



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Realização:



Apoio:



FORMAS EM MOVIMENTO: O GEOGEBRA E A APRENDIZAGEM ATIVA

Robson da Silva Hessler¹

GD n° - 6

Resumo: O desenvolvimento da informática e a popularização dos computadores nas últimas décadas têm causado impactos nas formas de pensar, incluindo também as maneiras de se pensar e aprender Geometria. Por conta disso, delineou-se esta pesquisa, em estágio inicial, com o objetivo de caracterizar como se dá o desenvolvimento do pensamento visual de estudantes que utilizam o GeoGebra no processo de resolução de problemas geométricos. Para tanto, visa-se planejar e aplicar oficinas acerca do Problema do Sofá, entre outros, utilizando o software GeoGebra em uma escola de Educação Básica da região metropolitana de Porto Alegre. Com isso, pretende-se compreender o desenvolvimento do pensamento visual dos estudantes nos processos de manipulação do GeoGebra a partir de suas ações e conceituações e contribuir com as pesquisas e as práticas pedagógicas que envolvem o ensino de Geometria com tecnologias digitais.

Palavras-chave: GeoGebra. Pensamento Geométrico. Aprendizagem Ativa.

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da informática e popularização dos computadores nas últimas décadas têm causado impactos nas formas de pensar. Em particular, cabe ressaltar a mudança no modo como os sujeitos aprendem Matemática. A esse respeito, Basso e Notare (2015, p. 3) afirmam que os computadores:

afetam as pessoas e suas formas de pensar [...]. Hoje, com os recursos tecnológicos interativos e dinâmicos, temos um ganho de compreensão, proporcionado pelas representações agora acessíveis por meio desses ambientes. Os recursos tecnológicos e a possibilidade de representação e manipulação de objetos matemáticos abrem novas possibilidades para o pensamento matemático. (BASSO; NOTARE, 2015, p. 3)

Logo, o próprio desenvolvimento desses ambientes altera as formas como o sujeito pensa os problemas em matemática. Os autores citam como exemplo o processo de criação de um gráfico a partir de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ com coeficientes conhecidos. Utilizando lápis e papel, essa atividade constitui um exercício a ser resolvido; utilizando um computador, a questão é trivial: basta inserir os coeficientes da função e obtém-se o gráfico. Por outro lado, com o computador, pode-se variar os coeficientes da função, observando o impacto disso no gráfico. Assim, o que se configura exercício com uma tecnologia, rapidamente se

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS; Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática; Mestrado em Ensino de Matemática; robsonhessler@gmail.com; orientadora: Márcia Rodrigues Notare.

transforma em um espaço para exploração em outra. Dessa maneira, as possibilidades advindas do uso da informática para o ensino de Matemática, e em particular de Geometria, vêm sendo amplamente estudadas no contexto do ensino de Geometria, por autores como Silveira (2020) e Notare e Basso (2015).

Cabe notar que o entendimento de que as tecnologias têm potencialidade para alterar a forma pelas quais os sujeitos constroem significado vem sendo trabalhado a algum tempo, por autores como Lévy (1993) em *As Tecnologias da Inteligência*. O autor desenvolve a ideia de que a produção de conhecimento se dá não apenas pelos sujeitos, mas na interação entre eles e suas tecnologias. Assim, ele define tecnologias da inteligência como aquelas que “ocupam o lugar de auxiliares cognitivos dos processos controlados” (LÉVY, 1993, p. 56).

O autor menciona a escrita como um exemplo dessas tecnologias, destacando-a como “uma forma de estender indefinidamente a memória de trabalho biológica”, na qual a memória “Não sofre as deformações provocadas pelas elaborações” (LÉVY, 1993, p. 55). Assim sendo, o processo cognitivo de sujeitos que fazem cálculos com papel e caneta, por exemplo, é distinto daquele que ocorre ao se realizar cálculos mentais. A memória enquanto elemento do processo cognitivo fica relegada ao papel.

Com a informática, permanece a tendência da memória como externa ao indivíduo. Nas palavras do próprio autor. “No caso da informática, a memória se encontra tão objetivada em dispositivos automáticos, tão separada do corpo dos indivíduos ou dos hábitos coletivos que nos perguntamos se a própria noção de memória ainda é pertinente” (LÉVY, 1993, p. 72). Mas não apenas isso, a informática também possibilita a simulação interativa. Desta forma, a imaginação, principalmente na sua dimensão de representação do visual, passa a ser função dos computadores. Lévy (1993, p. 76, grifo do autor) destaca que “A informática da simulação e da visualização também é uma tecnologia intelectual, mas, ainda que ela também estenda a “memória de trabalho” biológica, funciona mais como um módulo externo e suplementar para a faculdade de imaginar.”.

Percebe-se assim a relevância das tecnologias da inteligência, em particular a informática. Desta forma, ela altera a forma como os estudantes podem construir conceitos, potencializa a interação do estudante com os objetos matemáticos e redesenha os problemas que emergem desse processo. Em particular, os conteúdos de Geometria se apresentam como campo



fértil, dado o potencial para visualização de seus objetos de estudo. O GeoGebra tem se mostrado como um possível aliado ao ensino de Geometria.

Nesse contexto específico do ensino de Geometria, é oportuno mencionar a experiência do autor deste projeto no curso Popular Pré-Universitário SACI, uma atividade de extensão vinculada ao Programa de Auxílio aos Ensinos Técnico e Superior – PAIETS/FURG, da Universidade Federal do Rio Grande, no município de Santo Antônio da Patrulha, em que o autor ficou responsável pelo ensino de Matemática no referido curso. Diversos desafios surgiram, em particular no ensino de Geometria: o esforço por representar, com quadro e giz, as figuras estudadas resultava em diversas dificuldades, por conta da natureza estática das figuras e das limitações em termos de exemplos (muitos estudantes traziam a ideia de que um losango nada mais era que um quadrado que sofreu uma rotação); outro ponto foi o desafio de argumentar processos dinâmicos (como o processo de planificar um cone) através de ilustrações estáticas. Por vezes, restava a impressão de que os estudantes tinham, em sua imaginação, sua melhor aliada.

QUESTÃO E OBJETIVOS PESQUISA

As potencialidades mencionadas até aqui – as possibilidades que a informática trouxe para o ensino de Matemática, em particular para o ensino de Geometria – deram origem à pergunta de pesquisa: de que maneira se dá a construção de pensamento visual na resolução e argumentação de problemas geométricos de estudantes da Educação Básica mediante o uso do GeoGebra? Com isso, tem-se o objetivo de caracterizar como se dá o desenvolvimento do pensamento visual de um estudante pelo uso do GeoGebra na resolução de problemas geométricos.

Descreve-se também os objetivos específicos desta pesquisa, sendo: a) Elaborar, implementar e analisar uma sequência de atividades para observar o desenvolvimento do pensamento visual; b) descrever de que modo se dá a construção e verificação de hipóteses por parte dos estudantes durante o uso do GeoGebra; c) Identificar o papel do GeoGebra para o desenvolvimento do pensamento visual dos estudantes ao manipularem e fazerem construções neste software.



LENTEs TEÓRICAS - AS ILUSTRAÇÕES NA GEOMETRIA

Neste capítulo, descreve-se o arcabouço teórico coletado para o desenvolvimento deste projeto. Mais especificamente, escreve-se sobre a história do lugar dado às ilustrações na Geometria e em seu ensino, além das potencialidades que vêm sendo estudadas sobre o uso de ambientes Geometria Dinâmica.

Pensamento Visual e Ambientes de Geometria Dinâmica

Uma das estruturações mais antigas da Geometria como um campo de conhecimento coeso se deu na forma da Geometria Euclidiana, que foi desenvolvida “pelos matemáticos gregos entre 300 a.C. e 600 a.C.” (NOTARE, 2001, p. 16). Esse processo culminou na obra Elementos, de Euclides de Alexandria, que reuniu os conhecimentos de Geometria em um encadeamento lógico classificado por Notare (2001) como um sistema axiomático – a esse corpo de conhecimentos se deu o nome de Geometria Euclidiana. A autora define um sistema axiomático como “uma coleção de termos primitivos, denominados axiomas, é um conjunto de todos os teoremas que são deduzidos a partir desses termos. Assim, nada em um sistema axiomático formal, excluindo-se os termos primitivos, pode ser considerado verdadeiro antes de ser provado” (NOTARE, 2001, p. 16).

Em outras palavras, na Geometria Euclidiana, parte-se de termos primitivos, que são tomados como verdadeiros sem prova e, a partir deles, são provados todos os fatos verdadeiros nesse sistema, sendo denominados teoremas. Hershkowitz, Parzysz e Dormolen (1996) sustentam que a Geometria Euclidiana foi e ainda é a base da Geometria escolar em diversas partes do mundo. Tal fato leva os autores a denominar esse campo de traditional geometry (Geometria Tradicional, tradução do autor).

Dada a natureza axiomática da Geometria Euclidiana, uma proposição só pode ser estabelecida como verdade através de um processo de argumentação rigorosamente lógico. Silveira (2020, p. 14, grifo do autor) identifica o lugar do desenho das figuras geométricas nesse sistema lógico, já que “O sistema de representação da geometria possui o auxílio de simbologias e desenhos para dar suporte aos raciocínios dedutivos. Por exemplo, para resolver um problema



geométrico, pode-se apoiar em simples desenhos e simbologias na resolução como auxílio para o raciocínio”.

Nesse sentido, na Geometria Euclidiana, as figuras geométricas e suas representações visuais são entendidas como secundárias na Geometria. Seu papel é o de auxiliar o processo de argumentação, pois é o argumento que define uma verdade geométrica, não a ilustração.

Hershkowitz, Parzysz e Dormolen (1996) possuem um entendimento similar. Eles afirmam que o visual thinking (pensamento visual, em tradução livre) é frequentemente deixado em segundo plano no processo de ensino da Geometria Tradicional. Em alguns casos, o uso de figuras é explicitamente condenado: “For example, in France, in the ‘1970’s, this way of thinking about geometry was brought to its extreme consequences, when diagrams were positively prohibited from the teaching of geometry” (HERSHKOWITZ; PARZYSZ; DORMOLEN, 1996, p. 165).

Dizendo de outra forma, houve momentos da história do ensino de Geometria em que o uso de diagramas era estritamente proibido. Segundo os autores, o pouco caso feito no ensino de Geometria para com o uso de figuras – por vezes, dispensando-as, outras condenando-as – se dá como decorrência de dois entendimentos: por um lado, o pensamento visual é tido como intuitivo, ficando à sombra da argumentação dedutiva; por outro, o pensamento visual é considerado um risco ao processo de argumentação do estudante, podendo induzi-lo ao erro (como no caso do ensino francês nos anos de 1970).

Discrepando das duas perspectivas supracitadas, Hershkowitz, Parzysz e Dormolen (1996) defendem a necessidade de um processo de educação visual para que o estudante entenda como as figuras interagem entre si, como podem ser transformadas e quais relações elas têm com outros objetos matemáticos.

Do mesmo modo, Silveira (2020) vê as figuras como importantes para o processo de abstração das propriedades lógicas dos entes geométricos, pois a autora sustenta que “o aluno que identifica uma figura geométrica pela sua aparência física e posteriormente determina a figura geométrica pelas suas propriedades, passou pelo processo de aprendizagem de geometria” (SILVEIRA, 2020, p. 14).

Essas discussões põem em destaque o desafio de utilizar o visual como protagonista dos processos de ensino e de aprendizagem de Geometria. Uma possibilidade para superar esse desafio está no uso dos ambientes de Geometria Dinâmica, já que englobam programas



computacionais que permitem a manipulação de figuras geométricas, sem violar as propriedades que as definem. Basso e Notare (2015, p. 5) indicam os ambientes de Geometria Dinâmica como “excelentes micromundos para expressar ideias matemáticas”, pois eles “oferecem a possibilidade de manipulação direta de construções geométricas, que permitem visualizar conceitos de geometria a partir do estudo de propriedades invariantes dessas construções enquanto seus componentes são movimentados na tela”.

Assim sendo, as possibilidades dadas pelos ambientes de Geometria Dinâmica permitem ao estudante visualizar uma enorme variedade de exemplos, a partir da variação de um ou mais parâmetros. O estudante pode, visualmente, perceber que um cubo é um caso específico de um prisma de base quadrada.

Os ambientes de Geometria Dinâmica ainda permitem a visualização de transformações geométricas. Basso e Notare (2015, p. 6) destacam que a ação de arrastar “muda o aspecto figural de uma construção geométrica, mas não o aspecto conceitual, uma vez que todas as propriedades do objeto geométrico são mantidas”.

Todas essas funcionalidades permitem ao estudante experimentar com objetos geométricos, desenvolver conjecturas acerca de suas características e explorá-las, identificando propriedades invariantes. Os autores pontuam, com isso, que os ambientes de Geometria Dinâmica promovem uma “evolução do conceito de prova em geometria”. Ademais, afirmam que, atualmente, “quando falamos em prova, podemos entendê-la como um processo de provar, no qual procura-se pelos argumentos que explicam a veracidade de uma afirmação, de acordo com regras de consequência lógica (BASSO; NOTARE, 2015, p. 15, grifo dos autores). Dessa forma, passa a ser possível acompanhar o processo de desenvolvimento do argumento com a ilustração, mediante o ambiente de Geometria Dinâmica.

Tais possibilidades são pertinentes a este estudo, pois ressaltam a importância atualmente dada a um ensino de Geometria que dê conta de estimular o pensamento visual do estudante. Além disso, os estudos referenciados apontam o GeoGebra como ferramenta de Geometria Dinâmica, permitindo ao estudante visualizar uma quantidade infinita de exemplos mediante a variação dos parâmetros do objeto geométrico em questão, preservando aquelas características que fazem parte da definição desse objeto. O GeoGebra também permite simular transformações geométricas, não só dando suporte à imaginação do estudante, mas também informando-o como visualizar tais transformações quando não estiver utilizando o GeoGebra. Numa perspectiva de



aprendizagem ativa, o estudante também poderá desenvolver processos de prova, estabelecendo conjecturas e testando-as.

ASPECTOS METODOLÓGICOS E PROPOSTA DE ATIVIDADE

Para atingir o objetivo desta pesquisa, caracterizando como se dá o desenvolvimento do pensamento visual de um estudante pelo uso do GeoGebra, delinea-se uma pesquisa de observação participante de caráter qualitativo. Sobre esse tipo de análise, Gil (2002, p. 133) alega que

A análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório. (GIL, 2002, p. 133)

Além da caracterização dada acima, cabe caracterizar a observação participante. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 107), o termo participante significa “participação com registro de informações, procurando produzir pouca ou nenhuma interferência no ambiente de estudo”. Além disso, os autores também destacam que, se a presença do observador pode impactar o comportamento dos participantes da pesquisa, “a observação in loco facilita a compreensão do significado que esses dão à realidade” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 108).

Para produzir, categorizar e interpretar os dados, a pesquisa será dividida em três etapas, sendo a primeira o desenvolvimento das atividades a serem propostas aos estudantes. As atividades serão na forma de oficinas aplicadas em uma escola de Educação Básica da região metropolitana de Porto Alegre.

Na segunda etapa, as atividades serão realizadas com um grupo de estudantes a ser selecionado junto com a escola. Os estudantes serão divididos em duplas ou trios, de modo a permitir o diálogo entre os membros do grupo. Além de ser um aspecto da construção de conhecimento no uso de tecnologias digitais, tais diálogos também serão uma rica fonte de informações acerca do processo de criação e validação de hipóteses dos estudantes ao utilizarem o GeoGebra.

A oficina se dará com foco em um problema de otimização denominado de Problema do Sofá, descrito por Moser (1966) em 1966. Silva, Baltazar e Venturella (2018, p. 47) definem este



problema da seguinte forma: “qual é a maior área que uma região pode assumir e que ainda consiga ser capaz de passar por um corredor de 1×1 em formato de L?”. Esses autores também fizeram uma construção desse problema no GeoGebra, implementando uma solução proposta por Hammersley (1968). A construção de Silva, Baltazar e Venturella (2018) pode ser adaptada, permitindo a implementação de figuras da Geometria Plana estudadas na Educação Básica, como triângulos, quadrados e círculos.

Atividade 1: Conhecendo o GeoGebra - Nesta atividade os estudantes terão a oportunidade de explorar as ferramentas do GeoGebra por conta própria, a partir de uma atividade que proponha a construção de figuras estáveis sob a ação do movimento. Esta atividade será proposta com vistas a permitir aos estudantes se familiarizar com as ferramentas deste ambiente de Geometria Dinâmica.

Atividade 2: O problema do Sofá - Nesta atividade, será apresentado aos estudantes um applet com O Problema do Sofá para que possam explorá-lo. Tal applet será desenvolvido com base na construção descrita por Silva, Baltazar e Venturella (2018). Implementando figuras geométricas estudadas na Educação Básica, como círculo, triângulo e quadrado.

Atividade 3: Construção das soluções - Nesta terceira atividade, os estudantes terão a oportunidade de construir e testar soluções para O Problema do Sofá, dentro do applet a ser desenvolvido.

Ao longo de tais oficinas, a observação atenta do pesquisador será acompanhada de anotações em um diário de campo. As produções dos participantes da pesquisa também serão uma das fontes para composição do corpus da pesquisa. A construção deste corpo de dados será feita com vistas a compreender como o pensamento visual dos estudantes será estimulado pelas atividades desenvolvidas.

Então, na terceira etapa, os dados serão tratados e analisados, de modo a obter resultados acerca de como se dá o desenvolvimento do pensamento visual de um estudante pelo uso do GeoGebra.

A pesquisa será desenvolvida de modo a garantir o anonimato dos participantes. Também será encaminhada ao comitê de ética da UFRGS para assegurar que os padrões éticos da Universidade estarão contemplados.

Destaca-se que a execução do projeto é possível, uma vez que o autor possui acesso a escolas de Educação Básica da região metropolitana. Isso se dá por ter sido estudante, ter



realizado a aplicação de oficinas ao longo de disciplinas de Tutoria ao longo da graduação. Além disso, as disciplinas de Estágio Obrigatória também foram realizadas em escolas da região, já havendo um contato com algumas escolas de Ensino Fundamental e de Ensino Médio na região.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A criação da informática e a proliferação dos computadores têm impactado os modos dos sujeitos pensarem, sendo esta mudança um objeto de pesquisa desde o século passado (LÉVY, 1993). Em relação ao ensino de Matemática - em particular, de Geometria - o desenvolvimento dos Ambientes de Geometria Dinâmica tem trazido novas possibilidades para o ensino de Geometria, sendo o GeoGebra um exemplo deste tipo de ambiente (BASSO; NOTARE, 2015).

Tais questões dialogam com a experiência do autor deste texto, pois durante sua experiência como docente, pôde perceber a dificuldade dos estudantes em Geometria. Em particular, destaca-se a dificuldade dos estudantes em imaginar processos dinâmicos pelas representações estáticas feitas com lápis e papel. Além disso, a compreensão das características dos objetos geométricos também se via prejudicada, quantos os estudantes consideravam aspectos figurais como sendo parte da definição dos objetos geométricos.

Levando também em conta o papel que o pensamento visual tem assumido nas discussões existentes na bibliografia consultada (HERSHKOWITZ; PARZYSZ; DORMOLEN, 1996), surgiu a pergunta que norteia esta pesquisa: de que maneira se dá a construção de pensamento visual na resolução e argumentação de problemas geométricos de estudantes da Educação Básica mediante o uso do GeoGebra?

Até o momento, o foco desta pesquisa tem sido a investigação de literatura pertinente ao tema de pesquisa, de modo a melhorar as lentes teóricas utilizadas e a melhor delimitar o problema de pesquisa. Quanto à Metodologia, o foco tem sido em compreender como delinear as atividades acerca do Problema do Sofá e problemas geométricos similares de maneira mais específica, de modo a responder à pergunta de pesquisa e atingir os objetivos estabelecidos.

Por fim, espera-se agregar às discussões já presentes na literatura sobre a relação entre o GeoGebra e a aprendizagem ativa dos estudantes. Ademais, há a expectativa de novas questões possam ser levantadas acerca do papel da ação do estudante para o desenvolvimento de seu pensamento visual através de Ambientes de Geometria Dinâmica.



REFERÊNCIAS

BASSO, M.; NOTARE, M. Pensar com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 13, n. 2, p. 1-10, 2015. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/163298/001017504.pdf?sequence=1>. Acesso em: 01 mar. 2023.

DICKEL, M. T. Geogebra e Isometrias: a ação de arrastar na construção de conceitos. 2019. 93f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/198640>. Acesso em: 01 mar. 2023.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. São Paulo: Atlas, 2002.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática. Editora Autores Associados - São Paulo, 2009.

HERSHKOWITZ, R.; PARZYSZ, B.; DORMOLEN, V. J. Space and Shape. In: BISHOP, A. J. et al. International Handbook of Mathematics Education. Kluwer Academic Publisher, 1996, p. 161-204.

HAMMERSLEY, J. M. On the enfeeblement of mathematical skills by “Modern Mathematics” and by similar soft intellectual trash in schools and universities. Bull. Inst. Math. App., v. 4, p. 66-85. 1968.

LÉVY, P. As tecnologias da inteligência: O futuro do pensamento na era da informática. Editora 34 - São Paulo. 1993.

MOSER, L. Problem 66-11: Moving furniture through a hallway. SIAM Review, v. 8, n. 3, p. 381, jul. 1966.

NOTARE, M. Um sistema para aprendizagem de demonstrações dedutivas em Geometria Euclidiana. 2001. 124f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2414>. Acesso em: 26 fev. 2023.



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

SILVA, P. BALTAZAR, R. VENTURELLA, M. O Problema do Sofá Ilustrado no GeoGebra..
Educação Matemática em Revista, v. 57, p. 46-58, 2018.

SILVEIRA, P. F. Explorando propriedades geométricas a partir de dobraduras e ambiente de Geometria Dinâmica. 2020. 103f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/241736>. Acesso em: 26 fev. 2023.



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.