VI SIPEM
Pirenópolis - Goiás
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Conhecimentos Necessários para o Ensino de Probabilidade: Discussão de uma Sequência Didática Desenvolvida com Estudantes de Matemática-Licenciatura

[1]José Ivanildo Felisberto de Carvalho, [2]Robson Candeias Macedo

[1]UFPE – Brasil
ivanfcar@hotmail.com

[2]UNIAN – Brasil
profmacedo@uol.com.br

Palavras-chave:

Probabilidade; educação probabilística; formação de professores.

Keywords

Probability; probabilistic education; teacher training.

RESUMO

Esse artigo discute quais os conhecimentos necessários aosfuturos professores de matemática para a compreensão do conceito de probabilidade em sua formação inicial. Apresentamos os resultados de uma sequência didática desenvolvida com licenciandos em um curso de Matemática-Licenciatura de uma universidade pública do Brasil. A referida sequência problematizou conhecimentos concernentes às noções que sustentam o conceito de probabilidade, os diferentes significados probabilísticos e o conceito de probabilidade condicional. Para análise dos dados utilizamos o registro das respostas, as estratégias adotadas em cada atividade da sequência e o debate em sala de aula. Os resultados apontam dificuldades dos licenciandos com respeito aos significados probabilísticos, com as noções de espaço amostral e no cálculo de quantificação de probabilidades, além de apresentar lacunas na compreensão sobre probabilidade condicional. Outro resultado que o estudo identificou é a resistência na aceitação do enfoque frequentista ao qual advogamos ser uma noção primordial para o trabalho do professor com probabilidade. As atividades estão ancoradas na literatura atual sobre os processos de ensino e aprendizagem da probabilidade constituindo-se também como exemplos de abordagem na formação inicial do professor para melhor desempenho em sua futura prática profissional.

ABSTRACT

This article discusses what knowledge needed byfuture mathematics teachers to understand the concept of probability in their initial training. We present the results of a didactic sequence developed with licensed on a Mathematic's degree program at a public University's Brazil.That sequence conceptualized knowledge concerning the concepts underpinning the concept of probability, the probabilistic different meanings and the concept of conditional probability.For a data analysis we used the register of answers, the strategies adopted in each activity of the sequence and the debate in the classroom. The results indicate difficulties with respect to probabilistic meanings, with the notions of space and the sample quantification calculation of probabilities, and present gaps in the understanding of conditional probability. Another result that the study identified is the resistance acceptance of the frequentist approach which advocate is a key concept for the teacher's work with probability. The activities are anchored in the current literature on the teaching and learning of probability constituting approach also as examples in initial teacher training for improved performance in their future professional practice.

1. Introdução

Esse texto discute os conhecimentos necessários aos professores de matemática na sua formação inicial para compreensão das noções concernentes ao conceito de probabilidade. Aplicamos uma sequência didática para o desenvolvimento dos conhecimentos comuns e especializados de probabilidade com estudantes em um curso de Matemática-Licenciatura de uma universidade pública no Brasil. As atividades foram adaptadas da literatura atual sobre o ensino e aprendizagem da probabilidade com a intenção de provocar reflexões sobre os conhecimentos que os licenciandos necessitam ter para um ensino eficaz deste tema em sua prática profissional.

Embora a probabilidade atualmente já apareça no currículo prescrito de matemática em diversos países, a formação específica para o ensino de probabilidade ainda precisa alcançar outro patamar nos cursos de formação inicial de professores de matemática. Diversos pesquisadores (PIETROPAOLO, CAMPOS, FELISBERTO DE CARVALHO E TEIXEIRA, 2013; KATAOKA et al, 2008) investigando o cenário do ensino de Probabilidade no Brasil constataram que os professores normalmente têm formação em Probabilidade e Estatística na graduação, mas os mesmos não têm conhecimento sobre como ensinar tais conteúdos.

2. Marco Teórico

A probabilidade é um conceito de natureza multifacetada. Batanero(2005) discorre sobre cinco significados probabilísticos, a saber: intuitivo, clássico, frequentista, subjetivo e axiomático. Vamos tratar apenas sobre os dois significados abordados na sequência didática – o clássico e o frequentista.

O significado da probabilidade clássica foi sistematizado por Pierre-Simon Laplace (1749 – 1827) e é largamente utilizado no ensino até os dias de hoje: "a razão deste número àquele de todos os casos possíveis é a medida desta probabilidade, que assim não mais é que uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis (P_A) e cujo denominador é o número de todos os casos possíveis (N)." (LAPLACE, 1814, p. 35 *apud* COUTINHO, 2007, p.16). Esta abordagem para encontrar *a priori* a probabilidade é denominada como probabilidade clássica, teórica ou até laplaciana: $P\ (A) = \frac{P_A}{N}$.

Pontuamos que o referido significado apresenta uma limitação por não ser possível de aplicação nas diversas situações de caráter probabilístico, citamos como exemplo experimentos em que o espaço amostral não é equiprovável (espaços finitos e não equiprováveis). Nos experimentos em que a variável é contínua (espaços amostrais infinitos) a definição laplaciana também não pode ser utilizada constituindo-se em outra limitação deste significado. Nesse enfoque, não é possível, por exemplo, calcular a probabilidade de que um ponto selecionado ao acaso, a partir de uma região que se localize numa determinada sub-região incluída.

Considere-se que, no decurso de ***N*** realizações de uma experiência, um acontecimento ***A*** ocorre $N_A\ vezes\ (0 \leq N_A \leq N)$. A probabilidade do acontecimento é definida como o limite, quando ***N*** tende ao infinito, da frequência relativa de ocorrência do acontecimento ***A.***Esta definição compreende o significado frequentista.

Como podemos observar a probabilidade frequentista é calculada com base na realização de um número crescente de ensaios. Podemos dizer que é uma probabilidade calculada *à posteriori.* Assim, a abordagem frequentista vai relacionar a probabilidade da experiência aleatória com a frequência relativa do acontecimento, que tende a estabilizar quando se repete esta experiência um número grande de vezes tendendo a infinito: $\lim_{n \to \infty} Fr_n(A) = P(A)$.

Batanero e Díaz (2012) colocam como uma limitação dosignificado frequentista o fato da mesma não fornecer o valor exato da probabilidade de um evento e não podermos encontrar uma estimativa quando o experimento não for possível de repetição um grande número de vezes. Determinados eventos, como no campo da história, não são possíveis de serem repetidos. Essa foi exatamente a motivação de J. Bernoulli para enunciar o que é a probabilidade frequentista na sua obra ArsConjectandi. E ainda é difícil decidir quantos testes são necessários para obter uma boa estimativa para a probabilidade de um evento.

Com respeito à probabilidade condicional este é um conceito relevante no campo das estatísticas por considerar alterações no nosso grau de crença sobre eventos aleatórios ao adquirimos novas informações. É um conceito que precisa ser levando em conta por que interfere no mapeamento do espaço amostral. Tanto a estatística clássica como a bayesiana utiliza a probabilidade condicional.

A probabilidade condicional refere-se à probabilidade de ocorrer um evento A sabendo-se que outro evento B já ocorreu. Formalmente, se define mediante a expressão: $P\ (A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}\ sempre\ que\ P(B) > 0.$

Em pesquisas realizadas, tanto com professores como com estudantes, uma das dificuldades com probabilidade condicional é discriminar adequadamente a direção da probabilidade condicional $P\ (A|B)\ e\ P\ (B|A)$ ou supor que $P\ (A|B)\ e\ P\ (B|A)$ são iguais. (BATANERO, CONTRERAS E DÍAZ, 2012). Esse erro é denominado como *falácia da condicional* *transposta.* Pelo teorema da Bayes, essas probabilidades condicionadas só são iguais se A e B tiverem a mesma probabilidade.

Como é nosso propósito discutir os conhecimentos necessários ao professor para o ensino de probabilidade na escola básica nos apoiamosno marco teórico discutido por Ball, Thames e Phelps (2008), os quais, também nos serviram de guia na elaboração desta sequência didática. Estes pesquisadores propõem, entre outras questões, o que os professores necessitam saber e ser capazes de fazer, efetivamente, para desenvolver o trabalho de ensinar.Dentre as categorias por eles sistematizadas destacamos o *conhecimento comum do conteúdo* e o *conhecimento especializado do conteúdo.*

O conhecimento comum do conteúdo refere-se ao conhecimento colocado em jogo para resolver determinados problemas matemáticos por qualquer pessoa que tenha estudado Matemática seja professor ou não. No que diz respeito ao ensino de probabilidade, se deve ter a capacidade de, por exemplo, diferenciar entre eventos aleatórios e determinísticos e mapear espaços amostrais de eventos mais simples.

No tocante ao conhecimento especializado do conteúdo – este inclui, por exemplo, aspectos como identificar ideias matemáticas que dão base a resolução de um problema e prever erros de alunos compreendendo as estratégias de raciocínio que determinados problemas matemáticos envolvem. É um conhecimento específico do professor. Com o conteúdo de probabilidade o professor deve dominar as noções que sustentam o conceito de probabilidade e, além disto, compreender os diferentes papéis dos significados probabilísticos (clássico, frequentista, subjetivo e axiomático) e suas implicações didáticas.

3. Método

Participaram dessa pesquisa 42 estudantes do 2º período matriculados na disciplina de Estatística e Probabilidade de um curso de Matemática-Licenciaturaem uma universidade pública no Brasil. Nessa turma não havia estudantes reprovados na referida disciplina. Na primeira atividade participaram 35 estudantes, na segunda 42 e na terceira 25 estudantes. Contudo, não há implicações para os resultados que vamos apresentar, uma vez que apresentamos as análises por atividades.

Elaboramos uma sequência de atividades que permitissem aos estudantes a ressignificação e/ou mesmo a construção dos conhecimentos sobre probabilidade, mobilizando o conhecimento comum e especializado do conteúdo. A referida sequência didática perpassou pelas noções concernentes aos significados probabilísticos – clássico e frequentistae o conceito de probabilidade condicional.

A primeira atividade foi realizada com o uso do computador de forma individual. Essa atividade tem como objetivo perceber a abordagem frequentista como uma estimativa da probabilidade e a influência da lei dos grandes números.

Enunciamos da seguinte forma:

> *Jogue 3 dados e some os pontos obtidos e anote todos os resultados.*
> *Repita essa jogada 20 vezes.*
> *Responda o questionário anotando quantas vezes você conseguiu uma soma de 3 pontos, quantas de 4, quantas 5, etc.. Não esqueça o seu nome.*
> *(Atenção: só responda o questionário após as 20 jogadas)*

A referida atividadefoi respondida utilizando um formulário virtual do Google onde os estudantes registravam quantas vezes cada resultado da soma apareceu nos seus lançamentos, ou seja, a frequência dos resultados da soma. O formulário ainda apresentava duas questões, a saber: *Quais são as chances de ao jogar os dados a soma ser 8? Qual é a probabilidade da soma ser 8?*

Após todos terem respondido levamos para a sala de aula algumas das respostas para discussão permitindo refletir sobre o significado clássico e o significado frequentista. Construímos ainda, uma animação gráfica com as frequências acumuladas das respostas dos lançamentos realizados pelos 35 estudantes, ou seja, o último gráfico apresentado contém a frequência acumulada de 700 lançamentos (35 estudantes x 20 lançamentos). Foi possível visualizar a noção da lei dos grandes números – frequências tendem a se estabilizar com um maior número de lançamentos.

A segunda atividade foi adaptada da pesquisa de IVES (2009) em que realizou um estudo sobre o conhecimento dos futuros professores de matemática sobre probabilidade. Esta atividade consistia em um questionário reflexivo em que os estudantes, em duplas, analisavam as afirmativas e se posicionavam numa primeira parte e na segunda discorriam sobre a afirmativa que eles mais se identificavam com justificativa. Com esta atividade tínhamos objetivo de identificar, mesmo após a discussão da primeira atividade do lançamento dos dados, como os estudantes compreendiam os significados probabilísticos (clássico e frequentista), e ainda, se os mesmos se posicionavam validando apenas um deles ou os dois. Segue a descrição da atividade:

Atividade 2 - Explorando Probabilidades
1a) Leia as seguintes declarações e registre o que você pensa sobre cada uma
i. Eu quero descobrir a probabilidade de sair um 3 no lançamento de um dado. Eu simulei um milhão de lançamentos e o 3 apareceu 166.549 vezes. Assim, a probabilidade de obter um 3 é aproximadamente 166.549 / 1000000 = 0,166549.
ii. Eu acho que a probabilidade de sair um 3 no lançamento de um dado não é muito boa. Com base na minha experiência de jogar com dados, 3 não vem com muita frequência. Eu diria que a probabilidade de sair um 3 é de cerca de 10%.
iii. Eu quero saber a probabilidade de sair 3 no lançamento de um dado. Eu sei que existem seis possíveis lados e que 3 é um desses lados, assim a probabilidade de sair o 3 é de 1/6.
iv. Eu quero encontrar a probabilidade de sair um 3 no lançamento de um dado. Eu pedi opinião a cinco amigos, assim como ao meu irmão e aos meus pais. Das oito pessoas que eu conversei com 5 deles me disse que era 1/6. Os outros três me disse que depende do dado, a probabilidade pode ser pequeno ou grande, você nunca sabe. Então, eu não tenho certeza, mas com base no que a maior parte das pessoas disse, eu diria que é 1/6.
1b) Destas quatro afirmações, qual delas você se identifica? Ou você concorda com a maioria?

A terceira atividade estava orientada para mobilizar os conhecimentos sobre probabilidade condicional. Para isto, lançamos mão do Jogo das Três fichas apresentado por Contreras (2011). Este jogo foi sistematizo com base no Paradoxo das Caixas de Bertrand, assim conhecido por ter sido estudado pelo matemático francês do século XIX Joseph Bertand. A versão do Paradoxo das Caixas que utilizamos em nossa sequência justifica-se por ser uma atividade que serve para comparar os significados laplacianos e frequentista de probabilidade e refletir sobre o conceito de probabilidade condicional. O jogo tem o seguinte enunciado:

Se tomam 3 fichas da mesma forma e tamanho, das quais uma é vermelha em ambas as faces; outra é azul por uma face e vermelho na outra e a terceira é azul nas duas faces. O professor coloca as três fichas em uma caixa, que agita convenientemente, antes de selecionar uma das três fichas ao azar. Mostra uma das faces da ficha, mantendo a outra escondida, pedindo a seus alunos que adivinhem a cor do lado oculto. Uma vez feita as apostas, o professor mostra o lado oculto. Cada aluno que tenha acertado a previsão efetuada consegue um ponto.

Os estudantes receberam uma folha de registro com o enunciado descrito e com espaço para os demais registros que a atividade solicita. Cada estudante deve apresentar sua estratégia e argumentar sobre a estratégia escolhida. Foi disponibilizado um tempo durante a aula para o debate coletivo e para decidir qual é a melhor estratégia, além dasocialização com a turmados diferentes argumentos envolvendo a probabilidade condicional.

Os dados da pesquisa foram constituídos pelas respostas e estratégias registradas pelos estudantes nas três atividades. Para análise desses dados adotamos uma perspectiva qualitativa e não apenas quantitativa dos acertos e erros. Recorremos a um software estatístico para realização das análises.

E ainda, no que diz respeito aos conhecimentos necessários ao ensino de probabilidade, consideramos as categorias apresentadas por Ball et al (2008) tal qual discutido no capítulo dois com foco no *conhecimento comum* e *especializado do conteúdo* de probabilidade.

4. Resultados e Discussões

É bem comum entre as pessoas a confusão entre a ideia de "chance" e "probabilidade". Com a atividade "Lançamento dos três dados" foi possível identificar algumas noções apresentadas por este grupo e utilizá-las para discussão e ressignificação do conceito trabalhado. Os resultados nos apontam que com este grupo também houve dificuldade em compreender a diferença entre chance e probabilidade.

Ao perguntarmos "*Qual a chance de ao jogar os dados o resultado da soma ser 8?*" não é o mesmo que "*Qual a probabilidade de ao jogar os dados o resultado da soma ser 8?*" Ter clareza desta diferença permeia o conhecimento especializado de probabilidade. Na figura 1 apresentamos a resposta de um dos participantes.

chance:	probabilidade:
20, porque a soma 8 pode acontecer nas 20 jogadas.	S={3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18} Evento da soma ser 8: P= 1/15 = 0,067 = 6,7%

Figura 1: resposta do estudante nº 17

Percebemos no momento do cálculo da probabilidade, a dificuldade no mapeamento do espaço amostral. Quando o estudante daresposta apresentada na figura 1 coloca que $P = {}^{1}/_{15}$ deve-se ao fato de que em seu experimento a soma 8 apareceu apenas 1 vez, e infere erroneamente o total de casos possíveis deste experimento. Um estudante escreveu que *"são varias as chances"* e que *"nesse meu caso foi 2 em 20..."* como se a probabilidade de sair a soma 8 nesses experimento fosse diferente para cada estudante que a realizasse. Tais dificuldades se categorizam como lacunas no conhecimento comum do conteúdo.

De todos os licenciandos, temos cinco estudantes que conseguiram mapear corretamente as possibilidades (21 chances) e encontrar corretamente a probabilidade em sua forma fracionária (21/216) ou em porcentagem (aproximadamente 9,72%). Aventamos que é preciso saber trabalhar com qualquer espaço amostral para compreender e quantificar as probabilidades de um evento específico.Nesse texto entendemos chance como as possibilidades de um determinado evento acontecer. E a probabilidade o número que mede esta chance. Na figura 2apresentamos duas imagens da animação gráfica que utilizamos para discussão com os estudantes. Esses gráficos foram construídos a partir do preenchimento do formulário virtual.

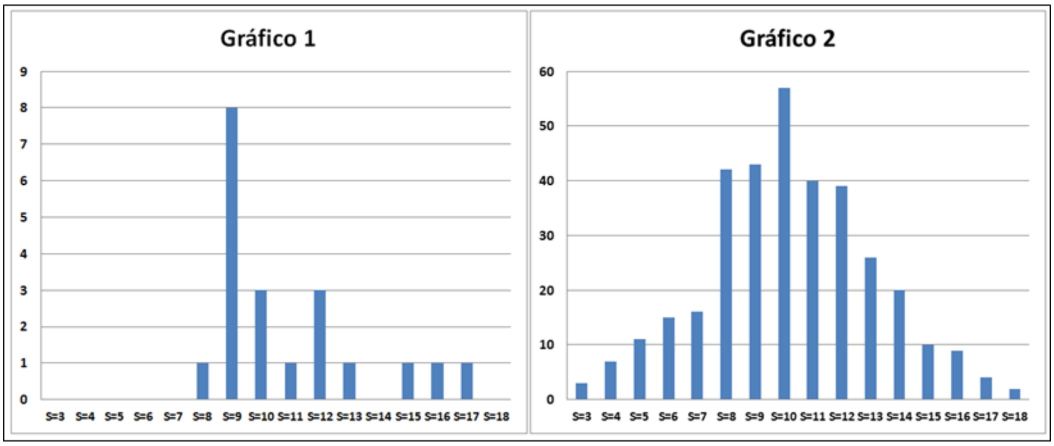


Figura 2: Frequência dos lançamentos de um estudante (gráfico 1) e frequência acumulada dos lançamentos dos trinta e cinco estudantes (gráfico 2)

O gráfico 1 apresenta a frequência do resultado com base em apenas os 20 lançamentos realizados por um estudante. E o gráfico 2 apresenta a frequência acumulada dos 35 estudantes que responderam essa atividade (700 lançamentos).

A segunda atividade foi realizada com 42 estudantes organizados em duplas. A Questão 1B (Q1B) apresentou um questionamento aos estudantes para os mesmos se posicionarem com respeito às quatro afirmativas da questão 1A.

Quando temos o questionamento "com qual ou quais você mais se identifica?" Os resultados nos mostram que dez duplas escreveram que se identificavam com a afirmativa "iii" – o que nos indica como o significado clássico de probabilidade tem forte validação pelos estudantes. Apenas três duplas indicaram se identificar com o significado frequentista. E os que apresentaram identificação tanto com o clássico como com o frequentista foi, também, de três duplas. Essa mesma quantidade de duplas também não declarou qual o significado que mais se identificaria, o que podemos entender como uma determinada insegurança em revelar sua identificação.

Especificamente com o item "1Ai", inferimos que quatro duplas de estudantes apresentam justificativas que revelam o não aceite do significado frequentista. Apresentamos na figura 3 uma dessas justificativas.

i. Eu quero descobrir a probabilidade de sair um 3 no lançamento de um dado. Eu simulei um milhão de lançamentos e o 3 apareceu 166.549 vezes. Assim, a probabilidade de obter um 3 é aproximadamente 166.549 / 1000000 = 0,166549.

Ele não deveria ter dividido pela quantidade de vezes que jogou, mas pelo espaço amostral que é de 6 em cada lançamento.

Ele não deveria ter dividido pela quantidade de vezes que jogou, mas pelo espaço amostral que é de 6 em cada lançamento.

Figura 3: resposta da dupla nº 2

Com respeito às justificativas do item "1Aiii" inferimos uma maior segurança dos estudantes com as suas respostas. Foi perceptível em nove duplas utilizar em suas justificativas as palavras "correto", "exato", "justo" e/ou "raciocínio ou pensamento correto" como validação da probabilidade clássica.

iii. Eu quero saber a probabilidade de sair 3 no lançamento de um dado. Eu sei que existem seis possíveis lados e que 3 é um desses lados, assim a probabilidade de sair o 3 é de 1/6.

Concordamos com a afirmação, pois, ao nosso ver é a forma correta de resolver o problema.

Concordamos com a afirmação, pois, ao nosso ver é a forma correta de resolver o problema.

Figura 4: resposta da dupla nº 11

A resposta da dupla da figura 4 demonstra o grau de confiabilidade dos dois estudantes ao escrever que "é a forma correta de resolver o problema". Reiteramos aqui, que em sala de aula é necessário situações que articulem os significados e que se tornem ricas oportunidades pedagógicas na construção deste conceito (COUTINHO, 2007; BATANERO, 2005); ter clareza dessas questões, por parte do professor, tem relação com o conhecimento especializado do conteúdo.

Da terceira atividade participaram 25 licenciandos. Tomamos para nossa análise as estratégias descritas em Contreras (2011), a saber: E1 – Apostar na mesma cor da face que se vê (correta); E2 – Apostar na cor contrária da que se mostra; E3 – Considerar que não utilizou nenhuma estratégia - escolha aleatória; E4 – Eleger uma das cores em todos os ensaios; E5 – Uso dos resultados anteriores para a escolha; E6 – Mudar as estratégias ao longo da sequência dos ensaios; E7 – Propriedades não físicas das tarjetas.

Analisando as estratégias iniciais (primeira jogada)apresentamosna tabela 1 as frequênciasdos tipos de estratégias.

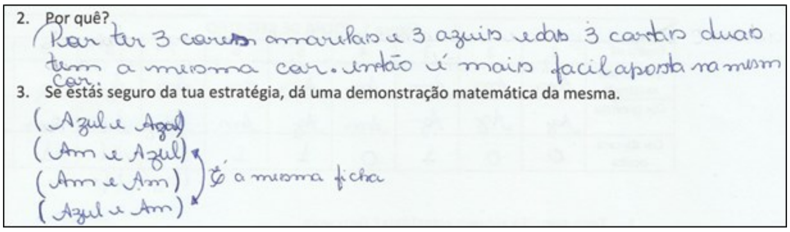
Estratégias	*Frequên-cias*
E2	5
E3	17
E4	1
E5	2
TOTAL	25

Tabela 1 – Frequências com relação aos tipos de estratégias
Fonte: Arquivo pessoal dos autores

As estratégias E1, E6 e E7 não foram listadas na tabela 1, pois apesar de serem possíveis não foram encontradas nesse grupo. Os índices nos revelam que um maior grupo de licenciandos (17) considerou que não utilizavam nenhum tipo de estratégia em suas apostas ou que apostavam aleatoriamente (E3). Alguns argumentos errôneos apresentavam uma ideia de que os resultados de dar uma das cores seriam equiprováveis. Nenhum dos participantes elegeu a estratégia correta "E1" como estratégia inicial. Esses resultados estão na mesma direção dos resultados de Contreras (2011) em que a E3 é a de maior índice (47,6%) de indicações dos participantes da sua pesquisa com 166 professores em exercícios e licenciandos.

No segundo momento da atividade, realizava-se outro sorteio e desta vez era solicitado aos estudantes, além de identificar a estratégia elegida por eles, deveriam apresentar uma demonstração matemática para a mesma. Temos que quinzeestudantes apresentaram uma demonstração matemática, enquanto que dez não responderam este item. Dos que apresentaram uma demonstração matemática identificamos argumentos errôneos como estabelecer a razão entre a quantidade de fichas azuis e a de fichas amarelas (exemplo: 3 azuis e 3 amarelas = 50%).

O problema pode ser resolvido de diversas formas e sem necessariamente utilizar a formula da probabilidade condicional. Uma solução correta e mais intuitiva é observar que das 3 fichas, duas tem a mesma cor. Ao sortear uma ficha aleatoriamente temos três possibilidades (as três fichas). Os casos favoráveis são as duas fichas de mesma cor. Logo, a probabilidade de face oculta = face visível é igual a probabilidade de duas faces iguais, ou seja, 2/3. Dos quinze estudantes que responderam, os mesmos utilizaram frações, porcentagens, combinações e diagramas das possibilidades para demonstrar sua estratégia. A seguir, apresentamos uma das respostas.



2. Por quê?

(Por ter 3 cores amarelas e 3 azuis e das 3 cartas duas tem a mesma cor. então é mais facil aposta na mesm cor.

3. Se estás seguro da tua estratégia, dá uma demonstração matemática da mesma.

(Azul e Azul)
(Am e Azul)
(Am e Am) É a mesma ficha
(Azul e Am)

Figura 5: resposta do estudante n° 15

Na figura 5o estudante aponta para a resposta correta que é de apostar na mesma cor utilizando um raciocínio intuitivo.

Para chegar a uma demonstração correta utilizando a probabilidade condicional, poderia se pensar na resposta à seguinte pergunta: Qual a probabilidade de ocorrer A_m dado que A_m já tenha ocorrido? Utilizando o algoritmo do cálculo da probabilidade condicional $P(A_m|A_m) = \frac{P(A_m \cap A_m)}{P(A_m)}$ encontramos $\frac{1/3}{1/2} = 2/3$. De forma análoga para a cor azul. E para confirmar utilizando a ficha de cor diferente: Qual a probabilidade de ocorrer A_m dado que A_z já tenha ocorrido? Encontramos como resposta $\frac{1/6}{1/2} = 1/3.$ De forma análoga encontramos o mesmo resultado trocando as cores. Assim, a probabilidade de apostar na mesma cor é maior e se torna em uma estratégia mais sabia. Com esta explicação sistematizamos o conceito de probabilidade condicional junto aos estudantes.

5. Considerações Finais

Encontramos lacunas no conhecimento comum do conteúdo desse grupo de licenciandos. Esses resultados são motivos de preocupação, na formação inicial dos estudantes do curso de Matemática-Licenciatura, uma vez que se aos mesmos não for propiciada uma vivência de situações que mobilizem os conhecimentos necessários ao ensino, os professores tenderão a falhar no ensino de probabilidade, tais como nas situações em que se exige do professor compreender o que os alunos sabem e como raciocinam,e a partir disso, decidirem estratégias didáticas de ação.

Defendemos, com base nos estudos aqui apresentados, que os licenciandosdevem na sua formação inicial entrar em contato com atividades que mobilizem os diferentes significados de probabilidade, as noções que sustentam esse conhecimento e ter em seu repertório situações didáticas para a sua futura prática profissional. Ao mobilizar tais conhecimentos com os licenciandos estaremos avançando na transição do *conhecimento comum* para o *conhecimento especializado de probabilidade,* e que, reverbere no Conhecimento Matemático para o Ensino de Probabilidade.

Referências

BALL, D; THAMES, M. H., PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? **Journal of teacher educacion**.n.5, p.389-407. 2008.

BATANERO, C; CONTRERAS, J. M., DÍAZ, C. Sesgos em el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza. **Revista Digital Matemática, Educación e Internet**. 12 (2). 2012.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.** Vol. 8. Nº3. México. p.247-263. 2005.

CONTRERAS, J. M.**Avaliação de conhecimentos e recursos didáticos na formação de professores sobre Probabilidade Condicional.** Tese – Departamento de Didáctica de la matemática – Universidade de Granada. 2011.

COUTINHO, C. Q. S.Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática.**2 (3), p.50-67, UFSC: 2007.

IVES, S. E. **Learning to Teach Probability: Relationships among Preservice Teachers' Beliefs and Orientations, Content Knowledge, and Pedagogical Content Knowledge of Probability.** Faculty of North Carolina State University - 2009.

KATAOKA, V. Y., SOUZA, A. A., OLIVEIRA, A. DE C. S., FERNANDES, F., PARANAÍBA, P., OLIVEIRA, M. S.**Probability Teaching in Brazilian Basic Education: Evaluation and Intervention.** Anais do ICME 11, TSG 13, Monterrey, Mexico, 2008.

PIETROPAOLO, R., CAMPOS, T.M.M.,FELISBERTO DECARVALHO, J. I., TEIXEIRA, P. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais.** 2013. Acessado em 10 de janeiro de 2014 http://seminarios.capes.gov.br/observatorio-da-educacao/resumos/108-educacao-basica.html