



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ABORDAGEM COM ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Graziella Fátima Amorin Natali Machado¹

GD n° 14 – Resolução de Problemas

Resumo: O presente trabalho tem a seguinte questão de pesquisa: Como explorar o conteúdo de semelhança de triângulos, de forma contextualizada e por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas? A pesquisa que será realizada é do tipo qualitativa, e os participantes serão 15 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, escolhidos por serem alunos da professora pesquisadora. Como instrumento para a coleta de dados será elaborado uma sequência de tarefas com problemas sobre semelhança de triângulos com materiais manipuláveis e softwares, voltados para a construção de novos saberes. Os dados serão coletados por meio do registro escrito dos grupos ao resolver os problemas e pela transcrição dos audios dos diálogos entre a professora pesquisadora e os participantes da pesquisa. Os dados serão analisados e espera-se resultados relevantes para o ensino de Geometria, no conteúdo de semelhança de triângulos e desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes.

Palavras-chave: Matemática. Geometria. Semelhança de Triângulos. Resolução de Problemas. Metodologia.

INTRODUÇÃO

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é o documento norteador da Educação Básica, o conhecimento matemático é fundamental a todos os estudantes, não somente por sua aplicação em todo contexto social, mas também por “suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2018, p. 265).

Segundo a BNCC, a Matemática não se limita somente à quantificação ou técnicas de cálculo, mas também analisa fenômenos aleatórios, cria sistemas abstratos e se inter-relaciona com fenômenos do mundo real. É importante que os alunos “relacionem observações empíricas do mundo real a representações [...] e associem essas representações a uma atividade matemática” (BRASIL, 2018, p. 265). Dessa maneira, o esperado é que identifiquem o uso da Matemática para resolver problemas, utilizando-se de conceitos, procedimentos e resultados, culminando em soluções contextualizadas.

No que diz respeito à Geometria, o referido documento (BNCC, 2018, p.271) traz uma importante orientação: o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Lorenzato

¹ UTFPR – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – Mestrado Profissional; gramac@alunos.utfpr.edu.br; orientador(a): Andresa Maria Justulin.

(1995) trata esse pensamento geométrico como algo diferente da aritmetização do raciocínio (com contas): se faz necessária a percepção geométrica, o raciocínio geométrico e a linguagem geométrica.

A BNCC (BRASIL, 2018,) também apresenta dez competências gerais da Educação Básica, e atrelada a estas, está a resolução de problemas. O documento versa, na segunda competência, que ao exercitar a curiosidade intelectual, o aluno deve desenvolver a habilidade de “formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas” e também, no tocante das tecnologias digitais, “resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva”.(BRASIL, 2018, p. 9)

Nesse cenário, este projeto tem como objetivo explorar o conteúdo de semelhança de triângulos, de forma contextualizada e por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. A escolha do tema se deu pela área de atuação e afinidade da pesquisadora, além da inquietação advinda da disciplina de Resolução de Problemas, com o ingresso no Mestrado Profissional, mais precisamente com a utilização de materiais manipuláveis na resolução de problemas.

Assim, surgiu o questionamento: Como explorar o conteúdo de semelhança de triângulos, de forma contextualizada e por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

Primeiramente, é apresentado o referencial teórico da pesquisa, pautando-se em autores do ensino de Geometria: Euclides (2009), Lorenzato (1995) e da Resolução de Problemas: Polya (1978), Dante (2005), Echeverría e Pozo (1998), Van de Walle (2001), Onuchic e Allevato (2011), e Allevato e Possamai (2022). Após esse momento, serão explicitados o percurso metodológico da pesquisa, os participantes, e as perspectivas do instrumento de pesquisa e da coleta dos dados.

REFERENCIAL TEÓRICO

Geometria e Semelhança de Triângulos

A Geometria abrange o estudo de “um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

(BRASIL, 2018, p. 271). Ela está resente em nosso contexto: nas medidas, formas, figuras, posições e deslocamentos, bem como as relações entre figuras planas e espaciais, além das transformações geométricas (BRASIL, 2018, p. 271). A Geometria exige do aluno uma “maneira específica de raciocinar” (LORENZATO, 1995, p.5).

A Geometria dá apoio também a outros componentes curriculares:

[...] como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem idéias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a Geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos. A imagem desempenha importante papel na aprendizagem e é por isso que a reapresentação de tabelas, fórmulas, enunciados, etc, sempre recebe uma interpretação mais fácil com o apoio geométrico (LORENZATO, 1995, p. 6)

Lorenzato (1995, p.10) também cita a contribuição do casal Van Hiele no ensino de Geometria. O “Modelo de Van Hiele” que aborda os “níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico)” tem por características:

[...] no nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua aparência: a ele pertencem os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades); no nível seguinte (análise) os alunos conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas; no outro nível (ordenação), as propriedades das figuras são ordenadas logicamente (inclusão) e a construção das definições se baseia na percepção do necessário e do suficiente. As demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Nos dois níveis seguintes estão aqueles que constroem demonstrações e que comparam sistemas axiomáticos (LORENZATO, 1995, p. 10-11).

Sobre o ensino de Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, a BNCC, orienta que deve ser encarado como uma “consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas”, através de transformações e ampliações (ou reduções) de figuras, “identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança”:

Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo (BRASIL, 2018, p.272).

A semelhança de triângulos é parte importante na construção do pensamento geométrico, sendo utilizada, também, como aporte para conteúdos posteriores, como nas relações métricas do triângulo retângulo e na trigonometria,

Em relação aos aspectos históricos desse conteúdo, Thales de Mileto, matemático e comerciante, de origem grega e que viveu por volta de 624 a 548 a.C, (BERNOULLI, 2023, p. 70) é considerado o precursor na análise dedutiva da Geometria, mais conhecido pela descoberta



do teorema que leva seu nome, quando mediu uma pirâmide por sua sombra. “Tales fincou uma estaca verticalmente no solo, mediu o comprimento da sombra da estaca e a medida da sombra da pirâmide e calculou a altura desejada por meio da proporção a seguir, deixando o faraó e toda a sociedade egípcia admirados”.

Os Elementos de Euclides, em seu livro VI traz como primeira definição de figuras semelhantes: “Figuras retilíneas semelhantes são quantas têm tanto os ângulos iguais, um a um, quantos os lados ao redor dos ângulos iguais em proporção” (EUCLIDES, 2009, p. 231). No teorema XX, Euclides traz a demonstração de polígonos através de semelhança: “Os polígonos semelhantes são divididos em triângulos tanto semelhantes quanto iguais em quantidade e homólogos aos todos, e o polígono tem para o polígono uma razão dupla da que o lado homólogo, para o lado homólogo” (EUCLIDES, 2009, p. 251).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP)

Ao buscar uma definição para problema, pode-se notar que não há uma unanimidade. Um problema “é uma situação a qual é necessário que o indivíduo pense para solucioná-la” (DANTE, 2005, p. 9). Para Onuchic (2011, p. 81), “problema é tudo o que não se sabe fazer, mas há o interesse em fazer”.

Polya (1887-1985), matemático e professor de origem húngara, conhecido por suas contribuições para o campo da resolução de problemas e pela publicação do livro "How to Solve It" (1945) que em português, foi traduzido para “A Arte de Resolver Problemas”, entendia problema como uma situação que envolve uma dificuldade a ser superada, um obstáculo a ser enfrentado ou uma pergunta a ser respondida. Ele enfatizou que os problemas não estão apenas presentes na Matemática, mas em muitas áreas da vida e do pensamento.

Diante deste fato, um certo cuidado de faz necessário. De acordo com Echeverría e Pozo (1998), enquanto professores, precisamos entender que nossas percepções de mundo divergem das percepções de nossos alunos, e isso se reflete quando se resolve um problema. Os autores discorrem que, sem a devida compreensão de uma tarefa, os problemas se tornam meros exercícios, automatizados e repetitivos. Segundo Echeverría e Pozo (1998), um problema é diferente de um exercício pois esse último ocorre quando possuímos mecanismos que nos levam



à resolução de forma imediata, automatizada. Partindo disso, o que é um problema para um aluno pode ser, para outro, um exercício.

Polya (1945) apresenta um método geral para resolver problemas, dividindo-o em quatro etapas principais:

1. Compreender o problema: A primeira etapa envolve ler atentamente o problema, identificar os dados fornecidos e compreender completamente o que é solicitado. É importante fazer perguntas para esclarecer qualquer ambiguidade e criar uma representação clara do problema.
2. Estabelecer um plano: Nesta etapa, Polya considera o desenvolvimento de um plano ou a elaboração de uma estratégia para resolver o problema. Isso pode incluir a identificação de possíveis subproblemas, a busca por padrões ou relações relevantes e a seleção de métodos ou técnicas adequadas.
3. Executar o plano: Uma vez que um plano tenha sido formulado, é necessário executá-lo de maneira cuidadosa e organizada, seguindo os passos estabelecidos. Isso pode envolver cálculos, deduções lógicas, experimentação ou outras abordagens, dependendo da natureza do problema.
4. Avaliar a solução: Após encontrar uma solução, Polya enfatiza a importância de avaliá-la para verificar sua validade e eficácia. Isso pode envolver a verificação dos resultados, a análise da lógica utilizada ou a aplicação de critérios relevantes. Se a solução não for satisfatória, Polya encoraja a revisão do trabalho realizado e a busca de alternativas.

Schroeder e Lester (1989), após analisar as pesquisas e práticas docentes da década de 1980, destacam três formas de tratar a resolução de problemas: ensinar sobre a resolução de problemas (a forma de Polya), ensinar para a resolução de problemas (ensinar o conteúdo para que se resolvam problemas), e a que será abordada nessa pesquisa, que é ensinar Matemática através da Resolução de Problemas, onde se lança um problema gerador². Esta última considera a Resolução de Problemas como uma metodologia ou abordagem de ensino.

Em relação ao uso da Resolução de Problemas no ensino de Matemática, Onuchic e Allevato (2011) afirmam que se pode pensar em ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática como pontos distintos, que podem ocorrer, ou não, em concomitância e que não são,

² Problema gerador: problema que visa a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento.



necessariamente, consequências entre si. As autoras ainda trazem que, no século XX, passou-se a tratar o ensino e a aprendizagem como ações que ocorrem simultaneamente. Já a avaliação passou a ter um novo olhar sob os ambientes de ensino, onde “passou a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 80).

Onuchic e Allevato (2011) adotaram, então, dentro do contexto de sala de aula, a palavra ensino-aprendizagem-avaliação, onde explicam que:

[...] ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.81).

Allevato e Onuchic (2014, p. 45), em sua obra, apresentam uma sugestão de roteiro para colocar em prática essa metodologia, composta por 10 (dez) etapas: (1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas, conforme a Figura 1:

Figura 1: Etapas da MEAAMaRP



Fonte: Elaborada pela autora (2023), baseada em Allevato e Onuchic (2014, p. 45)

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
 Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
 Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
 12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



Nesse roteiro, o professor elege ou desenvolve um problema e o apresenta aos alunos (também é possível aceitar um problema trazido pelos próprios alunos). Tal problema pode ser definido como problema gerador, pois seu intuito é constituir um novo conteúdo (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014), e após esse momento, o roteiro é seguido no decorrer da aula; o segundo momento é a leitura individual, pelo aluno, que tem a possibilidade de refletir e compreender o problema apresentado. Na terceira etapa, grupos são formados e outra leitura é realizada, mas agora, em grupos, em que, com a ajuda do professor, compreendem melhor o problema e. A quarta etapa é onde ocorre a resolução do problema, que culminará na construção do conhecimento, onde serão utilizadas diferentes caminhos ou estratégias para a expressão dessa resolução: desenho, escrita, esquema, gráfico, tabela etc. O professor tem papel observador e incentivador, além de auxiliar em possíveis dificuldades – quinta etapa. No sexto momento, os alunos são convidados a registrarem suas resoluções na lousa, independente se certas, erradas ou do processo utilizado, seguido da etapa em que os alunos expressam suas ideias e justificam seus resultados (sétima etapa). Feito isso, chegaremos à oitava etapa, que é a busca de um consenso sobre qual é a resposta correta, e esta culmina na formalização do conteúdo, em que os conceitos são padronizados e estruturados matematicamente. A décima e última etapa consiste na proposição de novos problemas a partir do problema gerador.

Esses novos problemas

[...] possibilitam analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático, gerando um círculo que se configura pela construção de novos conhecimentos e pela resolução de novos problemas, e assim por diante (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 46).

De modo geral, “[...] quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas” (ALLEVATO, 2005, p. 61).

Segundo Allevato e Possamai (2022), a MEAAMaRP contribui para o desenvolvimento e autonomia dos estudantes, melhora os processos de escrita e leitura nas aulas de Matemática e potencializa a confiança e interesse dos alunos, além de favorecer o trabalho cooperativo e colaborativo, conectando as diversas esferas da Matemática com situações do cotidiano.



PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é do tipo qualitativa e, segundo, Bogdan e Biklen (1994, p.16) agrupa inúmeras “[...] estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por *qualitativos*, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.16).

Sendo assim, a presente pesquisa realizada por uma discente do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) envolverá uma implementação com alunos do 9. ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular da cidade de Londrina/ Paraná. Para isso, será desenvolvida uma sequência de tarefas com problemas sobre semelhança de triângulos, e será desenvolvida presencialmente, durante cinco aulas de 45 minutos de Matemática – Geometria na turma do 9º ano, com 15 alunos. Tal sequência comporá o Produto Educacional da pesquisa, juntamente com reflexões sobre o processo de validação.

O objeto de aprendizagem semelhança de triângulos, contemplam no 9º ano do Ensino Fundamental duas habilidades da BNCC:

- resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. (EF09MA08);
- reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. (EF09MA12).

Para a análise dos dados, será utilizada a análise de conteúdo de Bardin (1977), que envolve a organização da análise, a codificação, a categorização, a inferência e o tratamento das informações.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES



A pesquisa encontra-se em fase inicial. A fundamentação teórica e metodologia serão produzidas ao longo do processo de construção da dissertação, bem como a elaboração e validação do Produto Educacional.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; POSSAMAI, Janaína Poffo. **Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas**. Com a Palavra, o Professor, v. 7, n. 18, p. 153-172, 2022.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977

EUCLIDES. Os Elementos. **São Paulo: Editora Unesp**, 2009. Tradução de Irineu Bicudo.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 28/08/2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - PCN**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BERNOULLI. Sistema de ensino. **Coleção Ensino Fundamental 9º ano: Matemática Volume 1**. Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2023.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo, SP. Editora Ática, 2005.

ECHEVERRÍA, María del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**. A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, p. 13-42, 1998.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** Educação Matemática em Revista, SBEM, n. 4, p. 3-13, 1995.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema-Mathematics Education Bulletin, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; GOMES, ALLEVATO Norma Suely. **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco, 2014.



POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, v. 2, p. 12, 1978.



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.