

A INTRODUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DO USO DE *ALGEBRA TILES*

Franciele Marciane Meinerz¹

GD2 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo apresentar um projeto de pesquisa do Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Matemática da UFRGS. Por meio deste, gostaríamos de investigar como a tendência de Resolução de Problemas e o uso dos *Algebra Tiles* podem auxiliar os alunos no desenvolvimento do conteúdo de equações de primeiro grau com uma incógnita por meio dos diferentes registros realizados pelos alunos, considerando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. Para realizar tal investigação, pretendemos desenvolver uma pesquisa qualitativa, na qual desejamos fazer uma análise sobre os conteúdos em livros didáticos, desenvolver e aplicar uma proposta alternativa para o ensino de equações do primeiro grau com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental e analisar se a mesma contribui para o ensino e a aprendizagem desses conteúdos. Utilizamos em nosso trabalho as concepções sobre o ensino e aprendizagem de álgebra segundo USISKIN (1995) e LINS & GIMENEZ (1997). A sequência didática é baseada na tendência de Resolução de Problemas, inspirada nos passos de resolução de ONUCHIC & ALLEVATO (2011) e busca desenvolver as atividades cognitivas ligadas à semiose propostas por DUVAL (2012). Nossa sequência didática busca estudar os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade para a resolução de equações do primeiro grau com incógnita, por meio do uso do material manipulativo *Algebra Tiles*.

Palavras-chave: Equações do primeiro grau com uma incógnita. Resolução de Problemas. Representação pictórica; *Algebra Tiles*.

INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

No ano de 2016, quando iniciei minha jornada como professora, tive o desafio de ensinar equações e inequações do primeiro grau com uma incógnita para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. Sem muita experiência, recorri aos livros didáticos para observar como os mesmos apresentavam os conteúdos nas séries finais do Ensino Fundamental. Percebi que em alguns deles era apresentada somente a “receita” para a resolução de equações e inequações, sem se ter a preocupação da utilização dos princípios aditivo e multiplicativo da igualdade e desigualdade; ou, se os princípios eram utilizados, não eram justificados.

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática- Profissional; francielemeinerz@hotmail.com; Orientadora: Prof^ª. Dra. Luisa Rodríguez Doering.

Minha ideia inicial para a pesquisa de mestrado era elaborar uma proposta com o ensino concomitante e relacionado de equações e inequações do primeiro grau com uma incógnita, visto que, na análise de alguns livros percebi que inicialmente era apresentado o conteúdo de equações e somente após a finalização do mesmo é que era apresentado o conteúdo de inequações. Segui a ideia de ensinar os conteúdos separadamente em sala de aula, contudo, apesar da resolução das equações e inequações terem procedimentos similares, os alunos sentiam muitas dificuldades ao resolver inequações e parecia que era tudo novo no estudo de inequações.

Ao longo desta pesquisa percebemos que elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática com o ensino concomitante e relacionado de equações e inequações seria interessante, e continuamos a acreditar nisso, porém, antes de tudo necessitávamos de um estudo de equações mais profundo e uma proposta que levasse o aluno a uma compreensão do processo que culmina no procedimento para a resolução de equações.

A partir da minha necessidade de auxiliar os alunos na construção do conhecimento, já em 2016, busquei meios de introduzir o estudo de equações em sala de aula e o fiz com a balança de dois pratos, que auxilia, na minha opinião, os alunos na dedução dos princípios aditivo e multiplicativo para números positivos. Contudo, eu iniciava o conteúdo de forma direta, apresentando aos alunos as equações e como poderíamos resolvê-las, generalizando os princípios aditivo e multiplicativo, os introduzindo por meio do uso da balança de dois pratos. A resolução de problemas era trabalhada após os alunos já saberem como resolver equações.

Isso me incomodava, pois parecia que o que estávamos fazendo era totalmente novo, e não estava levando em consideração os conhecimentos prévios dos alunos pois, em geral, os alunos já sabem resolver algumas equações (sem se dar conta) por exemplo se perguntamos a um aluno: “Comprei três canetas iguais por R\$12,00. Quanto custou cada uma?”, em geral, o mesmo responderá que o valor de cada caneta é R\$4,00. O que fazemos, ao estudar equações, é representar simbolicamente sentenças como a acima, de uma forma que permita a resolução de um problema, mesmo quando ele se torna mais complexo, por meio de propriedades matemáticas. Contudo, essa relação entre os conhecimentos já apropriados pelos alunos e os novos conteúdos nem sempre é feita em livros didáticos e em sala de aula.

Segundo LINS & GIMENEZ (1997), o ensino e a aprendizagem de álgebra no Ensino Fundamental é um dos momentos de importante dificuldade por parte dos professores e estudantes em matemática, no Brasil e também no exterior. Sendo uma das causas para essas dificuldades o reflexo da introdução tardia ao pensamento algébrico em sala de aula e a falta de comunicação entre os conhecimentos prévios dos alunos e a aprendizagem de novos conteúdos.

Realizando a leitura das obras de alguns autores, entre eles LINS & GIMENEZ (1997) e USISKIN (1995) notamos que os mesmos enfatizam a importância de trabalhar com situações que abordem o cotidiano dos alunos e que tenham significado para os mesmos. Além disso, as tendências em Educação Matemática vêm cada vez mais abordando metodologias que colocam o aluno em foco, como construtor do seu próprio conhecimento, e uma dessas tendências é a Resolução de Problemas.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), consta que um dos objetivos dos anos finais para o Ensino Fundamental é o desenvolvimento do pensamento algébrico e que o mesmo pode ser explorado por meio de situações de aprendizagem que levem os alunos a:

“produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos.” (PCN, p. 81)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) também menciona que a tradução de situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau pode auxiliar na construção de procedimentos para resolvê-las, se utilizadas as propriedades da igualdade ou desigualdade. Dessa forma, pensamos que, na medida do possível, os alunos devem ter oportunidades, principalmente por meio de situações-problema e com o uso das propriedades da igualdade, para que os mesmos compreendam os procedimentos envolvidos na resolução de equações, buscando assim, o desenvolvimento do pensamento matemático.

Uma das formas de desenvolver as propriedades da igualdade para a resolução de equações com os alunos é por meio da manipulação de materiais concretos, visto que concordamos com PATTERSON (1997) quando este afirma que “hands-on activities that begin where previous mathematics courses left off afford us the opportunity to bridge the gap to algebraic thinking.” (p.240). Além disso, estudos apontam que o uso do material

concreto *Algebra Tiles* auxilia os alunos na construção do pensamento algébrico. (LEITZE & KITT, 2000), (SARSWATI ET AL., 2016) e (THORNTON, 1995).

Assim como nos PCN, na BNCC (p.270) consta que, nos anos finais do Ensino Fundamental, os alunos devem resolver problemas utilizando equações compreendendo os procedimentos utilizados. A BNCC também nos orienta quanto às habilidades e objetos do conhecimento sobre equações do 1º grau com uma incógnita: o aluno deve: “Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade”.

Dessa forma, devido a importância da Resolução de Problemas atrelado à aprendizagem de equações, gostaríamos de desenvolver uma proposta de ensino que propicie aos alunos a construção do procedimento de resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita utilizando o material *Algebra Tiles* como suporte no estudo das propriedades da igualdade.

QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS

Em nosso estudo desenvolvemos uma pesquisa qualitativa através da qual buscamos responder a seguinte questão: Como a tendência de Resolução de Problemas, juntamente com os *Algebra Tiles* pode auxiliar os alunos no desenvolvimento de conceitos de equações de primeiro grau com uma incógnita?

Questões adicionais

- Quais as relações e conceitos matemáticos que os alunos mobilizam ao resolver problemas de equações do primeiro grau com uma incógnita, sem ter o conhecimento formal desse conteúdo?
- Como o uso dos *Algebra Tiles* pode contribuir para a resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita?
- Como se desenvolve o ensino de equações do 1º grau com uma incógnita em alguns livros didáticos do Ensino Fundamental?

Objetivos

- Estudar o uso da Resolução de Problemas no desenvolvimento de conceitos de equações de primeiro grau com uma incógnita;

- Analisar a contribuição do uso de *Algebra Tiles* na resolução de problemas sobre equações do primeiro grau com uma incógnita e o uso dos diferentes registros de representação semiótica para a aprendizagem.

- Analisar em livros didáticos os conteúdos de equações do 1º grau com uma incógnita.

Para alcançar tais objetivos e responder à nossa questão de pesquisa, aplicaremos uma sequência didática em sala de aula nos inspirando nos passos da Resolução de Problemas apresentados por ONUCHIC & ALLEVATO (2011), através da qual introduziremos o conteúdo de equações através dos diferentes registros de representação semiótica, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. No momento de realizar a formalização do conteúdo, utilizaremos os *Algebra Tiles*, um material concreto cuja manipulação pode auxiliar os alunos na compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo e proporcionar o tratamento de uma diferente representação para o problema proposto.

REFERENCIAL TEÓRICO

O ensino e a aprendizagem de álgebra é um dos momentos que mais apresentam dificuldades nos anos finais do Ensino Fundamental, tanto para professores, como para alunos. Buscando entender um pouco mais sobre essas dificuldades, apresentamos aqui as concepções de USISKIN (1995) e LINS & GIMENEZ (1997), que discutem em suas obras, características do processo de produção de significados para a aprendizagem de aritmética e álgebra.

Iniciamos apresentando as concepções para a educação algébrica de USISKIN (1995), que afirma que a álgebra não é simples de ser definida. USISKIN (1995) salienta que o estudo da álgebra está diretamente ligado com a compreensão que os alunos têm sobre as letras, ou variáveis, e os seus diferentes significados. No entanto, o autor afirma que a principal característica da álgebra escolar é a utilização de letras como símbolos para a representação de objetos, visto que o estudo da álgebra inicia no Ensino Fundamental quando os alunos passam a ter o contato com a escrita literal pela primeira vez.

Contudo, segundo USISKIN (1995), as diferentes concepções de variável trazem muitas definições, conceituações e símbolos e, resumir o estudo das variáveis à apenas a concepção de que as letras representam objetos, seria distorcer e simplificar os objetivos da álgebra escolar. Isso porque as finalidades da álgebra são determinadas e estão relacionadas a

diferentes concepções de álgebra, que se relacionam com as diferentes importâncias relativas, dadas a diversos usos das variáveis.

Dessa forma, USISKIN (1995) apresenta as diferentes concepções da álgebra classificadas em quatro diferentes categorias: i) Álgebra como aritmética generalizada; ii) Álgebra como estudo de procedimentos para resolução de certos problemas; iii) Álgebra como estudo de relações entre grandezas; e iv) Álgebra como estudo das estruturas.

Outros autores que discutem as diferentes concepções da álgebra escolar são LINS & GIMENEZ (1997), que afirmam que um dos motivos para as dificuldades na aprendizagem de álgebra é a existência da ideia de que a aritmética deve sempre preceder a álgebra. Em seus estudos, os autores buscam verificar de que modo a álgebra e a aritmética se relacionam, “mas de forma diferente das leituras tradicionais, do tipo ‘álgebra é aritmética generalizada’ ou ‘álgebra é a estrutura da aritmética’” (LINS & GIMENEZ, p.10, 1997). De fato, essas são considerações possíveis, mas segundo os autores, estreitas para a finalidade da educação matemática.

A álgebra escolar apresenta um momento de ruptura (e seleção) na educação matemática escolar. Talvez isso poderia nos fazer pensar que os alunos são muito precoces e podem não ter alcançado o desenvolvimento intelectual necessário. Mas a leitura de LINS & GIMENEZ (1997) para a produção de significados para a álgebra e aritmética sugere exatamente o contrário: “*é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra*”. (p.10).

Mais especificamente sobre a álgebra, assim como USISKIN (1995), os autores relatam que não há um consenso sobre o que seja pensar algebricamente, mas que existe talvez um consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra, o que nos leva a imaginar que pensar álgebra seja estudar alguns conteúdos específicos como equações, cálculo literal e etc. Contudo, essa visão não nos permite saber duas coisas fundamentais:

“a) se há outros tópicos que deveriam também estar ali; e b) fica difícil saber de que forma organizar um currículo para a educação algébrica, e até mesmo se os tópicos tradicionais são tão relevantes quanto sua inclusão tradicional em currículos parece indicar” (LINS & GIMENEZ, p.89, 1997).

Muitas vezes a atividade algébrica é descrita associada a conteúdos, ou a “calcular com letras”. Dessa forma, sua caracterização é dada pela ideia de que a atividade algébrica é resolver problemas (contextualizados, ou não) da álgebra, portanto acabamos tendo uma abordagem da atividade algébrica caracterizada pelo uso de notações, ou uma abordagem

através de conteúdos. Contudo, LINS & GIMENEZ (1997) afirmam que essas abordagens por conteúdos, ou uso de notações podem deixar de lado algumas coisas que os autores gostariam de caracterizar como atividade algébrica.

Como existem diversas caracterizações e compreensões sobre a atividade algébrica, LINS & GIMENEZ (1997) trazem em sua pesquisa diferentes tendências da educação algébricas: i) as tendências “letristas”; ii) as tendências “letristas – facilitadoras”; e ainda, iii) outra tendência seria a de trabalhar com situações reais e que podem ser observadas no cotidiano.

Quando analisamos os diferentes tipos de caracterização algébrica, podemos notar desde a rigidez das caracterizações “puras” por conteúdos, até uma certa despreocupação com o tipo de matemática particular que está sendo apresentada, basta que seja uma atividade matemática rica e flexível. Dessa forma, acreditamos, assim como LINS & GIMENEZ (1997), que para repensar a educação aritmética e algébrica, é preciso observar as relações que elas têm em comum e desenvolver um currículo no qual esteja presente as relações entre a aritmética e a álgebra.

Pensando nas concepções sobre a álgebra apresentadas por USISKIN (1995), nosso trabalho concentra-se na segunda concepção, que diz respeito à álgebra como ferramenta de estudo de procedimentos para a resolução de problemas. De fato, o autor evidencia que os alunos apresentam dificuldades na aprendizagem de álgebra e na compreensão das variáveis como incógnitas. Dessa forma, utilizamos as concepções de LINS & GIMENEZ (1997) sobre a transição entre a aritmética e álgebra para auxiliar nas dificuldades citadas por USISKIN (1995). Além disso, acreditando que uma forma de construir relações entre a aritmética e a álgebra é a Resolução de problemas em sala de aula, utilizamos também em nosso trabalho as concepções de ONUCHIC & ALLEVATO (2011) sobre a Resolução de Problemas para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Através da resolução de problemas, podemos ir em busca de um dos objetivos em se aprender matemática “poder transformar certos problemas não rotineiros em rotineiros” (ONUCHIC, 1999, p. 207). Desse modo, podemos transitar entre o concreto (mundo real) e o abstrato (representação simbólica) e então apresentar aos alunos uma matemática que não é somente abstrata, mas que também tem relação com diversos contextos. E é esse o principal ponto de interesse de Onuchic em estudar a Resolução de Problemas, visto que a

“compreensão de matemática, por parte dos alunos envolve a ideia de que entender é essencialmente relacionar [...] e compreender deve ser o principal objetivo do ensino, apoiados na crença de que o aprendizado de matemática, pelos alunos, é mais forte quando é autogerado do que quando lhes é imposto por um professor ou por um livro-texto” (ONUCHIC, 1999, p. 208).

Assim, a utilização da Resolução de Problemas em sala de aula como tendência para introduzir um certo conteúdo é interessante pois, além de dar espaço para o aluno se tornar ator principal na construção do seu conhecimento, ainda traz a oportunidade de o aluno fazer relações da matemática com diferentes contextos.

Acreditando que o material manipulativo também pode auxiliar na construção do conhecimento, juntamente com a resolução de problemas, trazemos o material *Algebra Tiles*, sobre o qual tomamos conhecimento ao analisar um livro didático americano utilizado nas escolas no *Middle School*, que apresenta um exemplo de resolução de equação de primeiro grau com uma incógnita utilizando esse material concreto. Este material nos chamou a atenção por ser um material manipulativo que utiliza números negativos. Ao realizar pesquisas sobre os *Algebra Tiles*, notamos que eles são utilizados em escolas dos Estados Unidos para estudar diferentes conteúdos matemáticos, desde as operações com números inteiros até a fatoração de polinômios.

Inúmeros trabalhos apresentam a relevância do uso de *Algebra Tiles* para o ensino de álgebra. LEITZE & KITT (2000) defendem o uso do material, pois a manipulação dos *Algebra Tiles* proporciona uma combinação entre uma abordagem algébrica e uma abordagem geométrica. As autoras acreditam que a visualização dos conceitos de álgebra desenvolvidos geometricamente pode alcançar um número maior de estudantes, visto que o material propicia um sequenciamento entre o nível concreto, o nível pictórico e, finalmente, o nível abstrato. Dessa forma, os *Algebra Tiles* auxiliam os alunos que não são pensadores abstratos natos.

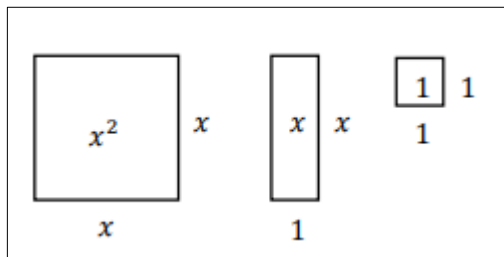
THORNTON (1995) apresenta uma pesquisa sobre o uso do material manipulativo *Algebra Tiles* para o estudo de polinômios e fatoração de polinômios, no qual concluiu que o uso do material concreto auxiliou os estudantes na abstração dos conceitos e os encorajou na manipulação algébrica, necessária para a fatoração de polinômios. Outra pesquisa que mostrou o auxílio dos *Algebra Tiles* para a aprendizagem de álgebra foi realizado por SARSWATI ET AL. (2016), que analisou o uso do material para o estudo de equações do

primeiro grau com uma incógnita. A partir desse estudo, os autores notaram uma redução dos erros relacionados às operações aritméticas, que surgem quando os alunos resolvem equações utilizando procedimentos sem compreensão para a resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita.

O QUE SÃO OS ALGEBRA TILES?

O material é formado por três tipos de formas: quadrados pequenos, retângulos e quadrados grandes, como observamos na Figura 1. Os quadrados pequenos representam o número 1 os retângulos representam a variável “ x ” e os quadrados maiores representam “ x^2 ”. O lado do bloco x^2 , é igual ao comprimento do bloco x , cuja largura é a mesma do bloco unitário. Além disso, o comprimento do bloco x , geralmente não é um múltiplo inteiro do bloco da unidade.

Figura 1: *Algebra Tiles*



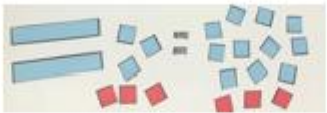
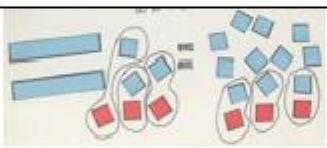
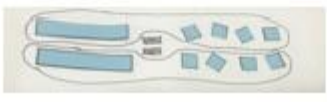
Fonte: arquivo da autora

As peças são formadas por um par de cores: uma cor para mostrar os blocos positivos (azul) e outra para mostrar os blocos negativos (vermelho). Como nosso foco é o estudo de equações do primeiro grau, utilizaremos apenas o retângulo e o quadrado pequeno, e apresentamos um exemplo de como poderíamos resolver uma equação utilizando o material (Figura 2).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Em nossa pesquisa temos o nosso interesse voltado ao processo de construção do conhecimento e não apenas para o resultado final e esse é um dos motivos para a escolha da nossa metodologia de pesquisa: a pesquisa qualitativa. SEGUNDO BOGDAN & BIKLEN (1994), a pesquisa qualitativa tem uma característica muito importante para a educação: a ênfase e o interesse direcionados ao processo; contrariando a pesquisa quantitativa, que tem seu foco voltado para os resultados ou produtos finais.

Figura 2: Resolução de equação utilizando o material *Algebra Tiles*

Vamos resolver a equação $2x + 3 = 11$		
	Algebra Tiles:	Algebricamente:
Equação inicial:		$2x + 3 = 11$
Adicionando (-3) aos dois lados da igualdade, de modo que fique do lado esquerdo somente os termos " x "		$2x + 3 + (-3) = 11 + (-3)$
Anulando os pares		$2x + [3 + (-3)] = 8 + [3 + (-3)]$
Nova equação		$2x = 8$
Até o momento, temos o valor de $2x$, mas queremos o valor de $1x$, então tomamos a metade dos dois lados da igualdade:		$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$
Obtemos:		$x = 4$

Fonte: arquivo da autora

Para desenvolver a nossa prática, pretendemos fazer uma investigação matemática em sala de aula, nos inspirando na tendência de Resolução de Problemas, com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, de uma escola privada de Porto Alegre, os quais são alunos de uma turma em que a professora-pesquisadora é titular. A investigação matemática em sala de aula, segundo PONTE, BROCARD & OLIVEIRA (2005), leva os alunos a criar, testar e justificar, ou demonstrar conjecturas, o que acreditamos contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático e pode auxiliar os alunos a entender o processo de resolução de equações utilizando as propriedades da igualdade e da desigualdade.

O objetivo da sequência é introduzir aos alunos o conteúdo de equações do primeiro grau com uma incógnita através da Resolução de Problemas, nos inspirando nos passos de resolução de ONUCHIC & ALLEVATO (2011). Além disso, com a utilização dos *Algebra*

Tiles, relacionando com a Resolução de Problemas, desejamos trabalhar os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade para resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita. Ainda, em nossa proposta, pretendemos proporcionar aos alunos as três atividades cognitivas fundamentais propostas por Raymond Duval, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica: inicialmente, a formação de uma representação de uma situação-problema através do uso dos *Algebra Tiles*, o tratamento da representação através da manipulação do material e a conversão da representação para a representação algébrica e o respectivo tratamento. Dessa forma, em nossa pesquisa, analisaremos as resoluções dos alunos observando se os mesmos transitam entre as diferentes representações realizando as atividades cognitivas ligadas à semiose.

REFERÊNCIAS

- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação - Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora. p. 47-74. 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Brasília, DF. 2018.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Matemática: ensino de quinta a oitavas séries. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF. 1998.
- DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. In: Revemat, v. 7, n. 2. Florianópolis, 2012. p. 266-297.
- DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.
- LEITZE, A. R.; KITT, N. A. **Using homemade algebra tiles to develop algebra and prealgebra concepts**. *The Mathematics Teacher*, v. 93, n. 6, p. 462, 2000.
- LINS, R. C., & GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Papirus Editora. 1997.
- ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.
- ONUCHIC, L. D. L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: Editora UNESP, p. 199-220. 1999.

PATTERSON, A. C. **Building Algebraic Expressions: A Physical Model.** Mathematics Teaching in the Middle School 2. P. 238–42. 1997.

PONTE, J. P., BROCARD, J., OLIVEIRA, H.. **Investigações Matemáticas em Sala de Aula.** Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte. 2005.

SARASWATI, S.; PUTRI, R. I. I.; SOMAKIM, S.. Supporting students' understanding of linear equations with one variable using Algebra Tiles. **Journal on Mathematics Education**, v. 7, n. 1, p. 19-30, 2016.

THORNTON, G. J. **Algebra tiles and learning styles.** Tese de Doutorado. Theses (Faculty of Education)/Simon Fraser University. 1995.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis. In: **As ideias da álgebra.** Organizadores: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.