



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



A APRENDIZAGEM DE AUTOVALORES E AUTOVETORES POR MEIO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS: POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES

Gabriel Cordelina¹

GD n°6 – Educação Matemática, Tecnologia e Educação a Distância

Resumo: As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) nos ambientes de aprendizagem é uma das discussões quando se trata de possibilidades do ensino, e há um crescente número de pesquisas que incentivam o seu trabalho em sala de aula. Deste modo, no presente projeto temos como objetivo compreender como se dá a interação entre os estudantes com as TDICs, identificando suas potencialidades na aprendizagem de Autovalores e Autovetores, com alunos do curso de graduação em Licenciatura em Matemática. A metodologia adotada será a de pesquisa qualitativa, a partir de uma abordagem fenomenológica, com os dados obtidos por meio do desenvolvimento de atividades didáticas com graduandos. Pretendemos contribuir com a discussão que envolve a formação inicial do professor de matemática, além de uma possibilidade de melhor compreensão do tema, a partir de um trabalho com TDICs.

Palavras-chave: TDICs. Licenciatura em Matemática. Autovalores e Autovetores.

INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA, COM SÍNTESE DA BIBLIOGRAFIA FUNDAMENTAL

Durante o período da minha graduação em Licenciatura em Matemática (2019-2022) pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, um dos desafios que enfrentamos mundialmente e que afetou diversos setores foi a pandemia de COVID-19, período esse em que meus estudos foram marcados por dois anos de atividades remotas e ambientes online. Assim, cursei diversas disciplinas neste formato, de modo síncrono ou assíncrono, e em certo momento, refleti sobre como eu poderia trabalhar com as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) para beneficiar meu aprendizado para algo além da visualização de videoaulas e livros em pdf, com isso, surgiu o interesse de investigar como trabalhar com as potencialidades que as TDICs nos fornecem e que, em muitos casos, não acessamos nas salas de aulas usuais.

Também nesse período, cursei a disciplina de Álgebra Linear I, obrigatória para a modalidade de Licenciatura e Bacharelado, e mantendo-se o interesse e curiosidade na área,

¹Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Unesp, campus de Rio Claro; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; curso de Mestrado; gabriel.cordelina@unesp.br; orientadora: Elisangela Pavanelo.

no semestre seguinte cursei a disciplina de Álgebra Linear II, obrigatória somente para o curso de Bacharelado. Posteriormente, surgiu o interesse de reunir parte dos questionamentos feitos por mim anteriormente, com um campo de estudo que fosse do meu interesse. Inicie, então a procura por um trabalho que envolvesse esse campo de estudo.

Os resultados que constituem o que hoje entendemos como Álgebra Linear, têm seu início marcado com o estudo de sistemas de equações lineares, desde a antiguidade, e perpassam todo o período histórico até o avanço da Álgebra Moderna ou Abstrata, com o conhecimento construído nos séculos XIX e XX. O tópico denominado Autovalores e Autovetores foi constituído inicialmente através dos estudos de D'Alembert em 1743, enquanto estudava um sistema de equações diferenciais e, após isso, outros matemáticos contribuíram para a teoria que temos hoje, como Lagrange e Laplace, também trabalhando com sistema de equações diferenciais, relatado por Prieto (2016). A partir disso, houve diversas aplicações, como em sistemas de equações de diferença lineares, sistemas de equações diferenciais ordinárias lineares, sistemas dinâmicos discretos e cadeias de Markov.

David Lay (1999) traz em seu livro “Álgebra Linear e suas Aplicações” a seguinte definição de Autovetores e Autovalores: “Um **autovetor** de uma matriz A $n \times n$ é um vetor não nulo x tal que $Ax = \alpha x$ para algum escalar α . Um escalar α é chamado **autovalor** de A se existir solução não trivial x de $Ax = \alpha x$, tal x é chamado *autovetor associado a α* .” (LAY, 1999, p.216)

A partir dessa definição, Stewart (2008) trata sobre algumas das dificuldades apresentadas por alunos, como a compreensão do significado da mesma, os procedimentos para calcular os dois conceitos em questão e diferentes interpretações dos resultados. Da mesma forma, Nomura e Bianchini (2014) a partir de um estudo de caso com um aluno da engenharia, destacam as dificuldades do discente em utilizar e dar significado para as diferentes representações de autovetor, se referindo especificadamente à matricial, algébrica e geométrica.

Tendo em vista o estudo de caso citado anteriormente, vale destacar que a disciplina de Álgebra Linear é comum (mas não exclusiva) em cursos com base nas ciências exatas, carregando consigo o tópico de Autovalores e Autovetores. Em especial, na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), campus de Rio Claro/SP, foi possível analisar o documento da Estrutura Curricular de todos os cursos ofertados pelos Instituto de



Geociências e Ciências Exatas (IGCE)² e Instituto de Biociências (IB)³, bem como os Programas de Disciplinas da Estrutura Curricular mais atuais destes cursos. Deste modo, organizamos o Quadro 1, o qual levantamos quais cursos contém a disciplina de Álgebra Linear em sua Estrutura Curricular e/ou como é descrito o tópico de Autovalores e Autovetores no programa de tal disciplina.

Quadro 1 – Cursos que tratam sobre Autovalores e Autovetores na Unesp de Rio Claro

<i>Curso (Instituto)</i>	<i>Disciplina</i>	<i>Conteúdo Programático</i>
Ciências da computação -integral e noturno (IGCE)	Álgebra Linear	Autovalores e autovetores de uma transformação linear, polinômio característico e diagonalização de operadores, autovalores complexos. Aplicações
Ecologia (IB)	Cálculo I	Autovalor e autovetor.
Engenharia Ambiental (IGCE)	Geometria Analítica e Álgebra Linear	Autovalores e autovetores de uma transformação linear, polinômio característico e diagonalização de operadores
Física (IGCE)	Álgebra Linear I	Autovalores e autovetores
Geologia (IGCE)	Geometria Analítica e Álgebra Linear	Autovalores e autovetores de uma transformação linear, polinômio característico e diagonalização de operadores
Matemática (IGCE)	Álgebra Linear I e II	Autovalores e autovetores

Fonte: Do autor

A partir dos dados obtidos é possível perceber que seis, do total de nove⁴ cursos ofertados na Unesp, campus de Rio Claro, tratam sobre o conteúdo de Autovalores e Autovetores, em geral, em uma disciplina que discute os conceitos de Álgebra Linear. Normalmente ocorre em um dos dois primeiros anos de graduação, sendo na maioria dos casos no primeiro semestre do ano letivo. Outro ponto em comum da maior parte dos cursos listados é a presença dos livros de David Lay e José Luiz Boldrini na Bibliografia Básica da disciplina.

Dentre os citados, destacamos o curso de Matemática, o qual a disciplina de Álgebra Linear é comum para as duas modalidades de formação, Licenciatura e Bacharelado, com o

² Programas disponíveis em: <https://igce.rc.unesp.br/#!/cursos>

³ Programas disponíveis em: <https://ib.rc.unesp.br/#!/cursos>

⁴ Além dos cursos evidenciados no Quadro 1, são ofertados os cursos de Educação Física (IB), Pedagogia (IB) e Ciências Biológicas (IB).



estudo sugerido a ser realizado no 3º semestre da formação. Ao trabalharmos com alunos deste curso, acreditamos ser possível realizar esta pesquisa observando a aprendizagem de prováveis futuros professores da Educação Básica e do Ensino Superior. Se tratando também de uma disciplina comum para formações diferentes, consideramos que o modo pelo qual se dá o desenvolvimento desses tópicos em sala de aula necessita de constantes reflexões, a fim de trabalhar o conteúdo de maneira comum entre os grupos, mas também destacando as diferentes perspectivas para cada formação, que pode se dar pela inserção de tecnologias e exige um repensar da prática docente.

Partindo desta perspectiva, um caminho seria a utilização de TDICs no ambiente de ensino-aprendizagem destes conteúdos. Tais ferramentas se tornaram comuns no cotidiano de várias pessoas e a velocidade com que são desenvolvidas e atualizadas, tornam necessária a reflexão sobre uso das TDICs na óptica das possibilidades, benefícios, desafios e limitações, na utilização nos ambientes de ensino. Desta forma, destacamos que:

Como dito anteriormente, é necessário que o professor reorganize e reflita sobre sua prática ao inserir tecnologias em sala de aula, o que demanda tempo e esforço do docente (além de recursos tecnológicos). Mas, então, para que mudar? Por que desperdiçar preciosos tempo e esforço para incorporar tecnologias? Vou explorar duas possíveis respostas a essas questões: primeiro porque a sociedade impõe essa necessidade e segundo, como já afirmado neste texto, porque as tecnologias ampliam as possibilidades de se ensinar e aprender. (MALTEMPI, 2008, p. 62)

O trabalho com as TDICs pode resultar numa melhor compreensão de diferentes conteúdos de matemática, e ressaltamos que essa discussão nos ambientes de ensino não é recente, mas destacamos aqui a necessidade de se retomar essas questões, incorporando recentes trabalhos relacionados ao tema e trazendo novas contribuições ao debate. Sendo assim, tal abordagem em sala de aula pode se constituir em um caminho que permite aos alunos relacionar os conceitos e resultados abstratos, a sua visualização, por exemplo. Deste modo, concordamos com Borba e Villarreal (2005) quando afirmam que:

Visualização constitui uma alternativa para acessar o conhecimento matemático; A compreensão de conceitos matemáticos requer múltiplas representações, e a representação visual pode transformar o entendimento; A visualização é parte da atividade matemática e um caminho para a resolução de problemas. (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 96, apud MAZZI, 2014, p. 33)

Tal preocupação se tornou presente em diversas disciplinas, por exemplo, as relacionadas à Geometria Euclidiana e as de Cálculo Diferencial Integral, as quais tornaram comum o uso recorrente do *software* Geogebra, utilizando as ferramentas relacionadas à



Geometria ou aos gráficos gerados por meio do *software*. Estes são alguns exemplos das possibilidades do uso de TDICs no estudo da Matemática. Corroborando com esse pensamento, Leon (2008) relata no início de seu livro, intitulado “Álgebra Linear com Aplicações”, que:

Embora esse material possa ser ensinado sem referência alguma ao computador, acreditamos que exercícios computacionais podem melhorar muito o aprendizado do aluno e dar uma nova dimensão ao ensino da álgebra linear. Essa visão parece estar ganhando grande apoio na comunidade matemática em geral. O grupo de estudo sobre o currículo de álgebra linear recomendou o uso de tecnologia em uma primeira disciplina de álgebra linear. Nos encontros das três maiores sociedades matemáticas americanas existem, agora, sessões cujo assunto principal é o uso de computadores no ensino de álgebra linear. (LEON, 2008, p. 14)

Desta forma, Leon (2008) e Lay (1999) incentivam em seus respectivos livros o desenvolvimento de um trabalho com computadores no desenvolvimento da disciplina de Álgebra Linear, e constroem a teoria e os exercícios propostos sugerindo algoritmos e programas, como Mathematica, Maples, MATLAB, o algoritmo QR e o método de Jacobi. Em muitos casos, propõem que o aluno obtenha matrizes ou polinômios genéricos, por meio do computador, para que se compreenda a atividade de acordo com a sequência de questionamentos propostos pelo autor. Na seção que envolve o tema que tratamos neste projeto, Lay (1999) também cita o método iterativo para o cálculo de Autovalores.

Desta forma, quando defendemos um trabalho com TDICs na disciplina de Álgebra Linear, concordamos que:

Assim, considerar TDICs para a aprendizagem requer a constituição de um ambiente onde há condições para a produção de conhecimento, o que exige um espaço de investigação onde os alunos podem explorar possibilidades, expor conjecturas e construir argumentos; um espaço de diálogo para que o que é constituído dentro da subjetividade pode ser explicitado e colocado em discussão inaugurando o processo intersubjetivo, no qual, através dos meios de comunicação, a linguagem é articulada, elaborado, refinado e compreendido para comunicar o que foi validado por todos. (PAULO; PEREIRA; PAVANELO, 2020, p. 643, tradução nossa)⁵

Com isso, destacamos que a presente proposta de pesquisa se diferencia de outras já realizadas. Por exemplo, de Chiari (2015), pois pretendemos compreender como ocorre a

⁵ Thereby, considering DICTs for learning requires the constitution of an environment where there are conditions for production of knowledge, which demands a space of investigation where students may explore possibilities, expose conjectures and build arguments; a space of dialogue so that what is constituted within one's subjectivity may be made explicit and put to discussion inaugurating the intersubjective process, in which, through the means communication, the language is articulated, elaborated, refined and comprehended to convey what it was validated by all.



interação dos estudantes com as TDICs, com graduandos de uma faculdade presencial, identificando as possibilidades de produção do conhecimento ao discutir um tópico específico da disciplina de Álgebra Linear. Esse trabalho se dará no curso de Matemática, na formação de futuros professores, sendo também diferente da análise feita por Teixeira (2016) que formaliza uma proposta metodológica da disciplina para cursos de engenharia.

Deste modo, destacamos a necessidade de discutir as possibilidades geradas pelas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, na aprendizagem de Autovalores e Autovetores, buscando assim, uma melhor compreensão dos conceitos relacionados a este tema.

OBJETIVO E QUESTÃO DE PESQUISA

Diante do cenário exposto, elaboramos a seguinte interrogação de pesquisa: como as Tecnologias Digitais podem potencializar a compreensão das ideias relacionadas a Autovalores e Autovetores?

Desta forma, temos como objetivo compreender como se dá a interação entre os estudantes com as TDICs, identificando suas potencialidades na aprendizagem de Autovalores e Autovetores, na disciplina de Álgebra Linear, com alunos do curso de graduação em Licenciatura em Matemática. As análises trazidas neste trabalho poderão contribuir para a discussão relacionada ao desenvolvimento das disciplinas da área de Matemática, nos cursos de Licenciatura.

METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

Considerando o objetivo descrito, destacamos que este projeto tem um cunho qualitativo, pois não buscamos quantificar o quanto as TDICs são trabalhadas nas salas de aula de Álgebra Linear, mas sim compreender como os discentes podem desenvolver um trabalho a partir delas, para a construção de conhecimento. Desta forma, os dados que serão obtidos não podem ser padronizáveis, e destacamos também que “os dados da pesquisa qualitativa objetivam uma compreensão profunda de certos fenômenos sociais apoiados no



pressuposto da maior relevância do aspecto subjetivo da ação social.” (GOLDENBERG, 2015, p. 54).

Deste modo, tal projeto não busca generalizações e resultados universais, mas sim, com base no que será observado durante a realização da pesquisa, compreender que os resultados podem ter um caráter local e de conclusões subjetivas.

Um procedimento que pode ser tomado é uso da triangulação em uma pesquisa qualitativa, a qual “consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para obtenção dos dados. Os principais tipos de triangulação são a de fontes e a de métodos.” (ARAÚJO; BORBA, 2010, p. 37). Com isso, para atender o objetivo descrito, serão realizadas três etapas principais, a saber:

Etapa 1: Análise documental do Programa de Disciplina da Estrutura Curricular do curso de Matemática ofertado na Unesp, campus de Rio Claro. Neste momento, iremos analisar o respectivo documento, buscando desenvolver as atividades didáticas de modo que estejam alinhada com os objetivos, conteúdos programáticos e com a metodologia de ensino sugerida, bem como levantar quais são as orientações referente ao uso de TDICs durante a disciplina. Assim, juntamente com a revisão da literatura, serão elaboradas as atividades a serem desenvolvida com os graduandos na próxima etapa.

Etapa 2: Atividades didáticas e questionários. Obtidos os dados da etapa anterior, será benéfico trazer as TDICs para a sala de aula, de modo a compreender a interação dos estudantes com elas, bem como entre os próprios estudantes. Desta forma, serão elaboradas atividades que abordem o tópico de Autovalores e Autovetores através de um trabalho com as TDICs. Para desenvolver as atividades em conjunto com os estudantes, iremos realizar um curso de extensão em horário extraclasse, convidando alunos da graduação para participarem dos encontros a fim de explorar o trabalho com as TDICs no estudo do tópico em questão. Esse curso de extensão será realizado no início do ano de 2024, conforme detalhamos no cronograma.

Além da gravação do desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos, também, será adotado um questionário, a fim de obter dados para compreender algumas impressões acerca do trabalho com as TDICs durante o processo de construção dos conceitos com os discentes que participarão das atividades elaboradas. Seguindo a metodologia de pesquisa qualitativa a partir de uma abordagem fenomenológica, compreendemos os alunos



presentes nas atividades como “sujeitos significativos, quais sejam, aqueles que vivenciaram a experiência do ver e sentir o fenômeno investigado, e, por exemplo, a eles se formulam perguntas e seus relatos possibilitam a produção de discursos escritos, as entrevistas, passíveis de serem analisadas e interpretadas.” (BICUDO, SILVA, 2018, p.162). A princípio, as perguntas do questionário serão padronizadas e fechadas, pois são facilmente aplicáveis, analisáveis de maneira rápida e pouco dispendiosa (GOLDENBERG, 2015, p. 92).

FORMA DE ANÁLISE DOS RESULTADOS

Considerando que esta pesquisa segue o caráter qualitativo, a partir de uma abordagem fenomenológica, destacamos a Análise Ideográfica e a Análise Nomotética, com base nos dados que serão obtidos durante as etapas descritas anteriormente e com foco em nossa interrogação de pesquisa: como as Tecnologias Digitais podem potencializar a compreensão das ideias relacionadas a Autovalores e Autovetores?

Será realizada inicialmente a leitura cuidadosa de todas as descrições dos diálogos identificados entre os sujeitos no desenvolvimento das atividades, estabelecendo o contato direto com o fenômeno vivido. Esta análise, de acordo com Machado (1994) envolve dois momentos na pesquisa em fenomenologia: o da Análise Ideográfica e o da Análise Nomotética.

A análise Ideográfica tem como objetivo tornar visível as descrições espontâneas dos sujeitos envolvidos nas atividades, buscando compreender e atribuir significado aos discursos.

Em seguida, realizaremos a análise nomotética, marcando a transição do individual para o geral, ou seja, para o aspecto psicológico geral da manifestação do fenômeno (MACHADO, 1994). Deste modo, buscaremos por convergências e divergências com base nos dados levantados na análise anterior, de forma que as convergências irão caracterizar o fenômeno estudado, obtidos a partir das sínteses feitas com base nos discursos apresentados.

Não descartamos a análise de outros pontos que entendemos que se fazem importantes para a compreensão do fenômeno, como por exemplo, a leitura cuidadosa do



Programa de Disciplina da Estrutura Curricular do curso de Matemática ofertado na Unesp, campus de Rio Claro.

CRONOGRAMA E EXEQUIBILIDADE

O Quadro 2 apresenta o cronograma das atividades a serem realizadas a fim de concluir o presente projeto de mestrado, incluindo as questões específicas da pesquisa e as atividades obrigatórias do programa de pós-graduação, a fim de obter o título de Mestre em Educação Matemática. Este planejamento apresenta um total de dezesseis etapas, sendo:

- 1) Realização das disciplinas
- 2) Revisão de literatura
- 3) Participação em grupos de pesquisa
- 4) Participação em eventos
- 5) Participação nas atividades do PPGEM: SMEM e jornadas
- 6) Submissão do projeto ao comitê de ética
- 7) Protocolamento do projeto
- 8) Planejamento das atividades que utilizam TDICs para abordar Autovalores e Autovetores
- 9) Elaboração do questionário
- 10) Realização das atividades e do questionário
- 11) Apresentação da Jornada de Avaliação Continuada obrigatória da PGEM
- 12) Análise dos dados levantados
- 13) Exame Geral de Qualificação
- 14) Escrita da Dissertação
- 15) Defesa da Dissertação de Mestrado
- 16) Revisão da dissertação, correção das sugestões da banca e entrega final da redação



Quadro 2 – Cronograma das atividades para realização da pesquisa

Etapa /Mês e ano	Jan. Fev. 23	Mar. Abr. 23	Mai. Jun. 23	Jul. Ago. 23	Set. Out. 23	Nov. Dez. 23	Jan. Fev. 24	Mar. Abr. 24	Mai. Jun. 24	Jul. Ago. 24	Set. Out. 24	Nov. Dez. 24
1	X	X	X	X	X	X						
2		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
3		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
4		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
5		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
6	X	X										
7					X							
8				X	X	X	X	X				
9					X	X	X	X				
10								X				
11									X			
12									X	X	X	
13										X		
14				X	X	X	X	X	X	X	X	
15												X
16												X

Fonte: Do autor

A fim de reforçar a possibilidade da realização da proposta de pesquisa, destacamos que poderão ser convidados para as atividades didáticas alunos que estejam realizando a disciplina ou que já cursaram a mesma. Assim, há a garantia de estudantes que possam participar do desenvolvimento das atividades a serem propostas.

Destacamos também que a etapa de submissão do projeto ao Comitê de Ética foi realizada e já temos a aprovação do mesmo, com número do certificado de apresentação de apreciação ética (CAAE) sendo 67321123.6.0000.5398, aprovado pelo comitê de ética da UNESP - Faculdades de Ciências, campus de Bauru em 06 de Abril de 2023.

O Grupo de Pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática (FEM), da qual minha orientadora faz parte, também é um fator que possibilita a realização da proposta de pesquisa, pois proporcionará discussões importantes no que diz respeito ao aprimoramento do construto teórico da fenomenologia, bem como no que se refere à pesquisa qualitativa, e a produção de conhecimento matemático a partir de um trabalho com Tecnologias Digitais, como o computador e outras mídias. Outro ponto em comum da proposta deste projeto, a



exemplo das pesquisas de Pavanelo e Almeida (2020) e Paulo, Firme e Toneis (2019). Ainda, as reuniões de estudo poderão auxiliar no aprimoramento da proposta e das ideias aqui estabelecidas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L (Org). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. Cap. 1. p. 27-48.

BICUDO, M. A. V.; SILVA, A. A. **Análise de Descrições de vivências em situações de constituição de conhecimento**. In: Catarina Brandão; José Luís Carvalho; Jaime Ribeiro; António Pedro Costa (Org.). A prática na Investigação Qualitativa: exemplos de estudos. 1 ed. Aveiro: Ludomedia, 2018, v. 2, p. 153-178. Disponível em: http://www.mariabicudo.com.br/resources/CAPITULOS_DE_LIVROS/Pratica_na_Investigacao_Qualitativa_vol2-153-178.pdf Acesso em: 21 jun. 2022

CHIARI, A. **O papel das tecnologias digitais em disciplinas de álgebra linear a distância: possibilidades, limites e desafios**. 2015. 206 p. Tese – (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências exatas, 2015.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. 14. ed. Rio de Janeiro: Record, 2015. 111 p.

LAY, D. C. **Álgebra linear e suas aplicações**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999. 504 p. Tradução de: Ricardo Camelier e Valéria de Magalhães Iório.

LEON, S. J. **Álgebra Linear com aplicações**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 390 p. Tradução de: Valéria de Magalhães Iório.

MALTEMPI, M. V. **Educação Matemática e Tecnologias Digitais: reflexões sobre prática e formação docente**. Acta Scientiae (ULBRA), Canoas, v.10, n.1, p.59-67, jan./ jun. 2008. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/78/70> >. Acesso em: 21 mai. 2022.

MACHADO, O. V. M. Pesquisa qualitativa: Modalidade Fenômeno Situado. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **Pesquisa Qualitativa em Educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Unimep, 1994. Cap. 3. p. 35-46.

MAZZI, L. C. **Experimentação-com-geogebra: revisitando alguns conceitos da análise real**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2014.



NOMURA, J. I; BIANCHINI, B. L. **Concepção ação-processo do objeto matemático autovalor e autovetor – o estudo de caso de um aluno de engenharia.** Vidya, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 173-186, jul. 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/24>. Acesso em: 14 out. 2022.

PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; TONEIS, C. N. **Tecnologias Digitais como possibilidade para compreender a produção de conhecimento em matemática.** Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática, v. 3, p. 17-39, 2019.

PAULO, R. M.; PEREIRA, A. L.; PAVANELO, E. **The constitution of mathematical knowledge with augmented reality.** The Montana Math Enthusiast, v. 18, n.03, art. 11, p. 641-668, 2020. Disponível em: < <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol18/iss3/11> >. Acesso em: 04 jun. 2022.

PAVANELO, E.; ALMEIDA, A.C.L. **Demonstração com Tecnologia: um estudo sobre o número de diagonais de um prisma.** ACTIO: DOCÊNCIA EM CIÊNCIAS, v. 5, p. 01-21, 2020.

PRIETO, A. B. **Quociente de Rayleigh e Algoritmos Genéticos: estudo de caso para o cálculo de Autovalores de Matrizes Simétricas.** Dissertação (Mestrado em Tecnologia – Ramo de Tecnologia e Informação) – Universidade Estadual de Campinas, Limeira, 2016.

STEWART, S. **Understanding Linear Algebra concepts through the Embodied, Symbolic and Formal worlds of mathematical thinking.** Tese de Doutorado em Filosofia da Ciência em Educação Matemática (Universidade de Auckland), 2008.

TEIXEIRA, K. C. B. **Álgebra linear nos cursos de engenharia: uma proposta metodológica de ensino e aprendizagem.** 2016. 225 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Teleinformática) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

