

PROBLEMAS MISTOS E SUAS IMPLICAÇÕES NA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM

Fabricia Bernardino¹

GDn^o3 – Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: O conceito de função é fundamental na Matemática e percorre toda a escolarização, seja na Educação Básica ou no Ensino Superior. Porém, pesquisas mostram que o estudo deste conceito é complexo e proporciona dificuldades para estudantes de diferentes níveis de ensino. Com base em Vergnaud, partimos do pressuposto que a aprendizagem de um conceito ocorre no decorrer do processo escolar por meio da vivência dos sujeitos com situações diversas. Desse modo, esta proposta de pesquisa tem por objetivo analisar se as variações de uma mesma classe de problemas mistos, associados ao conceito de função afim, originam dificuldades para estudantes da 1^a série do Ensino Médio. A escolha desses alunos se deu pelo fato de ser neste nível escolar no qual o conceito de função é formalizado. Almejamos aplicar os problemas em turmas de quatro escolas diferentes, sendo três da cidade de Campo Mourão – PR e uma da região da COMCAM – Comunidade dos Municípios da Região de Campo Mourão. Esta proposta está centrada na abordagem qualitativa, para atingirmos o objetivo desta pesquisa, utilizaremos como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais e o estudo de caso como metodologia. Espera-se que a pesquisa proporcione contribuições com os estudos relativos ao ensino e a aprendizagem do conceito de função afim, especialmente no que diz respeito às diferentes classificações dos problemas mistos.

Palavras-chave: Função Afim. Teoria dos Campos Conceituais. Problemas-Mistos.

INTRODUÇÃO

O conceito de função é certamente um dos conceitos fundamentais da Matemática. Para Ponte (1990) este conceito permite aos estudantes uma ancoragem em conhecimentos anteriores e em múltiplas representações de situações. As funções não foram, todavia, concebidas rapidamente. Souza e Mariani (2005) afirmam que este conceito surgiu de forma intuitiva decorrente da necessidade de resolver problemas práticos, nos quais havia interdependência entre duas grandezas distintas. Maciel e Cardoso (2014) escreveram que o conceito de função:

[...] passou por diversas modificações durante a história da humanidade. Além disso, foi de extrema importância para o desenvolvimento de outras áreas da Matemática, como o cálculo e a análise. Para chegar à definição do conceito que se usa atualmente, foi necessário o desenvolvimento de outros conceitos, tais como o de variável dependente, variável independente, continuidade, domínio, contradomínio, funções analíticas etc. (MACIEL, CARDOSO, 2014, p. 1350).

¹ Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR; Programa de Pós-graduação em Educação Matemática; Mestrado acadêmico; fabriciabernardi123@hotmail.com; Orientadora: Veridiana Rezende.

Em relação à definição de função foi Leibniz (1646-1716) quem primeiro usou o termo função (em 1673), porém apenas para designar em termos gerais a dependências de duas grandezas (PONTE, 1990). Após isto, outros estudiosos apresentaram definições desse conceito:

[...] o termo função não aparecia ainda num léxico matemático surgido em 1716. Mas dois anos mais tarde João Bernoulli publicou um artigo, que viria a ter grande divulgação, contendo a sua definição de função de uma certa variável como uma quantidade que é composta de qualquer forma dessa variável e constantes. Um retoque final nesta definição viria a ser dado em 1748 por Euler (1707-1783) ao substituir o termo quantidade por expressão analítica (PONTE, 1990, p.3).

Para Caraça (1963, p.130), a definição de função por meio de uma expressão analítica consiste “[...] em dar um conjunto de operações de modo tal que, por meio delas, se possa fazer corresponder a cada valor a de um conjunto x um valor b de um conjunto y ”.

Na BNCC – Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), referente aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, consta que os alunos devem resolver problemas com números naturais e racionais cuja representação decimal é finita, argumentar, justificar os procedimentos utilizados para a resolução e avaliar a plausibilidade dos resultados encontrados. Também devem compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações: numérica, algébrica e gráfica e, ainda, utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis, identificar regularidades e padrões, o que exige, além do raciocínio lógico, a representação e a comunicação para expressar as generalizações.

Já em relação ao Ensino Médio, consta na BNCC (BRASIL, 2018) que é preciso que os alunos consigam identificar regularidades e padrões, o que exige, além de raciocínio, a representação e a comunicação para expressar as generalizações, bem como a construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado. Ainda consta neste documento que os alunos devem investigar relações entre números expressos em tabelas e representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para expressar algebricamente a generalização.

De acordo com Magina *et al* (2008), as competências e conhecimentos dos alunos se desenvolvem ao longo do tempo, por meio de experiências com diversas situações,

dentro ou fora da escola. Quando o aluno é exposto a uma nova situação, ele utiliza o conhecimento desenvolvido em suas experiências anteriores e tenta adaptá-lo a esta nova situação, este conhecimento pode ser explícito: por meio da forma simbólica, linguagem natural (escrita ou oral); ou implícito: usado na ação, em que o estudante escolhe as operações e estratégias adequadas, sem, contudo, conseguir explicitar o motivo de suas escolhas. Para estas autoras os alunos devem dominar conceitos matemáticos, porém cada conceito pode ser inserido em um campo conceitual que, por sua vez, é definido como um conjunto de situações cuja apropriação requer o domínio de vários conceitos de natureza diferentes. Eles se desenvolvem a partir de um longo período de tempo por meio da experiência, maturação e aprendizagem.

A teoria dos campos conceituais desenvolvida pelo pesquisador Gérard Vergnaud não é específica da matemática, embora Vergnaud inicialmente tenha elaborado esta teoria pensando nas estruturas aditivas, multiplicativas, nas relações número-espaço e na álgebra. Se trata de uma teoria de desenvolvimento cognitivo, que busca propiciar uma estrutura que forneça elementos significativos para a aprendizagem, e tem como principal objetivo “[...] propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, entendendo-se por conhecimentos, tanto as habilidades quanto as informações expressas” (VERGNAUD, 1993, p.1).

Com base na teoria dos Campos Conceituais, considera-se que existe uma série de fatores que interferem na formação e desenvolvimento dos conceitos pelos estudantes, sendo que a aprendizagem emerge a partir de situações-problema (GROSSI, 2017). Para Vergnaud (2002), campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros. O domínio de um campo conceitual não ocorre rapidamente, mas ao longo de vários anos, as dificuldades são superadas na medida em que são encontradas e enfrentadas. Para o referido pesquisador, nenhum conceito se desenvolve isoladamente, mas adquire sentido pelo aluno mediante os diferentes problemas enfrentados por ele (VERGNAUD, 2017).

Vergnaud desenvolveu seus estudos intensos em relação ao campo conceitual das operações de adição/subtração (estruturas aditivas) e multiplicação/divisão (estruturas multiplicativas). Em sua dissertação, Miranda (no prelo) fez um estudo sobre o conceito de

função afim e as diferentes situações-problemas relacionadas a este conceito na perspectiva da teoria dos campos conceituais. A pesquisadora caracterizou as situações-problemas encontradas em livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio e por meio das seis classes de situações para os problemas pertencentes a estrutura aditiva e cinco classes de situações de estrutura multiplicativa, estabeleceu trinta categorias de situações-problemas mistos.

Vergnaud (2009) denomina por problemas mistos aquelas situações que exigem operações dos campos conceituais aditivo e multiplicativo, ou seja, problemas que envolvem pelo menos uma adição ou subtração e ao mesmo tempo envolvem pelo menos uma multiplicação ou divisão.

Portanto, tendo como base os estudos que estamos realizando sobre a teoria dos campos conceituais e o conceito de função afim, pretendemos responder a seguinte questão de pesquisa:

De que forma as variações de uma mesma classe de problemas mistos, associados ao conceito de função afim podem originar dificuldades para estudantes da 1ª série do Ensino Médio?

Para tanto, pretendemos elaborar um instrumento de pesquisa tendo como base as classificações dos problemas mistos associados ao conceito de função afim elencadas por Miranda (no prelo), neste instrumento irá constar variações de uma mesma classe, ou seja, apresentaremos aos alunos problemas com diferentes contextos dentro de uma mesma classe das trinta elencadas por Miranda (no prelo). Pretendemos aplicar esse instrumento com estudantes que finalizam a 1ª série do Ensino Médio.

Ressaltamos que a escolha deste nível de escolarização se deu pelo fato de ser na primeira etapa do Ensino Médio que ocorre a formalização e estudo das funções, bem como da função afim. Pretendemos aplicar esse instrumento para alunos de quatro escolas diferentes, sendo três da cidade de Campo Mourão e uma da COMCAM – Comunidade dos Municípios da Região de Campo Mourão.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A aprendizagem de um conceito é de sentido plural, dessa forma, não há processo único nem universal na construção dos modos de aprender a Matemática. O ser matemático é aquele que busca aprender, que desenvolve processos cognitivos e esquemas mentais para superação de dificuldades, que produz processos resolutivos para situações-problema, que acredita e busca gerar novos procedimentos para as situações. Esses esquemas mentais sustentam a estruturação do pensamento matemático presente na atividade da criança ou jovem, buscando conceitos, hipóteses, procedimentos próprios, a elaboração de uma solução de uma situação dada, assim como as estratégias e valores de sua validação (MUNIZ, 2017, p.3).

Grossi (2017) afirma que quando se enfrenta uma situação se percorre três níveis de aprendizagem: memorizar regras de ação, que traz a perspectiva de como fazer, ensaiar proposições na qual se examina por que fazer e conceitualizar, que trata do motivo de se enfrentar uma situação. Para esta pesquisadora:

[...] conhecer a realidade é construir conceitos e conceito é muito mais que uma definição, é uma competência para enfrentar situações. Esta é uma importante nova visão sobre o conhecimento. O conhecimento é operatório antes de ser predicativo. Ele é uma aptidão que precede uma explicação. Vergnaud explicitou que os esquemas são as hipóteses que as pessoas se fazem para enfrentar situações no processo de apropriação de um Campo Conceitual. Na teoria dos Campos Conceituais, esquemas são formas de organização das atividades frente a uma classe de situações. Como sempre a construção de conhecimentos se dá em situações (GROSSI, 2017, p.12).

A organização dos conteúdos matemáticos em anos escolares pressupõe que sejam analisados os níveis de aprofundamento dos conteúdos em decorrência das possibilidades de compreensão dos alunos, ou seja, é preciso considerar que um mesmo tema será explorado em diferentes momentos da aprendizagem e que a compreensão do conceito pelo estudante acontecerá em decorrência das situações vivenciadas por ele (VERGNAUD, 2002).

Para Vergnaud (2009) nada é mais fecundo para a aprendizagem dos alunos do que exercícios nos quais há a passagem de uma representação à outra, por meio dessas passagens para o pesquisador é que o aluno pode compreender sem dificuldade um conceito. Insistir na passagem de uma representação a outra não significa que se deva

esgotar as possibilidades relativas a uma dada representação, o problema existente é que com frequência, é dada a ênfase a um único tipo de representação, é isso que impede, às vezes, os alunos de compreenderem e conservarem a significação. De modo geral a complexidade dos problemas cresce no interior de uma mesma classe de problemas (VERGNAUD, 2009).

Para Vergnaud (2009), se uma representação permite compreender melhor a natureza das relações entre os dados, o sentido das perguntas e as operações a serem feitas pode-se considerar que aquela representação favorece mais a solução dos problemas pelos próprios alunos e a transmissão das explicações pertinentes do que a representação por meio de equações.

As informações pertinentes à solução de um problema podem ser dadas de muitas maneiras: submersas entre outras em um texto; apresentadas de tal forma que o aluno reconheça implicitamente que tem diante de si as informações necessárias e suficientes para a solução; ordenadas segundo o desenrolar temporal dos fatos relatados; fornecidas em desordem ou em ordem inversa. A forma pela qual as informações são apresentadas tem, naturalmente, um papel na complexidade dos problemas, é necessário, por exemplo, que o aluno saiba que em um enunciado pode conter informações inúteis, as quais ele deverá conseqüentemente deixar de lado (VERGNAUD, 1993, 2009).

Para Vergnaud (1993):

[...] o problema do ensino é em grande parte o de levar o aluno a se desenvolver em suas competências, alguns alunos tem problemas na compreensão e depois na enunciação de certos conceitos, assim um torna-se um grande problema desenvolver ao mesmo tempo a forma operatória do conhecimento, isto é, o saber-fazer, e a forma predicativa do conhecimento, saber explicitar os objetos e suas propriedades (VERGNAUD, 1993, p. 11, 13).

Vergnaud realizou um estudo exaustivo em relação aos problemas dos Campos Aditivo e Multiplicativo. Por problemas de tipo aditivo, entende-se aqueles cuja solução exige tão somente adições, subtrações ou uma combinação entre elas, assim, estruturas aditivas dizem respeito as estruturas nas quais as relações² (binárias, ternárias e quaternárias) existentes são as formadas por adições e subtrações. Para Vergnaud (2009)

² A noção de relação explicitada por Vergnaud nas estruturas aditivas e estruturas multiplicativas, diz respeito a uma relação estabelecida entre: dois – binária; três – ternária; quatro – quaternária, elementos em determinada situação.

existem seis diferentes categorias de relações aditivas, nas quais a dificuldade é muito diferente quando a categoria é alterada. Para Vergnaud (2009) as relações aditivas são relações ternárias que podem ser encadeadas de diversas maneiras e resultar em uma grande variedade de estruturas aditivas.

Magina *et al* (2008) citam que para um aluno dominar as estruturas aditivas, ele precisa ser capaz de resolver diversos tipos de situações-problema, não basta saber operar, para estas autoras, as concepções surgem das ações realizadas pelo aluno ao interagir com as situações e a competência em uma resolução está diretamente relacionada com o grau de complexidade de cada situação, para Vergnaud dentro de cada estrutura é possível ocorrer variações que podem tornar um problema tanto mais fácil quanto mais complexo.

Em seu livro Magina *et al* (2008) apresentam três extensões em relação aos problemas aditivos mais uma quarta que é a junção das três primeiras. Estas extensões tratam de um conjunto de situações-problema que possibilitam ao aluno ampliar seus conhecimentos e representações sobre essa estrutura. De acordo com Magina *et al* (2008) é o grau de dificuldade que exigirá estruturas de ações mais sofisticadas,

- A primeira extensão envolve dois tipos de problemas: problemas de transformação com a transformação desconhecida e; problemas de composição com uma das partes desconhecida.
- A segunda extensão é relacionada a problemas de comparação, cujo referente e relação são dados, [...] é preciso que o aluno perceba a relação como uma comparação.
- A terceira extensão abrange os problemas de comparação, em que grupos são conhecidos e a relação entre eles é desconhecida.
- A quarta extensão diz respeito tanto a problemas que envolvem transformação, quanto a comparação, nos de transformação, o estado inicial é desconhecido e no de comparação o referente (MAGINA *et al*, 2008, p. 33 - 48)

Em relação aos problemas do tipo multiplicativo, as relações presentes nesse tipo de problema são as operações de multiplicação ou divisão, ou seja, o conjunto das situações que requerem uma multiplicação, uma divisão, ou uma combinação destas operações, “[...] a primeira vantagem dessa abordagem pelas situações é permitir a produção de uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivistas e dos procedimentos que podem ser adotados em cada um deles” (VERGNAUD, 1993, p.9). Ainda, Vergnaud define que:

[...] o campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: proporção simples e proporção

múltipla; função linear e n-linear; razão escalar direta e inversa; quociente e produto de dimensões, dentre outras (VERGNAUD, 1993, p.10).

Gitirana *et al* (2014) consideram que para o aluno dominar a multiplicação e a divisão, ele deve ser capaz de resolver diversos tipos de situações, para estas autoras, o desenvolvimento de competências e concepções, depende da boa escolha dos problemas, ou de uma solução mais adequada a uma determinada abordagem. Ao encontro de Vergnaud, Gitirana *et al* (2014) relata que a competência para resolver problemas multiplicativos é desenvolvida num longo período de tempo, assim, é necessário que o professor esteja atento à complexidade de cada tipo de situação, pois “[...] ao repetir problemas que exijam um mesmo raciocínio, o professor pode levar o aluno a desenvolver concepções, ou mesmo estratégias, que dificultam a aquisição do próprio conceito em foco, limitando a competência de resolução” (GITIRANA *et al* 2014, p. 42).

Assim, a possibilidade de haver várias maneiras de resolução para um mesmo problema – apropriadas ou inapropriadas – é, sem dúvida, uma faceta importante e instigante da resolução de problema. Para Gitirana *et al* (2014), essa diversidade de procedimentos expressa as diferentes maneiras de raciocinar e de estabelecer relações entre os dados de um problema.

Ainda, Vergnaud (2009) como já explicitamos define problemas mistos como sendo as situações que exigem operações do campo aditivo e multiplicativo, ou seja, problemas que envolvem pelo menos uma adição ou subtração e ao mesmo tempo uma multiplicação ou divisão. Apresentamos a seguir um exemplo de problema misto elencado por Vergnaud:

Um comerciante de camisas comprou 3 dúzias de camisas a R\$ 360,00 a dúzia e as revende por R\$ 40,00 a peça. Coloque as informações em uma tabela de correspondência fazendo a previsão de uma coluna para os lucros. Encontre todas as perguntas que cabem nessa tabela e todos os caminhos que permitam encontrar apenas o lucro total do comerciante de camisas (VERGNAUD, 2009, p. 288).

Vergnaud (2009) justifica a importância deste tipo de situação por se tratar de um problema misto, uma vez que coloca em jogo relações do tipo multiplicativo (correspondência entre quantidades de naturezas diferentes) e relações de tipo aditivo

(lucro = preço de venda – preço de compra), pois a própria simplicidade da tarefa permite ir mais longe no raciocínio dos diferentes caminhos possíveis de resolução.

Para Miranda (no prelo) a interpretação algébrica deste tipo de problema está relacionada com o conceito de função afim pela organização dos dados possibilitar o estudo das relações existentes, assim, para esta pesquisadora há uma interseção do campo conceitual multiplicativo com o conceito de função linear, por meio disso, ela consegue interpretar as classes de problemas que envolvem o conceito de função afim, são essas classes elencadas por Miranda (no prelo) que utilizaremos na elaboração do nosso instrumento de pesquisa.

METODOLOGIA DE PESQUISA

Para atingirmos o objetivo da pesquisa como já explicitado anteriormente, elaboraremos um instrumento que consistirá de problemas mistos, associados ao conceito de função afim. Selecionaremos uma classe de problemas mistos, com base na classificação estabelecida por Miranda (no prelo) e iremos disponibilizar neste instrumento de pesquisa as variações de problemas para esta classe de situações. Ele será aplicado com alunos de diferentes escolas da região da COMCAM.

Os alunos irão resolver individualmente os problemas propostos, não poderão fazer consultas em livros, cadernos ou celulares, e poderão utilizar lápis, borracha, régua e calculadora que disponibilizaremos. A análise dos dados ocorrerá por meio dos registros escritos dos alunos.

Esta pesquisa trata de um estudo diagnóstico e caracteriza-se como qualitativa que tem como foco entender e interpretar dados. Para Creswell (2010) as observações qualitativas são aquelas em que o pesquisador faz anotações de campo sobre o comportamento e as atividades dos indivíduos no local da pesquisa. São registradas, as questões que se quer saber e o pesquisador pode ser participante ou não participante. Ainda, para Creswell (2010), a análise e a interpretação dos dados de uma pesquisa qualitativa envolve extrair sentidos dos dados, “[...] preparar os dados para a análise, conduzir diferentes análises, ir cada vez mais fundo no processo de compreensão dos dados, buscando sempre uma interpretação do significado mais amplo dos dados” (CRESWELL, 2010, p.217).

Os fatores qualitativos nesta pesquisa deverão emergir das observações e análises das respostas dos alunos, sujeitos desta pesquisa, ou seja, a pesquisa terá caráter interpretativo, faremos o fechamento por meio das resoluções dos alunos, o resultado dado pelos eles não é o foco da abordagem, nosso foco é com respaldo na Teoria dos Campos Conceituais a compreensão dos conhecimentos que são mobilizados em relação ao conceito de função afim pelos estudantes.

Utilizaremos na pesquisa procedimentos de estudo de caso, que para Yin (2001) se trata de uma investigação empírica que investiga um fenômeno dentro de seu contexto real, este tipo de investigação baseia-se em duas ou mais unidades de análise, dois ou mais sujeitos ou instituições o que Yin denomina casos múltiplos. O autor apresenta ainda quatro tipos básicos de estudo de caso: caso único holístico – unidade única de análise e único caso; caso único incorporado – unidades múltiplas de análise e único caso; casos múltiplos holísticos – unidade única de análise e múltiplos casos; casos múltiplos incorporados – unidades múltiplas de análise e múltiplos casos. Nosso estudo se caracteriza como casos múltiplos holísticos, visto que analisaremos os conhecimentos de alunos pertencentes a uma única instituição que seria a 1ª série do Ensino Médio, porém de diferentes escolas.

Yin (2001, p.131) relata que a “[...] análise de dados consiste em examinar, categorizar, classificar em tabelas ou, do contrário, recombina as evidências tendo em vista proposições iniciais de um estudo” e propõe para as análises duas estratégias. A primeira estratégia se baseia em proposições teóricas, os objetivos e o projeto originais do estudo o que reflete o conjunto de questões da pesquisa, as revisões na literatura sobre o assunto e as novas interpretações que podem surgir. As proposições ajudam a pôr em foco certos dados e ignorar outros, elas respondem as questões do tipo “como” e “por que”. A segunda estratégia é desenvolver uma estrutura descritiva a fim de organizar o estudo de caso, o objetivo primário do estudo de caso pode não ser uma descrição, mas uma abordagem descritiva pode ajudar a identificar as conexões entre o que se quer analisar.

INTENÇÕES DA PESQUISA

Considerando o objetivo de pesquisa já apresentado, a saber: *analisar se as variações de uma mesma classe de problemas mistos, associados ao conceito de função*

afim, originam dificuldades para estudantes da 1ª série do Ensino Médio e com respaldo teórico da Teoria dos Campos Conceituais, esperamos por meio das análises identificar se a variação da estrutura do enunciado de uma classe de situação de problemas mistos interfere na resolução dos alunos de modo a sinalizar maior ou menor dificuldade para os problemas em questão.

REFERÊNCIAS

Brasil. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum: Ensino Fundamental**. 2017.

Brasil. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum: Ensino Médio**. 2018.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 9. ed. Lisboa, 1963. p 125-139.

CRESWELL, J. W. **O projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

GROSSI, E, P; **A Teoria dos Campos Conceituais é algo Extraordinário**. Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

MACIEL, P. R. C.; CARDOSO, T. F. Levy. A história do conceito de função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro-SP, v.28, n.50, p. 1348-1367, 2014.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. 3ª edição. São Paulo: PROEM, 2008.

MIRANDA, C. A. **Situações-Problemas que envolvem o conceito de função afim**: uma análise à luz da Teoria dos Campos Conceituais. (Mestrado em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel. No prelo.

MUNIZ, C. A. **O ser Matemático nos anos Iniciais e as Produções subjetivas nas aprendizagens Matemáticas: Aprendizagem e Diversidade**. EPREM Encontro Paranaense de Educação Matemática, Cascavel, 2017. Disponível em: <http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/333/149>. Acesso em: 03 out 2018.

PONTE, J. P. **O conceito de função no currículo de matemática.** Educação e Matemática, p. 3-9, 1990.

SOUZA, V. D. M.; MARIANI, V.C. **Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função.** Disponível em <<https://docplayer.com.br/12770073-Um-breve-relato-do-desenvolvimento-do-conceito-de-funcao.html>>. Acesso em: 15 mai. 2019.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, O Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta Área.** Org. MOREIRA, M. A. V7(1), p. 7-29, 2002. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol7/n1/v7_n1_a1.html>. Acesso em: 21 jun. 2019.

VERGANUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **Piaget e Vygotski em Gérard Vergnaud: Teoria dos Campos Conceituais TCC.** Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

VERGANUD, G. **Teoria dos Campos Conceituais.** In: Anais do 1º Seminário Internacional de Educação do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática da UFRJ. 1993. p. 1-26.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos.** trad. Daniel Grassi - 2.ed. - Porto Alegre: Bookman, 2001.