

GEOMETRIA DAS TRANSFORMAÇÕES: DO GEOPLANO AO GEOGEBRA - A CONSTITUIÇÃO DO CONCEITO DE SEMELHANÇA MEDIANTE FIGURAS HOMOTÉTICAS

Elias da Costa Abreu¹

GD nº11 – Filosofia da Educação Matemática

Resumo: A presente pesquisa enfatiza a importância da utilização de uma prática docente pautada na Geometria das Transformações além de propor metodologias alternativas para dinamização do processo de ensino e aprendizagem na referida área. Apresenta caráter qualitativo e se utiliza da Fenomenologia para estruturação de uma sequência didática que viabilizará uma futura pesquisa de campo. Sugere a utilização do Geoplano e do Geogebra visando alcançar tal intento. Vale acrescentar que a investigação em curso propõe analisar a constituição do conceito de semelhança de figuras planas por parte dos sujeitos mediante a interação com figuras homotéticas. Com base na revisão de literatura já realizada acreditamos que a execução desta investigação seja viável no que se refere à proposta mencionada.

Palavras-chave: Geometria das Transformações. Fenomenologia. Semelhança. Homotetia.

INTRODUÇÃO

Pautando-me em minha experiência como educador, acredito que um dos grandes desafios para o professor de Matemática da atualidade ainda consiste em buscar metodologias de ensino visando atualizar-se bem como dinamizar sua prática docente. Tal linha de pensamento está em conformidade com as considerações de D'Ambrósio (1996) as quais também podem ser entendidas como um dos pilares que justifica a realização da presente Investigação:

O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissão de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa. (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 80)

Acredito que a busca do alvo supracitado “novo papel do professor” é um dos fatores que me incentivou a participar do Processo Seletivo do Programa de Pós Graduação da UFJF para realização do Mestrado Profissional em Educação Matemática.

¹Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; Mestrado Profissional em Educação Matemática; abreuc@yahoo.com.br; Orientador: Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni.

Os anos de docência permitem-me perceber que há um significativo grau de dificuldade no que se refere à constituição de conceitos geométricos por parte dos discentes. Defino tal percepção como uma espécie de incômodo pessoal que me motiva a realizar uma pesquisa no Mestrado Profissional tendo a Geometria como área de minha Investigação.

A escolha da referida área de conhecimento justifica-se, também, tendo em vista que a Geometria pode ser usada em sala de aula como uma ferramenta para facilitar a compreensão de conceitos matemáticos em geral. Tal linha de pensamento é defendida por Lorenzato (1995). O mencionado pesquisador enfatiza a eficiência do uso da Geometria no sentido de proporcionar ao educando uma espécie de “tradução” dos conceitos aritméticos e algébricos:

A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceito, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser classificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p.6).

As considerações de Vieira, Paulo e Allevato (2013) corroboram o exposto acima. Os referidos autores expressam a relevância do ensino de Geometria para o desenvolvimento de diversas habilidades:

O ensino da Geometria na matemática escolar desempenha um papel importante, pois a compreensão da geometria implica o desenvolvimento da percepção espacial, da capacidade de observar o que está ao redor e de perceber a natureza das formas. Permite, ainda, o desenvolvimento de uma série de habilidades, tais como as capacidades de descrever, de representar, de medir e de dimensionar objetos presente na vida cotidiana. (VIEIRA, PAULO & ALLEVATO, 2013, p. 617)

SEMELHANÇA DE FIGURAS PLANAS

Após definirmos o campo geométrico como área de investigação, passamos a refletir sobre o tema a ser pesquisado. Desta forma, elegemos a temática semelhança de figuras planas por acreditarmos que considerável quantitativo de discentes apresenta dificuldades na apropriação do mencionado conceito.

As considerações de Maciel (2004) corroboram a linha de pensamento supracitada. O mencionado pesquisador enfatiza que a constituição do conceito de semelhança por parte dos discentes pode ocorrer de modo inconsistente tendo em vista, dentre outros, três aspectos principais:

- a) Abordagem inadequada por parte dos livros didáticos
- b) Ineficiência da metodologia empregada por parte do educador;
- c) Deficiência no entendimento do conceito de congruência de duas figuras.

No que se refere aos aspectos metodológicos envolvendo o ensino de semelhança, a mencionada pesquisadora ressalta que:

A maneira como se tem ensinado semelhança de figuras planas e a forma como essa propriedade vem sendo apresentada nos livros didáticos pode proporcionar aos alunos a aquisição de uma concepção limitada do conceito. (MACIEL, 2004, p. 70)

Ainda com relação à metodologia de ensino para o citado conceito, Maciel (2004) afirma ainda que considerável quantitativo de professores aborda tal temática de uma forma que não leva os discentes a compreenderem que a propriedade de semelhança de figuras planas está interligada a vários outros relevantes conceitos geométricos:

Diante do estudo realizado, percebemos que os conceitos de proporção, propriedades de figuras planas geométricas, homotetia, ampliação (redução) e semelhança, quando trabalhados, são, em alguns casos, de maneira estanque, sem que se realizem atividades que promovam a percepção, por parte do aluno, de relações entre esses conceitos, [...]. (MACIEL, 2004, p. 70)

Maciel (2004) constatou também que os sujeitos de sua pesquisa, discentes que cursavam o 1º ano do Ensino Médio, apresentavam uma compreensão limitada no que se refere ao tema semelhança de figuras. Segundo a pesquisadora, uma das razões que contribui para tal fato encontra-se na metodologia de ensino empregada por parte do educador que muitas vezes não apresenta caráter interdisciplinar:

A falta de articulação entre conteúdos dentro da própria Matemática e a ausência de conexões entre um mesmo tema abordado em diferentes contextos contribuem para uma visão fragmentada, em que não existe relações entre os conteúdos nem destes com a realidade. Um exemplo, em Geometria, é a semelhança de triângulos, abordada em Matemática e em formações de sombras e imagens em Ótica Geométrica, na Física, conteúdos esses trabalhados sem nenhuma relação. (MACIEL, 2004, p. 67)

De modo análogo, as considerações de Rezende (2008) ratificam a necessidade uma abordagem metodológica interdisciplinar para a temática em pauta. Em sua pesquisa o referido pesquisador menciona algumas áreas do conhecimento que se utiliza do conceito de semelhança de modo prático e freqüente: “[...] a teoria da semelhança entre figuras

constitui ferramenta importante em muitas áreas, por exemplo, na Engenharia e Arquitetura, na ampliação e redução de plantas, mapas, maquetes” (REZENDE, 2008, p. 73)

Maciel (2004) nos leva também a refletir sobre outro aspecto que pode ser considerado como um obstáculo para a apropriação do conceito de semelhança por parte dos educandos: O entendimento errôneo de que para que duas figuras sejam semelhantes é necessário que o conceito de congruência se aplique à comparação das mesmas:

Muitos alunos disseram que (...) figuras não são semelhantes porque são diferentes ou porque possuem medidas diferentes. Na opinião deles, para duas figuras serem semelhantes é necessário que tenham as medidas congruentes, o que demonstra não apresentarem conhecimento sobre o conceito científico de semelhança. (MACIEL, 2004, p. 66).

As considerações de Frade (2012) ratificam a linha de pensamento que de fato a constituição do conceito de semelhança pode ser considerada como um problema vinculado ao campo geométrico. O citado pesquisador embasa-se em sua experiência como educador e menciona dificuldades encontradas pelos discentes na compreensão do referido conceito:

Então, a partir da minha prática como professor dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, como Coordenador de Área e como Analista de Série, percebo e vivencio que os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem de Geometria Plana, em especial quando são questionados em relação a: (...)

b) identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria etc; (FRADE, 2012, p. 39)

Em sua pesquisa, Silva (2007, p. 76) também constatou dificuldades na constituição do conceito de semelhança de figura planas por parte dos educandos durante a resolução de atividades propostas: “[...] observamos que os alunos tinham dificuldades para construir o conceito de semelhança, pois tal construção movimenta conceitos prévios, [...], que os alunos demonstravam não ter domínio”

Os pesquisadores mencionados corroboram o fato de que levar os discentes a compreenderem o conceito de semelhança de figuras planas não é uma tarefa simples. Entendemos desta forma, que o grau de dificuldade apresentado por muitos educandos na constituição do mesmo, sinaliza uma espécie de demanda quanto à elaboração de mais investigações abordando tal temática.

Sendo assim, entendemos que o conceito de semelhança merece especial atenção. Tais fatores levaram-me a eleger o mesmo como objeto de investigação.

Com base em tais considerações, percebo que de fato a constituição do conceito de semelhança de figuras planas pode ser entendida como um problema vinculado ao campo geométrico o que me levou a debruçar-me sobre o citado objeto. Sendo assim, minha proposta é desenvolver uma pesquisa qualitativa fenomenológica com o intuito de compreender, mediante utilização do Geoplano e do Geogebra, como a homotetia pode contribuir para a aprendizagem de semelhança de figuras planas.

Vale acrescentar que os sujeitos da presente Investigação serão oriundos do 9º ano de uma determinada Escola da Rede Municipal de Ensino a qual se situa na cidade de Paty do Alferes/RJ.

Geometria das Transformações

Catunda et al. (1990), enfatizando a relevância de uma prática de ensino alicerçada no conceito de transformações geométricas, expressaram-se da seguinte forma:

Usar transformações geométricas no ensino de Geometria é uma recomendação centenária.

Em 1872, no seu trabalho “Introdução ao estudo da Geometria, baseado no conceito de transformações”, Felix Kline afirmava que o conceito de transformação desempenha um vasto papel coordenador e simplificador no estudo de Geometria (CATUNDA et al., 1990, p. 13)

Já Andrade (2005, p. 16) ressalta o dinamismo que a Geometria das Transformações pode proporcionar ao processo de ensino e aprendizagem: “Dentre os diversos conteúdos de Geometria, a ênfase nas transformações possibilita o ensino desta disciplina de forma dinâmica, fazendo com que se observem as regularidades e propriedades geométricas”.

Compactuamos com a linha de raciocínio de Andrade (2005) no sentido de que uma prática de ensino pautada nas transformações geométricas pode contribuir para que relevantes propriedades sejam compreendidas por parte do educando com mais facilidade. Destaco tal aspecto como um dos fatores que me levou a eleger a Geometria das Transformações como campo de investigação.

Ainda com relação ao dinamismo que pode ser alcançado nas aulas de Matemática mediante a exploração do conceito das transformações geométricas, Silva & Pietropaolo (2014) expressaram-se da seguinte maneira:

As Transformações Geométricas constituem um conteúdo indispensável para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, pois permite explorar conceitos e propriedades da Geometria, por meio da experimentação e do movimento. (SILVA & PIETROPAOLO, 2014, p. 301)

Transformação Geométrica de Homotetia

Gimenes (2014) ressalta que a transformação geométrica de homotetia:

(...) é um dos processos para realizar a mudança de tamanho da figura que mantém os atributos de figuras semelhantes, pois leva uma figura a outra, ampliada ou reduzida, mantendo a medida dos ângulos internos e modificando apenas a medida dos lados de forma proporcional. (GIMENES, 2014, p. 44-45)

No que se refere à utilização do conceito de homotetia como metodologia de ensino, Andrade (2005) ressalta que ao fazer uso de tal recurso didático, o professor de matemática pode propiciar meios para vincular a geometria a outras áreas que compõe o conhecimento matemático:

No Ensino Fundamental, é válido ressaltar o estudo das transformações por homotetia. Elas constituem um caso particular de semelhança em que os lados correspondentes são paralelos. Nelas, o aluno pode desenvolver o conceito de semelhança e congruência. O estudo da homotetia possibilita ao educando explorar as grandezas lineares e angulares, como também os números e razões numéricas. Dessa forma, o conteúdo interliga o bloco espaço e forma com os números e operações e grandezas e medidas. (ANDRADE, 2005, p. 16).

Ressaltamos ainda que segundo linha de pensamento supracitada a homotetia pode permitir ao aluno “desenvolver o conceito de semelhança”. Entendemos que tais considerações de alguma forma robustecem a viabilidade da presente investigação.

MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Acreditamos que um dos desafios do professor de Matemática da atualidade ainda é o de fazer uso de recursos didáticos que reduzam o grau de abstração dos conceitos geométricos, facilitando assim a constituição dos mesmos por parte dos educandos.

Em semelhante linha de raciocínio, Ventura (2013) enfatiza que cabe ao educador buscar estratégias de ensino que não se pautem exclusivamente na utilização do quadro e giz:

O professor em sala de aula deve socorrer-se de recursos que possam veicular o conhecimento, de forma a alcançar o maior número de alunos, permitindo que estes se sintam estimulados e envolvidos no seu processo de aprendizagem. Os recursos de que o professor dispõe, em sala de aula, deixaram de se resumir ao manual do aluno, ao quadro e ao giz. Atualmente, estão à sua disposição, além destes, recursos tecnológicos e materiais manipuláveis. Estes recursos, assumindo um papel relevante, permitem uma abordagem mais próxima dos interesses dos alunos e das suas motivações. (VENTURA, 2013, p. 2).

De modo análogo, Amâncio (2013) ressalta que o ato de manipular pode contribuir significativamente no desenvolvimento do pensamento geométrico:

Manipular figuras é muito diferente de vê-las desenhadas. A possibilidade de movimento, aliada ao tato e à visão contribuem para a formação de imagens mentais. Atividades como construir, medir, desenhar, compor e decompor, comparar e classificar figuras geométricas são importantes para o desenvolvimento do pensamento geométrico. (AMÂNCIO, 2013, p. 62)

As considerações de Santos (2012) ressaltam que muitos discentes apresentaram dificuldades para estabelecer relações de comparações entre polígonos devido ao fato de que um considerável quantitativo de livros didáticos aborda a citada temática de modo “estático”, não viabilizando, desta forma, a constituição dos conceitos geométricos fazendo uso do movimento:

No entanto, algumas dificuldades semelhantes foram percebidas, no momento em que os polígonos deveriam ser comparados. As posições estáticas que muitos livros didáticos apresentam, mostrou-se como um obstáculo para diversos alunos de séries diferentes, por isso o desafio tem sido justamente verificar quais as possibilidades de facilitar a apropriação dos conceitos geométricos partindo da interação das construções geométricas utilizando materiais manipuláveis e a geometria dinâmica, utilizando as mesmas ferramentas, mas com a possibilidade de movimentação dos polígonos. (SANTOS, 2012, p. 18)

Catunda et al. (1990), em semelhante linha de raciocínio apresentam o caráter estático do modelo geométrico proposto por Euclides como um dos problemas do ensino de Geometria:

A Geometria de Euclides foi desenvolvida por ele e por seus continuadores de uma maneira estática. Isto quer dizer que as figuras são apresentadas e descritas como resultados de observação.

Só depois é que se consideram as transformações dessas figuras. Se o ensino da Geometria começa a partir das transformações (o que já poderá ser feito na

escola primária, através de jogos) a Geometria adquirirá um aspecto dinâmico por que as figuras passarão a ser construídas por meio dessas transformações. (CATUNDA et al., 1990, p. 11)

Geoplano

Conforme já exposto, a presente pesquisa pauta-se na verificação da constituição do conceito de semelhança de figuras planas por parte dos sujeitos com intermediação da transformação geométrica de homotetia. Barros & Rocha (2004) ressaltam que, de fato, o geoplano é um recurso didático que se alinha a investigações desta natureza:

O Geoplano dá liberdade para o trabalho de vários tópicos matemáticos: frações, áreas, perímetros, transformações geométricas (simetria, semelhança), figuras geométricas (conceitos, elementos e propriedades), equações (resolução, sistemas, gráficos)... Enfim, muitas possibilidades para o professor desenvolver na sala de aula, sempre levando em consideração as variáveis pertinentes ao processo de ensino - aprendizagem. (BARROS & ROCHA, 2004, p. 2-3)

Novas Tecnologias e o uso do Geogebra

No que se refere ao campo geométrico, Lage (2008, p. 32) ressalta que uma investigação vinculada a tal área do conhecimento necessita frequentemente de recursos tecnológicos que permitam uma exploração de cunho algébrico e gráfico. Para a referida pesquisadora, o estudo de propriedades geométricas envolve a utilização de vários tipos de linguagens tais como: "... a vetorial, a analítica e a linguagem algébrica para resolver um mesmo problema, além de linguagens gráficas e computacionais".

Em suas considerações a mencionada pesquisadora descreve o Geogebra como uma das ferramentas à disposição do professor que possibilita atender a tais demandas.

Em nossa pesquisa, uma das razões pelas quais optamos pelo *software* GeoGebra deve-se ao fato de ele permitir essa multiplicidade de exploração de linguagens, que aponta o hábito matemático de analisar situações sob múltiplos pontos de vista. (LAGE, 2008, p. 32)

No que se refere à exploração de figura homotéticas em ambientes virtuais de aprendizagem, Gimenes (2014) ressalta que:

"... a transformação geométrica homotetia, construída dinamicamente em um *software* de geometria, pode produzir uma situação geométrica rica de relações (...).

Ao ampliar homoteticamente figuras geométricas, o aluno tem a oportunidade de visualizar a mudança de tamanho destas figuras (...), mantendo a medida dos

ângulos internos e modificando a medida dos lados de forma proporcional.
(GIMENES, 2014, p. 43)

Compactuamos com a linha de pensamento supracitada uma vez que o uso de softwares no ensino de Geometria pode viabilizar a constituição de conceitos de modo mais abrangente. Com base em tais considerações podemos refletir também sobre o fato de que tais ferramentas podem viabilizar novas formas de interação facilitando a visualização de relevantes propriedades geométricas de modo mais nítido e imediato.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Conforme exposto anteriormente a presente pesquisa visa à realização de uma investigação de natureza qualitativa fenomenológica.

Objetivando uma apropriação das características desta modalidade de pesquisa, tomamos como base as considerações de Santos (2013) e Maria Bicudo (2011).

Em relação ao termo Fenomenologia, Bicudo (2011) afirma que:

É uma palavra composta pelos termos *fenômeno* mais *logos*. Fenômeno diz do que se mostra na intuição ou percepção e *logos* diz do articulado nos atos da consciência em cujo processo organizador a linguagem está presente, tanto como estrutura, quanto como possibilidade de comunicação e, em consequência, de retenção em produtos culturais postos à disposição no mundo-vida. (BICUDO, 2011, p. 29)

Com relação à natureza deste tipo de investigação, Santos (2013) enfatiza que uma pesquisa de cunho fenomenológico não se alicerça em fundamentos teóricos adotados de modo prévio. Consiste, todavia, na busca de se tentar compreender um determinado fenômeno pautando-se principalmente na essência do mesmo:

A fenomenologia defende o deixar acontecer para ver, munindo-se apenas da interrogação que norteia a pesquisa, e orienta o interrogar o fenômeno, buscando “ir-a-coisa-mesma, isto é, [...] compreender o fenômeno em sua essência, na forma como é, dado na experiência vivida, sem embasamento em teorias previamente estabelecidas, avançando no movimento de compreensão”. (SANTOS, 2013, p. 37).

Desta forma, e conforme já enfatizamos, não faremos uso de questões elaboradas previamente mais sim de uma seqüência de atividades que busque “compreender o fenômeno em sua essência”. As considerações de Bicudo (1999) corroboraram tal procedimento metodológico ao afirmar que a Fenomenologia:

Trabalha com o real tal como ele é vivido no cotidiano, o que significa que não parte de proposições lógicas ou de teorizações sobre o aluno, a escola, a atividade docente e a aprendizagem, mas toma alunos e professores no modo como estão em uma escola específica. (BICUDO, 1999, p. 12)

METODOLOGIA DA PESQUISA E ANÁLISE DE DADOS

Em linhas gerais, o procedimento metodológico desta pesquisa pode ser descrito da seguinte forma:

- a) Realização de revisão de literatura para identificação de pesquisas relacionadas aos seguintes temas: I - Geometria das Transformações; II - Semelhança de figuras planas; III - Utilização do Geogebra e do Geoplano em sala de aula;
- b) Aprofundamento de minha compreensão da temática objeto de investigação;
- c) Elaboração de uma seqüência de atividades para nortear a pesquisa de campo.
- d) Seleção dos sujeitos da pesquisa
- e) Realização da Pesquisa de Campo
- f) Realização do devido tratamento de dados e análises das informações.
- g) Elaboração de relatório com conclusões

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base na revisão de literatura já realizada acredito que a execução desta investigação seja viável visando à compreensão da constituição do conceito de semelhança de figuras planas, por parte dos sujeitos mediante a interação com figuras homotéticas.

Acredito que um dos desafios a serem superados, dentre outros, está no aprofundamento de minha própria compreensão do referencial teórico visando posterior análise dos dados coletados na pesquisa de campo à luz da Fenomenologia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMÂNCIO, R. A. **O Desenvolvimento do pensamento:** Trabalhando polígonos especialmente quadriláteros. 2013. 182 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

ANDRADE, L. V. X. **Avaliação dos efeitos de uma seqüência didática na concepção de ensino-aprendizagem e na construção do conceito de homotetia em licenciados de**

Matemática. 2005. 149 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

BARROS, A. L.S.; ROCHA C. A. O uso do Geoplano como material didático nas aulas de geometria. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. Anais do VIII ENEM. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

BICUDO, M. A. V. A contribuição da fenomenologia à educação. In: PENTEADO, M.G.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Fenomenologia: uma visão abrangente da educação.** São Paulo: Olho d'Água, 1999.

_____. A pesquisa qualitativa olhada para além de seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica.** São Paulo: Cortez, 2011.

CARVALHO, J. B. P. O que é Educação Matemática? **Temas & Debates**, Ano IV, nº3, pp. 17-26, 1991

CATUNDA, O. et al. **As transformações geométricas e o ensino da Geometria.** Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1990.

D' AMBRÓSIO, U. Educação Matemática: Da Teoria à Prática. Campinas, SP: **Papirus**, 1996. – (Coleção Perspectiva em Educação Matemática)

FIORENTINI, D. A Educação Matemática Enquanto Campo Profissional de Produção de Saber: A trajetória brasileira, **Dynamis**, Blumenau v.1, nº 7, p. 7-16, abr/jun 1994

FRADE, R. **Composição e/ou decomposição de figuras planas no ensino médio: Van Hiele, uma opção.** 2012. 242 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

GIMENES, S. S. **Contribuições de atividades de investigação e exploração com o computador na produção de conhecimento acerca do assunto semelhança.** 2014. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, 2014.

LAGE, M. A. **Mobilização das formas de pensamento matemático no estudo de transformações geométricas no plano.** 2008. 171 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **A educação matemática em revista.** Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

LORENZATO, S.; FIRORENTINI, D. (adaptado). O profissional em Educação Matemática, pp. 1 – 5, 2001 (Preprint)

MACIEL, A. C. **O conceito de Semelhança:** Uma proposta de Ensino. 2004. 261 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

OLIVEIRA, D. B. S. **A constituição de conhecimento colaborado em geometria das transformações com ferramentas dinâmicas.** 2017. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

REZENDE, D. P. L. **Ensino e aprendizagem de Geometria no 8º ano do Ensino Fundamental:** uma proposta para o estudo de polígonos. 2017. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

SANTOS, M. T. Semelhança de Triângulos e Geometria Dinâmica – O trabalho em Grupo na Aprendizagem de conceitos. 2012. 130 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

SANTOS, M. R. (2013) **Um Estudo Fenomenológico Sobre o Conhecimento Geométrico.** 214p. Tese (Doutorado)

SILVA, D. C.; Leivas J. C. S.: Inclusão no Ensino Médio: Geometria para Deficiente Visual. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, Novembro 2013

SILVA, J. C. D.; PIETROPAOLO R. C. Um Estudo sobre as contribuições de Felix Kline para a Introdução das Transformações Geométricas nos Currículos Prescritos de Matemática do Ensino Fundamental. **Perspectivas da Educação Matemática** – UFMS – v. 7, n. 14 – 2014

SOARES, L. H. **Aprendizagem significativa na educação matemática:** uma proposta para a aprendizagem de geometria básica. 2008. 137 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2008.

VENTURA, S. R. R. **O geoplano na resolução de tarefas envolvendo os conceitos de área e perímetro:** um estudo no 2º Ciclo do ensino básico. 2013. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação.) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

VIEIRA, G.; PAULO, R.; ALLEVATO, N. Simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 613 – 630, ago. 2013.