

## DESENVOLVENDO A VISUALIZAÇÃO POR MEIO DE PAPEL, LÁPIS E TOQUES NA TELA

Thaís Fernanda de Oliveira Settimy<sup>1</sup>

GD6 – Educação Matemática, Tecnologias e Educação à Distância

**Resumo:** A variedade de formas, principalmente as em três dimensões, presentes em nosso cotidiano implicam em uma reflexão a respeito do papel da Geometria no currículo de Matemática, pois muitas aulas ainda estão focadas na identificação e nomenclatura das formas planas e no uso de figuras estáticas. O presente estudo tem como foco a visualização e objetiva refletir sobre sua importância para desenvolvimento do pensamento geométrico, analisando aspectos relacionados a esta habilidade em estudantes de licenciatura em Matemática por meio de atividades de Geometria Espacial utilizando papel e lápis com o software GeoGebra em sua versão para smartphone. A intervenção pedagógica ocorrerá no Estágio de Docência da pesquisadora. A produção de dados será realizada mediante notas de campo, folha de atividades, registros fotográficos, registro audiovisual e capturas de tela das construções realizadas no GeoGebra para smartphone. Por se tratar de um processo individual e que não é inato, a visualização precisa ser ensinada. A investigação possui uma natureza intervencionista e o intuito é elaborar e implementar atividades de Geometria Espacial visando produzir melhorias no que diz respeito ao processo de visualização e representação de objetos geométricos. Posteriormente, proporcionar reflexão dos sujeitos envolvidos para a valorização do raciocínio visual nas aulas de Matemática. Todavia, é importante ressaltar que não é apenas a elaboração de tarefas com a utilização de recursos que garantirá o aprimoramento na visualização dos alunos, mas sim promover a interação de modo que os sujeitos possam constantemente comunicar suas formas (representar, descrever, construir, manipular etc.) de raciocinar visualmente.

**Palavras-chave:** Ensino Superior. Geometria Espacial. Visão Espacial. Ambientes de Geometria Dinâmica.

### UM OLHAR PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Grande parte dos estudantes possuem dificuldades em perceber a Matemática como uma ciência organizada (LELLIS; IMENES, 2001). “Aprender matemática deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência, e a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada com o domínio de um saber pensar matemático” (OLIVEIRA; VELASCO, 2007, p. 4). O trabalho com Geometria, em particular, pode nos permitir entender as representações geométricas que fazem parte do nosso cotidiano e assim podemos desenvolver habilidades de experimentar, representar, descrever e argumentar, assim como estimular a imaginação e a criatividade. Bastos (1999) afirma que por meio da Geometria é possível interpretar, entender e intervir no espaço em que vivemos, incluindo a visualização

---

<sup>1</sup> Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - UFRRJ; Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares; Doutorado em Educação; sottamy@gmail.com; orientador(a): Marcelo Almeida Bairral.

de objetos e a sua representação, a manipulação dessas representações e a criação de novos objetos assim como a resolução de problemas de aplicação da área em situações da vida real ou da própria Matemática.

No entanto, da maneira como os conceitos geométricos vêm sendo apresentados e trabalhados no contexto educacional, a Geometria tem sido vista como um tópico da Matemática que tem provocado um sentimento forte de aversão aos que com ela convivem (MISKULIN, 1994). Pavanello (2004) destaca que a Geometria passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal. A autora afirma que ressaltar seu papel não significa minimizar o da álgebra. Sendo assim, devemos estimular e desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na Geometria, quanto o sequencial, preponderante na Álgebra, pois ambos são essenciais à educação matemática. Priorizar somente a Álgebra tanto na pesquisa como no ensino de Matemática acarretou no desenvolvimento de apenas um tipo de pensamento. Portanto, é necessário reaver o ensino de Geometria como forma de restabelecer o equilíbrio.

O trabalho realizado com Geometria ainda prioriza o espaço plano, principalmente, abordando as figuras planas e os polígonos mais conhecidos. No entanto, outros tipos de formas aparecem em nosso cotidiano (BAIRRAL, 2009). Mais especificamente, quando se trata do ensino de geometria espacial Rogenski e Pedroso (2009, p. 5) afirmam que

[...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos (ROGENSKI; PEDROSO, 2009, p. 5).

A visualização, assim como a Geometria, está relacionada com os mais diversos ramos da Matemática. É multifacetada e enraizada na Matemática, possuindo importantes aspectos históricos, filosóficos, psicológicos, pedagógicos e tecnológicos. A visualização não é um fim em si, mas um meio para um fim, que é a compreensão (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991). O termo visualização pode assumir diferentes conotações e, de acordo com Costa (2002), ele está muitas vezes restrito à mente do aluno, em outras está restrito a algum meio e ainda pode ser um processo que transita entre estes dois domínios.

Como não há um consenso geral para a terminologia a ser utilizada, existe uma diversidade de termos empregados pelos autores, tais como imagens visuais, pensamento visual, raciocínio visual e visualização que, aparentemente, possuem o mesmo sentido. A

literatura escolhida para nortear a pesquisa vai ao encontro do que considero como visualização<sup>2</sup> e leva também em conta os diferentes sinônimos utilizados para defini-la e os quais considero como equivalentes<sup>3</sup>.

Este artigo é um recorte da pesquisa de Doutorado orientada pela seguinte questão: que aspectos emergem quando os estudantes de licenciatura em Matemática são submetidos a atividades de visualização com o uso de papel, lápis e GeoGebra para smartphone? A partir dessa questão, o objetivo geral refletir sobre a importância da visualização no desenvolvimento do pensamento geométrico. Particularmente, analisar aspectos relacionados ao desenvolvimento da visualização de estudantes de licenciatura em Matemática em atividades de Geometria Espacial utilizando papel e lápis com o GeoGebra em sua versão para smartphone; analisar o papel da visualização como estratégia para a resolução de atividades envolvendo vistas de figuras geométricas espaciais e promover a reflexão de futuros professores a respeito da visualização no ensino de Geometria.

## UM TOQUE NA VISUALIZAÇÃO

A visualização se configura como uma habilidade de caráter individualizado e que não é inata. Gouveia e Miskulin (2012) defendem que o visualizar é próprio e distinto de cada aluno e que o contato com o modo de visualizar dos outros, como também as demais experiências presenciadas por ele, configuram e ressignificam constantemente os seus processos de visualização.

Veloso (1998) destaca que visualizar não é somente o ato de ver um objeto, como se não existisse nesse momento nenhum tipo de raciocínio ou cognição. A visualização em Matemática é um tipo de atividade de raciocínio baseado no uso de elementos visuais ou espaciais, seja mental ou físico, realizado para resolver problemas ou provar propriedades (GUTIÉRREZ, 1996).

---

<sup>2</sup> Acredito que o pensamento visual inter-relaciona as representações 2D e 3D de um objeto. É um processo que transita em diferentes dimensões (plana ou espacial).

<sup>3</sup> Mariotti *apud* Costa (2002) induz a distinção entre visualização, que considera trazer à mente imagem de coisas visíveis e pensamento visual como o pensar sobre coisas abstratas que originalmente podem não ser espaciais, mas que podem ser representadas na mente de alguma forma espacial. Este é um exemplo que não se aproxima dos interesses da pesquisa, pois não faço distinção entre estes termos.

A visualização como um processo importante em Geometria também é defendida por Kaleff (1998). Trata-se, segundo a autora, de uma habilidade a ser desenvolvida. No entanto, visualizar não é um processo simples e consiste em uma habilidade de caráter individualizado, pois essa capacidade envolve muitos aspectos, tais como, interpretar e fazer desenhos, formar imagens mentais e visualizar movimentos e mudanças de formas (LEMOS; BAIRRAL, 2010). Em sintonia com estes autores, Zimmermann e Cunningham (1991) a descrevem como o processo de formação de imagens (mentalmente, com lápis e papel, ou com a ajuda da tecnologia), usando essas imagens de forma eficaz para descoberta e compreensão matemática.

Por acreditar e defender o desenvolvimento do pensamento visual, destaco a importância de se utilizarem recursos variados no processo de ensino e aprendizagem em Geometria. Conforme observei com outros pesquisadores em estudo anterior, os alunos de licenciatura em Matemática tinham ciência da ideia matemática envolvida nas atividades, porém apresentaram dificuldades em representar o que visualizavam (BAIRRAL, SETTIMY; HONORATO, 2013).

Estudos mais recentes convergem para o resgate de habilidades relacionadas ao raciocínio geométrico e estratégias que podem contribuir para o seu desenvolvimento, valorizando, inclusive, possibilidades variadas. Nesse sentido, os Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD) podem contribuir para o ensino e aprendizagem em Geometria no que diz respeito à implementação de atividades voltadas para o desenvolvimento da visualização.

De acordo com Alves e Soares (2003, p.4), “[...] o termo geometria dinâmica foi inicialmente usado por Nick Jakiw e Steve Rasmussen da *Key Curriculum Press, Inc.* com o objetivo de diferenciar este tipo de software dos demais softwares geométricos”. Alguns autores também utilizam o termo *softwares* de geometria dinâmica ou apenas geometria dinâmica. No entanto, este termo não se refere exclusivamente a ambientes informatizados, pois o uso de materiais manipuláveis, comumente utilizados para o aprendizado geométrico, se configura como uma geometria que não é estática, ou seja, dinâmica (HENRIQUE, 2017).

Utilizar AGD no ensino de Geometria rompe com a tradicional aula de Matemática que começa com a apresentação de uma definição e segue com aplicação de exercícios e problemas (SANTOS; BAIRRAL, 2015). Bairral e Barreira (2017) explicam que os AGD modificam a forma de aprender matemática, pois priorizam o movimento na construção e representação de uma figura. Os autores destacam que esses ambientes juntamente com o

planejamento adequado do professor implicam em uma nova forma de ensinar e aprender Geometria.

De acordo com Henrique (2017), os AGD possibilitam ao usuário manipular uma figura com mais liberdade, contribuindo para que a construção, a manipulação e a visualização se tornem mais ágeis, auxiliando na formulação de conjecturas em problemas propostos. Santos (2006) enfatiza que *softwares* de Geometria Dinâmica assumem um papel importante na visualização devido às potencialidades de seus recursos. Além disso, os recursos dos *softwares* de Geometria Dinâmica possibilitam um trabalho diferenciado no ensino e aprendizagem de Geometria, em que seu uso estimula o aluno a formular e validar suas próprias conjecturas (ZULATTO; PENTEADO, 2006).

Henrique (2017) destaca que o aprendizado matemático pode ser potencializado por meio de computadores, calculadoras, *tablets* e *smartphones* e que o aprendizado geométrico, em particular, pode se beneficiar com as possibilidades de inovação no ensino trazidas pelos AGD, que permitem variadas formas de visualização e construção não estáticas de um objeto geométrico, contribuindo para a formação de uma imagem mental desse objeto. Segundo o autor, a construção geométrica pode ocorrer por meio do clique (via *mouse*) ou toque na tela (em ambientes *touchscreen*).

Nessa perspectiva, *smartphones* têm se destacado como potenciais ferramentas voltadas para o ensino, pois estão cada vez mais presentes no cotidiano e nas salas de aula devido aos próprios estudantes que os utilizam (HENRIQUE, 2017). O pesquisador afirma que os AGD se aproximam de uma nova possibilidade para o ensino de Geometria, que consiste na construção e manipulação de objetos geométricos via dispositivos *touchscreen*.

Utilizar dispositivos móveis em sala de aula mediante a utilização de um AGD por meio de um ambiente *touchscreen* pode facilitar o trabalho docente (BAIRRAL, 2013). Todavia, por se tratar de uma ferramenta da qual os estudantes fazem uso diário, é preciso que o docente elabore uma proposta com os objetivos bem delimitados para que não haja o risco de que a atividade perca o foco (HENRIQUE, 2017).

Nesse sentido, o *smartphone* se torna um recurso em potencial para ser utilizado em sala de aula uma vez que estimula a criatividade, a criticidade e a autonomia do estudante por meio de atividades investigativas, contribuindo para sua aprendizagem (BAIRRAL et al., 2015).

## VISUALIZANDO A METODOLOGIA

Esta seção visa apresentar o cenário, os sujeitos e os procedimentos que serão adotados para a produção de dados da pesquisa. O delineamento metodológico foi escolhido visando o desenvolvimento do processo de visualização a partir de atividades que exploram conceitos de Geometria Espacial.

Tendo em vista que o objetivo da pesquisa é refletir sobre a importância da visualização no desenvolvimento do pensamento geométrico, pretendo implementar atividades envolvendo a visualização e representação de objetos geométricos utilizando como recursos papel, lápis e o GeoGebra em sua versão para *smartphone*. Os sujeitos de pesquisa serão alunos de licenciatura em Matemática e a intervenção pedagógica ocorrerá no Estágio de Docência da pesquisadora na disciplina Ensino de Matemática II, referente ao oitavo período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. A produção de dados será realizada mediante notas de campo, folha de atividades, registros fotográficos, capturas de tela das construções realizadas no GeoGebra para *smartphone* e registro audiovisual tanto dos momentos de realização das atividades quanto das discussões a respeito de um ensino de Geometria que valorize a visualização.

A pesquisa de intervenção (SPINILLO; LAUTERT, 2008), também assumida por nós como intervenção pedagógica (DAMIANI et al. 2013), envolve ação do pesquisador para a construção do conhecimento e como sujeito que intervém sobre os indivíduos. Pesquisas dessa natureza proporcionam o desenvolvimento, pois atuam como fator gerador de mudanças. A possibilidade de mudança só se torna possível mediante reflexões acerca do *quando ensinar e como ensinar* (SPINILLO; LAUTERT, 2008). Segundo Damiani et al. (2013, p. 1), a intervenção pedagógica

[...] envolve o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações pedagógicas) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências (DAMIANI ET. AL, 2013, p. 1).

Spinillo e Lautert (2008) sinalizam que pesquisas de intervenção realizadas em sala de aula contam com a interação constante entre todos os sujeitos (alunos e professores). Uma intervenção pedagógica também envolve a elaboração e implementação de atividades, visando o aprendizado e o desenvolvimento cognitivo de todos os sujeitos implicados, necessitando de que o pesquisador tenha criatividade e saiba dialogar com a teoria para

compreender a realidade e para a implementação da intervenção (DAMIANI et al. 2013). Pesquisas desta natureza tem um planejamento prévio, há uma produção de conhecimento que é observado ao longo do processo e que se modifica conforme a dinâmica de interação, podendo alterar o fluxo da intervenção.

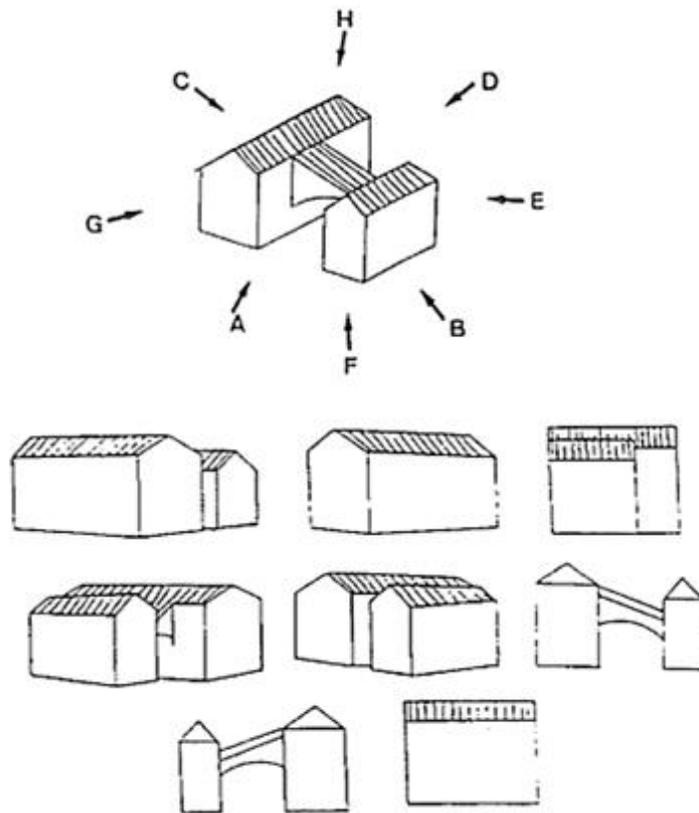
Como a investigação possui uma natureza intervencionista, pretendo elaborar e implementar atividades de Geometria Espacial, visando produzir melhorias no que diz respeito ao processo de visualização e representação de objetos geométricos.

A seguir estão ilustradas alguns exemplos de atividades a serem implementadas. A primeira (Figura 1), adaptada de Gorgorió et al. (2000), tem como objetivo determinar a representação de cada vista de acordo com as direções indicadas.

**Figura 1: Atividade adaptada de Gorgorió et al. (2000)**

**Atividade – Vistas da casa**

Nesta situação, determine os pontos de vista que correspondem a cada posição.



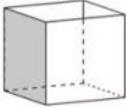
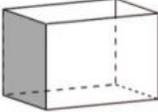
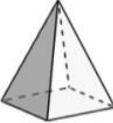
Fonte: Gorgorió et al. (2000)

Na Figura 2 está ilustrada a atividade Vistas das figuras espaciais, que foi elaborada pela própria pesquisadora e que tem como objetivo representar as vistas dos sólidos considerando que a frente do objeto é a face que está escurecida

**Figura 2: Atividade Vista das figuras espaciais**

**Atividade – Vista das figuras espaciais**

Desenhe as vistas frontal, lateral e superior de cada uma das figuras espaciais. Considere a parte pintada sendo a frente.

Figura espacial	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			
			
			
			
			
			
			

Fonte: Elaboração da autora

Também há a pretensão de se explorar as seções planas em um cubo no smartphone por meio do GeoGebra (Figura 3), possibilitando a observação do formato do corte gerado a partir de pontos criados pelo próprio estudante.

**Figura 3: Tela da construção de uma seção plana**



Fonte: Elaboração da autora

O intuito da investigação também consiste em proporcionar reflexão dos sujeitos envolvidos para a valorização do raciocínio visual nas aulas de Matemática. A implementação de atividades que envolvam a visualização e representação de formas geométricas, tendo como recursos papel, lápis e o GeoGebra para smartphone, é importante para que o futuro professor perceba que esta habilidade possibilita a compreensão de conceitos matemáticos e estimula o desenvolvimento do pensamento geométrico, essencial ao aprendizado em Geometria.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, G.S.; SOARES, A.B. Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do Software Tabulae. In: XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação – **IX Workshop de Informática na Escola**. Campinas: Unicamp. 2003. Disponível em: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/bib.html>. Acesso em: 30 set. 2018.
- BAIRRAL, M. A. Do clique ao touchscreen: Novas formas de interação e de aprendizado matemático. In: **Reunião anual da anped**, Goiânia, n 36 de setembro a 2 de outubro de 2013.
- BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Série InovaComTic, vol. 1. Rio de Janeiro: Edur, 2009.
- BAIRRAL, M., ASSIS, A. R., & SILVA, B. C. da. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica: Edur, 2015.
- BAIRRAL, M. A.; BARREIRA, J. C. F. Algumas particularidades de ambientes de geometria dinâmica na educação geométrica. In: **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v.6, n.2, p.46-64, 2017.
- BAIRRAL, M., SETTIMY, T.; HONORATO, V. Secionando um cubo: o que fazer se três pontos não determinarem um plano? **Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)**, 2(1), 180-202. 2013.
- BASTOS, R. **Geometria no currículo e pensamento matemático**. 1999. Disponível em: [http://www.apm.pt/apm/revista/educ52/educ52\\_2.htm](http://www.apm.pt/apm/revista/educ52/educ52_2.htm). Acesso em: 12 abr. 2018.
- COSTA, C.: Visualização, veículo para a educação em geometria. In: SARAIVA, M; COELHO, I.; MATOS, J. (Org(s), Ed(1). **Ensino e Aprendizagem de Geometria**. Lisboa, Portugal Editora, 2002. p. 157-184.
- DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação** (45), 57-67. 2013.
- GOUVEIA, C. A. A.; MISKULIN, R. G. S. . Dimensões dos Processos de visualização e de representação de uma Atividade Exploratório-Investigativa em Cálculo: Uma Análise Semiótica por meio de Obras Artísticas. **Saber Digital**, v. 00, p. 01-15, 2012.
- GORGORIÓ, N.; ARTIGUES, F.; BANYULS, F.; MOYANO, D.; PLANAS, N.; ROCA, M; XIFRÉ, À. Proceso de elaboración de actividades geométricas ricas: un ejemplo, las rotaciones. *Suma*. Badalona, 33, 57-71. Fev 2000. Disponível em <<http://www.abed.org.br/congresso2004/por/pdf/049-TC-B2.pdf>>. Acesso em 26 de mar 2017.>. Acesso em 26 mar. 2017.
- GUTIÉRREZ, A. Visualization in 3 – dimensional geometry: in search of a framework. In L. Puig e Gutierrez (Eds.), **Proceedings of 20th PME conference** (Vol. 3, pp 19-26), Valencia: Universitat de València, Dept. de Didàctica de la Matemàtica, 1996.
- HENRIQUE, M. P. **GeoGebra no Clique e na Palma das Mãos: Contribuições de uma Dinâmica de Aula para Construção de Conceitos Geométricos com Alunos do Ensino Fundamental 2017**. 122 p. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2017.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo Poliedros:** do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. Niterói: EdUFF, 1998.

LELLIS, M.; IMENES, L. M. A Matemática e o novo Ensino Médio. **Educação Matemática em Revista.** São Paulo, n. 9/10, abril/2001.

LEMOS, W. G.; BAIRRAL, M. A. **Poliedros estrelados no currículo do Ensino Médio.** Série InovaComTic, vol. 2. Rio de Janeiro: Edur, 2010.

MISKULIN, R. S. **Concepções teórico-metodológicas baseadas em LOGO e em Resolução de Problemas para processo ensino-aprendizagem da geometria.** 1994. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 1994.

OLIVEIRA, L. L.; VELASCO, A. D. **O ensino de geometria nas escolas de nível médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá.** 2007. Disponível em: [http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs\\_degraf/artigos\\_graphica/OENSINO.pdf](http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/OENSINO.pdf). Acesso em: 15 nov. 2014.

PAVANELLO, R. M. **Por que ensinar/aprender Geometria?** Disponível em: [http://www.miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais\\_VII\\_EPEM/mesas\\_redondas/mr21-Regina.doc](http://www.miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/mr21-Regina.doc). Acesso em: 01 dez. 2017.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. **O Ensino da Geometria na Educação Básica:** realidade e possibilidades. 2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2014.

SANTOS, R. T.; BAIRRAL, M. A. Aspectos emergentes na construção do conceito de polígono por alunos do 6º ano de uma escola pública. **Vidya**, v. 35, n. 1, p. 26, 2015.

SANTOS, S.C. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem:** o caso da geometria euclidiana espacial. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SPINILLO, A.G.; LAUTERT, S. L. Pesquisa-intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. In. CASTRO, L. R.de; BESSET, V.L.(Orgs). **Pesquisa-intervenção na infância e juventude.** Rio de Janeiro: Trarepa/FAPERJ, 2008. P. 295-321.

VELOSO, E. **Geometria:** Temas Actuais. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. Editor's Introduction: What is mathematical visualization? In: ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. (Orgs). **Visualization in Teaching and Learning Mathematics** (pp 1-7). Washington: MAA, 1991.

ZULATTO, R. B. A.; PENTEADO, M. G. Professores de Matemática que utilizam tecnologia em sua atividade docente. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro – RJ, v.49, p. 31-44, 2006.