



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Realização:



Apoio:



AS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES A PARTIR DE MATERIAIS CONCRETOS MONTESSORIANOS

Edilene Dotto Janjar¹

GD n° 07– Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo: A intenção deste artigo é descrever uma forma de compreender as operações com frações utilizando-se de materiais concretos Montessorianos. Quanto ao delineamento, a primeira parte deste estudo caracteriza-se como sendo bibliográfica, com objetivo descritivo e de abordagem qualitativa. Como metodologia de investigação será utilizado o Método Clínico Piagetiano, abordando o conhecimento das operações com frações junto a docentes através do uso de materiais concretos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Materiais Montessorianos. Método Clínico Piagetiano.

INTRODUÇÃO

Este é um estudo de investigação sobre conhecimentos docentes acerca de operações com frações, através do uso de materiais concretos. Utiliza-se como método de investigação o Método Clínico Piagetiano e os materiais manipuláveis utilizados na pesquisa são inspirados na metodologia Montessoriana.

A peça-chave do método Piagetiano é a entrevista clínica, também conhecida como Método Clínico ou Crítico (DEVAL, 2002). A entrevista clínica consiste em uma conversa aberta com o participante da pesquisa, na qual o entrevistador intervém ordenadamente e conduz suas perguntas de modo a tentar esclarecer o que o participante da pesquisa diz. Já a pedagogia Montessoriana aborda a questão do ambiente preparado para a criança que passa a maior parte do seu período em desenvolvimento; a preparação do professor e uma série de materiais sensoriais que dão início à educação dos sentidos que antecedem ao ensino da numeração e iniciação à aritmética, (MONTESSORI, 1965).

Maria Montessori observa que se quiséssemos resumir o dever principal do professor, na prática, deveríamos dizer que deve conhecer o material, saber explicar o seu uso, saber como colocá-lo na sala de aula e como apresentá-lo. Se o professor souber tornar os objetos atraentes, o seu ato de ensinar será tão eficiente quanto o próprio material.

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS; Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática; Mestrado em Ensino de Matemática; edilenejanjar@gmail.com; orientadora: Cristina Cavalli Bertolucci.

Conforme Montessori, “basta que ele lhes mostre para que servem: depois, pode deixar as crianças com seu trabalho. Pois o objetivo do professor não é ministrar ensinamentos, mas sim despertar e desenvolver as forças espirituais e o potencial criativo de cada um” (Montessori, 1957, p. 93). Embora seja importante destacar que, a grande diferença, é que os materiais não se constituem apenas num auxílio para o professor ilustrar e enriquecer sua aula, mas eles são os próprios meios didáticos.

Nesta pesquisa de mestrado escolheu-se a abordagem da investigação qualitativa que, para Bogdan e Biklen (1994), abre-se para contemplar uma metodologia de investigação de estudos e percepções pessoais. Esta abordagem é designada pelos autores como “Investigação Qualitativa em Educação” e sua importância está em estimular o senso comum às suas visões do mundo ao invés de operarem sem consciência deles. Portanto, esta forma de investigação com características, detalhes descritivos das pessoas, locais e conversas são formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em seu contexto natural (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Tendo em consideração o cunho científico da pesquisa, algumas preocupações ocorreram no planejamento das atividades: Como é possível que o professor manipule o material concreto a partir de seus próprios conhecimentos? Como formular as perguntas certas para nortear a pesquisa sem manifestar a indução das possíveis respostas que se quer obter?

Através do Método Clínico Piagetiano, é possível certa neutralidade, pois pode-se propor ao professor entrevistado uma conversa imparcial, propondo uma conversa sobre operações com frações e como pode ser abordado de forma concreta.

A essência de uma pesquisa qualitativa é mesmo essa: a busca pela compreensão dos comportamentos identificados, a partir da perspectiva dos indivíduos, que são o objeto da investigação (DELVAL, 2002). Em educação, a investigação qualitativa é frequentemente designada por naturalista, porque o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenômenos nos quais está interessado, incidindo dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas (GUBA e WOLF, 1978).

Neste contexto, e tendo o entendimento de que os professores muitas vezes têm dificuldades de trabalhar o conteúdo de frações (mais especificamente divisão com frações), acredita-se que esta investigação é pertinente. Pela longa trajetória profissional de



estudos, a professora pesquisadora autora deste trabalho pretende favorecer este entendimento e seus resultados podem contribuir para a condição do ensino de frações através de materiais concretos, que antecedem o pensamento abstrato dos estudantes.

O MÉTODO CLÍNICO E O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO

Jean Piaget (1896-1990), epistemólogo suíço, dedicou boa parte de sua produção científica ao estudo dos processos intrínsecos à construção do conhecimento; buscou explicar como a inteligência evolui na criança, desde processos simples de pensamento até os raciocínios complexos de jovens e adultos. Para o estudo da construção gradativa da inteligência na criança, Piaget utilizou-se de um método por ele elaborado, denominado de Método Clínico. Esse instrumento conserva a observação e também utiliza da investigação. Desse modo, no método clínico, ocorre uma combinação de observação do participante seguido por interações constantes com a fala dos entrevistados (DELVAL, 2002).

Outra característica comum no método é o emprego de um questionário piloto, com o objetivo de experimentar a entrevista antes da coleta de dados efetiva para averiguar se as instruções são compreensíveis ao participante da pesquisa e respondem às indagações da investigação (DELVAL, 2002). Neste momento, realizamos o estudo piloto para entender se os instrumentos construídos atendem as inquietações da pesquisa.

A partir da manipulação de materiais concretos, os participantes da pesquisa começam a responder questionamentos feitos pelo entrevistador, apresentando entendimentos e concepções. A partir da interação com estes materiais, o método clínico orienta a coleta e análise de dados a partir da investigação realizada. A partir das respostas dos participantes da pesquisa, pretende-se organizar os dados emersos, em categorias de entendimento. Essas categorias levarão em consideração, além dos cálculos realizados, os elementos que mais se ajustam ao raciocínio do pensamento dos professores apresentados ao realizarem as atividades propostas.

A coleta de dados fundamentada no método clínico piagetiano requer um roteiro de perguntas semiestruturado. “Tal método pode ser empregado para estudar o pensamento de qualquer tipo de sujeito, uma vez que ajuda a desvendar como funciona a mente mediante explicações e ação” (DELVAL, 2002, p.15). Neste tipo de entrevista, o entrevistador



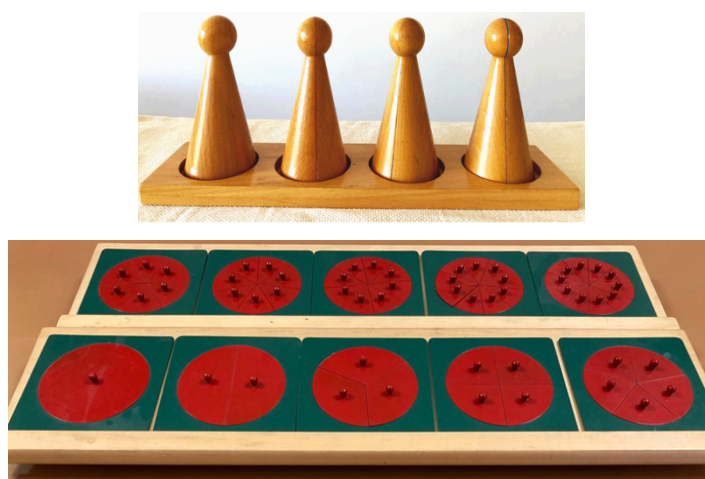
intervém sempre que necessário, mantendo uma conversa livre com o participante da pesquisa, sem fazer perguntas que sugiram uma resposta do entrevistado, para que este tenha liberdade de responder através de seu próprio pensamento.

A flexibilidade do método possibilita surgir novas possibilidades de perguntas investigatórias que possam aparecer ao longo de uma entrevista ou experiência, juntamente com uma estruturação muito rápida das hipóteses e do pensamento do pesquisador, para que a aplicação, pelo pesquisador, seja mais condizente. (Delval,2002). O pesquisador, ao fazer as perguntas, não deve limitar-se a observar o que ocorre somente na primeira resposta, mas pode iniciar uma nova forma de interrogar mediante a criação de situações novas para ampliar as possibilidades de obter outras constatações.

MATERIAL MONTESSORIANO DE FRAÇÕES

O material montessoriano de frações escolhido para esta pesquisa é inicialmente formado por duas partes: os Pinos de Frações “Creciendo com Montessori” (2012), (Figura 1), que tem por objetivo inicial dar a criança as primeiras ideias de partes menores que um inteiro e que, posteriormente, serão utilizados para a divisão de frações; e os Círculos de Acetato de Frações (Figura 2), que é constituído principalmente por círculos e que, posteriormente, é representado por outros, subdivididos em partes iguais.

Figura 1 e 2: Pinos de Frações e Círculos de Acetato de Frações



Fonte: acervo da autora.



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

Os círculos subdivididos estão distribuídos em dez marcos iguais (o círculo do fundo tem sempre 10cm de diâmetro); cada um deles tem uma divisão diferente: o primeiro está inteiro (1) e depois as divisões vão ficando menores: 2 partes, 3 partes, 4 partes e assim sucessivamente, até 10 partes iguais, divididas por raios que partem do centro. Os setores do círculo, resultantes destas divisões, são objetos de Acetato exatamente construídos e manejáveis por meio de um pino, assim as crianças podem movimentar as peças, comparar os tamanhos e contar em quantas partes está dividido o inteiro, já que não está indicada a representação da fração.

Os círculos de Acetato de Frações (Figura 3), são uma adaptação dos Círculos de Ferro de Frações (Psicogeometria, 1934, p.191), que dão a possibilidade de resolver operações maiores. Este material, por sua vez, apresenta as frações representadas em sua superfície, indicando que parte ou partes, representam do inteiro.

Figura 3: Círculos de Frações

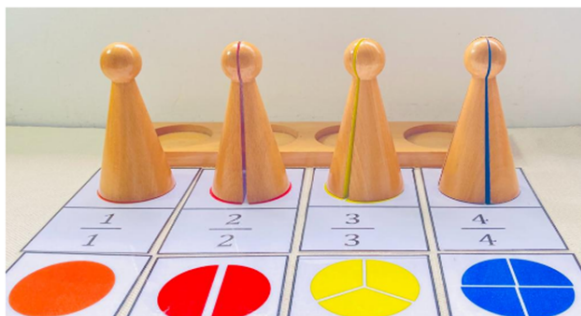


Fonte: acervo da autora.

Os Pinos de Frações podem ser utilizados em propostas didáticas desde a fase Infantil de 3 a 6 anos até para trabalhar com o conteúdo de divisão de frações. Como extensão para trabalhar com eles, usa-se a base de cartões coloridos (Figura 4) para sobrepor e combinar os pinos com as cartas em três momentos, para que os estudantes possam se familiarizar com as frações escritas: para sobrepor as partes dos pinos nas imagens que apresentam a representação da fração correspondente logo abaixo e completam o inteiro que antes era em partes; para encontrar a imagem que corresponde ao pino inteiro ou repartido conforme a descrição da imagem; ou para colocar os pinos com as cartas ao mesmo tempo em que se faz a leitura das frações.



Figura 4: Pinos de Frações e Cartões



Fonte: acervo da autora.

Há também cartas que não contêm as frações correspondentes, para que seja possível propor uma investigação matemática por parte das crianças para relacionar a representação numérica ao material e ao pino.

Material Montessoriano na prática – a divisão de frações

Para compreender as etapas da divisão de frações com o material montessoriano é preciso considerar a relação que Maria Montessori faz entre os pinos (divisor) e os círculos (dividendo). Esta relação é também acompanhada de uma expressão que afirma que justo é o que cada pino inteiro recebe, que Montessori utilizava para dizer que a quantidade representada ao final de uma divisão se reporta ao quociente.

Os Pinos de Frações, que, por vezes, se subdividem em partes, podendo ser em metades, terços ou quartos. Como o que queremos é realizar divisões de frações, em que, muitas vezes, o divisor não é inteiro, então, é preciso completá-lo, como se faz no algoritmo tradicional da divisão. Quando o dividendo ou divisor é um número racional, transforma-se esse em número inteiro, realizando inicialmente a "igualdade" de casas decimais. As partes representadas pelos pinos, após receberem suas quantidades, devem se juntar para completar o pino inteiro. Essas partes dos pinos, ao formarem o inteiro, recebem a quantidade justa. É a partir dessa ideia que se origina a expressão “justo é o que cada pino inteiro recebe”. Então, se no divisor tivermos somente a metade de um pino, precisamos da outra metade. O dividendo será representado pelos círculos de frações, que podem ser usados pelo entrevistado sempre que for preciso completar inteiros.



Tendo claro que dividir é distribuir, e que quando dividimos em frações o resultado é o que um pino inteiro recebe, observa-se o exemplo da divisão de $\frac{1}{4}$ por 2 pinos inteiros .

Como é preciso repartir um quarto para dois inteiros (Figura 5), procura-se na caixa de círculos de frações as partes que equivalem à mesma quantidade que se quer dividir. Encontra-se dois oitavos, pensando na ideia de que ao dividir, sempre tem-se que o justo é o que o inteiro recebe e, dessa forma, cada inteiro ganharia $\frac{1}{8}$ como mostra a Figura 6.

Figura 5: Divisão de $\frac{1}{4}$ por 2



Fonte: acervo da autora

Precisamos repartir um quarto para dois inteiros, logo procuramos na caixa de círculos de frações as partes que equivalem a mesma quantidade que se quer dividir. É encontrado dois oitavos, pensando na ideia de que ao dividirmos, sempre temos que o justo é o que o inteiro recebe, dessa forma, cada inteiro ganharia $\frac{1}{8}$, como mostra a imagem.

Figura 6: Cada inteiro recebe $\frac{1}{8}$.



Fonte: a autora

Em um segundo exemplo, pode-se dividir $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$ – ou seja, divide-se uma fração por outra fração, sem pino inteiro no divisor. Para isso, inicia-se pegando na caixa de círculos de frações a parte que representa um meio e nos pinos, um terço, representando a operação que se quer efetuar (Figura 7).



Figura 7 : Divisão de $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$



Fonte: acervo da autora.

Como o objetivo é repartir um meio por um terço, é preciso lembrar que os outros dois terços precisam receber a mesma quantidade, pois a referência é que, mesmo dividindo por quantidades menores que o inteiro, somente é justo o que o inteiro ganha e, logo, é necessário completá-lo (Figura 8).

Figura 8 : Divisão de $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$



Fonte: acervo da autora.

Assim o resultado da divisão é $3/2$.

A PESQUISA DE DISSERTAÇÃO

A partir do Método Clínico de Jean Piaget e dos materiais de Maria Montessori apresentados, o problema de pesquisa é definido pela indagação: De que forma os professores de matemática compreendem as operações com frações a partir de materiais concretos Montessorianos?



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

O objetivo geral da pesquisa é entender como os professores compreendem o ensino das operações com frações a partir do Sistema Montessori, nos anos iniciais do ensino fundamental. Existe a intenção de oferecer possibilidades aos professores para repensarem suas práticas didáticas no processo de ensino das operações com frações; e compreender possibilidades de uso do material montessoriano para que este favoreça a aprendizagem das operações com frações na matemática.

Algumas das prováveis hipóteses a serem verificadas são que os professores utilizam material concreto para o ensino de operações com frações de modo a produzir significado para os estudantes, com conhecimento e domínio do material; e que os professores utilizam o material concreto, porém, com conhecimento superficial do material a ser utilizado no estudo das operações com frações.

Entrevistados

Para esta pesquisa os entrevistados serão licenciados em matemática. Os participantes da pesquisa convidados serão selecionados entre aqueles que ensinam matemática no Ensino Fundamental, especialmente professores que ensinam nos anos escolares que trabalham com frações. A escolha dos professores se dará entre as instituições na qual a pesquisadora estuda e trabalha, instituição pública e privada, respectivamente. O número de professores entrevistados será entre 6 e 8, porém o número exato se dará pela saturação dos dados. Entende-se que, para esta pesquisa, é relevante ter em mente que o ensino de frações começa nos anos iniciais e estende-se pelos anos sucessivos.

INSTRUMENTOS DE INVESTIGAÇÃO

Ao selecionar os instrumentos de investigação, teve-se o propósito de verificar as diferentes formas de pensar do professor de matemática investigado, em relação ao material concreto para o ensino de frações.

O Método Clínico Piagetiano possibilita a coleta e análise com riqueza sobre o curso do pensamento do entrevistado. Para tal, pode-se utilizar também da contra



argumentação, que é a contestação ou uma resposta contrária a um argumento respondido pelo entrevistado. Assim, ao invés de apenas expor ideias sobre um determinado assunto, há a liberdade de se formar outras opiniões sobre o que foi perguntado e com isso pode-se analisar com mais detalhes o que o professor pensa. Neste sentido, pode-se dizer que quando o sujeito realiza ações físicas e mentais sobre o objeto, seja ele concreto ou abstrato, está construindo diferentes relações. Segundo BERTOLUCCI (2009) ao estabelecer relações entre objetos, isto é, fazer comparações, análises entre eles, está-se retirando características que não são mais próprias dos objetos, mas sim características que só existem na mente de quem faz essas relações. A partir dessa ideia e com os instrumentos de investigação composto por perguntas e manuseio de material concreto, pretende-se conhecer o pensamento do participante da pesquisa, os argumentos e a forma de se expressar utilizada pelos entrevistados na aplicação das operações com frações, que, por consequência, pode-se também compreender a forma como ensinam as operações com frações a partir disso.

Durante a coleta de dados os participantes vão manipular materiais concretos que envolvem o conceito de frações e a operação de divisão. A entrevista semiestruturada será desenvolvida enquanto manipulam o material, com a intenção de melhor compreender o curso do pensamento do participante da pesquisa. A coleta de dados será realizada a partir do método clínico Piagetiano.

Em relação aos instrumentos que serão aplicados nesta pesquisa, primeiramente, pretende-se investigar como o professor entende a divisão de números naturais utilizando o Material dos Selos Montessoriano, propomos uma atividade que envolve a divisão entre números naturais, por entender que esta pode verificar os entendimentos e significados a respeito do ato de repartir unidades em partes iguais. A partir da manipulação deste material, propõe-se observar concretamente o entendimento da operação de divisão e o que esta traz de significado a partir do material concreto. Aqui é importante esclarecer que cada cor representa uma ordem hierárquica. Unidade (verde), dezena (azul), centena (vermelho), tanto para os pinos que representam o divisor, como para os selos (quadrados), que representam o dividendo. Num segundo momento, com o material de Formas de Metal, este material é constituído por um triângulo subdividido em outras três formas (um trapézio e dois triângulos retângulos), que se encaixam perfeitamente em um retângulo



vazado, remetendo a ideia de mesma superfície. Com este material pretende-se observar concretamente o entendimento por parte do professor acerca do conceito de equivalência. Na sequência, propõe-se abordar o que Montessori denominou como a “ideia do justo”, que justo é o que, em uma divisão de fração, o inteiro recebe. Por fim, com os materiais montessorianos, Pinos de Frações e Círculos de Frações, pretende-se verificar o entendimento de algumas operações de divisão de frações. A partir do uso desses instrumentos durante as entrevistas, tem-se o propósito de compreender as diferentes formas de pensar do professor de matemática pesquisado em relação ao material concreto.

Resumidamente, podemos organizar os instrumentos que serão utilizados: Instrumento 1 - Material dos Selos; Instrumento 2 - Formas de Metal; Instrumento 3 - Ideia do Justo; e Instrumento 4 - Pinos de Frações e Círculos de Frações.

Entende-se que, para conseguir aprofundar a busca, é necessário esclarecer junto aos entrevistados alguns conceitos fundamentais. Há de se ressaltar, ainda, a importância dos aspectos teóricos do método que envolvem o “ambiente preparado”, pois estes são fundamentos que contribuem para o entendimento (DELVAL, 2002, p. 24). De fato, o ambiente muitas vezes é um fator determinante para o trabalho do professor, que, por vezes, se dispõe a utilizar seus recursos materiais para ministrar suas aulas.

COLETA E ANÁLISE DE DADOS

Os dados serão coletados individualmente. Serão aplicados instrumentos que contém perguntas seguindo um roteiro semiestruturado e serão registradas por meio de gravador de voz e filmagem, juntamente com a manipulação dos materiais concretos montessorianos. Estes registros serão posteriormente transcritos. Além disso, os participantes assinarão o termo de consentimento informado.

A coleta de dados será realizada na residência do participante ou na instituição onde o professor participante trabalha, juntamente com a ambientação dos materiais. A metodologia de pesquisa envolve caminhos no processo de sistematização de compreensão e interpretação sobre a interrogação. Tais caminhos nos levam a buscar respostas por meio de entrevistas semiestruturadas, através do Método Clínico de Piaget, que dará suporte para a coleta e análise dos dados, as quais serão realizadas junto dos educadores de escola



privada e pública, ambas localizadas em Porto Alegre, RS. A análise dos dados será feita a partir do Método Clínico Piagetiano, entendendo que se para Piaget, a produção do conhecimento acontece a partir da ação do sujeito sobre o meio em que vive, só se estabelece quando se estrutura a experiência e esta lhe permite atribuir significação (CAVICCHIA, 2010).

Serão consideradas relevantes, sobretudo, as seguintes informações: conformidades e inconformidades entre as respostas, quando o entrevistado estiver manipulando o material de equivalência, bem como na divisão de frações quando se sugere que realize as operações. O agrupamento das respostas em categorias será feito a partir das interpretações que os entrevistados terão ao manipularem os instrumentos, para tanto, será observado a coerência entre as respostas obtidas após a coleta de dados.

A validação dos dados será através da análise qualitativa e elaboração de informações conclusivas da análise dos dados obtidos, com referência às obras que abordam o Método Clínico, como de Juan Delval.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari K. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora, 1994.

DELVAL, Juan. **Introdução à prática do método clínico** - Descobrindo o pensamento das crianças. Artmed, 2002.

MONTESSORI, Maria. **Pedagogia científica**: a descoberta da criança. São Paulo: Flamboyant, 1965.

MONTESSORI, Maria. **El método de la pedagogia científica** – aplicado a la educación de la infancia em la Casa de los niños. Traducción castellana de Juan Palau Vera. 3. ed. Barcelona: Casa Editorial Araluce, 1937.

MONTESSORI, Maria. **Ideas generales sobre mi método**. Buenos Aires: Editorial Losada S.A., 1957

