



I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA



Recursos didáticos manipulativos potenciais para Educação Matemática Inclusiva de pessoas com deficiência visual

Ana Maria Martensen Roland Kaleff¹

Resumo do trabalho. Há mais de uma década, a autora do presente artigo vem trabalhando a busca de criar e adaptar recursos didáticos manipulativos de baixo custo para o ensino de matemática de pessoas com deficiência visual. Partindo de recursos criados desde meados da década de 1990, na Universidade Federal Fluminense, no âmbito do Laboratório de Ensino de Geometria, foram reelaborados jogos e aparelhos modeladores de situações matemáticas, para serem adequados a pessoas com deficiência visual (cegos e com baixa-visão). Para tanto, foram desenvolvidas práticas educacionais com a mediação de recursos didáticos manipulativos materiais e semióticos, para as quais foram criados Cadernos de Atividades táteis, escritos em Braille, com grafia aumentada e relacionados a cada recurso. Tais atividades são baseadas no Modelo de van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico e na teoria da aprendizagem matemática, desenvolvida por Raymod Duval, que envolve diferentes registros semióticos.

Palavras-chave: recursos didáticos manipulativos; pessoas com deficiência visual; Laboratório de Ensino; Modelo de van Hiele; aprendizagem matemática

Apresentação

No presente artigo, apresentamos uma reflexão sobre o conjunto de ações na área da Educação Matemática realizadas nas últimas três décadas no Laboratório de Ensino de Geometria, fundado em 1994 pela autora e vinculado ao Departamento de Geometria do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade Federal Fluminense (UFF).

O LEG foi constituído como um núcleo de realização de pesquisas e de criação de recursos didáticos concretos (e, posteriormente, virtuais) para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, principalmente os geométricos elementares e também aqueles introdutórios às geometrias não euclidianas (sistemas axiomáticos em que se nega algum axioma da geometria euclidiana) voltados para a formação inicial e continuada de professores.

Dentre essas ações realizadas no LEG, está a criação e o desenvolvimento de recursos educacionais manipulativos interativos concretos e virtuais de baixo custo

¹ Universidade Federal Fluminense, anakaleff@id.uff.br.



I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA INCLUSIVA



destinados a levar o aluno (do ensino básico, licenciando ou professor em formação continuada) a colocar a mão na massa, na busca de uma aprendizagem ativa significativa dos conteúdos matemáticos escolares (KALEFF, 2003, 2016a, 2016b; KALEFF, GARCIA, REI, 2005).

Na última década, nos dedicamos principalmente à criação de recursos destinados a pessoas com deficiência visual (cegos e com baixa visão). Buscamos ações que possibilitassem a democratização do conhecimento desenvolvido na Universidade e trouxessem a público ferramentas que possibilitassem a todas as pessoas realizarem atividades educacionais com vistas à aprendizagem significativa de conhecimentos matemáticos elementares. Desta forma, a partir de 2008, nossos esforços no LEG se voltaram para a criação de um acervo didático especial, adaptado à percepção tátil, - por meio da utilização de matéria prima apropriada para os recursos didáticos manipulativos -, com texturas diversas, ou seja, um núcleo destinado à educação inclusiva de pessoas com deficiência visual, denominado *Vendo com as Mãos*. Nos anos de 2009 e 2010, no âmbito de projetos de extensão, atividades com recursos adaptados foram levadas para alunos do ensino fundamental e professores da escola especializada do Instituto Benjamin Constant, na cidade do Rio de Janeiro, que, às vezes, sugeriam pequenas modificações ou mais adaptações aos recursos visando a adequá-los ao tato da pessoa cega. A partir de 2011, os recursos adaptados foram levados para alunos com visão normal ou com deficiência visual a diversos *campi* do ensino médio do Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro e em Niterói (KALEFF; ROSA, 2012; 2013; KALEFF, 2016b).

Em julho de 2018, quando nos aposentamos e deixamos a UFF, no acervo do LEG, encontravam-se mais de sessenta recursos didáticos manipulativos, na forma de aparelhos e jogos, tais como: ábacos diversos; quebra-cabeças geométricos planos e espaciais; aparelhos modeladores de esqueletos de arestas de poliedros e de suas planificações; simuladores de curvas cônicas, de superfícies regradadas e de revolução; modeladores de anamorfoses e de simetria axial; geoplanos diversos para o estudo de áreas, vários geoespaços para o estudo de volumes, entre outros.

Figura 1: O LEG no campus do Gragoatá da UFF, em Niterói-RJ



Fonte – Acervo da autora.

Os recursos didáticos desenvolvidos nas pesquisas realizadas no LEG sempre foram destinados à sala de aula e a laboratórios de ensino (tanto para a educação básica como para licenciandos), quanto a exposições e a feiras de ciências do tipo *Museu Interativo*. As ações realizadas pelos visitantes dessas exposições são interativas, pois motivam à aprendizagem ativa, na medida em que eles são levados a participar direta e de maneira intensa, manipulando os recursos modeladores de situações matemáticas, os quais se encontram dispostos em ilhas temáticas separadas por conteúdo matemático.

As exposições interativas do LEG, denominadas de *Museu Interativo de Educação Matemática*, ou *Museu LEGI*, sempre tiveram por objetivo a democratização do conhecimento desenvolvido na Universidade, ou seja, a divulgação e a popularização de conteúdos matemáticos e de recursos pedagógicos que possibilitem uma aprendizagem ativa, lúdica, prazerosa e significativa.

Figura 2: Sala do IME com Mostra do Museu LEGI



Fonte – Acervo da autora



I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA INCLUSIVA



A fundamentação teórica das ações realizadas frente a uma inversão didática

Estamos em uma época em que ouvimos expressões tais como: aprendizagem ativa, aprendizagem criativa, aula invertida, ensino híbrido e outras. Frente às quais, podemos afirmar que, se o professor não fizer uma reflexão mais ampla sobre as estratégias de ensino empregadas e a função mediadora de um recurso didático para a aprendizagem do aluno, poderá ocorrer uma inversão didática no seu uso em sala de aula. Pois, os recursos didáticos, principalmente os computacionais, podem ser utilizados, na maioria das vezes (ou somente), com vistas à ludicidade ou como mero motivador para a ação mais ativa do aluno. Este fato não faz de um recurso didático um instrumento mediador da representação e compreensão dos conceitos matemáticos em estudo. Nesses casos em que a ludicidade é a meta, o recurso didático tem valor por si mesmo, ou seja, na sala de aula: “usa-se o jogo pelo jogo” (KALEFF, 2016a, p. 59) e não com vistas à aprendizagem de um conceito matemático e suas propriedades.

No LEG, cabe salientar, sempre desenvolvemos práticas com vistas à aprendizagem ativa criativa a qual entendemos como uma das principais características individuais que permite ao sujeito conseguir integrar *imaginação, sentimento e ação*. É necessário que a Escola permita ao aprendiz o surgimento de livres associações de ideias, novas conexões e inter-relações não imaginadas. Assim, o ato de criar na escola, deve ser incentivado tanto a evocar um desbloqueio da inibição de uma nova produção, como também ser um sinal da libertação afetiva e emocional do indivíduo no ambiente escolar.

Temos observado que, mesmo em idade precoce, a censura individual leva a uma postura crítica que estabelece barreiras rígidas à expressão de novas ideias e pontos de vista. Além dessas barreiras de natureza emocional, que constituem forças inibidoras a um pensamento mais flexível e inovador, é ainda muito comum o desconhecimento, mesmo por parte de adultos, de suas próprias habilidades e capacidades potenciais. Tudo leva a crer que, mesmo no caso do aprendiz adulto, aulas tradicionais pouco contribuem para que ele se dê conta de sua própria capacidade e de seu potencial para a ação e, principalmente, criatividade. Ou seja, aquelas aulas centradas na figura e na atuação do professor, com a apresentação de conteúdos estabelecidos por um rígido programa escolar no qual as



I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA INCLUSIVA



necessidades sociais, psicológicas e cognitivas do indivíduo são quase desconsideradas, pouco contribuem para o desenvolvimento do aprendiz como um todo.

Pelo que observamos, o esquema clássico de um professor em frente à classe, apresentando a resolução de um problema a um conjunto de jovens apáticos, sentados e alinhados em fileiras de carteiras, deva ser mudado. A busca da solução do problema matemático pode ser realizada no âmbito de um projeto laboratorial instigante e contextualizado, em um ambiente físico mais informal, em pequenos grupos de alunos trabalhando em conjunto, porém, cercados de todo respeito mútuo,

Temos também constatado que, as vivências em laboratórios de ensino têm sido bem aceitas principalmente por aqueles profissionais que trabalham em dois tipos de escolas com características bem determinadas. O primeiro tipo são escolas inclusivas especializadas, cujo ambiente físico e recursos didáticos estão adequados para receber e incluir o aluno com necessidades especiais. O segundo tipo de escola é aquela bem carente, com poucos recursos materiais, mas cujos professores buscam inovar a sua sala de aula, por meio de desafios, brincadeiras, jogos e recursos didáticos manipulativos, ainda que construídos com sucata. Muitas vezes, é por meio de um material pouco sofisticado e não-eletrônico que podemos criar um ambiente didático rico para auxiliar a criança – sobretudo aquela que apresenta necessidades especiais –, a desenvolver o pensamento matemático em direção à autonomia como ser humano criativo e cidadão. Na UFF, grande parte da vivência das experiências dos licenciandos em Matemática se deu (e ainda se dá) no LEG.

No LEG, por exemplo, criamos cerca de 50 quebra-cabeças planos e espaciais para o ensino de área de uma superfície plana e polígonos equivalentes, bem como, de volume e poliedros equivalentes. Em ambas as coleções relativas a esses conceitos, foi tomado o cuidado de se impedir o surgimento da inversão didática apontada anteriormente e que se apresenta, principalmente, entre licenciandos ao criarem novos jogos. Isto pode ser visto em Kaleff, Garcia e Rei (2005) e Kaleff (2016 a; 2016 b).

Frente a tudo isso, no planejamento das atividades, que constam de um Caderno de Atividades - relativo a um recurso didático envolvendo um determinado conceito

matemático -, partimos do princípio de que o aluno pode desenvolver as suas próprias concepções do conceito e avançar em seu desenvolvimento cognitivo, para tornar-se independente na realização de suas práticas escolares. Traçamos ações que respeitam as peculiaridades do aprendiz (tanto pessoa vidente, isto é, com visão normal, quanto não vidente, seja cego ou com baixa visão), de modo que possibilitem o desenvolvimento da *habilidade da visualização*. Esta habilidade cognitiva é a de *ver com a mente*, pois consideramos o ato de *visualizar* ser muito além do que somente *ver com os olhos*, pois podemos também *ver com as mãos*, pela sensibilidade manual tátil.

Como temos relatado em outros textos, o desenvolvimento da habilidade da visualização facilita o acesso a conhecimentos matemáticos elementares, principalmente os geométricos, bem como a representações matemáticas relativas a esses conhecimentos (KALEFF, 2016 b). Comungamos com José Carlos Leivas, pois entendemos visualização “como um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos” (LEIVAS, 2009, p. 22).

Em nosso entender, e como observamos em nossa prática, pessoas cegas também podem desenvolver essa habilidade pelo uso do tato e, nesse sentido, a utilização de recursos didáticos manipulativos concretos é fundamental. Por essas razões, para levarmos tanto aprendizes com deficiência visual quanto com visão normal a desenvolver a habilidade da visualização, elaboramos práticas que envolvem a mediação de um recurso manipulativo concreto tátil e que permite a percepção de uma representação linguística semiótica, na forma de um registro matemático (um gráfico tátil, uma frase escrita na linguagem corrente ou em Braille, uma tabela ou um desenho em alto relevo etc.).

A fundamentação teórica dos procedimentos e práticas didáticas

O Modelo de van Hiele tem sido a fundamentação teórica norteadora para o desenvolvimento das atividades geométricas. Este modelo, resumidamente, considera que um aprendiz inicia a formação das ideias geométricas por meio da visualização e do reconhecimento das formas, segundo Kaleff (2016 a). Este fato justifica a utilização de

jogos de encaixe na escola, pois a principal finalidade didática do seu uso é no momento da iniciação ao desenvolvimento do pensamento geométrico. As formas geométricas que compõem um jogo deste tipo dão ao professor muitas possibilidades de exploração de conceitos da geometria elementar e permitem ajudar o aluno a desenvolver a habilidade da visualização. Segundo o Modelo, partindo do nível cognitivo da visualização de um conceito geométrico, seguido pelo nível da análise e pelo da ordenação informal de suas propriedades, o aprendiz atingiria o nível da ordenação e a sua conceituação formal (definição) do ente geométrico.

Por sua vez, consideramos os estudos de Raymond Duval, o qual introduziu e chamou a atenção para a noção de registro de representação, que “se caracteriza essencialmente pelas operações cognitivas específicas que ele permite efetuar” (DUVAL, 2011, p. 70). A especificidade da atividade matemática, segundo Duval, está relacionada à diversidade de registros de um mesmo objeto matemático e à possibilidade de transformação de registros em signos. Em época na qual a informação visual por meio de signos (memes, ícones etc.) é prioritária nos meios de comunicação, podemos pensar em signo como uma coisa que representa uma outra: seu objeto. Só pode funcionar como signo se carregar esse poder de representar e substituir uma outra coisa diferente dele. Ainda analisando o pensamento de Duval, podemos acrescentar “o que constitui qualquer coisa como signo não é a sua utilização com a finalidade de comunicação; é seu emprego por oposição a uma ou várias outras coisas que poderiam ser empregadas em seu lugar na mesma situação”. (DUVAL, 2011, p. 71),

Frente a essas considerações, para Duval, a compreensão, com a conseqüente realização de uma atividade matemática, está relacionada à diversidade de registros de representação do objeto envolvido na atividade e à possibilidade de transformação desses registros. Assim, como esse pesquisador preconiza em sua teoria da aprendizagem, a compreensão em matemática depende da coordenação de ao menos dois registros de representação para um mesmo objeto matemático.

Resumindo, tanto na elaboração das estratégias de condução das atividades (apresentadas nos Cadernos de atividades) quanto para a orientação da ação mediadora do professor (na atuação com o aluno para levar o aprendiz a uma interação com o recurso didático) consideramos que: nossas ações estão em consonância com o Modelo de van Hiele e com a teoria das representações semióticas para a aprendizagem matemática de Duval; bem como com as estratégias apresentadas pelas educadoras matemáticas Bartolini Bussi e Alessandra Mariotti. Ou seja, comungando com essas autoras, entendemos o recurso didático manipulativo concreto ou virtual (jogo, aparelho modelador, redes e tabelas táteis etc.) como uma ferramenta de mediação semiótica quando usada pelo professor para intervir intencionalmente na aprendizagem da representação de um conteúdo, por meio de símbolos e sinais (BUSSI, MARIOTTI, 2008)

Observamos que nossa atuação antecede ao que a atual Base Nacional Comum Curricular-BNCC preconiza. Este é um documento com caráter normativo e se ocupa com a caracterização do que denomina de *aprendizagens essenciais*, isto é, do estabelecimento das *competências e habilidades* a serem desenvolvidas pelos estudantes, bem como destaca a *diversidade* como um tópico digno de discussão, a qual é ligada à oportunidade do aluno, ainda que com deficiências físicas ou mentais, ingressar e permanecer na escola:

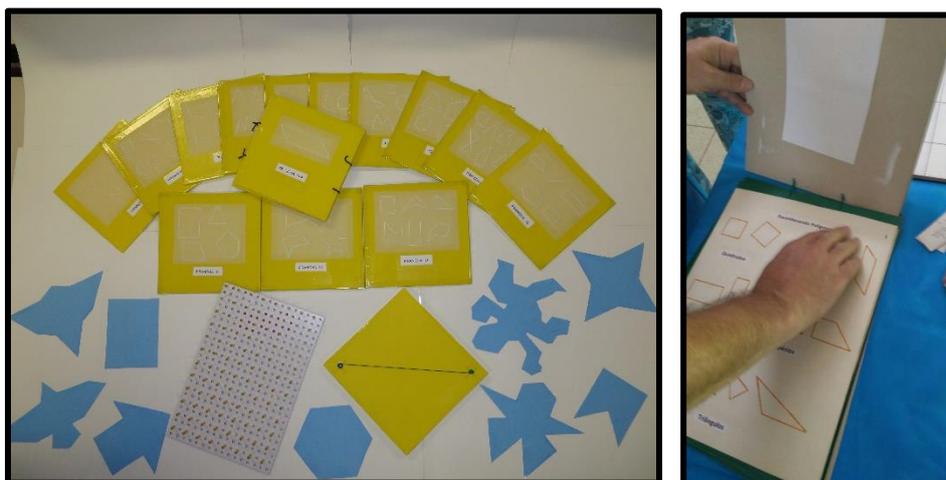
Nesse processo, a BNCC desempenha papel fundamental, pois explicita as aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver e expressa, portanto, a igualdade educacional sobre a qual as singularidades devem ser consideradas e atendidas. Essa igualdade deve valer também para as oportunidades de ingresso e permanência em uma escola de Educação Básica, sem o que o direito de aprender não se concretiza. (BRASIL, 2018, p. 15)

. O que observamos atualmente é uma necessidade escolar na busca de se reavaliar as atividades e os recursos didáticos, bem como o ambiente de aprendizagem e o planejamento pedagógico de forma a considerar as singularidades decorrentes da diversidade dos estudantes, em suas diferentes dimensões físicas, psicológicas, linguísticas, culturais etc. Nessa direção, observamos que os recursos e atividades inclusivos criados ou adaptados no LEG, inicialmente pensados para estudantes com deficiência visual também são muito bem aceitos pelos alunos sem tal deficiência, nas classes regulares em que foram testados e nas exposições do Museu LEGI, como apresentamos em Kaleff (2016b).

Pelo observado ao longo dos últimos 15 anos no LEG, bem como pelos muitos relatos de educadores matemáticos, tais como os apresentados por Lorenzato (2010) ou por Kaleff (2005; 2016b; 2017), tem sido de grande valia a estratégia de se conscientizar o profissional sobre o papel das ações laboratoriais para a formação do educando criativo e sobre como essas podem ser realizadas, ainda que o ambiente físico no qual aconteçam essas ações não seja propriamente o de uma sala preparada como um laboratório destinado à Educação Inclusiva.

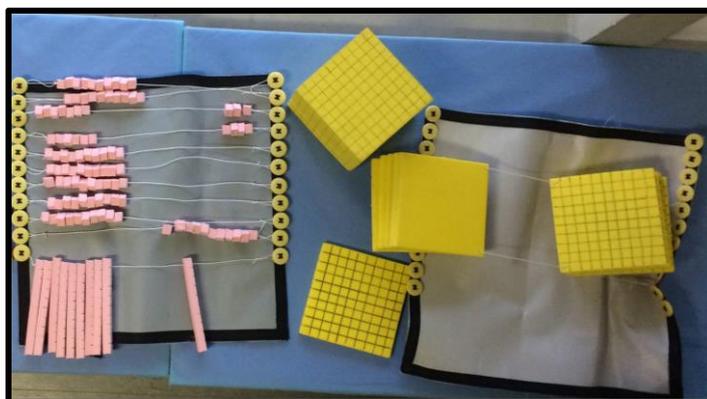
Exemplos de alguns recursos didáticos manipulativos para pessoas com deficiência visual

Figura 3. Conjunto de aparelhos e geoplano adaptado; cartelas com figuras táteis em alto relevo e figuras em acetato que compõe o recurso didático *Conhecendo Polígonos*. Professor cego lendo o Caderno de atividades



Fonte - KALEFF, 2016b, p.91.

Figura 4. Material dourado: Material encontrado no comércio e adaptado



Fonte – Acervo da autora

Figura 5. Reconhecendo Frações com Caderno de atividades com figuras em alto relevo: Material encontrado no comércio e adaptado



Fonte – Acervo da autora

Figura 6. Reconhecendo Modelos de seções cônicas obtidas de cortes em cones de isopor e acetato.



Fonte – Acervo da autora



I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA INCLUSIVA



Referências

BARTOLINI BUSSI, M. G.; MARIOTTI, A. Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In: ENGLISH, L et al (Eds.) **Handbook of International Research in Mathematics Education**. 2. Ed. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2008, p. 746-783.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular - Ensino Fundamental**. 2017. Disponível em: <https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/nPFB7y5Zm9B9dWWetPTDyTpMhf6hZTTNAeMxKsM5AemMSeFy9RYf3JkAv7sw/bncc-documento-final.pdf>. Acesso em 03 de ago. 2019.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo: Proem, 2011.

KALEFF, A. M. M. R **Vendo e entendendo Poliedros**. 2. ed. Niterói: EdUFF. 2003.

KALEFF, Ana Maria M. R **Tópicos em Ensino de Geometria: A Sala de Aula Frente ao Laboratório de Ensino e à História da Geometria**. 2. ed. Niterói: CEAD/UFF. 2016 a. 223p.

KALEFF, A. M. M. R. (Org) **Vendo com as mãos, olhos e mente: um laboratório e um museu de Educação Matemática para o aluno com deficiência visual**. CEAD/UFF. 2016b.

KALEFF, A. M. M. R. Considerações sobre a diversidade dos saberes docentes e a formação em Geometria do professor de Matemática nos cursos de Matemática da Universidade Federal Fluminense – Niterói. **Educação Matemática em Foco**. João Pessoa, v. 6, n. 01, jan/jun. 2017. Disponível em <http://revista.uepb.edu.br/index.php/REMEMF/issue/view/264>. Acesso em 08 de ago. 2019

KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C. Buscando a Educação Inclusiva em Geometria. **Revista Benjamin Constant**. Rio de Janeiro: IBC, n. 51, v.1, 2012. p. 22 – 33.

KALEFF, A. M. M. R., ROSA, F. M. C. Vendo com as mãos: em busca da inclusão do aluno com deficiência visual nas aulas de Matemática. **Caderno Dá licença**, vol. 8, Ano 11, Dezembro 2013. p. 205-225. Disponível em: http://www.uff.br/dalicensa/index.php?option=com_content&view=article&id=73&Itemid=12. Acesso em: 05 ago. 2019.

KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C. A Necessidade da Discussão de Temas Relacionados à Educação Inclusiva em Disciplinas da Formação de Professores: Ações Realizadas em um Laboratório de Ensino de Geometria. In: ROSA, F. M. C.;



I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA INCLUSIVA



BARALDI, I. M. (Org). **Educação Matemática Inclusiva: Estudos e Percepções.** Campinas/SP: Mercado de Letras. 2018. p. 99-118.

KALEFF, A. M. M. R.; GARCIA, S. S.; REI, D. M. **Quebra-cabeças geométricos e formas planas.** 3 ed. 1ª Reimpressão. Niterói: EdUFF. 2005.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, Intuição e Visualização:** a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. 2009. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009.

LORENZATO, S. A. **Laboratório de ensino de matemática na formação do professor.** 3 ed. Campinas, SP: Autores associados, 2010.