VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM COMPROMISSO SOCIAL
RECIFE, 15 A 18 DE JULHO DE 2004
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

A INFLUÊNCIA DA CALCULADORA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ABERTOS

Kátia Maria de Medeiros
SEE-PE
kmmed@ig.com.br

A mão do homem foi a primeira máquina de calcular de todos os tempos. Foi através dos dedos das mãos e dos pés que o homem primitivo aprendeu a contar para controlar os rebanhos necessários ao seu sustento.

A origem da civilização, com o conseqüente desenvolvimento do comércio, fez com que o homem criasse instrumentos mais sofisticados para a contagem dos objetos, como por exemplo, os diversos tipos de ábaco, as tabelas e réguas de cálculo.

A calculadora deve ser entendida como uma das etapas mais avançadas de todo esse processo de desenvolvimento (GUELLI, 2000; LOPES, 1998).

Atualmente, já não faz mais sentido afirmar que as calculadoras devem ser evitadas na sala de aula de matemática porque os alunos não iriam mais raciocinar nem se interessar em aprender a tabuada. Muitos deles têm acesso a essas máquinas desde muito cedo.

Segundo LOPES (1998), o uso da calculadora, para resolver cálculos trabalhosos, já era defendido por Malba Tahan, na década de 60. Entretanto, ainda hoje, discutimos, na escola pública, se devemos ou não usá-la, enquanto nas escolas particulares, onde estudam as camadas da sociedade mais favorecidas economicamente, já são usados computadores há algum tempo.

Esse lado da questão também serve para mostrar que há implicações sociais e políticas no uso dos recursos didáticos. No livro *As Maravilhas da Matemática*, de Malba Tahan, encontramos a lenda da origem do ábaco, uma forma primitiva de calculadora. Esse instrumento foi inventado pelos chineses por volta do século 20 a . C. Seu inventor foi um mandarim que pretendia ajudar os camponeses no cálculo do valor das mercadorias que deveriam entregar ao imperador como pagamento de impostos. Não havia o menor interesse, por parte do imperador, que o povo pudesse compreender o quanto pagava de impostos e mandou matar o matemático subversivo.

Hoje em dia, no Brasil, a divisão da sociedade em dominantes e dominados, permite-nos fazer uma analogia com essa lenda, percebendo que não há interesse, daqueles que dominam, em instrumentalizar as camadas da população menos favorecidas economicamente, com o conhecimento sobre como usar adequadamente os recursos tecnológicos. A escola pública precisa cumprir essa tarefa, no caso da calculadora, pois já não tem mais cabimento hoje, simplesmente proibir o uso das calculadoras na sala de aula.

Dizem que a calculadora inibe o raciocínio dos alunos. Entretanto, ao fazer contas com os algoritmos habituais também não há raciocínio, há uma repetição de procedimentos, que na maioria das vezes o aluno decora sem entender o significado. Portanto, o problema não é usar a calculadora, mas trabalhar os cálculos sem compreensão. O aluno não vê sentido no que está fazendo.

Outro argumento contra a calculadora é que ela não deve ser usada porque é proibida no vestibular e demais concursos. Usar a calculadora, no entanto, não impede os alunos de saberem calcular o necessário, desde que o professor não dispense que seus alunos tenham um bom domínio da tabuada e uma boa compreensão das operações e, sempre que possível, desenvolver atividades de cálculo mental com a turma. Por isso, é importante que, no contrato didático[1] estabelecido durante as atividades que envolvem a calculadora, o professor explicite para seus alunos que eles devem estar dominando a tabuada, os algoritmos das operações e podem dispor de estratégias de cálculo mental para chegar ao resultado. Essas condições vão enriquecer o uso da calculadora, porque o aluno vai usá-la de modo inteligente, para ganhar tempo e concentrar-se em aspectos do processo de cálculo que as máquinas não fazem. Desse modo, o professor vai ter um papel decisivo no uso da calculadora em sala de aula.

No ensino tradicional gasta-se muito tempo com mecanismos de cálculo, ao invés de se ressaltar o significado dos cálculos. Atualmente, as propostas de ensino da matemática não mais consideram importantes que os alunos façam cálculos excessivos,

[1] Segundo BROUSSEAU (1988), esse contrato é um conjunto de comportamentos do professor esperados pelo aluno e, também, um conjunto de comportamentos do aluno esperados pelo professor, durante o estudo de um conhecimento específico. Esse contrato se refere às regras que determinam explicitamente, mas sobretudo implicitamente, o que cada um deverá fazer. A cada novo conhecimento, o contrato é renovado e renegociado. Na maior parte das vezes essa negociação passa despercebida.

a chamada "calculeira". Ao invés disso, elas consideram importante que os alunos compreendam e relacionem os diversos ramos da matemática, os quadros[2], nos termos de DOUADY (1986, 1991), e então possam resolver problemas em diferentes situações.

Para conseguirmos essa exploração dos diferentes quadros na resolução de um problema, é importante que o professor elabore problemas diferentes daqueles usuais ou *fechados*, no termos de MEDEIROS (1999). Esse problema, usualmente trabalhado em sala de aula, também conhecido como problema-padrão ou problema clássico de matemática é colocado no processo ensino/aprendizagem de uma forma que limita a criatividade do aluno, porque se apresenta fechado, isto é, tem certas características que podem gerar verdadeiras regras de contrato didático. As regras associadas ao contrato didático, no trabalho com problemas fechados, apresentam algumas característcas nos problemas que podem ser resolvidos pela aplicação de um ou mais algoritmos, é preciso encontrar a operação "certa" e realizá-la sem erro. Algumas palavras como ganhar, na adição, e perder na subtração permitem ao aluno "adivinhar" a operação a fazer. Com isso, o aluno pode transformar a linguagem usual em linguagem matemática.

Geralmente, o problema vem sempre após a apresentação de determinado conteúdo ou algoritmo; todos os dados necessários à resolução do problema se encontram no enunciado e raramente se encontram dados inúteis. Os números e as soluções são simples; o contexto do problema, em geral, não tem nada a ver com a realidade cotidiana. Nessa atividade, o objetivo é ver se os alunos entenderam. É sempre possível encontrar uma resposta para uma questão matemática, colocada através desses problemas, e o professor a conhece antecipadamente. Então, o aluno deve sempre encontrar uma solução que pode ser corrigida.

Essas características, indicam, na maioria das vezes implicitamente, o que o professor e o aluno farão nessa atividade. Neste contexto, a maioria dos problemas convencionais são tratados como uma coleção de exercícios variados. O aluno tem por tarefa encontrar a solução esperada pelo professor e, para isso, ele precisa identificar a solução típica daquele problema. Diante dessa situação, o aluno pode ser levado a uma atitude de dependência, de memorização de conhecimentos. O professor considera que o

---

[2]Cada quadro pode ser interpretado como um ramo ou dimensão da matemática. Cada uma dessas dimensões do conhecimento matemático (como por exemplo, álgebra, geometria euclidiana, aritmética) pode ser vista como uma perspectiva de análise adotada para a resolução de um problema. A possibilidade de trabalhar com essas perspectivas nos permite considerar a noção de *jogo de quadros* ou *mudança de quadros.*

aluno aprende por reprodução, isto é, basta resolver muitos desses problemas com estratégia idêntica àquela que foi recentemente estudada, para ele aprender a resolver problemas com o conteúdo estudado.

Ao trabalhar com os problemas matemáticos em uma atividade diferente da usual, novas regras de contrato didático poderão ser estabelecidas. Nessa nova situação, os problemas serão preparados pelo professor e apresentados aos alunos de outra maneira. Os problemas abertos, que podem ser apresentados nessa nova atividade podem ser uma alternativa para provocar rupturas no contrato didático.

Os problemas abertos se caracterizam por não terem vínculo com os últimos conteúdos estudados, evitando as regras de contrato didático já arraigadas. Por estarem em um domínio conceitual familiar, os problemas abertos permitem que o aluno tenha condições de resolvê-los. E, sobretudo, por possuírem enunciado curto, os problemas abertos podem permitir ao aluno conquistar as primeiras idéias em um novo estudo. Isso pode dar a impressão, bem vinda, que o problema é de fácil solução, fazendo com que o aluno viva a necessidade da busca dessa solução. Um problema aberto também possui uma ou mais soluções. Além disso, ele pode ser trabalhado em grupo, evitando eventuais desencorajamentos, diminuindo o medo de não conseguir resolver, aumentando a chance de produção de conjecturas num intervalo de tempo razoável e possibilitando o surgimento de ricos conflitos sócio- cognitivos. Esses conflitos ocorrem entre dois ou mais indivíduos, quando confrontam suas diferentes opiniões (ARSAC et al.; PERRET-CLERMONT,1992). O objetivo visado na "resolução" de um conflito é conduzir os protagonistas a um progresso comum em relação ao conhecimento em jogo na situação.

Um problema aberto tem por objetivo permitir que o aluno desenvolva um processo de resolução de problemas que nós chamaremos "processo científico", ou seja, onde o aluno desenvolverá a capacidade de tentar, supor, testar e provar o que for proposto como solução para o problema, implicando uma oposição aos problemas fechados.

A utilização de problemas não usuais ou *abertos,* exigirá do aluno uma postura diferente da que sempre observamos quando resolvem os problemas fechados, porque o próprio enunciado do problema não permitirá que ele encontre a resposta como de costume. Nesse momento, a calculadora poderá ajudá-lo a concentrar-se no processo de resolução, ao invés de se preocupar com cálculos repetitivos.

Com a utilização da calculadora na resolução de problemas abertos, o aluno poderá estar compreendendo melhor o sentido dos problemas matemáticos trabalhados em sala de aula. Isto é muito desejável, uma vez que a falta de compreensão quanto ao significado da matemática estudada na escola é uma das grandes queixas dos alunos. “*A questão essencial do ensino da matemática é então: como fazer para que os conhecimentos ensinados tenham sentido para o aluno?”* (CHARNAY, 1996; p.38).

A calculadora pode ajudar nessa compreensão da matemática. Ela pode ser usada para descobrir fatos e propriedades.

O que é preciso ficar claro, nos dias de hoje, é em que momento introduzir o uso da calculadora e como tirar o máximo proveito desse instrumento, permitindo que o aluno o veja como elemento auxiliar do seu raciocínio, uma vez que agiliza os cálculos.

Segundo resultados apresentados por DUEA, J. et al (1997), o número de acertos nos problemas cresce significativamente quando os alunos usam a calculadora. Como a habilidade de resolver problemas está diretamente relacionada ao números de problemas resolvidos corretamente, a calculadora é um recurso importante.

Com a calculadora, os alunos podem ficar atentos no processo de resolução de problemas, ao invés de se preocupar com cálculos longos e repetitivos. A calculadora enfatiza mais “o que fazer” do que “como fazê-lo”. Desse modo, o aluno pode estabelecer uma nova relação com o conhecimento matemático durante a resolução de problemas com o uso da calculadora.

Essa nova relação pode ser observada, por exemplo, se o aluno utilizar a estratégia de supor e testar. Esta é uma abordagem viável para resolver muitos problemas quando se dispõe de uma calculadora. Além disso, os alunos poderão descobrir que, quanto mais usarem a abordagem de supor e testar, mais se tornarão hábeis em fazer suposições. Muitos procedimentos antigos ganham um novo significado quando a calculadora se torna um instrumento na resolução de problemas.

Atividades de resolução de problemas com dados reais podem ser trabalhadas com a calculadora. Os sistemas financeiros e administrativos do comércio, da indústria e dos serviços, já a utilizam há muito tempo, porque ela propicia rapidez e eficiência. Se usada na sala de aula, também poderá ser muito mais interessante para o aluno. Por exemplo, ao estudar o conceito de área com alunos da 5ª série, pode-se pedir que calculem a área da sala de aula onde estudam ou da quadra de esportes da escola. Com o uso da calculadora, esta tarefa torna-se bem mais prática, pois não precisamos “facilitar” usando decimais exatos ou números inteiros.

O professor precisa levar em conta, ao elaborar os problemas, que o raciocínio é fundamental e apenas a calculadora não bastará.

Essa pesquisa teve como objetivo geral observar como as estratégias dos alunos se modificam quando eles passam a usar a calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. E, como objetivos específicos, identificar as estratégias de resolução dos problemas utilizadas pelos alunos sem o uso da calculadora e identificar as estratégias de resolução dos problemas utilizadas pelos alunos com o uso da calculadora.

A fim de operacionalizar os objetivos propostos anteriormente, trabalhamos com 26 alunos de uma 6ª série de uma escola pública estadual na faixa etária de 11 a 16 anos, durante os meses de novembro e dezembro de 2000. A pesquisa foi composta de duas etapas: na primeira, os alunos resolveram os problemas apresentados, em folha de papel ofício, em duplas, sem o uso da calculadora. Na segunda, eles resolveram problemas com a mesma estrutura, só que, nesse momento, tiveram o auxílio da calculadora, cada dupla tinha pelo menos uma máquina. Foram oito sessões, cada uma com dois problemas.

Optamos pelo trabalho em duplas para tentar tirar melhor proveito da interação entre os alunos.

Antes da pesquisa, foi feita uma atividade com os alunos, que tinha como objetivo ensinar como funcionava uma calculadora simples (aquela que apresenta as quatro operações, raíz quadrada, porcentagem e memória).

Nessas orientações, os alunos foram ensinados a calcular as quatro operações, potências (com expoente positivo), raíz quadrada, operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números decimais e a usar a memória para somar (M+) e para subtrair (M–).

Na **primeira etapa** foram apresentados os seguintes problemas:

1. Problema das horas

Um dia tem 24 horas. Quantas horas tem 7 dias? E um mês de 30 dias? E um ano?

2. Problema das somas

Que números você eliminaria para tornar corretas as seguintes somas?

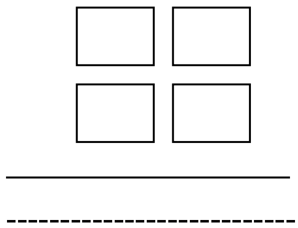
a) 42 + 65 + 18 = 107

b) 38 + 52 + 46 = 84

c) 53 + 47 + 38 = 85

3. Problema do produto mínimo

Coloque os números 9, 7, 4 e 1 nos quadrados abaixo de modo a obter o menor produto possível:



4. Problema da montanha-russa

Uma montanha-russa leva um grupo de 24 pessoas a cada 5 minutos. Quanto tempo você terá de esperar na fila, se há 72 pessoas à sua frente?

5. Problema das páginas

O produto dos números de duas páginas de um livros é 40 x 41, ou 1.640. Onde você deveria abrir o livro para que o produto dos números das duas páginas fosse 12.656?

6. Problema da operação única 1

Partindo do número 734 faça uma única operação de cada vez, para obter os números:

534 744 1.734 300 3.470

7. Problema da soma e do produto

Qual é o par de números de soma 20 cujo produto é o maior possível?

8. Problema das aulas de violão

Em abril de 2000, a mãe de Cláudio pagou R$ 342,00, por suas aulas de violão. Ele teve aulas às segundas, quartas e sextas-feiras. Quanto custou cada aula?

Na **segunda etapa** foram apresentados os problemas a seguir, resolvidos com o uso da calculadora:

9. Problema das horas no ano bissexto

Um dia tem 24 horas. Quantas horas tem 7 dias? E um mês de 29 dias? E um ano bissexto?

10. Problema das subtrações

Que números você eliminaria para tornar correta as seguintes subtrações:

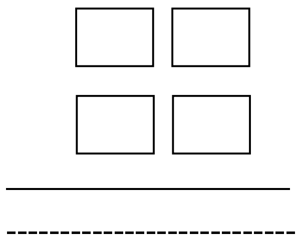
a) 89 – 45 – 14 = 75

b) 456 – 258 – 78 = 198

c) 789 – 158 – 369 = – 527

11. Problema do produto máximo

Coloque os números 8, 6, 4 e 2 nos quadrados abaixo de modo a obter o maior produto possível:



12. Problema dos pastéis

Em uma lanchonete, a cada 25 pastéis de carne vendidos, vendem-se 9 de queijo. Num certo dia foram vendidos 50 pastéis de carne. Quantos pastéis de queijo foram vendidos nesse dia?

13. Problema do livro

O produto dos números de duas páginas de um livro é 65 x 66, ou 4.290. Onde você deveria

abrir o livro para que o produto dos números das duas páginas fosse 13.572?

14. Problema da operação única 2

Partindo do número 532 faça uma única operação de cada vez, para obter os números:

832 132 1.032 32 983

15. Problema da diferença e o do produto

Qual o par de números naturais cuja diferença é 2 e cujo produto é o menor possível?

16. Problema das aulas de natação

Em setembro de 2000, Lúcia pagou R$ 372,00, por suas aulas de natação. Ela teve aulas às terças, quartas e sextas-feiras. Quanto custou cada aula?

Após a realização da pesquisa, analisamos os problemas resolvidos pelas duplas ao longo das 16 sessões. Comparando dois a dois, os problemas que têm a mesma estrutura, sendo o primeiro de cada comparação resolvido sem calculadora e o segundo resolvido com ela, verificamos que, no *problema das horas,* pudemos identificar quatro estratégias:

(a) Uso do cálculo mental, pois apenas escreveram as respostas corretamente;

(b) Uso correto do algoritmo da multiplicação, em cada resposta;

(c) Utilização do cálculo mental, mas só acertaram a primeira resposta;

(d) Uso do algoritmo da multiplicação, correto nas primeiras respostas e errado na última. Assim: *3 6 5* Talvez confundiram a soma com zero:

$$\begin{array}{r} 365 \\ \underline{\times\,24} \\ 1460 \\ \underline{730} \\ 8700 \end{array} \qquad 6 + 0 = 6$$

No *problema das horas no ano bissexto,* também identificamos quatro estratégias:

(a) Uso correto do algoritmo da multiplicação, em cada resposta.

(b) Usou a seguinte estratégia: multiplicou *24 x 7 = 168*, depois somou com *696*, que deu
764.

Vejamos como estava registrado*:*

$$\begin{array}{rll} 168 & \textit{7 dias} & \\ \underline{+\,696} & \textit{1 mês} & \textit{29 dias} \\ 764 & \textit{1 ano} & \end{array}$$

(c) Calcularam a primeira resposta usando a soma de parcelas iguais: *24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 168.* Não calcularam a segunda resposta e calcularam a terceira resposta corretamente, com o algoritmo da multiplicação.

Este problema foi resolvido com a calculadora. Nas respostas pudemos perceber que houve um índice de acertos de 60%, maior que os 39% do *problema das horas.*

No *problema das somas* identificamos duas estratégias:

(a) Resolveram com cálculo mental, apenas marcando, corretamente, o número eliminado;

(b) Somaram os dois números que tornava correta a igualdade, escrevendo a soma ao lado, em cada item. A seguir marcaram o número eliminado.

Com essas estratégias ocorreu 100% de acertos.

Quando passamos a analisar o que ocorreu no *problema das subtrações*, observamos um número maior de estratégias, três:

(a) Marcaram o número eliminado corretamente, nos três itens.

(b) Marcaram o número eliminado corretamente, no primeiro item.

(c) Marcaram o número eliminado corretamente, no primeiro e terceiro item.

Nessas estratégias, percebemos que apenas em (a) a dupla acerta todos os itens. Isso pode ser devido à dificuldade com a subtração. Apesar de ter a mesma estrutura do problema das somas, a mudança nos sinais, pode causar algum embaraço nos alunos, mesmo com a calculadora.

No problema do *produto mínimo*, pudemos identificar seis estratégias:

(a) Fizeram três multiplicações para chegar ao resultado correto:

$$\begin{array}{rrr} 41 & 17 & 17 \\ \underline{x\,97} & \underline{x\,94} & \underline{x\,49} \\ 287 & 68 & 153 \\ \underline{369} & \underline{153} & \underline{68} \\ 3977 & 1598 & 833 \end{array}$$

que escreveram nos quadrinhos.

(b) Dispuseram os números no quadrado corretamente, mas não escreveram o resultado:

$$\begin{array}{r} 17 \\ \underline{x\ 49} \end{array}$$

(c) Dispuseram os números nos quadrados, mas não havia a preocupação em encontrar os menores produtos e não concluíram a multiplicação, em algumas;

$$\begin{array}{rrr} 79 & 94 & 94 \\ \underline{x\,14} & \underline{x\,41} & \underline{x\,17} \\ 316 & 97 & 658 \\ \underline{79} & \underline{388} & \underline{94} \\ 1106 & 388 & 1598 \end{array}$$

(d) Não responderam corretamente, mas recorreram a várias tentativas para combinar os números e chegar à resposta. Nos cálculos pudemos identificar a operação com os números que fornecem o menor produto, no entanto, a multiplicação não foi realizada corretamente.

$$\begin{array}{rrrr} 79 & 47 & 94 & 17 \\ \underline{x\,14} & \underline{x\,19} & \underline{x\,17} & \underline{x\,49} \\ 286 & 423 & 658 & 58 \\ \underline{79} & \underline{47} & \underline{94} & \underline{153} \\ 1076 & 893 & 1598 & 1588 \end{array}$$

(e) Dispuseram os números nos quadrados, tentaram encontrar os menores valores, só que em apenas duas tentativas e concluíram a multiplicação:

$$\begin{array}{rr} 14 & 14 \\ \underline{x\,79} & \underline{x\,79} \\ 129 & 129 \\ \underline{98} & \underline{98} \\ 1109 & 1109 \end{array}$$

(f) Não responderam corretamente, mas recorreram a várias tentativas para combinar os números e chegar à resposta. Nos cálculos não pudemos identificar a operação com os números que fornecem o menor produto:

7 4	*1 9*	*1 7*	*7 4*	*7 1*	*1 4*
x 9 1	*x 1 7*	*x 4 9*	*x 4 1*	*x 9 4*	*x 7 9*
7 4	*9 9*	*1 8*	*7 9*	*2 8 4*	*9 6*
1 6 8 6	*1 9*	*6 8*	*3 0 6*	*2 8 9*	*8 3*
7 5 0	*1 1 8*	*8 6*	*3 1 3 9*	*5 7 4*	*1 7 9*

Apenas nas estratégias (a) (b) e (c), pudemos perceber uma melhor compreensão do sentido do problema, com a busca dos menores valores. Ao passarmos à análise do *problema do produto máximo*, que foi resolvido com o auxílio da calculadora, observamos uma redução no número de estratégias que foram:

(a) Escreveu a resposta correta, mas dispondo os números nos quadrados:

8	*6*
4	*2*

5 2 4 8

(b) Dispôs os números nos quadrados, mas não encontrou a resposta correta.

8	*2*		*6*	*4*		*8*	*4*
6	*4*		*8*	*2*		6	*2*

5 2 4 8 ------------------------- *5 2 4 8* --------------------------- *4 9 5* --------------------------

Há aqui, também, um alto índice de acertos, 77%, diferente dos 15% do *problema do produto mínimo,* que foi resolvido sem calculadora.

Ao observarmos as respostas dadas ao *problema da montanha-russa,* pudemos identificar as seguintes estratégias:

(a) Multiplicaram 72 por 5:

72 x 5 = 360

(b) Usaram o cálculo mental e apenas escreveram “15 minutos”.

(c) Fizeram assim: *24 + 24 + 24 = 72.*

(d) Fizeram *“195 – 72 = 153 minutos”.*

(e) Também recorreram ao cálculo mental e escrevendo *“30 minutos”.*

Com a estratégia (b) pudemos perceber que 54% responderam calculando corretamente através do cálculo mental. Aqui o aluno parece compreender o significado do problema, mas tem dificuldade em usar a ferramenta matemática para resolvê-lo. Isso pode ocorrer porque ele pode compreender o significado antes de ter a ferramenta, mas depois é preciso trabalhar a aquisição da ferramenta. Podemos dizer que, nesse caso, essa aquisição não foi consolidada.

Nas estratégias (a) (c) (d) e (e) os alunos tentaram usar os números do enunciado para resolver o problema, uma atitude muito comum, presente na resolução de problemas fechados. No *problema dos pastéis*, no qual identificamos as estratégias:

(a) Utilizou o cálculo mental para dar a resposta.

(b) Escreveu a multiplicação: *25 x 2 = 5* e depois: *9 x 2 = 18*.

(c) Escreveu a multiplicação *9 x 2 = 18* e depois escreveu a resposta *”18 pastéis”.*

Ocorreu 100% de acertos, com o uso da calculadora e um número menor de estratégias. O fato de o problema poder ser resolvido através de dobro, pode ter facilitado mais a compreensão do que no problema da *montanha-russa*, aumentando o número de acertos. A calculadora pode ter servido para confirmar, aquilo que o aluno poderia ter resolvido mentalmente.

Quando verificamos as respostas no *problema das páginas* identificamos as estratégias:

(a) Multiplicar 112 por 113 :

$$\begin{array}{r} 112 \\ \times\, 113 \\ \hline 336 \\ 112 \\ 112 \\ \hline 12656 \end{array}$$

(b) Multiplicou 112 por 113, mas não escreveu o resultado da multiplicação:

112 x 113

(c) Multiplicou 112 por 113 encontrou 12.656 e havia vários rascunhos com tentativas:

```
                                                         112
      111            111           110                 x 113
    x 112          x 120         x 119                  3 3 6
      2 2 2          1 1 1          9 9 0               1 1 2
    2  2 2         2 2 2          1 1 0               1  1 2
  1  1  1         1 1 1          1 1 0              1  2 6 5 6
 1   3  5 4  2    1 3 4  3  1    1 3 0 9 0

      110             105
    x 112           x 110
      2 2 0           1 0 5
    1 1 0           10 5
  1 1 0            1 0 5
 1  2 3  2  0     1  1 6 5 5
```

Nelas, encontramos 95% de acertos. A busca da solução através de sucessivas tentativas, foi a estratégia predominante e que levou à resposta correta. Ao passarmos à análise do *problema do livro,* que tem a mesma estrutura, verificamos 100% de acertos e a utilização de uma única estratégia que foi escrever a resposta corretamente. Nesse problema, a calculadora agilizou as respostas, pois o tempo para responder foi menor que no *problema das páginas.*

No *problema da operação única 1,* no qual é possível obter uma solução rápida e eficiente combinando o cálculo mental ao uso da calculadora, os alunos usaram como estratégias:

(a) Escreveram cada operação no papel com os resultados, no entanto, as duas últimas não estavam corretas:

```
 _ 7 3 4       7 3 4       1 7 3 4       3 0 0        3 4 7 0
   2 0 0     +   1 0     − 1 0 0 0     − 6 0 0     −  0 8 4 4
   5 3 4       7 4 4       0 7 3 4       3 0 0        3 4 3 4
```

(b) Escreveram cada operação no papel com os resultados e todos estavam corretos:

```
   7 3 4       7 3 4        7 3 4        7 3 4
 − 2 0 0     + 1 0       + 1 0 0 0    +  2 7 3 6
  5 3 4       7 4 4       1  7 3 4     3 4 7 0
```

(c) Só fizeram as duas primeiras operações e só a segunda estava correta:

```
     7 3 4       7 3 4
   − 2 0 0     +   1 0
     6 3 4       7 4 4
```

(d) Fizeram todas as operações com os resultados errados:

$$\begin{array}{rrrrr} 534 & 744 & 1734 & 300 & 3470 \\ -\underline{1000} & -\underline{010} & +\underline{1468} & -\underline{600} & -\underline{0844} \\ 534 & 744 & 1734 & 300 & 3434 \end{array}$$

(e) Não interpretaram corretamente o enunciado do problema e, por isso, não organizaram corretamente a resolução.

$$\begin{array}{rrrrr} 734 & 734 & 1734 & 300 & 3470 \\ -\underline{200} & +\underline{10} & -\underline{734} & -\underline{734} & -\underline{734} \\ 634 & 744 & 6394 & 000 & 0130 \end{array}$$

Só na estratégia (b) ocorreram acertos significativos, o que correspondeu a 23%. Bem diferente do índice de acertos do *problema da operação única 2,* que foi de 90%. Neste problema observamos as seguintes estratégias:

(a) Obteve as respostas corretas e escreveu os cálculos no papel:

$$\begin{array}{rrrrr} 532 & 532 & 532 & 532 & 532 \\ +\underline{300} & -\underline{400} & +\underline{500} & -\underline{500} & +\underline{451} \\ 832 & 132 & 10\ 32 & 032 & 983 \end{array}$$

(b) Fez através do cálculo mental e apenas escreveu as respostas.

(c) Obteve as respostas erradas e escreveu os cálculos no papel.

$$\begin{array}{rrrrr} 832 & 132 & 1032 & 32 & 983 \\ -\underline{132} & -\underline{832} & -\underline{132} & -\underline{1032} & -\underline{451} \\ 700 & 200 & 1\ 100 & 1000 & 532 \end{array}$$

Nesse problema é possível obter uma solução rápida e eficiente combinando o cálculo mental ao uso da calculadora.

No *problema da soma e do produto* identificamos a estratégia de resolução através de tentativas. Ocorreu 100% de acertos. Foram dez diferentes tipos de estratégias, todas usando tentativas.

Ao observarmos os resultados do *problema da diferença e do produto* identificamos as estratégias abaixo:

(a) $2 - 0 = 2$ $\quad 2 \times 0 = 0$ $\quad 3 - 1 = 2$ $\quad 3 \times 1 = 3$

(b) $2 - 0 = 2$ $\quad 2 \times 0 = 0$

(c) $2 - 0 = 2$

(a) ou (b) surgiu em 54% das respostas.

Esse resultado, mesmo com o uso da calculadora, pode ser devido à dificuldade com a idéia de trabalhar com a diferença. É mais simples, para o aluno, compreender quando se trata de soma e não de subtração.

No *problema das aulas de violão,* identificamos que não houve acertos em nenhuma dupla observada. As estratégias identificadas, mostram, em sua maioria, que o aluno sabia como fazer e não acertava os cálculos ou tentava juntar os números do enunciado, como é muito comum na resolução de problemas fechados e quando se considera essa uma regra de contrato didático muito freqüente em nossas salas de aula, principalmente nas escolas públicas estaduais. No entanto, em nossas atividades com problemas, sempre estamos enfatizando, explicitamente, que essa pode não ser uma estratégia adequada. É preciso ler e interpretar o problema adequadamente. No *problema das aulas de natação,* resolvido com a calculadora, pudemos identificar um menor número de estratégias, que foram:

(a) Multiplicou 372 por 12:

$$\begin{array}{r} 3\,7\,2 \\ \underline{x\,1\,2} \\ 7\,4\,4 \\ \underline{3\,7\,2} \\ 4\,4\,6\;\;4 \end{array}$$

(b) Dividiu 372 por 13:

3 7 2 ÷ 1 3 = 28,6

(c) Dividiu 372 por 12 e encontrou a resposta correta:

3 7 2 ÷ 12 = 31

(d) Dividiu 372 por 3:

$$\begin{array}{l|l} 3\,7\,2 & 3 \\ \cline{2-2} 0\,7 & 1\,2\,4 \\ \;\;1\,2 & \\ \;\;\;(0) & \end{array}$$

Entre elas surge um acerto de 15%. Ambos os problemas possuem a mesma estrutura e percebemos, através das estratégias, uma dificuldade de interpretá-los e chegar à resposta correta. O uso da calculadora, no *problema das aulas de natação,* permitiu o acerto de 15%, que não ocorreu no *problema das aulas de violão,* nas quais os alunos interpretaram o problema corretamente, mas erraram os cálculos.

Ao observarmos a relação número de estratégias apresentadas e acertos obtidos, percebemos que quando os alunos não usam a calculadora o número de estratégias é maior e o número de acertos, menor. Quando eles usam a calculadora ocorre o inverso, isto é, menor número de estratégias e maior número de acertos.

Este resultado pode ocorrer porque, sem a calculadora, o aluno precisa de mais tentativas para confirmar sua hipótese de solução, enquanto que com o uso da calculadora esta serve para confirmar mais rapidamente sua hipótese, diminuindo a necessidade de várias estratégias. Isso também pode significar que a quantidade de estratégias está associada à dificuldade de calcular corretamente. O aluno pode até entender o sentido do problema, mas tem dificuldade para calcular, por deficiências na aquisição das ferramenta de cálculo. É interessante que o professor identifique várias estratégias durante a resolução dos problemas abertos, mas não por causa da dificuldade de calcular.

Há ainda resquícios das regras de contrato didático usuais, quando observamos, em muitos problemas, os alunos tentando juntar os números do enunciado em uma operação.

Para evitar isso, a escolha do problema é muito importante, quando queremos um novo posicionamento do professor em relação ao aluno, ao conhecimento e também do aluno em relação ao problema, ou seja, queremos o estabelecimento de um novo contrato didático. Os resultados do *problema das aulas de violão,* mostraram que 38% dos alunos interpretaram corretamente, mas erraram os cálculos. Isso mostra, mais uma vez, a dificuldade em efetuar os cálculos, apesar da interpretação do problema ser correta.

A estratégia de supor e testar esteve muito presente nos *problemas do produto mínimo*, *do produto máximo, das páginas, do livro, da soma e do produto* e *da diferença e do produto.* A estrutura do problema "requer" essa postura do aluno e a calculadora agiliza as tentativas, permitindo que o aluno se concentre mais no processo de resolução do que na realização de cálculos repetitivos.

É muito comum termos como justificativa para o mau desempenho dos alunos na resolução de problemas, a dificuldade de compreender o enunciado, de interpretá-lo. Os resultados dessa pesquisa mostram, em sua maioria, ao compararmos problemas com a mesma estrutura, que houve uma dificuldade para fazer os cálculos corretamente, pois quando os alunos passam a usar a calculadora, o número de acertos cresce significativamente.

Esses resultados sugerem que essa turma precisa ser mais trabalhada nas técnicas de cálculo. Apesar de, desde o mês de fevereiro, quando iniciaram as aulas, os alunos serem indagados sobre a tabuada, uma vez por semana, cada aluno, e ter trabalhado o cálculo mental durante dois meses antes dessa pesquisa.

Finalmente, podemos concluir que a calculadora contribuiu para agilizar a resolução dos problemas abertos, possibilitando uma melhor utilização da estratégia de tentativa e erro e potencializando o cálculo mental.

Palavras-chave: calculadora; problemas matemáticos; sala de aula de matemática.

Referências Bibliográficas

ARSAC, G. *Introduction au rasionement deductive*. IREM de Lyon, 1992.

BROUSSEAU, G. *Le contrat didactique: Le mileu***.** RDM, nº 9 (3) , p. 309-336. 1988.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas In: PARRA, C. (Org.) *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

DOUADY, R. *Jeux des cadres et dialectique outil-objet*. RDM*,* V.7, nº 2, p.p. 5-31, 1986.

__________. Tool, seeting, window: elements for analysing and constructing didactical situations in mathematics. In: BISHOP, A. J. et al *Mathematical knowledge*: *its growth through teaching*. p.109-130. Kluwer Academic Publishers. Netherlands, 1991.

__________.Evolução da relação com o saber em matemática na escola primária: uma crônica sobre cálculo mental. In: *Tendências em Educação Matemática*. Brasília: Em Aberto, p.33-42, abr/jun 1994.

DUEA, J. et al. *Resolução de problemas com o uso da calculadora.* In: KRULIK, R., REYS, R.E. (Org.) A Resolução de Problemas na Matemática Escolar. Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo — São Paulo: Atual, 1997.

GUELLI, O. Matemática: uma aventura do pensamento. 7ª ed. São Paulo: Ática, 2000.

LOPES, A . J. *Explorando o uso da calculadora no ensino de Matemática para jovens e adultos.* São Paulo. In: Alfabetização e Cidadania, nº 6, 1998.

MEDEIROS, K.M. *O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula*. Recife: UFPE, 1999. 211p. (dissertação de mestrado).

PERRET-CLERMONT, A.N. Transmiting knowledge: implicit negotiations in the student-teacher relationship**.** In: OSER, F. K. ; DICK, A & PATRY, J.L. (Eds). *Effective and responsible teaching, the new synthesis.* San Francisco*: Jossey-Bass Publisheres*. 1992.

SCHUBAUER-LEONI, M.L. Comunications cognitives dans l'interaction. *La construction interactive du quotidien*. Presses Universitaires de Nancy, França: 1994.

TAHAN, M. *As maravilhas da matemática.* Rio de Janeiro: Bloch, 1987.