



# EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



## CONSTRUINDO SABERES PROFISSIONAIS A PARTIR DOS ERROS NAS DEMONSTRAÇÕES DE ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Marcelo Eduardo Pereira<sup>1</sup>

GD n° 07– Formação de professores que ensinam Matemática

**Resumo:** O presente projeto de pesquisa emerge de minha prática como professor que agora, no papel de pesquisador, busca realizar uma leitura das, e interações/intervenções nas, práticas de professores que ensinam demonstrações em cursos de Licenciatura em Matemática. O objetivo é investigar práticas que podem emergir das interações de professores que ensinam demonstrações em cursos de Licenciatura em Matemática. A revisão de literatura será realizada pela consulta a trabalhos que tratam do ensino de demonstrações, da formação de professores e da análise de erros, acreditando que novas demandas teóricas possam emergir ao longo percurso. A coleta de dados se dará por meio de entrevistas e pelo desenvolvimento de encontros de formação com os professores participantes. As entrevistas e as interações nas oficinas serão gravadas e analisadas sob o viés da Análise Textual Discursiva.

**Palavras-chave:** Análise de erros. Ensino de demonstrações. Formação de professores. Licenciatura em Matemática.

### INTRODUÇÃO

A escolha pelo estudo do ensino de demonstrações nos cursos de Licenciatura decorre de inquietações e questionamentos que trago de minha experiência docente com estudantes de Licenciatura em Matemática, já que as demonstrações parecem algo distante de suas realidades escolares.

Algumas questões são recorrentes e dizem respeito ao porquê de provarmos fatos que sabidamente são verdadeiros, bem como à forma peculiar de abordar os problemas e de escrever suas “soluções”, as demonstrações. As dúvidas dos estudantes para os quais tenho lecionado refletem-se em perguntas como:

*“Por que muitas vezes não sei por onde começar?”*

---

<sup>1</sup> Universidade Federal do ABC - UFABC; Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática; Doutorado; marcelo.eduardo@ufabc.edu.br; orientador: Prof. Dr. Vinícius Pazuch.

*“Por que não consigo compreender as demonstrações do livro ou do professor e, por que, mesmo quando as compreendo, não consigo produzir minhas próprias demonstrações?”*

Nesse contexto, passei a considerar a relevância de práticas docentes voltadas à compreensão dos elementos de uma demonstração e a possibilidade de promover uma postura positiva dos estudantes em relação ao texto da demonstração. Aqui começo a vislumbrar o foco da pesquisa: as tensões entre o estudante de Licenciatura em Matemática e o texto da demonstração.

Um possível viés de investigação é a perspectiva de tratar os erros cometidos por estudantes como uma construção que merece ser avaliada para que possamos compreender como se deu e que raciocínios estão ali envolvidos, ao contrário de olhar para o erro como algo negativo, a ser evitado e, muitas vezes, “punido”. Aqui caminho para a seguinte reflexão: É possível propor situações de aprendizagem de demonstrações partindo dos erros dos estudantes? Acredito que isso é possível em um contexto de interação entre professores que ensinam demonstrações inserindo em um processo de formação em que possam, em grupo, discutir e avaliar demonstrações construídas por estudantes.

Assim, entendo que uma pesquisa, no âmbito da formação de professores, das possibilidades de tratamento do erro no curso de Licenciatura em Matemática em disciplinas que têm a demonstração como objeto de estudo, pode contribuir com o debate sobre o ensino de demonstrações, bem como sobre o uso pedagógico dos erros dos alunos na Licenciatura.

## QUESTÃO DE PESQUISA

Diante dessas considerações, a pergunta que resume estas preocupações e que se constitui como questão de pesquisa é: ***A partir da análise dos erros dos estudantes, que práticas profissionais podem ser reveladas por professores que ensinam demonstrações na Licenciatura em Matemática?***

A relevância de investigar tais práticas e seus desdobramentos para a formação de professores, reside, de maneira mais geral, no fato de os processos dedutivos serem de importância central em disciplinas com algum grau de abstração. Já em relação à formação

**XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.  
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES  
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



de professores, esse estudo pode contribuir para a compreensão das práticas profissionais no contexto das demonstrações e da análise de erros.

Proporemos, então, um cenário de formação, buscando promover reflexões sobre a possibilidade de se considerar os erros no ensino de demonstrações. O desenvolvimento da formação e a análise dos resultados serão realizados e discutidos por um grupo de professores com pelo menos um matemático e um educador matemático, se possível.

## ASPECTOS TEÓRICOS

Nos apoiaremos em trabalhos que investigam as temáticas de ensino de demonstrações na Licenciatura em Matemática, análise de erros e Formação de Professores. O intuito é obter um panorama que contribua com a consolidação do nosso problema de pesquisa e nos sinalize outras referências.

Com relação às demonstrações, uma questão a ser colocada para os professores refere-se aos níveis de generalidade das provas construídas pelos estudantes. Aqui, nos apoiaremos em Balacheff (1988), que propõe uma classificação das provas em níveis que vão das provas pragmáticas às conceituais, em que se inclui a demonstração, ou seja, a prova que contém o rigor exigido pela comunidade matemática.

A maneira como um professor aborda o ensino de demonstrações em sala de aula pode ter relação com o que o professor entende ser a função de uma demonstração. Do lado dos estudantes, o sentido que dão ao ato de demonstrar provavelmente se relaciona com o papel que atribuem à demonstração. Por exemplo, um professor pode acreditar que a demonstração tem uma função puramente de validação, enquanto outro pode entendê-la como facilitadora da compreensão dos estudantes. Nos apoiaremos nas ideias de De Villiers (2002) para compreender e analisar esse aspecto nas interações dos professores.

Conforme apontado na introdução, parece haver um distanciamento entre as realidades escolares dos estudantes e a lógica das demonstrações. Olharemos para esse hiato como um fenômeno ligado à Socioepistemologia, tendo por referência o trabalho de Crespo (2015). O diálogo entre a ideia de cenários (cotidianos, escolares e acadêmicos) e a de papéis da demonstração proposta por De Villiers (2002) pode trazer elementos de discussões para



os encontros de formação acerca de possíveis alternativas de abordagem das demonstrações em sala de aula.

No âmbito da formação de professores, buscaremos compreender como as práticas profissionais se desenvolvem em interações entre professores. Em outras palavras, pretendemos olhar para o professor de Matemática enquanto profissional sujeito às condições de suas práticas e que devem ser levadas em conta em seus processos formativos. Assim, buscando um diálogo entre os saberes profissionais de professores e suas práticas, ou seja, sua formação profissional, pretendo basear-me, inicialmente, nas contribuições de Maurice Tardif no intuito de compreender em que condições se dá o desenvolvimento de práticas profissionais, procurando intervir com situações que possam contribuir com esse desenvolvimento.

De acordo com Tardif (2002) os saberes docentes podem ser divididos em disciplinares, curriculares e experienciais. A proposta dessa investigação é olhar principalmente para os saberes experienciais dos professores esperando que os professores possam mobilizar e desenvolver esses saberes a partir de interações com outros professores. Partimos do pressuposto de que os saberes docentes não são objetos estáticos a serem disponibilizados para o professor, mas podem resultar de interações com seus pares, além de serem também construídos ao longo de sua história profissional e de vida.

No que diz respeito ao erro nos apoiaremos, a princípio, nas ideias de Cury (2019) buscando um diálogo com o contexto dos erros dos estudantes ao construírem os textos de caráter dedutivo a que chamamos de demonstrações.

## **METODOLOGIA**

A busca por uma compreensão do papel do erro no ensino de demonstrações nos conduz a uma investigação que tenha como focos os significados atribuídos ao erro pelos professores e as potencialidades de um cenário de formação em que se discute o uso pedagógico desses erros. Para isso, faz-se necessário o contato direto com esses profissionais, preferencialmente em seus locais de trabalho, dando-lhes oportunidade de se expressarem e de explicitarem suas dúvidas e hesitações, bem como seus conhecimentos e ideias que possam contribuir com a pesquisa e, conseqüentemente, com a formação de

**XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.  
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES  
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



professores. Nesse sentido, queremos ouvir professores, inserindo-os em um processo de colaboração em que poderão participar em todas as etapas, desde a elaboração da proposta de formação, até a análise dos dados, passando pela discussão das próprias questões de pesquisa.

Desse tipo de interação poderão emergir elementos de análise que nos levem a uma compreensão holística do problema aqui investigado, sem que nos limitemos a variáveis escolhidas previamente e tratadas estatisticamente. Creswell (2014, p. 53) sugere:

Usamos, ainda, a pesquisa qualitativa para desenvolver teorias quando existem teorias parciais ou inadequadas para certa população e amostras ou teorias existentes que não captam adequadamente a complexidade do problema que estamos examinando. Também a usamos porque as medidas quantitativas e as análises estatísticas simplesmente não se enquadram no problema. As interações entre as pessoas, por exemplo, são difíceis de captar com as medidas existentes e essas medidas podem não ser sensíveis a questões como as diferenças de gênero, raça, *status* econômico, e diferenças individuais. (CRESWELL, 2014).

Para iniciar o trajeto da pesquisa, optamos por selecionar métodos que nos permitam obter resultados consistentes e relevantes, sem necessariamente seguir um desenho metodológico específico. Nesse sentido, concordamos com Yin (2016, p. 14), quando se refere às possíveis variações da pesquisa qualitativa (pesquisa-ação, estudo de caso, etnografia e outras):

Não existe tipologia formal ou inventário, mas a orientação especializada encontrada em muitos artigos e livros fornece muitos modelos de variações que podem ser seguidas em sua pesquisa. [...] Você precisa ser sensível a essas variações, mas não precisa escolher entre elas se não quiser. [...] Na verdade, estudos consistentes, se não exemplares, podem ser conduzidos com o rótulo geral de “pesquisa qualitativa” ou “estudo de campo”, sem recorrer a nenhuma dessas variações. (YIN, 2016).

Embora adotemos essa postura, consideramos a possibilidade de nos aproximarmos de uma Teoria Fundamentada. Tal hipótese se soma à da escassez de estudos acerca do caráter do erro no ensino de demonstrações, ainda a ser confirmada na revisão de literatura. Diante da hipotética escassez proporemos, no momento das entrevistas (descritas adiante), a construção de uma descrição dos possíveis erros e abordagens que podem emergir em um cenário de aprendizagem profissional.

#### **XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.  
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES  
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



Além de pesquisador, assumirei o papel de participante, tendo minha ação duas finalidades: de aprendiz e de observador. Sobre a ação na pesquisa qualitativa, Lincoln e Guba (2006, p. 178) fazem um paralelo entre as perspectivas positivista/pós-positivista e interpretativista:

Um dos caminhos mais evidentes de se demonstrar as controvérsias paradigmáticas é por meio da comparação entre os partidários do positivismo e do pós-positivismo, os quais veem a ação como uma forma de contaminação dos resultados e dos processos de pesquisa, e os interpretativistas, para os quais a ação nos resultados de pesquisa é uma consequência significativa e importante dos processos de investigação. (LINCOLN; GUBA, 2006).

Essa pesquisa se reveste de um caráter dialético por entendermos a ação do pesquisador como elemento significativo da análise de dados e, conseqüentemente, dos resultados obtidos e, por se tratar de um projeto que se insere na linha de formação de professores, buscamos explicações ou interpretações que incidam nas práticas de professores.

Os participantes da pesquisa serão professores que ensinam Matemática em cursos de Licenciatura, particularmente disciplinas que contemplam demonstrações, como Teoria dos Números, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas e Análise Matemática. Espera-se constituir um grupo de seis participantes voluntários com a maior diversidade possível no que diz respeito a gênero, raça, tempo de docência e tipo de instituição, acreditando que tal diversidade pode contribuir com a nossa busca por diferentes pontos de vista sobre o objeto de estudo.

A fim de evitar uma escolha por simples conveniência, o que poderia ocorrer caso não fosse possível constituir um grupo com tal diversidade, consideramos a possibilidade de convidar professores sugeridos pelos próprios participantes, o que pode nos aproximar mais dos perfis desejados do que uma escolha baseada apenas na disponibilidade de professores.

Estão previstas duas entrevistas para cada participante. A primeira terá como objetivo trazer elementos do perfil de cada professor, aspectos de sua história de vida, trajetória escolar e acadêmica, concepções sobre sua prática e sobre os objetos aqui investigados (matemática, ensino de demonstrações, análise de erros). Na segunda entrevista será discutida o processo formativo realizado, buscando resgatar as impressões de cada professor.

#### **XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.  
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES  
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



Se necessário, outras entrevistas podem ser realizadas, bem como uma plenária com o grupo de professores onde poderão ser compartilhadas as discussões da segunda entrevista.

Para o desenvolvimento dos encontros de formação prevemos o uso de tarefas de atividade profissional, cada uma delas divididas em três momentos: individual, em pequenos grupos e plenária. Nas tarefas serão apresentadas resoluções de estudantes (reais ou fictícias) para serem analisadas e discutidas pelo grupo de professores.

Tendo por hipótese que as interações entre os professores devem trazer novos elementos de reflexão e discussão, prevemos a construção de uma segunda tarefa de aprendizagem profissional a partir dessa contribuição do grupo de professores. Dessa maneira prevemos dois encontros com três horas de duração cada encontro (uma hora para cada um dos três momentos).

As entrevistas serão realizadas de forma presencial. Já as oficinas serão no formato remoto, considerando que teremos participantes de diferentes regiões. O local para a realização das entrevistas será escolhido em comum acordo com cada participante, preferencialmente o próprio ambiente de trabalho do professor.

Os dados serão coletados por meio de observação participante, protocolos das tarefas realizadas pelos professores nas oficinas e transcrições das gravações das interações dos professores ao realizarem as tarefas, que serão respondidas por escrito e discutidas em plenária. Esses textos serão fotografados e enviados por cada professor e utilizados na análise de dados.

No intuito de observar, além das falas, as reações e procurar compreender as concepções dos participantes, as entrevistas e as oficinas serão gravados em vídeo, com o devido consentimento dos participantes.

Por estarmos inseridos no paradigma da pesquisa qualitativa, levamos em consideração as possíveis fragilidades apontadas pelos opositores a essa abordagem, particularmente no que diz respeito à validação e à relevância de seus resultados. Stake (2011, p. 39), adverte:

Os estudos qualitativos têm seus defensores e seus opositores. Eu sou um grande e profundo defensor. No entanto, há muito tempo observo a decepção de alguns patrocinadores e colegas. Os pontos fracos são basicamente o que os opositores dizem ser. A pesquisa qualitativa é subjetiva. É pessoal. Suas contribuições para

**XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.  
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES  
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



tornar a ciência melhor e mais disciplinada são lentas e tendenciosas. Novas perguntas surgem com mais frequência do que novas respostas. Os resultados contribuem pouco para o avanço da prática social. (STAKE, 2011).

Nesse sentido, buscaremos fazer uso de métodos de triangulação como estratégia de análise dos dados. Assim, os diálogos dos participantes durante os encontros de formação serão confrontados com as entrevistas e suas produções escritas na busca por evidências que nos ajudem a pensar o ensino de demonstrações e o uso que professores podem fazer dos erros.

## REFERÊNCIAS

BALACHEFF, N. Aspects of proof in pupil's practice of school mathematics. In: PIMM, D. **Mathematics, teachers and children**. London: Hodder and Stoughton, 1988. p. 216-235.

CRESPO, C. C. Socioepistemología. In: POCHULU, M. D.; RODRÍGUEZ, M. A. **Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos**. 1. ed. Los polvorines: Universidad Nacional de Villa María, 2015. p. 91-114.

CRESWELL, J. W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens**. 3. ed. Porto Alegre. Penso, 2014.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica. Belo Horizonte, 2019.

DE VILLIERS, M. **Para uma compreensão dos diferentes papéis da demonstração em geometria dinâmica**. Atas do ProfMat 2002. Lisboa: APM, 2002. p. 65-72.

GALIAZZI, M. C.; SOUSA, R. S. **Análise textual discursiva: uma ampliação de horizontes**. Ijuí: Unijuí, 2022.

GUBA, E. G.; LINCOLN, Y. S. Controvérsias paradigmáticas, contradições e confluências emergentes. In: DENZIN, N. K. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: Artmed/Bookman, 2006. p. 169-192.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. Ijuí: Unijuí, 2007.

**XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.  
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES  
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam**. Porto Alegre: Penso, 2011.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Penso, 2016.



**XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.  
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES  
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

