O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UMA REFLEXÃO TEÓRICA.

Lucas do Nascimento Corrêa[1]

GD n°07 – Formação de Professores que Ensinam Matemática

Resumo: O Raciocínio Matemático (RM) é um tema que tem sido abordado em diversas pesquisas e é visto como um fator importante da aprendizagem matemática que deve ser promovido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Por ser um aspecto recente a ser considerado, existem muitos equívocos nos seus entendimentos, principalmente, no que diz respeito aos seus processos, até mesmo por parte dos professores que ensinam matemática, em decorrência disso, muitos desses professores não conseguem promovê-lo em sala de aula. Nesse sentido, é relevante compreender a forma como os professores entendem os processos de RM com um contexto de formação continuada que contribua criando Oportunidades de Aprendizagem Profissional para a formação teórica e prática no que se refere ao RM. Desta forma, o presente artigo busca relatar o projeto de pesquisa em desenvolvimento que tem como objetivo identificar, analisar e compreender quais conhecimentos profissionais de professores de Matemática foram desenvolvidos a partir de um contexto de formação continuada que abordou os vários aspectos do RM. Os dados que serão analisados futuramente, foram coletados em um curso de formação continuada oferecido a professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental por meio de gravações de áudio e registros escritos. Para este trabalho, serão discutidos os referenciais teóricos que embasam a pesquisa e alguns encaminhamentos metodológicos.

Palavras-chave: Raciocínio Matemático. Formação de Professores. Entendimentos Essenciais. Processos de Raciocínio. Educação Matemática.

INTRODUÇÃO

Articular sobre o Raciocínio Matemático (RM) requer uma atenção um tanto cautelosa sobre a epstemologia do termo. Segundo Yackel e Hanna (2003, p. 228), “escrever sobre raciocínio em matemática é complicado pelo fato de que o termo raciocínio, como entendimento, é amplamente usado com a suposição implícita de que existe acordo universal no seu significado”. Nesse sentido, é de se notar que existem compreensões sobre o tema que, muitas vezes, inferem significados relacionados ao *pensar* matematicamente. Este, por sua vez, é discutido como um elemento que requer o *raciocínio*, sendo o segundo, algo mais restrito (PONTE, QUAREMSA, MATA-PEREIRA, 2020), enquanto o RM, por possuir suas diversas definições cujas semelhanças são nítidas, é apresentado como um “processo que utiliza informação já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões” (MATA-PEREIRA, PONTE, 2018, p. 728).

Esses entendimentos englobam, de maneira geral, aspectos do RM que são apresentados na literatura, a saber: o aspecto estrutural e o aspecto processual (JEANNOTTE; KIERAN, 2017).

[1] Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática; 27 – PPGMAT – (Mestrado Profissional); lcorrea@alunos.utfpr.edu.br; orientador(a): Eliane Maria de Oliveira Araman.

Estes aspectos, abordam diferentes contextos, porém que se complementam uma vez que as "estruturas são parte do aspecto de processo do raciocínio matemático e os processos contribuem para a construção dessas estruturas" (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 7). O aspecto estrutural tem uma natureza abstrata, e o aspecto processual uma natureza mais dinâmica e temporal. No que diz respeito ao aspecto estrutural, Jeannotte e Kieran (2017), citam as formas de raciocínio dedutivo, raciocínio indutivo e raciocínio abdutivo. Com relação aos processos, Jeannotte e Kieran (2017) destacam oito, dentre eles os que incluem a procura de semelhanças e diferenças, os processos relativos à validação e a exemplificação, que dá suporte aos processos, que constituem um dos focos da presente pesquisa.

O desenvolvimento do RM faz parte das orientações de currículos nacionais e internacionais tais como, nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCN (BRASIL, 2022), na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) e no National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2009) e o consideramos um grande potencializador do ensino e aprendizagem, mas entendemos que se faz necessário – para que o professor consiga desenvolver o RM com os seus alunos – que se tenha oportunidades de desenvolver seu conhecimento sobre o raciocínio matemático (LOONG, VALE, HERBERT, BRAGG, WIDJAJA, 2017). Stylianides e Stylianides (2006) afirmam que é necessário a atenção do professor para o RM, tanto para a capacidade de raciocinar, quanto para o entendimento sobre o raciocínio. Para isso, se faz pertinente uma discussão em relação a formação do conhecimento do professor que seja direcionada aos processos de RM e as maneiras de identificá-los, para que se torne possível a compreensão sobre eles e, consequentemente, a realização de ações que promovam o desenvolvimento destes processos e os mobilizem em seus alunos.

Sendo assim, o presente artigo busca relatar o projeto de pesquisa em desenvolvimento que tem como objetivo identificar, analisar e compreender quais conhecimentos profissionais de professores de Matemática foram desenvolvidos a partir de um contexto de formação continuada que abordou os vários aspectos do RM. Os dados, que já estão reunidos, foram obtidos de um curso de formação de professores (ANJOS, 2023) que contou com docentes que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e foram coletados por meio de gravações de áudio – que serão transcritos posteriormente –, e em registros escritos. O curso de formação teve como base, para sua organização e planejamento, o Modelo intitulado Professional Learning Opportunities for Teachers ou, de forma abreviada (em sigla), o Modelo PLOT proposto por Ribeiro e Ponte (2020).

Os dados serão analisados usando como referencial de análise dos níveis de entendimentos sobre os processos de RM apresentados por professores que ensinam matemática proposto por Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021).

REFERENCIAL TEÓRICO

De acordo com Jeannotte e Kieran (2017), o aspecto processual está relacionado ao RM pelas seguintes óticas:

(i) a procura de semelhanças e diferenças, como sejam os processos de generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar e classificar;

(ii) a validação, como sejam os processos de justificar, provar e provar formalmente (demonstrar) e;

(iii) o suporte a outros processos de raciocínio, como seja o processo de exemplificar.

Sob a ótica de Lannin, Ellis e Elliot (2011), o aspecto processual ocorre de forma conjunta entre os processos de conjecturar, generalizar, investigar, argumentar e refutar. Desta forma, dando ênfase nos processos citados, o processo de conjecturar, de acordo com Morais, Serrazina e Ponte (2018, p. 555), consiste em "um processo que envolve raciocínio sobre as relações matemáticas, desenvolvendo declarações, nomeadas como conjecturas que requerem maior exploração para verificar se são verdadeiras ou não verdadeiras", pois existe a possibilidade de os alunos realizarem conjecturas apoiadas em raciocínios válidos ou inválidos (LANNIN; ELLIS; ELIOT, 2011). Sendo assim, "os alunos conjecturam quando formulam hipóteses sobre as quais não tem certeza se são verdadeiras ou falsas e que necessitam de ser experimentadas ou examinadas" (SERRAZINA; RODRIGUES; ARAMAN, 2020, p. 21). Identificar um padrão, por sua vez, é um processo que pode levar a elaboração de conjecturas, mas não pode ser igualado ao processo de conjecturar (STYLIANIDES, 2008). Segundo Jeannotte e Kieran (2017, p.10), "é possível identificar um padrão aplicável a um determinado conjunto sem expandi-lo para um conjunto maior".

Quanto ao processo de generalizar, Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012, p. 3) afirmam que este processo "parte de uma conclusão ou conjectura específica para formular uma conjectura de âmbito mais geral". Lannin, Ellis e Elliot (2011), afirmam que os alunos realizam a generalização a partir do momento em que eles observam ideias sobre determinados aspectos particulares de problemas, e elevam essa particularidade para um pensamento mais abrangente.

De modo semelhante, Jeannotte e Kieran (2017, p. 9), destacam que o processo de generalizar consiste em “um processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos do conjunto a partir de um subconjunto deste conjunto”.

Comparar, classificar e exemplificar são processos que dão suporte para o desenvolvimento dos processos de raciocínio matemático. Jeannotte e Kieran (2017, p. 10), apresentam a atividade de comparar como “um processo de RM que infere, pela busca de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas”. Para a atividade de classificar, as autoras relatam que “a classificação não é apenas fazer distinções e descrever propriedades, mas justificar conjecturas de que todos os objetos possíveis com essas propriedades foram descritos ou capturados de outra forma” (JEANNOTTE; KIERAN, p.10).

Considerado como um processo central na investigação matemática, Lo e McCrocy (2009) afirmam que, para o processo de justificação, é necessário aos futuros professores que aprendam a justificar de forma a compreender os níveis de justificação, tais como, “fazer provas, compreender a natureza da prova e adaptar o conceito de prova a níveis de desenvolvimento” (RODRIGUES, BRUNHEIRA, SERRAZINA, 2021, p. 3). No entanto, estudos de Stylianides e Stylianides (2009), apontam que os futuros professores apresentam dificuldades ou tem compreensões equivocadas sobre os processos de RM. Um outro exemplo disso, é o processo de exemplificação que também é acometido por ideias incorretas de professores do ensino fundamental.

No que diz respeito a esses processos supracitados, Jeannotte e Kieran (2017) destacam que, embora o RM seja promovido em documentos curriculares internacionais, a forma como ele é descrito ainda não é muito clara. Como já citado no início, o RM é apresentado nos documentos curriculares, tal como a Base Nacional Comum Curricular, porém a forma como é promovido não estabelece relação com os processos de desenvolvimento e demais características, o que pode, em muitos casos, não trabalhar seus entendimentos ou fornecer informações mínimas que auxiliem seu desenvolvimento em sala de aula. Desta forma, no que tange aos entendimentos desses processos de RM, Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021) elaboram estudos que analisam os entendimentos de professores com relação aos processos de RM e elencam níveis de entendimentos e compreensões, que buscam “descrever o conhecimento sobre os processos de raciocínio matemático de professores e futuros professores, no contexto de uma experiência de formação de futuros professores” (RODRIGUES; BRUNHEIRA; SERRAZINA, 2021, p. 3), a Tabela 1 a seguir ilustra esses níveis:

Tabela 1: Subcategorias para cada um dos processos de raciocínio.

Categoria	Subcategorias
Conhecimento do processo de raciocínio	5. O conhecimento do processo enquadra-se na definição apresentada, e inclui a sua relação com os outros processos de raciocínio. 4. O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado ao enunciar as propriedades do processo. 3. O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado por meio de exemplo(s) ilustrativo(s). 2. Reconhecer um processo de raciocínio, embora considerando apenas os processos "corretos". 1. O conhecimento do processo assume o significado do termo na linguagem cotidiana. 0. O processo é confundido com outros processos.

Fonte: RODRIGUES, BRUNHEIRA, SERRAZINA, 2021, p. 6.

Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021), destacam elementos que descrevem as subcategorias:

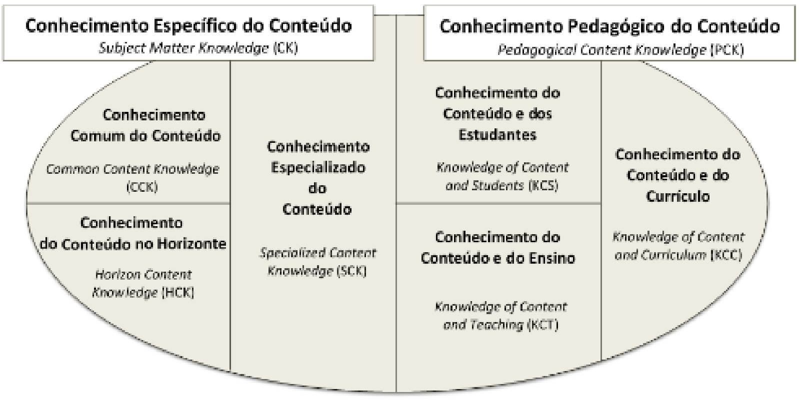
> [...] Enquanto as subcategorias de nível 0 a nível 2 não estão vinculadas às demais, as subcategorias de nível 3 a nível 5 estão todas em conformidade com a definição apresentada, pressupondo relações de inclusão. Assim, o conhecimento da subcategoria nível 4 indica conhecimento das propriedades específicas dos processos, mas também inclui o conhecimento de exemplos que ilustram os processos, das nível anterior. Por sua vez, o conhecimento da subcategoria nível 5, que corresponde nível mais alto de conhecimento, indica a relação entre os vários processos de raciocínio, mas também inclui o conhecimento das propriedades específicas dos processos de nível 4 e conhecimento dos exemplos ilustrativos do nível 3. (RODRIGUES, BRUNHEIRA, SERRAZINA, 2021, p. 6)

Para que os entendimentos sejam consolidados de forma a obtermos uma melhor compreensão dos processos por parte dos professores e, também, que ofereçam oportunidades para o docente exercer a tarefa de ensinar Matemática promovendo o RM, é necessário que ele tenha muito mais – no âmbito do conhecimento – do que o domínio do conteúdo a ser ensinado. Shulman (2014), relaciona o conhecimento do conteúdo com processos pedagógicos que auxiliam na aprendizagem matemática,

> [...] a base de conhecimento para o ensino está na interseção entre conteúdo e pedagogia, na capacidade do professor para transformar o conhecimento de conteúdo que possui em formas que são pedagogicamente poderosas e, mesmo assim, adaptáveis às variações em habilidade e histórico apresentadas pelos alunos (SHULMAN, 2014, p. 217).

Ball, Thames e Phelps (2008), partem das ideias de Shulman e estruturam um modelo teórico que descrevem os domínios necessários aos professores que permitem caracterizar o “[...] conhecimento matemático necessário para levar adiante o trabalho de ensinar matemática” (BALL, THAMES, PHELPS, 2008, p. 395, tradução nossa). Os domínios estão contidos na figura a seguir:

Figura 1: Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



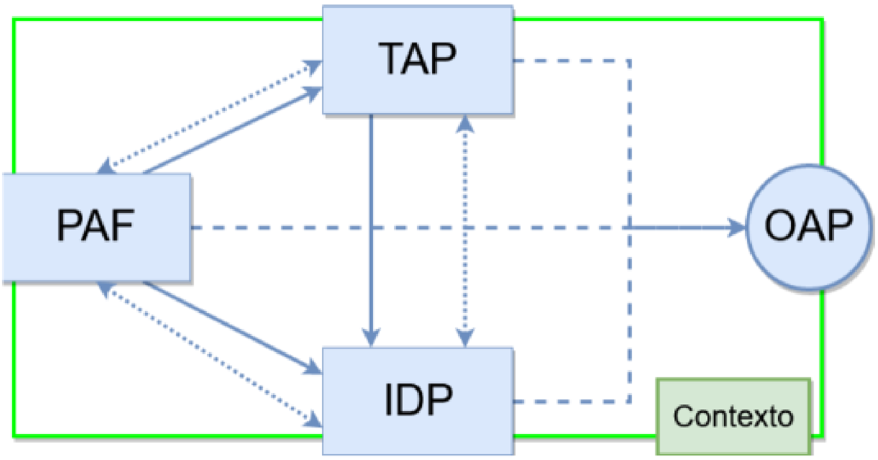
Fonte: traduzido de BALL, THAMES, PHELPS (2008).

Opfer e Peder (2011), destacam que a aprendizagem profissional de professores se dá por meio de dois fatores: a partir de suas experiências e dos seus conhecimentos prévios. Nesse sentido, para que os entendimentos sejam conduzidos a uma compreensão efetiva dos conceitos apresentados e que tenha impacto na formação profissional, é necessário que sejam feitas “adaptações” na maneira de abordar os significados, desta forma, o curso de formação implementado por ANJOS (2023) foi elaborado nos moldes do Modelo PLOT, que subsidiou a organização e a aprendizagem e desenvolvimento profissional dos cursistas. O Modelo PLOT é caracterizado como

> ...um modelo teórico-metodológico para (i) organizar o design de processos formativos que objetivem promover aprendizagem aos professores e (ii) gerar oportunidades para os professores aprenderem durante processos formativos a partir de três domínios: (a) Papel e Ações do Formador (PAF), (b) Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), e (c) Interações Discursivas entre os Participantes (IDP) (RIBEIRO; PONTE, 2020, p. 2).

Sendo assim, de acordo com o Modelo PLOT, o formador deve levar em consideração os três domínios que o constituem, como ilustra o esquema da Figura 1 abaixo:

Figura 2: Modelo PLOT (Professional Learning Opportunities for Teachers)



Fonte: RIBEIRO, PONTE, 2020, p. 4.

Para uma melhor compreensão da dimensão conceitual e operacional do Modelo PLOT, Ribeiro e Ponte (2008), descrevem o Papel e Ações do Formador (PAF), Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP) e as Interações Discursivas entre os Participantes (IDP). A Figura 3, ilustra:

Figura 3: Dimensões conceitual e Operacional para o Modelo PLOT.

	Dimensão Conceitual		*Dimensão Operacional*	
	Componente	**Característica**	**Componente**	**Característica**
Papel e Ações do Formador (PAF)	***Aproximação***	Favorecer a aproximação da Matemática Acadêmica (MA) à Matemática Escolar (ME) e vice-versa.	***Gestão***	Promover o gerenciamento de um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório, com as diferentes fases desta abordagem.
	Articulação	Estimular a articulação entre as dimensões matemática e didática do conhecimento profissional para ensinar.	***Orquestração***	Preparar e desenvolver a orquestração de discussões matemáticas e didáticas entre todos os participantes.
Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP)	***Conhecimento Profissional***	Explorar os conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores, relacionados à/s TME.	***Tarefa Matemática***	Contemplar tarefa/s matemática/s dos estudantes (TME), de alto nível cognitivo.
	Ensino Exploratório	Possuir estrutura que propicie um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório.	***Registros de Prática***	Envolver diferentes tipos de registros de prática, organizados em forma de *Vignettes*.
Interações Discursivas entre os Participantes (IDP)	***Discussões Matemáticas e Didáticas***	Contemplar, de forma articulada, as discussões matemáticas e didáticas relacionados às TME.	***Linguagem mobilizada***	Contemplar a utilização de linguagem matemática e didática adequada e pertinente ao nível de ensino das TME.
	Argumentação e Justificação	Envolver argumentação e justificação matemáticas e didáticas válidas.	***Comunicação dialógica***	Promover a comunicação dialógica e integrativa entre todos os participantes.

Fonte: RIBEIRO, PONTE, 2008, p. 7.

Segundo Ribeiro e Ponte (2008), os aspectos PAF, TAP e IDP do Modelo PLOT são interconectados para que ocorra um processo formativo interativo: o Papel e Ações do Formador (PAF) implicam no desenvolvimento das Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) de forma que possam estimular o envolvimento da turma com as Interações Discursivas entre os Participantes (IDP).

ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa estará inserida numa abordagem qualitativa e interpretativa que, segundo Bogdan e Biklen (1994), versam na interpretação de dados de maneira rigorosa que garantem a aprendizagem e culminam em uma produção de diferentes significados de acordo com diferentes perspectivas. Essa abordagem metodológica, possibilita realizar a análise de gravações, de artigos, de transcrições de áudio, entre outros. Desta forma, a pesquisa utilizará desta metodologia pois tem como objetivo identificar, analisar e compreender quais conhecimentos profissionais de professores de Matemática foram desenvolvidos a partir de um contexto de formação continuada que abordou os vários aspectos do RM, para tanto, serão observadas as compreensões dos processos de RM evidenciadas por análises de resoluções de tarefas matemáticas – essas realizadas a *priori* por alunos de uma turma de 5° ano, cuja tarefa aborda o conteúdo de Área e Perímetro e faz parte de um estudo realizado por Morais (2022) e Bellini (2022) – feitas por professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada. E o desenvolvimento desta pesquisa faz parte de um projeto mais amplo, o qual foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética (ANJOS, 2023).

O curso buscou "compreender como o desenvolvimento de um processo de formação continuada pode contribuir na compreensão dos Entendimentos Essenciais de Raciocínio Matemático para o Ensino de Matemática [...]" (ANJOS, 2023, p. 47). e foi realizado em 5 encontros – cada um com 3 horas de duração –, contou com o desenvolvimento de três Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAPs) e discussões acerca do tema de raciocínio matemático.

Os dados foram coletados do próprio curso de formação, tanto em gravações de áudio, que dizem respeito as discussões que emergiram das tarefas propostas no curso, quanto de registros escritos. Os dados que aqui serão analisados se limitaram as TAPs 1 e 2 desenvolvidas durante a realização do curso, visto que as tarefas tiveram um enfoque maior nos entendimentos dos professores no que tange os processos de RM desenvolvido pelos alunos de acordo com as resoluções apresentadas.

Para que a pesquisa seja realizada de forma mais robusta, pretendemos transcrever e analisar 6 áudios referentes aos encontros e as discussões das TAPs 1 e 2 feitas.

REFERÊNCIAS

ANJOS, L. Q. **Contribuições de um processo formativo para professores dos anos iniciais visando a compreensão dos entendimentos essenciais de raciocínio matemático**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, n.59, p. 389-407, 2008.

BELLINI, J. A. M. **Processos de raciocínio matemático no Ensino Fundamental: tarefas exploratórias sobre medidas de comprimento**. 2022. 81 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2022.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educ Stud Math**, v. 96, n. 2, 2017.

LO, J., MCCRORY, R. Prova e comprovação em matemática para futuros professores do ensino fundamental. Em FL Lin, FJ Hsieh, G. Hanna, M. de Villiers (Eds.), ICMI estudo 19: Demonstração e comprovação em educação matemática v. 2, p. 41–46. Departamento de Matemática, Universidade Normal Nacional de Taiwan, 2009.

LOONG, E., VALE, C., HERBERT, S., BRAGG, L., & WIDJAJA, W. Tracking change in primary teachers’ understanding of mathematical reasoning through demonstration lessons. **Mathematics Teacher Education and Development**, 19(1), 5-29. 2017 https://mted.merga.net.au/index.php/mted/article/view/329/284

MATA PEREIRA, J.; PONTE, J. Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, v. 32, n. 62, 2018.

MES – Ministério da Educação de Cingapura. Programa de matemática: primário de um a seis. Recuperado de https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf, 2012.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Programa de Matemática do Ensino Básico. DGIDC, 2007.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Aprendizagens Essenciais: Matemática. DGE, 2018.

MORAIS, R. S. **Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes do 5º ano ao argumentar matematicamente a respeito de figuras geométricas planas**. 2022. 152 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2022.

OPFER, V.D. PEDDER, D. Conceptualizing Teacher Professional Learning. Review of Educational Research, v. 81, p. 376-407, 2011.
https://doi.org/10.3102/0034654311413609

PONTE, J. P., MATA-PEREIRA, J., HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. **Práxis Educativa,** Ponta Grossa (PR), v. 7, n. 2, p. 355-377,jul-dez. 2012.

PONTE, J.; QUARESMA, M.; MATA PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, v. 2, n. 156, 2020.

RIBEIRO, A. J.; P ONTE, J. P. M. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké**, Campinas /SP, v.28, p. 1-20, 2020.

RODRIGUES, M., BRUNHEIRA, L., SERRAZINA, L. A framework for prospective primary teachers' knowledge of mathematical reasoning processes. **International Journal of**

Educational Research, 107, 101750-101761. ISSN: 0883-0355. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijer.2021.101750, 2021.

SERRAZINA, M. L.; RODRIGUES, M.; ARAMAN, E. M. O. Envolver os alunos em processos de raciocínio matemático: as ações do professor. **Psicologia em Pesquisa**, Juiz de For a, 14(1), p. 18 – 36, 2020.

SHULMAN, L. S. (1987) Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. Tradução de Leda Beck. **Cadernos Cenpec**. São Paulo, v.4, n.2, p.196-229, dez. 2014.

STYLIANIDES, AJ, & STYLIANIDES, GJ. Conhecimento de conteúdo para o ensino de matemática: o caso do raciocínio e da demonstração. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátka, N. Stehlíková (Eds.), Proceedings of the 30th PME International Conference, v. 5, p. 201–208. PME, 2006.

STYLIANIDES, G. An analytic framework of reasoning and proof. **For the Learning of Mathematics**, v. 28, n.1, 2008.

STYLIANIDES, GJ, & STYLIANIDES, AJ. Facilitando a transição de argumentos empíricos para prova. **Journal for Research in Mathematics Education**, 40, 314–352, 2009.

YACKEL, E., HANNA, G. **Reasoning and proof**. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics (pp. 227–236). Reston: NCTM, 2003.