

UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DA GEOMETRIA FRACTAL EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Ana Eliza Pescini¹

GD 9 – Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática

Resumo: Nessa pesquisa, nos propomos a realizar um estudo sobre a Geometria Fractal, em 5 coleções de livros didáticos do Ensino Médio do estado do Paraná. Essa geometria é caracterizada como uma Geometria não euclidiana e está presente nas Diretrizes Curriculares de Matemática da Educação Básica do estado do Paraná. Ela tem sua importância por desenvolver diversas potencialidades em inúmeras áreas do conhecimento, o que justifica o direcionamento das Diretrizes Curriculares do estado do Paraná - DCE para seu ensino tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. Como objetivo deste trabalho, buscaremos caracterizar e apresentar a introdução formal do conteúdo de Geometria Fractal em livros didáticos do Ensino Médio sob o ponto de vista da Teoria Antropológica do Didático. As abordagens que realizaremos para o estudo dos dados coletados pautam-se nas análises da praxeologia didática e da praxeologia matemática encontradas nos livros didáticos para o conceito de Geometria Fractal. Investigaremos a possível existência de um Modelo Praxeológico Dominante nas obras analisadas, ou seja, um modelo que explicita a forma como a Geometria Fractal é apresentada aos alunos e professores.

Palavras-chave: Educação matemática. Geometria Fractal. Teoria Antropológica do Didático.

INTRODUÇÃO

A Geometria Fractal está inserida em poucos planos de cursos, tanto na Educação Básica, quanto o Ensino Superior. No entanto ela tem sido desenvolvida ao longo dos anos e resultados eficazes estão sendo apresentados em prol de diversas áreas. Neste contexto, Santaló destaca que nas últimas décadas, a Geometria Fractal,

[...] tem despertado muito interesse pelo seu amplo espectro de aplicações, desde as artes plásticas até a física, a biologia e a astronomia, e que tem muitos vínculos com a computação e, também, com as teorias ‘caóticas’ que estão se desenvolvendo conjuntamente a partir da física e da filosofia (SANTALÓ, 2006, p.22).

Perante o conhecimento da inclusão do conteúdo de noções de Geometrias não euclidianas contido nas Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná (PARANÁ, 2008), desenvolveremos nossa pesquisa sob o ponto de vista da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard. A TAD trata-se de uma teoria desenvolvida no quadro da Didática da Matemática e permite, particularmente, analisar situações de ensino e aprendizagem da matemática escolar.

¹ Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; Mestrado Acadêmico em Educação Matemática; anaelizap97@gmail.com; orientador(a): Mariana Moran.

Neste trabalho evidenciaremos o uso da TAD como ferramenta para análise e estudo do conteúdo de Geometria dos Fractais do ponto de vista matemático, tal como das escolhas didáticas contidas nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. Para isso, nos delimitaremos às análises da praxeologia didática, ou organização didática, e da praxeologia matemática, ou organização matemática, que trarão consigo elementos que subsidiarão as respostas levantadas acerca da pesquisa.

A maioria dos discentes conhecem poucos conceitos de geometria e não desenvolveram habilidades consideradas importantes com relação aos conceitos geométricos (LOVIS et al., 2018). Diante deste contexto, busca-se com este projeto estudar a Geometria Fractal por meio da TAD, realizando uma análise praxeológica de suas aplicações em alguns livros didáticos usados no estado do Paraná.

Quando se discute aspectos relacionados com a geometria, vários são os autores que defendem seu ensino. Para Fainguelernt (1999, p. 15) a Geometria é considerada uma ferramenta para “compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos; é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e real”, e que, exige do aprendiz uma maneira específica de raciocinar, uma maneira de explorar e descobrir.

Outros autores que defendem o estudo da geometria, são Bressan, Bogisic e Crego (2010) que expõem sete justificativas a respeito da importância da geometria: a geometria forma parte de nossa linguagem cotidiana; a geometria tem importantes aplicações em problemas reais; é utilizada em todas as áreas da Matemática, serve de base para compreender conceitos de Matemática avançada e de outras Ciências, é um meio de desenvolver a percepção espacial e a visualização, é uma disciplina organizada logicamente; possui valor estético e cultural, está presente na pintura, na dança, na moda, na escultura, no paisagismo etc. Os autores também destacam cinco habilidades importantes para o entendimento da Geometria: habilidades visuais, de desenho e construção, de comunicação, de pensamento e as habilidades de aplicação.

Para Barbosa (2002) a matemática, em geral, fornece ao matemático, ao professor, e é bom que também ofereça ao educando, prazeres oriundos de várias formas de pensar e ver, ou de suas próprias ações; já a geometria possibilita o surgimento de prazer e gozo que merecem ser explorados pelos educadores. Neste contexto, com os fractais, seja apreciando o belo irradiante ou observando a regularidade harmoniosa nas suas próprias irregularidades, é possível despertar e desenvolver o senso estético, o gosta pela matemática, entre outros.

Deste modo, para que possamos ter um direcionamento em nossa pesquisa, utilizaremos a Teoria Antropológica do Didático, e ao empregarmos a TAD em nossos estudos, estamos designando ferramentas de investigação e meios de modelar a atividade matemática encontrada nos livros didáticos. A TAD nos possibilita o estudo da didática e da prática de ensino com menção a situações de sala de aula, como por exemplo a tarefas.

A TAD pode ser utilizada como metodologia de pesquisa e metodologia de ensino, investigando e explorando tarefas, de maneira a elaborar modelos praxeológicos, os quais podem orientar a realização do desenvolvimento de atividades matemáticas.

Na atividade matemática, como em qualquer outra atividade, existem duas partes, que não podem viver uma sem a outra. De um lado estão as tarefas e as técnicas de outro, as tecnologias e as teorias. A primeira parte é o que podemos chamar de “prática”, em grego a *praxis*. A segunda é composto por elementos que permitem justificar e entender o que é feito, é o âmbito do discurso fundamentado – implícito ou explícito – sobre a prática, que os gregos chamam de *logos* (CHEVALLARD; BOSCH; GÁSCON, 201, p.251).

Esses blocos constituem o modelo praxeológico, que são compostos de Tipo de Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria, que por sua vez subsidiarão nossa pesquisa na investigação da Geometria Fractal nos livros didáticos. O Tipo de Tarefa se caracteriza por um verbo concernente a um conjunto de tarefas do mesmo tipo e é representado pela letra T, através de uma técnica τ sendo esta um modo ou modelo escolhido para desempenhar a tarefa, uma ação ou um passo a passo. A técnica, por sua vez é justificada por uma tecnologia θ que fundamenta e embasa o seu emprego. A teoria Θ , no que lhe diz respeito, tem atribuição de justificar e explicar de forma aprofundada a tecnologia, sendo este o quarteto praxeológico, o qual é simbolizado pela notação $[T, \tau, \theta, \Theta]$ (BITTAR, 2017).

OBJETIVOS

Geral:

Realizar uma análise praxeológica didática e matemática da abordagem do assunto Geometria dos Fractais em livros didáticos do Ensino Médio identificando um Modelo Praxeológico Dominante para esse assunto.

Específicos:

- Identificar o assunto de Geometria dos Fractais nas coleções selecionadas para a análise;

- Reconhecer as metodologias utilizadas para o ensino do conteúdo de Geometria Fractal;
- Elencar os Tipos de Tarefas; as Técnicas e as Tecnologias encontradas na parte Curso (teoria) e na parte Prática (tarefas) dos livros escolhidos, de acordo com a TAD;
- Descrever um Modelo Praxeológico Dominante dos assuntos de Geometria dos Fractais encontrados.

JUSTIFICATIVA

O termo fractal atribui-se a Benoit Mandelbrot, conhecido como precursor da Geometria Fractal e criador da primeira definição deste tema por meados da década de 80.

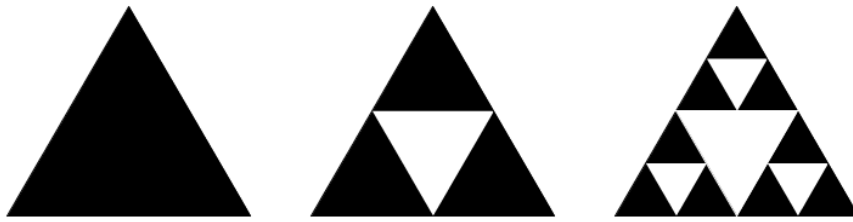
A Geometria Fractal se define resumidamente em autossimilaridade. Para Barbosa (2002), essa Geometria procura explicar o traçado de formas irregulares, fragmentadas, de saliências e depressões. Esta também possibilita o estudo da Geometria de forma diferenciada, levando em conta a percepção e a existência do belo no senso estético da Matemática, além de apresentar o impacto de surpresa de ordem existente na desordem. Ela traz consigo o ver ordem e padrões onde antes era apenas visto irregularidades, o imprevisível, o caótico.

Para Barbosa

Nessas quatro ou cinco décadas vimos o nascimento e o subseqüente desenvolvimento de uma nova ciência, denominada CAOS. Biólogos, físicos, economistas, astrônomos, meteorologistas, ecologistas, fisiologistas e cientistas de várias outras especialidades se depararam com questões oriundas da natureza, procurando dar enfoque mais adequados à sua complexidade (BARBOSA, 2002, p.10).

Para uma figura fractal não é possível determinarmos um “final”, pois esta é composta por iterações infinitas, não concluindo assim uma “imagem final”, podendo ser continuamente ampliada. Apresentamos na sequência o exemplo do Triângulo de Sierpinski.

Figura 1: Triângulo de Sierpinski



Fonte: AUTORAS, 2019

Tendo conhecimento da exatidão de resultados promovidos com a aplicação da Geometria Fractal, diversas áreas do conhecimento a usam em prol de suas aplicações. Uma outra área do conhecimento em que se aplica a teoria dos fractais é a Medicina, a qual apresenta características em fenômenos cardíacos e pulmonares, além de uma aplicação notável na tomografia computadorizada através da análise de imagens geradas, possibilitando assim uma nova visão aos médicos da anatomia interna do corpo humano.

Além disso, a Geometria Fractal encontra-se no estudo da Meteorologia, na determinação da dimensão fractal de perímetro de nuvens, usando imagens obtidas com satélites e radares meteorológicos.

Esta Geometria passou a ser uma ferramenta importante para auxílio de resultados eficazes em diversas áreas do conhecimento. Assim, a atribuição do estudo da Geometria Fractal nas salas de aula, bem como sua abordagem em um contexto educativo, possibilita aos alunos manter o contato com este assunto, aprimorando seus saberes e provocando a criticidade sobre uma nova Geometria. Sobre isto Picolli comenta:

A realidade das salas de aula aponta para um ensino muitas vezes descontextualizado; os alunos não chegam, em geral, a fazer uma relação entre os assuntos estudados na escola e suas vivências extra-escolares, e, por isso, talvez, acabem por, simplesmente, memorizar conceitos prontos, regras, fórmulas que perdem o significado no cotidiano. Percebe-se, assim, a necessidade de aproximar escola e aluno (PICOLLI, 2006, p. 07).

No que tange as Diretrizes Curriculares da Educação Básica – DCE quanto a inclusão das Geometrias não euclidianas no currículo da Educação Básica do Ensino Médio do estado do Paraná, temos:

Na geometria dos fractais pode-se explorar: o floco de neve e a curva de Koch; triângulo e tapete de Sierpinski. Para abordar os conceitos elementares da geometria hiperbólica uma possibilidade é através do postulado de Lobachevsky (partindo do conceito de pseudo-esfera, pontos ideais, triângulo hiperbólico e a soma de seus ângulos internos). Já na apresentação da geometria elíptica, fundamentá-la através do seu desenvolvimento histórico e abordar: postulado de Riemann; curva na superfície esférica e discutir o conceito de geodésia; círculos máximos e círculos menores; distância na superfície esférica; ângulo esférico;

triângulo esférico e a soma das medidas de seus ângulos internos; classificação dos triângulos esféricos quanto a medida dos lados e dos ângulos; os conceitos referentes à superfície da Terra: pólos, equador, meridianos, paralelos e as direções de movimento (PARANÁ, 2008. p. 27-8).

O documento nos mostra a importância da abordagem dos conceitos das Geometrias não euclidianas a fim de que os alunos do Ensino Médio ampliem seus conhecimentos e pensamentos Geométricos.

Tendo conhecimento da inclusão da Geometria dos Fractais nas DCE, surgiu a indagação da comparência deste conteúdo nos livros didáticos do estado do Paraná, a qual iremos suceder avante a realização de estudos praxeológicos didáticos e matemáticos advindos da compreensão da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A TAD está associada a outras duas teorias desenvolvidas também por Yves Chevallard, a Teoria da Transposição Didática, que nos permite estudar o processo que um saber sofre de uma instituição para outra instituição, e a Teoria da Ecologia dos Saberes, a qual estuda as condições de existência de um objeto em determinada instituição. A Teoria Antropológica do Didático por sua vez oferece subsídios para investigar e modelar a atividade matemática. Essa teoria considera que toda atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard (2008) de praxeologia ou organização praxeológica.

Realizaremos as análises dos livros didáticos, propostas nesse trabalho, sob a ótica da organização praxeológica, dentro do quadro teórico da Teoria Antropológica do Didático.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia adotada para o desenvolvimento deste trabalho baseia-se em uma metodologia de pesquisa qualitativa, a qual iremos suceder uma análise bibliográfica de 5 coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, a serem escolhidas, utilizados no estado do Paraná. O estado do Paraná é o estado brasileiro pioneiro da implantação das Geometrias não euclidianas no currículo da Educação Básica, por isso o interesse em realizarmos tal pesquisa. A produção dos dados será realizada como uma análise qualitativa de cunho interpretativo, baseada na Teoria Antropológica do Didático (TAD).

As abordagens que realizaremos para o estudo dos dados coletados durante a presente pesquisa pautam-se nas análises da praxeologia didática e da praxeologia matemática identificadas nos livros didáticos para o conceito de Geometria Fractal. Investigaremos a

abordagem da parte Curso (teoria) e da parte Prática (tarefas) nos livros, buscando encontrar um Modelo Praxeológico Dominante (modelo praxeológico comum) presentes nos livros didáticos.

CRONOGRAMA

Quadro 1: Cronograma de execução

CRONOGRAMA DE EXECUÇÃO												
DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	Mês/Ano											
	mar 2020	abr 2020	mai 2020	jun 2020	jul 2020	ago 2020	set 2020	out 2020	nov 2020	dez 2020	jan 2021	fev 2021
Revisão bibliográfica sobre a Geometria dos Fractais e a Teoria Antropológica do Didático	X	X	X	X	X	X	X	X				
Escolha dos Livros Didáticos	X	X										
Escrita da fundamentação teórica da dissertação	X	X	X	X	X	X	X	X				
Etapa de seleção dos dados			X									
Análise parcial dos dados			X	X	X	X						
Qualificação							X					
Correção da dissertação								X	X	X	X	X
Análise final dos dados										X	X	
Defesa da dissertação												X

Fonte: AUTORAS, 2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudos no curso de Mestrado.

Ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PRPGEM) na Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) pelo auxílio financeiro como incentivo em participação de eventos científicos.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, R. M. **Descobrendo a Geometria Fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

BITTAR, M. **A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos**. Campinas 2017.

BRESSAN, A. M.; BOGISIC, B.; GREGO, K. **Razones para enseñar geometría en la educación básica.** Mirar, construir, decir y pensar. Novidades Educativas. Buenos Aires. 2010.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas:** O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

FAINGUELERNT, E. K. **educação matemática:** representação e construção em geometria. 1ª Ed. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

LOVIS, K. A. et al. um estudo comparativo sobre as habilidades geométricas de um grupo de alunos da educação básica . **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.20, n.1, p.110-127, 2018. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p110-127>>. Acesso em: 22 jul. 2019.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica.** Curitiba, 2008. Ed. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PICCOLI; L. A. P. **A construção de conceitos em matemática:** uma proposta usando tecnologia de informação. 2006. Disponível em:
<<<http://meriva.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2977/1/000383787-Texto%2BCompleto-0.pdf>>> Acesso em: 28 dez. 2018.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não-matemáticos. In: SAIZ, I; PARRA, C. (Org.). **Didática da Matemática:** reflexões psicopedagógicas. Tradução: Juan AcunaLlorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.