UMA ANÁLISE DE OBSTÁCULOS IDENTIFICADOS POR MEIO DA APLICAÇÃO DE EXPERIMENTOS MENTAIS

Cristiane Corrêa Amaral[1]

GD n° 18 - Didática da Matemática

Resumo: Este trabalho apresenta os primeiros resultados de uma pesquisa em andamento para obter o grau de Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Tem como objetivo oferecer aos professores, tanto em formação inicial quanto continuada, que atuam no ensino de matemática, uma metodologia complementar chamada "Experimentos Mentais". Esses Experimentos são formas de representar o objeto do conhecimento, por meio de um diagrama, e de desenvolver certas deduções e abduções neste diagrama, a ponto de modificá-lo, para se chegar a novos conceitos c/ou generalizações. O foco deste estudo é identificar os obstáculos de aprendizagem que surgem quando os Experimentos Mentais são usados como estratégia pedagógica. A pesquisa utiliza uma abordagem qualitativa e, como parte dela, ofereceremos um curso durante a disciplina "Estudos Orientados", inserida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFJF. Realizamos um pré-projeto com estudantes universitários e alunos do ensino básico para avaliar a viabilidade dos materiais desenvolvidos para serem aplicados durante o curso. Os resultados preliminares sugerem que essa metodologia tende a promover um ensino contextualizado e crítico, proporcionando aos estudantes uma compreensão mais ampla e dialética dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Experimentos Mentais. Obstáculos didáticos. Formação de professores. Ensino de Matemática.

BREVE CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

Neste trabalho, a autora apresenta uma visão geral dos resultados da pesquisa realizada no contexto do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (PPGEM/UFJF). O objetivo é oferecer aos professores de matemática em formação inicial ou continuada a oportunidade de compreender e utilizar uma abordagem pedagógica complementar, chamada "Experimentos Mentais". O estudo busca identificar os obstáculos de aprendizagem que emergem ao utilizar essa abordagem, categorizados em obstáculos ontogênicos, psicológicos, didáticos e epistemológicos.

Duas questões fundamentais orientam essa investigação: "Como a aplicação dos Experimentos Mentais influenciam a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática?" e "Quais são os obstáculos de aprendizagem que podem surgir ao utilizar essa

---

[1]Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; Mestrado Profissional em Educação Matemática; E-mail: cristiane.correa@ice.ufjf.br; Orientador(a): Dr. Willian José da Cruz.

metodologia?". A pesquisa adota uma abordagem qualitativa, envolvendo a produção de dados por meio de um curso com duração de 20 horas, destinado a professores da educação básica e estudantes que cursam licenciatura em matemática. Além disso, como Produto Educacional, temos a intenção de elaborar atividades pedagógicas utilizando os Experimentos Mentais. Antes da realização do curso agendado para 2023, conduzimos um pré-projeto com estudantes de licenciatura em matemática da UFJF e alunos do nono ano do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação João XXIII, uma instituição vinculada à UFJF.

Experimentos Mentais na Educação Matemática

O conceito de "experimento mental" foi introduzido por Hans Christian Orsted (1777-1851), um cientista dinamarquês influente na física e na química. No seu artigo "First introduction to general physics" (1811), Orsted foi além dos experimentos físicos tradicionais, explorando um território de experimentos mentais que estimulam a criatividade (RAICIK; PEDUZZI, 2021). Esse tipo de abordagem tem uma longa história e pode oferecer novas perspectivas em várias áreas de pesquisa. É conhecido como *Gedankenexperiment* em alemão, ou "Thought Experiment" em inglês, e tem raízes filosóficas, remontando a pensadores gregos como Platão, os pré-socráticos e Aristóteles, conforme Guimarães (2021). Figuras modernas como Newton, Descartes, Kant e Leibniz também adotaram essa prática. Stuart, Fehige e Brown (2018) destacam que esses experimentos mentais surgem em várias esferas, incluindo filosofia, física, matemática, arte, política, economia, biologia e química.

A definição de experimento mental é discutida por acadêmicos, sem um consenso universal. Thomas Kuhn (1977) acredita que esses experimentos enriquecem a compreensão, ao reexaminar ideias preexistentes e destacar contradições internas do pesquisador. O filósofo canadense James Robert Brown (2011) concebe esses experimentos como manipulações mentais, especialmente quando lidam com objetos ideais sem base empírica. Por outro lado, o matemático e filósofo belga Jean Paul Bendegem (2003) argumenta que experimentos mentais aprimoram nossa compreensão de fatos do mundo real e suas teorias subjacentes.

O físico teórico alemão Albert Einstein se destaca como um notável exemplo de alguém que frequentemente empregou experimentos mentais no âmbito da física. Conforme documentado por Pais A. (2005), um desses episódios remonta a dezembro de 1922, quando Einstein compartilhou uma lembrança durante uma palestra realizada no Japão, ficando conhecido como Elevador de Einstein. Ele revive o momento em que estava sentado em seu escritório na sala de patentes em Berna. Repentinamente, uma ideia apareceu em sua mente: a noção de que, quando alguém está em queda livre, essa pessoa não percebe seu próprio peso. Essa epifania foi profundamente impactante e o simples experimento mental que utilizou elevadores imaginários o guiou na formulação da teoria da gravidade.

Dentro dos campos nos quais os experimentos mentais encontram aplicabilidade, destaca-se de maneira proeminente a importância desses experimentos no contexto da Educação Matemática. Cruz (no prelo, p. 7), descreve os Experimentos Mentais na Educação Matemática como "formas de representar o objeto do conhecimento, por meio de um diagrama, e de desenvolver certas deduções e abduções neste diagrama, a ponto de modificá-lo, para se chegar a novos conceitos c/ou generalizações". Portanto, para utilizá-los é necessário possuir um alicerce teórico sólido para a elaboração dos diagramas, além de uma compreensão matemática que justifique seu desenvolvimento.

Os experimentos mentais são vitais quando a obtenção de evidências empíricas é impossível, o que leva a uma compreensão da natureza da matemática diferenciada da visão de Aristóteles. Segundo Silva (2007), os objetos matemáticos para Aristóteles derivam de objetos físicos ou são meramente ficções úteis. O autor ainda destaca que Aristóteles acredita que a matemática isola características dos objetos reais e as idealiza, como a forma de uma esfera a partir de uma bola, ignorando discrepâncias. Esses objetos têm conexões sensoriais, pois refletem características reais. "Nós literalmente vemos os objetos matemáticos, grudados como uma pele aos objetos sensíveis" (SILVA, 2007, p. 55). Isso contrasta com a visão platônica, que defende que esses objetos residem em um reino de ideias, sendo nosso mundo uma imitação imperfeita dessa realidade ideal.

A abordagem de Experimentos Mentais na Educação Matemática é comparável à visão platônica, onde objetos matemáticos existem como ideais. Silva (2007) explica que Platão se concentra em formas, não nos ideais perfeitos que estão além do mundo físico e são inalcançáveis pelos sentidos. Isso abrange elementos como retas sem espessura, pontos sem dimensão e círculos perfeitos, que são aproximações das formas puras. Como esses objetos existem idealmente, não temos acesso direto a eles no mundo real. Em vez disso, interagimos com suas representações, que capturam algumas características essenciais.

Essa perspectiva se alinha, de certa forma, com as ideias de Peirce (CP, 1931-1958), que define a matemática como o estudo do que é verdadeiro em relação a situações hipotéticas. Campos (2007) destaca as características dessas hipóteses matemáticas: elas formam um mundo matemático definido e geral, são acessíveis à imaginação, não correspondem a estados naturais, podem ser compreendidas por meio de reflexão lógica e geram verdades matemáticas. Portanto, as hipóteses matemáticas são construções em um domínio próprio, governadas pela lógica, independentes da experiência.

Campos (2007, p. 85) acrescenta que Peirce visualiza esse mundo hipotético por meio de diagramas cujo propósito principal é "imaginar uma representação que incorpore a relação entre objetos que se sustentam em nosso mundo puramente hipotético". Nessa perspectiva, a matemática evolui através de diagramas, sendo fundamentalmente uma atividade semiótica, ou seja, a matemática cria, experimenta e observa resultados em diagramas, explorando cenários hipotéticos para buscar verdades e possibilidades. É nesse contexto que os Experimentos Mentais na Educação Matemática têm relevância.

Além disso, na Educação Matemática, um Experimento Mental exibe características simultâneas: Forma, Estrutura, Compreensão, Dependência, Revelação e Comparação, como observado por Cruz (2022). Forma se refere a hipóteses em um diagrama; Estrutura envolve novas ideias, uma síntese abdutiva, modificando o diagrama original; Compreensão é dedutiva, com cálculos quando necessário; Dependência envolve a escolha do sistema de representação; Revelação trata de resultados ou contradições emergentes; Comparação lida com generalizações ou outras abordagens do problema.

Possíveis obstáculos na aprendizagem matemática

No campo do ensino de matemática, a ideia de obstáculos, concebida pelo filósofo francês Gastão Bachelard, tem sido amplamente discutida. Segundo Pais L. (2019), Bachelard buscava entender como a ciência avança e reconheceu a necessidade de superar obstáculos para que mudanças significativas nos conhecimentos prévios ocorram. Esses obstáculos referem-se a conhecimentos antigos que resistem a novas concepções e ideias, porque "o ato de conhecer dá-se *contra* um conhecimento anterior" (BACHELARD, 1996, p. 17, grifo do autor), resultando em desafios para pesquisadores e cientistas. Guy Brousseau expandiu essa ideia para o contexto da matemática, chamando-a de obstáculos didáticos. Ele percebia esses obstáculos como barreiras que surgem no ensino e na aprendizagem da matemática, em sua visão,

> O erro não é apenas o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas de aprendizagem, mas sim o resultado de um conhecimento anterior que teve seu interesse, seus sucessos, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadequado. Erros desse tipo não são erráticos e imprevisíveis, eles se constituem em obstáculos. Tanto no funcionamento do professor quanto do aluno, o erro é constitutivo do sentido do conhecimento adquirido (BROUSSEAU, 1983, p. 171, tradução nossa).

Em relação a essa noção de obstáculos, Duroux (1983) forneceu suas características essenciais: (1) o obstáculo é um tipo de conhecimento, não apenas a falta dele ou uma simples dificuldade; (2) em contextos comuns, esse conhecimento gera respostas corretas; (3) ao aplicar esse conhecimento em outras situações, leva a respostas incorretas; (4) o conhecimento persiste teimosamente apesar de contradições e avanços; (5) mesmo após reconhecer que o conhecimento é impreciso, ele continua a aparecer persistentemente.

Brousseau (1983) classificou alguns tipos de obstáculos, conceituando o de origem epistemológica como aquele que surge naturalmente ao construir o conhecimento matemático. Esse obstáculo está ligado à história dos conceitos matemáticos e não pode ser evitado. No entanto, vale ressaltar que nem todas as dificuldades enfrentadas pelos alunos são consideradas obstáculos epistemológicos. Seguindo as ideias de Brousseau (1989), a identificação e compreensão dos obstáculos epistemológicos envolvem etapas como: (1) identificar erros recorrentes e conectá-los a certas ideias; (2) reconhecer os obstáculos com raízes na história da matemática; (3) comparar os obstáculos históricos com os encontrados no aprendizado, permitindo entender sua natureza epistemológica. Por exemplo, Almouloud (2007) aponta como obstáculo epistemológico a rejeição da fração como número por Kronecker e a não aceitação da irracionalidade da raiz quadrada de dois pelos Pitagóricos.

A existência de obstáculos enraizados na construção do conhecimento pode levar ao surgimento de dificuldades durante o ensino. Esses obstáculos de ensino podem ser influenciados pelas decisões do professor em relação a métodos e abordagens educacionais (BROUSSEAU, 1983). Por exemplo, o ensino de fração como uma simples divisão de figuras, sugerindo que estão sempre relacionadas a partes de um todo, pode causar obstáculos de origem didática, como destacado por Almouloud (2007). Esses obstáculos surgem de adaptações no ensino que podem ser difíceis de mudar, uma vez que, segundo D'Amore (2007), cada professor escolhe métodos baseados em suas convicções, o que pode funcionar para alguns alunos, mas não para todos.

Os obstáculos no ensino também podem surgir das limitações de desenvolvimento do aluno. Quando um professor ensina algo que o estudante ainda não consegue compreender, isso causa dificuldades na aprendizagem. Por exemplo, se um aluno não atingiu o nível de desenvolvimento adequado conforme as pesquisas de Jean Piaget, ele pode ter problemas em entender conceitos matemáticos abstratos, como conjuntos de números negativos e irracionais. Essas barreiras, chamadas de obstáculos de origem ontogênica, ocorrem porque os indivíduos têm limitações cognitivas em diferentes fases de suas vidas, não necessariamente relacionadas à idade cronológica (BROUSSEAU, 1983).

Às vezes, os obstáculos que surgem devido às limitações no desenvolvimento podem contribuir para obstáculos de natureza psicológica. Isso se refere aos aspectos emocionais e mentais dos alunos, como suas crenças e atitudes em relação à aprendizagem. Por exemplo, um estudante que ainda não possui o estágio de desenvolvimento cognitivo necessário para entender um tópico matemático pode enfrentar desestabilizações emocionais, o que resulta em obstáculos psicológicos. Conforme Almouloud (2007), esses obstáculos surgem quando o processo de aprendizagem cria desequilíbrio no aluno, entrando em conflito com suas percepções internas mais profundas.

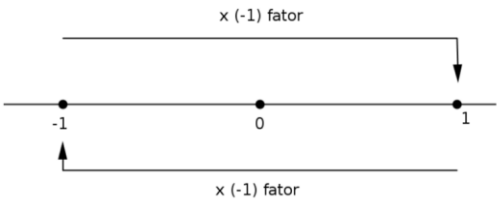
Análise preliminar do pré-projeto

Neste artigo, apresentamos os resultados preliminares de um Experimento Mental realizado com seis estudantes de matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). O Experimento aconteceu na disciplina Matemática Escolar 3, ministrada pelo professor doutor Willian José da Cruz, em 18 de maio de 2023, durando cerca de uma hora e vinte minutos. Antes de iniciar a atividade, introduzimos a ideia geral dos Experimentos Mentais na Educação Matemática usando mapas mentais. O primeiro mapa resumiu os princípios-chave dos Experimentos Mentais, enfatizando o uso de diagramas. O segundo destacou características essenciais, como Forma, Estrutura, Compreensão, Dependência, Revelação e Comparação.

No Experimento Mental que estamos analisando, focamos na multiplicação de números inteiros. Nele, observamos como os objetos matemáticos se transformam, o que nos ajuda a entender que os conceitos matemáticos não são fixos, mas mudam ao longo do tempo (CRUZ, 2020). O objetivo é explicar as multiplicações $(+1) \cdot (-1)$, $(-1) \cdot (+1)$ e $(-1) \cdot (-1)$. Começamos convidando os participantes a explicarem o resultado da multiplicação $(-1) \cdot (-1)$. Posteriormente, para ajudar nesse processo explicativo, sugerimos usar os números -1 e $+1$ como objetos, representados como pontos opostos simetricamente em relação a um ponto central em uma reta. Pedimos aos alunos para representarem isso, criando a característica "Forma" do Experimento Mental.

Na representação visual que criamos, usamos transformações geométricas para entender como a multiplicação que está sendo investigada acontece. Para isso, multiplicamos um número (ou ponto) por algo chamado "fator de simetria". Se multiplicarmos o número pelo fator de simetria -1, obtemos o seu simétrico, figura 1. Se multiplicarmos o número pelo fator de simetria $+1$, ele permanecerá o mesmo. Dessa forma, é importante diferenciar o objeto (número ou ponto) do fator de simetria. Pode-se pensar nisso de duas maneiras: $(objeto) \cdot (fator) = objeto$; e $(fator) \cdot (objeto) = objeto$. O processo de criar e manipular essas ideias é o que chamamos de "Estrutura" e "Compreensão" do Experimento Mental. Quando aplicamos a primeira regra, por exemplo, descobrimos que multiplicar $(+1) \cdot (-1)$ resulta no simétrico de $+1$. Por outro lado, multiplicar $(-1) \cdot (+1)$ mantém o número igual a -1, já que o fator de simetria é $+1$.

Figura 1: Investigação do diagrama para multiplicação de números inteiros



Fonte: Cruz, 2020, p. 13.

Assim, as expressões $(+1) \cdot (-1)$ e $(-1) \cdot (+1)$ levam ao mesmo resultado, mas representam multiplicações diferentes no processo que foi criado. Na primeira, temos $+1$ multiplicado pelo fator de simetria -1, e na segunda, -1 multiplicado pelo fator de simetria $+1$, seguindo a regra $(objeto) \cdot (fator) = objeto$. Isso nos mostra que a ordem dos fatores importa nesse processo. Continuando o Experimento, podemos aplicar um processo semelhante para multiplicar qualquer número inteiro.

Vamos tomar o exemplo de multiplicar $(+3) \cdot (-2)$. Primeiro, identificamos o objeto e o fator de simetria, conforme a regra escolhida. Assim, tomamos o objeto como $+3$ e o fator de simetria como -2. Em seguida, reescrevemos o fator -2 como $(-1) \cdot 2$ para que possamos trabalhar com ele como fizemos antes, obtendo a expressão $(+3) \cdot (-1) \cdot 2$. Aplicamos o simétrico de $+3$, que é -3, e então podemos considerar o fator 2 como algo que "dilata" o resultado, o que significa que duplica. Nesse caso, ele duplica o resultado -3, resultando em -6.

Podemos seguir a regra alternativa em que o fator multiplicado pelo objeto resulta no próprio objeto, $(fator) \cdot (objeto) = objeto$. Nesse caso, escolhemos $+3$ como o fator de simetria e -2 como o objeto. Ao reescrevermos o fator $+3$ como a multiplicação dos fatores $3 \cdot (+1)$ obtemos $3 \cdot (+1) \cdot (-2)$, sendo que o fator de simetria $+1$ mantém o objeto -2. No entanto, o fator restante pode ser usado para "dilatar" o objeto, triplicando seu valor original. Além disso, podemos até aplicar a ideia de translação. Isso nos fornece diferentes formas de explorar a multiplicação de números inteiros.

Na Educação Matemática, os Experimentos Mentais seguem um processo de três etapas com base em diagramas. Neste Experimento em particular: criamos uma representação visual geométrica, também chamada de ícone por Peirce; exploramos essa representação para descobrir uma regra de multiplicação de números inteiros através de transformações geométricas; e observamos os resultados do processo. Assim, o Experimento Mental permitiu a participação ativa na construção do conhecimento matemático, não se limitando a seguir procedimentos prontos, mas conduzindo os participantes a criarem um processo e a tomarem decisões com base nos objetos matemáticos. Vejamos no quadro 1 a síntese dos obstáculos didáticos identificados durante esse processo criativo.

Quadro 1: Análise dos dados produzidos pelo participante 1

Problema apresentado	Resposta do participante	Obstáculos percebidos	Produção de interpretantes por parte do pesquisador
Se alguém perguntasse o porquê de (-1)×(-1) = +1, o que vocês responderiam para essa pessoa?	Quando eu aprendi na escola, a minha professora só colocou assim no quadro: “na multiplicação sinais iguais dá positivo, sinais diferentes dá negativo”.	Obstáculo didático Obstáculo epistemológico	A professora usou um método de ensino em que apenas aplicou a regra sem explicar o porquê, o contexto ou a lógica por trás dela. Isso levou a uma aprendizagem superficial. Muitas vezes, a multiplicação de números negativos é vista como

			uma regra que é decorada e aceita sem ser realmente entendida. A história da matemática mostra que a compreensão dos números negativos evoluiu ao longo do tempo, enfrentando dificuldades para justificar essa regra. Euler, por exemplo, afirmou que (-1)×(-1) só poderia resultar em +1, porque (-1) × (+1) e (+1) × (-1) já resultariam em -1 (GLASER, 2010).
Convenceu essa regra?	Não sei explicar isso agora.	Obstáculo epistemológico e didático	O participante tem dificuldade para explicar o resultado de (-1)×(-1), o que sugere uma lacuna em seu conhecimento. Essa questão tem sido discutida por matemáticos e educadores por muitos anos.
Na universidade você já viu alguma coisa relacionada?	Não, primeira vez.	Obstáculo didático	O participante não recebeu explicações sobre por que (-1)×(-1) é igual a +1 em sua educação, o que indica uma possível falha na abordagem didática desse tópico.
Então nunca perguntaram por que (-1)×(-1) = +1 aqui? Na verdade, esse conhecimento foi o que: "ah, isso vocês já deveriam estar sabendo...". Foi assim?	Porque na adição e na subtração de números inteiros têm a questão da reta numérica, então você pensa na reta. Mas na multiplicação eu não estou pensando não.	Obstáculo didático	O participante não parece conectar a reta numérica ao conceito de multiplicação de números inteiros, possivelmente devido a uma abordagem educacional que não enfatizou essa ligação de forma completa.
O que dizer dos resultados encontrados na Compreensão anterior? [se refere a criação e a exploração da regra de multiplicação de números inteiros por meio do Experimento Mental]	Desde o princípio dos ensinos iniciais de matemática, ouvimos que a ordem na multiplicação "não importa", entretanto ao definirmos o objeto e o fator há uma ordem para podermos realizar a "comparação", então foi uma revelação a questão de fator e produto. A ordem dos fatores não irá alterar o resultado, mas importam no processo.	Possível obstáculo psicológico	O participante se surpreende [visível na gravação] ao comparar o processo do Experimento Mental com a abordagem convencional de multiplicação. Essa surpresa decorre da quebra da noção de que o resultado é obtido apenas através de regras de sinais preestabelecidas, destacando a criação de um processo mais abrangente.
Experimento Mental de (+3)×(-2).	[...] A única coisa que eu tinha feito era pegar o -2 e escrever $(+2) \times (-1)$, com o $+2$ sendo meu objeto e o -1 sendo o meu fator. Já que vocês estão criando	Obstáculo da aplicação da metodologia	A escolha do objeto e do fator de simetria é baseada no conhecimento do participante sobre o Experimento Mental

	caso com a minha teoria, e se eu escrever o $+3$ também como sendo 3 vezes 1, e aí o 3 seria o meu objeto e o 1 seria o meu fator. Pelo menos eu já teria dois fatores e dois objetos, aí eu poderia multiplicar objeto com objeto e fator com fator, aí vai dar o mesmo resultado. Pelo menos tô criando uma ordenzinha dos dois.		anterior, com os fatores de simetria $+1$ e -1 . A aplicação do Experimento introduz informação nova, o fator dilatador, em um processo já estabelecido, representando um obstáculo na metodologia.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Ao se deparar com a primeira pergunta da atividade, o participante 1 recorreu à regra ensinada por sua professora, usando uma analogia popular para ilustrar. Visivelmente inquieto, ele focou sua atenção intensamente no papel, esforçando-se para encontrar uma justificativa. Esse momento foi notável, uma vez que essa questão nunca havia sido apresentada em sua jornada acadêmica. Enquanto refletia, o participante tentou relacionar a potenciação com a multiplicação de números negativos. Ele incluiu a expressão $(-1)^2 = (-1)(-1) = 1$ em sua resposta escrita, buscando compreender usando potências. No entanto, ele admitiu dificuldades em avançar nesse raciocínio e justificar por que a potenciação resultaria em $+1$. Ele expressou sua perplexidade, mencionando que *volto para a mesma coisa, porque se eu penso em potência dá no mesmo*.

Nesse momento, fica evidente a tentativa do participante em encontrar estratégias para justificar a multiplicação de números negativos, embora ele enfrente dificuldades ao articular suas ideias de maneira coesa. A falta de uma explicação sólida, aliada à aceitação prévia de uma regra, sugere a possível presença de obstáculos epistemológicos. Isso encontra respaldo nas análises de Glaeser (2010), que investigou a evolução da compreensão da regra dos sinais ao longo de mais de 1500 anos. Além disso, sua inquietação diante de um problema novo, ausente em sua formação anterior, pode indicar um obstáculo psicológico, revelando a desestabilização causada pela confrontação com uma situação desconhecida e desafiadora.

Após conduzir o Experimento Mental e discutir as multiplicações $(+1) \cdot (-1)$ e $(-1) \cdot (+1)$ no contexto do processo em construção, o participante 1 ficou surpreso ao comparar com a multiplicação convencional. Nessa última, a ordem não importa, pois não há distinção entre objeto e fator. A crença arraigada de que o conhecimento matemático é absoluto e imutável pode ser um obstáculo psicológico. Essa concepção rígida da matemática cria barreiras para conceberem novas abordagens.

No cenário do exemplo $(+3) \times (-2)$, após explorar os fatores $+1$ e -1, o participante 1 sugeriu a expressão $(+3)(+2)(-1)$, considerando $+3$ e $+2$ como objetos e -1 como fator. A proposta foi realizar operações diretas entre objetos antes de aplicar o fator de simetria. Entretanto, outros participantes questionaram essa lógica, argumentando que é necessário aplicar um fator ao desenvolver a operação por meio do processo estabelecido. Isso destaca como tentar adaptar um conhecimento prévio pode criar obstáculos. Dessa forma, a aplicação do Experimento Mental introduziu uma nova informação em um processo já estabelecido. Assim, quando a metodologia de Experimentos Mentais requer inclusão de novas ideias para impulsionar avanços na atividade, isso pode ser visto como um obstáculo inerente à abordagem.

Portanto, ao analisar de maneira preliminar o Experimento Mental realizado, torna-se evidente a identificação de obstáculos didáticos no conhecimento matemático devido a maneira como os objetos são tratados na metodologia empregada. Essa abordagem frequentemente cria contradições no pensamento dos participantes, revelando que a matemática não é um domínio fixo, mas sim uma construção em constante evolução. A matemática se expressa através da representação de objetos, exploração de diagramas e análise de resultados. O Experimento Mental oferece um ambiente propício para compreender que o conhecimento matemático é influenciado por aspectos contextuais e processuais, ao invés de ser estritamente regido por regras inflexíveis.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática.** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BENDEGEM, J. P. V. Thought experiments in mathematics: anytidng but proof. **hilosophical**, Ghent University., v. 72, n. 2, p. 9 - 33, 2003. Disponível em: https://www.philosophica.ugent.be/article/id/82229/. Acesso em 27 maio 2023.

BROUSSEAU, G. P. Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 4, n. 2, p. 165 - 198, 1983.

BROUSSEAU, G. P. Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. Nadine Bednarz, Catherine Garnier. Construction des savoirs Obstacles et Conflits, CIRADE Les éditions Agenced'Arc inc., p.41-63, 1989. hal-00516581v1

BROWN, J. R. **The laboratory of the mind: thought experiments in the natural sciences**. Routledge: New York, 2011.

CAMPOS, D. G. Raciocínio Matemático e Criação Poiética em Peirce. **COGNITIO ESTUDOS: Revista Eletrônica de Filosofia**, São Paulo, v. 4, n. 2, jul/dez, p. 81 - 92, 2007. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/cognitio/article/view/5755. Acesso em: 16 maio 2023.

CRUZ, W. J. da. Objetos e processos: aspectos complementares na multiplicação de número inteiros negativos. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, p. 01-17, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e70984. Acesso em: 12 ago. 2023.

CRUZ, W. J. da. **Experimentos Mentais:** uma nova metodologia para o ensino de Matemática. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2022.

CRUZ, W. J. da. Experimentos Mentais: uma nova metodologia alternativa para o ensino da matemática? Perspectivas teóricas. **Educação Matemática em Revista**. No prelo.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

DUROUX, A. La valeur absolue: difficultés majeures pour une notion mineure. **L'IREM de Bordeaux**, n. 3, p. 43-67, 1983.

GLAESER, G. Epistemologia Dos Números Relativos. **Boletim GEPEM**, [S. l.], n. 57, 2010. Disponível em: https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/302. Acesso em: 13 ago. 2023.

GUIMARÃES, R. R. Epistemologia dos experimentos mentais, argumentação e explicações científicas no ensino de Física e de Ciências. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**, Passo Fundo, v. 4, edição especial, p. 1225-1241, 2021. Disponível em: http://seer.upf.br/index.php/rbecm/article/view/12909. Acesso em: 27 maio 2023.

KUHN, T. S. A function for Thought Experiments. In: ____. **The essential tension**. Chicago: University of Chicago, 1977. p. 240-265.

PAIS, A. **Subtle is the lord: The science and the life of Albert Einstein**. Oxford University Press: New York, 2005.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Edutora, 2019.

PEIRCE, C. S. **Collect Papers.** C. HARTSHORNE; WEISS, P. (orgs.), v. 1-6 e BURKS A. W. (orgs.), v. 7-8. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1931-1958.

RAICIK, A. C.; PEDUZZI, L. O. Q. De Mach ao 'novo experimentalismo': um resgate histórico-epistemológico de experimentos de pensamento. **Revista Brasileira de História da Ciência**, v. 14, n. 2, p. 209-234, jul/dez 2021. Disponível em: https://rbhciencia.emnuvens.com.br/revista/article/view/153. Acesso em: 27 maio 2023.

SILVA, J. J. da. **Filosofias da matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

STUART, M. T.; FEHIGE, Y.; BROWN, J. R. **The Routledge Companion to ThoughtExperiments**. Routledge: New York, 2018.