F. C. A.; MERLI, R. F.; NOGUEIRA, C. M. I. A construção da didática da matemática na França e sua influência sobre as pesquisas brasileiras. In: **XIII Encontro**



II ENEMI
Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva



UESB/UESC - BA

Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá. **Anais XIII ENEM**. Cuiabá: SBEM, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006. 135 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM): Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2002.

BRITO, A. de J.; MOREY, B. B.. Trigonometria: dificuldades dos professores de Matemática do ensino fundamental. **Revista Horizontes**, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p.65-70, jan./jun. 2004.

D'AMBROSIO, B. S. Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pró-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1[10], p.35-41, mar. 1993.

FERNANDES, S. H. A. A. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos**: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva. 2008. 272 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. **UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, [s. L.], n. 10, p.59-76, jun. 2007.

LANDIM, E.; MAIA, L. de S. L.; SOUSA, W. P. de A. **Nenhum a menos na aula de matemática**: representações sociais de inclusão de estudantes com deficiência visual e seus impactos na aprendizagem de razões trigonométricas. 2018. 272 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

LOPES, J. R.; VICTER, E. das F.; SOUZA, C. A. de. O uso da história da trigonometria no ensino. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, [s. L.], v. 4, n. 1, p.14-27, jan./abr. 2014. Disponível em: <file:///C:/Users/landi/Downloads/2555-6276-1-PB.pdf>. Acesso em: 28 nov. 2015.

NACARATO, A. M.; BREDARIOL, C. C.; PASSOS, M. P. F. Tendências presentes no ensino de trigonometria no Brasil: uma abordagem histórica. In: MENDES, J. Rodrigues; GRANDO, R. C. (Org.). **Múltiplos olhares: matemática e produção do conhecimento**. São Paulo: Musa Editora, 2007. p. 65-93.

NUNES, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011. 208 p.



II ENEMI
Encontro Nacional de Educação
Matemática Inclusiva

The logo for II ENEMI features five stylized figures above the text. From left to right: a blue plus sign with a face, a pink multiplication sign with arms, a blue division sign with a face, an orange equals sign with a face, and a red arrow pointing right with a face.

UESB/UESC - BA

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios.** São Paulo: Ática, 2007. 112 p. (Educação em ação). Tradução de Antônio de Padua Danesi.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceptuais. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas.** Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 155-191.