

USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NA EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES PARA DEMONSTRAÇÕES EM CÁLCULO INFINITESIMAL COM TECNOLOGIAS

Lara Martins Barbosa¹

GDn° 6 – Educação Matemática, Tecnologias e Educação à Distância.

Resumo: O objetivo desta pesquisa é investigar matematicamente problemas da História da Matemática, de forma particular, da História do Cálculo Infinitesimal através de demonstrações utilizando o software GeoGebra. Serão analisadas construções feitas por alunos durante uma disciplina de um curso pós-graduação cuja temática é a gênese do Pensamento Diferencial. Durante a disciplina os alunos trabalharão com problemas propostos nos materiais produzido por Baron (1985; 1987), Boyer (1992), Edwards (1979), Struik (1976) e outros autores. Exemplos desses problemas são: Quadratura do Círculo; Método da Exaustão; Problemas de Tangentes; etc.. Será investigada a possibilidade de exploração e investigação experimental, de tais conteúdos, com o uso do GeoGebra visando um aprimoramento didático em relação as demonstrações. A pesquisa é de natureza qualitativa.

Palavras-chave: História da Matemática. História do Cálculo. Demonstrações. GeoGebra.

INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

A História da Matemática vem sendo apontada como possibilidade metodológica para o ensino de Matemática desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) onde se destaca que “A História da Matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática.” (BRASIL, 1997, p. 34). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), novo documento normativo que define as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica no Brasil, aprovada em 2017 destaca que “[...] é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática.” (BRASIL, 2017, p. 269).

¹ Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; Doutorado em Educação Matemática; lara-barbosa@hotmail.com; orientador(a): Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva

Miguel e Miorin (2011) acreditam que a História da Matemática pode contribuir para o alcance de objetivos pedagógicos para o ensino da Matemática, que possibilitem o aluno a entender, por exemplo:

(1) a matemática como criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 53).

Estudos também indicam que a utilização de softwares de matemática dinâmica (SMD) vem com o intuito de buscar novos caminhos para o ensino de Matemática, mais especificamente nesta pesquisa, o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Os SMD nos permitem realizar investigações sobre propriedades geométricas e algébricas que dificilmente conseguiríamos observar utilizando apenas o quadro e o giz. São capazes de construir e manipular objetos na tela do computador e possibilitam que os elementos construídos sejam “arrastados” com a utilização do mouse, o que permite, em tempo real, sua transformação (SILVA; PENTEADO, 2009).

Os SMD, proporcionam a visualização de ideias matemáticas e enfatizam um aspecto fundamental na proposta da disciplina que é a experimentação. Mazzi (2012) apresenta a experimentação-com-tecnologia e a experimentação-com-GeoGebra destacando algumas funções de tais experimentações: conjectura; verificação; refutação e compreensão. Desta maneira, o aluno pode migrar de uma atividade mecânica para uma atividade dinâmica.

Vale salientar a afirmação de Freitas (2013, p.259), quando argumenta que se a tecnologia não puder ser utilizada para ampliar a capacidade de aprender dos futuros professores e, se os formadores de professores forem incapazes de integrar a tecnologia em suas próprias práticas, então haverá poucos argumentos que justifiquem os encaminhamentos e sugestões para que os professores iniciantes utilizem tecnologia em suas próprias salas de aula.

Nesse contexto, o software GeoGebra tem sido utilizado por professores e pesquisadores, com interesses didático-pedagógico e acadêmicos variados, no ensino e aprendizagem de Matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

Porém, deve-se atentar aos problemas de rendimento e evasão de estudantes em cursos de graduação na área de exatas, em especial, em relação as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Em seu estudo, Rafael e Escher (2015) apresentam algumas pesquisas que investigaram tal evasão. Apontam que

Em sua tese de doutorado Barufi (1999), cita que entre os anos 1990 e 1995 o percentual de reprovação em Cálculo Diferencial e Integral na USP variou entre 20% e 75%, dados esses considerados alarmantes e que mostram que o problema já vem acontecendo há mais de 15 anos.

Rezende (2003) apresenta dado mais atual e ainda mais alarmante: na UFF, instituição da qual faz parte, o percentual de reprovação na disciplina citada durante os anos 1996 a 2000 variou entre 45% e 95%, ou seja, os alunos, quase em sua totalidade, são reprovados na disciplina (RAFAEL; ESCHER, 2015, p. 3).

Barbosa (2004) cita a importância do sentido para a real compreensão do cálculo no Ensino Superior:

Sabemos que a falta de sentido na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral origina-se, em parte, das dificuldades decorrentes dessa transposição. O aluno só compreende os vínculos do conteúdo estudado quando fica compreensível para ele essa passagem. Por isso, contextualizar no ensino de Cálculo vincularia os conhecimentos aos lugares onde foram criados e onde são aplicados, isto é, incorporar vivências concretas ao que vai se aprender e incorporando o aprendido a novas vivências. (BARBOSA, 2004, p. 41 apud RAFAEL;ESCHER, 2015, p. 2).

No âmbito da Educação Matemática, pesquisas tem investigado o uso das Tecnologias Digitais (TD) no ensino de cálculo (SCUCUGLIA, 2006; MAZZI, 2014). Conforme apontado por Rafael e Escher (2015) o ensino de Cálculo Diferencial e Integral tornou-se objeto de estudo entre os pesquisadores e vem crescendo nos últimos anos. No entanto, poucos estudos têm explorado a integração entre o uso de tecnologias digitais e aspectos da História da Matemática nesse ensino.

Algumas pesquisas baseadas no uso do GeoGebra e História da Matemática têm explorado Equações do 2º grau (CASTELO, 2013) e Método da Exaustão (MACHADO, 2015). Outras propostas abordam o ensino de Cálculo Diferencial e Integral integrado a História da Matemática, mas sem indicação do uso de tecnologias (SÁ, 2011) ou então integram o ensino de Cálculo Diferencial e Integral com o uso e elaboração de atividades no software GeoGebra não integrado a História da Matemática (ALMEIDA, 2017).

Em seu estudo, Boyer (1996) constrói uma narrativa cronológica com dados históricos da História da Matemática, de matemáticos, e conseqüentemente da História do Cálculo Infinitesimal. Em um outro estudo, Boyer (1992) aborda a História do Cálculo Infinitesimal com o intuito de auxiliar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral a partir de uma perspectiva histórica. Nesse mesmo viés, Edwards (1979) direciona seu estudo para a valorização da perspectiva histórica no ensino e aprendizagem de Matemática. Baron (1985a, 1985b, 1985c, 1985d, 1985) em cinco unidades de trabalho busca traçar os mais importantes aspectos da História do Cálculo. Euclides (2009) em sua obra apresenta uma forma de entender a natureza da Matemática a partir de sua fonte antiga.

Nesse sentido algumas questões se apresentam no campo da Educação Matemática: Como são explorados os conceitos históricos do Cálculo Diferencial e Integral no ensino de cálculo? Quais são as possibilidades e as limitações do uso do software GeoGebra para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral? O que é possível fazer com software que não é possível fazer com papel e lápis?

A partir desses questionamentos, apresenta-se uma questão a qual tomamos como central a pesquisa: Como professores de matemática exploram problemas da História do Cálculo Diferencial e Integral usando o GeoGebra?

Diante desta questão, propomos uma investigação que proporcione reflexões acerca de demonstrações do Cálculo Diferencial e Integral, integrando a História da Matemática e a experimentação-com-tecnologias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) na elaboração de applets utilizando o software GeoGebra.

OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é investigar matematicamente problemas da História da Matemática, de forma particular, a História do Cálculo Infinitesimal, e o conseqüente processo de elaboração de applets voltados para demonstrações de problemas do Cálculo Diferencial e Integral utilizando o software GeoGebra.

Objetivos Específicos

- Investigar e explorar matematicamente os problemas propostos nos livros de Baron (1985; 1987), Boyer (1992), Edwards (1979), Struik (1976);
- Investigar materiais/applets já criados e disponibilizados no site do GeoGebra que exploram os problemas propostos na bibliografia mencionada;
- Realizar a experimentação-com-GeoGebra dos problemas propostos na bibliografia mencionada;
- Analisar as interações realizadas por pós-graduando, com vistas a discutir os resultados obtidos na experimentação-com-GeoGebra, os benefícios, as dificuldades, enfim, os limites e as possibilidades da utilização de atividades didático-pedagógicas para demonstrações de problemas do Cálculo Diferencial e Integral utilizando o GeoGebra.

METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

A pesquisa em questão será desenvolvida segundo a abordagem qualitativa. Como afirmam Bogdan e Biklen (1994, p.209), os estudos dessa natureza “devem revelar maior preocupação pelo processo e significado e não pelas suas causas e efeitos”.

A pesquisa bibliográfica e a experimentação-com-tecnologias serão as principais abordagens metodológicas utilizadas neste estudo. Kaimen et al (2008) defendem que a pesquisa bibliográfica é feita com o intuito de levantar um conhecimento disponível sobre teorias, a fim de analisar, produzir ou explicar o objeto que está sendo investigado. A pesquisa bibliográfica visa então analisar as principais teorias de um tema, e pode ser realizada com diferentes finalidades.

Segundo Fonseca (2002, p. 31-32, grifo do autor)

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de *web sites*. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém, pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta.

Esta pesquisa visa realizar um estudo bibliográfico do material produzido por Baron Baron (1985; 1987), Boyer (1992) e Struik (1976) tal estudo envolve conhecimentos de métodos e conteúdos matemáticos como lógica, técnicas de demonstração, e claro conhecimento de Cálculo Diferencial e Integral.

A experimentação-com-tecnologias, que estará presente nos momentos de investigação e elaboração de applets no software GeoGebra, implica no uso de experimentos e tentativas que suportem a criação de conjecturas matemáticas. Autores como Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) apresentam os seguintes aspectos com relação a experimentação-com-tecnologias:

- Criação e simulação de modelos matemáticos;
- Geração de conjecturas matemáticas;
- exploração de diversificadas formas de resolução;
- Manipulação dinâmica de objetos construídos;
- Realização de testes, conjecturas, utilizando um grande número de exemplos, modificando representações de objetos, simulando componentes de construções, etc;
- Convencimento sobre a veracidade das conjecturas;
- Elaboração de novos tipos de problemas e construções matemáticas;
- Criação e conexão entre diferentes (e múltiplos) tipos de representações de objetos matemáticos;
- Exploração do caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos;
- Incentivo a combinação de raciocínios intuitivo, indutivo e abdução, que podem contribuir ao desenvolvimento do raciocínio dedutivo;
- Criação de atividades matemáticas “abertas”, ou seja, com direcionalidade ao seu objetivo;
- Ensinar e aprender Matemática de forma alternativa;
- Compreensão de conceitos; conhecimento de novas dinâmicas, formas de conectividade e relações de poder em sala de aula;
- Envolvimento com um novo tipo de linguagem (informática) na comunicação matemática, além da escrita;
- Criação de diferentes tipos símbolos e notações matemáticas;
- Aprofundamento em vários níveis de rigor matemático; identificação de incoerências conceituais e/ou aprimoramento de enunciado. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 51-52).

Vale salientar que além da experimentação-com-tecnologias a experiência estética também estará presente no momento da elaboração de materiais no software. No caso da matemática, “o estético não é somente um olhar sobre a matemática, acreditamos, de fato, que existe um conteúdo estético na matemática e esse conteúdo está ligado ao que pode ser “apercebido” pelo intelecto” (CIFUENTES, 2005, p. 58, grifo do autor).

O applets serão construídos pelos discentes da disciplina “Gênese do Pensamento Diferencial” que será oferecida no segundo semestre de 2019 no Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Interunidades (Campus de São José do Rio Preto, Ilha Solteira e Jaboticabal) e no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática também da UNESP, Campus Rio Claro. Nesse processo, os alunos da disciplina poderão explicitar dificuldades e virtudes didáticas das atividades, visando contribuir para o ensino e aprendizagem de conteúdos abordados em disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. A disciplina

acontecerá de forma presencial para os discentes que estiverem em São José do Rio Preto e para o demais através de videoconferência. As aulas serão gravadas e as filmagens serão analisadas com base no modelo analítico proposto por Powell Francisco e Maher (2004). Segundo esses autores, pesquisadores têm produzido descrições fascinantes de professores e estudantes em cenários clínicos e de sala de aula envolvidos numa matriz de tarefas matemáticas utilizando os registros de vídeos. (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004).

Entrevistas do tipo semiestruturadas, baseadas num roteiro que nos guie, mas que permita alterações que julgarmos necessárias durante sua realização poderão ser realizadas com os discentes com o intuito de entender aspectos e colocações que surgirem durante as aulas da disciplina e também após a construção dos applets. Poupart (2012, p.246) afirma que “a entrevista qualitativa é geralmente considerada como uma via de acesso privilegiado para apreender o ponto de vista e a experiência dos atores”.

Apresentada a metodologia e os procedimentos, abordamos no próximo tópico a forma de análise dos resultados.

FORMA DE ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os dados serão analisados a partir da perspectiva bibliográfica (FONSECA, 2002), da experimentação-com-tecnologias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) e da experiência estética (CIFUENTES, 2003). Abaixo, apresentamos exemplos de enunciados de problemas presentes no estudo de Baron (1985).

- Problema enunciado no capítulo “O irracional” da Unidade 1:

Prove que qualquer número quadrado múltiplo de 3 é o quadrado de um múltiplo de 3. Use este resultado para provar (escrever claramente a sequência do raciocínio de redução da prova) que é impossível encontrar um par de inteiros m, n tais que $m^2/n^2 = 3$. (BARON, 1985, p. 26).

- Problema enunciado no capítulo “O problema da quadratura” da Unidade 1:

Inscriba um hexágono em um círculo e trace semicírculos com diâmetros em seus lados. Agora tente descobrir se a lúnula (L) é quadrável ou não. (BARON, 1985, p. 24).

- Problema enunciado no capítulo “Diferenciação – A Analyse de L’Hôpital” da Unidade 4:

Seguindo-se a regra de L’Hôpital, calcule a subtangente à curva com equação $ay^2 = x^3$. (BARON, 1985, p. 11).

- Problema enunciado no capítulo “A “construção” da catenária” da Unidade 5:

Verifique se $dy = \frac{adx}{\sqrt{x^3 - a^2}}$ implica que a origem de x esteja situada numa distância a abaixo do ponto mais baixo da catenária. (BARON, 1985, p. 45).

Um exemplo do tipo de investigação a ser realizada é descrita a seguir. Um dos problemas matemáticos apresentados por Baron (1985) no capítulo “Origens e Desenvolvimento do Cálculo” na Unidade 1, diz respeito a definição de espiral em termos de movimento. O problema é enunciado da seguinte maneira:

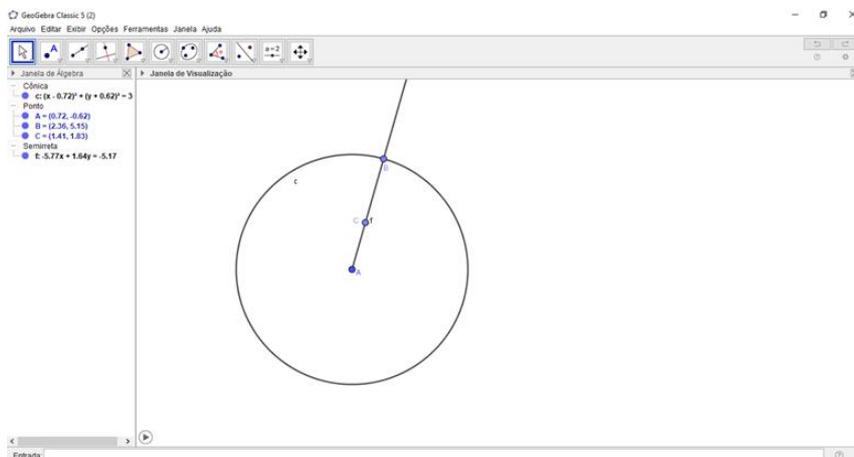
Se resolvermos uma reta com uma das extremidades fixas num movimento uniforme em um plano até que ela retorne à posição inicial, e se, ao mesmo tempo em que resolvermos a reta, um ponto move-se ao longo da reta num movimento uniforme, começando da extremidade fixa, o ponto descreverá uma espiral no plano. (BARON, 1985, p. 53).

Solução no GeoGebra:

1. Crie um círculo dado centro A e raio (escolha um raio conveniente para que o círculo seja visualizado de forma completa na Janela de Visualização, é possível utilizar a ferramenta “reduzir (zoom)” para adequar o tamanho).
2. Crie um ponto B sobre o círculo.
3. Crie uma semirreta com origem no ponto A e passando pelo ponto B.
4. Crie um ponto C sobre a semirreta.

Na Figura 1, apresentamos a construção feita com o GeoGebra referente aos procedimentos realizados acima.

Figura 1: Janela de construção – Abordagem Inicial



Fonte: Elaboração própria no software GeoGebra

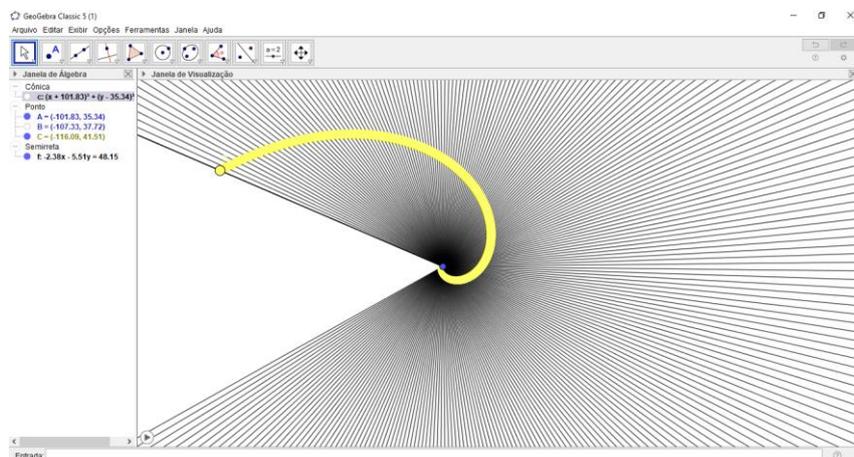
Com tal construção não é possível visualizar a espiral que se forma. São necessárias algumas configurações nos elementos criados.

Configurações:

1. Deixe de exibir (esconda) o círculo e o ponto B.
2. Habilite o rasto da semirreta e do ponto C.
3. Anime os pontos B e C.
4. Escolha cores de sua preferência para a semirreta e o ponto C.

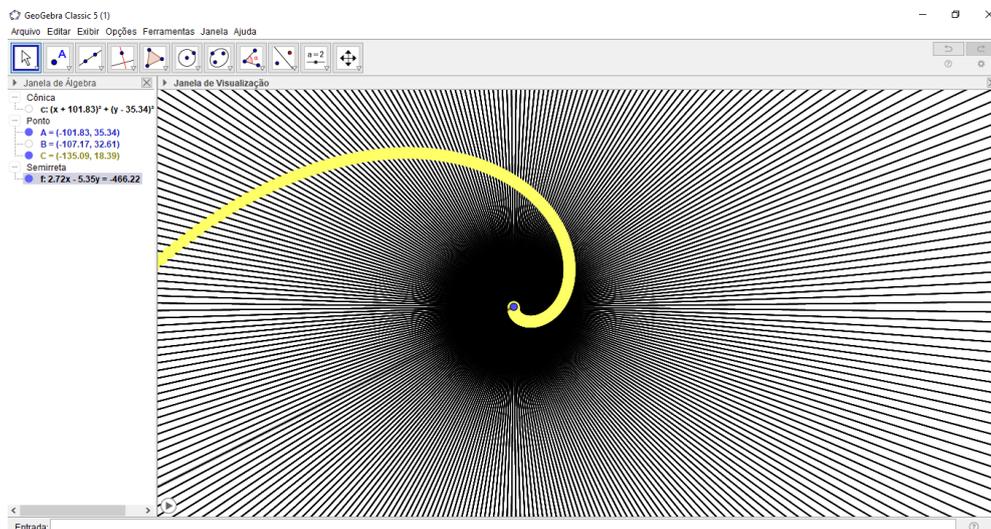
Nas Figuras 2 e 3, apresentamos a construção com o GeoGebra referente aos procedimentos realizados acima.

Figura 2: Janela de construção – Abordagem Final



Fonte: Elaboração própria no software GeoGebra

Figura 3: Janela de construção – Abordagem Final com espiral concluída



Fonte: Elaboração própria no software GeoGebra

Do ponto de vista da experimentação-com-tecnologias, obtivemos uma “prova experimental” da definição de espiral em termos de movimento e destacamos que esse tipo de abordagem será desenvolvida em relação a outros problemas da História do Cálculo. A dimensão estética da atividade matemática não será julgada apenas pela beleza e atratividade visual, mas por aspectos que permitem o desenvolvimento do conhecimento matemático, atraindo à atividade, gerando processos e permitindo a avaliação do produto. (SINCLAIR, 2002)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo apresenta uma pesquisa de doutorado em fase inicial de desenvolvimento, que busca investigar problemas da História do Cálculo Infinitesimal através de demonstrações utilizando o software GeoGebra. Espera-se que os temas abordados gerem discussões e que sejam realizadas sugestões conceituais, metodológicas, teóricas, técnicas e pedagógicas

Agradecimento à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio no financiamento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M, V. **Material para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral: Referências de Tall, Gueudet e Trouche.** 2017. 261f. Doutorado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2017.

BARON, M. E. **Curso de História da Matemática:** Origens e Desenvolvimento do Cálculo. Unidade 1 – A Matemática Grega. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BARON, M. E. **Curso de História da Matemática:** Origens e Desenvolvimento do Cálculo. Unidade 2 – Indivisíveis e infinitésimos. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BARON, M. E. **Curso de História da Matemática:** Origens e Desenvolvimento do Cálculo. Unidade 3 – Newton e Leibniz. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BARON, M. E. **Curso de História da Matemática:** Origens e Desenvolvimento do Cálculo. Unidade 4 – O Cálculo do século XVIII. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BARON, M. E. **Curso de História da Matemática:** Origens e Desenvolvimento do Cálculo. Unidade 5 – O Cálculo do século XVIII II: Técnicas e aplicações. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

BOYER, C. B. **Cálculo.** Tradução. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** 2. Ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA, 1996. p. 496.

CASTELO, J, A, M. **Resolução de Equações Quadráticas: Um Resgate Histórico dos Métodos e uma proposta de Aplicação da Sequencia Fedathi no seu Ensino..** 2013. 57f. Mestrado Profissional - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

KAIMEN, M. J. G.; CHIARA, I. G. D.; CARELLI, A. E.; CRUZ, V. A. G. **Normas de documentação aplicadas à área de Saúde.** Rio de Janeiro: Editora E-papers, 2008.

CIFUENTES, J. C. Fundamentos Estéticos da Matemática: Da Habilidade à Sensibilidade. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Filosofia da Educação Matemática:** Concepções e Movimento. Brasília: Editora Plano, 2003.

EUCLIDES. **Os Elementos.** Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

FREITAS, M. T. M. . A Escrita em Ambiente Virtuais: um caminho promissor na formação do professor de Matemática e outras áreas. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin. (Org.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na educação matemática.** 1ed.Campinas: Editora Mercado das Letras, 2013.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

MACHADO, L. **A área do círculo pelo Método da Exaustão**. 2015. Disponível em:
<<https://www.geogebra.org/m/Jqm3GReT>> Acesso 04 de julho de 2018.

MAZZI, L, C. **Experimentação-com-GeoGebra: revisitando alguns conceitos da análise real**. 2014. 136f. Mestrado - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2014.

MIGUEL, A.; MIORIN, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2004.

RAFAEL, R. C.; ESCHER, M. A. Evasão, baixo rendimento e reprovações em Cálculo Diferencial e Integral: uma questão a ser discutida. VII Encontro Mineiro de Educação Matemática. **Anais...Juiz de Fora (MG)**, 12 p., 2015.

SÁ, I. P. Arquimedes de Siracusa e o seu Método da Exaustão: uma Atividade Didática para o Cálculo de π . **Revista Eletrônica TECCEN**, Vassouras, v. 4, n. 3, p. 15-24, mai./ago., 2011.

SILVA, G. H.G.; PENTEADO, M.G. O trabalho com Geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. In: **Anais...I simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia - SINTEC**. Ponta Grossa: I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2009, v. 1, 2009.

SINCLAIR, N. For the beauty of numbers. In A. Cockburn and E. Nardi (Eds.). **Proceedings of PME 26**, 1. Norwich, UK: University of East Anglia, 2002.

STRUIK, D. J. **A source book in Mathematics, 1200-1800**. New York, Princeton University Press, 1986.