

O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA PROGRESSÃO ARITMÉTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Claudia Vieira de Vargas¹

GD14 – Resolução de Problemas

Resumo: Este artigo apresenta uma pesquisa de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria, RS, que buscou analisar o ensino e aprendizagem da Progressão Aritmética (PA) através da Resolução de Problemas. Foram planejados e aplicados problemas que possibilitassem a construção e formalização de tal conteúdo ao encontro dessa metodologia de ensino. A escola em que se desenvolveu este trabalho foi o Instituto São José, na cidade de Santa Maria, RS, na qual, a pesquisadora atua como professora. A coleta de dados, desenvolvida em oito encontros, utilizou como aporte teórico a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas proposta por Allevato e Onuchic (2014). Nessa metodologia de ensino, o professor utiliza um problema como ponto de partida e como meio para desenvolver Matemática. Por suas características, é uma pesquisa de cunho qualitativo, na qual foram utilizados os métodos da observação em sala de aula, questionários e análise documental. Os dados foram registrados em diário de campo e por meio de fotografias e gravações em áudio. Com a análise e discussão dos dados coletados notamos que os problemas desenvolvidos permitiram a inserção do aluno no processo de construção dos conceitos, tornando-os produtores do próprio conhecimento, pois essa metodologia permite aos estudantes se sentirem parte do fazer matemática, investigando padrões, testando hipóteses e buscando estratégias de resolução, bem como argumentando, comunicando e expondo suas ideias com os colegas, desenvolvendo um ambiente favorável à aprendizagem de Matemática, em particular da PA.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Progressão Aritmética. Ensino. Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa, propusemo-nos a investigar as contribuições que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas propicia no processo de ensino e aprendizagem da Progressão Aritmética (PA). A motivação para o desenvolvimento deste trabalho resulta de inquietações e observações decorrentes da minha trajetória profissional. Como professora de Matemática do Ensino Médio, percebi que, geralmente, o ensino de progressões no primeiro ano dessa etapa é deixado de lado ou transferido para outro momento e, quando estudado, segue um padrão que inclui explicações orais e no quadro, dá-se ênfase na utilização de fórmulas, fazendo com que os alunos as decorem sem nem saber aplicá-las, seguido de listas de exercícios.

¹ Universidade Federal de Santa Maria – UFSM; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física; Mestrado; claviva01@gmail.com; orientadora: Fabiane Cristina Hopner Noguti.

Concebemos que nem sempre essas ações desenvolvidas na escola são suficientes para promover a efetiva compreensão desse conteúdo. Passamos, então, a refletir sobre o que poderia ser feito na tentativa de proporcionar o ensino e a aprendizagem desse conteúdo de forma diferenciada e com significado, ao contrário da prática de memorização e repetição.

Nesse sentido, a partir de leituras e estudos realizados principalmente em Onuchic (1999); Allevato e Onuchic (2014); Van de Walle (2009); Dante (1998), Schroeder e Lester (1989); Krulik e Reys (1997) e Polya (1985), passamos a considerar o ensino e a aprendizagem da PA no contexto da Resolução de Problemas.

Foi assim que chegamos à formulação do nosso problema de pesquisa e desenvolvemos nossa investigação com o intuito de responder à seguinte questão: “Como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas contribui para o trabalho com Progressão Aritmética no Ensino Médio?”.

Mediante a questão da pesquisa, tivemos como objetivo principal analisar e verificar quais contribuições para o processo de ensino e aprendizagem essa metodologia de ensino promove frente aos problemas abrangendo PA.

Neste contexto, salientamos que o presente artigo está estruturado em sete seções, incluindo esta introdução e as referências. Na introdução pontuamos as motivações que contribuíram para a delimitação do problema de pesquisa. Na segunda seção apresentamos os objetivos, em seguida, a terceira seção, refere-se às ações metodológicas e à organização da dissertação. Na quarta seção apresentamos a fundamentação teórica que embasa toda a pesquisa, em especial a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Na sequência, a descrição dos encontros. E finalizamos, expondo as considerações finais baseadas nas conclusões que foram construídas ao longo desta investigação, seguida das referências.

OBJETIVO GERAL

Investigar as contribuições que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas propicia no processo de ensino e aprendizagem da Progressão Aritmética.

Objetivos específicos

- Elaborar uma sequência de problemas envolvendo os conteúdos de Progressão Aritmética;
- Analisar o processo de resolução dos problemas realizados pelos alunos;
- Promover uma reflexão sobre o ensino e a aprendizagem da Progressão Aritmética;
- Descrever e avaliar criticamente a proposta didática aplicada, identificando as contribuições da metodologia para o processo de ensino e aprendizagem.

AÇÕES METODOLÓGICAS E A ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Nossa pesquisa pode ser classificada em diferentes categorias de acordo com a abordagem a ser considerada. Com relação à natureza, é do tipo aplicada, pois emerge do contexto profissional e, de acordo com Gil (2010, p. 26), “abrange estudos elaborados com a finalidade de resolver problemas no âmbito das sociedades em que os pesquisadores vivem.”

Quanto à abordagem do problema, caracteriza-se como qualitativa, já que envolve compreender e analisar uma proposta de ensino de Matemática com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, aplicada em contexto escolar. No que se refere a essa classificação, Lúdke e André (1986, p.13) exemplificam a pesquisa qualitativa como aquela que “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”.

Ainda nessa abordagem, a pesquisadora, também regente da turma, manteve contato direto com o grupo pesquisado, realizando oito encontros de uma hora e quarenta minutos cada, com trinta e oito alunos, durante um período de dois meses. Além do trabalho com a resolução de problemas foi possível aliar o uso de material manipulativo para a obtenção de padrões, reconhecendo, assim, as sequências e, no último encontro, um aplicativo (*app*) de aprendizado baseado em jogos: o *Kahoot!*. A escolha deste *app* foi realizada devido a sua facilidade no manuseio, que apesar de ser disponibilizado em inglês,

possui uma interface intuitiva. Também dada à familiaridade com que os alunos interagem com os dispositivos móveis e estes permitem o desenvolvimento de atividades não apenas para jogar, mas para engajar, promover a aprendizagem e resolver problemas, encerrando a pesquisa com um *quiz game* no *app* citado.

A pesquisa ocorreu no 2º semestre de 2018 em uma escola particular, o Instituto São José, na cidade de Santa Maria, RS. A coleta de dados foi realizada com uma turma do primeiro ano do Ensino Médio dessa instituição. Fizemos uso de três técnicas que nos auxiliaram na coleta dos dados, a saber: o questionário, a observação e a análise documental. Os documentos analisados consistiram, especialmente, nas resoluções produzidas pelos alunos durante os encontros. E os registros das observações se deram das seguintes maneiras: diário de campo, gravações em áudio e fotografias, todos submetidos e aprovados no Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da UFSM². A dissertação ficou organizada em cinco capítulos, da seguinte forma:

O Capítulo 1 – Introdução, relato minha trajetória acadêmica e profissional, cuja narrativa gera memória e reflexão, com a intenção de traçar um caminho percorrido até a escolha do tema desta pesquisa, seguida de um mapeamento. Consideramos adequado, inicialmente, realizar um mapeamento para se ter uma visão geral das investigações já desenvolvidas no que se refere à metodologia de Resolução de Problemas³ e, também, identificar aquelas que haviam tomado a PA, como objeto matemático. Consta ainda neste capítulo a apresentação do problema de pesquisa, os objetivos e da organização dos capítulos constituintes.

O Capítulo 2 – Metodologia da Pesquisa, explicita e justifica as opções metodológicas que orientam este estudo.

O Capítulo 3 – Referenciais Teóricos, trata da fundamentação teórica que embasa toda a pesquisa. Inicialmente, procurou-se, neste capítulo, definir a concepção de problema no âmbito da matemática, seguida de uma breve História da Resolução de Problemas, o que conduz às mudanças educacionais no Brasil e suas implicações para o ensino da matemática. Depois, apresentam-se as diferentes perspectivas de Resolução de Problemas e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução

² Sob o número 194694918.2.0000.5346. Esse número é único e corresponde ao Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE), que será o identificador do projeto, servindo de respaldo para o pesquisador e segurança para as pessoas envolvidas na pesquisa, de acordo com a legislação (BRASIL, 2012).

³ A notação “Resolução de Problemas” será usada quando houver referência à metodologia da Resolução de Problemas e a expressão “resolução de problemas” quando houver referência aos procedimentos realizados nessa atividade.

de Problemas, base do presente estudo, como um caminho para ensinar, aprender e avaliar a matemática escolar. Ainda, demonstramos alguns conceitos e definições que consideramos importantes para a etapa de formalização do conteúdo de sequências, em particular, da progressão aritmética, seguida de uma breve explanação sobre Princípio da Indução Finita, teoria que será utilizada para demonstrar o termo geral e a soma dos termos da PA. Encerrando o capítulo há uma seção sobre o uso de tecnologias e sobre o *Kahoot! app* utilizado no fechamento do trabalho.

O Capítulo 4 – descreve, discute e analisa os dados construídos embasados no referencial teórico apresentado no capítulo anterior. E no Capítulo 5 – há as Considerações Finais, encerrando a pesquisa.

METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é uma perspectiva de ensino que começou a ser estudada pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), coordenado pela professora Lourdes de la Rosa Onuchic⁴, uma das precursoras do trabalho com essa metodologia no Brasil. Ela vem defendendo a ideia de aprender novos conceitos por meio do processo de descoberta da solução de problemas propostos, visando tirar o aluno de sua tradicional postura passiva em sala de aula para levá-lo a uma postura ativa.

O trabalho desse grupo em Educação Matemática se apresenta sempre refletindo pesquisas no contexto escolar. A maioria desses trabalhos foi realizada em Resolução de Problemas e, mais recentemente, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Ao utilizar a terminologia Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, quer se dizer que essas três ações estão intimamente relacionadas, pois é um processo triplo, tendo a avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem.

Nesse sentido, trabalhar com essa metodologia pressupõe um trabalho cooperativo e colaborativo entre os alunos, uma vez que cria um ambiente de investigação. E, segundo Onuchic e Allevato (2004, p. 221):

⁴ Professora voluntária do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro.

Ensinar matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que a mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer. Para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois. Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase “durante”, os alunos trabalham e o professor observa e avalia seu trabalho. Na terceira, “depois”, o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-los e os conduz à discussão enquanto justificam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos.

Vale salientar que acreditamos que o aprendizado só pode ser efetivado pelo próprio aluno que aprende e isso tem implicação profunda com a metodologia adotada. Por isso, ressaltamos a importância do domínio do conteúdo de matemática e do planejamento das aulas por parte do professor que se propõe a trabalhar com essa metodologia e desenvolver as três etapas citadas. Para isso, o professor necessita de estudo, preparação e conhecimento sobre a turma na qual atua para propor problemas dentro do contexto dos estudantes, pois assim estes terão condições para resolvê-los.

No entanto, para se trabalhar com essa metodologia é necessário ter clareza do que é um problema, mesmo que existam diferentes concepções a respeito (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011).

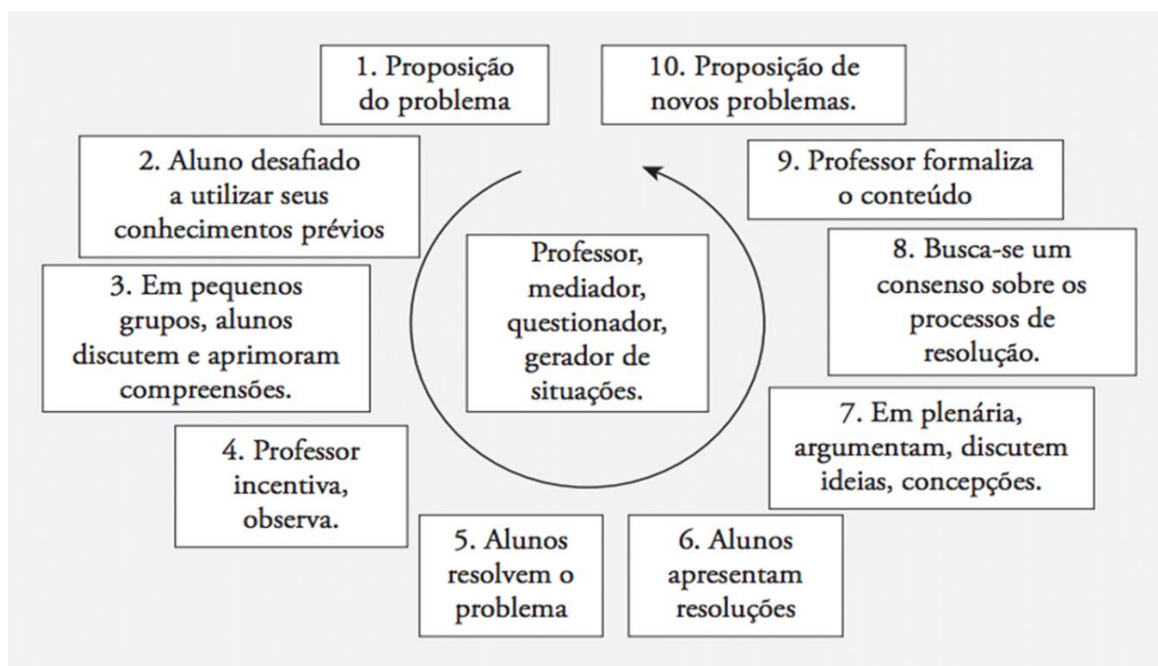
Existem diferentes concepções de problema, dependendo da definição de cada autor. No que concerne à concepção de problema, selecionamos duas delas apresentadas por Dante (2010) e Polya (1985). Para Dante (2010), de maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo. De maneira semelhante, Polya (1985 apud NOGUTI, 2014) explica que temos um problema sempre que procuramos os meios para atingir um objetivo. Quando temos um desejo, que não podemos satisfazer imediatamente, pensamos nos meios de satisfazê-lo e assim se põe um problema.

Resumindo as ideias citadas acima, para Allevato e Onuchic (2011, p.81), “problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”, ou seja, são atividades ou situações em que a resolução do problema não é conhecida ou memorizada pelos estudantes, de antemão.

Para desenvolver o estudo da PA com os alunos, utilizamos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação empregada por Allevato e Onuchic (2014), que sugere

dez etapas para sua organização e desenvolvimento. Allevato (2014) resume essas etapas para que o professor possa colocar em prática em sala de aula, conforme o esquema abaixo. (Figura 1):

Figura 1: A Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino.



Fonte: Allevato, 2014, p.46

Com relação às fases descritas, acredita-se que, seguindo os passos dessa metodologia, o aluno poderá ter uma maior compreensão de conceitos matemáticos envolvidos.

Dessa forma, a escolha deste caminho se justifica pela concordância com as autoras supracitadas quando afirmam ser esta uma abordagem atual para o ensino de Matemática. Sendo assim, acredita-se que seja uma das alternativas metodológicas adequadas ao cenário de complexidade em que se encontram atualmente as escolas, nas quais se insere o relevante trabalho do educador matemático (ALLEVATO; ONUCHIC; 2014).

DESCRIÇÃO DOS ENCONTOS

Segundo pesquisadores de Educação Matemática, como Kilpatrick (2001) e Fiorentini (1993), a observação e generalização de padrões oportunizam o

desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo uma ferramenta poderosa para a atividade matemática. Assim, a generalização de padrões é a base do pensamento algébrico, pois é por meio das observações de regularidades que são construídas as fórmulas. A álgebra vinculada ao pensamento algébrico, também tem chamado a atenção de professores e pesquisadores em Educação Matemática em virtude de sua presença na Base Nacional Curricular Comum - BNCC (BRASIL, 2018) como assunto a ser apresentado desde a infância.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 270-271), os anos finais do Ensino Fundamental têm como objetivo retomar, aprofundar e ampliar os estudos da álgebra retomando tudo que foi visto nos anos iniciais. Além disso, nessa fase, os alunos devem “[...] compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade e investigar a regularidade de uma sequência numérica” (BRASIL, 2018, p. 271).

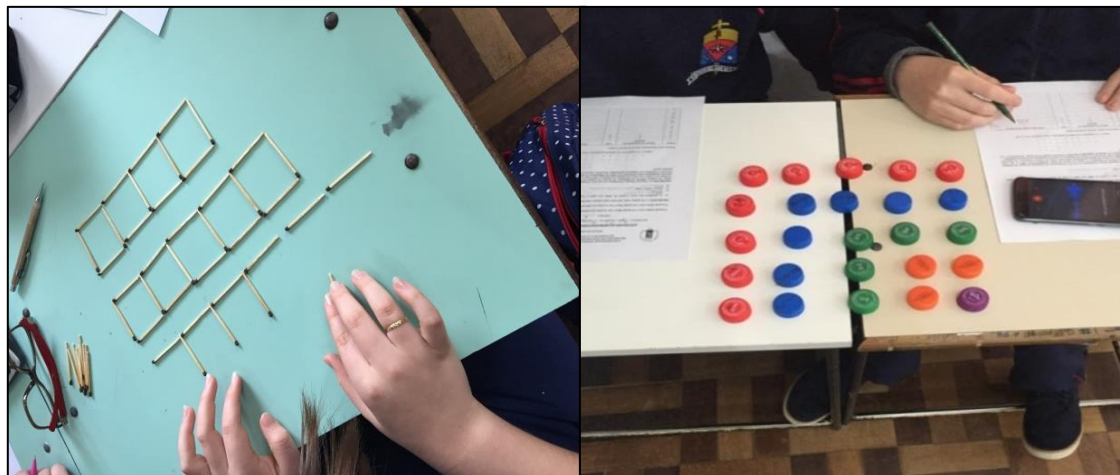
A BNCC (BRASIL, 2018, p. 528) também refere que a área da Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio tem a responsabilidade de aproveitar o potencial desenvolvido na etapa anterior estimulando processos mais elaborados de reflexão e de abstração, “[...] que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos.” Considerando esse pressuposto, essa área deve garantir o desenvolvimento da competência 5.

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 541).

Nesse direcionamento, optamos por iniciar o estudo da PA por meio de problemas que envolviam a construção de sequências com materiais manipuláveis (tampinhas e palitos). Planejamos a realização de seis atividades. Cada uma delas composta por uma sequência de problemas visando despertar a construção desse conhecimento. Para preparação dessas atividades, apoiamos-nos em Dante (2016), Giovanni, Bonjorno e Bonjorno Jr. (2014) e nas questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Utilizamos, também, material manipulativo desenvolvido pelo professor Dr. Rodolfo

Chaves⁵ (IFES-ES) e gentilmente cedido para uso neste trabalho. A figura 2 abaixo ilustra os alunos construindo algumas seqüências com estes materiais:

Figura 2: grupos construindo as seqüências com material manipulativo



Fonte: dados da autora

Objetivando colocar os alunos frente a observações de padrões e de regularidades, os primeiros problemas eram compostos de seqüências de figuras construídas com formas geométricas, em que a ordem e a variação tinham o papel de prever seus termos. Desse modo, acreditamos proporcionar uma aprendizagem mais completa e agradável, pois, mais do que resolver o problema, o aluno precisou fazer associações, comprová-las e então formular suas conclusões.

Dentro dessa perspectiva, iniciamos o primeiro encontro com a apresentação da metodologia e da forma de trabalho em grupo. No segundo encontro, buscamos padrões através do uso de material manipulativo. No terceiro encontro realizamos discussão e construção do termo geral de uma PA, sem a utilização de fórmulas prontas, mas analisando padrões geométricos, aritméticos e algébricos. O quarto encontro, definimos a soma dos termos de uma PA finita através da seqüência dos números triangulares. A partir disso, o quinto e sexto encontros foram dedicados a compartilhar as soluções de problemas feitas em casa pelos estudantes. Objetivamos, no sétimo encontro, identificar e associar a

⁵ Material utilizado pelo professor na oficina “Interface entre os modos de produção de significado em seqüências de números figurados com uso de materiais didático-pedagógicos manipulativos reaproveitáveis”, apresentada na VI EIEMAT – Escola de Inverno – de Educação Matemática – UFSM. Anais disponíveis em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_6/Anais_MIN-OF_2018.pdf.

PA a funções afins de domínios discretos. Por fim, encerramos o último encontro com o uso de um aplicativo de aprendizado baseado em jogos: o *Kahoot!*.

Todo material produzido pelos alunos foi recolhido e analisado. Vale ressaltar que, no primeiro encontro, explicamos aos alunos participantes da pesquisa sobre como funciona uma aula de Resolução de Problemas e a dinâmica dos encontros. Ao realizar esta pesquisa, buscamos por problemas que contemplassem o raciocínio indutivo do aluno, diferentemente de situações em que o objetivo é ensinar a utilizar o algoritmo e, conseqüentemente, o manuseio mecânico de fórmulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No esforço de respondermos nossa questão de pesquisa e refletindo nossa caminhada como docente, sustentamos e observamos avanços e limitações durante os processos de ensino e aprendizagem da progressão aritmética. Como avanço, percebemos um crescimento gradativo a cada encontro em relação à aplicação da nova metodologia, pois outros pressupostos foram incorporados no decorrer do processo, construindo novas concepções para o ensino de Matemática. Um avanço significativo foi desenvolver as atividades em sala de aula seguindo os passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Para isso, durante o trabalho desenvolvido, buscamos:

1) inserir os alunos no trabalho em grupo, desenvolvendo características de cooperação, responsabilidade e interação dentro do grupo, no qual vivenciaram um momento novo na sala de aula;

2) criar o hábito de leitura dos problemas, pois a maioria dos alunos tem a prática de realizar uma leitura rápida e recorrer ao professor para tirar suas dúvidas;

3) desenvolver o conhecimento implícito durante o processo de resolução dos problemas, que possibilitou descobrir novos conhecimentos, percebendo padrões, construindo conjecturas, fazendo relações e estabelecendo comparações;

4) promover um ambiente colaborativo de discussão e compartilhamento de ideias, desenvolvendo capacidades de interpretação e argumentação de modo a aprimorar as resoluções dos problemas durante a plenária, atividade até então, nova para os estudantes.

Nessa perspectiva, podemos ressaltar que ensinar em um ambiente de resolução de problemas, não é tarefa fácil, é necessário que haja mudanças de postura do professor e do aluno. Percebemos algumas vantagens nessa experiência. Entre elas, salientamos as seguintes: os alunos se empenham muito mais na aula, manifestam sua autonomia, participam ativamente na construção do seu conhecimento, aprendem a trabalhar em equipe, desenvolvem capacidades de interpretação e argumentação. Todas essas vantagens observadas são exigências frente às novas demandas educativas no mundo contemporâneo e acreditamos ser este o grande desafio do qual somos “convidados” a participar, repensar nossa prática docente e refazer nossos caminhos diante de tantas mudanças. Assim, asseguramos que a utilização dessa metodologia se apresentou como um caminho a ser percorrido por professores e alunos que buscam por inovações nos processos de ensino e aprendizagem.

Acreditamos que, por meio do jogo realizado no *Kahoot.com*, conseguimos cumprir com a última etapa da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, interferindo positivamente no processo de aprendizagem, pois criou um espaço de motivação e engajamento dos alunos.

Esperamos, com esta pesquisa, contribuir com sugestões e estratégias de ensino capazes de romper com a memorização de fórmulas, que pouco contribui para a formação de nossos alunos, em particular, no ensino da PA.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: Onuchic, L. R. et al. (Org.) **Resolução de Problemas: teoria e pratica**. Jundiaí: Paco Editorial. 2014. p.35-52.

ALLEVATO, N. S. G. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS III. Apresentação em mesa redonda, Rio Claro. **Anais...** 2014, Rio Claro: USP, 2014.

BRASIL. Ministério da Saúde. Conselho Nacional de Saúde. Resolução n. 466, de 12 de dezembro de 2012. Aprova diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos. **Diário Oficial da União**, Brasília, 12 dez. 201.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Ensino Médio. **Base Nacional Comum Curricular, 2018**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1998.

_____. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010.

_____. **Matemática:** contexto & aplicações. São Paulo: Ática, 2016.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pró-Posições**, v. 4, n. 1(10), p. 78-91, 1993.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. **FTD: Sistema de ensino: SIM: ensino médio: Matemática: Livro do professor**. São Paulo: FTD, 2014.

KILPATRICK, J. The road we've taken. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 32, n. 2, p. 223, 2001.

KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

NOGUTI, F. C. H. **Um curso de matemática básica através da resolução de problemas para alunos ingressantes da Universidade Federal do Pampa – Campus Alegrete**. 2014. 370 p. Tese (Doutorado)–Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

ONUCHIC; L. R.; ALLEVATO, N. S. G.. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, n. 41, v. 25, p. 73-98, 2011.

_____. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212- 231.

POLYA, G.; **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1985.

_____. O ensino por meio de problemas. Tradução Elza Gomide e Seiji Hariki. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro: SBM, p. 11-16, 1985.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.) **New Directions for Elementary School Mathematics**. NCTM, 1989. (Year Book). p. 31-42.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.