



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



EXPLORANDO AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS: UMA ABORDAGEM POR MEIO DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Leticia Dornellas Dias¹

GD n° 01 – Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Resumo: Este trabalho faz parte de uma pesquisa em andamento, cujo objetivo analisar a forma como os livros didáticos apresentam as operações com números fracionários com a construção de significados realizada pelos alunos. Como elementos teóricos, nos apoiamos, principalmente, na Teoria de Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, por compreender a importância das várias formas de representações para a compreensão dos conceitos matemáticos. A pesquisa é de natureza qualitativa, e será uma pesquisa documental, como instrumento de coleta de dados utilizaremos os livros didáticos adotados no município de Campina Grande do 5º e 6º ano, das escolas de Rede Pública. Para isso, faremos um mapeamento dos livros didáticos adotados para, em seguida, realizarmos uma análise com o intuito de verificar a maneira como as operações com números fracionários é apresentada, com a importância e as vantagens da utilização das diversas representações semióticas, ou seja, buscamos compreender se a forma como as operações com frações são apresentadas nos livros didáticos contribui para a construção do significado para os alunos.

Palavras-chave: Representações Semióticas. Operações com Frações. Educação Básica. Ensino de Frações.

INTRODUÇÃO

Os números fracionários são introduzidos na vida escolar dos indivíduos na primeira fase da Educação Básica, geralmente no quarto, ou quinto ano, e o conceito de frações segue sendo utilizado pelo indivíduo durante toda sua vida (CAMPOS; SILVA; PIETROPAOLO, 2009). Na vida acadêmica, as frações serão utilizadas em todos os anos da Educação Básica, e na maior parte dos cursos de Ensino Superior. Além de ser presente na vida acadêmica, as frações são fortemente utilizadas no cotidiano de todos.

Podemos encontrar o uso dos números fracionários de diversas formas, tais como na preparação de um bolo, desde o momento da sua preparação até o momento em que ele será repartido para o consumo; nos dados dos artigos de jornais; nas medidas de distâncias e velocidades; na construção civil, as frações são utilizadas para a medição de materiais como tijolos, azulejos, cerâmicas, entre outros; na área financeira, as frações são usadas para o

¹ Universidade Estadual da Paraíba - UEPB; Programa de Pós-Graduação e Ensino de Ciências e Educação Matemática; Mestrado Acadêmico em Educação Matemática; leleluinha@hotmail.com; orientador(a): Maria Betania Sabino Fernandes

cálculo de juros simples e compostos em empréstimos e investimentos; nos jogos e brincadeiras; confecção de roupas; no preparo dos alimentos; nas dosagens de medicamentos, entre outras situações. No entanto, se as frações estão tão presentes em nossas vidas, por que são tão temidas e evitadas pela maioria dos alunos?

É importante também ressaltar que a compreensão das frações vai além do simples uso em situações cotidianas. O domínio desse conceito é fundamental para o desenvolvimento de outras habilidades matemáticas, como a compreensão de números decimais, porcentagens, razões, proporções, entre outros. Além disso, a falta de domínio das frações pode acarretar dificuldades em outras áreas do conhecimento, como a Geografia, que usa fortemente no cálculo de escalas, por exemplo, ou a Física, que utiliza esse conceito para cálculo de distâncias, densidades, entre outras razões. Bem como outras áreas como Química e Biologia que também fazem uso desses conceitos.

Diferente de outras áreas da ciência, como Biologia, Física, Geografia, dentre outras, em que se pode ter um contato físico, direta ou indiretamente, com os objetos de estudo, a matemática é uma ciência abstrata, o acesso aos conhecimentos matemáticos é obtido por meio de representações e construções de modelos, para que possamos interpretá-la (DUVAL, 2003).

Dessa forma, a dificuldade de se compreender e operar com frações pode ser observada desde os primeiros anos da Educação Básica, até o Ensino Superior. Ainda que em cursos de ciências exatas, os alunos possuem muita dificuldade em compreender o conceito de números fracionários, e, mais do que isto, ser capaz de realizar operações com frações, especialmente soma e subtração de frações com denominadores diferentes (CURY, 2017). Esta dificuldade em realizar as operações com frações faz com que os alunos muitas vezes prefiram converter as frações em números decimais, para poder efetuar as operações.

Campos, Silva, Pietropaolo (2009) mencionam que segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, é indicado que os estudos dos números racionais devem ser iniciados no 4º ano do Ensino Fundamental, e por meio de situações contextualizadas que envolvam diferentes significados. Os autores ainda apontam que uma das prováveis explicações para os obstáculos desenvolvidos pelos alunos envolvendo números fracionários, estaria associada a falta de tarefas e exemplos envolvendo diferentes significados que articule entre as representações dos números racionais.

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), atual documento orientador do currículo, do mesmo modo que os PCNs, orienta que os números racionais devem ser introduzidos para os alunos no 4º ano do Ensino Fundamental. A base ainda orienta que sejam apresentados problemas que envolvam diferentes significados das operações.

No que se refere à contextualização, tanto os PCs quanto a BNCC, a orientação é que o ensino de números racionais deve ser feito de forma contextualizada, a partir de situações que possibilitem aos alunos entenderem o conceito de fração como uma relação entre duas quantidades. Sugerem o uso de materiais manipuláveis, como cartões, cubos, barras e outros objetos que possibilitem a visualização da fração e sua comparação com outras frações e com números inteiros e o uso de estratégias de resolução de problemas, que permitam aos alunos associar a ideia de fração a situações concretas do cotidiano, como dividir uma pizza, repartir doces ou compartilhar um bolo, por exemplo.

No entanto, na prática, muitas vezes o ensino de números racionais é feito de forma mecânica, enfatizando a realização de algoritmos sem a compreensão do significado das frações. Isso pode levar os alunos a decorar regras sem entender o raciocínio matemático por trás delas, dificultando a aplicação do conteúdo em situações cotidianas.

Não é raro observarmos os alunos realizando, por exemplo, somas de frações da seguinte forma: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$, pois não compreendem como o algoritmo da adição, que antes funcionava no conjunto dos números inteiros, não funciona mais no conjunto dos números racionais, mas o de multiplicação funciona. O motivo pelo qual os alunos realizam as operações, de maneira errônea, possui diversas raízes, desde uma simples falta de atenção ao realizar a operação, até a falta de compreensão do conceito de frações. Muitos alunos não compreendem o que são números fracionários, então como serão capazes de realizar operações com estes números?

A BNCC (2018) traz como competência específica para os alunos “compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diversos registros de representação matemáticos [...], na busca de solução e comunicação de resultados e problemas”, afirmando que:

Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar, enfim, ampliam sua capacidade de pensar matematicamente. (BNCC, 2018, p. 538)

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



Deste modo, podemos justificar a importância da utilização de diversos registros de representação semiótica, e buscaremos verificar como os livros apresentam este conteúdo e se abordam mais de uma forma de representação de operações com frações. Diante das discussões apresentadas acima, levantamos alguns questionamentos acerca deste tema, que serão as questões norteadoras do nosso trabalho:

- A forma como os livros didáticos apresentam as operações com frações podem contribuir para a construção do significado desses números pelos alunos?
- Qual a contribuição do uso de diversos registros de representações das operações com frações para a compreensão dos alunos?

Considerando os questionamentos levantados, traçamos como objetivo geral, analisar a forma como os livros didáticos apresentam as operações com números fracionários com a construção de significados realizada pelos alunos. Para atingir o objetivo geral, definimos alguns objetivos específicos que nos guiarão ao longo dos estudos, sendo eles:

- Mapear os livros didáticos adotados no município de Campina Grande no 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, por meio de uma entrevista que será feita com a Secretaria de Educação;
- Analisar a abordagem de operações com frações presente nos livros didáticos do 5º e 6º anos;
- Identificar a existência ou não de uma diversidade de representações das operações com números fracionários nos livros didáticos;
- Refletir sobre os impactos que podem ser causados pela utilização das diversas representações de operações de frações na compreensão do conteúdo.

METODOLOGIA

Tendo em vista os objetivos a serem alcançados, optamos por uma pesquisa de natureza qualitativa, uma vez que:

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



Os dados recolhidos são designados por *qualitativos*, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 16)

O estudo será realizado por meio de uma pesquisa documental. A pesquisa documental, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), é uma abordagem de coleta de dados que se concentra na análise e interpretação de documentos como fontes de informação. Os autores destacam que a pesquisa documental envolve a busca, coleta, seleção e análise de documentos relevantes para o tema de pesquisa. Segundo Godoy (1995), a palavra documentos pode ser compreendida de uma forma extensa, incluindo “os materiais escritos (como por exemplo, jornais, revistas, diários, obras literárias, científicas, técnicas, cartas, memorandos, relatórios)”, deste modo, podemos incluir livros didáticos na categoria de documentos.

Como instrumento de coleta de dados, utilizaremos livros didáticos da Rede Pública de Ensino de Campina Grande, levando em consideração que o livro didático está fortemente presente em sala de aula, e é a maneira mais democrática dos alunos obterem acesso ao conhecimento. O intuito é verificar nos livros didáticos, se há uma representação de diversas representações de números fracionários, se há exemplos envolvendo conversões e tratamentos de operações de frações.

Os dados coletados serão analisados a partir DA análise de conteúdo, a fim de verificarmos como o conteúdo de número fracionários, e operações com número fracionários, é apresentada nos livros Didáticos. Bardin afirma que:

A análise de conteúdo pode ser considerada como um conjunto de técnicas de análises de comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens... A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimento relativos às condições de produção e de recepção das mensagens, inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos, ou não) (BARDIN, 1977, p.38)

Também coletaremos dados por meio de uma entrevista. A entrevista será realizada com a Secretaria de Educação, por meio de um questionário, cujo objetivo é compreender o que leva a coleção a ser adotada, e os parâmetros de escolha, e a sua distribuição, inicialmente, de modo a fazer um mapeamento dos livros utilizados no município de

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



Campina Grande, bem como a distribuição das coleções, e o motivos da escolha destas, se o município considera o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Bogdan e Biklen (1994) apresentam a entrevista como uma das principais técnicas de coleta de dados na pesquisa qualitativa. Eles destacam que a entrevista permite ao pesquisador obter informações detalhadas e ricas sobre as experiências, crenças, perspectivas e opiniões dos participantes em relação ao tema em estudo. Dentre as características da entrevista, os autores apontam que a entrevista permite ao pesquisador contextualizar as informações coletadas, entendendo as influências do ambiente e do contexto social nas percepções e significados atribuídos pelos participantes.

O desenvolvimento do trabalho será dado em etapas, sendo elas:

1ª ETAPA - Levantamento de livros didáticos de 5º e 6º anos da Rede Pública de Campina Grande;

Na primeira etapa da pesquisa, será realizado um levantamento dos livros didáticos utilizados pelos alunos dos 5º e 6º anos da Rede Pública de Ensino de Campina Grande, por meio de uma entrevista para a realização desse mapeamento. O objetivo é identificar quais coleções estavam sendo adotadas na cidade. Com base nesse levantamento, foram identificadas as obras selecionadas para análise na próxima etapa.

2ª ETAPA - Identificar as representações utilizadas nos livros didáticos, para o ensino de operações com números fracionários.

Na segunda etapa, será realizada a identificação das representações utilizadas para o ensino de operações com números fracionários nos livros didáticos selecionados na etapa anterior. Listaremos as diversas representações apresentadas nos livros, a fim de compreender as diferentes abordagens e metodologias utilizadas para o ensino de frações.

3ª ETAPA: A última etapa será realizada após a análise dos livros didáticos, com o objetivo de verificar como as possíveis dificuldades dos alunos com as operações de fração são abordadas nos livros. Esta análise será feita de acordo com as categorias de análise que serão apresentadas na subseção a seguir, com base em Duval.

REFERENCIAL TEÓRICO

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



Como referencial teórico básico para atingir os objetivos desta pesquisa em andamento, utilizaremos a Teoria de Registro de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval, por compreendermos que os alunos possuem diversos obstáculos ao compreender o conceito e operar com números fracionários, associando-os à importância das múltiplas representações semióticas para o ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Números racionais e suas operações são citados por Helena Noronha Cury (2017) como um dos conteúdos em que ela mais observou erro dos alunos. Em seu livro, *Análise de Erros: O que podemos aprender com as respostas dos alunos*, Cury sugere algumas maneiras de analisarmos os erros dos alunos com relação a operação de adição de frações; e sugere ainda atividades de investigação fazendo uso do erro que comumente é cometido pelos alunos, ao realizar a soma de frações da maneira $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$.

Duval destaca a importância de uma abordagem cognitiva, uma vez que o ensino da matemática não tem como objetivo formar futuros matemáticos, e sim “contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização” (DUVAL, 2003, p. 11). Duval ainda afirma que:

A originalidade da abordagem cognitiva está em procurar, inicialmente, descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino. (DUVAL, 2003, p.12)

Devemos sempre levar em consideração que os alunos são indivíduos únicos, e por este motivo, cada aluno aprende de uma forma diferente. Assim, não podemos nos ater a um modelo único de representação e de aquisição de conhecimentos. Além disso,

A importância das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais. Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático dependem do sistema de representação utilizado. [...] A seguir, há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com ajuda de instrumentos. (DUVAL, 2003, p. 13-14)

Existe uma grande variedade de representações para os entes matemáticos, temos a linguagem natural, representações algébricas, figuras geométricas, representações gráficas, entre outras. Um único ente matemático pode possuir até três ou mais representações ao mesmo tempo. Para Duval, “A originalidade da atividade matemática está na mobilização



simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 14).

É interessante que os alunos sejam capazes de realizar conversões entre os registros matemáticos de um mesmo objeto ou operação, pois a capacidade de articular entre os registros é fundamental para a compreensão da matemática. Duval (2003) argumenta que entender os diferentes tipos de transformações e como elas se relacionam é essencial para desenvolver uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos e científicos e para uma comunicação eficaz do conhecimento matemático e científico. Além disso, ele enfatiza que as transformações não são arbitrárias ou aleatórias, mas são regidas pelas convenções e gramática dos diferentes sistemas semióticos envolvidos e pelas propriedades subjacentes e relacionamentos dos conceitos matemáticos e científicos que estão sendo representados.

Duval (2003, p. 15-16) define dois tipos de transformações de representações semióticas: os tratamentos e as conversões. Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro; enquanto as conversões consistem em mudar de registro, sem alterar os objetos.

Nesse sentido, a BNCC (2018) traz como competência específica para os alunos “compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diversos registros de representação matemáticos [...], na busca de solução e comunicação de resultados e problemas” (BNCC, 2018), e ainda afirma que

Ao conseguirem utilizar as representações matemática, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar, enfim, ampliam sua capacidade de pensar matematicamente. (BNCC, 2018, p. 538)

Reconhecendo a importância das múltiplas representações semióticas no contexto do ensino e aprendizagem da matemática, bem como a dificuldade que muitos alunos enfrentam ao lidar com operações envolvendo frações, pretendemos relacionar a presença das múltiplas representações das frações nos livros didáticos com a compreensão dos alunos acerca das operações com números fracionários, considerando que o livro didático é o meio mais democrático para que todos os alunos tenham acesso ao conhecimento, uma vez que o PNLD garante a distribuição gratuita de livros didáticos os estudantes da educação básica.

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



CONSIDERAÇÕES SOBRE O TRABALHO

Este trabalho ainda se encontra em andamento, por isso não há apresentação de análise de dados, resultados e considerações finais.

Esperamos, por meio desse estudo, responder as questões norteadoras, bem como alcançar os objetivos pretendidos na pesquisa, trazendo considerações sobre a forma como os livros didáticos apresentam as operações com números fracionários com a construção de significados realizada pelos alunos.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**, Lisboa: Edições 70, 1979.

BIFFI, D. de L. **Conceito de Frações Através do Estudo dos Registros de Representações**. 188 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação. Programa de Pós-graduação em Educação. Lages, 2001. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/82076>>. Acesso: 27 de setembro de 2022

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2020: matemática – guia de livros didáticos/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.

COSTA, M. A. F. da, COSTA, M. de F. B. da. **Projeto de Pesquisa: entenda e faça**. Editora Vozes Limitada, 2017.

CURY, H. N. **Análise de erros: O Que Podemos aprender com as respostas dos alunos**. 2ª ed, 2ª reimp., Belo Horizonte, Autêntica, 2017. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

_____. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): fascículo I – São Paulo; Editora Livraria da Física, 2009.

XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.



_____. **Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática?** Práxis Educativa, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 305-330, jul./dez, 2012b.

GODOY, A. S. Pesquisa Qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v.26, n.2, 1995.

SABEL, E. **Sequência didática:** uma organização do conteúdo na perspectiva das teorias de registro de representação semiótica e aprendizagem significativa para a compreensão das frações. 71 f. TCC (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau. Blumenau, 2018

SANTANA, L. E. de L.; OLIVEIRA, B. P. de; BARRETO, M. C. Reflexões sobre o uso de registros de representação semiótica no ensino de frações. **Revista Eletrônica Formação**. Pernambuco, v. 04, n. 05, p. 1 – 22, Novembro, 2015.



XXVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

Tema: Desafios educacionais e impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-ES
12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

