



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



VÍNCULO DO SABER CIENTÍFICO SOBRE GEOMETRIAS NÃO-EUCLIDIANAS COM OS SABERES ESCOLARES DO ENSINO BÁSICO

Milenko Schiavetti Basilio Kovacevic¹

GD nº 03

Resumo: A presente pesquisa tem como objetivo investigar a razão de ser das geometrias não-euclidianas (parabólica e hiperbólica) no Ensino Básico e justificar sua existência no currículo nacional. Para a compreensão destas geometrias, partiremos de uma concepção de educação que se entenda como um processo integral que reúne diversas áreas de conhecimento, isto é, de pensar na educação como em um ecossistema. O referencial teórico baseia-se na Teoria da Transposição Didática e na Teoria Antropológica do Didático. Sob esta ótica, diferentes objetos de ensino têm inter-relações hierárquicas que permitem identificar suas respectivas estruturas ecológicas na gênese de conceitos matemáticos apoiados na ideia de nicho, habitat, cadeia alimentar e ecossistema.

Palavras-chave: Geometria Esférica; Geometria Hiperbólica; Astronomia Posicional; Transposição Didática; TAD.

INTRODUÇÃO

O presente projeto emerge em meio a uma sequência de eventos precedido pelo estudo realizado ao longo do curso de mestrado acadêmico realizado no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, junto ao grupo de pesquisa Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática (PEA-MAT).

A pesquisa realizada no mestrado, apoiada pela CAPES, teve por objetivo evidenciar os elementos substanciais para que o ensino de Astronomia Posicional seja possível no curso de Ensino Médio brasileiro, empregando interdisciplinaridade de Geometria Esférica. Buscamos elucidar a razão de ser da Astronomia, partindo de uma concepção de educação que se entenda como um processo integral que reúne diversas áreas de conhecimento. Em razão de amplitude do campo de estudos da Astronomia, do tempo disponível que uma pesquisa de mestrado acadêmico permite, o nosso enfoque foi justamente nos elementos de base: em coadunar Geometria Esférica com Astronomia

¹ Orientadora Profa. Dra. Cilela de Queiroz e Silva Coutinho
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP

Posicional, alicerçando-se na gênese dessas duas disciplinas – a primeira é a ferramenta da outra, ou seja, Astronomia Posicional é uma aplicação da Geometria Esférica.

O percurso dessa pesquisa não apenas apontou nas limitações da exclusividade da Geometria Euclidiana no ensino de Geometria Analítica, Geografia e Física, e que todas estas disciplinas possuem Geometria Esférica como o elo de ligação, mas também suscitou a possibilidade de aprofundamento desse estudo, ampliando o campo de pesquisa nas outras geometrias não-euclidianas.

PROBLEMÁTICA

A problemática delimitada em nossa pesquisa abrange alguns dos tópicos explorados a seguir, necessidades apuradas à partir deles e reunidas prováveis inter-relações entre os mesmos e disto, fazemos com que a questão de pesquisa emergja naturalmente.

A nossa investigação parcialmente se apoia nos pressupostos das pesquisas que veem sendo desenvolvidas no Brasil, no interesse de pesquisadores em geometria esférica, embora em maior parte na concatenação dessa geometria com estudos relacionados a geografia. Decerto que a curvatura da Terra precisa ser considerada para qualquer cálculo feito com rigor relacionado a distância entre dois pontos na Terra, como, por exemplo, para funcionamento preciso do Sistema de Posicionamento Global feito por satélites (GPS), como alegou Alves (2008). Concordamos com Leite (2004) quando relata que a tendência de observar o mundo natural em termos de senso comum até na atualidade nos leva a acreditar que o Sol realmente nasce e se põe, que as estrelas giram em torno da Terra, que a Terra é plana e o centro do universo.

A inquietude com ensino de geometrias não-euclidianas no país, incentivou estudos sobre diferentes razões da pertinência dessas geometrias na escola, levando os pesquisadores a apresentar ferramentas que pudessem desvendar o mito de complexidade a respeito de geometria esférica. Para mais, as atividades na sala de aula, como sugerem Andrade (2011) e Brum (2013), podem instigar o ensino de geometria esférica, quando os conhecimentos de geometria plana não são satisfatórios.



Em relação ao estudo da Geometria presente na formação e professores, Pietropaolo (2005), investigou a presença do uso de provas e demonstrações de Geometria nos currículos da educação básica e nos de formação de professores apontando para a necessidade de uma (re)significação das provas e demonstrações em tais currículos.

Segundo Serralheiro (2007, p. 128), em seu estudo sobre raciocínio dedutivo de professores sobre Geometria, sinaliza que ao que parece, “muitos cursos de licenciatura em Matemática não vêm trabalhando com demonstrações na formação ou se o fazem realizam de forma superficial”.

Dias (2009) em seu trabalho sobre Geometria com os estudantes da licenciatura em Matemática, do sexto período de curso, constatou que esses estudantes apresentaram dificuldades na resolução das questões propostas devido a não terem mobilizado adequadamente os conhecimentos geométricos fundamentais.

Os resultados indicados nessas pesquisas que trabalharam de alguma forma com Geometria na formação inicial ou continuada de professores sinalizam a falta de articulação entre o conhecimento formal de Geometria (provas e demonstrações), desenvolvido a priori no ensino superior com os currículos e as práticas de sala de aula de educação básica.

Conjecturamos que um dos aspectos dessa formação de professores predominantemente insuficiente, é que a formação Matemática dos professores no ensino superior do ponto de vista do conhecimento científico não dialoga ou se articula com o saber matemático a ser desenvolvido com os alunos da Educação Básica, no caso da geometria do universo no Ensino Básico – o paradigma que o universo existe como extensão do ambiente terrestre, de forma que as leis da geometria euclidiana sejam validas em qualquer região exatamente como na Terra. Ainda os antigos gregos, de acordo com Cajori (2007) dividiam geometria na “geometria do quintal e geometria celestial”. Por qual motivo então o paradigma supramencionada persiste até atualidade? Esse problema suscita a seguinte questão de pesquisa: **Que articulação do saber científico sobre geometrias não-euclidianas com os saberes escolares do ensino básico explicitam a geometria do universo?**



OBJETIVO

Para responder a questão de pesquisa anteriormente formulada, o objetivo geral deste trabalho é investigar a razão de ser das geometrias não-euclidianas (parabólica e hiperbólica) no Ensino Básico, ou seja, justificar sua existência no currículo nacional. E para a compreensão destas geometrias, é preciso partir de uma concepção de educação que se entenda como um processo integral que reúne diversas áreas de conhecimento, isto é, de pensar na educação como em um ecossistema.

HIPÓTESE DE PESQUISA

Conjecturamos que a proposta que iremos construir, com as bases teórico-metodológicas escolhidas, permitirá compreender que a geometria de universo é relativa a movimento constante, ou seja, no universo não existe nenhum ponto fixo.

METODOLOGIA DA PESQUISA

No concernente à metodologia adotada, entendemos como mais ajustada a escolha de um recorte qualitativo, uma vez que o interesse é compreender questões que examinam a realidade tratada. Nessa perspectiva, os dados serão levantados a partir de técnicas de pesquisa documental e bibliográfica, haja vista que explora na literatura o aprofundamento do assunto por meio de fontes específicas. Entendemos que a pesquisa bibliográfica na perspectiva das autoras Marconi e Lakatos (2011, p. 43-44), representa:

[...] o levantamento de toda a bibliografia já publicada em forma de livros, revistas, publicações avulsas e imprensa escrita. Sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo aquilo que foi escrito sobre determinado assunto.

Tendo como fonte livros didáticos e paradidáticos, enquadra-se aqui Gil (2002, p. 44), que define como livros de leitura corrente, na medida em que abrange também “as obras de divulgação, isto é, as que objetivam proporcionar conhecimentos científicos ou técnicos”.

Para análise da fonte bibliográfica, nos baseamos na análise do conteúdo que, segundo Vergara, (2005, p. 15), “[...] é considerada uma técnica para o tratamento de



dados que visa identificar o que está sendo dito a respeito de determinado tema”. Sobre essa técnica Bardin (1977, p.44) conceitua:

Um conjunto de instrumentos metodológicos que se aplicam a conteúdos e continentes amplamente diversificados com um fator comum – a hermenêutica controlada baseada na dedução, é o que cauciona o pesquisador o condão de extrair dos materiais investigados as estruturas traduzíveis em modelos de rigor científico. Esse instrumento polimorfo e polifuncional, além de suas funções heurísticas e verificativas tem a função interpretativa entre as intuições ou hipóteses de partida e as compreensões definitivas.

Bardin (1977) também assinala que se suprimirmos da análise de conteúdo a sua função de inferência e se limitarmos as suas possibilidades técnicas apenas à uma das suas técnicas – a análise categorial ou temática, podemos, efetivamente, identificá-la à análise documental. De fato, Bardin define a análise documental como

[...] Uma operação ou um conjunto de operações visando representar o conteúdo de um documento sob uma forma diferente da original, a fim de facilitar num estado ulterior, a sua consulta e referência (BARDIN, 1977, p.45).

O tratamento da informação contida nos documentos acumulados, a análise documental tem por objetivo dar forma conveniente a representar de outro modo a informação, por intermédio de processos de transformação. Nesse sentido, a escolha de narrativa histórica nesse capítulo para analisar a documentação sobre o nosso objeto de pesquisa uma vez que permite a representação de documento ao observador de uma configuração variável, de tal forma que este obtenha o máximo de informação com o máximo de pertinência.

Em sentido desenvolvido, a análise documental permite passar de um documento primário, para um documento secundário; este seria a representação do primeiro documento em forma de resumos, isto é, em “representação condensada da informação” (BARDIN, 1977, p.46). Ademais, o objetivo de análise de conteúdo “é a manipulação de mensagens [...] para evidenciar os indicadores que permitam inferir sobre uma outra realidade que não é da mensagem” (BARDIN, 1977, p.46). Desta forma, a finalidade da análise de conteúdo é produzir inferência, trabalhando com vestígios e índices postos em evidência por procedimentos quais nos permitem entender a realidade baseando-nos

em critérios estabelecidos com referência em estudos da área.

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

5

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES



REFERENCIAL TEÓRICO

As teorias que darão alicerce para nossa pesquisa: Transposição Didática (1994) e a Teoria Antropológica de Didático (1996) de Yves Chevallard.

Destacamos aqui uma reflexão de Chevallard (2001) sobre o ensino da matemática na França:

O programa de matemática de 10 de julho de 1925 para as classes de matemática comporta ainda quatro domínios que ressaem quase inteiramente nas matemáticas mistas: geometria descritiva e geometria métrica, cinemática, estática, cosmografia. A estática desaparecerá no começo dos anos 1960, a cinemática no meio dos anos 1980. A astronomia, presente por um longo tempo nos últimos anos do Ensino Médio “Literário” (voltado à literatura), desaparecerá por sua vez com os programas de 1994. Os autores (anônimos) de uma obra de preparação para o exame final do ensino médio, publicado no começo dos anos 1940, indicavam: O programa relativo à Geometria Descritiva e à Geometria Métrica do Curso de Matemática Elementar é muito restrito e se presta pouco à resolução de problemas. Na verdade, depois de 10 anos, o número de problemas dado sobre este tema nos Exames é quase nulo (CHEVALLARD, 2001, p.8).

Podemos refletir da discussão de Chevallard que na França em razão da forte influencia de enciclopedismo no ensino em uma relação de copiar/colar entre professor e aluno, as “matemáticas mistas” se dissolveram ao longo do tempo. Ademais, Chevallard explica (2001, p.1-2):

Então não podemos esperar, sem se mostrar cientificamente ingênuo e politicamente irresponsável, que a problemática, tão estranha às nossas velhas sociedades fundadas sobre a docilidade da massa face à autoridade de poucos, da desconstrução/reconstrução das obras substitui silenciosamente uma tradição secular na qual o aluno e o estudante esperam sem piscar, segundo a imemorável problemática da cópia de obras e do mimetismo cultural, que o professor ensina – ou melhor, mostra – o que deve ser feito, como e por que fazer assim. De maneira geral, a introdução e implementação no ensino secundário da matemática de um número de organizações didáticas concebíveis – e, de tal ou tal ponto de vista, desejáveis – se esbarram nas restrições que distorcem a estrutura suprimindo as funções, desde que deixem de ser apenas um world on paper, um mundo sobre o papel (CHEVALLARD, 2001, p.1-2).

Decerto que o autor se refere no peso de ensino secular, com papel de professor – detentor de saber e aluno como um receptor ad-hoc, na qualidade de ensino de matemática



atual nas escolas francesas. O ensino de matemática e suas disciplinas correlatas – citadas por Chevallard como “matemáticas mistas”, e a sua inserção no currículo nacional, é o assunto a ser abordado na pesquisa proposta. Ademais, no processo de ensino e de aprendizagem existe transformação de diferentes saberes a um objeto de ensino, que passa por modificações entre a sua origem e o seu destino:

[...] Da matemática dos matemáticos à matemática ensinada - na escola primária e em outros lugares, até a própria Universidade – há uma "distância". [...] É aqui que entra em jogo a ilusão da transparência, que encerra a questão mesmo antes de ter sido colocada. Para cada um de nós, culturalmente, esta distância é evidente. Não teria outro significado do que este, que por sua vez se dá por não-objectável - culturalmente falando. Uma criança de dez anos, argumentar-se-á, não é um matemático no poder da sua arte; a matemática que um afirma ensinar não pode ser aquela que vive nas mãos do outro (CHEVALLARD, 1994, p.3, tradução nossa).

A teoria da transposição didática questiona o que parece óbvio, sobre o conhecimento presente nos sistemas didáticos (e por isso quebra uma certa ilusão de transparência), sobre o fato de objetos idênticos poderem viver com nomes diferentes, ou mais genericamente sobre a inclinação para ver apenas o que as instituições apontam como sendo de interesse. Olhar de uma certa distância é a única maneira de ver com precisão os efeitos das instituições. O conhecimento matemático é mais frequentemente produzido fora da escola e está sujeito a uma série de adaptações antes de ser aceito para o ensino: os objetos matemáticos criados pelos matemáticos não são os que são ensinados na escola. O objetivo da teoria da transposição didática é precisamente descrever e explicar os fenômenos de transformação do conhecimento desde sua produção até seu ensino (CHEVALLARD, 1994).

A Teoria Antropológica do Didático, como ampliação da Transposição Didática, permite analisar o papel desses elementos e as relações estabelecidas com o saber de forma mais sistemática e dinâmica. A partir desta teoria, é possível analisar os processos de transposição de maneira detalhada. O núcleo da teoria está em considerar o estudo das relações mantidas entre objetos, pessoas e instituições a partir da problemática ecológica, baseada num conjunto de questões persistentes: o que existe ou não existe? O que deve existir? O que poderia existir? Quais são as condições que favorecem, permitem ou, pelo contrário, dificultam ou mesmo impedem a existência de tal objeto? (CHEVALLARD,



1997 apud ARTAUD et al., 2016). As respostas dadas a tais perguntas trazem à luz as condições de existência da matemática no sistema educativo, que incidem sobre a própria matemática, bem como sobre os sistemas em que vivem.

Em linha com o pensamento da autora, é a transposição didática que nos permite identificar os saberes envolvidos que originam a existência do objeto matemático Geometria Esférica, como objeto de ensino, isto é, o que determina a sua ecologia didática. Todavia, é ainda necessário que sejam atendidas outras condições para que um objeto de ensino possa existir ou continuar existindo. A existência da Geometria Esférica como objeto de ensino sugere a existência de outros saberes presentes ou não nas disciplinas ensinadas que a contém, como explica Chevallard (1996, p.134-135):

Ecologicamente, a sua existência apela geralmente a outros tipos de sistemas didáticos que reunirão, por exemplo, no que diz respeito à escola primária, o mesmo aluno e o mesmo saber à volta de outros professores.

A problemática ecológica apresentada pelo autor amplia o campo de análise como também permite abordar os problemas que se estabelecem entre os diferentes objetos do saber a ensinar. Segundo Almouloud (2007), os objetos possuem inter-relações hierárquicas que permitem evidenciar e analisar as estruturas ecológicas dos objetos, quais possibilitam o controle didático do professor e cognitivo do aluno, controle sem o qual o contrato de ensino não seria possível.

O tipo de interrogatório que está na origem da TAD exige uma distinção mais precisa entre objetos que parecem ser os mesmos, mas que não vivem da mesma maneira de uma instituição para outra, uma vez que não exercem a mesma função. Além disso, para descrever e analisar a gênese e a evolução dos elementos do conhecimento em uma determinada instituição, bem como as relações pessoais e institucionais com esses elementos, é necessário desenhar um modelo desses elementos de saber. A dificuldade é que nenhum elemento de saber pode ser totalmente isolado, mas é sempre parte de um agregado. Dentro da TAD, um avanço significativo veio com a modelagem de tais agregados em termos de praxeologias feitas dos dois componentes: práxis (prática) e logos (razão). Este modelo surgiu inicialmente de uma tentativa de descrever a atividade



matemática em relação com o conceito de relações institucionais e com a utilização da noção de ostensivo.

A noção de praxeologia insiste nas técnicas, que permitem realizar certos tipos de tarefas, trazendo à luz a pluralidade de técnicas para um tipo de tarefa, escondidas dentro da subordinação a um sistema didático. Por outro lado, insiste na função tecnológica do saber – para produzir, justificar e tornar as técnicas compreensíveis. Isso aponta para um sistema de condições e constrangimentos que condicionam a existência ou ausência de tal técnica, em tal instituição. Um elemento de saber é antes de tudo um discurso que torna possível justificar, produzir, tornar compreensíveis as técnicas e não apenas o que a cultura designa como óbvio sob o rótulo de “saber”. Neste sentido, a práxis refere-se à prática, ao saber-fazer de algum modo, enquanto o logos se refere à razão, a teoria, ao discurso que descreve, legitima e explica a práxis. Sendo assim, uma praxeologia não abrange o estudo da prática humana, mas a “ciência”, pessoal ou institucional, de uma determinada prática. É, portanto, relativa à pessoa que a utiliza ou à instituição em que pode viver. A utilização da noção de praxeologia dá um modelo fundamental para apreender os elementos de saber, para estudar as suas transformações e para dar conta do que se faz com eles em qualquer instituição em particular. (CHEVALLARD, 1994 apud ARTAUD et al., 2016).

Trazer a noção de ecossistema permite ao pesquisador da didática da matemática considerar, em relação à matemática, vários novos objetos fora da matemática afastando a ilusão de transparência. A ideia de ecossistema é utilizada por Chevallard (1991) para identificar um conjunto de saberes que ali vivem e evidenciar como esses saberes interagem entre si. Segundo Almouloud (2014, p.114):

[...] introduz a noção de habitat de um objeto matemático como sendo o tipo de instituição onde se encontra o saber relacionado ao objeto de estudo, que por sua vez determinara a função desse saber, ou seja, determinara seu nicho (ALMOULOU, 2014, P.114).

Desta maneira, um ecossistema consideramos como “ambiente” que reúne as condições ecológicas onde um objeto (matemático) pode viver, definido como um sistema de seres e relacionamentos, o habitat como um “lugar” onde podemos encontrar



o objeto matemático com todos os objetos com quais tal objeto interage, enquanto o nicho está relacionado com o seu lugar funcional.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. Ag. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Editora UFPR, Curitiba: 2014.

_____. *A Geometria na escola básica: que espaços e formas têm hoje?* SBEM 2004. Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas-redondas/mr21-Saddo.doc>. Acesso em: 30/01/2019.

ALVES, S. *Geometria Não Euclidiana*. São Paulo: IME-USP: material para oficina; Semana da Licenciatura, 2008.

ANDRADE, Maria Lucia Torelli de. *Geometria Esférica: Uma sequência didática para a aprendizagem de conceitos elementares no Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2011.

ARTAUD, M et al. *Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques*. In ARDM, 2016.

BARDAIN, Laurence. *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 1977. BARROS, Fernanda. *O tempo do Lyceu em Goiás: Formação humanista e intelectuais (1906-1960)*. Jundiá: Paco editorial, 2017.

BRUM, W. P. *Abordagem de conceitos de Geometria Esférica e Hiperbólica no Ensino Médio usando uma sequência didática*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Blumenau: FURB, 2013.

BUSEMANN, H. *The Geometry of Geodesics*. New York: Dover Publications, 2005.

CAJORI, Florian. *Uma História da Matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

CHEVALLARD, Yves. *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1991.

_____. *Pourquoi la transposition didactique ?* Grenoble, Séminaire de didactique et de pédagogie des mathématiques de l'IMAG, 1982.

_____. *Pourquoi enseigne-t-on les mathématiques ?* Marseille, colloque Finalités des enseignements scientifiques, 1989.

_____. *Les processus de transposition didactique et leur théorisation*. In *La transposition didactique à l'épreuve*. Grenoble, La Pensée Sauvage, 1994.

_____. *Sur la polyvalence dans l'enseignement scolaire*. Séminaire codisciplinaire de recherche et de développement de l'IUFM. Marseille, 1996.

_____. *Organiser l'étude : 3. Ecologie & régulation*. Cours donné à la XI^e école d'été de didactique des mathématiques. Grenoble, La Pensée Sauvage, 2001.

_____. *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. In *Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica*, Universidad de Jaén, 2007.



DIAS, M S. S. *Um estudo da demonstração no contexto da licenciatura em Matemática: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico*. Tese (doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, Brasil, 2009.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas, 2001.

KOVACEVIC, Milenko Schiavetti Basilio. *Geometria Esférica – o elo entre Matemática e Astronomia*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2020.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina. De Andade. *Metodologia Científica: teoria da ciência e prática da pesquisa*. 17. Ed. Petropolis: Vozes, 2000.

LEITE, C. *A Lua, em show real e virtual*. Jornal O Estado de S. Paulo, p. A-15, 27/10/2004.

PATAKI, Irene. *Geometria Esférica: uma conexão com a geografia*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2003.

PIETROPAOLO, R. C. *Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de Matemática*. Tese (doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, Brasil, 2005.

PRESTES, I. C. R. *Geometria Esférica para a formação de professores: uma proposta interdisciplinar*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2006.

REIS, J. D. S. *Geometria esférica por meio de materiais manipuláveis*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: 2006.

SERRALHEIRO, T.D.. *Formação de Professores: conhecimentos, discursos e mudanças na prática de demonstrações*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, Brasil, 2007.

VERGARA, Sylvia Constant. *Métodos de pesquisa em administração*. São Paulo: Atlas, 2005.

