

INVESTIGANDO AS CONTRIBUIÇÕES DOS LESSON STUDY NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES DERIVADA EM CÁLCULO I

José Cirqueira Martins Júnior ¹

GD 4 – Educação Matemática no Ensino Superior.

Resumo: Este projeto pesquisará contribuições que os Lesson Study (LS) podem oferecer aos professores e alunos de Cálculo I no processo de ensino e aprendizagem de gráficos de funções Derivada quando utilizam as representações semióticas em *softwares* de geometria dinâmica. A pesquisa será qualitativa de caráter interpretativo em que os instrumentos utilizados para coletar os dados serão as gravações em áudio e vídeos das aulas realizadas, entrevistas com os professores, questionários para os alunos e observação participante. Com isso, espera-se ampliar práticas alternativas para o ensino e a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, criando um grupo colaborativo de referências de pesquisas dos LS no Brasil para essa disciplina, mapeando os diferentes tipos de saberes e conhecimentos específicos produzidos pelos pesquisadores, professores e alunos.

Palavras-chave: Ensino. Aprendizagem. Professores. Lesson Study. Derivada.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos a disciplina de Cálculo Diferencial Integral tem articulado um número expressivo de trabalhos, propondo investigações com pesquisa qualitativa para estudar as relações que ocorrem na sala de aula ou no laboratório de Educação Matemática. O principal foco das pesquisas consistiu em proporcionar oportunidades para os alunos mobilizarem conhecimentos e compreenderem melhor os conteúdos que essa disciplina oferece (GONÇALVES, 2012; MARTINS JÚNIOR, 2015; PARK, 2012). Serão discutidas algumas investigações que falam a respeito do ensino e aprendizagem de gráficos de funções Derivada de uma função e variável real, buscando ver os caminhos que os professores fazem para a compreensão dos alunos a partir de mudanças de registros de representação semióticas e os Lesson Study (LS).

Algumas investigações foram feitas com atividades para serem desenvolvidas pelos alunos, sem o uso de tecnologias computacionais, para articular a compreensão de conceitos,

¹ Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP); Programa de Pós-Graduação em Educação; Doutorado em Educação; e-mail: jcjunior@uneb.br; Orientador: Prof. Dr. Dario Fiorentini.

definições, gráficos e exemplos (PARK, 2012; HASHEMI et al., 2014). Esses trabalhos mostraram que a aprendizagem de funções Derivada nos países da Coreia, Inglaterra e Malásia também é problemática, pois os alunos apresentaram dificuldades para mostrarem seus conhecimentos prévios, problemas na interpretação dos gráficos e sua associação com outros conteúdos, alto índice de reprovação, dificuldades epistemológicas dos conteúdos entre outros. Com isso, as atividades realizadas permitiram que os alunos explorassem as definições apresentadas na sala de aula, muitas vezes, pelos professores ou pesquisadores, funcionando como uma alternativa a mais para o processo de compreensão e aquisição de conhecimentos, reforçando a experimentação de alternativas didáticas para o ensino e aprendizagem.

Nota-se também uma preocupação para se usar tecnologias computacionais no ensino e na aprendizagem de gráficos de funções Derivada (GIRALDO, 2004; GONÇALVES, 2012; MARTINS JÚNIOR, 2015; VERHOEF et al., 2015; VILLARREAL, 1999; VISEU, 2017). Esses trabalhos procuraram desenvolver atividades com professores e alunos, para articular a manipulação algébrica, simbólica, visual e a gráfica. Em Giraldo (2004) mostrou que nos conflitos gerados pelo computador podem oferecer oportunidades para aprimorar os conhecimentos dos alunos em que eles tinham que lidar com as imagens de conceito e tentar encontrar explicações para suas soluções, evidenciando que o trabalho pedagógico pode ser articulado de modo mais significativo para a aprendizagem dos alunos. Observa-se que não foi objetivo desse trabalho discutir propostas de atividades em um grupo específico de professores, para aliar os conhecimentos de conteúdos e propostas de aprendizagem por meio de representação semiótica. Desse modo, durante o desenvolvimento da nossa proposta de projeto, se houver conflitos na aprendizagem de funções Derivada esse trabalho poderá oferecer algumas orientações e ajudar na elaboração de atividades pelos pesquisadores e professores para os alunos.

Nas experimentações com atividades investigativas de gráficos de funções Derivada de Gonçalves (2012) que as articulou com o uso do *software* GeoGebra, mostrou que as atividades permitiram a experimentação e a sua associação com o *software* ofereceram recursos didáticos alternativos para o trabalho de professores e para a aprendizagem dos alunos. Ela discutiu que a ideia da produção de atividades investigativas oferece alternativas de compreensão e significados para a compreensão dos alunos. Buscando também oportunidades com atividades diferenciadas Villarreal (1999) desenvolveu um trabalho com

a modelagem em um curso de Biologia para articular os conhecimentos produzidos pelas alunas com os gráficos de funções Derivada. Com isso, não foi objetivo dessa pesquisa organizar discussões de atividades de modelagem por um grupo de professores, pois a modelagem depende do que os alunos querem estudar e de como podem encontrar os modelos para os problemas.

Com algumas dessas ideias de propostas de atividades percebe-se que no desenvolvimento do projeto com os LS, os pesquisadores e professores, podem optar pelas atividades de investigação matemática, modelagem, exploratórias ou algum outro tipo que seja viável para permitir a compreensão de conteúdos de funções Derivada.

Uma proposta de adaptação e criação de atividades exploratórias para serem desenvolvidas por professores de Cálculo I foi criada por Martins Júnior (2015) a partir de livros didáticos priorizando o uso de *softwares* de geometria dinâmica. Depois de criadas, o pesquisador convidou professores experientes dessa disciplina para verificarem as contribuições teóricas que elas poderiam oferecer na melhoria do ensino e aprendizagem nas aulas com gráficos de funções Derivada. A proposta foi viável, e algum tempo depois com uma conversa informal com os professores que participaram da pesquisa, eles usaram as atividades com os seus alunos e verificaram que elas agilizam o tempo para a compreensão e aprendizagem, elas ajudaram no processo de intuições quando conectados à visualização, relataram que os professores que forem usar essas atividades e o GeoGebra precisam ficar atentos quanto ao tempo de uso do *software*, pois perceberam que é necessário aos professores desenvolverem a parte de conceituação, demonstração, algébrica, visual e gráfica ficando atentos que o *software* é um mediador e que não irá substituí-los no trabalho em sala de aula.

Aqui surgiu a oportunidade para se pesquisar com os LS, os principais atores da sala de aula dialogando a respeito de possibilidades de melhoria do ensino para a aprendizagem dos alunos. O intuito da pesquisa de Martins Júnior (2015) foi ver as contribuições de atividades de gráficos de funções Derivada na percepção de professores de Cálculo I. Desse modo, surgiram oportunidades para se pesquisar utilizando os LS e as representações semióticas que podem ser geradas com esses conteúdos.

Foi percebido no trabalho de Verhoef et al., 2015 na Holanda com o uso dos LS que essa prática também precisa ser constituída no Brasil, pois não foram encontrados trabalhos na CAPES que tratam do ensino e aprendizagem de gráficos de funções Derivada com um

grupo específico de professores. Mesmo essa pesquisa apontada na Holanda os professores não utilizaram as mudanças de representação semióticas nas atividades com os alunos, eles mostraram discussões de alternativas de possibilidades de aprendizagem com o GeoGebra e que ajudou a melhorar o ensino e a organização didática dos professores e, bem como na manifestação de conhecimentos específicos no ambiente de discussão e na sala de aula. Não foi objetivo desse trabalho, utilizar as representações semióticas e, pelo que foi desenvolvido no referido trabalho, as representações podem se encaixar como um auxiliar na prática pedagógica durante as aulas e discussões.

Na investigação de Viseu (2107) mostrou que as representações semióticas favoreceram caminhos alternativos para a aprendizagem e compreensão em matemática com os gráficos de funções Derivada com alunos em Portugal, mesmo usando calculadoras gráficas. Esse estudo não priorizou a construção de atividades por meio de discussões com professores, mas revelou que as atividades construídas podem oferecer práticas colaborativas diferenciadas, sendo uma alternativa para conectar os conhecimentos específicos que envolvem esse conteúdo, quando forem trabalhados por um grupo específico de professores de Cálculo I, conforme almeja esse projeto.

O PROBLEMA E O OBJETIVO

Esse projeto estudará a prática que é desenvolvida por professores de Cálculo I, em especial os do Ensino Superior, buscando compreender alguns de seus aspectos de ensino, planejamento, estratégias e avaliações para ajudar os seus alunos na aprendizagem de gráficos de funções Derivada. Devido ao estudo de conteúdos com o uso dos *softwares* serem amplos, foi limitado à questão de gráficos de funções Derivada de uma função e variável real e, no entanto, ressalta-se que é uma proposta inicial e, tanto a questão quanto o objetivo, estarão sujeitos a possíveis modificações, no que for necessário e suficiente para melhor compreender esse problema. Desse modo, a questão de investigação que direcionará esse projeto será:

Quais contribuições os Lesson Study podem oferecer aos professores e alunos de Cálculo I no processo de ensino e aprendizagem de gráficos de funções Derivada quando utilizam as representações semióticas em *softwares* de Geometria Dinâmica?

Com isso, o objetivo será encontrar as contribuições dos Lesson Study aos professores e alunos de Cálculo I no processo de ensino e aprendizagem de gráficos de funções Derivada quando utilizam as representações semióticas em *softwares* de geometria dinâmica.

ALGUNS ASPECTOS TEÓRICOS

Nos últimos anos têm aumentado as pesquisas com o uso de *softwares* para melhorar o processo de ensino dos professores e a aprendizagem dos alunos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, pois ela apresenta problemas como alunos com poucos pré-requisitos em conteúdos do ensino médio, possui um alto índice de reprovação, turmas muito cheias, os conteúdos apresentam dificuldades de natureza epistemológica, existe uma tensão e rigor durante o processo de compreensão, a ementa de sua grade curricular com a proposta de conteúdos, em muitos casos, é extensa para serem trabalhados pelos professores (MARTINS JÚNIOR, 2015; REIS, 2009; REZENDE, 2003).

Nas disciplinas de Cálculo com o uso de tecnologias computacionais e *softwares* matemáticos, o pesquisador David Tall tem se destacado na produção de pesquisas que ajudam na compreensão dos processos de pensamentos dos alunos, na intuição e rigor existentes, na manipulação algébrica, gráfica e dos processos de visualização no ensino e aprendizagem dos principais conteúdos dessa disciplina.

As ideias de Tall (2013) mostram que é possível verificar e analisar o desenvolvimento dos pensamentos matemáticos dos alunos, quando estes envolvem as operações algébricas associadas aos aspectos visuais e geométricos, com suas conexões entre os gráficos a serem utilizados, permitindo a mudança do pensamento matemático elementar para o avançado por meio das formalizações, abstrações e generalizações. Relata ainda que as tecnologias computacionais despertam o lado cognitivo dos alunos, permitindo a eles realizarem procedimentos que mostram a existência de suas aprendizagens.

Pelos argumentos utilizados anteriormente, percebe-se que existem alternativas para estudar as possibilidades de aprendizagem de conteúdos matemáticos, quando é possível realizar as mudanças de registros de representação semiótica nas atividades. As mudanças de registros que os alunos podem fazer durante as atividades, apontam para uma condição

de verificar que houve o processo de aprendizagem (DUVAL, 2011). A aprendizagem é algo que precisa ser realizado pelos alunos durante as suas experiências com a disciplina de Cálculo I, entende-se que o professor pode colocar condições para que eles construam caminhos alternativos e encontrem possíveis formas para avaliar os seus resultados.

Desse modo, compreende-se que “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” (DUVAL, 2011, p. 14). Os procedimentos que os professores devem usar para verificar a existência da aprendizagem precisam contemplar nas atividades, as ações e registros dos alunos, quando ocorrem às mudanças dos registros em tratamentos e conversões com possíveis articulações entre eles.

Para direcionar os caminhos das mudanças de registros nas atividades propostas, serão utilizados os conteúdos de gráficos de funções Derivada, pois eles permitem fazer os tratamentos, que são os procedimentos usados para operar com os conteúdos de matemática que permanecem com as mesmas formas de registros, como ocorre nas operações algébricas ou numéricas. As atividades também poderão direcionar para as conversões, que são os procedimentos usados para fazer a mudança de forma dos registros e que conservam a referência aos mesmos objetos, esses procedimentos exigem mudanças mais qualificadas e rigorosas, podendo ser percebido na mudança dos registros algébricos para os visuais ou em demonstrações e formalizações exigidas a partir de figuras geométricas.

A partir disso, Duval (2011) salienta que as conversões são mais difíceis para os alunos realizarem devido ao fato dos registros demandarem um desenvolvimento de processos cognitivos mais avançados e que não ocorrem congruências entre eles, exigindo encontrar caminhos para as soluções que não são tão simples como nos tratamentos, no entanto, são necessários para mostrar uma condição de aprendizagem dos alunos durante as atividades. Essa talvez seja uma das explicações dos alunos possuírem dificuldades no estudo de gráficos de funções, pois a não linearidade exigida para as mudanças dos registros durante as conversões são condições que necessitam, em muitos casos, de tempo para um bom desenvolvimento cognitivo dos alunos que, muitas vezes, os professores de Cálculo não possuem.

Nos estudos de gráficos das funções Derivada também será utilizado o processo de visualização que serve de apoio para os alunos perceberem as regularidades, indicam saídas

alternativas para as suas soluções, possibilitando encontrar formas intuitivas para os seus procedimentos algébricos, permitindo a compreensão das situações cognitivas superiores exigidas pelos processos de formalização e abstração desses conteúdos. Completando essas ideias, conforme a definição sugerida por Arcavi (2003) para quem:

Visualização é a habilidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso de reflexão sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes, no papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de descrever e comunicar informações, pensar sobre e desenvolver ideias previamente desconhecidas e entendimentos avançados. (ARCAVI, 2003, p. 217, tradução nossa).

Nessa definição, é possível notar uma abrangência para a utilização da visualização e como ela pode beneficiar o ensino e a aprendizagem com o uso de *softwares* matemáticos com gráficos de funções Derivada. Também mostra elementos que são característicos para um melhor desenvolvimento dos processos mentais dos alunos e, de como essas ideias, podem se tornar aliadas para a compreensão de conteúdos matemáticos.

Em relação à melhoria no ensino dessa disciplina, observa-se que é imprescindível aos professores o conhecimento de conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo, pois é por meio deles que as suas ações são reformuladas, conduzidas e remodeladas. A respeito disso, Shulman (1986) relata que é necessário trabalhar com os conteúdos e perceber uma forma mais clara e consistente para a compreensão dos alunos, pois não é apenas o professor saber o conteúdo, também é necessária uma mobilização de saberes que vai além do saber fazer, precisa tornar acessível e articular caminhos que possibilitem a aprendizagem dos alunos.

O foco dessa pesquisa será o professor de Cálculo I na sua prática, na sua forma de trabalho com o seu ensino, desenvolvendo as suas ações com os conhecimentos que foram construídos e que passarão a ser reformulados no decorrer de sua *práxis* para ajudar os alunos em uma compreensão e aprendizagem dos conteúdos que serão propostos. Sabe-se que as ações dos professores na sala de aula foram construídas, inicialmente, por aquilo que eles planejaram, despertando interesses em sua forma de ensinar os conteúdos, ao usar algum *software* dinâmico na sala de aula ou no laboratório de Educação Matemática, articulando as discussões das atividades com os alunos, de entender e tentar achar uma saída para as dificuldades de aprendizagem com eles, mobilizando saberes oriundos de suas experiências para reconfigurar caminhos e torná-los significativos, contribuindo alternativa para

encontrar soluções aos problemas que possam emergir. Desse modo, o professor deve “[...] ser un profesional implicará dominar una serie de capacidades y habilidades especiales que nos harán ser competentes en un determinado trabajo y nos permitirán entrar en esa dinámica del mercado [...]” (IMBERNÓN, 2007, p. 15).

Para melhorar e dar continuidade ao trabalho desenvolvido pelo professor de Cálculo, em sua forma de conhecimento matemático, esclarece Fiorentini e Oliveira (2013) que é necessário permitir que:

A compreensão da matemática, enquanto objeto de ensino e aprendizagem, implica, também, conhecer sua epistemologia e história, sua arqueologia e genealogia, sua linguagem e semiose e sua dimensão político-pedagógica no desenvolvimento das pessoas e da cultura humana. A matemática também precisa ser compreendida em sua relação com o mundo, enquanto instrumento de leitura e compreensão da realidade e de intervenção social, o que implica uma análise crítica desse conhecimento. (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 925).

No processo de aprendizagem torna-se imprescindível encontrar os significados atribuídos pelos alunos, as suas percepções com os conhecimentos construídos, as articulações que eles podem fazer com os conteúdos propostos, entender e mobilizar ações de mudança para permitir novas evoluções de seus conhecimentos que essa disciplina exige.

Desse modo, surgem condições para pesquisadores, professores e alunos realizem e aprofundem os estudos das aulas com os gráficos de funções Derivada usando os Lesson Study (LS) para testarem formas alternativas de experimentos que sejam viáveis e ofereçam melhorias na qualidade do ensino para a aprendizagem na disciplina de Cálculo I.

METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisa em Educação Matemática tem se tornado crescente, ela está se constituindo, como uma área profícua para a compreensão de problemas direcionados com a sala de aula, especialmente, os que envolvem a Matemática. A proposta que melhor se encaixou para auxiliar na investigação do problema desse projeto foi o da pesquisa Qualitativa com um caráter interpretativo (CRESWELL, 2010; FIORENTINI; LORENZATO, 2012) para compreender um pouco da realidade do Ensino Superior envolvendo pesquisadores, professores e alunos de Cálculo I em que esse tipo de abordagem permitirá encontrar contribuições quando associados aos estudos das aulas.

Com isso, torna-se relevante compreender o contexto da sala de aula em que “[...] os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem. Suas interpretações não podem ser separadas de suas origens, história, contextos e entendimentos anteriores” (CRESWELL, 2010, p. 209).

Os estudos das aulas de Matemática têm mostrado oportunidades para se melhorar as ações pedagógicas que acontecem em um determinado grupo de professores envolvendo os conteúdos de Matemática (FERNANDEZ; YOSHIDA, 2004; BURGHEES; ROBINSON, 2010; ISODA et al., 2007). Os LS representam uma metodologia para se realizar pesquisas no trabalho com a sala de aula que permite aos professores um verdadeiro caminho para ajudar a superar possíveis dificuldades de ensino, desenvolvendo a construção de capacidades para discutir e analisar as suas realidades.

O principal motivo para se usar os LS é ver o que está acontecendo e na hora exata que acontece, ou seja, ver se o que ocorre nas aulas é o que foi planejado pelos professores, estudar o que eles estarão desenvolvendo e o que colherão de suas ações, é estudar a sua própria realidade e, talvez, a de muitos professores de Cálculo do Ensino Superior que não usam os LS. Desse modo, primeiro serão observadas algumas aulas sem a participação dos LS para fazer uma análise do que ocorrerá e comparar com o que foi planejamento até os resultados das avaliações dos alunos e, em segundo, será aplicado os LS para encontrar as contribuições para o trabalho dos professores e para a aprendizagem dos alunos.

Os LS necessitam de alguns ciclos ou etapas para a sua elaboração e realização (FERNANDEZ; YOSHIDA, 2004; BURGHEES; ROBINSON, 2010; ISODA et al., 2007). Envolve, em primeiro lugar, um planejamento coletivo da aula que será desenvolvido por um dos professores do grupo com o foco voltado para a aprendizagem dos alunos. Em segundo, ocorre a realização das aulas podendo ter a presença de um ou todos os professores do grupo para fazer registros ou anotações do que precisa ser modificado ou adicionado ou subtraído. Em terceiro lugar, é o momento para analisar as aulas que foram executadas, o grupo se reúne podendo ver as aulas gravadas ou que foram observadas em suas anotações, nesses momentos são trazidas as observações a respeito do que deu certo, do que permanece ou do que precisa ser reajustado, principalmente, o que envolveu no processo de aprendizagem e compreensão dos conteúdos aos alunos, sendo que essas discussões permitirão reajustar um novo planejamento dessas aulas para outro momento. Por último, o planejamento da etapa anterior agora será retomado para executar as aulas, reiniciando um

novo ciclo ou etapas em que as aulas serão aplicadas por outros professores do grupo e em outras turmas.

Os participantes da pesquisa serão 03 professores de Cálculo I com seus alunos e que trabalham com algum *software* de geometria dinâmica e, bem como, os pesquisadores desse projeto. Alguns dos instrumentos que poderão ser utilizados na pesquisa para coletar os dados: gravações em áudio e vídeo, entrevistas, questionário e observação participante.

Com isso, espera-se ampliar práticas alternativas para o ensino e a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, criando um grupo colaborativo de referências de pesquisas dos LS no Brasil para essa disciplina, mapeando os diferentes tipos de saberes e conhecimentos específicos produzidos pelos pesquisadores, professores e alunos.

REFERÊNCIAS

ARCAVI, A. The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, n. 52, p. 215-241, 2003.

BURGHES, D.; ROBINSON, D. **Lesson Study**: Enhancing Mathematics Teaching and Learning. United Kingdom: CfBT Education Trust, 2010.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. 8. ed. Campinas: Papirus, 2011, p. 11-33.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. **Lesson study**: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 2004.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

FIORENTINIE, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 47, dez, p. 917-938, 2013.

GIRALDO, V. A. **Descrições e conflitos computacionais:** o caso da Derivada. 2004. 221 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia de Sistemas e Computação), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

GONÇALVES, D. C. **Aplicações das Derivadas em Cálculo I:** atividades investigativas utilizando o GeoGebra. 2012. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

HASHEMI, N.; ABU, M. S.; KASHEFI, H.; RAHIMI, K. Undergraduate Student's Difficulties in Conceptual Understanding of Derivation. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, n. 143, p. 358-366, 2014.

IMBERNÓN, F. **La formación y el desarrollo profesional del profesorado:** hacia una nueva cultura profesional. 7. ed. Barcelona: GRAÓ, 2007.

ISODA, M.; STEPHENS, M.; OHARA, Y.; MIYAKAWA, T. **Japanese Lesson Study in Mathematics:** its impact, diversity and potential for educational improvement. Singapore: World Scientific, 2007.

MARTINS JÚNIOR, J. C. **Ensino de Derivadas em Cálculo I:** aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra. 2015. 123 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

PARK, J. **Student's Understanding of the Derivative:** literature review of English and Korean publications, v. 15, n. 2, p. 331-348, June, 2012.

REIS, F. S. Rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). **Educação Matemática no Ensino Superior:** pesquisas e debates. Recife: SBEM, 2009, p. 81-97.

REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo:** dificuldades de natureza epistemológica. 2003. 450 f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SHULMAN, L. S. Those who understand: the knowledge growths in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, February, 1986.

TALL, D. O. **Integrating History, Technology and Education in Mathematics.** Plenary Presentation: história e tecnologia da Matemática. Universidade Federal de São Carlos, p.

1-17, July 15, 2013. Disponível em:

<<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/downloads.html>>. Acesso em: 05 de julho de 2017.

VERHOEF, N. C.; COENDERS, F.; PIETERS, J. M.; SMAALEN, D. V.; TALL, D. O. **Professional development through lesson study: teaching the derivative using GeoGebra.** *Professional Development in Education*, v. 41, n.1, p. 109-126, 2015.

WISEU, F. Representações na aprendizagem de Derivada de uma função por alunos do ensino secundário. *Zetetiké*, Campinas, v. 25, n. 2, mai./ago., p. 265-288, 2017.

VILLARREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas.** 1999. 388 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.