

O NÚMERO RACIONAL EM SUA FORMA FRACIONÁRIA: O LUGAR DE UM CONCEITO EM FORMAÇÃO NO ENSINO MÉDIO

Maria das Graças Morato Lobato Menezes¹

GD 03 – Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Este trabalho apresenta uma pesquisa que terá por finalidade investigar possibilidades de trabalho com o número racional na forma fracionária, no ensino médio, com vistas à apropriação conceitual e operatória desse campo numérico pelos estudantes. Será desenvolvida a partir da abordagem do tema em situações de estudo da função do 1º grau, no primeiro ano desta etapa de ensino. É justificada por evidências, sustentadas por percepções da minha prática como professora de Matemática ao longo de 34 anos e constatadas no baixo rendimento dos meus alunos, de limitações nas intervenções baseadas em revisões e retomadas do tema. Explorará atividades fundamentadas na investigação e na resolução de problemas com enfoque propositivo e argumentativo. Terá como foco a aprendizagem e será orientada pelas questões: O que pode estar por trás das dificuldades na compreensão de alguns conceitos e operações envolvendo a forma fracionária dos números racionais no Ensino Médio? Que construções e pressupostos são utilizados pelos estudantes na organização de respostas às atividades propostas? De que maneira os temas de estudo do ensino médio podem ser abordados de forma a favorecer algumas aquisições conceituais e operatórias ainda não consolidadas pelos estudantes? Envolverá um número aproximado de 35 estudantes, organizados numa turma regular de estudo de uma escola pública de Belo Horizonte.

Palavras-chave: Forma fracionária. Números racionais. Ensino Médio. Aprendizagem.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente lecionando Matemática para o terceiro ano do ensino médio na rede estadual de ensino de Minas Gerais me deparo com uma realidade desafiadora e muito próxima daquela vivenciada no início da carreira como professora de Matemática, em 1985: um número significativo de estudantes demonstra a não consolidação de algumas habilidades conceituais e operatórias demandadas no desenvolvimento dos temas previstos no currículo. O argumento bastante difundido de que os estudantes das escolas públicas não sabem Matemática, por isso não alcançam um desenvolvimento adequado nos estudos, aliado às experiências vivenciadas em sala de aula me desafiam a investigar a aprendizagem da Matemática a partir de três questões: O que pode estar por trás das dificuldades na compreensão de alguns conceitos e operações envolvendo a forma fracionária dos números racionais no Ensino Médio? Que construções e pressupostos são

¹ Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG; Mestrado Profissional em Educação e docência – FAE; linha de pesquisa: Educação Matemática; e-mail autora: maria.mlmenezes@yahoo.com.br; orientador: Diogo Alves de Faria Reis.

utilizados pelos estudantes na organização de respostas às atividades propostas? De que maneira os temas de estudo do ensino médio podem ser abordados de forma a favorecer algumas aquisições conceituais e operatórias ainda não consolidadas pelos estudantes? Acredito que o lugar de centralidade do estudante no processo ensino-aprendizagem não apenas confere grande relevância às ações do professor, mas principalmente traz como orientação a exigência de que elas estejam comprometidas com os seus objetivos. Pensarmos o nosso lugar a partir deste ângulo nos desafia a entendermos nossa prática com finalidades que envolvem não apenas o ensinar, mas também o aprender. Daí a necessidade de nos ocuparmos do que é inerente ao outro, suas necessidades e os significados que podem construir a partir das nossas ações. Nesse sentido, o que fazemos precisa dialogar com os estudantes, diálogo este, constituinte do nosso fazer. Para Corsino “[...], a didática - como ensinamos o que ensinamos - é um ato responsivo, uma resposta responsável e não indiferente ao outro – sujeitos a quem o ensino se dirige” (CORSINO, 2015, p. 401).

Ensinar Matemática no ensino médio hoje precisa levar em conta também o potencial de elaboração e de posicionamento crítico dos estudantes desta etapa. Como orientação para a área de Matemática e suas Tecnologias, a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) para o ensino médio estabelece:

[...] a área de Matemática e suas tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no ensino fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior. Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos (BNCC, 2018, p. 528-529).

Na escola em que trabalho atualmente são várias as ações de intervenção pedagógica realizadas pelos professores de Matemática, buscando promover a consolidação de habilidades requisitadas pela disciplina. Estas intervenções têm se configurado basicamente de duas formas: aquelas planejadas e sistematizadas como Projeto de Intervenção Pedagógica da Escola, e aquelas realizadas de maneira mais informal e rotineira, como as retomadas de temas durante as explicações e as revisões. Entretanto, independentemente da forma como são desenvolvidas, o efeito produzido não tem sido o esperado. Vejo-me repetindo para os meus alunos algo que já lhes fora dito,

com a configuração de mais uma explicação sobre temas ainda não incorporados por eles. A limitação aos estudantes é palpável e desafiadora já que as construções elaboradas internamente na escola têm sido pouco eficazes para resolver a questão. A Matemática é tida como uma disciplina difícil e alguns estudantes se sentem desmotivados em empreender esforços em algo que sempre lhes impõe um impedimento, um desconhecimento.

A situação toma visibilidade e proporção mais contundente nos resultados alcançados em Matemática pelos estudantes das escolas públicas de Minas Gerais. Nos últimos anos as avaliações implementadas no estado pelo SIMAVE, Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública, através do Programa de Avaliação da Rede pública de Educação Básica, salvo as críticas às avaliações em larga escala e à forma como são aplicadas, apontam uma considerável distância entre o nível de desempenho desejável e aquele em que os alunos concluintes do ensino médio se encontram. Na escola em que atuo, esta afirmação pode ser verificada nos resultados da última avaliação, realizada em 2018, que apontam baixa proficiência dos estudantes das seis turmas de 3º ano do ensino médio.

Na última semana do mês de maio deste ano a Secretaria estadual de educação encaminhou orientação para que as escolas realizassem ações interdisciplinares de intervenção pedagógica na Matemática. Segundo as orientações, as atividades deveriam envolver todos os estudantes e sua realização deveria acontecer em cinco etapas durante o mês de junho, sendo quatro delas com duas horas semanais e a etapa de culminância com quatro horas, no último sábado do mês. As escolas estaduais mais uma vez se movimentaram num esforço coletivo para equacionar as defasagens na aprendizagem da Matemática.

A realidade experienciada em sala de aula e verificada nos resultados alcançados pelos estudantes sugere que as intervenções feitas têm sido limitadas em sua eficácia e me leva a acreditar que é necessário continuar a buscar alternativas que possam contribuir para a aprendizagem da Matemática. No lugar de quem se propõe a investigar novas possibilidades para ensinar, optei por delinear dois pressupostos que orientarão o meu estudo: o primeiro diz respeito à importância, para a aprendizagem da Matemática, da

ênfase ao aspecto conceitual sobre o procedimental e o outro diz respeito ao lugar de centralidade do estudante nos processos desenvolvidos em sala de aula. A necessidade de delimitar estes dois aspectos é motivada por meus questionamentos acerca das deficiências do ensinar como transmitir ou retransmitir um conhecimento e as possíveis implicações deste modo de ensino na compreensão de alguns conceitos matemáticos. A ação educativa baseada na transmissão, tão frequentemente usada em sala de aula, se contrapõe às novas tendências para o ensino da Matemática onde as abordagens devem privilegiar a compreensão para a apreensão do significado. Para Ponte, “na Matemática como nas outras disciplinas escolares, a aprendizagem dos alunos depende em grande medida do que acontece em sala de aula. E isso, como não poderia deixar de ser, tem muito a ver com o modo como o professor ensina” (PONTE, 2014, p.5). O trabalho desenvolvido em sala de aula deve oportunizar uma passagem progressiva para a compreensão de conceitos e também abrir possibilidades para descobertas e realização de conjecturas.

2 TEMA

A escolha de um tema para pesquisa, um recorte no vasto universo do conhecimento Matemático, foi norteadada pela necessidade de aprofundar os estudos sobre a aprendizagem do número racional na forma fracionária, iniciados durante a especialização, diante da constatação das dificuldades na compreensão deste conceito pelos meus alunos. Acredito que o problema possa envolver a falta de entendimento do significado de fração, a incompreensão da sua representação escrita, das relações de equivalência e das operações com estes números.

Quando a resolução de um exercício demanda dos estudantes, em seu último ano da educação básica, conhecimentos relacionados ao conteúdo, estes demonstram que a formação dos conceitos referentes a este campo numérico não ocorreu de forma satisfatória. A falta de compreensão da equivalência de frações faz com que a realização das operações de adição e subtração se constitua por procedimentos e algoritmos vazios de significado. Por mais que eu reforce a importância da obtenção de frações equivalentes de mesmo denominador, percebo que o alcance da representação de equivalência é bastante

limitado. Ao serem indagados, enquanto turma ou individualmente, sobre como devem adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes, alguns respondem dizendo que é preciso tirar o mínimo múltiplo comum dos denominadores e a partir daí, não têm segurança sobre o que fazer com o resultado encontrado. As respostas oscilam entre: devemos multiplicar pelo denominador e dividir pelo numerador e vice versa. Tentam recorrer a uma regra que lhes fora ensinada sem a compreensão do objetivo do seu uso. Nas atividades individuais os erros são recorrentes: adicionam ou subtraem numeradores e denominadores, reduzem as frações a um mesmo denominador mantendo os numeradores sem alterações, entre outros. Nas situações que envolvem a multiplicação e a divisão não é diferente. Menciono oportunamente, com o objetivo de chamar a atenção para os prejuízos causados pelas inabilidades nas operações, um dos comentários que ouvi recentemente de um colega de trabalho, na sala dos professores, após a constatação de grande número de respostas erradas numa avaliação de Física: “estes alunos do 3º ano não sabem quanto é 5 vezes $\frac{1}{5}$, vão mal em Física porque não sabem Matemática. Não querem saber de nada”. Chego a me questionar sobre a consistência das justificativas que na maioria das vezes apresentamos de que as dificuldades dos alunos são motivadas pelo seu desinteresse e pela falta de estudo. Talvez o real motivo da incompreensão seja bem mais relevante.

3 OBJETIVO GERAL

Identificar contribuições da exploração de atividades fundamentadas na investigação e resolução de problemas na apropriação do conceito de número racional na forma fracionária e no desenvolvimento das habilidades operatórias com estes números em situações do estudo da função do 1º grau, no ensino médio.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

A organização de uma base teórica para as questões envolvidas na pesquisa perpassa as questões motivadoras e pressupostos que orientam o estudo em consonância com as discussões acerca das novas orientações curriculares para o ensino da Matemática e

com os desafios atualmente colocados para o ensino médio, como etapa final da educação básica. Estas questões encontram-se imbricadas de maneira tal, que é difícil concebê-las de forma dissociada.

Pensar na construção conceitual de um campo numérico implica em avançar para além do conceito dos números que compõem o seu universo, significa compreender as diversas relações e operações existentes neste campo. No capítulo 3 do livro: *A Formação Matemática do Professor – Licenciatura e prática docente escolar*, coleção *Tendências em Educação Matemática*, David e Moreira questionam a falta de contribuição da formação acadêmica para o trato com os números racionais. O despreparo do professor para os empreendimentos exigidos por um conjunto numérico que engloba números com diferentes representações e significados constitui o principal objeto da discussão apresentada por eles neste capítulo que trata sobre o conhecimento dos números racionais e a prática docente na escola básica.

Do ponto de vista da preparação do futuro professor para o trabalho pedagógico de construção dos números racionais nas salas de aula da escola, a abordagem que se desenvolve na licenciatura pode também ser submetida a fortes questionamentos. Ao longo do processo de formação matemática do professor, o conjunto dos números racionais é visto como um objeto extremamente simples, enquanto as pesquisas mostram que, em termos da prática docente, a sua construção pode ser considerada uma das mais complexas operações da Matemática Escolar (DAVID e MOREIRA, 2005, p.59-60).

Neste capítulo os autores abordam a complexidade envolvida nas extensões dos conjuntos numéricos contrapondo a estruturação organizada pela Matemática Científica e as exigências no trato com a Matemática Escolar. Define-se de forma abstrata e algébrica um conjunto numérico e suas operações e espera-se que os estudantes desenvolvam as compreensões dos números e operações deste conjunto. Na formação do número racional os números naturais e inteiros figuram com significados muito distintos daqueles que originalmente possuem.

As extensões numéricas que se operam na escola são de natureza totalmente diferente já que o conjunto e a estrutura que resultam do processo de extensão apresentam-se como um universo genuinamente novo para o aluno. Essa *novidade* constitui um elemento fundamental na conformação da prática docente e afeta decisivamente o tratamento didático-pedagógico das várias etapas desse processo (DAVID e MOREIRA, 2005, p.61).

Discutem a importância de não se tratar os “subconstrutos” do número racional de maneira puramente formal, mas de dar a eles adequada e diferenciada interpretação escolar. Segundo David e Moreira, Behr et al (1983) assinalam enfaticamente a importância do papel das diferentes interpretações no processo escolar de apreensão do conceito de número racional.

Análises dos componentes do conceito de número racional sugerem claramente o motivo pelo qual uma compreensão completa do conceito envolve um formidável esforço de aprendizagem. O número racional pode ser interpretado pelo menos de seis maneiras diferentes (subconstrutos): parte-todo, decimal, razão, quociente indicado, operador e medida de quantidades contínuas e discretas. Kieren (1976) defende a ideia de que um entendimento completo dos racionais requer, não apenas o entendimento de cada subconstruto separadamente, mas também de como eles se inter-relacionam. Análises teóricas e evidências empíricas recentes sugerem que diferentes estruturas cognitivas podem ser necessárias para lidar com os diferentes subconstrutos. [...] (BEHR et al, 1983, p.91-92 *apud* DAVID e MOREIRA, 2005, p.64).

Outra questão tratada pelos autores diz respeito à restrição do significado das operações com números racionais ao uso dos algoritmos para resolvê-las. David e Moreira (2005, p. 65) afirmam: “[...], os significados das operações se eludem nos algoritmos que as definem. De fato, as definições formais das operações com os racionais não passam de algoritmos para o cálculo dos resultados.” Tendo a confirmar esta afirmação quando rememoro a forma como me foram ensinadas as operações com frações e quando penso na maneira que tendemos a tratá-las hoje.

Considerando a forma fracionária do número racional, as questões suscitadas por David e Moreira encontram eco em outros autores. O número racional tem merecido especial atenção de professores e autores que se ocupam da educação matemática como objeto de estudo, devido não só à sua complexidade, mas principalmente pela importância que ocupa no universo dos conhecimentos matemáticos e suas aplicações. Como orientações para o ensino das frações, Llinarez e Sanchez afirmam: “Los profesores debemos tener en cuenta estas características, es decir: las muchas interpretaciones, y el proceso de aprendizaje a largo plazo” (LLINAREZ E SANCHEZ, 1997, p.53).

Ideias associadas à sua importância e complexidade se confirmam na descrição de Ventura e Oliveira: “os números racionais ocupam um lugar destacado no currículo, sendo amplamente reconhecida a sua importância na aprendizagem da Matemática, assim como

as dificuldades que lhe são associadas” (VENTURA E OLIVEIRA *apud* PONTE, 2014, p.84).

A importância indiscutível desse campo numérico na Matemática está diretamente relacionada a uma necessidade de ordem prática. Dentre as várias perspectivas de abordagem do número racional há que se salientar o seu aspecto prático. Para David e Fonseca, “os números racionais em suas diferentes representações surgem com frequência nas diversas situações relacionadas à expressão de medidas e de índices comparativos” (DAVID E FONSECA, 2005, p.60).

Dificuldades na sua compreensão podem estar relacionadas à “ênfase exagerada que costuma ser dada aos procedimentos e algoritmos para operar com números racionais em detrimento de uma abordagem mais conceitual” (BEHR et al, 1983 *apud* DAVID e FONSECA, 2005, p.60).

Considerar o tratamento do tema no ensino médio exige um olhar para algumas características dos estudantes desta etapa. Destaco principalmente o potencial argumentativo e analítico que possuem. Acredito que estas habilidades possam ser exploradas com vistas ao seu desenvolvimento e também à produção de conhecimentos matemáticos que favoreçam a aprendizagem. A BNCC para o ensino médio traz como orientação para a área da Matemática e suas Tecnologias:

Para que os propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (BNCC, 2018, p.529).

Privilegiar esta lógica para o ensino da Matemática, onde o trabalho pautado na técnica e prática ceda espaço à construção de significados pelos alunos, requer que as atividades sejam pensadas de modo a atingir o objetivo em questão. Trata-se de concebê-las para além de exercícios de fixação de um tema ensinado.

As orientações curriculares atuais para a disciplina de Matemática a nível internacional estabelecem objetivos ambiciosos para a aprendizagem dos alunos, colocando desafios significativos à prática profissional dos professores. Na verdade, pretende-se que os alunos não só aprendam conceitos, representações e procedimentos matemáticos, mas que sejam capazes de os usar para resolver uma grande variedade de problemas. Pretende-se, também, que sejam capazes de

raciocinar matematicamente e de comunicar os seus raciocínios ao mesmo tempo que desenvolvem uma apreciação geral da Matemática como modo de pensar, de interpretar a realidade e de intervir sobre ela (Ponte, 2014, p.5).

Estas orientações para o ensino da Matemática se referenciam nas recomendações do National Council of Teachers of Mathematics (1980) e representam uma alternativa na busca de uma aprendizagem mais significativa, estabelecendo para os professores da disciplina a necessidade de desenvolverem um novo olhar sobre sua prática em sala de aula, investindo em metodologias que levem os estudantes à compreensão dos conceitos.

Dentre os princípios estabelecidos por este conselho (1991/1994) para a proposição de tarefas matemáticas aos estudantes estão a importância de “envolver os alunos em atividades intelectuais e de exigir a formulação e resolução de problemas e o raciocínio matemático” (PONTE, 2014, p. 17).

5 DESENVOLVIMENTO

Diante da delicada decisão sobre o quando e o como pesquisar no ensino médio a aprendizagem de um tema cuja introdução está prevista para o segundo ciclo do ensino fundamental e a consolidação das habilidades operatórias deveria se dar até o final deste nível de ensino, achei pertinente realizar a pesquisa numa turma de 1º ano, já que ela traduz diversas heterogeneidades com as quais os professores lidam na etapa inicial do ensino médio. Esta característica é motivada pelo fato de as escolas da rede estadual de ensino receberem estudantes oriundos de escolas variadas, principalmente das municipais que atendem prioritariamente o ensino fundamental. Optei por realizar a investigação em situações de estudo da função do 1º grau, previsto no programa do referido ano. A escolha deste assunto se fundamentou na sua adequação para a exploração exigida pela pesquisa.

5.1 O cenário do estudo

Por se tratar de investigação envolvendo estudantes inseridos num contexto onde não é possível contar com profissionais para atendimento individualizado ou em grupos

menores, optei por realizar a pesquisa numa turma da escola em que trabalho onde contarei com a colaboração de uma das professoras de Matemática.

A escola se localiza em Belo Horizonte, na divisa com o município de Ribeirão das Neves, atendendo alunos dos dois municípios. Funciona em três turnos e oferece o ensino médio Regular, com duração de três anos e o ensino médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA), com duração de um ano e meio, organizados em três períodos semestrais. Neste ano, no primeiro turno funcionam doze turmas com uma média de trinta e oito alunos por sala, sendo três turmas de 1º ano/Médio; quatro turmas de 2º ano/Médio e cinco turmas de 3º ano/ Médio. No segundo turno funcionam sete turmas com uma média de trinta e cinco alunos, sendo cinco turmas de 1ºano/Médio e duas turmas de 2º ano/Médio. No terceiro turno funcionam onze turmas com uma média de quarenta alunos por sala, sendo duas turmas de 1ºano/ Médio e duas turmas de 1º período/EJA, duas turmas de 2º ano/Médio e duas turmas de 2º período/EJA, uma turma de 3º ano/Médio e duas turmas de 3º período/EJA.

5.2 Método de investigação

Sendo a aprendizagem o foco de interesse da investigação que pretendo realizar, um contato mais estreito com os estudantes é condição essencial para o seu desenvolvimento. Indagar os estudantes sobre o que sabem acerca do tema do estudo e acompanhar o seu desempenho nas atividades a serem propostas exige um olhar para os sujeitos, suas ações e elaborações conceituais. Desta maneira, será utilizada a metodologia de pesquisa qualitativa por melhor atender a essas exigências.

5.3 Procedimentos metodológicos e instrumentos de coleta de dados

O pressuposto de que as dificuldades dos estudantes estão relacionadas ao conceitual e operacional não constitui um motivo consistente para apoiar e fundamentar as ações do estudo. Elas exigirão uma averiguação inicial que me permita organizar os

caminhos a serem trilhados. Inicialmente realizarei conversas informais com os estudantes durante o seu acompanhamento na execução de atividades, visando levantar as suas dificuldades, como e em que situações elas aparecem. Faz-se necessário localizar também, se elas se relacionam ao entendimento da operação, ao algoritmo ou ao que o problema pede. Se necessário, organizarei atividades diagnósticas com o objetivo de complementar esta verificação.

A partir do levantamento das dificuldades dos estudantes serão elaboradas atividades que busquem envolvê-los diretamente na proposição e apresentação de soluções. Elas deverão estar orientadas por metodologias que privilegiem a centralidade do estudante no seu processo de aprendizagem. Atendendo este princípio serão utilizadas atividades investigativas e de resolução de problemas em que os estudantes serão incentivados a propor soluções e a apresentá-las na discussão em grupos e também para a turma. Considerando a necessidade de consolidação das habilidades operatórias serão organizadas atividades que levem os estudantes a aplicarem as soluções encontradas.

Na coleta dos dados serão utilizados os meus registros e os da professora colaboradora na pesquisa, gravações em áudio e registros dos estudantes. De acordo com a conveniência, poderão ser realizadas filmagens.

5.4 Recurso educacional

Produção de um livreto contendo aspectos relevantes do estudo e atividades que se mostrarem mais adequadas ao seu objetivo.

5.5 Cronograma das ações

2º semestre 2019	<ul style="list-style-type: none">• Estruturação e complementação do referencial teórico.• Realização de estudo exploratório e experimento de ensino: elaborar e testar atividades com meus alunos.
1º semestre 2020	<ul style="list-style-type: none">• Reestruturação e adaptação das atividades usadas no estudo exploratório para que possam ser utilizadas no estudo.• Ida a campo.

	<ul style="list-style-type: none">• Investimento na estruturação do projeto de pesquisa: preparação para a qualificação.
2º semestre 2020	<ul style="list-style-type: none">• Conclusão da análise dos dados e finalização do projeto.• Elaboração do recurso educacional.
1º semestre 2021	<ul style="list-style-type: none">• Defesa da dissertação.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf
Acesso em, 15 ago. 2019.

CORSINO, P. Entre Ciência, Arte e Vida: a didática como ato responsivo. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 399-419, abr./jun, 2015.

DAVID, M. M. S.; FONSECA, M. C. Sobre o Conceito de Número Racional e a Representação Fracionária. **Presença Pedagógica**, Belo Horizonte, Edição Especial: Educação Matemática, Dimensão: v. 1, n. 1, p.59-71, 2005.

LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. **Fracciones**. Madrid: Síntesis, 1997.

MOREIRA, P. C. ; DAVID, M.M. S. O conhecimento sobre os números e a prática docente na escola básica. In: **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, v. 11, p. 59 a 78.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J. P. (org). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Junho, 2014.