

UM MAPEAMENTO DE TESES SOBRE A TEORIA ELEMENTAR DOS NÚMEROS

Joice D’Almeida¹

GDn° 2 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: Este artigo é um recorte de uma pesquisa de doutorado em andamento, cujo principal objetivo é investigar o conceito de professores do ensino público paulista sobre um assunto relacionado à Teoria Elementar dos Números. Neste texto, trago parte do levantamento bibliográfico realizado no início da pesquisa de doutorado, em busca de outras teses que tratam de assuntos relacionados à Teoria Elementar dos Números. Pesquisadores e documentos oficiais ressaltam a importância do trabalho nesta temática, mas afirmam que tem se dado a devida atenção, tanto em pesquisas quanto nos currículos e no trabalho em sala de aula. O levantamento bibliográfico realizado apresenta tal escassez e reforça a necessidade de mais trabalhos envolvendo o estudo dos números inteiros.

Palavras-chave: Teoria Elementar dos Números. Levantamento bibliográfico. Números Inteiros

A IMPORTÂNCIA DA TEORIA ELEMENTAR DOS NÚMEROS

Pesquisadores da área da Educação Matemática têm se preocupado com questões inerentes à matemática discreto, isto é, o estudo dos números inteiros, suas operações e propriedades, nos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Neste artigo, tomaremos como Teoria Elementar dos Números a parte da Teoria dos Números que se dedica aos estudos dos números inteiros.

Machado (2008) afirma que o estudo dos números inteiros deve permear todo o percurso escolar de um indivíduo, pois este conhecimento terá papel fundamental de sua vida como cidadão. Para isso, defende que o estudo dos números inteiros esteja presente de forma constante ou como tema transversal em sala de aula, além da presença da discussão deste tema nos cursos de formação inicial e continuada de professores.

Os pesquisadores Campbell e Zazkis (2002) lembram que há muito tempo, desde o tempo dos pitagóricos, busca-se um entendimento conceitual dos números suas propriedades, padrões, estruturas e como se constitui o pensamento matemático e a própria matemática. Hoje, esta preocupação está nos currículos do Ensino Básico, mas com ênfase nas aplicações no cotidiano, sendo deixado de lado os contextos formais que estudam as

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP; Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática; joicedijo@yahoo.com.br; orientadora: Dra. Barbara Lutaif Bianchini.

propriedades e as estruturas dos números propriamente ditas. Segundo os pesquisadores, os professores precisam ter e os alunos precisam desenvolver melhor o entendimento estrutural das ideias fundamentais da matemática, dando ênfase à Teoria dos Números.

Há uma convergência entre pesquisadores matemáticos e os documentos norteadores do Ensino Básico que os estudantes, ao relacionarem as ideias matemáticas,

[...] podem reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição, decomposição, inclusão e perceber que processos como o estabelecimento de analogias, indução e dedução estão presentes tanto no trabalho com números e operações como no trabalho com o espaço, forma e medidas. (BRASIL, 1998, p. 37)

Desta forma, o estudante deveria perceber a importância do estudo das ideias matemáticas e o professor, como mediador deste processo, precisaria buscar atividades e áreas que favoreçam a melhor apreensão dos conceitos matemáticos.

Dentre as diversas áreas que poderiam oferecer este favorecimento, a Teoria dos Números e, conseqüentemente a Teoria Elementar dos Números, é uma daquelas que pode proporcionar ao estudante a oportunidade de discussão e entendimento de ideias matemáticas, assim como comenta Resende (2007) em seu trabalho sobre qual Teoria dos Números deve ser ensinada em cursos de licenciatura em Matemática:

[...] a Teoria dos Números é um espaço propício para o desenvolvimento das ideias matemáticas relevantes relativas aos números naturais e algumas se estendem aos inteiros, presentes na matemática escolar, como a ideia de recorrência, a indução matemática; a questão da divisibilidade; questões relativas aos números primos e à estrutura multiplicativa dos inteiros (RESENDE, 2007, p.227)

Apesar da evidente importância de pesquisas sobre a Teoria Elementar dos Números, Campbell e Zazkis (2002) surpreendem-se ao perceber que a Teoria dos Números não esteja num papel mais central no currículo, já que os números é o tema central do currículo e a Teoria dos Números é o tema central da História da Matemática.

Tendo em vista a escassez de estudos com esta temática, iniciei o levantamento bibliográfico para comprovação do ineditismo da minha pesquisa de doutorado, que tem como tema central o Teorema Fundamental da Aritmética, um dos tópicos que compõem a Teoria Elementar dos Números.

O LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

Para realizar o levantamento bibliográfico, acessei o Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e iniciei minha busca com a palavra-chave “Teoria dos Números”, com o refinamento “Ensino de Ciência e Matemática” e “Ensino” tanto na Área Conhecimento quanto na Área Avaliação, uma vez que a Teoria Elementar dos Números está inserida na Teoria dos Números e neste local de pesquisa a Educação Matemática não está listada como Área de Conhecimento. O resultado da busca encontrou 349 teses contendo diversos temas relacionados, em algum aspecto, com o termo Teoria dos Números. Vale ressaltar que todas as teses encontradas são anteriores ao ano de 2009. Para selecionar as teses que estariam, de fato, relacionadas ao tema procurado, realizei, em todos os momentos de busca, a leitura dos resumos de cada pesquisa.

A primeira e única tese encontrada com os parâmetros citados relacionada ao tema Teoria Elementar dos Números é a de Resende (2007) que tinha como questão norteadora “Qual teoria é ou poderia ser concebida como um saber a ensinar na licenciatura em matemática, visando a prática docente na educação básica?”. Para isso, a autora se baseou no prefácio e no sumário de livros textos sobre a Teoria dos Números, nas propostas curriculares de disciplinas de universidades brasileiras que têm como conteúdo principal a Teoria dos Números e no discurso de pesquisadores em Teoria dos Números, educadores matemáticos e professores desta disciplina.

A autora evidencia que, nos tempos das civilizações antigas, não são claras as distinções, equivalências e interseções entre Teoria dos Números, a Aritmética e a Álgebra. Esta indefinição se estende até hoje nos programas curriculares mínimos e diretrizes curriculares nacionais, que tratam os inteiros apenas como um subconjunto dos números reais. Tal simplificação pode trazer prejuízos ao processo de ensino e aprendizagem, uma vez que despreza aspectos importantes presentes nos números inteiros.

O número primo é um tema bastante explorado pela a autora que o considera como um conceito fundamental na Teoria Elementar dos Números. Aliado às suas propriedades, o conceito de número primo é base para o estudo de outros temas como o teorema fundamental da aritmética, o reconhecimento de um número primo e a determinação do número de divisores de um dado número.

Afirma, corroborando com o que explicita Campbell e Zazkis (2002), que a Teoria dos Números e os assuntos relacionados a este tema não tem papel de ênfase na formação dos professores e, quando são tratados, surgem construídos de forma lógico-dedutiva, partindo de proposições consideradas verdadeiras, com rigor extremo quanto à forma e com linguagem formal rebuscada.

A autora ressalta que a Teoria dos Números pode ser ressignificada, tendo como base o saber científico, mas é preciso levar em conta as demandas de seu ensino e de sua aprendizagem no Ensino Básico. Para isso destaca que “o conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo, a teoria e a prática, devam estar presentes na constituição das disciplinas específicas da licenciatura em matemática” (RESENDE, 2007, p. 229).

Entre seus resultados, mostra que, por estar presente nos textos oficiais como objetivo geral do ensino básico, a argumentação é um tema que necessita ser tratado na formação inicial de professores, assim como o trabalho de prova, demonstração e suas funções específicas na construção do conhecimento matemático.

Além disso, salienta a importância como trabalho com atividades investigativas envolvendo os números inteiros. Segundo a autora, o trabalho com a investigação matemática pode propiciar discussões sobre a questão da generalização, que é uma de suas etapas. Sobre a perspectiva metodológica da investigação no ensino básico, afirma que pode “[...] abrir a possibilidade de exploração da indução matemática e a discussão da diferença entre esta e a indução empírica que é realizada pelo estudante ao observar dados e padrões existentes entre eles” (RESENDE, 2007, p. 212)

Como não encontrei nenhuma outra tese relacionada ao tema, alterei os parâmetros de busca, inserindo no campo palavra-chave “Divisibilidade”, sem nenhum refinamento, sendo encontrados 139 itens. Dentre eles, porém, não foram encontradas teses relacionadas ao tema, apenas dissertações. Ainda assim, coloquei o mesmo refinamento inicial na Área Conhecimento e na Área Concentração, entretanto não julguei relevante constar tais pesquisas nesta revisão.

Novamente alterando a palavra-chave de busca, utilizei o termo “Números Inteiros” mantendo o refinamento anterior e, dentre as 47 teses listada, encontrei duas, de fato, relacionadas ao tema, que serão relatadas em seguida.

A primeira tese encontrada foi a de Fonseca (2015) que investigou como conceitos e propriedades dos números primos e do Teorema Fundamental da Aritmética são apropriados

por professores em formação e a maneira que os professores compreendem e resolvem problemas relativos a estes temas. Seu público-alvo são alunos licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Pará que foram submetidos a uma sequência didática contendo seis questões.

Após a coleta dos dados, o pesquisador construiu categorias de análise relacionadas à natureza das representações dos números que surgiram durante a sequência segundo a sua transparência (o quanto uma característica de um número está evidente em uma dada representação deste número), em relação ao conceito e notação usada de acordo com a representação usada e como outros procedimentos e algoritmos são adotados pelos futuros professores.

Em suas análises, relata que a representação, aparentemente, transparente em algumas questões em relação a determinada característica do número pode não ser, de fato, transparente, dependendo do significado atribuído ao conceito de número primo e do Teorema Fundamental da Aritmética por cada aluno. Por exemplo, quando é perguntado aos alunos se o número $k = 16199 = 97 \times 167$ é primo, a maioria não percebeu a transparência da decomposição única do número k em dois fatores primos, ainda que lhes tenha sido informando que os números 97 e 167 são primos. Mesmo que enunciem corretamente a definição de número primo, mostram incompreensão do Teorema Fundamental da Aritmética, já que não enfatizavam o fato desta decomposição ser única para todo número inteiro.

Fazendo inferências sobre as possíveis justificativas para tais dificuldades, o pesquisador acredita que o fato da definição de número primo ser apresentada muito cedo durante o percurso escolar, pode ter sido tratada sem a profundidade devida e, como a Teoria dos Números acaba perdendo espaço no currículo escolar, esta superficialidade é reforçada.

Sobre as estratégias de resolução apresentadas pelos licenciandos, percebe que repetidamente usavam técnicas dos critérios de divisibilidade e de operações de multiplicação e divisão na tentativa de superar as dificuldades de incompreensão do Teorema Fundamental da Aritmética, gerando um grande sacrifício cognitivo em situações que poderiam ser rapidamente solucionadas se a representação transparente dos números fosse compreendida.

O pesquisador conclui, então, que os números primos não apresentam qualquer representação que seja totalmente transparente, o que acaba sendo um fator limitante para a

resolução de problemas. Ainda assim, afirma que as representações não transparentes dos números primos podem oportunizar a valorização dos significados e dos conceitos.

A próxima tese encontrada tem seu tema principal Números e operações na qual Da Costa (2015) investigou as contribuições de um processo de reflexão sobre sua prática em sala de aula tendo como referência o conteúdo números e operações para o conhecimento e a ação docente de professoras de 4^{os} e 5^{os} anos do Ensino Fundamental. Os objetivos de sua pesquisa era identificar as dificuldades das professoras e averiguar como trabalham com conteúdos sobre o tema, além de verificar as possibilidades oferecidas por um processo de reflexão realizado para a superação das dificuldades apontadas pelas professoras, identificando os possíveis efeitos deste processo de reflexão sobre a prática docente.

Ao realizar sua problematização, a pesquisadora ressalta a importância do papel assumido na gestão educacional pelo sistema brasileiro que nos últimos anos conseguiu universalizar o acesso à educação, ainda que haja altas taxas de repetência e evasão e resultados pouco satisfatórios em avaliações externas. Acrescenta, ainda, que estas avaliações têm cada vez mais assumido o papel de orientador na constituição dos currículos e das estratégias de ensino utilizadas em sala de aula.

Após apresentar um estudo detalhado sobre a formação da e na docência, baseada em Shulman, a autora conclui que

a formação da docência nos cursos de Pedagogia tem um caráter teórico, com preocupação maior forte (sic) na formação geral do que no desenvolvimento das habilidades necessárias à docência. [...] os conteúdos a serem ensinados são vistos de forma superficial, ou seja, enfatizam os procedimentos em detrimento da compreensão do objeto de conhecimento[...]" (DA COSTA, 2015, p. 65).

A pesquisadora acrescenta que a formação da docência não é iniciada nem concluída na formação inicial, tendo sua continuidade na formação na docência.

Entendendo que a reflexão da sua prática é um processo importante na formação na docência, a pesquisadora afirma que

A reflexão sobre a reflexão da ação nos permite refletir sobre o momento da reflexão na ação, evidenciando, a partir da reflexão sobre o que aconteceu, qual o significado ou significados que atribuímos ao ocorrido. É essa experiência reflexiva que pode mudar a atuação profissional, tornando-a mais significativa à medida que reconstrói qualitativamente o saber e conseqüentemente o saber fazer (DA COSTA, 2015, p. 68)

Tendo em vista estas questões, a pesquisadora contou com a participação de 10 professoras atuantes em escolas municipais de Paulo como sujeitos de pesquisa, com o regime de Educação Integral. Foram realizadas entrevistas semiestruturadas para averiguar o conhecimento das professoras em relação aos descritores da Prova Brasil sobre Números e Operações. Além disso, foram observadas as suas práticas em sala de aula para verificar a coerência entre a fala e a prática das professoras, além da análise dos documentos que fazem parte dos registros administrativos e pedagógicos das escolas que subsidiam o desenvolvimento do trabalho escolar. Na última etapa, entrevistas foram realizadas para entender como se deram os efeitos das reflexões sobre o objeto de estudo da pesquisa realizadas anteriormente.

Após a coleta de dados, a pesquisadora observa que a formação docente não consegue garantir as competências básicas necessárias para a prática dos futuros profissionais, tanto pela carga horária reduzida destinada a uma extensa lista de conteúdos que os aprendizes devem dominar, quanto pela forma como acontece essa formação que está distante das habilidades necessárias para o exercício da docência (DA COSTA, 2015).

Assim, aponta que é necessário o estímulo das habilidades necessárias para o exercício da docência e não somente a aquisição do conhecimento para que tenha o conhecimento geral pedagógico, uma vez que este estímulo não foi observado nas participantes da pesquisa.

Qualquer que seja o curso de formação inicial, segundo a pesquisadora, não será suficiente para abranger todo o conhecimento produzido, já que não consideram a formação integral do indivíduo que exercerá a docência, enfatizando os aspectos teóricos e científicos. Ainda assim, afirma que os professores deveriam se apropriar dos conceitos e valores sobre como se dá o ensino e a aprendizagem, como a pesquisa, a reflexão sobre a ação e os instrumentos básicos do professor.

Sobre o conhecimento das participantes da pesquisa em relação ao tema Números e Operações e o contexto de seu desenvolvimento, a pesquisadora salienta que no grupo pesquisado o conhecimento sobre o tema citado é reduzido, desarticulado com outras áreas do conhecimento e normalmente associado apenas a seu caráter utilitário e prático. A maior preocupação das professoras é conseguir concluir os conteúdos, sem a preocupação de articulá-los.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como já foi relatado, o que foi apresentado representa apenas parte do levantamento bibliográfico realizado para garantir o ineditismo do meu trabalho de doutorado. Ainda assim, é possível perceber o mesmo que pesquisadores como Campbell e Zazkis (2002) e Resende (2007) afirmam em suas pesquisas de que há uma escassez de estudos que envolvam a Teoria Elementar dos Números e outros assuntos que estão relacionados a este tema.

Os resultados das pesquisas descritas, da mesma maneira, corroboram para mostrar que a falta de ênfase deste tema durante o percurso escolar pode afetar a construção do conhecimento de um indivíduo desde a infância até a idade adulta. Muitos conceitos matemáticos tratados no início do trabalho com a Teoria Elementar dos Números, se aprendidos superficialmente, podem trazer prejuízos permanentes. Estes prejuízos ficam mais preocupantes quando os indivíduos que aprendem sem aprofundamento são os mesmos que ensinarão Matemática no Ensino Básico.

Desta forma, mostra-se urgente a necessidade de mais estudos envolvendo o estudo dos números inteiros, suas propriedades e operações, já que este é um assunto que está presente de forma constante no cotidiano de todo.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

CAMPBELL, S. R.; ZAZKIS, R. Learning and teaching number theory: Research in cognition and instruction. In CAMPBELL, S. R.; ZAZKIS, R. (Org.). **Toward Number Theory as a conceptual field**. Westport, CT: Ablex, 2002, p. 1-14.

DA COSTA, L. P. **Números e operações**: contribuições de um processo de reflexão sobre a prática docente com professoras de 4ºs e 5ºs anos do Ensino Fundamental. 227 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

FONSECA, R. V. **Números primos e o Teorema Fundamental da Aritmética**: Uma Investigação Entre Estudantes de Licenciatura em Matemática. 154 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

MACHADO, S. D. A. O estudo dos números inteiros visando uma cabeça bem-feita. In: ENCONTRO DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO – XIV ENDIPE. Porto Alegre, 2008.

RESENDE, M. R., **Re-significando a disciplina Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na Licenciatura**. 286 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.