



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Gabriel Ribeiro Padilha¹

GD n° - 04 - Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: O presente projeto mostra uma pesquisa cujo objetivo é investigar as dificuldades encontradas pelos estudantes de cálculo na aplicação da regra da cadeia à luz da teoria dos três mundos da matemática de David Tall. Os aportes teóricos que sustentam a proposta se encontram nas discussões sobre ensino-aprendizagem de Cálculo, a teoria dos três mundos de David Tall e as teorias de conceito imagem e conceito definição desenvolvidas por David Tall e Shlomo Vinner. Os procedimentos metodológicos envolvem a realização de atividades de extensão e a coleta de dados por meio de registros escritos gerados pelos estudantes de cálculo e transcrições das discussões durante as atividades. A análise dos dados será feita de forma qualitativa à luz da teoria dos três mundos de David Tall.

Palavras-chave: Cálculo. Derivadas. Regra da Cadeia. David Tall. Três Mundos da Matemática.

INTRODUÇÃO

A disciplina de cálculo diferencial e integral, ou cálculo infinitesimal, como também é chamado, tem seus fundamentos baseados principalmente nos conceitos de limite, derivada e integral. Atualmente encontra-se na grade curricular de boa parte dos cursos superiores, mais especificamente nos que tangem as grandes áreas de Ciências Exatas e da Terra, Engenharias e até Ciências Sociais Aplicadas, como economia, química, ciências da computação, engenharias no geral, e claro, nos cursos de matemática e física. A aprendizagem dos conteúdos abordados na disciplina é de extrema importância para os alunos que a fazem, pois, no decorrer do curso, os conteúdos auxiliam muito na resolução de problemas de maior complexidade, além de favorecer o aprendizado de outros conceitos.

Minha trajetória com o ensino de cálculo começou com projetos fora da universidade, trabalho com aulas particulares desde 2017, tendo divulgado efetivamente esse trabalho apenas em 2019, e iniciado as aulas de cálculo em 2018, aulas em que pude observar algumas dificuldades bem específicas e comuns entre muitos alunos. O exemplo mais comum que pude observar, é que vários de meus alunos chegam no ensino superior com pouco conhecimento de operações com frações e no decorrer da disciplina suas dificuldades se concentravam em derivadas pela regra da cadeia e integrais que exigiam alguma substituição de variável.

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática; Mestrando em Ensino de Matemática; gabrielribeiro_05@yahoo.com; orientadora: Marilaine de Fraga Sant'Ana.

No semestre de 2021/1, meu último semestre na graduação, fui monitor² da disciplina de Cálculo com Geometria Analítica I – A e em apenas 3 meses de monitoria pude perceber o quanto as dúvidas dos alunos rodeavam conceitos que deveriam ter sido aprendidos na educação básica, como operações com frações, regras de potenciação, propriedades dos logaritmos, entre outros. Aqui vivenciei novamente uma considerável concentração das dúvidas nos conteúdos envolvendo regra da cadeia e integrais que exigiam alguma substituição.

Trago minha trajetória acadêmica, pois acredito que essa bagagem me trouxe conhecimento e maturidade para dissertar sobre o tema escolhido. Durante a monitoria pude ver como é a parte de dentro da disciplina, sua organização e também pude trabalhar sob orientação de professores qualificados e com uma bagagem de conteúdo incrível. Durante as aulas particulares pude ter um olhar mais profundo a respeito das dificuldades dos alunos nos conteúdos, essas observações foram muito próximas as que tive na monitoria. Os conhecimentos e aplicações trabalhados com grupos interdisciplinares desenvolvidos nos projetos de extensão, bem como toda a orientação recebida por professores durante essas ações enriquecem muito o conjunto de experiências adquiridas que servirão de aporte para este estudo.

Uma curiosidade é que o desenvolvimento dos conceitos de cálculo seguiu ordem contrária àquela que é tratada nos livros textos e ensinada nos cursos básicos atualmente, isto é, o cálculo integral teve seus primeiros estudos muito antes do cálculo diferencial.

A ideia de integração teve origem em processos somatórios ligados ao cálculo de certas áreas e certos volumes e comprimentos. A diferenciação, criada bem mais tarde, resultou de problemas sobre tangentes a curvas e de questões sobre máximos e mínimos. Mais tarde ainda, verificou-se que a integração e a diferenciação estão relacionadas entre si, sendo cada uma delas operação inversa da outra. (EVES, 2011, p. 417).

Entre esses conteúdos, temos o estudo da derivada, e dentro dele a chamada Regra da Cadeia, que desempenha um papel importante na resolução de muitos problemas. A regra da cadeia é uma técnica que nos possibilita calcular a derivada de uma função composta. A função composta é um tipo de função matemática que combina duas ou mais variáveis, sendo assim a regra da cadeia é essencial para analisar como as mudanças em uma variável afetam o comportamento da outra variável. A regra da cadeia tem sua importância já no cálculo, em que utilizamos seus princípios para o cálculo de integração por substituição ou ainda integração por

²<https://www.ufrgs.br/salaodeensino/?p=382>



partes. Além disso, por conta de o cálculo ser uma disciplina aplicada a vários cursos, a regra da cadeia pode ser utilizada na resolução problemas matemáticos aplicados a outras áreas do conhecimento.

Sabe-se que a disciplina de cálculo é de grande relevância para o desenvolvimento do conhecimento científico, porém, o alto número de reprovações e desistências, como apresentado em Maia (2022) e em Rosa (2019), e as principais causas desse baixo desempenho tem sido um objeto de investigação em Educação Matemática cada vez mais estudado pelos pesquisadores.

Assim, a presente pesquisa tem como propósito investigar as dificuldades encontradas pelos estudantes de cálculo na aplicação da regra da cadeia à luz da teoria dos três mundos da matemática de David Tall.

A teoria dos três mundos da matemática defende que o pensamento matemático se manifesta de três formas, a corporificação conceitual, o simbolismo operacional e o formalismo axiomático. Isso nos leva aos chamados três mundos da matemática: O Mundo Conceitual Corporificado, o Mundo Operacional Simbólico e o Mundo Formal Axiomático.

Os procedimentos metodológicos envolvem a realização de atividades de extensão e a coleta de dados por meio de questionários e transcrições geradas pelos estudantes de cálculo, participantes das atividades. A análise dos dados será feita de forma qualitativa à luz da teoria dos três mundos de David Tall e de forma complementar pelas teorias do conceito imagem e do conceito definição desenvolvidas por Tall e Vinner (1981).

OBJETIVOS

A presente pesquisa buscará investigar as dificuldades encontradas pelos estudantes de cálculo na aplicação da regra da cadeia à luz da teoria dos três mundos da matemática de David Tall.

Nesta pesquisa, serão abordadas algumas questões-chave que servirão de orientação para a investigação:

- Como a Teoria dos Três Mundos da Matemática de David Tall pode ser aplicada para compreender as dificuldades encontrada na aplicação da regra da cadeia?
- Quais estratégias os estudantes utilizam ao resolver exercícios que envolvem a regra da cadeia?



- Quais são as dificuldades que os estudantes de cálculo enfrentam ao aplicar a regra da cadeia?
- Como a Teoria dos Três Mundo da Matemática contribuiu para novos olhares a respeito das dificuldades encontradas pelos estudantes de cálculo em outros trabalhos?

REVISÃO DE LITERATURA

O referencial teórico da presente pesquisa, consiste inicialmente em trabalhos que relatam as dificuldades encontradas em cálculo diferencial e integral nos seus mais diversos conteúdos, sendo estes trabalhos: Cavasotto (2011), Macêdo (2020), Maia (2022), Rosa (2019) e Silva (2011).

Em Cavasotto (2011), são apresentados resultados obtidos por meio da análise de erros, e uma das considerações finais feita foi:

Pudemos verificar erros de ensino fundamental e médio que não interferem apenas na aprendizagem dos conceitos do Cálculo dos cursos de Engenharia, mas também em outras disciplinas de Matemática do ensino superior. No caso específico dessa disciplina, constatamos que os equívocos se concentram na utilização de regras inadequadas para derivar e integrar funções, bem como aqueles de construção ou interpretação de gráficos. (CAVASOTTO, 2011, p. 33).

Em Macêdo (2020), com alunos dos cursos superiores do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais, campus Januária, foi realizada uma pesquisa na qual foi possível observar as principais dificuldades encontradas por esses alunos, sendo elas em:

Conteúdos de Matemática Básica necessários para uma melhor aprendizagem e compreensão dos conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral, são: manipulação algébrica com polinômios; operações com números racionais e inteiros; interpretação e utilização das regras e propriedades matemáticas; e análise e interpretação de gráficos e operações com os sinais. (MACÊDO, 2020, p. 21).

Em Maia (2022) e em Rosa (2019) são ressaltados os altos índices de reprovação e rendimento insatisfatório na disciplina de cálculo, bem como a necessidade de se problematizar e discutir sobre as dificuldades de aprendizagem que interferem na construção desse conhecimento por parte dos alunos.



Para finalizar a primeira busca de referenciais teóricos temos, em Silva (2011), a seguinte constatação:

Ao ingressarem no curso superior, os estudantes trazem suas expectativas: Aqueles que no Ensino Médio logravam sempre boas avaliações em matemática, levam para a universidade a esperança de que o curso de Cálculo não deva representar obstáculos para o seu aprendizado. Entretanto, ao se depararem com questões globais envolvendo os temas anteriormente estudados, em geral de modo departamentalizado, acrescidas de novas ideias impactantes como o infinito, as aproximações, a continuidade, a incomensurabilidade, etc., quase sempre veem frustradas suas expectativas iniciais. (SILVA, 2011, p. 400).

Posteriormente, buscamos a segunda parte de referenciais com foco nos obstáculos encontrados durante a resolução de problemas envolvendo a regra da cadeia e a relação desses obstáculos com a função composta e outros conteúdos de matemática. A seguir apresentamos algumas citações desses trabalhos.

Rezende (2003), em sua tese de doutorado, comenta “a principal fonte mesmo de obstáculos de aprendizagem é a carência de algumas ideias e problemas construtores do Cálculo”, e aqui apresentamos uma das ideias apresentadas por ele:

A pouca ênfase dada à derivada como taxa de variação instantânea (um dos principais obstáculos epistemológicos à resolução de problemas de otimização e taxa relacionada); o conceito de velocidade não participa do campo semântico do conceito de derivada – ele é meramente uma das interpretações possíveis. (REZENDE, 2003, p. 430).

Diogo (2015), em sua tese de doutorado, instiga:

Nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral I, para os alunos de Licenciatura em Matemática, os professores precisariam desenvolver práticas para além da transmissão pura e simples dos conceitos e teoremas e listas intermináveis de exercícios de aplicação e treinamento algébricos. Práticas que considerem: Estudos em Grupos, Diálogos TIC, Recursos diferenciados, fatos e Projetos, aspectos históricos, Comunidades de estudos colaborativos desenvolvidos com uma postura investigativa. (DIOGO, 2015, p. 246).

A prática de Estudos em Grupo, citada por Diogo (2015), estimula a colaboração e a troca de ideias entre os alunos, permitindo que eles explorem diferentes perspectivas e compreendam as aplicações práticas dos conceitos. Bem como, discutam entre si, suas dificuldades.

Em Cury (2003), com relação a regra da cadeia, dado o exemplo de encontrar a derivada da função $f(x) = \text{sen}^2(2x^4 - 3)$, foram observados:



Erros na derivada da função composta: este é o problema mais comum, pois os alunos apresentam muitas dificuldades para identificar as funções componentes. Além disso, talvez por não entender a própria regra da cadeia, derivam ao mesmo tempo duas das funções, apresentando, por exemplo, $2\cos(8x)$ como resposta da questão. (CURY, 2003, p. 6).

Em sua tese de doutorado, Barbosa (2009) estimula a reflexão acerca de vários aspectos relacionados ao ensino de Função Composta e Regra da Cadeia em cursos de nível superior, oferecendo uma abordagem não convencional baseada na visualização e no uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

APORTES TEÓRICOS

Como referencial teórico para análise dos dados nos utilizaremos da teoria dos três mundos da matemática de David Tall (2013) e como teorias complementares teremos as ideias de conceito imagem e conceito definição desenvolvidas por Tall e Vinner (1981).

Em Tall (2013), temos a teoria dos três mundos da matemática que surgiu de reflexões do autor sobre como entender e explicar as diferenças de desenvolvimento cognitivo relacionado à matemática. O autor defende que o pensamento matemático se manifesta de três formas, a corporificação conceitual, o simbolismo operacional e o formalismo axiomático, e nos leva aos chamados “três mundos”: O Mundo Conceitual Corporificado, o Mundo Operacional Simbólico e o Mundo Formal Axiomático.

O Mundo Conceitual Corporificado envolve a percepção e aplicação da matemática em objetos físicos ou mentais, ou seja, utilizada para descrever e modelar fenômenos observáveis como em gráficos, figuras e outros objetos matemáticos. No Mundo Operacional Simbólico é o mundo das ações físicas por meio de símbolos e notações matemática, envolve a manipulação de fórmulas, equações, expressões matemáticas e realização de cálculos de maneira simbólica. O Mundo Formal Axiomático se refere à matemática formalizada, baseada no entendimento de definições e teoremas, bem como a compreensão das estruturas lógicas e formais das demonstrações dessas definições e teoremas.

O livro de Tall (2013), é dividido em quatro partes, a primeira expõe os princípios dos Três Mundos da Matemática, os quais foram apresentados acima de forma resumida. Na segunda,



Tall estuda o pensamento matemático e seu desenvolvimento considerando conteúdos da escola básica, como frações, número negativos, trigonometria, entre outras. Na terceira, a evolução histórica da matemática é analisada através do olhar dos Três Mundos da Matemática, trazendo a ideia de que os conceitos matemáticos foram construídos a partir de noções corporificadas, que foram aperfeiçoados junto do simbolismo até a obtenção de suas formalizações. Na quarta parte, o autor expõe as barreiras encontradas pelos alunos com base na transição das ideias corporificadas e simbolizadas para as ideias formais, ou seja, a transição da matemática escolar para a matemática do ensino superior. Nessa última parte são considerados os conceitos do cálculo diferencial e integral, demonstrações desses conceitos e resolução de problemas.

De Tall e Vinner (1981), para o conceito imagem, trazemos a seguinte citação:

Devemos utilizar o termo conceito imagem para descrever a estrutura cognitiva total associada ao conceito, o que inclui todas as figuras mentais e propriedades e processos associados. É construída no decorrer dos anos por meio de experiências de todos os tipos, mudando sempre que o indivíduo encontra novos estímulos e maturidade (Tall e Vinner, 1981, p. 2, tradução nossa).

E para o conceito definição, Tall e Vinner (1981) consideram:

A definição de um conceito (considerando que haja uma) é uma outra questão. Consideraremos definição do conceito como um conjunto de palavras utilizadas para especificar tal conceito. Essa pode ser aprendida por um indivíduo mediante mera repetição ou de forma mais significativa, relacionada em grau maior ou menor a um conceito como um todo. Outra possibilidade é que seja uma reconstrução de uma definição feita pelo estudante. Nesse caso, é o conjunto de palavras que o aluno utiliza para uma explicação própria do conceito imagem evocado. Quer a definição do conceito seja dada ao aluno ou construída por ele, ele a pode variar ao longo do tempo. Dessa forma, uma definição de conceito pode diferir de uma definição de conceito formal, sendo a última uma definição de conceito que é amplamente aceita pela comunidade matemática. (Tall e Vinner, 1981, p. 2, tradução nossa).

Outras referências bibliográficas podem ser acrescentadas ao longo do desenvolvimento da pesquisa, bem como as que se encontram podem ser retiradas, isso será decidido conforme o desenvolvimento da pesquisa junto de reuniões e discussões com a orientadora. A seguir descrevemos a abordagem metodológica que será tratada no desenvolvimento do projeto.

ABORDAGEM METODOLÓGICA



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

Nos utilizaremos de uma metodologia qualitativa para coleta de dados com base no referencial de Borba (2014) que trata sobre a pesquisa qualitativa na educação matemática e suas variadas modalidades que têm sido desenvolvidas nesse campo de pesquisa. No artigo, o autor também traz o ele próprio entende por pesquisa qualitativa, bem como sua perspectiva sobre como o ato de investigar nas diferentes modalidades desenvolvidas.

Para o desenvolvimento da presente pesquisa serão realizadas atividades de extensão universitária, cujo formato vai desde minicursos e oficinas podendo se estender a atividades mais longas como cursos de extensão. As atividades consistirão principalmente em exposição de conteúdos, resolução de problemas e discussão sobre as dificuldades encontradas no desenvolvimento desses problemas. Como forma de avaliação da atividade teremos um questionário quali-quantitativo que coletará dados anonimamente, entre esses dados teremos a avaliação da atividade de um modo geral, bem como anotações sobre as principais dificuldades de aprendizagem encontradas pelos próprios participantes e sugestões de melhorias para atividades futuras.

No entanto, os dados da presente pesquisa que estarão diretamente ligados ao problema de pesquisa serão obtidos por meio dos registros escritos de estudantes e também gravações de áudio das discussões realizadas durante a atividade.

Aqui utilizaremos a referência Borba (2004) como aliada na coleta de dados de forma qualitativa, bem como a teoria dos três mundos de David Tall e de forma complementar as ideias de conceito imagem e conceito definição de Tall e Vinner (1981) para análise e interpretação desses dados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

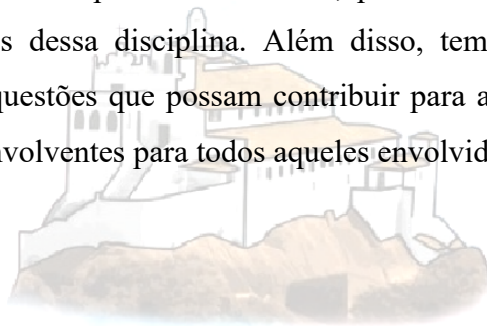
Desde o início de nossas indagações até a execução propriamente dita do projeto, as considerações a serem feitas podem mudar, mas seguimos na buscar por respostas às orientam esta pesquisa. Ao longo de anos de aprendizagem e ensino, minha inquietação diante das situações surgidas em sala de aula e em atividades afins conduziram o desenvolvimento deste estudo, moldando-o e fornecendo a estrutura necessária para refletir sobre as complexidades das dificuldades encontradas no âmbito do cálculo. Os altos números de reprovações de disciplinas não devem ser considerados como cenários normais; em vez disso, é fundamental que os alunos



possam desenvolver o pensamento crítico, compreendo as teorias e utilizando-as de maneira eficaz para resolver os desafios práticos que se apresentam em suas vidas cotidianas.

Ao abordar as dificuldades encontradas durante a resolução de problemas envolvendo Cálculo Diferencial e Integral, mais especificamente a aplicação da regra da cadeia, espera-se encontrar evidências que apóiem o que foi apresentado nos objetivos desse trabalho e que abra possibilidades de se explorar de uma maneira mais ampla o processo de ensino e aprendizagem nesta disciplina. Com os questionamentos levantados e as estratégias de pesquisa adotadas, espera-se que este estudo possa contribuir nas reflexões acerca das dificuldades encontradas na aplicação da regra da cadeia à luz da Teoria dos Três Mundos da Matemática.

Até este momento, a pesquisa tem se concentrado nas contribuições já existentes e publicadas sobre as dificuldades que os estudantes enfrentam no estudo do cálculo e como elas são observadas pelos pesquisadores. Por fim, espera-se que a execução e os resultados decorrentes deste projeto possam oferecer suporte a estudantes, professores e pesquisadores que buscam entender as complexidades dessa disciplina. Além disso, temos como expectativa que essa pesquisa levantará novas questões que possam contribuir para a busca de métodos de ensino e aprendizagem eficazes e envolventes para todos aqueles envolvidos no ensino e na aprendizagem do cálculo.



AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio na modalidade de Bolsa de Mestrado da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES).

REFERÊNCIAS

BARBOSA, S. M., **Tecnologias da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia**. 2009. 199f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2009.

BORBA, M.C. A PESQUISA QUALITATIVA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Publicado em CD nos Anais da 27ª reunião anual da Anped**, Caxambu, MG, 21-24 nov. 2004.

CAVASOTTO, M.; VIALI, L. **Dificuldades na aprendizagem de cálculo: o que os erros podem informar**. Disponível em:



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/11894/2/Dificuldades_na_aprendizagem_de_calculo_o_que_os_erros_podem_informar.pdf. Acesso em: 4 mar. 2023.

CURY, H. N. **ANÁLISE DE ERROS EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: Resultados de Investigações Em Cursos de Engenharia**. Cobenge, 2013. Disponível em: <<http://www.abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/16/artigos/CBE144.pdf>>. Acesso em: 6 jun. 2023.

DANTE, L. R. **Matemática Livro do Professor**. Volume único. São Paulo: Ed. Ática, 2009.

DA SILVA BUENO, Rafael Winícius; VIALI, Lori. Ensino e aprendizagem de cálculo: explorando os três mundos da Matemática. **Olhar de Professor**, v. 24, p. 1-20, 2021.

DE CASTRO ESCARLATE, Allan. **UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A APRENDIZAGEM DE INTEGRAL**. 2008.

DIOGO, Maria das Graças Viana de Sousa. **Uma abordagem didático-pedagógica do cálculo diferencial e integral I na formação de professores de matemática**. 2015. 256 f. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/132240>>. Acesso em: 27 de maio de 2023.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos e funções. 9. ed. [s.l.] São Paulo, 2013.

MACÊDO, J. A.; GREGOR, I. C. S. Dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, p. 1-24, 2020. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/6001/600162805011/600162805011.pdf>. Acesso em: 5 mar. 2023.

MAIA, E. J. S. **Dificuldades de aprendizagem de estudantes na disciplina de cálculo I em cursos de graduação**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Angicos, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufersa.edu.br/handle/prefix/8735>. Acesso em: 3 mar. 2023.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**, 2003, Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. doi:10.11606/T.48.2003.tde-27022014-121106. Acesso em: 25 de maio de 2023.

ROSA, C. M.; ALVARENGA, K. B.; SANTOS, F. F. T. Desempenho acadêmico em cálculo diferencial e integral: um estudo de caso. **Revista Internacional de Educação Superior**, Campinas, v. 5, p. 1-16, 2019. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/riesup/article/view/8653091>. Acesso em: 5 mar. 2023.



SILVA, B. A. Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 393–413, 2011. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/7101>. Acesso em: 19 fev. 2023.

TALL, David. **How Humans Learn to Think Mathematically: Exploring the Three Worlds of Mathematics** (Learning in Doing: Social, Cognitive and Computational Perspectives). Edition: Illustrated, September 2, 2013.

TALL, David; VINNER, Shlomo. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational studies in mathematics**, v. 12, n. 2, p. 151-169, 1981.



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.