

EM BUSCA DO X DA QUESTÃO: PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Vanessa de Oliveira¹

GD n° 7 – Formação de Professores que Ensinam Matemática

Resumo: Neste texto apresenta-se a intenção de investigar os modos de os professores que ensinam matemática nos anos iniciais considerarem o pensamento algébrico a partir das expressões de seus modos de pensar. O ensino de álgebra tem gerado debates no cenário acadêmico, nacional e internacional, e diante dessas discussões, nos voltamos para o modo pelo qual o professor dos anos iniciais compreende o pensamento algébrico. Para isso buscamos a partir de trabalhos cujo solo é a Filosofia da Educação Matemática, modos de compreender a álgebra e de conceber o pensamento algébrico. As leituras realizadas apontam que, como todo pensar matemático, o pensamento algébrico, é uma construção histórica que se dá na temporalidade da experiência vivida. Isso destaca a relevância de considerar sua presença nas aulas de matemática, inclusive na dos anos iniciais analisando o que considera o professor. Temos como objetivo conhecer e compreender os modos de o professor compreender o pensamento algébrico e considerar a possibilidade de desenvolver esse pensar nos anos iniciais. Para a produção de dados, pretende-se estar com professores num curso de extensão discutindo possibilidades de um trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais. Filmaremos os encontros para poder, posteriormente, seguindo o rigor da pesquisa de abordagem fenomenológica, analisar os dados e explicitar o compreendido acerca da expressão do professor.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de Álgebra. Formação de Professores.

INTRODUÇÃO

Modos de aprender e ensinar matemática vem permeando o debate educacional, tanto em âmbito nacional como internacional. Os enfoques das discussões são variados: ora na formação docente, ora nos conteúdos, ora no currículo e avaliação entre outros. Nosso interesse, neste texto e na pesquisa de doutorado que inspira a escrita do mesmo, volta-se para a formação docente do professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental para um contexto específico da matemática escolar: o aprender e ensinar álgebra, mas especificamente as ações que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ao nos voltarmos para o ensino de matemática nos deparamos, via leituras iniciais, com compreensões acerca dessa ciência que nos levam a pensar sobre a formação inicial dos professores que ensinam matemática. D'Ambrósio (1993) enfatizava, já na década de

¹ Universidade Estadual Paulista (Unesp) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Doutorado em Educação Matemática); vanessadeoliveira31@yahoo.com; orientadora: Prof.^a Dr.^a Rosa Monteiro Paulo.

1990, que a sociedade vê a matemática como uma ciência estática e livre de erros. Porém, consideramos que, assim como a autora, é importante que essa seja compreendida como uma disciplina que se desenvolve a partir da investigação e auxilia os alunos a compreender e explicar sua realidade.

Mas, será que o professor que ensina matemática nos anos iniciais a compreende desse modo? Consideramos importante conhecer o modo pelo qual esses professores entendem a disciplina, uma vez que “saber matemática para poder ensiná-la, envolve uma compreensão em profundidade que garanta o domínio dos significados e dos fundamentos de cada conceito e/ou procedimento” (SERRAZINA, 2014, p. 15-16).

Dentre as experiências com a matemática que os professores dos anos iniciais constroem ao longo da vida destacam-se, a partir dos trabalhos lidos, aquelas oriundas dos espaços de formação inicial, atualmente, os cursos de Pedagogia. Pesquisas acerca da formação matemática desses professores como as de Curi (2005), Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014) e Mota e Megid (2014), afirmam que as disciplinas relacionadas a esse componente curricular são, na maioria dos cursos, de carga horária reduzida, se comparada com a de outros conteúdos. Tal característica pode ser compreendida em função das diferentes funções que o pedagogo pode desempenhar: docência, pesquisa e gestão. Embora essas informações não sejam suficientes para construir um retrato da formação matemática desses professores, são estudos que dão indicativos do modo pelo qual a matemática é tratada nesses cursos.

Um dos aspectos que nos chama a atenção ao nos voltamos para os modos como a matemática é discutida nos cursos de formação docente inicial são os enfoques, em sua maioria, nas características metodológicas da disciplina (CURI, 2005). Entendemos que, desse modo, há pouco espaço para discussões sobre os diferentes aspectos da matemática, o que faz com que os estudantes fiquem inclinados a reproduzir práticas de ensinar matemática a que foram submetidos quando alunos, como destacam Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014).

Provocada por essas e outras questões, em 2016 ingressei no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP) e desenvolvi a pesquisa de mestrado intitulada: “Contar de cabeça ou com a cabeça? Compreensões do professor dos anos iniciais acerca do Cálculo Mental”. Nesta, os sujeitos, professores que ensinam matemática nos anos iniciais, foram convidados a

participar de um curso de extensão no qual discutimos atividades relacionadas ao Cálculo Mental. Nosso objetivo foi, diante do proposto, abrir um espaço de diálogo de modo que se revelassem as compreensões dos docentes acerca do Cálculo Mental.

Durante os encontros, chamou-nos a atenção o modo pelo qual esses professores tratavam alguns conteúdos matemáticos. Os participantes não se sentiam a vontade, por exemplo, resolvendo atividades que envolviam incógnitas ou termos desconhecidos, mesmo que em outras situações revelassem modos de pensar algebricamente. Isso nos motivou a querer conhecer os modos de esses professores compreenderem o pensamento algébrico. Portanto, na pesquisa explícita neste texto, a intenção é compreender, ao se estar junto desses professores desenvolvendo atividades “que podem, potencialmente, envolver o pensamento algébrico” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 138), os modos de pensar algebricamente que se presentificam.

PENSAMENTO ALGÉBRICO: POSSIBILIDADES DE COMPREENSÃO

Compreender a álgebra como uma forma de explicitar modos de abordar e lidar com os objetos matemáticos nos conduz ao pensamento algébrico e oportuniza pensar, no contexto escolar, modos de favorecer o seu desenvolvimento. As leituras iniciais indicam que há diferentes correntes históricas e filosóficas com perspectivas diversas sobre o significado desse modo de pensar. Iremos discutir aspectos do pensamento de James Kaput, João Pedro da Ponte e Luis Radford na intenção de uma abertura ao diálogo.

O ensino de álgebra, para Kaput (1999), tem se apresentado como um conjunto de procedimentos desconectados de outros conhecimentos matemáticos e do mundo real, uma vez que “as ‘aplicações’ usadas são notoriamente artificiais [...] e os alunos não tem a oportunidade de refletir sobre suas experiências e articular seus conhecimentos” (KAPUT, 1999, p. 2, tradução nossa). Para o autor, mais do que situações contextualizadas, ao se deparar com tarefas do contexto algébrico é importante que os alunos atribuam significado aos procedimentos realizados, estabelecendo generalizações a partir de resultados e relações matemáticas e, por meio de uma linguagem, expressem o que compreendem e caminhem na direção de modos expressivos cada vez mais sistematizados.

Esse é um fazer que, de acordo com Blanton e Kaput (2005), caracterizam o pensamento algébrico que pode ser entendido como:

um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto de instâncias particulares, estabelecem essas generalizações através do discurso da argumentação, e [as expressam] de forma cada vez mais formal e [de] modos adequados à idade (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Com isso pode-se dizer que, para esses autores, um dos aspectos essenciais ao pensamento algébrico é a generalização e suas formas de expressão. Destacam também que esse tipo de pensar pode assumir diferentes formas como: o uso da aritmética como o domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (pensamento funcional); a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações; e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações.

Segundo o que expõem Blanton e Kaput (2005) podemos compreender o pensamento algébrico numa perspectiva conceitual como aritmética generalizada, exploração de padrões e modelagem.

Para Ponte (2006), o pensamento algébrico

inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções /.../ inclui igualmente a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios (PONTE, 2006, p. 7).

Ao discutirem as possibilidades de se explorar a álgebra na Educação Básica Ponte, Branco e Matos (2009) tratam o pensamento algébrico a partir de três vertentes:

A primeira vertente – representar – diz respeito à capacidade do aluno usar diferentes sistemas de representação, nomeadamente sistemas cujos caracteres primitivos têm uma natureza simbólica. Na segunda vertente – raciocinar, tanto dedutiva como indutivamente – assumem especial importância o relacionar (em particular, analisando propriedades de certos objetos matemáticos) e o generalizar (estabelecendo relações válidas para certa classe de objetos).[...] Finalmente, na terceira vertente – resolver problemas, que inclui modelar situações – trata-se de usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10-11).

Entendemos, segundo esses autores, que o pensamento algébrico pode ser desenvolver na perspectiva da resolução de problemas, a partir de atividades de representar

(ler, compreender, traduzir informações), raciocinar (relacionar, deduzir, generalizar) e resolver (usando expressões algébricas para solucionar situações do contexto matemático).

Luis Radford considera que, assim como todas as formas culturais de pensar, o pensamento algébrico emergiu, evoluiu e foi reorganizado ao longo da história. Esse pensar, para o autor, pode ser considerado “uma prática social materializada no corpo (como ações cinestésicas, gestos, percepção, visualização), no uso de signos (exemplo, símbolos matemáticos, gráficos, palavras escritas e faladas) e artefatos de tipos diferentes (regras, calculadoras, etc)” (RADFORD, 2012, p. 120, tradução nossa).

Para Radford (2014):

O desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser estudado em termos do surgimento de novas estruturas de relações entre os componentes material-ideacionais do pensamento (por exemplo, gestos, fala interna e externa) e a maneira pela qual esses relacionamentos são organizados e reorganizados no decorrer da atividade (RADFORD, 2014, p. 275, tradução nossa).

Para Radford (2010) o pensamento algébrico pode ser caracterizado segundo três elementos que se relacionam entre si: indeterminação (incógnitas, variáveis, parâmetros, números generalizados), representação simbólica (modos como os dados de problemas são nomeados ou simbolizados) e manipulação analítica (manipulação de quantidades não conhecidas da maneira como lidamos com quantidades conhecidas, identificando-as e operando com elas).

Os modos de compreender o pensamento algébrico nos encaminham a esclarecer o sentido do pensar e da linguagem na pesquisa. Para isso, assumindo uma postura fenomenológica, o que significa percorrer uma trajetória de análise do que é interrogado buscando compreendê-lo, nos voltamos para Merleau-Ponty, um fenomenólogo da linha husserliana. Para o autor, o pensar é uma experiência na qual “nós nos damos nosso pensamento pela fala /... / Ele [o pensar] progride no instante e como que por fulgurações, mas, em seguida, é preciso que nos apropriemos dele, e é pela expressão que ele se torna nosso” (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 241-242).

Em Merleau-Ponty, pensamento e linguagem se constituem simultaneamente, isto é, o pensamento não é “anterior” ou “anunciado” pela linguagem, mas consoma-se nela. “O pensamento ‘puro’ reduz-se a um certo vazio da consciência [...]. A nova intenção significativa só se conhece a si mesma recobrindo-se de significações já disponíveis,

resultado de atos de expressão anteriores” (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 249). A linguagem não traduz o pensamento, mas o torna presente no mundo. Linguagem e pensamento estão envolvidos um no outro de tal modo que a linguagem é um modo que o corpo tem de presentificar – por meio da expressão - o sentido do pensamento. Nesse sentido, a linguagem não é tradução ou reprodução do pensamento é, antes, sua fonte originária de sentido.

Se nos voltamos para a álgebra tomando-a como uma linguagem, pode-se interpretar que ela é fonte originária do pensamento algébrico e, nos modos de expressão do sujeito, o pensar vai se constituindo simultaneamente. Conforme se pode interpretar, não há um pensamento isolado, uma vez que ele se constitui no mundo-vida pela linguagem e, por isso, a palavra tem sentido sem, no entanto, contê-lo. O “sentido irrompe através da palavra, projetando no silêncio articulador da linguagem o que este queria e sozinho não obtinha, mas sem obturá-lo” (FURLAN; BOCCHICI, 2003, p. 450). Esse sentido destacado pelos autores não é dado, mas compreendido pelo outro através da linguagem.

O sentido do pensamento expresso pela linguagem produz significações à medida que meu corpo, enquanto potência de intencionalidades, ao estar com o outro, expõe possibilidades de compreensão do expresso. Assim, pela expressão revela-se um modo de compreender o pensamento, embora não o esgote, uma vez que “seu movimento consiste sempre em nos atirar além, nas fronteiras entre o visível e o invisível, sondando as relações entre um mundo e outro” (FURLAN; BOCCHI, 2003, p. 450).

Se considerarmos a álgebra como uma expressão linguística e o pensamento algébrico como significação, podemos explorar as possibilidades compreensivas da estrutura dos objetos matemáticos em diferentes perspectivas.

QUAL O X DA QUESTÃO? PROCEDIMENTOS DE INVESTIGAÇÃO E ANÁLISE

A pesquisa explícita neste texto tem caráter qualitativo e assume a postura fenomenológica uma vez que nela não se consideram objetos de estudo separados do sujeito da pesquisa. Consideram-se, antes, fenômenos que se mostram ao sujeito que a ele se volta atentamente. Ou seja, em nossa pesquisa, ao optar pela fenomenologia, assume-se

o par fenômeno/percebido o que “indica que a qualidade é percebida, mostrando-se na percepção do sujeito [...] não há uma separação entre o percebido e a percepção de quem percebe” (BICUDO, 2011, p. 19).

Assim, atento ao que é percebido, busca-se compreender o que é investigado. Ou seja, há algo que o pesquisador deseja conhecer e que a ele se mostra quando há um voltar-se intencional para o que se mostra. Portanto, esse “algo” a ser compreendido é o fenômeno. É importante esclarecer outras características que tal modo de pesquisar exige. Começamos, com Bicudo (2011), atentos ao próprio termo:

Fenomenologia é uma palavra composta pelos termos fenômeno mais lógos. Fenômeno diz do que se mostra na intuição ou percepção e logos diz do articulado nos atos da consciência em cujo processo organizador a linguagem está presente, tanto como estrutura, quanto como possibilidade de comunicação e, em consequência, de retenção em produtos culturais postos à disposição no mundo-vida (BICUDO, 2011, p. 29).

Pode-se dizer, de acordo com a autora, que a fenomenologia pode ser entendida como “um pensar a realidade de modo rigoroso” (BICUDO, 2011, p. 17) o que possibilita, em nosso caso, analisar os modos de o professor que ensina matemática nos anos iniciais compreender o pensamento algébrico. Ou seja, o fenômeno investigado é a compreensão do pensamento algébrico dos professores. Para que seja possível entendê-la, estaremos atentos aos seus modos de expressão, a linguagem que comunica.

A linguagem entendida como um movimento expressivo que

ultrapassa e limita o sentido esboçado na percepção (limita no sentido de explorar uma direção de sentido em detrimento de outras possíveis). A percepção é o sentido que inaugura a abertura para o mundo, como a projeção de um ser para fora de si; a linguagem prossegue esta abertura de mundo na medida em que retoma, transforma e prolonga as relações de sentido iniciadas na percepção (FURLAN; BOCCHI, 2003, p. 446).

A interrogação é o que conduz a busca. Emerge da experiência do pesquisador e leva-o a questionar. A pesquisa fenomenológica, de acordo com Bicudo (2011), se orienta durante todo o percurso a partir desse questionamento inicial. A experiência vivida leva-o a interrogar o que lhe causa inquietação e a clareza disso que lhe inquieta permite formular a interrogação.

Não havendo intenção de explicar fatos ou justificar atitudes, o pesquisador fenomenólogo não toma teorias explicativas para si, mas enlaça o já tido como conhecido

que lança luz ao solo de sua caminhada (BICUDO, 2016). A pesquisa de abordagem fenomenológica é situada, se volta para o fenômeno, para o que se mostra à percepção, portanto sujeita a alterações de acordo com o contexto em que o percebido se situa (BICUDO, 2011). Esse contexto constitui-se na região de inquérito da pesquisa, em nosso caso, os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Considerando manifestações expressas por um grupo de professores dos anos iniciais, participantes da pesquisa, é importante destacar as ações humanas, expressões do sujeito, que permitam compreender o interrogado.

Essa experiência vivida com os professores é descrita pelo pesquisador que, tendo o texto (oriundo da transcrição dos encontros), se coloca no movimento de análise e interpretação do que nele se destaca procurando compreender o investigado. Esse movimento de análise, na abordagem fenomenológica, dá-se em dois movimentos igualmente importantes: o da análise ideográfica e da análise nomotética.

A análise ideográfica inicia-se com as primeiras leituras e interpretações acerca da expressão dos sujeitos, visando o sentido do todo. Posteriormente, uma nova leitura é feita, destacando trechos da transcrição que sejam significativos à compreensão do interrogado. São unidades do texto, Unidades de Significado que, segundo Bicudo (2011), permitem que o pesquisador avance no movimento de análise construindo asserções articuladas, ou seja, buscando expressar, segundo o seu modo de dizer, o que compreende do que é destacado na fala do sujeito como significativo.

Desse modo, considerando as unidades de significado, o pesquisador continua sua busca articulando-as e interpretando-as, buscando convergência de sentidos e significados. O movimento que vai do individual, que destaca Unidade de Significado da fala de cada um dos sujeitos, para os aspectos gerais que se presentificam e permite que o pesquisador considere convergências e nomeie ideias nucleares (análise nomotética).

Interrogando o sentido que as ideias nucleares vão revelando, o pesquisador busca significados cada vez mais abrangentes que lhe permitam dizer das características essenciais do fenômeno. Essa busca permite ao pesquisador expor as Categorias Abertas, regiões de generalidade a partir das quais ele pode dizer do que é interrogado. Assim, no percurso da análise fenomenológica pode-se dizer que se tem uma caminhada da interpretação do que se manifesta no individual (ideográfico) para o que revela as características essenciais do interrogado (nomotético).

O objetivo em nossa pesquisa é compreender os modos de pensar algebricamente de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Para isso procuraremos analisar seus modos expressivos ao se disporem a dialogar a partir de atividades de contexto algébrico. Portanto, pretende-se que os professores vivenciem situações que lhes dê possibilidade de expor o pensar algébrico num ambiente que lhes seja familiar, confortável, para que haja espontaneidade e abertura ao diálogo.

Esse ambiente se constituirá por meio de um curso de extensão oferecido aos professores, com a intenção de discutir modos de aprender e ensinar matemática na sala de aula dos anos iniciais no contexto da álgebra.

O curso intitulado: “Qual o x da questão? Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental” é uma parceria entre a Secretaria Municipal de Guaratinguetá/SP e a Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá da Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho (UNESP) e será desenvolvido no período de agosto a outubro de 2019, com carga horária de 20 horas das quais, 16 são presenciais e 4 a distância. Serão realizados 8 encontros semanais, presenciais, com duração de 2 horas. O tempo destinado às atividades a distância será dedicado à elaboração de atividades pelos participantes e seu desenvolvimento em sala de aula e registro de suas experiências ao longo do curso.

Ao compreender a álgebra como modos de lidar com a estrutura dos objetos matemáticos, a intenção nos encontros presenciais é propor atividades que promovam discussões sobre conteúdos já trabalhados pelo professor dos anos iniciais, entretanto possibilitando novos olhares aos mesmos.

No primeiro encontro trabalharemos o uso das diferentes representações e sua importância para compreender e expressar as ideias matemáticas. No segundo, a proposta é discutir os significados do sinal de igualdade - operacional, equivalência e relacional. Já no terceiro encontro, abordaremos algumas propriedades numéricas com o auxílio da tabuada, por exemplo. No quarto e quinto encontro, o enfoque será na habilidade de generalização por meio de sequências (repetitivas e crescentes) e padrões. No sexto encontro trabalharemos a ideia de proporcionalidade e no sétimo as ideias relacionadas ao conceito de simetria. No último encontro abriremos o diálogo ao relato das vivências dos participantes com seus alunos e as atividades desenvolvidas e retomaremos algumas discussões.

Para isso nos voltamos às sugestões de documentos oficiais como Parâmetros Curriculares Nacionais, Orientações Curriculares do Estado de São Paulo, Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa e pesquisas relacionadas à temática.

A dinâmica dos encontros será posta pelo envolvimento e a dificuldade dos participantes. Com isso, pode haver encontros nos quais será possível realizar mais tarefas e, em outros, menos.

Os encontros serão filmados em vídeo com a ciência dos participantes de modo que seja possível registrar suas expressões no desenvolvimento das atividades e discussões. O texto oriundo da transcrição da filmagem é passível de análise e interpretação abrindo-se a compreensão do pesquisador acerca do pensamento algébrico dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Ou seja, o pensamento algébrico será explícito pela análise do movimento de fazer matemática com atividades algébricas em situação de diálogo que possibilite, aos professores, expor modos de pensar.

REFERÊNCIAS

- BICUDO, M. A. V. Sobre história e historicidade em Edmund Husserl. **Cadernos da EMARF, Fenomenologia e Direito**, Rio de Janeiro, v.9, n.1, p.21-48, 2016. Disponível em:< <http://www.mariabicudo.com.br/artigos-em-peri%C3%B3dicos.php>> Acesso em: 11 fev. 2019.
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, 2005, p. 412-443. Disponível em:< <http://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library.Data/PDF/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning-1974150144/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2018.
- CURI, E. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Rev. Iberoamericana de Educacion**, v. 37, n. 5, p. 1-9, 2005. Disponível em :< <http://rieoei.org/1117.htm>>. Acesso em 10 de julho de 2016.
- D'AMBRÓSIO, B. S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. **Rev. Pró-Posições**, São Paulo. vol. 4, n.10, p. 25-41, mar 1993. Disponível em :< <http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/10-artigos-d%5C'ambrosiobs.pdf>>. Acesso em 20 de julho de 2016.
- FURLAN, R.; BOCCHI, J. C. O corpo como expressão e linguagem em Merleau-Ponty. **Estudos de Psicologia**, Campinas, São Paulo. v. 8, n. 3, 2003. p. 445-450.
- KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E. ROMBERG, T.A.(Orgs.), **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ:

- Lawrence Erlbaum. 1999. Disponível em:<
http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-TEXTOS%5CKaput_99AlgUnd.pdf>.
Acesso em: 08 nov. 2018.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 5ª ed. Campinas: Papirus, 1997. 176p.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 5ª ed. Campinas: Papirus, 1997. 176p.
- MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da Percepção**. 2ª ed. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1994.
- MOTA, A.P.A.; MEGID, M.A.B.A. As operações aritméticas na formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.3, n.4, jan-jun. 2014. p.161-180. Disponível em :<
http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/908/pdf_88>. Acesso em: 13 jan. 2017.
- NOGUEIRA, C.M.I. ; PAVANELLO, R.G.; OLIVEIRA, L.A. Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, v.3, n.4, jan.-juh. 2014. Disponível em:<
http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/907/pdf_87>. Acesso em 10 de maio de 2016.
- PONTE, J. P. Números e Álgebra no contexto escolar. In: VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L. & CANAVARO, P. (Orgs.), **Números a álgebra na aprendizagem matemática e na formações de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5 – 7.b Disponível em:< <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf>>. Acesso em: 11 out. 2018.
- PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC. 2009. 181 p. Disponível em:< http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf>. Acesso em: 11 out. 2018.
- RADFORD, L. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research in Mathematics Education**, v. 12, n.1, p. 1-19, mar. 2010. Disponível em:<http://www.luisradford.ca/pub/22_RME2010Algebraicthinkingfromaculturalsemioticperspective.pdf>. Acesso em : 16 nov. 2018.
- RADFORD, L. On the development of early algebraic thinking. **PNA**, UK, v. 6, n. 4, p. 117-133, 2012. Disponível em: <<https://core.ac.uk/download/pdf/12342220.pdf>>. Acesso em: 15 nov. 2018.
- RADFORD, L. The progressive development of early embodied algebraic thinking. **Mathematics Education Research Journal**, Australia, n. 26, p. 257-277, 2014. Disponível em:<[http://www.luisradford.ca/pub/Radford%20L.%20\(2014\)%20-%20The%20progressive%20development.pdf](http://www.luisradford.ca/pub/Radford%20L.%20(2014)%20-%20The%20progressive%20development.pdf)>. Acesso em: 15 nov. 2018.
- SERRAZINA, M. L. Maria de Lurdes Serrazina e a formação de professores para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização: entrevista. Campo Mourão: **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.3, n.4. p.10-27, jan./jun. 2014. Entrevista

concedida a Clélia Maria Ignatius Nogueira, Regina Maria Pavanello e Rute Elizabete S. Rosa Borba. Disponível em :<
http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/940/pdf_81>. Acesso em:
6 set. 2016.