



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



MEDIDAS DE DISPERSÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Anderson Marcolino de Santana¹

GD nº12 – Educação Estatística

Resumo: Este artigo tem por objetivo analisar as atividades relacionadas às medidas de dispersão, em especial a amplitude, nas 11 coleções de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental aprovados pelo PNL D 2020. Para tanto, foram analisadas todas as atividades dos 44 livros didáticos de matemática. Embora a amplitude não seja preconizada na BNCC (2017) para o 6º ano, encontramos atividades em oito coleções de livros. Os livros do 7º, 8º e 9º anos apresentam uma maior quantidade de questões sobre amplitude além de outras medidas de dispersão, tais como, desvio médio absoluto, variância e desvio padrão. Ficou evidenciado, ainda, que os livros apresentam um quantitativo pequeno de atividades que articulem às medidas de tendência central e à amplitude, principalmente em contextos reais ou em pesquisas.

Palavras-chave: Amplitude. Educação Estatística. Ensino Fundamental. Medidas de Dispersão. Letramento Estatístico

INTRODUÇÃO

Em uma sociedade cada vez mais baseada em dados (números em contextos), a capacidade de compreender e avaliar informações estatísticas são essenciais para tomar decisões, participar de debates em diferentes situações e ter uma visão crítica do mundo ao nosso redor.

Nesse sentido o modelo de Letramento Estatístico proposto por Gal (2002) apresenta uma perspectiva teórica a qual se refere à capacidade de compreender, interpretar e usar informações estatísticas, enfatizando não apenas a habilidade de realizar cálculos estatísticos, mas também a compreensão, a interpretação dos resultados e a capacidade de tomar decisões com base nas informações.

Durante a década de 1980, a Educação Estatística nas escolas concentrou-se em medidas de tendência central e negligenciou o importante papel que a variabilidade desempenha nas estatísticas (Moore, 1997). Sem variabilidade, as estatísticas nem existiriam. Segundo Shaughnessy (2019), os currículos de matemática introduziram estatísticas aos estudantes, principalmente, por meio de cálculo de moda, medianas e médias.

Assim é fundamental ressaltar a necessidade de se trabalhar as medidas de tendência central (MTC) associadas ou articuladas com as medidas de dispersão (MD). As medidas de

¹ Universidade Federal de Pernambuco- UFPE; Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica; anderson.marcolino@ufpe.br; Orientadora: Dr^a Gilda Lisbôa Guimarães.

dispersão descrevem o quão próximo os valores estão das medidas centrais, seja a amplitude, desvio médio absoluto, variância, desvio padrão. Aprender sobre variabilidade é um desafio para estudantes de todas as etapas de ensino. Por isso, de acordo com Garfield, Delmas e Chance (2007) é importante focar na construção de conexões entre medidas de tendência central e medidas de dispersão.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e o Currículo de Pernambuco Anos Finais (PERNAMBUCO, 2019) afirmam que o ensino de Estatística deve buscar desenvolver no estudante a capacidade de inferir informações estatísticas que circulam em sociedade. Além disso, a partir do 7º ano apresentam a necessidade de relacionar às MTC com as medidas de dispersão, em especial, a amplitude.

Assim, o objetivo desse artigo é analisar as atividades relacionadas às medidas de dispersão, em especial, a amplitude nas coleções dos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental aprovados pelo PNLD 2020.

O Letramento Estatístico e a Ideia de Variabilidade

Gal (2002) alerta que é necessário desenvolver a dimensão atitudinal na compreensão do mundo em que os conhecimentos escolares estão a serviço da formação do pensar, do sentir, do compreender o contexto no qual estamos inseridos. O modelo de Letramento Estatístico enfoca a variabilidade como um dos elementos-chave para o desenvolvimento da compreensão estatística. A variabilidade é uma das ideias centrais do pensamento estatístico e está relacionada à compreensão da distribuição dos dados e das diferenças entre indivíduos ou grupos. A variabilidade pode ser entendida como a medida que os dados se afastam da média ou de um valor central.

O modelo de Letramento Estatístico de Gal (2002) propõe que os indivíduos desenvolvam três componentes principais para compreender a variabilidade:

1. **Conceitualização da variabilidade:** envolve a compreensão dos conceitos estatísticos relacionados à variabilidade, como desvio padrão, variância, intervalo interquartil e amplitude. Os indivíduos devem entender como essas medidas quantificam a dispersão dos dados.

2. **Interpretação da variabilidade:** refere-se à habilidade de interpretar as medidas de variabilidade em diferentes contextos. Por exemplo, os indivíduos devem ser capazes de



entender o significado de um desvio padrão maior em relação a um desvio padrão menor e como isso afeta a dispersão dos dados.

3. Aplicação da variabilidade: diz respeito à capacidade de usar o conhecimento sobre variabilidade para tomar decisões informadas e resolver problemas práticos. Isso inclui reconhecer padrões nos dados, identificar discrepâncias e compreender a influência da variabilidade em diferentes situações.

Em suma, é preciso entender da onipresença da variabilidade a necessidade de dados sobre processos, o planejamento de coleta de dados, com a variabilidade em mente, a quantificação da variabilidade e a explicação da variabilidade (Gal; Garfield, 1997).

Segundo Reading e Shaughnessy (2004), a variabilidade se refere ao fenômeno da dispersão e a variação à forma como ela é medida, sendo o conceito medidas de variabilidade equivalente à variação. Medidas de variabilidade (ou dispersão) são então introduzidas e os estudantes aprendem a calculá-las e interpretá-las brevemente.

Segundo Triola (2017), a amplitude ou amplitude total é a mais simples medida de dispersão, sendo a diferença entre o maior e o menor valor. Ela é apenas uma indicação aproximada da dispersão, pois só leva em conta os dois valores extremos dos dados, descuidando do conjunto de valores intermediários, o que quase sempre invalida a idoneidade do resultado. Além disso, pode fornecer um valor enganoso se os dados tiverem alguns valores discrepantes e o valor não muda mesmo que você altere todos os valores entre os valores mais altos e mais baixos.

Para Garfield et al. (2007) o ensino de estatística deve abordar o reconhecimento básico de que os dados variam, as representações gráficas comumente usadas para comparar a variabilidade entre diferentes conjuntos de dados, as conexões entre MTC e medidas de variabilidade, levando os estudantes a entenderem as características das medidas de variabilidade. Compreender essas características pode ajudar os estudantes a cultivarem a capacidade de selecionar a medida ideal de variabilidade em situações particulares.

O que preconiza a BNCC nos Anos Finais quando falamos de MTC e MD?

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco Ensino Fundamental (PERNAMBUCO, 2019) preconizam que o ensino de Estatística deve buscar desenvolver no estudante a capacidade de inferir informações estatísticas que circulam



em sociedade. Para isso, propõe um trabalho com o estudante para torná-lo apto a realizar um conjunto de ações, que inclui desde a coleta até a análise dos dados coletados. Nesse procedimento, busca-se que o indivíduo utilize conceitos estatísticos para prever e explicar diferentes fenômenos que ocorrem em diversas situações do cotidiano (BRASIL, 2017).

No Quadro 1 são apresentadas as habilidades de Estatística nos Anos Finais do Ensino Fundamental que envolvem MTC (marcado em amarelo) e MD (marcado em verde).

Quadro 1: Descritores relacionados a MTC e MD

7º Ano do Ensino Fundamental
(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
8º Ano do Ensino Fundamental
(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude .
(EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central , a amplitude e as conclusões.
9º Ano do Ensino Fundamental
(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central .
(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude , tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Fonte: BRASIL (2017)

No Brasil, os livros didáticos, foco desse estudo, são avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). De acordo com o Ministério da Educação, o PNLD tem como objetivo avaliar e fornecer de maneira sistemática, regular e gratuitas obras didáticas, pedagógicas, literárias e outros materiais de apoio à prática educacional para escolas públicas de educação básica em níveis federal, estadual, municipal e distrital. O PNLD dispõe de regras e diretrizes para que os autores abordem os objetos matemáticos apresentados na BNCC. Assim, esses descritores orientam as atividades propostas nos livros didáticos que são avaliados, comprados e distribuídos nas escolas públicas pelo Ministério de Educação.



MÉTODO

Este artigo faz parte de um estudo de doutoramento, o qual tem por objetivo geral investigar a aprendizagem de estudantes referente às medidas de tendência central articulada às medidas de dispersão nos anos finais do Ensino Fundamental na perspectiva do Letramento Estatístico. Aqui, apresentamos resultados referente a análise das atividades relacionadas às medidas de dispersão, em especial, a amplitude nas coleções dos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano) aprovados pelo PNLD 2020.

Assim, foram analisados 44 (quarenta e quatro) livros didáticos de Matemática do 6º e 9º anos aprovados pelo PNLD 2020 (anos finais), que estão sendo adotado em escolas públicas de todo o Brasil. As coleções foram denominadas de A, B, C,..., K. Os livros foram analisados página a página e todas as atividades que faziam referências explícita e implícita aos conteúdos MD foram analisadas.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Podemos observar na Tabela 1, que a medida de dispersão com maior percentual é a amplitude (57,2%), a qual é enfatizada no 7º, 8º e 9º anos na BNCC. Entretanto, outras medidas de dispersão também foram encontradas nas atividades propostas nos livros didáticos dos anos finais.

Tabela 1: Percentual de questões relacionadas às Medidas de Dispersão

Medidas de Dispersão	Frequência	Percentual
Amplitude	155	57,2
Desvio em relação à média	9	3,3
Desvio médio absoluto	19	7,0
Desvio padrão	30	11,1
Variância	20	7,4
Variação	36	13,3
Coefficiente de variação	2	0,7
Total	271	100

Fonte: Dados da pesquisa

Além disso, desde o 6º ano, encontramos 28 questões com ideias associadas à amplitude térmica (Figura 1), em oito das onze coleções. Essas atividades aparecem na unidade temática de grandezas e medidas ou em números, enfatizando apenas no cálculo. Além disso, podemos



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES

12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

observar nas orientações aos professores em formato U, que sugere que caso seja necessário, o professor lembre o conceito de amplitude.

Figura 1: Atividade envolvendo amplitude no 6º ano

Orientações

Na atividade 1, os alunos devem interpretar a imagem. Em cada dia, a temperatura da esquerda refere-se à temperatura máxima, e a da direita refere-se à mínima. Caso seja necessário, lembre o conceito de amplitude térmica: a diferença entre a temperatura máxima e a mínima.

Atividades no caderno

1 Observe a previsão da temperatura para a cidade de Porto Alegre ao longo de alguns dias.

TER	QUA	QUI	SEX	SÁB	DOM	SEG	TER
28°/17°	29°/17°	31°/17°	31°/18°	29°/18°	30°/1	30°/18°	29°/18°

a) Nesse período, qual é a menor temperatura máxima indicada? **17 °C**
 b) Nesse período, qual é a maior temperatura máxima indicada? **31 °C**
 c) Qual é a amplitude térmica esperada para a sexta-feira? **13 °C**
 d) E a amplitude térmica esperada para o domingo? **11 °C**

Fonte: Coleção A, 6º ano, 2018, p. 236

Mais especificamente podemos observar (Tabela 2) que a amplitude aparece em maior percentual nos 7º anos e 8º anos. O desvio em relação à média, o desvio médio absoluto, desvio padrão e a variância apresentam sua concentração nos 8º e 9º anos, evidenciando a importância dos estudantes conhecerem outras medidas de dispersão. O termo variação concentra-se nos 6º e 7º anos e o coeficiente de variação apareceu apenas no 8º ano e em uma única coleção. Notamos que a maior concentração de atividades sobre medidas de dispersão está no 8º ano.

Tabela 2: Percentual de questões relacionadas às MD por ano de escolaridade

Medidas de Dispersão	Amplitude	Desvio em relação à Média	Desvio médio absoluto	Desvio Padrão	Variância	Variação	Coef. de Variação	Total
6º ano	11,4	-	-	-	-	5,2	-	45
7º ano	16,3	0,7	0,4	-	-	6,6	-	65
8º ano	17,0	1,9	3,3	7,4	5,2	1,5	0,7	100
9º ano	12,5	0,7	3,3	3,7	2,2	-	-	61
Total	155	09	19	30	20	36	02	271

Fonte: Dados da pesquisa



MTC. Assim, faz-se necessário que as atividades sejam bem elaboradas para que os estudantes possam compreender melhor a articulação entre as MTC e MD.

Figura 3: Atividade envolvendo MTC e amplitude

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

ATIVIDADES

3. Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, o cálculo e a compreensão da média aritmética, moda e mediana de um conjunto de dados e a relação com a amplitude. No item **b**, é proposto aos alunos o cálculo da amplitude da temperatura registrada naquela semana. Esse resultado pode ser utilizado para apresentar o significado das medidas de tendência central calculadas no item **a**.

3. Em cada dia de certa semana, no mesmo horário, Carlos consultou a temperatura do município em que mora em um aplicativo de celular. Com esses dados, ele construiu um gráfico de segmentos em uma planilha eletrônica. Observe.

Média: 24 °C; moda: 21 °C; mediana: 25 °C.

Dia da semana	Temperatura (°C)
dom.	27
seg.	28
ter.	26
qua.	25
qui.	21
sex.	21
sáb.	20

a) Em relação a essas temperaturas, determine a média, a moda e a mediana.

b) A diferença entre a maior e a menor temperatura registradas é denominada amplitude térmica. Qual é a amplitude térmica neste caso? **8 °C.**

c) Em quais dias a temperatura registrada foi maior do que a média da semana? **Domingo, segunda-feira, terça-feira e quarta-feira.**

Fonte: Anotações de Carlos.

Fonte: Coleção I, 8º ano, 2018, p. 200

A Figura 4 além de apresentar uma situação com dados reais estabelece uma articulação entre as medidas. Gal (2002) ressalta que os estudantes devem entender como essa medida quantifica a dispersão dos dados para tomada de decisão.

Figura 4: Atividade envolvendo MTC e amplitude de forma articulada

Medidas da altura dos jogadores da seleção francesa escalados para a partida final da Copa do Mundo – 2018	
Nome	Medida da altura (cm)
Hugo Lloris	188
Benjamin Pavard	186
Raphael Varane	191
Samuel Umtiti	182
Paul Pogba	191
Antoine Griezmann	175
Olivier Giroud	192
Kylian Mbappe	178
N Golo Kante	169
Blaise Matuidi	180
Lucas Hernandez	183

31. A seleção da França foi campeã na Copa do Mundo de futebol realizada na Rússia em 2018.

Veja, ao lado, as medidas da altura dos jogadores escalados para a partida final contra a seleção da Croácia.

a) Determine a média, a mediana e a moda das medidas da altura dos jogadores da seleção da França. **183 cm, 183 cm e 191 cm**

b) Calcule a amplitude total das medidas da altura dos jogadores. O que se pode dizer a respeito do valor obtido, em relação aos valores das medidas de tendência central?

31. b) A = 23. Espera-se que os alunos respondam que o valor obtido na amplitude é pequeno em relação às medidas de tendência central, o que significa que as medidas da altura dos jogadores estão próximas tanto entre si como das medidas de tendência central.

FIFA. 2018 FIFA World Cup Russia: line-ups. Disponível em: <www.fifa.com/worldcup/matches/match/300331552/#match-lineups>. Acesso em: 23 ago. 2018.

Fonte: Coleção G, 8º ano, 2018, p. 184

De acordo com a BNCC, a vivência de um processo investigativo pode possibilitar o desenvolvimento do pensamento estatístico. Os estudantes devem formular questões que envolvam dados da realidade, coletar, organizar e apresentar informações e observar e interpretar situações obtidas do ambiente social do estudante. Ao analisar as atividades percebemos que

ainda é limitada a quantidade de atividades que envolvem a pesquisa como elemento norteador para produzir estatísticas. Na Figura 5 é apresentada uma atividade com um modelo para desenvolver pesquisas estatísticas em sala de aula e solicita que sejam analisadas as MTC e amplitude.

Figura 5: Atividade envolvendo MTC e amplitude no contexto da Pesquisa

Conviver

Elaboração de uma pesquisa estatística

Já estudamos a diferença entre uma pesquisa censitária e uma pesquisa amostral. Também vimos o que são as variáveis de uma pesquisa e os métodos que podem ser utilizados para selecionar uma amostra. Agora, conheça os passos para a realização de uma pesquisa estatística.

- **Definição do tema da pesquisa:** O que você deseja pesquisar? O que deseja, qual o problema que você deseja analisar por meio da pesquisa?
- **População e amostra:** Qual será a população da pesquisa? A pesquisa será censitária ou amostral? Se for amostral, qual será o método utilizado para selecionar a amostra?
- **Escolha das variáveis:** Quais serão as variáveis da pesquisa, ou seja, quais serão as características estudadas?
- **Coleta de dados:** definidas as variáveis, determine o momento de coletar e registrar os dados.
- **Apresentação:** apresente os dados de forma organizada, ou seja, escolha que tipo de tabela será utilizado ou que tipo de gráfico é o mais apropriado para organizar o resultado da pesquisa.
- **Análise da pesquisa:** por meio de um relatório, analise o resultado da pesquisa observando aspectos como as medidas de tendência central (média, moda e mediana) e a amplitude dos dados. No final do relatório, apresente as conclusões.

Agora, forme um grupo com nove colegas e sigam as instruções abaixo para fazer uma pesquisa estatística.

Encaminhamento

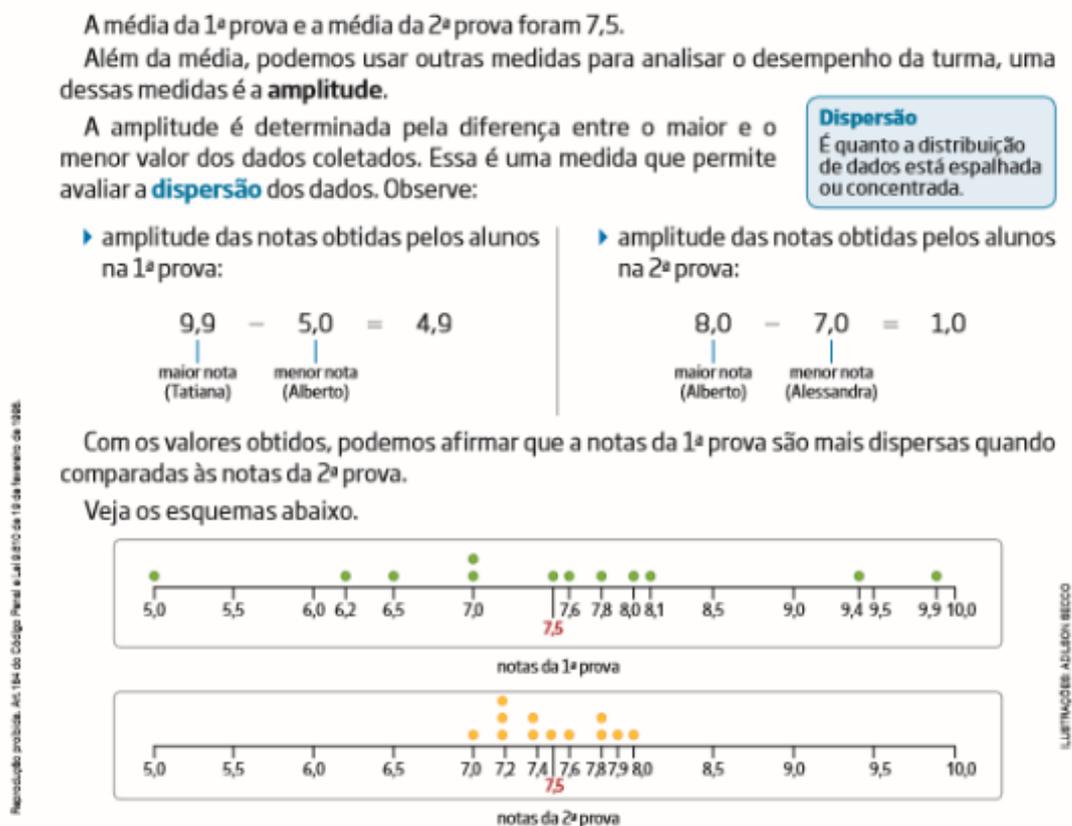
- 1 Cada grupo deverá decidir um tema relevante para a comunidade escolar para ser pesquisado e justificar a escolha.
- 2 A população da pesquisa será o conjunto de alunos da escola. Escolham a amostra que será usada e como ela será selecionada.
- 3 Escolham as variáveis do estudo e elaborem um questionário para a pesquisa.
- 4 Coletem os dados agindo de forma respeitosa durante as entrevistas.
- 5 Organizem os dados da pesquisa em tabelas, por exemplo.
- 6 Elaborem um gráfico utilizando planilhas eletrônicas e o imprimam para apresentar aos colegas.
- 7 Escrevam um relatório destacando aspectos como as medidas de tendência central (média, moda e mediana) e a amplitude, com as conclusões da pesquisa realizada.
- 8 Apresentem o resultado da pesquisa.

Fonte: Coleção A, 8º ano, 2018, p. 169

Apenas o Livro D apresenta uma abordagem interessante para compreender a relação da variabilidade explorando o dot-plot, este exemplo auxilia na compreensão da relação entre a média e a amplitude dos dados (Figura 6).



Figura 7: Articulação entre média e amplitude no dot-plot



Fonte: Coleção D, 7º ano, 2018, p. 283

Embora o valor calculado da amplitude das duas amostras já ser perceptível que na amostra 2 tem menor dispersão, a representação no gráfico dot-plot auxilia na visualização em que os pontos amarelos estão mais concentrados em torno da média do que os pontos verdes. Reforçamos ainda que é importante que professores trabalhem essas representações em outras possibilidades como o box-plot nos anos finais.

Assim, compreender, interpretar e aplicar a variabilidade é uma condição indispensável na educação estatística, pois sem ela as estatísticas nem existiriam. Considerando o Letramento Estatístico proposto por Gal (2002), acreditamos que a compreensão de situações que levem os estudantes a perceberem as MD, em especial, a amplitude e articulá-la as MTC é chave para os processos de ensino e aprendizagem da Educação Estatística.

REFERÊNCIAS



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017.

GAL, I. Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GAL, I. ; GARFIELD, J. B. (eds.) The Assessment Challenge in Statistics Education. **International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique**, v.67, n. 1, p. 1-12., abr. 1997.

GARCIA, F. M. **A idéia de variabilidade abordada no 8º ano do ensino fundamental**. 2008. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

GARFIELD, J.; DELMAS, R.; CHANCE, B. Using students' informal notions of variability to develop an understanding of formal measures of variability. In M. C. Lovett & P. Shah (Eds.), **Thinking with data** (pp. 117-148). New York, NY: Erlbaum, 2007.

MOORE, D. New pedagogy and new content: the case of statistics. **International Statistical Review** 65 (2), 123-137, 1997.

PERNAMBUCO. **Secretaria de Educação e Esportes**. Currículo de Pernambuco: ensino fundamental. Recife, PE, 2019.

READING, C.; SHAUGHNESSY, J. M. Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), **The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking** (pp. 201-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwe, 2004. .

SHAUGHNESSY, J. M. Recommendations about the Big Ideas in Statistics Education: A Retrospective from Curriculum and Research. In: **XV CIAEM - Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. 2019. Año 14. Número 18. pp 44–58. Costa Rica.

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. 12.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

