

CONSTRUINDO O CONCEITO DE VOLUME E CAPACIDADE ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dioneu Luiz Fernandes¹

GD 14 – Resolução de Problemas

Resumo: Esse trabalho descreve parte de uma pesquisa de mestrado, na qual se investiga as contribuições da Resolução de Problema no ensino da Geometria Espacial. O objetivo desse artigo é discutir as concepções de uma prática de ensino direcionada pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Desse modo, apresenta-se os preceitos teóricos e duas atividades que serão aplicadas como problemas geradores para o ensino do cálculo de volume e capacidade, indicando como é possível trabalhar um problema onde o foco principal é o estudante. Conclui-se que a Resolução de Problemas como meio de ensinar, possibilita que o conhecimento matemático seja resultado da construção do estudante no processo de fazer e dar significado à Matemática envolvida no problema.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, Ensino de Matemática, Geometria Espacial

VOLUME E CAPACIDADE: O ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

O cálculo de volume/capacidade faz parte do currículo matemático do ensino médio, onde se estudam as figuras no espaço, ou seja, as figuras que apresentam três dimensões (comprimento, largura e altura), englobadas na área da Geometria Espacial. Saber e ampliar as noções de medidas, utilizar diferentes grandezas, calcular área, volume e capacidade são objetivos a serem cumpridos pelo professor, oportunizando ao aluno uma aplicação e interpretação de situações no mundo real.

Observa-se grandes dificuldades no ensino aprendizagem de tal conteúdo. Muitas vezes por dificuldades já acompanhadas pelos alunos desde o ensino fundamental, as mesmas dificuldades em geometria plana, ou por vezes, por um currículo com estratégias e metodologias desenvolvidas pelo professor que não atingem os objetivos. E ainda, pode-se dizer que:

¹ Universidade Regional de Blumenau - FURB; PPGECIM; Matemática; dioneymat@hotmail.com; orientador(a): Janaína Poffo Possamai

A Geometria Espacial, na maioria das vezes, é trabalhada de forma muito superficial no Ensino Fundamental e é deixada para ser explorada apenas no Ensino Médio. Esta forma de trabalhar não favorece o amadurecimento gradual dos conceitos e a consequente consolidação do aprendizado. (Chaves, 2013, p. 3)

Uma das metodologias que possibilitam a contextualização, bem como o desenvolvimento de um aluno ativo e crítico na construção do conhecimento, refere-se à Resolução de Problemas. Nesse contexto, define-se o termo problema:

Reservaremos, pois, o termo problema para designar uma situação, proposta com finalidade educativa, que propõe uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/resolvedor ou ao grupo de alunos que tenta resolvê-la, porque não dispõe de um algoritmo que relaciona os dados e a incógnita ou de um processo que identifique automaticamente os dados com a conclusão e, portanto, deverá buscar, investigar, estabelecer relações e envolver suas emoções para enfrentar uma situação nova. (VALLEJO; VILA, 2006, p. 29)

Diante do exposto, e para elaboração de um currículo adequado para tal, surgiu a seguinte pergunta de pesquisa: Quais as implicações da Metodologia de Resolução de Problemas no desenvolvimento do conteúdo de Geometria Espacial para o Ensino Médio?

Para buscar respostas, tem-se como objetivo geral nessa pesquisa, avaliar as limitações do uso da metodologia de Resolução de Problemas para a aprendizagem de volume e capacidade, bem como o alcance das competências e habilidades do currículo em Geometria Espacial. Para tanto, admitem-se os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Sistematizar referentes teóricos para elaboração de problemas no ensino da matemática, considerando a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.
- ✓ Desenvolver um encadeamento de atividades conduzidas pela metodologia de Resolução de Problemas adotada, em relação ao conteúdo de volume e capacidade;
- ✓ Aplicar esse conjunto de atividades em uma turma de 3º ano do Ensino Médio em uma escola estadual da cidade de Gaspar-SC, a fim de verificar as contribuições e limitações no processo de ensino e aprendizagem;

✓ Elaborar um produto educacional, em formato de “Revista” disponível on-line para o professor, apresentando as atividades desenvolvidas e os comentários sobre a sua aplicação, para que os mesmos possam utilizá-lo.

Tendo em vista a relevância do estudo da Geometria Espacial, buscou-se em plataformas de bases de dados, para dissertações e teses, verificar pesquisas que abordam sobre o tema. Em busca na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) utilizando o indicador “Ensino de Geometria Espacial” foram encontradas 27 pesquisas. Com a aplicação de filtros e associação das expressões “Ensino de Geometria Espacial” e “Resolução de Problemas”, foram encontradas apenas 6 pesquisas correlatas com a proposta nesta dissertação. A pesquisa foi realizada em meados de 2018.

No quadro a seguir, apresentam-se as características das pesquisas acessadas, para o período de 2003 a meados de 2018, determinadas por essa busca:

Quadro 1: Análises de Teses e Dissertações Correlatas a essa Pesquisa (Brasil – 2003 – 2018)

REFERÊNCIA	ABORDAGEM	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	ANÁLISE DOS RESULTADOS
SANTANA(2014)	Aborda uma proposta metodológica que visa tornar ensino da Geometria Espacial mais interessante e motivadora de uma Aprendizagem Significativa. Abordagem didática para o cálculo de volume dos principais sólidos vistos no Ensino Médio.	Aplicação de 33 atividades em dois momentos do estudo. Trabalha as definições e os aspectos mais relevantes de Aprendizagem Significativa e da motivação do educando. Apresenta também as etapas da metodologia esquematizada por George Polya, adotada na resolução de alguns problemas.	Analisa se essa proposta pedagógica impacta na mudança na conduta didática dos professores do EM. Analisa se torna esse tópico da Geometria Espacial mais interessante, prazeroso e motivador, resultando em um aprendizado mais crítico.
JREIGE(2015)	Traz o método heurístico ou método de Polya como metodologia eficiente no ensino da matemática.	Traz 8 atividades pedindo a criação de uma modelagem para o cálculo de área e volume dos cinco poliedros convexos regulares.	Analisa os processos das atividades segundo o método de Polya; analisa o uso da modelagem matemática no ensino e na aprendizagem.

MORAES(2014)	Apresenta propostas para o uso de materiais didáticos no ensino de Geometria Espacial, com foco na resolução de problemas. As sugestões apresentadas têm como base as teorias de Van Hiele e Gutierrez.	As atividades contemplam os níveis de Van Hiele e as habilidades de Gutierrez. Usa a Neurociência e a Teoria das Inteligências Múltiplas como meio de reafirmar suas teorias de aprendizagem.	Analisa e percebe a importância do presente trabalho proposto, onde apresenta não só a abordagem do material didático bem como a aplicação direta a problemas envolvidos no dia-a-dia da sala de aula.
SANTOS(2017)	Foi proposta e realizada uma sequência didática para alunos do 6º ano referente a conceitos de áreas de figuras geométricas no plano, como uma ferramenta matemática para resolução de diversos problemas. Foram propostas atividades com uso do Software GeoGebra.	Aborda 6 demonstrações utilizando os conceitos de área e 3 resoluções de problemas por conceitos de área. Apresenta 3 propostas de atividades e sequências didáticas para área de figuras geométricas. Apresenta as etapas de resolução de problemas de George Polya.	Apenas afirma que esse trabalho se preocupou em apresentar o conceito de área e associar a objetos que após a absorção, o seu uso como ferramenta de resolver problemas.
OLIVEIRA(2016)	Visa resgatar a importância do ensino do desenho geométrico, em especial os Métodos dos Lugares Geométricos. Traz a história do desenho geométrico e fala da resolução de problemas como método de ensino aprendizagem, seguindo os princípios de Polya.	Em todo o trabalho traz demonstrações de construções de lugares geométricos, desde os mais simples, como o círculo, até os mais complexos, como as cônicas, alternando com vários exercícios propostos e alguns resolvidos. A abordagem é tradicional, com o uso da régua e do compasso.	Preocupa-se em propor uma melhoria no processo ensino aprendizagem da geometria nas escolas de ensino básico através da metodologia da resolução de problemas. Acredita que seja uma proposta eficaz para o resgate e a melhoria do ensino de desenho geométrico.
BERNARDINI(2013)	Apresenta uma proposta didática para o ensino de geometria espacial no ensino médio. O foco principal é desenvolver a capacidade de manipular tais fórmulas e outros conhecimentos matemáticos. Utiliza da metodologia defendida por Polya.	Apresenta duas folhas de atividades (com 11 e 17 itens) e os objetivos que se espera alcançar em cada item, assim como as respostas esperadas. No próximo capítulo descreve os procedimentos para aplicação em sala de aula e as respostas dadas pelos alunos.	Analisa que a atividade é importante para incentivar os estudantes na implementação dos conceitos de área e volume de sólidos geométricos, bem como ampliar os seus conhecimentos para aplicação em outras situações práticas.

Fonte: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Analisando as dissertações apresentadas no Quadro 1 verifica-se que apenas um autor baseou-se em atividades que contemplam os níveis de Van Hiele e as habilidades de Gutierrez, sendo que os cinco demais focaram na metodologia defendida por George Polya.

Diante do exposto, pode-se destacar que, essa pesquisa em questão, torna-se pioneira no Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas no ensino de geometria espacial, fundamentada nas autoras Onuchic (1999) e Allevato (2014)

A seguir apresenta-se um pouco mais sobre tal metodologia.

Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas

Entende-se que a resolução de problemas deve ser o meio de construção do conhecimento matemático e não o fim, ou seja, os estudantes aprendem matemática enquanto fazem matemática. Essa vertente da construção do conhecimento da matemática enquanto se resolve um problema é defendida por Allevato e Onuchic ao afirmarem que:

[...] a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Desta forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 40).

Para isso, as autoras propõem a *metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas*. A palavra composta “ensino-aprendizagem-avaliação” denota a concepção de que esses três processos devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento do estudante e que, o professor como mediador, deve atuar como um guia no percorrer dessa metodologia. Nesse sentido, o aluno é avaliado no decorrer do processo de resolver problemas, nas suas potencialidades e crescimento, fundindo-se com o ensino e o redirecionamento das práticas, quando necessárias.

Para tanto, Allevato e Onuchic (2014) buscaram em suas pesquisas o desenvolvimento dessa metodologia, com vistas à organização das atividades em uma sequência de 10 passos:

- 01° Passo: Proposição do problema;
- 02° Passo: Leitura individual;
- 03° Passo: Leitura em conjunto;
- 04° Passo: Resolução do problema;
- 05° Passo: Observar e incentivar;
- 06° Passo: Registro das resoluções na lousa;
- 07° Passo: Plenária;
- 08° Passo: Busca do consenso;
- 09° Passo: Formalização do conteúdo;
- 10° Passo: Proposição e resolução de novos problemas.

Ao planejar uma aula baseada nessa metodologia através da Resolução de Problemas, parte-se da escolha de um problema gerador, que pode ser selecionado, adaptado, elaborado pelo próprio professor ou ainda aceito como proposta dos próprios alunos. Esse problema gerador deve ser direcionado a construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento matemático de interesse, o qual não se tenha trabalhado anteriormente em sala.

O segundo passo volta-se ao aluno, onde ele terá seu envolvimento com o problema em sua leitura individual. Nesse momento ele terá a oportunidade de refletir, buscar a compreensão do problema proposto, tomando-se de possíveis conceitos e linguagens matemáticas. Em seguida os alunos são organizados em pequenos grupos para uma nova leitura, promovendo uma discussão e troca de ideias. O professor, nesse momento é um mediador, auxilia-os, caso necessário, para uma melhor compreensão do problema, para aprimoramento de linguagens, sem deixar evidente a resposta ou caminho a seguir, pois o que é essencial nessa etapa é a ação realizada pelo estudante, o exercício de levantar ideias e expressar-se com clareza.

No quarto passo entra-se na resolução propriamente dita. Os estudantes, ainda em grupos, buscam resolver o problema gerador, utilizando-se de estratégias voltadas para a expressão escrita, da linguagem matemática ou ainda, de tabelas, esquemas, gráficos, etc. Esse processo os conduzirá para a construção do conhecimento do conteúdo de matemática, planejado pelo professor anteriormente. O professor continua a observar a ação dos alunos

e a incentivá-los a buscar por seus conhecimentos prévios e contribuir com a troca de ideias, sempre confiando nas condições dos estudantes.

Nos passos seguintes, propõe-se que um representante de cada grupo vá até a lousa para registrar a forma de resolução abordada pelo grupo. Após a conclusão e diante do “painel de soluções” certas, erradas e resolvidas por diferentes caminhos, prossegue-se com a discussão, onde cada um defende seu ponto de vista, faz comparações, justifica suas ideias e, conseqüentemente, avalia sua ação, de modo a corrigir ou aprimorar sua forma de apresentação e/ou escrita da resolução. Este é o momento em que o professor e alunos, de forma conjunta e permissiva, chegam a um consenso sobre o resultado correto.

Já no nono passo, o papel do professor é destacar na lousa, de forma organizada e estruturada em linguagem matemática, uma apresentação “formal”, como destacam as autoras. Nessa apresentação constarão as definições dos conceitos, os princípios e procedimentos matemáticos construídos através da Resolução de Problemas, explorando demonstrações e diferentes técnicas operatórias, caso necessário.

Por fim, no último passo objetiva-se analisar se os elementos essenciais do conteúdo matemático proposto para aula foram compreendidos. Nesse propósito, o professor aplica novos problemas relacionados ao problema gerador, buscando consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores. As autoras apostam que um círculo deve ser criado, visando aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo específico, pela construção de novos conhecimentos, pela resolução de novos problemas, e assim continuamente.

Percebe-se que, diante desse círculo, as etapas de ensinar “para” e “sobre” a resolução de problemas se destacam, mas não descaracterizam a metodologia, pois elas são partes integrantes da própria concepção de ensinar “através” da Resolução de Problemas. Para Allevato (2005, p. 61, grifo do autor) “isso significa que, quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto **sobre** resolução de problemas, quanto aprendem Matemática **para** resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática **através** da resolução de problemas”.

Pode-se verificar que o papel do estudante está em 7 dos 10 passos, evidenciando que o centro da atividade matemática na resolução do problema está nas ações do estudante,

enquanto que ao professor, cabe o papel importante de efetivar essa metodologia, conforme destaca Meneghelli (2018, p. 146), “ações do professor é que efetivam uma prática baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas”, acreditando que os estudantes são capazes de fazer e compreender a Matemática.

No próximo capítulo apresenta-se duas atividades que serão aplicadas como problemas geradores em três turmas do terceiro ano do ensino médio, pela metodologia acima descrita, para avaliação do processo.

Problemas Geradores – Explorando a geometria espacial

Dentre as oito atividades elaboradas como “problemas geradores” que serão aplicadas no final de agosto de 2019, destacam-se duas:

ATIVIDADE 02: Do plano ao espaço: uma transformação em tempo real.

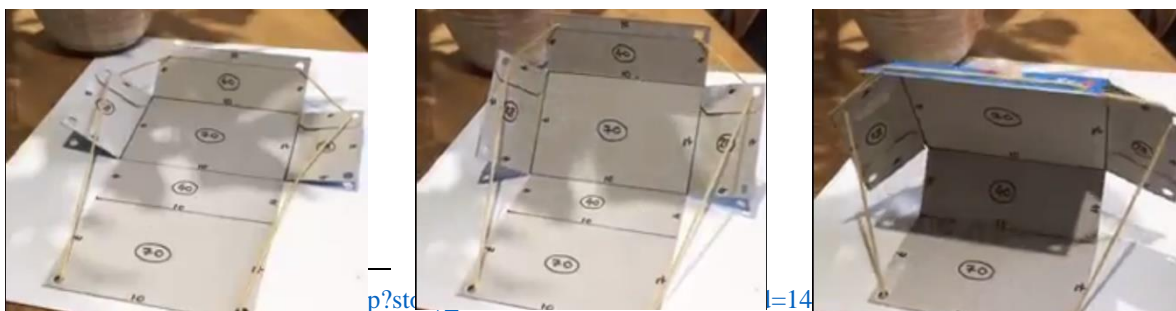
Objetivo: Analisar as características da geometria plana em uma forma geométrica espacial.

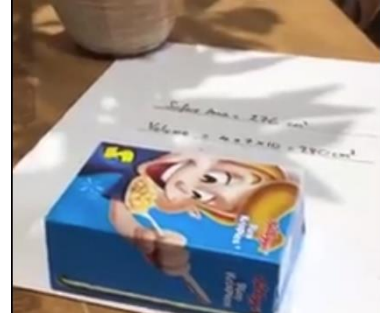
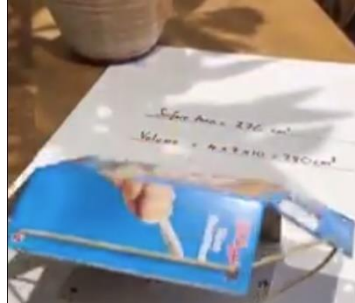
Considerações metodológicas e didáticas: Essa atividade foi planejada com base num vídeo² postado em uma rede social, pelo professor Edigley Alexandre.

Trata-se de uma planificação de um paralelepípedo, construído em papel cartão, com furações próximas aos vértices e por elas passa um barbante que, ao ser puxado lentamente, faz todo o movimento e a união dos vértices, fechando a caixa.

Essa transformação, da planificação saindo do plano (2D) para a figura espacial (3D), possibilita a construção do pensamento espacial.

Figura 1: Planificação na realidade





Fonte: fotocopiado do vídeo disponível em:

https://m.facebook.com/story.php?story_fbid=1822784984443210&id=143910325664026.

Acesso em: 06 nov 2018.

Essa atividade iniciará com a apresentação desse vídeo aos estudantes e em seguida o professor apresenta um modelo pronto, semelhante ao do vídeo, com o mesmo formato de paralelepípedo. Eles poderão visualizar, testar e observar todo o mecanismo que proporciona o devido funcionamento, principalmente a passagem correta do barbante pelos furos.

Com a ideia lançada, eles serão desafiados a confeccionar outras planificações, como:

- Tetraedro, Cubo, Pirâmide de base quadrada, Prisma triangular, Prisma pentagonal, Prisma hexagonal, Cilindro, Cone, Octaedro, Dodecaedro, Icosaedro.

Dessa forma, os estudantes serão divididos em grupos, onde cada grupo receberá a definição de um sólido e irá fazer seus planejamentos, produzir o protótipo, finalizar a animação e por fim, produzir um vídeo utilizando o celular. A ideia de utilizar o celular consiste em explorar um aplicativo³ de edição de vídeos. Todas as instruções de utilização serão dadas pelo professor. Após todos finalizarem, as apresentações ao grande grupo devem ser organizadas com o uso de projetor multimídia. O material confeccionado por cada grupo também será apresentado, de forma que cada um apresente aos demais colegas, dando oportunidade de conhecer, testar e observar todo o funcionamento.

O professor poderá explorar e apresentar aos estudantes os Poliedros de Platão, falando de suas particularidades. Para produzir a animação desses sólidos e obter uma melhor visão tridimensional, o professor conduzirá os estudantes à sala informatizada e

³ A utilização do celular deve ser autorizada pela direção da escola. O aplicativo para o sistema Android é *PowerDirector* (CyberLink) e para sistema IOS é *Go Record: Screen Recorder* ([AlloyStudios](#)).

apresentará o *software GeoGebra*. Os estudantes poderão construir seus sólidos informando os comandos, fazer sua planificação, a animação dessa planificação formando um sólido espacial, rotacionar, ter a visão superior, fazer simulações, entre outros.

ATIVIDADE 05 – relação entre prisma e pirâmide – cilindro e cone – trabalhando com arroz.

Objetivo: Compreender o conceito de volume. Desenvolver um método para o cálculo de volume de pirâmides, cilindro e cone.

Considerações metodológicas e didáticas: Para explorar a relação existente entre a pirâmide e o prisma e também entre o cilindro e o cone, propõe-se a atividade do arroz. Para essa atividade o professor precisará confeccionar essas embalagens de papel cartão com uma pequena abertura para que os alunos, em pequenos grupos, consigam inserir os grãos de arroz até completá-las.

Cada grupo ganhará uma ficha contendo os seguintes questionamentos:

Qual a relação existente entre o volume da pirâmide e do cone, comparado com o do prisma e do cilindro, respectivamente?

Proponha um método para determinar o volume do cilindro.

Proponha um método para determinar o volume da pirâmide e do cone.

A intenção é que eles descubram a relação de que as pirâmides e cones possuem um terço do volume do prisma e do cilindro, respectivamente.

Assim, o professor deve instigá-los a perceber essa relação com a ajuda do arroz e escrever suas conclusões sobre esse fato. Cada grupo deve apresentar sua conclusão e de forma organizada, com auxílio do professor, de forma conjunta e permissiva, construir o conceito da fórmula do volume.

Considerações Finais

A metodologia de Resolução de Problemas proposta por Allevato e Onuchic (2014) deve orientar o desenvolvimento de uma aula baseada em um problema gerador. No caso em discussão, se o mesmo for apresentado aos estudantes após a explicação do conteúdo de Geometria Espacial, como tradicionalmente ocorre nas aulas de Matemática, esse deixará de produzir um processo de investigação e construção do conhecimento e será reduzido à aplicação de uma fórmula já apresentada, visto que o caminho já estará sinalizado.

Caso o professor entender que são muitos os conceitos a explorar daquele conteúdo, ele poderá dividi-los e aplicar outro problema gerador, para que possa dar continuidade, ou seja, fazê-lo em dois ou mais momentos. Nesse caso, ele poderá aplicar novos problemas similares no término de todos os momentos, a fim de consolidar todo conhecimento construído **através** da Resolução de Problemas.

Essa abordagem ainda não é uma prática comum nas salas de aula, conforme apontam Possamai, Cardozo e Meneghelli (2018), pois os professores desconhecem as concepções que norteiam uma prática de Resolução de Problemas, no qual o estudante é o protagonista do processo e o professor é o mediador. Dessa forma, acredita-se que diversos trabalhos podem ser produzidos para contribuir, tanto academicamente, quanto para orientar e dar subsídios aos docentes de modo que as aulas de Matemática podem ser planejadas e organizadas norteando para a aplicação dessa metodologia.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa *et al.* (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

CHAVES, J. O. **Geometria espacial no ensino fundamental: uma reflexão sobre as propostas metodológicas**. 2013. 78 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013. Disponível em: <<http://www.locus.ufv.br/bitstream/handle/123456789/5879/texto%20completo.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 10 abr. 2018.

MENEGHELLI, Juliana. **Resolução de Problemas e o software Geogebra: um caminho para o ensino das funções trigonométricas seno e cosseno.** 2018. 165 f., il. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2018.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 199-218.

POSSAMAI, Janaína Poffo; CARDOZO, Dionei; MENEGHELLI, Juliana. Concepções dos professores de matemática quanto a utilização de exercícios, situações contextualizadas e problemas. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 14, n. 31, p. 73-87, nov. 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/5701>. Acesso em: 10 jan. 2019.

VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. Matemática para aprender a pensar: O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006. 212 p.