

## TRANSIÇÃO DA ARITMÉTICA PARA A ÁLGEBRA: UMA ABORDAGEM COM O USO DE REGULARIDADES E PADRÕES

Daniella de Paula Pereira de Souza<sup>1</sup>

### GD 2 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

**Resumo:** Tem-se por objetivo pesquisar e propor uma abordagem de ensino que torne possível superar o “fosso conceitual” que, segundo Vlassis e Demonty (2002), separa a Aritmética e a Álgebra no Ensino Fundamental. Por meio de questionamentos que envolvam o estudo de regularidades, padrões e generalizações, em sequências de palavras, símbolos, representações pictóricas ou números, pretende-se analisar se e como alguns estudantes do Ensino Fundamental expressam as regularidades que podem ser observadas nas questões propostas e se chegam a um padrão e o generalizam. Por se tratar de uma pesquisa em andamento, de caráter qualitativo, para o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, estão sendo feitos leitura estudo de bibliografia existente e relacionada e que possa orientar a elaboração, a aplicação e a análise dos instrumentos para a coleta de dados. Estes serão obtidos por meio de oficinas ministradas pelo pesquisador, com a colaboração do professor regente de uma Escola da Rede Estadual de Ensino do Estado de São Paulo. Espera-se responder duas questões de pesquisa, quais sejam “Uma abordagem com questionamentos que envolvam o estudo de regularidades, padrões e generalizações em sequências de palavras, símbolos, representações pictóricas ou números contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?” e “Essa abordagem tornou possível a superação de dificuldades observadas na passagem da Aritmética do Ensino Fundamental I para a Álgebra do Ensino Fundamental II?”. Com os resultados obtidos com essa abordagem, espera-se contribuir para o ensino de Álgebra da Educação Básica.

**Palavras-chave:** Aritmética. Álgebra. Regularidades. Padrões. Aprendizagem.

## INTRODUÇÃO

Após ingressar no Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de São Paulo, iniciei minha carreira docente como tutora em aulas particulares e pude atender diversos estudantes, de diferentes escolas e etapas da Educação Básica. Fui bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) durante quatro anos e fiz estágio com observação, participação e regência no programa Residência Educacional em uma escola pública do Estado de São Paulo, para auxiliar as aulas do professor de Matemática. Essas experiências profissionais me permitiram contato com a sala de aula e as dúvidas de diversos estudantes na manipulação de expressões literais, tanto dos anos finais da Educação básica quanto do Ensino Médio, e constatei que uma grande dificuldade

---

<sup>1</sup>Universidade de São Paulo – USP; Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática; e-mail: danny\_paula\_ps@hotmail.com; orientadora: Dra. Vera Helena Giusti de Souza.

para a aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental é justamente a introdução de conteúdos algébricos, quando deveria ocorrer a transição da Aritmética para a Álgebra.

O interesse por estudar de um modo mais aprofundado a iniciação ao pensamento algébrico foi estabelecido a partir de dificuldades que pude identificar, em estudantes de diferentes níveis de escolaridade, ao generalizar situações, representar relações com a linguagem algébrica ou manipular expressões matemáticas de todos os tipos.

A pré-álgebra, fase que reconhecemos como a transição entre o pensamento aritmético, puramente numérico, predominante nas séries iniciais, e o pensamento algébrico, de abstração e cálculos generalistas, ocorre, segundo currículos oficiais, no 7º ano da Educação Básica e simboliza o início de estudos de uma matemática mais formal, simbólica e dotada de uma linguagem própria, importante para o desenvolvimento cognitivo do ser humano, qualquer que seja sua profissão futura.

Acreditamos que se os conceitos algébricos passarem a ser desenvolvidos desde as séries iniciais, paralelamente aos conceitos numéricos, os alunos terão facilidade para entender e operar com a linguagem algébrica e, ao ter contato com as “letras”, nas séries finais do Ensino Fundamental, diversas dificuldades subsequentes poderão ser evitadas.

No que segue, procuro justificar minha preocupação com a transição da Aritmética para a Álgebra, trazendo resultados de algumas pesquisas na área de Educação Matemática e que poderão servir de base para o desenvolvimento de minha Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, junto ao Programa de Pós-graduação stricto sensu do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.

## **JUSTIFICATIVA**

Dificuldades com o ensino e a aprendizagem de Álgebra, nos mais variados níveis de escolaridade, são inúmeras e podem estar associadas às mais diferentes razões, como por exemplo, a falta nos alunos de “amadurecimento” para compreender o processo “abstrato” da álgebra; o uso, pelos professores, de abordagens não adequadas para o ensino; ou ainda o fato de estudantes não terem adquirido, trazendo palavras da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017), as competências desejáveis associadas ao conteúdo Aritmética e que serão imprescindíveis para a aquisição de habilidades com o conteúdo Álgebra. Na BNCC, competência é definida como:

Mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pelo exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2017, p.8).

Fato é que dificuldades dos estudantes para entender o raciocínio abstrato da Álgebra pode ter levado a uma mudança de paradigma educacional, com novos questionamentos sobre quais conteúdos programáticos e que competências são previstas em cada ano do Ensino Fundamental, revisando o que anteriormente era praticado, como sugerem as mudanças que a recente Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) prevê quanto à introdução do pensamento algébrico aos estudantes. Na unidade temática Álgebra, por exemplo, o texto prevê que se desenvolva o pensamento algébrico por meio da compreensão de relações, regularidades e padrões e estruturas matemáticas.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2017, p. 270).

A base também traz, em seu texto, reflexões sobre o conhecimento como algo gradativo, que vai sendo ampliado ao longo dos anos de escolaridade. Assim, desde os anos iniciais, encontramos objetos de conhecimento que envolvem padrões figurais e numéricos, com proposta de investigações de regularidades e/ou de padrões em sequência. A cada ano esse mesmo assunto se apresenta com uma ênfase mais profunda no conteúdo.

Como os conceitos que envolvem álgebra são enfatizados no Ensino Fundamental e serão utilizados até o final do Ensino Médio, é importante que o aluno consiga apropriar-se deles para que possa aplicá-los nas mais diversas situações, razões que, entre outras, me motivam a aprofundar os estudos acerca do tema e a pensar numa organização do ensino de álgebra e as causas de dificuldades associadas a ele.

Segundo Pimentel (2010), abordagens centradas em técnicas e regras para resolver exercícios, sem a formulação de questionamentos, são metodologias que não atingem a verdadeira essência do raciocínio algébrico; ora, este é imprescindível para o desenvolvimento cognitivo do estudante e a forma como ele é introduzido é de extrema importância para que se adquira conhecimentos futuros, tanto na Escola como fora dela. Conforme esse autor “[...] o raciocínio algébrico é fundamental para a formação intelectual do estudante, pois esse conhecimento proporciona condições para a continuidade dos estudos”. (PIMENTEL, 2010, p. 26).

Para Pimentel (2010), os pré-requisitos necessários à introdução ao raciocínio algébrico - como raciocínio investigativo, indutivo e dedutivo - e o estudo dos conjuntos numéricos e suas operações - que são conhecimentos aritméticos - são fundamentais e necessitam ser bem trabalhados com os estudantes.

No momento da introdução dos conteúdos algébricos, é essencial que o professor trabalhe a relação entre a álgebra e a aritmética e prepare o aluno gradativamente para o formalismo que está por vir. Em concordância com Pimentel (2010), a pré-álgebra proporciona uma conexão entre a aritmética e a álgebra no ensino básico, uma vez que apresenta formas abstratas de trabalhar os números, com base em formas aritméticas concretas.

Abordagens diferenciadas da aritmética, com propostas que explorem o raciocínio indutivo, conduzam à dedução formal de relações numéricas e promovam o contato com símbolos algébricos, serão importantes para introduzir o raciocínio algébrico e, dessa forma, realizar a transição da aritmética para a álgebra mais adequadamente. (PIMENTEL, 2010, p.31). De acordo com Vlassis e Demonty (2002), para que o aluno possa compreender os novos princípios e regras algébricas, é necessário que ele relacione os conhecimentos que já possui com as novas informações que vem recebendo, que reflita, raciocine e também que insira os conteúdos algébricos em contextos que justifiquem a sua utilização.

Sobre dificuldades na passagem do pensamento aritmético para o algébrico, Vlassis e Demonty (2002) apontam:

Um profundo fosso conceptual separa os modos de raciocínio aritmético e algébrico. É demasiado frequente que a dimensão desta ruptura seja subestimada, o que leva inúmeros alunos a trabalhar em álgebra conservando um modo de pensar aritmético. Aparecem as dificuldades e são cometidos muitos erros, que

tem essencialmente por origem uma falta de transição entre a aritmética e a álgebra (VLASSIS, DEMONTY, 2012, p.18).

Abordagens diferenciadas da aritmética, com propostas que explorem o raciocínio indutivo, conduzam à dedução informal de relações numéricas e promovam contato com símbolos algébricos, serão importantes para introduzir o raciocínio algébrico e, dessa forma, realizar a transição da aritmética para a álgebra mais adequadamente.

Conforme Lins e Gimenez (1997), na Educação Matemática há uma prática prejudicial, fortemente enraizada, de que é preciso aprender antes Aritmética para depois desenvolver a aprendizagem algébrica. Esses autores apresentavam, já em 1997, como tendência para o século XXI, que os ensinamentos de Aritmética e de Álgebra deveriam ocorrer juntos, de forma integrada, para ajudar os estudantes a aumentarem seu repertório, de modo a produzir significados. “[...] é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”. (LINS e GIMENEZ, 1997, p.10).

Quando se propõe o ensino de Álgebra concomitante ao de Aritmética, de forma natural, este não terá uma abordagem simbólica de difícil compreensão, mas sim a exploração de situações que propiciem ao aluno a observação de regularidades em diversas situações dentro da aritmética, para que, ao iniciar os estudos em álgebra, esta seja mais facilmente compreendida. É fundamental que estudantes percebam o que há de comum entre a aritmética e a álgebra, para que consigam fazer a transição como uma continuidade.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998):

[...] o ensino de matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problemas e favorecer possíveis soluções. (BRASIL, 1998, p. 64).

Sobre o pensamento algébrico, Lins e Gimenez (1997) apresentam três características fundamentais:

- 1) Produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (aritmeticismo);
- 2) Considerar números e operações apenas usando suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (internalismo);
- 3) Operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (analiticidade). (LINS e GIMENEZ, 1997, p.151).

E descrevem:

Pensar algebricamente é pensar dessa forma: é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades ou desigualdades), e com base nisso transformar expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3). (LINS e GIMENEZ, 1997, p.151).

Discorreremos mais sobre essas características em nosso capítulo sobre considerações teóricas.

Fiorentini (2004) subdivide o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico do aluno em três fases: pré-algébrica, fase de transição do aritmético para o algébrico e um pensamento algébrico mais avançado. Ele explica que:

[...] a evolução do pensamento algébrico que vai de uma fase pré-algébrica (quando o aluno utiliza algum que outro elemento considerado algébrico – letra, por exemplo – mas não consegue, ainda, concebê-lo como número generalizado qualquer ou como variável), passa por uma fase de transição (do aritmético para o algébrico, sobretudo quando o aluno aceita e concebe a existência de um número qualquer, estabelece alguns processos e generalização, podendo ou não utilizar a linguagem simbólica), atingindo, enfim, um pensamento algébrico mais desenvolvido (expressando capacidade de pensar e se expressar genericamente, sobretudo quando o aluno aceita e concebe a existência de grandezas numéricas abertas ou variáveis dentro de um intervalo numérico, sendo capaz não só de expressá-las por escrito, mas, também, de operá-las). (FIORENTINI, 2004, p.6).

Em conformidade com os PCN (1998):

É interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (BRASIL, 1998, p. 117).

O estudo de padrões e regularidade é também proposto pela BNCC como um aspecto relevante para o ensino de Álgebra. O documento também destaca a importância do pensamento algébrico desde os anos iniciais, em uma tentativa de que o estudante generalize fatos e observe propriedades.

Para Lins e Gimenez:

[...] acreditamos que começar a educação algébrica o quanto antes é fundamental, para que mais tarde não nos queixemos de como os alunos não conseguem “largar a aritmética”. A questão dos conteúdos a serem tratados deve ser discutida da perspectiva que propomos, segundo a qual a atividade algébrica deve fazer parte do processo de uma organização de uma atividade (talvez matemática, talvez não)[...]. (LINS e GIMENEZ, 1997, p.157).

Com essas observações, provenientes de leituras de resultados de pesquisas e da BNCC, retomamos a preocupação com a transição entre a Aritmética e a Álgebra no Ensino Fundamental e colocamos como objetivo de pesquisa para o desenvolvimento de

nossa Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática junto ao Programa de Pós-graduação stricto sensu do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo – USP-SP.

*Pesquisar e propor uma abordagem de ensino que torne possível superar o “fosso conceitual”, segundo Vlassis e Demonty (2002), que separa a Aritmética e a Álgebra no Ensino Fundamental, por meio de questionamentos que envolvam o estudo de regularidades, padrões e generalizações, em sequências de palavras, símbolos, representações pictóricas ou números.*

Com esse objetivo, colocamos nossas possíveis questões norteadoras:

- Uma abordagem com questionamentos que envolvam o estudo de regularidades, padrões e generalizações em sequências de palavras, símbolos, representações pictóricas ou números contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?
- Essa abordagem tornou possível a superação de dificuldades observadas na passagem da Aritmética do Ensino Fundamental I para a Álgebra do Ensino Fundamental II?

## CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

Linz e Gimenez (1997) definem a Álgebra como “um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de número e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade.”(LINS e GIMENEZ, 1997, p.150).

Para eles o grande objetivo da educação aritmética e algébrica deve ser o de encontrar um equilíbrio entre três frentes: i) o desenvolvimento da capacidade de pôr em jogo nossas habilidades de resolver problemas e de investigar e explorar situações; ii) o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado (pensar); e iii) o aprimoramento das habilidades técnicas, isto é, da capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade.

As frentes i) e ii) estão fortemente relacionadas dado que em situações como as de i) revelam-se novos modos de pensar pelos alunos, ao mesmo tempo em que é a partir dali que surge a necessidade de novos modos de pensar e de novas ferramentas.

Lins e Gimenez nos apontam que pensar algebricamente é pensar envolvendo as três características citadas anteriormente, aritmeticismo, internalismo e analiticidade, ou seja é produzir significado para as situações que se nos apresentam, envolvendo números e operações e transformá-las em expressões que são obtidas a partir dessas características. Ao afirmar que pensar algebricamente é *pensar aritmeticamente*, Lins nos remete “à ideia de modelar com números” (LINS, 1992, p.12). Pensar aritmeticamente significa que estamos lidando exclusivamente com números, operações aritméticas e uma relação de igualdade (LINS, 1992).

Para Lins e Gimenez:

[...] o que caracteriza a “verdadeira” operação aritmética é a “sensação” de estar “fazendo uma conta”: dois elementos são associados para “produzir” um terceiro. Essa é a característica – forte – das operações aritméticas “verdadeiras”. (LINS e GIMENEZ, 1997, p.152).

Referindo-se ao *pensar internamente*, Lins (1992) afirma que, quando pensamos algebricamente, estamos tomando como referência as propriedades das operações. Sendo assim, podemos verificar a existência de modelos não aritméticos como outras formas de produção de significados.

Na última característica do pensamento algébrico, *pensar analiticamente*, o pensamento algébrico é caracterizado “como um método de procura das verdades e que no pensamento algébrico o desconhecido é tratado como conhecido”. (LINS, 1992, p. 16).

Lins (1992) afirma que o pensamento algébrico:

[...] pode acontecer no contexto da notação simbólica (literal ou outra). [...] a notação algébrica compacta que tem se desenvolvido – sustentada pela notação aritmética – não é apenas possível no contexto do pensamento algébrico, mas adequada. [...] no contexto algébrico, os números podem ser entendidos simbolicamente. (LINS, 1992, p.17-18).

Lins (1992) acredita que essas caracterizações podem contribuir para uma melhor compreensão das soluções apresentadas pelos estudantes e podem tornar o ensino de Álgebra muito mais coerente e útil do que modelos prontos.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para a apresentação dos resultados e conclusões dessa pesquisa, iremos fazer uma análise do referencial teórico, buscando explorar profundamente as obras citadas e

utilizadas para esse parâmetro. Linz e Gimenez (1997) e suas características do pensamento algébrico serão estudadas para a adequação de uma ou mais atividades a serem propostas para os alunos que supostamente estejam na fase da pré-álgebra.

Dado que o referencial teórico irá amparar a prática nessa pesquisa, buscaremos verificar por meio de um pré-teste se as características citadas por Linz e Gimenez (1997) estão presentes no pensamento matemático dos alunos ao lidarem com problemas.

O pré-teste será uma atividade proposta com questões abertas, que serão aplicadas para um grupo de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, de forma voluntária, com o objetivo de determinar a fase em que o aluno se encontra, conforme as características propostas por Linz e Gimenez (1997) e descritas nas nossas considerações teóricas, no parágrafo anterior.

Os participantes da amostra irão responder às perguntas e justificas respostas. Realizaremos posteriormente uma análise e um confronto de dados com o referencial teórico adotado e com os resultados de pesquisas sobre o assunto.

Com base nos resultados preliminares desse pré-teste, organizaremos um segundo passo de nossa pesquisa. Analisaremos um conjunto de problemas, com possíveis enunciados de acordo com o que foi levantado no pré-teste aplicado. Uma escolha dos enunciados será realizada, a partir de material pré-elaborado por nós.

Após a escolha das questões, uma segunda atividade será realizada para a inserção do conhecimento algébrico por meio de sequências que explorem generalizações e padronizações ao grupo de pesquisa. Essa atividade em específico irá averiguar se os participantes nessa fase de escolaridade se encontram ou pelo menos estão aptos a pensar algebricamente, segundo as características do internalismo e da analiticidade citadas em Linz e Gimenez (1997) e presentes no referencial teórico desse trabalho.

Buscaremos proporcionar aos participantes uma prática de pensar algebricamente, visando que, ao final dessa dinâmica, haja algum tipo de evolução no raciocínio cognitivo desses participantes, conforme as características do pensamento algébrico propostas por Linz e Gimenez (1997).

Essa segunda dinâmica será previamente elaborada por nós e, se possível e conveniente, alterada para melhor se ajustar aos resultados obtidos no pré-teste com o grupo de pesquisa em questão.

Por outro lado, dada a motivação por trás da segunda atividade, os alunos do grupo de pesquisa passarão pela fase final, que consiste em um pós-teste, cuja análise dos protocolos propiciará verificar se houve avanço no raciocínio algébrico com as atividades propostas, segundo a proposta de Linz e Gimenez (1997).

De modo geral, o pós-teste se concentrará em fornecer dados e levantamentos suficientes para investigarmos se as atividades propostas com sequências irão promover uma mudança de pensamento algébrico nos estudantes da amostragem, de modo que um ou mais estudantes passem da característica 1-aritmeticismo, segundo Linz e Gimenez (1997), para a sua adjacente superior, a fase 2-internalismo, ou uma melhor contemplação, para a fase 3 de analiticidade.

Enfim, tal pesquisa buscará obter respostas às questões de pesquisa e também oferecer um material para uso em sala de aula de Matemática da Educação Básica, como se deseja que ocorra numa Dissertação de Mestrado Profissional.

## MODELOS DE ATIVIDADES

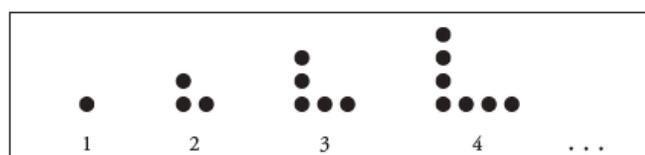
Neste parágrafo, trazemos alguns exemplos de questões que pretendemos utilizar para elaborar os instrumentos de coleta de dados.

### *Exemplo 1*

No capítulo *Situação de Aprendizagem 5 – Investigando sequências por aritmética e álgebra* do volume II (edição 2014-2017) do caderno do aluno referente à disciplina de matemática são propostas, entre outras, as seguintes atividades como forma de motivação para a busca de expressões algébricas.

Observe a sequência de bolinhas e responda às perguntas.

**Figura 1: Sequência de bolinhas**



Fonte: *Volume II (edição 2014-2017) do caderno do aluno do CESP*

- a) Desenhe as bolinhas que devem ocupar as posições 5 e 6. b) Preencha a tabela, associando o número de bolinhas com a posição da figura.

**Figura 2: Tabela sequência de bolinhas**

Posição	1	2	3	4	5	6
Número de bolinhas						

Fonte: *Volume II (edição 2014-2017) do caderno do aluno do CESP*

- c) Quantas bolinhas terá a figura que ocupa a 10ª posição? d) E a figura que ocupa a 45ª posição? e) Descreva, em palavras, o padrão de formação dessa sequência. (SÃO PAULO, 2014, p.60, inclusive a figura).

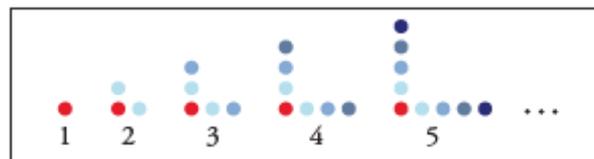
Nessa atividade, o principal objetivo é fazer com que o aluno identifique suas regularidades e represente-as com o uso de letras.

### Exemplo 2

Em seguida, no caderno, é proposta a mesma sequência da atividade anterior em uma abordagem diferente. Observe a figura:

Considere, agora, a mesma sequência da atividade anterior representada por bolinhas coloridas.

**Figura 3: Sequência de bolinhas coloridas**



Fonte: *Volume II (edição 2014-2017) do caderno do aluno*

- a) Que lógica foi utilizada para colorir as bolinhas? b) Qual é a única bolinha que não forma par e está presente em todas as figuras? c) Quantos pares de bolinhas da mesma cor contém a figura 4? E a figura 5? d) Quantos pares de bolinhas da mesma cor haverá na figura 18? E na figura 31? e) Qual é a figura da sequência que possui 25 pares de bolinhas da mesma cor? Quantas bolinhas essa figura

possui no total? f) Utilizando a letra P para identificar a posição da figura, escreva uma fórmula que determine o número N de bolinhas de cada figura (SÃO PAULO, 2014, p.60, inclusive a figura).

## REFERÊNCIAS

- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – PCN**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL, Ministério da Educação (MEC/SEED). **Base Nacional comum curricular**. Terceira versão – Versão final. Brasília, 2017.
- LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. Ph.D. Thesis. University of Nottingham, UK, 1992.
- LINS, R.C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.
- PIMENTEL, D. E. **Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da aritmética para a álgebra**. 2010. 133 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2010.
- SÃO PAULO. **Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Aluno – Matemática – Ensino Fundamental – Anos Finais – 6 série/ 7 ano – Volume 2**. Nova Edição 2014-2017. São Paulo, 2014.
- SÃO PAULO. **Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Professor – Matemática – Ensino Fundamental – Anos Finais – 6 série/ 7 ano – Volume 2**. Nova Edição 2014-2017. São Paulo, 2014.
- USISKIN, Z. **Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e utilizações das variáveis**. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. **As ideias da Álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.
- VLASSIS, J.; DEMONTY, I. **A Álgebra ensinada por situações-problema**. Universidade de Liège. Lisboa: Instituto Piaget, 2002.