

## UM LEVANTAMENTO DE TESES E DISSERTAÇÕES SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE NÚMEROS RACIONAIS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL (1997-2017)

Diana Maia<sup>1</sup>

### GD 1 – Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

**Resumo:** Considerando a importância do ensino e aprendizagem de números racionais ao longo da Educação Básica, fizemos uma busca no banco de teses da CAPES para inventariar as pesquisas produzidas em programas de pós-graduação *strictu sensu* brasileiros no período de 1997 a 2017 (inclusive), e que investigam ou responderam questões referentes ao ensino e aprendizagem de números racionais nos diferentes níveis do currículo. Apresentamos aqui um recorte de nossa tese de doutoramento em andamento com o objetivo de apresentar algumas considerações sobre as teses e dissertações que envolvem o ensino e a aprendizagem de números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dos 115 trabalhos por nós catalogados destacamos aqui 11 trabalhos que apresentam como sujeito de pesquisa alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nossa pesquisa tem caráter exploratório em sua fase inicial e também um caráter histórico-bibliográfico, o que a insere no âmbito das pesquisas do tipo Estado da Arte nos moldes apresentados por Romanowski. De maneira geral, é possível concluir que o recorte apresentado traz pistas sobre a necessidade de uma mudança no que diz respeito ao ensino dos números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

**Palavras-chave:** Números racionais. Frações. Números decimais. Anos iniciais do Ensino Fundamental. Teses e Dissertações.

### INTRODUÇÃO

Considerando que o ensino e a aprendizagem dos números racionais constituem uma preocupação internacional, percebemos que há modelos teóricos que têm sido propostos (KIERAN, 1976 e BEHR et al., 1983) para a aprendizagem e compreensão de números racionais, além disso várias pesquisas, como as de Campos (2004), Lopes et al (2012), Santana (2012), Silva (2005) entre outras, evidenciaram dificuldades conceituais de alunos e professores no que diz respeito ao campo de números racionais e apontam falhas na formação de professores que ensinam matemática.

Diante disso, estamos desenvolvendo uma pesquisa de “estado da arte” seguindo os procedimentos descritos por Romanowki (2002, apud Santos, 2015) na qual mapeamos os trabalhos sobre os números racionais produzidos de 1997 a 2017 em todo o território brasileiro por meio de consulta ao banco de teses e dissertações da Coordenação de

---

<sup>1</sup> Pontifícia Universidade de São Paulo – PUC-SP; Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática; Doutorado em Educação Matemática; prof-diana@hotmail.com; orientador: Saddo Ag Almouloud.

Aperfeiçoamento de Pessoas de Nível Superior (CAPES) e da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), e ainda, para que pudéssemos fazer nossa seleção, utilizamos os bancos de teses e dissertações dos diversos programas de estudos pós-graduados das universidades brasileiras para ter o acesso aos resumos e/ou trabalhos completos.

Em nosso mapeamento selecionamos 115 trabalhos que versam sobre o ensino e aprendizagem de números racionais nos diferentes níveis de ensino (Ensino Fundamental, Ensino Médio e Formação de professores), além disso foram considerados os estudos que abordam documentos oficiais, livros didáticos, práticas pedagógicas, aprendizagem dos alunos de licenciatura em matemática e da pedagogia, e avaliações externas.

Seguindo esses critérios, verificamos que foram realizadas 23 investigações em nível de doutorado e 92 em nível de mestrado, sendo que nos anos de 2015 e de 2016 há o maior número de pesquisas publicadas totalizando 14 em cada um desses anos.

Sendo assim, fizemos um recorte de nosso levantamento e, apresentamos algumas considerações a respeito de pesquisas produzidas em âmbito nacional dos programas *stricto sensu* e que estudaram sobre ensino e aprendizagem de números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse recorte, filtramos 11 pesquisas como pode ser visto no quadro 1.

**Quadro 1: Relação das 11 pesquisas filtradas**

Nível	Título	Ano	Autor	Instituição	Programa
M	Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula	2001	Bezerra, F. J. B.	PUC-SP	Educação Matemática
D	Estudo sobre a aplicação de uma sequência didática para o ensino dos números decimais	2001	Bianchini, B. L.	PUC-SP	Educação
M	A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento da fração	2002	Catalani, E. M. T.	Unicamp	Educação
M	O início do ensino de fração: uma intervenção com alunos de 2ª série do ensino fundamental	2007	Malaspina, M. C. O.	PUC-SP	Educação Matemática

M	A construção do conceito de números fracionários ordinais por reconstrução e ressignificação de experiência	2008	Santos, E. S. C.	UCB	Educação
M	Análise dos efeitos didáticos emergentes de uma sequência de atividades na aprendizagem do significado parte/todo do número racional	2010	Santos, L. S.	UFRPE	Ensino das Ciências
D	Ensino e aprendizagem do número racional positivo na forma decimal: análise de uma experiência de inversão curricular	2012	Sakay, L.	UNB	Educação
M	O que revelam as respostas dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental sobre o conceito de fração quando apresentado através de um modelo que prioriza o subconstruto parte-todo	2013	Soares, T. V.	UEM	Educação
M	Quantidades intensivas: análises de uma intervenção com alunos do 5º ano no ensino fundamental	2014	Castro, F. C.	UFSC	Educação Científica e Tecnológica
M	O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências múltiplas	2015	Segeti, L. G. C. A.	UFABC	Ensino e História das Ciências e da Matemática
D	A compreensão das relações numéricas na aprendizagem de frações: um estudo com crianças brasileiras e portuguesas do 4º ano da Educação Básica	2015	Vasconcelos, I. C. P.	UFRGS	Educação

Fonte: Dados da pesquisa

Em uma perspectiva mais panorâmica, verificamos no Quadro 1 que das 12 pesquisas, 9 são dissertações e 3 são teses, das quais 3 são da Pontifícia Universidade

Católica de São Paulo (PUC-SP) e, ainda que 7 são de Programas de Estudos Pós-Graduados em Educação. Também não há predominância das pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que há um total de 10 instituições espalhadas pelo território brasileiro.

No que tange a questão temporal, percebe-se que as pesquisas que envolvem nosso recorte são datadas de 2001 a 2015, mantendo-se constante a quantidade de investigações a nível de *stricto sensu* em relação ao nosso objeto de estudo.

### ***Análise preliminar***

Procuramos fazer uma classificação preliminar desses trabalhos visando identificar a quantidade de trabalhos que abordam os números racionais apenas na forma fracionária, apenas na forma decimal e os que abordam as duas formas.

**Tabela 1: Produção de teses e dissertações por tipo de representação e nível de ensino**

<b>Representação</b>	<b>Dissertação</b>	<b>Tese</b>	<b>Total</b>
Fracionária	8	1	9
Decimal	0	2	2
Fracionária e decimal	0	0	0
<b>Total</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>11</b>

Fonte: Dados da pesquisa

Pela tabela 1, podemos notar que há mais trabalhos com foco nos números racionais na forma fracionária (83%) e que nenhum dos trabalhos tem como objeto de estudo as duas formas de representação nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

As pesquisas de Bezerra (2001), Catalani (2002), Malaspina (2007), Santos (2008), Santos (2010), Soares (2013), Castro (2014), Segeti (2015) e Vasconcelos (2015) têm como objeto de estudo os números racionais na forma fracionária, enquanto Bianchini (2001) e Sakay (2012), os números racionais positivos na forma decimal.

Bezerra (2001) teve por objetivo investigar uma abordagem dos números fracionários, estudando a aquisição do conceito de fração de acordo com a estrutura proposta por Nunes e suas representações com base em situações-problema significativas e

desafiadoras. Teve como público-alvo alunos da 3ª série (atual 4º ano) do Ensino Fundamental. A sequência de atividades proposta inicia com o significado de quociente e, também apresenta o significado de parte-todo, porém conclui que esse último é importante, mas não deve ser o único e nem tampouco o início para o aprendizado dos alunos, pois ele oferece uma barreira entre os números naturais e fracionários. O estudo concluiu que o processo de construção dos conceitos de fração ganha força quando se inicia tomando por base a resolução de problemas concretos, advindos da realidade.

Bianchini (2001) teve por objetivo verificar a aquisição do conceito de número racional na forma decimal por alunos da 3ª série (atual 4º ano) do Ensino Fundamental utilizando uma abordagem de medidas e quais os efeitos para a aprendizagem desses números destacando as aprendizagens e as dificuldades. Além de verificar que obstáculos ocorreram. Os significados do número racional que foram explorados na sequência didática foram: medida, parte-todo, quociente e operador multiplicativo. A abordagem proposta permitiu uma quebra de contrato didático fazendo com que o erro fosse considerado como um processo de aprendizagem, além disso os alunos perceberam a necessidade da existência do número decimal, conseguindo operar com eles, porém ainda apresentaram dificuldades em realizar a conversão da forma decimal para a forma fracionária e, também confundiam as duas representações, por exemplo, ao invés de escrever 1,9 utilizavam  $\frac{1}{9}$ , o que indica que é necessário um trabalho mais aprofundado com a notação  $\frac{a}{b}$ .

Catalani (2002) investigou como as elaborações conceituais de fração dos alunos da 4ª série (atual 5º ano) estão relacionadas à proposta do desenvolvimento conceitual tratado sob a inter-relação forma e conteúdo (proposta por Davydov), desenvolvendo com o grupo atividades que problematizam o aspecto contínuo da realidade no sentido de sua enumeração. Evidenciou-se que o trabalho possibilitou a atuação criativa dos alunos na elaboração de soluções para as situações-problemas propostas, caracterizando a forma do pensamento matemático como construção e não apenas pura dedução a partir de indícios de repetição do aspecto formal do conceito. Além disso, concluiu que o processo explorado na pesquisa é indicativo de que a inter-relação conteúdo e forma na aprendizagem da fração pode ser um meio que possibilita uma aprendizagem significativa da fração como pensamento e linguagem frente à enumeração de aspectos contínuos da realidade.

Malaspina (2007) realizou um estudo intervencionista para introdução do conceito de fração com alunos da 2ª série (atual 3º ano) do Ensino Fundamental evidenciando os

efeitos de cada um dos quatro significados para fração propostos por Nunes (parte-todo, quociente, operador multiplicativo e medida) traz para a aprendizagem inicial desses alunos sobre esse conceito. Concluindo que os significados parte-todo e de medida parecem não contribuir para a apropriação do conceito de fração, já os significados quociente e operador multiplicativo pareceram ter grande contribuição, sendo que o significado de quociente gerou mais sentido para os alunos.

Santos (2008) apresentou um estudo sobre os indícios da construção do conceito de números fracionários ordinários por reconstrução e ressignificação de experiência com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental baseado nas pesquisas de Nunes. Os resultados demonstraram que os alunos construíram o conceito de número fracionários, pois apresentaram uma total diferenciação entre o significado e o significante do número fracionário.

A pesquisa de Santos (2010) teve como objetivo investigar os efeitos didáticos que emergiram de uma sequência didática de atividades que explora a noção de fração mediante o significado parte-todo (subconstruto de Kieren) aplicada com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Os resultados dessa pesquisa sinalizaram que o fracasso dos alunos evidenciado na realização das atividades sugeridas pelo livro didático advém da perda de sentido oriunda da compartimentação dos aspectos relativos ao número racional, indicando que o aluno não compreendeu o significado parte-todo. Além disso, a análise dos registros dos alunos evidenciou a capacidade deles para realizar tratamentos e conversões entre os diferentes registros de representação.

O trabalho de Sakay (2012) apresentou uma análise das implicações pedagógicas decorrentes da inversão curricular, que evidencia o ensino dos números racionais positivos na forma decimal antes das frações. O público-alvo foram alunos do 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. A sequência didática enfatiza dois aspectos dos números racionais: o significado de decimal associado às propriedades do sistema de numeração decimal e o significado de quociente como resultado de uma divisão. Os resultados mostraram que o contexto sugerido (Sistema Monetário Brasileiro) para gerenciar todo o processo adotado deu suporte à compreensão dos conceitos relativos ao número racional e que a proposta de inversão curricular é viável quando se desenvolve um ensino de um conhecimento matemáticos com significado, proporcionando uma visão mais ampla e integrada das múltiplas representações do número racional positivo na forma decimal e, sugerem que

existe uma possibilidade de adequação metodológica e gestão curricular de acordo com a realidade educacional na qual a escola está inserida.

Soares (2013) investigou que conhecimentos os alunos do 4o ano do Ensino Fundamental expressam sobre o conceito de fração, quando este é apresentado por meio de uma sequência didática que prioriza o subconstruto parte-todo (de acordo com Kieren) e o quanto as diferentes formas do material manipulativo oferecido podem favorecer o desprendimento do formato das partes em relação a uma mesma unidade. Os resultados mostraram que os alunos refletiram sobre a questão da área e sobre outras comparações possibilitadas pelo material, ou seja, a sequência didática favoreceu o desprendimento do formato das partes em relação a uma mesma unidade.

Castro (2014) teve por objetivo identificar quais as contribuições da compreensão do significado de medida (de acordo com Nunes), no contexto de quantidades intensivas, para a aprendizagem dos números racionais na forma fracionária para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Os resultados mostraram que esse significado teve um papel importante na aprendizagem de fração pelos alunos e trouxe contribuições para o início da apropriação desse objeto.

Segeti (2015) fez uma análise de um projeto para entender quais contribuições são verificáveis para a compreensão do ensino de frações (parte-todo), a partir dos pressupostos educacionais da Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner, quando desenvolvido com uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. Concluiu que o projeto desenvolvido possibilitou a aprendizagem, em algum nível, dos catorze objetivos matemáticos propostos: significado de fração (fração como um número); reconhecimento de contextos de aplicação das frações em nosso cotidiano; leitura e escrita de frações; resolução de problemas que exploram o significado parte-todo de frações; comparação e ordenação de frações; identificação e produção de frações equivalentes a partir das representações gráficas; ideia de metade, ideia de metade da metade, ideia de terça parte; adição de frações de numeradores iguais; subtração de frações de numeradores iguais; multiplicação de frações e divisão de frações.

A pesquisa de Vasconcelos (2015) abordou as relações numéricas na aprendizagem inicial das frações com alunos do 4o ano do Ensino Fundamental no Brasil e em Portugal. Foi feito um estudo transversal com o objetivo de verificar como a compreensão da relação inversa entre quantidades, em situação de divisão e de fração (de acordo com Nunes),

influencia na aprendizagem inicial das frações e, um estudo comparativo que objetivou verificar se existem diferenças e semelhanças no desempenho dos estudantes brasileiros e portugueses no que tange à compreensão da relação inversa entre o tamanho das partes e o números de partes em situações de divisão e de fração.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse recorte teve como objetivo apresentar um panorama no que diz respeito ao ensino e aprendizagem dos números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir de um levantamento de teses e dissertações brasileiras de 2001 a 2015.

As pesquisas de Bianchini (2001) e Sakay (2012) trabalharam com os números racionais na forma decimal e evidenciaram avanços na aprendizagem dos alunos, a primeira propondo a construção da ideia de que os números naturais são insuficientes para expressar medidas, e a segunda propondo como ponto de partida o trabalho com o sistema monetário brasileiro. Ambas concluíram que é necessário trabalhar com as várias formas de representação do número racional e os diferentes significados, e ainda que é necessário repensar a prática do professor em sala de aula.

A pesquisa de Catalani (2002) nos oferece um referencial teórico diferente dos demais trabalhos quando nos apresenta as unidades didáticas: natural, artificial e fração. Destacamos que a sequência de atividades dividida em três momentos correspondentes a essas unidades, parte dos números naturais passando pelo problema da medida e por fim para a representação fracionária da medida, o que permite aos alunos compreender a necessidade da ampliação do conjunto numérico dos naturais.

Há um consenso entre os pesquisadores que aqui apresentamos, no sentido de que o ensino dos números fracionários é fortemente focado no significado de parte-todo e que isso acaba levando a não compreensão dos números fracionários pelos alunos. Além, disso a maioria sugere mudanças no currículo e na prática docente.

Apesar de os trabalhos darem ênfase a representação fracionária ou a representação decimal, percebemos que em todos eles fica evidenciado a necessidade de se trabalhar as duas representações nas sequências de atividades propostas a fim de garantir a compreensão do número racional.

Espera-se que o trabalho contribua para estudos sobre o ensino e aprendizagem dos números racionais, pois apresenta um delineamento inicial sobre as tendências de pesquisa sobre essa temática em âmbito nacional.

## REFERÊNCIAS

BEHR, M., LESH, R., POST, T., & SILVER E. Rational Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. New York: Academic Press, p. 91-125, 1983. Disponível em: <[wayback.archive-it.org/org-121/20190122153830/http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83\\_1.html](http://www.wayback.archive-it.org/org-121/20190122153830/http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83_1.html)>. Acesso em: 11 ago. 2019.

BEZERRA, F. J. B. **Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações**: uma abordagem criativa para a sala de aula. 2001, 220 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

BIANCHINI, B. L. **Estudo sobre a aplicação de uma sequência didática para o ensino dos números racionais**. 2001, 278 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação: Psicologia da Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

CAMPOS, E. M. Aprender frações... Sim, mas como? Quando? **Ciências & Letras**. Porto Alegre, n. 35, p.121-136, jan./jun. 2004. Disponível em: <<http://www1.fapa.com.br/cienciaseletras/php/sumario.php?sum=35>>. Acesso em 18 ago. 2012.

CASTRO, F. C. **Quantidades intensivas**: análises de uma intervenção com alunos do 5º ano no ensino fundamental. 2014, 210 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

CATALANI, E. M. T. **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento da fração**. 2002, 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

KIEREN, T.E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), **Number and Measurement: Papers from a Research Workshop**. ERIC/SMEAC, Columbus, OH, p. 101–144, 1976. Disponível em: <<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED120027.pdf#page=108>>. Acesso em: 11 ago. 2019.

LOPES, A. R. L. V. et al. Professoras que ensinam matemática nos anos iniciais e a sua formação. **Linhas Críticas**. Brasília, DF, v. 18, n. 15, p. 87-106, jan./abr., 2012.

MALASPINA, M. C. O. **O início do ensino de frações: uma intervenção com alunos de 2ª série do Ensino Fundamental**. 2007, 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SAKAY, L. **Ensino e aprendizagem do número racional positivo na forma decimal: análise de uma experiência de inversão curricular.** 2012, 329 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

SANTANA, L. E. de L. **Os saberes conceituais e didáticos de pedagogos em formação inicial, acerca de fração.** 2012. 182f. Dissertação. (Mestrado Acadêmico em Educação). Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012.

SANTOS, E. S. C. **A construção do conceito de números fracionários ordinais por reconstrução e ressignificação de experiência.** 2008, 92 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2008.

SANTOS, L. S. **Análise dos efeitos didáticos emergentes de uma sequência de atividades na aprendizagem do significado parte/todo do número racional.** 2010, 269 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2010.

SANTOS, R. M. **Estado da arte e história da pesquisa em educação estatística em programas brasileiros de pós-graduação.** 2015, 348f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Unicamp, Campinas, 2015.

SEGETI, L. G. C. A. **O ensino de frações por uma abordagem inspirada nos pressupostos educacionais na Teoria das Inteligências múltiplas.** 2015, 164 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2015.

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série.** 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SOARES, T. V. **O que revelam as respostas dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental sobre o conceito de fração quando apresentado através de um modelo que prioriza o subconstruto parte-todo.** 2013, 93 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

VASCONCELOS, I. C. P. **A compreensão das relações numéricas de frações: um estudo com crianças brasileiras e portuguesas do 4º ano da Educação Básica.** 2015, 143 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.