

LINGUAGEM PROBABILÍSTICA PARA O FINAL DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DA ALFABETIZAÇÃO PROBABILÍSTICA

Fátima Aparecida Kian¹

GD nº 12 – Ensino de Probabilidade e Estatística

Resumo: Consideramos que o estudo de conceitos probabilísticos a partir dos anos iniciais é essencial à formação da criança, visto que no mundo atual, diariamente, recebemos uma grande quantidade de informações, necessitando inclusive, compreender fenômenos aleatórios ou não-aleatórios. Além disso, segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) a formação de conceitos de natureza probabilística deve ser estimulada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Portanto, neste estudo nos concentraremos em descrever e analisar como emergem elementos linguísticos no processo de ensino e aprendizagem de probabilidade, entendida como uma linguagem precisa e especializada e apoiada em Vásquez e Alsina (2017), Vásquez (2018) e no programa de ensino desenvolvido por Nunes et al. (2012). Para isso, realizaremos um estudo exploratório de uma instrução de processo de instrução com alunos do quinto ano do ensino fundamental (cerca de 11-12 anos) que tenham recebido algum tipo de instrução prévia sobre o assunto. Especificamente, a multiplicidade de termos, expressões orais e escritas, símbolos e representações utilizadas quando pretende-se que os alunos aprendam o conceito de forma gradual e adquiram os respectivos conceitos básicos em probabilidade. Esperamos que os resultados mostrem a predominância de palavras e expressões verbais da língua comum relacionado principalmente ao significado intuitivo de probabilidade.

Palavras-chave: Ensino de Probabilidade. Linguagem probabilística. Anos finais do Ensino Fundamental. BNCC.

INTRODUÇÃO

Godino, Batanero e Cañizares (1996) e Chamorro (2003) dizem que o desenvolvimento do pensamento probabilístico converge para a presença do jogo na vida das crianças, a variedade de expressões aleatórias que encontramos em nossa linguagem cotidiana (por sorte, não intencionalmente, etc.), a presença de situações aleatórias no ambiente (meteorologia, apostas, esportes, etc.) e a necessidade de compreender o funcionamento do provável, além da visão determinista do pensamento lógico.

Além disso, a aprendizagem de probabilidade contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico, que permite aos cidadãos entender e comunicar diferentes tipos de informação presentes em inúmeras situações da vida diária, nas quais fenômenos aleatórios, acaso e incerteza estão presentes (BENNETT, 1998; EVERITT, 1999).

¹ Universidade Federal do ABC – UFABC; Ensino e História das Ciências e da Matemática; Mestrado, fatima.kian@ufabc.edu.br; orientador(a): Prof^o Dr. Ailton Paulo de Oliveira Junior.

Para Vásquez e Alsina (2017), os conceitos de probabilidade são complexos com um alto grau de abstração, por isso é necessário progredir gradualmente para a compreensão adequada da linguagem específica de probabilidade, a fim de aproximar a quantificação da incerteza e, finalmente, para o cálculo das probabilidades ao final do Ensino Fundamental.

É neste contexto que a probabilidade proporciona uma excelente oportunidade para mostrar aos alunos como matematizar, como aplicar a matemática para resolver problemas reais (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1987).

Por essa razão, nossa pesquisa tem o desafio de avançar para uma compreensão profunda da natureza e das características do conhecimento matemático para o ensino da probabilidade na sala de aula do Ensino Fundamental.

Consideramos que a aprendizagem da probabilidade desde as idades iniciais começa informalmente, introduzindo vocabulário ligado às noções de probabilidade através de atividades ou situações de problemas focados nos julgamentos que os alunos emitem com base em suas próprias experiências.

Portanto, ainda destacamos que a linguagem associada à vida cotidiana é um elemento chave, especialmente nos primeiros níveis educacionais, para incorporar progressivamente uma linguagem probabilística e, assim, avançar na construção do conhecimento sobre probabilidade, especialmente se considerarmos que a linguagem matemática, segundo Lee (2010) pode ser uma barreira para a aprendizagem do aluno devido aos requisitos específicos e convenções necessárias para expressar conceitos matemáticos.

REFERENCIAL TEÓRICO

Como parte da matemática na Educação Básica, a probabilidade não tem sido sem desafios que, em sua busca para responder a situações problemáticas, tenham contribuído para o seu desenvolvimento, baseando o que conhecemos hoje como a Teoria da Probabilidade (BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005).

Ao longo de seu desenvolvimento histórico, observam-se diferentes significados ligados à sua interpretação que atualmente coexistem e são estudados, com maior ou menor

ênfase, no contexto da matemática escolar: sentido intuitivo, clássico, de frequência, subjetivo e axiomático (FINE, 1971) e que apresentamos a seguir:

- a) Significado intuitivo: atribui qualitativamente probabilidades a eventos baseados em preferências individuais. Neste contexto, as idéias intuitivas sobre o acaso aparecem no uso de termos comuns de uso para se referir à incerteza, expressar e quantificar, através de frases coloquiais, o grau de crença em relação a eventos incertos.
- b) Significado clássico: considerar a probabilidade de um evento como a proporção do número de casos favoráveis ao número de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam igualmente prováveis. Essa definição predomina no contexto escolar, dada sua simplicidade, mesmo quando não pode ser aplicada em experimentos com um número infinito de possibilidades ou quando o espaço amostral é finito, mas não simétrico.
- c) Significado de frequência: aumenta a atribuição de probabilidades a partir da frequência relativa observada em muitas repetições, permitindo estimar a probabilidade do evento. Assim, a Lei dos Grandes Números, indica que a probabilidade de que a frequência relativa de uma experiência repetida nas mesmas condições caia na probabilidade teórica, pode aproximar-se o suficiente de 1, sem mais do que aumentar o número de testes.
- d) Significado subjetivo: baseia-se na confiança que uma pessoa deposita na verdade de uma certa proposição, de modo que ela não é determinada de maneira única. A probabilidade depende do observador e do que ele sabe do evento em estudo.
- e) Significado axiomático: concebe a probabilidade como um tipo especial de medida, ligando-a à teoria da medição. Essa abordagem estabelece axiomas para satisfazer e, devido ao rigor matemático que implica, apenas algumas nuances de seu estudo são observadas no Ensino Fundamental.

É necessário esclarecer que, em relação ao ensino e aprendizagem da probabilidade, é essencial adotar uma perspectiva de modelagem para que esses significados se complementem, uma vez que uma compreensão adequada do conceito não pode se limitar a apenas um deles (BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005).

Nessa perspectiva, neste trabalho focamos nossa atenção nos significados intuitivos e de frequência, pois segundo Alsina e Vásquez (2016) são os significados predominantes no Ensino Fundamental, especialmente nos primeiros níveis de escolaridade.

Consideramos que o significado intuitivo da probabilidade constitui um elemento central e básico nas idades iniciais, uma vez que se refere àqueles termos de uso comum para se referir à incerteza e para expressar quantificação e grau através de frases coloquiais e de crença em relação a eventos incertos.

Enfatizamos ainda que, segundo Vásquez e Alsina (2014), a aprendizagem da probabilidade deva ser focada em situações cotidianas em que os possíveis conceitos, seguros, impossíveis etc. emergem ou estejam presentes, e então gradualmente transitam e complementem esse significado com uma abordagem frequentista.

Ainda consideramos Gal (2005) e seu modelo para o desenvolvimento da alfabetização probabilística a partir de certos componentes básicos (Tabelas 1 e 2) em que a linguagem cotidiana vinculada ao significado intuitivo constitui um elemento básico para construir uma conexão com a linguagem probabilística permitindo aos alunos começar a usar linguagem precisa e especializada para expressar qualitativamente a probabilidade de ocorrência de um evento particular.

Mesmo quando esses componentes são apresentados separadamente, todos eles interagem entre si de maneiras complexas durante a aprendizagem real (GAL, 2005). Isso significa que uma instrução que foca apenas em um ou dois elementos não será suficiente para desenvolver um comportamento letrado de probabilidade.

Portanto, com base no que é proposto por Gal (2005) e por Gómez et al. (2013) é possível distinguir cinco grandes focos para a aquisição da linguagem probabilística, entendida como uma linguagem especializada para comunicar o acaso, que os estudantes precisam se desenvolver como uma progressão de suas intuições probabilísticas para alcançar uma compreensão adequada da probabilidade, quais sejam:

- 1) Linguagem verbal: refere-se à diversidade de termos e expressões verbais. Dentro deste tipo de linguagem, segundo Shuard e Rothery (1984), é possível distinguir três categorias de expressões utilizadas no ensino da matemática: a) Expressões verbais específicas da matemática: aquelas que não fazem parte da linguagem comum. e correspondem, antes, a uma linguagem técnica da matemática; b)

- Expressões verbais ligadas à matemática: são usadas tanto no contexto matemático quanto no cotidiano, mas nem sempre têm o mesmo significado nos dois contextos;
- e c) Expressões verbais comuns: elas têm o mesmo significado ou significados muito próximos tanto no contexto matemático quanto na vida cotidiana.
- 2) Linguagem numérica: está associada à quantificação da possibilidade de ocorrência de um determinado evento e à comparação de probabilidades.
 - 3) Linguagem tabular: refere-se ao uso de tabelas para representação de dados. É usado principalmente para a apresentação de frequências relativas e na estimativa de probabilidades a partir deles. Esse tipo de linguagem está fortemente ligado ao significado frequentista de probabilidade.
 - 4) Linguagem gráfica: está relacionada à diversidade de representações gráficas ligadas a conceitos probabilísticos e que são utilizadas em estimativas de probabilidade, tais como: pictogramas, diagramas de barras e diagramas de árvores. Esse tipo de linguagem, como a anterior, está ligado ao significado frequentista da probabilidade.
 - 5) Linguagem simbólica: refere-se ao uso de símbolos que podem ser usados para comunicar a probabilidade de ocorrência de um evento, por sua natureza, esse tipo de linguagem é mais frequentemente ligado ao significado clássico e axiomático da probabilidade.

Neste estudo focaremos especificamente na linguagem verbal, nos apoiando no National Council of Teachers of Mathematics - NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática) dos Estados Unidos, NCTM (2015), quando considera que desempenha um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem da matemática, especialmente para o caso da probabilidade e seu estudo nas idades iniciais, devido a estreita relação entre expressões comuns e linguagem matemática ou probabilística.

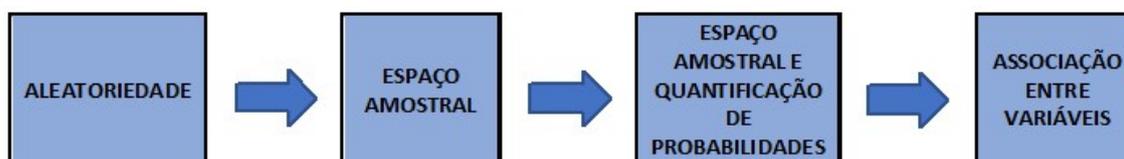
Isso adquire relevância, especialmente se considerarmos que, segundo Jones, Langrall e Mooney (2007), em muitas ocasiões, a linguagem probabilística é utilizada de forma inadequada, desencadeando dificuldades para resolver problemas que envolvem situações probabilísticas, podendo até persistir essas dificuldades em tópicos mais avançados de probabilidade.

Portanto, é importante que os alunos tenham experiências que ajudem a apreciar o poder e a precisão da linguagem probabilística. No entanto, no NCTM (2003) é expresso ser importante evitar uma corrida prematura para impor uma linguagem matemática formal, pois os alunos precisam desenvolver uma apreciação da necessidade de definições precisas e do poder comunicativo dos termos matemáticos convencionais da comunicação com suas próprias palavras.

Além disso, também consideremos nesse estudo o programa de ensino desenvolvido por Nunes et al. (2012) para ser aplicado nos anos iniciais da Educação Básica no contexto escolar da Inglaterra com o intuito de melhorar a compreensão dos estudantes sobre probabilidade e risco, propondo conexão entre esse programa e a Base Nacional Comum Curricular, Brasil (2017).

Portanto, a Figura 1 apresenta o esquema do programa de ensino, propondo que seja desenvolvido de forma gradual que inicie nas ideias mais simples sobre aleatoriedade até a quantificação de probabilidades e o entendimento do risco (relações entre variáveis).

Figura 1: Etapas do programa de ensino sobre probabilidade e risco.



Neste estudo focaremos na relação da primeira e segunda unidades de estudo do programa de estudo, a aleatoriedade e o espaço amostral (NUNES *et al.* (2012).

Na primeira unidade, Nunes et al. (2012), indicam que nas situações de caráter probabilístico em que um conjunto de eventos possíveis pode acontecer, é presumível de se encontrar dificuldades em crianças com essas situações. Esse problema encontrado é explicado pela dificuldade em identificar no conjunto de eventos possíveis, quais deles vão acontecer ou em que ordem acontecem, sendo devido à aleatoriedade, pois não é possível determinar a forma com que os eventos ocorrem numa sequência ou num arranjo espacial aleatório.

Nesta unidade também será incluída a importância em distinguir os diferentes tipos de eventos aleatórios e a linguagem empregada para o ensino de probabilidade (NCTM, 2000; BATANERO, 2015; BRASIL, 2017).

Na segunda unidade de estudo será abordado o conceito de Espaço Amostral que é o conjunto de todos os eventos possíveis que têm um papel que não pode ser subestimado nos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade. Nunes *et al.* (2012) indicam a necessidade em identificar o espaço amostral em qualquer tarefa para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos.

Portanto, para fornecer um olhar sobre o que acontece dentro da sala de aula quando a probabilidade é ensinada no Ensino Fundamental, o objetivo do nosso estudo é descrever e analisar como emergem os elementos linguísticos durante o processo de ensino e aprendizagem da probabilidade em um grupo de 100 estudantes com idades entre 11 e 12 anos.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Partimos da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) para o estudo das probabilidades nos anos iniciais do Ensino Fundamental tendo como finalidade promover a compreensão de que nem todos os eventos são determinísticos. Sendo assim, o trabalho inicial com probabilidade deve focar o desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de forma que os alunos compreendam que existem eventos certos, eventos impossíveis e eventos possíveis. Além disso, a BNCC alerta que:

É muito comum que pessoas julguem impossíveis eventos que nunca viram acontecer. Nessa fase, é importante que os alunos verbalizem, em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu iniciando a construção do espaço amostral (BRASIL, 2017, p. 230).

De forma gradativa, dentre dos eventos aleatórios possíveis, iniciam-se as análises entre os eventos, tais como: pouco provável, muito provável, improvável, igualmente provável e equiprovável.

Os conteúdos probabilísticos a serem abordados, de acordo com a nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), para os anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ano ao 5º ano), são apresentados no Quadro 1 (Descrição dos objetivos de conhecimento e descrição das habilidades).

Quadro 1: Objetivos e Habilidades dos conteúdos probabilísticos propostos na nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

	1º Ano	2º Ano	3º Ano	4º Ano	5º Ano	
OBJETIVOS	Noção de acaso.	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano.	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral.	Análise de chances de eventos aleatórios.	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.	Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.
HABILIDADES	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Fonte: Brasil (2017, p. 276-277; 280-281; 284-285; 288-289; 292-293).

Assim, um estudo exploratório será realizado sob uma abordagem de pesquisa qualitativa em que usamos o estudo de caso como o projeto de pesquisa, porque isso, para Bisquerra (2009) implica em um processo de investigação caracterizada pelo exame sistemático e aprofundado caso de um fenômeno.

Para obter dados, uma aula de 90 minutos será gravada em vídeo em quatro turmas do quinto ano do ensino fundamental em Santo André. O estudo envolverá estudantes de 11-12 anos de idade que receberam algum tipo de instrução prévia sobre conceitos básicos de probabilidade.

Para descrever e analisar como esses primeiros elementos linguísticos emergem, consideramos uma metodologia exploratória que consiste nas seguintes etapas:

- a) Transcrever aulas gravadas em vídeo;
- b) Identificar e categorizar os episódios das aulas (a partir da transcrição) em que segundo a categorização proposta por Gómez et al. (2013) são abordadas situações que envolvem termos, expressões orais e escritas, símbolos e representações (tabelas e gráficos) associadas à probabilidade, que constituem as unidades de análise;
- c) Codificar os termos, expressões orais e escritas, símbolos e representações associados à probabilidade que são usados para descrever idéias, termos, conceitos ou procedimentos;
- d) Descrer a partir do *software* Correspondence & Hierarchical Cluster - CHIC (Correspondência e Cluster Hierárquico), como os alunos adquirem a linguagem probabilística a partir do uso de diferentes termos, expressões orais e escritas, símbolos e representações.

RESULTADOS PARCIAIS

Neste texto, apresentamos algumas atividades elaboradas para identificar os elementos linguísticos que emergem no contexto de uma primeira turma de probabilidade com alunos do Ensino Fundamental que não receberam instrução prévia sobre o assunto.

Pretende-se, apoiado em Vásquez (2018) apresentar um conjunto de situações do cotidiano do aluno em que esse possam determinar se o acaso está presente com a finalidade de os alunos possam distinguir entre um fenômeno determinístico e um aleatório.

Segundo Batanero (2013), para uma compreensão adequada da probabilidade, é necessário que os alunos sejam capazes de diferenciar situações aleatórias e determinísticas, ou seja, apreciar algumas características básicas de aleatoriedade.

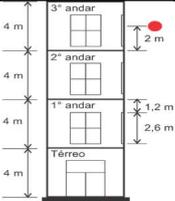
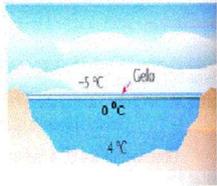
Propomos diversas situações através de cartões nos quais o acaso intervém, ou não, (Figuras 2 e 3), no sentido de que, mesmo que existam alguns padrões de comportamento, é impossível prever com certeza uma situação futura (fenômeno aleatório) e os fenômenos determinísticos que se opõem aos fenômenos aleatórios, no qual conhecer todos os fatores de um experimento nos faz prever exatamente o resultado dele.

Figura 2: Situações que se configuram como fenômenos aleatórios.

1. Antes de fazer o exame, o sexo da criança é masculino.	2. Sair na rua e encontrar um amigo da escola.	3. Puxar as chaves do bolso e esta cair no chão.	4. Ganhar uma corrida.
			

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 3: Situações que se configuram como fenômenos determinísticos.

5. Jogar uma bola de cima de um prédio e esta cair no chão.	6. A água congelará quando atingir uma temperatura abaixo de zero.	7. Colocar o gelo no sol no verão e este irá derreter.	8. Água aquecida a 100°C, sob pressão normal, entra em ebulição.
			

Fonte: Elaborado pelos autores.

CONCLUSÕES PARCIAIS

O estudo em questão sugere que os alunos dos primeiros níveis do Ensino Fundamental possuem conhecimentos prévios e experiências do contexto cotidiano que possibilitam estudar a probabilidade desde as primeiras idades.

Portanto, é importante que no início do estudo de probabilidade se considere o desenvolvimento das primeiras noções e elementos de aproximação para a aquisição e desenvolvimento da linguagem probabilística.

REFERÊNCIAS

BATANERO, C. La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación? In: J. A. FERNANDES, P. F. CORREIA, M. H. MARTINHO, & F. VISEU, (Eds.) **Atas do III Encontro De Probabilidades e Estatística Na Escola**. BRAGA: CENTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO DA UNIVERSIDADE DO MINHO. p. 1-13, 2013.

BATANERO, C.; HENRY, M.; PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. In: JONES, G. (Ed.). **Exploring Probability in School: challenges for teaching and learning**. Nueva York: Ed. Springer, 2005. p. 15-37.

BENNETT, D. J. **Randomness**. Cambridge: Harvard University Press, 1998. 177p.

BISQUERRA, R. **Metodología de la Investigación Educativa**. 2da. ed. La Muralla, España, 2009. 459p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. Ministério da Educação, Brasília, dez. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomuma.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 20 dez. 2017.

CHAMORRO, M. C. P. Didáctica de las Matemáticas para Primaria. In: VECINO RUBIO, F. **El desarrollo del pensamiento aleatorio en Educación Primaria**. Madrid: Pearson, 2003. p. 329-351.

EVERITT, B. S. **Chance Rules: an informal guide to probability, risk, and statistics**. 2da. ed. New York: Copemicus|Springer-Verlag, 1999. 197 p.

FINE, T. L. **Theories of Probability: an examination of foundations**. Londres: Academic Press., 1971. 276 p.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. In: JONES, G. (Ed.). **Exploring Probability in School: challenges for teaching and learning**. USA: Kluwer Academic Publisher, 2005. p. 43-71.

- GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad. Fundamentos Didácticos y Propuestas Curriculares.** Madrid: Editorial Síntesis, 1987. 184p.
- GÓMEZ, E.; ORTIZ, J. J.; BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M. El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. **Unión**, n. 35, p. 75-91, 2013.
- JONES, G.A.; LANGRALL, C.W.; MOONEY, E.S. Research in probability: responding to classroom realities. In: LESTER JR., F. K. (Ed.). **The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics.** Charlotte: Ed. Information Age Publishing, 2007. p. 909-95.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principios y estándares para la educación matemática.** Traducción de Castellana. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principios y estándares para la educación matemática.** Traducción de Castellana. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003.
- NUNES, T.; BRYANT, P.; EVANS, D.; GOTTARDIS, L.; TERLEKTSI, M. **Teaching primary school children about probability.** Teacher handbook. Departamento de Educação, Universidade de Oxford, 2012.
- SHUARD, H.; ROTHERY, A. **Children Reading Mathematics.** Londres: Murray, 1984. 170 p.
- VÁSQUEZ, C. O. Surgimiento del lenguaje probabilístico en el aula de educación primaria. **REnCiMa**, São Paulo, v.9, n.2, p. 374-389, 2018.
- VÁSQUEZ, C. O.; ALSINA, A. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 454 - 478, abr. 2017.