

O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS NA ENGENHARIA CIVIL

Rieuse Lopes Pinto¹

GD 4 - Educação Matemática no Ensino Superior.

Resumo: Este trabalho consiste em um recorte de uma pesquisa de doutorado que está sendo desenvolvida sobre o ensino e a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO). Apresentamos parte de um levantamento bibliográfico de trabalhos realizados sobre o ensino e a aprendizagem de EDO que compõem o *corpus* da revisão bibliográfica de nossa investigação, o referencial teórico-metodológico adotado (A Matemática no Contexto das Ciências), e uma descrição inicial de um exemplo daquilo que, no referencial empregado, é denominado evento contextualizado – um problema integrando disciplinas matemáticas com não matemáticas de determinado curso de graduação. Esse evento foi elaborado a partir de um problema clássico da Engenharia Civil relacionado à transferência de calor e que engloba uma série de conceitos matemáticos e físicos.

Palavras-chave: Ensino Superior; Equações Diferenciais; Engenharia Civil; Matemática no Contexto das Ciências.

INTRODUÇÃO

Este artigo faz parte de uma pesquisa ainda em desenvolvimento, em que, fundamentados na teoria a Matemática no Contexto das Ciências (MCC) (CAMARENA, 2013, 2017), objetivamos construir um Evento Contextualizado (EC) para o ensino de EDO em cursos de Engenharia Civil. EC são definidos por Camarena (2017) como sendo problemas ou projetos que desempenham o papel de entes integradores entre disciplinas matemáticas e não matemáticas que compõem o currículo de determinado curso de graduação, possibilitando, portanto, um trabalho interdisciplinar no ambiente de aprendizagem. Apresentamos, neste trabalho, parte da revisão bibliográfica realizada, o referencial teórico que fundamenta a investigação e a descrição de um evento contextualizado construído para ser desenvolvido em uma das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral da graduação em Engenharia Civil.

Ao refletirmos sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo em cursos de Engenharia, consideramos ser importante voltar nossa atenção ao objeto matemático Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), visto que, muitas vezes, sua abordagem enfatiza

¹Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP; Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática; Doutorado em Educação Matemática; rieuselopes@yahoo.com.br; Gabriel Loureiro de Lima.

as técnicas, em detrimento da compreensão. A falta de esclarecimento, para os graduandos, dos objetivos da disciplina em suas formações e a frequente desconexão com que os conceitos do Cálculo são trabalhados em relação às suas aplicações na Engenharia, têm-se tornado um conflito diário para os estudantes, gerando desmotivação.

Os elevados índices de reprovação e de desistência em disciplinas tratando de conteúdos de Cálculo são um dos fatores que têm levado pesquisadores a investigar temáticas relacionadas ao ensino e à aprendizagem de conceitos dessa área da Matemática. Assim, pesquisas em Educação Matemática no Ensino Superior têm sido desenvolvidas, na tentativa de diagnosticar e minimizar esses problemas, e novas práticas metodológicas têm sido testadas e analisadas, sob várias perspectivas, embasadas em diversas teorias. Assim, em nossa investigação de doutorado, pretendemos analisar os processos de ensino e de aprendizagem de EDO, no curso de Engenharia Civil, à luz da teoria A Matemática no Contexto das Ciências (MCC).

Um primeiro passo dessa investigação foi a realização de uma revisão bibliográfica da produção científica que trata sobre o ensino e aprendizagem de EDO, no âmbito da Educação Matemática.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nessa revisão de pesquisas realizadas sobre o ensino e a aprendizagem de EDO, procuramos sistematizar e analisar a produção científica que tem por temática a contextualização dessas equações. Especificamos um total de 22 trabalhos, entre dissertações (D) e teses (T) que tratam do ensino ou da aprendizagem de EDO, que, de uma maneira ou outra, contextualizaram as equações diferenciais ordinárias por meio de problemas reais, situações-problema mobilizando-as, modelagem matemática, preceitos da Matemática no Contexto das Ciências e aplicações nas engenharias. Esses foram os critérios utilizados para a localização dos trabalhos nas bases consultadas.

Em busca realizada no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com as seguintes palavras: “Equações diferenciais ordinárias modelagem”, considerando o período de 1987 a 2018, selecionamos 142 trabalhos e, após uma análise dos resumos destas pesquisas, separamos 15 que tratavam de equações diferenciais ordinárias. Incluímos, também, em nossa revisão, 7 estudos que não foram encontrados no banco de Teses da CAPES, mas que são importantes para nossa pesquisa,

pois abordam o ensino, ou a aprendizagem de EDO, ou utilizam a MCC como referencial teórico. Esses trabalhos são artigos publicados em periódicos ou em anais de eventos.

A partir da organização das produções, fizemos a descrição de aspectos relacionados às questões de pesquisa, aos objetivos, aos referenciais teóricos, às metodologias, aos sujeitos da pesquisa, e às considerações feitas pelos autores a partir dos resultados obtidos. Assim, identificamos, por meio das publicações científicas, várias pesquisas que se fundamentam nos diversos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática (MM). Dos 22 trabalhos selecionados, 13 trazem reflexões acerca do ensino e da aprendizagem de EDO fundamentadas na Modelagem Matemática. Destacamos, em relação a esse aspecto, os trabalhos de: Borssoi (2004), Javaroni (2007), Alves (2008), Araújo (2008), Braga (2009), Ferreira (2010), Souza (2011), Fecchio (2011), Ramírez (2014), Domingos (2016), Barros (2017), Freire (2017) e Palharini (2017). Esses autores foram unânimes ao concluir que essa abordagem se apresenta como alternativa viável para o ensino e a aprendizagem das equações diferenciais, e atende aos anseios da Educação Matemática para a formação do indivíduo. Dentre os 9 trabalhos que não fazem referência à Modelagem Matemática, identificamos os de Muro (2004), Rodriguez (2009) e Vega (2014), que utilizam, dentre suas bases teóricas, a Matemática no Contexto das Ciências (MCC).

Refletindo sobre as leituras realizadas nesse levantamento bibliográfico, observamos que vários pesquisadores mostram a importância de repensar o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias, e indicam caminhos e novas direções para esse ensino. Ressaltamos que a Modelagem Matemática foi a abordagem de ensino mais desenvolvida nas pesquisas, devido ao pensamento comum a todos os pesquisadores de trabalhar com problemas contextualizados na área específica de cada curso, principalmente nas engenharias. Para esses pesquisadores, o ambiente de aprendizagem favorecido pela Modelagem Matemática como estratégia de ensino e de aprendizagem pode apresentar resultados positivos na compreensão dessas equações.

Concluimos que a resolução de problemas é uma metodologia fundamental para o ensino de EDO, e, de uma forma ou outra, todos os pesquisadores resolveram problemas utilizando essas equações. Destacamos, também, que as equações diferenciais são utilizadas para compreender e investigar problemas que envolvem fenômenos de desenvolvimento contínuo e que podem ser representados por equações com variações instantâneas.

Ao longo dessa revisão bibliográfica, constatamos que todas as pesquisas buscam a melhoria no ensino e na aprendizagem de EDO, e, nelas, identificamos sujeitos de pesquisa distintos. Verificamos que todos os pesquisadores comumente estão preocupados com as aplicações da Matemática, com a contextualização por meio de problemas que trazem significados para o estudante, com enfoques algébricos, gráficos e analíticos. Outros se preocupam com diversos métodos de busca de soluções para entender o processo que gerou determinada equação diferencial, bem como com a interpretação dessas soluções com relação ao fenômeno que ela descreve, com o comportamento das soluções, com a capacidade de análise do estudante, ou mesmo com a questão da visualização. Por isso, todas essas pesquisas, de uma maneira ou outra, fundamentadas em teorias e em metodologias diversas, exploram problemas contextualizados, e atestam resultados positivos em suas conclusões. Essas preocupações também fazem parte de nossos anseios; e, interessados nesses mesmos resultados positivos, nós também vamos explorar problemas- com o diferencial de que, em nosso caso, serão eventos contextualizados fundamentados no modelo didático que está em consonância com nosso referencial teórico, a MCC.

Ao procurar definir o foco deste trabalho, em conexão com nossa experiência e com nossos interesses de pesquisa, verificamos que muitos dos estudos analisados foram desenvolvidos com estudantes da Engenharia, que também são sujeitos de nossa pesquisa. Assim como esses pesquisadores, consideramos relevante trabalhar situações-problema envolvendo EDO em contextos de interesse do aluno, mas o diferencial de nossa pesquisa é que destacamos, especialmente na formação dos engenheiros, aqueles associados a suas futuras áreas de atuação. É por essa razão que propomos a utilização de problemas específicos da Engenharia Civil, ou seja, não estamos preocupados apenas com o desempenho matemático do estudante ou em explorar conceitos físicos, mas também com o desenvolvimento das competências profissionais de um engenheiro.

De todas as pesquisas relatadas aqui, três delas aproximam-se de nosso objeto de estudo. São as de Muro (2004), Rodriguez (2009) e Vega (2014), que, assim como nós, desenvolveram atividades com futuros engenheiros, e também utilizaram, como referencial teórico, a Matemática no Contexto das Ciências (MCC). Muro analisou o conhecimento de estudantes da Engenharia Química em relação ao campo conceitual da série de Fourier em um fenômeno de transferência de massas. Rodríguez e Vega desenvolveram atividades que favoreceram a aprendizagem dos diferentes tipos de equações diferenciais utilizadas em

fenômenos físicos. Contudo, existe uma lacuna de pesquisas acerca de questões sobre o ensino de EDO com os problemas da Engenharia. Ressaltamos que os sujeitos de nossa pesquisa resolverão problemas da Engenharia, e é óbvio que, para a resolução de problemas dessa área específica, relevantes conceitos da Física, da Matemática e de diversas áreas das Ciências serão explorados.

Assim, pretendemos desenvolver uma pesquisa de doutorado com o propósito de discutir o ensino e a aprendizagem de equações diferenciais ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordens, em um curso de Engenharia Civil, sob a óptica da Matemática no Contexto das Ciências. A partir da análise de livros didáticos utilizados como referências principais nas disciplinas não matemáticas do aludido curso, conduzida por meio da etapa central da metodologia *Dipping*, inserida em uma das fases da MCC, a curricular, conforme apresentamos na seção seguinte, elaboraremos uma coletânea de situações da engenharia que mobilizam EDO lineares de 1ª e 2ª ordens.

Face a essas considerações, propomos as seguintes questões como norteadoras de nossa pesquisa: (1) Como as Equações Diferenciais Ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordens são mobilizadas nas disciplinas não matemáticas de um curso de graduação em Engenharia Civil? (2) Quais são as contribuições, para a aprendizagem de graduandos em Engenharia Civil, propiciadas por uma sequência de ensino constituída por atividades que contextualizam as EDO na Engenharia?

A partir dessas questões, estabelecemos os seguintes objetivos: (i) Analisar a mobilização de Equações Diferenciais Ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordens, em livros didáticos utilizados como referências básicas em disciplinas não matemáticas presentes no currículo da Engenharia Civil; (ii) Desenvolver, a partir da elaboração de uma coletânea de situações presentes em disciplinas não matemáticas da Engenharia Civil nas quais as EDO lineares de 1ª e 2ª ordens são mobilizadas, eventos contextualizados para esse objeto matemático; (iii) Analisar as possíveis contribuições desses eventos contextualizados para o aprendizado de EDO lineares de 1ª e 2ª ordens por graduandos em Engenharia Civil.

Para a investigação em desenvolvimento, temos recorrido, como embasamento teórico, à Matemática no Contexto das Ciências (MCC), a respeito da qual apresentamos maiores detalhes na sequência.

REFERENCIAL TEÓRICO- METODOLÓGICO

A Matemática no Contexto das Ciências (MCC) foi desenvolvida pela pesquisadora Patrícia Camarena para fundamentar discussões a respeito do ensino de Matemática em cursos superiores nos quais essa ciência não é uma meta por si mesma, ou seja, em cursos que não visam à formação de matemáticos. Essa teoria começou a ser desenvolvida há mais de trinta anos no Instituto Nacional Politécnico do México, por meio de investigações que visavam desenvolver currículos de Matemática efetivamente adequados à formação de engenheiros.

Conforme expõe Camarena (1987), a ciência em contexto é uma estrutura teórica que reflete sobre a ligação que existe entre as diferentes áreas do conhecimento contempladas nos programas acadêmicos das engenharias. O pressuposto filosófico educacional dessa teoria é que o estudante deve ser capaz de fazer a transferência de conhecimentos das ciências básicas para áreas que exigem competências profissionais. Por meio da MCC, busca-se refletir a respeito do vínculo entre a Matemática e outras ciências, situações profissionais e atividades cotidianas.

Pela perspectiva da *Matemática no Contexto das Ciências*, a Matemática a ser ensinada aos estudantes deverá levá-los a atuar de maneira racional, lógica e analítica, considerando todas as variáveis envolvidas nos problemas e situações que deverão ser enfrentados em suas atividades profissionais (CAMARENA, 1987). A MCC tem sido empregada para fundamentar estudos que mostram a importância de uma aprendizagem significativa e contextualizada em cursos de Engenharia (CAMARENA, 1984, 1987, 1990, 2002).

Essa teoria concebe o ambiente de aprendizagem como um sistema no qual cinco fases estão presentes: cognitiva, didática, curricular, epistemológica e docente. Cada fase possui um embasamento teórico e uma metodologia específica, em concordância com os paradigmas que a sustentam. Estão imersas em um sistema complexo em que cada uma delas interage, além de não estarem isoladas umas das outras nem serem independentes das condições sociológicas dos atores do processo educativo.

Na fase curricular, o pesquisador tem como objetivo principal o planejamento de programas de ensino de Matemática específicos para os diferentes cursos de graduação por meio da metodologia *Dipcing* (**D**iseño de **p**rogramas de estudio de matemáticas em carreras de **ingeniería**) (CAMARENA, 2002). Essa metodologia fundamenta-se no paradigma educativo de que as disciplinas matemáticas deverão munir os graduandos de conceitos e

ferramentas específicas de sua formação, e também, posteriormente, de seu cotidiano profissional. Na fase didática, a finalidade é trabalhar os conceitos matemáticos com os alunos, de forma a auxiliá-los no desenvolvimento de habilidades em transferir esses conceitos para áreas específicas. Na fase cognitiva, são analisados os possíveis ganhos proporcionados ao futuro engenheiro por uma abordagem de Matemática que busque propiciar a construção de conhecimentos de forma estruturada, articulada e não fragmentada, desenvolvendo habilidades de pensamento por meio de reflexões relacionadas a situações de interesse dos estudantes, possivelmente proporcionando uma aprendizagem significativa. Na fase epistemológica, a preocupação central é a de que a Matemática que os alunos aprenderam deverá sofrer transformações para adaptar-se às necessidades sociais de outras ciências, entrando em cena a ideia de Transposição Contextualizada (CAMARENA, 2001). Na fase docente, o objetivo é desenvolver formações que possam aperfeiçoar a prática dos professores universitários que ministram disciplinas matemáticas em cursos voltados à formação de não matemáticos.

Em nossa pesquisa de doutorado, buscamos contextualizar o ensino das Equações Diferenciais Ordinárias na perspectiva da MCC, que indica estratégias didáticas específicas para o ensino de Matemática, e, conseqüentemente, de Cálculo, a futuros engenheiros. Utilizaremos a fase didática da MCC a partir do desenvolvimento de um evento contextualizado e significativo para os alunos. Esse evento, que explora os conceitos básicos e princípios que fundamentam os processos de transferência de calor, servirá de contexto para o ensino e a aprendizagem de EDO, e a fase didática servirá como meio para que os processos cognitivos alcançados durante a aprendizagem possam ser analisados de acordo com a fase cognitiva da MCC.

O primeiro passo que tomamos, visando tornar mais significativa a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordem para os estudantes dos cursos de Engenharia Civil, foi elaborar um evento contextualizado (EC) no âmbito dessa modalidade de Engenharia. Esclarecemos que, para a construção desse evento, realizamos duas das três etapas da metodologia *Dipping*: a central e a conseqüente. Na etapa central, analisamos livros, textos e referências bibliográficas utilizadas nas disciplinas básicas, específicas e profissionalizantes da Engenharia Civil, com o objetivo de buscar temas e conceitos matemáticos requeridos pelas disciplinas não matemáticas desse curso. Na etapa conseqüente, realizamos entrevistas com professores e profissionais da Engenharia, a fim de

escolher problemas relacionados às Equações Diferenciais que foram mobilizadas nos eventos contextualizados.

O evento contextualizado construído até o presente momento desta pesquisa fundamenta-se em uma aplicação da transferência de calor por condução em paredes planas. Estudar a transferência de calor em construções é importante para o futuro profissional da Engenharia Civil, pois conhecimentos a esse respeito são requeridos quando se visa reduzir o dispêndio de energia elétrica em ambientes climatizados, melhorar o conforto térmico de ambientes não climatizados e racionalizar o consumo de energia. Também é necessário que o engenheiro compreenda os mecanismos físicos que fundamentam os modos de transferência de calor e que seja capaz de resolver as equações diferenciais envolvidas em cada situação-problema, a fim de determinar a quantidade de energia transferida por unidade de tempo.

DESCRIÇÃO DO EVENTO CONTEXTUALIZADO

Nesta seção, antes de efetivamente descrever o evento contextualizado que construímos, apresentamos algumas informações a respeito dos sujeitos de pesquisa que trabalharão com o evento nas próximas etapas de nossa investigação. Será um experimento piloto, envolvendo estudantes do 4º período de Engenharia Civil que estudam EDO na disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Todos os 28 alunos dessa classe foram convidados a participar dessa experiência, mas como a realização do EC será extraclasse, apenas 12 deles tiveram disponibilidade de tempo.

Conforme destacamos na seção anterior, o EC que construímos está relacionado a uma situação de transferência de calor e, portanto, inserido no contexto da Termodinâmica, ciência que estuda a energia, a interação entre energia e matéria e as relações de troca entre o calor e o trabalho realizado na transformação de um sistema físico quando interage com o meio externo. Para Incropera e Dewitt (2015), a energia pode ser transferida por meio de interações de um sistema com sua vizinhança, e essas interações são chamadas “trabalho” e “calor”. Diversos questionamentos podem ser feitos a partir deste estudo: O que é transferência de calor? Como o calor é transferido? Por que é relevante seu estudo? Esses questionamentos fundamentam a “Transferência de calor”, ciência que estuda as transferências de energia sob forma de calor, com o objetivo de não apenas aferir a

quantidade de calor que é transferida, mas também a taxa temporal de que essa transferência decorre.

No desenvolvimento do EC, que terá início com uma atividade laboratorial, pretendemos propor os seguintes questionamentos sobre o comportamento térmico de três configurações de paredes em alvenaria: Qual das três paredes apresenta maior isolamento térmico? Diferentes materiais propagam o calor da mesma forma? Qual é o comportamento térmico dos materiais de cada parede? O que é preciso fazer para reduzir as perdas térmicas de cada parede? São questionamentos que visam ao conforto térmico desejado, e, para respondê-los, é necessário o conhecimento sobre a transferência de calor do ambiente externo para o interior das edificações.

Essas paredes foram construídas em laboratório, e, em cada uma delas, foram instalados 3 sensores analógicos do tipo LM35 no plano radial, de modo que foram posicionados no centro das paredes. O LM35 é um sensor de precisão que apresenta uma saída de tensão linear proporcional à temperatura em que se encontra no momento, tendo em sua saída um sinal de 10 mV para cada grau *celsius* de temperatura. Uma vez instalados, foram interligados a uma plataforma *Arduino Mega* – com o microcontrolador ATmega 2560 (dispositivo responsável por integrar componentes físicos e programas). Durante a experiência a ser realizada pelos estudantes, esse dispositivo alimentará um programa criado em linguagem de programação *Python*, que fará a coleta e o armazenamento dos dados, além de realizar os cálculos por meio da *framework SciPy*. Os dados enviados à *framework*² permitirão fazer as previsões de aquecimento máximo através das paredes, e do tempo necessário para que cada uma delas alcance a isoterminia de aquecimento e o resfriamento.

A resolução do evento contextualizado em tela, que é modelado por uma equação diferencial, servirá de base para a construção de conceitos, por parte do estudante, sob a mediação do pesquisador, relacionados às EDO. Em consonância com atividades de conhecimento interdisciplinar apresentadas pelo pesquisador, o estudante resolverá essas equações com a formalidade e rigor requeridos pelo tema, e uso de tecnologia como mediadora da aprendizagem. Além disso, nessa pesquisa, o estudante terá a oportunidade de

² *Framework* é um conjunto de técnicas, ferramentas ou conceitos pré-definidos utilizados para resolver os problemas de um projeto ou domínio específico.

estender a análise termodinâmica para compreender os modos de transferência de calor e o desenvolvimento de relações que viabilizem o cálculo de taxas de transferência de calor. No desenvolvimento da experiência que será proposta para ser realizada com sensores de temperatura nas paredes, o aluno poderá compreender que a transferência de calor ocorre quando existe uma diferença de temperaturas em um meio ou entre meios. Uma série de conceitos básicos da Matemática e conceitos específicos da Engenharia deverão ser explorados e construídos pelos estudantes.

Os processos de transferência de calor serão quantificados por meio de equações de taxas apropriadas, e usados para calcular a quantidade de energia sendo transferida por unidade de tempo. Para a condução térmica, a equação da taxa é conhecida como Lei de Fourier, representada como uma equação diferencial de 1ª ordem, conteúdo que faz parte da disciplina Cálculo Diferencial e Integral estudada pelos sujeitos dessa pesquisa. Essa Lei descreve a teoria da condutibilidade calorífica em regimes de temperaturas estacionárias.

CONSIDERAÇÕES SOBRE AS PRÓXIMAS ETAPAS DA PESQUISA

Atualmente, temos-nos dedicado à construção de uma sequência didática, composta por uma série ordenada e articulada de atividades que servirão para viabilizar o desenvolvimento do EC. A realização dessa sequência nos dará subsídios para analisar aspectos epistemológicos e didáticos referentes aos processos de ensino e de aprendizagem das EDO considerando as especificidades da formação do futuro engenheiro. Antes da implementação da sequência didática por meio do qual o evento será trabalhado, realizaremos sua análise *a priori* ou, como indicado no referencial teórico que estamos adotando, construiremos a história do evento contextualizado em questão. Posteriormente à implementação da sequência, faremos o tratamento e a análise dos dados e estabeleceremos comparações entre o que havíamos previsto na história do evento contextualizado e aquilo que de fato ocorreu, visando refinar a sequência para sua implementação definitiva. Esse procedimento possibilitará a coleta de dados para as análises finais a serem realizadas em nossa tese de doutorado, pois temos o intuito de analisar as possíveis contribuições trazidas pela sequência desenvolvida para a aprendizagem de graduandos em Engenharia Civil.

REFERÊNCIAS

- ALVES, M. B. **Equações diferenciais ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática**: formulação, resolução de problemas e introdução à modelagem matemática. 2008. 83 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- ARAÚJO, A. M. R. de. **Modelagem matemática nas aulas de cálculo**: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia. 2008. 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.
- BARROS, M. C. (2017). **Equações diferenciais ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática**. 2017. 258 f. Tese (Doutorado em Educação para a ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.
- BORSSOI, A. H. **A aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática como estratégia de ensino**. 2004. 140 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.
- BRAGA, R. M. **Modelagem matemática e tratamento do erro no processo de ensino aprendizagem das equações diferenciais ordinárias**. 2009. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.
- CAMARENA, G. P. (1984). **El currículo de las matemáticas en Ingeniería**. Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el I.P.N., México.
- CAMARENA, G. P. (1987). **Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos**, Tesis de Maestría, Cinvestav I.P.N, México.
- CAMARENA, G. P. (1990). **Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica**. Edit. Esime-IPN, México.
- CAMARENA, G. P. (2001, octubre-diciembre). **Contextualización de las Series en Ingeniería (Estrategia Didáctica)**, Científica: the Mexican Journal of Electromrchanical Engineering Esime, Vol. 5 Num. 4.
- CAMARENA, G.P. (2002, Octubre-Diciembre). **La serie de Fourier en el Contexto de Transferencia de Masa, Científica**: the Mexican Journal of Electromrchanical Engineering Esime, Vol. 6 Num. 4.
- CAMARENA, G. P. (2013). **A treita años de la teoría educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias”**. *Inovación Educativa*, 13(62), 17-44. Recuperado em 20 setembro, 2018, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-26732013000200003
- CAMARENA, G. P. (2017). **Didáctica de la matemática en contexto**. *Educación Matemática Pesquisa*, 19(2), 1-26. doi: 3156.2017v19i2p1-26
- DOMINGOS, R. M. C. **Resolução de problemas e modelagem matemática**: uma experiência na formação inicial de professores de física e matemática. 2016. 193 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba, 2016.

FECCHIO, R. **A modelagem matemática e interdisciplinaridade na introdução do conceito de equação diferencial em cursos de engenharia.** 2011. 208 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

FERREIRA, V. D. T. **A modelagem matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia.** 2010. 111 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

FREIRE, T. B. P. **Uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o Estudo de Equações Diferenciais Ordinárias.** 2017. 187 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D.P. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa.** 4. ed. LTC, 2015.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica:** possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. 2007. 231 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2007.

MURO, C. R. U. **Análisis del conocimiento del estudiante relativo al Campo Conceptual de la serie de Fourier en el contexto de un fenómeno de transferencia de masa.** 2004. Tese (Doutorado en Ciencias en Matemática Educativa) – Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 2004.

PALHARINI, B. N. **A Matemática em atividades de modelagem matemática:** uma perspectiva wittgensteiniana. 2017. 316p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2017.

RAMÍREZ, J. A. J. **Análisis de los efectos que producen las interacciones en foros virtuales en el proceso de modelación matemática de estudiantes de ingeniería en un curso de ecuaciones diferenciales.** 2014. Tese (Doutorado en Didáctica de la Matemática) – Departamento de Didáctica de la Matemática y Didáctica de las Ciencias Experimentales, Universidad de Salamanca, Salamanca, 2014.

RODRIGUEZ, M.A.H. **Las Ecuaciones Diferenciales ordinarias lineales de primer y segundo orden en el contexto del movimiento uniforme.** 2009. Tese (Doutorado en Ciencias en Matemática Educativa) – Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 2009.

SOUZA, G. M. **Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de equações diferenciais ordinárias.** 2011. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

VEGA, J. O. T. **Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer y Segundo Orden en Física que faciliten el Aprendizaje del Movimiento Uniforme.** 2014. Tese (Maestría em Docencia Matemática) - Universidad Técnica de Ambato, Ecuador, 2014.