unesp
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE RIO CLARO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

I ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RIO CLARO - SÃO PAULO
19 e 20 de SETEMBRO DE 1997

ÍNDICE

Marcelo C Borba
GPIMEM UNESP, Rio Claro

I ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇAO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Pela primeira vez, um grupo de alunos da Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro, organiza um encontro de estudantes: ***I Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBEPGEM)*** com duração de dois dias, sendo 19 e 20 de setembro de 1997, nas dependências do Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da referida universidade.

O objetivo do encontro é compartilhar as experiências desenvolvidas nos centros de estudos em Educação Matemática, possibilitando, assim, o intercâmbio e a troca de experiências entre os participantes.

O evento foi divulgado nas diferentes universidades que têm a Educação Matemática como área de pesquisa e contou com a participação de representantes de São Paulo, Rio de Janeiro, Minas Gerais e Paraná. Entendemos que por este ser o primeiro encontro organizado focalizando especialmente a troca de experiências entre alunos de diferentes Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e áreas afins, a representatividade de 4 estados indica que este poderá vir a acontecer periodicamente.

A realização deste encontro se deu com total colaboração da Coordenação do Programa da UNESP/Rio Claro, sem apoio financeiro de agências financiadoras. Esperamos que, os próximos EBEPGEM's possam contar com outros colaboradores, inclusive de alguma agência de pesquisa.

Para o enriquecimento desses dois dias de estudos, foram convidados vários professores que participarão como conferencistas, debatedores dos diferentes trabalhos que serão apresentados. Além disso, durante o encontro, também acontecerá o lançamento do livro: *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI, do Prof. Dr. Romulo Lins,* livro este pertinente à área de Educação Matemática.

As atividades elaboradas para estes dois dias de estudos ficaram assim definidas:

Dia 19 de setembro de 1997

8:00 às 8:30 - Entrega do Material

8:30 às 9: 00 - Abertura do Encontro

9:00 às 10:30 - Conferência de Abertura com a Prof. Dr. Maria Aparecida Viggiani Bicudo

10:30 às 12:00 - Defesa da Dissertação de Mestrado

Título: Ensino de Geometria Através de Ornamentos

Mestranda: Viviane Clotilde da Silva

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Perez

12:00 às 14:00 - Almoço

14:00 às 15:00 - Apresentação de Trabalhos

15:00 às 16:00 - Debate sob os trabalhos apresentados com um prof. convidado

16:10 às 16:10 - Intervalo

16:10 às 17:10 - Apresentação de Trabalhos

17:10 às 18:10 - Debate sob os trabalhos apresentados com um prof. convidado

20:30 - Confraternização entre os participantes do Encontro com Sessão de Histórias (Membro do Grupo Gwaya/UFGo) e Música com Carlos Alberto Francisco

Dia 20 de setembro de 1997

8:30 às 10:30 - Conferência com a Prof. Dr. Estela Kaufman

10:30 às 12:00 - Conferência com o Prof. Dr. Romulo Campos Lins que estará fazendo o lançamento do livro: *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI* da Editora Papirus.

12:00 às 14:00 - Almoço

14:00 às 15:00 - Apresentação de Trabalhos

15:00 às 16:00 - Debate sob os trabalhos apresentados com um prof. convidado

16:20 às 16:10 - Intervalo

16:10 às 17:10 - Apresentação de Trabalhos

17:10 às 18:10 - Debate sob os trabalhos apresentados com um prof. convidado

18:30 às 19:30 - Avaliação do Encontro e Encerramento

PROFESSORES CONVIDADOS

Prof. Dr. Maria Aparecida Viggiani Bicudo - Pró-Reitora de Graduação da UNESP

Prof. Dr. Estela Kaufman - Diretora do Programa de Pós Graduação da USU- Universidade Santa Úrsula do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Maria do Carmo Mendonça - Prof. da Faculdade de Educação da UNICAMP

Prof. Dr. Dario Fiorentini - Prof. da Faculdade de Educação da UNICAMP

Prof. Dr. Antonio Vicente Garnica - UNESP/Bauru

Prof. Dr. Geraldo Garcia Duarte Júnior - UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Geraldo Perez - UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Antônio Carlos Carreira de Souza - UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Romulo Campos Lins - UNESP/Rio Claro e Presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino - UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba - Vice-coordenador do Programa de Pós-Graduação da UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Sergio Roberto Nobre - Coordenador do Programa de Pós-Graduação da UNESP/Rio Claro

Com relação aos trabalhos aqui apresentados, esclarecemos que são de total responsabilidade de seus autores, ou seja, a comissão organizadora não se responsabiliza pelo conteúdo dos mesmos, pelos possíveis erros ortográficos e/ou gramaticais, ou das normas de publicação da ABTN.

Também aproveitamos para agradecer o apoio do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro, do Departamento de Matemática dos professores convidados, agradecemos ainda às secretárias do referido departamento Ana Maria de Lima Sargaço e Maria Elisa Leite de Oliveira que em todos os momentos estiveram presentes e à Maria Helena Terles responsável pelos nossos agradáveis "cafezinhos", bem como aos demais alunos que colaboraram e a todos os participantes que tornaram possível a realização deste encontro.

COMISSÃO ORGANIZADORA:

Margarida Mendonça
Sylvia Regina Costa Dutra da Silva
Maria de Fátima Teixeira
Maria Deusa Ferreira da Silva
Luciane Mocrosky

(Mestrandas em Educação Matemática - UNESP/Rio Claro)

CONSTITUIÇÃO DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS NO ENSINO/ APRENDIZAGEM DE 3º GRAU: SUJEITO DO CONHECIMENTO, FALA, INTERLOCUTOR.

Lígia Arantes Sad
Orientador: Romulo Campos Lins
Instituição: UFES/UNESP

Introdução

Este texto é parte de um projeto de tese de doutorado do curso de Pós-Graduação em Educação, no qual empreendemos uma análise epistemológica de aspectos da aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, tendo inicialmente, como experiência já vivida, muitos anos no ensino universitário, nos mais diversos cursos que necessitam de matemática (como: matemática, física, química, engenharias, administração, economia, ciência da computação, arquitetura). A contínua observação e convívio com professores e alunos, nos levaram a considerar um campo de pesquisa voltado para o processo de aprendizagem, e simultaneamente a encontrar referenciais significativos para observação de como as práticas pedagógicas podem ser repensadas de modo a contribuir positivamente para a aprendizagem. Posto que, os paradígmas pedagógicos são construidos envolvendo não só o processo de aprendizagem, mas conjuntamente em um processo dialético mais amplo que determina o desenvolvimento social.

Assim, a investigação epistemológica empreendida, centrada nas questões: "são estabelecidas diversidades de significados na constituição de objetos no Cálculo Diferencial e Integral?" "por que?" "quais as principais?", na possibilidade da existência de *modos distintos de produzir significados*, apontam para a investigação de alguns elementos constituintes - *sujeito do conhecimento* (aluno ou professor), *linguagem* (de modo especial, a *fala*), *interlocutor* e *método de ensino/aprendizagem* - engendrados no processo ensino/aprendizagem e suas interações.

Pretendemos, na exposição deste texto, tratar de modo geral estes aspectos no ensino/aprendizagem de matemática no 3º grau. Porém, os exemplos e situações citadas, são limitadas ao nosso universo de pesquisa de campo - salas de aulas e entrevistas semi-estruturadas com professores e alunos - no qual a matemática tratada é referente ao Cálculo Diferencial e Integral para alunos recém ingressos na universidade.

Na Educação Matemática, a nível de 3º grau, um ponto que merece análise é o tratamento das disciplinas, por exemplo Cálculo, como objeto formal do ensino de matemática. Usualmente,o Cálculo é trabalhado como pronto e pertinente para ser abordado e apropriado pelos alunos, sem maiores digressões, sem ter como primordial na formação do pensamento diferencial e integral, a possibilidade da existência de *modos distintos de produção de significados*, e de *conhecimento*. Isto pode ser constatado nas seguintes frases, repetidas por professores: "*Os objetos do Cálculo são sempre os mesmos embora se fale sobre eles com algumas diferenças de tratamento*", ou mesmo, "*Cálculo é Cálculo, embora as aplicações se diversifiquem*".

Ao conduzir uma investigação nesta direção, concepções epistemológicas são evidenciadas e, com elas, a necessidade de consistência e adequabilidade nos aspectos principais - conhecimento e significado -. Após a análise de algumas obras[1] que tratam de teorias do conhecimento, propusemos embasar nossos pontos de vista, ao refletir sobre a aprendizagem do aluno, em um modelo epistemológico onde *conhecimento* é visto como uma *crença-afirmação* junto com uma *justificação*. Proposta encontrada no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS) proposto por LINS[2]:

conhecimento = (crença-afirmação, justificação)

Ou seja, um par, formado por uma proposição que se crê verdadeira (crença-afirmação), junto com uma justificação.

Argumentaremos a favor de metodologias de ensino e aprendizagem que visem priorizar o aluno como *sujeito do conhecimento*, realçando a necessidade de se trabalhar com a sua *fala*, os seus

---

[1] Obras de epistemólogos como: Piaget (epistemologia genética), Ayer, Chisholm, Bachelard, Vieira Pinto e Prado Júnior.

[2] Melhores referências em LINS (1997).

interlocutores, os procedimentos de *leitura*, e a interação através de *diálogo formativo*, observando concomitantemente o papel da construção social dos significados.

Nesta direção epistemológica, as idéias não estão muito discutidas nas pesquisas em Educação Matemática. Uma fonte de incentivo às nossas diretivas de pesquisa foram os poucos, mas significativos trabalhos já implementados em educação matemática envolvendo Cálculo. Dentre aqueles publicados sobre o ensino-aprendizagem de Cálculo envolvendo epistemologia, que tivemos oportunidade de conhecer, destacam-se as pesquisas de D. TALL (a partir da década de 1980), das quais realçamos: suas preocupações com os conflitos cognitivos na aprendizagem matemática; o desenvolvimento de pesquisas sobre o pensar matemático elementar e avançado em oposição, geralmente, ao produto sistematizado do pensar matemático; suas conceituações e reflexões (com exemplos dentro do Cálculo) sobre os conceitos matemáticos formalmente definidos (envolvendo imagens e definições conceituais) e a combinação cognitiva dos processos (**procepts**) e conceitos (**concepts**) no que denominou juntamente com GRAY de **procepts**[3].

Em direções mais específicas estão os trabalhos de SIERPINSKA (1978), CORNU (1983), e de REZENDE (1994) embasados nas idéias de *obstáculos epistemológicos*, e os de ARTIGUE (1987), embasados em *concepções*, nos quais analisa as concepções dos alunos frente a dificuldades sobre diferenciais e outras noções matemáticas que envolvem o Cálculo e a Análise, propondo um tratamento instrucional (dentro do que denomina engenharia didática) com o intuito de melhorar o entendimento dos alunos.

Com uma direção epistemológica mais próxima da nossa, envolvendo a produção de significado, está o trabalho de CABRAL (1993), porém com outra ênfase, em Assimilação Solidária (proposta didático-pedagógica que valoriza o trabalho produtivo do aluno em sala de aula)[4].

Importância da interação do sujeito do conhecimento com seu interlocutor através da fala.

Observando o dicionário, os textos e também as falas, podemos notar que o ato de conhecer é empregado de diversos modos, ou seja, as metáforas e significações empregadas na linguagem verbal são muito maleáveis. Só para lembrar alguns destes modos, podemos citar que conhecimento é dito a respeito: de algo familiar (já visto, memorizado, sem outras explicações) que pode incluir desde pessoas, objetos ou sensações, da capacidade de distinguir entre duas espécies de coisas (por exemplo: vinhos, tons musicais). Conhecimento de um assunto (por exemplo: um conteúdo matemático) ou de uma ação (por exemplo: manejar uma máquina). Ou ainda, como diz AYER (1986, p.8):

> *"(...)o dicionário dá a definição de 'ser consciente ou informado de','apreender ou compreender como fato ou verdade', o sentido, ou sentidos, nos quais ter conhecimento é conhecer que uma coisa ou outra é o caso."*[5]

Após esta indicação de alguns modos peculiares e ao mesmo tempo bem gerais sobre "conhecimento", para não dizer vagos se refletirmos um pouco quanto às suas características ou à sua natureza, precisamos firmar alguns pontos, pois acreditamos requerer, o *conhecimento*, uma maior clareza em termos de significados que possa gerar e, consequentemente, em termos de seu uso. Um deles é que, embora tenhamos evidente que para se chegar a 'conhecer algo' (mesmo como colocado acima), os processos mentais possam ser substancialmente inconscientes, consideraremos como ato de conhecer, enquanto tal, os que partem de processos conscientes.

---

[3] Ver TALL, D. (1977), *Conflicts and catastrophes in the learning of mathematics,* **Mathematical Education for Teaching** 2, 4, p.2-18.

GRAY & TALL (1994), *Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic,* **Journal of Research in Mathematics Education**, 26 (2), p.116-140.

TALL & VINNER (1981), *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity.* **Educational Studies in Mathematics**, 12, p.151-169.

[4]Para melhores referências ver BALDINO, CABRAL & BARBOSA. *A survey of Solidarity Assimilation Groups.* Canadá: **Anais do 7th International Congress on Mathematical Education (ICME-7)**. 1991.

[5] *"(...) the dictionary gives the definition of 'to be aware or apprized of', 'to apprehend or comprehend as fact or truth', the sense, or senses, in which to have knowledge is to know that something or other is the case."*

AYER (1986, p.8)

Outro ponto, que está diretamente ligado com o que acabamos de considerar, é que fala-se muito mais de perto do sujeito perante o ato de conhecer - *sujeito do conhecer* - ao invés do *sujeito do conhecimento*, com a ligação intrínseca, existencial, do conhecimento a partir do sujeito e ao mesmo tempo do sujeito do conhecimento.[6]

Em nossa área de concentração, educação matemática, *conhecimento* diz mais respeito a um assunto ou 'objeto' matemático, sendo constantemente confundido o processo de conhecer com memorização. E neste caso, a memorização pode ter sido inerente à constituição do conhecimento, e o que foi memorizado pode ser visto como resíduos de uma enunciação, que pode ser resultado de um ato mnemônico apenas, como o que ocorre com o "repetir de um papagaio", ou com os possuidores de "visão fotográfica". Não estamos aqui separando ou colocando em segundo plano a memorização, que sabemos ser imprescindível nos processos cognitivos em geral, mas não a entendemos como um sinônimo de constituição de conhecimento.

O fato de conhecimento, segundo nosso ponto de vista, não ser apenas 'conhecimento de algo', ou conhecimento de que 'algo é o caso', nos coloca diante do aspecto da crença e da verdade deste 'algo'. O sujeito acredita em alguma coisa verdadeira (para ele) que é parte do conhecimento que ele produz, pois como afirma AYER (1986, p. 16) dizer que se conhece que 'algo' é verdadeiro mas que não se está seguro a respeito, é pelo menos contraditório.

Concordamos especificamente sobre a constatação de se ter uma certa *afirmação* a respeito de 'algo', da qual não escapa a característica social de ser condizentemente avaliada como uma *verdade*. E, quando o sujeito do conhecimento faz uma afirmação, está presente, para ele, a crença-afirmação de 'algo' verdadeiro.

Epistemologistas (como A. V. Pinto, A.J. Ayer, R. M. Chisholm) e psicólogos (como A. Leontiev e Vygotsky), têm trabalhado esta interação social das verdades aceitas; sendo que Chisholm (1989) as analisa como aspectos do conhecimento - afirmação ou crença tida como verdadeira - em seu livro *Theory of Knowledge*.

Segundo Lins, a definição clássica de conhecimento[7] - *crença verdadeira justificada* - engloba o sujeito do conhecer, sujeito que pode dizer que conhece determinada proposição, tida como absolutamente verdadeira, e justificada pelo meio que se chegou a ela. Essa definição sustenta conhecimento na categoria de uma proposição aceita - 'aquilo que se conhece ser o caso' - e se mostra insuficiente para nós. Pois seria estar de acordo em dizer, por exemplo, que um aluno produz "o conhecimento" (olhado de forma absoluta) sobre a derivada de $y=f(x)=x^2$ ser $2x$, independente do método que use. Mas, sabemos que, afirmar que a derivada de x^2 é $2x$ é pouco para argumentar que aquele que justifica pelo "princípio de limite" tenha o mesmo conhecimento daquele que justifica pelos "infinitésimos", ou daquele que apenas justifica: "é porque o professor disse". De fato, são conhecimentos distintos a partir de uma mesma sentença. Assim, nessa visão clássica, consideramos e compartilhamos da consignação de LINS (op. Cit.) de que, a justificação da crença-afirmação (por exemplo: a derivada de x^2 é $2x$ porque pode-se mostrar pelo "princípio de limite") está relacionada com a certeza do aluno de dizer que conhece, certeza dada pela aceitabilidade do método, mas não como parte constitutiva do próprio conhecimento. Além disso, se olhamos a *justificação* tendo dupla atribuição - de aceitação da crença-afirmação e constitutiva do próprio conhecimento no que diz respeito à formação dos objetos pertinentes e seus significados - é possível entender o aparecimento dos diferentes significados e objetos que são constituídos por diferentes sujeitos, embora a crença-afirmação seja a mesma. É o que se pode observar, por exemplo, nesse caso da derivada que mencionamos, onde tendo a justificação baseada em "infinitésimos" o aluno passa a constituir novos objetos como as 'mônadas' ou mesmo significados a respeito dos infinitésimos[8], enquanto que, tendo a justificação baseada no "princípio de limite" o aluno passa a constituir objetos como os 'incrementos variáveis' (Δx e Δy) ou significados a respeito de 'tende a', ou 'se aproxima cada vez mais de', ou 'limites laterais', entre outros.

---

5 - Mais referências em LINS (1997, p.6)

[7] Para uma boa visão tradicional de conhecimento, ver, por exemplo, AYER (1986, cap.1).

[8] Referências a respeito ver, por exemplo, BALDINO (1995), *Cálculo Infinitesimal: passado ou futuro?*, **Temas & Debates**, SBEM, nº6.

No MTCS a produção de conhecimento é inseparável do modo de produção de significado e de objeto. O dinamismo, provocado por esta constituição incessante, diferencia este modelo de outros, principalmente no que se refere às características de pertinência de objetos e de suas relações.

A produção de significado - o que se "fala"[9] a respeito de 'algo' - também acontece dentro de CS's [10]. Por que?

Sujeito fala interlocutor

Sempre que falamos (mesmo na reflexão, fala interior) a demanda vem a partir de um interlocutor, e é em função deste que passamos a produzir significado para uma afirmação.

> "*Conhecimento é sempre enunciado para um interlocutor. No Modelo Teórico de Campos Semânticos, interlocutores são parte essencial da cognição, a produção de significado é sempre direcionada a um interlocutor. Quando produzimos significado estamos falando para um interlocutor, interno ou externo.*" (LINS, 1997, p.26)

Isto implica que é a partir da internalização e interação de interlocutores, ou concomitantemente, que se produzem os significados a respeito de 'algo'. Para o interlocutor, falamos, e por ele desejamos ser compreendidos. Esta mesma necessidade de se fazer compreender é um freio para a diversidade dos sujeitos que falam, pois embora falem a mesma língua não falam exatamente igual. Dá-se então a procura, dentro de cada grupo social, ou olhando mais restritamente, do sujeito com seu interlocutor, de convenções próprias, de *estipulações locais*[11] que permitam a constituição de *núcleos* em torno dos quais se produz os significados e os conhecimentos de uma forma mais uniforme. No plano científico, por exemplo, há uma busca constante e preponderante dessa uniformidade, a partir da própria linguagem, e da diversidade imposta pelos pensamentos e conhecimentos dos sujeitos. Isto pode ser constatado na matemática pela especificidade de sua linguagem e formação de suas teorias, que se integram à esta ciência se a 'comunidade dos matemáticos', de um modo geral, concordar primordialmente quanto a sua compreensão análoga, dentro dos paradígmas matemáticos vigentes, por qualquer matemático (independente de sua língua usual). Nestes moldes, o objetivismo de tratamento da

---

[9]A palavra "fala" está entre aspas porque não estamos somente tratando da fala enquanto verbalização sonora que se profere, mas também enquanto fala "mediada" ou interior (onde o interlocutor pode ser o próprio sujeito, ou mesmo "algum personagem imaginário", que não precisa ser necessariamente uma pessoa)

[10]É importante lembrar que *campo semântico* também é um termo por vezes usado na linguística para delimitar a parte que trata do estudo da significação das palavras e de suas mudanças no tempo, a *semântica*. Este campo semântico linguístico se difere em sua própria formação do Campo Semântico (CS) que hora apresentamos principalmente no que diz respeito à produção de significados. Significado como visto na lingüística (denominado de *significado literal*, e distinto do *significado* que usamos), ou na filosofia da linguagem, tem um caráter de compreensão estático enquanto parte das palavras, expressões lingüísticas e signos em geral, "dicionarizáveis" no seio da língua, ou já de alguma forma convencionados (por algum grupo social); mesmo partindo de autores como Frege,Wittgenstein e Quine que consideram outros aspectos mais relativistas do dito significado literal ('sentido', 'relações com o real') na dependência do contexto. E, mesmo Bakhtin, que distingue na enunciação significado e sentido, toma significado como sendo o literal e, sentido, como sendo o significado contextual. Ao passo que, no MTCS, ***significado*** é naturalmente dinâmico, simplesmente: "*é o que se pode falar, e se fala, a respeito de 'algo'* ".

[11] Podemos dizer que as *estipulações locais* são certas proposições, ou significações já convencionadas (objetivamente aceitas dentro dos paradigmas vigentes), mas passíveis de sofrer modificações, até mesmo em relação a outros CS's. A formação delas estabelece os chamados *núcleos* dos CS's, em relação aos quais são produzidos conhecimentos.

matemática (abstrato) beneficia a unicidade, e vai ao encontro dos interesses da classe dominante em tornar os significados, dinâmicos e plurivalentes, em significantes estáticos e monovalentes.

Em consonância à formação e organização do pensamento, e à formação do conhecimento, há, então, uma unidade dialética entre o pensar e o manifestar-se: a *fala*[12]. Através da fala, mesmo no falar consigo, o sujeito se expressa mediante uma certa demanda de seu(s) *interlocutor(es)*[13], e essa ação de "falar de", ou "falar a partir de", é constituída dentro de certos *modos de produção de significado*.

> *"(...) o papel dos interlocutores é o mesmo, sejam "internos" ou "externos",(...) ; em ambos os casos o sujeito fala para modos de produzir significado, pergunta a eles e para eles olha em busca de sinais de que está falando adequadamente."*
>
> LINS (1994, p.33)

Assim, não há um verdadeiro e absoluto modo de pensar sobre matemática, de constituir seus significados, como historicamente também podemos evidenciar (e faz parte de um capítulo da tese; um estudo histórico crítico de alguns objetos matemáticos tratados na História da Matemática). Mesmo argumentando do ponto de vista do desenvolvimento na prática (por exemplo, de sala de aula) de uma teoria matemática, o qual parece obedecer a certos componentes: uma linguagem, um conjunto de afirmações aceitas, um conjunto de questões aceitas e um conjunto de visões metamatemáticas (incluindo modelos de provas e definições), estes componentes têm variações. Além do que, eles são advindos do domínio do enunciado matemático que é escrito para um leitor , que por sua vez o transforma em enunciação. É o caso do livro texto de Cálculo, um enunciado matemático para o aluno, que o transforma em enunciação segundo uma demanda por parte de seus *interlocutores*, que ocasionam a escolha de certos *modos de produção de significado* - Campos Semânticos - CS's - para as *crenças-afirmações e justificações*. Estas últimas então, eventualmente comporão o que chamamos de conhecimento matemático do aluno.

Propostas didático/pedagógicas

O processo de ensino/aprendizagem do Cálculo, acreditamos estar centralizado em que: aprender é produzir significado. Porém, a crença em que uma "boa" explicação, ou um enunciado "claro" (presente por excelência no ensino tradicional vigente), coloca o estudante diante do conhecimento requerido e somente na dependência de sua vontade de apossar-se dele, desconsidera o processo de produção de significado. Simplesmente, através de justificações supostas adequadas, um discurso linear e bem "arrumado" perpassa os enunciados e ajudam a compor a forma estrutural do que o professor diz, um método que podemos chamar de "ensino textual". Mas, os passos do aluno nem sempre percorrem linearmente e com o devido encadear, a *bateria de significantes*[14] de tais caminhos (o campo estruturado de um saber), pois não podemos exigir que a linearidade do discurso implique necessariamente a linearidade do pensamento, já que, sabemos das constantes idas e vindas que fazemos ao refletir sobre determinado assunto matemático, principalmente se este envolve muita coisa nova. E, mesmo admitindo que o pensamento do professor siga o desenvolvimento do discurso do livro didático em suas enunciações para o aluno, o pensamento do aluno pode proceder diferentemente ao tentar não só escutar mas compreender e falar, para que possa formar seus significados.

Ao dar ênfase à produção cognitiva do aluno, e à sua verbalização, estamos requerendo realçar o lado empírico das afirmações anteriores com relação ao fato de que: *todo conhecimento depende de um sujeito e de uma enunciação*[15]. Portanto, uma vez presente certa crença-afirmação, que tenha justificativa num CS compartilhado pelo interlocutor, pode passar a existir um diálogo formativo que direcione a constituição dos objetos matemáticos de igual modo. Entendemos pois, que um diálogo entre sujeitos é formativo quando os CS's relevantes estão sendo compartilhados por pessoas que são interlocutores.

[12] A *fala* pode ser informal ou formal (texto, enunciado, enunciação, linguagem estática ou dialética).
[13]Lembrando que: interlocutor, não necessariamente é uma pessoa, mas qualquer agente que propicie desenvolvimento cognitivo no sujeito, LINS (1994)
[14]Segundo LACAN (1991, p.11) a rede do que se chama **saber** é uma bateria de significantes.
[15]Melhores referências em LINS (1994)

E, através dos modos interativos desses exercícios de linguagem (como por exemplo: leitura crítica de enunciados, reflexões, enunciações, diálogos) é que reorganizamos nosso pensamento, a partir de constituições lingüístico-cognitivas[16].

A prática de sala de aula tem demonstrado (dentro de nossa pesquisa de campo) que a divisão da turma em pequenos grupos de alunos, para desenvolvimento de atividades conjuntas (como por exemplo: trabalho em resolução de problemas e investigações matemáticas) parece facilitar a enunciação e compartilhamento dos "conceitos, significados, técnicas e outros valores matemáticos" entre os alunos. Ao mesmo tempo, deixa transparecer mais ao professor a constituição dos significados e dos conhecimentos.

Alguns direcionamentos

Dentre as conclusões a que já chegamos, achamos importante destacar o seguinte:

- Como a produção de significados é cognitivamente dinâmica, devemos atentar para as mudanças e relações entre CS's. Cuidar dessa diversidade é ao menos um passo na intenção de se buscar estar dialogando com o aluno nos mesmos CS's, e de ser um interlocutor compreendido, ou de ter no aluno um interlocutor.
- As diversificações encontradas na função semântica da linguagem matemática em diferentes textos, juntamente com as diversidades de significados que então se pode constituir a partir deles, reforça a importância de dedicarmos uma maior atenção à enunciação na qual são produzidos os significados para o texto lido, isto é, os significados impostos pela demanda do interlocutor.
- Observamos que objetos da matemática, que estão ligados mais intrinsecamente aos objetos do cálculo, são concebidos em meio de diferentes demandas por parte dos alunos.
- A fala é uma construção social, cuja demanda provém de um interlocutor e carrega os significados através da linguagem. Portanto é primordial na aprendizagem dar maior importância à fala dos alunos se queremos analisar como e o quê estão aprendendo.
- As metodologias de ensino que se impõem como necessárias à aprendizagem, à observação da formação de significados matemáticos no início do 3º grau, devem privilegiar e preocupar-se com as atividades em grupos (socialização dos significados, diálogos e críticas), as diferentes interpretações de textos, narrativas, e outras, onde o papel central é a "exposição" do aluno, e não do professor.

Referências Bibliográficas:

ARTIGUE, M. *Ingéniere didactique à propos d'équations differentielles*, Proceedings of PME 11. Montréal, 1987.

AYER, A.J. The Problem of Knowledge. Canadá: Penguin Books, 1986.

BAKHTIN, M. Marxismo e Filosofia da Linguagem. 7.ed. Tradução por Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. São Paulo:Hucitec, (*Marksizm i filossófia iaziká)* 1995.

BALDINO, R.R.. & CABRAL Os Quatro Discursos de Lacan e a Educação Matemática. São Paulo: UNESP- Pós-Graduação de Educação Matemática.Versão de 1996 (mimeo).

BALDINO, CABRAL & BARBOSA. *A survey of Solidarity Assimilation Groups*. Canadá: Anais do 7th International Congress on Mathematical Education (ICME-7). Canadá, 1991.

BISHOP, A.J., MELLIN-OLSEN, S. & DORMOLEN, J. Mathematical Knowledge: its growth through teaching. London: Kluwer Academic Publishers, 1991.

BUYSSENS, E. Semiologia Comunicação & Linguística. São Paulo: Cultrix, 1974.

CABRAL,T.C.B. Vicissitudes da aprendizagem em um curso de Cálculo. Dissertação de Mestrado. São Paulo: UNESP-Rio Claro, 1883.

CHISHOLM, R.M. Theory of Knowledge. New Jersey: Prentice- Hall, 1989.

CORAGGIO, J.L. Desenvolvimento humano e educação. São Paulo: Cortez, 1996.

[16] **Constituição linguístico-cognitiva**: se efetiva na inter-relação da linguagem com os outros processos cognitivos. Melhores referências em *Pensamento e Linguagem* (1991), no artigo de MORATO & COUDRY: "Processos enunciativos-discursivos e patologia da linguagem: algumas questões lingüístico-cognitivas".

CORNU, B. Aprentissage de la notion de limite: conceptions et obstaculos. Tese de Doutorado. L'Universite Scientifique et Mdicale de Grenoble. Grenoble, 1983

FOUCAULT, M. A ordem do discurso.São Paulo: Edições Loyola, 1996.

FREITAS, L.C. *Crítica da organização do trabalho pedagógico e da didática.* Campinas (SP): Papirus, 1995.

GADOTTI,M. Concepção Dialética da Educação. São Paulo: Cortez, 1995.

GADOTTI,M.,FREIRE, P., GUIMARÃES,S. Pedagogia: diálogo e conflito. São Paulo: Cortez, 1995.

GOODMAN, N. Of Mind and Other Matters. Cambridge: Havard University Press, 1984.

GOODMAN & ELGIN. Reconceptions in Philosophy and other arts and sciences. London: British Library, 1988.

LACAN, J. O Seminário, Livro 17. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1992.

LEONTIEV, A. O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LINS,R.C. A framework for understanding what algebraic thinking is. PhD Thesis. Inglaterra: University of Nottingham, 1992.

_______ *O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico.* Revista Dynamis. Blumenau: FURB. v.1, nº 7, 1994.

_______ *Struggling for survival: the Production of Meaning.* Anais do BSRLM Meeting . Sheffield, 1996.

_______ The production of meaning for Algebra: a perspective based on a Theorical Model of Semantic Fields. São Paulo, !997, mimeo.

LOPES, L. P. M. *Linguagem, Interação e Formação do Professor.* Anais da 47º Reunião Anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC). Maranhão, 1995.

PICHON-RIVIÈRE, E. O Processo Grupal. São Paulo: Martins Fontes, 5º ed., 1994.

PINTO, A.V. Ciência e existência. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1969.

REZENDE, W.M. Uma Análise Histórica-Epistêmica da Operação de Limite. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: USU, 1994.

SIERPINSKA, A. *Humanities students and Epistemological Obstacles related to Limits.* Educational Studies in Mathematics 18, 1987.

TALL, D. Advanced Mathematical Thinking. London: kluwer Academic Publishers, 1991.

_______ Mathematical Intuition, with Special Reference to Limiting Processes, 1980, mímeo.

VERÓN, E. A produção de sentido. São Paulo: Cultrix, 1980.

VYGOTSKY, S.L. A Formação social da mente. São Paulo: Martins Fonte, 1984.

_______ Cadernos Cedes 24. São Paulo:Papirus. *Pensamento e Linguagem,* 1991.

VYGOTSKY, LURIA, LEONTIEV. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem. São Paulo: Ícone, 1992.

WERTSCH, J.V. Vygotsky y la formación social de la mente. Barcelona: Ediciones Paidós, 1988.

ETNOCONHECIMENTO NO COTIDIANO KAINGÁNG: UM ESTUDO ETNOMATEMÁTICO

PÓS-GRADUANDO: CHATEAUBRIAND NUNES AMANCIO
ORIENTADOR: PROF. DR. UBIRATAN D'AMBROSIO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
UNESP/Rio Claro

INTRODUÇÃO

KAINGÁNG: aspectos históricos e foco da pesquisa.

Pesquisas arqueológicas registram que a mais antiga ocupação humana no Sul do Brasil deve ter ocorrido entre 8670 e 5970 A.P.. Os arqueólogos denominaram de "cultura alto-paranaense" a esses grupos que eram coletores-caçadores e não praticavam a agricultura, nem confeccionavam objetos de cerâmica. Viveram ao longo das barrancas do alto Rio Uruguai, atual divisa dos estados de Santa Catarina e Rio Grande do Sul, deixando marcas características que relacionadas com achados arqueológicos da região de Misiones, Argentina, mostram que são marcas dos grupos Jê, Kaingáng e Xokleng. [17]

> *A denominação Kaingáng aparece na documentação bibliográfica apenas a partir de 1882, inicialmente em trabalhos de Telêmaco Borba e do capuchinho Frei Luiz de Cimitile (cf. TAUNAY, 1888:256; BALDUS [1937] 1979:8). Antes disso, aproximadamente a partir de meados do século XIX havia se generalizado a denominação de "Coroados", que comparece em autores que se referem a grupos Kaingáng de diferentes lugares, seja no centro do Paraná (BIGG-WITHER 1878), seja na província argentina de Misiones (AMBROSETTI 1894), seja ainda no nordeste do Rio Grande do Sul (MABILDE 1897), por exemplo.* (VEIGA, 1994, p. 24)

Em novembro de 1994, o Banco de Dados do Programa Povos Indígenas no Brasil - Centro Ecumênico de Documentação Indígena (CEDI) e Instituto Socio-ambiental (ISA), apontava uma população Kaingáng com algo mais de 20 mil índios. Só era superada pelos Guarani, com cerca de 30 mil índios.

Atualmente, os índios Kaingáng se encontram nos Estados de São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul, sendo que as comunidades que focalizaremos em nossa pesquisa se encontram na região da bacia do rio Tibagi, Estado do Paraná, onde encontram-se cerca de 2000 Kaingáng, que ocupam sete áreas: São Jerônimo e Barão de Antonina (situadas no município de São Jerônimo da Serra), Apucaraninha (situada no município de Londrina), Queimada e Mocóca (situadas no município de Ortigueira), Laranjinha (situada no município de Santa Amélia), Pinhalzinho (situada no município de Tomazina), sendo que nestas duas últimas áreas podemos encontrar apenas algumas famílias Kaingáng, predominando a etnia Guarani.

No ano de 1995 a população escolar era de 547 crianças, e estas áreas contavam com 9 escolas do Estado, sendo que duas na área de Apucaraninha.[18] Nestas escolas, as crianças são alfabetizadas e cumprem o currículo básico do pré à 4ª série do 1º Grau.

Essencialmente, a pesquisa que pretendemos realizar é um estudo do conhecimento e das conceituações encontradas no cotidiano de comunidades Kaingáng, no que se refere a matemática. Assim, escolhemos dois aspectos da vida Kaingáng: a organização social e a pesca na armadilha chamada pari.

A organização social dualista dos Kaingáng, tem papel fundamental na formação de seus indivíduos, com implicações na estrutura cognitiva construída por eles.

---

[17] apud VEIGA, Juracilda. ***Organização Social e Cosmovisão Kaingáng: uma introdução ao parentesco, casamento e nominação em uma sociedade Jê Meridional.*** Campinas, 1994. Dissertação (Mestrado em Antropologia Social) - IFCH-UNICAMP. p. 20-21

[18] Secretaria do Estado da Educação. Departamento de Ensino de 1º Grau. Núcleo de Educação Indígena do Paraná-NEI/Pr.

Os Kaingáng se dividem em metades clânicas, chamadas de *Kamé* e *Kairu*. Cada metade se divide em duas seções: na metade *Kamé*, as seções *Kamé* e *Wonhétky*; na metade *Kairu*, as seções *Kairu e Votor*. A partir dessa divisão, os Kaingáng classificam seres e objetos do mundo natural, conforme a aparência que estes tenham para eles: *se são redondos (proporcionalmente semelhantes nas suas dimensões de altura e largura) são classificados como rôr (Kairu) e se são compridos (desproporcionais nas dimensões de altura e largura) são téi (Kamé).* (VEIGA, 1994, p.60)

Se, em relação as características, as metades se opõem, em relação a aliança matrimonial, se complementam, pois são metades exogâmicas. Além disso, *os filhos, de ambos os sexos, pertencem à metade e seção de seu pai. esse procedimento contínuo através das gerações estabelece o caráter patrilinear da sociedade Kaingáng.* (idem, p. 59) A metade a que pertence também define o nome que a pessoa terá, escolhido entre um rol de nomes que relacionam características particulares das duas metades.

No que se refere ao processo de aprendizagem de novos conhecimentos, a organização social tem importância no sentido de que eles partem de estratégias e estruturas cognitivas antigas, baseadas na dualidade, na complementariedade, que são os *pontos básicos de ancoragem dos quais derivam outros significados.*[19]

Além disso,

> *nas sociedades regidas por princípios de reciprocidade, como as sociedades indígenas de que estamos a tratar, "dar" e "ganhar", por exemplo, não implicam, necessariamente, em ficar com "menos" e "mais", respectivamente. Como nos mostra Lévi-Strauss (1.982:94), a transmissão de bens entre essas sociedades não é regida por vantagens essencialmente econômicas e, muitas vezes, das trocas não se retira qualquer benefício material verdadeiro. "Dar", nessas sociedades, não significa "ficar com menos"; pode, ao contrário, ser equivalente a "receber" ou "ganhar", já que coloca o receptor do bem transmitido em posição de devedor, obrigado a retribuir e, portanto, a "dar" de volta o que recebeu.*[20]

Neste sentido, a relação entre a língua Kaingáng e os processos de troca, de contagem, de medida, de classificação, de ordenação e de inferência utilizados por eles no cotidiano, nos revelam muitos aspectos que deverão ser explorados pela pesquisa. Atualmente, comparando com registros antigos, já podemos encontrar transformações lingüísticas sofridas no que é ensinado pelos monitores bilingües nas escolas das aldeias. Digo sofridas, pois muitas delas foram introduzidas por lingüistas e missionários preocupados em fazer adaptações, ou sem a devida aproximação e análise dos aspectos culturais, trazendo com isto reflexos no desempenho escolar das crianças Kaingáng.

Para observarmos o Kaingáng aplicando seus etnoconhecimentos, abordaremos uma forma tradicional de pesca feita com uma armadilha denominada pari, que é constituída com pedras soltas arrumadas em forma de ângulo obtuso, formando uma parede nos lugares das corredeiras menos fundas do rio, afim de conduzir os peixes a um artefato de taquara ou madeira, no qual ficam aprisionados. Referências a este tipo de armadilha podem ser encontradas a partir do século XVIII, em relatos de viajantes, religiosos, integrantes de expedições militares, encarregados de aldeamentos indígenas e cronistas da época. Pesquisas recentes no Posto Indígena do Apucaraninha, Paraná, encontraram duas barragens de pedra no rio Apucaraninha e três no rio Apucarana, os dois são afluentes do rio Tibagi, no qual também encontraram sinais de antigos paris. [21]

ETNOMATEMÁTICA: teoria e prática

O conceito de etnociência já era utilizado pela Antropologia desde o final do século passado:

> *A partir da afirmação de Mauss e Durkheim (1955-[1903]), de que diferentes povos fazem uso de distintos princípios classificatórios na ordenação*

---

[19] apud BOCK, A.M.B.; FURTADO, O.; TEIXEIRA, M. L. T. . A Psicologia da Aprendizagem. In: ***Psicologias: uma introdução ao estudo de Psicologia.*** 3. ed. São Paulo: Ed. Saraiva, 1989. p. 87-98

[20] FERREIRA, Mariana Kawall Leal. ***Com Quantos Paus se Faz uma Canoa: a matemática na vida cotidiana e na experiência escolar indígena.*** Brasília, MEC,1994. p. 35.

[21] NOELLI, Francisco Silva; MOTA, Lúcio Tadeu; SILVA, Fabíola Andréa. Pari: Armadilha de Pesca no Sul do Brasil e a Arqueologia. In: ***Coleção Arqueologia***, Porto Alegre, EDIPUCRS, nº 1, v. 2, 1995-96. p. 435-446

do universo, a questão das etnoclassificações passou a ser tema amplamente discutido pela Antropologia Cognitiva. Este campo da Antropologia se dedicou, de forma sistemática a partir dos anos 50, a estudos interdisciplinares entre a Antropologia e as mais distintas disciplinas, como a Lingüística, a Psicologia e a Biologia (Tyler 1969). A própria Psicologia Cognitiva dedicou-se a estudar as maneiras como os indivíduos pensam, tomando como base, entre outras coisas, a natureza da cultura, o mundo social e suas relações com a cognição. (FERREIRA, 1994, p. 45)

Foi o professor D'Ambrosio quem utilizou pela primeira vez a expressão *Etnomatemática* . Exatamente por se constituir em uma nova vertente de pensamento no campo da Educação Matemática, tem sido usada de uma forma ampla pelos pesquisadores diretamente envolvidos com a temática. (Gelsa Knijnik, 1993)

*"Obviamente, cada contexto cultural e socio cultural (isto é, cada **etno**, usando a raiz grega etno com seu sentido mais amplo, que é cultura) dá origem, estimula diferentes modos, maneiras, técnicas (isto é, diferentes **ticas**, usando uma corruptela da raiz grega **techené**) de explicar, de entender, de compreender, de manejar e de lidar com esse entorno natural e socio cultural (isto é, **matema** agora usando, num sentido um tanto abusivo, a raiz grega **matemata**, cujo significado é explicar, entender, conhecer). Assim, estamos focalizando nossa atenção na geração de uma forma de conhecimento que vai permitir a um indivíduo reconhecer formas, figuras, propriedades das figuras, quantificar grupamentos (conjuntos) de objetos, pessoas, animais, árvores, relacionar os elementos desses conjuntos, ordená-los, classificá-los e assim poder tratar de situações, criar modelos que permitam definir estratégias de ação. E, conseqüentemente explicar, entender, conviver com sua realidade. As situações, os problemas, as ações requeridas são obviamente parte de um contexto natural, social e cultural. A esse conhecimento chamamos Etnomatemática."*[22]

Segundo D'Ambrosio (1990:7), essa concepção se aproxima de uma teoria da cognição, e conclui :

Sintetizando, poderíamos dizer que etnomatemática é um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre os três processos. Portanto, o enfoque é fundamentalmente holístico.

Outros pesquisadores se aproximam do programa proposto por D'Ambrosio, entre eles Claudia Zaslavsky (1973) - *socio-matemática*, Paulus Gerdes (1985 e 1988) - *matemática não-estandardizada, matemática escondida ou congelada*, Gelsa Knijnik (1993) - *matemática popular.*

O trabalho do professor Eduardo Sebastiani Ferreira (1989), merece destaque em nossa pesquisa, pois foi um dos pioneiros nos trabalhos de campo, realizando e orientando pesquisas em favelas da região de Campinas e em comunidades indígenas do alto Xingu e do Amazonas.

JUSTIFICATIVA

De acordo com as Diretrizes para a Política de Educação Escolar Indígena, item 4 - Normas e Diretrizes, uma ação educacional efetiva em relação a educação escolar indígena requer *não apenas uma intensa experiência em desenvolvimento curricular, mas também métodos de investigação e pesquisa para compreender as práticas culturais do grupo.* Para isto é necessário a formação de uma equipe multidisciplinar, constituída de antropólogos, lingüistas, educadores, entre outros, afim de garantir o alcance dos objetivos da escola indígena, que é *a conquista da autonomia sócio-econômico-cultural de cada povo, contextualizada na recuperação de sua memória histórica, na reafirmação de sua identidade étnica, no estudo e valorização da própria língua e da própria ciência - sintetizada em seus etnoconhecimentos, bem como no acesso às informações e aos conhecimentos técnicos e científicos da sociedade majoritária e das demais sociedades, indígenas e não-indígenas.* [23]

---

[22] D'AMBROSIO, Ubiratan. A Etnomatemática no Processo de Construção de uma Escola Indígena. ***Em Aberto.*** Brasília, ano 14, nº 63, jul./set. 1.994, p. 92-99.

[23] MEC/SEF/DPEF. ***Diretrizes para a Política Nacional de Educação Escolar Indígena.*** Elaborado pelo Comitê de Educação Escolar Indígena. 2ª Ed. Cadernos Educação Básica. Série Institucional. Vol. 2. Brasília. 1.994

Assim, a escola indígena deve ser especifica e diferenciada, intercultural e bilíngüe, cabendo ao Estado a responsabilidade de garantir às comunidades indígenas uma educação escolar indígena efetiva, envolvendo todos os agentes necessários para a execução das diretrizes, dividindo esta tarefa com os governos estaduais e municipais, com a supervisão e apoio do MEC, da FUNAI e das Universidades locais.

Nestas Diretrizes podemos encontrar o item 4.3 que norteia a formação de recursos humanos, onde:

> *A formação de professores índios e a formação de quadros não-índios em nível local (nas Secretarias de Estado, nas administrações regionais da FUNAI e delegacias do MEC, nas Prefeituras etc.) é tarefa urgente e indispensável.*
>
> *O papel das Universidades, articuladas com as secretarias de educação e entidades de apoio e também com as associações de professores indígenas, as organizações indígenas e as próprias comunidades, é fundamental para o enfrentamento e encaminhamento dessas questões, na medida em que é imprescindível:*
>
> *(...)*
>
> *- a formação e capacitação de assessores/professores (formadores) especializados envolvidos - nas Universidades e entidades de apoio - em projetos de Educação escolar indígena, para atuarem em parceria com os professores/pesquisadores/alfabetizadores indígenas no processo de criação da progressiva autonomia indígena em relação à sua educação escolarizada; (...)*[24]

A pesquisa está inserida sob o ponto de vista teórico, nas áreas de Educação Matemática, Antropologia e História, e foi estruturada com a perspectiva de buscar contribuir na problematização e discussão de temas relacionados à cultura indígena, sua dinâmica e suas dificuldades em manter-se no contexto escolar das aldeias Kaingáng, em particular no que se refere a matemática, e suas implicações metodológicas.

A pesquisa é inédita e pioneira em relação ao estudo da Etnomatemática da sociedade Kaingáng, e, com estas características, entendemos que poderá ser de grande importância para subsidiar futuras pesquisas etnográficas, e que poderemos contribuir para o aprofundamento, elaboração e contínua (re)construção do que tem sido nomeado como *Etnomatemática*, uma vez que D'Ambrosio (1992b) nos coloca que a própria definição de *Etnomatemática* está sendo construída através das investigações empíricas e teorizações que diferentes pesquisadores envolvidos com esta temática estão realizando.

OBJETIVOS

A pesquisa tem como objetivos:

a) Levantar o conhecimento etnomatemático dos Kaingáng à época da conquista, através de fontes históricas;

b) Levantar os sistemas atuais de etnoconhecimentos utilizados no cotidiano dos Kaingáng da bacia do rio Tibagi, assim como as diferentes formas de socialização desses conhecimentos às crianças indígenas;

c) Promover retorno dos resultados da pesquisa às comunidades estudadas com a finalidade de subsidiar a implantação do ensino de matemática nas escolas indígenas a partir da realidade histórica e cultural da sociedade Kaingáng.

PLANO DE TRABALHO

O trabalho se fundamentará na pesquisa bibliográfica e documental, através de relatos antigos de cronistas, relatórios e depoimentos de diretores de aldeamentos e missionários, pesquisas antropológicas e outras fontes acadêmicas.

Por outro lado se fundamentará em pesquisa de campo envolvendo procedimentos e métodos que busquem compatibilizar técnicas etnográficas, tais como observação participante, diário de campo, entrevistas, história de vida e depoimentos pessoais, procurando cumprir as etapas apontadas pelo professor Sebastiani, (1994), as quais segundo ele, são *alguns passos que*

[24] idem

configuram pesquisas já feitas. São etapas não rígidas. São um recurso didático para a pesquisa, para aquele 'mergulho permanente' na cultura.

O primeiro passo diz respeito a realidade cultural com a qual estamos dispostos a trabalhar. Neste sentido, o andamento da pesquisa dependerá do bom relacionamento entre pesquisador e pesquisados.[25]

O segundo passo seria a etnografia. *Trata-se de buscarmos as maneiras com as quais uma população pensa seus costumes, pensa seus hábitos, etc. Constrói cultura.*

Como terceiro passo, o professor nos coloca a necessidade da construção de um *'mapa' lógico da reflexividade das pessoas.* Seria a etnologia, momento no qual faremos o aprofundamento à compreensão da cultura em seus aspectos cognitivos e simbólicos, assim como da cosmologia da sociedade Kaingáng.

Os dois últimos passos seriam a análise e interpretação do material levantado e elaboração de modelo explicativo.

> *Modelo ou hipótese explicativa: aqui, trata-se uma primeira explicação dos problemas e dos questionamentos levantados pela observação da realidade. Essa primeira explicação (ou modelização) é elaborada pelo raciocínio conjunto de pesquisador e pesquisados. Aqui, a Matemática entra como ferramenta acadêmica, capaz de modelar.*
>
> *Técnicas, estratégias ou procedimentos didáticos elaboram uma solução, ou vários encaminhamentos ou a não-solução da problematização: essa ou essas soluções retroagem sobre as fases anteriores. Validam o processo, avaliam a si mesmas.*[26]

Outros pesquisadores de etnociências também servirão como exemplos em nossa pesquisa. É o caso, por exemplo, do trabalho realizado por Darrell A. Posey, (1987), em etnobiologia. Ele nos coloca cinco regras fundamentais para pessoas interessadas em realizar pesquisas como a nossa, as quais podemos adaptar da seguinte forma:

1) investigar levando-se em conta que em todas as culturas, na busca de entendimento, acaba-se tendo a necessidade de quantificar, comparar, classificar, medir, o que faz surgir a matemática;

2) tratar os informantes da mesma forma que tratamos nossos especialistas, uma vez que nas suas culturas são tidos como peritos;

3) não mesnoprezar os informantes, pois possuem conhecimentos muitas vezes ignorados pela nossa ciência;

4) deixar que os informantes sejam os guias, isto pode nos ajudar muito no desenvolvimento da pesquisa de campo;

5) não eliminar dados que, superficialmente, possam parecer absurdos para nós, pois podem conter relações valiosas, as quais poderão subsidiar pesquisas futuras.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

AMBROSETTI, Juan B.. Los índios Kaingangues de San Pedro (Misiones), con un vocabulário. ***Revista del Jardin Zoológico de Buenos Ayres.*** Bueno Aires, (II), entr. 10, 11 e 12: 305-387. 1894.

BELLO, Samuel Edmundo Lopez. ***Um Estudo Etnomatemático com os Índios Guarani-Kaiova do Mato Grosso do Sul.*** Curitiba, 1995. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná.

BIGG-WITHER, Thomas P.. ***Novo Caminho no Brasil Meridional: a Provincia do Paraná - três anos em suas florestas e campos: 1872/1875.*** Rio de Janeiro/Curitiba. José Olympio/Universidade Federal do Paraná, 1974.

---

[25]É pelo fato de ser casado com uma mulher Kaingáng, com pais morando na reserva de Barão de Antonina, e, inclusive com tios monitores bilingües, considero a minha condição previlegiada

[26] SEBASTIANI, Eduardo. O Uso da História no Ensino da Matemática: Uma Abordagem Transdisciplinar. In: NOGUEIRA, Adriano (org.) ***Contribuições da Interdisciplinaridade- para a Ciência, para a Educação, para o trabalho sindical.*** Petrópolis. Ed. Vozes, 1994, p. 77-87

BORBA, Marcelo. ***Um Estudo de Etnomatemática: Sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o "Núcleo-Escola" da Favela da Vila Nogueira-São Quirino.*** Rio Claro, 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNESP.

___. ***Etnomathematics and Education.*** For tlhe Learning of Mathematics, Montreal, v. 10, n.1, p. 39-43, 1990.

___. ***Teaching Mathematics: Ethnomathematics, the Voice of Sociocultural Groups.*** The Clearing House, v. 65, n. 3, p. 134-135, 1992.

BORBA, Telêmaco. ***Actualidade Indigena.*** Impressora Paranaense, 1908.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. ***Etnomatemática.*** São Paulo. Ática, 1990.

___. ***Reflections on Ethnomathematics.*** ISGEm Newsletter, Alburquerque. v. 3, n. 1, p. 3-5, Sept. 1987.

___. ***Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics.*** In: HARRIS, Mary (Ed) *Schools, Mathematics and Work.* Hampshire: The Falmer Press, 1991.

EZPELETA, Justa, ROCKWELL, Elsie. ***Pesquisa Participante.*** São Paulo: Cortez, 1989.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. ***Por uma teoria da Etnomatemática.*** BOLEMA, Rio Claro, n. 7, p. 30-35, 1991.

___. ***The planning of a teaching model in Ethnomathematics.*** Campinas: UNICAMP, 1987.

FERREIRA, Mariana Kawall Leal. ***Da origem dos homens à conquista da escrita: um estudo sobre povos indígenas e educação escolar no Brasil.*** São Paulo, 1992. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Antropologia, Universidade de São Paulo.

___. ***Com Quantos Paus se Faz uma Canoa! A matemática na vida cotidiana e na experiência escolar indígena.*** Brasília: MEC, 1994.

GERDES, Paulus. ***Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico.*** Dresden: Instituto Superior Pedagógico "Karl F.W.Wander", 1987. Tese (Doutorado em Filosofia).

KNIJNIK, Gelsa. ***Experiência de ensino: abordagem etnomatemática.*** In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2., 1988, Maringá. *Livro de Resumo.* Maringá: Departamento de Matemática e Estatística, 1988. p. 21.

___. ***Uma prática de aprendizagem-ensino vista sob a ótica da Etnomatemática.*** Porto Alegre: Instituto de Matemática, 1991. Trabalho apresentado no VI Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, Porto Alegre, dezembro de 1991. Texto digitado.

MABILDE, Pierre F. B.. ***Apontamentos sobre os indígenas selvagens da nação Coroados que habitam os sertões do Rio Grande do Sul.*** Annuario do Estado do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, ano XIII: 145-167. 1897.

___. ***Apontamentos sobre os indígenas selvagens da nação Coroados que habitam os sertões do Rio Grande do Sul (conclusão).*** Annuario do Estado do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, ano XV: 125-151. 1899.

___. ***Apontamentos sobre os indígenas selvagens da nação Coroados dos matos da Província do Rio Grande do Sul.*** São Paulo/Brasília. Ibrasa/INL/ Fundação Pró-Memória. 1983.

MACHADO, Nilson José. ***Matemática e Língua Materna: Análise de uma empregnação mútua.*** 3ª ed. São Paulo. Ed. Cortez, 1990.

MOTA, Lucio Tadeu. ***As guerras dos Índios Kaingang - A história épica dos índios Kaingang no Paraná (1769-1924).*** Maringá. Ed. Universidade Estadual de Maringá, 1994.

MOUTINHO, Mário Canova. ***Introdução à Etnologia.*** Lisboa. Imprensa Universitária nº 17. Editorial Estampa, 1980.

NOBRE, Sergio Roberto. ***The Ethomathematics of the Most Popular Lottery in Brazil: the "Anima Lottery".*** Mathematics, Education and Society. Paris: UNESCO, 1989. p. 175-177. (Document Series 35).

OLIVEIRA, Maria Conceição de. ***Os Curadores Kaingáng e a Recriação de suas Práticas: estudos de casos na aldeia Xapecó (oeste de S.C.).*** Florianópolis, 1996. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina.

TOMMASINO, Kimiye. ***A História dos Kaingáng da Bacia do Tibagi: uma sociedade Jê meridional em movimento.*** São Paulo, 1995. Tese (Doutorado). Departamento de Antropologia, Universidade de São Paulo.

___ . Diretrizes para a política de educação escolar indígena no Paraná: algumas considerações preliminares. In: D'ANGELIS, Wilmar; VEIGA, Juracilda. (coords.) ***Leitura e Escrita em Escolas Indígenas: domesticação X autonomia.*** Campinas: UNICAMP, 1995.

RIBEIRO, Berta G. (coord.). ***Suma Etnológica Brasileira.*** 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1987. V2: ***Tecnologia Indígena.***

RIBEIRO, Darcy (coord.). ***Suma Etnológica Brasileira.*** 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1987. V3: ***Arte Índia.***

SILVA, Aracy L. da; GRUPIONI, Luís D. B. (orgs.). ***A Temática Indígena na Escola: Novos subsídios para professores de 1º e 2º Graus.*** MARI/MEC/UNISCO. Brasília, 1995.

VALFLORIANA, Mansueto Barcatta de. Ensaio de Grammatica Kainjgang. ***Revista do Museu Paulista***, São Paulo, Tomo X, Typ. do "Diário Oficial", p. 544-546, 1918.

VEIGA, Juracilda. ***Organização Social e Cosmovisão Kaingang: uma introdução ao parentesco, casamento e nominação em uma sociedade Jê Meridional.*** Campinas, 1994. Dissertação (Mestrado em Antropologia Social) - IFCH-UNICAMP.

WIESEMANN, Ursula. ***Dicionário Kaingang-Português, Português-Kaingang.*** Brasília: Summer Institute of Linguistics, 1981.

A INTEGRAÇÃO DO LOGO AO CURRÍCULO E ÀS ATIVIDADES DE SALA DE AULA DE MATEMÁTICA DA 6ª SÉRIE DO 1º GRAU

Autora: Alda de Cássia Zanin
Orientador: Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba
Instituição de origem: UNESP-RIO CLARO

Introdução

A consciência da necessidade de incorporar as tecnologias informáticas no cotidiano da sala de aula gera expectativas a respeito da função dos computadores na escola. Diferentes propostas contemplam diferentes crenças e valores que variam de acordo com as concepções pedagógicas que norteiam a implementação deste recurso didático nas atividades educacionais. Além disso, esbarram na estrutura do sistema educacional, na falta de uma formação profissional qualificada e, ainda nas restrições ligadas às condições de trabalho do professor.

Pesquisadores da Educação Matemática têm se preocupado com os problemas relacionados com o ensino e aprendizagem da Matemática na escola e muitas pesquisas apontam o computador como um instrumento auxiliar que oferece uma gama de possibilidades para a implementação qualitativa dos meios de aprendizagem escolar. A utilização dos computadores na educação implica a adoção de um software de qualidade. A criação de softwares para o ensino e, especificamente para o ensino da Matemática, vai se impondo e penetrando no sistema didático. Segundo CARRAHER (1992, p.27), *"via de regra, um software não funciona automaticamente como estímulo à aprendizagem. O sucesso de um software em promover a aprendizagem depende de sua integração ao currículo e às atividades da sala de aula".* Portanto, ao optar pelo uso de tecnologias informáticas na educação, deve-se considerar uma abordagem teórica que leve em consideração a ação do sujeito, a interação sujeito-ambiente, atuação de mediadores e processos de mediação, bem como a importância do conhecimento e de sistemas de representação, motivação e conteúdos da aprendizagem.

Enquanto professora, desde 1991 tenho investido em experiências que me permitissem compreender as etapas dos processos de construção dos conhecimentos matemáticos pelos alunos, utilizando computadores. Em conseqüência de uma formação continuada, fui me inteirando sobre a filosofia LOGO, cujas bases teóricas se fundamentam no construtivismo de JEAN PIAGET (1896-1980) e nos trabalhos de um grupo de pesquisadores do Instituto de Tecnologia de Massachussetts (MIT), entre eles, SEYMOUR PAPERT. Mais que uma linguagem de programação, o LOGO é uma concepção de ensino que se apresenta como modelo para a construção de um processo essencialmente social, consistindo um novo e ambicioso direcionamento das aspirações educacionais. Entretanto, minhas experiências com o LOGO, primeiramente em atividades extra-classe e posteriormente em sala de aula, não me forneciam subsídios para argumentar sobre a viabilidade e eficiência de seu uso. Admiti a necessidade de um aprofundamento teórico e de um trabalho sistemático de investigação que contemplassem minhas expectativas com relação ao uso do LOGO no ensino e aprendizagem da Matemática, pois uma vasta bibliografia apontava horizontes prósperos e até revolucionários com o uso deste recurso didático (p.e. PAPERT, 1985 e 1994, VALENTE, 1993, MISKULIN, 1994), que não se confirmava na minha prática docente.

Assim, a origem do problema da minha pesquisa está relacionada com a falta de consistência entre resultados de diferentes pesquisas e o que era observado na minha sala de aula usando o LOGO.

Quadro teórico

O quadro teórico foi tecido no decorrer da pesquisa e serviu de base para a compreensão dos fenômenos de interesse e para a interpretação dos dados obtidos. São apresentadas diferentes modalidades de utilização do computador na prática educativa para desenvolver o pensamento dos alunos através da interação destes com as condições do ambiente onde podem agir, pontuando algumas vantagens e desvantagens.

Explicitei minhas concepções sobre a educação e o ato de ensinar, evidenciando as crenças e valores que definem minha prática educativa. Considerei o computador como um instrumento precioso que pode contribuir na aprendizagem de conceitos matemáticos favorecendo as experiências físico e lógico-matemáticas dos alunos. Construí um referencial teórico sobre ensino e aprendizagem, fundamentando-me nos trabalhos da Profª. Dra. DAIR A. F. CAMARGO (1984a, 1984b, 1984c e 1995), cujos princípios advêm das teorias de J. PIAGET. Procedi a uma revisão da literatura, visando justificar a importância dos conteúdos curriculares (LIBÂNEO, 1986 e RIOS, 1992) e o uso dos computadores na sala de aula, considerando diferentes pontos de vista de alguns pesquisadores da área (ALMEIDA, 1988, ARTIGUE et al., 1994, BORBA, 1994a e 1994b, CASTRO, 1988, CYSNEIROS, 1990, GATTI, 1988, 1992 e 1993, HORGAN, 1993, HOYLES, 1986, HOYLES & SUTHERLAND, 1989, HOYLES & NOSS, 1992, NOSS & HOYLES, 1996, PEA & KURLAND, 1984, SUTHERLAND, 1993a e 1993b). Finalmente, citei algumas pesquisas destacando diferentes tipos de investigações realizadas sobre a utilização do LOGO na aprendizagem matemática, bem como os diferentes resultados obtidos, tentando assim justificar minha própria conduta investigativa (p.e. GONÇALEZ, 1996, MOREIRA DA SILVA, 1990, MORGADO, 1997, NEVES, 1988, SIDERICOUDES, 1996).

Pergunta e Metodologia da pesquisa

A minha problemática de investigação se referia ao contexto da sala de aula. Então, minha pesquisa assumiu as características de uma pesquisa em ensino (MOREIRA, 1988), possibilitando uma reflexão crítica a respeito da prática docente de modo sistemático e intencional. As características deste tipo de pesquisa refletem princípios de ordem epistemológica que se referem à natureza da realidade e do processo de conhecimento. Na condição de professora-pesquisadora, me envolvi no cotidiano da instituição e, através da observação participante, transitei entre a teoria e a prática, interpretando os fenômenos de interesse segundo minha bagagem teórico-conceitual que construí ao longo do meu percurso enquanto professora e, depois, enquanto professora-pesquisadora. A influência das crenças, percepções, sentimentos e valores da pesquisadora é inerente ao processo de investigação.

Há que se considerar também a influência do grupo de pesquisa integrado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP-Rio Claro/SP, denominado *Informática, outras mídias e Educação Matemática*, constituído por pesquisadores[27] da área, com relação ao processo do "fazer" e do "pensar" a pesquisa, ou seja, promover a interação entre o domínio conceitual e o domínio metodológico da mesma.

Meu trabalho de pesquisa foi concebido para analisar a utilização da linguagem LOGO integrado às atividades de ensino que abordassem conteúdos programáticos de Matemática. Nestes termos, a unidade de estudo se constituiu em uma turma de 6ª série do 1º grau de um Colégio da rede particular de ensino, localizado numa cidade da região de Campinas/SP. Trata-se de uma escola confessional que atua no setor educacional da região desde 1881.

Embora as pesquisas de natureza qualitativa admitam grande variabilidade interna, o estudo já foi iniciado com um propósito em mente, ou seja, responder a seguinte questão: ***Quais as possibilidades de uma seqüência didática, que aborde os conteúdos programáticos de Matemática da 6ª série do 1º grau, usando o LOGO na sala de aula?*** Para respondê-la, optei por recolher informações através de um procedimento comum para a pesquisa e para o processo de ensino: **a observação participante e a análise documental.**

Este trabalho de pesquisa desenvolveu-se no horário normal de aula, no período da manhã, no ano letivo de 1996. A turma observada era composta por 24 alunos, sendo 13 do sexo feminino e 11 do sexo masculino, na faixa etária de 11 a 13 anos, com diferentes níveis sociais, culturais e políticos. Em sua maioria são filhos de funcionários e/ou de professores da Instituição de Ensino que mantém o Colégio.

Após a definição da jornada de trabalho no Colégio, no ano letivo em que se deu o estudo aqui relatado, a professora, no caso, a própria pesquisadora, juntamente com os outros professores de Matemática do mesmo Colégio, passou a planejar o conteúdo programático a ser desenvolvido ao longo do ano letivo de 1996, com base na Proposta Curricular para o Ensino de Matemática - 1º Grau da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas- São Paulo, 1991).

O planejamento das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, bem como as articulações com a equipe diretiva, pedagógica e demais professores de Matemática da escola

[27] Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba (coordenador), Profª Miriam Godoy Penteado Silva, Profª Mônica Ester Villarreal, Profª Telma Aparecida de Souza, Prof. Fábio Corrêa Dutra e Profª Maria Deusa Ferreira da Silva.

começaram a ser preparadas no mês de janeiro do mesmo ano letivo da investigação. Os conteúdos programáticos da 6ª série foram organizados em torno dos três eixos: números, medidas e geometria, divididos em quatro blocos, com a previsão de que cada bloco fosse desenvolvido em cada um dos quatro bimestres escolares. A pesquisadora, enquanto professora, decidiu por iniciar o trabalho com o estudo do conjunto dos números inteiros, depois abordar o conjunto dos números racionais. Para o 3º bimestre, planejou a introdução à álgebra e para o último bimestre ficaram os assuntos relacionados com a geometria. Esta divisão foi elaborada, considerando que a utilização de variáveis na programação em LOGO constitui-se num fator essencial para a generalização e abstração associada à geometria euclidiana e aos conjuntos numéricos. Assim, entendeu-se que seria oportuno trabalhar o conteúdo referente à geometria após o suposto domínio dos números inteiros e racionais e das variáveis. Esta divisão somente foi estabelecida por questões organizacionais, uma vez que no trabalho com o LOGO, no nível dos alunos participantes em termos de habilidades nessa linguagem de programação, predominam as telas gráficas e, assim, a geometria está relacionada praticamente com todos os tópicos a serem estudados.

Já no início do ano foram elaboradas duas apostilas: uma sobre os números inteiros e outra sobre os números racionais e no mês de julho, a apostila sobre álgebra. Estas apostilas se constituíram em material de apoio didático, propondo atividades para as tarefas diárias a serem desenvolvidas tanto em sala de aula como extra-classe, atendendo assim a exigência cultural de que o ambiente tradicional em papel/lápis é o ambiente natural e normal do funcionamento matemático, cuja crença é alimentada pela maioria da clientela que usufrui os serviços prestados pelo Colégio.

O desenvolvimento das atividades de ensino foram aplicadas em dois ambientes físicos distintos, ou seja, na sala ambiente de Matemática e no Laboratório de Informática. Por *atividade de ensino* foram consideradas as atividades propostas pela professora com a intenção de promover a aprendizagem através das *atividades dos alunos,* isto é, suas ações efetivas (física e/ou mental). No Laboratório de Informática, os problemas foram propostos aos alunos por meio de fichas de trabalho denominadas *atividades de ensino (AE-1, AE-2, AE-3, AE-4, AE-5, AE-6, AE-7 e AE-8)*.

Utilizando os comando básicos do LOGO, as **AE-1**, **AE-2** e **AE-3** foram propostas com a intenção de usufruir dos recursos visuais e interativos do LOGO e auxiliar no processo de construção dos números inteiros e de suas propriedades, analisados do ponto de vista dos deslocamentos da tartaruga sobre o eixo *x* ou sobre o eixo *y*, para desencadear situações que contemplassem a reversibilidade através da compreensão do conceito de inverso aditivo e de módulo, bem como das regras de sinais nas operações de adição e subtração de números inteiros. Estas atividades de ensino foram desenvolvidas concomitantemente com outras atividades da apostila, na tentativa de integrá-las a outros contextos, como por exemplo a relação entre coordenadas cartesianas e geográficas, que envolveu conceitos computacionais da linguagem LOGO, da Matemática e da Geografia.

Considerando que é possível realizar operações matemáticas com o LOGO, a **AE-4** foi proposta para trabalhar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, bem como a hierarquia de resolução destas operações aliadas a possibilidade de aplicação de propriedades das operações estudadas através de experiência físicas com o computador.

Nenhuma atividade de ensino foi proposta com os fins específicos de trabalhar os números racionais, no nível da construção do seu conceito, reconhecido a partir da divisão de dois números inteiros, sendo o divisor diferente de zero. No entanto, a professora considerou a necessidade de explorar novos comandos do LOGO, para a introdução do uso de variáveis nos procedimentos. Poucos alunos dominavam o uso do comando APRENDA e parecia conveniente explorar este comando através de uma *atividade de ensino,* que foi denominada de *projeto livre* (**AE-5**).

A **AE-6** foi proposta para determinar experimentalmente o número π, definido pela relação entre o perímetro e o diâmetro da circunferências[28] e entre a área e o raio ao quadrado do círculo. Esta atividade também tinha por objetivo resgatar os conceitos matemáticos e computacionais trabalhados anteriormente, como por exemplo: a construção de circunferência no LOGO e determinação do comprimento da circunferência determinado pela respectiva construção.

---

[28] No LOGO, a circunferência é compreendida como um polígono regular com muitos lados. Esta concepção de circunferência leva em consideração a invariância da curvatura, diferentemente da definição usual que considera a invariância da distância ao centro.

A **AE-7** foi proposta com o objetivo de viabilizar problemas do tipo algébrico, a partir de representações geométricas ou vice-versa. E, finalmente, a **AE-8** tinha por objetivo abordar os tópicos sobre ângulos, grau e triângulos.

Estas atividades estavam relacionadas com a dinâmica da sala de aula de Matemática, determinando um único micromundo construído pelos alunos e professora, utilizando recursos da linguagem LOGO e outras mídias como giz, lousa, retroprojetor, compasso, transferidor, canudinhos de refrigerante etc.

Durante ou ao concluir uma atividade com o LOGO no Laboratório de Informática, eram realizadas discussões para formalizar os conceitos envolvidos nos procedimentos elaborados. Nesses momentos, que geralmente aconteciam na sala ambiente de Matemática, os encaminhamentos e intervenções da professora procediam para explicitar e tratar os assuntos matemáticos que emergiam ou eram aplicados nas atividades de ensino desenvolvidas no ambiente informatizado. Neste sentido, estes dois ambientes de aprendizagem se constituíram no *meio de aprendizagem* administrado pela professora, conforme o seu envolvimento no processo didático. A preocupação com a aprendizagem, com o desenvolvimento das atividades de ensino e o cuidado com a sua elaboração, bem como a administração do tempo para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos programados para a série escolar em estudo, determinaram os aspectos relevantes que contribuíram para definir o ambiente de trabalho, tanto no Laboratório de Informática como na sala ambiente de Matemática. Nestes termos, a professora estabeleceu prazos para o desenvolvimento das atividades, bem como procedeu intervenções com comentários escritos nas fichas de trabalho de cada aluno.

As atividades de ensino foram elaboradas visando a aprendizagem de conteúdos matemáticos específicos, no entanto, os conceitos matemáticos inerentes a cada atividade desenvolvida no Laboratório de Informática dependiam das estratégias utilizadas pelos alunos, segundo o grau de envolvimento de cada um em estabelecer relações nas ações direcionadas para atingir as metas estabelecidas. Estas atividades de ensino foram desenvolvidas utilizando-se o computador para introduzir um assunto matemático ou aplicar conceitos já estudados previamente em contextos informatizados ou não. O trabalho em grupo foi sempre priorizado, considerando que a cooperação é uma troca intelectual, na qual é necessário compreender o ponto de vista do outro, com o mútuo intercâmbio entre os membros do grupo. Portanto, em qualquer um dos dois ambientes de aprendizagem verificou-se o trabalho em duplas, respeitando-se o desejo dos alunos que manifestaram interesse em trabalhar sozinhos.

Neste trabalho, uma seqüência de atividades foi preparada para avaliar as possibilidades de integrar o LOGO com os conteúdos curriculares de Matemática e em que termos esta metodologia de ensino pode contribuir para uma mudança no modo de ensinar e aprender Matemática. Também se pretendia verificar se esta maneira de trabalhar com o LOGO possibilita algum tipo de questionamento com relação ao próprio conteúdo matemático e se gera expectativas de mudanças ao sistema escolar.

Não se trata de verificar se estas atividades de ensino foram adequadas ou não. Elas são apresentadas para que se possa acompanhar o foco da dissertação. Delas são retirados episódios de ensino que, analisados e interpretados à luz do referencial teórico sobre o cotidiano da sala de aula e de acordo com as concepções teóricas e crenças da professora-pesquisadora no contexto escolar no qual a pesquisa se desenvolveu, possam indicar as possibilidades de utilização do LOGO na sala de aula de Matemática, considerando uma seqüência didática proposta para abordar os conteúdos matemáticos programados para a 6ª série do 1º grau. A aplicação, observação e documentação destas atividades de ensino realizadas no Laboratório de Informática e a influência delas para a aprendizagem da Matemática em ambiente de sala de aula, foram analisadas relativamente aos seguintes aspectos: a) experimentação, visualização e resolução de problemas; b) o papel da professora e c) o LOGO e o conteúdo matemático.

Os dados, de natureza qualitativa, foram obtidos conforme as anotações da professora com o auxílio de gravações em áudio e vídeo, realizadas por meio de uma filmadora que permanecia imóvel em um ponto fixo pré-determinado antes do início das aulas no Laboratório de Informática e de um minigravador que acompanhava a professora em suas intervenções. Poucas aulas foram filmadas e/ou gravadas na sala ambiente de Matemática. Ao todo foram gravadas 17 fitas de vídeo e 20 fitas cassete, com transcrição apenas dos trechos relevantes aos episódios de ensino destacados para análise. Os registros das observações eram realizados diariamente, durante ou após as aulas nos ambientes de aprendizagem - sala ambiente de Matemática e Laboratório de Informática. Estes registros cumpriam a função de relatar a situação de ensino, na tentativa de captar a dinâmica da sala de aula. As fichas de trabalho dos alunos, bem como as suas atividades realizadas com ou sem o computador, gravadas em disquetes ou não, também se constituíram em documentos para análise e descrição com a perspectiva relacional e estrutural da situação estudada e serviram para avaliação do desempenho acadêmico dos alunos. Ao final do ano letivo da intervenção foi realizado um questionário aos alunos, com questões abertas sobre a trajetória escolar no referido período. Estes documentos, assim como informações fornecidas pelos técnicos do Laboratório, professores de Matemática de outras séries, a coordenadora de classe, a coordenadora pedagógica, a orientadora educacional, o diretor do Colégio, os próprios alunos, seus familiares e demais pessoas que estiveram envolvidas direta ou indiretamente, também se constituíram em fontes de dados.

Diante da grande quantidade de dados coletados, a primeira fase da análise dos dados se deu durante a organização para a apresentação destes dados. Nesta fase a análise foi orientada pela descrição da seqüência didática que abordou os conteúdos programáticos de Matemática da 6ª série do 1º grau, usando o LOGO no contexto do sistema de ensino no qual a pesquisa se desenvolveu. A segunda fase se caracterizou por selecionar trechos para transcrição obtidos a partir das anotações realizadas no período de intervenção, recorrendo-se sempre que necessário, às gravações em áudio e vídeo, bem como às anotações dos alunos. Estes trechos colocavam em evidência alguns episódios de ensino, através dos quais foi possível levantar temas de interesse para compor o quadro de resultados. Na terceira e última fase estes resultados foram discutidos, considerando a influência do ambiente LOGO na dinâmica da sala de aula, cujos fenômenos observados foram analisados e interpretados de acordo com o referencial teórico previamente elaborado e através dos conhecimentos construídos durante a realização da pesquisa.

Resultados

A seqüência didática foi preparada para manter o controle e garantir a abordagem dos conteúdos programados para a série em estudo. As atividades de ensino realizadas no ambiente informatizado tinham por objetivo tratar os conteúdos matemáticos na perspectiva de resolução de problemas, nas quais os alunos precisavam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-los. Como instrumento auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, o computador, com a linguagem LOGO, ampliou a gama de oportunidades para abordar estes conteúdos, contextualizando (interação sujeito com o meio) as situações-problema. Os resultados obtidos indicam a viabilidade de seu uso no que se refere ao incremento da visualização e da coordenação de diversas representações de um mesmo conceito. Do modo como foi utilizado constatou-se uma integração entre a aritmética, a álgebra e a geometria, especialmente com a introdução do conceito de variável na programação.

Os dados da pesquisa revelam aspectos positivos sobre a integração do LOGO com atividades do currículo escolar. Os problemas relacionados com a álgebra exigiram dos alunos uma representação simbólica do conceito matemático para programar em LOGO. Mesmo sem grandes habilidades de programação, os alunos estiveram envolvidos em situações que a compreensão da idéia de variável é facilitada por instruções fornecidas para a tartaruga da tela gráfica.

Entretanto há aspectos que indicam os limites do LOGO para o desenvolvimento de determinados tópicos do currículo da matemática, em particular para a série que aqui se investigou, como por exemplo as propriedades das operações com números inteiros e números racionais, mais precisamente com relação a potenciação e radiciação ou as operações com monômios e polinômios. Além disso, restringir o ensino da Matemática aos micromundos determinados pelo computador é tão artificial quanto ensinar Matemática com o fim nela mesma. O conhecimento aprendido não deve ficar indissoluvelmente vinculado a um único contexto, mas sim generalizado e transferido a outros. Daí a importância das apostilas com situações-problema cujas estratégias de resolução sejam outras que as utilizadas no domínio do computador. O estabelecimento de relação entre o sistema de coordenadas cartesianas e o sistema de coordenadas geográficas foi um indicativo da transferência de conceitos utilizados em contextos diferentes.

O estudo constatou a preocupação da professora em incentivar os alunos a realizarem as experiências físico e lógico-matemáticas. Ao transferir o conceito trabalhado no computador para o papel, ou do papel para o computador, tiveram a oportunidade de executar estas experiências, mas os dados da pesquisa mostram a dificuldade do professor em atuar satisfatoriamente no ambiente LOGO de modo a fazer as intervenções necessárias para cada aluno no momento oportuno. Citações dos alunos sugerem que as intervenções deficientes da professora causaram desconforto e desânimo. Além disso, a concepção que os alunos (sujeitos desta pesquisa) têm do professor é de *explicador*. Entretanto há que se considerar que durante toda a vida escolar destes alunos, o controle do processo de aprendizagem sempre esteve sob a responsabilidade do professor, portanto, é perfeitamente natural esta postura de dependência.

Mesmo assim, é possível conjeturar que a excessiva solicitação à professora está atrelada aos seguintes fatores:

1.- inadequação das atividades tradicionais de sala de aula ao ambiente informático;

2.- o trabalho com o LOGO não é tão fácil quanto se verifica na literatura específica;

3.- a inadequação do LOGO para determinado tipo de atividade.

Constatou-se que os trabalhos mais significativos com o LOGO não foi extensivo a todos os alunos. Geralmente os alunos que mais se destacaram nas investigações e usufruíram da ferramenta informática para a abordagem algorítmica na compreensão entre os conceitos matemáticos e os conceitos computacionais foram aqueles que habitualmente se destacam no contexto da sala de aula.

Observando o processo e os resultados dos trabalhos dos alunos, pode-se acrescentar que, poucos se engajaram com empenho e dedicação nos *projetos livres*. Os dados desta pesquisa revelam que o aluno não conseguiu trabalhar com o próprio erro. As dificuldades para dominar os recursos da programação constituíram em fator de desânimo e, às vezes até de desinteresse pelos trabalhos com o LOGO. Não se verificou para todos os alunos a eficiência do ciclo *descrição-execução-reflexão-depuração* relatados como resultados positivos nas pesquisas realizadas por SIDERICOUDES (1996) e VALENTE (1993). Em um período de seis aulas, com duração de 50 minutos cada uma, aproximadamente 25% dos alunos não apresentaram o trabalho concluído. Em vez de reelaborar o plano inicial, iniciavam um projeto mais simples a cada dificuldade encontrada.

As aulas no Laboratório de Informática totalizaram aproximadamente 20% do total das aulas dadas no ano letivo. Esta freqüência sugere que, embora houvesse o predomínio das atividades desenvolvidas na sala de aula de Matemática, com ênfase à mídia do lápis e papel, os recursos informáticos foram inseridos na dinâmica da sala de aula e incorporados como ferramentas para aprender conceitos matemáticos.

Conclusões

Considerei alguns aspectos das propostas filosóficas de PAPERT, confrontando-as com a realidade educacional brasileira, mais especificamente na qual tenho atuado. Deste confronto, levantei algumas hipóteses para aproximar o quanto possível, as condições que tenho das que desejo conseguir, ou seja, *"novas compreensões de domínios de conhecimento específicos e do próprio processo de aprendizagem"* (PAPERT, 1985, p. 221). PAPERT propõe mudanças radicais na estrutura escolar, descartando qualquer tipo de reforma. No entanto, suas propostas encontram fortes resistências por apresentarem inconsistências no que diz respeito à soberania da tecnologia informática, mais especificamente se restringindo ao LOGO como modelo das suas idéias revolucionárias.

Optei por investigar como o LOGO pode favorecer este processo de mudança na qualidade de ensino e de aprendizagem na realidade da sala de aula, infiltrando-me no sistema escolar, intervindo pouco-a-pouco, de modo que cada passo seja consistente o suficiente para justificar e consolidar o seguinte.

Nesta perspectiva, propus o uso dos computadores, optando por desenvolver um trabalho com o LOGO, gerenciando o processo educativo através de uma seqüência de atividades que nortearam a investigação sobre as possibilidades do LOGO no ensino e aprendizagem da Matemática na 6ª série do 1º grau. A análise dos dados forneceu os indicadores para a indagação sobre os benefícios e limites da introdução da informática na escola, dentro de um contexto não revolucionário e em que sentido pode promover mudanças.

Com base nos resultados desta pesquisa e na literatura consultada, é possível tecer algumas considerações sobre as contribuições, limites e implicações deste estudo para a prática educativa que contempla ambientes informáticos para o ensino e aprendizagem da Matemática. Dentro das limitações ditadas pelo seu contexto, o estudo estabelece um paralelo entre o ensino tradicional e o ensino com ferramentas informáticas, abordando aspectos relativos à pedagogia utilizada que serão discutidos de um ponto de vista: burocrático; dos alunos; do professor; dos riscos e oportunidades de trabalhar com o LOGO integrado ao currículo regular da Matemática.

O uso do LOGO implica uma metodologia que requer autonomia do professor e flexibilidade para desenvolver tópicos do currículo escolar. Entretanto, a pesquisa desenvolveu-se dentro de uma escola que possui sua própria concepção de currículo e o compromisso de fazer cumprir os conteúdos programáticos de cada série, sugeridos pela Secretaria Estadual de Educação e cobrado pela sociedade, que, em parte, também compartilho.

Como decorrência das considerações apresentadas, é possível apresentar algumas sugestões sobre o uso do LOGO integrado ao currículo e suas contribuições para um processo de mudança:

20% das aulas dadas no ano letivo significa praticamente um bimestre. Conforme a autonomia do professor dentro da escola, pode-se sugerir que as atividades com o LOGO se concentrem em um bimestre e que se aborde os conteúdos relacionados com a geometria, que, para esta série escolar pode ser explorada com este recurso informático. Dependendo da criatividade e disponibilidade do professor e do nível de seus alunos, é possível inclusive o trabalho com projetos. Não é viável que o educador se prenda a um trabalho permanente com o LOGO visando abordar todos os tópicos do currículo, pois nem sempre isso é possível.

Uma proposta revolucionária, centrada na aprendizagem não pode negligenciar os anseios da comunidade escolar, que preza pelos conteúdos matemáticos mínimos para cada série escolar. Portanto, deve-se levar em conta também a importância dos conteúdos. Há necessidade de instrumentar os alunos para reconhecer o assunto matemático em sua extensão, de acordo com suas estruturas conceptuais prévias. Daí a necessidade de um trabalho complementar em sala de aula, convencional.

De nada adiantará formar professores para trabalhar conforme os pressupostos filosóficos do LOGO em atividades extra-classe ou em disciplina específica de Informática. Isso não vai interferir na estrutura da escola e conseqüentemente não contribuirá para a mudança dessa estrutura. Mais pesquisas devem ser realizadas em circunstâncias reais de sala de aula, considerando os entraves que emperram o processo de mudança. Neste sentido, a seqüência didática proposta neste estudo para abordar conteúdos matemáticos no ambiente informático, com possíveis influências nas condições reais de sala de aula, foi um passo nessa direção.

Os alunos estão acostumados com a diretividade e são dependentes do professor. Então, como sugestão, é interessante que desde a educação infantil estes alunos sejam encorajados a atuar em atividades que desenvolvam o espírito investigativo para buscar soluções de problemas propostos e concluir sobre a validade da solução encontrada.

Negociar com a escola sobre a elaboração do horário escolar, sugerindo agrupamentos das aulas de Matemática para uma maior permanência no Laboratório de Informática.

As informações que eu dispunha sobre o LOGO antes desta pesquisa não eram suficientes para argumentar sobre a viabilidade de seu uso e se a presença do computador contribuía para o processo da criação de um ambiente próprio para inovar o ensino e a aprendizagem dos conteúdos curriculares de Matemática. Após a realização desta pesquisa posso afirmar que não tenho dúvidas sobre as potencialidades deste recurso didático, no entanto, por si só não sustenta uma revolução no sistema de ensino.

À luz das considerações tecidas, constata-se que as possibilidades de integração do ambiente LOGO ao currículo regular da Matemática na 6ª do 1º grau usando o LOGO está relacionada primeiramente ao desejo do professor em utilizar as ferramentas informáticas em sua prática educativa e a liberdade de atuação deste professor junto ao sistema de ensino no qual atua. Dependendo das exigências da comunidade escolar e das crenças e valores dele com relação à concepção de ensino e aprendizagem, ele pode optar por um ensino mais ou menos dirigido. No entanto, é certo que o seu sucesso estará atrelado ao produto final, o qual deverá convencer sobre a eficiência do processo desenvolvido com o uso da informática para atingir os objetivos de um ensino de qualidade.

Bibliografia

ALMEIDA, F.J.de. *Educação e Informática: os computadores na escola*. 2.ed. São Paulo: Cortez-Autores Associados, 1988. (Polêmicas do nosso tempo, 19).

ARTIGUE, M., Equipe DIDIREM. Ferramenta informática, ensino de Matemática e formação de professores. *Em Aberto* (Brasília), ano 14, n.62, p.9-22, abr./jun.1994.

BORBA, M.C. Computadores, representações múltiplas e a construção de idéias matemática. *Bolema* (Rio Claro), ano 9, n.esp.3, p. 83-101, 1994a.

________. Informática trará mudanças na educação brasileira? In: CONGRESSO PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 3, maio.1994, Águas de São Pedro. *Anais do III Congresso Paulista sobre Formação de Educadores.* Águas de São Pedro, 1994-b. p. 22-6.

CAMARGO, D.A.F.de. Conhecimento Figurativo e Operativo: dois aspectos na aprendizagem e que podem dificultar o trabalho do professor. *Rev. Educação: teoria e prática* (Rio Claro), v.3, n.4, p.2-5, jan./jun.1995.

________. *Critérios para trabalhar com o conteúdo instrucional: conhecimentos figurativo e operativo.* Textos preparatórios para concurso de Livre Docência. Ribeirão Preto: FFCLRP-USP, 1984a. 6 p. (Mimeogr.).

________. *Os métodos de ensino: caracterização.* Textos preparatórios para concurso de Livre Docência. Ribeirão Preto: FFCLRP-USP, 1984b. 5 p. (Mimeogr.).

________. *Experiências de Aprendizagem.* Textos preparatórios para concurso de Livre Docência. Ribeirão Preto: FFCLRP-USP, 1984c. 6 p. (Mimeogr.).

CARRAHER, D.W. O papel do computador na aprendizagem. *Rev.Acesso* (São Paulo), ano 3, n.5, p. 21-30, jan.1992.

CASTRO, C.M. *Computador na escola: como levar o computador à escola.* Rio de Janeiro: Campus, 1988.

CYSNEIROS, P.G. Didática, Prática de Ensino e Tecnologia. *Rev.Tecnologia Educacional*, v.19, n.94, p. 25-30, maio/jun.1990.

________. Aspectos sociológicos da Informática Educativa. *Rev. Tecnologia Educacional,* v.20, n.102/103, p. 45-8, set./dez.1991.

GATTI, B.A. Questões sobre o uso do computador como auxiliar no ensino. *Rev.Acesso* (São Paulo), ano 1, n.2, p.26-30, jul./dez.1988.

________.O computador no desenvolvimento cognitivo. *Rev. Acesso* (São Paulo), ano 3, n.7, p.21-4, set.1992.

________.Os agentes escolares e o computador no ensino. *Rev. Acesso* (São Paulo), ano 4, ed.esp., p. 22-7, dez.1993.

GONÇALEZ, N. *Atitudes com relação à Matemática no ambiente LOGO.* Rio Claro, 1995. 149p. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) - IGCE, Universidade Estadual Paulista.

HORGAN J. La muerte de la demonstracion. *Rev. Investigacion y Ciência* (Barcelona), n.207, p. 70-7, dic./1993.

HOYLES, C. Scaling a mountain - A study of the use, discrimination and generalization of some mathematical concepts in a LOGO environement. *European Journal of Psychology of Education*, v.1, n.2, p. 111-26, 1986 apud NEVES, M.A.F. *O computador na recuperação em Geometria de alunos do 9º ano.* 2.ed. Lisboa, 1988. Tese de Mestrado, Projeto MINERVA, Departamento de Educação da Faculdade de Ciência da Universidade de Lisboa - Portugal, p. 40-1.

HOYLES, C., SUTHERLAND, R. *LOGO Mathematics in the classroon.* London: Routledge, 1989.

HOYLES, C., NOSS, R. A pedagogy for mathematical microworlds. *Educational Studies in Mathematics*, n.23, p. 31-57, 1992.

LIBÂNEO, J.C. Os conteúdos escolares e sua dimensão crítico-social. *Rev. da Associação Nacional de Educação*, ano 6, n.11, p. 5-13, 1986.

MISKULIN, R.G.S. *Concepções teórico-metodológicas baseadas em Logo e em resolução de problemas para o processo ensino/aprendizagem da geometria.* Campinas, 1994. 285 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação. Departamento de Metodologia de Ensino-Subárea: Matemática, Universidade Estadual de Campinas.

MOREIRA DA SILVA, M.G. *Informática na educação - Mudança de atitude dos professores: uma realidade?* Campinas, 1990. 190 p. Dissertação (Mestrado em Educação na área de concentração em Psicologia Educacional)-Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

MOREIRA, M.A. O professor-pesquisador como instrumento de melhoria do ensino de ciências. *Em Aberto* (Brasília), ano 7, n.40, p. 42-55, out./dez.1988.

MORGADO, M.J.L. *LOGO no ensino-aprendizagem de matemática: avaliação do desempenho de professores da rede estadual, após um curso de formação.* Rio Claro, 1997. 251 p. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) - IGCE, Universidade Estadual Paulista.

NEVES, M.A.F. *O computador na recuperação em Geometria de alunos do 9º ano*. 2.ed. Lisboa, 1988. 307 p. Tese de Mestrado, Projeto MINERVA, Departamento de Educação da Faculdade de Ciência da Universidade de Lisboa - Portugal.

NOSS, R., HOYLES, C. Cultures and change. In: ___. *Windows on mathematical meanings: learning cultures and computers*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996. cap.7, p.156-83.

PAPERT, S. *Logo: Computadores e educação*. 2.ed. Trad. J.A.Valente et alii. São Paulo: Brasiliense, 1985. Tradução de: Mindstorms - Children, computers and powerful ideas.

PAPERT, S. *A máquina das crianças. repensando a escola na era da informática*. Trad. S.Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.Tradução de: The children's machine.

PEA, R.D., KURLAND, D.M. On the cognitive effects of learning computer programming. *News Ideas in Psychology*, n.2, p. 137-68, 1984.

RIOS, T.A. A importância dos conteúdos socioculturais no processo avaliativo. *Rev.Idéias* (São Paulo), n.8, p. 37-43, 1992.

SIDERICOUDES, O. *Desenvolvimento de metodologias de ensino-aprendizagem da Matemática em ambientes computacionais baseados na estética LOGO*. Rio Claro, 1996. 160 p. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) - IGCE, Universidade Estadual Paulista.

SUTHERLAND, R. Connecting theory an practice: results from the teaching of Logo. *Educational Studies Mathematics*, v.24, n.1, p.95-111, 1993a.

________. Consciousness of the unknown. *For the Learning of Mathematics*, v.13, n.1, p.43-6, Feb.1993b.

VALENTE, J.A. (Org.). *Computadores e Conhecimento: repensando a educação*. Campinas: Gráfica Central da UNICAMP, 1993.

Endereço da autora:
Rua Ari Barroso nº 68
Bairro Santa Terezinha
CEP 13411-034 - Piracicaba-SP
e-mail aczanin@caviar.igce.unesp.br.

INTERDISCIPLINARIDADE E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ADLAI RALPH DETONI
ORIENTADORA DE DOUTORADO: PROFª Drª MARIA A VIGGIANI BICUDO
UNESP - RIO CLARO

Para a ação pedagógica, é de suma importância captar que o próprio leitor é um texto historicamente produzido, a ser decodificado. Aliás, é fragmento de um texto maior, o seu contexto sociocultural-histórico.
Tiago Adão Lara

1. INTRODUÇÃO

Tendo seus primórdios explicitamente colocados já há mais de 50 anos, a noção de interdisciplinaridade ainda é hoje incompreendida quanto a sua definição e seu papel no conhecimento humano. A preocupação para com a sua implantação extrapola os círculos acadêmicos e sua conotação epistemológica, sendo sempre inerente sua implicância social e política.

Em muitas situações de trabalho científico, a busca de uma prática interdisciplinar vem coroada como meta de salvação do ideal das ciências, como seguradora da humanidade, colocando a interdisciplinaridade como paradigma para a produção intelectual sobre as demandas sociais.

Esta busca já tem uma história, ainda que pouco registrada criticamente. Os que já fazem esta história não se esquivam de encontrar seus desacertos, indicando uma ainda incompletude do fazer interdisciplinar e também uma incompreensão a respeito de tal prática.

Dentro de tal quadro, é interessante uma abordagem considerando a Matemática, os matemáticos e os educadores matemáticos e a forma com que estes se põem no ambiente comum da ciência da interdisciplinaridade, buscando-se reflexões quanto às dificuldades e possibilidades deles no estranhamento requerido.

Este texto pretende fazer uma breve discussão dos aspectos mencionados, sem esgotar tema tão urgente e tão pouco discutido em publicações e em âmbitos de educação matemática. Sua única pretensão vai ser a de colocar adequadamente subtemas inerentes para fomentarem-se reflexões e debates.

2. INTERDISCIPLINARIDADE: ASPECTO HISTÓRICO E FUNÇÃO SOCIAL

A disciplinarização do conhecimento ocorreu da falência de os princípios metafísicos responderem às questões que aparecem com a multifacetação das necessidades humanas, quando pressupostos filosóficos gerais, ou até teológicos, não foram capazes de esgotar as novas incertezas que surgem com a sociedade industrial. O verbo *disciplinar* é, então, aí visto como uma conquista, um progresso da intelectualidade e racionalidade humanas.

A filogênese da interdisciplinaridade é feita dentro de um projeto político - por uma nova ordem social -, filosófico - para compreender as novas relações do sujeito com seu mundo e para uma delimitação de seus objetos especificos - e epistemológico - para cada uma nova racionalidade necessária para enfrentar estes objetos -. Neste projeto se põem em cheque as possibilidades de um cartesianismo que integra o livre-arbítrio, a razão e a consciência numa unidade frente à objetividade do mundo e também se desacredita um projeto cosmológico único aos moldes galileico ou newtoniano. O século XIX é pródigo em descobertas sistêmicas localizadas, que possibilitam ao químico definir o que é química, ao físico e ao matemático desenvolverem epistemologias próprias sobre questões específicas à revelia de explicações éticas ou filosóficas genéricas.

Sob tal plano, estas ciências partiram para o enfrentamento em fundamentar e esgotar seus objetos específicos. Este projeto teve tamanha força de configuração que outras ciências, mesmo mantendo seus interesses próprios, copiaram daquelas modelos de exatidão e consistência. São a Física e a Matemática os carros-chefe que adentram o século XX conformando potências econômicas e militares.

É neste cenário que nasce a escola, no seu sentido organizacional contemporâneo, com a estrutura que, a despeito de modificações paulatinas, sobrevive até os nossos dias. Este modelo está presente não só na configuração do ensino regular em geral, mas também ajuda a fundar o espírito das universidades modernas, com suas departamentalizações reproduzindo a fragmentária disciplinarização dos saberes.

Todavia, são exatamente as grandes guerras entre nações que interpelam pelo sentido de mundo e a função do conhecimento científico na elaboração de um espaço de convivência possível em paz. Como observa Dupuy (1996) sobre as Conferências Macy entre vários intelectuais ainda durante a 2ª Grande Guerra, dentro do projeto cibernético, em meio a tantos aspectos debatidos, no fundo se revela a preocupação dos cientistas com a falência do modelo de especialização do pensamento.

Chegando aos nossos dias, reavaliando-se a produção do saber científico e pondo em alvo de crítica a falência política de um modelo de pensar não holístico, notadamente pela crise institucional patrocinada pelos estudantes universitários europeus na década de 60 - como relatam Fazenda (1995) e Jantsch & Bianchetti (1995) - a discussão por uma concepção interdisciplinar sai das raias fechadas e elitistas de institutos de pesquisa e se amplia para um âmbito mais público capacitado pelas universidades. Daí a se tornar um tema pedagógico próximo à estrutura de ensino básico foi imediato.

Mas a escola, que não esteve nas origens deste movimento, também não foi o locus mais frutífero para seu desenvolvimento. Além dos centros de pesquisa em informação, a organização social tratou de incorporar tendências interdisciplinares em suas demandas. Assim, os movimentos sindicais e populares, organizações não governamentais e todo o pensamento ecológico, vêem-se hoje com maturidade para trabalhar nesta linha, o que nem sempre se apresenta dentro dos muros escolares.

Nota-se que dentre os espaços educacionais, o da educação formal - o espaço escolar - vem com mais vagar admitindo a hipótese do trabalho interdisciplinar. Isso pode ser sintomático de ser ele um espaço do rigor, para o qual as mudanças devem ser acompanhadas de estabelecimento de critérios de forma mais profunda. Nele, ou para ele, o próprio sentido filosófico do que é a interdisciplinaridade requer definições mais precisas, até que se mova sobre seus pilares, o tripé conteúdo/objetivo/metodologia.

3. EM BUSCA DO SIGNIFICADO DA INTERDISCIPLINARIDADE

Ainda hoje a idéia do que seja interdisciplinaridade se mantém difusa, e, se buscarmos seu significado num processo histórico, veremos que os próprios autores de façanhas nesta recente história se reconhecem ainda em construção de um fim não polêmico.

Para manter os objetivos deste texto, colocarei pontos gerais comuns e discordantes entre as linhas que se debruçam sobre o pensamento interdisciplinar. Primeiramente, há um consenso de que, para a necessária abertura de seu espaço, quando se requer um reposicionamento dos papéis dos sujeitos envolvidos, haja uma democratização das oportunidades. Esta não é um fim político propriamente. É condição da subsistência de um diálogo comum que se abre a todas as manifestações do conhecimento. Ainda que seja o encontro/confronto de diversas disciplinas de vários saberes científicos, haverá o abraçamento a outros saberes não sistematizados.

Como, neste interagir, aparece o diálogo vivo e não mediado por categorias (quais seriam?), a questão da linguagem é logo posta. Neste aspecto a experiência é rica para que os dialogantes façam um exercíco de recodificação de suas linguagens específicas a fim de possibilitar, no debruçar comum sobre o objeto, uma liberdade e uma universalidade. O especialista não abdicaria de seus signos, mas procuraria significados mediadores de sua comunicação com outros especialistas e o com o senso comum.

Colocando-se esta condição de democratização para um processo interdisciplinar no espaço educacional escolar, chega-se à conclusão de que a escola tradicional em toda a sua configuração -não só em sua natureza multidisciplinar, mas em todos os seus detalhes: seus horários, sua arquitetura, suas normas e a definição de seu papel social - não está preparada para este fim. A concepção de escola como reprodutora do saber conteudístico acabado é, claramente, antagônica às pretensões da interdisciplinaridade. Enquanto aquela cuida de se manter absoluta e internalista, estas saltam os muros escolares em busca de um mundo real *ainda* totalizado, para tematizações.

Quanto às discordâncias entre as linhas adeptas da interdisciplinaridade, o ponto central que emerge é a concepção de sujeito e objeto no constructo interdisciplinar. Uma interpretação que se apresenta refere-se ao sujeito, considerando sua natureza totalizada *a priori*. Isto é, interpreta-se o ser em sua existência completa. Desta forma , o especialista é antes um ser totalizado, e uma postura científica passa a ser vista como algo próximo à esquizofrenia. Os críticos desta linha sugerem que tal concepção é antiquada, pois vêem a salvação na volta a um passado anterior ao processo de disciplinarização do saber, e a conotam como adepta de uma medievalidade, quando o homem era inferior à natureza. Censuram também seu apego ao instrumental, enquanto seus adeptos dão mais valor ao método interdisciplinar que ao objeto de confronto, sobressaindo daí resultados vazios.

Resultados aqui dizem respeito ao produto do trabalho interdisciplinar, mas não necessariamente situados no fim do processo. Enquanto a tendência acima criticada se bate contra a visão fragmentada da realidade dada em disciplinas e quer refazer um constructo transdisciplinar único, outra linha vê como exagero esta pretensão a um denominador comum, uma interdependência entre as ciências. Segundo tal crítica, corre-se o risco de se perder numa mediocridade de efeitos epistemológicos quando se esquece a produção histórica do homem. De acordo com estes observadores, a partida de que houve um todo depois fragmentado é falsa pois as ciências não se constituíram daí: elas firmaram seus constructos próprios exatamente na negação/superação de uma totalidade ingênua e exterior, ineficaz para projetos humanos mais elaborados. A partir da crítica, esta linha propõe exatamente o acirramento das formulações específicas e o aprofundamento delas, em vista de um estranhamento* interdisciplinar, ou seja, colocar uma disciplina como objeto de trabalho em confronto com os limites de outra. Estes limites não são dominados previamente; são delineados e compreendidos mediante diálogo entre as disciplinas.

O estranhamento é um contexto novo, locus comum. Nele o especialista pode praticar uma intersubjetividade científica, na qual seu sistema de hipóteses é confrontado com pressupostos de outras ciências, com outras formas de analogia, outras metáforas. Como resultado desta inter-ação, espera-se que o especialista interiorize ao seu constructo as outras perspectivas que inicialmente lhe tinham escapado, e, que, depois desse processo, seu constructo próprio dê um salto. Enfim, a interdisciplinaridade é praticada em vista a um retorno qualitativo a sua disciplina. Alertam os adeptos desta concepção para o perigo de uma assimilação indébita e acrítica por alguns dos pressupostos e da metodologia da disciplina dos outros, e mesmo de uma desfiguração de seus objetos próprios, como ocorreu nos primórdios do movimento cibernético, aqui já citado, quando a tentação pelo modelo fisicalista foi praticada por cientistas sociais, psicólogos e outros profissionais.

4. AS POSSIBILIDADES DE UMA PRÁTICA INTERDISCIPLINAR PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Coerente com o sentido da interdisciplinaridade, a discussão desta seção, já a partir de seu título, deve enfocar o *envolvimento* de educadores matemáticos em âmbitos interdisciplinares, isto é, não necessariamente atividades desencadeadas por eles neste intuito.

Sabe-se que o maior desenvolvimento de práticas interdisciplinares aconteceu a partir e mais enfaticamente de pessoas ligadas às ciências sociais. Isto pode ser explicado primeiro pelo seu objeto, que é o Homem, enfocado como uma totalidade sócio-histórica, para o qual converge toda a produção cultural, inclusive a intelectualidade abrangente a todas as ciências. Neste enfoque, o Homem é sujeito e objeto, e, portanto, sua produção científica, que é produtora de objetividades, passa também a ser objeto. Remetendo isto ao nosso tema, entende-se o sentido de ser a interdisciplinaridade a ciência das ciências.

---

* Esta expressão aqui é posta segundo o significado que lhe dá Norberto J. Edges, em texto presente em Jantsch & Bianchetti (1995), e se refere ao ato de o cientista pôr seu sistema em outro contexto.

Outra explicação pode ser procurada no fascínio que os cientistas sociais têm pelo valor epistemológico das ciências exatas, e nelas vão buscar conforto e segurança. É interessante aproveitar-se este aspecto ao levar nossa discussão para a educação matemática. Buscando o sentido deste campo de realização humana e quebrando seu nome em educação e matemática pode-se, talvez, compreender uma problemática mais bem colocada.

Ao se falar de educação, que é uma atividade humana por excelência e para a qual se pode fazer convergir toda a espécie de aparato analítico em várias vias - psicologia, política, história, tecnologia , etc - todas as colocações que se fizeram acima se apresentam com propriedade. De fato, após perpassar pelas várias instâncias de atividades humanas, como vimos, o discurso interdisciplinar se coloca para o fazer pedagógico como alternativa forte para renovação de seus propósitos. Se, na raiz da preocupação com o interdisciplinar, se encontram as questões do sujeito e do conhecimento, ambiente mais imediato não há que as salas de aula.

Mas do outro lado daquela expresão se encontra soberana a Matemática. Esta não só é uma ciência rigorosamente definida - e isto é aceito culturalmente - como é o modelo do que possa ser uma ciência. Nenhum constructo humano tem seus valores epistemológicos tão reconhecidos como ela, e o próprio senso comum valoriza seu texto como ideal de objetividade. No âmago da lógica da cibernética, segundo relato de Dupuy (1996), entre neurologistas, psicólogos, sociólogos, químicos, biólogos, físicos e matemáticos, emergiu, do projeto inicial por um novo ser humano, a formulação mais formal e abstrata para um cérebro ideal, com uma linguagem apurada e adequada a compreender todos os fenômenos. O subproduto principal deste movimento, sabemos, é o cérebro do computador, que, enfim, é a "personificação" da matemática.

Mas a seqüência disso é que na informática, já há tempos, supera-se a informação como mero jogo lógico instrumentalizado por redes físicas bíticas. Hoje ela passa a ser considerada também uma questão de *design*, algo quase estético.

Este conjunto é um dos extremos de uma cadeia da qual o outro extremo é o professor de matemática. Não é necessário colocar-se aqui o valor social deste profissional, apesar de que a própria pesquisa em educação matemática começa a colocá-lo em cheque. Desta sua posição, tal educador é o que resguarda a tradição científica da matemática a toda a sociedade. Assim, individual e/ou coletivamente, ele reproduz socialmente a concepção de matemática que é sua, e, não raro, esta é pobre enquanto restrita e interna.

Se este educador matemático é da espécie que não reconhece sua ciência como algo produzido historicamente, segundo opções históricas, dificilmente verá sentido em participar de grupos interdisciplinares. Por um lado verá sua ciência como um texto objetivo, neutro de sujeitos; também o verá acabado em suas leis e pressupostos, e, portanto, não aceitará uma mobilidade em seu constructo. De outro lado, não reconhecerá um mundo material e histórico ainda aberto como realidade presente também para sua ciência, e nenhuma tematização além de sua disciplina lhe dará desejo de reabrir-se ao conhecimento. Enfim, nenhuma dialógica alteraria suas certezas.

Abrir-se à interdisciplinaridade não é, no entanto, requerer do professor de Matemática abandonar suas certezas epistemológicas ou duvidar de sua formação rigorosa. Inclusive, os que já discutem a formação de professores tendo em vista uma prática interdisciplinar prevêem que só depois de uma formação específica básica e forte, devem-se oferecer oportunidades naquele campo - que seria feito no último ano de graduação. Não se trata de renegar esse importante constructo humano, mas sim de ir com profundidade às suas potencialidades e, a partir disso, reconhecer seus limites. Os limites de uma ciência não estão nela própria, transparecem em contextos mais amplos quando confrontados com problemáticas mais ousadas.

Não se indica o fim da disciplina matemática, nem o de nenhuma outra. Porém, cobra-se da Matemática e de seus professores que saibam dizer qual sua função pedagógico-social, porque, ao responder a isto, obriga-se, num contexto além de sua internidade, enfim, frente ao total, a buscar sucessivas renovações.

Mesmo saindo-se da sala-de-aula comum e chegando-se aos locais de pesquisa em educação matemática, percebe-se pouca produção buscando para a matemática ensinada os braços da interdisciplinaridade. No entanto, a modelagem matemática -e seu enfoque conteudístico diferente do tradicional -, a etnomatemática - que questiona culturalmente qual matemática deve ser ensinada -, e a informática -que abre seu espaço para o diálogo interfaciante da matemática com outras disciplinas - são demonstrações seguras que se pleiteiam novos rumos pedagógico-sociais para esta ciência produzida no espaço educacional.

5. ALGUMAS CONCLUSÕES

Confirmando as intenções postas no início deste trabalho, não se fez dele um espaço capaz de esgotar tema tão profundo. Duas questões, no entanto, se abriram como fundamentais. Uma é que tipo de fazer interdisciplinar é mais indicado ao educador matemático, e que, na minha óbvia concordância, não é aquele romântico que quer transcender às disciplinas, com o qual nem mesmo o menos culto professor de matemática poderia concordar.

Outra questão, que é obviamente inerente à anterior, se reporta à formação de professores. Abraçar a tese da interdisciplinaridade não pode ser fruto de um tolo voluntarismo apegado a um cego modismo. Tem de ser uma opção sistemática, consciente e plena cientificamente. Assim, sendo o futuro professor emergente de um passado pessoal nada aberto a esta perspectiva, reside nas licenciaturas o papel de abertura para estas possibilidades. No entanto, a vida social do professor é carregada de sentidos interdisciplinares, e não seria tão rompante esta opção como pedagogia sua. Talvez aí esteja uma das alternativas para responder uma pergunta já conhecida, aqui pouco alterada: o que virá a ser o professor de matemática no próximo século?

6. BIBLIOGRAFIA

ANASTÁCIO, Maria Q. A. *Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática.* Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro, 1990.

BORBA, Marcelo de C. MENEGHETTI, Renata C. G. e HELBA, Alexandra H. *Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de ciências biológicas* in: Revista de Educação Matemática, nº 3, ano 5, 1997, p. 63.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática. Campinas, Papirus, 1996.

DUPUY, Jean-Pierre. Nas origens das ciências cognitivas. trad. de Roberto L Ferreira. São Paulo, Unesp, 1996.

FAZENDA, Ivani C. A. Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa. Campinas, Papirus, 1995.

JANTSCH, Ari P. BIANCHETTI, Lucídio (Org.). Interdisciplinaridade: para além da filosofia do sujeito. Petrópolis, Vozes, 1995.

LARA, Tiago A. *Interdisciplinaridade.* Juiz de Fora, FACED-UFJF, 1997. (mimeo).

REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL E NO PRIMEIRO GRAU

Autora: Celi Aparecida Espasandin Lopes
Orientadora: Profª Dra. Regina C.C.P.Moran
UNICAMP

RESUMO

Este estudo tem por objetivo a reflexão sobre o ensinar/aprender da estatística e da probabilidade no início da escolaridade. Com isso, pretende discutir a visão de estatística que determina as diretrizes dos currículos de matemática; leva em consideração o percurso histórico da estatística na evolução humana, suas influências no desenvolvimento social, econômico e cultural.

O estudo pretende poder estabelecer um confronto das diferentes interpretações atribuídas à estatística, realçando suas raízes na interdisciplinaridade, verificando a importância de seu ensino estar apoiado na metodologia da resolução de problemas e desenvolver uma análise sobre os currículos de matemática de alguns países e de algumas propostas curriculares de estados brasileiros, a fim de verificar como os estudos de Estatística e Probabilidades vêm sendo apontados nos conteúdos selecionados para a escola básica.

Atualmente, nenhuma área da atividade e do pensamento humano pode desconsiderar a Estatística, pois ela contribui para o conhecimento e a interpretação das características dos fenômenos coletivamente típicos e para indicar a probabilidade do seu desenvolvimento futuro. Com isso, o cidadão desse final de século tem como necessidade pensar estatisticamente.

É importante observarmos que o ensino da Estatística não poderia vincular-se a uma definição de estatística restrita e limitada a simples coleta, organização e representação de dados, pois esse tipo de trabalho não viabilizaria a formação de um aluno com pensamento crítico desenvolvido. É preciso que a coleta de dados tenha um sentido, ou seja, que parta de uma problemática, já que a Estatística investiga os processos de obtenção. Uma amostra se define a partir do problema que temos para analisar, com isso, há sentido em organizar dados e buscar uma representação gráfica que seja mais adequada a visualização dos dados para a posterior análise.

Desde o início dos anos 80, diversos países têm repensado seus currículos. Fomos buscar artigos que apresentassem o histórico do desenvolvimento curricular de alguns países, pois queremos investigar como o ensino de Estatística e Probabilidade integram esses currículos de Matemática.

Percebemos que o artigo "Agenda for Action - Recomendations for school mathematics of 1980s", publicado em 1980 pelo National Council of Theachers of Mathematics (NCTM), influenciou muito a organização curricular da Matemática em outros países. Este documento propõe um ensino de Matemática metodologicamente apoiado na resolução de problemas, na observação, exploração e experimentação; destaca, ainda, o uso de calculadoras e computadores. Para isso, é necessário conceber a Matemática como uma ciência aberta e dinâmica, e não apenas como uma ciência exata, feita , organizada e pronta. Um ensino onde a Matemática tem um papel fundamental na interpretação do mundo real, é um processo de investigação e aquisição de conhecimentos, uma criação humana continuamente em expansão.

Nessa pedagogia, o aluno é o centro e agente de todo o processo, seu objetivo é desenvolver atitudes de autonomia e solidariedade, desenvolver capacidades de raciocínio e de comunicação.

Na busca de situações que evidenciem um ensino de Matemática conectado à realidade do aluno, desejamos enfocar um ensino que se utiliza da Estatística para a resolução de situações-problema.

É importante destacarmos o papel do professor nesse processo de ensino-aprendizagem, pois ele passa a ser orientador do processo, auxiliando na elaboração de sínteses e organização dos trabalhos.

Ao destacarmos o ensino da Estatística, pretendemos refletir sobre sua contribuição à formação do aluno e a postura do professor frente a esse trabalho. No presente discurso da busca de uma formação de um cidadão crítico, é necessário lembrar que nossos alunos já são cidadãos, o que é preciso é desenvolvermos sua capacidade de crítica e sua autonomia para que exerçam plenamente essa cidadania. O trabalho com estatística, desde o início de sua formação, poderá auxiliar o aluno nesse processo, pois a estatística é uma ferramenta que pode auxiliá-lo a compreender e interpretar as informações a que, constantemente, tem acesso no mundo das informações.

Os índices estatísticos são usados para comparar crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego, ... porém não basta entender as porcentagens expostas, é preciso analisar criticamente os dados apresentados, questionando até mesmo sua veracidade. É importante também a capacidade de organizar e interpretar uma coleção de dados, realizar comparações, tirar conclusões.

Estar alfabetizado nesse final de século supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem no recolhimento de dados e análise de informações. Wirshawka[29] (1975) já citava a afirmação de Wells: *"O raciocínio estatístico será um dia tão necessário a cidadania eficiente como a capacidade de ler e escrever"*.

As propostas curriculares brasileiras, em grande maioria, pouco acenam para o trabalho com estatística e probabilidade desde as séries iniciais.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais[30], que vem sendo elaborado pelo MEC, vem apresentando muitos pontos em comum com as propostas curriculares de outros países, entre eles está em destaque o bloco "**Tratamento das Informações**", onde focaliza-se o ensino da Estatística, Combinatória e Probabilidade desde as séries iniciais do Ensino Fundamental. Este é justificado pela demanda social e por sua constante utilização na sociedade atual, a necessidade do indivíduo compreender as informações veiculadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam sua vida pessoal e em comunidade.

A **Estatística** apresenta-se com o objetivo de coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações, tomando a criança capaz de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos.

A **Combinatória** é sugerida com o objetivo de levar o aluno a lidar com quantidades discretas, compondo agrupamentos com elementos de várias coleções. Essa quantidade iria aumentando gradativamente, até que a contagem de todos os agrupamentos possíveis não fosse feita diretamente, mas calculada.

Quanto à **Probabilidade**, a finalidade seria promover a compreensão de que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que é possível identificar várias possibilidades para os resultados possíveis desses acontecimentos. É feito um destaque ao acaso e à incerteza que se manifestam intuitivamente, portanto cabe à escola propor situações em que as crianças possam realizar experimentos e fazer observações dos eventos.

Os parâmetros apontam que a coleta, a organização e descrição de dados são procedimentos utilizados com muita freqüência na resolução de problemas e estimulam as crianças a fazer perguntas, estabelecer relações, construir justificativas e desenvolver o espírito de investigação. Sugere que nos dois primeiros ciclos, desenvolvam-se atividades relacionadas a assuntos de interesse das crianças, proponha-se observação de acontecimentos, promova-se situações para se fazer previsões, desenvolva-se algumas noções de probabilidade.

As propostas para o primeiro ciclo são: leitura e interpretação de informações contidas em imagens; coleta e organização de informações; criação de registros pessoais para comunicação de informações coletadas; exploração da função do número como código numérico na organização de informações; interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráficos de barra para comunicar a informação obtida; produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas.

---

[29] MIRSHAWKA, V. **Estatística: Campos de Aplicação e Possibilidade Profissional**. Conferência proferida na PUCCAMP/SP, 1975.8p.

[30] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO (MEC): Secretaria do Ensino Fundamental - **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Versão agosto/1996.

No segundo ciclo, a proposta avança em seus objetivos, apresentando: coleta, organização e descrição de dados; leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada e construção dessas representações; interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, para identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos; produção de textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas, e construção de gráficos e tabelas com base em informações contidas em textos jornalísticos, científicos ou outros; obtenção e interpretação de média aritmética; exploração da idéia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de "sorte"; utilização de informações dadas, para avaliar probabilidades; identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las, usando estratégias pessoais.

Considero que o estudo de conceitos estatísticos e probabilísticos a partir das séries iniciais são essenciais à formação da criança. No mundo atual, cada indivíduo recebe grande quantidade de informações em seu dia-a-dia, onde freqüentemente são utilizadas técnicas estatísticas para correlacionar dados e a partir destes, tirar conclusões. Além disso, outras áreas do conhecimento utilizam-se constantemente da linguagem estatística, áreas como a Biologia, Física, Química, a Geografia, dentre outras. Assim, vislumbramos um ensino da Estatística onde ela assume um papel de instrumento de operacionalização de integração entre diferentes áreas e mesmo entre diferentes temas dentro da própria Matemática.

Dessa forma a formação básica em Estatística torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros. Ao Ensino da Matemática fica o compromisso de não só ensinar o domínio dos números, mas também a organização de dados e leitura de gráficos.

Sob esta visão, percebemos que incluir estatística apenas como um tópico a mais a ser estudado, em uma ou outra série do primeiro grau, enfatizando apenas sua parte descritiva, seus cálculos e fórmulas não levarão a criança ao desenvolvimento do pensamento estatístico que envolve desde de uma estratégia de resolução de problemas até uma análise dos resultados obtidos. Parece-nos essencial à formação de nossos alunos o desenvolvimento de atividades estatísticas que partam sempre de uma problematização, pois assim como os conceitos matemáticos, os estatísticos também devem estar inseridos em situações vinculadas ao cotidiano do estudante, dessa forma este estudo o auxiliará na realização de seu trabalho nos diferentes ramos da atividade humana e contribuirá para sua cultura geral. O que não é possível é esperar que nossos alunos desenvolvam o pensamento estatístico e assimilem conhecimentos estatísticos senão lhes proporcionarmos situações de aprendizagem com esses objetivos.

É necessário propor situações onde os alunos realizem experimentos, observando e reconhecendo os eventos possíveis através dessa experimentação concreta.

Através da evolução histórica da humanidade, percebemos as raízes da Estatística nas diferentes áreas do conhecimento. Essa percepção nos faz refletir sobre um ensino de Estatística de maneira interdisciplinar.

Em Fazenda[31], podemos verificar uma definição para Interdisciplina:

> *"Interdisciplina é a interação existente entre duas o maisdisciplinas. Essa interação pode ir da simples comunicação de idéias à integração mútua dos conceitos diretores da epistemologia, da terminologia, da metodologia, dos procedimentos, dos dados da organização referentes ao ensino e à pesquisa". (27p.)*

Dessa forma, adotar essa abordagem interdisciplinar significa repensar o papel do professor, pois já não basta a ele o domínio do conteúdo de sua disciplina, faz-se necessária uma pré-disposição para investigar os assuntos de outras áreas e integrar conceitos, procedimentos e metodologias, pois o trabalho interdisciplinar não deve se limitar à integração de conteúdos programáticos das disciplinas. Assim, o professor precisa ser um incentivador do processo ensino-aprendizagem, promover um processo dinâmico que permita ao aluno a ação e transformação da realidade, estimulando a investigação e promovendo o desenvolvimento da criatividade e do pensamento crítico.

Para a eficácia do trabalho pedagógico interdisciplinar é necessário se desenvolver um projeto educacional globalizante, centralizado no trabalho em equipe, pois os professores das diferentes áreas

---

[31] FAZENDA, I.C. A. **Interdisciplinaridade: um projeto em parceria**. São Paulo: Loyola, 1991.

precisam trabalhar em sintonia, criando situações de aprendizagem que deêm ao aluno possibilidades de construir conceitos independente da especificidade de cada disciplina.

No ensino da Estatística onde a ênfase deve ser na análise dos dados representados, o papel do docente é fundamental para que esse ensino resulte no desenvolvimento do senso critico. Nas séries iniciais, principalmente, acentua-se o papel do professor como instigador das questões a serem analisadas, pois, nesse momento, muitos valores sociais entram em questão, e a condução desse trabalho exige uma ação muito reflexiva do professor. Frankenstein[32] nos faz um alerta que provoca essa reflexão:

> *"Um exame da história da Estatística pode ajudar a explicar como o conhecimento estatístico surge naturalmente das condições de nossa sociedade, de uma tal maneira que sua produção é controlada pelas classes dominantes". (120p.)*

Essa afirmação nos faz ponderar que o conhecimento estatístico permite uma análise crítica de questões sociais e econômicas, desde que não o limitemos a uma Estatística puramente descritiva, pois a resolução de exercícios mecânicos, aplicação de fórmulas, construção de gráficos e leitura de tabelas não viabilizaram o desenvolvimento do Pensamento Estatístico que
consiste principalmente em se saber utilizar conceitos estatísticos para solucionar problemas.

Pires[33] também nos chama atenção para o trabalho interdisciplinar acenando para a necessidade de acoplar essa abordagem a uma postura crítica, pois somente dessa forma o processo educacional se enriquecerá. Ela aponta a interdisciplinaridade como um "motor de transformação pedagógica".

Apesar da interdisciplinaridade ser uma constante nas pautas das reuniões pedagógicas de nossas escolas, a prática escolar não tem dado conta de vencer esse desafio.

Machado[34] pondera o fato da organização linear ser predominante na organização do trabalho escolar. Em nosso entender, essa linearidade também norteia nossos currículos, caracterizando-se em obstáculos para a interdisciplinaridade. Assim, inserir o ensino de Estatística, desde as séries iniciais, só é coerente se repensarmos a nossa prática pedagógica e a organização curricular de nossos cursos.

O ensino da Estatística poderá auxiliar no desenvolvimento da habilidade comunicativa, tanto oral, quanto escrita e no desenvolvimento do raciocínio crítico se interligado às distintas disciplinas. Essa disciplina pode cumprir o papel de interligar não só conceitos de outras áreas de conhecimento, como também tópicos da própria Matemática. Mas esse trabalho não produzirá resultados positivos na formação de nossos alunos se optarmos por desenvolvê-lo isoladamente nas aulas de Matemática.

A resolução de problemas tem sido o foco central do ensino da Matemática há muito tempo. Polya[35] considerava que resolver problemas é uma atividade humana fundamental e que o primeiro dever do professor de Matemática é desenvolver em seus alunos habilidades com este objetivo.

De acordo com Lorenzato & Vila, para o NCSM[36] a resolução de problemas é definida como um processo de aplicação de conhecimentos previamente adquiridos a novas e não familiares situações. Para essa associação esta metodologia é a principal razão para o estudo da Matemática. Praticamente existe um consenso que os conceitos, as idéias e os métodos matemáticos devem ser abordados através da exploração de problemas. Pires (1995) aponta que:

> *"a resolução de problemas engloba processos como a exploração do contexto da situação, a elaboração de novos algoritmos, a criação de modelos, a formulação e a própria criação de novos problemas e não meramente, a escolha ou a combinação*

---

[32] FRANKENSTEIN, M. Educação Matemática e Crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire. Tradução: Maria Dollis e Regina Buriasco, UNESP, Rio Claro, 1986.

[33] PIRES, C.M.C. **Curriculo de Matemática: da organização linear à idéia de rede**. São Paulo. Faculdade de Educação da USP. (Tese de Doutorado em Educação), 1995.

[34] MACHADO, N. J. **Epistemologia e Didática: as concepções de conhecimento e inteligência e e a prática docente.** São Paulo: Cortez, 1995.

[35] POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

[36] The National Council of Supervisors of Mathematcs, USA,1988.

de algoritmos ou métodos conhecidos". (217p.)

Dessa forma, se a resolução de problemas deve ser o princípio norteador da aprendizagem da Matemática, e se o Ensino da Estatística está inserido nos currículos de Matemática, devemos concluir que a metodologia da resolução de problemas também deve determinar as diretrizes do processo ensino-aprendizagem dos conceitos estatísticos. O problema não é um exercício de aplicação, onde aplica-se o conceito estudado quase mecanicamente, ele envolve interpretação, o aluno deve buscar alguma estratégia para resolvê-lo, deve ser uma situação que permita a construção um campo de conceitos. Assim, não faz o menor sentido trabalharmos atividades envolvendo conhecimentos estatísticos que não estejam vinculadas à solução de uma problemática. Precisamos explorar a condição interdisciplinar da Estatística, propondo trabalhos que não se restrinjam à coleta de dados, tabelas e gráficos. A coleta de dados deve ocorrer em função de uma situação-problema, para que possamos definir coerentemente a população e/ou amostra.

Para interpretar e usar dados estatísticos apresentados nos jornais, revistas, rádios e televisões não são necessários grandes conhecimentos matemáticos, sendo possível desenvolver tais atividades, desde cedo, na escola. Mais importante que cálculo de médias e construção gráficos é a capacidade de analisar criticamente as informações, questionar os dados apresentados e as interpretações feitas a esses dados.

Mendoza & Swift[37] nos chama a atenção para a importância do grau de confiabilidade atribuído às previsões:

"As previsões da taxa de inflação e do estado do tempo não são certas, são de natureza probabilística".(5p.)

O trabalho com Estatística deve proporcionar ao aluno situações que lhe possibilitem a superação do determinismo em favor da aleatoriedade. É preciso entender a Estatística como a integração entre a combinatória que constrói os possíveis e a probabilidade que trabalha sobre estes possíveis.

Para que esta superação ocorra é necessário desenvolver atividades que possibilitem o desenvolvimento do pensamento probabilístico e combinatório na criança, para torná-la capaz de realizar estatísticas.

Assim, consideramos a necessidade de propor problemas de natureza estatística de forma que a criança utilize "ferramentas matemáticas" e "raciocínio estatístico".

Precisamos lembrar que a evolução da Estatística, assim como a da Matemática, deu-se através da resolução de problemas de ordem prática que surgiram ao longo dos tempos. Assim, não há sentido em desvincularmos o ensino da Estatística da metodologia de resolução de problemas.

---

[37] MENDOZA, L.P. & SWIFT, J. **Why Teach Statistics and Probability - a Rationale**. In: SHULTE, A.P. (Ed.) & SMART, J. R. Teaching Statistics and Probability. Yearbook (National Council of Teachers of Mathematics), 1981.

A FORMAÇÃO DE PROFESSORAS DA ILHA DE MARÉ - BAHIA

Autora: Franceli Fernandes de Freitas
Orientador: Prof.Dr. Eduardo F. Sebastiani
Faculdade de Educação - UNICAMP

INTRODUÇÃO

Essa pesquisa originou-se a partir da reflexão sobre a possibilidade de se pensar em como ensinar matemática para crianças da região do subúrbio de Salvador. Esse pensar trazia uma preocupação: a necessidade de partir do conhecimento matemático que as crianças já sabem e como elas adquiriram este saber, respeitando assim o contexto sócio-cultural no qual estão inseridas, para que ao resgatar e valorizar esse saber atingir uma aprendizagem de matemática, acreditando ser mais significativo.

Partindo da visão de que a matemática é uma criação humana, que não se desenvolve independente dos fatores sócio-culturais e que todas as culturas geram matemática, assim como geram mitos, rituais e crenças religiosas, pretendo mostrar nesta pesquisa como é possivel resgatar e trabalhar o conhecimento elaborado por um determinado grupo, inserido num contexto sócio-cultural, e como este conhecimento poderá ser utilizado na sala de aula, no ensino da matemática institucional.

Aqui, a matemática não é vista isolada das outras ciências. Ela está integrada e inter-relacionada com as outras ciências, ou seja, ela é vista como uma matemática profundamente vinculada com as demais áreas do conhecimento humano, concepção esta que permite uma compreensão mais ampla e global das experiências de vida das crianças.

A pesquisa, cuja síntese é nesse momento apresentada, teve por objetivo auxiliar o grupo de professoras da rede municipal da Ilha de Maré, fornecendo-lhe métodos de de pesquisa para que elas se sentissem em condições de buscar, nos elementos culturais do grupo, a etnomatemática existente no seu dia-a-dia e, resgatando-os e de alguma forma inserindo no trabalho da Matemática escolar.

ASPECTOS NORTEADORES DA PESQUISA DESENVOLVIDA

Para tanto orientei-me por uma abordagem em Etnomatemática, como uma postura de trabalho ou uma filosofia de ação. Contribuiu, nesse sentido, o fato de o Programa em Etnomatemática, além de ser um programa de pesquisa, também vir sendo considerado como uma alternativa metodológica.

Esta abordagem propõe, em primeiro lugar, que o ponto de partida para o ensino de matemática seja a cultura local ... o ensino de matemática, nesta óptica deve se basear nos conhecimentos matemáticos que o aluno já traz consigo ao entrar na escola. (Neeleman, 1993:87)

Nesse percurso surgiram algumas questões, tais como:

Como utilizar o conhecimento da criança em sala de aula para propiciar a ela uma apropriação com significado do conhecimento institucional?

Como fazer a ponte entre estes dois conhecimentos?

Existe uma preocupação dos educadores, que trabalham a etnomatemática com essas questões e é procurando caminhos para respondê-las que desenvolvi minha pesquisa.

No seu desenvolvimento, é possível perceber dois momentos importantes:

No primeiro momento, relacionada a pesquisa de campo, preocupei-me com a etnografia da Ilha de Maré, a sua história e características sócio-culturais.

No segundo relacionado à formação das professoras, busquei propiciar a esse grupo, problemas e métodos de investigação para que elas pudessem perceber, nos elementos culturais do grupo de seu grupo, a etnomatemática existente no seu dia-a-dia.

Permeando esse trabalho, esteve sempre o cuidado em analisar, ler, interpretar o que de etnomatemática existe nas construções culturais dos moradores da Ilha de Maré, para a partir daí pensar em contribuir com a educação matemática das crianças.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ETNOMATEMÁTICA

Sabemos que acontecimentos de ordem social, econômico e político fizeram com que algumas transformações ocorressem nas concepções de sociedade e de ciência.

Vivemos no mundo da modernidade, repleto de controvérsias e de contradições sociais, religiosas, econômicas, culturais e científicas, onde a tecnologia e a industrialização tiveram um avanço espantoso; onde o desenvolvimento social, político e econômico de alguns países tem gerado a subordinação e a apropriação indevida de outros e a destruição da natureza. Neil Postman (1993) chama-nos a atenção para esses problemas:

Quando olho para os principais problemas atuais, vejo que eles não têm nada a ver com tecnologia. Se existem crianças morrendo de fome na Somállia, se a criminalidade está semeando terror em nossas cidades e se as famílias estão se fragmentando, não é porque dispomos de dados, informações ou mesmo conhecimentos insuficientes. Alguma outra coisa está faltando. Eu não disputaria por um segundo qualquer a afirmação a respeito da possibilidade de utilizar computadores para o aprendizado mais eficiente ou mais interessante. Mas, a pergunta que temos que nos colocar, continuamente, é: para que serve aprender? É aqui que entra o problema. As únicas respostas que as pessoas vêm oferecendo ultimamente são: 'Você têm que ir à escola para arrumarem empregos melhores'. É claro que isto significa pensar os Estados Unidos como uma economia, em vez de pensá-lo como uma cultura. Tem que haver razões para as escolas. Precisamos de narrativas unificadoras. Quero dizer, mitos compartilhados, que confiram significado, metas e rumo a uma cultura. É isso que as escolas deveriam fornecer. Existe uma grande diferença entre adquirir conhecimento para ganhar a vida e adquirir conhecimento para fazer uma vida. (Postman,1993:21)

Partindo dessas considerações, podemos refletir sobre o papel da escola nos dias de hoje. Muitos estudiosos da Educação, em particular da Educação Matemática, afirmam a necessidade de reflexões sobre algumas questões importantes no âmbito do ensino da matemática: Para que serve aprender matemática? E qual matemática? E como abordá-la no sistema escolar?

Esses questionamentos apontam para a busca de novas "saídas" para a Educação Matemática e de uma nova "visão" de matemática no pocesso de ensino e aprendizagem.

D'Ambrósio (1993), ao responder o porquê de se ensinar matemática, faz a seguinte afirmação:

Mais do que preparar um indivíduo para encontrar um emprego incerto e desconhecido - pois as transformações no mercado de trabalho têm sido muito rápidas - e portanto colocá-lo , despreparado, à mercê do sistema de produção, trata-se de desenvolver **a capacidade de crítica, a flexibilidade na aquisição de novos conhecimentos e sua participação plena como cidadão, consciente de direitos e deveres**. No mundo moderno o elemento chave nessa preparação é matemática.(grifo meu) (D'Ambrósio, 1993:101)

A respeito da educação para a cidadania, um dos grandes objetivos da educação atual, Sebastiani Ferreira (1993), chama-nos a atenção também para o papel que a matemática vem desempenhando na formação deste cidadão:

Sem dúvida, é a matemática a disciplina que é mais chamada na hora de se arbitrar para a cidadania. É ela quem mais reprova e portanto é a grande responsável pela exclusão da maioria da população de participar da cidadania. (Sebastiani Ferreira,1993:15)

A Educação Matemática deve, assim, estar comprometida com valores como criatividade, experimentação, espírito crítico e, para isso, será necessário uma nova postura no ensino e que, certamente, entrará em conflito com certos valores tradicionais.

A matemática não pode ser considerada um produto pronto e acabado e sim resultado de um processo histórico e cultural, sendo o saber matemático construído nesse processo.

Zuñiga, no seu discurso de abertura da VIII CIAEM em Miami (1991), também se posiciona frente a essa nova maneira de se pensar a Educação Matemática:

... a natureza das matemáticas está mudando, tem-se muitos indícios disto. Cada dia, mais pessoas questionam o modelo de matemática infalível, absoluta, distanciada da intuição empírica e da realidade terrena, que tem dominado até agora 'urbit et urbi'. Cada vez se percebe melhor a íntima relação entre a matemática e a sociedade. Cada vez tem-se mais espaço para o novo paradigma sobre a natureza das matemáticas: um paradigma empirista e construtivista. Um paradigma que recorre à intuição sensorial, um paradigma que integra em seu seio as influências sociais e culturais, que recorre à história das matemáticas e as ciências como inspiração não para anedotas, senão para estabelcer a lógica intelectual que sustenta a prática educativa de uma forma mais acentuada. (Zuñiga apud Sebastiani Ferreira,1993:16-17)

Não há como negar que existem mudanças na matemática hoje. Por isso, é necessário que os professores, na sala de aula, trabalhem com a matemática inserida em um contexto social, respeitando e valorizando a realidade do aluno e sua história de vida.

Um programa de pesquisa que vem crescendo no âmbito da Educação Matemática e que vem mostrando ser uma alternativa válida para novas "saídas" para a educação é o Programa em Etnomatemática. Para D'Ambrósio (1993):

Etnomatemática é um programa no sentido lakatosiano e propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica[38].(1993:97)

PESQUISA DE CAMPO

A pesquisa de campo desenvolvida neste trabalho buscou apoio na pesquisa etnográfica, sendo constituída de dois momentos:

um no sentido antropológico; baseado na pesquisa de campo com os fazedores de cestos, velas, pesca, etc.

e o outro momento na sala de aula com as professoras da Ilha, num trabalho de um curso de formação.

Procedimentos

Na pesquisa que desenvolvi, estava preocupada em descrever, ler, interpretar e analisar o que de etnomatemática existe nas construções culturais da comunidade da Ilha de Maré, para, a partir daí, pensar em contribuir com a educação matemática das crianças.

A pesquisa foi realizada tendo em vista que, o investigador não vai a campo despido dos seus conhecimentos, mas vai com eles tentar enxergar amplamente o que a comunidade, com a qual trabalha, vai explicitar nas variadas formas de comunicação. A investigação teve como referencial empírico as práticas sociais dos moradores da Ilha, para que se pudesse resgatar, os conhecimentos etnomatemáticos onde a matemática está presente.

Observei todas as situações que me foram permitidas: entrevistas, depoimentos pessoais, coleta de material escrito (ex. documentos históricos), história de vida, como também, no trabalho pedagógico específico na área de educação matemática, oferecendo cursos para as professoras da rede municipal, em que atuei como professora.

No processo de pesquisa de campo, além do uso do diário de campo e das entrevistas, também utilizei nos relatos etnográficos registros do tipo: gravador e fotografia.

RESULTADOS/CONCLUSÃO

Foram realizados quatro curso de formação para as professoras, durante os seguintes períodos: 1º Curso de Formação - julho/95, 2 º Curso de Formação - fevereiro/96, 3º Curso de Formação - julho/96 e o 4º Curso de Formação - janeiro/97.

Utilizando esses cursos oferecidos como espaço de formação e produção coletiva , respeitando a prática pedagógica das professoras, tentei, através da transmissão e reconstrução de alguns conteúdos, proporcionar-lhes a aquisição de novos conhecimentos, tendo em vista a modificação dessa prática no sentido de um crescimento cultural.

Esse trabalho têm mostrado que existe um saber que vai sendo constituído pelas professoras com base nas situações concretas encontradas no seu ambiente de trabalho, sendo o mesmo relacionado ao tipo de aluno que elas têm, às condições e os recursos institucionais, às representações que elas vão gerando do seu trabalho, as quais, por sua vez, decorrem de suas experiências vividas, de seu meio cultural, de sua prática social, de sua origem familiar e social e de sua formação, isto é, de sua história de vida.

Nesta pesquisa ao analisar, ler, interpretar o que de conhecimento etnomatemático existe nas construções culturais do grupo estudado, para a partir daí contribuir com a educação matemática das

[38]Para D'Ambrósio, essencialmente a ação pedagógica se refere àquilo que se passa na sala de aula.

crianças, constatei que era muito importante a participação das professoras da comunidade nesse processo e que elas seriam a peça fundamental para atingirmos o objetivo de uma ação pedagógica realmente efetiva.

Não seria simplesmente buscar no grupo sócio-cultural o que há nele de "matemática", para depois elaborar métodos e materiais subjetivos e pessoais. Não seria o pesquisador que, partindo de alguns conhecimentos do "saber-fazer" do grupo, era propor modelos matemáticos para a sala de aula, mas sim esse trabalho deveria ser um processo construído junto com as professoras, a fim de que tivesse sentido na sua prática escolar.

Partindo dessa visão, o trabalho desenvolvido nessa dissertação não foi unicamente utilizar o saber de um grupo para, a partir dai, fazer a ponte entre o conhecimento etnomatemático e o conhecimento institucional, mas sim, propiciar principalmente uma mudança de postura das professoras diante do processo de professor-pesquisador em grupo. Nessa perspectiva, a pesquisa em etnomatemática nesse trabalho vem assumindo e se caracterizando mais como uma " postura" de trabalho ou uma "filosofia de ação".

O desenvolvimento desse processo foi com o pesquisador interagindo na dinâmica de aprendizado, ou melhor, de ensino-aprendizado, num processo de pesquisa em grupo, tendo aqui uma duplicidade de papéis: pesquisador-professor e professor- pesquisador.

Voltemos, então, à questão orientadora dessa pesquisa:

Como utilizar o conhecimento da criança em sala de aula para propiciar a ela uma apropriação com signnificado do conhecimento institucional?

Como fazer a ponte entre estes dois conhecimento?

Essa ponte está sendo construída por **quatro** agentes fundamentais: o pesquisador,o professor , o aluno e a comunidade, os quais estão assim integrados e inter-relacionados:

Ao tentar descrever, analisar e compreender as experiências vívidas do grupo estudado, o pesquisador visa resgatar práticas matemáticas existentes na comunidade, com a relação pesquisador-comunidade;

No trabalho com o curso de formação, estabelece-se uma relação do pesquisador atuando como professor e as professoras (alunas); ao realizarem pesquisas com a comunidade, estabelece-se a relação professor-pesquisador-comunidade;

Ao desenvolverem com seus alunos trabalhos de pesquisa na comunidade, as professoras estabelecem a relação professor-aluno e aluno-pesquisador-comunidade.

As professoras foram e estão sendo (visto que o processo ainda se encontra em desenvolvimento) estimuladas a participar, a se envolver, através de uma dinâmica de trabalho que as levam a uma reflexão sobre a própria prática, a um processo de compreensão, análise e busca de elementos tendo em vista a sua reformulação. Se queremos formar um professor que seja sujeito consciente, crítico , atuante e tecnicamente competente é preciso dar condições, na sua formação, para que ele vivencie situações que o permitam descobrir a força dessa postura.

Esse processo tem mostrado que existe um "saber-fazer" que vai sendo construído pelo grupo social estudado, com base nas situações concretas do dia-a-dia, ao desenvolverem suas atividades de trabalho, e que está relacionado às condições, aos recursos, às representações, aos significados que eles vão gerando a partir desse trabalho e que são decorrentes de um contexto sócio-cultural determinado. Ao tentar aproximar-me desse saber, explicando-o, compreendendo-o e analisando-o, pretendi fornecer pistas, num trabalho conjunto com as professoras, de práticas alternativas no ensino da Matemática escolar e, com isso, a valorizar esse "saber-fazer" desse grupo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ascher, M.& Ascher R.(1986). *Etnomathematics*. In Science history, vol.XXIV.

Borba, Marcelo de Carvalho. (1987) - *Um Estudo de Etnomatemática: sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagogica para o "Núcelo-Escola" da Favela da Vila Nogueira - São Quirino*. Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro.

Carvalho, Nelson Luiz Cardoso. (1991). *Etnomatemática: O conhecimento matemático que se constrói na resistência cultural*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas.

Clareto, Sônia Maria. (1993). *A criança e seus mundos: céu, terra e mar no olhar de crianças na comunidade caiçara de Camburi(SP).* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, UNESP-Rio Claro-SP.

D'Ambrósio, Ubiratan. (1986). *Etnociência: Alternativa para la História y la enseñanza de las ciências.* Seminário Latino Americano sobre Alternativas para la enseñanza de la História de las Ciências e la Tecnologia. LCAA, BOLEDA cd, Bogotá, ICFES, SLHCT.

__________.(1990). *Etnomatemática.* São Paulo, Editora Ática.

__________.(1986). *Da Realidade à Ação. Reflexões sobre Educação (e) Matemática.* São Paulo: Summus, Campinas: Edunicamp.

__________. (1993). *Etnomatemática: Um Programa.* Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, Blumenau, Santa Catarina.

__________. (1993). *A Educação Matemática e a reincorporação da Matemática à História e á Fillosofia.* Palestra no 1o. Seminário Internaccional de Educação Matemática, Rio de Janeiro, UFRJ, Ilha do Fundão.

__________. (1993). *Etnomatemática: Um Programa.* Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, Blumenau, Santa Catarina.

Gerdes, Paulus. (1989). *Sobre o Conceito de Etnomatemática*, tradução da 1a. parte da introdução do livro "Estudos Etnomatemáticos" (em alemão), ISP, Maputo, KMU (Leipzig).

__________. *Um método geral para construir polígonos regulares inspirado numa técnica moçambicana de entrelaçamento.* Universidade Eduardo Mondlane, Faculdade de Educação, Departamento de Física, Tlanu, no. 4.

__________. (1986). How to recognize hidden geometrical thinking: a contribution to the development of antropological mathematics. *For the Learning of Mathematics*, Vacouver, v.6, n.2.

__________.(1987). *Sobre o despertar do pensamento geométrico.*

__________.(1984). *A Matemática a serviço do povo.* Ciência e Tecnologia, no.7

Knijinik, Gelsa. (1993). *O saber popular e o saber acadêmico na luta pela terra.* Revista da SBEM, Blumenau, Santa Catarina.

__________. (1995). *Cultura, Matemática, Educação na luta pela terra.* Tese de doutorado-Porto Alegre-UFRGS.

Neeleman, Wim.(1993). *Ensino de Matemática em Moçambique e sua relação com a cultura tradicional.* Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro.

Nobre, Sérgio Roberto. (1989). *Aspectos sociais e culturais do desenho curricular da matemática.* Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro.

Postman, N. (1993). *A escola que você conhece está com os dias contados.* Entrevista à World Midia - publicada no Caderno Especial da Folha de São Paulo, 06/06/1993.

Sebastiani Ferreira, Eduardo. (1991). *Por uma Teoria da Etnomatemática.* UNICAMP, Campinas.

__________. (1992). *A Matemática no Pensamento de Paulo Freire.* UNICAMP, Campinas, 1992 .

__________.(1993). *Cidadania e Educação Matemática.* Revista da SBEM, Blumenau, Santa Catarina.

__________. (1994). *A importância do conhecimento etnomatemático indígena na escola dos não-índios.* UNICAMP, Campinas.

ERROS E DIFICULDADES NO ENSINO DA ÁLGEBRA: O TRATAMENTO DADO POR PROFESSORAS DE 7ª SÉRIE EM AULA

Renata Anastácio Pinto
Orientação: Prof. Dr. Dario Fiorentini
FE-UNICAMP

O presente trabalho de pesquisa foi desenvolvido em duas escolas da cidade de Campinas, uma escola estadual e outra particular. Em ambas as escolas, observei as aulas de duas professoras[39] de 7ª série, direcionando minha atenção para as dificuldades e os erros dos alunos em álgebra e para o tratamento dessas dificuldades e erros por parte das professoras. As aulas foram registradas em diário de campo e, algumas, audio-gravadas e transcritas.
A pergunta orientadora da investigação foi a seguinte: **Como o professor trata/enfrenta[40] os erros e as dificuldades que surgem em situações de aula envolvendo atividades algébricas?**

Assim, ao observar as aulas da 7ª série, não me limitei a detectar os erros e as dificuldades apresentados pelos alunos ao estudarem álgebra mas, fundamentalmente, o modo como o professor os enfrenta ou trata durante o processo de ensino/aprendizagem da álgebra em aula. Estes erros não são restritos àqueles expressos pelos alunos, como eu havia inicialmente pensado. Passaram a me interessar também os erros produzidos pelo professor, destacando, sobretudo, o modo como os encara ou enfrenta. O meu foco de atenção, portanto, incide sobre a prática pedagógica do professor frente a situações de erro ou dificuldade que surgem no processo interativo de ensino/aprendizagem da álgebra.
Deste modo, o objetivo fundamental do presente estudo foi investigar e analisar os modos como o professor trata/enfrenta ou explora com os alunos os erros e dificuldades que surgem em situação de aula envolvendo atividades de ensino/aprendizagem em álgebra elementar. E, como o meu interesse centrava-se em olhar como o professor trata/enfrenta, com os alunos, em situação de aula, os erros e dificuldades que surgem, o estudo de caso (ou de casos) pareceu-me uma alternativa metodológica plausível.

Neste estudo apresento as análises de algumas das situações de aulas que observei na classe da professora Luíza. Esta análise foi estruturada a partir de episódios. Chamo de episódios, neste caso, situações de aula nas quais percebo a existência de erros dos alunos, da professora e do enfrentamento de erros do material didático adotado. Na seleção dos episódios para análise levei em consideração a natureza diversa do erro e, sobretudo, os diferentes modos de tratá-lo ou explorá-lo pedagogicamente em aula. Para dar conta disto, considerei basicamente dois processos que, na verdade, constituem as próprias categorias de análise: os processos metacognitivos (COSTA, 1984; ESPINOSA, 1995; ROBINSON, 1983) e os processos sintáticos/semânticos (CARRAHER et alii, 1988) relacionados à "negociação de significados" (VOIGT, 1992; MEIRA, 1996).

É interessante esclarecer que, no início deste estudo, eu concebia os processos sintáticos como sendo separados e sem relação com os semânticos. Mas, à medida que avançava nas análises dos episódios, passei a romper com esta visão dicotômica. Aos poucos, fui percebendo que estes processos possuem uma relação intrínseca e/ou dialética quando observados na prática. A semântica e a sintaxe aparecem como duas faces de uma mesma moeda, como dois processos que se interpenetram/complementam, de modo que uma não existe separadamente da outra.

Outro aspecto importante a ser destacado é a possibilidade da mediação do outro nos processos metacognitivos. Neste sentido, acredito ser possível estabelecer uma relação entre as teorias de

---

39 A professora da escola pública será chamada de Marina e a professora da escola particular, Luíza. Ambos os nomes são fictícios.

40 Tradicionalmente, a palavra tratamento vem carregada de uma conotação negativa que pressupõe a existência de uma doença a ser tratada ou curada. No entanto, neste estudo, vou me ater a um dos significados desta palavra contemplado pelo Dicionário Aurélio, no qual tratamento pode ser entendido como sendo uma discussão, um debate ou um questionamento. Neste sentido, a palavra enfrentamento, que não possui a mesma conotação negativa, será também usada como equivalente a tratamento.

Vygotsky, a respeito da importância da mediação do outro no desenvolvimento do pensamento individual, e a metacognição. E, sendo assim, apoio-me na afirmação de WERTSCH[41], de que a interpretação de Vygotsky sobre as funções mentais superiores, em termos de controle ou regulação, era semelhante à metacognição investigada por pesquisadores ocidentais. A diferença é que estes investigadores "não examinaram as origens sociais (...) destes processos cognitivos", limitando/centrando a sua atenção ao funcionamento individual.
Apresento também a análise de um episódio observado na classe da professora Marina. Neste outro momento de análise, utilizei como categoria básica o processo de significação. A questão do erro será portanto tratada dentro deste contexto mais amplo de tentativas de produção de significados. O apoio teórico para a realização dessa reflexão/análise será buscado, na medida do que me for possível, junto à perspectiva sócio-histórica de conhecimento, tendo como principais interlocutores Vygotsky e Bakhtin.

Neste complexo jogo de sentidos e significados emerge também o conceito de obstáculo, inicialmente introduzido na literatura por Bachelard e aprofundado no meio pedagógico por Brousseau. Estes estudos apontam para a importância do trabalho pedagógico do professor. Dependendo de sua ação em aula, o professor poderá, por um lado, estar contribuindo para a formação de novos obstáculos a futuros estudos dos alunos ou ainda poderá estar reforçando obstáculos já adquiridos anteriormente. Por outro lado, o professor reflexivo e/ou investigador, em condições favoráveis de trabalho, poderá desencadear pedagogicamente processos de tratamento ou ruptura de obstáculos, de qualquer natureza.

Acredito que este estudo aponta para a necessidade de olhar para a aula como um espaço de produção e tentativa de significação, portanto, um espaço de muitos enganos e erros. Ao olhar para a aula deste modo, o erro não é mais entendido/concebido como algo ruim ou negativo, mas como conseqüência de uma tentativa de compreensão e significação, fazendo, então parte deste processo e necessitando ser tratado/enfrentado. Assim, o próprio significado do que seja errar, amplia-se, transforma-se, neste processo.

Este trabalho mostra que a reflexão do professor na e sobre a própria ação (SCHÖN, 1992) é fundamental no tratamento do erro. Entretanto, isto exige que o profissional do ensino tenha condições (econômicas e intelectuais) favoráveis de trabalho, como, por exemplo, não dar aula em duas classes ao mesmo tempo, como aconteceu com a professora Marina, e que ele possa se atualizar, e aprimorar-se também teoricamente. Sem isso, dificilmente o professor poderá tornar-se efetivamente um profissional reflexivo/investigador da sua prática.

BIBLIOGRAFIA

BACHELARD,Gaston. (1972) **La Formacion del Espiritu Cientifico.** 2ª edição. Buenos Aires, Siglo XXI Argentina Editores S.A.

BAKHTIN, Mikhail. (1995). **Marxismo e Filosofia da Linguagem**. São Paulo, Hucitec.

BROUSSEAU, Guy. (1983) **Les Obstacles Epistemologiques et les problemes en Mathématiques.** In: Recherches en Didactique de Mathématiques. Bourdeaux, 4 (2): 165-198.

CARRAHER, T. N. et alii (1988). **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo, Cortez.

COSTA, A. L. (1984). **Mediating the metacognitive.** Educational Leadership, (42): 3.

ESPINOSA, Ramón. (1995) **Un tratamiento del error en que incurre el estudiante en su trabajo de matemáticas.** In: Revista Ema, 1 (1): 34-38.

FIORENTINI, Dario, et alii. (1993). **Contribuição para um repensar ... a Educação Algébrica elementar.** In: Pro-Posições, vol. 4, nº 1 (10) : 78 - 91.

FIORENTINI, Dario & MIORIM, Maria Ângela. (1993). **Algumas concepções de Educação Algébrica: fundamentos para repensar o ensino da matemática elementar.** Anais do II EPEM, Bauru.

LINS, Rômulo Campos. (1994a). **Álgebra e pensamento algébrico na sala de aula.** In: SBEM - A Educação Matemática em Revista. 1 (2) : 26 - 31.

________________ (1994b). **O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico.** In: Dynamis. Blumenau, 1 (7) : 29 - 39.

[41] WERTSCH, J. é o editor do livro The concept of activity in soviet psychology e escreve uma breve introdução no capítulo The genesis of higher mental functions, de VYGOTSKY.

LUCKESI, Cipriano Carlos. (1990). **Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude.** In: Revista Idéias. São Paulo, FDE.

MACEDO, Lino de. (1994). Para uma visão construtivista do erro no contexto escolar. In: **Ensaios Construtivistas.** São Paulo, Casa do Psicólogo.

MEIRA, Luciano. (1996). Aprendizagem, ensino e negociação de significados na sala de aula. In: NOVAES, M. H., et alii (orgs.). **Psicologia na Educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica.** Volume 1 (5).

MIGUEL, Antônio, et alii. (1992). **Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo?** In: Pro-Posições, vol.3, nº 1 (7) : 39 - 54.

PINO, Angel. (1994). **A questão da significação: perspectiva histórico-cultural.** Campinas, UNICAMP, II Congresso Brasileiro de Neuropsicologia.

PINTO, Renata Anastácio. (1997). **Erros e dificuldades no ensino da álgebra:** o tratamento dado por **professoras de 7ª série em aula.** Dissertação de Mestrado. Campinas, FE-UNICAMP.

ROBINSON, E. (1983). Metacognitive development. In: MEADOWS, S. (coord.) **Developing thinking: approaches to children's cognitive development.** London, Bristol.

SCHÖN, D. A. (1992). Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (coord.). **Os professores e sua formação.** Lisboa: Dom Quixote.

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante. (1991a). **A Prática Discursiva na Sala de Aula: uma Perspectiva Teórica e um Esboço de Análise**. In: Cadernos CEDES (24). Campinas, Papirus.

________________________________. (1991b). **Múltiplas vozes na sala de aula: Aspectos da Construção Coletiva do Conhecimento na Escola**. Campinas. (mimeo)

________________________________. (1995). **Conhecimento e Produção de Sentidos na Escola: a Linguagem em Foco**. In: Cadernos CEDES (35). Campinas, Papirus.

VOIGT, J. (1992). **Negotiation of mathematical meanings in classroom processes: Social interaction and learning mathematics.** Artigo apresentado no 7th International Congress on Mathematical Education - ICME 7, Quebec, Canadá.

VYGOTSKY, L.S. (1981). The genesis of higher mental functions. In: WERTSCH, J. (ed.) **The concept of activity in soviet psychology.** Armonk, Nova York, M. E. Sharpe.

_______________.(1989). **A formação social da mente.** São Paulo, Martins Fontes.

________________. (1995). **Pensamento e Linguagem.** São Paulo, Martins Fontes.

O DESAFIO DE APRENDER MATEMÁTICA NO NOTURNO: UM ESTUDO DAS CRENÇAS DE ALUNOS DE 1º GRAU DE UMA ESCOLA PÚBLICA DE BELO HORIZONTE

Mestranda: Ana Cristina Ferreira
Orientadora: Maria Ângela Miorim
Instituição: Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

I. Considerações Iniciais

Lecionando Matemática durante alguns anos no período noturno de escolas públicas de 1º e 2º graus, comecei a perceber que as idéias dos alunos sobre si mesmos, sobre a escola, sobre as disciplinas e, principalmente, sobre a Matemática, tinham um peso substancial sobre seu aproveitamento e seu comportamento. Embora sem embasamento teórico, observava o discurso e o modo de agir dos alunos e intuitivamente refletia sobre as ligações que pareciam existir entre eles. Suspeitava que sofriam influências do meio onde viviam, do grupo social ao qual pertenciam, da mídia e, principalmente, da própria escola, desenvolvendo idéias que tornavam-se parte de sua visão de mundo e passavam a filtrar suas experiências, impedindo-lhes, muitas vezes, de construir novos modos de pensar ou de alcançar um bom resultado na escola. Percebendo a Matemática como algo muito difícil e não acreditando ser capaz de aprendê-la, o aluno cria um bloqueio diante da situação de aprendizagem, dificultando a compreensão do conteúdo e reforçando uma postura negativa. Desta forma, ele se sente cada vez menos estimulado e confiante, tornando qualquer tentativa ainda mais frustrante.

Refletindo sobre estes fatos, percebi a importância de compreender melhor as relações entre as idéias que os alunos mantinham a respeito da escola, de si mesmos, de sua capacidade de aprender e especificamente, de aprender Matemática.

Comecei a procurar qual seria o foco dos meus estudos. Sabia que estava entrando em um campo difícil. Atitudes, valores, representações sociais, concepções e crenças, apresentavam características muito próximas, mostrando-se muitas vezes entrelaçadas. Agravava a situação o fato de que muitas e diferentes entre si eram as definições para cada um destes termos. Escolhi o termo crenças por representar para mim um filtro de idéias, muitas vezes não consciente, através do qual as pessoas se relacionam umas com as outras, com as situações, e com as coisas. Elas fariam parte da visão de mundo do aluno e embora não sejam identificadas com facilidade, representam um elemento importante na compreensão do fenômeno educativo e em particular do processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Acreditando na importância de definir com a maior clareza possível o termo envolvido nesta pesquisa, e, procurando contribuir para a construção de um referencial que orientasse, não apenas essa, mas futuras pesquisas na área, realizei uma revisão[42] da evolução do construto crença nas últimas décadas, apontando as definições historicamente construídas, bem como trabalhos realizados neste campo envolvendo a Educação Matemática.

II. Conceitualizando Crenças

"No mundo do pensamento humano... os conceitos mais frutíferos são aqueles nos quais é impossível fixar um sentido bem definido."

Lewis Hunter

Psicólogos, sociólogos, antropólogos, cientistas políticos e educadores estudam o construto crença. Cada área define e desenvolve o estudo das crenças dentro de sua própria perspectiva, contudo, todas essas definições parecem ter em comum a idéia de que crenças são proposições que podem

[42] Neste texto serão apresentadas resumidamente algumas das idéias básicas encontradas nesta revisão.

influenciar o comportamento do indivíduo, nas quais ele deposita alguma confiança, aderindo a elas sem que necessariamente possa justificar porque. As crenças seriam então, organizações internas das informações recebidas pela pessoa, que a orientaria em suas relações sociais influenciando fortemente seu comportamento.

Outros pontos comuns à maioria dos pesquisadores é que as crenças; são produto da experiência, não são transmitidas geneticamente, não necessitam de comprovação, resistem à mudança, podem ser de diferentes tipos, e, podem ser mantidas com diferentes níveis de aceitação.

Segundo Pajares (1992, p.308), os pesquisadores têm aprendido o suficiente sobre tipos específicos de crenças para fazer suas explorações viáveis e úteis à educação. O autor apresenta uma síntese de resultados, inferências e generalizações compartilhados por vários pesquisadores[43]. Algumas destas 'suposições fundamentais' são;

"1 - Crenças são formadas inicialmente e tendem a se auto-perpetuar, perseverando mesmo contra contradições causadas pelo raciocínio, tempo, escolarização, ou experiência.(...) 2 - O sistema de crenças tem uma função adaptativa em ajudar indivíduos a definir e compreender o mundo e a si mesmo (...). 3 - Conhecimento e crenças estão inextricavelmente entrelaçados, mas o potencial afetivo, avaliativo, e a natureza episódica das crenças torna-as um filtro através do qual novos fenômenos são interpretados (...). 4- Quanto mais cedo uma crença é incorporada dentro de uma estrutura de crença, mais difícil será alterá-la. Crenças recém adquiridas são mais vulneráveis à mudança (...). 5 - As crenças influenciam fortemente a percepção, mas elas podem ser guias inseguros para a natureza da realidade. (...).As crenças do indivíduo afetam fortemente seu comportamento (...). 6 - As crenças podem ser inferidas. Esta inferência deve levar em consideração a congruência entre as afirmações de crenças dos indivíduos, a intencionalidade para agir de maneira predisposta, e o comportamento relacionado com a crença em questão." (Pajares, 1992, p.324-325)

Dado que as definições são basicamente convenções, acordos gerais entre investigadores sobre um termo particular que representa um conceito específico, a definição atualmente empregada para crença, distinguindo-a de conhecimento e de outros termos, será um reflexo destes acordos e dos pressupostos paradigmáticos que eles representam mais que de alguma verdade básica e incontrovertível inerente aos construtos. Há porém a responsabilidade de comunicar idéias e resultados tão claramente quanto possível usando termos comuns.

O presente estudo entende o construto *crenças* como cognições (proposições[44], interpretações/representações[45]) sobre a realidade física e social. Cognições essas, de ordem avaliativa, com suficiente credibilidade para provocar alterações afetivas e orientar o comportamento do indivíduo[46]. Considera que o sistema de crenças tem uma função adaptativa de ajudar os indivíduos a definirem e compreenderem o mundo e a si mesmos.[47] Ou seja, crenças constituem um esquema conceitual que filtra as novas informações com base nas anteriormente processadas, cumprindo a função de organizar a identidade social do indivíduo e lhe permitir realizar antecipações e julgamentos acerca da realidade.

O indivíduo desenvolve um sistema de crenças que abriga todas as crenças adquiridas através do processo de transmissão cultural (Pajares, 1992, p. 324). Segundo Van Fleet[48] esta transmissão cultural tem três componentes: aculturação, educação, e escolarização, sendo que, a primeira, envolve processos individuais de aprendizagem incidental, experimentada pelas pessoas durante suas vidas e

---

[43] "não são um compêndio de verdades categóricas mas suposições fundamentais" (Pajares, 1992, p. 324).

[44] "Uma proposição, como uma afirmação sobre um (s) objeto(s) ou relações entre objetos e/ou atributos, podem ser de qualquer conteúdo. O grau mínimo de confiança refere-se à probabilidade da proposição ser verdadeira dentro da perspectiva da pessoa."(Bar-Tal, 1990, p. 14)

[45] Harvey apud Pajares, 1992, p. 313.

[46] Rokeach apud Pajares, 1992, p. 314. e " Nespor (1987) sugeriu que as crenças têm fortes componentes afetivos e avaliativos comparados ao conhecimento e que este afeto tipicamente opera independentemente da cognição associada com o conhecimento. O conhecimento de um tópico difere dos sentimentos sobre o tópico, uma distinção similar a esta se vê entre auto-conceito e auto-estima, entre conhecimento de si e sentimentos de auto confiança." (apud Pajares, 1992, p. 310)

[47] apud Pajares, 1992, p. 325.

[48] apud Pajares, 1992.

incluem sua assimilação, através de observação, participação, e imitação. A segunda seria a aprendizagem direcionada e intencional, tanto formal ou informal. E a última seria o processo específico de ensino e aprendizagem que tem lugar fora de casa[49].

Outros autores[50] também concordam sobre a importância do contexto social na formação das crenças. Desta forma, nesta pesquisa, torna-se necessário atentar não somente para as crenças em si mesmas, mantidas pelos estudantes, mas verificar em que medida estão relacionadas com seu grupo social e com a comunidade na qual estão inseridos.

Estes são apenas pontos iniciais dentro de um referencial que deve ser ampliado. Contudo, cumprem sua função de oferecer ao leitor uma base comum de idéias que serão consideradas ao longo do texto.

III. Revisando os Estudos sobre Crenças de Estudantes em relação à Matemática

O quadro a seguir apresenta uma panorâmica das investigações sobre crenças (e construtos adjacentes) de estudantes em relação à Matemática.

QUADRO 1 - INVESTIGAÇÕES CENTRADAS NAS CRENÇAS DOS ALUNOS

Autor	Tipo de estudo	Instrumento	Resultados
Posner (1982)[51]	estudo realizado com estudantes		* Ao se depararem com novas informações, os estudantes tendem à rejeitá-las considerando-as sem importância.
Schoenfeld (1985;1989)	Concepções dos alunos sobre a Matemática no contexto de resolução de problemas. (alunos do 10o ano).	questionário com 81 itens relativos às atribuições de sucesso e fracasso.	Os alunos acreditam que: * sem regras não se resolvem problemas, *a memorização de fórmulas é muito importante, *a Geometria tem 'dois mundos'; o dedutivo e o construtivo, *os problemas de Matemática podem ser resolvidos em poucos minutos, *a Matemática que se aprende é feita por outras pessoas.
Frank (1988)	Identificar idéias gerais acerca da Matemática e de suas estratégias de resolução de problemas (alunos entre 13 e 14 anos)	observação e entrevistas de um grupo de alunos	Grande parte das conclusões coincidem com as de Schoenfeld, acrescenta o seguinte *"o objetivo da atividade Matemática é obter respostas certas.
Collis (1987)	Associação entre atitudes dos alunos em relação aos computadores e as atitudes frente a Matemática.(alunos dos 8o e 12o anos)	Observação de 20 horas de trabalho com computadores, durante o ano letivo, desenvolvendo atividades de programação em BASIC para resolver pequenas tarefas em Matemática.	*as meninas que utilizaram os computadores tendem a discordar mais da frase "os computadores tornam as aulas de Matemática mais divertida" do que as que não utilizaram computadores, *parece poder concluir que a variável sexo constitui um fator a

[49] Lasley apud Pajares, 1992, p. 316.
[50] Por exemplo Lester, Garofalo e Kroll, (1989): "contextos culturais influenciam diretamente a formação de atitudes e crenças" p.78).
[51] apud Pajares, 1992, p. 321.

			considerar na expectativa do grau de envolvimento com computadores e com a Matemática.
Kouba e McDonald (1987)	Identificar o que é e o que não é Matemática (alunos do 8º e 9º anos)	Confronto de situações dife-rentes, onde os alunos se pronunciassem reconhecen-do em que consiste a Matemática	*a Matemática requer atividade, só se considerando como tal aquelas descritas na linguagem escolar.
Matos (1991)	Realização de estudos com alunos que trabalhavam com a linguagem LOGO.	trabalhos com atividades de projeto e investigação com a linguagem LOGO.	* caráter dual da Matemática; prática (automatizada) e elaborada (que requer raciocínio), * caráter utilitário da Matemática.
Bliss e Sakonidis (1987)	O que é que os alunos entendem que é verdadeiro em Matemática e as razões dessas convicções.	questionário especialmente preparado e administrado para alunos entre 11 e 16 anos.	Convicções dos alunos a Matemática é verdadeira porque; * é lógica e coerente, * é 'demonstrada', * "o professor diz que é * porque funciona.
Célia Hoyles (1982)	Concepções dos alunos sobre o que é aprender Matemática. (alunos de 14 anos)	entrevistas semi-estrutura-das, onde se pedia a cada aluno que contassem uma experiência boa ou má que tivessem vivido em Matemática.	* existência de grande preocupação dos alunos com os resultados e classificações em Matemática, * o ambiente de aprendizagem deve permitir que os alunos sejam responsabilizados pelo seu trabalho.
Thompson e Thompson (1989)	Busca de uma associação entre fracasso, e ansiedade e sentimentos de inadequação com relação à aprendizagem de Matemática.	observação de uma sessão de resolução de problemas.	* é possível ajudar os alunos a acreditarem que são capazes de realizar as atividades Matemáticas com um grau reduzido de ansiedade, procurando interpretar e explicar as emoções negativas experimentadas por eles.
Marshall (1989)	Identificar as estratégias de resolução de problemas de alunos do 6o ano.	entrevistas realizadas individualmente aos alunos, enquanto eles resolviam problemas.	* a ocorrência de sentimentos negativos é mais intensa no início e no final da atividade
Lester, Garofalo e Kroll (1989)	O papel da metacognição em alunos do 7o ano, na resolução de problemas.	entrevistas e observação de aulas.	* as concepções de alunos sobre a resolução de problemas tendem a afetar sua autoconfiança nessa atividade.
Ford (1994)	Os dez professores parti-cipantes voluntários de qua-tro escolas rurais. Cada um deles identificou dois estu-dantes (seus alunos) para participarem	Foram realizadas entrevistas com professores e alunos paralelamente e, durante as entrevistas (baseadas em Patton, 1982), foram	

	da pesquisa; um percebido como um 'sucesso' e o outro percebido como um 'insucesso' em Matemática..	apre-sentados nove problemas (selecionados do NAEP testes, 1987) para os professores predizerem o desempenho dos alunos e para estes os resolverem oralmente	
Furinghetti (1994)	100 professores da *Italian Scuola Secondaria Superiore*, focalizando suas concepções sobre ensino de Matemática..	Este estudo empírico utilizou um questionário (adaptado de uma escala para estu-dantes elaborada por Pehko-nen em 1992) composto de 32 questões fechadas e duas abertas, onde o professor descrevia suas experiências positivas e negativas com a Matemática e suas expec-tativas com relação a um 'bom ensino' de Matemática	
Forgasz (1995)	Utiliza o modelo de comportamento autônomo de aprendizagem proposto por Fennema & Peterson (1985), para nomear as variáveis afetivas em 78 estudantes da 7ª série em 35 escolas	questionário de duas seções; uma relacionada às crenças e outra às percepções	O estudo revelou que, na 7ª série, são os professores que proporcionam um suporte ambiental para a aprendizagem Matemática onde técnicas investigativas são enfatiza-das e os estudantes são participantes ativos.

No Brasil, poucos trabalhos têm se proposto a estudar e definir o construto crenças em relação à Matemática. Por exemplo, Cury (1994), buscando o significado dos termos crenças nas pesquisas realizadas no âmbito educacional, encontrou dificuldades várias; desde problemas de tradução, à autores que utilizam os termos sem defini-los claramente. Assim, ao analisar o trabalho de Thompson (1982), relata que a autora distingue os termos, evitando no entanto, defini-los. Esta autora desenvolve um trabalho sobre as concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos (único encontrado até o momento), do qual participam seis professores dos departamentos de Matemática das Instituições de ensino superior de Porto Alegre escolhidos dentre muitos que responderam à um questionário aberto. A metodologia inclui ainda o preenchimento de uma Ficha de Dados e entrevistas. Constrói em seu trabalho, um referencial teórico consistente e cuidadoso, tratando das definições de crenças e concepções[52]. Como produto da análise de todo material coletado, apresenta uma proposta de reformulação do ensino nos cursos de Licenciatura em Matemática.

O Ensino Noturno: contexto desta investigação

As primeiras classes noturnas no Brasil começaram a funcionar ainda na época do Império (1870-1880), com o objetivo de proporcionar uma segunda chance aos que trabalhavam e/ou tinham uma idade que não lhes permitia freqüentar classes diurnas. Esses cursos aconteciam em locais improvisados e seus professores não recebiam salário, mas, apenas uma gratificação. Devido a condições tão adversas, os resultados obtidos estavam muito aquém dos esperados e a desistência era

[52] Este referencial, bem como a própria estrutura do trabalho e sua metodologia tiveram grande influência sobre esta pesquisa.

grande ao longo do ano letivo[53]. Infelizmente, constata-se que ainda hoje, mais de um século depois, as condições continuam bastante precárias na maioria das escolas públicas noturnas do Brasil.

Em uma revisão da literatura científica produzida nas décadas de 70 e 80, incluindo periódicos científicos e livros nacionais e estrangeiros, dissertações e teses defendidas no país Laterza (1995) encontra que: a produção de artigos estrangeiros sobre Ensino Noturno é praticamente inexistente nesse período, enquanto que em nível nacional, apenas a partir da década de 80 começam as produções sobre o tema. Com relação aos livros nacionais e estrangeiros publicados neste período observa-se uma tendência análoga à anterior, ou seja, Ensino Noturno não é um tema encontrado com facilidade na literatura estrangeira e mesmo no Brasil, registram-se apenas quatro livros. Finalmente, considerando-se as Dissertações e Teses defendidas entre 1970-1990 encontram-se somente 5 relacionadas com o tema.

Estes dados parecem indicar um certo desinteresse pelo assunto apesar de ser "possível perceber que grande parte da população estudantil brasileira, nos diferentes graus de ensino, só se escolariza dada a existência do período noturno..." (Carvalho, 1984, p. 7)

É preocupante a situação. Percebe-se que esta temática tem sido pouco analisada e isto se reflete na quase ausência de pesquisa sobre as características particulares desta clientela, sobre a necessidade de se produzir propostas didáticas, materiais e mesmo um currículo que atenda às necessidades do aluno que estuda à noite. Nas escolas públicas não existe um direcionamento pedagógico e curricular que seja específico ao noturno e que atenda às suas peculiaridades. Repete-se, com ligeiras adaptações, o mesmo trabalho realizado no diurno e assim sendo desconsidera-se que junto com o horário de estudo mudam também a idade, as experiências anteriores, as expectativas, os referenciais e objetivos dos alunos.

"A estrutura e os conteúdos curriculares continuam sendo concebidos e organizados para não-trabalhadores ou como se a presença de trabalhadores (...) na escola fosse algo esporádico e ocorresse apenas como forma de os trabalhadores adquirirem os conhecimentos pensados e adequados para as classes média e dominante." (Sguissardi e Pucci, 1992, 38)

Quem é esse aluno que estuda à noite? Um rebelde, irresponsável que ameaça a estrutura da escola? Um trabalhador sofrido que necessita de complacência? Quem é esse aluno afinal? O que pensa sobre a escola, sobre si mesmo e sua capacidade de aprender?

Essas perguntas são levantadas por diversos pesquisadores, interessados em ir além das estatísticas e se aproximarem de uma percepção mais profunda desse aluno. Assim, trabalhos como o de Pucci, Ramos-de-Oliveira e Sguissardi (1994), Koch (1992), Piconez, Bretzke e Marchelli (1992), Pucci e Sguissardi (1992), Haje (1992), García-Huidobro (1994), Haddad (1994), Rivera P. (1994) procuram, sob vários ângulos, compreender um pouco melhor a realidade do aluno do noturno, aluno muitas vezes trabalhador, onde à dimensão familiar, escolar e de amigos, une-se a dimensão do trabalho, o que passa a exigir outras competências e outras habilidades.

Grande parte das características descritas pelos autores citados são semelhantes à realidade da maioria das escolas públicas noturnas brasileiras e especialmente à escola considerada nesta pesquisa. Professores, alunos, direção, parecem ainda hoje viver (ou sobreviver) sob as mesmas condições precárias e com as mesmas dificuldades de décadas atrás.

Um outro aspecto abordado, de grande interesse para a pesquisa em andamento, é a relação destes alunos com a Matemática. Embora em um estudo recente[54] seja relacionada pela grande maioria dos alunos do noturno como a matéria mais importante para se conseguir um emprego, e uma das mais importantes para a vida diária, e mesmo que metade desses alunos considerem-se 'bons' em Matemática, acreditando que esta disciplina é fácil, bastando prestar atenção às aulas para aprendê-la, a esmagadora maioria alcançou resultados muito baixos na avaliação realizada e esta disciplina foi encontrada como a responsável pelo maior índice de reprovação na 8ª série.

Como explicar a divergência entre as afirmações feitas pelos alunos e seu desempenho?

Não foram encontrados até o momento estudos específicos que relacionem a questão do ensino noturno com o ensino-aprendizagem de Matemática. Contudo, sempre que a investigação ocupa-se da visão dos alunos e professores com relação às disciplinas, respostas semelhantes têm surgido.

---

[53] Carvalho, 1984.

[54] Os *Estudos em Avaliação Educacional* (1994) de Minas Gerais.

Um caminho para se explicar tais contradições - entre o falar e o agir, entre o discurso e o desempenho - seria compreender melhor as crenças dos alunos do noturno em relação à Matemática, à importância desta disciplina e a si mesmos como aprendizes.

Sobre a situação das escolas públicas noturnas do Estado de Minas Gerais (uma vez que a pesquisa se realizará em uma escola pública noturna da periferia de Belo Horizonte), até o presente momento, pouco foi encontrado, mas como esta revisão está em sua fase inicial, espera-se que outros trabalhos complementem as informações obtidas.

V. Investigando as crenças dos estudantes da Escola A

A partir da revisão bibliográfica realizada e da elaboração do primeiro esboço do referencial teórico, passou-se à coleta de dados em uma escola noturna da periferia de Belo Horizonte (Escola A).

Em um primeiro contato, conseguiu-se a autorização necessária para realização de um estudo na escola, e os professores interessados foram informados dos objetivos gerais da investigação.

Os sujeitos foram selecionados por conveniência, ou seja, após um convite feito pela professora, em meu nome, para realização de uma entrevista, os alunos que se ofereceram formaram a amostra.[55] Durante uma semana foram assistidas as aulas de Matemática de duas classes de 7ª série, nas quais estudavam os sujeitos selecionados, e foram feitas anotações relativas à participação dos mesmos em sala de aula.

No dia e horário marcado previamente por cada sujeito, realizou-se uma entrevista semi-estruturada, elaborada a partir da análise de estudos realizados por outros pesquisadores, bem como por questões surgidas a partir da leitura de textos produzidos por alunos desta mesma escola no ano anterior. As entrevistas foram gravadas com o consentimento dos alunos.

Em ambas as classes observadas, foi aplicado um instrumento onde se pedia aos alunos que produzissem um texto relatando experiências vividas envolvendo a Matemática; agradáveis ou desagradáveis.

Transcritas as 6 entrevistas realizadas, iniciou-se uma análise vertical onde procurava-se compor um 'perfil' de cada sujeito, recontando sua história através das informações obtidas e procurando identificar as crenças implícitas e/ou explícitas que apareciam neste material. Após esse trabalho, passou-se ao levantamento de elementos comuns e divergentes entre os sujeitos, elaborando uma pequena síntese.

No presente momento, o trabalho se encontra na segunda etapa de análise. Pretende-se identificar categorias de crenças tanto emergentes dos dados coletados, quanto levantadas na leitura crítica da literatura. Se procederá a seguir, a uma análise horizontal dos dados, a partir das falas de todos os sujeitos, simultaneamente.

BIBLIOGRAFIA

- Bar-Tal, Daniel - Group Beliefs: A Conception for Analyzing Group Structure, Processes, and Behavior.New York: Springer-Verlag. 1990.
- Callahan, Leroy & Garofalo, Joe. Metacognition and School Mathematics (In: Arithmetic Teacher, v.34, n.9, mai/87, p.22-23)
- Carvalho, Celia Pezzolo de. Ensino Noturno: Realidade e Ilusão. São Paulo: Cortez, Autores Associados, 1984.

__________ O último trem parte às 19 horas: o ensino regular de 1° e 2° graus no período noturno. (In: Cadernos CEDES, 1986, 16, p. 4-8)

__________ Projeto Noturno, Projeto Escola Pública (In: Cadernos CEDES, 1986a, 16, p. 53-56)
- Cobb, Paul. Two children's anticipations, beliefs, and motivations (in:Cognitive Science, 1985, 7, p.329-363)
- Cury, Helena Noronha. As Concepções de Matemática dos Professores e suas formas de considerar os erros dos alunos. (Tese de Doutorado. UFRGS, Porto Alegre, 1994)

[55] É importante esclarecer que estes alunos já tinham tido aula com a pesquisadora no ano anterior e sabiam do seu interesse em realizar um estudo com eles.

- Ernest, Paul. The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: a model (In: Journal of Education for Teaching, 1989, vol. 15, n. 1, p. 13-33)
- Estudos em Avaliação educacional. Fundação Carlos Chagas. jan-jun - 1994, nº 9.
- Ford, Margaret I. Teacher's Beliefs about Mathematical Problem solving in the Elementary school (In:School Science and Mathematics, 1994, v.94(6), p. 314-322)
- Forgazy, Helen J. Gender and the relationship between affetive beliefs and perceptions of grade 7 Mathematics classroom learning environment (In:Educational Studies in Mathematics, 1995, 28, p. 219-239)
- Furinghetti, Fulvia. Theory and Practice in Mathematics Education. proceedings of the 'Fifth international conference on systematic cooperation between theory and practice in Mathematics Education'. Grado, Itália. 1994, p. 81-91.
- Garofalo, Joe; Lester, Frank K. Metacognition, cognitive monitoring, and Mathematical Performance.(In: Journal for Research in Mathematics Education, 1985, v.16, n.3, p.163-176)
- Garofalo, Joe. Beliefs and Their Influence on Mathematical Performance (in:Mathematics Teacher, 1989, v.82, n.7, p.502-505)
- Haddad, Sérgio. Tendências Atuais de Educação de Jovens e Adultos no Brasil. (Anais do Encontro Latino-Americano sobre Educação de Jovens e Adultos Trabalhadores Olinda/!993- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais - Brasília: UNESCO, MEC-INEP-SEF, P. 86-108)
- Haje, Salomão Antônio M. Qual a Escola que interessa às camadas Populares? estudo de uma Experiência no Bairro do Bengüi, em Belém-PA.(In: Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, 1992, v. 73, nº175, p. 594-612, set/dez.)
- García-Huidobro, Juan E. Mudanças nas Concepções Atuais da Educação de Jovens e Adultos. (Anais do Encontro Latino-Americano sobre Educação de Jovens e Adultos Trabalhadores Olinda/!993- Instituto Nacional de Estudos e PesquisasEducacionais - Brasília: UNESCO, MEC-INEP-SEF, 1994, p. 41-85)
- Koch, Zenir M. A Volta dos excluídos: como conciliar Estudo e Trabalho (In: Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, 1992, v. 73, nº175, p.567-570, set/dez.)
- Laterza, Betânia. Ensino Noturno: a travessia para a esperança. São Paulo: Global, 1995.
- Matos, João P. Atitudes e Concepções dos Alunos: Definições e Problemas de Investigação (In: Educação Matemática, Coleção temas de investigação, Instituto de Inovação educacional da Seção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 1992)
- McLeod, Douglas B. Beliefs, Attitude, and Emotions: New Views of Affect in Mathematics Education (In: Mcleod, D. e Adams, V.(eds.) (1989) Affect and Mathematical Problem Solving; a New Perspective. Springer-Verlag, 1989, p. 245- 258)
- Pajares, M. F. Teacher's Beliefs and Educational Research: Cleaming Up a Messy Construct. Review of Educational Research, 1992, vol 62, n. 3, p. 307-332.
- Piconez, Stela C. B.; Bretzke, Greggersen e Marchelli, Paulo S. A Reconstrução/Reorganização do Conhecimento na Educação de Jovens e Adultos e a Organização do Trabalho Pedagógico. (In: Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, 1992, v. 73, nº175, p. 571-577, set/dez.)
- Ponte, João Pedro da. Concepção dos professores e processos de formação. (In: Brow, M. et al. Educação Matemática.Lisboa: Instituto de Inovação Educacional) 1992, p. 195
- ____________(). Knowledge,Beliefs,and Conceptions in Mathematics Teaching and Learning. (In: Bazzini, L. (ed.). Theory and Practice in Mathematics Education. Proceedings of the 'Fifth International Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice in Mathematics Education'. Grado, Italy, 1994)
- Pucci, Bruno; Ramos-de-Oliveira, Newton e Sguissardi, Valdemar. O Ensino Noturno e os Trabalhadores. São Carlos: EDUFSCar, 1994.
- Rivera, Jorge. Educação de Adultos em Áreas Urbanas Marginalizadas. (Anais do Encontro Latino-Americano sobre Educação de Jovens e Adultos Trabalhadores Olinda/1993- Instituto Nacional de Estudos e PesquisasEducacionais - Brasília: UNESCO, MEC-INEP-SEF, 1994, p. 134-186)
- Rokeach, Milton. Beliefs, Attitudes and Values: A Theory of Organization and Change.San Francisco:Jossey-Bass Inc., Publishers, 1968.
- Schoenfeld, Alan H. Beyond the Purely Cognitive: Beliefs Systems, Social Cognitions, and Metacognition. As Driving Forces in Intellectual Performance. (In:Cognitive Science, 1983, 7, p. 329-363)

- Sguissardi, Valdemar e Pucci, Bruno Ensino Noturno: Desconhecimento do Trabalho e Novos desafios (In: Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasilia, 1992, v. 73, n°173, p.30-62, jan/abr.)
- Tenca, Sueli Cotrim. Cursos Noturnos: a pobre escolarização dos que trabalham. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, 1982(43): 37-41, nov. 1982.
- Thompson, Alba. The Relationship of Teacher's Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice. (IN: Educational Studies in Mathematics, 1984, 15, p. 105-127)

________________ Teacher's Beliefs and Conceptions: a synthesis of the Research. (In: Grouws, Douglas A. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: MacMillan Publishing Company, 1992, p. 127- 146)
- Wyer Jr., R.S.. Attitudes, Beliefs, Information acquisition. (In: Schooling and the acquisition of Knowledge, edited by Anderson, R. C.; Spiro, R.J.; Montague, W.E.; Lawrence Erbaum Associates, New Jersey, 1977, p. 260)

UM ESTUDO EXPLORATÓRIO SOBRE HABILIDADES ESPACIAIS SUBJACENTES À SOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS, UTILIZANDO O TANGRAM E O SISTEMA TUTOR INTELIGENTE TEGRAM

Autora: Ludmila Tamega Ferreira De Oliveira
Orientadora: Prof.a. Dra. Márcia Regina Ferreira de Brito
Instituição: Faculdade de Educação - Unicamp

Muito se tem falado e escrito sobre as dificuldades e o conseqüente abandono do ensino de Geometria. Professores e alunos, não raro, atribuem tal abandono ao fato da Geometria figurar no final dos livros didáticos e com isso, ser ministrada, se houver tempo, rapidamente.

O tratamento excessivo, precocemente formal e a limitada instrumentalização de ensino de Geometria (ainda é muito discreto o uso de materiais concretos, computadores, vídeos) vêm agravar, ainda mais, o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem desse conteúdo.

Entre os materiais de apoio no processo de ensino-aprendizagem está o Tangram, que é um quebra-cabeça formado por sete peças que têm formas geométricas bastante conhecidas: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo.

Este material pode ser utilizado como um recurso didático bastante rico nas aulas de Matemática e outras, e envolver os alunos com atividades lúdicas. Ele fornece um grande número de atividades que estimula os estudantes na assimilação de conceitos de Geometria Plana[56]:

- identificação de formas geométricas;
- composição e decomposição de figuras;
- relações entre os elementos de uma figura;
- exploração do conceito de área;
- problemas envolvendo o teorema de Pitágoras;
- relações área-perímetro, etc.

Os chineses o conhecem por "Tch'i Tch'iao pan", que significa "As sete tábuas das argúcia (habilidade, destreza)". Ele servia de passatempo para as pessoas de todas as idades. É um jogo tipicamente chinês, pois requer, como indica o próprio nome, argúcia, habilidade, destreza e paciência.

Destacando a habilidade que esse material requer do indivíduo pode-se relacioná-lo com a Geometria que também envolve habilidade, desempenhando um papel importante na formação fundamental do aluno. Tal papel é corroborado em Sherard III (1981), que enfoca o porquê da Geometria ser uma habilidade básica, preocupação esta originada da produção de dez áreas de habilidades básicas na matemática, realizado pelo National Council of Supervisors of Mathematics de 1978 (NCSM), entre as quais está a Geometria.

Através disso Sherard III (1981), responde que a Geometria é uma habilidade básica, importante à formação do aluno, como pode-se observar:

- é um importante auxílio para comunicação, pois em relação à fala e à escrita os indivíduos usam termos geométricos, por exemplo: ponto, linha, plano, curva, ângulo, paralelo, perpendicular, círculo, quadrado, retângulo e triângulo.
- tem aplicações importantes para problemas da vida real.
- tem aplicações importantes em tópicos da matemática básica (aritmética, álgebra e conceitos estatísticos).
- fornece valiosa preparação para cursos superiores de matemática e para uma variedade de carreiras que requerem habilidade matemática.
- fornece oportunidade de desenvolver a percepção espacial.
- ela pode servir de veículo para estimular e exercitar habilidades de pensamento e habilidades de solução de problemas, fornecendo aos estudantes oportunidades de olhar, medir, estimar, generalizar e abstrair.
- e finalmente, a Geometria é uma habilidade básica, já que há valores culturais e estéticos para serem derivados partindo desse estudo.

---

[56] Essas atividades podem ser encontradas em trabalhos como: Turne(1994), Kriegler (1991), Russel e Bologna (1982), Dunkels (1990).

O National Council of Theachers Mathematics (1989) — (NCTM) — citado por Fuys e Liebov (1993) também destaca a importância da Geometria no curriculo escolar, pois é através dessa área que os estudantes começam a:

- descrever, modelar, desenhar e classificar as figuras.
- investigar e predizer os resultados de combinação, subdivisão e mudanças de figuras.
- desenvolver o sentido espacial.
- relatar idéias geométricas inseridas em números e medidas.
- reconhecer e apreciar a geometria no seu mundo.

A diversidade das habilidades que a Geometria requer e pode desenvolver, talvez exerça sobre o professor um efeito inibidor por se ver trabalhando com um campo onde ele não trafega com segurança. O presente trabalho pretende contribuir para uma melhor compreensão dos processos pelos quais tais habilidades estão presentes na execução de certas atividades geométricas realizadas pelos alunos.

Com isso espera-se auxiliar o professor no processo da elaboração e interpretação de atividades geométricas e incentivá-lo a ampliar as possibilidades da inserção da Geometria em seu trabalho pedagógico.

Nessa perspectiva, a pesquisa contém o seguinte problema: ***como se processa o pensamento do aluno, em três situações com materiais diferentes, quando solucionam problemas geométricos?***, e, mais especificamente, ***que habilidades espaciais são mostradas quando os alunos solucionam esses problemas, envolvendo o Tegram e/ou Tangram?*** Têm-se com isso, o objetivo de identificar e analisar as habilidades espaciais utilizadas pelos alunos na solução de problemas de discriminação e composição de figuras geométricas e também contribuir para uma melhor compreensão dos processos pelos quais tais habilidades estão presentes na execução de certas atividades geométricas.

<u>O uso do computador na educação e o sistema tutor inteligente Tegram</u>

Refletindo sobre o mundo de ontem, o de hoje e imaginando o de amanhã, pode ser verificado um componente mutável gerado e gerador de nossa sociedade: a tecnologia. Tecnologia esta relacionada com o intercâmbio de informações rápidas providas pela relação sociedade-comunicação-desenvolvimento, gerando um novo perfil do homem capaz de usufruir novos artefatos tecnológicos. Estes artefatos podem permear todos os segmentos da sociedade, fornecendo condições de existência com qualidade e permitindo ao homem exercer um trabalho digno, se houver uma reestruturação das condições do ensino.

Para que estas condições existam é necessário que o homem tenha oportunidade de conhecer e utilizar essa tecnologia não só quando essa for requisitada, por exemplo em uma seleção de trabalho, mas também para sua própria evolução, juntamente com a sociedade.

Participantes dessa "sociedade tecnológica" os educadores matemáticos, preocupam-se com a inserção da tecnologia no mundo escolar. Pois a escola faz parte e interage com sociedade, recebendo constantemente as conseqüências da tecnologia e ao mesmo tempo retornando os resultados para o avanço da mesma. Estendendo essa reflexão, pode-se verificar que a sociedade afeta e é afetada pela tecnologia.

Sendo a escola parte dessa sociedade, infere-se a necessidade da conscientização dos integrantes do ensino, principalmente professor-aluno, da atual revolução de informação. Percebe-se que é fundamental "*...trabalhar pela transmissão do novo conhecimento e transformar-se a si mesmo pela adoção de novos métodos e novas técnicas de ensino...*" (Barros, 1988: p.28).

Como a informática é um dos instrumentos de evolução da sociedade e a educação é o veículo efetivo da evolução social, relacionam-se esses dois componentes — educação e informática — no âmbito escolar, tendo o computador como um dos recursos didáticos para essa relação.

O objetivo fundamental da utilização do computador no processo educacional é fazer com que este seja uma ferramenta complementar, de aperfeiçoamento e de possivel melhoria na qualidade de ensino.

Jolly (1995), em seu estudo sobre o computador na escola, se direciona ao processo de ensino-aprendizagem citando o trabalho desenvolvido por Mattos, em 1984, em que ele propõe a utilização do computador para:

"(1)garantir a motivação numa etapa inicial do desenvolvimento de certo conteúdo, através de jogos e exploração da novidade; (2) conceituação: permitindo ao aluno "operar no computador" e descobrir regras, relações e até o próprio conceito; (3) fixação: atividades a serem memorizadas podem ser repetidas de formas variadas com feedback imediato e (4) generalização e ampliação da aprendizagem." (Mattos, 1984, citado por Joly, 1995: p.76).

Atualmente existe uma crescente busca de software educacionais. A inteligência artificial (IA) juntamente com a Educação, a Psicologia e a Comunicação oferecem uma nova visão para construção de tais sistemas.

A IA é uma área multidisciplinar, voltada para o desenvolvimento de software inteligente. Nos últimos anos, a IA tem avançado muito, e hoje existem resultados importantes em áreas de aplicação tão diversas quanto a visão robótica, a prova automática de teoremas, o controle industrial, o processo de linguagem natural, a diagnose e tratamento de infecções, a solução de problemas e outros programas de diversas naturezas.

Esta área é "alimentadora" da transformação dos programas de Instrução Auxiliada por Computador (CAI) em Sistemas Tutores Inteligentes (STI), onde este difere do primeiro pelo uso de ferramentas de IA. Tem a qualidade de investigar *o que*, *a quem* e *como* transferir o conhecimento do sistema computacional ao usuário.

Algumas características para que os sistemas computacionais sejam classificados como sistemas inteligentes são: ① possuir o conhecimento tanto do domínio a ser ensinado quanto das estratégias de ensino, representados de maneira explícita e em módulos separados; ② diferenciar o estudante que utiliza o sistema; ③ compartilhar o controle da interação com o estudante; ④ saber justificar as respostas (geração de explicação), ou seja, possuir capacidade de prover explicações sobre seu comportamento aos usuários; ⑤ saber interromper os estudantes no momento certo, etc.

Um dos sistemas tutores inteligente é o ***Tegram,*** criado por Turine (1994) com o objetivo de auxiliar o processo de ensino-aprendizagem de conceitos relacionados à Geometria plana a ser utilizado por estudantes do ensino fundamental, que será um dos instrumentos da presente pesquisa.

As atividades exploradas pelo sistema se baseiam nas peças do Tangram (triângulos, quadrado e paralelogramo) com o intuito de estimular o interesse do aluno em resolvê-las, pois o material Tangram envolve os estudantes desde a parte lúdica até o desafio de resoluções de problemas. Entre as atividades estão: reconhecimento das figuras geométricas referentes às peças do Tangram, composição das peças do Tangram para formar figuras geométricas, identificação de polígonos, área de figuras geométricas e animação.

Turine (1994) enfatiza a valorização do raciocínio utilizado pelo estudante na solução de problemas quando utiliza o Tangram e, mais especificamente, a importância da análise do processo de pensamento do estudante, ou seja, a seqüência de suas ações:

> *"... nestas atividades o processo para se chegar a um determinado resultado é muito mais importante que o próprio resultado".* (Santos e Imenes,1987, citados por Turine, 1994).

Diante dessa perspectiva, faz-se necessário salientar a relevância do sistema Tegram em permitir ao aluno "buscar" suas ações, através dos *buttons* e ícones existentes no sistema. Permite também ao professor analisar a seqüência dessas ações na solução das atividades propostas pelo sistema.

Fundamentação Teórica

Para estudar o processo de pensamento do aluno diante certos problemas geométricos, faz-se necessário a investigação de determinados fatores subjacentes à esse pensamento geométrico, entre eles o sentido espacial[57], e, mais especificamente as habilidades espaciais.

Estudos sobre o sentido espacial têm sido um ponto de convergência dos interesses de psicólogos e educadores matemáticos. Del Grande (1990) lembra que há tempos, psicólogos estudam fatores espaciais e que, recentemente, os educadores matemáticos passaram a direcionar seus estudos para esse campo de investigação. Também, no presente trabalho, procurar-se-á relacionar os enfoques da

---

[57] Trabalhos sobre o sentido espacial se encontram, por exemplo, na revista Arithmetic Teacher, v.37, nº6, Fev.

matemática e da psicologia para o estudo das habilidades espaciais envolvidas na solução de problemas de Geometria.

Fuys & Liebov (1993) apontam a capacidade de desenvolver o sentido espacial como um dos aspectos relevantes do ensino da Geometria no currículo escolar. Esses autores assumem o conceito de sentido espacial adotado no National Council of Theachers Mathematics (NCTM) (1989): *o sentido espacial é um sentir intuitivo de um sujeito sobre o espaço à sua volta e os objetos que estão nesse espaço*. Esses autores ressaltam que para desenvolver o sentido espacial, as crianças devem ter muitas experiências que focalizam relações geométricas: a direção, orientação e perspectivas de objetos no espaço, a forma relativa e os tamanhos de figuras e objetos e como uma mudança na forma está relacionada a mudança no tamanho.

Para os autores do Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (Standards), citados em Wheatley (1990), sentido espacial subsidia as habilidades: visualização espacial, raciocínio espacial, percepção espacial e imagem visual para rotação mental. Wheatley, entretanto, sugere que se pense sentido espacial em termos da produção de imagens. Concordando com Kosslyn, Wheatley esclarece que a produção de imagens envolve a construção, representação e transformação de imagens auto produzidas. Mais uma vez, vê-se a manifestação do sentido espacial traduzida no desenvolvimento de habilidades espaciais.

Matos e Gordo (1993) envolvem o sentido espacial numa relação de facilitador da aprendizagem da geometria sendo ao mesmo tempo desenvolvido pelas experiências geométricas em sala de aula. O conjunto de habilidades que os estudantes participantes desse ensino devem ter estão relacionadas com:

- a forma como eles percebem o mundo que os rodeiam e,
- a sua capacidade de interpretar, modificar e antecipar as transformações dos objetos.

Diante da reflexão dos estudos dos autores acima, têm-se a leitura da existência de um caminho do sentido espacial que vai da intuição à representação e à ação. Este caminho caracterizará a habilidade espacial. Assim a manifestação e o desenvolver do sentido espacial far-se-á através de sua tradução em ações que requerem esse sentido para obterem êxito. De fato, como descrito na introdução da revista Arithmetics Teacher (1990), v.37, nº6:

> *"Sem sentido espacial e o vocabulário para descrever relações, nós não podemos nos comunicar sobre posições ou as relações de dois ou mais objetos. Nós não podemos dar e receber direções para encontrar localizações e completar simples tarefas. Nós não podemos retratar mudanças que resultam quando figuras são divididas, combinadas, ou movimentadas no espaço. Nós poderíamos dificultar em nossas habilidades a análise das figuras e as relações de suas partes."* (p.4)

Além do sentido espacial estar inserido em um conjunto geométrico, também está presente nos conjuntos numéricos. Wheatley (1990) corrobora esse enfoque exemplificando que linhas numéricas, eixos de coordenadas e gráficos são meios do pensar sobre padrões numéricos e que frações podem ser pensadas em termos de regiões geométricas. Para o autor, a relação dos padrões numéricos com os geométricos envolve, geralmente, algum tipo de construção de imagens. Daí, a importância crescente do uso da geometria nas escolas e a necessidade de os educadores matemáticos conhecerem o "mundo da visualização espacial".

O estudo de Hoffer citado por Del Grande (1990), sugeriu sete "habilidades de percepção visual" ou tarefas categóricas. Del Grande (1990) discute sete habilidades espaciais que, segundo o autor, foram selecionadas por terem relevância no estudo da Matemática e, em particular da Geometria, são elas:

(1) percepção espacial (coordenação visual-motora): capacidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo.

(2) percepção figura-fundo: capacidade de identificar um componente específico numa determinada situação e envolve a mudança da percepção de figuras contra fundos complexos ("figuras escondidas").

(3) constância perceptual: capacidade de reconhecer figuras geométricas em diversas posições, tamanhos, contextos e texturas.

(4) percepção da posição no espaço: capacidade para distinguir figuras iguais mas colocadas em orientações diferentes.

(5) percepção das relações espaciais: capacidade de ver e imaginar dois ou mais objetos em relação a você mesmo ou em relação a outro.

(6) discriminação visual: capacidade para identificar semelhanças ou diferenças entre objetos.
(7) memória visual: capacidade de recordar objetos que já não estão visíveis.

Essa categorização estará presente na análise do processo de pensamento do aluno na solução de certos problemas geométricos.

As transformações geométricas (translação, rotação e reflexão) também serão analisadas na execução das atividades. Franchi et al. (1992) relatam a importância desses movimentos, pois fazem parte da experiência diária de todos nós e são aplicados em outros domínios do conhecimento. Além disso, propiciam o desenvolvimento de habilidades tais como: "*visualizar uma figura em diferentes posições, prever conseqüências da aplicação de determinados movimentos, ...*"(Franchi et al., 1992, p.38), aspectos esses envolvidos na composição e decomposição das figuras geométricas planas, sendo um dos objetos para compreensão dos processos de pensamento do sujeito na solução dos problemas propostos.

Enfatizando a transformação geométrica, alguns estudos analisam a rotação mental, Jalles (1997), que significa a capacidade de rotacionar figuras bi ou tri-dimensionais, levando em conta o desempenho e o tempo na execução dos giros dessas figuras, para a realização de certas tarefas. De acordo com Anderson (1995), rotação mental é o processo de transformar, continuamente, a orientação de uma imagem mental.Com o ícone de rotação existente no sistema computacional Tegram, será possível relacionar o desempenho e utilização do sujeito a esse recurso, como um meio para a identificação e construção das figuras geométricas pertencentes ao Tangram.

Metodologia

Sujeitos

A pesquisa contará com seis sujeitos, os quais cursam a 6ª série do ensino fundamental de uma escola particular de Campinas. Os alunos farão as atividades individualmente e a análise do processo de pensamento geométrico de cada um serão realizada mediante os instrumentos Tegram e/ou Tangram.

Alguns pontos da escolha dos sujeitos devem ser ressaltados:

•possuir conhecimento prévio do uso do computador, ressaltando que a pesquisa não tem por objetivo analisar o impacto do uso do mesmo e sim o processo cognitivo dos sujeitos em relação à percepção geométrica, utilizando o computador como um dos instrumentos de análise.

•ser principiante na utilização do Tangram e do sistema tutor inteligente Tegram, pois o fato do sujeito conhecer o conteúdo afetaria sua forma de raciocínio.

Materiais

Serão utilizados os seguintes materiais:

1) questionário semi estruturado, para o pesquisador selecionar os sujeitos que se encaixam nos requisitos citados anteriormente.
2) sessões filmadas e gravadas, com permissão dos sujeitos.
3) Tegram
4) Tangram

Procedimento

A investigação se procederá dividindo-os dois a dois em três grupos:

•*grupo1*: resolverão as atividades mediante o uso do sistema computacional
•*grupo2*: resolverão as atividades utilizando o Tangram
•*grupo3:* resolverão as atividades tendo ambos os instrumentos à sua disposição

Podendo assim analisar quais habilidades espaciais o aluno utilizará diante diversas situações com materiais de diferentes representações. Isto é, se o processo do pensamento geométrico, em relação à habilidade espacial, do aluno difere resolvendo atividades envolvendo as peças do Tangram, mas com essas peças "inseridas " em duas diferentes representações: o material didático Tangram e o sistema computacional tutor inteligente Tegram.

É de grande importância a interação entre pesquisador e sujeito. Se necessário, o pesquisador deve intervir, a fim de nortear os caminhos para a execução das atividades. Com isso, o sujeito encontrará caminhos alternativos e mais produtivos. O pesquisador facilitará o desenvolvimento da atividade a fim de que o sujeito "pense em voz alta" ao executá-la. Assim, os processos de solução do problema serão captados.

Uma metodologia onde essa ênfase se encaixa é o "experimento de ensino" (teaching experiment) de Cobb e Steffe utilizado em Borba (1994), focalizando a intervenção do pesquisador como positiva se não diretiva a ponto de ofuscar ou direcionar insistentemente o pensamento do sujeito.

A técnica de incentivar o aluno a "pensar em voz alta" é salientada em Sternberg (1992):

> *"...com o advento da ciência da informática e suas noções e técnicas associadas de simulação do comportamento humano pelos computadores (Newell et al., 1958), os psicólogos interessaram-se principalmente pela realização de rigorosas investigações dos processos básicos de solução de problemas. A técnica usada era a de fazer com que um indivíduo pensasse "em voz alta" enquanto solucionava um determinado problema. Este protocolo de solução de problemas é gravado em fita, transcrito e depois minuciosamente analisado para descobrir-se exatamente como o sujeito tentou solucionar o problema ..."*(p. 254).

Planejamento de análise dos dados

A análise dos dados será feita através dos protocolos que serão obtidos com o uso de gravador e de uma filmadora, para resgatar os movimentos e procedimentos que o aluno utilizará nas atividades. Serão utilizados o computador e o Tangram, para análise e inferências sobre as habilidades espaciais dos sujeitos.

Em tais protocolos constarão os procedimentos utilizados no desenvolvimento das atividades de composição de figuras geométricas referentes às peças do Tangram: triângulos, quadrado e paralelogramo.

Enquanto os sujeitos solucionam os problemas, solicitar-se-á o "pensar em voz alta" e estes dados serão gravados, posteriormente transcritos e analisados juntamente com os vídeos.

Na análise dos resultados pretende-se não apenas identificar as habilidades espaciais, mas também descrever o processo de pensamento desenvolvido pelos sujeitos.

Desta forma, procurar-se-á prestar uma contribuição para um melhor conhecimento dos processos de pensamento dos alunos, da escolaridade especificada, ao solucionar problemas geométricos. Esse conhecimento, acredita-se, poderá auxiliar o professor a compreender as dificuldades desses alunos. Conseqüentemente, poderá incentivar o professor a elaborar e propor atividades que desenvolvam as habilidades espaciais nos seus alunos, referentes aos conteúdos.

Referências Bibliográficas

ANDERSON, J. R. (1995). 4ª ed., *Cognitive psychology and its implications.*

BARROS, J. P. D. (1988). Informática: um novo desafio educacional. in BARROS, J P.D. de, D'Ambrósio Ubiratan. *Computadores, Escola e Sociedade* Editora Scipione.

BORBA, M. C. (1994).Computadores, representações múltiplas e a construção de Idéias Matemáticas. *Bolema*, ano 9, especial 3. UNESP, Rio Claro.

DEL GRANDE, J.(1990) Spatial Sense. *Arithmetic Teacher*. v.37, n.6.fevereiro.

DUNKELS A. (1990) Making and exploring Tangrans. *Arithmetic Teacher*. v.37, n.6.fevereiro.

FRANCHI, A. et al. (1992). Considerações Metodológicas. *Geometria no 1° Grau: da composição e da decomposição de figuras às fórmulas de área*. Coleção Ensinando Aprendendo. São Paulo: CLR Balieiro, vol.7.

FUYS, D. J. & LIEBOV, A. K.(1993). Geometry and Spatial Sense. In JENSEN, R. J. (Ed.) *Research Ideas for the Classroom — Early Childhood Mathematics*. Reston, VA: National Council of Theachers Mathematics.

JALLES, C. M. C. R. (1997). *O efeito de instruções sobre estratégias metacognitivas de crianças pré-escolares em solução de problema geométrico: um estudo exploratório*. Campinas. Faculdade de Educação da UNICAMP. (Dissertação de Mestrado em Educação).

JOLY, M. C. R. A (1995). O resgate histórico dos computadores na educação: fundamentos para pesquisa e aplicação enquanto tecnologia educacional. in DIAS, Reinaldo (org) *Estudos Interdisciplinares numa visão contemporânea*. Editora da Universidade São Francisco EDUSF.

KRIEGLER, S.(1991) The Tangram — it's more than na anciente puzzle. *Arithmetic Teacher*. Maio.

MATOS, J. M. & GORDO, M. F. (1993). Visualização espacial: algumas atividades. *Educação e Matemática*, n. 26, 2º sem.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1989). Curriculum and evaluation satandards for school mathematics. Reston, VA: Author.

RUSSELL, D. S. & BOLOGNA, E. M. (1982). Teaching Geometry with Tangrams. In: HILL, J. M. (Ed.) *Geometry for Grades K-6: reading from the Arithmetic Teacher*. Reston, VA: National Council of Theacher Mathematics.

SHERARD III, W. H. (1981). Why is geometry a basic skill? *Mathematics Teacher*. Janeiro

STERNBERG, R. (1992). *As capacidades intelectuais humanas*: uma abordagem em processamento de informações. Tradução Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas. 285 p.

TURINE, M. A. S. (1994). Tegram: *Um Sistema Tutor de Geometria Plana Baseado no Tangram*. São Carlos, S.P: Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos. (Dissertação de Mestrado).

WHEATLEY, G. H. (1990) Spatial Sense and Mathematics Learning. *Arithmetic Teacher*. v.37, n.6.fevereiro.

UM ESTUDO SOBRE O DISCURSO E PRÁTICA PEDAGÓGICA EM GEOMETRIA: REPRESENTAÇÕES SOCIAIS

Paulo César Oliveira
Orientadora: Maria do Carmo Domite Mendonça
Faculdade de Educação - Cidade Universitária "Zeferino Vaz"
Campinas - SP CEP 13083-970 Unicamp

De modo a propiciar uma visão geral de nosso trabalho, consideramos de suma importância a apresentação de determinados aspectos teóricos relevantes ao ensaio interpretativo das representações sociais de nossa professora frente a sua prática pedagógica em geometria.

Primeiramente, ressaltamos que a interpretação das representações sociais intrinsecamente relacionadas à geometria – objeto de conhecimento matemático – sustentou-se devido ao consenso de considerar representação como uma porção do saber, assim como o fato de seu conteúdo referir-se a um conhecimento que se encontra entre a percepção e o conceito – no caso, o volume de sólidos geométricos. Outro fator importante é que as representações, além de manterem a natureza e estrutura dos objetos, permitem a apropriação da realidade social e exterior.

A geometria foi discutida, inicialmente, a partir da apreensão de modo reflexivo, da gênese da construção geométrica. Nesta etapa, procuramos resgatar as raízes históricas do nascimento e desenvolvimento da geometria.

Este movimento inicialmente fundamentou-se no tratamento histórico elaborado por Eves, sintetizado basicamente pelos seguintes aspectos: a) provavelmente, a geometria iniciou muito antes que a história escrita, por simples observações provenientes da capacidade humana para reconhecer a forma e comparar figuras e tamanhos; b) quando a inteligência humana fora capaz de extrair de relações geométricas concretas uma relação abstrata geral, contendo a primeira como um caso particular, chegou-se a noção de lei ou regra geométrica.

A dificuldade em compreender, historicamente, o desenvolvimento do pensamento geométrico retratado por Eves (1969) fez com que continuássemos à procura de pressupostos e explicações. Os constructos elaborados por Gerdes (1980) contribuíram significativamente para o nosso entendimento sobre a gênese desta construção. Esse autor concebeu a relação dialética entre a vida ativa do ser humano e o pensamento abstrato como o "motor" do desenvolvimento da geometria, ou seja, as atividades geométricas são produtos dos indivíduos culturalmente situados.

A natureza da geometria, delineada pelas representações sociais dos autores destacados, mostrou-nos que esta teoria centra o seu olhar sobre a relação sujeito-objeto. Nesse sentido, na relação com o objeto-mundo, o autor constrói tanto o mundo como a si próprio.

Tal relação também foi considerada no contexto escolar. Neste aspecto abordamos, entre outros, que a perspectiva de um currículo mais convencional acentua o distanciamento entre o saber escolar e o saber produzido como atividade humana no cotidiano de um determinado contexto cultural. Com consequência, um processo educacional nestes moldes contempla o conhecimento como conteúdo, informação a ser transmitida ao aluno.

Essa concepção, naturalmente, não consegue motivar o educando a pensar com curiosidade e raciocínio próprio e, muito menos, pode inserir nessa prática de ensino questões dos alunos geradas no meio social a que pertencem.

Abordamos, também, as perspectivas de Piaget, Vygotsky, Cobb & Yackel & Wood para compreendermos seus constructos sobre conhecimento, ensino de matemática e representação mental.

Na perspectiva piagetiana, o conhecimento é o resultado da ação do sujeito e o processo evolutivo da inteligência, pelo qual o sujeito constrói estruturas cognitivas, é que permite-lhe compreender a realidade em que vive. Da perspectiva vygotskyana, a produção de significados, as representações e mudanças intelectuais do indivíduo e seu próprio desenvolvimento estão fortemente influenciados pelo meio sócio-cultural em que estão inseridos e, por isso, a interação do indivíduo com o sistema de aprendizagem e fortemente compartilhada com o mundo exterior.

Já os trabalhos Cobb & Yackel & Wood contribuem significativamente para compreendermos as dimensões atribuidas à relação envolvendo aprendizagem e ensino da matemática. Para esses autores, o conhecimento matemático é, fundamentalmente, resultado de uma prática social – as instruções ou intervenções do professor têm, assim como para Vygotsky, um papel primordial na construção individual pelo aluno. Deste modo, Cobb & Yackel & Wood romperam as fronteiras da visão representacional, que entende o conhecimento matemático, como um conjunto de representações internas elaboradas na mente que podem ser modificadas pelas representações instrucionais externas oferecidas pelo pedagogo – essa representação instrucional externa pode ser um material de manipulação, um desenho, a explicação oral do professor, entre outros.

O avanço de suas pesquisas reflete no fato da aprendizagem matemática a ser analisada como resultado de um processo interativo entre alunos e também entre a comunidade na sala de aula com o professor, num exercício contínuo de negociação implícita e explícita de significados matemáticos. Portanto, aprendizagem da matemática como resultado da produção de significados presumidamente partilhados transcede a visão de conhecimento matemático como representação mental, atribuindo-lhe uma característica antropológica – a aprendizagem da matemática é um processo de aculturação, na medida em que se desenvolve uma cultura no ambiente pré-estruturado da sala de aula.

Remetendo tais considerações para o âmbito de nossa pesquisa, percebemos que professora e alunos têm representações de natureza sócio-cultural sobre o campo do conhecimento matemático, ou seja, qualquer sentença matemática dada, fato ou proposição representa a organização e os interesses sociais assim como os objetivos de um pensamento matemático coletivo.

Neste sentido, reconhecemos que as relações dialógicas entre a professora e seus alunos, estabelecidas nos episódios analisados, denotam, entre outros, representações sociais sistematizadas do seguinte modo:

— A visão da professora no que se refere à percepção das formas geométricas tem, de acordo com a concepção de Eves (1969), um caráter essencialmente estático. As representações sociais da professora delimitam a natureza do conhecimento geométrico, à medida que os elementos e as características utilizadas para definir o volume dos sólidos são de caráter imediatamente visível.

— O conhecimento matemático, para a professora, é visto como um corpo de conhecimento constituído por um conjunto de teorias bem determinadas, embora o seu discurso revele uma pedagogia dinâmica e interativa. Nessa perspectiva de ensino, a professora espera não se restringir apenas a transmissão de informações, diretamente voltada aos conteúdos, mas também tornar-se um mediador na construção de significados matemáticos por parte dos alunos.

— O ensino de geometria, para a professora, está impregnado do caráter euclidiano devido à relação direta que ela estabelece entre a figura geométrica e seus respectivos elementos, embora o seu discurso revele um ensino a partir da manipulação dos objetos, do reconhecimento das formas mais frequentes, de sua caracterização através das propriedades, da passagem dos relacionamentos entre objetos para o encadeamento de propriedades, para somente ao final do percurso aproximar-se de uma sistematização – diretriz da proposta curricular do Estado de São Paulo (1991).

— A relação dialógica da professora com seus alunos está direcionada pela visão de que o aprendizado é dado por meio de suas significações, ou seja, o aluno aprende pela via das "explicações" repetindo o modelo apresentado pela professora.

— De modo geral, as elaborações mentais da professora no que se refere à visualização do sólido geométrico, não são partilhadas com seus alunos. Esta atitude unilateral contraria os pressupostos que fundamentam nosso trabalho. Numa perspectiva vygostskyana, a construção de uma ordenação, interpretação do conceito e cálculo do volume será possível desde que o educando, numa interação com o professor, tenha a possibilidade de apropriar-se de sistemas simbólicos de representação da realidade.

— Na relação com o fazer pedagógico, é evidente a tentativa de atitudes coerentes, por parte da professora, entre o que ela faz e o que ela pensa. No entanto, observamos que a professora não elabora uma análise reflexiva de sua prática. O seu fazer é muito intuitivo, por isso é que, diversas vezes, ela não estabelece relações claras entre a prática e os pressupostos teóricos que a embasam – a proposta curricular é um exemplo. A prática tende a repetir a prática.

— A professora é a principal fonte do conhecimento sistematizado – a ênfase na exposição oral demonstra tal afirmação. Neste sentido, inferimos que a professora compartilha uma perspectiva de ensino que tem no docente o centro do processo ensino-aprendizagem. Assim, o aprendiz, em termos, tende a aceitar passivamente a explicação da professora como "verdade absoluta", na medida em que ele constrói a imagem do professor como aquele que sabe – o detentor do saber.

Compreendo e gostaria de partilhar claramente a idéia de que este é um estudo localizado, que tem por objetivo estabelecer relações entre certas representações sociais de uma professora interpretadas a partir do contexto histórico que lhe é dado.

Percebemos em nossa investigação que as interpretações elaboradas frente ao material empírico apresentam um caráter relativo devido à natureza de nosso problema de investigação. Na verdade, as representações sociais desta professora que envolvem a geometria como saber escolar são regidas por um conjunto de condutas, normas e valores especialmente próprios.

O contato com outros profissionais da área assim como às pressões da sociedade e o aparecimento de situações não previstas propiciam, de modo consciente ou não, a necessidade de construir novas interpretações dos conhecimentos científicos, de acordo com as necessidades, percepções e concepções de cada um.

A reelaboração das representações sociais frequentemente pode propiciar à nossa professora a construção contínua de sua própria história de vida profissional, a partir da vivência de seu cotidiano.

O contato com as teorias que constituíram o suporte teórico para o ensaio interpretativo do material empírico levou-nos a observar um primeiro passo essencial para a formação de professores: refletir, primeiramente, sobre a prática pedagógica da qual o docente é sujeito. A partir daí, então, levá-los a interagir com uma teoria capaz de produzir reflexões acerca da sua trajetória profissional para posteriormente vislumbrar caminhos para a re-construção das representações sobre o seu fazer pedagógico.

A realização deste trabalho não teve qualquer intenção de construir um novo paradigma de avaliação do desempenho do professor. Pensamos que estudá-lo desta maneira pode contribuir muito para observar/analisar/compreender as formas de interlocuções elaboradas entre o professor e seus alunos na construção de um saber comum à comunidade escolar.

Apesar deste trabalho ter propiciado a oportunidade de elaborarmos conjecturas sobre a prática pedagógica de um determinado docente, não foi possível encaminhar um processo de reelaboração das representações sociais, discutindo/re-interpretando, junto com a professora os registros videográficos de suas aulas.

Ressaltamos que este não era o nosso objetivo nesta pesquisa. Além do mais, tal meta não poderia ser realizada tendo em vista o limite determinado pelo próprio período de coleta de dados – final de ano letivo – e pelas mudanças ocorridas no exercício da prática pedagógica de nossa professora – no ano seguinte, ela ministrou somente aulas de física.

A partir deste trabalho, acreditamos que haja a possibilidade de darmos continuidade à pesquisa observando/analisando os possíveis fatores que contribuem no processo de reelaboração de suas representações sociais a partir de seu próprio fazer pedagógico.

Brevíssimo panorama histórico das matemáticas em Portugal, com enfoque sobre a vida e obra de José Anastácio da Cunha

Inocêncio Fernandes Balieiro[58]
Orientadora: Rosa L. S. Baroni
UNESP - Rio Claro

Introdução

Antes de tratarmos especificamente de José Anastácio da Cunha, teceremos um breve panorama histórico de Portugal, procurando retratar o desenvolvimento das matemáticas nessa península e as influências que caracterizaram o prosperar "matemático" ali efetivado. Para tal escopo, iremos abalizar a história das matemáticas em Portugal em quatro períodos.

O primeiro período inicia-se no reinado de D. João I e vai até a morte de D. João II. Podemos caracterizar esta época como início formador da cultura matemática lusitana, ou seja, a preocupação primordial, não só dos portugueses mas também dos espanhóis, estava concentrada em pesquisas, com o intuito de obter subsídios necessários às realizações das grandes navegações. Tal situação possibilitou o destaque de alguns matemáticos, tais como: José Vizinho, Abraão Zacuto, Francisco Faleiro e o preeminente Pedro Nunes (1502-1578).

Houve o desenvolvimento de estudos teóricos, instrumentos náuticos necessários à navegação e a existência de vários fatores que beneficiaram a expansão ultramarina, tais como: falta de produtos agrícolas, conveniência de novos mercados e posição geográfica de Portugal propícia a atividade. A Camões restou narrar essas conquistas em *"Os Lusíadas"*. Assim se qualifica o segundo período.

O terceiro período da história das matemáticas em Portugal é o coincidente com a época das transformações econômicas, políticas e culturais que assinalaram a passagem da Idade Média para a Idade Moderna; com respeito à matemática desta quadra, destacamos o desenvolvimento no campo físico-matemático realizado por Kepler e Galileu e os novos progressos com a introdução da álgebra simbólica (logística speciosa) por intermédio de Viète.

Em Portugal, nesta fase, o desenvolvimento da "cultura matemática" esteve sob o auspício da Igreja Católica, que propiciou através de suas corporações religiosas (Colégios da Companhia de Jesus) a cultura científica e filosófica.

O quarto período está intimamente ligado à reforma pombalina da Universidade de Coimbra (1772). Muito importante essa reforma executada pelo então Ministro Marquês de Pombal, pois já se fazia algum tempo necessária a criação de uma cadeira para o ensino da matemática - curiosamente tardia, em consideração às obras de caráter matemático e científico escritas nos séculos XVI e XVII.

Criou-se, então, a Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, com as respectivas cadeiras: Geometria, Álgebra e Cálculo infinitesimal, Mecânica e Ótica e Astronomia. Como conseqüência, tiveram entrada em Portugal as ciências estrangeiras (matemática e física e outras) dos doutos do século XVI e XVII. Com a necessidade de ter-se livros-textos especializados, nas respectivas áreas (matemática e física), houve a indispensabilidade da tradução de obras para o idioma português.

Nós nos ateremos a este último período, pois a ele corresponde a atividade intelectual próspera de J. A. da Cunha, já então professor (nomeação expedida pelo Reitor, em 1733, de acordo com a deliberação do Marquês de Pombal) da recém Faculdade de Matemática.

Formação de J. A. da Cunha

De descendência social modesta, fator que na época não foi empecilho para suas conquistas, J. A. da Cunha teve uma educação esmerada no convento dos padres oratorianos; estabelecimento religioso que lhe proporcionou uma consistente formação intelectual em gramática, retórica e lógica; no que tange à matemática e física, revelou-se um autodidata.

---

[58] Mestrando do Curso de Pós-Graduação, UNESP-Rio Claro/S.P., Bolsista CNPq.

Aos dezoito anos de idade, no término do curso, assenta praça no Regimento de Artilharia do Porto, com aquartelamento em Valença. Motivo: conflito entre Portugal e a Espanha aliada com a França, relacionado com a guerra dos Sete Anos (1756-1763).

Em Valença, o jovem primeiro-tenente executa suas funções militares e dedica-se com maior afinco nos estudos físico-matemáticos, ou seja, freqüenta as aulas de artilharia regimental, ambiente profícuo, pois uma boa parte dos oficiais deste regimento eram de origem estrangeira (ingleses, franceses, italianos, espanhóis e alemães) e professavam as concepções iluministas e religiões contrárias à religião oficial de Portugal. Posteriormente será um dos fatores que condenarão o jovem tenente, pois J. A. da Cunha ficou imbuído destas idéias revolucionárias.

O convívio em tal ambiente cultural também proporcionou a ele a ascensão junto aos seus pares, devido também às suas excepcionais aptidões - científicas, lingüísticas e literárias, promovendo desta forma o reconhecimento de suas qualidades por parte de seus oficiais superiores, em particular o comandante supremo do Exército Português, o Conde Lippe.

Na Universidade de Coimbra

O ano de 1772, constituiu-se marco importantíssimo ao se tratar do desenvolvimento histórico-cultural de Portugal, principalmente nas ciências exatas - no nosso caso específico, a matemática; ocasião em que o Marquês de Pombal fez as importantes reformas educacionais na Universidade de Coimbra; possivelmente estas transformações culturais sejam decorrentes das idéias iluministas que começaram na França e disseminaram-se por toda a Europa. Criou-se, então, uma Faculdade própria para matemática e instituíram-se as respectivas cadeiras para compô-la, designando-se os concernentes professores: os italianos Michele Franzini (cadeira de Álgebra) e Michele Antonio Ciera (cadeira de Astronomia), ambos vindo do Colégio Real de Nobres de Lisboa, e o padre José Monteiro da Rocha, um dos mentores do estatuto administrativo e curricular da recém Faculdade de Matemática. Coube a ele a cadeira de Ciências Físico-Matemáticas, ficando vaga a cadeira de Geometria, que no ano seguinte (1733) será ocupada por J. A. da Cunha, sendo esta uma nomeação titular, executada por recomendações diretas do Marquês de Pombal, expressas em duas cartas encaminhadas a D. Francisco de Lemos, Reitor daquela Universidade. Trechos dessas cartas transcrevo literalmente abaixo:

"O dito Militar he tão emminente na Sciencia Mathematica, que tendo-o Eu destinado para hir a Allemanha aperfeiçoar-se com o Marechal General [Lippe], *que me tinha pedido dous, ou trez moços Portuguezes para os fazer completos; me requerêo o Tenente General Francisco Maclean, que não o mandasse; por que elle sabia mais que a maior parte dos Marechaes dos Exercitos de França, de Inglaterra, e de Allemanha: E que he hum daqueles homens raros, que nas Nações cultas costumam apparecer.*

Sobre este, e outros igualmente authenticos testemunhos, foy provido na Primeira Cadeira do Curso Mathematico, ou de Geometria; (...)

A falta de Grão do referido Joze Anastacio lhe não deve servir de impedimento; por que (alem de me lembrar que meu Tio o senhor Paulo de Carvalho foy nessa Universidade Lente, antes de ser Doutor) se pode o dito Professor doutorar depois, da mesma maneira que se doutoram os outros Professores depois de nomeados Lentes." [02, pp.8-9]

Em outra carta:

"Tenho por certo, que o Professor de Geometria hade fazer huma boa parte do Ornamento Literario dessa Universidade; e que com o genio suave, que se lhe conhece, conduzirá os seos Discipulos a aprenderem com gosto, e diligencia hum Disciplina tão proveitoza como esta para todas as Faculdades Scientificas." [02, pp.8-9]

J. A. da Cunha permaneceu somente quatro anos nessa instituição, e durante sua estada na mesma, no ano de 1776, apresentou um Compêndio de Geometria seu à Congregação de Matemática para exame, mas infelizmente não foi aprovado.

Com a morte do Rei D. José I, houve uma transformação no cenário político português: o Marquês de Pombal foi destituído do cargo de Ministro Real e, como conseqüência, J. A. da Cunha acabou sendo vítima desse turbilhão político. Foi denunciado e preso pela Inquisição em primeiro de julho de 1778 e condenado a três anos de reclusão, sob delação de heterodoxia religiosa - devido às suas atividades literárias de poeta e tradutor de obras consideradas proibidas pelo Santo Ofício e sua convivência em Valença com oficiais estrangeiros que apregoavam concepções lesivas à religião oficial. O tribunal do Santo Ofício, ao promulgar a sentença, destituiu-o de sua patente militar e declarou sua exoneração do quadro docente da Universidade de Coimbra. J. A. da Cunha aproveita o enclausuramento inquisitório na Casa da Necessidade da Congregação do Oratório (por ironia do destino, a instituição que deu a ele sua ampla formação intelectual) para revisar sua obra máxima - *"Principios Mathematicos".*

Em 1781, término do degredo em Évora, ele é convidado a ensinar matemática na Real Casa Pia de Lisboa, sob o aceno do fundador desta instituição de ensino, o Intendente Geral da Polícia, Diogo de Pina Manique.

No último ano de vida, aproveita para corrigir os textos tipográficos de sua obra: *Principios Mathematicos*, fato bem evidenciado por F. Gomes Teixeira: *"Nesta casa passou os últimos anos de sua vida, a pensar, a escrever e a ensinar, quanto o permitia o estado precário da sua saúde, abatida por desgostos, e nesta casa faleceu em 1 de janeiro de 1787, no dia seguinte em que emendara as últimas provas dos seu Principios Mathematicos."*

Trabalhos Literários do Matemático e Bardo[59] ou Bardo e Matemático

Ao vinte anos o jovem J. A. da Cunha, então nomeado Tenente de Artilharia, é designado a cumprir suas obrigações militares no recém criado Regimento de Artilharia do Porto, aquartelado em Valença, conforme já se descreveu anteriormente. Em estada neste ambiente multicultural, pois a maioria dos oficiais que compõem o já referido Regimento eram estrangeiros, ele deixa extravasar suas qualidades excepcionais de erudição e profundo conhecimento de história, filosofia e línguas (modernas e mortas), como salienta Aníbal Pinto de Castro:

"Mas, o que ainda é mais extraordinário, este moço [J. A. da Cunha] *acrescentou, a esta aplicação (...) um perfeito conhecimento da história, das línguas, das belas letras. É excelente poeta e bom crítico nas línguas mortas; sabe muito bem a italiana, francesa, espanhola e inglesa (...). Parece que não emprega o seu tempo em estudos; e pela sua grande timidez não conversa, ainda nas matérias mais indiferentes, senão com os seus íntimos amigos. É tosco na sua pessoa e familiaridade; e parece conhecer tão pouco os termos de civilidade, quanto é versado em todo o gênero de ciência e de literatura. Com seus amigos várias vezes repete algumas da suas obras dos nossos poetas ingleses, particularmente Shakespeare; e faz nele tal efeito a sua repetição, que parece arrebatar-se; e nestas ocasiões uma só gota de vinho do Porto, de que gosta, o faz alienar. Este homem extraordinário parece a qualquer desconhecido um simples. Ri-se muito, e em todo o seu proceder não se descobre nenhuma daquelas excelências de que é adornado."* [01, p.40]

J. A. da Cunha traduziu poetas ingleses, gregos e latinos, franceses em particular Diderot e Voltaire. Desta forma ele assimila obras que talavam a Europa e que posteriormente culminariam com a Revolução Francesa. Suas traduções compreendem algumas centenas de versos.

"Compreende a obra reunida de José Anastácio uns cinco mil versos, de que são traduções pouco menos de metade." [03, p.160]

Devido à atitude "ilícita" de cultivar a literatura clássica e de outros povos e traduzi-la, foi acusado pelo Tribunal do Santo Ofício, que deixa explícito não se tratar de o acusado ser amigo ou professar as idéias do Marquês de Pombal:

---

[59] Bardo: poeta heróico, entre os celtas e gálios.

"Nunca os juízes censuram ao matemático-poeta o seu pombalismo. É uma questão que não se põe no processo. O que lhe censuram são coisas da alma. José Anastácio é condenado por herege e apóstata da santa fé católica, caído nos erros de libertinismo (sic), deísmo, tolerantismo, indiferentismo ...

Provas? A maneira como vivia em Valença, os livros estrangeiros que possuía: Shakespeare, Sterne, Rabelais, Molière, Metastásio, Galland, muito Voltaire, sobretudo Voltaire ..." [03, p.167]

Transcrevo, a seguir, alguns poemas censurados pelos inquisitores, todos como prova incriminadora, segundo eles.

"Por que razão não fizeste,
Justo Céu, por que razão,
Menos áspera a virtude,
Ou mais forte o coração?" [03, p.164]

No poema seguinte, a beleza e a virtude da mulher amada alimentam um amor sublime e pouco, que a consumação carnal não macula:

"Mas oh! quem sem virtude pode ver-te,
Quem sem sentir-te pode conhecer-te?
Ah! do meu bem no angélico semblante,
Com que glória o admiro radiante! ...
Amor de espécie mais sublime e pura,
Respira quanto em sua formosura
A minha alma contempla, quase louca,
Face atractiva e atractiva boca ... [01, p.48]

E é através do amor que, mesmo quando separados, os dois amantes se fundem num ser único:

" - Oh! cuidas tu que se acharia,
Ou no mundo ou do mundo nos anais,
Quem milagrosamente saberia
Tanto e tão gentilmente amar jamais?

Não vês inda de gosto sufocados
Um noutro nossos peitos esculpidos?
Não sentes nossos rostos tão chegados
- E ainda mais os corações unidos?

Oh! mais, do que unidos. Tu fizeste,
Doce encanto, que eu fosse mais que teu.
Lembra, lembra-te quando me disseste:
- Meu bem, eu não sou tu? ... tu não és eu?

Faz de duas vizinhas gotas de água
Uma só e invencível atracção;
Forma amor em celeste ardente frágoa
De nossos corações um coração." [01, p.50]

Como descrito em linhas anteriores, são poemas e traduções de poetas estrangeiros que condenaram o jovem matemático e poeta.

Trabalhos Matemáticos e Científicos

Com o intuito de elucidar essa parte do texto, será conveniente vertermos a cronologia

1744 11 de março, nasce, em Lisboa, José Anastácio da Cunha (JAC), filho do pintor Lourenço da Cunha;
1750 Morre D. João V; sucede-lhe D. José I;
1760 JAC perde o pai; escreve o primeiro poema que se lhe conhece; estuda com os Oratorianos na Casa das Necessidades em Lisboa;
1765 25 de junho, JAC é nomeado primeiro-tenente para a Companhia de Bombeiros do Regimento de Artilharia do Porto, destacado na praça de Valença do Minho;
1772 Reforma Pombalina da Universidade; criação da Faculdade de Matemática em Coimbra;
1773 5 de outubro, JAC é nomeado Lente de Geometria pelo Marquês de Pombal;
1776 20 de abril, JAC apresenta um compêndio de Geometria seu à Congregação de Matemática da Universidade de Coimbra para exame pelos outros três professores, que não veio a ter seqüência;
1777 Morre D. José I, sucede-lhe D. Maria I; o Marquês de Pombal é demitido;
1778 JAC é preso pela Inquisição (1 de julho), interrogado e condenado em Coimbra (15 de setembro); é sujeito a auto-de-fé em Lisboa (11 de outubro);
1781 JAC é nomeado professor de Matemática na Casa Pia de Lisboa por Pina Manique, após lhe ter sido reduzida a pena inicial;
1782 Início da publicação, em Lisboa, dos primeiros fascículos dos *Principios Mathematicos*;

Comentários a respeito da obra *Principios Mathematicos*: contém 302 páginas, sua composição segue o estilo euclidiano, como salienta F. Gomes Teixeira:

"... o autor emprega ordinariamente, (...) os métodos sintéticos dos antigos matemáticos gregos. Não deduz, em geral, as proposições; enumera-as primeiro e demonstra-as depois pelos meios mais curtos, (...) reduzindo algumas vezes a demonstração à forma de simples verificação." [04, p.253]

A obra citada integra os seguintes tópicos matemáticos, já descritos por Enrico Giusti:

Livro I, pp. 1-12 : Geometria dos triângulos (corresponde aos primeiros livros dos Elementos de Euclides).
Livro II, pp. 13-19 : Geometria do círculo (Elementos, Livro III).
Livro III, pp. 20-27 : Teoria das proporções (Elementos, Livro V).

Livro IIII, pp. 28-59 : Aritmética Elementar (Adição, subtração, multiplicação com números decimais e fracionários, extrações de raízes quadradas).
Livro V, pp. 60-71 : Semelhança de triângulos (Elementos, VI).
Livro VI, pp. 72-83 : Geometria dos sólidos (Elementos, XI).
Livro VII, pp. 84-99 : Geometria do círculo (Elementos, III e IV).
Livro VIII, pp. 100-105 : Elementos de Álgebra.
Livro VIIII, pp. 106-120 : Séries e sua convergência (Série exponencial e logarítmica; definição de potência à expoente qualquer; binômio de Newton).
Livro X, pp. 121-144 : Equações algébricas, até o quarto grau.
Livro XI, pp. 145-154 : Sistema de equações e problemas que conduzem a equações de grau inferior a cinco.
Livro XII, pp. 155- 157 : Problemas de análise diofantina.
Livro XIII, pp. 158- 169 : Construção de equações e solução de problemas geométricos.
Livro XIIII, pp. 170-192 : Geometria analítica; secções cônicas; estudo de problemas geométricos.
Livro XV, pp. 193-204 : Cálculo diferencial.
Livro XVI, pp. 205-236 : Trigonometria plana e esférica e desenvolvimento em série das funções trigonométricas.
Livro XVII, pp. 237-248 : Geometria diferencial elementar.
Livro XVIII, pp. 249- 262 : Integrações; integrais binômicas, integrações de funções racionais.

Livro XVIIII, pp. 263-268 : Equações diferenciais.
Livro XX, pp. 269-283 : Cálculo das diferenciais finitas; séries recorrentes.
Livro XXI, pp. 283 302 : Miscelânea.

1787 1° de janeiro, JAC morre em Lisboa;
1790 Publicação, em Lisboa, dos *Principios Mathematicos*;
1807 Publicação, em Londres, dos *Ensaios sobre os Principios de Mechanica*;
1811 Publicação, em Bordéus, dos *Principes Mathématiques*;
1816 Relançamento, em Paris, dos *Principes Mathématiques*;
1838 Publicação, no Porto, da *Carta Fisico-Mathematica*;
1839 Publicação, em Lisboa, das suas *Composições Poéticas*, por Inocêncio Francisco da Silva;
1930 Publicação, em Coimbra, da sua *Obra Poética*, por Hernâni Cidade;

1966 Publicação, em Lisboa, das *Notícias Literárias de Portugal. 1780*, por Joel Serrão;
1987 Comemorações do bicentenário da sua morte; sessões de homenagem em Évora, Coimbra e Lisboa; reedição fac-similada, em Coimbra, dos *Principios Mathematicos*.

Conclusão: J.A. da Cunha foi um rigoroso inovador e predecessor de idéias matemáticas em sua época. Os *Elementos de Euclides* marcaram a formação matemática da época e foram objeto de pormenorização nos primeiros livros que compõem os *"Mathematicos Principios"*. As obras de Newton tiveram considerável influência no pensamento de J. A. da Cunha, mas, apesar de ser admirador do grande físico, notamos nos *"Principios"* um apego à notação do Cálculo e ao conceito de infinitésimo de Leibniz. A obra e idéias do filósofo e matemático iluminista D'Alembert também exerceram certa ascendência na formação intelectual de J. A. da Cunha.

Temos em nossas pesquisas detectado que alguns livros que compõem os *"Principios Mathematicos"* já foram estudados, ou melhor, dissecados por alguns matemáticos e historiadores da matemática, mas em outros livros da mesma obra têm seu estudo incólume, ou seja, ressaltamos que há muitos estudos a serem feitos, com o escopo de que sua obra, seu pensamento e suas contribuições para o desenvolvimento da matemática não fiquem opacos, ou relegados somente à história das matemáticas de Portugal. O mesmo deveremos fazer com "matemáticos brasileiros", tais como: Joaquim Gomes de Souza (Souzinha) (1823-1863), Antonio Ferreira de Abreu (1868-1936), Otto de Alencar (1874-1912), João Antonio Coqueiro (1837-1910), Manuel Amoroso Costa (1887-1927), Eugênio de Barros Raja Gabaglia (1849-1919), Lélio Itapuambira da Gama, Leopoldo Nachbin, Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan), não nos esquecendo de Mário Tourasse Teixeira, entre outros.

Referências Bibliográficas:

01. CARVALHO, J. A. Fernandes de., OLIVEIRA, M. P. Serra e QUEIRÓ, J. F. Rodrigues. (org.). *Em homenagem a José Anastácio da Cunha.* Lisboa, Universidade de Lisboa, 1987.

02. CUNHA, J. A. da. *Principios Mathematicos*. Lisboa, Universidade de Lisboa (repodução fac-similada), 1987.

03. FERRAZ, M. J., RODRIGUES, J. F. e SARAIVA, L. (org.). *Anastácio da Cunha, o matemático e o poeta*. Lisboa, Universidade de Lisboa, 1990.

04. TEIXEIRA, F. Gomes. *História das Matemáticas em Portugal*. Lisboa, Imprensa da Universidade de Lisboa, 1934.

O PAPEL DA ARGUMENTAÇÃO NO ENSINO DA GEOMETRIA: UM ESTUDO DE CASO.

Maria Solange da Silva
ORIENTADORES: Estela Kaufman Fainguelernt
Monica Rabello de castro
Instituição: Universidade Santa Úrsula

INTRODUÇÃO

Este trabalho visa a tomada de consciência do professor, em especial o de matemática, da importância do uso da argumentação em sala de aula. Mostra que o ensino das demonstrações pode ocorrer de maneira bem mais espontânea, se os alunos tiverem a argumentação como fator estimulador deste processo, possibilitando um ambiente de descontração e construção. Veremos como a Teoria da Argumentação desenvolvida por Chaïm Perelman, também conhecida como Nova Retórica, pode ser uma ferramenta poderosa para o professor no sentido de compreender os processos cognitivos por que passam seus alunos na construção de conceitos matemáticos, sendo por isso mesmo, fundamental à pesquisa desses processos.
A geometria foi escolhida para este estudo por várias razões, entre elas temos:
Seu abandono nos currículos escolares;
Para questionar sua forma de abordagem (caracterizada principalmente pela aplicação de fórmulas e manipulações algébricas);
Para poder associar aspectos do mundo físico à geometria e assim criar condições do aluno desenvolver sua intuição espacial, a visualização e a criação de relações lógicas;
E, por propiciar ao aluno meios de relacionar seus conhecimentos geométricos em situações diversas, dando-lhes a oportunidade de construir outros conceitos.

Dentre as Teorias cognitivas existentes, acredito que a Teoria da Construção do Pensamento Geométrico desenvolvida por Pierre van Hiele é a que melhor justifica as dificuldades inerentes ao ensino /aprendizagem da geometria. É nesta Teoria que está pautada o processo de construção dos conceitos geométricos apresentados aos alunos no decorrer da pesquisa. Entretanto com a teoria da argumentação de Chaïm Perelman busco a valorização do discurso argumentativo dos alunos no momento da construção destes conceitos. Procuro também o aprimoramento e a qualidade da escrita na forma de expressar o pensamento. Com a Nova Retórica, analiso o caráter lógico argumentativo da forma de se expressar dos alunos e apresento uma metodologia que pode ser um elo facilitador para a construção de conceitos.

Portanto a pesquisa objeto deste trabalho avalia como a ARGUMENTAÇÃO pode ser um facilitador para estimular e possibilitar a produção do saber matemático, para desenvolver a capacidade e a necessidade de demonstrar e para estimular ao raciocínio ao mesmo tempo que resgata a oralidade dos alunos. Para isso parto da idéia básica de que a construção do conhecimento matemático está no campo da enunciação e que o conhecimento só se efetiva no momento de sua justificação.

A idéia é tornar os alunos capazes de apresentar idéias matemáticas: oralmente, por escrito, utilizando representações gráficas, ou ainda outras representações. Objetiva também fazer com que os alunos sejam capazes de se envolverem em discussões matemáticas e de formularem questões acerca das mesmas.

O PROBLEMA

Acredito que o grande interesse em refletir sobre a argumentação no ensino da matemática reside na possibilidade de provocar no aluno a busca de uma justificação que fundamente o que está sendo estudado, a princípio de acordo com o que ele acredita. Penso também que, para o aluno, esta justificação está fundada na escolha, no preferível, que é onde está contido os valores pessoais, as crenças, as hierarquias relacionadas com o senso comum. Por pensar assim procuro com esse trabalho uma concepção de razão que não decorra apenas de uma teoria que esteja limitada à prova necessitária, mas que se manifeste também na argumentação contingente dos alunos.

Dessa forma, levantamos os seguinte questionamentos:
"Podemos admitir, ao lado das provas formais outros meios de prova?"

"Através das ações e justificações dos alunos podemos observar a lógica de seus discursos matemáticos?"
"Enquanto argumenta o aluno busca justificações mais convincentes, procura ser o mais claro possível, cria condições necessárias para se fazer entender?"

O ensino pretendido neste trabalho envolve racionalidade e diálogo. Induz a crenças e convicções através do julgamento racional dos estudantes. Por isso, com a teoria da argumentação procuro verificar, pelas justificações dos alunos, como se processa as ligações entre as várias enunciações. O que eles aceitam como verdadeiro, plausível ou como preferível.

DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E METODOLOGIA

A pesquisa foi um estudo de caso realizado entre março de 1995 e julho de 1996 em uma escola da Baixada Fluminense no Estado do Rio de Janeiro. Participaram desse trabalho 6 jovens entre 14 e 16 anos que na época freqüentavam a 7ª série. Os encontros ocorriam semanalmente por um período de 2 horas em horário extra classe. O conteúdo estudado foi o de um curso de geometria para a série em questão. Para atingir meus objetivos, foi apresentado aos alunos problemas envolvendo conceitos que eu gostaria que eles construíssem. Após apresentar-se o problema adotava-se o seguinte esquema de funcionamento:
os alunos escrevem suas justificações;
cada aluno lê sua justificação para o restante do grupo;
professor pergunta para os que estão ouvindo se eles entenderam o que foi lido;
cria-se o conflito entre os alunos;
aluno procura esclarecer sua fala com argumentos que visam a adesão do grupo;
se os argumentos do aluno não forem convincentes, este reformula sua fala.
Com isso esperávamos:

1)fazer com que cada aluno desenvolvesse o hábito de ouvir e interpretar o que está sendo falado pelo colega e,

2)forçar o aluno que estava relatando a justificação ser o mais claro possível, tendo sempre o cuidado de não omitir informações importantes para a compreensão de sua fala.

A idéia foi criar situações em que um aluno assume o papel de falante e os outros de ouvinte e vice-versa, para a seguir estabelecer um confronto entre as situações apresentadas por eles.

Essa estratégia incentivou o diálogo e a argumentação, visando sempre a justificação dos conhecimentos aprendidos. Os encontros foram gravados e as gravações transcritas. As análises foram feitas sobre os diálogos transcritos, previamente selecionados. Mostrarei a seguir, exemplos de como os alunos argumentavam na tentativa de convencer e se fazerem convencer. Mostrarei algumas crenças e convicções que baseiam seus argumentos no momento de construir justificações. Com a análise do discurso dos alunos, veremos que, fazendo uso da argumentação os alunos conseguem construir justificações sob a forma de demonstrações contingentes e em algumas situações, até formais, de acordo com o seu nível de desenvolvimento

PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DA TEORIA DE CHAÏM PERELMAN

Por acreditar na importância da retórica para o pensamento contemporâneo, Perelman inicia a partir de 1947 o estudo de uma teoria visando ao resgate da lógica argumentativa. Desse estudo resulta um trabalho que hoje é conhecido como "A Nova Retórica de Chaïm Perelman.

A argumentação nesse contexto é pessoal, pois dirige-se a indivíduos. Uma de suas características principais está no fato de que ela visa a obter a adesão de um grupo, busca orientar o discurso no sentido de se atingirem determinadas conclusões que são desejadas. Convencer, na teoria da argumentação de Perelman é uma meta mais importante do que provar.

A teoria de Perelman admite e fundamenta uma nova interpretação para a história do pensamento. À sugestão de que o que ocorre atualmente é uma restrição do conceito de razão, Perelman contrapõe que a historicidade da razão está intrinsecamente determinada pela construção dialógica do conhecimento.

A argumentação defendida por Perelman visa à adesão e à persuasão do indivíduo às teses propostas, mas não as determina necessariamente. Daí, a razão presente quando se deseja essa adesão é chamada por Perelman de razão histórica, ou seja, a razão existente no discurso.

Em sua teoria Perelman amplia o conceito de racionalidade. Este deixa de ser restrito apenas às provas analíticas e se expande no campo da argumentação, onde para ele, existe uma lógica do discurso argumentativo. Amplia também o alcance da argumentação quando afirma que auditório não se trata apenas daqueles que estão de corpo presente, mas também qualquer um a quem a argumentação se dirige. Define auditório como sendo o "conjunto daqueles que o orador quer influenciar com sua argumentação"(Perelman,1996,p.22).

Uma argumentação para ser eficaz ela precisa desencadear nos ouvintes uma ação (positiva ou não), ou pelo menos criar uma disposição para a ação que se manifeste no momento oportuno. Para garantir a eficácia da argumentação Perelman mostra que há dois aspectos que devem ser considerados: o estabelecimento de uma solidariedade entre as teses propostas e as que já são admitidas e um possível abalo entre o que já foi admitido e o que se opõem à tese proposta pelo argumentador. Para Perelman a argumentação se apresenta como um discurso. No seu discurso o orador tem a intensão de persuadir o grupo para o qual ele se dirige, partindo de premissas que ele supõe sejam aceitas e que visam a adesão deste grupo ao seu discurso. O orador busca um acordo com seu auditório sobre as teses propostas, Esse acordo Perelman defini como sendo:"tudo aquilo que é aceito como ponto de partida de raciocínios e, depois, sobre a maneira pela qual estes se desenvolvem graças a um conjunto de processos de ligação e dissociação"(Perelman, 1996, p.73).

Perelman apresenta em sua teoria tipos de argumentos que possibilitem a análise dos acordos estabelecidos no discurso entre o locutor e seu auditório. Classifica os argumentos em três grandes tipos: os argumentos quase lógicos, os argumentos fundados sobre a estrutura do real e os argumentos que fundam a estrutura do real.

<u>OS ARGUMENTOS QUASE LÓGICOS</u>: São aqueles que, por sua estrutura, lembram os raciocínios formais. Resultam da introdução do formal e do quantitativo no campo do qualitativo da linguagem. Tais argumentos reivindicam Ter o mesmo valor do signo da linguagem lógico-matemática e por isso tiram sua força persuasiva de sua aproximação com esses modos de raciocínios.

Verificaremos a partir da atividade abaixo como identificar um argumento do tipo quase lógico.

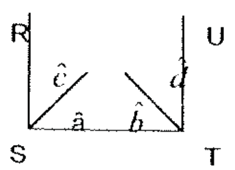
ATIVIDADE 1: Da figura abaixo são dadas as seguintes informações:

$\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ são perpendiculares.

$\overline{ST}$ e $\overline{TU}$ são perpendiculares.

O ângulo â tem a mesma medida do ângulo $\hat{b}$.

Que conclusão você pode chegar em relação aos ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$



Ao ser apresentado essa atividade Vanderson dialoga com seus amigos e usa o seguinte argumento para justificar sua resposta.

V: "Aqui. Vamos supor que $\hat{S}$ mede 90° e â 45°. Então $\hat{b}$ mede 45°. Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$? Então, eles são iguais!"

O argumento de Vanderson baseou-se nas seguintes premissas:

$\hat{S}$ mede 90°

â mede 45°

$\hat{b}$ mede 45°

Sobrou a mesma medida para os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$

Vanderson faz a partir de então, uso de um argumento do tipo quase lógico, usando a estrutura da implicação para poder ligar necessariamente 1, 2 e 3 à igualdade entre o ângulo $\hat{c}$ e o ângulo $\hat{d}$.

Vanderson pede a adesão do grupo para um caso particular ("Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$?"). Logo em seguida liga o caso particular a um enunciado geral. A implicação de um caso particular com um enunciado geral não é permitida. Vanderson, no entanto, usa essa estrutura na tentativa de validar sua conclusão.

ARGUMENTOS QUE FUNDAM A ESTRUTURA DO REAL: São basicamente os que fazem uso do exemplo, do modelo, da analogia. O pressuposto desse tipo de argumento é que o que é aceito a propósito de um caso particular, pode ser generalizado. Este tipo de argumento procura conduzir à formulação de uma lei, ou norma, ou regra, a partir de casos particulares. Ele é usado quando se quer fundamentar uma situação.

No diálogo de onde foi destacado o argumento apresentado acima Vanderson usa um único exemplo para generalizar a igualdade entre os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$ ("Aqui. Vamos supor que $\hat{S}$ mede 90° e â 45°. Então $\hat{b}$ mede 45°. Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$? Então, eles são iguais") em uma situação em que o valor desses ângulos é desconhecido. Seu último argumento é o exemplo.

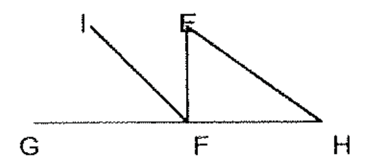
ARGUMENTOS FUNDADOS SOBRE A ESTRUTURA DO REAL: Esses argumentos são geralmente estruturados em ligações de sucessões (como a relação causa/efeito, o todo e as partes) e as relações de coexistência (como a relação entre a pessoa e seus atos). Podem valer-se dos argumentos quase-lógicos para criar um vínculo entre algo que já foi admitido e o que se procura promover.

Para exemplificar essa situação temos a seguinte atividade:

ATIVIDADE 2: Na figura os ângulos G$\hat{F}$I e I$\hat{F}$E são complementares. Com essa informação responda as perguntas abaixo e justifique sua resposta.

Que tipo de triângulo é o triângulo E$\hat{F}$H? acutângulo, retângulo ou obtusângulo?

Qual a relação que existe entre os ângulos E$\hat{F}$G e E$\hat{F}$H?



A fala de Silvia que apresentaremos a seguir sugere que ela percebeu que os ângulos compõem um reto: "Mas por ter uma reta em baixo e uma outra em cima cortando eu acho que tem que ter 90° para um lado e 90° para o outro."

Não podendo fazer uso de uma implicação, até porque não estava segura (eu acho), ela usa uma relação de causa e efeito dos argumentos fundados na estrutura do real. A reta cortada por uma em cima e outra em baixo tem como efeito uma metade para cada lado.

PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DA TEORIA DE VAN HIELE

O modelo teórico para a construção do pensamento geométrico sugerido por van Hiele diz que existem diferentes graus de dificuldades na compreensão e construção dos conceitos geométricos. Seu modelo teórico sugere níveis seqüenciais do pensamento para o desenvolvimento do raciocínio geométrico. Para ele é através destes níveis que se desenvolvem as características do pensamento.

OS NÍVEIS DE VAN HIELE

NÍVEL 1: RECONHECIMENTO OU VISUALIZAÇÃO – Nesse nível o aluno forma imagens mentais basicamente através da visualização. As conclusões são tiradas a partir da forma.

Em relação a atividade 1 apresentada neste trabalho uma aluna argumenta no sentido de convencer o grupo da seguinte forma:

Ariadne: "Se nós colocássemos os ângulos $\hat{d}$ e $\hat{b}$ no lugar dos ângulos $\hat{c}$ e â veremos que do mesmo jeito que o ângulo â tem a mesma medida que o ângulo $\hat{b}$, o ângulo $\hat{c}$ tem a mesma medida que o ângulo $\hat{d}$.

Observem que nesse caso Ariadne busca e aceita o recurso visual para sua justificação. Sua estratégia é a sobreposição dos ângulos.

NÍVEL 2: ANÁLISE- Nesse nível o aluno começa uma análise dos conceitos geométricos. Começa a discernir acerca das características da figura que lhe é apresentada. Surgem propriedades que são usadas para conceituar. Entretanto, os alunos ainda não fazem inter-relações entre figuras, não dominam definições.

Ainda na atividade 1 a Silvia usou o seguinte argumento:

Silvia: "A gente já sabe que $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ são perpendiculares, então o ângulo mede 90°. A gente sabe mas fica mais fácil se tivesse número. Eu acho que mesmo com todas essas informações, tem que Ter um exemplo, uma justificativa maior, mais completa."

Observem que Silvia apesar de identificar algumas propriedades relativas à figura, de aceitar as informações oferecidas no enunciado, mesmo assim não vê como suficientemente clara a justificação como decorrente dessas informações.

NÍVEL 3: DEDUÇÃO INFORMAL – O aluno relaciona as figuras entre si e com outras figuras, de acordo com suas propriedades. Percebe que uma propriedade pode ser decorrente de outra. Definições são compreendidas, mas pode ou não dominar o processo dedutivo. A rede de relações fica estabelecida por palavras decorrentes de fatos observáveis.

Vejamos a fala que se segue:

Ariadne: "Mas $\hat{c}$ e $\hat{a}$ são ângulos de 90° e $\hat{b}$ e $\hat{d}$ também são... Eles medem 90° também. Então se $\hat{a}$ é igual a $\hat{b}$, $\hat{c}$ também é igual a $\hat{d}$.

O argumento de Ariadne baseou-se nas seguintes premissas:

$\hat{c}$ e $\hat{a}$ são ângulos de 90°. (Leia-se $\hat{c}$ + $\hat{a}$)

$\hat{b}$ e $\hat{d}$ também são. (Leia-se $\hat{b}$ + $\hat{d}$)

Se $\hat{a} = \hat{b}$ então $\hat{c} = \hat{d}$

Observem que de acordo com a fala de Ariadne a relação $\hat{c} = \hat{d}$ é decorrente das duas premissas anteriores. Ariadne estabelece relações de forma que sua conclusão seja decorrente das anteriores

PROPRIEDADES DO MODELO

Van Hiele também identificou cinco propriedades para o ensino da geometria;

Seqüencial - Para ele uma pessoa deve necessariamente passar pelos vários níveis, sucessivamente.

Lingüística - cada nível tem seus próprios símbolos lingüísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos.

Intrínseco e extrínseco - os objetos inerentes a um nível tornam-se objetos de ensino no nível seguinte.

Avanço – a progressão (ou não) de um nível para outro depende mais dos métodos de instrução recebidos do que da idade.

Combinação Inadequada – se o aluno está num certo nível e o curso num nível diferente, o aprendizado e o progresso desejados podem não se verificar.

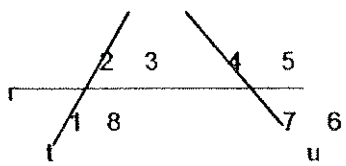
Van Hiele identificou ainda cinco estágios para o processo de aprendizagem de um nível para o imediatamente superior.
Informação - professor e alunos conversam e desenvolvem atividades envolvendo os objetos de estudo do respectivo nível. Fazem observações, levantam-se questões e introduz-se um vocabulário específico do nível.
Orientação dirigida - os alunos exploram o tópico de estudo através do material que o professor ordenou. Essas atividades deverão revelar aos alunos as estruturas características desse nível.
Explicação – baseando-se em experiências anteriores os alunos expressam e trocam informações sobre as estruturas que foram observadas.
Orientação livre - o aluno vê-se diante de tarefas mais complexas e que podem ser concluídas de diversas maneiras.
Integração - os revêem e sumarizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações.

O modelo de van Hiele sugere que a solução está em fazer coincidir o nível atingido pela turma com aquele em que a instrução é dada.

ANÁLISE DOS DIÁLOGOS

Na dinâmica das atividades, os alunos registram suas conclusões e após a redação de cada grupo um aluno do grupo lê as respostas dadas para os outros alunos. Nesse momento segue-se uma seqüência de diálogos que o professor analisa fundado na teoria de Perelman.

ATIVIDADE PROPOSTA: Uma reta r intersecta as retas t e u de forma que o ângulo $\hat{3}$ é igual ao ângulo $\hat{4}$. Qual a relação que existe entre os outros ângulos?



ARGUMENTO	RÉPLICAS
S: $\hat{3}$ e $\hat{4}$ não são iguais! Então se colocasse o $\hat{4}$ no lugar do $\hat{3}$ não ia mudar nada, os valores iam ser os mesmos.	V: Mas não está. Eles mudaram para serem suplementares. Mas eles estão em lugar diferentes.
S: Vem cá! O $\hat{4}$ não é igual ao $\hat{3}$? Então, se a gente trocasse e colocasse aqui $\hat{4}$ e aqui $\hat{3}$ eles iam continuar tendo a mesma medida porque são iguais.	V: Mas o $\hat{4}$ não está no lugar do $\hat{3}$ logo não são suplementares.
S: Mas pode ficar?	V: Pode, mas só que não está.
Ch: Mas $\hat{4}$ tem a mesma medida que $\hat{3}$. O ângulo $\hat{3}$ é igual ao ângulo $\hat{4}$. Então eles ($\hat{2}$ e $\hat{4}$) são suplementares.	
E: Se colocasse esse ângulo ($\hat{4}$) aqui (no lugar do$\hat{3}$) ia continuar sendo da mesma medida, ia acabar dando 180º. Então eles são suplementares.	V: Mas não está no lugar.
E: Mas e se estiver? É isso entendeu? Eles são iguais, por isso eu posso trocar.	V: É melhor falar então que $\hat{2}$ + $\hat{4}$ é igual a 180º. É melhor.

BUSCANDO UMA LÓGICA NO DISCURSO:

Vanderson não aceita os argumentos de Silvia, Charlene e Elizângela de que os ângulos $\hat{2}$ e $\hat{4}$ são suplementares, pois para isso, em sua concepção, os ângulos $\hat{3}$ e $\hat{4}$ teriam que mudar de lugar. Em sua fala está implícito que ele aceita que as medidas dos ângulos são iguais – então podem mudar de lugar – mas como estão em posições diferentes então não são suplementares.

Vanderson não
ceita a hipótese de Silvia quando essa usa o termo mudar de lugar para a sua justificação. Porém ele não consegue dizer que Silvia está errada e por isso ele opta pelo melhor, pelo preferível. Não é fundamental neste momento para ele classificar os enunciados em certos ou errados, sua preocupação parece residir em identificá-los como significativos ou não.

A idéia de transitividade está subjacente à enunciação de Silvia e Elizângela. Existe algo intuitivamente lógico quando elas usam o transporte do ângulo em suas justificações. Essa forma de justificação difere de uma estrutura matemática formal, pois numa prova matemática usaríamos a transitividade existente entre os ângulos e não o transporte desses ângulos. Pela forma de apresentação da justificação de Elizângela e Silvia, podemos caracterizar seu argumento em quase-lógico.

Vejamos um outro exemplo na seqüência de diálogos referentes a Atividade 1 deste trabalho.

ARGUMENTO	RÉPLICA
A: Se $\hat{d}$ e $\hat{b}$ medem 90° e $\hat{c}$ e $\hat{a}$ também medem 90° e $\hat{a}$ e $\hat{b}$ tem a mesma medida, $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também teria.	S: E como você justifica a pergunta?
V: $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são iguais e se eles são iguais, com certeza $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também são.	S: Mas por que "com certeza" eles são iguais?
V: Porque $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são iguais.	S: Mas só porque eles são iguais $\hat{c}$ e $\hat{d}$ também vai ser?
V: Porque o ângulo R$\hat{S}$T mede 90°.	S: E daí?
V: Aqui. Vamos supor que $\hat{S}$ mede 90° e $\hat{a}$ 45°. Então $\hat{b}$ mede 45°. Não sobrou a mesma medida pro ângulo $\hat{c}$ e $\hat{d}$? Então eles são iguais.	

A seguir eles continuam:

ARGUMENTO	RÉPLICA
S: Eu acho que tem que ter um exemplo pelo menos. Porque eu acho que se a pessoa olhando, só olhando, eu acho que ela não vai entender.	A: Mas $\hat{c}$ e $\hat{a}$ são ângulos de 90° e $\hat{b}$ e $\hat{d}$ também são... Eles medem 90° também. Então se $\hat{a}$ é igual a $\hat{b}$, $\hat{c}$ também é igual a $\hat{d}$.
V: Mas aqui já está afirmando.	S: Está afirmando, mas está afirmando que $\hat{a}$ é igual a $\hat{b}$. Não está afirmando que $\hat{c}$ é igual a $\hat{d}$. Mesmo assim eu acho que tem que ter um exemplo. Tem que ter uma justificativa.
P: Mas a forma como eles estão falando não seria uma justificativa?	S: É seria. Mas só olhando assim não dá para perceber.
P: Mas eles não estão só olhando. Eles estão fazendo mais do que isso. Eles estão olhando, lendo o que já foi afirmado, analisando o que foi dado. Da forma como (V) e (A) falaram não está explicado?	S: Não. Porque eles estão falando que é igual, mas se fosse só para ver e falar eu acho que tinha que Ter um exemplo. Igual como está tendo agora. Seria mais fácil de entender e provar que $\hat{c}$ pode

	ser igual a $\hat{d}$.
P: Fica mais fácil de aceitar?	S: E de provar também. Pra quem tiver dúvida como eu.
P: Então se eu escrever só um exemplo numérico e mostrar que somados dá 90°, então provei que $\hat{c}$ é igual a $\hat{d}$?	S: Depende do exercício.
P: Como assim?	S: Porque a gente já sabe que $\overline{RS}$ e $\overline{ST}$ são perpendiculares, então o ângulo mede 90°. A gente sabe, mas fica mais fácil se tivesse número. Eu acho que mesmo com todas essas informações, tem que Ter um exemplo, uma justificativa maior, mais completa.

BUSCANDO UMA LÓGICA NO DISCURSO

Vanderson usa um exemplo como estratégia para convencer Silvia que seu argumento é válido. Fornece a ela um caso particular com o objetivo de esclarecer seu enunciado.

Silvia aceita o argumento de Vanderson e passa a considerá-lo como o "melhor". Segundo ela a justificação não é completa se não tiver um exemplo. Com o exemplo fica mais fácil de entender e de provar o problema.

A fala de Silvia sugere que "provar" para alguns alunos significa "convencer", "mostrar", "verificar". O caso particular tem mais força de convencimento do que a seqüência que o generaliza.

O diálogo em sala de aula, quando bem conduzido, força o aluno a desenvolver argumentos que, algumas vezes, são perfeitas demonstrações. Verificamos isto na fala de Ariadne.

O diálogo força o aluno a completar sua justificação, a transformá-la em uma demonstração.

CONCLUSÃO

As análises feitas sobre os diálogos entre os alunos nos mostra que muitas vezes professores e alunos pensam de formas distintas. Por exemplo, justificar para os professores significa provar, tirar conclusões necessárias e suficientes a partir de premissas ou axiomas enquanto que para alguns alunos, uma justificação não é completa se não tiver um exemplo. Para eles provar significa "convencer", "mostrar", "verificar". O exemplo tem mais força de argumento do que a seqüência de deduções, torna as justificativas mais claras e mais completas e leva, muitas vezes, o aluno a compreender as deduções dando-lhes significados.

O diálogo permite que o aluno se envolva todo o tempo na construção dos conceitos estudados. Permite que eles desenvolvam habilidades básicas de raciocínio e investigação através da argumentação, levando-os a tecer uma rede de raciocínios ao mesmo tempo em que aprendem a defender idéias.

Com o uso da teoria da argumentação o professor percebe o quanto é importante a construção de significados. Através da análise dos argumentos dos alunos o professor identifica como o aluno aprende, como os erros se estruturam.

A teoria de van Hiele nos permite identificar algumas dificuldades dos alunos para o estudo da geometria. Propõe também modelo de atividades que auxiliam esses conceitos. A teoria da argumentação possibilita os alunos a atuarem ativamente no processo de descoberta.

O incentivo ao diálogo pode ser um primeiro acordo a ser estabelecido entre professor e aluno para a construção de conceitos. "Ter dúvidas" passa a ser algo que os alunos conseguem lidar com tranqüilidade pois essa fica transformada por uma situação de debate e investigação.

A partir do momento que se quer que o processo de aquisição do conhecimento matemático surja com significado para os alunos devemos aliar o campo da lógica formal ao da lógica argumentativa.

BIBLIOGRAFIA

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; CHAVES, Luiz; KOHN, Maurício; BARRETO, Sandra Maria; SINISCALCHI, Solange: *Trabalhando com geometria*; Editora Ática, Vol 3; SP; 1989.

PERELMAN, Chaïn: *O Império Retórico – Retórica e Argumentação*; Tradução: Fernando Trindade e Rui Alexandre Grácio; Edições Asa; 1993.

PERELMAN, Chaïn; TYTECA, Lucie Olbrechts: *Tratado da Argumentação – A Nova Retórica*; Tradução: Maria Ermantina Galvão G. Pereira: Editora : Martins Fontes – SP; 1ª Edição; 1996.

PESSANHA, José Américo: *A Teoria da Argumentação ou Nova Retórica*; In: Maria Cecília M. de Carvalho (org.); Paradigmas Filosóficos da Atualidade – Papirus Editora; Campinas; pp.221-247; 1989.

RABELLO DE CASTRO, Monica: *Estratégias do diálogo malandro: a retórica da rua*; Tese de doutorado (mimeo), 1985.

SILVA, Maria Solange: O papel da argumentação no ensino da geometria: um estudo de caso; Tese de mestrado; 1996.

VAN HIELE, Pierre M: Structure and Insight – A theory of Mathematics Education; Academic Press; 1986.

AULAS PARTICULARES: MINHAS VIVÊNCIAS

Andréia Büttner Ciani
Orientador: Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino
Unesp - Rio Claro

A Pergunta Diretriz

O meu projeto de pesquisa vem de uma insatisfação em relação a minha prática como professora particular de Matemática. Desde 1984 trabalho exercendo essa função. O que eu entendia por professora particular, era aquela que é procurada, em geral, quando o aluno apresenta dificuldades na escola, é uma pessoa que sabe a matéria e o aluno paga para que ela lhe ensine o que ele não sabe. Utilizava como referência, as notas obtidas pelos alunos nas provas e os conceitos bimestrais, após o início das aulas, comparando com as notas e conceitos anteriores. No fim das contas, o objetivo da aula acabava sendo o de fazer o aluno "passar de ano". A minha satisfação enquanto professora era diretamente proporcional ao sucesso dos meus alunos na obtenção de conceitos. Era trabalhar com os alunos no sentido de que os conhecimentos matemáticos obtivessem um certo grau de "institucionalização" para um sucesso a curto prazo.

O professor particular é procurado para ajudar o aluno aprender, mas aprender o quê? Aprender a obter a aprovação? Este professor particular começou a nos incomodar na medida em que percebemos que ele estava apenas contribuindo para a manutenção da farsa do ETV [Baldino, 1995]. Assim, o desejo de solucionar o problema inicial, que era o de ensinar melhor, se transformou em outros, a partir do reconhecimento das relações de poder envolvidas nesta tentativa de melhora do ensino.[Baldino, 1994]. A tentativa de melhora sem o reconhecimento dessas relações é prejudicial à medida que contribui para a manutenção do que está posto (imposto), é como se os envolvidos na prática pedagógica estivessem preocupados com um parafuso enferrujado, como se estivessem, apenas, estudando maneiras para ele não enferrujar, sem dar conta que o parafuso é parte de uma grande roda que gira de um lado contrário a nossa vontade.

Se, nesse contexto, ao se adotar uma postura que visa a real aprendizagem de Matemática do aluno, vão surgir conflitos e divergências, serão colocados obstáculos, até que ponto transponíveis? Até que ponto é possível uma intervenção do professor particular no sistema escolar vigente? O professor particular consegue se sustentar numa posição contrária ao ensino tradicional vigente? Pode um professor particular sobreviver como tal, indo na direção da real aprendizagem do aluno? Quais são as possibilidades e conseqüências?

Procedimentos de Pesquisa:

Aula Particular Matemática
Andréia 24-3312
No início de 1996, no jornal Diário de Rio Claro, foi colocado o seguinte anúncio:

Mantive o mesmo que já cobrava dos alunos, R$10,00 por hora, preço normalmente cobrado pelos professores que se dispunham a atender os alunos em particular.

As aulas foram gravadas. Não utilizei entrevistas com alunos ou professores particulares, para saber da prática da aula particular. Estou investigando a prática através de mim mesma. Uma postura foi assumida, fomos para a prática, depois refletimos sobre isso, e novamente voltamos à ação, de mão de novas estratégias. Essa foi a dinâmica na execução da pesquisa. Assumi a postura de trabalhar a real aprendizagem do aluno e a deixei explícita através de meus atos. Recusando, por exemplo, a resolver uma dada lista de exercícios trazida pelo aluno, a qual cairia na prova do dia seguinte.

Os procedimentos adotados referem-se à pesquisa-ação, mais especificamente, observação participativa. "A pesquisa-ação é uma orientação destinada ao estudo e à intervenção em situações reais. Neste caso, ela se apresenta como alternativa a tipos de pesquisa convencional." (p.103, THIOLLENT). Buscamos compreender o que ocorre na prática da aula particular, porque ela existe e os efeitos surgidos em sua modificação. "Em situações marcadas por antagonismos profundos e manifestações de poder conservador ou repressivo, a ação construtiva é impossível. Nesse caso, a ação será orientada em função de objetivos limitados à busca da compreensão da situação e de denúncia." (p.102, THIOLLENT).

A base teórica

Fomos buscar uma fundamentação teórica para a interpretação dos dados nos trabalhos desenvolvidos pelo grupo do PME Advanced Mathematical Thinking. A aluna não apresenta características suficientes que nos permitam classificá-la em nenhum dos três grupos descritos por Tall & Vinner [1995]. Uma interpretação que parece possível, foi através do conceito de *institucionalização*, tudo o que o professor usa para dar ao conhecimento matemático dos estudantes um status de acordo com o que é esperado pela instituição neste nível escolar *(Brousseau, 1987)* utilizado no estudo desenvolvido pelo grupo do PME Algebraic Thinking sobre o processo de *institucionalização* [Perrin-Glorian, 1995].

A diferença é que essa autora investiga o processo de "institucionalização" via análise no currículo, comparação entre dois professores na mesma classe, e comparação da mesma aula dada pelo mesmo professor para uma "classe forte" e uma "classe fraca". Investigamos esse processo via aluno particular.

Nesse artigo a autora conclui que a mesma aula pode ser esclarecedora para alguns, e um discurso totalmente abstrato para outros. Em pesquisas anteriores [Perrin-Glorian, 1990, 1991, 1993] os resultados nas classes denominadas "fracas" foram:

something like an opposition between a logic of learning and a logic success: the desire of getting a short-range success for the students may impede learning and long-range-success; it looks like the teacher gives to the students the ways to solve exercises instead of obtaining a real learning from them;
the difficulty to find a balance between the construction of the sense of the mathematical concepts and the acquisition of basic mechanisms as algorithms;
the inclination of teachers to reduce mathematical teaching to teaching of algorithms.

[Perrin-Glorian, 1995]

Utilizaremos o conceito de conhecimento no sentido de LINS (1992), que constitui-se um par ordenado com uma crença-afirmação e uma justificação. O campo semântico é um conjunto de possíveis justificações. A estratégia didática usada nas aulas particulares visa fazer surgirem significados nos campos semânticos que dão conta de justificar pelo desenvolvimento de um princípio.

Vejamos o que acontece na aula [60] *(Aula de 04/04/96, 14:00h.)*

(Estamos na casa de VIV, que cursa o 3º colegial de uma escola pública em Rio Claro. A professora pergunta o que VIV está estudando, qual a matéria, obtém como resposta:)
VIV: Eu não sei nem dizer o que é, tem uns r ao quadrado... é um monte de fórmulas.
(Apresenta o caderno organizado e completo. É todo colorido e grifado. A matéria dada é área de polígonos, área e volume de sólidos.)
PRO: Bom, o seu caderno está todo completo. Os exercícios, como você fez?
VIV: O professor passa na lousa. Eu não sei nada. Não faço a menor idéia do que é isso. Ninguém sabe.

Para essa aluna os enunciados matemáticos não adquiriram *imagens conceituais*[61], a imagem que ela faz dos enunciados corresponde a conjuntos de signos, que ela chama de fórmulas. Por essa razão, acreditamos que ela esteja longe de apresentar coincidências com as características de quaisquer um dos três grupos descritos por Tall & Vinner [1995]. Dentre as características apresentadas pelo grupo com nível de pensamento matemático mais elementar está a utilização de *"imagens conceituais inapropriadas formadas por conceitos matemáticos anteriores que permaneceram inalterados (...) Tais alunos tentaram estabelecer um resultado formal generalizado a partir de casos específicos ou mostraram uma inabilidade em articular imagens conceituais de função e imagens de procedimentos de função e a representação gráfica."* [Tall & Vinner, 1995, tradução minha]. Parece que o fato da aluna nunca ter em sua vida escolar um professor que dissesse que ela estava aprendendo Geometria, ou que a matéria que estava sendo dada era Geometria, e a forma que o professor atual analisa essa situação. Como aparece nessa seqüência de falas:

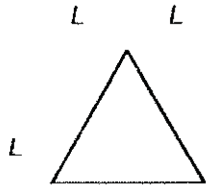
PRO: Ninguém pergunta? VIV: Pergunta, mas ele não fala. PRO: Ele não fala uma palavra na aula? VIV: Fala. Fala que nós já devíamos saber Geometria, e pronto. Eu não sei nada de Geometria. O problema é esse, se eu não sei a Geometria que era para ser dada nos anos anteriores, não vou saber essa. Ele falou que não adianta, nós não vamos conseguir.

---

[60] O relato das aulas está em itálico.
[61] No sentido de Tall & Vinner [1981]

Parece que isso contribuiu para tornar impossível a evocação de significados Matemáticos para a construção de qualquer *imagem conceitual* da Geometria, pois a idéia que ela faz de Geometria é que é uma coisa estranha, diferente de tudo.
(Continuam conversando sobre a escola e o professor. VIV vai explicando o que acontece na sala de aula, com por exemplo através dessa fala:)
VIV: Ele passou essa folha inteirinha:

[62]



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \qquad p = \frac{L+L+L}{2}$$

$$p = \frac{L+L+L}{2} \qquad p = \frac{3L}{2}$$

$$S = \sqrt{\frac{3L}{2}.\left(\frac{3L}{2}-a\right).\left(\frac{3L}{2}-b\right).\left(\frac{3L}{2}-c\right)}$$

$$S = \sqrt{\frac{3L}{2}.\frac{L}{2}.\frac{L}{2}.\frac{L}{2}} \qquad S = \sqrt{\frac{3L^4}{16}} \qquad S = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

Aí, a gente perguntou: "Por que deu esse L ao quadrado?", porque a gente não sabia nem quem era o L, não sabia nada. Aí ele falou assim, só apontava assim: "Ãh (mostrando passagens no meio da resolução do exercício)", só isso que ele faz. Escreve na lousa e aponta.

A fórmula da área do triângulo é dada no caderno para sua utilização imediata, sendo que é de difícil dedução. Parece que o professor espera que os alunos façam uma mera aplicação da fórmula, não há uma preocupação por parte do professor no que se refere à compreensão. Isso revela a "inclinação do professor de reduzir o ensino matemático ao ensino de algoritmos (...) parece que o professor dá aos estudantes as maneiras de resolver exercícios ao invés de obter um real aprendizado deles." [Tall e Vinner, 1995, tradução minha].

PRO: Nós vamos trabalhar então para você aprender Geometria, certo? É isso que você quer?
VIV: É isso que eu quero mesmo.

Nesse momento achei que tinha estabelecido um acordo entre eu e a aluna, e pelo qual fica claro que trabalharemos a aprendizagem e não outra coisa.

PRO: O professor nunca trouxe material concreto? Sólidos? Nunca teve uma aula que não fosse inteira na lousa? VIV: Não. PRO: Seria bom se eu pegasse os sólidos que tem lá na UNESP, para você ver e pegar. Você não esperaria eu ir pegar? Porque nós precisamos dar nomes às partes senão é impossível fazermos alguma coisa que você aprenda.
VIV: Ele falou assim, que aqui ele no exercício, tá dando um valor e na prova ele não vai dar, a gente vai ter que achar. E eu não sei como. Ele vai dar o valor só de uma coisa eu acho, o resto a gente vai ter que achar.

A aluna não sabe como utilizar mecanismos necessários para se obter um resultado aceito pela instituição. Nesse caso, se essa era a intenção do professor, ele não obteve sucesso, porque VIV não sabe utilizar as fórmulas. A aluna chama minha atenção para o que vai cair na prova, pois pela fala dela, o professor já deixou explícito que esse tipo de problema será cobrado. A aluna reivindica que eu lhe ensine estratégias para ela justificar no Campo Semântico Escolar, ou seja, aquele que tem como justificativa apenas satisfazer a instituição se utilizando do caminho mais curto possível para a obtenção das respostas esperadas. De acordo com Perrin-Glorian[1995,p.74], o processo de institucionalização está sob a responsabilidade do professor. Ele toma várias formas e aparece em diversas ocasiões na aula, como por exemplo, na resolução de exercícios, observações, recordações, chamadas (toques), ou através das escolhas feitas pelo professor dos exercícios para a avaliação. Procuro ignorar a chamada da aluna. Quero instituir modelos (nucleação de modelos) e buscar organizar esses modelos através de "desenvolvimento de princípios". No estágio que VIV se encontra não é possível uma leitura do enunciado do problema pois falta amarrar os nomes aos significados. Não seria difícil demarcar um

[62] No que segue, convencionamos por em moldura contínua a cópia fiel do caderno de VIV, e em pontilhado o que VIV fez e, sem moldura, o que foi feito por mim.

esquema a partir dos tipos de exercícios que VIV já sabe que serão pedidos na prova para satisfazer e obter o sucesso esperado, mas o que pretendo não é isso. Dessa maneira a aluna teria em mãos um esquema para utilizar no dia da prova, mas não estaria fazendo os exercícios com compreensão e estaria se aperfeiçoando em passar pela escola sem aprender. O que eu achava que estava combinado entre nós, era que aconteceria uma aprendizagem de Geometria e não uma aprendizagem de técnicas de passar. Caso tivéssemos combinado que o objetivo da aula seria a aluna aprender um jeito de fazer a prova, o mais rápido possível, então esse seria o momento de lhe dizer o esquema.

PRO: Aqui fala-se em poliedros regulares. Você imagina isso no espaço?

VIV: Ah, ele levou uns negócios para a gente ver. *PRO: Você pegou na mão?*

VIV: Não podia, era só para ver. *PRO: Uma coisa necessária antes de qualquer coisa é você já imaginar os sólidos pelos nomes, por exemplo, um octaedro, quantas faces ele tem?* *VIV: Não sei.*

PRO: Ele pode ter só dois vértices?

VIV: Acho que pode. *PRO: Ah, não tem jeito, isso tem que saber primeiro.*

Vejo-me impossibilitada de continuar, sem estabelecer que palavras terão o mesmo significado para nós.

(A aluna pega rapidamente o caderno e gesticula apontando para um exercício.)

VIV: Disso ele não fala nada, mas desses problemas, ele fala direto.

Parece que quer dizer, "da compreensão do conhecimento matemático ele não fala nada, mas desses problemas que irão cair na prova, ele fala direto".

(Após negociar com a aluna e verificar que não tinha jeito, tive que resolver um problema daqueles que o professor "fala direto", resolvi como o professor e VIV ficou olhando)

VIV: É desse jeito que eu tenho que fazer. *PRO: Eu acho que agora vou buscar os sólidos.*

VIV: Então... mas e esse negócio aqui, como que faz? *(Apontando para o 2º exercício.)*

VIV parece que não entendeu a idéia da aula, será que confunde aprender com como saber utilizar um algoritmo? Enquanto ela estiver presa nisso a aprendizagem não acontece. Parece que minha exposição não foi suficiente, então procuro continuar da mesma forma. Resolvo o exercício, aplicando fórmula direto como o professor.

(A professora copia o enunciado e resolve sem olhar no caderno e a aluna não fala uma palavra, apenas olha o que a professora fez e disfarçadamente confere no caderno o resultado.)

PRO: Eu vou lá pegar, porque assim você não vai entender nada.

VIV sabe que se eu dissesse o esquema seria mais rápido, mas sabe também que por aí, decorando esquemas e ouvindo o professor falar, ela não aprende. Parece que o objetivo maior dessa insistência com relação aos problemas, era saber se eu sabia mesmo.

VIV: Vai, é melhor.

Toda essa "negociação" foi necessária para manter o engajamento da aluna.

(Decorridos 15 minutos, a aula recomeça com todos os sólidos na frente de VIV.)

PRO: Todos esses sólidos são poliedros, por quê? Por que a minha bolsa cheia, que é um sólido, não é um poliedro? Qual a diferença?

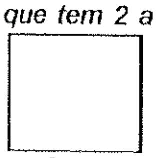
VIV: Porque eles têm figuras geométricas.

PRO: É, eles são formados por polígonos. Vamos ver no caderno o que fala a respeito de poliedros.

(VIV encontra no caderno em vermelho, a definição.)

VIV: "Denomina-se poliedro, o sólido geométrico formado por polígonos planos que tem 2 a 2, um lado comum."

PRO: Dá para saber o que é esse lado que o professor está falando nesse quadrado? *(VIV mostra os lados do quadrado.)*

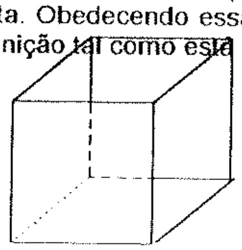


Não me dei conta do erro na definição e fui em frente. Não li com rigor a definição, não pensei que em um cubo, por exemplo, as duas faces opostas, dois quadrados, deveriam ter um lado comum, ou seja, determinar uma aresta. Obedecendo essa definição, concluiria, então, que um cubo não é um poliedro, pois não satisfaz a definição tal como está escrita.

PRO: E esse cubo, quantos quadrados tem?

(O cubo estava a sua frente, um sólido.) (VIV conta.) *VIV: Seis.*

PRO: E os quadrados que estão um ao lado do outro têm um lado comum? *VIV: Têm.*



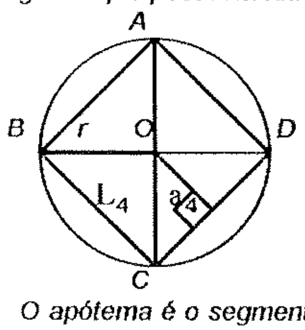
Nesse caso, o que falo não está de acordo com o que está escrito, porque falo nos quadrados, polígonos, que estão

"um ao lado do outro". Não deixo explícito que todos devam estar, mas falo que os que estiverem, devem ter um lado comum. Com isso "concerto" a definição, mantendo a facilidade de operação.
PRO: Mostre um lado comum.(Ela mostra.) PRO:É isso a aresta. Como você definiria a aresta?
VIV: É o lado comum a dois quadrados que estão grudados.

VIV fica com a idéia correta da definição de poliedro e define aresta. Não sei se o erro foi do professor, do livro que ele copiou, da aluna ao copiar ou se a definição do caderno não estava lá para ser lida rigorosamente.
PRO: É. Só que não precisa ser só quadrado, vale para quaisquer polígonos. E cada superfície determinada por esses polígonos, no caso quadrado, como se chama? Passe a mão nela.
VIV: São os lados também. *PRO: É por aí, mas tem outro nome. Porque agora é um sólido. Não é mais uma figura plana, ela tem volume, são as faces do poliedro.*
VIV sabe o significado da palavra lado em um polígono, sabe que os lados de um polígono ficam às voltas do polígono, circundam o polígono. Utiliza a mesma palavra quando se refere às faces do cubo, fazendo uma analogia entre lados e faces. Utilizo-me da aproximação, que para a aluna é clara, entre quadrado e cubo, lado e face, na produção do significado da face de um cubo. Produção de significado por aproximação. Retificação e ratificação. Concorda com ela e introduz o nome técnico. Tento fazer a construção dos significados do próprio discurso dela. *(Continua o reconhecimento e nomenclatura dos objetos por um tempo.)*
VIV: E esses números que são dados aqui, vão ser sempre esses números que eu tenho que substituir? (referindo-se às fórmulas que dão o valor da altura do triângulo equilátero, o apótema do quadrado, do hexágono, e outras. Ela já sabe que essas fórmulas entram para resolução dos exercícios)

VIV está buscando a confirmação de um esquema. Quer saber se realmente está diante de um método para tratar determinados problemas que se encaixem nas mesmas condições. Está atrás de um "jeito" para resolver os tais problemas de que o professor fala tanto e que provavelmente serão pedidos na prova. O professor verbaliza que eles não vão aprender Geometria, mas eles têm que obter algum sucesso para a instituição.*(No caderno de VIV:)*

_ Polígonos regulares inscritos:
São polígonos que possuem lados e ângulos internos entre si.



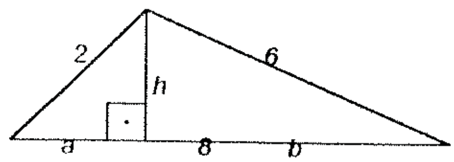
$$L_4 = r\sqrt{2}$$

$$a_4 = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

O apótema é o segmento que parte do centro da circunferência e vai até o ponto médio do lado do polígono regular.
PRO: Esses números não apareceram por acaso. Mas o que significa a_4 *e* L_4*?*
A aluna confunde aprender geometria com o aprender que esquema usar e quando usar. Não respondi e fiz outra pergunta. Se eu confirmasse, respondesse positivamente, o esquema, a aluna iria saber responder as questões da prova, mas a possibilidade de aprendizagem, seria nenhuma.
VIV: Aqui. (Apontando para a figura do caderno.)
PRO: Você está parecendo o professor que só aponta. *VIV: Não,* L_4 *é o lado do quadrado.*
PRO: Que está onde? *VIV: Dentro da circunferência.*
PRO: Inscrito. E o a_4*, o que é? VIV: É o apótema.*
Essa é outra situação onde o significado foi produzido por aproximação. "Dentro da circunferência" foi substituído por "Inscrito".
PRO: Leia o que é apótema. *(E ela lê em voz alta.)*
(...)(Continuamos trabalhando por um longo período dessa maneira. Colocamos a seguir duas situações apenas, para exemplificar a maneira que trabalhamos a aprendizagem de VIV.)

(Sugiro que VIV verifique, nos poliedros que têm em mãos, a relação de Euler. Executa essa tarefa sem grandes dificuldades. Depois a professora propõe o seguinte problema do caderno: "Um poliedro tem 3 faces com 4 lados, 2 faces com 3 lados e 4 faces com 5 lados. Calcule o número de vértices." Discutem a sua resolução. A professora propõe outro exercício do caderno.)
PRO: "Calcule a área lateral e a área total de um prisma triangular cuja altura é 2cm e os lados da base medem 2, 4 e 6cm." Como é essa base? Você pode construir?

$$A_{\Delta} = B.h.\frac{1}{2}$$



$2^2=h^2+a^2 \Rightarrow h^2=2^2-a^2$

$4^2=h^2+b^2 \Rightarrow h^2=4^2-b^2$

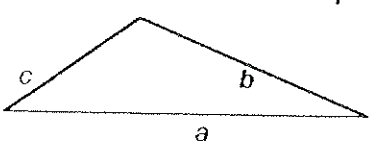
$2^2-a^2=4^2-b^2$

$4-a^2=16-b^2$

$4-a^2=16-(6-a)^2$

$4-a^2=$

(A professora se espanta ao perceber que é impossível a construção de tal triângulo.)
PRO: Você pode fazer usando a régua, com as medidas reais?
Sentimos aqui que foi uma pena eu ter interrompido o raciocínio da menina, pois algebricamente ela chegaria a um resultado estranho, aí teríamos a possibilidade de confrontar a construção com os seus cálculos. Mas eu fiz a aluna parar. Seria essa preocupação com o sucesso a curto prazo?
(A aluna tenta, tenta e por fim conclui:)
VIV: Desse jeito eu não sei.
PRO: E você acha que eu sei fazer um triângulo com essas medidas? Não tem como, fica um segmento de reta assim:
PRO: Vamos modificar o enunciado desse exercício, no lugar de 2 colocaremos 8. Como fica o triângulo agora? (A aluna constrói de forma correta.)
PRO: Você pode calcular a área desse triângulo? Bom, mas o que o problema está pedindo?
VIV: A área lateral e a área total.
PRO: O que seria isso nesse prisma? (Dá um prisma de base pentagonal à menina.) (...)
VIV: Seria a lateral aqui e a área total a soma de todas as áreas. (passando a mão primeiro na lateral toda e depois na volta do prisma inteiro)
Ela sabe o que está fazendo, sabe o significado do que está calculando. Está resolvendo o exercício com compreensão.
(Calcula a área do triângulo através do teorema de Pitágoras. Faz contas com números quebrados na calculadora) VIV: Só que na prova não pode usar calculadora.
PRO: Tudo bem, nós não estamos apenas nos preparando para a prova lembra? O nosso objetivo é que você aprenda alguma coisa de Geometria, certo? É lógico que nós estamos trabalhando em cima do conteúdo da prova e você pode até conseguir fazer a prova. Aqui nós vamos usar calculadora sim, porque senão corremos o risco de nos perdermos em conta. Depois, quando você tiver aprendido, e quiser treinar para prova, tente refazê-lo sem calculadora. (VIV usa a calculadora com certa relutância, e chega aos resultados.)
Área da Base $=(2,9.8)/2=11,6cm^2$
Área da Parte de Cima $= 11,6cm^2$
Área Total $= 11,6+11,6+36=59,2cm^2$
PRO: Ah, ele utiliza uma fórmula para calcular a área de um triângulo qualquer.



$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \qquad onde\ p=\frac{a+b+c}{2}$$

PRO: Nós podíamos fazer na próxima aula a dedução dessa fórmula, ver como se chega a ela. Você sabe fazer, é só usar Pitágoras mas deve demorar um pouco, não sei.
VIV: Fica bem menor o jeito que ele fez. Prefiro fazer desse jeito.
VIV optou fazer utilizando o algoritmo sem saber de onde vem. Ela prefere justificar no Campo Semântico Escolar.(Já ao final da aula, peço que ela pense no seguinte problema:)
PRO: "Deseja-se cimentar um quintal de 10m de largura por 14m de comprimento. O revestimento será feito com uma mistura de areia e cimento de espessura 3cm. Calcule o volume da mistura necessário

para o revestimento." O que o problema está perguntando? Não se preocupe com a resposta do problema, explique com suas palavras o que está dizendo o enunciado. (VIV responde rápido:)

VIV: Ele deu os três números então é só fazer vezes.

PRO: Você não consegue imaginar o quintal? O tamanho do quintal, é grande ou pequeno? A grossura da camada de cimento que será colocada, é fininha assim? (mostrando com os dedos a espessura de 1cm) Você havia pensado nessas coisas? VIV: Nada. Eu achei os três números para colocar na fórmula. Não precisei ficar imaginando nada.

PRO: Você acha que é assim que se deve estudar Matemática? Por que nos outros problemas você estava imaginando e agora não? VIV: É que é mais rápido.

PRO: Quando o exercício tem um enunciado, uma parte escrita, deve-se ler toda ela e dar uma interpretação, imaginar alguma coisa, porque em outra situação você corre grandes riscos de errar olhando somente para os números. VIV: É que assim eu me confundo. Ele escreve umas coisas muito estranhas.

Tento demonstrar a ineficácia do CSE nesse caso.

PRO: Nesse caso mesmo, você já faria tudo vezes e daria errado porque a espessura está em centímetros e o resto em metros. VIV: Ah, tem que transformar. Se eu parar para pensar eu consigo entender. O problema é que ele quer revestir o quintal com uma camada fina de cimento no quintal, de 10 por 14, eu imagino cada metro um passo. PRO: É bom pensar assim.

(No dia 26 de maio de 97 a professora vai até a casa da aluna às 18:15h..)

PRO: O que você está fazendo esse ano? VIV: Cursinho na UNESP. Naquela época eu estava estudando de manhã, né? PRO: No Ribeiro, e aí? Como foi aquele ano na escola?

VIV: É. Aí, eu consegui fazer a prova. Foi difícil, mas eu consegui fazer tudo, eu tirei B. E acho que teve só umas quatro pessoas que foram bem na prova. PRO: Depois você continuou estudando sozinha ou você estudou com uma outra pessoa? VIV: Depois ficou mais fácil e eu continuei estudando sozinha aí eu consegui ir bem. Na metade do ano eu mudei para a noite. E a professora explicava melhor tudo, aí deu prá mim entender melhor tudo e eu passei direto. Agora estou fazendo cursinho na UNESP. PRO: Você acha que os alunos aprendem com uma boa explicação? VIV: Eu acho, porque eu, com ele, não estava entendendo nada mesmo. PRO: E você acha que na nossa aula o importante foi a minha explicação ou o jeito de estudar? Antes da aula e depois mudou alguma coisa no seu jeito de estudar? VIV: Pelo jeito que a gente estudou eu acho que ficou mais fácil para aprender. PRO: Depois você não continuou mais com professor particular por causa do preço, você arrumou outra mais barato ou outra melhor? VIV: Não, é que eu achei que não precisava mesmo, eu consegui entender depois tudo, e eu comecei a estudar de um jeito mais fácil, peguei mais vezes por semana. PRO: Você mudou para a noite no meio do ano passado. Mas você comentou que o ensino era fraco de dia, e à noite não era mais fraco? VIV: Não, era mais devagar, porque eles iam nos detalhes. Ela fazia bastante coisa diferente. De manhã eles iam muito rápido, que eles queriam passar matéria rápido. Não queriam saber se estava aprendendo. Ela via mais detalhe, devagarzinho assim. PRO: Você já sabe para que vai prestar vestibular? VIV: Ainda não sei direito. Eu estou pro lado da arquitetura, essas coisas assim. PRO: Por que escolheu essa profissão? VIV: Porque eu gosto de medir, eu tenho facilidade para cálculo, no começo eu não tinha assim, mais...eu gosto desse negócio de projetar. PRO: Ainda pensa em fazer algo com artes? VIV: É, mais é essa área que eu quero mesmo, porque arquitetura não é só conta, tem a parte estética. Tem desenho, geometria.

Conclusão

Este artigo apresenta alguma evidência de como a busca pela "institucionalização" causa uma confusão na aluna, no sentido que ele não sabe mais o significado de aprender, o aprender Matemática se traduz pelo aprender algoritmos básicos. Perrin & Glorian, 1995, afirma que um ponto muito importante é a articulação entre a institucionalização e o sentido de fato para os estudantes na atividade de resolver exercícios. Com o decorrer da aula VIV conseguiu elaborar hipóteses sobre o que acontecia na sala de aula e interpretar o conteúdo do seu caderno de forma que, os enunciados deixaram de ser um mistério e VIV passou a operar com eles. Em uma parte da aula, ela trabalha os exercícios com compreensão. Mas acaba por perceber que existe um caminho mais curto e diz que prefere "ir por aí". Nesse caso, para se trabalhar a aprendizagem, essa articulação funciona como um obstáculo, não tem como, porque existe uma distância muito grande entre : "institucionalização" e aprendizagem. No entanto, a aluna atingiu a "institucionalização" esperada e aprendeu a trabalhar com os significados matemáticos do seu caderno.

Um ano depois, conversando com a aluna, ela disse que havia mudado o seu jeito de estudar, e que pensava em fazer um curso de Arquitetura, sendo Arquitetura um curso que envolve Geometria como ela mesma disse. Ela mudou também de classe no meio do ano.

Com relação à pergunta diretriz, pode-se concluir que, foi possível trabalhar a aprendizagem e mais que isso, a aluna modificou o seu jeito de estudar. Vai fazer arquitetura. Porém foram dadas duas aulas, R$20,00. A professora precisaria de muitos alunos.

Referências bibliográficas:

BALDINO, R.R., *Normas da Assimilação Solidária 1995 - Contrato de Trabalho*, Cálculo I - Física, Departamento de Matemática, UNESP, Rio Claro.

LINS, R.C., Revista da SBEM-SP, nº 1. *Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa.* 1993.

PERRIN-GLORIAN, M-J (1995), *The Absolute Value in Secondary School: A Case of "Institutionalisation" process* Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematical Education (Vol. 2, p. 74-81). Recife, Brazil.

THIOLLENT, M., *Metodologia da Pesquisa-Ação*, 6ª.edição, São Paulo, Editora Cortez, 1994.

REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DO CONCEITO DE NÚMERO ATRAVÉS DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DOS CARDINAIS E ORDINAIS

Renata Cristina Geromel Meneghetti[i]
Orientadora: Profª Drª Maristela Veloso Campos Bernardo
Co-Orientador: Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino
Referente à Dissertação de Mestrado apresentada junto ao
Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática - Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos.

1. INTRODUÇÃO

Quando fazemos as perguntas elementares da aritmética "o que é o número?", ou como se responde à pergunta "quantos?", ou "o que é contar?", acreditamos que possam ser respondidas fazendo referência ao número como uma posição numa seqüência e ao tamanho da seqüência, que correspondem respectivamente ao cardinal e ordinal. Porém, as perguntas acima possuem como resposta o número ordinal ou o número cardinal?

Tomando como referência o relacionamento entre ensino e ciência, no nosso trabalho de pesquisa (Meneghetti, 1995), verificamos como vem sendo efetuado o ensino desses conceitos.

Para tal, o ponto básico de nossa investigação, foi verificar qual a concepção de número cardinal e ordinal vigente no sistema de ensino.

Desta investigação, constatamos que dentro do ensino a concepção que vigora é a de que os cardinais são distintos dos ordinais. Além disso, todo embasamento dos a cardinais e ordinais (C&O) nas séries iniciais é apoiado no finito. Por outro lado, na Matemática, no caso finito, os cardinais se identificam com os ordinais (Cf. Halmos, 1970). Isto causa uma contradição[ii] entre o ensino de C&O e sua fundamentação.

Se mediante os conceitos matemáticos de números ordinais e cardinais, esses coincidem (no caso de números finitos), então perguntávamos: que elementos teríamos para trabalhar com esses conceitos nas séries iniciais? Como fundamentá-los? Buscando respostas a essas perguntas, constatamos em Piaget(1975) e Kamii(1991) que as idéias de ordem e quantidade, a princípio, são tidas como psicologicamente distintas.

De acordo com esses autores, há uma dependência entre ordem e quantidade. Para se entender ordem é necessário entender a quantidade, e para se entender a quantidade é necessário entender a ordem. Enquanto não se coloca ordem e quantidade "numa única relação", esses conceitos são concebíveis como distintos. Assim num certo momento, a distinção faz-se necessária.

Portanto, pudemos constatar também que os conceitos de cardinais e ordinais (no caso finito) são matematicamente idêntico e, psicologicamente a distinção desses conceitos está presente no processo de elaboração do conceito de número. A medida que compreendíamos isso, crescia nossa preocupação: como este fato repercute no ensino? Preocupada em analisar o relacionamento dos cardinais e ordinais no ensino e na Matemática, simultaneamente fomos levada a utilizar o conceito de Transposição Didática de Chevallard (1989) como uma possibilidade de entender o fenômeno em questão. A transposição didática permite analisar o processo pelo qual se dá o trabalho de fabricação do saber ensinado a partir do saber erudito (Arsac, 1992). Desta forma, ela permite trabalhar, ao mesmo tempo, com o ensino e com a ciência, não separadamente, mas buscando na análise fenômeno , o primado do relacionamento entre ambos.

O estudo da transposição didática apontava para dois caminhos: uma análise em sincronia, ou seja, trataríamos de analisar, no momento atual, o processo de transformação dos cardinais e ordinais, como saber erudito (científico), em cardinais e ordinais, como saber ensinado, ou poderíamos direcionar o trabalho para uma análise em diacronia, ou seja, investigar esse processo de transformação ao longo da história. Em Meneghetti (1995), desenvolvemos uma análise em sincronia da transposição didática de C&O, onde ficamos atenta ao que acontece atualmente no ensino dos cardinais e ordinais, dirigida pela seguinte pergunta diretriz:

Como se sustenta, no momento atual do processo de transposição didática, o fato de que o conhecimento matemático identifica cardinais e ordinais, no caso finito, enquanto que no ensino elementar são esses conceitos distintos?

O "como se sustenta", foi colocado no sentido de verificar como as pessoas (vinculadas ao ensino) convivem com essa contradição. Elas percebem a contradição? Não a percebem? Se a percebem tentam resolvê-la? Como? Em suma, o que fazem para que essa situação se mantenha?

Para analisar a Transposição Didática de C&O, tivemos que percorrer os três níveis de ensino (1º, 2º e 3ºgraus), atentos em verificar como se dá a transformação do conhecimento científico em conhecimento ensinado com respeito a C&O.

Esta investigação ocorreu numa abordagem qualitativa, onde utilizamos como instrumentos de coleta de dados: entrevistas com professores do 1º ao 3º graus, análise de planejamento e propostas curriculares, livros didáticos e observações de aulas.

2. A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DOS CARDINAIS E ORDINAIS

O saber erudito passa por um processo de transformações e adaptações para enfim se tornar saber ensinado. Desta forma, podemos dizer que a Transposição Didática refere-se à passagem do saber dos matemáticos ao saber a ensinar, que envolve, além do currículo, todo ambiente sábio e cultural no qual estamos inseridos. De acordo com Arsac(1992), o saber erudito (ou sábio) trata-se de um saber reconhecido socialmente por uma comunidade de sábios, particularmente, a comunidade Matemática, detentores supostos desse saber, a quem dirigimo-nos para a questão da legitimidade. De imediato esclarecemos que a transposição didática não se refere a uma translação de um determinado conhecimento, ou seja, não se trata de aplicar um conhecimento cientifico no ensino elementar, como muitos, a princípio, podem pensar, mas trata-se de poder sustentar o que é ensinado por meio da ciência, neste caso por meio da Matemática: "A palavra *transposição* não foi escolhida por acaso. Porque não há, por exemplo, simples transferências sem alteração. Em todos os caso, 'deformações' mais ou menos fortes aparecem nos elementos estruturais transpostos." (Chevallard, 1989, pp.40-41, tradução nossa) Essas deformações podem ser classificadas em três graus de ocorrência: o primeiro que denominamos "transposição didática natural", onde o saber ensinado teria, praticamente sem nenhuma dificuldade, um respaldo erudito; o segundo denominamos "transposição didática com bloqueios", nesta se enquadra casos onde ocorre deformações fortes e o último denominado por Arsac (1992) de "contra-transposição", seria os casos onde os saberes ensinados são justificados pela suas utilidades sociais, mas não são culturalmente legitimado pela existência de um saber erudito correspondente. Este processo de "contra-transposição não é tão comum, mas é possível ocorrer, um exemplo clássico, como cita esse autor, é o da geometria descritiva (criada por Monge) dando legitimidade ao ensino do desenho técnico, dos projetos de fortificações, etc. Assim, surge um saber: o desenho técnico e os planos de fortificações, que foi socialmente reconhecido como sábio pela sua utilidade e, só depois, foi legitimado. Para legitimá-lo é que foi criada a geometria descritiva. Nesse caso, pode-se dizer que ele foi um ensinamento bem sucedido porque houve um reconhecimento e posteriormente houve um saber que o legitimou. Já o ensino dos cardinais e ordinais (C&O), enquadra-se na "transposição didática com bloqueios" visto que ele ocorre com uma forte deformação caracterizada pela contradição do saber ensinado com o saber erudito, que coloca em questão a própria legitimidade deste saber.

O saber ensinado deve procurar satisfazer a dois tipos de legitimidade: a legitimidade educativa e a legitimidade epistemológica (Chevallard, 1989, p. 63). A legitimidade educativa diz respeito aos anseios sociais e a epistemológica refere-se a uma garantia científica.

Portanto, o saber ensinado deve, ao mesmo tempo, satisfazer aos anseios socais e à esfera erudita. No caso dos cardinais e ordinais (ensino elementar), por não ter uma referência na esfera erudita, este conhecimento apresenta-se com Problema de Legitimidade Epistemológica (PL).

Arsac (1992) nos coloca que, quando há uma separação entre o conteúdo de ensino e o saber erudito, ela ocorre devido a determinados constrangimentos[iii] (Arsac, 1992, p.10) que pesam sobre o sistema de ensino. No nosso caso, ficamos atenta em verificar quais são os constrangimentos que pesam no funcionamento do ensino de cardinais e ordinais para que esses não sejam notados como contraditórios com o saber erudito.

Na apresentação da teoria da transposição didática, Chevallard (1989) utiliza também termos ecológicos. Assim, temos três ecossistemas[iv] presentes na transposição didática de um conhecimento, , a esfera sábia, o sistema de ensino e a noosfera[v] (Chevallard, 1989, p.46). A noosfera designa "tudo" e "todos" que pensam sobre o sistema de ensino e que de alguma forma dele participam, mesmo que longinquamente. Ela é um ecossistema intermediário entre outros dois, a esfera sábia e o sistema de

ensino, e é caracterizada por sua função dentro do sistema de ensino. O sistema de ensino se define pela função de transmissão do conhecimento em qualquer grau: nele acontece a relação professor, aluno e saber.
Ao analisarmos os instrumentos de pesquisas descritos a seguir, tínhamos o objetivo de verificar quais as estratégias usadas pelos ecossistemas (sistema de ensino, noosfera e esfera erudita), que amparam a atual Transposição Didática de C&O.

3. O LEVANTAMENTO DOS DADOS

Para investigar a Transposição Didática dos cardinais e ordinais nos orientamos pela consideração dos três ecossistemas descritos acima. No entanto surgiu a questão: de que maneira poderíamos ter acesso a esses ecossistemas? Para tal procuramos levantar, no sistema de ensino, os possíveis lugares, "habitat "[vi] na terminologia de Chevallard, onde são "trabalhados" os conceitos cardinais e ordinais, incluindo desde o ensino elementar até a Matemática de nível superior.
Levantado o "habitat"de C&O e tendo por finalidade percorrer os três ecossistemas da transposição didática: esfera erudita, sistema de ensino e noosfera, nós utilizamos, numa abordagem qualitativa de pesquisa, os seguintes instrumentos: observações de aulas, análise de propostas curriculares, análise de livros didáticos e entrevistas.

Ao analisarmos esses instrumentos de pesquisa, tínhamos o objetivo de verificar quais as estratégias usadas pelos ecossistemas (sistema de ensino, noosfera e esfera erudita), que amparam a atual transposição didática de C&O.

Descrevemos a seguir como nos procedemos na escolha de cada um dos referidos instrumentos de pesquisa.

Propostas Curriculares e Planejamentos

Por que fomos às propostas curriculares[vii] e planejamentos[viii]?

Uma das principais justificativas é que os professores de 1° e 2° graus são incentivados, através das Delegacias de Ensino, a utizarem, em suas salas de aulas, tais propostas curriculares.

Assim, além dos livros didáticos, também as propostas curriculares poderiam estar servindo como um veículo de base para o professor.
Além disso, fomos às propostas com o intuito de fazer um levantamento geral sobre a possibilidade de se estarem discutindo os cardinais e ordinais nos diversos níveis do sistema de ensino. De acordo com o que encontrássemos nessas propostas curriculares, poderíamos ter indicações também dos professores que deveríamos entrevistar, ou seja, se, de acordo com a proposta curricular x, a disciplina y aborda cardinais e ordinais; então deveríamos entrevistar o professor que ministra a disciplina y. Desta forma, no geral, esse levantamento serviu para determinar os próprios sujeitos das entrevistas.

Nesta etapa, analisamos as propostas curriculares e os planejamentos das disciplinas dos cursos de Licenciatura Matemática e Pedagogia da Universidade estadual Paulista- UNESP-Rio Claro, São Paulo. Também analisamos as propostas curriculares da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, para os cursos: de 1° e 2° graus e a específica para o magistério.
As Entrevistas

Ao escolhermos as entrevistas como instrumento de pesquisa, tínhamos o objetivo de colocar os professores frente ao problema da transposição didática de C&O (a ausência da legitimidade epistemológica) e verificar até que ponto estão esses conscientes de que o ensino elementar dos cardinais e ordinais não é legitimado pela Matemática. Como se posicionam em relação à aparente indiferença no que diz respeito a essa situação? O que fazem em prol da permanência da transposição didática dos cardinais e ordinais tal como se encontra hoje? E, afinal, o que esses professores têm a dizer a respeito do ensino dos cardinais e ordinais?

Procuramos em cada um dos níveis (1° a 3° graus), apresentar o problema de forma familiar, tematizando o assunto de maneira a ser compreensível a cada um dos entrevistados. As entrevistas foram gravadas e posteriormente transcritas, Cada entrevista durou aproximadamente 40 minutos. Na análise dessas entrevistas, estivemos, atenta às colocações não verbais: gestos, hesitações, alterações de ritmo, etc., dos entrevistados. Essas entrevistas podem ser caracterizadas como semi-estruturadas, uma vez que foram feitas baseadas num roteiro, que não foi seguido rigidamente, contendo os principais pontos a serem investigados, a saber: a familiaridade do professor com conceitos matemáticos de C&O e com o ensino elementar desses conceitos; a importância que o professor atribui a C&O para o ensino; como o professor trabalha esses conceitos; opinião a respeito da fidelidade do saber ensinado em relação ao saber erudito; sua reação frente ao problema da legitimidade epistemológica presente na transposição didática dos cardinais e ordinais e as tentativas de soluções perante este problema.

As entrevistas foram escolhidas, principalmente como um meio de acesso à noosfera. Os entrevistados são professores, compreendendo o ensino de 1° a 3° graus, que são os noosféricos que participam de forma significativa da transposição didática, como nos coloca Perrenoud:

"Os professores participam coletivamente, através das associações de outras instâncias, na elaboração do *curriculum* formal (programas, metodologias e meios de ensino, apresentados muitas vezes de exemplos e exercícios)." (Perrenoud, 1993, p.25)

Assim entrevistamos 7 professores (A, B, C, D, E, F e G) que se caracterizavam por estarem, direto ou indiretamente, ligados ao ensino de C&O, atuando nos cursos de: Licenciatura Matemática e Pedagogia (3° grau), Magistério (2° grau) e Ensino Elementar.

Os livros didáticos

A análise dos livros didáticos se deu: na "esfera erudita", através de autores de livros que dão conta da produção científica dos cardinais e ordinais. Desta forma, a investigação desse ecossistema foi efetuada pelo estudo do livro do Halmos- "Teoria Ingênua dos Conjuntos". Escolhemos este livro, porque é um clássico pioneiro na apresentação didática da Teoria dos Conjuntos de Zermelo-Fraenkel (com o axioma da escolha). Fizemos esse estudo com o objetivo de verificar a definição Matemática dos cardinais e ordinais.

Já no ensino elementar, analisamos 8 coleções de livros para as séries iniciais (A, B, C, D, E, F, G e H), que foram escolhidas segundo o critério de serem as mais solicitadas, nos últimos anos, as melhores editoras, em termos de conceituação, do Brasil. Tivemos como foco principal, nessa análise, a apresentação do conceito de número, pois, estávamos interessada em saber quais eram os tratamentos dados pelos livros no que diz respeito a C&O, em cada uma dessas coleções.

As observações de aulas

As observações de aulas foram realizadas em três salas, uma pré e duas 1ª séries, num período de aproximadamente 40 dias. Dirigimo-nos à sala de aula, com o objetivo de verificar, através da introdução ao número, como o professor abordava C&O no ensino elementar.

Discutiremos a seguir, os resultados traçados por cada um dos instrumentos de pesquisa acima mencionados, a saber: entrevistas com professores, observações de aulas, análises de propostas curriculares e livros didáticos.

4. RESULTADOS

Nesta abordagem sincrônica da Transposição Didática de C&O chegamos aos seguintes resultados:

A análise das entrevistas revelou que a contradição entre a concepção vigente no ensino com respeito aos cardinais e ordinais e o saber erudito desses conceitos se sustenta, pois o problema não é completamente entendido: (i) ora por falta de experiência com o ensino elementar (prof. A e D), (ii) ora por insuficiência de especialização Matemática (prof. B, C, E, F e G):

As entrevistas dos professores ligados às séries iniciais reforçaram a idéia de que não se dá importância ao conteúdo cardinais e ordinais, ou melhor, à formação do conceito do número. Gastam pouco tempo com essa parte alegando que as crianças pegam rápido o conceito do número:

Esteve também fortemente presente um grau de insatisfação perante a falta de uma justificativa (profs. A, C, D, E, F e G), pela Matemática, para o ensino dos cardinais e ordinais:

"Ah, eu estou achando estranho a Matemática não trazer uma justificativa para uma coisa e outra. Porque se você for analisar bem, não são iguais. Então, eu acho que deveria trazer uma justificativa. De que maneira, eu não sei, mas deveria." (entrevista com uma professora G- ensino elementar).

Quanto às observações de aulas, pudemos também concluir que se utiliza pouco tempo com a parte de introdução ao número. Não se dá muita importância a essa parte inicial, em geral assume-se que a criança já venha com essa parte e faz-se uma mera recordação. O ordinal ou bem não aparece, ou aparece em atividades de séries e seqüências. No entanto, na hora de enfatizar o número, há referência apenas à quantidade.

Nas propostas curriculares para o 1° grau, cardinais e ordinais aparecem implicitamente no tópico classificação e seqüência; nesta proposta, cardinais e ordinais são considerados assuntos que conduzirão à noção do número.

Na análise dos livros didáticos, percebemos que a maioria das coleções analisadas(coleções A, D, F, G e H), antes da apresentação do número, trabalham implicitamente com os conceitos de ordem e quantidade, através de atividades envolvendo classificação, correspondência, seriação. No entanto, na hora da apresentação do número, apresentam-no com a idéia de quantidade (coleções A,C, D, E, F, G e H):

"Número é a idéia de quantidade. Numeral é a representação dessa idéia. "(Coleção C)

Nessa ocasião, o aspecto ordinal não é reconhecido e só reaparece muito depois e em tópico separado daquele que trata do conceito do número, além de aparecer sob dois níveis: no inicio, através de atividades de séries e seqüências (denominado ordem) e no final, associado à idéia de posição (denominado ordinal). Portanto, ordem e ordinal aparecem como assuntos distintos e abordados e momentos diferentes., como vemos ao analisarmos os seguintes tópicos do vol.1 da coleção G:

5- DISCUSÃO

Assim, a maioria dos professores e também a maior parte dos livros didáticos enfatizam a quantidade ao abordarem o conceito do número, chegando muitas vezes a trabalhar apenas com ela. No entanto, Freudenthal (1973) mostra que essa forma de trabalhar o número, ou seja, abordá-lo apenas via cardinal (que ele denomina "aspecto número numerosidade"), é didática e matematicamente insuficiente, além de ser também matematicamente insignificante (Cf. Meneghetti, 1992) . Além disso, Freudenthal enfatiza a importância do que denomina "aspecto número contagem" com respaldado nos ordinais transfinitos (Cf. Freudenthal, 12973, pp.191-192)

Considerando que a formação do conceito do número seja um momento precioso, uma vez que servirá de subestrutura para os conhecimentos posteriores, percebemos que não se atribui esse grau de importância a essa parte. Uma das características que esteve fortemente presente neste levantamento prático foi uma desvalorização desses conceitos, gastando-se pouco tempo com essa parte, muitas vezes fazendo-se apenas uma recordação.

Desta forma, como os anseios sociais são de não se ater muito a esta parte inicial, interpretamos que assim age a "noosfera" em prol de desempenhar o seu papel de compatibilidade entre o sistema de ensino e a sociedade.

Entendemos que o fato de não aparecer, ou aparecer pouco, a noção de número, e ainda de forma fragmentada, como pudemos ver nas propostas curriculares e observações de aulas; a falta de clareza na apresentação do conceito do número, característica dos livros didáticos; a rejeição de PL, que ficou clara nas entrevistas, são os "constrangimentos" que pesam no ensino dos cardinais e ordinais, para que esses não sejam notados como contraditórios com o "saber erudito". "constrangimentos" tais, são determinados pela "noosfera".

Assim, a partir o fato de que a Transposição Didática de C&O apresenta-se com fortes deformações, no que diz respeito ao relacionamento do ensino com a ciência, marcadas pela contradição do saber ensino com o saber erudito esta análise em sincronia, mostrou que em conseqüência disto o aspecto ordinal tende a desaparecer do ensino elementar uma vez que não mais está presente na linguagem do professor e desempenha um papel secundário nos livros didáticos e nas salas de aulas

Com o intuito de colaborar com soluções que supram a falta de legitimidade epistemológica para o ensino dos cardinais e ordinais, em Meneghetti (1995) sugerimos como proposta didática a ser experimentada, a antecipação do tratamento do infinito no ensino elementar. Essa sugestão, está baseada em Freudenthal (1973) e é fundamentada matematicamente nos ordinais transfinitos.

Com a antecipação do infinito no ensino elementar, cardinais e ordinais serão de fato, fundamentados na Teoria dos Conjuntos de Zermelo e Fraenkel, na versão de HALMOS, donde se supre a falta de legitimidade epistemológica para o ensino de C&O (cardinais e ordinais). A introdução do infinito nas séries iniciais não só resolveria o problema da falta de legitimação para o ensino de C&O, como também problemas de limitações didático-pedagógicas referentes ao conceito de número. Tem sido demonstrado em pesquisas recentes, que o infinito faz parte das concepções espontâneas das crianças em idade escolar (Cf. Santos, 1995), além de ser apontado por Ottoni (1992), como um marco extremamente importante no desenvolvimento cognitivo do indivíduo.

Por outro lado, no desenvolvimento da pesquisa recebemos a indicação de que em KURATOWSKI e MOSTOWSKI (1968) (K&M), cardinais e ordinais, mesmo no caso finito, não se identificam. No entanto, K&M não se encontra na atual transposição didática de C&O. No caso, para que K&M fosse de fato incorporado na transposição didática de C&O, seria necessário substituírmos Halmos por K&M. Neste caso ocorreria uma contra-transposição tal como ocorreu com a geometria descritiva.

Assim, são levantados nesta pesquisa dois possíveis caminhos de se suprir a falta de legitimidade de C&O, são eles: a antecipação do infinito na sala de aula do ensino elementar, delineando uma transposição didática natural de C&O ou a substituição de Halmos por K&M no ensino superior, refletindo num processo de contra-transposição didática.

No entanto, apesar da primeira proposta encontrar respaldo, como já apontamos, em Freudenthal (1973) e em pesquisas recentes na área de educação e psicologia (Ottoni, (1992); Santos (1995)), em termos de fundamentação, apontamos para a necessidade de se fazer uma verificação histórica da elaboração do conceito de número nos seus aspectos de números cardinais e ordinais.

Acreditamos que um estudo em diacronia poderia mostrar se a distinção de C&O tem realmente sido a maior preocupação na história da Matemática. Se isso de fato for assim, Zermelo Fraenkel, na versão de Halmos, poderia ser considerado como um fracasso e Zermelo Fraenkel, na versão de K&M, como um sucesso de uma tal tentativa, e o problema de legitimidade epistemológica de C&O poderia ser resolvido com a substituição de Halmos por K&M no ensino superior de C&O.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, M., MORAES, L.M: Mundo Mágico Matemático. 10 ed. São Paulo: Ática, 1992. v-1-4 (livros didáticos- séries inicias.

ARSAC, Gilbert- L' evolution D'une Théorie en Didactique: L'exemple de la Transposition Didactique: Recherches en Didactique des Mathematique, vol.12, nº 1, pp. 7-32, 1992

ASSUDE, T. Bolema. Análise da Trasnsposição Didática: Um exemplo com Raiz Quadrada. Rio Claro-SP, n.8, ano 7, pp.88-97, 1992a.

_______. Un Phénomenè d arrêt de la transposition didactique: Ecologia do objeto "Raiz quadrada"a análise do currículo. Genoble:Universidade Josefh Fourier. 1992b. 305p. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada e Informática).

BOTTOMORE, T. Dicionário do Pensamento Marxista. Rio de Janeiro: Zahar, 1988. 454p.

CHEVALLARD, Yves Aspects D'un Trovail de Theoresation de la didactique des Mathematiques: Etude du cas de l'algébre élémentaire. Habilitation a Diriger Das Recherches. Marseille: Départemente de Mathématiques-Informatique, 1989. 121p.

FREUDENTHAL, H. The Number Concept. Objective Acesses. In:Mathematics as an Education Task. - Dordrechet, Holland: D. Reidel Publishing Co. 1973 . pp. 242-331.

______.Revisiting Mathematics Educational. Dordrecht, Boston,London: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GIOVANNI, J.R., GIOVANNI Jr., J.R. A Conquista da Matemática. São Paulo:FTD, 1992. v.1-4.

HALMOS, P.R.Teoria Ingênua dos Conjuntos. Trad. I.Bicudo. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo e Editora Polígono, 1970 - 116 p. ilus.

IMENES, L. M. P., JAKUBOVIC, J., LELLIS, M. Matemática ao Vivo. São Paulo: Scipione, 1993. v.1-4.

KAMII, C. A criança e o número. 14.ed. Trad. R.A. Assis Campinas, SP: Papirus, 1991. 124p.

KURATOWSKI, K. & MOSTOWSKI, A. ,Set Theory. Varsovia, North-Holland, 1968.

LÜDKE, M & ANDRÉ, M.E.D. Pesquisa em Educação: abordagens qual;itativas. São Paulo:EPU, 1986. 98p.

MENEGHETTI, R.C.G. O número segundo Freudenthal- séries: relatórios internos- , UNESP- IGCE- Rio Calro, n.8, 1992.

______. Sobre a Transposiçao Didática dos Cardinais e Ordinais - Rio Calro-SP: UNESP, 1995. Dissertaçao de Mestrado em EducaçaoMatemática)

MORI, I.Viver e Aprender Matemática. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 1993. v.1-4.
ODUM, E. P. Ecologia. Trad. K.G. Hell. 3.ed. São Paulo: Livraria Pioneira Editora e Editora da USP, 1977. 201 p.
_____. ,Ecologia. Trad. C. J. Tribe. Rio de Janeiro:Guanabara S.A, 1988. 434 p.
OTTONI, E.B. - Dos limites do contar ao contar sem limites: um estudo sobre o desenvolviemnto das noções de número e infinitude na criança"- Tese de Doutorado- São Paulo: Inst. de Psicologia - USP, 1992.
PASSOS, L., FONSECA,A., CHAVES, M. Alegria de Saber Matemática. SP.: Scipione,1993.v.1-4.
PEIXOTO, M.L., OLIVEIRA. éBom Tempo Matemática. 3.ed. São Paulo:Moderno, 1992. v.1-4.
PERRENOUD, P. Práticas Pedagógicas, profissão docente e formação: perspectivas sociológicas. Trad. H. Faria, H. Tapada, M. J. Carvalho e M. Nóvoa. Lisboa: Publicações Dom Quixote. Instituto de InovaçãoEducacional, 1993. 206 p.
PIAGET, J., SZEMINSKA, A. A Gênese do Número na Criança. 2.ed. Trad. C. M. Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar Editores,1975. 331p.
ROSA NETO, E. matemática a Partir da Ação. 2.ed. São Paulo: Ática, 1993. v.1-4.
SANTOS. V.M- O Infinito: concepções e conseqüências pedagógicas"- Tese de Doutorado- FE/USP, 1995.
SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 2° grau. 2.ed. São Paulo, SE/CENP, 1991. 393 p.il.
_______ ,Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1° grau. 4.ed. São Paulo, SE/CENP, 1992, 181p.il.
_______ ,Proposta Curricular de Matemática para o Cefam e Habilitação Específica para o Magistério. São Paulo, SE/CENP, 1990, 257 p.il.

---

[i] Profª Departamento de Matemática da Universidade de São Paulo- USP-ICMSC- São Carlos-SP- Brasil, aluna do doutorado em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista- UNESP- ICGE-Rio Claro- SP- Brasil (email: regm.@. ICMSC.SC.USP.Br).

[ii] A contradição é no sentido dialético, onde as relações envolvidas são dependentes de significados e não puramente formais, de modo que a negociação de "alguma coisa" não leve a seu cancelamento abstrato, mas à criação de um conteúdo mais abrangente, novo e superior. " (Bottomore, 1983, p.80). Nesse sentido nosso estudo é caracterizado como uma tentativa de passagem à criação desse conteúdo mais abrangente no que se refere ao ensino de C&O.

[iii] Optamos por traduzir "constrainte" do Francês por constrangimento para conservar o sentido que esse termo tem em Chevallard.

[iv] Ecossistema é a comunidade e o ambiente não vivos funcionando juntos (Cf. Odum, 1988, p.9)

[v] Noosfera (do grego noos, mente), mundo dominado pela mente humana, como substituindo gradativamente a biosfera, o mundo da evolução natural que existe há bilhões de anos (Cf. Odum, 1988, p.33). Perrenoud (1993), que também emprega a conceituação ecológica no sentido de Chevallard, diz que: " O reflexo da noosfera, a esfera onde são pensadas e prescritas as práticas pedagógicas. é (. . .) de otimizar a transposição, de a racionalizar, de a colocar sob o controle de modelos. " (Perrenoud, 1993, p.27)

[vi] Segundo Odum (1988), "habitat de um organismo é o lugar onde ele vive, ou lugar onde alguém iria procurá-lo. "(Odum, 1988, p.254).

[vii] As propostas em questão são fornecidas à rede estadual de ensino através das Equipes Técnicas da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) com o objetivo de serem usadas como subsídeos para o trabalho docente de 1° e 2° graus.

[viii] Os planejamentos dos professores, em geral, referem-se ao processo de tomada de decisões sobre possíveis alternativas de ações no que diz respeito aos conteúdos, metodologias e objetivos a serem trabalhados dos cursos.

COMPUTADORES, GRÁFICOS E REFUTAÇÕES[1]

Mónica Ester Villarreal
Orientador: Marcelo C. Borba
Pós Graduação em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista (UNESP) - BRASIL
Universidad Nacional de Córdoba - ARGENTINA

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo apresentar a análise de um episódio extraído de uma entrevista realizada com dois estudantes de Biologia, que trabalham com uma questão matemática num ambiente computacional, utilizando o software *Derive*.

A partir desta análise será elaborado um modelo do processo de pensamento matemático dos estudantes neste ambiente, no qual são favorecidos dois processos fundamentais para a aprendizagem da Matemática: a visualização e a experimentação. Segundo Zimmermann & Cunningham (1991) a visualização em Matemática é o processo de formar imagens (seja mentalmente, com lápis e papel ou com a ajuda da tecnologia) com a finalidade de utilizá-los na descoberta e compreensão matemática. Associada à idéia de tentativa e erro, a experimentação, tem um papel importante no processo dessa descoberta que, auxiliada pelo computador adquire relevância fundamental na construção de idéias matemáticas. Os trabalhos de Borba (1993) e Borba & Confrey (1996) apresentam abordagens matemáticas que enfatizam a importância destes aspectos.

O processo seguido pelos estudantes na resolução do problema proposto está caracterizado por um zig-zag de conjecturas que são barradas e reformuladas posteriormente. Tentativa e erro, conjecturas e refutações são elementos presentes no trabalho dos estudantes.

Estes elementos aparecem na descrição que Lakatos faz da lógica da descoberta matemática, na obra *Proofs and Refutations* (1976): a partir de conjecturas ingênuas se sucede um jogo de contra-exemplos, refutações e reformulações que levam a novas conjecturas e provas. É nesse processo de idas e vindas, desafios, provas e refutações que a Matemática é produzida pelos seres humanos.

Lakatos desafia o bastião formalista e o dogmatismo matemático pondo em cheque a certeza absoluta e a imutabilidade da Matemática, e formula "*a questão de que a matemática informal e quasi-empírica não se desenvolve mediante um monótono aumento do número de teoremas indubitavelmente estabelecidos, mas mediante a incessante melhora das suposições por especulação e crítica, pela lógica de provas e refutações*" (Lakatos, 1976, pág. 5, tradução minha).

Neste trabalho, a obra de Lakatos é considerada como uma fonte de inspiração no seguinte sentido: Lakatos observou um modelo do desenvolvimento do conhecimento matemático, e alguns aspectos que caracterizam este modelo, foram também observados nos estudantes. Assim, um modelo do pensamento matemático dos estudantes foi gerado a partir de nossa análise e será contrastado com o modelo de Lakatos, através do esquema simplificado que Davis e Hersh (1988) elaboraram sintetizando a heurística de provas e refutações.

Semelhanças e diferenças serão assinalados na procura de uma caracterização da lógica da descoberta matemática em estudantes que trabalham em ambientes computacionais. Desta forma, estar-se-á utilizando a obra de Lakatos só como um apoio no processo de análise do episódio.

2. METODOLOGIA

2.1 Os participantes

Os estudantes que participaram desta experiência são Vítor (21 anos) e Ricardo (18 anos). No momento da pesquisa (junho de 1996), eles eram alunos do curso de Matemática Aplicada e cursavam o primeiro ano de Biologia, no Instituto de Biociências da Universidade Estadual Paulista (Campus de Rio

1 Este trabalho foi desenvolvido como estudo piloto da minha pesquisa de doutoramento, fazendo parte das atividades do Grupo Informática, Outras Mídias e Educação Matemática, sob a orientação do Dr. Marcelo de Carvalho Borba. Agradeço os comentários, opiniões e sugestões feitas em versões anteriores do trabalho pelo Dr Ole Skovsmose, pelo Dr. Marcelo Borba e pela Profa. Miriam Godoy P. da Silva.

Claro, SP). A partir de um convite que o professor do curso fez para todos os estudantes da turma, eles aceitaram participar da pesquisa que se realizou em horários extra-classe. Vítor e Ricardo não tinham experiência prévia com o software utilizado neste trabalho.

2.2 O curso de Matemática

O curso de Matemática Aplicada está caracterizado pelo trabalho em grupo dos estudantes. Os grupos desenvolvem, na sala de aula quatro tipos de tarefas: leitura do livro texto (Hoffmann, 1990), resolução de exercícios do livro, atividades com calculadora gráfica propostas pelo professor, elaboração de relatórios escritos das tarefas realizadas, relatando o processo seguido na resolução das questões matemáticas, incluindo, também, dificuldades, sugestões e críticas.

As exposições do professor são geralmente curtas e visam realizar uma síntese do trabalho dos grupos e gerar debates entre os estudantes baseados na diversidade de opiniões. As calculadoras gráficas estão sempre a disposição dos estudantes, mesmo que as atividades propostas não requeiram seu uso de forma explícita.

No momento de iniciar esta experiência os estudantes já tinham visto no curso: o processo de determinação de retas tangentes a uma curva via retas secantes, a relação das retas tangentes com o conceito de derivada, a derivada como função e regras de derivação.

O curso é ministrado pelo Prof. Dr. Marcelo C. Borba que coordena um projeto de pesquisa que envolve a temática desenvolvida neste artigo.

O software utilizado

Neste trabalho utilizou-se o software *Derive* que permite efetuar manipulações simbólicas e numéricas e realizar gráficos a partir da expressões algébricas. *Derive* apresenta três áreas de trabalho: Álgebra, Gráficos em 2 dimensões (2D-plot) e Gráficos em 3 dimensões (3D-plot). O software foi selecionado levando em consideração os seguintes critérios: 1) facilidade na sua manipulação sem necessidade de conhecimentos prévios de computação ou programação e 2) possibilidade da abordar os conteúdos matemáticos propostos.

É importante observar que para ingressar uma função de uma variável, por exemplo $y=2x+1$, só é preciso digitar $2x+1$. Do mesmo modo as respostas fornecidas pelo computador, quando referidas a expressões funcionais, seguem este padrão.

Procedimentos

A metodologia empregada neste estudo de curta duração (três semanas) é de tipo qualitativa, baseada nas sessões de trabalho com estudantes que realizam tarefas matemáticas no computador. Estas sessões, que serão chamadas de entrevistas, foram videogravadas[2]. Os estudantes foram entrevistados em três sessões de aproximadamente uma hora e meia cada uma. Por outro lado, foram realizadas observações na sala de aula durante o decorrer do curso de Matemática Aplicada.

Com a finalidade de diferenciar meus papeis de entrevistadora e analista do episódio, na sessão 3, referir-me-ei a entrevistadora em terceira pessoa.

3. O EPISÓSIO

O episódio que aqui se narra e analisa foi selecionado devido à influência que o computador exerceu na atividade dos estudantes, caracterizada pela geração de conjecturas, baseadas em experiências prévias e sugeridas, também, pelas respostas do computador.

A questão matemática abordada foi a determinação de retas tangentes à parábola $y=x^2$ e centra-se, especificamente, na discussão de como determinar o termo independente dessas retas.

O software *Derive* permite determinar retas tangentes a gráficos de funções em pontos dados. Assim, por exemplo, para determinar a reta tangente à parábola $y=x^2$ no ponto $x=1$ é suficiente digitar na

[2] Nos trechos destas entrevistas aqui apresentados, as falas aparecem em itálicas entanto que entre colchetes são colocadas explicações necessárias para entender o contexto.

área de trabalho *Álgebra*, na opção *Author*: *tangent*(x^2, *x*, *1*), e logo depois dar o comando *Simplify* para obter a expressão algébrica da reta ou o comando *Plot* para obter o gráfico dela.

Depois de explicar o funcionamento básico do software, a entrevistadora pede para os estudantes traçarem no computador o gráfico de $y=x^2$ e sua reta tangente em $x=1$ ($y=2x-1$). Fala-se também sobre a função derivada de $y=x^2$ ($y=2x$) e também é feito seu gráfico (Figura 1).

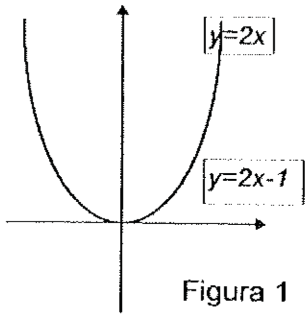


Figura 1

Vitor explica como o coeficiente angular da reta tangente $y=2x-1$ foi obtido a partir da equação $y=2x$, substituindo x por 1, que é o ponto de tangência, mas Ricardo não consegue entender. No início parece que ele acha que as retas tangentes serão sempre da forma $y=2x+b$, mas graficamente consegue ver que isso não acontece. Vitor tenta explicar

V (Vitor): *em cima dessa derivada* [refere-se à função derivada de $y=x^2$] *a gente achou essa equação* [indica $2x-1$]*... que essa equação corresponde a essa reta tangente.*

E (Entrevistadora): *ou seja, está falando que para achar essa equação aí* [$2x-1$] *você usou essa aqui* [$2x$]*?*

V: *não necessariamente a equação inteira mas para achar o coeficiente angular... dessa equação* [$2x-1$] *a gente usou essa daqui* [$2x$]. *É que coincidiu 2, 2* [refere-se aos coeficientes angulares da reta tangente $2x-1$ e da função derivada $2x$], *por isso confunde a cabeça. Vamos supor que eu pedisse uma tangente no ponto 2, aí 2 vezes 2 seria 4, daria aqui, **aí seria 4x-2*** [refere-se à equação da reta tangente à parábola em $x=2$]

Aparece aqui uma primeira conjectura cuja origem ficará clara mais tarde. Quando questionado sobre a sua certeza Vitor responde: "*... no 4x eu tenho*".

Ricardo pergunta se $y=4x$ é uma reta tangente e verifica realizando o gráfico no computador que isso não acontece (Figura 2). A discussão sobre como determinar a equação da reta tangente centra-se a partir de agora na determinação do termo independente e a questão de como determinar o coeficiente angular foi retomada numa entrevista posterior. Vitor levanta novamente a sua primeira conjectura:

V: *o que eu vi estava certo, se é o ponto 2, então coloco 4x-2, aí vai dar certo*
R (Ricardo): *por que -2?, -2 tá, tudo bem, mas que raciocínio te levou a isso? Tá certo porque vai cortar aqui* [indica no eixo Y negativo]*, né?, é provável, mas, que raciocínio te levou a pôr...*
V: *porque a gente jogou o ponto 1 aqui* [indica ***tangent***(x^2, ***x***, ***1***)] *e aqui colocou -1* [indica o termo independente da reta $2x-1$ fornecida pelo computador]

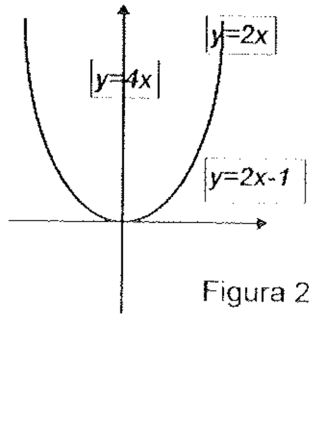


Figura 2

Assim, Vítor gera esta suposição baseado no algoritmo computacional. Esta primeira conjectura não convence a Ricardo quem decide fazer o gráfico de $4x$-2. Observam que essa reta não é tangente no ponto $x=2$ e a primeira conjectura de Vítor é barrada

Ricardo afirma que "*tem que haver alguma forma de encontrar a equação*", mas Vítor propõe trabalhar por "*tentativa e erro*" até chegar à equação cujo gráfico seja tangente em $x=2$ para "*depois chegar num consenso*". Assim traçam os gráficos de $y=4x-3$ e $y=4x-4$. Neste último gráfico (Figura 3) afirmam que a reta tangencia à parábola. A entrevistadora pergunta porquê e Vítor responde "*Dá a impressão visualmente que está tangenciando em x=2*"

Ricardo propõe dar um *Zoom*, mas isto não resolve o problema de ver se a reta está tangenciando a parábola, já que ao se aproximar do ponto a reta tangente e a parábola se confundem. Ricardo propõe então empregar o comando *tangent* para determinar a reta tangente. Vítor diz para a entrevistadora, "*mas você não quer que use o comando, você quer que a gente deduza...*".

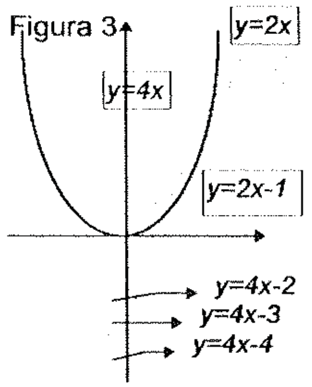


Figura 3

Este episódio mostra duas estratégias que os estudantes propõem para verificar se uma dada reta tangencia à parábola ou não. Uma estratégia é o uso do *Zoom* para se aproximar do ponto de tangência. Esta estratégia não resolve o problema já que uma característica das funções deriváveis é a sua "retificação local", ou seja quando uma pequena parte do gráfico é ampliada, ele "parece uma reta". Ao fazermos um *Zoom* em torno do ponto *(2,4)* o gráfico da parábola e de sua reta tangente $y=4x-4$ se confundem.

A segunda estratégia empregada pelos estudantes foi o emprego do comando *tangent*, para determinar a reta tangente, mas embora tinha sido a primeira proposta, só foi executada em última instância. A fala de Vítor dizendo "*você não quer pelo comando, você quer que a gente deduza*" poderia indicar que, para ele, o uso do computador neste caso leva a uma solução mecânica que não proporciona
compreensão. Mas ante a insistência de Ricardo acabam fazendo *tangent(x^2, x, 2)*. O computador fornece a equação $4(x-1)$ e Vítor diz que ao escrever a expressão da reta tangente "*com essa forma ele já contou como é que faz:* ***encontra o coeficiente angular e multiplica por x-1***". Esta é a segunda conjectura de Vítor. Mas quando tentam verificá-la encontrando a reta tangente à parábola em $x=3$, observam que $y=6x-6$ não é tangente a $y=x^2$ no ponto $x=3$ (Figura 4). Ricardo conjectura: "*seria 6x menos alguma* coisa". Ricardo experimenta com $6x-9$ e observa graficamente que a reta tangencia à parábola em $x=3$, após disso confirma usando o comando *tangent*. Na tela aparece a expressão $3(2x-3)$.

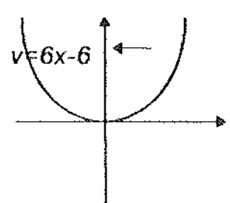


Figura 4

Baseado na resposta do computador, Vítor levanta uma nova conjectura:

V: *mas acho que deu para perceber aqui. Então, pela função derivada acha o coeficiente angular da reta tangente e com o $y=x^2$, que é a primitiva, vai elevar a x^2 e vai achar esse termo independente.*

Ou seja, a ordenada do ponto de tangência estaria proporcionando o termo independente.

Para verificar sua validade escolhe "*um número bem maluco*", $x=8$, e calcula a reta tangente a $y=x^2$ usando o comando *tangent(x^2,x,8)*. Antes de executar o comando prediz a equação da reta tangente seguindo a sua conjectura: $y=16x-64$, e comprova que estava certo.

É importante observar como Vítor vai gerando conjecturas a partir das respostas do computador, o qual estaria indicando um possível papel do computador numa abordagem mais experimental. Por outro lado, para ambos os estudantes, um caso particular pode tanto barrar uma conjectura quanto comprová-la.
Depois desta comprovação num caso particular Vítor propõe verificar a validade da sua conjectura numa outra função. Para Vítor não há dúvidas, sua conjectura é verdadeira no caso da parábola, então agora procura testar sua validade em outro contexto. Propõe a função $y=x^3$ "*uma bem diferente dessa* [refere-se a parábola], *melhor, para ver se dá certo*". Ele digita $y=x^3$, diz que não precisa desenhar e propõe encontrar a tangente no ponto $x=2$. Escreve no computador *tangent(x^3, x, 2)* e antes de executar o comando calcula no papel a equação da reta tangente de acordo a sua conjectura: $12x-8$. Ao executar o comando *tangent* no computador aparece $4(3x-4)$. Não há coincidência e a conjectura de Vítor é derrubada.

Após o fracasso de sua última conjectura, no sentido de que ela não é válida para outras funções que não sejam a parábola $y=x^2$, Vítor diz que "*usando a yo-yo-mi-xo-xo* [refere-se à fórmula $y-y_0= m\ (x-x_0)$] *dá certinho*" mas afirma que "*vai fazer mecanicamente e aí não vai entender nada*".
É importante observar também que na hora conseguir uma forma de resolver o problema cuja validade seja mais ampla, Vítor abandona a verificação gráfica ou através do comando *tangent* e lança mão de uma fórmula.

A entrevistadora propõe tentar entender essa fórmula. Escrevem a fórmula

$$y- y_0 = m\ (x-x_0)$$

e substituem os valores de x_0, y_0 e m, para calcular a reta tangente a $y=x^3$ em $x=2$ e vêem que coincide com a equação obtida no computador.

$X_0=2$

$y_0=8$

$$y-8=12(x-2)$$
$$y=12x-24+8$$
$$y=12x-16$$

A entrevistadora pergunta qual a forma geral da equação de uma reta e respondem $y=ax+b$. Indicam que conhecem o valor de a mas em princípio nada dizem do ponto de tangência $(2,8)$. Ao serem novamente questionados respondem que conhecem o ponto de tangência $(2,8)$.

De repente Vítor diz que o problema poderia ser resolvido usando "*Pitágoras*". Ele desenha o seguinte gráfico (Figura 5) e explica "*o quê que vai ser o m?, o m nada mais vai ser que a variação de y, que seria isso daqui, sobre a variação de x você vai ter a tangente, daí... a hipotenusa...*"

Mas Ricardo interrompe e apresenta uma resolução algébrica escrevendo:

$$y=12x+b$$
$$8=12.2+b$$
$$b=8-24= -16$$

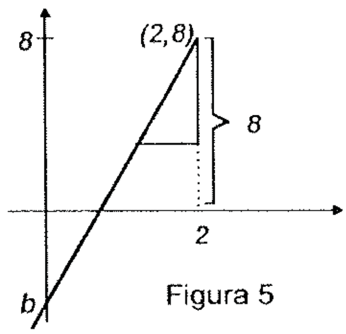


Figura 5

Vítor afirma que desse jeito é mais simples e abandona sua proposta. Mesmo assim a entrevistadora decide seguir os passos de Vítor. Era necessário saber a que se estava-se referindo quando disse que o problema poderia ser resolvido usando Pitágoras.
Vítor está querendo chegar à fórmula $y\text{-}y_0\text{=}m(x\text{-}x_0)$ a partir do triângulo. Ele diz que se tivesse o valor da hipotenusa ou de x' (Figura 6) ele conseguiria calcular o que ele quer. Logo percebe que x' é precisamente o que ele quer calcular. Vítor tenta montar um esquema para saber o valor da hipotenusa, mas se perde. Pergunta-se sobre a relação que existe entre os dois catetos e a inclinação da reta. Eles dizem que é o coeficiente angular.

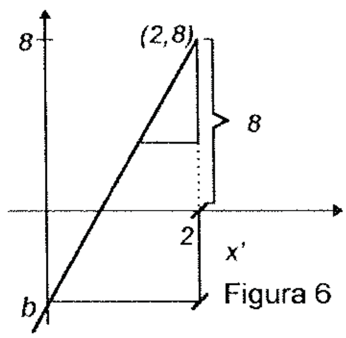


Figura 6

A partir daí Vítor escreve:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 + x'}{2}$$

A entrevistadora pergunta se sabe o valor do coeficiente angular, respondem que é 12 e Vítor escreve:

$$\frac{8 + x'}{2} = 12$$

$$8 + x' = 24$$

$$x' = 16$$

e interpreta que b seria -16 porque a reta corta na parte de Y < 0. Ricardo diz:

R: *aquela é mais mecânica* [refere-se à resolução da equação] *essa dá para enxergar*

Vítor conclui que há duas formas para resolver o problema de achar o termo independente: "algebricamente" uma, e outra usando o triângulo. Observemos que para Vítor, "*Pitágoras*" representa a relação entre os catetos do triângulo.

O PROCESSO SEGUIDO PELOS ESTUDANTES: dois esquemas

O processo seguido pelos estudantes apresenta dois momentos bem diferenciados. Um primeiro momento caracterizado pela geração de conjecturas, verificações, refutações e reformulações baseados em distintas estratégias: uso do *Zoom*, uso do comando *tangent*, uso de gráficos. Nesta etapa o papel do computador é fundamental, os processos de visualização e experimentação são claramente favorecidos pelo ambiente computacional. No segundo momento, que se inicia com a colocação "*usando a yo-yo-mi-xo-xo* [refere-se à fórmula $y\text{-}y_0 = m\ (x\text{-}x_0\ )$] *dá certinho*", o computador já não desempenha um papel central como no primeiro momento. É a Álgebra que passa a ser central aqui, o emprego de desenhos continua sendo importante, e é a partir deles que Vítor consegue estabelecer algumas relações entre os dados para finalmente chegar a uma compreensão da resolução algébrica.

4.1 *Esquema do primeiro momento*

Um esquema que mostra o primeiro momento no processo de pensamento dos estudantes é o seguinte:

<u>Experiência prévia</u>: os estudantes sabem
-calcular coeficientes angulares de retas tangentes a partir da função derivada,
-fazer gráficos no computador,
-trabalhar com o comando *tangent*
-o caso de
$tangent(x^2, x, 1)$
↓
$2x-1$

Conjectura 1: gerada a partir da experiência prévia com o computador.
O termo independente será "menos o valor da abscissa"

$tangent(x^2,x,2) \rightarrow y=4x-2$

A conjectura é rejeitada: fazem o gráfico de $y=4x-2$

Tentativa e erro
Gráficos de
$y=4x-3$
$y=4x-4$

Verificação computacional
Uso do *Zoom* e
$tangent(x^2,x,2)$
↓
$y=4(x-1)$

Conjectura 2: "a gente acha o coeficiente angular e multiplica por $(x-1)$"

A conjectura é rejeitada: verificação gráfica para o ponto $x=3$.
A equação deveria ser da forma "*6x menos alguma coisa*"

Tentam com $y=6x-9$.
Primeiro visualizam e depois verificam usando o comando $tangent(x^2,x,3)$

Conjectura 3: "para achar o coeficiente angular eu uso a função derivada e para achar o termo independente eu uso a função primitiva, a original"

Verificação da validade para "*um número bem maluco*": $x=8$, usando o comando $tangent(x^2,x,8)$

O domínio de validade é testado. Uma verificação da validade geral é feita utilizando uma função "*bem diferente*": $y=x^3$. Usando o comando *tangent*, determinam a reta tangente em $x=2$.
<u>Previsão dos estudantes</u>: $12x-8$,
<u>Resposta do computador</u>: $4(3x-4)$

4.2 *Esquema do segundo momento*

No segundo momento, primeiramente é aplicada a fórmula $y\text{-}y_0 = m\,(x\text{-}x_0)$ para determinar a reta tangente a $y=x^3$ no ponto $(2,8)$. Depois cada estudante segue um caminho diferente para conseguir uma explicação.

Ricardo determina o termo independente da reta tangente, de forma algébrica. Calcula seu valor a partir da equação da reta $y=ax+b$, já que conhece o valor de a e um ponto pelo qual passa essa reta.

Vitor tenta calcular o valor de b a partir de gráficos e relações trigonométricas.

Aqui já não há conjecturas, trata-se só de um exercício de aplicar uma fórmula conhecida ou reconhecer num gráfico os dados que permitem escrever uma relação conhecida.

Experiência prévia: os estudantes
Conhecem a fórmula:
$y\text{-}y_0=m(x\text{-}x_0)$
Sabem calcular coeficientes angulares a partir da função derivada

→

Aplicação da fórmula para um caso particular. Determinar a reta tangente a $y=x^3$ no ponto $(2,8)$, sendo conhecido o coeficiente angular $m=12$

A resolução de Ricardo

Experiência prévia: os estudantes
Conhecem a forma geral da reta $y=ax+b$

→

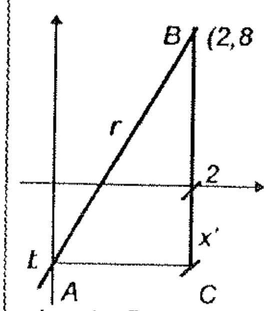
Determinar b conhecendo $a=12$ e um ponto por onde ele passa $(2,8)$

A resolução de Vitor

Experiência prévia: os estudantes
conhecem a relação entre o coeficiente angular de uma reta e os catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa determina a reta

→

Determinar b a partir do gráfico

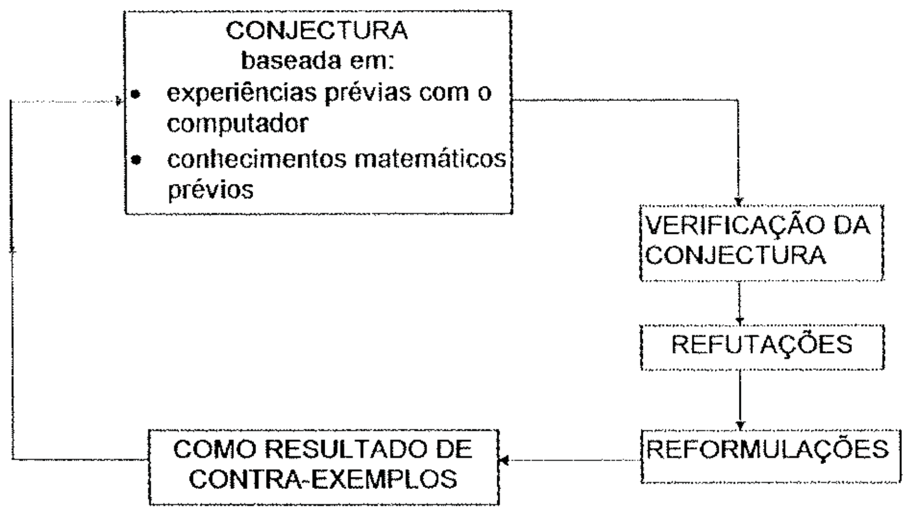


e da relação entre o coeficiente angular da reta r, que é conhecido, e os catetos do triângulo ABC, $AB=2$ e $BC=8+x'$.

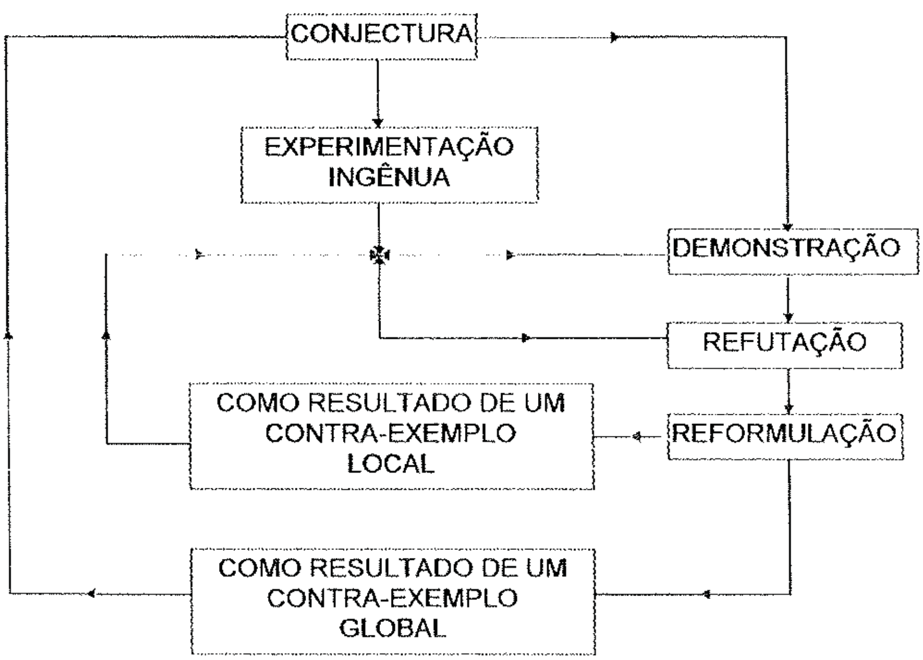
A partir destes esquemas apresento a seguir um modelo geral do processo de pensamento seguido pelos estudantes que será contrastado com o modelo de Lakatos esquematizado por Davis & Hersh (1988).

<u>O MODELO DE PENSAMENTO</u>

A elaboração do modelo de pensamento dos estudantes está centrado sobre o primeiro momento do trabalho deles já que o meu interesse principal está na atividade desenvolvida com o uso de computadores. O modelo simplificado geral do pensamento dos estudantes baseado no esquema do primeiro momento e inspirado pelo modelo de Davis e Hersh é o seguinte:



O modelo simplificado da heurística de provas e refutações de Lakatos que Davis & Hersh apresentam no livro *Experiência Matemática* é o seguinte:



Na próxima seção discutir-se-ão semelhanças e diferenças encontradas nestes modelos.

6. DISCUSSÃO

Este episódio mostra duas partes bem diferenciadas. Na primeira parte se apresentam as conjecturas que um dos estudantes vai gerando ao trabalhar no computador. No esquema apresentado podemos ver que todas as conjecturas foram geradas a partir de experiências anteriores com o computador. Ele permite comprovar sua validade, seja graficamente, seja algebricamente empregando os comandos do computador. Mas quando um caso particular mostra que a terceira conjectura, proposta por Vítor, não é válida para qualquer função, ele acaba lembrando uma fórmula que associa com equações de retas mas que não faz sentido para ele. Por outro lado, embora Ricardo siga o raciocínio de Vítor permanentemente pergunta pelo significado matemático das conjecturas de Vítor.

Pode-se dizer que há três conjecturas que são geradas e testadas no processo de determinar a equação da reta tangente à parábola $y=x^2$ num ponto (x_0,y_0):

Para achar o coeficiente angular da reta é empregada a derivada e o valor do termo independente está dado pela abcissa do ponto de tangência precedida do sinal menos, isto é $-x_0$.

A equação da reta tangente será igual ao valor do coeficiente angular multiplicado por $(x-1)$.

Para achar o coeficiente angular se usa a função derivada e o termo independente é o valor da ordenada do ponto de tangência com sinal menos, isto é $-y_0$ $(= -x_0^2)$.

As conjecturas são testadas utilizando estratégias tanto gráficas quanto computacionais em casos particulares. A análise de casos particulares e as respostas gráficas e algébricas que o computador fornece são a fonte que permite a geração de novas conjecturas.

A validade geral da última conjectura é testada através de "*números malucos*", isto assegura sua generalização no caso da parábola, não há necessidade de prova. O domínio de validade da conjectura é determinado quando "*uma função bem diferente*" (no caso $y= x^3$) não verifica a conjectura. Este caso particular limita a validade da conjectura para o caso da parábola $y= x^2$.

Os contra-exemplos ajudam a melhorar a conjectura assim como a prova, mesmo quando não possam demonstrar ajudam a melhorar a conjectura. Assim existe uma unidade intrínseca entre a lógica da descoberta e a lógica de justificação, tanto no trabalho dos estudantes quanto naquele dos matemáticos.

A conjectura inicial foi elaborada a partir de um conhecimento prévio e cada uma das seguintes são obtidas por tentativa e erro, através de conjecturas e refutações. Isto caracteriza o que Lakatos chamou de conjecturas ingênuas e que aparece claramente no episódio analisado.

Quando a última conjectura gerada é barrada, Vítor recorre à fórmula $y-y_0=m(x-x_0)$, mas reflete dizendo que dessa forma "*vai fazer mecanicamente e aí não vai entender nada*". Isto mostra uma consciência de suas limitações e uma atitude crítica perante seu próprio conhecimento. É por isso que ele não se conforma com uma simples aplicação desta fórmula e procura compreender qual a sua origem, lançando mão de conhecimentos anteriores (relações trigonométricas) que ajudem nessa compreensão.

A crítica está presente no episódio apresentado e é fundamental na obra de Lakatos: o zig-zag entre provas e refutações caracteriza a atividade crítica na Matemática. Esta atividade crítica é favorecida, nesta experiência, pelo trabalho em dupla dos estudantes e as intervenções da entrevistadora.

Lakatos (1976) critica o "ritual euclídeo", segundo o qual os estudantes são obrigados a aceitar o "estilo dedutivista" caracterizado pela seqüência: axiomas, lemas e/o definições - teoremas - provas. Tudo rasto de dificuldades e complicações é apagado do processo de produção matemática. Neste estilo a Matemática se apresenta como "um conjunto de verdades eternas e imutáveis, no qual não podem entrar os contra-exemplos, as refutações ou as críticas". Esta caracterização da Matemática, que condiciona a prática educativa, foi desafiada por Lakatos. As conseqüências educacionais da obra de Lakatos foram e ainda são motivo de discussões no seio da comunidade de Educação Matemática (Hanna, 1996; Garnica, 1995; Ernest, 1991; Wolfson, 1981; Agassi, 1980) e exercem um fascínio, por momentos não crítico, que conduz a extrapolações e transposições sem uma análise aprofundada. Acreditamos que sua proposta filosófica poder-se-ia constituir na base filosófica de uma prática pedagógica. Neste sentido, o episódio que foi apresentado é um exemplo do tipo de atividades que um estudante desenvolve num ambiente computacional com uma tarefa matemática que, sendo totalmente tradicional, permitiu a geração de conjecturas e refutações sugerindo algumas semelhanças com as atividades dos estudantes virtuais e ideais da obra de Lakatos.

O pensamento dos estudantes neste ambiente computacional não segue um estilo dedutivista, os aspectos visuais e as respostas advindas do computador influenciam o estilo de construção matemática feita pelos estudantes. Borba (1994) indica a não neutralidade da mídia no desenvolvimento da Matemática, tanto no âmbito da própria Matemática como da Educação Matemática. Segundo ele a visão de que a Matemática é imune a mídia está sendo questionada. Assim, este episódio é um exemplo que mostra como a mídia está permeando o pensamento matemático dos estudantes.

BIBLIOGRAFIA

Agassi, J. (1980), *On Mathematics Education: the Lakatosian Revolution.* For the Learning of Mathematics, Vol 1, n. 1, pp. 27-31.
Borba, M. & Confrey, J. (1996), *A Student's Construction of Transformations of Functions in a Multiple Representational Environment.* Educational Studies in Mathematics. Vol. 31, pp. 319-337.
Borba, M. (1994), *Informática Trará Mudanças na Educação Brasileira?*, Anais do III Congresso Paulista sobre Formação de Educadores, Águas de São Pedro, maio 22-26.
Borba, M. (1993), *Funções, Representações Múltiplas e Visualização na Educação Matemática.* Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. IM-UFRJ.
Davis, P. & Hersh, R. (1988), *Experiencia Matemática*, Traduzido por Luis Bou García Editorial Labor. Madrid.
Ernest, P. (1991) The Philosophy of Mathematics Education. The Falmer Press.
Garnica, V. (in press) Lakatos e a Filosofia de Provas e Refutações: considerações, Rio Claro.
Hanna, G. (1996) The ongoing value of proof, in Puig, L. & Gutiérrez, A. (Ed.) Proceedings of the 20 th PME Conference, Valencia, vol 1, pp. 21-34.
Hoffmann, L. (1990), *Um curso moderno e suas aplicações.* Vol.1. 2ª edição. Livros Técnicos e Científicos Editora. RJ
Lakatos, I. (1976), *Proofs and Refutations*, Worrall & Zahar (Ed.) Cambridge University Press.
Wolfson, P. (1981), *Philosophy enters the Mathematics Classroom.* For the Learning of Mathematics, Vol 2, n. 1, pp. 22-26.
Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991), *Editors' Introduction: What is Mathematical Visualization?*, in Visualization in Teaching and Learning Mathematics. Zimmermann, W.& Cunningham S.(Eds). pp.1-8.

O quadrado e a quadratura: segundo uma visão Platônica.

Sylvia Regina Costa Dutra da Silva
Orientador: Prof. Dr. Irineu Bicudo
Instituição: UNESP

Ao desenhar em uma folha de papel um quadrado, não me dou conta do quanto é complexo esse ato. Faço. Defini-o (já de posse de outras noções necessárias, tais como: congruência, ângulo):

. *uma figura de quatro lados é:*

"um quadrado se, e somente se, possui os quatros ângulos congruentes e quatro lados congruentes."

Assim, matematicamente, ou melhor, geometricamente, justifico-me. Mas, antes do desenhar, o que se deu, como se deu, por que posso assim escrevê-lo?

O meu objetivo aqui é repensar esse fazer, tentando focalizar o momento anterior, o anterior ao anterior para, quem sabe, compreendê-lo.

Com a Teoria das Idéias de Platão, tento esclarecer o obscuro caminho que traço sem vê-lo fluir. Faço e justifico-me em proposições, mas agora tento olhá-lo como algo que constitui o "objeto específico do pensamento", para o qual este se volta e onde encontra a forma pura.

Não quero ser entendida como defensora das "Idéias Platônicas", nem quero levantar debates entre as correntes filosóficas existentes.

Sob uma lente Platônica olho esse desenhar, tentando entender como em Platão se deu esse pensar.

Traço aqui a trajetória desenvolvida por ele.

Platão não desenvolveu sua teoria por "inspiração dos Deuses". Partiu de reflexões existentes em sua época.

Os filósofos anteriores a Platão, como problema de fundo perguntavam-se: por que as coisas nascem, por que se corrompem, por que são? Ao se apoiarem sobre esse método de " investigação sobre a natureza", as respostas acabaram recaindo sobre um caráter puramente físico. Alguns pensadores, como Empédocles, afirmavam ser o pensamento produzido pelo sangue; Anaximenos e Diógenes de Apolônia acreditavam ser pelo ar; Heráclito pelo fogo e ainda Alcmeón que entendia o cérebro como orgão físico e produtor do pensar. Eles foram lidos por Platão que entendeu como insatisfatórias suas conclusões. Não continham a "causa verdadeira; aquilo pelo qual não pudesse mais ser contestado. Isto fez com que Platão, através das falas de Sócrates, buscasse um outro caminho.

Nosso filósofo em questão não parou por aí. Antes de direcionar-se à solução das inconsistências levantadas, examina a concepção de Anaxágoras. Este entendia a Inteligência como sendo causa ordenadora e que colocava todas as coisas da melhor maneira possível. Significa que a "Inteligência " e o "Bem" são estruturalmente conexos, e que não se pode falar da primeira sem falar do segundo. Qual o critério do "melhor" pelo qual essa ordenação se opera? Anaxágoras continuou a atribuí-lo ao ar, éter, água, enfim, a elementos físicos. Mas esses elementos não são necessários para produzir a constituição dos fenômenos do universo, "a verdadeira causa". Se assim fosse, teríamos que a causa pela qual Sócrates se dirigiu ao cárcere seria pelos seus órgãos locomotores e não pela escolha do que é "Justo".

_ *De fato, eu não acreditaria que alguém que sustentasse terem sido essas coisas ordenadas pela Inteligência, atribuísse a elas outra causa além desta, vale dizer, ser o que são é o melhor para elas. Em suma, eu acreditava que ele, atribuindo a causa a cada coisa em particular e a todas em comum, teria explicado o que é melhor para cada uma e o que é melhor para todas. E não* *renunciaria a essa esperança por nada no mundo! Tomei , portanto, os seus livros com a maior solicitude, e os li o mais depressa possível, para poder conhecer o quanto antes, o melhor e o pior.*[3]

Platão, através de Sócrates, propõe alcançarmos outra dimensão que nos conduza ao conhecimento da "causa verdadeira", que consiste nas realidades puramente inteligíveis. Esse método só seria possível através da "segunda navegação".

Em um texto de um de seus diálogos temos suas observações sobre a necessidade de um novo pensar. Ei-lo:

_ Isto (a saber, articular a Inteligência com os elementos físicos e não com a "causa verdadeira") significa dizer que não se é capaz de distinguir que uma coisa é a causa verdadeira e outra é aquilo sem o qual jamais a causa poderia ser causa. Parece-me que a maioria, andando a tatear como na escuridão, usando um nome que lhe não convêm, designa o meio como se fosse a causa. Em conseqüência alguém, colocando um vórtice(turbilhão) em torno da terra, supões que ele permaneça firme em razão do céu, enquanto outros colocam debaixo dela o ar como apoio, como se a terra fosse uma arca achatada. Mas aquela força pela qual a terra, o ar e o céu têm atualmente a ***melhor*** *posição possível nem a procuram nem acreditam que haja uma força divina, mas pensam ter encontrado um Atlas mais poderoso, mais imortal e mais capaz de sustentar o universo, nem pensam que é o bem e o laço do bem o que verdadeiramente liga e mantém todas as coisas. Com todo o prazer me tornaria discípulo de quem quer que fosse para poder aprender algo sobre essa causa. No entanto, já que fiquei sem ela e não me foi possível descobrí-la por mim mesmo nem aprendê-la com outro, tive de empreender uma segunda navegação para andar à busca da causa; queres, Cebes, que te exponha quanto trabalhei nisso?*

_ Quero sim, e muito, respondeu.[4]

Como vemos, a necessidade de uma nova maneira de pensar se mostrava presente. O termo "segunda navegação", mencionado na passagem, traz-nos a idéia de que "leva-se adiante o barco, com remos, quando se fica sem vento"[5] e que traduz um esforço para encontrar o caminho.

Temos, também, o que era feito pelos chamados "filósofos da natureza" , considerado como "primeira navegação", ou seja, feito com "velas ao vento". Concluímos assim que o cessar dos ventos deixa-nos a vagar e a necessidade de buscar o caminho se faz presente.

Mas, o que de fato seria esse "diferente navegar" que nos conduziria a uma nova compreensão? Um trecho do Fédon esclarece-nos:

Sócrates então disse: "Minha esperança de chegar a conhecer a essência das coisas começa a esvair-se. Pareceu-me que deveria acautelar-me a fim de não ver a ter a mesma sorte daqueles que observam e estudam um eclipse do sol. Algumas pessoas que assim fazem, estragam os olhos por não tomarem a precaução de ***observar a imagem do Sol refletida na água*** *ou em matéria semelhante. Lembrei-me disso e receei que minha alma viesse a ficar completamente cega se eu continuasse a olhar com os olhos para os objetos e tentasse compreendê-los através de cada um de meus sentidos.* ***Refleti que devia buscar refúgio nas idéias e procurar nelas a verdade das coisas****. É possível, todavia que esta comparação não seja perfeitamente exata. Pois, nem eu mesmo aceito sem reservas que a observação ideal dos objetos, que é uma observação por imagens, seja melhor do que aquela que deriva de uma experiência dos fenômenos.*[6] *Entretanto, será sempre para o lado daquela que me inclinarei. Assim depois de haver tomado como base, em cada caso, a idéia, que é, a meu juízo a*

---

[3] PLATO - *Euthyphro, Apology, Crito, Phaedo, Phaedrus.* Im:Phaedo, 98 a-b, Loeb Classical Library, vol. I, with an english translation by Harold North Fowler. Edited By G. P. Goold, 1995.

[4] PLATO - *Euthyphro, Apology, Crito, Phaedo, Phaedrus.* Im:Phaedo, 99 b-d, Loeb Classical Library, vol. I, with an english translation by Harold North Fowler. Edited By G. P. Goold, 1995.

[5] Eustáquio, in Odyss , p. 1453. Essa belíssima imagem da "segunda navegação", que justa mente no sentido metafórico no qual Platão a usou, que assumimos como a chave para a interpretação de pensamento de Platão, foi apreciada por numerosos críticos.

[6] O sensualista é que observa mais em "imagens", pois os objetos materiais não passam de imitações imperfeitas das idéias eternas.

mais sólida, tudo aquilo que lhe seja consoante eu o considero como sendo verdadeiro, quer se trate de uma causa ou de outra qualquer coisa, e aquilo que não lhe é consoante, eu o rejeito como erro. [7]

Podemos entender assim como "imagens do sol durante o eclipse refletida na água", os raciocínios refletidos que captam as imagens do real mais do que os sentidos

Também podemos ter no texto acima Platão dizendo que, encontrando uma "causa verdadeira", tomamo-la como hipótese e tudo que desta discorda, como falso. Após examinar esta hipótese até suas ultimas consequências estaremos em condição de saber ao que ela não se adapta, considerando portanto verdadeiras.

Platão acredita que só poderíamos apreender o inteligível unicamente com a razão, sem nos apoiarmos na visão ou, em qualquer outro sentido. Estes sentidos captam o corpóreo e, apenas através da inteligência que transcendemos a dimensão do físico para alcançarmos o incorpóreo.

Falamos até agora o que fazemos ao estarmos de posse das "verdades das coisas" mas, em que consiste essa "verdade"? Reportamo-nos ao que temos desse grandioso filósofo, seu diálogo:

_ [...] Quero explicar-te mais claramente as coisas que digo porque creio que ainda não me compreendes.

- Por Zeus, não o bastante! Disse Cebes.

_ E, no entanto, disse Sócrates, com isso não digo nada de novo, mas digo as mesmas coisas que em outras ocasiões e também no raciocínio precedentes, não me canso de repetir. Disponho-me, com efeito, a mostrar-te qual seja o tipo de causa em torno do qual apliquei meus esforços e, por isso, retomo às coisas já tão conhecidas e a partir delas recomeço, estabelecendo como fundamento que exista ***um Belo em si e por si, um Bom em si e por si, um Grande em si e por si, e assim por diante [...]***

_ Considera então, disse-lhe, se as consequências que derivo dessas hipóteses são, para ti, as mesmas que para mim. Parece-me que, se há alguma coisa de belo além do belo em si, por nenhuma outra razão é bom senão porque participa do bom em si; e assim das outras coisas. Concordas com essa causa?

_ Concordo, disse ele.

_ sendo assim, não compreendo mais e não posso conhecer as outras causas, as causas dos sábios; e se alguém me diz que uma coisa é bela em razão da sua cor viva, ou por causa da sua figura ou por qualquer coisa dessas, eu as cumprimento e as deixo partir, pois em todas elas acabo me confundindo. Tenho para mim, com singeleza, sem artifício e talvez ingenuamente, que nenhuma outra razão faz bela tal coisa a não ser a presença daquele Belo em si ou a comunhão com ele ou qualquer outra maneira de se estabelecer essa relação. Com efeito, sobre o modo dessa relação não é hora de insistir, mas afirmo simplesmente que todas as coisas belas são belas pela razão da Beleza. Isso me parece o que de mais sólido posso responder a mim mesmo e a outro qualquer. Não te parece também a ti?

_ Parece-me.

_ E não te parece, também, que todas as coisas grandes sejam grandes em razão da Grandeza, e que as maiores sejam maiores igualmente em razão da Grandeza e as menores sejam menores em razão da Pequenez?

_ Sim.

_ Portanto, se alguém afirma que um é maior do que outro pela cabeça e que o menor é menor pela mesma razão, não poderíeis admiti-lo, mas lhe dirias francamente que não admites que uma coisa seja maior do que outra por nenhuma outra razão senão em razão da Grandeza e é justamente a Grandeza que faz com que ela seja maior; e que o menor por nenhuma outra razão é menor senão em razão da Pequenez e é justamente a Pequenez que faz com que ele seja menor. Isso dirias com temor de que, se dissesses que alguém é maior ou menor em razão da cabeça, não te fosse objetado que é possível que o maior seja maior e menor seja menor pela mesma razão e que é também impossível que pela cabeça, que é pequena, o maior seja maior, pois seria algo prodigioso que algo fosse grande em razão de alguma coisa que é pequena. Acaso não temerias essas objeções?

_ Eu sim, disse Cebes sorrindo.

[7] Platão - Dialógos II - Fédon - Sofista - Politico; Editora Ediouro; Pág. 84

_ E não temerias também, acrescentou Sócrates, afirmar que dez é maior do que oito em razão do dois e por essa causa supera o oito, e não pela Pluralidade e em razão da Pluralidade? E que dois côvados(antiga medida de comprimento que tinha três palmos e correspondia a 66 cm) é maior que um côvado em razão da outra metade e não em razão da Grandeza? Pois esse temor é o mesmo que antes.

_ Sem dúvida, respondeu ele.

_ E então? Acaso não evitarias dizer que, somando o um ao um ou então dividindo o um, a soma ou a divisão sejam a causa que faz com que o um se torne dois? E não exclamarias em alta voz que não conheces outra maneira pela qual alguma coisa possa vir à existência senão participando da essência própria da realidade da qual aquela coisa participa e, no nosso caso, a não termos outra causa para explicar a gênese do dois a não ser essa, a saber, a participação à Dualidade; e, além disso, que devem participar dessa Dualidade as coisas que querem tornar-se duas, e da Unidade tudo o que quer ser um. Saudarás e mandarás embora essas divisões, essas somas e todas as outras invenções engenhosas, deixando que as usem nas suas repostas aqueles que são mais sábios do que tu. Tu porém, temendo como se costuma dizer, a tua própria sombra e a tua inexperiência, apoiando-te na solidez dessa hipótese, responderás da maneira como foi explicado.[8]

Vemos que para Platão existe o Belo em si, o Bom em si, a Grandeza em si, portanto algo que as coisas possuem e que as caracterizam e as diferem uma das outras, a essência interna individual.

A "segunda navegação" levou Platão a reconhecer a existência de dois planos do ser: o físico (o ser visivel, sensível) e o de ser supra-físico ou metafísico (o ser não-visível, não-sensível).

_ [...] A realidade em si, a realidade de cujo ser damos razão formulando perguntas e dando respostas, mantém-se sempre de modo idêntico ou ora de uma maneira ora de outra? O Igual em si, o Belo em si e qualquer outra coisa que é em si, enfim o ser, pode acaso sofrer qualquer mudança de qualquer tipo que seja? Ou então cada uma dessas coisas que é, segundo a sua forma, em si e por si, sempre se mantém idêntica a si mesma e não suporta alteração alguma de qualquer natureza que seja?

_ É necessário, Sócrates, que cada uma conserve sempre a sua identidade, respondeu Cebes.

_ E que haveremos de dizer de muitas coisas belas como, por exemplo, homens, cavalos, vestidos e outras do mesmo gênero que designamos como "belas" ou "iguais", ou de todas as outras às quais damos o mesmo nome que às coisas em si? Acaso permanecem sempre do mesmo modo ou, justamente ao contrário das coisas em si, não são nunca idênticas nem com relação a si mesma nem com relação às outras e, numa palavra, nunca se mantêm do mesmo modo?

_ Assim é, disse Cebes, nunca se mantêm do mesmo modo.

_ E acaso não é verdade que essas coisas mutáveis podes vê-las ou tocá-las ou percebê-las com os outros sentidos corpóreos, ao passo que aquelas que permanecem sempre ***<u>idênticas não temos outro meio de captá-las senão com o raciocínio puro e com a mente</u>****, porque são coisas invisíveis e não se podem apreender com a vista?*

_ É muito verdadeiro o que dizes, respondeu.

_ Se queres, estabeleçamos portanto acrescentou ele, duas espécies de seres: uma visível, outra invisível.

_ Estabeleçamos, respondeu.

_ E que o invisível se mantenha sempre idêntico a si mesmo, e o visível não.

_ Também isso estabeleçamos, disse ele.

No texto temos caracterizado a impossibilidade do físico com suas variações enquanto, a "realidade em si" é imutável.

Alem disso, vemos caracterizado no texto o "uno" das Idéias com sua multiplicidade a caracterizar as infinitas coisas existentes.

[8] PLATO - *Euthyphro, Apology, Crito, Phaedo, Phaedrus.* Im:Phaedo, 100 a - 101 d, Loeb Classical Library, vol. I, with an english translation by Harold North Fowler. Edited By G. P. Goold, 1995.

Mas temos também a passagem onde o filósofo apresenta o ser como "selo" que caracteriza as Idéias e exprime a sua ontologia absoluta.

[..] Com efeito, o raciocínio que estamos fazendo não vale apenas para o Igual em si, mas também para o Bom em si, para o Justo em si, para o Santo em si e para cada uma das outras coisas, como digo, nas quais, perguntando nas nossas perguntas e respondendo nas nossas repostas, imprimimos o "selo" do "ser em si".[9]

No decorrer do texto falamos de "Idéia". Qual seria a relação entre "causa verdadeira" e "Idéias"? Essa relação esta presente e tentarei descrevê-las.

Primeiramente temos que entender o que para Platão significava o termo "Idéia", que para nós já assumiu um sentido estranho ao platônico. A tradução exata do grego seria "forma" e nos modernos, entendemos como em consenso, um pensamento, uma representação mental. Platão entendia "Idéia", em certo sentido, algo que constitui o objeto específico do pensamento, sem o qual o pensamento não seria pensamento. "Idéia" para Platão é aquilo que é "absolutamente, o ser verdadeiro" e não um "puro ser da razão".

Este termo deriva-se do "ver" que anterior a Platão era empregado para designar "forma visível das coisas" que podíamos captar com os olhos(sensível). Por transferência passou a designar "forma interior", ou seja , a natureza específica das coisas, a essência da coisa.

Portanto Platão buscou nas "Idéias" que, para ele é onde encontra-se a "verdade das coisas", que são imutáveis, únicas em sua multiplicidade, enfim, onde a essência daquilo que é se mostra visível ao olhar do intelecto. Podemos portanto entender que o salto fundamental de Platão tornou-se possível por meio da "segunda navegação" onde as "formas" ou "Idéias Platônicas" são o originário qualitativo imaterial, realidades não físicas, metafísicas.

Resumindo as características das idéias, poderemos ter como referência irrenunciáveis:

1) a inteligibilidade (a Idéia é, por excelência, objeto da inteligência e só com a inteligência pode ser captada);

2) a incorporeidade (a Idéia pertence a uma dimensão totalmente diversa do mundo corpóreo sensível);

3) o ser no sentido pleno (as Idéias são o ser que é verdadeiramente);

4) a imutabilidade (as Idéias são imunes a todo tipo de mudança e não só ao nascer e ao perecer);

5) a perseidade (as Idéias são em si e pr si, isto é, absolutamente objetivas);

6) a unidade (cada Idéia é uma unidade e unifica a multiplicidade das coisas que dela participam).

"Platão funda-se sobre os raciocínios e sobre a realidade que se capta somente com os raciocínios, e essa é justamente a realidade inteligível das Idéias. Contrapõe-se ao sensível como uma esfera de realidade subsistente acima do próprio sensível que só pode ser captada pela inteligência que saiba libertar-se adequadramente dos sentidos. "[10]

Até agora tentei descrever sucintamente o que seria esse "mundo das Idéias" de que tanto ouvimos falar mas, do qual pouco se explicava. Minha curiosidade por melhor entendê-lo levou-me a buscar, nos diálogos, o que de verdadeiro era esse pensar.

Pareço fugir do tema? Não, agora de posse deste entender descreverei o trajeto.

Desenhar um quadrado e pensar a quadratura.

---

[9] PLATO - *Euthyphro, Apology, Crito, Phaedo, Phaedrus.* Im:Phaedo, 75 c-d, Loeb Classical Library, vol. I, with an english translation by Harold North Fowler. Edited By G. P. Goold, 1995.

[10] REALE, Giovanni - *História da Filosofia Antiga.* Im: A Teoria Platônica das Idéias e alguns problemas ligados a ela - SP, Ed. Loyola, 1994, Vol. II, 61-82p.,p. 65.

Antes creio ser necessário colocar que esses "patamares" aqui apresentados do pensar Platônico - sensível, pensamento, Idéias - não são inertes. Acontece um fluir constante. Um ir e vir do sensível às Idéias.

Bem. Vamos lá!

De posse de um lápis, uma caneta, um giz, algo que escreva e, uma superfície em que irei representar algo, desenho um quadrado. Poderia esta imitando alguma forma existente, captada pelo olhar (órgão sensível) , e dizer que desenhei pois meus músculos assim o fizeram. Não, não é isso.

Um processo exaurível se deu. Formaliza-se quando cursamos matemática com suas fórmulas, regras, proposições e demonstrações. O desenhar um quadrado, leva-nos a pensar em suas características de "ser quadrado". Existem muitos , de vários tamanhos. Várias formas quadráticas se mostram. Assim perguntamos: o que é o "ser quadrado" que das muitas formas existentes, posso ter como "causa verdadeira" esta que represento?

Podemos explicar através dessas realidades puramente inteligíveis a "causa" do ser quadrado? A quadratura. Excluimos o sensível e o físico (o desenhar).

Nas Idéias perfeitas, imutáveis, unas em sua multiplicidade, encontram-se aquela repartição onde "todos os quadrados" coexistem. Um lugar que denominamos " a quadratura". Neste, encontram-se todos os que, se enquadram nesse "quadrado em si"; as diversas formas quadradas que podem ter: várias cores, diversos tamanhos o reconhecemos este "ser quadrado em si".

Desta forma olho com os olhos do intelecto esse patamar superior e apreendo, tomo como "objeto do meu pensamento" este representante e, desenho-o.

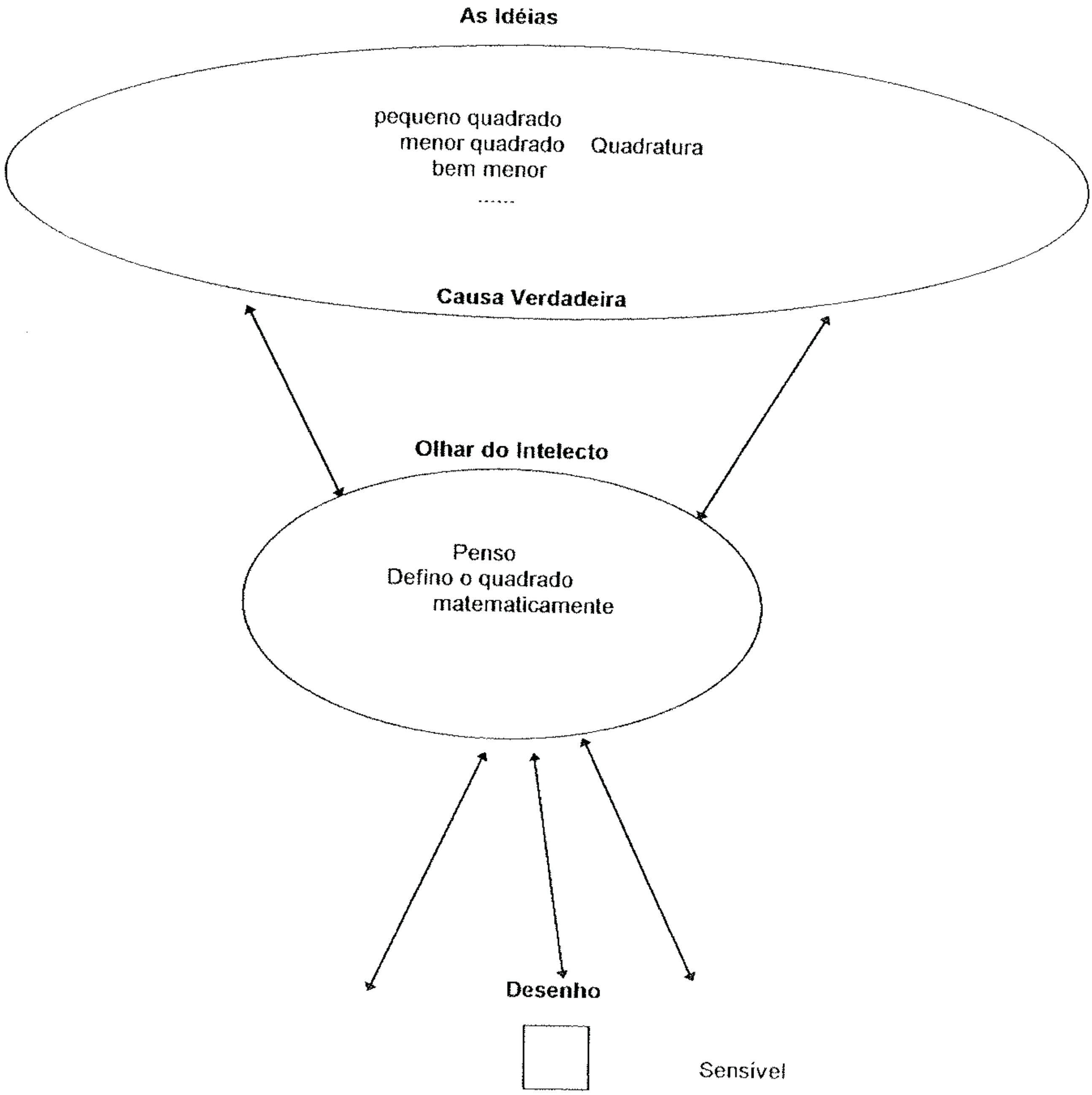
Pergunto: O que de igual podemos ter em todos os quadrados que se diferenciam mas são semelhantes? Ângulos de 90°, quatro lados iguais e paralelos dois a dois. Elevando o pensar além desse patamar de definições, encontraremos algo que está em todos o quadrado, que é 90°, é quatro lados iguais, é lados paralelo dois a dois mas, não necessita de ser assim definido.

Não é só isso. Como matemática, e de posse deste objeto, aceito-o como quadrado e, examino a partir desse aceitar, suas propriedade. Descrevo - o . Defino - o .Se desenho posso retomar, retrocedendo em minhas definições e, chegar ao "lugar" e olhar para a quadratura e saber que lá ele é perfeito, imutável.

Esse fluir acontece tão naturalmente que, não me dou conta de ser um processo, no qual, tantas falas foram necessário nos diálogos Platônicos serem apresentadas para poder explicar-se.

É um olhar e apreender pelo intelecto, não se deixando iludir pelos sentidos que, se assim procedessemos, existiriam tantos quadrados como a possibilidade de desenhá-los. Bem sabemos não ser assim. Eles são uno na quadratura e é esse "ser quadrado em si" que nos permite, defini-lo como tal.

O que é o "quadrado em si" ?
A quadratura. A qualidade de ser quadrado.



...Se existem muitos homens e cada um deles é, justamente, homem, portanto, se existe algo que se predica de cada um e de todos os homens sem ser idêntico a cada um deles, então é necessário que exista algo além de cada um deles, separado deles e eterno, e que justamente enquanto tal se possa predicar identicamente de todos os homens numericamente diferentes. E precisamente esse "uno que está além dos muitos", que os transcende e é eterno, é a Idéia.

(Aristóteles, Metafísica, A 9, 90 b 13).

Bibliografia

PLATO - *Euthyphro, Apology, Crito, Phaedo, Phaedrus.* Im:Phaedo, 99 b-d, Loeb Classical Library, vol. I, with an english translation by Harold North Fowler. Edited By G. P. Goold, 1995.

REALE, Giovanni - *História da Filosofia Antiga.* Im: A Teoria Platônica das Idéias e alguns problemas ligados a ela - SP, Ed. Loyola, 1994, Vol. II, 61-82p.,p. 65.

REALE, Giovanni. *História da Filosofia: Antiguidade e Idade Médial*, São Paulo, PAULUS, 1990. - (Coleção Filosofia)

REALE, Giovanni - Para uma nova interpretaçãi de Platão - SP, ed. Loyola, 1997.

INVESTIGAÇÃO SOBRE O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS NA 5ª SÉRIE

Autora: Patrícia Rosana Linardi
Orientador: Professor Doutor Roberto Ribeiro Baldino
Instituição de origem: UNESP-RIO CLARO

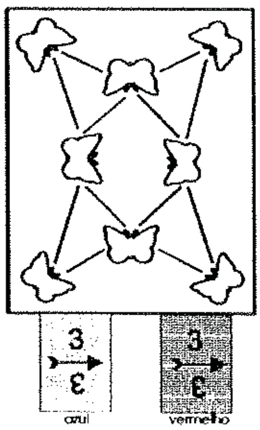
Introdução

A Proposta Curricular da CENP (1988), sugere que números inteiros sejam abordados a partir da 6ª série. A questão central de nossa pesquisa de mestrado é determinar o valor didático-pedagógico de quatro jogos na tentativa de antecipar esse assunto para a 5ª série. Dois desses jogos (jogo das borboletas e jogo das perdas e ganhos) são encontrados em Baldino (1995, 1996) e outros dois (jogo das apostas e jogo das araras) foram desenvolvidos por nós e visam resolver "em ação" as quatro questões seguintes: Como tirar o maior do menor? Como subtrair um negativo? O que significa "menos vezes"? Por que menos por menos dá mais?

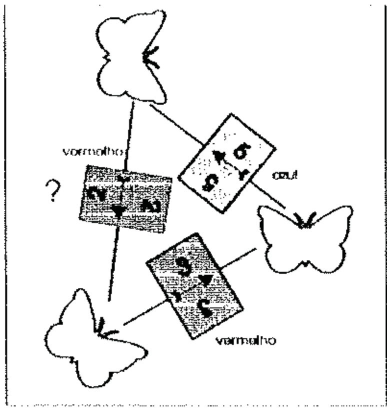
Neste trabalho, apresentamos dados a respeito de uma aplicação do Jogo das Borboletas em uma 5ª série da E.E.P.S.G. "João Batista Leme", em Rio Claro, SP, feita pela autora e por mais duas estagiárias como parte da disciplina Prática de Ensino, ministrada pelo Prof. Dr. Antônio Carlos Carrera de Souza na UNESP, Rio Claro onde a autora desenvolve sua pesquisa de mestrado, orientada pelo Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino.

O jogo

Jogo das Borboletas



Este é um jogo aditivo de estados e operadores. O material consiste em um tabuleiro, onde está estampada a malha dos circuitos; cartas, representando operadores aditivos, a serem colocadas sobre os ramos da malha (trajetórias) e botões de uma só cor, representado os estados dos operadores, a serem colocados sobre os nós da malha (borboletas). Dois sinais estão associados aos números das cartas: um sinal operatório (setas, mais tarde substituídos por + e -) e um sinal predicativo (azul/vermelho, mais tarde substituídos por + e -). Os estados dos operadores não têm sinais. O objetivo do jogo é colocar as cartas entre as borboletas de modo a fechar circuitos comutativos, segundo a seguinte regra: Se a carta sobre a trajetória for azul, o número de botões na borboleta de onde parte a flecha mais o número da carta deve ser igual ao número de botões na borboleta para onde a flecha aponta. Se a carta sobre a trajetória for vermelha, o número de botões na borboleta de onde parte a flecha menos o número da carta deve ser igual ao número de botões na borboleta para onde a flecha aponta. No começo, ensina-se aos jogadores uma estratégia para jogar que consiste em usar botões sobre as borboletas para conferir os números das cartas e as direções das flechas. Veja o exemplo abaixo.



A carta que fecha o circuito é "2 vermelho"

O ponto crucial é saber se os alunos conseguem fazer, em ação, a composição de operadores aditivos. Para isso pede-se que joguem sem os botões. Nesse caso, espera-se que façam raciocínios tais como "três a menos" seguidos de cinco a mais" são "dois a mais".

Jogar com os botões é o que chamamos *versão concreta* do jogo e jogar sem os botões, *versão abstrata*.

A aplicação

O tempo utilizado na aplicação da pesquisa com o Jogo das Borboletas foi de dois meses e meio, com a classe de 5^a série sendo dividida em 9 grupos de 4 elementos cada, constantemente monitorados pela docente e pelas estagiárias. A avaliação foi efetuada diariamente, através dos critérios: assiduidade e participação. O trabalho foi realizado em três etapas: versão concreta, versão abstrata e simbolização.

Inicialmente propusemos que as crianças jogassem a modalidade versão concreta, realizando, em paralelo, atividades em folhas de papel sulfite, com o objetivo de transportar o jogo para o papel, registrando o ocorrido. As atividades de cada aula eram devidamente corrigidas, e eventualmente devolvidas ao grupo para refazê-las, caso houvesse erros.

Após um certo tempo colocou-se a demanda de que os alunos não usassem botões, visto que "as borboletas tinham voado levando junto os botões" (versão abstrata). Nesta versão, continuou-se com atividades paralelas ao jogo.

Ao término da etapa do jogo, continuou-se apenas com atividades, em folhas sulfite, que continham, inicialmente, problemas de completamento de circuitos enunciados com o material do jogo e, posteriormente, problemas do mesmo teor, com a notação matemática usual.

Insistindo nas atividades, que agora tratavam de simbolização, foi proposta a substituição da cor vermelha pelo sinal - e a azul pelo sinal + ; a seta no sentido $\rightarrow$ pelo sinal + e no sentido oposto $\leftarrow$ pelo sinal -, com o intuito de que os alunos realizassem operações como $+(-4) -(+3) = +(-7)$. A intervenção foi finalizada após esta etapa.

O que se esperava

Nesta intervenção esperava-se que, mediante a demanda, descrita acima, os alunos desenvolvessem esquemas próprios para a composição de operadores aditivos sem usar os botões sobre as borboletas. E esperava-se também que as atividades, em folhas de sulfite, paralelas ao jogo contribuíssem para a fixação do jogo e para a preparação dos alunos para a versão abstrata.

O que ocorreu

Durante a intervenção constatou-se que os alunos não estavam sendo capazes de realizar a composição desejada. Na tentativa de superar essa dificuldade, elaboraram-se mais atividades. Para resolvê-las, os alunos passaram a trabalhar, por sugestão de uma das estagiárias, com a noção de perder e ganhar. Assim, as cartas vermelhas representavam uma perda ou gasto, enquanto que as cartas azuis, um ganho. Com isso, os alunos deixaram de lado o jogo e passaram a resolver todas as atividades restantes utilizando a noção de perder e ganhar.

As últimas atividades foram um fracasso. Somente os alunos que haviam decorado a "estratégia de resolução", utilizando a noção de perder e ganhar, conseguiram resolvê-las.

Discussão

Ao constatar as dificuldades dos alunos, continuou-se insistindo nas atividades, em vez de concluir-se que o jogo, como tinha sido aplicado, não tinha atingido seu objetivo.

Ao introduzir-se atividades paralelas ao jogo, caiu-se na posição que tem por objetivo introduzir situações de funcionamento ótimo do conceito a ser ensinado, implicando a tentativa de controle de todos os passos da aprendizagem. Isso ocorreu, pois não se distinguiu o Jogo do Ludo. O jogo é vertigem, é suspensão da lei em prol da regra, é risco de morte simbolizado, é paixão, é sedução. O lúdico é a demanda de um modelo que torna impossível qualquer desafio. O lúdico desfaz o encantamento e a sedução, colocando em seu lugar a fascinação. Ao lúdico cabe o controle das ações do sujeito, pois nele são determinadas e controladas todas as possibilidades de "jogar". Em suma, o jogo é da ordem do sentido, o ludo, da ordem do significado. (Cabral, 1993)

Concluiu-se que se a composição dos operadores aditivos não ocorrer na etapa do jogo, é inútil a aplicação de atividades. Essa conclusão foi reforçada pela chegada de um novo aluno, durante a intervenção, que não havia participado das etapas iniciais, vindo a ter contato com o jogo apenas através de colegas de classe e, utilizando a noção de perder e ganhar, transmitida pelos componentes de seu grupo, pôde resolver, sem erros, todas as atividades finais.

Nesta intervenção, pelos motivos analisados não se pode concluir pela eficácia do Jogo das Borboletas para o ensino dos Números Inteiros na 5ª série.

Outras intervenções serão realizadas, desta vez introduzindo, primeiro, os quatro jogos e deixando que os alunos os joguem por jogar (Vertigem da regra que nos livra da lei; Baudrillar, J., 1991). Só depois introduziremos as fichas de atividades.

Bibliografia

BALDINO, R.R. Las quatro operaciones com enteros através de juegos. UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas, n. 7, jan. 1996.

BALDINO, R.R. Sobre a epistemologia dos números inteiros. Educação Matemática em Revista SBEM, São Paulo, v. 5, ano 3, p. 4-11, 1996.

BALDINO, R.R., MOMETTI, A.L., SCAVAZZA, H.A., CARRERA DE SOUZA, A.C. Games For Integers: Conceptual Or Semantic Fields? In: PME 19, 1995, Recife. Anais..., v. 2, p. 232-239.

BALDINO, R.R., CABRAL, T.C.B. Do jogo ao ludo ou da sedução à significação. Boletim da SBEM, São Paulo, n. 2, p. 13-19, ano 7.

BAUDRILLAR, J. Da Sedução, São Paulo: Papirus, 1991.

LINARDI, P.R., GADOTTI, M.C., SANTOS, R.D. dos. Investigação dos operadores aditivos em Z, na 5a série. In: IV EPEM, 1996, PUC/SP. Anais..., p. 422-423.

CALCULADORAS GRÁFICAS E FUNÇÕES QUADRÁTICAS[11]

Telma A. Souza (autor)
Marcelo C. Borba (orientador)
UNESP, Rio Claro, S.P.[12]

INTRODUÇÃO

Estudos que discutem o uso da calculadora no ensino de Matemática aparecem a partir da segunda metade da década de 70. Eles concentram-se no período de 1975 a 1980 e referem-se fundamentalmente às implicações de sua utilização na aprendizagem dos alunos (Silva, 1994). No Brasil a utilização de calculadoras com as quatro operações já era discutida em 1977 por D'Ambrósio[13]. Logo, a influência das calculadoras nos objetivos e no ensino da Aritmética vem sendo debatida há cerca de duas décadas (Fey, 1991).

Aqueles que apoiam o seu uso propõem ênfase na resolução de problemas em vez de procedimentos de cálculo, incentivando também o cálculo mental que é útil na estimação e verificação dos resultados fornecidos pela calculadora. Eles argumentam que as potencialidades da calculadora fazem dela um instrumento pedagógico de grande valor, além de se tratar de uma máquina de fácil manipulação, portátil e que está ao alcance das possibilidades econômicas da maioria dos alunos e de qualquer escola (Silva, 1994). Além disso, a calculadora pode representar um proto-uso, uma porta aberta, um degrau para a utilização dos computadores (Machado, 1995).

Já os céticos em relação ao uso da calculadora, por sua vez, insistem em dizer que as pessoas ficarão dependentes da tecnologia e perderão capacidades e conhecimentos com papéis importantes na Matemática.

No Brasil é proibido utilizar calculadoras em testes e exames tais como vestibulares e concursos públicos. Nas escolas há alguma abertura para a utilização da calculadora quando o conteúdo em questão não é cálculo aritmético que envolva principalmente adição, subtração, multiplicação e divisão.

Os estudos, de forma geral, apontam que a utilização da calculadora na escola não necessariamente conduzirá a conseqüências desastrosas; no entanto, esta é uma discussão que permanece ainda em aberto (Fey, 1991).

Com relação à calculadora gráfica Dunham & Dick (1994), considerando os poucos estudos realizados, afirmam que há razões para sermos otimistas em relação ao seu uso no ensino de Matemática, embora seja uma área de estudo ainda recente e em desenvolvimento.

A calculadora gráfica possui os mesmos recursos de uma calculadora científica e produz rapidamente a representação gráfica de uma função definida por sua expressão algébrica. Algumas justificativas para seu uso são semelhantes às justificativas para usar calculadoras científicas ou com as quatro operações: a calculadora gráfica é considerada como uma ferramenta portátil e mais acessível que um computador (Smart, 1995), pois o preço de um conjunto de calculadoras gráficas é equivalente ao preço de um único microcomputador (Ruthven, 1990a). Cada estudante pode ter uma calculadora para ser utilizada em qualquer momento, tanto na sala de aula, como fora dela (Demana & Waits, 1992).

Algumas pesquisas têm utilizado a calculadora gráfica como um instrumento didático-pedagógico na sala de aula de Matemática (Perl, 1992 e Estes, 1990, por exemplo). Ela permite o estudo de vários conteúdos matemáticos, tais como geometria, polinômios e funções (Ruthven, 1992; Powell, 1992; Arcavi, s/d).

Provavelmente devido à sua principal característica, traçar gráficos de funções definidas por expressões algébricas, muitos estudos envolvem a utilização de calculadoras gráficas no estudo de funções, apesar das diferentes preocupações apresentadas (Ruthven, 1990b; Rich, 1991; Andrews, 1992; Slavit, 1994; Lauten et al., 1994; Smart, 1995; Gómez, 1995). A calculadora gráfica oferece a

[11] Este artigo refere-se à dissertação de Mestrado "Uma proposta didático-pedagógica para o estudo de funções quadráticas com o auxílio da calculadora gráfica" defendida em 1996.
[12] GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática; Pós-Graduação em Educação Matemática.
[13] D'Ambrósio (1986) explicita sua preocupação com a utilização das calculadoras com as quatro operações já em 1977

possibilidade de desenvolver um método com maior componente empírico na investigação Matemática que conte também com maior ênfase em visualização (Borba, 1997).

Embora seja considerado que o uso da calculadora gráfica possa tornar o estudo da Matemática mais divertido e oferecer aos estudantes excelentes experiências de aprendizagem (Demana & Waits, 1992), tem sido apontado como necessária a realização de pesquisas sobre os efeitos desta tecnologia no ensino e na aprendizagem da Matemática (Jensen & Williams, 1993).

Levando em conta tais considerações relativas ao custo, utilidade didático-pedagógica e flexibilidade em relação aos conteúdos que podem ser abordados, buscamos investigar o potencial da calculadora gráfica no ensino-aprendizagem de Matemática. Nossa preocupação estava centrada no desenvolvimento de uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas.

A PESQUISA

Com a intenção, então, de analisar como o conteúdo funções quadráticas poderia ser estudado com o auxílio da calculadora gráfica, surgiu a idéia de desenvolvimento de uma proposta didático-pedagógica[14] para este tema que contasse com o auxílio da calculadora gráfica. Esta proposta é constituída por uma seqüência de atividades que envolvem o estudo de funções quadráticas, e esta seqüência materializa uma perspectiva de estudar o conteúdo, enfocando-se predominantemente aspectos visuais e empíricos.

Logo, nosso objetivo nesta pesquisa era apresentar uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas com o auxílio da calculadora gráfica. Desenvolvemos esta proposta com dois estudantes de 2º. grau, e a partir da análise do trabalho destes estudantes com a proposta discutimos como o tema funções quadráticas pode ser estudado com o auxílio da calculadora gráfica (Souza, 1996).

Este artigo apresenta as características da proposta didático-pedagógica elaborada para se trabalhar funções quadráticas com o auxílio da calculadora gráfica e discute um episódio no qual um estudante de 2º grau desenvolveu atividades que envolviam funções quadráticas e transformações.

PROPOSTA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA

Nossa proposta se apóia no uso da calculadora gráfica e enfatiza a visualização e a experimentação. Por visualização entendemos por visualização o processo de formar imagens, quer seja mentalmente, quer seja com o auxílio de lápis e papel ou tecnologia. A visualização é empregada com o objetivo de estimular o processo de descobrimento matemático, obtendo uma maior compreensão matemática. A visualização não encontra-se isolada de outras representações, podendo relacionar-se com elas dependendo do contexto matemático (Zimmermann & Cunninghan, 1991).

Nas escolas, o aspecto visual é normalmente deixado em segundo plano. O estudo de funções quadráticas é mais dominado pelo aspecto algébrico. Os exercícios propostos aos estudantes envolvem, em geral, apenas manipulação algébrica e a construção de gráficos por meio de uma tabela de pontos que satisfaçam a expressão analítica. Se este tipo de trabalho é justificado pela mídia utilizada, lápis e papel, com o argumento de que, se os estudantes fossem construir os gráficos no papel, muito tempo seria gasto, a introdução da calculadora gráfica, ou mesmo um *software* gráfico, pode reverter este quadro.

---

[14] É proposta didático-pedagógica na medida em que envolve uma proposta sobre ensino e sobre educação. A abordagem didática aborda a relação estudante/entrevistador/calculadora gráfica. O aspecto pedagógico considera em que direção a educação está se processando, ou seja,

- Trabalhar o conteúdo com esse meio permite ao estudante desenvolver-se em que aspectos?
- Qual o significado dessa aprendizagem?
- Como cidadão, o que fica para o estudante dessa aprendizagem (meio/conteúdo)? Como matemático, o que resulta de enfocar predominantemente determinados aspectos?

Logo, a proposta didático-pedagógica não se resume apenas à exposição de uma seqüência de atividades que visam à aprendizagem de um conteúdo, embora se apresente para o estudante apenas como tal seqüência. Ela representa uma visão de como se podem explorar as potencialidades da calculadora gráfica.

Uma seqüência de atividades foi elaborada para o estudo de funções quadráticas. Ela possui tarefas que envolvem o conteúdo normalmente estudado na escola e tarefas que envolvem algum conteúdo que normalmente não é abordado na escola, mas que pode vir a sê-lo por se tornar mais acessível com o auxílio da calculadora gráfica. A proposta didático-pedagógica se propõe, então, a cobrir os temas abordados em sala de aula, e a ir além, devido às potencialidades da calculadora gráfica. Neste estudo a calculadora gráfica utilizada foi a Casio fx-8700 GB. Nesta calculadora é possível traçar dois ou mais gráficos ao mesmo tempo, ou seja, na mesma tela, o que torna possível a comparação entre eles.

A seqüência de atividades foi elaborada a partir de estudos já realizados, considerando as recomendações feitas por Movshovitz-Hadar (1988) e Goldenberg (1988), no sentido de que os estudantes devem aproveitar suas experiências prévias com funções do 1°. grau no estudo de funções quadráticas. Algumas atividades são adaptações de atividades propostas por Ruthven (1992), Arcavi (s/d), Powell (1992) e Afamasaga-Fuata'i (1992).

Esta seqüência de atividades está dividida em três partes principais, sendo cada uma delas composta por uma série de atividades.

A primeira parte tem como objetivo verificar o que o estudante sabe sobre plano cartesiano e sobre função do 1°. grau, $f(x)=ax+b$. Ao mesmo tempo, esta parte serve como um tutorial, na medida em que introduz comandos da calculadora gráfica.

A segunda parte introduz funções quadráticas como uma família de funções, dentre outras que o estudante traça na calculadora gráfica. Nesta parte é feito um estudo com problemas abertos sobre a relação entre os coeficientes de uma função quadrática escrita na forma $f(x) = ax^2+bx+c$ e seu gráfico.

A terceira parte abrange um estudo com questões mais fechadas que englobam os tópicos que são normalmente estudados na escola no 2°. grau: gráficos de funções quadráticas, concavidade da parábola, crescimento e decrescimento de funções, zeros (associados com o delta), vértice e sinal de funções quadráticas.

Nestas 3 séries de atividades os estudantes começam explorando o plano cartesiano e funções do 1°. grau escritas na forma $f(x)=ax+b$; trabalham com diferentes funções a fim de identificar as funções quadráticas como uma família de funções dentre muitas; e acabam envolvidos com questões mais fechadas sobre funções quadráticas que se referem aos temas normalmente estudados na escola.

De acordo com o enfoque proposto, esperávamos que os estudantes trabalhassem com funções quadráticas estabelecendo relações entre as representações, sendo capazes de associar mudanças no gráfico com mudanças nos coeficientes da expressão algébrica e vice-versa, por exemplo. Esperávamos também que este enfoque permitisse que os estudantes soubessem resolver as questões que normalmente aparecem nos livros didáticos e são consideradas na sala de aula..

METODOLOGIA

Dois estudantes de 2°. grau foram entrevistados individualmente ao trabalharem com as atividades da proposta didático-pedagógica, fazendo uso da calculadora gráfica. Foram realizadas cerca de 5 sessões de duas horas aproximadamente com cada estudante entrevistado. Este estudo pode ser visto como um "experimento de ensino" construtivista que, de acordo com Cobb & Steffe (1983), consiste basicamente de uma série de encontros individuais com um estudante por um certo período de tempo. No "experimento de ensino" construtivista o pesquisador deve estar constantemente tentando "ver" suas ações e as do estudante sob o ponto de vista do estudante, o que lhe permite compreender melhor as estratégias que o estudante utiliza.

O trabalho com "experimento de ensino" implica um processo de ensino-aprendizagem, sendo reconhecido, então, que a construção dos conhecimentos do estudante se dá também devido à sua interação com o entrevistador.

Reconhecemos que há uma grande diferença entre o ambiente de sala de aula e o ambiente de uma entrevista; no entanto, quando entrevistamos um estudante, podemos dar a ele o tempo que quiser para trabalhar em uma determinada questão, e além disso podemos criar modelos mais detalhados sobre a forma de raciocinar. Esses fatores não são possíveis em sala de aula (Borba & Confrey, 1996), pois é grande a quantidade de estudantes, e há uma diversidade muito grande entre o ritmo de trabalho de cada um deles. Esperamos, todavia, que as conclusões acerca de como os estudantes trabalharam com a calculadora gráfica possam servir de parâmetros para seu uso em outros contextos.

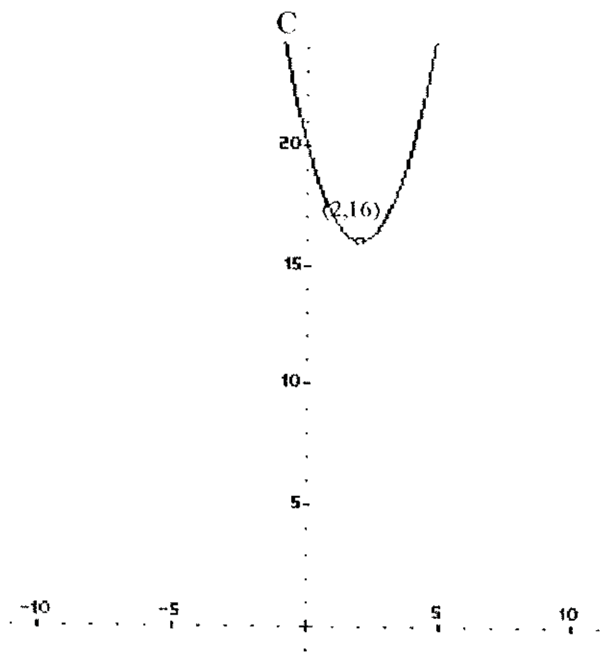
Discutiremos, agora, um episódio de um "experimento de ensino" mostrando trechos de como Alessandra trabalhou com uma atividade que envolvia funções quadráticas e suas conjecturas ao investigar o parâmetro *b* de funções quadráticas escritas na forma $y=ax^2+bx+c$. Alessandra, uma estudante de 2o grau, foi entrevistada por cinco sessões de duas horas, aproximadamente.

RESULTADOS

Ao trabalhar em uma das atividades propostas Alessandra faz uma associação entre o valor do coeficiente b e o x_v.

Uma das funções traçadas na calculadora gráfica era $y=x^2-4x+20$, que não aparecia na tela da calculadora gráfica. A estudante tinha que falar sobre os coeficientes *a*, *b* e *c* desta função.

Alessandra primeiramente teve que encontrar a função na tela da calculadora gráfica. Ela caminhou no sentido certo, procurando a função para cima, observando a dica da atividade que dizia que o sinal da função era sempre positivo.



Ao encontrar a função, Alessandra falou que a>0, por causa da concavidade voltada para cima.

Para determinar o *c*, Alessandra utiliza o Trace e encontra o ponto onde a parábola corta o eixo.

Utilizando ainda o comando Trace, Alessandra passa pelo vértice, cujas coordenadas são (2,16) e afirma:

A: *O* b *é dois. Eu acho que é.*
E: *Você acha que o vértice coincide com o b?*
A: *É.*

A idéia de Alessandra era que $b=x_v$.

Pergunto de onde vem esta idéia, se nos gráficos anteriores o "vértice" [referindo-se ao x_v] coincidiu com o *b*.

Alessandra observa os gráficos e vem com a explicação de *b* como o dobro do x (referindo-se ao x_v).

Ela diz que neste caso o *b* tem que ser menor que zero, que *b* é negativo para dar do lado certo (referindo-se ao fato do gráfico ter o vértice do lado direito do eixo y).

Assim a estudante conclui que b=-4 e traça, então, o gráfico procurado: $y=x^2-4x+20$.

E: *Como é que você viu que é 4?*
A: *O x* [referindo-se ao x_v] *é... Aqui* [referindo-se ao *b*] *é o dobro do x* .
E: *Agora vamos só ver uma coisa. É... você falou que o* b... *Como é que você escolheu o* b?
A: *Porque ele é o dobro do valor de x.*
E: *Isso: o dobro do valor de x. Onde? Em que ponto?*
A: *No vértice, nesse aqui. Aqui, olha, ele corta o... porque é 2.*
E: *Porque é o vértice dele, né?!*
A: *É.*
E: *Vamos ver se isso vale em outros casos.*

Peço, a seguir, para Alessandra verificar se esta relação[15] que encontrou, $b=2x_v$, vale em outros casos. Alessandra traça vários gráficos de funções quadráticas na calculadora gráfica, verificando a validade da relação encontrada. Em vários gráficos Alessandra verifica que a relação é válida. Somente quando traça o gráfico de $y=4x^2-4x+1$ Alessandra encontra um exemplo onde a relação não vale. Ela conclui que é porque neste caso $a = 4 \neq 1$. Alessandra utiliza esta relação apenas para encontrar o valor absoluto de *b*, pois o sinal ela escolhe olhando para a posição do vértice da parábola em relação ao eixo y.

Esta idéia, de *b* ser o dobro do x_v, é retomada em uma outra atividade quando Alessandra está procurando a fórmula de uma função quadrática, cujas raizes são 3 e -1.

CONCLUSÃO

Este enfoque, com ênfase em visualização abre novas opções no estudo de Matemática para aqueles que são bloqueados em relação à Álgebra. Os estudantes que têm mais dificuldade ou resistência em trabalhar algebricamente com os conceitos podem encontrar na visualização uma outra opção de investigação matemática, utilizando, por exemplo, justificativas visuais para fatos algébricos, e vice-versa (Borba, 1993).

A visualização e a experimentação foram aspectos marcantes das estratégias utilizadas por Alessandra em suas investigações sobre os coeficientes *a*, *b* e *c* de $f(x)=ax^2+bx+c$.

O ambiente empírico favorecido pela calculadora gráfica permitiu que a estudante construísse os gráficos, produzidos rapidamente, e reavaliasse constantemente suas hipóteses. Alessandra trabalhou com atividades que envolviam previsão: dado o gráfico, ela encontrou a expressão algébrica da função quadrática.

Sua conclusão sobre o coeficiente *b* foi possível devido à sua experiência visual com os gráficos. A visualização teve um papel importante na compreensão da relação entre os coeficientes de uma função quadrática e seu gráfico, uma vez que serviu de guia para as investigações da estudante. O modo como Alessandra explicou o valor de *b* mostra ainda uma maneira de coordenar representações gráficas e algébricas: a posição do vértice é explicada através de relações na representação algébrica.

Tais observações estão de acordo com as afirmações de Smart (1995) e Jensen & Williams (1993) de que além de contar com o componente visual, a calculadora gráfica permite que o estudante discuta suas idéias matemáticas por meio de previsões, testes e generalizações, o que proporciona um rico ambiente de investigação matemática.

---

[15] Esta mesma relação, $b=2x_v$, foi encontrada pelo estudante que participou do estudo piloto e trabalhou com esta atividade (Souza & Borba, 1995). Embora o piloto não tenha contado com tantas atividades, podendo ser considerado como uma pré-proposta, a idéia de trabalhar com os estudantes segundo as 3 partes já estava presente

BIBLIOGRAFIA

Afamasaga-Fuata'i, K. (1992). *Students' strategies for solving contextual problems on quadratic functions*. Tese de doutoramento, Cornell University, Ithaca, NY, USA.

Andrews, P. (1992) . If all else fails, read the instructions. *Mathematics Teaching*, n. 140, p. 34-36, Sept.

Arcavi, A. (s/d.) Texto mimeografado. The Weizmann Institute of Science - Department of Science Teaching.

Borba, M. C. (1993). *Funções, representações múltiplas e visualização na educação matemática*. Anais do 1o. Seminário Internacional de Educação Matemática no Rio de Janeiro - IM/UFRJ, Julho.

Borba, M. C.; Meneghetti, R. C. G.; Hermini, H. A. (1997) Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdiscipilinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. São Paulo, Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano 5, no 3, pp. 63-70.

Borba, M.C. & Confrey, J. (1996). A student's construction of transformations of functions in a multiple representational environment. t. *Educational Studies in Mathematics* **31**, p. 319-337.

Cobb, P. and Steffe, L. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. <u>*Journal for Research in Mathematics Education*</u> **14** (2), p. 83-94.

D'Ambrósio, U. (1986). *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas.

Demana, F. & Waits, B.K. (1992). A computer for all students. *The Mathematichs Teacher* **85**(2), p. 94-95.

Dunham, P.H. & Dick, T.P. (1994). Research on graphing calculators. *The Mathematichs Teacher* **87**(6), p. 440-445.

Estes, K. (1990). Graphics technologies as instructional tools in applied calculus: Impact on instructor, students, and conceptual and procedural achievement. *Dissertation Abstracts International*, **51** (4), p. 1147-A.

Fey, J.T. (1991). Tecnologia e educação matemática - uma revisão de desenvolvimentos recentes e problemas importantes. *Cadernos de Educação e Matemática*, n. 2, p. 45-79, Jul.

Goldenberg, P.E. (1988). Mathematics, metaphors, and human factors: mathematical, technical, and pedagogical challenges in the educational use of graphical representations of functions. *Journal of Mathematical Behaviour* **7**, p. 133-173.

Gómez, P. (1995). *Interacción social, discurso matemático y calculadora gráfica en el salón de clase*. Una proximación experimental. Memoria de Tercer Ciclo. Bogotá: una empresa docente.

Jensen, R.J. & Williams, B.S. (1993). Technology: Implications for middle grades mathematics. **In** D.T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 225-243). New York: Macmillan and Reston, VA:National Council of Teachers of Mathematics

Lauten, A.D.; Graham, K.; Ferrini-Mundy, J. (1994). Student understanding of basic calculus concepts: interaction with the graphics calculator. *Journal of Mathematical Behavior* **13**: 225-237.

Machado, N.J. (1995). *Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Cortez.

Movshovitz-Hadar, N. (1988). *Picturing quadratic functions*. A paper presented at the 5th Conference of Israel Computer Using Educators Association, Tel-Aviv, April.

Perl, H. (1992). *The graphic calculator as an integral part of high school mathematics*. Anais do Working Group 17 (Technology in the Science of the Mathematics Curriculum) at ICME-7 (7th International Congress on Mathematics Education), Quebec, pp. 185-190.

Powell, A. (1992). *Mathematics 300*. College Readiness Program '92.

Rich, B.S. (1991). The effect of the use of graphing calculators on the learning of function concepts in precalculus mathematics. *Dissertation Abstracts International* **52** (3), p. 835-A.

Ruthven, K. (1990a). *Personal technology in the classroom - The NCET graphic calculators in mathematics project*. University of Cambridge Department of Education, Cambridge.

Ruthven, K. (1990b). The influence of graphic calculator use on translation from graphic to symbolic forms. *Educational Studies in Mathematics* **21**: 431-450.

Ruthven, K. (1992). *Graphic calculators in advanced mathematics*. NCET.

Silva, A.V. (1994). *A calculadora no percurso de formação de professoras de Matemática*. Tese de mestrado, Universidade de Lisboa, 1991. Lisboa: Associação de Professores de Portugal

Slavit, D. (1994). *The effect of graphing calculators on students' conceptions of function*. Apresentado no encontro anual AERA (American Educational Research Association), New Orleans, EUA, Abril.

Smart, T. (1995). *Visualising quadratic functions: a study of thirteen-year-old girls learning mathematics with graphic calculators*. Anais do PME 19, vol. 2, Recife, Brasil, 22-27 Julho, pp. 272-279.

Souza, T.A. and Borba, M.C. (1995). *Quadratic functions and graphing calculator*. Anais do PME 19, vol. 1, Recife, Brasil, 22-27 Julho, p. 253.

Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). Editor's introduction: what is mathematical visualization? In: *Visualization in teaching and learning mathematics*. Zimmermann, W. & Cunningham, S. (Eds). pp. 1-8.

UM ESTUDO SOCIO-COGNITIVO SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO

Nome: Airton Carrião Machado
Orientadora: Maria Manuela M. S David
Faculdade de Educação da UFMG

Introdução

Na fase inicial deste trabalho de mestrado o interesse principal, era o estudo dos alunos de sucesso em Matemática. Assim, dentro da restrita bibliografia disponível sobre o assunto, tomamos como referência o artigo de Gray & Tall (1993) que traz uma boa caracterização dos alunos de sucesso. Com o objetivo de verificar as características apresentadas pelos autores, iniciamos um pré-projeto com alunos do Colégio Técnico da UFMG.

Foram escolhidos dez alunos que participavam de um grupo de estudos chamado "Clube de Matemática". O objetivo deste grupo é reunir alunos que gostam de Matemática para estudar assuntos que não fazem parte do programa da escola e desenvolver suas habilidades na resolução de problemas e na interpretação de textos matemáticos. Estes alunos foram escolhidos por gostarem de Matemática e terem facilidade na resolução de problemas matemáticos.

Para fazer o estudo, consideramos que deveríamos nos restringir a apenas um conceito matemático. Assim, escolhemos o conceito de função, que além de ser um conceito já estudado por todos os alunos, tradicionalmente apresenta dificuldades para os mesmos.

Após determinarmos o conceito a ser estudado, outra questão se apresentou e passou a ser o ponto central do trabalho: a aquisição do conceito de função.

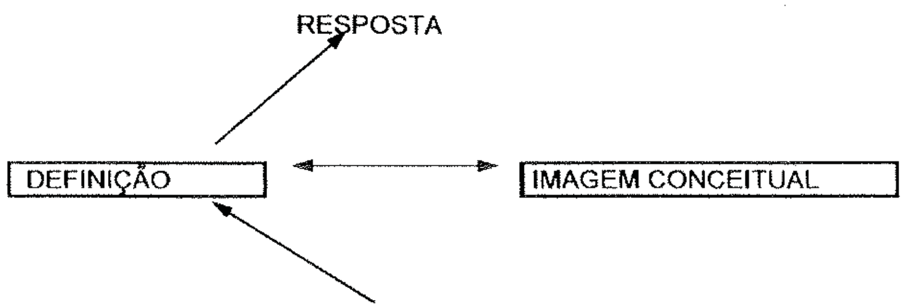
Para estudar a aquisição do conceito de função por parte dos alunos, que é um conceito normalmente introduzido via definição formal, nos apoiamos inicialmente o artigo de Vinner (1994). Nele encontramos uma interpretação de como o aluno se relaciona com as definições matemáticas.

Neste estudo preliminar, inicialmente verificamos os históricos escolares dos alunos, e observamos que o sucesso não estava diretamente ligado com o fato do aluno ser ou não bom em Matemática. Por exemplo: dois alunos, numa amostra de dez, que tinham muita facilidade na resolução dos problemas apresentados no clube (que em geral eram não escolares e portanto exigiam mais habilidade do que técnica), apresentavam notas baixas ao longo de toda a trajetória escolar. Nas entrevistas realizadas após os testes, ambos afirmaram que não tinham interesse em tirar boas notas, sendo que um deles afirmou: "Me exigem 60, eu tiro 60, para que mais?".

Este fato em especial mostrou-nos que o sucesso escolar não está relacionado apenas com as habilidades cognitivas, e sim com todo o processo social que envolve a escolarização. A partir de então, percebemos que só se pode estudar a questão do sucesso escolar dentro de suas condições especificas de produção, ou seja, temos que analisar as concepções sobre Matemática, Avaliação e Educação, entre outras, que são apresentadas pelos professores e alunos, pois é dentro destas concepções que todo processo de avaliação se dá, sendo esse processo em última análise que vai determinar o sucesso ou o fracasso escolar do aluno.

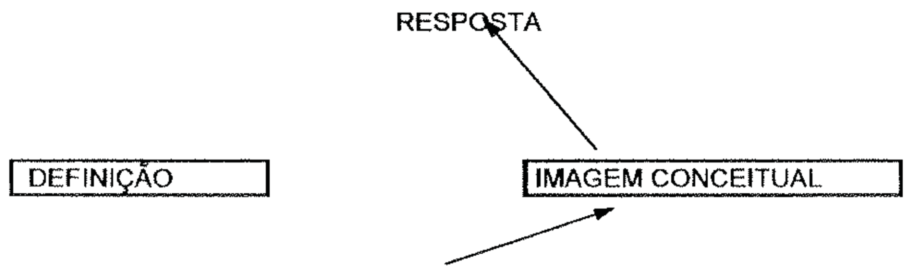
Antes porém, de fazer as entrevistas com os alunos do pré-projeto, aplicamos o mesmo teste apresentado por Vinner em seu artigo. Nosso objetivo era avaliar as hipóteses por ele apresentadas sobre o processo cognitivo de aquisição do conceito pelo aluno. A ponto central do seu trabalho é a idéia de Imagem Conceitual (Concept Image), que é algo não-verbal associado mentalmente pelo aluno ao nome de um conceito. Como, por exemplo, o que ele lembra ao ouvir o nome "função". Estas imagens vêm de experiências ou impressões associadas ao conceito como exemplos, exercícios ou conhecimentos de senso comum. Elas podem aparecer na forma de representações visuais, figuras mentais ou sensações que podem ser traduzidas para forma verbal. Ele apresenta também, alguns modelos do processo cognitivo da aquisição de um conceito dado por uma definição, onde destacamos os modelos ideal e real, dados a seguir:

1)



QUESTÃO
Modelo Ideal
da relação entre definição e imagem conceitual
(esperado pelo professor)

2)



QUESTÃO
Resposta intuitiva
(o que ocorre na prática)

Ao analisar os resultados dos testes, percebemos que os alunos se utilizavam com grande frequência de imagens conceituais porém, estas variavam de acordo com o problema apresentado, ou seja, um mesmo aluno se utilizava de mais de uma imagem conceitual num mesmo teste, de acordo com o que o problema exigia. Tal observação também foi feita por Vinner em seu trabalho (Vinner, 1994, pg. 68), onde se lê que *"o mesmo indivíduo pode reagir de forma diferente frente a um certo termo (nome do conceito) em diferentes situações"*. Porém, ele não estuda as diferentes idéias (Imagem Conceitual) que um mesmo aluno pode apresentar relacionadas a uma definição.

Buscamos então, um modelo de análise que pudesse detalhar melhor a diferença de idéias apresentada pelos alunos. Foi assim que passamos a utilizar a idéia de Perfil Conceitual, apresentada por Mortimer (1994), que é um modelo que descreve as mudanças no pensamento individual como resultado do processo de ensino (Mortimer, 1995, pg. 272).

A idéia de perfil conceitual é baseada no perfil epistemológico de Bachelard (1984), e é definido em Mortimer (1994, pg. 42) como *"um sistema supra-individual de formas de pensamento que pode ser atribuído a qualquer indivíduo dentro de uma mesma cultura"*. Este sistema tenta localizar as diferentes leituras que um indivíduo pode fazer de um conceito em diferentes zonas dentro de um perfil conceitual. Existe uma hierarquia entre as diferentes zonas, na qual cada zona sucessiva é caracterizada como tendo mais força explicativa que a antecedente.

Mortimer afirma que cada zona do perfil conceitual tem diferenças epistemológicas e ontológicas e é fortemente influenciada pelo contexto e pelas experiências porém, dentro de uma mesma cultura, as categorias que caracterizam o perfil são as mesmas e definidas pela história das idéias científicas.

As respostas apresentadas pelos alunos do pré-projeto, nos permitiram identificar três zonas de perfil conceitual, que são as seguintes:

1º) Os alunos entendem função como uma regra numérica, onde você opera alguns números para obter outros. Esta, em geral, é a forma mais trabalhada nas escolas, onde os alunos aprendem a determinar imagens, ponto a ponto, utilizando-se de tabelas para se traçar o gráfico.

2º) Os alunos entendem função como uma relação (ou regra) lógica que associa números. Nesta zona do perfil a idéia de relação aparece com maior força, ficando menos aparente a idéia de operação.

3º) Os alunos apresentam uma compreensão de função mais próxima da definição formal (o conceito apresentado pelos matemáticos), que é a seguinte: dados dois conjuntos não vazios A e B, uma função de A em B é uma relação que a cada elemento *x* do domínio A, associa-se um único elemento *y* do contradomínio B.

Nesta zona alguns alunos ainda deram a definição usando a palavra número, por exemplo, "Temos uma função quando um número do domínio tem uma única imagem". A idéia de número ainda está presente, pois este é praticamente o único conjunto trabalhado na escola até o nível em que se encontram este alunos.

Feitas essas observações, decidimos então centrar o trabalho na aquisição do conceito de função em alunos de sucesso em Matemática, usando a noção de Perfil Conceitual, como instrumento de análise. A questão do sucesso passou agora a influenciar apenas o recorte utilizado na escolha da amostra, por considerar que esses alunos são em geral bem adaptados aos rituais escolares e com isso apresentam menos obstáculos na formação do conceito.

A PESQUISA

Tendo em vista que este trabalho tem como principal objetivo o estudo da aquisição de conceitos no aluno de sucesso em Matemática, e como esta se dá principalmente na escola, esta foi o alvo principal de nossas observações. Considerando que as escolas públicas atendem a grande maioria de nossa população e que acreditamos na possibilidade de que elas possam ser oferecidas, com boa qualidade, a toda a população, foi escolhida uma escola pública para realização de nosso trabalho.

Como em Belo Horizonte a maior parte das escolas públicas consideradas de sucesso se concentram na rede municipal, a escolha recaiu sobre uma delas. Esta escolha foi feita levando-se em consideração a indicação de professores da própria rede municipal, um alto índice de aprovação dos alunos e as características apresentada por Aduan, citadas por André (1993, pg. 153), que são:

a) maior participação dos professores nas decisões pertinentes à sua ação;
b) direção mais democrática e menos formal;
c) maior possibilidade de troca de experiências entre os professores;
d) utilização de professores mais experientes para prestar auxílio técnico-pedagógico a seus colegas

Segundo André essas são características que andam normalmente associadas às escolas com alto índice de aprovação dos alunos.

Após escolhida a escola, passamos a observar as aulas das três turmas de primeiro ano do 2º grau pois, esta é a série em que se trabalha o conceito de função. Estas observações tinham como objetivo verificar a forma de trabalho do professor, para junto de uma entrevista, realizada posteriormente com o professor, fazer um levantamento das concepções que ele apresenta de Matemática, Ensino, Avaliação e Sucesso.

Solicitou-se ao professor que indicasse quinze alunos que ele considerasse bem sucedidos. Além desses, outros seis alunos foram escolhidos pelo resultado obtido em um primeiro teste do qual todos os alunos das três turmas foram submetidos. Este teste foi dividido em duas partes e era composto por questões não escolares, que envolviam conceitos de: lógica, geometria e aritmética.

À amostra de vinte alunos foram aplicados mais três testes com o objetivo de verificar o conceito de função por eles apresentado, ou seja, tentar construir o Perfil Conceitual de Função. Estes testes tinham os seguintes objetivos:

1º teste. Tinha como objetivo especifico verificar se existe alguma concepção espontânea do conceito de função. Para tanto foram apresentados problemas cotidianos, que podem ser representados por funções, mas cuja solução não exige a definição formal, sendo possível respondê-los usando somente o conhecimento matemático elementar.

2º teste. Tinha como objetivo verificar se a representação de função na forma de gráfico (imagem pictórica) apresentaria alguma diferença significativa com relação à representação algébrica, nas idéias utilizadas pelos alunos para resolver cada um dos casos.

3º teste. Tinha como objetivo exigir que o aluno externasse a idéia (ou idéias) de função que possui. Para isso foram elaboradas questões onde estas idéias eram necessárias para se concluir se a lei apresentada era ou não uma função. Das 8 questões apresentadas nenhuma tinha sido trabalhada em sala de aula antecipadamente. Apenas duas eram mais próximas das estudadas em aula, assim a mera associação com funções já vistas tornava-se difícil. Além disso apresentavam-se funções de tipos nunca vistos, como as dadas por intervalos e leis dadas por textos sem utilizar a simbologia matemática usual.

O 1º teste também foi aplicado a uma turma de oitava série para verificarmos o concepção espontânea do conceito de função. Consideramos aqui como concepção espontânea do conceito as idéias utilizadas para resolver uma situação problema, sem fazer uso do conhecimento escolar do conceito envolvido. Assim, tentamos aqui encontrar quais idéias estão presentes na tentativa de solucionar questões antes de se conhecer a definição de função.

Após a aplicação dos testes discutimos com alguns alunos suas respostas para, com isso obter o maior número de elementos possível para a análise das respostas. Além disso, fizemos uma entrevista com cada um deles para detectar as concepções que possuem de Matemática, Ensino, Avaliação e Sucesso.

RESULTADOS PRELIMINARES

O trabalho se encontra, no momento, na fase de análise dos dados obtidos nos testes e entrevistas realizados com os alunos e das observações de aula e entrevista realizada com o professor, portanto os resultados apresentados aqui são apenas parciais, frutos de uma primeira análise. Ainda não estão, por exemplo, definidas as zonas do perfil conceitual de função, mas já podemos identificar as idéias, ou conceitos, distintos de função que surgem na resolução das questões propostas, que passamos a apresentar agora.

O primeiro teste aplicado, consistindo de três problemas, tinha como objetivo determinar a concepção espontânea de função apresentada pelos alunos e foi aplicado tanto para os vinte e um alunos da amostra como para os alunos de uma oitava série que ainda não haviam tomado contato com a noção de função.

Ao se analisar as respostas, fica claro que as idéias utilizadas para resolver cada um dos problemas varia de acordo com o tipo de questão e que a forma que é dada ao enunciado tem também uma grande influência sobre elas. Percebemos ainda que, em cada questão, uma determinada idéia aparece de forma hegemônica e que a mesma aparece quase que exclusivamente em apenas uma das questões.

No primeiro problema[16] a idéia de contagem é dominante(89% das respostas). Esta parece ser a idéia mais simples para se resolver um problema onde temos uma variação. Esta idéia pode ser eficiente para resolver problemas onde o domínio seja o conjunto dos números Inteiros, e onde se deseje determinar a imagem de alguns valores do domínio. Porém, se estes valores tiverem um valor absoluto alto este processo passa ser muito trabalhoso.

O enunciado da questão também favorece a idéia de contagem, pois ele enumera os três primeiros valores das fases, e portanto, pode ter conduzido os alunos a continuarem contando até a fase pedida (décima). Isto pode ser verificado num dos teste em que o aluno, apesar de perceber que a questão envolvia uma função e determinar a sua lei, contou todas as fase até a décima.

No segundo problema[17] a idéia de estabelecer uma "ordem de associação" aparece em quase todas as respostas. Os dois únicos alunos que não utilizaram a ordem alfabética, ligaram cada nome

16

1) No game Mortal Kiss para se mudar da 1ª para a 2ª fase deve-se ter 1500 pontos. Para se passar para 3ª fase são necessários 2500 e para 4ª fase 3500. Quantos pontos serão necessários para se chegar a 10ª fase e salvar seu planeta?

17 *2) Para formar os casais que iriam dançar a quadrilha na festa junina da escola a professora tinha 14 alunos. Forme os casais, para ela, a partir da lista de nomes abaixo.*

Giovana
Luciene
Patricia

Pablo
Mateus
Carlos

com o que estava imediatamente ao seu lado. Embora não tenham declarado que buscavam uma ordem de associação, ela está implícita na sua resposta. Podemos verificar assim, que todos os alunos estabeleceram uma lei de formação bem definida. As leis que surgiram podem ter sido decorrentes do próprio enunciado do problema, já que para cada nome de mulher existia um nome de homem que iniciava com a mesma letra, portanto isto pode ter sugerido a lei que mais ocorreu. Fica claro porém, que a busca de uma certa ordenação dos dados parece uma coisa natural para estes alunos.

No terceiro problema[18] observamos que todos os alunos usaram algum tipo de resolução algébrica, realizando as operações de forma separada ou em uma expressão única. Em alguns casos se vê uma fórmula da Física. Observamos ainda que quatro alunos utilizaram a noção de proporção para resolver a questão porém, apenas um a usou de forma correta.

A idéia de contagem, que foi a mais comum no primeiro problema, aparece apenas uma vez aqui. Apesar da pequena diferença entre os dois problemas, notamos que o enunciado da questão pode ter sugerido a forma de resolução, pois a maioria dos alunos associou este problema com o estudo de Cinemática, visto em Física, de onde vem a idéia de se usar uma expressão para se determinar a velocidade.

É interessante notar que as respostas apresentadas pelos alunos da turma de oitava série em quase nada diferem das apresentadas pelos alunos da amostra. Apenas algumas idéias diferentes surgiram, mas que não foram em número significativo.

Na discussão do teste, com 18 dos 19 alunos da amostra que o realizaram, foi perguntado se eles relacionavam as questões com algum assunto já estudado. A maioria (16) somente conseguiu relacionar a questão 3 com Física e apenas 5 relacionaram o primeiro problema com funções. Quando perguntados se os problemas tinham algo em comum a maioria disse que não, ou seja, não conseguiram ver relação entre eles, apesar de todos envolverem o conceito de função.

No segundo teste eram apresentados vários gráficos e pedia-se ao aluno determinasse qual deles representava uma função. Dos sete gráficos apresentados apenas três já haviam sido vistos em aula.

Analisando as respostas fica claro que a idéia predominante é a de se traçar uma reta paralela ao eixo y e verificar quantas vezes ela intercepta o gráfico, esta é a que mais aparece na resolução desses problemas (42%). Esta é uma regra prática trabalhada em aula, onde o conceito de função não aparece explicitamente, portanto o aluno de posse desta regra consegue identificar se um gráfico representa uma função mesmo sem utilizar (ou lembrar) da definição de função.

O problema da descontinuidade que aparece em uma das questões, que nunca havia sido apresentado aos alunos antes, só causou estranheza a quatro alunos. Deve-se destacar este fato, pois era de se supor que um maior número de alunos tivessem dúvidas ao ver tal tipo função. Porém, mais uma vez, o que isto nos sugere é que o uso da regra prática mascarou a dificuldade inerente a esta função.

Usar esta regra prática é bastante natural, pois ela é suficiente para resolver as questões apresentadas de forma satisfatória. Nenhuma das questões exige a definição formal, portanto verificamos neste teste que esta idéia é a mais adequada para resolver estes problemas, mesmo não sendo a "mais elaborada" do ponto de vista da Matemática,

A suposição inicial de que os alunos usariam o recurso de associar os gráficos com os já vistos em aula não foi confirmada. Este fato, se analisado de forma superficial pode levar á conclusão de que as imagens pictóricas não favorecem a resolução por associação das imagens apresentadas no problema com outras conhecidas, porém consideramos que fatos particulares deste teste devem ser o fator principal que gerou este resultado.

Em primeiro lugar temos o fato de existir uma regra prática que responde satisfatoriamente às necessidades apresentadas pelas questões, que leva o aluno a utilizá-la com segurança sem preocupar-se com que função é representada por aquele gráfico, isto fica claro ao verificarmos que esta regra foi

Milena
Carolina
Alessandra
Claudia

Anderson
Gustavo
Cleber
Leandro

[18] *3) Um skatista desce uma ladeira com uma inclinação constante. Sua velocidade vai aumentando, devido a inclinação, em 2 km/h a cada segundo. Como ele iniciou a descida a uma velocidade de 10 km/h, qual será a sua velocidade depois de 15 segundos descendo a ladeira?*

utilizada com sucesso pela maioria dos alunos, mesmo nas questões onde o tipo de gráfico apresentado nunca havia sido visto por eles.
Outro fato que pode ter influenciado o aluno a não fazer tais associações, é o pequeno número de tipos de funções trabalhado durante o curso, o que é comum na maioria das escolas pelo que observamos nos livros didáticos, com isso os alunos não conseguem fazer muitas associações por analogia com os gráficos apresentados, por dispor de um pequeno número de imagens.
Concluímos assim que, devido a pequena capacidade que os alunos apresentam para associar os gráficos apresentados e por possuírem uma ferramenta poderosa para resolver os problemas apresentados, não se pode concluir se os alunos tem ou não uma estratégia especial para resolver questões apresentadas através de imagens pictóricas, e se essas facilitam ou não na aquisição do conceito.
No terceiro teste foram apresentamos oito relações (com o domínio e o contradomínio no conjunto dos Reais), e pedimos aos alunos que identificassem quais delas eram função. Das oito, apenas uma constava do livro didático adotado ($R(x) = \sqrt{x}$), porém nele ela tinha como domínio o conjunto dos números reais não negativos, as demais questões não haviam sido estudadas pelos alunos no curso, sendo que cinco delas eram novidade inclusive na forma de apresentação[19], pois duas eram dadas por intervalos e em três delas a lei era dada por um texto sem utilizar da simbologia matemática usual.

Foi pedido ainda, ao fim do teste, que o aluno respondesse a seguinte pergunta: "Em sua opinião, o que é função?". Foi usada esta forma de pergunta, ao invés da tradicional: "Dê a definição de função?", para se tentar evitar que o aluno desse uma resposta decorada e que não estivesse de acordo com as idéias por ele apresentadas. Esta estratégia mostrou-se eficiente para a maioria dos casos, sendo que apenas em um único caso, a opinião apresentada não condizia com a idéia usada no teste anterior, não ficando claro se era ela que norteava as respostas deste teste. Nos outros casos, em geral, a idéia apresentada justificava as respostas.

A idéia de dependência, relação ou proporção se sobressaiu (29% das respostas), sendo que esta é uma idéia que apesar de distante da definição formal, ou "menos elaborada", tem sentido ao se verificar que as funções são um tipo de relação onde existe uma dependência. A idéia de proporção pode ter sido formada a partir do tipo de funções vistas em sala, pois todas tem um comportamento bastante regular, ou seja, estão próximas desta idéia.
Uma idéia próxima a definição formal (para cada x temos um y) foi a segunda que mais apareceu (22% das respostas), porém apenas 10% das respostas estavam corretas, nas outras a idéia está presente mas existe a troca do domínio pela imagem. Este fato nos mostra que apesar de estarmos observando apenas os alunos de bons resultados, a definição formal não é a idéia prevalente, sendo que apenas uma aluna a utiliza de forma correta em todas as questões. O fato de trocar o elemento do domínio com a sua imagem na definição (para cada y um x), pode estar também relacionado ao fato da definição formal não ter sido dominada de forma integral, por não ter sentido para eles ou por não ser trabalhada de forma a se tornar necessária.

CONCLUSÃO

Apesar de neste momento, somente possuirmos dados preliminares, podemos mesmo assim, tirar algumas conclusões sobre a aquisição do conceito de função por parte do aluno de sucesso em Matemática.

Uma conclusão diz respeito à própria questão do sucesso. A análise dos históricos escolares dos alunos revela que a maior parte deles é bem adaptada ao ritual escolar, pois suas notas são boas, na maioria das disciplinas, durante toda vida escolar. Além disso, é interessante se notar que as diferenças

---

[19] *Como exemplo apresento duas delas:*

5) $R(x) = \begin{cases} 1 \; se \; x \neq 0 \\ -1 \; se \; x = 0 \end{cases}$

6) A cada número corresponde o seu cubo acrescido de um.

observadas entre as diferentes notas é mínima, o que vai contra a opinião de senso comum que considera que o aluno bom em Matemática não o é nas disciplinas de Português, História, etc.

O aspecto mais importante, porém, é a observação de que os alunos apresentam várias idéias sobre funções, ou seja, eles apresentam várias leituras para uma mesma definição Matemática. Esta observação traz várias questões a se discutir, porém me deterei em apenas duas.

A primeira diz respeito a idéia muito forte, tanto no senso comum como no campo da Matemática, de que uma definição admite apenas uma leitura correta, sendo que qualquer leitura diferente da aceita pelos produtores da Matemática estaria errada. Notamos porém, que das várias leituras produzidas pelos alunos, muitas resolvem os problemas apresentados de forma satisfatória. Este aspecto vai influenciar de forma decisiva a questão da avaliação pois, o professor, no momento de elaborar e analisar os seus instrumentos de avaliação, leva em consideração as suas concepções, que em geral vêm do campo da Matemática científica e portanto considera que a leitura das definições deve ser feitas de forma única, sendo que as demais devem ser desprezadas.

A outra questão importante é a simultaneidade com que as idéias aparecem em um mesmo aluno. Notamos casos de um mesmo aluno utilizando uma idéia diferente para cada questão em um teste. Esta observação contraria uma idéia comum nos estudos sobre mudança conceitual que afirma que quando o aluno está de posse de uma idéia de maior poder explicativo que a anterior, esta vai substituir a anterior. Verificamos porém, que as idéias convivem e são usadas de acordo com as necessidades do contexto, como por exemplo, os alunos que usaram a idéia de contagem no primeiro teste (que é uma idéia bem simples), a regra prática no segundo teste (que além de não apresentar nenhuma idéia de função resolve o problema de forma adequada) e uma idéia próxima à definição formal no último teste. Ou seja, o conceito foi apresentado de acordo com a necessidade: um mais simples quando este é suficiente e o mais elaborado quando necessário.

Consideramos que estas observações são de grande importância no momento de se pensar o ensino de um conceito matemático, pois não se pode desprezar o fato de que os alunos farão várias leituras desse conceito e que essas leituras vão depender de vários fatores que estão envolvidos no processo de aprendizagem como, a concepção do professor e alunos sobre Matemática e Ensino, o livro didático utilizado nas aulas, os conceitos prévios dos alunos e sua interação com os colegas, dentre muitas outras.

Buscando Semelhanças Encontramos Mais Do Que Meras Coincidências

Autor: Marcelo Almeida Bairral
Instituições de origem: Universidade Santa Úrsula (MEM/USU)
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ/IE/DTPE)
Professoras orientadoras: Janete Bolite Frant
Ângela Valladares Dutra de Souza Campos

1. Introdução

Pretendemos aqui apresentar uma pesquisa realizada durante dois anos numa escola particular no Rio de Janeiro(Brasil), cujo objetivo era identificar dificuldades apresentadas por alunos de 7ª série (28 alunos com idade entre 12-13 anos), no processo de construção do conceito de semelhança e, a partir desta análise, propor uma intervenção no processo ensino-aprendizagem.

A importância de se estudar o conceito de semelhança justifica-se pelo fato deste estar relacionado ao cotidiano do aluno através da ampliação e redução de fotos, na construção de maquetes e plantas baixas, em alguns modelos para o conceito de números racionais, etc. As idéias de semelhança estão incluídas em várias partes do currículo escolar e este tópico não pode mais ser trabalhado apenas na 8ª série nem ficar reduzido apenas ao estudo de triângulos. Tal ensino deve explorar e aprofundar os saberes matemáticos envolvidos (por exemplo, o de proporcionalidade), estabelecer relações com outros saberes e também levar em consideração o desenvolvimento da linguagem do aluno.

2. O Método

A metodologia escolhida foi a qualitativa e o pesquisador foi o próprio professor da turma, caracterizando assim um trabalho de pesquisa participativa em sala de aula. Os alunos trabalharam individualmente, em pequenos grupos e as discussões eram feitas com a turma toda em vários momentos.

Para a análise dos dados obtidos, nos embasamos nos recentes resultados de pesquisas em geometria que se referem especificamete ao ensino-aprendizagem de semelhança e na perspectiva construtivista de Vygotsky e Vergnaud, uma vez que tais teóricos propõem uma relação dialética para a tríade professor-aluno-saber. Vergnaud enriquece também nossa pesquisa com o seu enfoque sobre as estruturas multiplicativas.

Os materiais utilizados foram o TANGRAM, o geoplano, a calculadora e o pantógrafo, uma vez que cada um deles pôde abordar aspectos relevantes da semelhança de figuras. Cada atividade foi organizada e classificada de acordo com o modelo de Schwartz (1989). Tal classificação engloba ***objetivos cognitivos*** (abrangem os conceitos envolvidos no desenvolvimento da atividade), ***objetivos técnicos*** (se preocupam com a utilização operacional desses conceitos), ***ferramentas*** (material utilizado como apoio para o melhor desenvolvimento das atividades propostas). O ***tipo***, resulta da classificação em função do fim a que se propõe: atividade de fixação, aprendizagem de conceitos, atividade aberta ou de avaliação. Procuramos também especificar se a atividade contém questões trabalhando a medida de forma contínua ou discreta. O ***caráter*** nos diz se a atividade desenvolvida foi realizada em aula (individual ou grupo) ou em casa (individual ou grupo).

Os dados foram coletados através de: entrevistas gravadas com a professora de artes e com os alunos, atividades elaboradas pelo professor ou pelos próprios alunos (individualmente ou em seu grupo), questões seguidas de justificativas por escrito e do "diário de bordo". O "diário de bordo" era o lugar onde o pesquisador fazia as transcrições, observações, etc. De acordo com Powell (1995), para o pesquisador-professor o material escrito pelo aluno como justificação - explicitação do seu processo de pensamento - é fundamental para a retroalimentação. A partir destas informações, o pesquisador-professor pode, então, reelaborar as atividades e reorientar sua prática pedagógica.

Cada conjunto de atividades com o mesmo objetivo chamamos ***Episódio***, que para facilitar a coleta e a análise dos dados, subdividimos em ***Protocolos***. Os Episódios foram: Plantas Baixas, Atividades Complementares: Estrutura Aditiva x Multiplicativa, Circuito de geometria, Figuras Semelhantes, Avaliação do Professor e Auto-avaliações dos Alunos. Para não estender muito o relato, omitiremos as perguntas e respostas feitas individualmente aos alunos na entrevista.

3. Apresentando e comentando algumas atividades

Diversas atividades foram propostas aonde os alunos puderam manipular, discutir, criar e verificar a semelhança de figuras planas, pois através de uma multiplicidade de situações um conceito é melhor aprendido, uma vez que cada uma delas permite a abordagem de aspectos relevantes do conceito.

3.1 plantas baixas

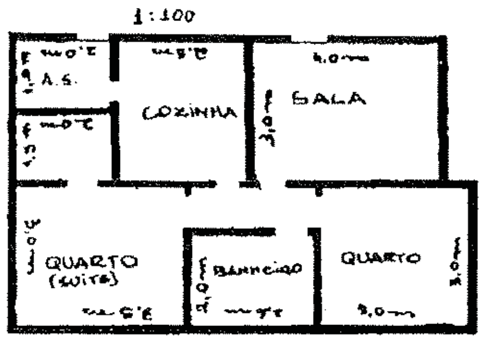


Figura 1

Esta primeira ficha de atividades foi relativa a planta baixa. A idéia foi do professor de matemática, que também era o pesquisador e autor da pesquisa, no sentido de desenvolver junto com a professora de artes um trabalho que explorasse concretamente o conceito de escala.

As plantas baixas aparecem diariamente em revistas e jornais diversos, sua utilização também pode permitir a exploração e construção de vários conceitos matemáticos, dentre eles: figuras planas, áreas e perímetros, proporções, sistema métrico decimal e escala. Na maioria dos livros de matemática do Brasil, o conceito de escala é conteúdo da 6ª série na unidade de razão e proporção, a escala também é um conceito muito utilizado nas aulas de geografia para construção e análise de mapas e, segundo os professores de geografia, os alunos apresentam muita dificuldade em compreender e aplicar tal conceito.

Sendo assim, preferimos utilizar a planta baixa como um dos nossos recursos, uma vez que para desenhar uma planta baixa em escalas diferentes de 1:100, o aluno deve perceber que existe uma relação de proporcionalidade entre os segmentos homólogos e a não alteração (congruência) nos ângulos correspondentes; que são os atributos relevantes do conceito de semelhança de figuras planas.

Após planejarmos a atividade juntamente com a professora de artes, propusemos aos alunos que desenhassem uma planta baixa de sua moradia ou de alguma moradia imaginária, utilizando uma escala de 1:100. Desta forma a interação das aulas de Artes e Matemática começava de fato a acontecer. A classificação da atividade foi a seguinte:

Objetivo cognitivo: noções de: escala, redução, unidade de medida de comprimento.
Objetivo técnico: representação gráfica de uma figura através de uma escala.
Ferramentas: material de desenho e calculadora.
Tipo: aprendizagem (construção) de conceitos e trabalhando a medida de forma contínua.
Caráter: sala de aula (individual) e casa (individual).
Tempo: 06 aulas

Primeiramente os alunos fizeram o esboço (rascunho) em papel comum e, logo após, o entregaram `a professora de artes para fazer as devidas observações (ou correções); em seguida os alunos fizeram o desenho definitivo em papel vegetal.

Como era esperado, o desenho das plantas baixas na escala 1:100 não apresentou dificuldades, pois o que é *metro* no real se transforma em *centímetro* no desenho. O próximo passo agora era desenhar a planta em escalas diferentes (1:50, 1:75, 1:200). Aqui os alunos (7ª série, 1995) apresentaram dificuldades para entender a mudança de escala. Com isso, preferimos interromper o trabalho e buscamos levantar, através de outras atividades, que dificuldades os alunos apresentavam nesse processo de mudança de escalas, conforme veremos a seguir.

3.2 atividade das malas

Esta atividade foi assim classificada.
Objetivo cognitivo: noções de: ampliação e redução, frações e escala.
Ferramentas: cópia da atividade elaborada.
Tipo: aprendizagem de conceitos, abordando a medida de forma contínua
Caráter: sala de aula (grupo).
Tempo: 03 aulas.

Questão: Você já deve ter ouvido falar de ampliar e reduzir uma foto. O que acontece com uma figura quando a ampliamos? E quando a reduzimos? O que muda e o que fica o mesmo quando ampliamos uma figura?

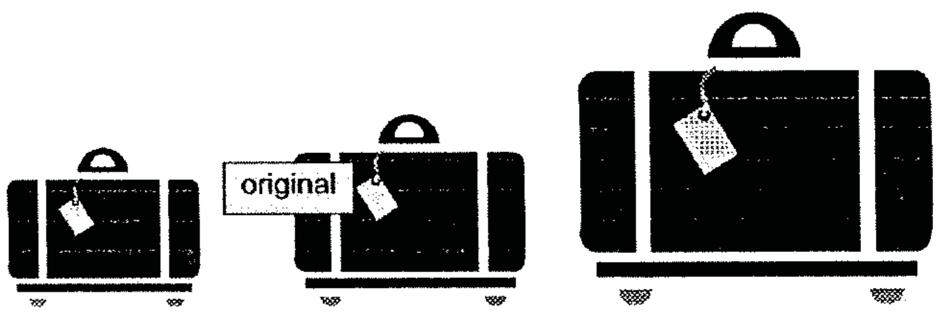


Figura 2
Algumas respostas dos grupos:
Quando ampliamos, os detalhes aparecem. Quando reduzimos, não são muito visíveis.
O tamanho muda mas a forma contínua a mesma.
Quando a ampliamos ela fica maior que o seu tamanho original, e quando a reduzimos ela fica menor que o seu tamanho original. Mas ambas "guardam" suas características originais.
Ela cresce. Diminui. A forma continua a mesma e o tamanho fica diferente.
Ela aumenta. Ela diminui. Muda o tamanho, mas a figura é a mesma.
Ampliamos → a foto aumenta; Reduzimos → a foto diminui. O tamanho muda e a forma continua a mesma.

Como pode ser confirmado nas respostas acima, percebemos, através desta questão, que de um modo geral os alunos possuíam – ainda que intuitivamente – o conceito de semelhança. Surge, neste contexto, uma das funções primordiais da escola: desenvolver os conceitos que a criança traz consigo, que foram construídos no decorrer de sua vida prática ou nas suas interações sociais. Nesta visão o professor, a partir dos conceitos intuitivos dos alunos, procura estendê-los e formalizá-los através de situações mais complexas. O uso da linguagem natural também é importante para explicitar os teoremas em ação (idéias implícitas por trás da solução de um problema) envolvidos no raciocínio do aluno e, também, como instrumento para descrever e analisar o conhecimento intuitivo do aluno.
A próxima pergunta agora era: No exemplo acima, não sabemos de quanto a mala foi reduzida, nem de quanto foi ampliada. Você poderia achar um modo de sabermos isso? Qual?
Algumas respostas dos grupos:
Sim. A mala foi ampliada 1,6 a mais que a original e foi reduzida 0,5mm a menos que a original.
Sim. Vendo a diferença de tamanho entre as duas malas com a original.
Nós temos que multiplicar o que ela cresceu (ou diminuiu) na vertical pelo que ela cresceu (ou diminuiu) na horizontal.
Sim, medindo-a e fazendo uma escala.

Estas respostas nos forneceram uma pista do tipo de estrutura de pensamento que estava sendo utilizada pelos alunos, e então levantamos a hipótese de que eles estariam utilizando as estruturas aditivas (vide as duas respostas iniciais). Os alunos não pareciam pensar, por exemplo, em "quantas vezes" a mala pequena cabe na mala grande e vice-versa. Vergnaud (1983), salienta que as estruturas multiplicativas, embora tenham elementos comuns com as aditivas, diferem delas o suficiente para serem tratadas como um novo campo conceitual, pois, numa estrutura multiplicativa, está pressuposta uma relação de proporcionalidade entre os pares de números correspondentes. Apesar de suas relações com as estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas têm peculiaridades e não são redutíveis `as estruturas aditivas.

Nessa questão se o aluno, para saber de quanto a mala foi ampliada (ou reduzida), pensou que é só considerar o seu tamanho original e somá-lo a um certo número ($Tf = Ti + \alpha$), dizemos que ele utilizou a ***estrutura aditiva*** , enquanto que se ele, ao considerar o tamanho inicial verificar que existe um número - coeficiente de semelhança - que expressa "a quantidade de vezes" que a figura foi ampliada ou reduzida ($Tf = \alpha Ti$), dizemos que ele utilizou a ***estrutura multiplicativa***.

Como a atividade que utilizamos não foi suficiente para confirmarmos esta primeira pista - de que os alunos estavam utilizando a estrutura aditiva - elaboramos a questão seguinte visando o trabalho com as estruturas multiplicativas, que constou de três segmentos: um original, sua ampliação (em dobro) e redução (na metade), como abaixo.

SEGMENTOS PROPORCIONAIS

A____________________B

A___________B (original)

A______B

Figura 3

Nesta questão com segmentos proporcionais em "dobro" e "metade", as respostas dos alunos "mais dois centímetros, mais um centímetro" também funcionavam e sendo assim, continuávamos sem poder concluir se os alunos utilizavam as estruturas aditivas ou as multiplicativas. Pela resposta dos grupos tudo nos indicava que eles pensavam utilizando as estruturas aditivas, mas ainda não podíamos ter certeza.

Como o conceito de semelhança envolve uma relação proporcional, não fazia sentido trabalharmos a sua construção (que os alunos possuíam intuitivamente) sem que os alunos fizessem uso das estruturas multiplicativas, sendo assim elaboramos "atividades complementares" visando a desenvolver tais estruturas.

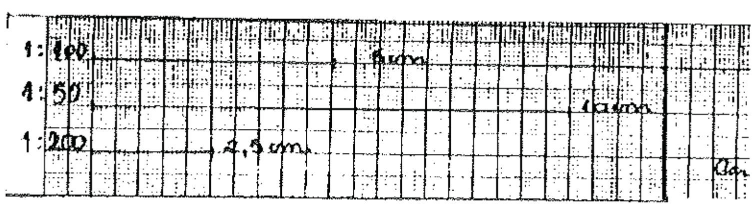
Segundo Vergnaud (1989), as atividades para estudar o desenvolvimento das estruturas multiplicativas nos alunos classificam-se em: **atividades de comparação** (que envolvem estimativas e não se preocupam com a quantificação das razões, apenas com comparações do tipo *"maior que"*, *"menor que"*, *"igual a"*) e **atividades de completar com números que estão faltando** (que envolvem proporções simples e proporções múltiplas).

Atividades destes dois tipos foram elaboradas e constituíram o *Episódio 2* de nossa pesquisa. Eis alguns exemplos:

3.4 Ampliando e reduzindo em apenas uma dimensão

Buscando trabalhar mais um aspecto do conceito de escala propomos esta atividade, entretanto, ampliando e reduzindo um segmento (largura da sala de aula da própria turma), trabalhando assim em apenas uma dimensão.

De acordo com Schliemann(1995, p.160), o desenho em escala talvez constitua uma situação que favorece a compreensão de dois aspectos importantes do modelo matemático em questão: a idéia da existência de uma relação constante entre dois pares de números (ao invés de uma diferença constante, como no caso das estruturas aditivas) e a proporcionalidade entre a dimensão do que é representado e sua representação".



Foram distribuídas folhas de papel milimetrado para cada aluno e pedimos que representassem a largura da sala (5m, aproximadamente) nas seguintes escalas: 1:50, 1:100 e 1:200 (conforme a figura 4 abaixo), indicando todos os cálculos. Após o exercício individual colamos as respostas de um mesmo grupo numa única folha e pedimos que cada grupo fizesse a(s) devida(s) correção(ões) e observasse as relações entre as diferentes representações.

Figura 4

Classificamos esta atividade da seguinte maneira:
Objetivos cognitivos: noções de escalas e frações.
Objetivo técnico: representar um segmento em escalas diferentes.
Ferramentas: papel milimetrado.
Tipo: aprendizagem de conceitos, trabalhando a medida de forma contínua
Caráter: casa (individual) e sala de aula(grupo).
Tempo: 02 aulas.

No primeiro instante os alunos não sabiam como fazer. Percebemos mais uma vez que o questionar era uma inovação na sala de aula e resolvemos, portanto, sugerir alguns caminhos, tais como: *Os cálculos, as indicações e o traçado de cada segmento estão corretos ? Como você pode comparar o tamanho de cada segmento ? Que relação existe entre o tamanho do segmento e a escala utilizada para representá-lo ?*

A dificuldade que os alunos apresentaram também estava ligada `a dificuldade em escrever suas observações que, no nosso caso, nos revelou dados que, sem ela, seria impossível de coletar, já que é difícil para um professor entrevistar 27 alunos a cada aula. Como tínhamos questões grupadas por objetivos temáticos, foi possível encontrarmos padrões que nos remeteram a esta ou aquela estrutura de pensamento. Algumas respostas:

Grupo 1: "Observamos que quando a escala diminui o tamanho aumenta, quando a escala aumenta o tamanho diminui".

↓	1:50 = 10 cm	1:50 = 10 cm	↑
↓	1:100 = 5 cm(x2)	1:100 = 5 cm(:2)	↑
	1:200 = 2,5 cm(x4)	1:200 = 2,5 cm(:4)	↑

Este grupo percebeu que, dependendo da escala utilizada o tamanho do desenho muda. A direção das setas para baixo e para cima, feitas por eles, indica a reversibilidade com que o grupo trabalhou com a operação de multiplicação e divisão. De acordo com sua justificativa pareceu-nos que os alunos não "falaram", mas indicaram (nos cálculos) as relações "dobro", "quádruplo", "metade" e "quarta parte". Isso nos leva a crer que eles perceberam, mas ainda não formalizaram.

Grupo 5: " O segmento que representa a escala 1:200 cabe 2 vezes dentro da de 1:100. O segmento da escala 1:200 cabe 4 vezes dentro da de 1:50".

Grupo 6: "A escala 1:100 cabe duas vezes na escala 1:50. A escala 1:200 cabe 4 vezes na 1:50 e 2 vezes na escala 1:100".

Grupo 7: "O segmento 1:50 é o dobro do segmento 1:100 que é o dobro do segmento da escala 1:200".

Estes três últimos grupos demonstraram fazer confusão entre a escala e o segmento que a representa, por exemplo, quando o grupo 5 diz que "cabe duas vezes <u>dentro da de 1:100</u>". Tal justificativa leva-nos a pensar que, para o grupo, pode não estar claro que o segmento é uma representação da escala. Acreditamos que uma resposta do tipo "cabe duas vezes dentro do segmento que representa a escala de 1:100" estaria mais completa.

A discussão dessa atividade foi feita em vários momentos: primeiro com o professor analisando o desenho de cada aluno individualmente. Após a análise, o professor propôs aos alunos que colassem todos os desenhos em uma única folha e em seguida fizessem as devida(s) observação(ões) e correção(ões). Novamente o professor recolheu as respostas dos grupos, fez sua análise e devolveu-as, porém trocando os trabalhos entre os grupos, para que fizessem novamente suas intervenções, desta vez no trabalho dos seus colegas. Os alunos gostaram muito e se empenharam bastante na realização destes três momentos do trabalho propostos pelo professor.

A questão seguinte fez parte do *Protocolo* elaborado com base nos exercícios para o raciocínio de frações de Gimenez (1995). De acordo com a classificação proposta por Vergnaud (1989), este é um tipo de atividade de comparação, uma vez que o aluno ao realizá-la não se preocupa em explicitar numericamente as razões, mas faz comparações do tipo maior/menor que a metade, etc.

3.5 máquinas deformadoras

A escolha desta atividade também se deu por vários motivos: trazer questões diferentes (não tradicionais) para o trabalho escolar, apresentar uma situação de aprendizagem diferente para o trabalho com semelhança e permitir um trabalho relacionando ampliação e redução de segmentos com frações.

Sua classificação foi a seguinte:

Objetivos cognitivos: estrutura multiplicativa e frações.

Objetivo técnico: --

Ferramentas: máquinas deformadoras.

Tipo: aprendizagem de conceitos e atividade aberta

Caráter: sala de aula(grupo) e casa(individual e grupo).

Tempo: 04 aulas.

Primeiramente a ficha foi deixada como dever de casa individual. Na aula seguinte foi recolhida pelo professor e após a análise da mesma confirmamos a nossa hipótese de que os alunos se apoiavam mais nas estruturas aditivas; poucos utilizavam estruturas multiplicativas.

Após a análise, selecionamos algumas das respostas para que os alunos discutissem sobre a resposta melhor e mais completa. Novamente o professor devolveu as fichas aos alunos que, agrupados para a discussão de sua resposta com a dos outros colegas foram repensando suas respostas e reescrevendo-as, quando necessário, para a correção com a turma toda na aula seguinte.

Esta ficha além de fornecer pistas sobre a não utilização pelos alunos das estruturas multiplicativas, também permitiu-nos explorar outros conceitos importantes como o de fração, comparação e equivalência de frações. Eis uma questão e algumas respostas individuais.

Questão: Estes exercícios são de máquinas deformadoras, algumas espicham algumas reduzem. As máquinas A e B reduzem o bastão de entrada. Qual das saídas dessas máquinas que reduz mais? Por quê?

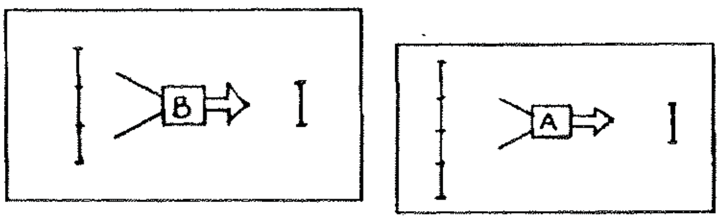


Figura 5

"A. A primeira entrou com 4 saiu com 1 e a segunda entrou com 3 e saiu com 1, logo a primeira reduz mais".

"A primeira reduz mais porque começou com um pedaço maior".

"A. Porque o seu bastão possuía 4 pedaços e a outra três, se as duas foram reduzidas em um pedaço a A reduziu mais".

De um modo geral percebemos com as respostas acima que os alunos estão começando a estabelecer alguma relação entre as grandezas (por exemplo, quando dizem de 4 para 1 ou de 3 para 1). Porém, apesar de todos os alunos terem respondido que a máquina A reduzia mais, não podemos afirmar que eles tinham clareza do porquê da redução.

Por exemplo, a explicação da última resposta não nos dá certeza se o aluno pensou: $4 - 1 = 3$, $3 - 1 = 2$ (estrutura aditiva) ou $1/4 < 1/3$ (estrutura multiplicativa). Será que o aluno respondeu a máquina A porque $3 > 2$? Com isso percebemos que, apesar da resposta correta, o problema não havia terminado.

Várias questões deste tipo foram propostas e discutidas nesta atividade, inclusive a elaboração e apresentação de novas questões pelos alunos. Mesmo com a riqueza das discussões entre alunos e professor, não poderíamos definitivamente afirmar que os alunos já trabalhavam confortavelmente com as estruturas multiplicativas, pois segundo Vergnaud (1989) essas estruturas se desenvolvem no sujeito entre 7-18 anos de idade.

A atividade proposta a seguir é, segundo a classificação de Vergnaud(1989), uma atividade de completar com números que estão faltando e sua resolução envolve proporções simples e proporções múltiplas.

3.6 completando tabelas

Classificação da atividade:
Objetivos cognitivos: estrutura multiplicativa, operações com números, frações e as diferentes representações de um número.
Ferramentas: tabelas.
Tipo: aprendizagem de conceitos, trabalhando a medida de forma contínua.
Caráter: casa(individual).
Tempo: 02 aulas

As tabelas seguintes foram deixadas como tarefa de casa (individual) para os alunos completarem. Conforme dissemos esta atividade constituiu-se como mais uma a desenvolver a utilização das estruturas multiplicativas. e, como veremos mais adiante, a maioria dos alunos justificou suas respostas utilizando tais estruturas.

O *Protocolo* das máquinas deformadoras serviu também como início de um processo de concretização do pensamento do aluno; até mesmo porque isto nos mostra que não é apenas com uma atividade que vamos admitir que ocorreu a construção daquele conceito. Sendo assim, o aluno vai se apropriando ora de uma idéia, ora de outra; até perceber o atributo relevante do conceito. Este processo não foi e não é linear, sequencial e finito. Eis a atividade:
Complete cada tabela abaixo e justifique sua resposta.

Tabela1 Tabela2
Tabela3

Entra	Sai
1	50
2	...
3	...
...	200
1,5	...
6	.....
...	175

Entra	Sai
1	70
2	140
...	210
2,5	...
...	490

Entra	Sai
2	5
4	10
6	...
1	...
...	15
...	20

Algumas respostas individuais dos alunos:
<u>Aluno 1:</u>
***Tab. 1**:* "Porque se de 1 sai 50; de 2 sai 100(o dobro); de 3, 150 sempre acrescentando ou tirando 50. A não ser 1,5 ai é 1= 50 + a metade de 50 que é 25, sai 75. 3,5 'e o mesmo tipo".
***Tab. 2**:* "É o mesmo tipo de cálculo, só muda o valor do 1 que é 70; de 2 sai 140, o dobro; no 3 acrescenta 70".
***Tab. 3**:* "É a mesma coisa. Se de 2 sai 5, de 1 tem que sair a metade, sai então 2,5; 4 é duas vezes maior que dois então é 10 e 6 é duas vezes maior que 4 então é 15".
<u>Aluno 2:</u>
***Tab.1**:* " 1x50=50 portanto, 2x50=100, 3x50=150, 200 : 50=4 e assim por diante".
***Tab.2**:* " 1x70=70 portanto, 2x70=140, 210 : 70=3, 2,5x70=210(?) e assim por diante".
***Tab.3**:* " 2x2,5=5 portanto, 4x2,5=10, 6x2,5=15, 1x2,5=2,5, 15 : 2,5=6 e assim por diante".
<u>Aluno 3:</u>
***Tab.1**:* "Cada 1 vale 50, assim multiplicamos ou dividimos conforme o desejado".
***Tab.2**:* "cada 1 vale 70, assim multiplicamos ou reduzimos conforme o desejado.
***Tab.3**:* "Cada 2 vale 5, assim multiplicamos ou reduzimos conforme o desejado".
2+2+2=5+5+5=15
5 : 2= 2,5
2+2+2+2=5+5+5+5=20".

É interessante perceber a diversidade de representações que os alunos utilizam. O aluno 3, por exemplo, percebeu que para achar o 6 era só desmembrar de 2 em 2 quantas vezes fosse necessário, pois cada 2 vale 5 (não se preocupou com o resultado de $2+2+2+2 \neq 5+5+5+5$). Aparentemente, os alunos expressaram-se utilizando a estrutura multiplicativa e o aluno 3 associou a multiplicação como uma soma de parcelas iguais.

Esta atividade de tabela, além de contribuir para o desenvolvimento da estrutura multiplicativa, também proporcionou oportunidades para trabalhar a representação de um número, o trabalho com os números racionais e as operações, pois, ao se trabalhar com as estruturas multiplicativas uma das dificuldades geralmente apresentada está ligada `a manipulação e `a representação de números racionais (Lesh, 1992).

Ao terminarmos esta sequência de atividades, obtivemos na maioria dos alunos uma resposta mais positiva, isto é, uma resposta mais próxima da que nós queríamos que eles tivessem, mas que não necessariamente estaria correta, pois não poderíamos esperar que, apenas com essas atividades, o aluno tivesse completamente desenvolvido as estruturas multiplicativas.

Dando prosseguimento à nossa pesquisa elaboramos várias atividades aonde os alunos pudessem manipular, discutir, criar e verificar a semelhança de figuras planas. Para realizar estas atividades, utilizamos o PANTÓGRAFO para fazer ampliação e redução de figuras por um ponto externo, o TANGRAM e o GEOPLANO para trabalhar com polígonos/diagonais/perímetros/áreas etc, PAPEL QUADRICULADO para fazer a ampliação e redução e figuras. A utilização desta variedade de atividades justifica-se, uma vez que acreditamos que um conceito é melhor aprendido através de uma multiplicidade de situações que dão sentido à esse conceito.

Após a realização destas artividades, retomamos ao trabalho com as plantas baixas, isto é, a sua construção nas escalas 1:50, 1:70 e 1:35. Nesse caminhar, chegamos então ao trabalho específico com o conceito de semelhança. Eis um exemplo.

3.7 afinal: semelhante ou parecido ?

A questão seguinte fez parte de um teste realizado individualmente em sala de aula durante duas aulas (1h40min). Após a aplicação, o professor recolheu-os e na aula seguinte fez uma entrevista com cada aluno para esclarecer algumas de suas respostas e depois fez a discussão e correção com a turma. Este teste de verificação constou de quatro questões de semelhança encontradas em livros didáticos de 8ª série. Com estas questões, esperávamos verificar se os alunos conseguiriam utilizar os conceitos trabalhados nos *Episódios* anteriores, isto é, transferi-los a este novo contexto.

Classificamos este *Episódio* da seguinte maneira:

Objetivo Cognitivo: conceito de figuras semelhantes e razão de semelhança.

Objetivos Técnicos: verificar se os alunos aplicaram os conhecimentos obtidos nos episódios anteriores, identificar figuras semelhantes e utilizar a razão de semelhança

Ferramenta: teste (xerocado)

Tipo: avaliação

Caráter: sala de aula (individual)

Tempo: 04 aulas

A seguir, a questão e algumas respostas.

Questão: Estes retângulos são semelhantes? Justifique sua resposta.

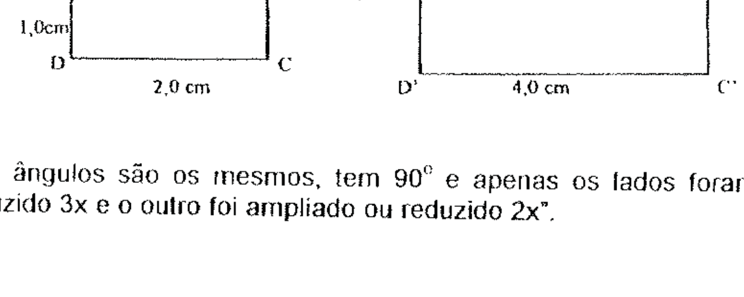


Figura 6

"Não. Porque os ângulos são os mesmos, tem 90° e apenas os lados foram alterados. Um lado foi ampliado ou reduzido 3x e o outro foi ampliado ou reduzido 2x".

"Eles não são semelhantes porque o lado AD "e de 1,0cm e o lado DC é de 2,0cm, então na segunda figura o lado AD aumentou 3 vezes, ou seja, ele foi para 3,0cm e o lado DC aumentou duas vezes, ou seja, foi para 4,0 cm então eles não aumentaram na mesma proporção".
"Não, pois suas medidas não equivalem. Por exemplo: 1,0x3=3,0 ; 2,0 x 3=6,0 enquanto foi 4,0".
"Sim. Porque os ângulos continuaram os mesmos só mudou o tamanho(2x) e os lados continuaram os mesmos só que ampliados".
"Sim. Porque aumentou numa proporção de 1. As medidas dos retângulos passaram de 1,0cm para 3,0cm e de 2,0cm para 4,0cm. Isso significa que aumentou em 2x".
"São, pois os lados aumentaram a mesma medida e na mesma proporção. Aumentou 2x, 1→3 e 2 → 4".

Como se vê, o trabalho com as estruturas multiplicativas deve ser continuado juntamente com a exploração do conceito de figuras semelhantes, pois, como pode ser observado, alguns alunos justificaram sua resposta apenas esboçando o conceito, enquanto outros perceberam a não proporcionalidade dos lados, mas justificaram utilizando um pensamento aditivo. Sendo assim, o professor não pode partir do princípio de que o seu aluno já domine o conceito; uma vez que ele pode apenas decorar e não conseguir aplicá-lo corretamente. Torna-se, portanto, necessário mais atividades, maior variedade de situações sobre o mesmo tema e mais discussão com a turma toda sobre o conceito de semelhança. Sugerimos, então, que isso aconteça da 5ª série em diante, para que o alunos abstraiam os atributos relevantes durante este período escolar. Com esta questão podemos concluir que:
Ao trabalhar com retângulos, o professor deve estar atento ao fato de que os alunos não se preocupem em verificar a congruência dos ângulos, uma vez que todos os seus ângulos são congruentes, o que não lhe permitirá verificar se o aluno percebe a natureza conjuntiva da definição de semelhança e também se o aluno já possui os atributos relevantes do conceito;
Os retângulos, apesar de aparentemente parecidos, podem não ser semelhantes. O professor deve a todo momento, explorar as diferenças entre a linguagem matemática e a linguagem corrente e reconhecer a importância desta útlima para o trabalho com os conceitos matemáticos. Na diversidade de respostas dos alunos nesta questão, surgiram expressões que enriquecerão o trabalho com semelhança e cujo significado o professor deverá trabalhar bastante, seja na linguagem corrente, seja na matemática, tais como: *"proporção, congruente, equivalentes, mudar de acordo, escalas, aumentar na mesma medida, aumentar na mesma proporção, proporcional, proporção diferente, estruturas parecidas e lados alterados, etc".*

4. Considerações finais

⇒ Quanto 'a semelhança de figuras

O ensino de semelhança de figuras vem sendo realizado sem aprofundar os aspectos nele envolvidos e sem relacioná-lo com os demais conteúdos, ou seja, as noções são apresentadas de forma comprimida com definições formais e alguns exemplos seguidos de exercícios, numa sequência que não explora a riqueza e complexidade que esse conhecimento pode propiciar. Procuramos nesta investigação construir instrumentos que envolvessem alguns aspectos contidos na noção de semelhança, aprofundando-os e na medida do possível, buscando integrá-los a outras áreas.

Na medida em que as atividades eram aplicadas, os dados eram obtidos e o professor podia analisá-los e verificar como estava se processando a estruturação do pensamento do aluno e que tipo de dificuldades ele (ou o seu grupo) estava apresentando. Quando os alunos respondiam alguma questão e não conseguíamos entender o desenvolvimento de seu raciocínio, fazíamos uma entrevista de maneira que pudéssemos compreender a elaboração de seu pensamento.

Acreditamos que um trabalho interdisciplinar, envolvendo as disciplinas de Artes, História, Geografia e Matemática é bastante possível e pode contribuir na construção de um saber menos compartimentalizado.

⇒ Quanto aos conteúdos pré-requisitos

O professor deve estar esclarecido da diferença entre a*"operação multiplicação"* e a *"estrutura multiplicativa"*. Isto porque é objetivo do ensino de matemática de 1ª 'a 4ª série do 1º grau que o aluno domine as quatro operações, e por isso, o professor de matemática, que possui uma visão de currículo estruturado de forma lógica e sequencial, parte deste pressuposto e continua este trabalho nas séries subsequentes admitindo que os conteúdos ensinados anteriormente são pré-requisitos (cumpridos e alcançados). Porém, como o pesquisador foi o próprio professor da turma no ano anterior e acompanhou-a, pode ver que este tipo de pensamento nem sempre nos ajuda a ensinar. No caso do ensino de semelhança não basta ao professor apenas acreditar que o aluno já domina a operação multiplicação, considerada um pré-requisito para a aprendizagem desse conceito;

⇒ Quanto `a linguagem:

As palavras possuem diferenças e semelhanças de significado na linguagem corrente e na linguagem matemática. Exemplificando, a palavra *semelhante* na linguagem corrente é sinônimo de *parecido* ou algo que tem a *mesma forma* mas matematicamente falando, para que duas figuras sejam semelhantes é necessário que tenham *exatamente a mesma forma*. Nessa visão, é importante também valorizar a linguagem oral e escrita do aluno. Muitas são as palavras ou expressões que podem surgir para enriquecer o trabalho com semelhança através da exploração do seu significado, dentre elas: *mudar de acordo, proporção, proporcionalmente, mesma proporção, escala, correspondentes, congruentes, dobro, ampliar, reduzir, manter, razão, vezes maior, medidas não comuns, medidas multiplicadas, ângulos conservados e lados modificados.*

Devido `a natureza conjuntiva da definição de semelhança torna-se necessário realizar um trabalho com os juntores E e OU, pois como vimos, os alunos algumas vezes se preocupavam apenas com proporcionalidade dos lados em outras apenas com a correspondência dos ângulos. Diante desta necessidade, este trabalho poderá ser articulado com o professor de **Português**, já que é importante ter clareza da distinção entre estes conectivos.

⇒ A proposta didático-pedagógica: professor x aluno(s)

Ao optarmos por esta proposta – que estava voltada para o desenvolvimento do raciocínio num processo de analisar e avaliar os diferentes caminhos escolhidos pelos alunos ou grupos ao resolver as situações propostas – o pesquisador (que foi ao mesmo tempo o professor da turma), acompanhando-a na sexta e sétima séries pode também confirmar o que dizem as teorias cognitivas do processo ensino-aprendizagem: o conhecimento não se dá por transmissão, repetição ou reforço num processo estático e desvinculado da prática social do aluno. Percebeu isso pois sabia que todo o conteúdo programático previsto para a sexta série tinha sido "cumprido" e, no entanto, pouco ficara para os alunos, uma vez que eles não tinham construído os conceitos envolvidos neste conteúdo.

Apesar da insatisfação do professor com sua prática em sala de aula nos anos anteriores esta sua "frustação" foi importante, despertando-o para a necessidade de mudar sua postura, ou seja, passar a encarar o aluno como sujeito do processo ensino-aprendizagem, reconhecendo suas limitações, despertando o seu interesse e o gosto pela matemática, respeitando sua individualidade e seus esquemas cognitivos, não priorizando apenas o objeto de ensino (conteúdo matemático). Sendo assim, para o professor esta proposta resgatou a importância da "fala" (justificativa por escrito) na construção cognitiva de um conceito, quando ele valorizava a escrita do seu aluno e, a partir dela, procurava fazer as intervenções que achava serem adequadas.

Esta mudança de postura do professor implica em reflexões profundas sobre o que é aprendizagem, qual a sua relação com o ensino e qual o papel dos conteúdos, significações e dos procedimentos de ensino no desenvolvimento das estruturas lógicas e vice-versa. A mudança de postura desafiou também o aluno para assumir a cada momento um papel questionador, ora no entrosamento com o(s) grupo(s), ora na resolução das atividades propostas, procurando apresentar-lhe a matemática como uma disciplina dinâmica, realmente útil e presente em seu dia-a-dia. As avaliações de alguns alunos transcritas abaixo sintetizam a intervenção ocorrida:

"Eu achei diferente pois o conteúdo dessa matéria é totalmente diferente do ano passado, principalmente a atividade de ampliação e redução onde no começo tive muitas dúvidas, mas acabei entendendo. A matéria de geometria permite que hajam muitas brincadeiras como tangram, etc. As aulas tem sido divertidas". **RI**

"Foi bom, as atividades em grupo pois "várias cabeças pensam melhor que uma". Algumas atividades foram fáceis e outras mais difíceis. As fáceis sempre são as mais legais. Aprendi várias coisas úteis, que eu posso utilizar em outros trabalhos. O Tangram é o melhor, pois foi uma atividade mais descontraída. As atividades me serviram para desenvolver meu raciocínio". **PR**

A "fala" dos alunos aconteceu em trabalhos individuais ou trabalhos em grupo, quando considerávamos o que o aluno falava, analisávamos e devolviamos com uma nova pergunta para que ele pudesse reelaborá-la juntamente com seu grupo: os colegas trocavam opiniões, pensavam melhor sobre a adequação ou não de uma solução, ou um colega apresentava uma solução diferente, havia reelaboração; e até mesmo quando o aluno justificava sua resposta.

Este intercâmbio levou a dois pontos importantes: incentivou as crianças a pensarem e a raciocinarem e evitou que se criasse ou reforçasse a idéia de que a matemática é difícil, incompreensível e que só se aprende pela memorização. Admitindo e reconhecendo como é difícil, mas ao mesmo tempo importante uma mudança de postura e de prática pedagógica, nos olvidamos das práticas de ensino tradicionais e buscamos, assim, romper as relações com elas, preocupando-nos com a construção do conhecimento do nosso aluno. E foi neste caminho que "**Buscando Semelhanças Encontramos Mais Do Que Meras Coincidências**".

5. Referências Bibliográficas

BAIRRAL, M.A. (1996) **Buscando Semelhanças Encontramos Mais Do Que Meras Coincidências**. Dissertação de Mestrado em Educação. Rio de Janeiro, Universidade Santa Ursula.

BROUSSEAU, G. (1996) **Os diferentes papéis do professor.** Porto Alegre, Artes Médicas.

CAMPOS, A.V. **(1990) Estruturas Cognitivas e o Ensino da Matemática.**Rio de Janeiro,Boletim GEPEM 26 (p.73-80)

CASTRO, E. (1995) **Estructuras Aritméticas Elementales y su modelización.** Bogotá, Grupo Editorial Iberoamérica.

COLL, C. (1992) **Psicologia y Curriculum.** Barcelona, Paidós.

FRANT, J. B. (1994) **Método Qualitativo.** RIMEM 002/94 MEM-USU RJ.

GIMENEZ, J. (1995) **Epistemologia dos números racionais.** Rio de Janeiro, Seminário MEM/USU (mimeo).

GONZÁLEZ, R. (coord.) (1990) **Proporcionalidad Geometrica y Semejanza.** Madrid, Sintesis.

HERSHKOWITZ, R. (1994)- Volume Especial. Boletim 32, GEPEM-RJ.

LESH, R. et alli (1992) **Rational Number, Ratio and Proportion.** In Handbook of research NCTM (p.296-333)

LINDQUIST, M.M. e SHULTE, A.P. (org) (1994). **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo, Atual.

MEIRA, L. et alli (1993) **Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife, UFPe.**

POWELL, A. e LÓPEZ, J.A.(1996) A escrita como veículo de aprendizagem da matemática: estudo de um caso. Rio de Janeiro, Boletim GEPEM (p. 9-43)

SCHWARTZ, B. (1989) **The use of a microword to improve the concept image of a function: the triple representation model curriculum.** Unpublished doctoral dissertation. Israel, Weizman Institute of Science.

VERGNAUD,G. (1989) **Multiplicative Structures.** In *Hiebert and Behr (eds) Number Concepts and Operations in Middle grades. NCTM, vol 2, p 141-161*

EM BUSCA POR LEIS DE FORMAÇÃO
A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA ÁLGEBRA POR ALUNOS DE 5ª SÉRIE.

Autor: Rosana de Oliveira
Orientadoras: Prof[as]: Janete Bolite Frant
Mônica Rabello de Castro
Instituição de Origem: Universidade Santa Úrsula -USU - RJ

1-Introdução.

Na matemática da escola de 1º grau, predomina o ensino da aritmética e da álgebra. A geometria por motivos históricos, tem sido relegada a segundo plano.

Nos primeiros anos da vida escolar o ensino está voltado, exclusivamente, para a aritmética, embora na 5ª série inicie-se o ensino de equações, os professores de matemática, respaldados pela força dos livros didáticos, acreditam que a introdução da álgebra, aconteça realmente na 7ª série. É nesta série, que introduz-se o cálculo com letras, iniciam definindo expressão algébrica, monômio, polinômio e operações algébricas. Após um longo convívio com uma aritmética "pobre" e nenhuma preocupação com a educação algébrica, é natural, que nossos alunos, mostrem estranheza ao se depararem com objetos matemáticos diferentes de números.

Os estudantes, mesmo aqueles considerados mais habilitados, acomodam-se na idéia de álgebra como manipulação técnica e não avaliam a cada passo seus procedimentos. Seguem modelos, transformando problemas simples em representações algébricas e na busca de soluções, mergulham em manipulações, sem perceber que a manipulação em si pode conduzir a erros (Arcavi - 1995).

O meu trabalho vem propor que podemos e devemos começar o aprendizado da álgebra antes da 7ª série. Como sou professora de 5ª à 8ª série, realizei este trabalho com alunos de 5ª série. O objeto matemático envolvido nesta pesquisa, foram as seqüências, que só aparecem como tópico, no 2º grau, sob a forma de PA (Progressão Aritmética) e PG (Progressão Geométrica), pude constatar que meus alunos na 5ª série são capazes de produzir resultados bastante sofisticados.

2-O Problema.

O objetivo desta pesquisa é identificar, analisar e discutir o pensamento algébrico de alunos da quinta série do primeiro grau. Especificamente, queremos observar as "marcas" que possam indicar como os alunos estão produzindo significados, enquanto o buscam um termo geral para seqüências.
Surgem então, sub questões que nortearam a investigação:
Identificar e analisar alguns tipos de atuação dos alunos ao trabalhar com conceitos que envolvam as operações aritméticas;
Identificar que tipos de representações utilizam na busca de soluções para problemas encontrados em diversos livros didáticos, envolvendo as quatro operações;
Identificar como os alunos são capazes de construir uma regra para o termo geral da seqüência numérica;
Identificar que conexões conseguem fazer entre as seqüências propostas.

Revisão Bibliográfica

Pesquisadores atuais, têm dedicado seus estudos, para detectar as possíveis causas, que tornam o ensino e a aprendizagem da álgebra um grande problema para alunos e professores. Um número significativo, de pesquisas existentes, dedicam-se a levantar os erros mais freqüentes cometidos pelos alunos.

Do meu ponto de vista, embora seja de grande importância, detectar onde reside a dificuldade do aluno, acredito que é necessário, ir além dessas constatações. Algumas propostas de mudanças curriculares, para a álgebra escolar, vêm sendo propostas com base nestes levantamentos (Bell, A 1995). Porém, estas mudanças, parecem fazer apenas, uma reorganização de conteúdos por tópicos.

Como o meu trabalho, pretende identificar, analisar e discutir o pensamento algébrico de alunos na 5ª série, essa revisão faz-se necessária, para que eu possa delimitar o meu campo de atuação.

Ao definir o que seja pensamento algébrico, isso me remeterá a fazer algumas considerações sobre álgebra, quais os seus limites.

4 - Metodologia.

4.1 - Procedimentos Metodológicos.

O trabalho de campo, foi realizado numa Escola Pública de Angra dos Reis, Rio de Janeiro e se desenvolveu da seguinte forma: o primeiro momento aconteceu nos meses de março, abril, maio e junho de 1996, com uma turma de 5ª série, formada por 35 alunos divididos grupos. As atividades propostas eram problemas simples envolvendo os diversos conceitos das operações aritméticas. O segundo momento aconteceu nos meses de agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro de 1996, com um grupo de três alunos, escolhidos aleatoriamente, onde as atividades exploravam situações problemas em busca por leis de formação. A análise do primeiro momento foi realizada através de material escrito e de gravações das falas dos alunos, e a do segundo momento além dos instrumentos já usados foi acrescentada a análise de gravações em vídeo.

As atividades foram divididas em dois episódios: episódio 1 - Sondagem de Esquemas e episódio 2 - "Em Busca por Leis de Formação".

Em "Sondagem de Esquemas" analisarei como os alunos estão trabalhando com os diversos conceitos das operações aritmética, com que flexibilidade (ou reversibilidade) estão operando.

Em Busca por Leis de Formação quero observar e analisar, especificamente o processo de produção de significados, embora o ponto de chegada seja o termo geral de uma seqüência, considero esta, apenas mais uma etapa na rede de significados que ele produz.

- Sondagem de Esquemas.

Na primeira etapa da pesquisa, o meu objetivo era identificar e analisar com que flexibilidade os alunos trabalhavam com os números. Nesta etapa pude constatar que, eles utilizavam a tentativa e erro, de forma organizada ou aleatória, alguns alunos utilizavam as operações inversas, e outros, representações pictóricas na busca de soluções para o problema dado.
Para exemplificar estas afirmações observem suas resposta ao se depararem com o seguinte problema:

Atividade 1: Em uma prateleira cabem 6 livros. Quantas prateleiras vou precisar para guardar 56 livros?

Algumas respostas:

Cálculo	***Sentença Matemática***	***Resposta***
56 6 ***2 9***	***56 : 6 = 9***	***Vai precisar de 9 prateleiras***

| | | | | | ***repetem este esquema 9 vezes e sobram 2*** | |

Vai precisar de 9 prateleiras e sobrarão 2 livros.

Os alunos não recorreram a nenhuma representação algébrica, este fato se justifica por algumas razões:

Não tiveram dificuldades para chegar a resposta; o tipo de problema é exaustivamente explorado de 1ª a 4ª série, e lá estão habituados a resolver este tipo de problema da seguinte forma; Cálculo, Sentença Matemática e resposta.

Este tipo de problema não provoca a utilização da álgebra como ferramenta.

Os alunos de 5ª série ainda não dispõe de uma familiaridade com a notação algébrica, por outro lado pesquisas mostram, que mesmo alunos do 2º grau ao se depararem com problemas como este, ou mesmo outros considerados mais complexos, optam por resolverem estes problemas "com métodos verbais" ou com simples cálculos considerados do domínio da aritmética e não da álgebra.

Pude observar que, alguns alunos não sabiam qual a "conta a ser feita", isso os fez buscar a representação pictórica para chegar a resposta do problema.

É difícil avaliar se o aluno que reproduz apenas o cálculo teve uma leitura crítica do problema ou se está apenas reproduzindo um modelo de cálculo estereotipado.

Um outro tipo de problema proposto foi:

Pensei num número, multipliquei por três e com esse resultado faço a diferença com 210. Fiquei com 156. Que número pensei?

Algumas respostas:

O número é 18. Porque 210 - 156 = 54 e 54 : 3 = 18.

O número é 18. Porque 18 x 3 = 54 e 54 + 156 = 210

Mais uma vez, nenhum dos alunos deixou de se envolver na atividade algébrica por não dominarem a notação algébrica, pude observar que todos os alunos chegavam as respostas, o que fazia com que chegassem mais ou menos rápido era a facilidade com que realizavam cálculos. O método utilizado para se chegar a resposta correta era a substituição de valores, esta substituição aconteceu de duas formas distintas: de forma aleatória, ao substituírem 10 e a resposta ser maior que a esperada, o próximo número a ser substituído seria o 15 e depois o 7 e depois o 3, estes alunos não eram capazes de observar as respostas e utilizar um critério.

Outros alunos, também substituíam valores, mas o faziam de forma organizada, portanto chegavam mais rapidamente a resposta correta.

Após esta etapa, optei pelo objeto matemático seqüências, por tratar-se de um objeto não familiar ao aluno, forçando-o assim, a buscar caminhos originais na solução das questões propostas.

4.3 - Produção de Significados

Qualquer professor, já deparou-se com aquela célebre afirmação de um aluno, que nos incomoda profundamente. Após nos esforçarmos para "transmitirmos o *nosso* conhecimento", ele responde: - Não entendi nada. E nós ficamos nos perguntando (por vezes perguntamos a ele), não entendeu o quê? Não entender nada parece muito. Esta é uma afirmação bastante incomoda, para quem pretende "transmitir conhecimento". Eu a considero de grande importância. Ela reflete um lugar que o aluno está, diante do que o professor se propôs a falar para ele. Mas o que eu entendo por essa afirmação do aluno? - "Professor, isso não quer dizer nada para mim"; ou - "Não consigo fazer relação disso com nada do que conheço"; ou ainda; - "Isso não tem nenhum significado para mim". É neste ponto que o meu trabalho se faz importante.

Quando me coloco numa posição de "transmitir conhecimento" para o aluno, esta postura traduz que pretendo falar de um objeto sob a minha perspectiva, sob o meu conhecimento. A afirmação do aluno denuncia, que o lugar que ele está, não é o mesmo que o meu. O que acontece na prática, respaldados por teorias cognitivas, é que o professor investe-se da tarefa de tirá-lo daquele lugar (julgado não ideal) para trazê-lo para o seu lugar, o do professor (julgado o ideal). Em outras palavras, a escola considera que o conhecimento institucional;izado é legítimo enquanto o conhecimento do aluno não.

Os modelos cognitivos existentes, não se preocupam em saber o lugar em que o aluno está. Propõem de maneira diversas, caminhos que os levem para o lugar ideal. O Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), traz uma perspectiva diferente, admite que o lugar do aluno não é o mesmo da escola (professor), porém, ambos são considerados legítimos e portanto precisamos saber onde o aluno está, que *significados produz*, para *textos* que a escola lhe oferece.

O Modelo Teórico dos Campos Semânticos, define conhecimento da seguinte forma:

"Conhecimento é entendido como uma **crença** - algo que o sujeito acredita e expressa, e que caracteriza-se portanto como uma **afirmação** - junto com que o sujeito considera ser uma **justificação** para sua **crença-afirmação**" (Lins - 1993).

Esta concepção me permite fazer a seguinte interpretação da situação a seguir. Um aluno de 5ª série e um professor de matemática ao serem questionados sobre qual o próximo termo da seqüência 6,9,12,15..., ambos acreditam e afirmam ser 18. Porém se peço para justificarem suas crenças-afirmações, o aluno justifica, dizendo que a seqüência caminha de 3 em 3 logo o próximo termo é, 15 mais 3 igual a 18, e o professor justifica dizendo que, como o termo geral da seqüência é 3n +3, onde n é a posição dada, como o próximo termo é o 5º, então 3 vezes 5, 15, mais 3 igual a 18. Enquanto o aluno apoia-se no que está "vendo", nas relações ali estabelecidas, o professor estabelece uma regra geral para encontrar qualquer termo da seqüência. Os dois, possuem conhecimentos diferentes, porque apesar de partilharem da mesma crença, utilizaram justificações diferentes.

Dito de uma outra forma o conhecimento é o par ordenado (crença-afirmação, justificações), para diferentes justificações teremos diferentes conhecimentos.

É importante ressaltar que segundo este modelo:

"conhecimento é algo do domínio da *enunciação* - e que *todo conhecimento tem um sujeito* - e não do domínio do *enunciado*, podemos também expressar esse fato dizendo que conhecimento é do domínio da *fala*, e não do texto. Deste ponto de vista, a Matemática é um *texto* e não *conhecimento*, tem-se *conhecimento* apenas na medida em que as pessoas se dispõem a *enunciar* este *texto*. A um *conhecimento* que *fala* deste *texto* - a Matemática - chamaremos, naturalmente de *conhecimento matemático*."(Lins, 1994).

Outra noção central do MTCS é a de significado, sobre isso Lins afirma que "significado é a relação entre as coisas que acreditamos e as razões que temos para acreditar nelas" (Lins, 1994). É na relação entre abcissa e ordenada que a produção de significados se estabelece.

Considerarei que o aluno está envolvido numa atividade algébrica se ele está envolvido em um processo de produção de significados para álgebra (Lins - Gimenez, 1997). Nesse processo são identificados, no interior do diálogo, alguns *núcleos* - objetos de acordo, que são afirmações, entre os *interlocutores*[20] que o sujeito não sente necessidade de justificá-las

Tomando como referência o exemplo anterior, em que o aluno justifica o próximo termo como sendo 15 + 3 = 18, ao ser perguntado sobre qual seria o 100º termo da seqüência, ele afirma que só poderá encontrá-lo se for "caminhando" de 3 em 3, ou seja, ele precisa calcular termo a termo para descobrir o 100º termo, neste caso diremos que este aluno atua no campo Termo Seguinte, enquanto o professor calcula 3 vezes 100 mais 3 e encontra o 100º termo que é 303, diremos que o professor atua no campo Termo geral. A atividade de produzir significado em relação a um núcleo, é denominado de Campo Semântico.

Nosso trabalho é uma leitura sobre o MTCS. Cria uma tipologia de núcleos para analisar a produção de significados para seqüências.

- Tipologia

A minha análise será em como os alunos constróem uma rede de significados enquanto buscam um termo geral para seqüências, não estarei preocupada se eles chegam ou não ao termo geral esperado[21], chegar ou não ao termo geral de uma seqüência é apenas mais uma etapa nessa rede de significados que ele produz.

A minha procura será pelas marcas que possam indicar que os alunos estão produzindo significados para seqüências, envolvidos numa atividade algébrica, porém essa procura não será aleatória e levará em conta algumas premissas.

Acredito que a construção do conhecimento não se processa de forma linear, discordando daqueles que acreditam que o conhecimento se constrói através de "estágios" seqüenciais. A minha conjectura e que pretendo mostrar através deste trabalho, é que os alunos ao buscarem o termo geral para uma seqüência, percorrem caminhos não lineares. Dependendo da seqüência proposta, eles atuavam em alguns campos, e quando foram propostas novas seqüências, eles retomavam ou não, esses campos, não necessariamente na mesma ordem. O que aconteceu foi um passeio entre os campos. Esta tipologia foi criada para analisar estes passeios e seus campos de atuação.

É importante observar que o nosso olhar estará dirigido para dois focos distintos: um deles estará voltado para a análise da relação entre uma crença e sua respectiva justificação, o outro para a relação dinâmica que se estabelece entre crenças e justificações, no calor do debate. Em ambos os casos o interesse estará voltado para a produção de significados.

Para análise do primeiro foco estabeleço quatro campos pelos quais os alunos transitam na busca do termo geral de uma seqüência.

20 "Podemos entender, assim, que interlocutores não são pessoas, indivíduos, mas precisamente modos de produzir significado - campos semânticos."(Lins - 1994)

21 Baldino ,1995, Campo Semântico Preferencial - o campo em que o professor opera.

Termo seguinte.

Neste campo o aluno identificava a relação que se estabeleceu entre os termos dados, identificava o próximo termo, enunciando através da fala e da escrita o próximo termo e enunciando através da fala e da escrita qual a razão da seqüência. Era capaz também de escrever a seqüência termo por termo em busca de uma posição pedida.

Relação entre posição e o termo.

Neste campo o aluno buscava relações entre os termos e suas respectivas posições, precisava visualizar o termo pedido da seqüência para criar relações, usava algumas relações (que se tornaram crenças) que estabelecidas anteriormente, como ponto de partida para descoberta de novas relações.

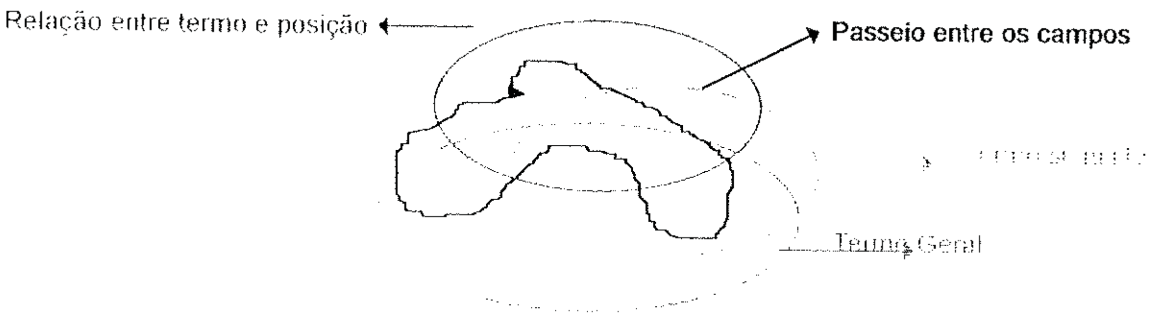
Termo geral.

O aluno enunciava através da fala a regra, verificando seu funcionamento, convencia-se que ela funcionava para todos (esse convencimento vinha a partir de algumas tentativas bem sucedidas).Utilizava esta regra para encontrar qualquer termo e enunciava através da escrita.

Isomorfismo de estrutura

Quando o aluno conseguia identificar num problema isomorfo o tipo de estrutura de uma outra seqüência, ele estabelecia relações entre as estruturas isomorfas, em busca do termo geral de uma seqüência.

Esquema que indica como acontece a relação entre os campos.



Para análise do segundo foco, estabeleço quatro modelo que indicam como acontece essa relação entre crenças e justificativas.

No **Modelo A (crenças diferentes, justificações diferentes)-** o aluno enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, na relação com seus interlocutores, ambos são abandonados, e uma nova crença é enunciada com uma nova justificativa.

Modelo A

(A1 , J1)
(A2 , J2)
(A3 , J3)

No **modelo B (crenças iguais, justificações diferentes)-**, o aluno para uma mesma crença utiliza justificativas diferentes, ele enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, se não há acordo seus interlocutores, para uma mesma crença ele busca uma nova justificativa, nesse processo ele pode voltar a usar justificativas anteriores.[22]

No nosso caso este modelo se aplicará por vezes ao próprio aluno, por vezes a alunos distintos, como o processo é dinâmico, ele aconteceu no diálogo, as crenças e justificativas foram enunciadas pelos alunos, ou pelo professor.

[22] Este modelo Lins, 1994 utiliza em seu exemplo clássico para distinguir o conhecimento de uma criança do conhecimento de um matemático

Modelo B

(A1 , J1)
(A1 , J2)
(A1 , J3)

O modelo **C, (crenças diferentes, justificações iguais)**- o aluno diante de novas crenças, utiliza a mesma justificativa, enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, se não há acordo entre seus interlocutores, ele enuncia uma nova crença e utiliza a mesma justificativa.

Modelo C

(A1 , J1)
(A2 , J1)
(A3 , J1)

No **modelo D, (justificações transformam-se em crenças)**- o aluno parte de uma crença (A), e enuncia sua justifica (J1) , num outro momento utiliza essa justificativa (J1) como uma nova crença (J1), e enuncia a justifica (J2), J2 passa a ser uma nova crença e enuncia a justificativa (J3) e assim por diante.

Numa primeira análise esse modelo se evidencia nas relações que se estabelecem entre seqüências distintas.

Modelo D

(A1 , J1)
(J1 , J2)
(J2 , J3)

No capítulo em que analisaremos as falas dos alunos, durante o processo de produção de significados para seqüências, a tipologia e os modelos baseados no MTCS ficarão mais claros.

Bibliografia:

BELL, A . **Purpose in school álgebra**. The Journal of Mathematical. ICME - 7: Behavior. Davis, B. R., 1995. Volume 14, number.

CAXFORD, A . F. e SHULTE, A . P. **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1994.

LINS, R. **O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico**. Blumenal : Revista Dynamis, 1994.

LINS, R.C. e GIMENEZ,J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI:** Perspectivas em Educação Matemática. Campinas - SP: Papirus, 1997.

MEIRA, L. **Atividade Algébrica e produção de significados em matemática: Um estudo de caso:** Tópicos em Psicologia Cognitiva. Recife : Editora Universitária da UFPE, 1996. Pag 170.

SFARD, A. The **Development of Álgebra: Confronting Historical and Psychological Perspectives:** The Journal of Mathematical. ICME - 7: Behavior. Davis, B. R., 1995. Volume 14, number.

UMA EXPERIÊNCIA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARES EDUCATIVOS

José Eduardo Ferreira da Silva
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzk.
Instituição: Colégio de Aplicação da Universidae Federal de Juiz de Fora

1 - Introdução

O desenvolvimento de meios voláteis para computadores (*softwares*), que tenham por objetivo capacitar este agente computacional no desempenho de tarefas específicas, pressupõe não só uma análise detalhada da realidade na qual o mesmo deverá ser inserido, como também um período intenso de testes antes que estes *softwares* sejam considerados aptos a assumirem suas tarefas futuras. Dentre as finalidades de tais testes, destacam-se o bom funcionamento, implícito às exigências de controle interno da máquina, e possíveis reestruturações antes que o meio volátil seja inserido na realidade. Ressalte-se que tais reestruturações não se limitam, exclusivamente, à aquisição e acomodação de equipamentos, mas também àquelas a respeito da estrutura organizacional, que emergem a partir da análise lógica, a qual, esta mesma estrutura, é submetida durante a elaboração do *software*.

Portanto, tais pontos não devem também ser negligenciados quando o assunto refere-se à introdução do computador no contexto escolar, principalmente se o propósito diz respeito ao processo de ensino-aprendizagem, onde é possível pensar no computador como um agente de transformação do processo educativo (Silva&Wodewotzky, 1996).

Logo, o objetivo deste trabalho é apresentar não só o desenvolvimento, mas também alguns resultados de uma pesquisa cujo foco de interesse é a elaboração de softwares que, a partir da realidade de nossas Escola Públicas, possam auxiliar o processo de ensino-aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico em crianças na fase de alfabetização.

Tendo como principais pressupostos a orientação construtivista para a prática educativa e a realidade da sala de aula, o desenvolvimento do trabalho se dá a partir de três procedimentos básicos:

i) análise da orientação que é fornecida ao professor para a sua prática letiva, através de livros-textos, manuais e obras afins; análise dos pressupostos teóricos de Jean Piaget a respeito da construção do número pela criança; e análise dos pressupostos de ordem matemática, que buscam legitimar tal conhecimento;

ii) desenvolvimento de atividades-protótipos, a partir dos resultados obtidos no item anterior, assim como a aplicação sistemática destas atividades computadorizadas em uma classe de alunos em processo de alfabetização;

iii) reformulações e complementações dos softwares, sugeridas a partir do desenvolvimento e das aplicações anteriores.

2 - Considerações teóricas

Como foi visto anteriormente, o desenvolvimento dos protótipos apoiou-se nos seguintes aspectos: orientação para a prática do professor, pressupostos teóricos de ordem psicológica e pressupostos matemáticos a respeito do conceito de número inteiro natural.

Quanto às orientações práticas que vêm sendo fornecidas aos professores — através de livros-textos, manuais e obras afins — destaca-se a aproximação do formato das atividades propostas por estes materiais didáticos com aquelas que se utilizam de materiais concretos como, por exemplo, o Caderno de Atividades Matemáticas para o Ciclo Básico (SEESP, 1993) e sua adequação ao uso do material Montessori. Observe-se que esta busca por uma certa proximidade entre o formato das atividades computacionais e o material atualmente disponível ao professor, tem por objetivo dotar o computador de um maior poder de penetração no processo de ensino-aprendizagem.

O segundo aspecto considerado diz respeito ao levantamento, de acordo com o modelo teórico piagetiano, das possibilidades e limitações cognitivas no que se refere à construção do conceito de número pela criança.

Neste estudo, através do qual verificou-se que o número, expressão maior do processo de contagem, consiste, em um primeiro plano, de uma interação entre o sujeito e o objeto, que ocorre no interior do sujeito, as principais questões discutidas são:

i) De que modo tal conceito se constitui ?

O número se constitui, quando os elementos de uma determinada coleção de objetos são concebidos não mais como equivalentes ou não-eqüivalentes, mas, como sendo, simultaneamente, equivalentes e não-eqüivalentes.(Piaget&Szeminska, 1975)

ii) Quando tal conceito se estabelece?

Ele se estabelece no momento em que a criança é capaz de demonstrar, através de suas ações, a aquisição das seguintes propriedades: conservação e transitividade. Observe-se que a aquisição destas propriedades ocorre, na criança, por volta dos sete aos oito anos. (Piaget&Szeminska, 1975; Piaget, 1971*; 1983)

iii) Quais são, portanto, as principais conseqüências da aquisição destas propriedades no pensamento infantil?

O pensamento da criança torna-se lógico, ou seja, é capaz de estender uma ação ao interiorizá-la. Isto significa que as operações de classificação e seriação, que engendram o número, fecham-se sobre si mesmas. Em outras palavras, suas transformações internas não excedem as fronteiras do sistema e não recorrem, para serem efetuadas, a qualquer elemento exterior a ela. (Piaget, 1971; 1976; 1983).

Entretanto, este avanço cognitivo, que caracteriza o início do primeiro nível das operações concretas, possui possibilidades e limitações, tais como:

- estas operações, apesar de sempre estarem ligadas à ação, se estendem às expressões que as acompanham;
- as composições mentais só se efetuam a partir de aproximações sucessivas. Em outras palavras, aquilo que permanece imutável no pensamento, não pode ser dissociado do conteúdo;
- a elaboração dos números só se efetua por uma aritmetização progressiva, isto é: 1 - 7, 8 - 15, etc...

Estabelecido o quadro cognitivo, o último aspecto foi procurar uma confluência destas características com as considerações matemáticas pertinentes à seqüência dos números inteiros naturais.

Porém, se por um lado esta junção permitiu ao pesquisador dar início ao desenvolvimento das atividades computadorizadas, por outro, esta confluência acabou, em função dos resultados obtidos, mostrando-se insuficiente. A principal razão desta insuficiência foi que, na tentativa balizar os desenvolvimentos a partir da matemática, as atividades resultantes, invariavelmente, acabavam por impor às crianças o raciocínio por hipótese.

Desta forma, a solução foi substituir a axiomática por uma análise de dados históricos referentes ao sistema de numeração hindu-arábico.(Menninger, 1970, Ifrah, 1991, Eves, 1995; Karpinsk, 1925 e Boyer, 1974). Observe-se que esta análise, além de fornecer o necessário suporte ao desenvolvimento de atividades compatíveis às possibilidades cognitivas da criança, permitiu também que se mantivesse uma proximidade aos princípios da aritmética enunciados, em 1889, por Giuseppe Peano [1858-1932]. (Peano in Heijnort, 1971).

Neste contexto, as características do sistema hindu-arábico que se destacaram, foram:

- seus signos, os algarismos, que são: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0,
- o primeiro signo, representante da unidade, que é o 1;
- o subseqüente signo 2, que é determinado pela iteração do 1 com a unidade, isto é, $2 = 1 + 1$;
- o signo 3, subseqüente ao 2, que é determinado pela iteração de 2 com a unidade, assim como, $4 = 3 + 1$, $5 = 4 + 1$, $6 = 5 + 1$, $7 = 6 + 1$, $8 = 7 + 1$ e $9 = 8 + 1$;
- 0 representa a ausência de unidades;
- para indicar as quantidades subseqüentes ao 9, arruma-se os algarismos segundo as noções de agrupamento e categoria.

3 - Desenvolvimento e aplicação dos softwares

Para o desenvolvimento dos programas, o passo inicial foi estabelecer, a partir da equilibração das estruturas cognitivas (Piaget, 1976), a maneira pela qual as atividades deveriam ser organizadas, de modo a atender, simultaneamente, os aspectos de ensino e aprendizagem.

Deste estudo, dois foram os principais resultados obtidos. A necessidade de acondicionar as atividades em três grupos de objetivos distintos – o primeiro, para as quantidades menores que dez; o segundo, como moderador de ações não compensadas e; o terceiro, para a representação das quantidades maiores que nove – e, por conseguinte, a necessidade de reduzir, em função do trabalho de programação, a abrangência deste processo investigativo ao primeiro dos três grupos.

Assim, desenvolvidas as atividades referentes ao grupo de interesse, teve início o processo de aplicação. Ressalte-se que os softwares, ao serem desenvolvidos no sentido de garantir ao sujeito ações específicas de classificação e seriação, apresentam como principal objetivo estabelecer condições favoráveis para uma associação dos signos numéricos aos seus aspectos cardinal e ordinal.

Enquanto no desenvolvimento dos softwares o sujeito é visto sob uma ótica individual, na prática, isto é, nas aplicações destas atividades em sala de aula, isto só se verifica parcialmente. Sendo esta a orientação para o estabelecimento da estratégia metodológica, a questão é: como viabilizar a intervenção do pesquisador em sala de aula?

Após a análise de algumas das possíveis soluções para esta questão, a opção foi acrescentar ao trabalho o objetivo secundário de avaliar as atividades enquanto instrumento para o ensino remedial (Baldino, 1993) na alfabetização numérica.

Entretanto, como acrescentar este objetivo de ação era incorrer no risco de perder de vista o objetivo de conhecimento do trabalho, o passo seguinte foi fixar condições que permitissem uma avaliação efetiva das atividades computadorizadas.

Tendo em vista que estabelecer um valor educativo aos softwares é verificar, através das reações espontâneas da criança em suas interações com computador, se estas atividades possibilitam um ambiente favorável a reações de crenças desencadeadas, logo a solução encontrada foi a utilização da videografia durante as aplicações. Ressalte-se que, de acordo com Meira (s/d), além da filmagem em vídeo possibilitar a captura de múltiplas pistas visuais e auditivas, o vídeo é menos sujeito ao viés do observador porque registra informações em maior densidade.

Trata-se, portanto, de uma estratégia metodológica alternativa, a qual é constituída por uma confluência de procedimentos da pesquisa-ação (Thiollent, 1994) e procedimentos do método clínico piagetiano (Macedo, 1994). Com efeito, pois baseia-se na pesquisa-ação por estar o processo de aplicação condicionado a uma fase anterior de observação participante, e, também, no método clínico por estar a avaliação dos softwares condicionada às reações espontâneas da criança[23].

Finalmente, quanto ao processo de aplicação temos:

- os sujeitos da pesquisa foram crianças de uma Escola Pública da cidade de Rio Claro (Escola A) que, apesar de formarem uma turma de CB-2 ou 2ª série primária, não estavam alfabetizados;
- durante dois meses e duas vezes por semana, as atividades foram aplicadas em sessões de, aproximadamente, duas horas;
- para as sessões de aplicação, como não existia um laboratório de informática na Escola A, foi utilizado o laboratório de informática do Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computacional (Unesp/Rio Claro);

4 - Resultados

No que diz respeito aos softwares, o resultado deste trabalho é um sistema cujo objetivo é, basicamente, o seguinte: fornecer um ambiente que propicie não só a alfabetização escrita dos algarismos hindu-arábico, mas também que possibilite à criança estabelecer, como aponta Meneguetti (1995), o necessário vínculo entre cada um desses signos e seus aspectos cardinal e ordinal. Observe-se

[23] Entrevista clínica em ação foi a denominação sugerida, pelo Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino, para esta estratégia metodológica.

que o sistema, por ser composto de sete programas básicos subdividos em níveis, é capaz de fornecer ao professor um total de 27 atividades diferenciadas.

Assim, passemos a descrição de um destes programas e, a seguir, da descrição de três de suas atividades.

Trata-se de um pequeno cursor, inicialmente, localizado no centro da tela, que através das quatro setas disponíveis no teclado pode ser deslocado para cima, para baixo, para esquerda ou para a direita. Com duas variações, uma em que o cursor é um círculo e a outra em que o cursor é um quadrado, sua principal característica é, em ambos os casos, a possibilidade de fixação, através da tecla **<BARRA de ESPAÇO>**, da imagem do cursor em qualquer ponto da tela.

Quanto 'as atividades propostas, a partir das variações no formato do cursor deste programa, temos:

ATIVIDADE 1: reprodução, na tela do computador, de padrões similares aos padrões pitágoricos para as quantidades menores que dez (Vide figura 1). Trata-se, portanto, de uma atividade de classificação.

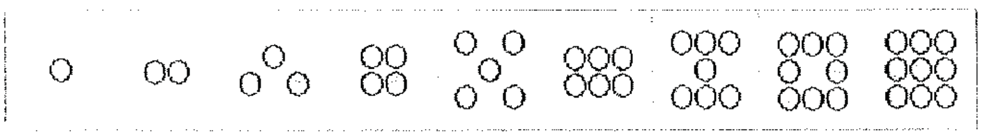


Figura 1: estes padrões, como os demais, foram fornecidos pelo pesquisador em folhas impressas.

ATIVIDADE 2: reprodução de padrões similares aos representantes dos algarismos hindu-arábicos. Além de uma atividade de classificação, é também uma atividade de alfabetização da escrita. (Vide figura 2).

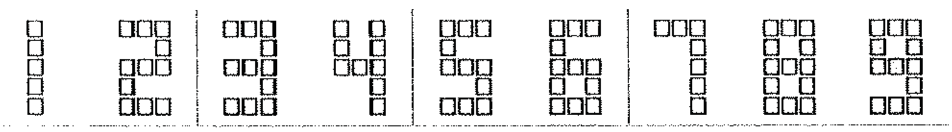


Figura 2

ATIVIDADE 3: reprodução ordenada dos algarismos e seus respectivos padrões pitagóricos. É, portanto, uma atividade de classificação e seriação. (Vide figura 3).

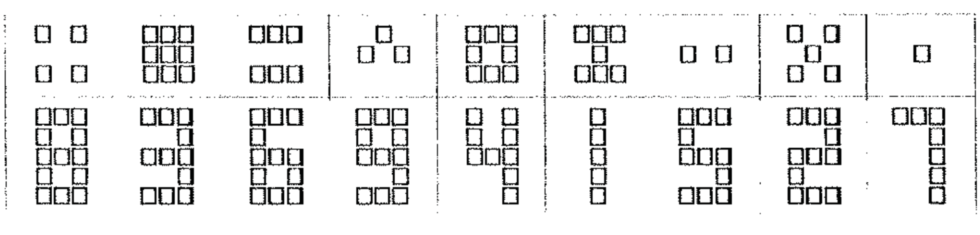


Figura 3: a criança, ao reproduzir este padrões na tela do computador, deverá não só ordena-los, como também estabelecer uma associação correta.

Finalmente, não obstante a flexibilidade oferecida pelo programa, há de se considerar que as atividades apresentadas, além de necessitarem de complementações, constituem-se complementos de outras atividades do sistema. Portanto, suas aplicações não só dependem de algumas atividades, como também devem ser entremeadas por outras.

5 - Considerações à prática

Dentre as considerações de ordem prática, destacam-se:

- a utilização do sistema pressupõe que o educando tenha alcançado a conservação de quantidades. Assim, mesmo considerando que algumas das atividades demonstraram-se capazes de identificar a ausência desta estrutura, elas, por si só, não garantem o preenchimento desta lacuna[24]. Desta forma, torna-se desaconselhável, do ponto de vista teórico, a aplicação destas atividades em crianças cuja média de idade seja inferior aos 7 anos;
- tendo em vista que a capacidade de inferência lógica do computador foi, efetivamente, utilizada no desenvolvimento das atividades, a aplicação das mesmas sem este recurso poderá inviabilizar o processo;
- as atividades, apesar de não estarem estruturadas como jogos, contêm em si componentes do conceito piagetiano de jogos (Piaget, 1975). Portanto, não reforçar estas características é abrir mão de um forte agente motivador;

> Nas ciências, (...), o conhecimento justifica-se principalmente por sua função aplicada ou instrumental. (...) Mas tudo isso é muito abstrato e, por vezes, aborrecido para a criança. Poder pensar e tratar as coisas como um jogo, como algo lúdico ou autotélico, faz muito mais sentido para ela. (Macedo,1995).

- a proposta não deve ser considerada um conjunto fechado, isto é, sua atividades podem ser complementadas e/ou substituídas (Piaget, 1970), se assim exigir o processo de ensino-aprendizagem;
- finalmente, apesar do trabalho em grupo ser um pressuposto das aplicações, por limitações de ordem física, cada agente computacional não deverá dar suporte a mais de dois alunos.

6 - Bibliografia

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas. Atividades Matemáticas; ciclo básico. Sãp Paulo: SE/CENP, 1993.

BALDINO.R.R. Ensino Remedial em Recuperação Paralela. Seminário de Matemática e Educação Matemática. Ano IV, n. 145 - 1993.

BOYER, C. B.. História da matemática. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974, 488p.

EVES, H. Introdução à história da Matemática. Campinas: Editora da Unicamp, 1995, 842 p.

PEANO,G. The principles of arithmetic, presented by a new method. In: HEIJNORT,J.V. From Frege to Gödel [S.I.]. Harvard University Press, 1971, p. 83-97.

Erro! A fonte da referência não foi encontrada. IFRAH, G. OS NÚMEROS: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Editora Globo, 1991, 367p.

KAMII. C. A criança e o número. Campinas, Papirus, 1984, 124p.

KARPINSKI, L. C. The history of arithmetic. Chicago: Rand Mçnally & Company,1925, 199p.

MACEDO, L. Ensaios Construtivistas. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

________, L. Os jogos e sua importância na Escola. São Paulo: Cadernos de Pesquisa , n.93, p.5-10, maio 1995.

MEIRA, L. Análise micro genética e videografia: Ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva. Pemambuco: UFV, [s.d.]

MENEGHETTI, R.C.G. Sobre a transposição didática dos Cardinais e Ordinais. Rio Claro : Unesp, 1995. Dissertação de Mestrado.

[24]Para o caso de crianças em fase pré-operatória sugere-se Kamii (1984).

MENNINGER, K. Number Words and Number Symbols: A Cultural History of Numbers. London: The M.I.T. Press, 1970, 480p.
PIAGET, J. & SZEMINSKA, A. A gênese do número na criança. Rio de Janeiro: Zahar, 1975, 331p.
PIAGET, J. Ensaio de lógica operatória. São Paulo: EDUSP, 1976, 394p.
________. O estruturalismo. São Paulo: Saber Atual, 1970,
________. Psicologia da Inteligência. Rio de Janeiro: Zahar, 1983, 180p.
________. Formação do símbolo na criança: imitação, jogo, sonho, imagem e representação. Rio de Janeiro: Zahar, 1975, 367p.
________. A equilibraç
desenvolvimento. Rio de Janeiro, Zahar, 1976.
________. at all. La enseñanza de las matematicas. Madrid: Aguilar, 1971, 181p.
________. A epistemologia genética. Petrópolis: Vozes, 1971*.
SILVA, J.E.F e WODEWOTZKI, M.L.L. Auxilio de Microcomputador na aprendizagem de Progressões Aritméticas. Anais do IV EPEM, p. 68 -74, Jan. 1996.
Erro! A fonte da referência não foi encontrada. THIOLLENT, M. Metodologia da pesquisa ação. São Paulo: Cortez, 1994.

GEOMETRIA DE SUPERFÍCIES PLANAS E SUA APRENDIZAGEM EM AMBIENTE COMPUTACIONAL

Afonso Henriques[1]
Orientadora: Maria Lúcia L. Wodewotzki
Instituição: UNESP/Rio Claro

1. Introdução

O processo de ensino/aprendizagem que envolve aluno, professor e o saber Matemático, é hoje reconhecido como um dos principais assuntos de investigação na área de Educação Matemática, pois verificam-se vários problemas nesse sentido em quase todo o território nacional e possivelmente no exterior. Alguns deles podemos verificar nas dificuldades que a maioria dos alunos tem de aprender conceitos Matemáticos e mesmo não consegue perceber para que serve o que aprende. Assim cada vez mais o ensino se distancia da realidade.

O que ocorre no ensino tradicional é uma preocupação do professor em cumprir um currículo de Matemática que privilegia o uso de fórmulas e de regras. De um modo geral, as atividades desenvolvidas em sala de aula não contemplam os conhecimentos adquiridos pelos alunos na sua vivência, ocasionando a perda de autoconfiança em sua intuição matemática, desencorajando-os a apreciar e perceber as contribuições que o conhecimento matemático tem na formação da sua cidadania. Como se refere Sidericoudes, [**1993**].

> ... *de que adianta um aluno memorizar o Teorema de Pitágoras se não tem consciência do que fazer com essa informação na resolução de problemas da vida real que envolve cálculo de distância entre objetos*

O professor precisa alterar este quadro modificando sua postura e sua proposta pedagógica, optando por práticas educativas numa perspectiva transformadora. O computador pode ser uma alternativa. Segundo Valente [**1993**]:

> *Os computadores podem ser usados para ensinar. A quantidade de programas educacionais e as diferentes modalidades de uso de computador mostram que esta tecnologia pode ser bastante útil no processo de ensino/aprendizado. E mais: para a implantação do computador na educação, são necessários quatro ingredientes, o computador, o software educativo, o professor capacitado para usar o computador como meio educacional e o aluno. O software é um ingrediente importante quanto os outros, pois, sem ele, o computador jamais poderia ser utilizado na educação.*

No presente trabalho preocupou-se com a postura do aluno diante de uma situação geométrica.

Ressalta-se que, existe uma ligação forte da **Geometria** com as demais áreas de Matemática e também com o mundo que nos rodeia. No entanto, observa-se que seus conteúdos não são abordados com muita ênfase nos diferentes níveis de ensino, o que compromete no saber geométrico dos alunos, Bellemain e Capponi [**1992**] sugerem um modelo de ensino construtivista no qual para resolver problemas os alunos:

de um lado, podem utilizar os conhecimentos anteriores para resolvê-los;

de outro, são confrontados com obstáculos que os conduzem a construção de novos conhecimentos.

[1] Mestrando em Educação Matemática - Unesp/Rio Claro

2. Objetivo

O objetivo geral onde este trabalho está incluso[25] é especificação de metodologia para ensino/aprendizagem da Geometria Métrica em ambiente computacional Cabri-Géomètre. Essa metodologia baseia-se nas realizações em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise seqüencial das atividades de ensino.

Basicamente, em toda pesquisa em geometria a apreensão perceptiva é fundamental para se entender a dificuldade do aluno. Noirfalise [**1992**], realizou uma pesquisa sobre as relações que os alunos têm com os exercícios propostos e estabeleceu posições nas quais os alunos trabalham, nomeadamente P_1 e P_2 onde:

P_1: A figura já construída e o aluno apenas lê o resultado sobre o seu contorno. O "objeto" figura dado sobre uma folha de papel é um objeto real sobre o qual trabalha o aluno.

P_2: Quando uma experiência é repetida muitas vezes e o aluno percebe a regularidade do resultado, este é admitido e pode ser usado, ou seja, ele não precisa mais reproduzir a experiência para saber as propriedades envolvidas.

> *Interessante notar que a classificação de Noirfalise nos dá um retorno à História da Matemática, pois primeiramente trabalhou-se com fatos isolado* (P_1) *para depois trabalhar com a regularidade dos resultados* (P_2). *Mas a história vai além, e chega a um ponto em que os matemáticos sentem a necessidade de demonstrar a validade desses resultados, o que Noirfalise inclui na posição* P_2 , [Sangiacomo, **1996**].

Comparando a classificação de Noirfalise com as idéias de Piaget [Furth, **1974**], observa-se que o aluno que trabalha na posição P_1 , é aquele que utiliza apenas o aspecto figurativo do conhecimento. Por outro lado, o aluno que trabalha na posição P_2 , é aquele que já consegue utilizar o aspecto operatório desse conhecimento. Também de relevância o papel do micromundo, neste caso o software Cabri-Géomètre.

A proposta deste estudo é então, discutir a Geometria de Superfícies Planas ligada às idéias construtivistas de resolução de problemas sugeridas por Bellemain e Capponi. Assim trabalhar as apreensões perceptivas e operatórias de diferentes situações nessa geometria.

3. A apreensão perceptiva das formas e interpretação dos desenhos de uma situação Geométrica

3.1 O papel do desenho

O *desenho* concretamente traçado é uma representação no mundo sensível de um objeto ideal que o matemático chama *figura*, que intervém nos raciocínios, e que pertence ao mundo matemático.

Para N. Balacheff [**1992**], uma figura corresponde à significação associada a um desenho.

Segundo R. Duval [**1988**], a passagem do desenho à figura e a realização de noções geométricas, se apoiam sobre diferentes formas de apreensão dos desenhos: *as apreensões perceptiva, operatória e seqüencial*. Para ele,

> *A resolução de problemas de geometria e a familiarização com a forma de raciocínio que essa resolução exige, depende da tomada de consciência da distinção ou mesmo da oposição entre as três primeiras formas de apreensão (perceptiva, operatória e discursiva) das figuras.*

Nos últimos anos vários trabalhos de pesquisadores brasileiros em Educação Matemática têm discutido o papel da geometria no contexto da aprendizagem Matemática entre eles, Lorenzato [**1995**], Pavanelo [**1993**], Peres [**1991**]. E é possível enfatizar que os conteúdos dos discursos matemáticos dependem das exigências das quais são baseadas, e que variam segundo as comunidades produtoras

[25] Projeto de pesquisa para dissertação de Mestrado do autor deste texto.

do saber matemático, como também da disponibilidade, que essas comunidades têm, das ferramentas matemáticas para a descrição e validação desse saber. Essas considerações foram tomadas por Parzaysz **[1988]** e Laborde **[1990]**, quando dizem que uma *cultura geométrica* é também um dos componentes presentes na passagem do desenho à figura geométrica.

De acordo com Ferneda [Ferneda, Evandro, Henriques, **1996]** são propostas duas classificações importantes de um desenho a saber:

> *A primeira classificação é obtida pela noção de* ***forma***. *A forma caracteriza uma classe de desenhos que é o resultado de uma reorganização perceptiva efetuada independentemente de sua descrição apoiada em noções formais. A passagem de um desenho a uma forma, caracteriza assim uma abstração e a elaboração de uma significação desse desenho.*
>
> *A segunda classificação é obtida pela noção de* ***configuração***. *A configuração é o resultado de uma classificação de desenhos a partir de sua descrição apoiada em elementos pertencentes ao modelo da Geometria Euclidiana. Uma configuração é, assim, um conjunto de desenhos que podem ser descritos como sendo compostos dos mesmos objetos e das mesmas relações entre esses objetos.*
>
> *As duas noções, de forma e de configuração, são esquematizadas e diferenciadas na figura 1:*

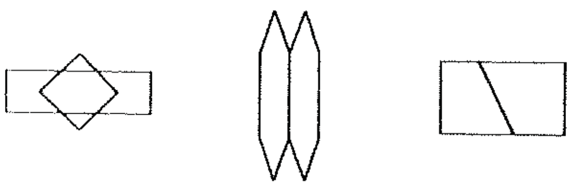
Desenhos $\xrightarrow{\text{organização perceptiva}}$ *Formas*

Desenhos $\xrightarrow{\text{classificação descritiva}}$ *Configurações*

fig: 1-

As noções de forma e de configurações

Um **desenho** é uma organização de elementos de um campo perceptivo não homogêneo, constituindo um objeto que se destaca nesse campo [DUVAL, **1988]**. Segundo sua dimensão, esses elementos podem ser pontos, traços ou zonas. Os pontos e os traços se caracterizam, respectivamente, por seus aspectos discreto e contínuo. Para limitar-se aqui ao caso no qual os elementos do desenho são traços, a organização perceptiva de uma figura segue a lei de fechamento ou de continuidade: uma vez que diferentes traços formam um contorno simples e fechado, ele se destaca como figura de fundo. Assim, os três desenhos da figura (**fig: 2**) abaixo aparecem prioritariamente como *(a)* a superposição de duas formas (*um quadrado* e *um retângulo*), *(b)* uma reunião de duas formas que se tocam e *(c)* a divisão de uma forma: um retângulo em duas partes.



(a) (b) (c)

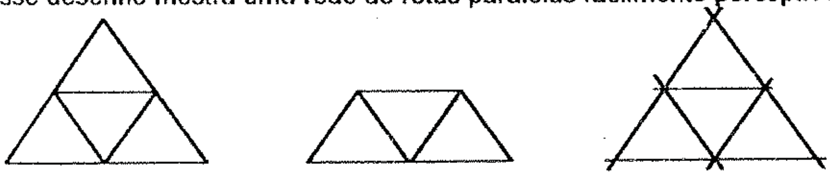
fig: 2

Essa lei de fechamento ou de continuidade tem grande importância nas figuras habitualmente apresentadas aos alunos, pois facilita a compreensão da figura tal com vista na tela através dos traços organizados que a compõem (ou somente de alguns traços). A distância entre a interpretação discursiva de uma figura, exigida em uma situação geométrica, e a apreensão perceptiva, tem origem em grande parte na lei da organização perceptiva.

Considerando os três desenhos exibidos na figura (**fig: 3**) abaixo, o desenho **(a)** pode ser percebido como um ***triângulo inscrito em um outro triângulo***, ou ainda como ***um pequeno triângulo posto sobre o triângulo maior***. O desenho **(b)** pode ser visto como ***dois paralelogramos***

sobrepostos. O desenho **(c)** aparece como ***uma superposição de lados***, ou ainda como ***uma rede de retas paralelas***.

Para cada desenho pode-se propor um enunciado. Entretanto esse desenho pode não ser semanticamente o mais congruente para o enunciado proposto. Por exemplo, considerando o enunciado *A'C' e AC são paralelas e A'B' e AB também são paralelas*, é claro que este desenho não é semanticamente congruente para esse enunciado (a propriedade de paralelismo entre retas não é facilmente perceptível nessa figura). O desenho **(c)** é o mais semanticamente congruente para o enunciado, pois esse desenho mostra uma rede de retas paralelas facilmente perceptíveis.

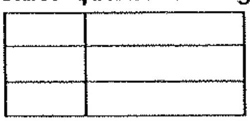


(a) (b) (c)

fig: 3

Essa característica de um desenho semanticamente congruente para um enunciado permite facilitar a realização de provas sobre figuras.

N. Balacheff [1982] propõe a seguinte questão: *"quantos retângulos existem na figura abaixo?"*



Esses retângulos podem ser considerados como elementos de uma malha, como intersecção de duas faixas, como um conjunto de pontos ou ainda como um conjunto de segmentos, segundo as concepções sobre os objetos a serem demonstrados e da análise feita da figura.

Considerando-se agora o desenho abaixo, se for utilizado o mesmo tipo de percepção do problema anterior, a resposta à questão *"quantos quadrados há nessa figura?"* será ... *nenhum*.

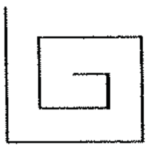
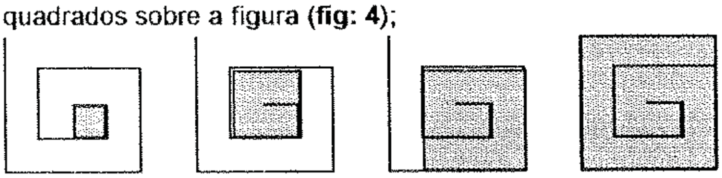


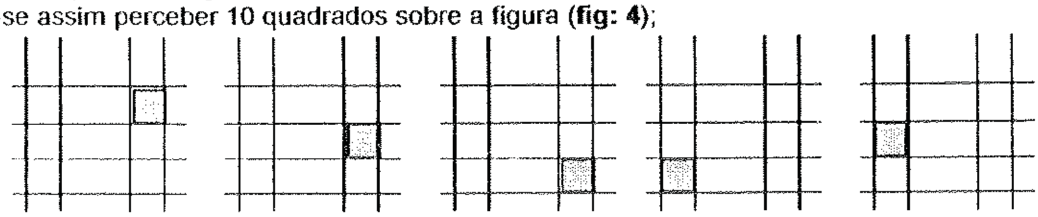
fig: 4

No entanto, dispõe-se de conhecimento tal que quadrados possam ser percebidos sobre a figura. O número de quadrados que vai aparecer depende desse conhecimento. Por exemplo, sabendo-se que nessa figura todos os segmentos subjacentes são perpendiculares entre si, ...

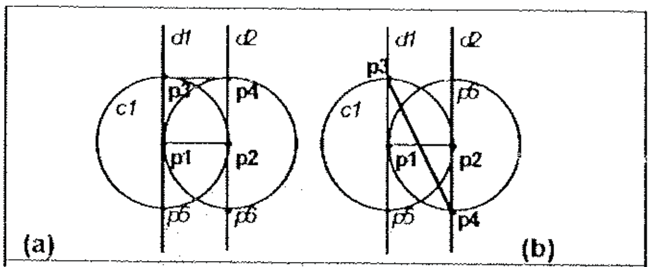
- e dois segmentos perpendiculares de mesmo comprimento podem definir um quadrado. Assim, pode-se perceber quatro quadrados sobre a figura (**fig: 4**);



- e também que todo segmento define uma reta e que toda intersecção entre objetos define um ponto, pode-se assim perceber 10 quadrados sobre a figura (**fig: 4**);



Para este tipo de crise a interpretação é bastante peculiar. Tomando-se no entanto necessário o enriquecimento da linguagem de descrição com novos termos ou ainda tornando disponíveis outros conceitos tidos como conhecimentos preliminares.



p1: ponto qualquer
p2: ponto qualquer
segmento[p1 p2]
d1: reta passando por p1 e perpendicular ao segmento[p1 p2]
d2: reta passando por p2 e perpendicular ao segmento[p1 p2]
c1: círculo de centro p1 passando por p2
c2: círculo de centro p2 passando por p1
p3: interseção da reta d1 e do círculo c1
p5: interseção da reta d1 e do círculo c1 (p3 é o outro ponto)
p4: interseção da reta d2 e do círculo c2
p6: interseção da reta d2 e do círculo c2 (p4 é o outro ponto)
segmento[p4 p3]
segmento[p3 p1]
segmento[p4 p2]

fig: 5 - Exemplo de ambigüidade da linguagem de descrição.

Geometricamente a aprendizagem de um conceito é normalmente baseado em conceitos já aprendidos. Eles são um dos elementos utilizados para completar os enunciados, iniciais.

Na construção do quadrado por exemplo são necessário ter em mente as noções construtivas dos conceitos de ***ponto, segmento, ângulo reto, perpendicularismo, paralelismo, ciclo, mediana, ponto médio, etc.*** que são tidos como ferramenta de base, e que podem ser aplicados dependendo do enunciado de cada caso.

6. Considerações Finais

Neste trabalho procurou-se discutir sobre apreensões perceptivas e operatórias de situações geométricas. Como certas figuras geométricas têm estrutura perceptiva autônoma, um objeto numa determinada situação geométrica, pode ser vista de uma maneira diferente do tipo de objeto que foi proposto. Portanto a interpretação perceptiva não é suficiente para se evidenciar as propriedades envolvidas numa dada situação geométrica. É preciso considerar não apenas a apreensão perceptiva, como também sua apreensão operatória. Nesse sentido Noirfalise (1992) propõe duas posições P_1 e P_2 e que podem ser trabalhadas segundo as sugestões de Bellemain e Capponi (1992).

Essas considerações (perceptivas e operatórias) são importantes quando se elabora experimentos de ensino para serem usadas como seqüência didática em sala de aula com auxílio do software Cabri-Géomètre.

Em Cabri-Géomètre, foi apresentado algumas possibilidades de seu uso no estado de arte sobre diferentes abordagens da didática da geometria. Este software pode ser considera como um instrumento de desenho que está revolucionando o ensino/aprendizagem da Geometria. No ambiente Cabri, são explicitados mecanismos e\ou protocolos que permite ao aluno criar/fazer descobertas, e assim construir seu próprio conhecimento.

7. Bibliografia

BALACHEFF N. "Preuve et démonstration en mathématiques au collège", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 3, nº 3, 1982.

BELLEMAIN, F., CAPPONI, B. *Specificité de l'organization d'une sequance d'inseginement lor de utilization de l'ordinateur.* Educational Etudies In Mathematics. Alemanha, 1992.

Duval R. "Approche cognitive des problèmes de géomètrie en termes de congruence", *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strabourg*, Vol. 1, Strasburgo (França), 1988.

E. FERNEDA "Conception d'un agente rationnel et examen de son raisonnement en géométrie", *Tese de doutorado*, Université de Montpellier (França), 1992.

E. FERNEDA Edilson, Evandro de Barros Costa, Afonso Henriques "***A Geometria e seu Ensino/Aprendizagem em Ambiente Computacional***", *Anais da VI Semana de Informática da UFBA - SEMINFO'96*, pg. 17 a 32 Salvador BA, maio 1996

Laborde C. "L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 9, nº 3, 1990.

NOIRFALISE, R. *Contibuition à l'etude didactique de la demosntration.* Bulletin de Liaison. França: IRM de Clermont, nº 46/47, 1992.

Parzysz B. "Knowing vs Seeing. Problems of the plane representation of space geometry figures", *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 19, nº 1, 1988.

SANGIACOMO, L. *O processo de mudança de estatuto: de desenho para a figura geométrica.* Uma engenharia didática com auxilio de Cabri-Géomètre, PUC-SP, 1996.

SIDERCOUDES, Odete. "*Uma atividade LEGO-LOGO em trigonometria,* - O Computador e conhecimento. *1993, p.367.*

VALENTE, José Armando. *"Computadores e Conhecimento"*, representando a educação - Campinas [SP], gráfica central da Unicamp, 1993