VIII SIPEM
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Educação Matemática, pandemia, pós-pandemia e a atualidade: implicações na pesquisa e nas práticas de ensinar e aprender

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SBEM RESISTIR PELA MATEMÁTICA

Uberlândia (MG) – Online

2021

Anais

"Educação Matemática, pandemia, pós-pandemia e a atualidade: implicações na pesquisa e nas práticas de ensinar e aprender"

Uberlândia (MG) – Online

22 a 27 de novembro de 2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Even3 Publicações, PE, Brasil)

S471 Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (8.: 2021 : Uberlândia, MG)

Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática [Recurso eletrônico]. / Organizado por Maurício Rosa e Vanessa Franco Neto. – 1.ed. - Uberlândia: SBEM, 2021.

Tema: Investigação em Educação Matemática no Brasil
ISSN 2764-3158

1. Educação. 2. Matemática. 3. Investigação. I. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. II. Título.

CDD 370

Elaborado por Amanda Rodrigues – CRB-4/1241

Diretoria Nacional Executiva

Presidente: Marcelo Almeida Bairral (UFRRJ)

Vice-Presidente: Fátima Peres Zago de Oliveira (IFC - Campus Rio do Sul)

Primeiro Secretário: Geraldo Eustáquio Moreira (UnB)

Segunda Secretária: Vanessa Franco Neto (UFMS)

Terceiro Secretário: Maurício Rosa (UFRGS)

Primeiro Tesoureiro: Leandro de Oliveira Souza (UFU)

Segunda Tesoureira: Ana Virgínia de Almeida Luna (UEFS)

Conselho Nacional Fiscal:

Antonio Carlos de Souza (UNESP - Campus de Guaratinguetá)

Everton José Goldoni Estevam (UNESPAR - Campus de Campo Mourão)

Verônica Gitirana (UFPE)

Rhômulo Oliveira Menezes (SEDUC-PA / UFPA)

VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

Comissão Organizadora

Cristiane Coppe de Oliveira - Universidade Federal de Uberlândia (coordenadora geral)

Ana Cláudia Molina Zaqueu Xavier - Universidade Federal de Uberlândia

Ana Luíza Muniz Corrêa - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Carla Cristina Pompeu - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Cássia Valenia Gonçalves Vieira - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Cinara Ribeiro Peixoto - Universidade Federal de Uberlândia

Erika Brinck Gonçalves - Egressa Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Érika Maria Chioca Lopes - Universidade Federal de Uberlândia

Fabiana Fiorezi de Marco - Universidade Federal de Uberlândia

Gabriela de Souza Ferreira - Universidade Federal de Uberlândia

Gracelina Alvea Silva - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Julie Clara Oliveira de Souza - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Junior Cardozo da Cunha - Universidade Federal de Uberlândia

Leandro de Oliveira Souza - Universidade Federal de Uberlândia

Lóren Grace Kellen Maia Amorim - Universidade Federal de Uberlândia

Luan Antônio Rodrigues Galante - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Luana Cristina Bernardino Faquim - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Maria Luiza Souza e Silva - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Maria Tânia Gomes Lima - Universidade Federal de Uberlândia

Mônica de Cássia Siqueira Martines - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Pablo Ricardo Nunes dos Santos - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Paloma de Lima Amaral - Egressa Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Renata Cristina da Fonseca - Universidade Federal de Uberlândia

Ricardo de Oliveira Muniz Junior - Egresso Universidade Federal de Uberlândia

Róger Santana da Silva - Egresso Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Shirley Patrícia Nogueirda de Castro e Almeida - Universidade Estadual de Montes Claros

Tácito de Deus Ferreira Soares - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Vinícius Soares Carneiro - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Comissão Científica

Maurício Rosa (Coordenação da comissão científica)

Vanessa Franco Neto (Coordenação da comissão científica)

Edda Curi (coordenação do GT01)

Maria Lucia Pamossian (coordenação do GT02)

Clarissa de Assis Olgin (coordenação do GT03)

Ângela Marta Savioli (coordenação do GT04)

Milton Rosa (coordenação do GT05)

Wagner da Silveira Marques (coordenação do GT06)

Jonei Cerqueira Barbosa (coordenação do GT07)

João Ricardo Viola dos Santos (coordenação do GT08)

Sandra Maria Pinto Magina (coordenação do GT09)

Karina Pessoa (coordenação do GT10)

Tânia Baier (coordenação do GT11)

Suzi Samá Pinto (coordenação do GT12)

Fernanda Malinosky (coordenação do GT13)

Veridiana Rezende (coordenação do GT14)

Antônio Vicente Marafioti Garnica (coordenação do GT15)

Pareceristas:

GT 01 - Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Ana Virginia de Almeida Luna - Universidade Estadual de Feira de Santana

Angelica da Fontoura Garcia Silva - Universidade Anhanguera de São Paulo

Edda Curi - Universidade Cruzeiro do Sul

Edite Resende Vieira - Colégio Pedro II

Edvonete Souza de Alencar - Universidade Federal da Grande Dourados

Gilda Guimarães – Universidade Federal de Pernambuco

Glorya Maria Alves Ramos - Universidade do Estado do Rio de Janeiro

João Alberto da Silva - Universidade Federal do Rio Grande

Leila Pessôa Da Costa - Universidade Estadual de Maringá

Nelma Sgarbosa Roman de Araujo - Centro Universitário de Tecnologia e Ciências do Norte do Paraná

Regina Maria Pavanello - Universidade Estadual do Paraná- Campus Campo Mourão

Vinicius Carvalho Beck - Instituto Federal Sul-rio-grandense

GT 02 - Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio

Ana Paula Barbosa de Lima -Colégio Eximius

Carmen Teresa Kaiber - Universidade Luterana do Brasil

Claudia Lisete Oliveira Groenwald - Universidade Luterana do Brasil

Fátima Peres Zago de Oliveira - Instituto Federal Catarinense

Felipe de Almeida Costa - Universidade Cruzeiro do Sul

Gabriela dos Santos Barbosa - Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Jamille Vilas Boas - Instituto Federal da Bahia

João Bosco Laudares - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Lauro Chagas e Sá - Instituto Federal do Espírito Santo

Maria Elisa Esteves Lopes Galvão - Universidade Bandeirante de São Paulo

Maria Lucia Panossian - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Pedro Carlos Pereira - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Rafael Vassallo Neto - Instituto Federal do Rio de Janeiro

Rúbia Barcelos Amaral - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita

Susimeire Vivien Rosotti de Andrade - Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Wagner Gomes Barroso Abrantes - Universidade Anhanguera

GT 03 - Currículo e Educação Matemática

Adriano Vargas Freitas - Universidade Federal Fluminense

Alessandra Carvalho Teixeira - Universidade Paulista

Clarissa de Assis Olgin - Universidade Luterana do Brasil

Claudia Lisete Oliveira Groenwald - Universidade Luterana do Brasil

Cleber Dias da Costa Neto - Universidade Federal do Rio de Janeiro - Colégio de Aplicação

Deise Aparecida Peralta - Universidade Estadual Paulista

Elenilton Vieira Godoy - Universidade Federal do Paraná

Gilberto Januário - Universidade Federal de Ouro Preto

Harryson Júnio Lessa Gonçalves - Universidade Estadual Paulista

Kátia Cristina Lima Santana - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Marcio Antonio da Silva - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Rúbia Barcelos Amaral - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Wagner Barbosa de Lima Palanch - Universidade Cruzeiro do Sul

Wanusa Rodrigues da Silva - Centro Universitário São Camilo

GT 04 - Educação Matemática no Ensino Superior

Adriana Helena Borssoi - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Angela Marta Pereira das Dores Savioli - Universidade Estadual de Londrina

Barbara Lutaif Bianchini – Pontifícia Universidade Católica - São Paulo

Frederico da Silva Reis - Universidade Federal de Outo Preto

Gabriel Loureiro de Lima - Pontifícia Universidade Católica - São Paulo

Giselle Costa de Sousa - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Herminio Borges Neto - Universidade Federal do Ceará

João César Moura Mota - Universidade Federal do Ceará

José Carlos Pinto Leivas - Centro Universitário Franciscano de Santa Maria

Karly Barbosa Alvarenga – Universidade Federal de Goiás

Laís Cristina Viel Gereti - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Lilian Nasser - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Márcia Maria Fusaro Pinto - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Marcio Vieira de Almeida - Pontifícia Universidade Católica - São Paulo

Maria Rachel Pinheiro Pessoa Pinto de Queiroz -Universidade do Estado da Bahia

Mariany Layne Souza – Universidade Estadual de Londrina

Natália Maria Cordeiro Barroso - Universidade Federal do Ceará

Raquel Carneiro Dörr - Universidade de Brasília

Rogério Fernando Pires - Universidade Federal de Uberlândia

Sílvio César Otero-Garcia - Instituto Federal de São Paulo

Sonia Barbosa Camargo Igliori - Pontifícia Universidade Católica - São Paulo

GT 05 - História da Matemática e Cultura

Adriano Fonseca - Universidade Federal do Tocantins

Aline Caetano da Silva Bernardes - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Carolina Tamayo-Osorio – Universidade Federal de Minas Gerais

Cristiane Coppe de Oliveira – Universidade Federal de Uberlândia

Daniel Clark Orey - Universidade Federal de Ouro Preto

Darlane Cristina Maciel Saraiva – Instituto Federal do Amazonas

Eulina Coutinho Silva do Nascimento - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Fábio Lennon Marchon dos Santos – Universidade Federal Fluminense

Gustavo Alexandre de Miranda - Universidade São Judas Tadeu

Ieda Maria Giongo - Universidade do Vale do Taquari

Janine Barbosa Lima Fransolin - Universidade Estadual de Goiás

José Roberto Linhares de Mattos - Universidade Federal Fluminense

José Sávio Bicho de Oliveira – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

Lenira Pereira da Silva - Instituto Federal de Sergipe

Leonardo Dourado de Azevedo Neto – Universidade Federal do Amazonas

Línlya Natássia Sachs Carmelengo de Barbosa - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Luzia de Fátima Barbosa Fernandes - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt - Universidade do Vale do Taquari

Maria Aparecida Mendes de Oliveira - Universidade Federal da Grande Dourados

Marger da Conceição Ventura Viana – Universidade Federal de Ouro Preto

Maria Cecília Fantinato - Universidade Federal Fluminense

Miguel Chaquiam - Universidade do Estado do Pará

Milton Rosa – Universidade Federal de Ouro Preto

Mônica Siqueira Martines - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Olenêva Sanches Sousa - Red Internacional de Etnomatemática

Romaro Antonio Silva - Instituto Federal do Amapá

Sandra Maria Nascimento de Mattos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Zulma Elizabete de Freitas Madruga - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

GT06 – Educação Matemática: Tecnologias Digitais e Educação a Distância

Alexandre Rodrigues de Assis – SEEDUC/RJ

Cláudia Cristina Soares de Carvalho – Instituto Federal de São Paulo

Daise Lago Pereira Souto – Universidade Estadual de Mato Grosso

Marcelo Almeida Bairral – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Marcos Paulo Henrique – SEEDUC-RJ

Maria Madalena Dullius – Universidade do Vale do Taquari

Maurício Rosa – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Nilce Fátima Scheffer – Universidade Federal da Fronteira Sul - Chapecó

Rony Cláudio de Oliveira Freitas – Instituto Federal do Espírito Santo

Rosilângela Maria de Lucena Scanoni Couto – Universidade Federal de Pernambuco

Tanise Paula Novello – Universidade Federal do Rio Grande

Verônica Gitirana Gomes Ferreira – Universidade Federal de Pernambuco

Wagner da Silveira Marques – Universidade Cândido Mendes

GT 07 - Formação de Professores que Ensinam Matemática

Adair Mendes Nacarato - Universidade São Francisco

Adriana Fatima de Souza Miola - Universidade Federal da Grande Dourados

Aldinete Silvino de Lima - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Ana Cristina Ferreira - Universidade Federal de Ouro Preto

Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Andréia Maria Pereira de Oliveira - Universidade Federal da Bahia

Armando Traldi Jr - Instituto Federal de São Paulo

Bruna Moustapha-Corrêa - Universidade Federal do estado do Rio de Janeiro

Cármen Lúcia Brancaglion Passos - Universidade Federal de São Carlos

Celi Espasandin Lopes - Universidade Cruzeiro do Sul

Débora Regina Wagner - Universidade Federal de Santa Catarina

Diego Fogaça Carvalho - Universidade Pitágoras

Douglas da Silva Tinti - Universidade Federal de Ouro Preto

Eliane Matesco Cristovão - Universidade Federal de Itajubá

Enio Freire de Paula -Instituto Federal de São Paulo

Ettiène Guérios - Universidade Federal do Paraná

Fernando Luís Pereira Fernandes - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Flávia Cristina de Macêdo Santana - Universidade Estadual de Feira de Santana

Flávia Cristina Figueiredo Coura - Universidade Federal de São João Del Rei

Henrique Rizek Elias - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Ieda Maria Giongo - Universidade do Vale do Taquari

Iranete Maria da Silva Lima - Universidade Federal de Pernambuco

Isabel Koltermann Battisti - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

Lúcia Cristina Silveira Monteiro - Universidade Federal de Alagoas

Maria do Carmo de Sousa - Universidade Federal de São Carlos

Marlova Estela Caldatto - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Marta Élid Amorim Mateus - Universidade Federal de Sergipe

Miguel Ribeiro - Universidade Estadual de Campinas

Neusa Maria Marques de Souza - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Niusarte Virginia Pinheiro - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Patrícia Sandalo Pereira - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Regina Célia Grando - Universidade Federal de Santa Catarina

Reginaldo Fernando Carneiro - Universidade Federal de Juiz de Fora

Renata Camacho Bezerra - Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Rogério Marques Ribeiro - Instituto Federal de São Paulo

Sabrina Bobsin Salazar - Universidade Federal de Pelotas

Samira Zaidan - Universidade Federal de Minas Gerais

Sandra Aparecida Fraga da Silva - Instituto Federal do Espírito Santo

Sueli Fanizzi - Universidade Federal de Mato Grosso

Vanessa Largo Andrade - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Vanessa Moretti - Universidade Federal de São Paulo

Vânia Cristina da Silva Rodrigues - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Vinícius Pazuch - Universidade Federal do ABC

Wellington Lima Cedro - Universidade Federal de Goiás

GT08 - Avaliação e Educação Matemática

Carlos Augusto Aguilar Júnior - Universidade Federal Fluminense

Cleyton Hércules Gontijo - Universidade de Brasília

Cristiano Forster - Instituto Federal Catarinense - Campus São Bento do Sul

Emiliano Augusto Chagas - Instituto Federal de São Paulo

Gabriel dos Santos e Silva - Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema

Isabel Cristina Rodrigues de Lucena - Universidade Federal do Pará

Jader Otávio Dalto - Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Córnelio Procópio

João Ricardo Viola dos Santos - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Juliana Alves de Souza- Universidade Federal do Mato Grosso do Sul– Aquidauana

Jutta Cornelia Reuwsaat Justo - Universidade Luterana do Brasil

Magna Natalia Marin Pires - Universidade Estadual de Londrina

Marcele Tavares Mendes - Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Londrina

Maria Isabel Ramalho Ortigão - Universidade Estadual do Rio de Janeiro

Maria Tereza Carneiro Soares - Universidade Federal do Paraná

Pamela Emanueli Alves Ferreira - Universidade Estadual de Londrina

Regina Luzia Corio de Buriasco - Universidade Estadual de Londrina

GT 09 - Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática

Alina Galvão Spinillo - Universidade Federal de Pernambuco

Amarildo Melchiades da Silva - Universidade Federal de Juiz de Fora

Airton Carrião Machado - Universidade Federal de Minas Gerais

Antonio César Nascimento Teixeira - Universidade Federal do Sul da Bahia

Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca - Universidade Federal de Minas Gerais

Egídio Rodrigues Martins - Instituto Federal do Norte de Minas Gerais

Ernani Martins dos Santos - Universidade de Pernambuco

Janete BoliteFrant - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Luiz Carlos Leal Junior- Instituto Federal de São Paulo

Ronaldo Barros Ripardo - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

Sandra Magina - Universidade Estadual de Santa Cruz

Sintria Lautert - Universidade Federal de Pernambuco

Vanessa Sena Tomaz -Universidade Federal de Minas Gerais

Vera Lúcia Merlini - Universidade Estadual de Santa Cruz

GT 10 - Modelagem Matemática

Ademir Donizeti Caldeira - Universidade Federal de São Carlos

Adriana Borssoi - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Alvino Sant'Ana - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Ana Paula Zanim Lorin - Universidade Estadual de Londrina

Bárbara Cândido Braz - Universidade Federal do Paraná

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa - Universidade Estadual do Norte do Paraná

Bianca de Oliveira Martins - Universidade Estadual de Londrina

Bruna Zution Dalle Prane - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Camila Fogaça de Oliveira - Senai Londrina

Célio Roberto Melillo - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Cíntia da Silva Milan - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais

Cláudia Carreira da Rosa - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Daiany Cristiny Ramos - Universidade Anhanguera

Debora Da Silva Soares - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dionísio Burak - Universidade Estadual do Centro-Oeste

Dirceu dos Santos Brito - Secretaria de Educação do Estado do Paraná

Elaine Cristina Ferruzzi - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Eleni Bisognin - Universidade Franciscana

Elida MaiaraVelozo de Castro - Universidade Estadual de Londrina

Elizabeth Gomes Souza - Universidade Federal do Pará

Emerson Tortola - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Everaldo Silveira - Universidade Federal de Santa Catarina

Gabriele Granada Veleda - Universidade Estadual do Paraná

Gabriele Mutti - Secretaria de Educação do Estado do Paraná

Ilaine da Silva Campos - Universidade Federal de Minas Gerais

Jeferson Takeo Padoan Seki - Universidade Estadual do Norte do Paraná

José Carlos Cifuentes - Universidade Federal do Paraná

Jussara de Loiola Araújo - Universidade Federal de Minas Gerais

Laynara Zontini - Universidade Estadual de Ponta Grossa

Leônia Gabardo Negrelli - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Letícia Barcaro Celeste Omodei - Universidade Estadual do Paraná

Lilian Akemi Kato - Universidade Estadual de Maringá

Lourdes Maria Werlede Almeida - Universidade Estadual de Londrina

Marilaine de Fraga Sant'Ana - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Maria Salett Biembengut - Fundação Universidade Regional de Blumenau

Michele Regiane Dias Veronez - Universidade Estadual do Paraná

Regina Helena de Oliveira Lino Franchi - Universidade Federal do ABC

Régis Forner - Secretaria de Educação do Estado de São Paulo

Rodrigo Dalla Vecchia - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Rodolfo Eduardo Vertuan - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Tiago Emanuel Klüber - Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Thiago Fernando Mendes - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Vanilde Bisognin - Centro Universitário Franciscano

Vantielen da Silva Silva - Universidade Estadual do Centro Oeste

Wanderley Sebastião de Freitas - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro

Wellington Piveta Oliveira - Universidade Estadual de Maringá

GT 11 - Filosofia da Educação Matemática

Adlai Ralph Detoni - Universidade Federal de Juiz de Fora

Ana Paula Purcina Baumann - Universidade Federal de Goiás

Denise Silva Vilela - Universidade Federal de São Carlos

Fabiane Mondini- Universidade Estadual Paulista

Luciane Ferreira Mocrosky - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Margareth Aparecida Sacramento Rotondo - Universidade Federal de Juiz de Fora

Maria Aparecida Viggiani Bicudo - Universidade Estadual Paulista

Orlando de Andrade Figueiredo - Universidade Estadual Paulista

Rejane Siqueira Julio - Universidade Federal de Alfenas

Renata Cristina Geromel Meneghetti - Universidade de São Paulo

Roger Miarka - Universidade Estadual Paulista

Rosa Monteiro Paulo - Universidade Estadual Paulista

Rosemeire de Fatima Batistela - Universidade Estadual de Feira de Santana

Sonia Maria Clareto - Universidade Federal de Juiz de Fora

Tânia Baier - Universidade Regional de Blumenau

Verilda Speridião Kluth - Universidade Federal de São Paulo

GT 12 - Educação Estatística

Ailton Paulo de Oliveira Júnior – Universidade Federal do ABC

Amari Goulart - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Andrea Pavan Perin - Faculdade de Tecnologia de São Paulo e SESI

Antônio Carlos de Souza - Universidade Estadual Paulista

Cássio Cristiano Giordano - Faculdades Integradas de Guarulhos

Celso Campos – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Cristiane de Arimatéa Rocha - Universidade Federal de Pernambuco

Everton José Goldoni Estevam - Universidade Estadual do Paraná

Irene Maurício Cazorla - Universidade Estadual de Santa Cruz

Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos - Universidade Federal de Pernambuco

José Ivanildo Felisberto Carvalho - Universidade Federal de Pernambuco

José Roberto Costa Júnior - Secretaria de Educação de Campina Grande- Paraíba

Leandro de Oliveira Souza - Universidade Federal de Uberlândia

Marta Élid Amorim Mateus - Universidade Federal de Sergipe

Reinaldo Feio Lima - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

Robson da Silva Eugênio - Universidade Federal de Pernambuco

GT 13 - Diferença, Inclusão e Educação Matemática

Agnaldo da Conceição Esquincalha - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Amanda Queiroz Moura - Faculdades Metropolitanas Unidas

Ana Lúcia Manrique - Pontifícia Universidade Católica - São Paulo

Carlos Eduardo Rocha dos Santos - Universidade Federal do ABC

Cláudia Coelho de Segadas Vianna - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Cláudia Rosana Kranz - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Edmar Reis Thiengo - Instituto federal do Espírito Santo

Elielson Ribeiro de Sales - Universidade Federal do Pará

Erica Aparecida Capasio Rosa - SOMOS – Educação

Érika Silos de Castro Batista - Universidade Federal Fluminense

Fabiane Vieira Guimarães Marcondes - Instituto federal de São Paulo

Fábio Alexandre Borges - Universidade Estadual do Paraná

Gisela Maria da Fonseca Pinto - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Guilherme Henrique Gomes da Silva - Universidade Federal de Alfenas

Jurema Lindote Botelho Peixoto - Universidade Estadual de Santa Cruz

Karem Keyth de Oliveira Marinho - Universidade do Estado do Amazonas

Leiliane Coutinho da Silva Ramos - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Lessandra Marcelly Sousa da Silva - Unopar /SEED - SP

Lulu Healy- Kings College – UK

Maria Cristina Polito de Castro - Fundação Educacional Serra dos Órgãos

Maria Emília Melo Tamanini Zanquetta - SEED/PR

Miriam Godoy Penteado - Universidade Estadual Paulista

Ole Skovmose - Universidade Estadual Paulista

Reginaldo Fernando Carneiro - Universidade Federal de Juiz de Fora

Reinaldo Feio Lima- Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

Renato Marcone José de Souza - Universidade Federal de São Paulo

Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Rosana Maria Mendes - Universidade Federal de Lavras

Rozane da Silveira Alves - Universidade Federal de Pelotas

Salete Maria Chalub Bandeira - Universidade Federal do Acre

Sani de Carvalho Rutz da Silva - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Silene Pereira Madalena - Instituto Nacional de Educação de Surdos

Sílvia Teresinha Frizzarini - Universidade do Estado de Santa Catarina

Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes - Universidade Anhanguera de São Paulo

Tania Elisa Seibert - Universidade Luterana do Brasil

Thaís Philipsen Grutzmann - Universidade Federal de Pelotas

Walber Christiano Lima da Costa - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

GT 14 – Didática da Matemática

Afonso Henriques - Universidade Estadual de Santa Cruz

Claudete Cargnin - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Danielly Regina Kaspary dos Anjos - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

José Luiz Cavalcante - Universidade Estadual da Paraíba

José Luiz Magalhães de Freitas - Universidade Anhanguera-Uniderp / Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

José Messildo Viana Nunes - Universidade Federal do Pará

Luiz Márcio Santos Farias – Universidade Federal da Bahia

Maria José Ferreira da Silva - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Mariana Moran - Universidade Estadual de Maringá

Marilena Bittar - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Marilene Rosa dos Santos - Universidade de Pernambuco

Paula Moreira Baltar Bellemain - Universidade Federal de Pernambuco

Rosinalda Aurora de Melo Teles - Universidade Federal de Pernambuco

Saddo Ag Almouloud - Universidade Federal do Pará

Veridiana Rezende - Universidade Estadual do Paraná

GT 15 - História da Educação Matemática

Antônio Vicente Marafioti Garnica - Universidade Estadual Paulista

Arlete Brito - Universidade Estadual Paulista

Bárbara Diesel Novaes - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Brian Diniz Amorim - Universidade Federal de Minas Gerais

Bruno Dassie - Universidade Federal Fluminense

Carla Regina Mariano - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Carlos Roberto Vianna - Universidade Federal do Paraná

Circe Mary Silva da Silva Dynnikov - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Cláudia Flores - Universidade Federal de Santa Catarina

Claudinei de Camargo Sant'Ana - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

David Costa - Universidade Federal de Santa Catarina

Dea Nunes Fernandes - Instituto Federal do Maranhão

Diogo Franco Rios - Universidade Federal de Pelotas

Elenice de Souza Lodron Zuin - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Eliene Barbosa Lima - Universidade Estadual de Feira de Santana

Elizebete Burigo - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Fernando Guedes Cury - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Filipe Fernandes - Universidade Federal de Minas Gerais

Flávia Soares - Universidade Federal Fluminense

Heloísa da Silva - Universidade Estadual Paulista

Ivete Maria Baraldi - Universidade Estadual Paulista

Leandro Josué de Souza - Universidade Estadual Paulista

Liliane dos Santos Gutierre - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Lucia Maria Aversa Villela - Universidade Severino Sombra

Luciane de Fátima Bertini - Universidade Federal de São Paulo

Luzia Aparecida de Souza - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Maria Cecília Bueno Fischer - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Maria Célia Leme - Universidade Federal de São Paulo

Maria Cristina Araújo de Oliveira - Universidade Federal de Juiz de Fora

Maria Ednéia Martins Salandim - Universidade Estadual Paulista

Maria Eliza Furquim Pereira Nakamura - Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ibitinga

Maria Laura Magalhães Gomes - Universidade Federal de Minas Gerais

Mirian Maria Andrade Gonçalez- Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Moysés Gonçalves Siqueira Filho - Universidade Federal do Espírito Santo

Rosilda dos Santos Morais - Universidade Federal de São Paulo

Silvana Matucheski – Prefeitura Municipal de Chapecó

Thiago Pedro Pinto - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Vinícius Sanches Tizzo - Universidade do Estado de Minas Gerais

Wagner Valente - Universidade Federal de São Paulo

Sumário

Apresentação

O Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) teve sua primeira edição há exatos 21 anos, entre 22 e 25 de novembro de 2000, na cidade de Serra Negra (SP). Este seminário teve como temática a "Investigação em Educação Matemática no Brasil" e esperava que as discussões pudessem propiciar uma reflexão sobre a natureza da pesquisa em Educação Matemática, assim como, vislumbrava um avanço para o desenvolvimento da área. O segundo SIPEM, por sua vez, abarcou discutir prioritariamente "A Contribuição das Pesquisas para a Formação de Professores de Matemática", sendo realizado entre 29 de outubro e 01 de novembro de 2003 em Santos (SP). Naquele seminário, os pesquisadores da área passam a se reunir para debater não somente as pesquisas que estavam sendo realizadas, mas as dificuldades encontradas ao realizá-las, os avanços necessários, bem como definir prioridades e delinear novos campos de investigação e o fortalecimento dos já existentes à época. Os nove Grupos de Trabalho (GT) do primeiro SIPEM passaram a ser 12. Na sequência, entre 11 e 14 de outubro de 2006, em Águas de Lindóia (SP), o terceiro SIPEM reuniu cerca de 300 pesquisadores. O quarto SIPEM torna-se o primeiro seminário a ocorrer fora do estado de São Paulo, entre 25 e 28 de outubro de 2009, em Brasília (DF) e contou com modificações de caráter técnico em termos de tempo de apresentação e debate das pesquisas, assim como, houve uma diferença entre o número de trabalhos publicados e o número de apresentações destes. O quinto SIPEM ocorreu entre 28 e 31 de outubro de 2012 em Petrópolis (RJ) e abordou o tema "Questões Epistemológicas, Teóricas e Práticas da Pesquisa em Educação Matemática", contou com a participação de 313 pesquisadores inscritos e com a apresentação e discussão de 154 trabalhos de investigação científica. O sexto SIPEM foi realizado entre 15 e 19 de novembro de 2015, em Pirenópolis (GO), com a participação de 319 pesquisadores inscritos e com a apresentação e discussão de 169 trabalhos de investigação científica, divididos entre 13 grupos de trabalho. O sétimo SIPEM ocorreu entre 4 e 8 de novembro de 2018, em Foz do Iguaçu (PR), sob o tema "Justiça Social e Educação Matemática" e contou com a participação de 365 pesquisadores inscritos no evento, 292 trabalhos submetidos e 226 aprovados entre os 15 grupos de trabalho.

O SIPEM, então, mostra-se uma das atividades mais importantes da SBEM ao possibilitar que a produção intelectual brasileira na área de educação matemática seja debatida e difundida. Com isso, seguindo seus objetivos, os quais em um primeiro momento se mostram por meio de sua finalidade principal, a qual é promover o intercâmbio entre os grupos que, em diferentes países, se dedicam às pesquisas na área da Educação Matemática, este seminário busca divulgar as pesquisas brasileiras e promover o encontro dos pesquisadores que a elas se dedicam, proporcionando-lhes a possibilidade de conhecer as investigações que estão sendo realizadas em diferentes instituições. Além disso, o SIPEM propicia a formação de grupos integrados de pesquisa, ao congregar pesquisadores brasileiros e estrangeiros o que possibilita o avanço das pesquisas em educação matemática em nosso país.

Assim, são objetivos do SIPEM:

- Promover o intercâmbio entre os grupos que, em diferentes países, se dedicam às pesquisas cujo tema é a educação Matemática;
- Divulgar as pesquisas brasileiras no âmbito da Educação Matemática;
- Promover o encontro dos pesquisadores em Educação Matemática, proporcionando-lhes a possibilidade de conhecer as investigações que estão sendo realizadas na atualidade;
- Propiciar a formação de grupos integrados de pesquisas que congreguem pesquisadores brasileiros e estrangeiros;
- Possibilitar o avanço das pesquisas em Educação Matemática.

Logo, o oitavo SIPEM, frente à situação pandêmica (Covid-19) oficialmente vivenciada a partir de março de 2020 no Brasil, precisou alterar seu planejamento para que os objetivos do seminário fossem alcançados, ao mesmo tempo em que preservava a saúde de seus participantes, seguindo as orientações da ciência, em particular, da Organização Mundial da Saúde (OMS). Assim, sua comissão científica e comissão organizadora decidiram pela realização do VIII SIPEM de forma totalmente on-line e frente às dificuldades educacionais geradas pelo momento transcorrido deliberou pela seguinte temática: **"Educação Matemática, pandemia, pós-pandemia e a atualidade: implicações na pesquisa e nas práticas de ensinar e aprender"**. Desse modo, seguem a programação do VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, a Mesa de Abertura, as Mesas Temáticas e os trabalhos de cada GT para esta edição do SIPEM.

Programação VIII SIPEM (Online)

Horário/Data	22/11 Segunda-feira	23/11 Terça-feira	24/11 Quarta-feira	25/11 Quinta-feira	26/11 Sexta-feira	27/11 Sábado
9:00 – 10:00		Visualização das mesas-redondas pelos participantes (forma assíncrona) /elaboração de questões Lançamento de Livros				Formação com professores locais
10:00 – 10:30						
10:30 – 12:00			Mesa-Redonda: Capes e CNPq	Reuniões Agendadas (GT19-Anped, Feiras etc.) Lançamento de Livros	Reunião com coordenadores (2021- 2024)	
12:00 – 14:00		Almoço	Almoço	Almoço	Almoço	Almoço
14:00 – 15:00	Abertura Oficial e Apresentação Cultural	Mesa-Redonda E1	Reunião dos GT	Mesa-Redonda E3	Reunião dos GT	Formação com professores locais
15:00 – 15:30	Mesa de Abertura		Intervalo		Intervalo	
15:30 – 16:30		Intervalo (15:30 – 16:00)	Reunião dos GT	Intervalo (15:30 – 16:00)	Reunião dos GT	
	Intervalo	Reunião dos GT (16:00 – 17:00)		Reunião dos GT		
16:30 – 17:00	Reunião GT		Intervalo		Intervalo	
17:00		Intervalo (17:00 – 17:30)	Mesa-Redonda E2 (até 18:30)	Intervalo	Momento de Interação Científica (6 trabalhos votados) (17:00 – 18:30)	
17:30	Intervalo	Reunião dos GT (17:30 - 18:30)		Reunião dos GT (17:30 -18:30)	Homenagem Póstuma a Ubiratan D'Ambrosio e pesquisadores, professores e colegas. Momento Cultural – Apresentação dos Coordenadores Novos – Proposta IX SIPEM, Encerramento (18:30 – 20:00)	

Mesa de Abertura - Educação Matemática, pandemia, pós pandemia e a atualidade: implicações para pesquisa

Antonio Miguel (Unicamp), Arthur Belford Powell (Rutgers University – EUA), Maurício Rosa (UFRGS) (mediador)

POR UMA *PANVIRADA* ALGORÍTMICO-NORMATIVA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ESCOLAR

Antonio Miguel[1]

RESUMO

Não só a pandemia, mas também a crise ambiental global que pode levar à extinção da vida humana no planeta, por força do esgotamento de um modelo civilizatório predatório, socialmente injusto, economicamente desigual e antidemocrático, requer que encaremos os desafios pós-pandêmicos da educação matemática escolar como um *pandesafio* ético-político global que exige uma *panrresposta* educacional indisciplinar e igualmente global. Nesse sentido, o desafio que a nós se apresenta, enquanto educadores matemáticos, é bem mais amplo do que simplesmente investigar as potencialidades educativas do espaço virtual, quer para o "fazer escola" presencialmente, quer virtualmente. Trata-se de desconstruir a educação matemática escolar "whig-colonizadora" que vem sendo globalmente praticada desde o advento dos sistemas modernos de escolarização pública que se constituíram à imagem e a serviço dos propósitos ideológicos, políticos e econômicos do liberalismo meritocrático. O propósito de minha fala é discutir um modo possível de se realizar essa desconstrução, com base na imagem algorítmico-normativa da atividade matemática sugerida pelos trabalhos de Alan Turing e Ludwig Wittgenstein, na década de 1930, bem como um modo possível de uma educação matemática desconstruída vir a participar da

[1] Docente da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). E-mail: (miguel37.unicamp@gmail.com).

invenção de uma pan-educação escolar indisciplinar global, o que requer, dentre outras decisões, um deslocamento do ensino-aprendizagem de conteúdos conceituais-proposicionais fixos e sequenciados para a problematização dos efeitos de práticas culturais algorítmico-normativas sobre diferentes campos vitais de atividade humana ou formas de vida.

Palavras-chave: Educação matemática escolar. Desconstrução. Panvirada algorítmico-normativa. Ludwig Wittgenstein. Alan Turing.

COVID-19 PANDEMIC AND MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH: CHALLENGES AND POSSIBILITIES

Arthur Belford Powell
Rutgers University (EUA)

ABSTRACT

In this presentation, based on my experience in the United States, I discuss how the COVID-19 pandemic has exacerbated existing social inequalities and inequities. This reflection will focus on the challenges faced by students, teachers, and researchers during the pandemic. Finally, to comment on the possibilities that the pandemic offers, I will use Gattegno's theoretical ideas about 'mental powers' evidence in early language acquisition to suggest how mathematics education teachers and researchers can advance possibilities for improving mathematics learning among students from marginalized communities.

Mesa-Temática 1 - Políticas Públicas em Educação Matemática em tempos de pandemia

Antonio Vicente Marafioti Garnica (Unesp – Bauru), Émerson Rolkouski (UFPR), Roberto Leher (UFRJ), João Ricardo Viola dos Santos (UFMS) (mediador)

O VAZIO EM TEMPOS TRÁGICOS: NOTAS SOBRE AS POLÍTICAS PÚBLICAS NO BRASIL ATUAL

Antonio Vicente Marafioti Garnica
Universidade Estadual Paulista

RESUMO

Misto de ensaio acadêmico, manifesto e resumo de artigos publicados na grande mídia, essa apresentação foi composta, principalmente, a partir de fontes jornalísticas. Essas fontes consultadas são variadas, e abrangem uma série de veículos, de linhas editoriais e matizes ideológicos distintos, ainda que boa parte das informações das quais me vali possam ser encontradas em quase todos eles. Essa informação é importante pois a primeira parte da apresentação diz respeito mais especificamente à administração Bolsonaro na Presidência da República, que é um tema polêmico, como todos sabemos, principalmente por haver apoiadores do atual Governo espalhados por todas as instituições, e a comunidade de educadores matemáticos, infelizmente, não foge a essa realidade. Esses agentes não são, definitivamente, meus interlocutores. Eu não sigo a máxima equivocada de que é necessário, justo e democrático dar voz a qualquer um. O texto que dá suporte a essa apresentação foi considerado finalizado em Maio de 2021, pois seria uma tarefa impossível atualizá-lo constantemente. Assumo, portanto, que, quando essa minha apresentação se tornar pública, a coleção de desatinos, desvarios e crimes do atual Governo estará tragicamente ampliada. Em resumo, defendo, aqui, a inexistência de políticas públicas no atual momento histórico e termino apresentando, de modo sintético, algumas pesquisas oficiais, de largo espectro, sobre a situação do ensino nesse momento de pandemia.

POLÍTICAS PÚBLICAS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES: COMPREENSÕES E POSSIBILIDADES DE PESQUISAS

Emerson Rolkouski
Universidade Federal do Paraná

RESUMO

A apresentação tem como objetivo tecer compreensões sobre algumas políticas públicas de formação de professores a fim de levantar algumas sugestões para a composição de uma agenda de re-formulações e pesquisas. Argumenta-se que as políticas públicas educacionais possam ser compreendidas a partir da "policy cycle approach" (abordagem do ciclo de políticas), formulada pelos pesquisadores ingleses Stephen Ball e Richard Bowe. Tal abordagem sugere a consideração de três contextos: o contexto da influência, em que os debates entre diferentes grupos definem prioridades e concepções sobre educação e onde as políticas são iniciadas; o contexto da produção de texto, em que as políticas são transformadas em documentos oficiais; e o contexto da prática, em que as políticas são interpretadas e recriadas. Para dar movimento ao debate, serão tomadas como pano de fundo quatro políticas públicas de diferentes países: o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, ocorrido no Brasil entre os anos de 2012 e 2017, o Maths-Hubs, iniciado em 2014 na Inglaterra, o Curso de Formação Docente iniciado em 2014 em El Salvador e o projeto encaminhado pelo African Institute for Mathematical Sciences, iniciado em 2004 na África do Sul. Tais políticas serão descritas sucintamente focando: seus objetivos, sua operacionalização e concepção de educação matemática. A discussão sobre as políticas públicas elencadas sugere possibilidades, necessidades e indagações tanto para a re-formulação, como para a pesquisa em políticas públicas.

POLÍTICAS PÚBLICAS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM TEMPOS DE PANDEMIA

Roberto Leher
Universidade Federal do Rio de Janeiro

RESUMO

O depoimento é referenciado em pesquisas e análises do campo das políticas públicas educacionais. Argumenta que a imprescindível interrupção das aulas presenciais em todo mundo, na pandemia, definida pela OMS, não foi conduzida pelo campo educacional, sob a liderança da Unesco, mas por organismos internacionais como o Banco Mundial e a OCDE. O enfoque no ensino remoto foi reducionista e desvinculado de políticas sociais intersetoriais, aumentando as desigualdades sociais e educacionais. Destaca que, no Brasil, em virtude do negacionismo e dos preceitos da guerra cultural, o quadro foi ainda mais grave e letal. O retorno às atividades presenciais está se dando sem que exista uma autoridade pública capaz de emitir protocolos e avaliações reconhecidas por sua legitimidade científica. Elenca ações e linhas prioritárias que podem contribuir para superar muitos dos grandes problemas educacionais agravados pela pandemia. Sustenta que encontros acadêmicos que interpelam os grandes dilemas do tempo presente, como o VIII SIPEM, são estratégicos, pois compõem um movimento de frente em prol da vida, da ciência e da cultura, forjando bases pedagógicas e organizacionais para alterar os rumos destrutivos em curso.

Mesa-Temática 2 - Pesquisas em Educação Matemática: aspectos tecnológicos, socioculturais, históricos-filosóficos e políticos-educacionais em tempos de pandemia, com foco na promoção de inclusões

Cristiane Coppe de Oliveira (UFU), Nathalie Michelle Sinclair - Simon Fraser University (Canadá) e Milton Rosa (UFOP) (mediador)

A PESQUISA EM ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO ÉTNICO-RACIAL: UM DIÁLOGO NA PERSPECTIVA D`AMBROSIANA

Cristiane Coppe
Universidade Federal de Uberlândia

RESUMO

Com este diálogo pretendo apresentar algumas discussões que se articulam no campo científico, no que tange às investigações que consideram as dimensões do Programa Etnomatemática de D´Ambrosio (2007). Para tanto, selecionamos alguns trabalhos desenvolvidos por pesquisadores/as na área, mais especificamente junto ao Grupo de Pesquisa e Estudo em Etnomatemática da Universidade de São Paulo (GEPEm/FEUSP) e dados referentes ao Projeto de Pesquisa *Etnomatemática, Modelagem Matemática e Formação de professores: possibilidades de implementação da Lei 10639/03 no ensino de Matemática* (2020-2022), financiado pelo Centro de Estudos das Relações de Trabalho e Desigualdades – CEERT com apoio da Fundação Tide Setubal, Fundação Itaú Social e Unicef. Por um lado, as vertentes decoloniais que se estabelecem nas investigações dos pesquisadores do GEPEm, apontam para a discussão de pautas que consideram as culturas africana, afro-brasileira e indígena nos 20 anos de existência do grupo. O movimento que consideramos como sendo "o florescer da Grumixama" está associado às "investigações e às práticas realizadas por pesquisadores/as envolvidos/as com o GEPEm, discutindo sobre temáticas que envolvem alteridade e escuta com o outro nas obras de Paulo Freire, diversidade indígena, africana e afro-brasileira, a matemática nas políticas curriculares, inspiradas pela perspectiva da Etnomatemática, Educação popular, Etnomodelagem e formação de novos pesquisadores em Etnomatemática." (VALLE, CONRADO e COPPE, 2020). Por outro lado, o projeto de pesquisa financiado pelo CEERT, estabelece uma ponte entre a Lei 10639/03 - que torna obrigatória a inserção da história e cultura africana e afro-brasileira no currículo – e as discussões acerca das possibilidades de se pensar/atuar em prol de uma Educação Matemática voltada para as questões raciais, na tentativa de contribuir

para a formação de professores que ensinam matemática. A partir desse diálogo esperamos que o Programa Etnomatemática possa ser visto tanto como potencializador e dinamizador da implementação da Lei 10.639/03 em uma dimensão pedagógica, quanto para o estabelecimento de novos diálogos teóricos no campo da pesquisa, a fim de promover uma Educação Matemática antirracista, ressaltando a reformulação dos discursos pedagógicos pautado na ética da diversidade (respeito, solidariedade e cooperação com o outro) em tempos de pandemia e em outros tempos sempre a favor da dignidade humana.

Referências:

D`AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre tradição e modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

VALLE, J.C.; CONRADO, A. L.; COPPE, C. Apresentação. O Florescer da Grumixama: raízes, sementes e frutos das pesquisas em Etnomatemática em 20 anos de GEPEm/FEUSP. Jundiaí: Paco editorial, 2020.

RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION: TECHNOLOGICAL, SOCIO-CULTURAL, HISTORICAL-PHILOSOPHICAL AND POLITICAL-EDUCATIONAL ASPECTS IN TIMES OF PANDEMIC, FOCUSING ON PROMOTING INCLUSIONS”

Nathalie Michelle Sinclair
Simon Fraser University (Canadá)

ABSTRACT

In this short presentation, I consider the role that technology plays in mathematics from a historical point of view, as well as in relation to learning theories, and I argue that our conceptions of mathematics as a discipline, as well as how it is learned, need to pay more attention to the constitutive role of technology. I show how new technologies can extend what can be sensed in mathematics, and therefore what makes sense, and to whom.

Mesa-Temática 3 - Interfaces de teorias nas pesquisas em Educação Matemática no contexto da pandemia e pós-pandemia

Jussara de Loiola de Araújo (UFMG), Victor Augusto Giraldo (UFRJ), Michéle Artigue – Université Paris Diderot (França), Cileda de Queiroz e Silva Coutinho (PUC-SP) (mediadora)

SETE METÁFORAS PARA ILUSTRAR POSSÍVEIS ENCONTROS ENTRE TEORIAS E DADOS DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Jussara de Loiola Araújo
Universidade Federal de Minas Gerais
jussara@mat.ufmg.br

RESUMO

Essa Mesa Redonda se propõe a discutir “interfaces de teorias nas pesquisas em Educação Matemática no contexto da pandemia e pós-pandemia”, o que poderia sugerir um olhar exclusivo para teorias. Na Educação Matemática, entretanto, teorias se presentificam quase sempre na companhia de dados empíricos, produzidos em eventos ou fenômenos situados em escolas ou outros ambientes em que a Educação Matemática acontece. Essa percepção está clara, por exemplo, nos propósitos apresentados por Niss (2006) para o uso de teorias em pesquisas: i) fornecer *explicações* para algum fenômeno observado; ii) fornecer *previsões* da ocorrência de certo fenômeno; iii) fornecer *orientações* para ações ou comportamentos que levem a resultados desejados; iv) fornecer um *conjunto estruturado de lentes* para abordar, observar, estudar, analisar ou interpretar aspectos ou partes do mundo; v) fornecer *proteção contra abordagens não científicas* de um problema ou tema; vi) fornecer *proteção contra ataques* de profissionais céticos ou hostis de outros campos do conhecimento. Em todos esses propósitos, as teorias se voltam para algum fenômeno observado, para ações, resultados, aspectos, problemas ou partes do mundo que, em pesquisas, são apresentados sob a denominação de “dados empíricos”. Independentemente da natureza da pesquisa, do referencial teórico que a fundamenta ou da compreensão que se tem desses elementos que usualmente denominamos “dados”, o momento da análise desses dados requer uma forte atuação do pesquisador, já que é quando se espera que ele, orientado pelo objetivo que pretende atingir, construa interpretações coerentes e bem fundamentadas, teoricamente, para o que foi coletado, obtido, produzido ou criado, empiricamente. O momento da análise dos dados é, portanto, crucial para a conclusão de uma pesquisa. De minha experiência como avaliadora de relatórios de pesquisas no campo da Educação Matemática, percebo que a

análise de dados, por demandar essa maior autoria do pesquisador, pode também se configurar como um momento problemático. Dessa experiência, proponho sete metáforas para ilustrar possíveis encontros entre teorias e dados: 1) o relator; 2) tiro ao alvo; 3) o belo; 4) o caldeirão da bruxa; 5) o juiz; 6) a lente; 7) yin-yang. Pretendo descrevê-las e exemplificá-las nessa Mesa Redonda.

Referência

NISS, Mogens. The concept and role of theory in mathematics education. *In*: BERGSTEN, C. *et al.* (Eds.). NORDIC CONFERENCE ON MATHEMATICS EDUCATION, 4., 2005, Trondheim. **Proceedings** [...]. Trondheim: Tapir Academic Press, 2007. p. 97-110.

PARA ONDE OLHAMOS E DE ONDE TEORIZAMOS: POR UMA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA ENCRUZILHADA

Victor Giraldo
Universidade Federal do Rio de Janeiro

RESUMO

Pelas próprias complexidades inerentes aos campos de pesquisa em Educação Matemática, as investigações sobre suas problemáticas exigem articulações de teorias que buscam dar conta de diferentes perspectivas. Com os desafios no âmbito da Educação impostos pelas recentes conjunturas sociais e políticas, em particular pelos contextos da pandemia e da (assim chamada) pós-pandemia, essas complexidades se amplificam e se aprofundam, demandando outras articulações teóricas. Para contribuir com o debate acerca dessa temática, proponho algumas reflexões em torno de duas questões: *Para onde olhamos? De onde teorizamos?* A primeira questão diz respeito a que lugares têm ocupado em nossas pesquisas em Educação Matemática os corpos e grupos historicamente subalternizados nas sociedades brasileiras; enquanto a segunda se refere a como e em que medida saberes e formas de dar sentido ao mundo e à vida produzidos e mobilizados por esses grupos sociais têm se incorporado como referências epistêmicas e metodológicas para nossas construções e articulações teóricas na área. Em um primeiro movimento, trago para o debate um relato particular do Laboratório de Práticas Matemáticas do Ensino (LaPraME), grupo de pesquisa de que faço parte, em que articulamos perspectivas teóricas em formação de professoras e professores com uma opção epistêmica e política decolonial, procurando promover interpelações mútuas, de forma a deslocar as discussões sobre formação de professoras e professores de matemática para outro território político (e.g. GIRALDO, FERNANDES, 2019). Em um segundo movimento, proponho reflexões sobre a possibilidade e a necessidade de, frente aos contextos sociais e políticos recentes, articular diferentes posições teóricas em Educação Matemática, sem operar em uma lógica de substituição de uma coisa por outra, mas reconhecendo e vivenciando tensionamentos e deslocamentos emergentes da incorporação de outros lugares de enunciação. Para isso, me referencio na Pedagogia da Encruzilhada (e.g. RUFINO, 2019), em que a encruzilhada tem um sentido de ambivalência, pluriversalidade e entrelaçamento de caminhos, para reivindicar uma Educação Matemática da Encruzilhada, isto é, uma Educação Matemática que problematize não apenas a universalidade da Matemática como campo de conhecimentos eurocentrados, como também a universalidade de suas próprias epistemologias. Defendo, ainda, um posicionamento de resistência e de recusa a uma “volta ao normal” ou ao estabelecimento de um “novo normal”, para contar outras histórias (KRENAK, 2019) que desestabilizem o próprio sentido de normalidade.

Referências:

GIRALDO, V.; FERNANDES, F. Caravelas à Vista: Giros Decoloniais e Caminhos de Resistência na Formação de Professoras e Professores que Ensinam Matemática. Perspectivas da Educação Matemática, v.12, n.30, p.467-501, 2019.

KRENAK, A. Ideias para Adiar o Fim do Mundo. Rio de Janeiro: Companhia das Letras, 2019.

RUFINO, L. Pedagogias das encruzilhadas. Rio de Janeiro: Mórula, 2019.

INTERFACES THEORIQUES DANS LA RECHERCHE EN EDUCATION MATHEMATIQUE EN CONTEXTES PANDEMIQUE ET POST-PANDEMIQUE

Michéle Artigue
Université Paris Diderot (França)

ABSTRAIT

L'interrogation sur les interactions théoriques à l'œuvre dans la recherche en éducation mathématique, leurs raisons d'être, leurs potentialités mais aussi leur caractère parfois problématique, n'est pas chose récente. Dans cette contribution, avant d'en venir à l'influence possible sur ces questions de la pandémie actuelle, j'évoque à titre d'exemple,le cas de la tradition didactique française où ces interactions ont été à l'œuvre et travaillées collectivement dès les années 80. Je présente ensuite quelques apports de l'approche en termes de « networking de théories » qui a émergé il y a une quinzaine d'années en Europe. J'en viens enfin au contexte de crises actuel, pointant des besoins qui en résultent en termes de recherche, de collaborations interdisciplinaire et de relations entre recherche et action didactique, des besoins dont la satisfaction devrait mettre en jeu de nouvelles interactions scientifiques et donc de nouvelles interfaces théoriques.

GT 01 - Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

A Formação Híbrida em *Early Algebra*: uma análise de recortes de narrativas e dos fóruns de discussões

The Hybrid Formation in Early Algebra: An Analysis of Cutouts of narratives and discussion forums

Ana Virginia de Almeida Luna
Universidade Estadual de Feira de Santana (NEEMFS/UEFS)
avaluna@uefs.br

Ângela Ateone Batista do Carmo Ferreira
NEEMFS(UEFS-SBEM-BA)
angelaateone2@gmail.com

Resumo
O presente estudo teve como objetivo analisar os textos produzidos na relação pedagógica de uma formação híbrida tematizando *Early Algebra* com professores da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental. A linguagem de descrição foi a opção metodológica usada, por estabelecer uma relação dialética entre os conceitos constituídos pelo aporte teórico (linguagem interna) e os dados empíricos (linguagem externa) durante a apresentação dos dados e a discussão dos resultados (BERNSTEIN, 2000). A pesquisa revela que os textos do discurso algébrico sobre equivalência desenvolvidos na formação continuada híbrida ampliaram os conhecimentos matemáticos das professoras por meio de experiências colaborativas em ambientes presenciais (socialização em grupo) e em ambientes virtuais (narrativas das professoras em fóruns de discussão).

Palavras-chave: *Early Algebra*. Formação híbrida. Textos. Educação Infantil. Anos Iniciais.

Abstract
The present study aimed to analyze the texts produced in the pedagogical relationship of a hybrid education thematizing *Early Algebra* with teachers from early childhood education and from the early years of elementary school. The description language was the methodological option used, as it establishes a dialectical relationship between the concepts constituted by the theoretical contribution (internal language) and the empirical data (external language) during the presentation of data and discussion of results (BERNSTEIN, 2000). The research reveals that the texts of the algebraic discourse on equivalence developed in hybrid continuing education expanded the mathematical knowledge of teachers through collaborative experiences in face-to-face environments (group socialization) and in virtual environments (narratives of teachers in discussion forums)

Keywords: *Early Algebra*. Hybrid formation. Texts. Child education. Elementary School.

Introdução

A formação continuada compreendida como um processo de reflexão sobre a prática educacional e a busca de aperfeiçoamento pedagógico, ético e político do profissional docente, como enfatiza a Resolução nº 2 de 1º de julho de 2015 do Conselho Nacional de Educação (CNE/CP2/2015) com vistas ao repensar dos saberes e dos valores quando vinculados à Educação Matemática, mostra-se pouco expressiva na Educação Infantil.

Este cenário foi uma das motivações para o desenvolvimento de um projeto de pesquisa, que envolveu uma formação híbrida sobre *Early Algebra*, com ênfase nas diferentes vertentes algébricas, a saber: símbolos, sequência, equivalência e relação funcional (FERREIRA, 2020). A formação foi considerada híbrida pois baseou-se no modelo de aula invertida, descrita por Bergmann e Sams (2016). Nesse modelo híbrido os participantes estudaram conhecimentos essenciais sobre *Early Algebra*, por meio de materiais disponibilizados no ambiente virtual, do curso de formação continuada, antes de participarem dos encontros presenciais com os formadores.

Esses conhecimentos algébricos eram apresentados em forma de artigos, para estudo, slides e vídeos, no ambiente virtual de aprendizagem. Os formadores também lançavam questionamentos nos fóruns de discussão do ambiente virtual, espaço em que eram socializadas as experiências dos professores, discutia-se os conhecimentos mobilizados com as leituras dos artigos, tiravam-se dúvidas de alguns conceitos e as professoras participantes da formação apresentavam o modelo das atividades que seriam desenvolvidas com as crianças em sala de aula.

Nesse contexto, os *textos do discurso algébrico* eram analisados no decorrer do processo formativo, sejam esses *texto*s produzidos em ambiente virtual ou presencial de estudo. Isso porque a formação envolveu encontros formativos em ambiente presencial e virtual, em que os professores interagiam de forma colaborativa, pelo menos em parte, por meio do ensino online, com algum elemento de controle do aprendiz sobre o tempo, lugar, modo e/ou ritmo de estudo, e pelo menos em parte em uma localidade física supervisionada, fora de sua resistência (FERREIRA, 2020).

O estudo mostra-se relevante por ser uma lacuna no cenário educacional brasileiro no que se refere ao desenvolvimento da formação continuada de professores para o ensino da Early Algebra na Educação Infantil. Diante disso, esta formação foi o nosso objeto de estudo, neste artigo, a qual se originou do Projeto de pesquisa intitulado A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento, diagnóstico e formação, financiado pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), CONSEPE: 2240454 115/17, com a coordenação interinstitucional da Profª Drª Vera Merlini e a coordenação local Profª Drª Ana Virginia A. Luna, aprovado pelo CONSEPE, UEFS 048/ 2019, que tem como propósito fazer um mapeamento de pesquisas nacionais, aplicação de um diagnóstico analisando competências, concepções e estratégias com o intuito de oferecer uma formação para os professores envolvidos no projeto.

Assim, o objetivo do presente artigo é analisar os textos produzidos na relação pedagógica de uma formação híbrida tematizando *Early Algebra* com professores da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental.

A Formação Continuada híbrida e a Prática Pedagógica

Em qualquer agrupamento social existe a prática pedagógica, ou seja, a relação entre sujeitos que podem acontecer em diferentes contextos de interação. Nesse estudo, foi analisada as relações estabelecidas entre formadores e professores e entre professores à luz da teoria bernsteiniana. A esse respeito, buscou-se compreender as relações de poder e os princípios de controle que legitima a comunicação durante os processos de formação continuada dos professores da Educação Infantil.

As relações de poder mantêm as pessoas em suas categorias, quanto mais especializada a categoria, mais diferente será das demais, mantendo entre si um distanciamento com grande possibilidade de ter sua voz própria (BERNSTEIN, 2000). Assim, a distribuições de poder identifica quais são as categorias (formadores, professores, estudantes, entre outros) e o que pode e o que não pode ser dito pelos seus agentes sociais em determinados contextos de interação. Se a classificação entre essas agentes for mais forte é marcada por relações de poder explícitas. É o próprio poder que trata de preservar a especialização de cada categoria, sendo que quando esse distanciamento é rompido havendo uma maior proximidade entre os agentes sociais, fica modificada a divisão social do trabalho. Assim, se a classificação for mais fraca, dependendo do nível de proximidade entre essas categorias, com diálogo, troca de ideias e experiências, entre os sujeitos, as relações de poder terão menor evidência (BERNSTEIN, 2000).

Bernstein (2000) também apresenta os princípios de controle que regulam a comunicação e instituem a mensagem. Quando o transmissor da mensagem controla os princípios de comunicação, diz-se que o enquadramento é mais forte, porém quando o receptor da mensagem parece ter algum controle sobre os princípios de comunicação, determinando à sequência, à forma, o ritmo e o tempo, o enquadramento é mais fraco.

A Early Algebra na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental

A denominação de *Early Algebra*, entendida como o ensino e a aprendizagem da álgebra desde a educação infantil e anos iniciais, foi escolhida em 2001, pela comunidade científica no Group for the Psychology of Mathematics Education, PME (RÉZIO, 2016). Para pesquisadores como Booth (1988), Lins e Gimenez (1997), Kieran (2006, 2018), Blanton et al (2018), introduzir desde muito cedo a álgebra na prática educativa, pode favorecer as relações entre a aritmética e álgebra pelos estudantes e a interação com os conteúdos algébricos dos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio.

Com os argumentos anteriormente mencionados, devemos, também, considerar que a aritmética apresenta um caráter algébrico, tendo em vista que detém uma estrutura que pode ser entendida por meio de notação algébrica (CARRAHER ET AL, 2006). Logo, o significado algébrico das operações aritméticas não deverá constituir-se uma opção, mas ser um foco importante no processo de ensino e aprendizagem da matemática elementar (CARRAHER ET AL, 2006; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Conforme Carraher et al (2006), para que as crianças possam desenvolver um pensamento autônomo em relação à álgebra no decorrer da escolaridade, é relevante considerar, ainda, quatro aspectos: (1) a compreensão das crianças sobre as estruturas aditivas, pois estas fornecem um importante ponto de partida para uma “aritmética algebrizada”; (2) as estruturas aditivas exigem que as crianças desenvolvam uma consciência precoce de números e quantidades e sua representação em retas numéricas; (3) vários problemas e representações para lidar com incógnitas e variáveis, incluindo a própria notação algébrica, que pode e deve tornar-se parte dos repertórios das crianças logo que possível; e (4) o significado e as anotações espontâneas das crianças devem fornecer para estruturas sintáticas durante o aprendizado inicial, mesmo que sintaticamente.

Com isso, nas práticas estará envolvido um amplo conjunto de conteúdos que envolvem a aritmética generalizada; conceitos associados a equivalência, expressões, equações e desigualdades e pensamento funcional (BLANTON ET AL, 2018). Para orientar o trabalho os estudantes da educação infantil e dos anos iniciais podem ser envolvidos em situações, que mobilizem o pensamento algébrico, baseadas na generalização, representação, justificando e raciocinando com estruturas e relações matemáticas variadas (BLANTON ET AL, 2018).

No que se refere a formação continuada híbrida sobre Early Algebra com professores da Educação Infantil estudos na área de Educação Matemática abordam a relevância da Álgebra, tais como: Usiskin (1995) e Kaput (1995) e também enfatizam o desenvolvimento do pensamento algébrico no início da educação básica, tais como: Lins (1997), Kieran (2004), Blanton e Kaput (2005), Blanton et al (2015) e Carraher e Schliemann (2015, 2016). Nesse contexto, a vertente equivalência compreendida na perspectiva da *Early Algebra*, a ser desenvolvido por meio das interações e brincadeira, em contexto da vida real das crianças, foi baseado nas Expectativas para o ensino da Álgebra descritas no National Countil of Teachers of Mathematics - NCTM (2000). Esse documento apresenta as principias expectativas de aprendizagem da Álgebra para crianças de Pré a dois anos de idade e de três a cinco anos. Baseou-se também nos estudos de Ponte, Branco e Matos (2009) que descrevem as equações equivalentes mediante a *ressignificação* do sinal de igual.

O contexto da pesquisa e o percurso metodológico

A formação continuada híbrida foi desenvolvida por meio de 8 (oito) módulos de estudos, envolvendo 24 (vinte e quatro) professores que lecionam no segmento da Educação Infantil e 09 (nove) formadores. Cabe salientar que se trata de um recorte do projeto de pesquisa intitulado A *Early Algebra* no Ensino Fundamental: mapeamento, diagnóstico e formação, financiado pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), CONSEPE: 2240454 115/17, com a coordenação interinstitucional da Profª Drª Vera Merlini e a coordenação local da Profª Drª Ana Virginia A. Luna aprovado pelo CONSEPE, UEFS 048/ 2019, que tem como propósito fazer um mapeamento de pesquisas nacionais, aplicação de um diagnóstico analisando competências, concepções e estratégias com o intuito de oferecer uma formação para os professores envolvidos no projeto.

Ele foi desenvolvido com professores e alunos de três instituições municipais, sendo duas creches e uma escola, do interior da Bahia, que foram convidados a participar de todo o processo desse projeto que foi dividido em oito módulos. A escola em questão atende crianças do grupo 4 (quatro) ao nono ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, no entanto estão participando da pesquisa apenas a Educação Infantil e os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nas creches são atendidas crianças de 2 (dois) a 5 (cinco) anos.

No módulo zero da estrutura investigativa desta pesquisa, as seguintes etapas foram seguidas para melhor desenvolvimento da coleta e análise dos dados: o convite para as escolas; as visitas dos pesquisadores que fazem parte deste estudo, os membros do Grupo de Pesquisa Núcleo de Estudos em Educação Matemática de Feira de Santana (NEEMFS); a apresentação e a coleta de dados iniciais com professores e alunos. A partir do módulo um, aconteceram encontros presenciais e online, em que foram discutidas diferentes vertentes algébricas.

Para o presente estudo, foram utilizados os dados coletados nas narrativas e no fórum de discussão no ambiente virtual.

Nesta pesquisa utilizamos a análise documental que pode basear-se em quaisquer registros e, portanto, pode ser utilizada como fontes de informação, uma vez que, para o desenvolvimento de uma pesquisa, todo registro é considerado um documento (ALVES-MAZZOTTI, 2002). Neste estudo, se constituíram como documentos os materiais disponibilizados pelos formadores para os cursistas no ambiente virtual, a saber, artigos e vídeos sobre o conceito de equivalência; os registros produzidos pelos participantes nos fóruns de discussão, os quais foram coletados no ambiente virtual do grupo de pesquisa que desenvolveu a formação, nos dois módulos da formação, em que foram realizados os estudos com a vertente equivalência; e, os relatos das experiências das professoras nos encontros presenciais.

Na seção seguinte, apresentaremos e discutiremos os dados da pesquisa.

Análise e discussão dos resultados

Para analisar se as professoras de fato haviam compreendido a vertente algébrica discutida no módulo de estudo, a saber: *a equivalência*, fizemos o levantamento dos textos produzidos por elas no fórum de discussão. Os formadores solicitaram que os participantes da formação apresentassem como poderiam representar as relações de equivalência, com as crianças, usando materiais manipuláveis em sala de aula. A esse respeito, as professoras destacaram a importância da manipulação desses objetos em situações que possibilitassem a criança a agirem de forma autônoma. Como pode ser observado nos textos abaixo:

> Poderíamos pensar na **quantidade de cadeiras e crianças por turma**? **Quantidades de sala por séries existente na escola**? **Quantidade de pares de sapatos por crianças presentes**? (PROFESSORA IME).

> Para a educação Infantil, **podemos utilizar a balança de pratos**, pois ela **demonstra a igualdade** quando **os pesos estão iguais**. **Relacionar o equilíbrio da balança com a equivalência dos pesos**. (PROFESSORA JULIANA).
> Por meio da brincadeira, a exemplo de **quantas crianças de cada lado da gangorra para que estejam equivalentes**, **quantas cadeiras em um lado da sala, dividida para que esteja equivalente à divisão das cadeiras**... Propostas como essas são mais satisfatórias para realização com crianças menores haja vista a percepção visual. (PROFESSORA MAURA).

Os relatos das professoras revelam que elas conseguiram discutir com as crianças o conhecimento algébrico referente a vertente equivalência e desenvolveram significados relevantes para o contexto. Os exemplos apresentados para ensinar essa vertente algébrica estavam associados a realidade das crianças e favoreciam as interações entre elas por meio das brincadeiras. Ao serem solicitadas para descreverem melhor as atividades desenvolvidas com as crianças as professoras destacaram:

> Levei a balança para apresentar e eles observaram os elementos que estão em cada prato. Façam perguntas que os incentivem a entender o porquê de os pratos não estarem na mesma posição, perguntas assim:
> - Esta balança está equilibrada ou desequilibrada?
> - De que forma podemos saber se ela está ou não em equilíbrio?
> - Por que a balança está desequilibrada? Isso se deve ao fato de haver mais elementos no primeiro prato?
> - Os elementos possuem o mesmo peso ou pesos diferentes? [...] (PROFESSORA JULIANA)
>
> Isso mesmo, Juliana! Os questionamentos abrirão um leque de ideias, dúvidas, suposições. Todas poderão ser esclarecidas pela manipulação dos objetos no experimento prático (PROFESSORA MAURA).
> Podemos mostrar dessa forma: colocando quadrinhos representando os numerais, sendo que os resultados da balança que pesa mais será maior comparada com a oposta. Dessa forma, as crianças irão descobrir os resultados (PROFESSORA ROSA).

Assim, além das interações nos fóruns de discussão[1], no encontro presencial as professoras, em uma roda de conversa, também apresentaram como foram desenvolvidas com as crianças as atividades sobre equivalência. Destacaram que conseguiram confeccionar balanças com material reciclado (cabo de vassoura e duas sacolas) e apresentaram a noção de equivalência equilibrando os pesos dessas duas sacolas em uma cadeira. Também comentaram que as crianças equilibraram pesos de frutas e outros objetos da sala em uma balança de pratos, uma réplica, em miniatura, feita de madeira, para as crianças compreenderem melhor a relação de equivalência.

Ao analisar os textos desenvolvidos na formação continuada sobre *Early Algebra* é possível observar que os agentes sociais apresentaram discurso algébrico específico de

[1] É importante salientar que não foram apresentadas todas as discussões desenvolvidas nos fóruns de discussão pois, muitos relatos se repetiam na essência da mensagem.

acordo com a posição estabelecida na relação social estabelecida entre eles. Essa prática pedagógica definiu o *que foi dito* pelos formadores e professores, como pode ser observado nos relatos nos fóruns de discussão e nos encontros presenciais. Assim, no que tange as relações de poder, a classificação evidenciou-se mais forte com discurso algébrico específico demarcado por voz própria, de acordo com o contexto de interação.

O extrato a seguir apresenta as relações estabelecidas nesses momentos formativos da sala de aula invertida. Para compreender os textos veiculados nesse processo utilizou-se o princípio de controle, assim quando o *enquadramento apresentou –se forte/ mais forte (E+/E++)* as professoras não tiveram controle sobre a comunicação e quando o *enquadramento* foi determinado por valores *fraco/ mais fraco (E-/E - -)* as professoras apresentaram maior controle sobre os processos de comunicação.

Quadro 2.1: Extrato do discurso instrucional sobre equivalência

PRÁTICA PEDAGÓGICA: DISCURSO INSTRUCIONAL SOBRE EQUIVALÊNCIA

INDICADORES	E + +	E^+	E^-	E - -
Relação entre formadores/Professoras e entre as professoras.	Os formadores disponibilizaram as instruções para a sala de aula invertida.	Os formadores disponibilizaram slides e textos com o conceito de equivalência.	Autonomia nos estudos, para pesquisar materiais manipuláveis e desenvolver as atividades com as crianças.	Socialização dessas experiências nos fóruns de discussão e na roda de conversa no encontro presencial.

Exemplos

E_i + +	Os formadores elaboraram 10 (dez) passos com instruções a serem seguidas pelos professores para desenvolver os estudos sobre o módulo de equivalência.
E_i +	Os formadores, na tentativa de orientar os professores, disponibilizaram um pequeno texto com conceitos básicos de equivalência e alguns slides com fundamentos teóricos.
Ei -	As professoras se mostraram autônomas para estudar os conceitos sobre equivalência e compreendê-los, pensaram em jogos e atividades diferenciadas para trabalhar com as crianças.
Ei - -	Socializaram no fórum de discussão a experiência do trabalho com equivalência, também apresentaram essas experiências no encontro presencial.

Fonte: Dados da pesquisa.

Como pode ser observado no Quadro 2.1 as relações de controle (enquadramento em suas variações) em termos bernsteiniano, estabeleceram a forma de comunicação legitimada na prática pedagógica (relação entre formadores e professores e entre professores). Quando esse controle era definido pelos formadores as regras hierárquicas eram mais evidentes, porém quando os professores tinham algum controle na mensagem, controlando à sequência, à forma, o ritmo para a aquisição dos textos, as regras hierárquicas eram menos explícitas.

Considerações finais

Esta pesquisa, teve como objetivo analisar os textos produzidos na relação pedagógica de uma formação híbrida tematizando *Early Algebra* com professores da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental. Na análise dos *textos do discurso algébrico* foi possível observar que o modelo híbrido de formação continuada favoreceu a estruturação de ações autônomas das professoras.

Com a investigação foi possível observar que as professoras participantes da formação ao estudarem o conteúdo sobre equivalência no ambiente virtual de aprendizagem, depois desses estudos, desenvolviam diferentes atividades, inclusive, atividades com materiais manipuláveis, em sala de aula com as crianças.

Nesse contexto, os formadores deixam de ser os protagonistas das instruções sobre os conhecimentos algébricos e as propostas de atividades, tendo em vista que no processo de formação as professoras tornaram-se mais ativas.

Assim, o estudo revela que o modelo híbrido de formação continuada ampliou os conhecimentos matemáticos sobre *Early Algebra* das professoras por meio de experiências colaborativas em ambientes presenciais (socialização de experiência em grupo) e em ambientes virtuais (materiais de estudos e narrativas de experiências em fóruns de discussão).

Referências

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 2002.

BERGMANN, J.; SAMS, A. How the Flipped Classroom is radically transforming learning. The Daily Riff, 15 Abril 2012b. Learning, Innovation& tech. Disponível em: http://www.thedailyriff.com/articles/how-the-flipped-classroom-is-radically-transforming-learning-536.php . Acessado em abril de 2020.

BERNSTEIN, B. **Class, codes and control**: the structuring of pedagogic discourse. New York: Routledge, 2003.

BERNSTEIN, B. **Pedagogy, symbolic control and identity**: theory, research, critique. New York: Rowman & Littlefield, 2000.

BLANTON, M.; BRIZUELA, B.; STEPHENS, A.; KNUTH, E.; ISLER, I.; GARDINER, A.; STROUD, R.; FONGER, N.; STYLIANOU, D. Implementing a Framework for Early Algebra. In: KIERAN, C. (Ed.). ***Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-year-olds. The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practic*e** (pp. 27-50). Cham, Switzerland: Springer, p. 27-50, 2018.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom pratice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, 36(5), 412-446, 2005.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Functional Thinking as a Route into Algebra in the Elementary Grades. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Eds.) **Early Algebraization, a Global Dialogue from Multiple Perspectives Advances in Mathematics Education**. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, p. 5-24, 2011.

BLANTON M.; STEPHENS, A.C.; KNTH, E. GARDINER, A. M. O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico Infantil: O Impacto de uma Intervenção Integral Inicial na Álgebra na Terceira Série. **Journal for Research in Mathematics Education** 46 (1): 39-87 janeiro de 2015.

BOOTH, L. R. Children's difficulties in beginning álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P (Eds.). **The ideas of algebra**, *K-12*. Reston, VA: NCTM, 1988. p. 20-32.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral – DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental – COEF. Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental. Brasília, DF: MEC, 2012.

CARRAHER, D.; EARNEST, D.; SCHLIEMANN; BRIZUELA, B. Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**. 37(2) p. 87-115, 2006.

CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN. Powerfulideas in elementar school mathematics. In L. Englishand D. Kirshner (eds.) Hand book of International Research in Mathematics Education. New York: Taylor & Francis, 2015.

CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN, A.D. Functional relations in early algebraic thinking. 13th International Congresson Mathematical Education. Hamburg, 24-31 July 2016.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, C. C. C. F. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, número especial, p. 817-835, 2013.

FERREIRA, A. A. B.C. **Formação híbrida de professores em Early Algebra na educação infantil**: um olhar para os processos de recontextualização. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Feira de Santana. Programa de Pós-Graduação em Educação, 2020.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra with understanding. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (Eds.) **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, p. 133-155, 1999.

KIERAN, C. Research on the learning and teaching of algebra. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), In: **Handbook of research on the psychology of mathematics education**. Rotterdam: Sense. 2006. pp. 11-50.

KIERAN, C. (Ed.). ***Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-year-olds***. *The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practice*. Cham, Switzerland: Springer, p. 27-50, 2018.

MASON, J. Expressing generality and roots of algebra. In: N. BEDNARZ, N., KIERAN, C., LEE, L. (Eds.) **Approaches to algebra**: perspectives for research and teaching, Dordretch, The Netherlands: Kluwer, p. 65-86.1996.

NCTM. Nacional council of teachers of mathematics. **Principles and Standarts of School Mathematics**. 2000.

PONTE, J. P; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: ME-DGIDC, 2009.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As ideias da álgebra**. (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 9-21.

A Orientação Espacial na Literatura Infantil: Possibilidades Pedagógicas

The Spatial Orientation in Children's Literature: Pedagogical Possibilities

Hilda Souza da Cruz
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Vitória, ES, Brasil
souzadacruzhilda@gmail.com

Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Vitória, ES, Brasil
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil
profvaniasantoswagner@gmail.com

Resumo
Este artigo traz parte de uma pesquisa de mestrado que investiga: Que possibilidades livros de literatura infantil oferecem para explorar ideias de orientação espacial na educação infantil com crianças de 4 e 5 anos? Tem como objetivo geral identificar e analisar na literatura infantil o que se encontra de orientação espacial bem como possibilidades de um trabalho integrado e intencional com os campos de experiência na educação infantil. Os trabalhos de Smole (2000), Smole, Diniz, Cândido (2003), Mendes e Delgado (2008) e Zogaib (2019) fornecem aportes teóricos sobre a orientação espacial. Smole, Cândido, Stancanelli (1997) nos informam sobre a literatura infantil. Esse texto relata uma pesquisa qualitativa documental em que investigamos as possibilidades que duas literaturas infantis oferecem para explorar com crianças de 4 e 5 anos as imagens dos livros e as situações abordadas nas histórias a luz dos autores citados. A partir de nossas experiências docentes, usamos ideias de Mendes e Delgado (2008) para construir diálogos que professoras de educação infantil podem criar com as crianças depois de contarem as histórias para despertar e provocar a curiosidade delas para observarem objetos, suas posições e direções. Esse trabalho visa ainda contribuir com o campo educacional relacionado à infância e ao processo de aprendizagem da orientação espacial apresentados de forma implícita e/ou explícita nos livros de literatura infantil.

Palavras-Chave: Educação Infantil; Geometria; Sentido Espacial; Literatura Infantil.

Abstract
This article brings part of a master's research that investigates: What possibilities do children's literature books offer to explore ideas of spatial orientation in early childhood education with four and five-year-old children? Its general objective is to identify and analyze in children's literature what is spatially oriented as well as possibilities for an integrated and intentional work with the fields of experience in early childhood education. The works of Smole (2000), Smole, Diniz, Cândido (2003), Mendes and Delgado (2008) and Zogaib (2019) provide theoretical contributions on spatial orientation. Smole, Cândido, Stancanelli (1997) inform us about children's literature. This text reports qualitative documentary research in which we that two investigate some possibilities that two children’s literature books offer to explore with four and five-year-old children the images of the books and the situations approached in the histories based to the authors already cited. From our practical experience as teachers, we used Mendes and Delgado’s ideas (2008) to construct dialogues that teachers may create with children in order to awaken and promote their curiosity into observing objects, its positions and directions in the literature that we read to them. This work also aims to contribute to the educational field related to childhood and the learning process of spatial orientation presented implicitly and/or explicitly in children's literature books.

Keywords: Early Childhood Education; Geometry; Spatial Sense; Children's Literature.

Introdução

Cremos que a literatura é um elemento fundamental para o cotidiano infantil. Ela traz magia e encantamento à vivência infantil, aparecendo à criança como um jogo, uma fantasia muito próxima ao real, uma manifestação do sentir e do saber, o que permite a criança inventar, renovar e discordar (SMOLE; CÂNDIDO; STANCANELLI, 1997). Isso se torna possível quando a literatura infantil estimula a criatividade, a empatia, o raciocínio, a imaginação, e o desenvolvimento cognitivo de crianças. Um trabalho que articule literatura infantil com as noções de orientação espacial pode auxiliar no desenvolvimento de habilidades cognitivas que permitem às crianças interpretar, analisar e sintetizar o mundo em que vivem. Nessa perspectiva, consideramos que trabalhar literatura e matemática de modo articulado e sistemático, principalmente com crianças pequenas, pode contribuir na aprendizagem de forma lúdica e prazerosa. Ademais, a literatura infantil traz um contexto significativo para a exploração de noções matemáticas. Neste sentido, Smole, Cândido e Stancanelli (1997) declaram que:

> [...] através da conexão entre literatura e matemática, o professor pode criar situações na sala de aula que encorajem os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem matemática, estabelecendo ligações cognitivas entre a linguagem materna, conceitos da vida real e a linguagem matemática formal, dando oportunidades para eles escreverem e falarem sobre o vocabulário matemático, além de desenvolverem habilidades de formulação e resolução de problemas enquanto desenvolvem noções e conceitos matemáticos (SMOLE; CÂNDIDO; STANCANELLI, 1997, p. 13).

Viajar pelo mundo da imaginação por meio da literatura é uma forma de criar situações em que as crianças envolvam seu corpo, suas ideias, sua linguagem, seus sentimentos, sua memória, auxiliando no desenvolvimento de noções matemáticas. Como consequência, associar a matemática com o gosto pela literatura infantil ajuda no desenvolvimento de saberes matemáticos e outros saberes. Neste texto, destacamos a orientação espacial, no campo da geometria, como um dos conceitos que podem ser trabalhados a partir da literatura infantil.

Entendemos que a compreensão do espaço pela criança é essencial para a conquista do viver e brincar. Smole, Diniz e Cândido (2003) comentam que a criança está inserida em um contexto social carregado de noções espaciais. Esse ambiente traz diversas informações e a maioria delas é gerada e percebida na mente de cada criança ao explorar o espaço ao seu redor. Essas autoras ainda apontam que a criança necessita ver, observar e apreciar a geometria em seu mundo. Enfim, segundo as autoras, para que as crianças compreendam o mundo onde vivem e se locomovem elas precisam descobrir formas, desenhá-las, escrever e falar sobre elas para que a percepção do espaço se torne cada vez mais clara e elaborada em suas mentes.

Entendemos a importância da orientação espacial para o desenvolvimento do pensamento matemático/geométrico das crianças e também para a construção da cidadania na infância. Segundo Zogaib (2019, p. 43) “a geometria tem um papel fundamental para a leitura do mundo, especialmente para a compreensão do espaço ao nosso redor", a fim de que possamos entendê-lo, atuar nele e transformá-lo. Para o desenvolvimento dessas habilidades espaciais, é necessário que, desde a educação infantil, as crianças tenham oportunidades de vivenciar uma variedade de experiências no seu dia a dia. Conforme Smole, Diniz, Cândido (2003, p. 15) comentam as crianças nessa interação com o espaço “[...] adquirem várias noções intuitivas que constituirão as bases de sua competência espacial”. Desse modo, essa interação com o espaço auxilia a criança na orientação espacial em meio a um mundo de objetos, ao conhecimento do ambiente e a capacidade de enxergar, imaginar e ler esse espaço.

Orientação espacial segundo Zogaib (2019, p. 99) é “a capacidade de saber onde estamos, como nos movimentamos ou movimentamos objetos no espaço, como encontramos ou indicamos uma localização e direção”. Significa saber se orientar para chegar a um local específico ou encontrar algo que se procura. É conhecer um ambiente e nele conseguir se locomover, se localizar, encontrar um caminho sem precisar de ajuda.

Seguindo esse raciocínio, apresentamos neste artigo conexões identificadas entre a literatura infantil e a orientação espacial na infância. Procuramos também reconhecer e selecionar situações integradas entre as imagens e/ou palavras das histórias com a orientação espacial, articuladas com os campos de experiência propostos na Base Nacional Comum Curricular [BNCC] (BRASIL, 2017).

Aqui mostraremos os critérios usados para a seleção das literaturas, uma análise inicial e desenvolvimento de situações que conduzam crianças de 4 e 5 anos a se orientarem e encontrarem objetos específicos no espaço. Esse texto traz parte de uma pesquisa de mestrado de natureza qualitativa documental, que está em andamento no município de Santa Teresa/ES, e procura responder a seguinte questão: Que possibilidades livros de literatura infantil oferecem para explorar ideias de orientação espacial na educação infantil com crianças de 4 e 5 anos? O objetivo geral é identificar e analisar na literatura infantil o que se encontra de orientação espacial bem como possibilidades de um trabalho integrado e intencional do professor da educação infantil com os campos de experiência.

A fase da escolha das literaturas infantis

Escolher obras de literatura infantil é uma missão que requer atenção e conhecimento das preferências literárias das crianças para as quais vamos ler, contar e dramatizar essas obras. Para que isso ocorra de forma sistemática alguns critérios foram elencados. Destacamos como procedimentos de escolha das obras os seguintes pontos:

- Livros da literatura infantil que fazem parte do acervo da Secretaria Municipal de Educação e das escolas de educação infantil do município de Santa Teresa/ES.
- Títulos que tanto eu, professora/pesquisadora, quanto os(as) professores(as) de educação infantil da rede municipal de Santa Teresa-ES utilizamos e apreciamos.
- Aqueles que já observamos que as crianças sentem prazer em ouvir e folhear.
- Os que apresentam imagens e/ou palavras que indicam pistas sobre a orientação espacial.
- Os que podem levar as crianças a desenvolverem as habilidades espaciais que aparecem na BNCC (BRASIL, 2017) e se articulam com os campos de experiência.

Para a obtenção de dados confiáveis nessa pesquisa qualitativa documental utilizamos o critério metodológico de triangulação de dados e informações. Sobre o procedimento de pesquisa qualitativa, Fiorentini e Lorenzato[1] (2012, p. 110) destacam que a abordagem qualitativa "busca investigar e interpretar o caso como um todo orgânico, uma unidade em ação com dinâmica própria, mas que guarda forte relação com seu entorno e contexto sociocultural". O procedimento metodológico de triangular informações garante confiabilidade às interpretações e evidências encontradas nestas obras selecionadas para responder nosso questionamento. Essa triangulação, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 226) é a "técnica de coleta de dados pela qual, no mínimo, três distintas fontes se posicionam a respeito de um mesmo fato ou situação". Nessa perspectiva, usaremos na pesquisa de mestrado três literaturas para que possamos triangular as informações e apresentar ao final das análises situações que envolvam a orientação espacial. Mas nesse

[1]A 1ª edição do livro Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos, de Fiorentini e Lorenzato, foi publicada em 2006, Campinas: Autores Associados.

artigo, devido à limitação de páginas, apenas dois livros serão analisados. O Quadro 1 nos mostra os nove livros de literatura infantil mais apreciados por professoras da educação infantil e crianças do município de Santa Teresa (ES) no período de 2010 a 2020.

Quadro 1: Histórias preferidas das crianças e professoras de educação infantil de Santa Teresa/ES

TÍTULO	ESCRITOR (A)/ILUSTRADOR (A)	EDITORA	ANO
A ponte	Eliandro Rocha/Paulo Thumé	Callis	2013
A primavera da Lagarta	Ruth Rocha/Madalena Elek	Salamandra	2011
Branca de Neve e os Sete Anões	Cristina Klein/Marlon Bachmann e Tharso Duarte	Blu	2016
Chapeuzinho Vermelho	Charles Perrault/Georg Hallensleben	Companhia das Letrinhas	2007
Cinderela	Cristina Klein/Marlon Bachmann e Tharso Duarte	Blu	2016
João e Maria	Tatiana Belinky/Francesc Rovira	Martins Fontes	2015
Lúcia-já-vou-indo	Maria Heloísa Penteado	Abril Educação	2009
O que é que tem no seu caminho?	Bia Villela	Pitanguá	2018
O Rato do Campo e o Rato da Cidade	Ruth Rocha/Rogério Coelho	Salamandra	2010

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2020).

Após a separação desses nove livros, analisamos previamente os mesmos considerando os títulos, as imagens e escrita das histórias para identificar situações que possam incentivar momentos de experiências significativas das crianças com a orientação espacial. Procuramos, também, identificar termos e ideias nas obras que falassem implícita ou explicitamente sobre posição, direção, distância e localização. Nessa análise panorâmica inicial gastamos aproximadamente um mês e concluímos que as três literaturas mais interessantes para investigarmos e triangularmos informações são *"Lúcia-Já-Vou-Indo"*, *"A ponte" e "João e Maria"*. Iniciamos com uma análise ampla da capa de cada livro, onde acreditamos que as imagens e o título possam dar suporte um ao outro, provocando assim um maior detalhamento de informações. Para esse prelúdio, criamos o Quadro 2, onde dividimos a história de acordo com a quantidade de páginas que exibem apenas imagens, apenas texto ou ainda imagens e texto. Constatamos que as histórias contêm várias imagens, o que ajuda as crianças a pensarem, imaginarem, brincarem em suas mentes e se colocarem no lugar dos personagens. Cremos que esses movimentos e brincadeiras mentais dos pequeninos podem ajudá-los a irem desenvolvendo habilidades de orientação espacial.

Quadro 2: Detalhamento das histórias

História	Quantidade de Páginas			
	Total	Apenas com imagens	Apenas com texto	Com imagens e texto
Lúcia-Já-Vou-Indo	32	06	11	15
A ponte	31	07	0	24
João e Maria	27	12	0	15

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2021).

Na análise dos livros utilizamos para cada história a capa e algumas páginas que nos ofereçam algumas informações e que tenham um grande potencial no que diz respeito à orientação espacial. Durante essa análise consideramos o leitor, professor da educação infantil, como ponto de referência para as observações, diálogos com as crianças e respostas.

Viajando nas asas da imaginação pedagógica

Realizamos várias leituras, registros e diálogos sobre algumas pesquisas já efetuadas, e nos amparamos em Smole (2000), Smole, Diniz, Cândido (2003), Mendes e Delgado (2008) e Zogaib (2019). Assim, chegamos à conclusão que orientação espacial é a habilidade que temos de nos posicionar e nos orientar no espaço. É saber localizar um objeto ou nós mesmos em relação ao nosso redor; à frente ou atrás; em cima ou embaixo. É uma construção mental que se processa por meio dos movimentos e deslocamentos que o indivíduo realiza no espaço e que vai se concretizando na mente a partir de várias experiências com seu corpo e objetos. Na Figura 1, Mendes e Delgado (2008) trazem um diálogo em que a professora instiga o estudante através de perguntas relacionadas à orientação espacial.

Figura 1: Trecho de um diálogo

O seguinte diálogo passa-se entre uma educadora e o Francisco, uma criança de quatro anos:

Educadora: Onde moras, Francisco?
Francisco: Moro ao pé do João. Ele mora no 1.º andar e eu no 2.º.
Educadora: E isso é onde?
Francisco: É perto da escola.
Educadora: Como é que sabes?
Francisco: Porque a minha avó é que mora longe, demoramos muito tempo na viagem e eu adormeço antes de lá chegar.

Fonte: Mendes e Delgado (2008, p. 15).

Tanto nesse conceito de orientar organizado pelas autoras, quanto no diálogo apresentado, constatamos a importância da utilização de alguns termos específicos e da elaboração de questionamentos que guiem e provoquem as crianças a observarem uma determinada imagem e a partir daí se orientar. Em nossa análise dos livros de literatura infantil seguimos o caminho de elaboração de perguntas semelhante ao de Mendes e Delgado (2008). Aqui utilizamos apenas duas histórias *"Lúcia – Já – Vou – Indo"* e *"A Ponte"*.

O momento que antecede essa análise das noções de orientação espacial é muito importante. Por isso, daremos algumas ideias para a leitura e contação da história. Iniciaremos com uma dinâmica de motivação onde convidaremos todas as crianças a participarem de uma roda de conversa. A roda de conversa é um momento de diálogo e socialização de ideias, onde as crianças se comunicam e expressam suas incertezas, descobertas e ainda ampliam seu vocabulário, através do imaginário. Assim, a roda de conversa é um espaço que favorece o autoconhecimento, o conhecimento do outro e das relações entre seus pares e o mundo que os rodeia. O documento Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil [RCNEI] (BRASIL, 1998) nos apresenta também que

> [...] a roda de conversas e o faz-de-conta, porém, constituem-se em situações privilegiadas para a explicitação das características pessoais, para a expressão dos sentimentos, emoções, conhecimentos, dúvidas e hipóteses quando as crianças conversam entre si e assumem diferentes personagens nas brincadeiras (BRASIL, 1998, p. 62).

Na educação infantil a roda de conversa é muito usada para a contação de histórias e essa é a oportunidade que a criança tem de imaginar e conhecer a forma de viver, pensar e agir. Com o desejo de apresentar a história selecionada e, a partir daí, criar situações em que o imaginário e a descoberta de noções matemáticas caminhem juntos, apresentaremos na roda de conversa uma caixa surpresa. A caixa surpresa é uma maneira de trabalhar de forma interativa. A conversa com as crianças começa em tom de suspense, onde serão desafiadas a descobrir o que tem na caixa, podendo todas arriscar um palpite. Sempre que apresentamos algo que as crianças precisam descobrir, os burburinhos começam a ecoar pelo espaço da sala de aula, o que demonstra sinal de que estão se comunicando. Essa comunicação faz parte da interação e aprendizagem das crianças. Para acalmá-los é importante que nesse momento algumas pistas sejam reveladas.

Após esse momento agradável, a capa do livro pode ser apresentada para apreciação, e em seguida, o(a) professor(a)/leitor(a) faz a leitura de toda a história. O próximo passo a ser sugerido seria a apresentação das imagens em tamanho bem grande onde as crianças possam observar com clareza cada detalhe. Nesse momento de apresentação e exploração da história através de imagens o(a) professor(a)/leitor(a) pode envolver as crianças em uma deliciosa discussão, articulando as figuras com o texto. Dando continuidade a essa dinâmica, sugerimos momentos de dramatizações, onde as crianças passam a ser personagens vivos da história. Para finalizar esse ciclo de propostas pedagógicas apontamos a importância do uso das ilustrações voltadas para o desenvolvimento, construção, e exploração de ideias de sentido e orientação espacial. Aqui relatamos algumas estratégias, mas destacamos que a professora não precisa seguir essa ordem, nem essas atividades. Cada professora de educação infantil vai criar suas tarefas a partir de seus conhecimentos, ideias, motivações e desejos de arriscar e do conhecimento que tem de suas crianças, seus interesses e do contexto escolar.

Análise da obra de literatura infantil "Lúcia – Já – Vou – Indo"

A primeira literatura infantil analisada é *"Lúcia Já-Vou-Indo"*, de Maria Heloísa Penteado[2]. O livro traz a história de uma lesma que nunca consegue chegar a tempo em seus compromissos. Mesmo quando sai de casa uma semana antes, ela acaba se atrasando e não consegue participar da festa. Mas seus amigos descobrem uma solução: organizam uma comemoração na casa da própria lesminha! Com humor e delicadeza, a autora fala da importância da amizade e da solidariedade em meio às diferenças. O livro possui ilustrações traçadas em nanquim e coloridas com aquarela e guache, além da apresentação de algumas palavras como vou, longe, esquerda, embaixo, etc. Traz uma forma bacana e divertida de escrita, onde as letras se modificam e ganham movimento de acordo com seus significados.

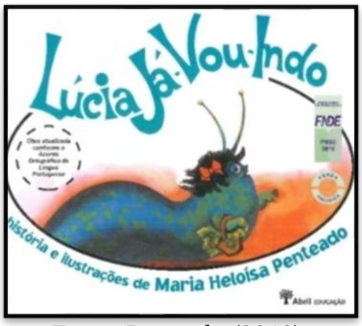
Durante a análise formulamos perguntas que o(a) professor(a)/leitor(a) pode fazer ao ler a história para as crianças, pois acreditamos, como as autoras portuguesas, que a formulação de questões estimula a curiosidade das crianças e pode provocá-las a questionarem. Sabemos que a criança, com toda sua curiosidade e imaginação também levantará hipóteses e questionamentos que precisam ser considerados. Segundo Zogaib (2019) precisamos

> [...] desenvolver ideias cada vez mais ampliadas sobre localização, posição, direção, distância e contribuir para que as crianças compreendam efetivamente relações espaciais que envolvam à direita, à esquerda, para a direita, para a esquerda, em cima, de cima, para cima, debaixo, para baixo, em frente, para frente, atrás, para trás, entre (ZOGAIB, 2019, p. 48).

Nesse mesmo viés de pensamento, analisamos as imagens e a escrita do livro. Acreditamos no potencial que a literatura infantil exerce sobre as crianças e como esse recurso pode ser um aliado no desenvolvimento de atividades significativas. Usar imagens e palavras que nos dão oportunidade de criar situações que envolvam a orientação espacial torna a literatura um material rico em capacidades pedagógicas.

[2]A autora nasceu em Araraquara, São Paulo, em 1919, e faleceu na cidade de São Paulo em 2 de novembro de 2014, aos 95 anos. Escreveu mais de quarenta livros. Por coincidência a literatura em questão fez parte do Programa Nacional Biblioteca da Escola - PNBE do ano de 2010 para crianças de 4 e 5 anos.

Figura 2: Capa do livro "Lúcia Já-Vou-Indo"

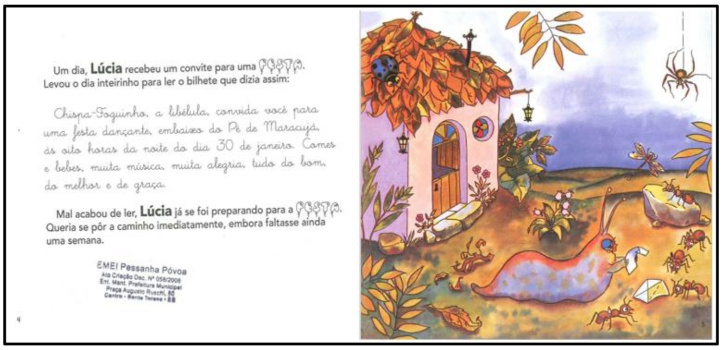


Fonte: Penteado (2010).

Assim, o(a) professor(a) de educação infantil e/ou leitor(a) desta obra pode fazer as seguintes perguntas: Diante da capa do livro que imagens observamos? Como estão representadas? O que conseguimos perceber de orientação espacial e orientação espacial? Qual é a posição da lesminha, de frente, de trás, de cima, de baixo, de lado? Acrescentando a este momento o título da história "Lúcia Já- Vou- Indo" percebemos outras situações como: Para onde a personagem está indo? Qual caminho precisa seguir? Será que ela conhece esse caminho ou precisa seguir pistas? Quando pensamos nos questionamentos que podem ser elaborados pelo leitor, seguimos as sugestões de Mendes e Delgado (2008).

As imagens são criativas e possibilitam que as crianças olhem ao seu redor, no ambiente escolar ou também na sua casa, coisas semelhantes, desenhos e ainda o desenvolvimento de interações e brincadeiras. Notamos que o trabalho com essa obra pode ser um provocador para as crianças desenharem, dramatizarem, brincarem, recontarem a história para seus pares e em suas casas. Criar com as crianças o ambiente vivenciado pela lesminha, tornando-as parte integrante da história desde a imagem da capa do livro e no decorrer de toda a história, ajuda no desenvolvimento de suas habilidades espaciais. Sobre essa questão Smole, Diniz, Cândido (2003, p. 25) nos mostram que "essa competência implica tanto a capacidade de cada pessoa em identificar formas e objetos em seu meio quanto a capacidade de se orientar em um mundo de formas e objetos situados espacialmente". Oportunizar momentos em que as crianças possam explorar o espaço ao seu redor através de dramatizações e ilustrações do contexto vivido pela lesminha ajuda no desenvolvimento da orientação espacial.

Figura 3: Páginas 4 e 5 do livro[3] "Lúcia Já-Vou-Indo"


Um dia, **Lúcia** recebeu um convite para uma FESTA.
Levou o dia inteirinho para ler o bilhete que dizia assim:

Chispa-Foguinho, a libélula, convida você para uma festa dançante, embaixo do Pé de Maracujá, às oito horas da noite do dia 30 de janeiro. Comes e bebes, muita música, muita alegria, tudo do bom, do melhor e de graça.

Mal acabou de ler, **Lúcia** já se foi preparando para a FESTA. Queria se pôr a caminho imediatamente, embora faltasse ainda uma semana.

EMEI Pessanha Póvoa

4

Fonte: Penteado (2010).

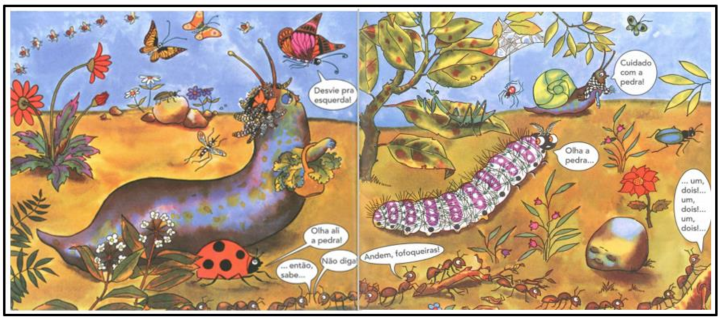
Quando abrimos essa obra e chegamos na página 4 nos deparamos com a escrita de um convite que logo nos dá a ideia de localização, "[...] embaixo do Pé de Maracujá". Como a lesminha fez para ler o bilhete? Na página 5, encontramos uma imagem rica em objetos e detalhes que nos apresenta diversas formas e contornos, cores e objetos que podem fazer parte do mundo infantil. Muitas possibilidades de orientação espacial e questões reflexivas podem surgir como, por exemplo, quais são as características da lesminha? Conseguimos identificar todos os objetos que aparecem na cena? Tendo a lesma como ponto de referência, o que está na frente dela? A criança precisa se colocar mentalmente no lugar da lesminha, para então, desse lugar, indicar os objetos que estão ao seu redor. Indicar os objetos e personagens que estão na cena e a posição e localização em que se encontram possibilita às crianças pensar a respeito dessas relações espaciais entre os elementos, o que contribui para pensar sobre orientação espacial. Com essas duas páginas o(a) professor(a) pode explorar os conhecimentos de língua portuguesa, matemática e meio ambiente com as crianças (BRASIL, 1998, 2017; SMOLE, 2000).

Aqui trazemos perguntas que nós, pesquisadoras, imaginamos possam ser feitas sobre a localização, a posição e a direção dos animais e objetos. A lesminha agora começa a caminhar lentamente. Ela está dentro ou fora da casa? Qual sua posição, de frente, de trás, de lado? O que vemos na frente da lesminha? Além da lesminha observamos outros animais como formiguinhas, aranha e libélula. Todas as formiguinhas estão na mesma posição? Caminham para a mesma direção? E a joaninha, está em cima ou embaixo da casa? O que a

[3]Um dia, Lúcia recebeu um convite para uma festa. Levou o dia inteirinho para ler o bilhete que dizia: Chispa-Foguinho, a libélula, convida você para uma festa dançante, embaixo do Pé de Maracujá, às oito horas da noite do dia 30 de janeiro. Comes e bebes, muita música, muita alegria, tudo do bom, do melhor e de graça.
Mal acabou de ler, Lúcia já se foi preparando para a festa. Queria se pôr a caminho imediatamente, embora faltasse ainda uma semana.

lesminha tem nas mãos? Orientação espacial consiste na capacidade que o indivíduo tem de situar-se e orientar-se em relação aos objetos, às pessoas e ao seu próprio corpo em um determinado espaço e, para isso, geralmente são utilizados pontos de referências. Então, as perguntas sugeridas contribuem para o trabalho com a orientação espacial.

Figura 4: Páginas 10 e 11 do livro[4] "Lúcia Já-Vou-Indo"

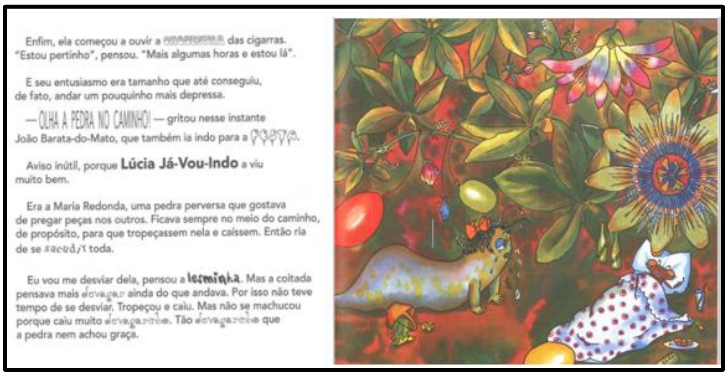


Fonte: Penteado (2010).

Nas páginas 10 e 11 encontramos uma riqueza de imagens e falas dos personagens que possibilitam a realização de um diálogo voltado com todos os campos de experiência da BNCC (BRASIL, 2017) e a criatividade das crianças. Vários questionamentos podem surgir. Nesse momento as experiências e inventividades das crianças precisam ser consideradas e utilizadas como material pedagógico. Pode-se trabalhar os animais, as plantas, as cores, os movimentos, as formas, os tamanhos, as posições, a distância e tantos outros assuntos que surgirem. Esse diálogo com os campos de experiência transforma as vivências das crianças em momentos de inventividade e prazer. As crianças aprendem brincando. As imagens parecem estar em movimento e se misturam à escrita provocando um diálogo divertido. Perguntas como: Que cores vocês observam? Que animais aparecem na cena? Em que local encontramos esses animaizinhos? Além dos animais vemos algumas plantas, como elas são? Quantas abelhas estão voando no canto esquerdo da página? Na parte inferior vemos algumas formigas, todas estão na mesma posição? São quantas borboletas? Onde está a aranha? Vocês conseguem ver um gafanhoto, qual a localização dele? Vemos também pedras, que formato elas apresentam? Na parte superior da imagem, à esquerda, temos algumas pedrinhas, o que tem em cima dela?

[4] Desvie pra esquerda! Olha ali a pedra! Cuidado com a pedra! Olha a pedra...
... então, sabe... Não diga! Andem, fofoqueiras! ... um, dois!...um, dois!... um, dois!

Figura 5: Páginas 14 e 19 do livro[5] "Lúcia Já-Vou-Indo"



Fonte: Penteado (2010).

Para finalizar essa análise escolhemos as páginas 14 e 19. Nessas páginas a frase *"Estou pertinho"* informa sobre a orientação espacial. Essas duas palavras demonstram uma potência, por exemplo, pertinho de que ou de quem? Qual o ponto de referência para designar o perto e o longe? O que também chama a atenção é a expressão facial da lesminha. Esse é um bom momento para falar sobre os sentimentos e emoções (BRASIL, 1998, 2017). Deixar que as crianças expressem o que sentem quando algo acontece, ou que digam o que as deixam tristes e felizes através da oralidade é muito importante. Esse é o momento de criar situações em que as crianças precisam demonstrar através do rosto alguns sentimentos. A cada situação vivenciada pela lesminha as crianças podem experimentá-las por meio da utilização de material concreto, onde estarão movimentando os objetos e personagens que aparecem na história proporcionando às crianças, vivenciar ou experenciar com o próprio corpo as relações espaciais dos personagens da história, o que autores como Mendes e Delgado afirmam ser fundamental para a orientação espacial das crianças.

Análise da obra de literatura infantil "A Ponte"

A segunda literatura infantil investigada neste estudo é *"*A ponte" de Eliandro Rocha[6], literatura que marca a estreia do autor no mercado literário. A obra conta a história

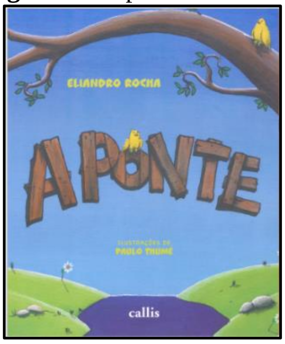
---

[5]Enfim, ela começou a ouvir a orquestra das cigarras. "Estou pertinho", pensou. "Mais algumas horas e estou lá". E seu entusiasmo era tamanho que até conseguiu, de fato, andar um pouquinho mais depressa.
- OLHA A PEDRA NO CAMINHO! -gritou nesse instante João Barata- do- Mato, que também ia indo para a festa.
Aviso inútil, porque Lúcia-Já-Vou-Indo a viu muito bem. Era a Maria Redonda, uma pedra perversa que gostava de pregar peças nos outros. Ficava sempre no meio do caminho, de propósito, para que tropeçassem nela e caíssem. Então ria de se sacudir toda. Eu vou me desviar dela, pensou a lesminha. Mas a coitada pensava mais devagar ainda do que andava. Por isso não teve tempo de se desviar. Tropeçou e caiu. Mas não se machucou porque caiu muito devagarinho. Tão devagarinho que a pedra nem achou graça.
[6]Nascido em 17 de novembro de 1976 na cidade de Sapucaia do Sul no Estado do Rio Grande do Sul. Escreveu também "Roupa de Brincar" (2015), "Escola de príncipes encantados" (2015) e "Amigo secreto" (2016).

de Nestor, um coelho solitário, que descobre pela primeira vez como fazer uma amizade verdadeira. O livro possui ilustrações muito coloridas, que chamam a atenção dos leitores.

Segundo Smole (2000, p. 106), "[...] para desenvolver suas potencialidades espaciais uma pessoa tem que viver o e no espaço, mover-se nele e organizá-lo". Com esse propósito ao organizar sua prática pedagógica, o(a) professor(a) precisa ter em mente atividades que envolvam a identificação de pontos de referência, a descrição de pequenos percursos e trajetos, e ainda a representação da posição de pessoas/animais e objetos. Observamos na história vários sons onomatopaicos. Durante a leitura dessas palavras a professora pode sugerir que as crianças repitam os sons como forma de brincadeira e participação na leitura. Smole (2000, p. 109) acrescenta que ajuda o entendimento da história ao "analisar a capa, fazer a leitura intuitiva, levar o aluno a colocar suas expectativas para com o texto a ser descoberto, procurar discutir as palavras novas, os sons onomatopaicos fortemente presentes na história [...]". Assim, observar os sons, reproduzi-los e fazer uma ligação com a imagem ajuda na compreensão e interpretação da história.

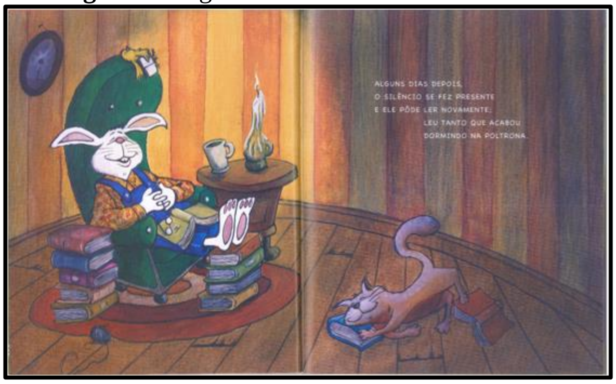
Figura 6: Capa do livro "A Ponte"



Fonte: Rocha (2013).

Diante da capa observamos algumas imagens e logo conseguimos associá-las com a orientação espacial. Podemos iniciar chamando a atenção das crianças para o que estão vendo e em seguida questionar sobre os passarinhos. O que temos em cima da letra O de ponte? Como está escrito o título da história? Existem dois tons de azul, um mais claro e outro mais escuro, o que cada um representa? Brincar com perguntas e respostas, e assim aguçar a curiosidade das crianças é uma maneira de incentivá-las a prestar atenção na história e nas etapas que estão por vir.

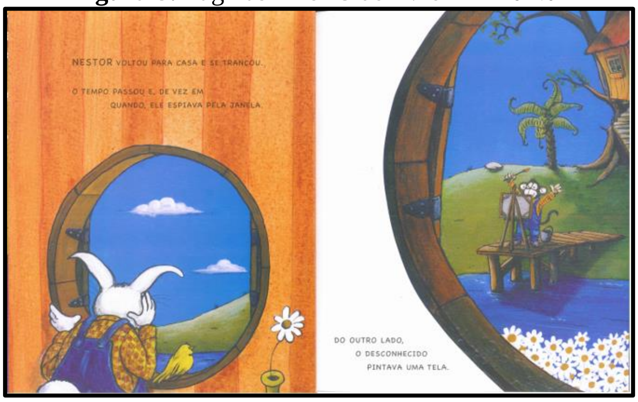
Figura 7: Páginas 10 e 11 do livro[7] “A Ponte”



Fonte: Rocha (2013).

Nas páginas 10 e 11 a qualidade dos detalhes são marcantes. Pode-se aproveitar os materiais que fazem parte do cotidiano das crianças e elaborar questões que estimulem a curiosidade e criatividade. Quantos livros aparecem na cena? Quais animais aparecem nessa imagem? O que eles estão fazendo? Qual está sentado na poltrona? Qual está em cima, no encosto da poltrona e qual está embaixo, no chão? O que tem pendurado na parede? O que vemos no chão? E em cima da mesa? Segundo Mendes e Delgado (2008, p. 11*)* “[...] é importante que, no jardim-de-infância, sejam realizadas tarefas que envolvam a identificação do local onde se encontra determinado objecto, a descrição e identificação de caminhos e a análise da posição do objecto”. Levar as crianças a vivenciarem momentos parecidos com as cenas dos personagens ou até mesmo a simular situações como coloque o lápis em cima da mesa, o caderno embaixo da cadeira torna esse processo de orientação mais significativo e real na mente delas.

Figura 8: Páginas 14 e 15 do livro[8] “A Ponte”



[7]Alguns dias depois, o silêncio se fez presente e ele pôde ler novamente; leu tanto que acabou dormindo na poltrona.
[8]Nestor voltou para casa e se trancou. O tempo passou e, de vez em quando, ele espiava pela janela. Do outro lado, o desconhecido pintava uma tela.

Fonte: Rocha (2013).

Para que as crianças participem de experiências diversas é essencial o planejamento de atividades contextualizadas que favoreçam o desenvolvimento das habilidades espaciais. Na página 14 o autor diz que o coelho "espiava pela janela", o que ele via? A todo instante, logo no início do dia, ao acordar, nos deparamos com situações que envolvem a orientação espacial. Segundo Zogaib e Santos-Wagner (2019, p. 108) quando nos perguntamos, "Onde estou? Para onde vou? Estou perto ou longe?", são algumas questões fundamentais à nossa vida. Quando o coelho abre a janela e observa o macaco do outro lado do rio, ou até mesmo quando vê um pássaro voando são indícios de ideias referentes ao desenvolvimento da orientação espacial. Enfim estamos expostos cotidianamente a situações que promovem a observação e a exploração do espaço.

Figura 9: Páginas 27 e 28[9] do livro "A Ponte"

Fonte: Rocha (2013).

Smole (2000, p. 106) acrescenta, "[...] a geometria a ser desenvolvida na educação infantil não pode ser uma geometria estática do lápis e papel apenas, nem ao menos estar restrita à identificação de nomes de figuras. É necessário pensar em uma proposta que contemple, [...] a orientação e percepção espacial". Portanto, entendemos que as crianças precisam participar e vivenciar cada etapa da história de forma ativa, sendo atores de toda experimentação apresentada na história. A cada página virada novos objetos aparecem dando ideia de um novo espaço a ser explorado. As imagens trazem um potencial que nos levam a brincar com os objetos criando para as crianças momentos de experiências para que possam observar o em cima/embaixo, dentro/fora, como, por exemplo: O que vocês estão vendo? Qual a posição dos objetos?

9Sobre a poltrona estava a tela pintada pelo estranho e nela, a imagem de Nestor. Ele sorriu encabulado. Mas onde estava o dono da casa? Ouviu um barulho no quarto e foi lá. Ele estava na cama. Febre alta. Tosse fraca.

Ademais, essa compreensão e observação do espaço pela criança ajudam em seus relacionamentos, conquistas, explorações, movimentos, conhecimentos e ordenação dela própria com relação a outras pessoas e objetos, dos objetos ou de outras crianças e pessoas no espaço onde vive e interage. Mendes e Delgado (2008) reforçam que é fundamental trabalhar orientação e visualização espacial com as crianças desde bem pequenas para que ocorra o desenvolvimento do sentido espacial. Smole (2000) e Zogaib (2019) fazem argumentos similares em seus trabalhos. Essas falas corroboram a importância desses conceitos para o desenvolvimento integral das crianças.

Considerações finais

Diante do exposto argumentamos que as duas obras investigadas mostram possibilidades para explorar orientação espacial com crianças de 4 e 5 anos e que respondemos ao nosso questionamento. Ademais, destaca-se a importância da literatura infantil tanto para a imaginação e compreensão do espaço quanto para o desenvolvimento de situações que pretendam desenvolver as habilidades cognitivas e motoras relacionadas à orientação espacial. Nos dois livros analisados, as ilustrações mostram cenários que enriquecem a narrativa retratando a vivência das crianças. Para além das imagens que agradam aos olhos, bem delineadas e coloridas, os livros aqui analisados apresentam uma narrativa que desencadeia questionamentos e hipóteses. Portanto, professores(as) de educação infantil e pesquisadores(as) devem analisar cuidadosamente ilustrações de livros quando escolherem uma literatura infantil que se pretende utilizar para o desenvolvimento de noções de espaço. Outro ponto que precisa ser destacado é a necessidade de um trabalho pedagógico intencional do professor de educação infantil para que ocorra articulação entre os campos de experiência mencionados na BNCC (BRASIL, 2017). Observamos as inúmeras oportunidades de alinhar a literatura com a orientação espacial desde a capa de cada história até o momento em que mencionamos alguns possíveis questionamentos (MENDES, DELGADO, 2008; SMOLE, 2000; ZOGAIB, 2019). Das ideias e sugestões aqui exibidas, inferimos que a literatura estabelece experiências e momentos de brincadeiras, dramatizações e desenhos enriquecendo assim a forma de introduzir e explorar conceitos matemáticos. Acreditamos ser este trabalho uma forma de estímulo para o(a) professor(a) que pretende apresentar para as crianças noções de espaço de forma lúdica e prazerosa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil.** vol. 2. Brasília: MEC/1998.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. revisada. Campinas: Autores Associados, 2012.

MENDES, M. de F.; DELGADO, C. C. **Geometria:** texto de apoio para educadores de infância. Lisboa: DGIDC/Ministério da Educação, 2008.

PENTEADO, M.H. **Lúcia Já-Vou-Indo.** São Paulo: Abril, 2009.

ROCHA, E. **A ponte.** São Paulo: Callis Ed., 2013.

SMOLE, K. C. S. **A matemática na educação infantil:** a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SMOLE, K. C; CÂNDIDO, P. T; STANCANELLI, R. **Matemática e literatura infantil.** 2. ed. Belo Horizonte: Ed. Lê, 1997.

SMOLE, K. C. S; DINIZ, M. I; CÂNDIDO, P. **Figuras e formas.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2003. (Coleção Matemática de 0 a 6).

ZOGAIB, S. D; **O Sentido espacial de crianças na educação infantil:** entre mapas, gestos e falas. 2019. 249 f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019. Disponível em: http://repositorio.ufes.br/handle/10/11099

ZOGAIB, S. D; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos**.** “É perto, mas é muito, muito longe”: conversando com crianças sobre senso espacial. **Educação Revista Quadrimestral,** Porto Alegre, v. 42, n. 1, p. 107-116, jan.-abr. 2019.

Aprendizagens de conceitos geométricos a partir da metodologia de formação *Lesson Study* — uma análise da produção e da comunicação de estudantes do 5ºano do Ensino Fundamental

Learning geometric concepts from the Lesson Study training methodology — an analysis of the production and communication of students in the 5th year of elementary school

Priscila Bernardo Martins
Universidade Cidade de São Paulo/ Instituto Federal de São Paulo *Campus* Araraquara
priscila.bmartins8@unicid.edu.br

Suzete de Souza Borelli
Universidade Cruzeiro do Sul
Suzete.borelli@gmail.com

Resumo

Este artigo busca mostrar as aprendizagens construídas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental com relação ao ensino de figuras geométricas espaciais. Trata-se de um estudo realizado no âmbito do Projeto desenvolvido em parceria entre a Universidade Cruzeiro do Sul, Secretaria Municipal de Educaçãode São Paulo e a UNESCO cujo objetivo foi discutir a implementação do currículo e dos materiais curriculares da Rede Municipal de São Paulo. Para o desenvolvimento da pesquisa utilizamos a metodologia qualitativa de cunho interpretativo e o Estudo de Aula como metodologia de formação. Participaram do projeto 55 professores distribuídos ao longo de todo Ensino Fundamental. Para a melhor compreensão das aprendizagens dos estudantes nos baseamos nos modelos teóricos do casal Van Hiele (2002) e Parzysz (1998). Um dos resultados de nossa pesquisa revela que quando os estudantes precisam se apoiar em recursos concretos, como os sólidos geométricos, eles ainda estão nos níveis menos elevadosdo pensamento geométrico e que para proporcionar avanços a estes conhecimentos é imprescindível que os estudantes façam análise das características dessas figuras para depois ir abstraindo suas características e propriedades, tendo inicialmente o apoio dos sólidos e avançando para as suas representações. Outro resultado importante advém do uso da metodologia formativa Estudo de Aula, principalmente na etapa de reflexão, quando os professores analisaram os vídeos e os protocolos dos estudantes e perceberam nas interações entre os estudantes e na negociação de sentido e significados, o quanto foi visível a melhoria da compreensão dos conceitos relacionado relacionados principalmente aos prismas e as pirâmides.

Palavras-chave: Aprendizagem de conceitos geométricos, Estudo de Aula, Prisma e Pirâmide

Abstract

This article seeks to show the learning built by students from the 5th year of Elementary School regardingthe teaching of spatial geometric figures. This is a study carried out within the scope of the Project developed in partnership between Cruzeiro do Sul University, São Paulo Municipal Education Secretariat and UNESCO, whose objective was to discuss the implementation of the curriculum and curriculum materials of the São Paulo Municipal Network. For the development of the research we used the qualitativemethodology of interpretative nature and the Lesson Study as a training methodology. 55 teachers participated in the project, distributed throughout the entire Elementary School. For a better understandingof student learning, we base ourselves on the theoretical models of the couple Van Hiele (2002) and Parzysz(1998). One of the results of our research reveals that when students need to rely on concrete resources, such as geometric solids, they

are still at the lower levels of geometric thinking and that to provide advancesto this knowledge it is essential that students analyze the characteristics of these figures and then abstract their characteristics and properties, initially having the support of solids and advancing to their representations. Another important result comes from the use of the Classroom Study formative methodology, especially in the reflection stage, when the teachers analyzed the videos and the protocols ofthe students and realized in the interactions between the students and in the negotiation of sense and meanings, how much was visible to improved understanding of concepts related mainly to prisms and pyramids.
Keywords: Learning Geometric Concepts, Classroom Study, Prism and Pyramid

Introdução

O presente artigo busca evidenciar as aprendizagens dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental com relação ao Ensino de figuras geométricas espaciais. Trata-se de um estudo realizado no âmbito do Projeto de pesquisa denominado "Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementaçãode um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na rede pública municipal de São Paulo".

O referido projeto se desenvolveu em parceria com a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo e apoio da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO). Para esse projeto foi organizado o curso de extensão intitulado "Concepções, aportes teóricos e práticos que fundamentam o Currículo de Matemática da Cidade de São Paulo". O curso teve o objetivo de promover discussões e reflexões acerca da compreensão que os professores e formadores tem em relação a Matemática e o seu ensino, bem como os seus conhecimentos sobre os documentos e materiais curriculares da Rede Municipal de São Paulo.

O curso, aconteceu no ano de 2019, contou com a participação de cinquenta e cinco professores efetivos da Rede Municipal da cidade de São Paulo, no qual foram organizados por Ciclos de Aprendizagem[1]. Nesse estudo, o foco será o Ciclo Interdisciplinar, no qual envolveu vinte e três professores atuantes no 4º, 5 º e 6 º anos e três formadoras, sendo duas doutorandas do Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul e uma formadora da Diretoria Regional de Ensino Freguesia do Ó.

Com periodicidade quinzenal, aos sábados, o curso foi estruturado em dois módulos

[1] Os Ciclos de Aprendizagem relativos a Rede Municipal de São Paulo correspondem: Alfabetização do primeiro ao terceiro ano, interdisciplinar do quarto ao sexto ano e o Autoral do sétimo ao nono ano.

— sendo o primeiro destinado ao estudo e discussão acerca das concepções queembasam o currículo da cidade e algumas possibilidades para sua implementação: A Matriz de Saberes, as Ideias Fundamentais, os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), os Eixos Estruturantes e Articuladores, os Objetos de Conhecimento e os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento de Matemática. No segundo módulo, professores e formadoras trabalhavam juntos aprofundando-se teoricamente em temas relacionados à Educação Matemática, utilizando os princípios de formação da *Lesson Study*, em que se analisavam as atividades das sequências do Caderno da Cidade Saberese Aprendizagens, a partir de tema ou das dificuldades que os professores acreditavam queos estudantes teriam naquele ano, depois discutiam e planejavam seu desenvolvimento em sala de aula, de modo que a aula planejada pudesse ser observada e analisada , verificando os resultados e se poderia propagada para outras turmas.

Esclarecido o contexto da pesquisa, passamos a apresentar inicialmente o quadro teórico desse estudo e na sequência a metodologia de pesquisa e de formação adotada no Projeto em questão, com destaque nas aprendizagens dos estudantes.

Referencial Teórico

Considerando que a atividade, foco de nossas análises, no 5º ano, envolve figuras espaciais, em especial prismas e pirâmides, seus elementos, características e relações, buscamos subsidiar nossas discussões com os professores com pesquisas relativas a essa temática.

Uma pesquisa importante, que discute o pensamento geométrico é a do casal Van Hiele (2002), que se baseou no pressuposto de que o pensamento geométrico ocorre em níveis graduais, conforme a complexidade. O modelo propõe cinco níveis: 1) visualização, 2) análise, 3) dedução informal, 4) dedução, 5) nível de rigor. Vamos nos ater aos níveis 1 e 2, pois são os que a atividade envolve.

O primeiro nível, visualização, compreende o reconhecimento das figuras pela imagem, independentemente das propriedades geométricas delineadas. Há, nesse nível, o reconhecimento das figuras por parte do estudante, sendo possível a sua reprodução pelas formas, apropriação do vocabulário básico geométrico e terminologias das formas específicas, como exemplo podemos citar o espaço de casa reconhecido pelo estudante;

que a porta possui similaridade com o retângulo, em razão da aparência.O segundo nível, análise, propõe o reconhecimento das figuras geométricas por suas partes e propriedades, a partir das atividades empíricas. A caracterização é possívelmediante a observação e a experimentação, todavia, não há a possibilidade de estabelecera relação entre as figuras e suas definições.

Outro pesquisador importante nesse tema é o francês Bernard Parzysz (1988) que estudou o modo de os estudantes representarem um objeto geométrico por meio de um desenho, buscando organizar a representação e as propriedades que conhecem (o sabido) de maneira compatível com a imagem mental que eles têm do objeto (o visto).

Parzysz (1988) apresenta um modelo teórico sobre o ensino de Geometria em que destaca quatro níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico: G0, G1, G2, e G3. A seguir, apresentamos as especificidades dos níveis G0 e G1 que serão exploradas na atividade.

No nível G0, os objetos são físicos, e suas características podem influenciar as observações e constatações. A validação é pautada na percepção. No nível G1 é a Geometria das representações figurais e gráficas. Neste nível, os objetos que eram físicos recebem uma representação gráfica, que pode ser um desenho construído por processos geométricos. As resoluções de atividades encontram-se centradas em recursos — régua graduada, esquadro, transferidor, compasso —, mas os estudantes também podem fazer uso de tecnologias digitais.

Segundo Parzysz (1988), geralmente, quando os estudantes produzem ou fazem a leitura e interpretação de um desenho, pode surgir um conflito entre esses dois polos, o que se “vê” e o que se “sabe”. Ele aponta que, nas representações de objetos geométricos tridimensionais, o “sabido” predomina sobre o “visto”.

Ele relata que três tipos de atitudes ocorrem sucessivamente de acordo com o nível escolar do estudante e que essas, às vezes, coexistem em alguns níveis de ensino. Segundoo pesquisador, não há conflito entre “visto” e “sabido” ou elas são ignoradas nos desenhosdos estudantes do início da escolarização. O autor destaca que nessa fase os estudantes desenham o que veem. Nas duas fases posteriores, os estudantes procuram representar, sem adaptações, as propriedades do objeto que consideram importantes em detrimento da representação do objeto da maneira como ele o imagina. Nesse caso, as representações de objetos geométricos espaciais passam a ter a influência do "sabido" sobre o "visto".

Consideramos que esses elementos discutidos são fundamentais para subsidiar o desenvolvimento da atividade proposta para o 5º ano.

Pressupostos Metodológicos

Trata-se de uma pesquisa qualitativa do tipo interpretativa, na qual recorremos a estratégia de triangulação de dados, por permitir empregar múltiplas práticas metodológicas em uma única pesquisa, em uma tentativa de garantir rigor, riqueza e complexidade ao estudo. A triangulação é um caminho seguro que reflete na compreensão em profundidade do fenômeno estudado (DENZIN; LINCOLN, 2006).

Assim, organizamos as fontes de dados da seguinte forma:

- Planejamento — utilizamos protocolos observacionais, áudio e diário de bordo;
- Observação das Aulas — empregamos protocolos observacionais, vídeo, diário de bordo e fotografias;
- Reflexão sobre as Aulas — usamos protocolos observacionais, áudio e diário de bordo.

Destacado os procedimentos de coletas de dados, reiteramos que o estudo decorreu de um Projeto de Pesquisa desenvolvido entre a tríade: Universidade Cruzeiro do Sul, UNESCO e Secretaria Municipal de Educação de São Paulo— contando como sujeitos de nossa pesquisa vinte três professores que ensinam Matemática no Ciclo Interdisciplinar. Para a etapa de observação das aulas, contamos com a participação da professora Daniela (nome fictício) na qual esclarecemos o seu perfil a seguir:

A **professora Daniela** lecionava no 5ª ano do Ensino Fundamental na Escola Municipal-EMEF Presidente Nilo Peçanha, localizada na Zona Norte de São Paulo, pertencente à Delegacia Regional de Ensino Freguesia do Ó/ Brasilândia. Concluiu o curso de Pedagogia em 2003. Em 2016, concluiu a Pós-Graduação a nível de Especialização em Alfabetização e Letramento. Atuava como professora há 15 (quinze) anos, mas há 06 (seis) anos como professora efetiva da Rede Municipal de Educação de São Paulo. Participou de outros programas de formação continuada oferecidos pela Secretaria Municipal , entre eles a Implementação do novo Currículo da Cidade de São Paulo (2018) e Sondagens de Matemática (2017).

Esclarecido o perfil, é importante destacar os documentos e materiais de

Matemática empregados nas ações de formações: Currículo da Cidade; Orientações Didáticas do Currículo da Cidade (volume 1 e 2) e Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens (versão aluno e professor).

A metodologia *Lesson Study* no âmbito de um curso de extensão

A metodologia *Lesson Study*, originária do Japão, baseia-se em um processo dinâmico e colaborativo de planejamento, observação da aula e reflexão da aula observada, no sentindo de melhorar a aprendizagens dos estudantes, bem como favorecero desenvolvimento profissional de professores.

Durante um Estudo de Aula, é possível promover a reflexão sobre a própria práticae para a prática, pois os professores selecionam conteúdos matemáticos, os quais consideram mais complexos de serem ensinados ou aqueles em que os estudantes apresentavam mais dificuldades de compreensão.

Nessa perspectiva, além das etapas —planejamento, observação da aula e reflexão da aula, sentimos a necessidade de incorporar mais 02 (duas) etapas neste projeto: Formação de Formadores e Divulgação de Resultados. Assim, todas as etapas serão descritas adiante.

Formação de Formadores

Antecedendo as reuniões com os professores, os formadores se reuniam, quinzenalmente, nas dependências da universidade vinculada ao Projeto, para discutir com a coordenadora responsável, as pautas de formação; os instrumentos de pesquisa; selecionar material de estudo e refletir sobre as concepções que fundamentam o Currículo da Cidade; enfim, aprofundar os estudos teóricos sobre os temas que seriam tratados na formação.

Planejamento e Atividade Selecionada

A etapa do planejamento destina-se ao estudo pormenorizado de um determinado conteúdo, em que professores e pesquisadores do Ciclo Interdisciplinar trabalham coletivamente, realizando pesquisas sobre as orientações e materiais curriculares e sobre aportes teóricos que abordam o objeto matemático em questão. Trata-se de um momento oportuno para que os professores possam organizar todo o percurso de ensino.

Para o 5º ano, os professores optaram por trabalhar uma atividade que envolvessem o Eixo Estruturante Geometria. A atividade 1 pode ser encontrada na unidade 2, sequência 1, e observada, na íntegra, na figura 1.

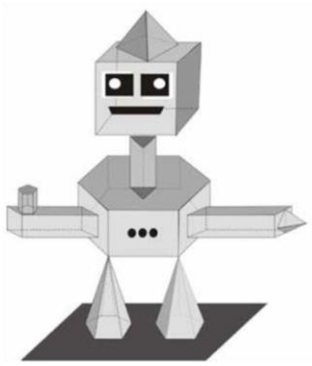
Figura 1: Atividade selecionada

Nesta sequência, você irá aprofundar seus conhecimentos em geometria, discutindo características, similaridades e diferenças entre prismas e pirâmides, acompanhando as aventuras de Leticia com o brinquedo de seu irmão e com os desafios que ela fez a Talita.

ATIVIDADE 1

O irmãozinho de Leticia ganhou um brinquedo de montar de presente de aniversário. Ele pediu para Leticia e Talita ensinarem como montá-lo. Para ensinar, as amigas leram no manual de instrução a apresentação das peças. Veja o que descobriram. Este brinquedo e composto por 10 peças coloridas:

6 prismas e 4 pirâmides. Com elas, você pode montar o robô:



Fonte: Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens (2018, p. 38-39).

A atividade atende o Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento: (EF05M15) Analisar, a partir de suas características, similaridades e diferenças entre poliedros (prismas, pirâmides e outros), nomeá-los e classificá-los. Identificaram ainda que a atividade está articulada à ideia fundamental, representação, incorporando o raciocínio espacial, uma vez que envolve a percepção do objeto por meio de um contato direto e sua representação.

Observação das Aulas

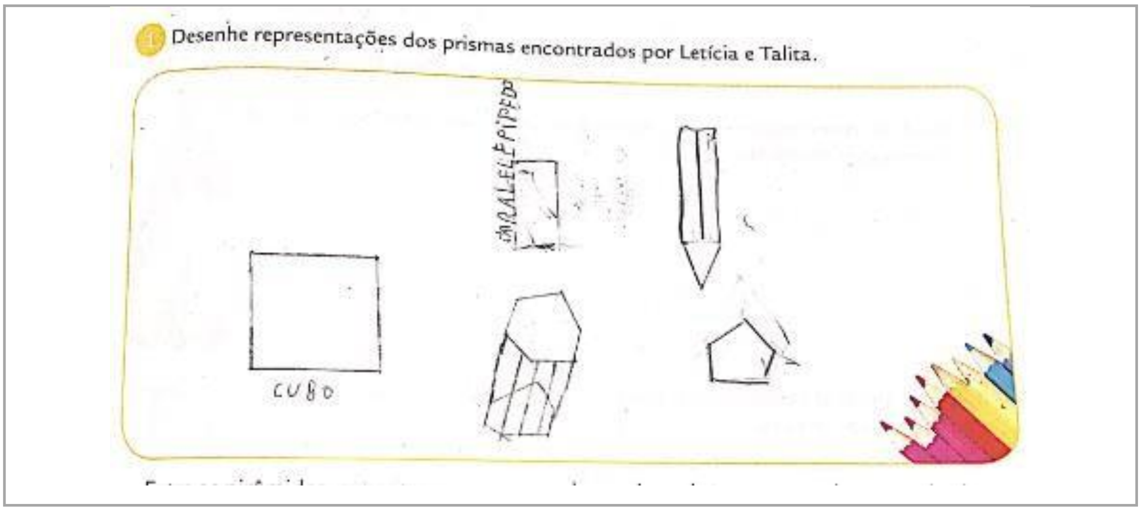
A terceira etapa do nosso estudo destina-se a observação da aula planejada pelos professores e formadores.

Esclarecemos que nossas observações serão centradas nesse artigo nas aprendizagens dos estudantes envolvidos nessa iniciativa e que nesse artigo destacaremos os episódios mais relevantes. O desenvolvimento da atividade na íntegra pode ser conferido na tese de doutorado de Martins (2020).

De modo geral, nesta atividade, a expectativa era de que os estudantes pudessem diferenciar prismas de pirâmides, reconhecendo as características dessas figuras tridimensionais, como o formato, o número de base nos prismas, e nas pirâmides, o formato da face lateral, ou seja, o triângulo nas pirâmides e quadriláteros nos prismas. Para isso, a professora propôs 3 momentos. No primeiro momento a professora distribuiuum conjunto de sólidos geométricos para cada grupo, de modo que eles pudessem manipulá-los. No segundo momento, a professora propôs a representação dos sólidos e por fim, o terceiro momento foi destinado a dinâmica de adivinhações.

O primeiro episódio a ser discutido aqui é que um dos estudantes se manifestou dizendo que o cubo era um quadrado, mesmo depois de todo o trabalho realizado anteriormente com a turma, com a abordagem da identificação da nomenclatura dos sólidos geométricos e com o conhecimento dos elementos constitutivos das figuras geométricas espaciais. Como podemos observar no protocolo, o aluno representou o cubo tal como ele vê.

Figura 2: Representação do objeto geométrico espacial feito por um estudante



Fonte: Dados da pesquisa (MARTINS, 2020)

Os registros escritos revelam que, nesse momento de representação dos sólidos geométricos, a ideia de aprender com o outro foi presente e surpreendente, pois um colega se prontificou a mostrar a sua representação, para facilitar a compreensão do estudante que comentou sobre o cubo ser um quadrado. Desse modo, a professora solicitou para que o estudante fizesse a comparação, a fim de averiguar se o desenho que ele fez era igual ou diferente do desenho elaborado pelo seu colega, para que ele observasse melhoros detalhes.

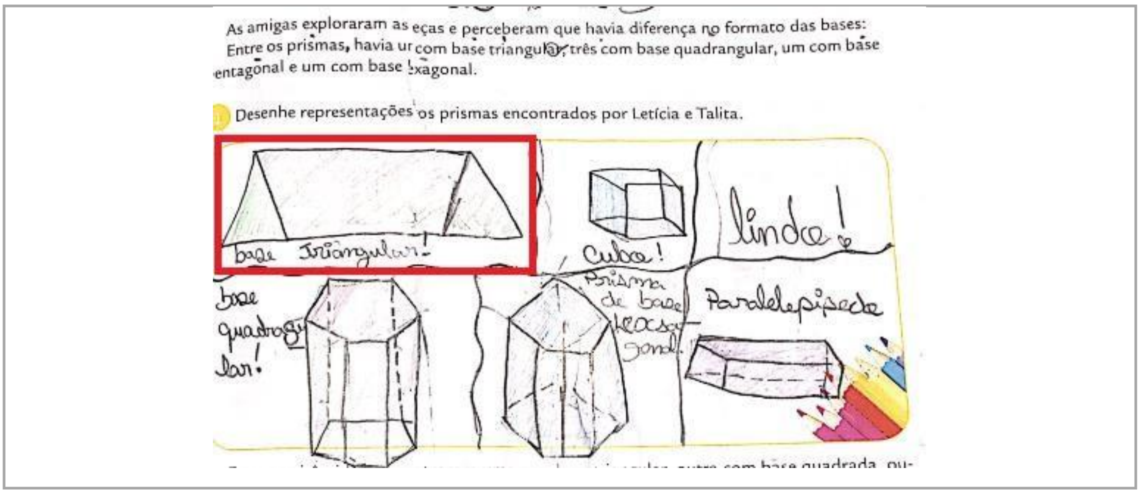
A professora Daniela julgou conveniente reforçar ao estudante e para a turma quea figura não era um quadrado, mas sim um cubo, devido as suas características. Nesse momento, o aluno percebeu que o cubo era formado por faces, que tinham a forma de um quadrado e o que ele estava desenhando, era de fato, a face daquele polígono e não a figura em si.

Diante desse fato, outro estudante fez o seguinte questionamento: se poderíamos considerar o cubo como um prisma quadrangular. Acompanhando a discussão e fazendo as filmagens, uma das formadoras achou pertinente pedir para que os próprios estudantes refletissem acerca do questionamento feito pelo estudante, com o que, prontamente, os estudantes disseram que poderiam sim considerar o cubo como um prisma quadrangular.

Outros estudantes também demonstraram dificuldades na realização da atividade, para desenhar em perspectivas (episódio 2). No entanto puderam contar com o apoio de outros colegas do grupo para ensinar como eles poderiam fazer para desenhar as figuras espaciais, com mais clareza e confiabilidade

No ápice das comunicações entre os grupos, observamos na filmagem que uma aluna questionou o desenho da colega, por não reconhecer a representação do prisma de base triangular na horizontal. A figura ilustra os comentários:

Figura 3: Representação do prisma de base triangular na horizontal



Fonte: Dados da pesquisa (MARTINS, 2020)

Consideramos que o fato de a aluna não reconhecer a representação do prisma de base triangular na horizontal dá indícios que ela tenha uma visualização simplista das figuras geométricas especiais.

Terminada a atividade, a professora propôs um desafio de adivinhações aos estudantes. Assim, foi exposto as regras do jogo, esclarecendo que um determinado grupo de estudantes deveria adivinhar qual era a figura oculta a partir das dicas expressas pelo outro grupo. A professora destacou que as dicas seriam as próprias características das figuras geométricas. A professora concedeu um tempo para que cada grupo pudesse escolher um sólido e registrar as suas características. Feito isso, o primeiro grupo foi à frente da turma para ir dando pistas, uma por vez e o grupo "vizinho", a partir das características reveladas, deveria descobrir qual sólido se tratava.

Um dos episódios da dinâmica de adivinhações que gostaríamos de revelar, é que um dos grupos que estavam a frente da turma havia dito uma característica que se enquadrava no prisma pentagonal, mas um integrante do grupo "vizinho" disse que se tratava de um prisma hexagonal, assim, no "calor" da emoção, o grupo comprovou essa identificação. Em seguida, os estudantes foram para os seus lugares e iniciaram uma discussão. Uma das formadoras, estava sentada bem atrás desse grupo, observando atentamente o que os estudantes estavam discutindo e anotando na ficha de observação. Portanto, ao verificar que os estudantes teriam cometido um equívoco, mas se deram conta de que o sólido revelado pelo grupo não condizia com as características que eles haviam expressado, propôs que os estudantes se posicionassem a respeito. Compreendemos que nesse ínterim, os estudantes deixaram emergir os seus conhecimentos matemáticos.

Reflexão das Aulas

Os professores e formadores responsáveis avaliaram o percurso de organização e de desenvolvimento da aula, analisando o impacto nas aprendizagens dos estudantes e se os objetivos foram ou não alcançados, durante a realização da aula. Ademais, o grupo analisou os procedimentos usados e os ajustes propostos pela professora. Na reflexão o grupo indicou que a adaptação feita para a realização da atividade ser em grupo, acabou sendo muito produtiva, pois possibilitou maior troca de conhecimento entre os alunos, permitindo que eles próprios refletissem sobre as dúvidas apresentadas. O restante perceberam que a atividade foi desenvolvidas conforme planejado pelo grupo.

Divulgação dos resultados

Essa etapa refere-se à disseminação dos resultados de variados modos como nos relatórios de pesquisa enviados para a UNESCO e para a SME, nas reuniões pedagógicas nas escolas envolvidas, nas participações em congressos nacionais e internacionais e em outros veículos de comunicação na área de Educação Matemática[2].

As aprendizagens dos estudantes do 5º ano

Iniciamos as nossas análises destacando o papel que os sólidos geométricos desempenharam na realização da atividade, uma vez que este recurso possibilitou a visualização e manipulação das peças pelos estudantes que compunham o robô e que seriam representadas por meio de desenhos.

Entendemos que a visualização e a manipulação estão subjetivamente relacionadas com as possibilidades que envolvem o processo de representação. Assim, acreditamos que a professora, ao propor que os estudantes realizassem a atividade com oapoio dos sólidos geométricos, contribuiu para o avanço do pensamento geométrico dos estudantes (Parzysz, 1988; Van Hiele, 2002), na medida que perpassaram da experimentação e análise do material físico para a representação visual (desenho).

Cabe também, destacar que no episódio 1 no qual denominamos como " o cubo é um quadrado", como podemos observar no protocolo (Figura x) que o estudante representou o cubo tal como ele vê, isto é, do polo do visto, mas as interações entre os participantes do grupo e a forma como o colega do grupo mostrou como ele fez a sua representação, possibilitou que ele percebesse o que a representação feita não era exatamente a que havia sido solicitado. Segundo Parzysz (1988), quando os estudantes representam ou fazem a leitura e interpretação de um desenho, pode surgir um conflito entre esses 02 (dois) polos, do que se "vê" e do que se "sabe", que é o caso desse estudante.

Com relação ao desafio das adivinhações, compreendemos que este contribuiu para que o Objetivo de Desenvolvimento e Aprendizagem da atividade, "(EF05M15) Analisar, a partir de suas características, similaridades e diferenças entre poliedros (prismas, pirâmides e outros), nomeá-los e classificá-los", ganhasse vida e fosse alcançado.

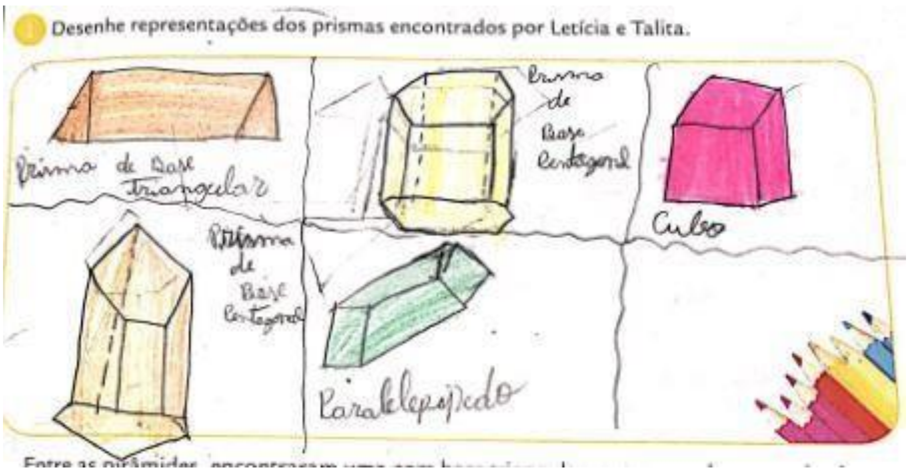
[2] Como destaque gostaríamos de compartilhar uma produção oriunda a essa fase: https://educacao.sme.prefeitura.sp.gov.br/wp-content/uploads/2020/03/O-ensino-de-Matematica.pdf

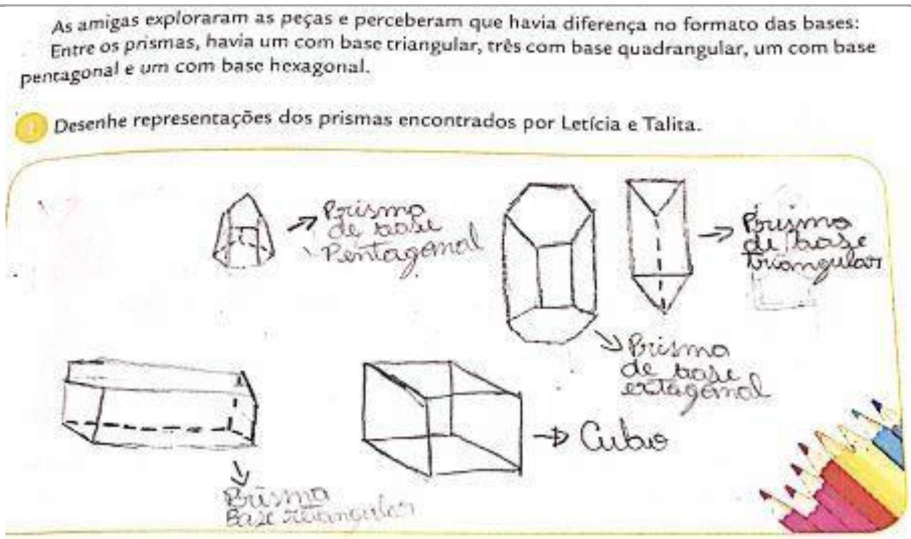
Verificamos que essa proposta foi muito bem recebida pelos estudantes que demostraram interesse, curiosidade e encorajamento, talvez por ser uma atividade desafiadora. De modo geral, os grupos foram assertivos em relação às nomenclaturas, às escolhas e na identificação das características dos prismas e pirâmides, o que demonstra aprendizagens geométricas.

Sem dúvida, os estudantes demonstraram capacidades matemáticas além das expectativas da professora Daniela, ao serem incentivados a participarem de maneira mais ativa nas atividades desenvolvidas na sala de aula. Os protocolos a seguir ilustram as aprendizagens dos estudantes nas atividades propostas.

Figura 4: Protocolos das atividades dos estudantes da turma do 5º ano

Protocolo 1:





Fonte: Dados da pesquisa (MARTINS, 2020).

Como podemos observar nos protocolos, os estudantes puderam nomear e representar os prismas. Ao nosso ver, isso só foi possível a partir do trabalho de manipulação dos sólidos geométricos, na qual permitiram que os estudantes reconhecessem algumas características, tais como: o formato e a quantidade de bases, o formato da face lateral: quadriláteros nos prismas e triângulos nas pirâmides.

Para finalizar, elucidamos que os estudos de Parzysz (1988) mostram que quando os estudantes se apoiam em recursos concretos estão nos níveis menos elevados do pensamento geométrico e que é imprescindível avançar nas análises de figuras geométricas espaciais, partindo do concreto para o visual e avançando para as propriedades das figuras.

Considerações Finais

Para as nossas considerações finais, gostaríamos de destacar que as aprendizagens dos estudantes sobre os conceitos geométricos aconteceram em função detodo percurso que os professores fizeram durante a formação propiciada pelos Estudos de Aula, o planejado pensado com todo cuidado pelos professores, o levantamento de possíveis dúvidas dos alunos em relação ao percurso que fariam durante a realização da mesma, depois a disponibilidade desse professores para a abertura da sala para observação do percurso construído no planejamento e o espaço de reflexão a partir de todos os dados coletados: protocolos e os vídeos.

Nesse sentido, consideramos que o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes ocorreu no momento em que eles tiveram a oportunidade de iniciar a atividade manipulando os sólidos, depois representando as figuras espaciais, de forma visual, por meio dos desenhos e por fim, quando estes, por meio do desafio de adivinhações, puderam partir para as propriedades, sem o apoio visual do material concreto. Evidentemente, os materiais manipuláveis, neste caso, foram o ponto de partidae o fio condutor da aula observada.

Esse processo de análise dos protocolos e análise de trecho do vídeo, permitiu ao grupo ver a importância que a interação assume na construção de sentido e significado dos conceitos geométricos. Os estudantes puderam fazer comparações dos desenhos representado, analisaram semelhanças e diferenças, falaram sobre suas características, puderam nomear as representações feitas, ou seja, tudo o que havia sido indicado pelo objetivo de aprendizagem e desenvolvimento acabou por acontecer, mostrando os conhecimentos que foram construídos no decorrer do processo.

Esse acompanhamento das aprendizagens dos estudantes só foi possível ser percebida por conta da etapa de reflexão do Estudo de Aula. A análise dos protocolose dos vídeos, feita em conjunto pelos professores do ciclo interdisciplinar, juntamente com os formadores, possibilitou ver o alcance do planejamento feito e das interações entre os estudantes o que trouxe uma ampliação dos conhecimentos geométricos, evidenciandoa passagem da manipulação dos sólidos para a sua representação, bem como a percepçãode suas propriedades durante a “brincadeira de adivinhação”.

Referências

CURI, E; MARTINS, P. B. **Contribuições e desafios de um projeto de pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia *Lesson Study***. Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia: REBCT, Ponta Grossa, v. 11, n. 2, p. 268-287, 2018.

DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. (Orgs.). **O planejamento da pesquisa qualitativa**: teorias e abordagens. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.

MARTINS, P.B. 2020. **Potencialidades dos estudos de aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática na rede municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo implementação curricular**.251f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo.

PARZYSZ, B. **Knowing vs seeing:** problems of the plane representation of space geometry figures. Educational Studies in Mathematics, New York, v. 19, n. 1, p. 79-92, 1988.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade:** Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/ COPED, 2017.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens:** Matemática: volume único. versão estudante. São Paulo: SME/COPED, 2019.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens:** Matemática: volume único. versão professor. São Paulo: SME/COPED, 2019.

VAN HIELE, P. M. Similarities and differences between the theory of learning and teaching of Skemp and the Van Hiele levels of thinking. In: TALL, D. O.; THOMAS, M.; SKEMP, Richard R. **Intelligence, learning and understanding in mathematics:** a tribute to Richard Skemp. Flaxton: Post Pressed, 2002.

Árvores de Possibilidades nos Anos Iniciais: identificação e produção de expressões numéricas em situações combinatórias

Trees of Possibilities in Early School Years: identification and production of numerical expressions in combinatorial situations

Juliana Azevedo Montenegro
UFPE
juliana.azevedo2@ufpe.br

Rute E. de S. Rosa Borba
UFPE
resrborba@gmail.com

Marilena Bittar
UFMS
marilenabittar@gmail.com

Resumo

A presente investigação tem como objetivo analisar como árvores de possibilidades possibilitam maior identificação e melhor produção de expressões numéricas em situações combinatórias, levando em consideração a *identificação*, *conversão* e *tratamento* e os *invariantes operatórios* desenvolvidos por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Os estudantes responderam um teste de sondagem, bem como um teste após uma intervenção por meio do uso de árvores de possibilidades como representação auxiliar e expressões numéricas como representação de chegada. Os resultados ratificam a maior congruência de árvores de possibilidades com enunciados em linguagem natural, bem como com as expressões numéricas. Isso porque a discussão das situações e seus invariantes indicam a produção dos nós e dos ramos da árvore de possibilidades e, a partir da análise dos ramos produzidos, pôde-se chegar à expressão numérica correspondente. Assim, nesse estudo, a árvore de possibilidades se caracterizou como uma importante representação auxiliar e deve ser desenvolvida já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de modo que auxilie no desenvolvimento das expressões numéricas de situações combinatórias.

Palavras-chave: Identificação. Conversão. Tratamento. Invariantes operatórios. Situações combinatórias. Representações auxiliares.

Abstract

The present investigation aims to analyse how trees of possibilities enable greater identification and better production of numerical expressions in combinatorial situations, taking into account the *identification*, *conversion* and *treatment* and the *operative invariants* developed by students in the 5th grade of Elementary School. Students completed a probing test as well as a test after an intervention using trees of possibilities as an auxiliary representation and numerical expressions as an arrival representation. The results confirm the greater congruence of trees of possibilities with statements in natural language, as well as with numerical expressions. This is because the discussion of situations and their invariants indicates the production of nodes and branches of the tree of possibilities and, based on the analysis of the branches produced, the corresponding numerical expression could be arrived at. Thus, in this study, the tree of possibilities was characterized as an important auxiliary representation and should be developed in the early years of Elementary School, so that it can help in the development of numerical expressions of combinatorial situations.

Keywords: Identification. Conversion. Treatment. Operative invariants. Combinatorial situations. Auxiliary representations.

Introdução

No contexto da Educação Matemática, o estudo da Combinatória por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental tem sido amplamente discutido e recomendado. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) e com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), este conteúdo deve ser introduzido neste nível de ensino com o propósito de solucionar problemas de contagem tais como “[...] combinações, arranjos, permutações” (BRASIL, 1997, p.40), mais especificamente, situações em que se deve “[...] combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra” (BRASIL, 2018, p.289) por meio de diferentes tipos de materiais e representações.

As situações combinatórias são especialmente desafiadoras e favorecem o uso de uma diversidade de materiais e representações simbólicas no ensino e na aprendizagem das mesmas. Nesse sentido, se faz importante o estudo sobre o uso de representações diversificadas na resolução das diferentes situações da Combinatória.

Para o presente estudo, questiona-se: Como árvores de possibilidades, por serem mais congruentes com as expressões numéricas do que outras representações, favorecem identificação das expressões que podem ser solução de problemas combinatórios? Como o uso de árvores de possibilidades enquanto representação intermediária possibilita avanços no desempenho dos estudantes na resolução de diferentes situações combinatórias?

Para responder tais questionamentos, foram utilizadas como base desse estudo duas teorias, que, na perspectiva por nós adotada, se complementam. A primeira é a Teoria dos Campos Conceituais – TCC (VERGNAUD, 1983) e a segunda é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica – TRRS (DUVAL, 1995). Adiante serão destacados elementos importantes de ambas as teorias para a construção deste estudo, bem como a pertinência da abordagem complementar.

Neste texto, objetivamos apresentar uma análise qualitativa de resultados de Montenegro (2018). No referido estudo, a autora destaca que árvores de possibilidades possuem maior congruência com expressões numéricas, quando comparada com a congruência entre linguagem natural, listagens e expressões numéricas, como evidenciado a seguir. Assim, no presente texto buscamos discutir como árvores de possibilidades possibilitam maior identificação e melhor produção de expressões numéricas em situações combinatórias.

Discussão teórica

Como já afirmado, a pesquisa aqui apresentada usou como uma base teórica a discussão promovida por Vergnaud (1986) sobre campos conceituais, mais especificamente, a importância das *situações*, *invariantes* e *representações* na formação de conceitos. Este autor destaca que essas três dimensões precisam ser consideradas simultaneamente na construção de conceitos.

Pessoa e Borba (2009), com base na Teoria dos Campos Conceituais, destacam quatro *situações* combinatórias, organizam em uma única classificação as quatro *situações* combinatórias (produto cartesiano, também conhecido como produto de medidas; combinação; arranjo e permutação), indicam os *invariantes* que caracterizam as situações (escolha e ordenação dos elementos e, também, esgotamento das possibilidades), bem como destacam diferentes *representações* que podem ser utilizadas (desenho, listagem, quadro, árvore de possibilidades, Princípio Fundamental da Contagem - PFC, fórmula, etc.).

Para cada situação é necessário desenvolver um raciocínio lógico-operatório, de modo que, analisando seus invariantes, seja possível solucioná-las fazendo uso de distintas representações. Assim, as autoras destacam quatro situações combinatórias em que os invariantes estão relacionados com *escolha* e *ordenação de elementos*, bem como o *esgotamento de possibilidades*. Nas situações de *produto de medidas* a escolha acontece entre os elementos de dois ou mais conjuntos e a ordem de escolha dos elementos não gera novas possibilidades. Nas situações de *combinação* e *arranjo* a escolha dos elementos acontece a partir de um conjunto único em que são selecionados alguns elementos, sendo que na *combinação* a ordem de escolha não gera novas possibilidades e no *arranjo* a ordenação é importante. Nas situações de *permutação* a escolha também acontece a partir de um conjunto único, porém todos os elementos do conjunto deverão ser utilizados, com atenção para a importância da ordenação desses elementos. Exemplos das distintas situações serão apresentados a seguir, no texto.

Nesta pesquisa, com o intuito de aprofundar a discussão sobre representações, destaca-se, também como base, a teoria proposta por Duval (1995). Este autor afirma que é por meio das representações semióticas que é possível uma apreensão conceitual, pois, para ele "[...] não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguirmos um objeto de sua representação" (Duval, 2009, p. 14). Nesse sentido, é importante que seja efetuado um trabalho envolvendo diversas representações para um mesmo objeto matemático, para que o objeto não seja confundido com uma representação específica.

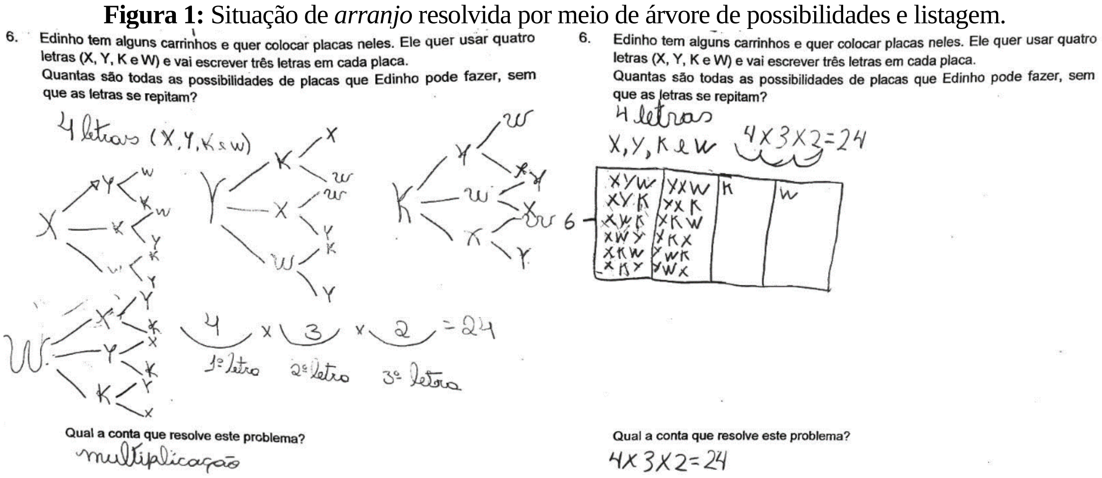
Duval (2009) também enfatiza que um registro de representação semiótica deve satisfazer três condições. A primeira condição é que uma representação precisa ser *identificável*, ou seja, o sujeito deve ser capaz de identificar um determinado registro como sendo representação de um objeto específico. Como exemplo, é possível identificar a árvore de possibilidades como um registro de representação característico de situações combinatórias. A *transformação de conversão* é outra condição muito importante, uma vez que um objeto matemático não é representado apenas por um único registro de representação.

Desse modo, se faz necessária a conversão de um tipo de representação para outro. Por exemplo, é possível representar uma situação combinatória por meio da árvore de possibilidades e convertê-la para listagem, para linguagem natural ou para o Princípio Fundamental da Contagem - PFC. Não menos importante, a terceira condição é a *transformação de tratamento* que é uma transformação interna ao próprio registro. Por exemplo, o PFC é um registro simbólico que permite o cálculo do número de possibilidades, portanto, um tratamento em que são utilizados os símbolos do próprio registro.

Além disso, o autor enfatiza a importância de estudar o fenômeno da congruência entre representações uma vez que o grau de dificuldade de conversão entre registros está diretamente relacionado à congruência entre as representações. Duval (2009) ressalta que o grau de congruência entre representações é um importante aspecto a ser discutido, pois duas representações podem ser mais ou menos congruentes entre si, a depender de critérios relacionados à *correspondência* e *univocidade semânticas*, bem como à *ordem dessa correspondência* nas representações utilizadas.

Segundo esses critérios, a árvore de possibilidades possui maior congruência com a expressão numérica que pode ser utilizada na solução de um problema combinatório. Já a listagem, mesmo sistemática, possui menor congruência com a expressão numérica – como se pode observar na Figura 1. Isso porque na árvore os ramos produzidos justificam mais explicitamente a multiplicação realizada, pois os nós iniciais indicam o primeiro termo da expressão numérica e o número de ramos indica o segundo e, por vezes, o terceiro termo, no caso de três etapas de escolha, como no exemplo. Assim, os números usados na expressão numérica estão em correspondência e na mesma ordem com as quantidades representadas na árvore.

Figura 1: Situação de *arranjo* resolvida por meio de árvore de possibilidades e listagem.



Fonte: as autoras.

Duval (2011, p. 124) afirma que “Os fenômenos de não congruência são mais numerosos que os fenômenos de congruência. É isso que faz a riqueza criadora da diversidade de registros”. Assim, especialmente para situações em que a representação do enunciado em linguagem natural não é congruente com outros registros, especialmente, a linguagem matemática, este autor propõe o conceito de *representações auxiliares de transição*, pois, “Para poder colocar em evidência as correspondências regulares entre as variações de enunciados [...] e as variações de conteúdo no outro registro, é preciso passar por representações auxiliares de transição” (2011, p. 125). Nesse sentido, como os enunciados de problemas combinatórios são não congruentes com as respectivas expressões numéricas que podem ser usadas em suas soluções, faz-se necessário o uso de representações auxiliares de transição – tais como listas sistematizadas e árvores de possibilidades.

Embora a conversão de enunciados de problemas combinatórios em expressões numéricas – as quais podem representar as multiplicações e divisões necessárias para se chegar ao número total de possibilidades solicitadas – não seja algo fácil, por conta da não congruência entre esses registros (linguagem natural e expressão numérica), nos livros didáticos essa transformação é tratada como sendo trivial, como atestaram Borba, Azevedo e Bittar (2016a; 2016b). Reconhecemos a não trivialidade dessa conversão (linguagem natural – expressão numérica) em situações combinatórias e, assim, defendemos a necessidade de mais investigações, como a aqui relatada, sobre o papel de representações auxiliares de transição.

Com base nesses pressupostos e constatações, Montenegro (2018) investigou o papel das *identificações* e *transformações de tratamento* e *de conversão* na Combinatória em suas diferentes *situações*, com ênfase nos *invariantes* das situações e suas *representações*. As análises dos registros de representação apontaram que árvores de possibilidades possuem maior congruência com as expressões numéricas, do que as listagens sistemáticas possuem. Essa constatação se deu para todos os tipos de situações combinatórias. No presente texto são analisados qualitativamente protocolos deste estudo, com o objetivo de discutir como árvores de possibilidades apresentam maior congruência com expressões numéricas.

Método

Montenegro (2018) desenvolveu dois estudos, em que, no primeiro, o objetivo era investigar a *identificação* de representações, por parte de estudantes do 5º ano de Ensino Fundamental, na conversão de enunciados de situações combinatórias em linguagem natural para listagem ou para árvores de possibilidades e dessas para a expressão numérica. No segundo estudo a autora desenvolveu uma pesquisa de intervenção, também envolvendo crianças do mesmo ano escolar do estudo anterior, com o objetivo de promover a *conversão* entre diferentes registros (linguagem natural para expressões numéricas), utilizando como representações auxiliares de transição árvores de possibilidades ou listagens sistemáticas.

Apresentamos, em seguida, análises qualitativas de protocolos dos Estudos 1 e 2 da tese de Montenegro (2018) referentes a invariantes operatórios mobilizados pelos participantes: 16 crianças de uma escola privada (no Estudo 1) e 39 estudantes (19 no grupo de árvore de possibilidades e 20 no grupo de listagem) de uma escola pública municipal da cidade do Recife (no Estudo 2). Na tese, a autora analisou tanto árvores de possibilidades, quanto listagens. Neste artigo, foi realizado um recorte, uma vez que o objetivo é focar nas árvores de possibilidades (19 estudantes) pela maior congruência dessas com as expressões numéricas.

Apresentação e análise dos resultados

Estudo 1

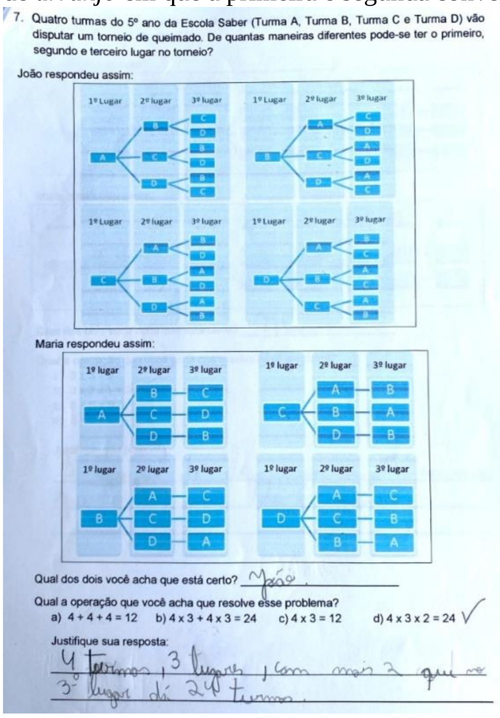
Neste estudo, as crianças responderam oito problemas combinatórios, dois de cada tipo de situação (*arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas*) e em metade dos problemas solicitava-se a identificação da árvore de possibilidades correta para a conversão do enunciado apresentado em linguagem natural (e na outra metade a identificação era da listagem). Em seguida, era solicitado identificar qual a expressão numérica correta para a resolução da situação.

Alguns alunos apresentaram dificuldades em identificar, a partir dos enunciados dos problemas, as correspondentes árvores de possibilidades, o que reforça nossa hipótese de que esta representação não é espontânea ou intuitiva, mas que precisa ser ensinada. Em algumas situações, os estudantes apontavam a árvore de possibilidades correta, mas indicavam uma operação que não correspondia à quantidade de possibilidades apresentados na árvore de possibilidades. Também houve casos em que as crianças não identificavam corretamente a árvore de possibilidades, mas indicavam a expressão numérica correta.

Apesar das dificuldades evidenciadas por alguns estudantes, outras crianças conseguiram identificar corretamente as conversões solicitadas. Entretanto, essa conversão não foi igualmente identificada nas distintas situações combinatórias.

Na Figura 2, tem-se um exemplo de corretas identificações de conversões em uma situação de *arranjo*. Tanto nesse tipo de situação, quanto no de *permutação* e de *combinação*, a expressão numérica que pode resolver o problema não utiliza diretamente ou exclusivamente os números expressos, em linguagem natural, no enunciado. Apenas em *produtos de medida* os números do enunciado são diretamente multiplicados entre si.

Figura 2: Situação de *arranjo* em que a primeira e segunda conversões estão corretas.



7. Quatro turmas do 5º ano da Escola Saber (Turma A, Turma B, Turma C e Turma D) vão disputar um torneio de queimado. De quantas maneiras diferentes pode-se ter o primeiro, segundo e terceiro lugar no torneio?

João respondeu assim:

Maria respondeu assim:

Qual dos dois você acha que está certo? João.

Qual a operação que você acha que resolve esse problema?

a) 4 + 4 + 4 = 12 b) 4 x 3 + 4 x 3 = 24 c) 4 x 3 = 12 d) 4 x 3 x 2 = 24

Justifique sua resposta:

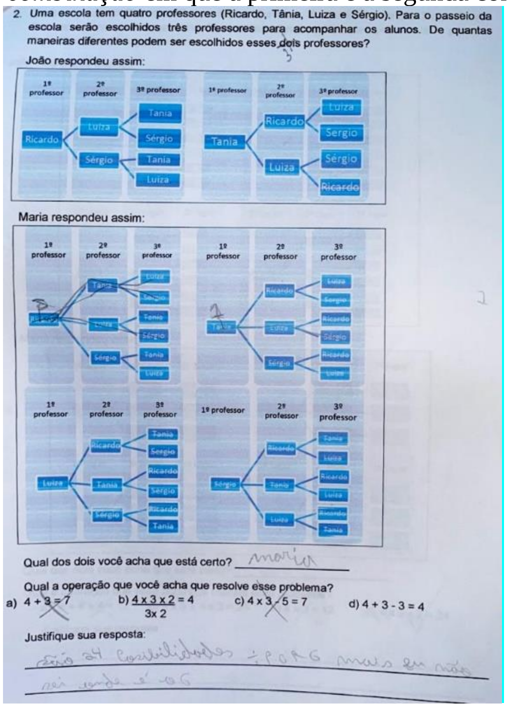
4 turmas, 3 lugares, com mais 2 que no 3º lugar dá 24 turmas.

Fonte: Montenegro (2018, p. 129)

Desejava-se o levantamento do número de possibilidades de se obter o 1º, 2º e 3º lugar em um torneio envolvendo quatro turmas. O estudante identificou a primeira árvore como a correta e também identificou a expressão numérica correta (4 x 3 x 2), já que havia quatro opções para o primeiro lugar no torneio, três opções para o segundo lugar (uma vez que uma das turmas já obteve o 1º lugar) e duas opções para o terceiro lugar (já que duas turmas ocuparam 1º e 2º lugares). Assim, apesar da não familiaridade com a árvore de possibilidades, essa criança identificou corretamente o registro intermediário (a árvore), bem como o registro final (a expressão numérica).

Na Figura 3, tem-se um exemplo de identificação de conversões de uma situação de *combinação*.

Figura 3: Situação de *combinação* em que a primeira e a segunda conversão estão corretas.



Fonte: Montenegro (2018, p. 121)

Destaca-se que apenas este aluno conseguiu perceber a divisão por seis, apesar de ainda apresentar dificuldades em entender essa divisão. Isso aconteceu principalmente porque nas situações de combinação a divisão pelos casos repetidos não fica evidente na expressão numérica. Desse modo, fica evidente que a identificação dos registros (conversão do enunciado para árvore e conversão dessa para a expressão numérica) é influenciada pela situação combinatória tratada (e seus respectivos invariantes), sendo necessário, portanto, a articulação entre a TCC e TRRS. Esse primeiro estudo justificou a necessidade do segundo estudo, de intervenção, em que a árvore de possibilidades foi utilizada como representação intermediária entre os enunciados em linguagem natural e as expressões numéricas.

Estudo 2

No Estudo 2, os estudantes responderam, inicialmente, um teste de sondagem com enunciados em linguagem natural em que precisavam apresentar uma estratégia de resposta e uma expressão numérica para a solução de oito problemas combinatórios, sendo dois de cada tipo de situação. Nesse teste inicial, os resultados (do número de possibilidades solicitadas) variavam de 4 a 24. Em seguida, as crianças participaram de intervenções em que foram utilizadas árvores de possibilidades ou listagens sistemáticas como representação auxiliar para chegarem na expressão numérica. Por fim, responderam um teste nos mesmos moldes do teste de sondagem que visava verificar os avanços obtidos depois da intervenção realizada. A diferença nesse teste final estava no número total de possibilidades – que variou de 6 a 120, com o objetivo de verificar quantos estudantes conseguiriam determinar expressões numéricas sem o auxílio da representação intermediária, já que seria impraticável representar uma árvore com número muito elevado de possibilidades.

Neste estudo, foram analisados os desempenhos de 19 estudantes que faziam parte do grupo que participou da intervenção usando árvores de possibilidades como representação auxiliar. Avanços em desempenhos também foram observados no uso de listagens sistematizadas como representação auxiliar, mas, nesse caso, os avanços foram menores do que com árvores de possibilidades.

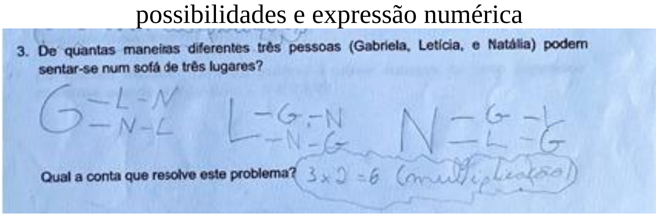
No pré-teste, estes estudantes apresentaram uma média de 1,89 pontos para o levantamento de casos (em um total de 24 pontos possíveis, visto que o acerto total de cada problema era pontuado com 3 pontos). A média de desempenho para a apresentação de uma expressão numérica correta, nesse teste inicial, foi de 0,31 pontos. Esses resultados apontam para a grande dificuldade dos estudantes em responder as situações combinatórias antes de um processo de intervenção. A principal representação utilizada pelos estudantes foi a listagem de possibilidades. Houve tentativas de elaboração de quadros como representação, além de operações de adição e multiplicação. Nenhum aluno usou árvore de possibilidades no primeiro teste.

Após a intervenção, usando árvore de possibilidade como representação auxiliar entre o enunciado (representação de partida) e a expressão numérica (representação de chegada), os estudantes avançaram significativamente em seus desempenhos. Para o levantamento de possibilidades, apresentaram uma média de 6,11 pontos e, para a expressão numérica, uma média de 4,57 pontos.

Grande parte dos estudantes usou, no teste final, a árvore de possibilidades como representação auxiliar, entretanto, também houve o uso de multiplicações sem a necessidade do uso de uma representação auxiliar. Duval (2011, p. 130) chama atenção para este fato quando afirma: “Esse tipo de representação auxiliar é evidentemente de transição. Elas são abandonadas pelos próprios alunos logo que eles compreendem, pois sua utilização lhes parece um procedimento lento e custoso”.

Na Figura 4, tem-se um exemplo de produção de árvore de possibilidades para um problema de *permutação*. O aluno representou a situação, utilizando a letra inicial do nome das pessoas enunciadas (Gabriela, Letícia e Natália).

Figura 4: Situação de *permutação* do pós-teste resolvida corretamente pelo Aluno 2 por meio de árvore de possibilidades e expressão numérica


3. De quantas maneiras diferentes três pessoas (Gabriela, Letícia, e Natália) podem sentar-se num sofá de três lugares?

G—L—N
—N—L
L—G—N
—N—G
N—G—L
—L—G

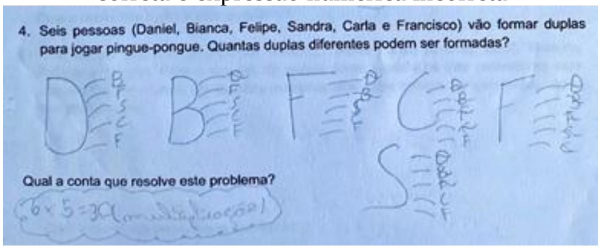
Qual a conta que resolve este problema? 3 x 2 = 6 (multiplicação)

Fonte: autoras da pesquisa

A árvore produzida destacou o primeiro nó de cada ramo com as letras iniciais de cada uma das pessoas enumeradas no enunciado: a letra ‘G’ de Gabriela; a letra ‘L’ de Letícia e a letra ‘N’ de Natália. Cada nó inicial representa quem sentará na primeira posição do sofá. Os ramos da árvore indicam como, uma vez escolhida a primeira, poderia acontecer a escolha da segunda e da terceira pessoa a se sentar. Como para cada uma das três incialmente escolhidas há duas maneiras diferentes de se sentarem no sofá, permutando a ordem entre elas, a criança corretamente indicou a expressão numérica 3 x 2 = 6. A árvore de possibilidades cumpriu assim o seu papel de representação auxiliar intermediária e possibilitou que o estudante corretamente expressasse a multiplicação que pode ser usada para resolução do problema.

Esse mesmo aluno foi capaz de utilizar de modo diferenciado a árvore de possibilidades em uma situação de *combinação* (como se pode observar na Figura 5). O estudante construiu a árvore com os seis nós iniciais (representando Daniel, Bianca, Felipe, Sandra, Carla e Francisco) e verificou que seriam 6 x 5 as possibilidades, mas ele percebeu que os casos repetidos precisam ser desconsiderados (pois as duplas são iguais duas a duas, ou seja, Daniel e Bianca é a mesma dupla que Bianca e Daniel, por exemplo) e os riscou para eliminar tais possibilidades, conforme realizado na intervenção. Entretanto, na expressão numérica não dividiu por dois, para que não fossem contados os casos repetidos. Observou-se, assim, que para esse aluno, como para os demais, a conversão de árvores para expressões numéricas se mostrou mais difícil nas situações de *combinação*, do que nas de *arranjo*, *permutação* e *produto de medidas*.

Figura 5: Situação de *combinação* do pós-teste resolvida pelo Aluno 2 por meio de árvore de possibilidades correta e expressão numérica incorreta



4. Seis pessoas (Daniel, Bianca, Felipe, Sandra, Carla e Francisco) vão formar duplas para jogar pingue-pongue. Quantas duplas diferentes podem ser formadas?

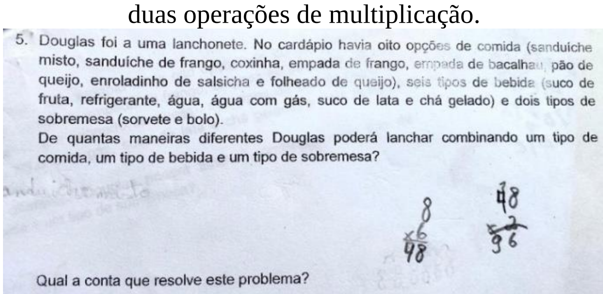
Qual a conta que resolve este problema?

6 × 5 = 30 (multiplicação)

Fonte: autoras da pesquisa

Nos problemas da segunda parte do pós-teste, em que o número de possibilidades da resposta era maior (entre 56 e 120 possibilidades), os estudantes apresentaram melhores desempenhos na situação de *produto de medidas*. Em alguns casos, não apresentaram uma representação intermediária, indicando duas multiplicações ou uma expressão única, como pode ser observado nas Figuras 6 e 7. Desse modo, as árvores de possibilidades como representações auxiliares cumpriram seu papel transitório, pois no teste final alguns alunos resolveram os problemas diretamente por expressões numéricas, não necessitando das árvores como representações intermediárias.

Figura 6: Situação de *produto de medidas* do pós-teste resolvida corretamente pelo Aluno 9 por meio de duas operações de multiplicação.



5. Douglas foi a uma lanchonete. No cardápio havia oito opções de comida (sanduíche misto, sanduíche de frango, coxinha, empada de frango, empada de bacalhau, pão de queijo, enroladinho de salsicha e folheado de queijo), seis tipos de bebida (suco de fruta, refrigerante, água, água com gás, suco de lata e chá gelado) e dois tipos de sobremesa (sorvete e bolo).
De quantas maneiras diferentes Douglas poderá lanchar combinando um tipo de comida, um tipo de bebida e um tipo de sobremesa?

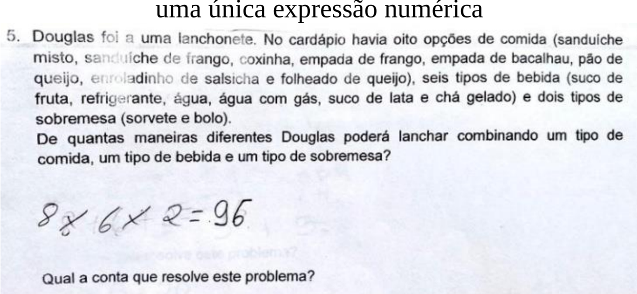
8 × 6 = 48

48 × 2 = 96

Qual a conta que resolve este problema?

Fonte: autoras da pesquisa

Figura 7: Situação de *produto de medidas* do pós-teste resolvida corretamente pelo Aluno 7 por meio de uma única expressão numérica



5. Douglas foi a uma lanchonete. No cardápio havia oito opções de comida (sanduíche misto, sanduíche de frango, coxinha, empada de frango, empada de bacalhau, pão de queijo, enroladinho de salsicha e folheado de queijo), seis tipos de bebida (suco de fruta, refrigerante, água, água com gás, suco de lata e chá gelado) e dois tipos de sobremesa (sorvete e bolo).
De quantas maneiras diferentes Douglas poderá lanchar combinando um tipo de comida, um tipo de bebida e um tipo de sobremesa?

8 × 6 × 2 = 96

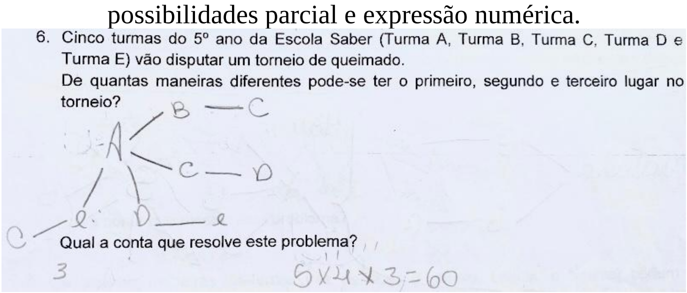
Qual a conta que resolve este problema?

Fonte: autoras da pesquisa

Nas situações de *arranjo* e *permutação*, alguns estudantes indicaram uma árvore de possibilidades parcial e, em seguida, realizaram uma multiplicação, como é possível observar na Figura 8. O aluno iniciou a ramificação com a Turma A e indicou que se essa turma tirasse o primeiro lugar no torneio, haveria quatro possibilidades de segundo lugar (Turmas B, C, D ou E). Para terceiro lugar, se A for primeiro lugar e B segundo lugar, tem-se apenas três opções restantes: Turmas C, D e E. Com apenas essa representação parcial da árvore de possibilidades, o aluno chegou à expressão numérica correta para a resolução do problema, ou seja, 5 x 4 x 3 = 60. Dessa forma, demonstrou-se a utilidade da árvore de possibilidades como representação intermediária, mesmo quando não representada completamente.

As discussões apresentadas neste estudo visam ressaltar como as árvores são ótimas representações intermediárias e como não são trabalhadas igualmente nas distintas situações combinatórias. Destacamos que cada uma das situações, com seus invariantes específicos, determinam uma maneira de produzir esta representação. Além disso, também fica evidente que o uso desta representação favorece, enquanto representação auxiliar, a conversão entre a linguagem natural e a expressão numérica. Estes resultados indicam a pertinência e importância da articulação entre as duas teorias adotadas neste estudo – TCC (VERGNAUD, 1983); TRRS (DUVAL, 1995).

Figura 8: Situação de *arranjo* do pós-teste resolvida corretamente pelo Aluno 8 por meio de árvore de possibilidades parcial e expressão numérica.



Fonte: Montenegro (2018, p. 179)

Assim, os estudantes desse estudo indicam, em suas respostas após um processo de intervenção, que seus raciocínios combinatórios podem ser desenvolvidos por meio da discussão dos invariantes das distintitas situações combinatórias (PESSOA; BORBA, 2009), bem como, pelo uso de diversificadas representações (BRASIL, 1997, 2018), especialmente, árvores de possibilidades, pelo seu caráter congruente com os enunciados em linguagem natural, bem como com as expressões numéricas.

Conclusões

Este estudo teve como objetivo analisar qualitativamente os resultados de Montenegro (2018), com ênfase aos invariantes operatórios desenvolvidos pelos alunos, que suscitaram o uso de árvores de possibilidades e expressões numéricas, buscando responder como árvores de possibilidades possibilitam maior identificação e melhor produção de expressões numéricas em situações combinatórias.

Dessa forma, foi proposto, inicialmente, um teste em que fosse realizada a identificação dessas representações; em seguida foi realizado um teste de sondagem, e, após um processo de intervenção usando estas representações como representação auxiliares, foi realizado um teste de verificação. Na intervenção, foram trabalhas duas representações auxiliares (árvore de possibilidades e listagem) e uma representação de chegada (expressão numérica), além do enunciado em linguagem natural como representação de partida. Sobre isso, Vergnaud (1996, p. 184) enfatiza que “[...] as representações simbólicas têm justamente a vantagem de dar uma ajuda à resolução de um problema quando os dados são numerosos e a resposta à questão exige várias etapas”.

Nesse sentido, destaca-se que os estudantes indicaram diversas estratégias de resolução dos problemas combinatórios, apresentando desde erros, passando por acertos parciais até os acertos totais. Os erros e acertos parciais indicam possíveis interpretações equivocadas sobre as situações combinatórias ou ainda caminhos que, se discutidos com mais atenção, podem chegar aos acertos totais. Os acertos totais apresentam indícios do raciocínio mobilizado pelos estudantes, principalmente após um processo de intervenção específico.

Duval (2011, p. 121) destaca que a “[...] variação de congruência ou não congruência é uma das maiores causas da incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os alunos”. Assim, nesse estudo, a árvore de possibilidades se caracterizou como uma importante representação intermediária que melhora a congruência entre as representações de partida (linguagem natural) e de chegada (expressões numéricas). Isso porque, diante dos resultados apresentados, fica evidente como os nós e os ramos produzidos nesta representação favorecem a adequação aos três critérios de congruência estabelecidos por Duval (2009) – correspondência semântica, univocidade semântica e ordem da organização das unidades significantes. Desse modo, a árvore de possibilidades permite maior identificação do enunciado e da expressão numérica correspondente, bem como, utilizada enquanto representação auxiliar, possibilita avanços na resolução de diferentes situações combinatórias.

Portanto, o presente estudo destaca que esta representação deve ser desenvolvida já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de modo que auxilie no desenvolvimento futuro das expressões numéricas em situações combinatórias.

Referências

BORBA, Rute; AZEVEDO, Juliana; BITTAR, Marilena. Representações semióticas e situações combinatórias em livros didáticos dos anos iniciais. **Anais...** XII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM – Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016a

BORBA, Rute; AZEVEDO, Juliana; BITTAR, Marilena. Brazilian primary school textbooks: symbolic representations in combinatorial situations. **Proceedings...** 13th International Congress on Mathematical Education. Hamburg, 24-31 July 2016b

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 1º e 2º ciclos. Brasília, DF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasilia, DF. 2018.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine**. Berna: Peter Lang. 1995.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais.** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). (Fascículo I)/ Raymond Duval. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira - São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar Matemática de outra forma – Entrar no modo matemático de pensar:** os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011

MONTENEGRO, Juliana Azevedo. **Identificação, Conversão e Tratamento de Registros de Representações Semióticas Auxiliando a Aprendizagem de Situações Combinatórias**. 2018. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ.** Cempem, FE, Unicamp, v. 17, jan-jun. 2009.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures. In: Lesh, R. & Landau, M. (Eds.). **Acquisition of mathematics: Concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica, 1**. p. 75-90. 1986.

VERGNAUD, Gerárd. A Teoria dos Campos Conceptuais. In. BRUM, Jean, (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Horizontes Pedagógicos, Lisboa, 1996.

Batalha Composta da Subtração: uma possibilidade com jogo de cartas

Battle composed of subtraction: a possibility with card game

Carla Mariana Rocha Brittes da Silva
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
carlamarianapsicopedagoga@gmail.com

Keli Cristina Conti
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
keli.conti@gmail.com

Resumo

Este artigo é excerto da pesquisa de Mestrado Profissional, a qual tinha como objetivo geral investigar quais as habilidades matemáticas, da unidade temática Números, podem ser desenvolvidas com o 1º Ano do Ensino Fundamental por meio de propostas pedagógicas com o jogo de cartas numa perspectiva da resolução de problemas. Para sua realização, selecionou-se três jogos de cartas a partir da necessidade da turma, os quais foram norteados pela adaptação dos “Momentos de jogo” sugeridos por Grando (2004), os quais foram filmados, fotografados e registrados no diário de bordo da pesquisadora. Esses momentos constituíram-se como “eixos de análise” para a pesquisa, sendo eles: “Familiarização com o jogo e primeiras jogadas”, “Intervenção oral da pesquisadora durante as jogadas”, “Registro sobre o jogo” e “Jogo com competência”. Assim, para a escrita deste texto, optou-se por selecionar um daqueles jogos realizados na pesquisa: o “Batalha composta da subtração”, objetivando destacar as habilidades desenvolvidas a partir da sua proposta enquanto suporte metodológico de ensino. Com isto, foi possível perceber as contribuições do uso desse jogo para o desenvolvimento das habilidades matemáticas, tais como cálculo mental e compreensão das ideias que envolvem a subtração (subtrair, completar e comparar), tendo o professor o papel interventivo para o desenvolvimento das habilidades matemáticas esperadas.

Palavras-chave: Jogo de baralho; Resolução de problemas; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Habilidades matemáticas.

Abstract

This article is an excerpt from the Professional Master's research, which had the general objective of investigating which mathematical skills, from the thematic unit Numbers, can be developed with of the first grade of Elementary School through pedagogical proposals with the game of cards in a perspective of Problem resolution. For its realization, three card games were selected based on the needs of the class, which were guided by the adaptation of the "Game Moments" suggested by Grando (2004), which were filmed, photographed and recorded in the logbook of the researcher. These moments were constituted as "axes of analysis" for the research, namely: "Familiarization with the game and first moves", "Oral intervention of the researcher during the plays", "Record on the game" and "Play with competence". Thus, for the writing of this text, we chose to select one of those games performed in the research: the “Battle composed of subtraction”, aiming to highlight the skills developed from its proposal as a methodological teaching support. With this, it was possible to see the contributions of the use of this game for the development of mathematical abilities, such as mental calculation and understanding of the ideas that involve subtraction (subtract, complete and compare), having the teacher the intervening role for the development of the expected mathematical abilities.

Keywords: Card game; Problem resolution; First Grade of Elementary School; Mathematical abilities.

Introdução

O presente artigo é excerto da pesquisa, do Mestrado Profissional em Educação, intitulada "Jogos de cartas e resolução de problemas: uma proposta pedagógica com o 1º Ano do Ensino Fundamental". Esta pesquisa, de caráter qualitativo, respondeu ao problema "Como o jogo de cartas na perspectiva da resolução de problemas auxilia no desenvolvimento de habilidades matemáticas, da unidade temática Números, com o 1º Ano do Ensino Fundamental?". Objetivando, de forma geral, investigar quais as habilidades matemáticas, da unidade temática Números, podem ser desenvolvidas com o 1º Ano do Ensino Fundamental por meio de propostas pedagógicas com o jogo de cartas na perspectiva da resolução de problemas.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, selecionaram-se três jogos de cartas, a partir da necessidade de desenvolvimento de algumas habilidades matemáticas por parte das crianças da turma, que foram norteados pela adaptação dos "Momentos de jogo" propostos por Grando (2004), sendo estes momentos: "Familiarização com o jogo e primeiras jogadas", "Intervenção oral da pesquisadora durante as jogadas", "Registro sobre o jogo" e "Jogo com competência" (GRANDO, 2004). Tais momentos foram filmados, fotografados e registrados no diário de bordo da pesquisadora.

Para a elaboração deste artigo, optou-se por selecionar o jogo "Batalha composta da subtração", trazendo um resumo da análise dos momentos vivenciados por meio dele, tendo como objetivo destacar as habilidades desenvolvidas a partir da sua proposta enquanto suporte metodológico de ensino. Para isto, será apresentada uma discussão teórica sobre a utilização do jogo na perspectiva da resolução de problemas, seguida do percurso metodológico, do desenvolvimento do jogo "Batalha composta da subtração" e das reflexões finais.

O jogo enquanto suporte metodológico de ensino

O jogo desempenha um papel importante na infância, o que se faz pensar na sua utilização na sala de aula como um suporte metodológico (GRANDO, 2004) de ensino. Além disso, ele representa uma atividade lúdica intrínseca, envolvendo o jogador de forma competitiva e desafiante, motivando-o a conhecer seus limites de forma a superá-los, adquirindo, a cada vez que joga, mais confiança para colocar em prática as suas estratégias.

É importante que, ao se utilizar os jogos como um suporte metodológico (GRANDO, 2004) de ensino, tenha-se clareza dos objetivos a serem alcançados e que eles sejam desafiantes para a faixa etária a que se destinam. Com o jogo, o estudante pode conhecer-se e perceber os seus limites, avaliando os aspectos que podem ser melhor trabalhados para evitar, por exemplo, outras derrotas.

> Consideramos que o jogo, em seu aspecto pedagógico, apresenta-se produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação, e também produtivo ao aluno, que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática) com autonomia e cooperação. (GRANDO, 2004, p.26)

Pensando nessas estruturas matemáticas, Grando (2004) traz as contribuições do cálculo mental: ele representa uma compreensão acerca do conceito de número, favorecendo a utilização de estimativas e seu uso prático no cotidiano, além de ser possível citar outras habilidades ligadas à aritmética, como o desenvolvimento de conceitos de multiplicação e divisão, composição e decomposição de números. O cálculo mental pode ser percebido como um problema em aberto em que o estudante recorre a procedimentos próprios para conseguir fazê-lo de diferentes formas. “Temos o cálculo mental como uma necessidade prática cotidiana. As estratégias cognitivas desenvolvidas a partir da utilização do cálculo mental em situações práticas, favorecem a generalização numérica, a imaginação e a memorização” (GRANDO, 2004, p.41).

O desafio para o professor é elaborar propostas em que a estratégia do cálculo mental se faça presente de forma significativa. A prática do jogo se faz necessária no sentido de construir estratégias que vão além das regras, as quais não são ensinadas, mas desenvolvidas ao longo das jogadas. De acordo com Macedo, Petty e Passos (2000), a exploração do jogo que acontece durante as jogadas deve ser algo valorizado, pois serão desenvolvidas algumas competências que farão com que o jogador faça boas jogadas. Entre as referidas competências, pode-se identificar a disciplina, flexibilidade, concentração e perseverança.

Durante o processo de jogo, observa-se que a criança discute com o colega (seu adversário) o seu ponto de vista, justificando e refletindo sobre suas próprias tomadas de decisão e opinando sobre a jogada do outro, fazendo com que a troca de experiências seja mais valorizada do que o fato de perder ou ganhar. A competitividade se faz presente, porém com um viés mais reflexivo e de autoavaliação, levando o jogador a observar o seu adversário, a se conhecer e perceber as próprias fragilidades, para desenvolver suas estratégias. Desta forma, segundo Grando (2004), percebe-se que nos jogos há sempre tanto a situação “competitiva” quanto a “cooperativa”. Cooperativa no sentido de “operar juntos”, ou seja, que realmente haja a troca de informações e de ponto de vista, de modo a perceber a realidade sob a ótica do outro, no caso do adversário.

Outro importante aspecto a se ressaltar no jogo é a sua contribuição no desenvolvimento da criatividade: no jogo, o indivíduo insere-se em uma situação imaginária, na qual cumpre regras e, ao mesmo tempo, elabora estratégias para atingir aos objetivos. A cada nova jogada, usa-se o que foi apreendido, reformulando as estratégias quando necessário.

Para que o trabalho com jogos seja mais produtivo, faz-se necessário realizar com os estudantes a análise das experiências de jogar e suas implicações, isto significa que

> [...] valoriza-se a conscientização das conquistas e suas generalizações para outros contextos. [...] o desafio é compartilhar a responsabilidade do problema e sua superação com a própria criança. Se ela não se conscientizar e mobilizar recursos próprios para as mudanças necessárias, o trabalho fica impossibilitado. (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2000, p.22)

Em se tratando dessa conscientização por parte da criança, Macedo, Petty e Passos (2000) destacam três tematizações a serem realizadas no contexto escolar: a primeira diz respeito à discussão que deve ser realizada com os estudantes no sentido de perceber que para um mesmo problema pode-se ter mais de uma solução. A segunda refere-se à importância da antecipação e organização prévia de determinada atividade; por último, evidencia que as táticas adotadas e eventuais erros devem ser analisados como uma estratégia fundamental no processo de aprendizagem. Essas discussões, desencadeadas por intermédio do jogo, tendem a ser generalizadas para outros contextos, especialmente para situações cotidianas da aula.

Grando (2004) também sugere sete etapas a serem seguidas durante a realização do jogo, denominadas de “momentos de jogo” (GRANDO, 2004, p. 45), sendo elas constituídas por:

- 1º: Familiarização com o jogo: neste primeiro momento os estudantes entram em contato com o material do jogo, tais como dados, peões e tabuleiro, em que geralmente fazem comentários e relacionam com jogos conhecidos. Também o professor pode propor alguns desafios de pré-jogo que possam auxiliar no desenvolvimento desse.

- 2º: Reconhecimento das regras: este é o momento de entrar em contato com as regras do jogo, que pode ser feita de diversas maneiras, como, por exemplo, sendo lida pelo professor/estudantes, ou sendo jogada pelo professor juntamente com um dos estudantes que aprendeu previamente as regras.
- 3º: Primeiras jogadas: o jogo pelo jogo; neste momento o objetivo é compreender as regras. Desta maneira, tem-se a realização das primeiras jogadas como forma de "jogar para garantir as regras". (GRANDO, 2004, p. 54)
- 4º: Intervenção oral do professor: no quarto momento, após ter passado pelas etapas anteriores, o professor passa a realizar algumas intervenções orais em relação às situações vivenciadas no jogo, com o objetivo de levar o estudante à reflexão e análise das jogadas, pensando-se na perspectiva da resolução de problemas e visando ao desenvolvimento de habilidades matemáticas.
- 5º: Registro do (durante) jogo: este registro dependerá do jogo, sendo um suporte para compreensão e/ou realização das jogadas, como, por exemplo, a necessidade de se fazer um determinado cálculo.
- 6º: Intervenção escrita: essa intervenção ocorre por meio do registro escrito em que o professor propõe a resolução de problemas de situações vivenciadas (ou não) durante as jogadas com o objetivo de desenvolver determinadas habilidades matemáticas e, também, de aperfeiçoar as próprias jogadas; fazendo-se, consequentemente, uma problematização do jogo. Além disso, constitui-se mais uma fonte de informação, sobre o desenvolvimento do estudante, para o professor.
- 7º: O jogo com competência: neste momento, após ter passado pelas etapas anteriores, o estudante tem a oportunidade de realizar suas jogadas de forma mais intencional, podendo executar muitas das ações analisadas durante a resolução dos problemas propostos anteriormente. Destarte, denominou-se esse momento como " 'jogar com competência', considerando que o aluno, ao jogar e refletir sobre suas jogadas e outras possíveis, adquire uma certa 'competência' naquele jogo, ou seja, o jogo passa a ser considerado sobre vários aspectos e óticas" (GRANDO, 2004, p. 68) que, talvez, não se havia pensando anteriormente.

A partir do desenvolvimento desses momentos, “os alunos terão condições de refletir, comunicar, argumentar, levantar hipóteses, conjecturas e validar suas análises” (LÚVISON; GRANDO, 2018, p. 65).

Tanto as tematizações ressaltadas por Macedo, Petty e Passos (2000), quanto os momentos de jogo sugeridos por Grando (2004), vão ao encontro à perspectiva de resolução de problemas, possibilitando, dentro do contexto escolar, o desenvolvimento de habilidades que subsidiarão o processo educativo. Deste modo, ao analisar a relação entre jogos e resolução de problemas, considerando-os como estratégias de ensino,

> [...] evidenciamos vantagens no processo de criação e construção de conceitos, quando possível, por meio de uma ação comum estabelecida a partir da discussão matemática entre os alunos, e entre o professor e os alunos.
> [...] O jogo apresenta-se como um problema que “dispara” para a construção de conceito, de forma lúdica, dinâmica, desafiadora e mais motivante ao aluno. (GRANDO, 2004, p.29-30)

É a partir deste ponto de vista, da resolução de problema como estratégia de ensino atrelada ao jogo, considerando-o como suporte metodológico (GRANDO, 2004) de ensino, que foi desenvolvido o “Batalha composta da subtração”. Mas, antes, será apresentado o percurso metodológico.

Percurso metodológico

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012) a própria ideia de pesquisa já traz o conceito de que toda investigação se baseia em torno de um problema ou questão, por meio do qual se estruturará e guiará sua organização. É a partir deste cenário que surgiu a pesquisa “Jogos de cartas e resolução de problemas: uma proposta pedagógica com o 1° Ano do Ensino Fundamental”. Assim, por meio desta pesquisa, procurou-se responder ao seguinte questionamento: “Como o jogo de cartas na perspectiva da resolução de problemas auxilia no desenvolvimento de habilidades matemáticas, da unidade temática Números, com o 1º Ano do Ensino Fundamental?”. A partir do problema em questão, objetivou-se, de forma geral, investigar quais as habilidades matemáticas, da unidade temática Números, podem ser desenvolvidas com o 1º Ano do Ensino Fundamental por meio de propostas pedagógicas com o jogo de cartas na perspectiva da resolução de problemas.

A pesquisa foi realizada em uma escola particular de Belo Horizonte, com uma turma do 1º Ano do Ensino Fundamental. A turma era composta por dez meninas e a pesquisadora era a professora regente. O trabalho de campo iniciou-se em setembro e foi finalizado em dezembro de 2019. Conforme planejamento foram empreendidas as seguintes ações: i) conversa com a direção da escola, explicitando os principais aspectos da pesquisa para que a autorização acontecesse; ii) diálogo com as crianças, propondo o desenvolvimento do estudo, por serem os principais sujeitos envolvidos; iii) envio do formulário para seus responsáveis, explicando o objetivo da investigação e solicitando a assinatura do termo de consentimento.

Após a aquiescência das famílias, a pesquisa foi direcionada por algumas etapas: apresentação dos instrumentos de pesquisa para as crianças e conversa sobre o "ato de pesquisar", realização da atividade diagnóstica e dos três jogos de acordo uma adaptação dos momentos de jogo sugeridos por Grando (2004), constituindo-se os eixos de análise:

- O 1º momento, aqui denominado como "Familiarização com o jogo e primeiras jogadas", refere-se aos primeiros contatos com o jogo, desde a compreensão das regras até a sua prática como forma de garanti-las (GRANDO, 2004).
- O 2º momento, designado como "Intervenção oral da pesquisadora durante as jogadas", refere-se às situações de jogo problematizadas oralmente.
- O 3º momento, "Registro sobre o jogo", refere-se aos registros que foram realizados pelas crianças, na perspectiva da resolução de problemas, sobre situações vivenciadas diretamente e/ou indiretamente aos jogos.
- O 4º e último momento, "Jogo com competência", é destinado para a criança colocar em prática o conhecimento adquirido durante, principalmente, o registro dos problemas, dado que pôde refletir, de forma contextualizada, sobre situações do jogo que supostamente não teria pensado, caso não fossem problematizadas.

Como finalização da pesquisa, exibição de alguns vídeos gravados durante sua realização, roda de conversa e produção textual em que as crianças apresentaram sua opinião quanto ao desenvolvimento da pesquisa.

Todas essas etapas foram gravadas, fotografadas e registradas no diário de bordo da pesquisadora, constituindo-se instrumentos de coleta de dados. Esses instrumentos serviram para a triangulação de dados, entendidos como "técnica de coleta e análise de dados pela qual, no mínimo, três distintas fontes se posicionam a respeito de um mesmo fato ou situação" (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p.226).

No próximo tópico será apresentado o desenvolvimento jogo "Batalha composta da subtração", tendo como fio condutor os eixos de análise aqui já expostos.

O desenvolvimento do jogo Batalha composta da subtração

O jogo "Batalha composta da subtração" ocorreu durante o final do mês de outubro/2019 e início de novembro/2019, que compreende as seguintes regras[1], como pode ser observado no Quadro 1.

Quadro 1: Regras do jogo "Batalha composta da subtração"

Para este jogo, organize a turma em duplas; pegue um baralho completo e retire apenas: valete, rei, dama e curinga. Embaralhe as outras cartas e distribua-as igualmente entre os dois jogadores. Cada um terá dois montes: o das cartas a serem jogadas e o das cartas que ganhará durante as jogadas. Cada jogador deve colocar o seu monte de cartas a serem jogadas viradas para baixo. Juntos, os jogadores devem virar duas cartas de cima do próprio monte e realizar a subtração destas cartas. Quem tirar o menor resultado, levará as quatro cartas (as suas e as do adversário). Caso o resultado da subtração seja o mesmo, cada um ficará com duas cartas. As cartas adquiridas (ganhadas) durante as jogadas deverão ser organizadas em um monte a parte. O jogo prossegue desta maneira até que as cartas acabem. Vence quem conseguir o maior número de cartas.

Fonte: SILVA (2021, p. 102)

Este jogo foi selecionado pois tem como objetivos pedagógicos: calcular mentalmente, trabalhar com as ideias que envolvem a subtração (subtrair, completar e comparar) (BIGODE; FRANT, 2011), quantificar elementos, reconhecer números, resolver problemas. Observou-se que durante a realização da "Atividade diagnóstica" as crianças apresentaram dificuldade em lidar com termos que envolvem as ideias da subtração, como "a mais" e "a menos".

A realização da atividade vai ao encontro do que é proposto no Currículo Referência de Minas Gerais[2] em que podem-se destacar duas habilidades, sendo elas "(EF01MA03X) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar "tem mais", "tem menos" ou "tem a mesma quantidade", utilizando estratégias próprias, como desenhos e materiais manipuláveis." (MINAS GERAIS, 2019, p. 668) e "(EF01MA08A) Resolver problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os

[1]Adaptação do jogo "Batalha da tabuada". Disponível em: <https://www.uol.com.br/universa/album/2013/05/17/aprenda-14-jogos-com-baralho-para-fazer-com-seu-filho.htm?mode=list&foto=2>. Acesso em: 30 out. 2020.

[2] Optou-se por fazer a análise a partir do Currículo Referência de Minas Gerais pois a pesquisa foi desenvolvida no referido estado, além disso, esse documento traz as habilidades de forma mais detalhada.

significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais." (MINAS GERAIS, 2019, p. 670)

Após essa compreensão pedagógica do jogo "Batalha composta da subtração", será apresentada a descrição do desenvolvimento da proposta, a qual está dividida em quatro eixos de análise: familiarização com o jogo e primeiras jogadas, intervenção oral da pesquisadora durante as jogadas, registro do jogo e jogo com competência.

1º Momento: familiarização com o jogo Batalha composta da subtração e primeiras jogadas

No primeiro dia do "Batalha composta da subtração", a pesquisadora perguntou às crianças como seria esse jogo para levantar as hipóteses que possivelmente estavam elaborando, conforme diálogo que segue:

> Pesquisadora: [...] Hoje o jogo vai ser o "Batalha composta da subtração", o que será isto, hem?!
> Cecília: Subtração é de diminuir...
> Algumas crianças: é de diminuir...
> Pesquisadora: Subtração será que é de diminuir?
> Manuela Dorado: Eu tenho um jogo de matemática e aí lá tem subtração. (SILVA, 2021, p. 103-104)

Com isto, percebe-se que as crianças já formulavam algumas hipóteses em relação à subtração, mas, aparentemente, compreendiam apenas a ideia de subtrair; ou seja, as de comparar e completar precisavam ser desenvolvidas, conforme sugerem Bigode e Frant (2011) e serão melhor delineadas adiante, no tópico "Trabalhando com as ideias da subtração". Neste momento, pegaram-se as regras e iniciou-se a leitura, convidando uma criança para ser sua companheira de jogo (GRANDO, 2004). À medida que a pesquisadora lia as regras, elas as demonstravam.

A maior dúvida, no início do jogo, foi em lembrar de subtrair o número MENOR do MAIOR e em relação a quem leva as cartas, que, de acordo com a regra, é a criança que consegue o menor resultado. Observou-se isso com a Ana Júlia ao querer realizar a operação 6 menos 7 dizendo que o resultado era zero; assim, a pesquisadora interviu relembrando as regras e, no caso da subtração, tem-se que subtrair o número menor do maior (ainda é complexo pensarem em números negativos). Segundo Bigode e Frant (2011), tal dificuldade pode estar relacionada ao fato de não poder aplicar a "propriedade comutativa" (BIGODE; FRANT, 2011, p.49) assim como acontece na adição. Ou seja, na adição tanto 6+7, quanto 7+6, será possível obter o mesmo resultado, o que não ocorre com a subtração.

Percebeu-se que, para realizar as subtrações, geralmente as crianças utilizavam os dedos como suporte. A utilização dos dedos para contagem é algo que faz parte da história do ser humano e não deve ser negada no contexto da sala de aula, ao contrário, pode ser valorizada já que está de fácil acesso para a criança e a auxilia no processo de construção do número.

> O uso dos dedos deve ser valorizado na prática pedagógica como sendo uma das práticas mais importantes na construção do número pela criança, pois contando nos dedos as crianças começam a construir uma base simbólica que é essencial neste processo, assim como, na estruturação do número no sistema de numeração decimal. Além disso, a contagem nos dedos pode permitir o desenvolvimento de primeiras estratégias de contagem e operacionalização matemática, ainda mais ao assumirmos o limite dos dez dedos das mãos, organizados em cinco dedos em cada. Essas construções serão decisivas para a história de aprendizagem e desenvolvimento das crianças. (BRASIL, p. 10, 2014)

Estas foram algumas das situações observadas pela pesquisadora no primeiro dia de jogo, em que a proposta era jogar para garantir as regras (GRANDO, 2004). No próximo tópico será apresentado o desenrolar deste jogo com as intervenções orais realizadas pela pesquisadora durante as jogadas das crianças.

2º momento: intervenção oral da pesquisadora durante as jogadas do Batalha composta da subtração

Aparentemente as crianças haviam compreendido as regras com certa facilidade; assim, era possível que a pesquisadora realizasse as intervenções orais objetivando o desenvolvimento das habilidades esperadas. Dessa forma, foram observadas duas situações interventivas, sendo elas:

- "O que significa tirar zero como resultado": Por vezes, ao observar as crianças jogando, percebia-se que, mesmo quando uma das jogadoras tirava como resultado da subtração zero, a outra realizava o seu cálculo, aparentemente, pensando que ainda poderia ganhar. O zero é um importante símbolo que desempenha duas funções diferentes: a ausência de quantidade e o valor posicional de determinado número. Entretanto, quando a criança se depara com a sua primeira "funcionalidade", ausência de quantidade, vê-se em conflito, já que geralmente a ausência é vista de forma negativa; ninguém quer fazer zero ponto pensando-se nessa ausência de algo.

> O zero traz consigo duas representações importantes para a construção do SND, a saber: ele representa uma ausência de quantidade e, ao mesmo tempo, um valor posicional. Como uma das funções do zero é representar uma ordem vazia, ou seja, representar a ausência de quantidades, isto o torna mais complexo que os demais

> números. E isso precisa ser levado em consideração pelo professor no processo da alfabetização. (BRASIL, p. 46, 2014)

Com isto, a pesquisadora problematizou algumas situações com o intuito de que as crianças percebessem que não é possível o outro jogador ganhar quando um deles tem como resultado zero, no máximo pode acontecer é o empate.

- “Trabalhando com as ideias da subtração”: Bigode e Frant (2011) falam sobre a relevância de se desenvolver as ideias presentes na subtração de forma adequada, já que é uma das primeiras operações aritméticas a ser aprendida na escola. Alguns estudos demonstram que um dos maiores entraves no ensino da subtração é o fato dos estudantes terem pouco contato com as ideias que a envolvem, sendo elas subtrair, completar e comparar.

> Ideia de subtrair ocorre quando tem uma quantidade que passa pela transformação – quebrar, perder, ganhar – e se pretende saber quanto restou. [...]
> Ideia de completar ocorre quando se quer descobrir quanto falta para completar um todo. [...]
> Ideia de comparar [...] ocorre quando se compara pela diferença. Pode se referir à quantidade de duas coleções ou a duas medidas. (BIGODE; FRANT, 2011, p. 43, grifos dos autores)

Assim, Bigode e Frant (2011) sugerem a utilização de problemas diversificados e que trabalhem com estas ideias não de uma forma mecânica, mas, reflexiva, inclusive desmistificando alguns termos que podem ser confusos para os estudantes, como, por exemplo, o “a mais” em que se tem uma pré-disposição de relacioná-lo com a operação da adição. A partir do exposto, percebe-se a necessidade de se desenvolver as ideias presentes na subtração com as crianças, sendo algo realizado pela pesquisadora durante as jogadas.

Após este momento de intervenções orais pela pesquisadora, foi proposta a intervenção escrita em que as crianças realizaram situações-problemas relativas a momentos vivenciados diretamente e/ou indiretamente ao jogo com o objetivo de desenvolver determinadas habilidades matemáticas (GRANDO, 2004).

3º Momento: registro sobre o jogo Batalha composta da subtração

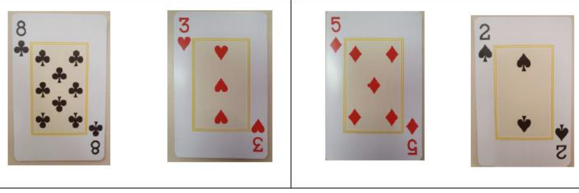
O registro do jogo constituiu a terceira etapa do processo, já que, como exposto anteriormente, por vezes, a criança desenvolve as habilidades esperadas a partir das intervenções relacionadas diretamente e/ou indiretamente aos momentos do jogo (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2000).

Assim, foram propostas 5 situações-problema, que eram lidas uma por vez pela pesquisadora, dando-se um tempo para a sua resolução; algumas crianças terminavam mais rapidamente e já realizavam as próximas. A disposição em realizar tal proposta demonstra que possivelmente as crianças se interessam quando a atividade faz sentido para ela, ou seja, quando a proposta trazida para criança está dentro de um contexto vivenciado anteriormente em que ela tem a liberdade de registrar a forma como está pensando, não tendo uma resposta certa ou errada. O que é avaliado é a forma como a criança elabora o seu pensamento (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2000). Para análise neste artigo, será apresentada uma das situações-problema realizada pelas crianças.

A situação-problema 1, conforme pode ser observado na Figura 1, tinha como objetivos calcular mentalmente, trabalhar com a ideia de subtrair, comparar valores e justificar a resposta. Para conseguir respondê-la, primeiramente a criança precisava realizar a subtração das cartas retiradas por cada jogador e comparar os valores, identificando quem conseguiu como resultado da subtração o menor número. Assim, identificando o jogador, deveria justificar sua resposta.

Figura 1: Situação-problema 1 do "Batalha composta da subtração"

HELENA E IRIS ESTAVAM JOGANDO *"BATALHA COMPOSTA DA SUBTRAÇÃO"*. OBSERVE AS CARTAS RETIRADAS POR CADA UMA DELAS.

HELENA	IRIS
	

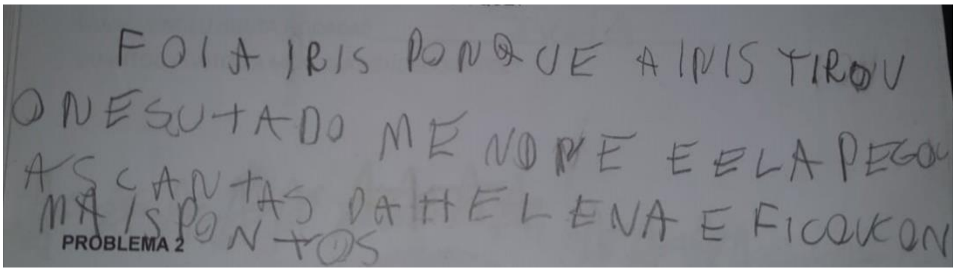
QUEM GANHOU NESTA RODADA? POR QUÊ?

Fonte: SILVA (2021, p. 119)

A partir desta situação-problema, percebeu-se que das dez crianças, nove apresentaram respostas apenas descritivas conforme a Figura 2. Nela, Ana Júlia escreveu "FOI A IRIS PORQUE A IRIS TIROU O RESULTADO MENOR E E ELA PEGOU AS CARTAS DA HELENA E FICOU COM MAIS PONTOS (sic)[3]".

[3] Por se tratar de crianças em processo de alfabetização, sabe-se que são comuns os deslizes ortográficos. Assim, optou-se por escrever "SIC" apenas ao final dos registros das crianças.

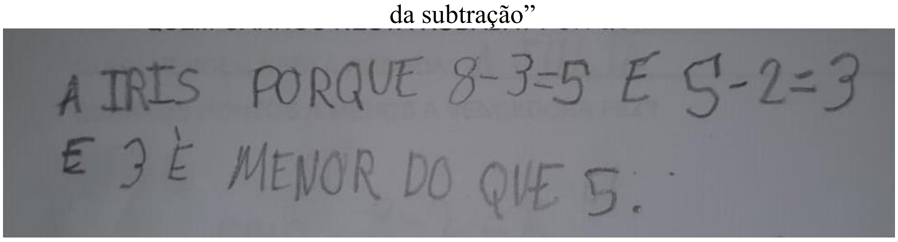
Figura 2: Resposta da Ana Júlia relativa à situação-problema 1 do jogo “Batalha composta da subtração”



Fonte: SILVA (2021, p. 119)

Cecília foi a única criança que apresentou, além da resposta descritiva, uma sentença matemática para justificá-la, conforme pode ser observada na Figura 3, em que escreveu “A IRIS PORQUE 8-3=5 E 5-2=3 E 3 É MENOR DO QUE 5.”.

Figura 3: Reposta apresentada pela Cecilia para a situação-problema 1 do jogo “Batalha composta da subtração”



Fonte: SILVA (2021, p. 120)

Em se tratando do que as crianças responderam, observa-se que 8 delas apresentaram a resposta esperada: apontaram quem venceu e justificaram. Alice respondeu “A IRIS VECEU PORQUE A IRIS TIROU O NUMERO 3 (sic)”. Entretanto, sua resposta não justifica claramente o motivo da Iris ter ganhando, ou seja, ela não relacionou os resultados encontrados por meio da subtração. Sua resposta foi parcialmente esperada.

Já a Gabriela respondeu “A HELENA E A IRIS TIRANAU (tiraram) O MESMO REZOTADO (sic)”; demonstrando que possivelmente estava com dificuldade de realizar a subtração ou não compreendeu o que estava sendo pedido, apresentando, assim, uma resposta diferente da esperada. Além disso, ela não participou de um dos dias de jogo, o que também pode ter contribuído para não conseguir formular a resposta esperada.

Observa-se que a proposta do jogo seguido de atividade na perspectiva da resolução de problemas foi algo que possibilitou às crianças refletirem sobre situações de jogo sem necessariamente estarem jogando, tendo de fazer inferências, levantar hipóteses e analisar resultados (GRANDO, 2004).

No próximo tópico será apresentado o jogo com competência, constituindo-se como última etapa do “Batalha composta da subtração”.

4º Momento: jogo com competência do Batalha composta da subtração

Após a realização das situações-problema, as crianças tiveram mais um dia do jogo "Batalha composta da subtração", sendo este momento denominado como "Jogo com competência". Antes de iniciarem as jogadas, recapitularam as regras e, enquanto jogavam, a pesquisadora passava por elas observando e problematizando os resultados quando julgava pertinente (GRANDO, 2004). Observou-se que as crianças, de fato, compreenderam as regras e conseguiam realizar as subtrações; entretanto, por vezes, uma não demonstrava paciência para esperar a outra responder, redarguindo por ela.

Quando Grando (2004) fala sobre jogar com competência, ela refere-se ao jogador ter a oportunidade de colocar em prática as estratégias observadas durante a realização dos problemas escritos. Entretanto, o jogo "Batalha composta da subtração" não apresenta estratégias para se "jogar bem" (MACEDO; PETTY; PASSO, 2000); apesar disso, ele tem determinadas regras que devem ser seguidas e situações que podem ser problematizadas para que aconteça o desenvolvimento de algumas habilidades matemáticas. (GRANDO, 2004)

Reflexões finais do jogo Batalha composta da subtração

A partir da análise das etapas vivenciadas no jogo "Batalha composta da subtração", percebe-se que a intervenção da pesquisadora foi algo que esteve muito presente, assim como nos outros jogos propostos, e que auxiliou as crianças no desenvolvimento das habilidades esperadas, subsidiando também a resposta de algumas situações-problema em que estavam presentes as ideias de completar/comparar que haviam sido problematizadas durante as jogadas. Observou-se que, durante a resolução dos problemas orais, tanto quanto nos registros das situações-problema, as crianças utilizavam os dedos para fazer os cálculos.

Quanto ao momento denominado "4º Momento: jogo com competência no Batalha composta da subtração", as crianças demonstraram ter compreendido as regras, mas, de fato, o "jogar bem" (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2000), pensando-se nas estratégias, não se aplicou para este jogo. Isto porque o "Batalha composta da subtração" não tem por objetivo desenvolver estratégias, mas, outras habilidades.

Percebe-se que o uso do jogo, aliado à prática da resolução de situações-problema e às intervenções orais da pesquisadora, fazem com que as crianças avancem e tenham a possibilidade de desenvolver as habilidades matemáticas esperadas, sendo elas: cálculo mental, compreensão das ideias que envolvem a subtração (subtrair, completar e comparar), quantificação de elementos, reconhecimento de números, resolução de problemas, justificativa da resposta a partir da análise de situações e compreensão da estrutura de um problema com vistas à elaboração do próprio.

Referências

BIGODE, A. J. L. FRANT, J. B. **Matemática: soluções para dez desafios do professor**: 1º ao 3º ano do ensino fundamental. São Paulo: Ática Educadores, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa:** Construção do Sistema de Numeração Decimal. Brasília: MEC, SEB, 2014.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção formação de professores).

GRANDO, R. C. **O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula.** São Paulo: Paulus, 2004.

MACEDO, L. de; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprendendo com jogos e situações-problema**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Currículo Referência de Minas Gerais**. Belo Horizonte:MG, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_mg.pdf >. Acesso em: 28 jun. 2021.

SILVA, Carla Mariana Rocha Brittes da. **Jogos de cartas e resolução de problemas:** uma proposta pedagógica com o 1° Ano do Ensino Fundamental. 2021. 197 p. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte, MG. Disponível em: < https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/36328>. Acesso em: 07 jun. 2021.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Resolução de Problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2000, vol. 2.

Compreensões de alunos do 2º ano do Ensino Fundamental sobre tabelas a partir de uma sequência de atividades

Understanding of 2nd year students of elementary school about tables from a sequence of activities

Betânia Evangelista
Prefeitura de Olinda/ Brasil
mbevangelista@hotmail.com

Gilda Guimarães
Universidade Federal de Pernambuco/Brasil
gilda.lguimaraes@gmail.com

Izabella Oliveira
Université Laval/Canadá
Izabella.Oliveira@fse.ulaval.ca

Resumo
Este estudo teve como objetivo investigar a compreensão de alunos 2º ano do Ensino Fundamental sobre tabelas, antes e depois de uma sequência de atividades envolvendo interpretar e construir tabelas simples e de dupla entrada. Realizamos uma pesquisa experimental com todos os alunos de 3 (três) turmas do 2º ano de diferentes escolas públicas pernambucanas. Duas turmas constituíram o grupo experimental (35 alunos) e outra turma, o grupo controle (20 alunos). Todos os alunos responderam a um pré e pós-teste. Os alunos do grupo experimental vivenciaram uma sequência de atividades, realizadas em dois dias, que explorava habilidades de construir tabelas a partir de dados brutos ou de banco de dado e interpretar tabelas de dupla entrada com variáveis numéricas e nominais. Os resultados do pré-teste revelaram um desconhecimento dos alunos, de ambos os grupos, quanto necessidade de explorar as informações em tabelas para tomada de decisão e analise de conclusão correta/incorreta, bem como construir tabelas. Entretanto, após sequência de atividades, os alunos do grupo experimental apresentaram avanços significativos em suas aprendizagens. Passaram a ser capazes de interpretar informações em tabelas com mais de uma variável, as quais requeriam localizar frequência, tomar decisão e analisar conclusão. Construíram tabelas simples, classificando e sistematizando os dados de forma adequada. Assim, podemos afirmar que alunos dos anos iniciais, quando levados a refletir sobre a representação em tabela como objeto de ensino, são capazes de aprender interpretar e construir tabelas simples, evidenciando a necessidade de um trabalho sistemático nas escolas desde os anos iniciais de escolarização.

Palavras-Chave: Educação Estatística, Anos Iniciais, Ensino e Aprendizagem, Tabela.

Abstract
This study aimed to investigate the understanding of 2nd grade students about tables, before and after a sequence of activities involving interpreting and building single and double entry tables. We conducted an experimental research with all students of 3 (three) classes of the 2nd year of different public schools in Pernambuco. Two groups formed the experimental group (35 students) and another class, the control group (20 students). All students answered the pre and post-test. The students in the experimental group experienced a sequence of activities, carried out over two days, which explored skills of building tables from raw data or from a database and interpreting double-entry tables with numerical and nominal variables. The results of the pre-test revealed a lack of knowledge by the students, of both groups, regarding the need to explore the information in tables for decision making and analyze the correct / incorrect conclusion, as well as to build tables. However, after a sequence of activities, the students in the experimental group showed significant

advances in their learning. They became able to interpret information in tables with more than one variable, which required locating frequency, making decisions and analyzing conclusions. They built simple tables, classifying and systematizing the data appropriately. Thus, we can say that students in the early years, when led to reflect on the table representation as a teaching object, are able to learn to interpret and build simple tables, showing the need for systematic work in schools since the early school years.

Keywords: Statistical Education, Primary School, Teaching and Learning, Table.

Aprendizagem de tabelas

As transformações sociais e os avanços tecnológicos ocorridos na sociedade possibilitaram uma maior utilização de informações estatísticas no cotidiano das pessoas. Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) a Estatística pode ser considerada uma importante ferramenta para a realização de pesquisas em diversos campos. Além disso, exerce um papel essencial na educação para a cidadania das pessoas com o propósito de apoiar afirmações em diversas áreas do conhecimento humano. Assim, espera-se que as pessoas sejam capazes de tomar decisões diante de dados de forma consciente.

A realização de uma pesquisa envolve diferentes fases: elaboração do objetivo, levantamento de hipóteses, definição da amostra, coleta dos dados, classificação, representação e análise deles para chegar a conclusões e tomadas de decisão. A compreensão de todas as habilidades envolvidas em cada uma dessa fases, além de sua interrelação, é fundamental. Acreditamos que a escola deve propiciar a aprendizagem dos alunos sobre pesquisa propondo, de forma simultânea, a vivência de todas as fases da pesquisa, assim como, o aprofundamento em cada uma dessas fases.

Nesse estudo, estamos interessados na fase de representação dos dados, mais especificamente, representados em tabelas. A representação em tabelas não vem sendo compreendida pela maioria da população, apesar de ser uma forma de compreender a realidade nas qual as informações são tratadas e exibidas de forma organizada para serem gerenciadas e analisadas com o intuito de responder questões de pesquisa e gerar novas questões a serem investigadas.

Gal (1996), Martí, Sedano e La Cerda (2010) e Guimarães e Oliveira (2014) entre outros afirmam que a tabela é uma representação que ajuda a organizar os dados, mas, principalmente, ela permite a análise deles como forma de confrontar sua razoabilidade para realizar tomada de decisão.

De acordo com o Indicador de Alfabetismo Funcional - INAF (2018), apenas 12% da população brasileira apresenta proficiência para compreender e interpretar gráficos e tabelas envolvendo mais de uma variável. Além disso, essa proficiência é fortemente relacionada ao maior nível escolar. No mesmo sentido, diversos estudos relatam que alunos de diferentes escolaridades apresentam dificuldades com a representação em tabelas, quer seja para construir uma quer seja para interpretar informações numa (GIOT E QUITTRE, 2008; DÍAZ-LEVICOY, MORALES E ORTIZ, 2017, GUIMARÃES, EVANGELISTA E OLIVEIRA, 2021).

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) aponta para a necessidade dos alunos desenvolverem habilidades de fazer julgamentos e tomar decisões adequadas. De forma mais específica, para o 2º ano do Ensino Fundamental, foco desse estudo, o documento aponta a necessidade dos alunos desenvolverem a habilidade de *Coletar, classificar e representar dados em tabelas simples e/ou de dupla entrada com dados referentes a variáveis categóricas*.

No âmbito escolar, as tabelas são usadas em várias disciplinas como ciências, geografia, matemática entre outras. Entretanto, estamos interessadas no ensino aprendizagem de tabelas como objeto de ensino**.** Gal (1996), Pfannkuch e Rubick (2002), Guimarães e Oliveira (2014), Evangelista e Guimarães (2017; 2019) e Evangelista, Guimarães e Oliveira (2021), entre outros, defendem o ensino intencional e sistemático sobre tabelas.

Pfannkuch e Rubick (2002) ressaltam a necessidade de se realizar pesquisas sobre como os alunos aprendem a construir e interpretar tabelas de dados estatísticos, uma vez que compreender como construir tabelas é uma habilidade mais sofisticada do que se havia pensado. Da mesma forma, Conti e Carvalho (2011) chamam nossa atenção de que a habilidade de interpretação de informações em tabelas não é adquirida através de uma exposição a elas, visto que é um processo que precisa ser ensinado. Para Martí, Sedano e La Cerda (2010), geralmente, a aprendizagem de tabelas acontece de forma implícita, através do ensino de outros conteúdos escolares, mas não como um objetivo específico em educação. Assim, sua aquisição é considerada imediata e sem um processo particular de aprendizagem.

Entretanto, as tabelas devem ser ensinadas de forma explícita, de tal modo que se faz necessário um processo guiado, tanto na forma de compreender quanto na maneira de construir. Formar uma opinião sobre os dados expostos em uma tabela envolve, por parte dos alunos, considerar as relações existentes entre os conceitos matemáticos e os conjuntos de dados dessa representação.

A habilidade de construir tabelas não é uma atividade fácil e nem ocorre efetivamente de forma indireta, mas requer ações específicas, que vão muito além de completar informações ausentes dentro de uma estrutura retangular dividida em linhas e colunas. Segundo Evangelista, Guimarães e Oliveira (2021), a tabela é considerada uma configuração retangular com linhas e colunas, que apresenta dados sistematizados em categorias e sua frequência (absoluta ou relativa), ou seja, os dados são apresentados de forma reduzida perdendo-se informações individualizadas, diferentemente de um banco de dados ou quadro.

Conforme Guimarães e Oliveira (2014) os alunos dos anos iniciais constroem listas e as colocam em um enquadramento. Além disso, conforme Bivar e Selva (2013), os elementos da tabela como título, nome dos descritores e fonte não são registrados. Da mesma forma, Martí, Sedano e La Cerda (2010) afirmam que os alunos apresentam dificuldades em construir tabelas com mais de uma variável, sem saber como registrar o cruzamento entre as variáveis.

Conforme Gabucio, Martí, Enfedaque, Gilabert e Konstantinidou (2010) investigando alunos do 5º ano observaram que esses apresentavam dificuldades em opinar sobre padrões gerais dos dados. Guimarães, Evangelista e Oliveira (2021) também observaram essa dificuldade cm alunos desde o 1º ano do Ensino Fundamental. Os alunos ao interpretar dados em tabelas apresentaram dificuldades, principalmente, quando precisavam realizar julgamentos e tomar decisões. Essas habilidades requerem relacionar conhecimentos matemáticos, conhecimentos sobre a representação, analisar o contexto e o conhecimento de mundo para atribuir significados aos dados, ou seja, conhecimentos que são base para o letramento estatístico.

Sharma (2013) afirma que pode ser fácil ensinar alunos a extrair informações simples em tabela. Por outro lado, ajudá-los a desenvolver estratégias de questionamento do tipo: como e por que os dados foram coletados para fazer comparações dentro e entre as categorias e pensar sobre o significado dos dados no contexto é uma tarefa difícil. A mesma conclusão foi obtida por Sepúlveda, Díaz-Levicoy e Jara (2018) quando realizaram uma pesquisa com alunos chilenos dos anos iniciais.

Ao interpretar tabelas, diferentes questões podem ser propostas. Em geral os livros didáticos de matemática vêm propondo questões sobre pontos extremos e localização de uma informação específica (EVANGELISTA, GUIMARÃES E OLIVEIRA, 2021). Porém, perguntas que envolvem opinião ou conclusões que podem ser inferidas a partir dos dados apresentados em tabelas vêm sendo pouco ensinadas (GIOT e QUITTRES, 2008; NOPE, BERNAL, ALFONSO, 2015; EVANGELISTA, GUIMARÃES e OLIVEIRA, 2021). Além disso, pouco estudos vêm sendo realizados com crianças no início dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre tabelas, conforme Guimarães, Evangelista e Oliveira (2021).

Assim, acreditamos que é necessário um ensino intencional que leve os alunos a compreender uma representação em tabela. Esse estudo tem como objetivo refletir as compreensões de alunos 2º ano do Ensino Fundamental sobre tabelas, antes e depois de uma sequência de atividades que envolvem as habilidades de interpretação e construção de tabelas simples e de dupla entrada.

Método

Para contemplar objetivo proposto, realizamos uma pesquisa experimental com todos os alunos de 3 (três) turmas do 2º ano do Ensino Fundamental de diferentes escolas públicas da Região Metropolitana do Recife-PE[1]. Duas turmas constituíram o grupo experimental (35 alunos) e outra turma o grupo controle (20 alunos). Todos os alunos responderam ao pré e pós-teste. Os alunos das turmas do grupo experimental vivenciaram uma sequência de atividades, realizadas em dois dias, enquanto os do grupo controle continuaram com as aulas normais com seus professores. Todo o processo durou aproximadamente um mês.

O pré-teste que teve como foco levantar conhecimentos prévios dos alunos sobre tabelas em atividades de interpretar e construir e, posteriormente, compará-los com os resultados obtidos no pós-teste. Em seguida, realizamos uma intervenção, apenas com o grupo experimental, a partir de uma sequência de atividades sobre tabelas, a qual teve como objetivo promover a aprendizagem de alunos, levando-os a refletir sobre a importância da tabela e sua funcionalidade na representação e comunicação de dados significativos da vida

[1] Este estudo faz parte da tese de doutorado de Betânia Evangelista intitulada “Ensino e aprendizagem de tabelas nos anos iniciais do ensino fundamental” defendida na Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE em 2021.

sociocultural. Finalmente, tivemos o pós-teste, que teve como foco analisar se a sequência de atividades, envolvendo tabelas, desenvolvida com os alunos, propiciou aprendizagem.

Os testes (pré e pós) eram compostos por 6 (seis) questões envolvendo tabelas simples e de dupla entrada, sendo que as 4 primeiras exploram interpretação de dados nominais e numéricos e as 2 últimas trabalhavam a habilidade de construir tabela a partir de suportes distintos (dados brutos e banco de dados). As questões do pré-teste (Figuras 1 a 6) e pós-teste são equivalentes[2].

Figura 1: Questão 1 do Pré-teste

Foi realizada no Brasil em 2015 uma pesquisa sobre tipos de livros lidos por crianças entre 5 e 10 anos de idade. Na tabela abaixo está apresentada a quantidade de leitores por tipo de livro.

Tipos de livros lidos por crianças entre 5 e 10 anos de idade em 2015

Tipo de livros	Quantidade de leitores
Contos	114
Poesias	43
Gibi	89
Viagem e esporte	9
Artes	49

Fonte: http://prolivro.org.br/home

a) Quantos leitores leram livros gibi? *(Célula de frequência)*

b) A diretora de uma escola com crianças da mesma idade quer comprar livros. A partir da tabela acima que tipo de livro essa diretora deve comprar? Por quê? *(Tomada de decisão)*

c) A partir da tabela, posso dizer que poesia é o tipo de livro mais lido por essas crianças? Por quê? *(Análise de conclusão incorreta)*

Figura 2: Questão 2 do Pré-teste

A tabela abaixo apresenta um levantamento realizado pelo governo sobre o número de vítimas de ataques de tubarões nas praias pernambucanas. Observe a quantidade de vítimas a cada período de 5 anos.

Número de vítimas de ataques de tubarões nas praias pernambucanas entre os anos de 1992 a 2016

PERÍODOS	NÚMERO DE VÍTIMAS
De 1992 a 1996	22
De 1997 a 2001	10
De 2002 a 2006	18
De 2007 a 2011	5
De 2012 a 2016	7

Fonte: http://jconline.ne10.uol.com.br/canal/cidades/geral/noticia/2018/04/15/ataque-de-tubarao-em-piedade-e-o-64-registrado-em-pernambuco-335413.php

a) Quantas vítimas de ataques de tubarões foram registradas entre 2012 a 2016? *(Célula de frequência)*

b) A partir da tabela, qual informação o governo de Pernambuco pode usar em uma propaganda para promover o turismo nas praias? Por quê? *(Tomada de decisão)*

c) De acordo com a tabela posso dizer que nos três primeiros períodos o número de vítimas atacadas foi maior? Por quê? *(Análise de conclusão correta)*

Figura 3: Questão 3 do Pré-teste

A tabela abaixo mostra a quantidade de cartões amarelos e vermelhos recebidos por algumas seleções na fase de grupo, em cinco edições de copas do mundo de futebol FIFA (1998, 2002, 2006, 2010, 2014).

Quantidade de cartões recebidos pelas seleções na fase de grupo (fase inicial) em cinco edições de copas do mundo de futebol FIFA

SELEÇÃO	TIPO DE CARTÃO	
	AMARELO	VERMELHO
França	28	1
Brasil	20	1
Espanha	18	0
Alemanha	30	2
Itália	27	2

Fonte: Dados disponíveis em http://www.fifa.com/

a) Quantos cartões vermelhos a seleção do Brasil recebeu? *(Célula de frequência)*

b) De acordo com a tabela, qual dessas seleções tem mais chances de ganhar um prêmio no futuro? Por quê? *(Tomada de decisão)*

c) A partir da tabela, é possível afirmar que os jogadores da seleção da Alemanha são os que menos obedecem às regras? Por quê? *(Análise de conclusão incorreta)*

Figura 4: Questão 4 do Pré-teste

A tabela abaixo mostra um levantamento sobre as faixas de preços de brinquedos lançados nos anos de 2016 e 2017.

Faixas de preço de brinquedos lançados em 2016 e 2017

FAIXA DE PREÇO DOS BRINQUEDOS	PERCENTUAL DE BRINQUEDOS LANÇADOS POR ANO	
	2016	2017
Até 15 reais	6	7
De 16 a 25 reais	10	11
De 26 a 39 reais	21	19
De 40 a 60 reais	27	26

Fonte: http://www.abrinq.com.br

a) Qual o percentual de brinquedos lançados em 2017 com o valor entre 40 a 60 reais? *(Célula de frequência)*

b) As fábricas de brinquedo querem aumentar a quantidade de lançamentos de novos produtos. A partir da tabela qual a faixa de preço que os fabricantes devem focar? Por quê? *(Tomada de decisão)*

c) De acordo com os dados da tabela podemos dizer que foram lançados mais brinquedos na faixa de preço entre 26 a 39 reais com o passar dos anos? Por quê? *(Análise de conclusão correta)*

[2] Nos exemplos encontram-se algumas das questões do pós-teste.

Figura 5: Questão 5 do Pré-teste

Essas figurinhas podem ser classificadas de diferentes formas. Classifique as mesmas em dois grupos, cole no papel colocando o nome de cada grupo em função do critério que você utilizou. Depois construa uma tabela apresentando essas informações.

Figura 6: Questão 6 do Pré-teste

Nesse banco de dados, temos atletas brasileiros que receberam medalhas de ouro, prata e bronze na olimpíada de 2016 no Rio de Janeiro. Construa uma tabela sistematizando essas informações.

Nome dos atletas	1	2	3		
Rafaela Silva	X			X	
Diego Hypolito		X			X
Poliana Okimoto			X	X	
Isaquias Queiroz		X			X
Arthur Zanetti		X			X
Thiago Silva	X				X
Arthur Mariano			X		X
Rafael Silva			X		X
Robson Donato	X				X
Felipe Wu		X			X
Maicon Siqueira			X		X
Mayra Aguar			X	X	

Fonte: http://olimpiadas.globoesporte.globo.com

A sequência de atividades foi realizada em cada uma das turmas experimentais de forma semelhante. Buscamos durante ela promover a aprendizagem dos alunos sobre a representação de tabela, por meio de situações semelhantes à dos testes, envolvendo a análise de informações representadas em tabelas, categorização e construção de tabelas. No primeiro dia, as turmas trabalharam com duas atividades de construir tabelas simples a partir de dados brutos e uma de interpretação de tabela de dupla entrada com variável numérica.

Já no segundo dia, os alunos construíram tabelas de dupla entrada a partir de bancos de dados e realizaram interpretação de uma tabela de dupla entrada com variável numérica intervalar. Durante a intervenção, uma das pesquisadoras que é também professora desse nível de ensino, buscou focar os critérios criados para classificar os elementos, a relação existente entre os cruzamentos das variáveis e o tipo de tabela construída para representar os dados. Na interpretação, buscou levar os alunos a identificar os valores das células, mas, principalmente, extrair ideias sobre padrões dos dados que permitiam uma análise das informações e a posterior tomada de decisão.

A turma do grupo controle seguiu com o planejamento regular da professora efetiva, realizando conosco apenas o pré-teste e pós-teste no mesmo período das turmas experimentais. Dessa forma, pudemos observar se o tempo era uma variável suficiente para a aprendizagem.

Resultados

Ambos os testes respondidos por todos os alunos envolviam diferentes situações que exploravam a representação tabela. Para análise dos mesmos consideramos como pontuação máxima 18 pontos, de 0 a 3 pontos para cada questão, considerando cada item explorado nos testes. A Tabela 1 apresenta as médias de acertos obtidos pelo grupo experimental e controle por fase (pré-teste e pós-teste).

Tabela 1: Média de acerto dos grupos e fase (18 pontos)

Grupo de aluno	Pré-teste	Pós-teste
2º ano grupo experimental	6,20	11,86
2º ano grupo controle	6,10	5,30

Fonte: As autoras (2021)

A partir da análise estatística não foram encontradas diferenças significativas entre os grupos no pré-teste Test-t [t (53) = .126; p ≤ .900], evidenciando que os grupos apresentaram desempenhos semelhantes antes da realização da sequência. Já no pós-teste, observamos (Tabela 1) que o grupo que participou da sequência de atividades melhorou de forma significativa o desempenho Test-t [t (34) = -14.885; p < .000]. Ao contrário, o grupo controle, ou seja, o que não teve intervenção pela pesquisadora, apresentou desempenho semelhante ao obtido no pré-teste. Assim, os resultados apresentados pelo grupo de controle nos levam a supor que os planejamentos realizados por seu respectivo professor, durante o intervalo entre o pré-teste e pós-teste, não foram suficientes para promover uma melhora na aprendizagem sobre tabelas dos seus alunos.

Por outro lado, a sequência de atividades para aprendizagem de tabelas desenvolvida pela pesquisadora auxiliou significativamente na aprendizagem dos alunos. O avanço apresentado pelos alunos é bastante importante, tendo em vista que realizamos essa sequência com alunos que estudavam em unidades públicas diferentes, em comunidades diferentes e conseguimos promover um aprendizado significativo sobre tabelas. Assim, o ensino de forma explícita sobre tabela é fundamental para a aprendizagem como já argumentado por Martí, Sedano e La Cerda (2010) e Conti e Carvalho (2011). A aprendizagem sobre tabelas de forma implícita, ou seja, através da convivência com essa representação para o ensino de outros conteúdos não é suficiente.

Dando continuidade ao nosso objetivo de investigar a pertinência da sequência de atividades para a aprendizagem de tabela, acreditamos ser fundamental analisar o desempenho do grupo experimental buscando observar em que habilidades investigadas por nós a sequência de atividades proposta influenciou o desempenho dos alunos. Dessa forma (Tabela 2), apresentamos as médias de acertos obtidos pelo grupo experimental em cada questão dos testes.

Tabela 2: Média de acerto nas seis questões por fase (3 pontos)

Questão / Fase	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6
Pré-teste	**1,46**	**1,29**	**0,97**	**1,11**	**1,03**	**0,34**
Pós-teste	**2,29**	**2,37**	**1,83**	**2,00**	**2,11**	**1,26**

Fonte: As autoras (2021)

A partir da Tabela 2, observamos que o grupo experimental apresentou média de acerto melhor em todas as questões do pós-teste, quando comparamos com os resultados obtidos no pré-teste. Dessa forma, podemos concluir que a sequência de atividades para a aprendizagem de tabelas se mostrou efetiva, visto que o grupo que participou dela conseguiu melhorar tanto o desempenho geral, como também em cada questão/habilidade avaliada por nós. Esse resultado corrobora com a ideia de que as crianças pequenas podem compreender o mundo a partir desse tipo de representação.

Olhando especificamente paras as quatro primeiras questões (Tabela 3), podemos observar o desempenho em interpretar tabelas simples/dupla entradas com variáveis qualitativas/quantitativas considerando diferentes tipos de questões: localizar célula de frequência, tomada de decisão, análise de conclusão correta/incorreta.

Tabela 3: Percentual de acerto nos itens das questões de interpretar por fase

Item	Questão / Fase							
	Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
Localizar Frequência	**91,0**	**100,0**	**62,9**	**100,0**	**74,3**	**100,0**	**71,40**	**88,6**
Tomar decisão	**3,0**	**71,0**	**25,7**	**62,9**	**11,4**	**51,4**	**14,3**	**48,6**
Analisar Conclusão	**51,0**	**57,0**	**40,0**	**74,3**	**11,4**	**31,4**	**25,7**	**62,9**

Fonte: As autoras (2021)

É possível observar que os alunos conseguiram apresentar um bom desempenho no item que envolvia localizar frequência, mesmo antes da sequência de atividades, e melhoram após elas (pós-teste).

Em relação ao item de tomada de decisão com apresentação de justificativa coerente com os dados da tabela, constatamos que no pré-teste foi muito difícil para os alunos responderem adequadamente. De fato, esse é um tipo de pergunta é difícil para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme argumentam Guimarães, Evangelista e Oliveira (2021). Uma das causas para explicar essa dificuldade pode ser o pouco quantitativo de atividades como essa demanda proposto em livros didáticos dos anos iniciais

(EVANGELISTA e GUIMARÃES, 2019; EVANGELISTA, GUIMARÃES e OLIVEIRA, 2021). Entretanto, após a sequência de atividades o percentual de acerto dos alunos melhora muito, principalmente quando envolviam interpretação de tabelas simples (questões 1 e 2). Tais resultados evidenciam que a sequência de atividades para a aprendizagem de tabelas foi fundamental para melhorar do desempenho dos alunos.

Ainda em relação a Tabela 3, referente aos itens que requeriam a análise de uma conclusão com justificativa, foi possível constatar que houve um melhor desempenho no pós-teste, de forma discreta para as 1ª e 3ª questões que envolviam interpretar tabelas com variáveis nominais, e de forma mais acentuada para as 2ª e 4ª questões que requeriam leituras em tabelas com variáveis numéricas. Ou seja, o tipo de variável foi um fator influenciador do desempenho dos alunos no pós-teste, além da sequência de atividades.

No pré-teste os alunos não justificavam ou utilizavam argumentos pessoais. Após a sequência de atividades os alunos apresentaram justificativas baseadas na análise das relações entre os dados presentes nas tabelas, demonstrando que, quando as tabelas são trabalhadas sistematicamente, como ocorreu na sequência de atividades desenvolvidas por nós, os alunos se tornam capazes de tomar decisões e analisar informações, confrontando com os dados das tabelas. Gal (1996) ressalta que quando os alunos são levados a expressar suas opiniões, diante de informações presentes em uma tabela, isso os leva a pensar sobre padrões possíveis de informações lá representadas. Tal habilidade requer dos alunos conhecimentos matemáticos e da representação, bem como exige conhecimento do problema ou de mundo, os quais ajudam a atribuir significado às informações analisadas.

As duas últimas questões requeriam a habilidade de construção de tabelas, sendo que cada construção partiu de suportes diferentes. Na 5ª questão os alunos tiveram que trabalhar com dados brutos, que exigiam classificação e representação dos dados em tabela simples. Na 6ª questão os alunos a partir de um banco de dados com duas variáveis precisavam representar os dados em uma tabela de dupla entrada (Tabela 4).

Tabela 4: Percentuais de acerto em construir tabelas, por tipo de dados e fase

Fase	Suporte	
	Dados brutos (Q. 5)	Banco de dados (Q. 6)
Pré-teste	**34,3**	**11,3**
Pós-teste	**70,3**	**42,0**

Fonte: As autoras (2021)

Observamos que os alunos apresentaram grande melhora no pós-teste para ambas as situações, evidenciando a pertinência da sequência de atividades realizadas com eles. A construção de tabela a partir de dados brutos foi mais fácil do que a partir de banco de dados. Para a construção a partir dos dados brutos, os alunos precisavam criar um critério de classificação e construir uma tabela simples. Criar um critério, que inicialmente foi difícil, após a intervenção os alunos apresentaram um bom desempenho (Figura 7). Em ambos os exemplos as classificações estão corretas (esporte que usa ou não bola e esporte praticado ou não dentro d'água). Além disso, apresentamos um exemplo de uma tabela simples construída de forma adequada.

Figura 7: Classificação correta e tabela simples adequada (Questão 5 – Pós-teste)

Fonte: as autoras (2021)

Por outro lado, construir uma tabela, a partir do banco de dados com duas variáveis, implicava numa tabela de dupla entrada. No pré-teste foi uma atividade muito difícil para os alunos realizarem, visto que não encontramos nenhuma produção com essa característica. Os alunos só construíram tabelas com uma das duas variáveis disponíveis no banco de dados. Novamente no pós-teste, constatamos que nenhum aluno do 2º ano conseguiu construir uma tabela de dupla entrada. Encontramos apenas tabelas simples nas quais selecionavam uma das variáveis. Assim, mesmo participando da sequência de atividades para a aprendizagem de tabela de dupla entrada, de forma individual eles não conseguiram realizar. Esses dados evidenciam a dificuldade de compreensão desses alunos, o que sugere que para essa faixa de escolaridade é preciso, no mínimo, um maior investimento para levá-los a aprenderem a construir uma tabela de dupla entrada. Essa dificuldade ocorre em função da ausência de conhecimento lógico espacial das tabelas de dupla entrada (bidimensional), conforme já relatado por Martí, Sedano e La Cerda (2010).

Encontramos diferentes níveis de compreensão do que seja uma tabela. Tivemos muitos alunos que fizeram uma tabela com uma variável, mas não colocaram alguns elementos como título e nome do descritor no pré-teste. No pós-teste já encontramos tabelas com uma variável apresentando os elementos (título e nome do descritor) mostrando, assim, que a sequência de atividades contribuiu para que os alunos construíssem tabelas mais elaboradas (Figura 8). Outros alunos não conseguem construir uma representação para relacionar as variáveis (Figura 9), construindo, por exemplo, uma tabela simples com os dados das duas variáveis do banco de dados juntos.

Figura 8: Tabela simples construída com apresentação de título e descritores

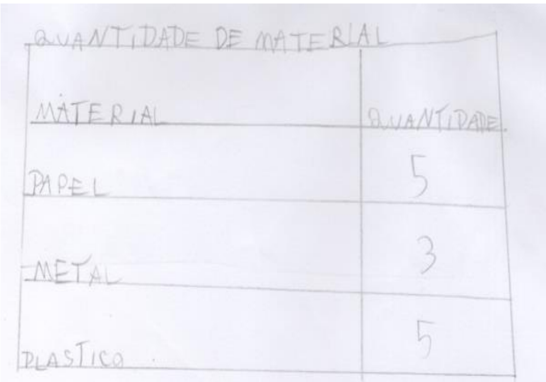


Figura 9: Tabela simples construída sem título e descritores, com os dados das duas variáveis de forma não relacionadas

Fonte: as autoras

Assim, muitos participantes deixaram de utilizar outras representações ou tabelas parcialmente construídas e passaram a produzir tabelas simples, tendo o cuidado de colocar os elementos, o que é um grande progresso, se comparado aos desempenhos apresentados no pré-teste. Tais resultados nos parecem muito importantes, tendo em vista que, com apenas dois encontros de sequência de atividades para a aprendizagem de tabelas, crianças no início da escolarização foram capazes de avançar na compreensão da representação em tabela, quando estimuladas de forma intencional e sistemática.

Conclusões

Esta pesquisa teve como objetivo apresentar compreensões de alunos 2º ano do Ensino Fundamental sobre tabelas, antes e depois de uma sequência de atividades que envolviam habilidades de interpretação e construção de tabelas simples e de dupla entrada.

Realizamos a sequência de atividades com alunos no início dos anos iniciais do Ensino Fundamental (2º ano) e os resultados demonstraram que crianças dessa escolarização já são capazes de interpretar dados representados em tabelas. Esses dados envolviam mais de uma variável, quer seja de natureza qualitativa quer seja de natureza quantitativa, e envolviam questões de localizar células de frequência, tomar decisão e analisar informações de conteúdos conclusivos corretos e incorretos, os dois últimos com justificativa coerente com os dados.

A intervenção de ensino favoreceu a compreensão para tomada de decisão e análise baseadas em evidências, independentemente do tipo de tabela e variável. Assim, a dificuldade dos alunos não estava na impossibilidade cognitiva, mas na ausência de um ensino intencional e sistematizado. Eles passaram a considerar os dados representados nas tabelas e suas relações para justificar suas escolhas.

Da mesma forma, os alunos foram capazes de construir tabelas, sistematizando os dados e apresentando os elementos (título, descritores e classes) a partir de dados brutos que necessitavam de classificação, respeitando os invariantes de exclusividade e exaustividade. Entretanto, ressaltamos que construir tabelas de dupla entrada foi uma atividade muito difícil, uma vez que nenhum aluno conseguiu elaborar uma tabela com as duas variáveis.

Os alunos que participaram da sequência de atividades passaram a refletir sobre a funcionalidade e importância da tabela na comunicação e na análise de informações com dados reais de forma crítica, apresentando argumentos com base nos dados das representações. Além disso, os alunos construíram tabelas com mais qualidade, a partir de dados brutos e bancos de dados, considerando os elementos fundamentais dessa representação.

Desse modo, a sequência de atividades para aprendizagem de tabelas desenvolvida pelas pesquisadoras auxiliou significativamente na aprendizagem dos alunos. Apesar do sucesso da intervenção, ainda existe muito a ser realizado no que se refere à aprendizagem de tabelas por crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A escola tem um papel fundamental nesse processo de ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos. Desse modo, as atividades escolares precisam ser elaboradas ou adaptadas para ajudar os alunos a compreender os recursos estatísticos e esses, por sua vez, permitirem o letramento estatístico dos alunos para uma plena cidadania.

Referências

BIVAR, D.; SELVA, A. Como as crianças constroem tabelas? In: **3º SIPEMAT – Simpósio Internacional de pesquisa em Educação Matemática**. Anais do 3º SIPEMAT, p. 1-14, Ilhéus, 2013. Disponível em: [https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/600/submission/director/600.pdf]

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Versão Final. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/]

CONTI, K. C.; CARVALHO, D. L. O letramento presente na construção de tabelas por alunos da Educação de Jovens e Adultos. **Boletim de Educação Matemática.** V. 24, nº 20, 637-658, dez, Monte Carlos, 2011. Disponível em: [https://www.redalyc.org/pdf/2912/291222113002.pdf]

DÍAZ-LEVICOY, D.; MORALES, R.; ORTIZ, C. V. Construcción de tablas estadísticas por estudiantes chilenos de tercero de Educación Primaría. **Educação & Linguagem**. V. 20 n. 1, 149-166, jan/jun, São Paulo, 2017. Disponível em: [https://www.metodista.br/revistas/revistas-metodista/index.php/EL/article/view/8689]

EVANGELISTA, B.; GUIMARÃES, G. L. Tables in textbooks for elementary school grades 4 and 5. In: **II International Conference on Mathematics Textbook Research and Development - ICMT**, Rio de Janeiro. Anais do II ICMT, 2017.

EVANGELISTA, B.; GUIMARÃES, G. L. Análise de atividades sobre tabelas em livros didáticos brasileiros dos anos iniciais do ensino fundamental. In: **Tercer Congreso International Virtual de Educación Estadística**. Actas del Tercer Congreso International Virtual de Educación Estadística, p. 1-9, 2019. Disponível em: [https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/evangelista.pdf]

EVANGELISTA, B.; GUIMARÃES, G.; OLIVEIRA, I. Propostas de atividades com tabelas em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental do Brasil e do Quebec. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM**. V.14, nº 1, p.14-25, Londrina, 2021. [https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/8257]

GABUCIO, F.; MARTÍ, E.; ENFEDAQUE, J.; GILABERT, S.; KONSTANTINIDOU, A. Níveles de comprensión de las tablas em alunos de primária y secundaria. **Cultura y Educación**. V. 22, nº 2, p.183-1987, 2010.

GAL, I. Assessing students' interpretations of data: conceptual and pragmatic isses. In: Phillips, Brian (Ed.), **Papers on Statistical Education presented at ICME-8** (International Congress on Mathematics Education-8) Seville, Spain, July 14-21, 1996. Disponível em: [https://iase-web.org/documents/papers/icme8/Gal.pdf?1402524931]

GIOT, B.; QUITTRE, V. Les tableaux à double entrée dans les écrits scientifiques des jeunes élèves. **Cahiers des Sciences de l'Éducation** – Université de Liège (aSPe), Liège 2008. Disponível em: [https://orbi.uliege.be/bitstream/2268/13232/1/GIOT_QUITTRE_CAH27-28_2008_103.pdf]

GUIMARÃES, G. L.; EVANGELISTA, B.; OLIVEIRA, I. What students in the first grades of elementar school know about tables. **Statíscs Education Research Journal – SERJ**, 2021 (no prelo).

GUIMARÃES, G. L.; OLIVEIRA, I. Construção e interpretação de gráficos e tabelas. In: BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Caderno 7 (Educação Estatística). Brasília: Ministério da Educação, p.21-38, 2014. Disponível em: [https://wp.ufpel.edu.br/obeducpacto/files/2019/08/Unidade-7-3.pdf]

INAF. Encontro nacional reúne instituições que combatem o analfabetismo funcional. **Boletim INAF**, 2018. Disponível em: [https://ipm.org.br/relatorios]

MARTÍ, E.; SEDANIO, E.; LA CERDA, C. Alfabetización gráfica. La apropiación de las tablas como instrumentos cognitivos. **Contextos**, Años IX e X (10), p. 65-78, Río Cuarto, 2010. Disponível em: [https://www.unrc.edu.ar/publicar/cde/Contextos_10.pdf]

NOPE, Á. R.; BERNAL, J. A. N.; ALFONSO, I. Á. El pensamiento crítico en la interpretación de tablas y gráficos estadísticos en el aula. En J. M. Contreras, C. Batanero, J. D. Godino, G.R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M.M. Gea y M.M. López (Eds.), **Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria, 2.** p. 239-248. Granada, 2015.

PFANNKUCH, M.; RUBICK, A. An exploration of students' statistical thinking with given data. **Statistics Education Research Journal.** V.1, nº 2, p. 4-21, 2002. Disponível em: [https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ1(2).pdf]

PONTES, J. P.; BROCARDO, J. & OLIVEIRA, H. **Investigações matemática na sala de aula.** 2ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SEPÚLVEDA, A.; DÍAZ-LEVICOY, D; JARA, D. Evaluación de la comprensión sobre Tablas Estadísticas en estudiantes de Educación Primaria. ***Bolema***, Rio Claro (SP), v. 32, n. 62, p. 869-886, dez, 2018.

SHARMA, S. Assessıng Students' Understandıng of Tables and Graphs: Implıcatıons for Teachıng and Research. **International Journal of Educational Research and Technology.** V.4, nº 4, p.51-70, December, 2013.

Ensinar o sistema de numeração decimal na Educação de Jovens e Adultos por meio da literatura de cordel

Teaching the decimal number system through Cordel Literature in Youth and Adult Education

Anildo Soares Flôr
SEMEC/Aral Moreira/MS e SED/MS
E-mail: anildo.flor@gmail.com

Edvonete Souza de Alencar
Universidade Federal da Grande Dourados
E-mail: edvonetealencar@ufgd.edu.br

Resumo
Este trabalho é um excerto de uma dissertação que realizou um estudo sobre as possibilidades do uso da literatura de cordel para o ensino do sistema de numeração decimal. Participaram do estudo dez estudantes matriculados na 1ª fase da Educação de Jovens e Adultos do ensino fundamental de uma escola da rede pública, localizada no interior do Mato Grosso do Sul. Assim, nosso objetivo foi compreender como a literatura de cordel pode contribuir para a aprendizagem significativa dos alunos da Educação de Jovens e Adultos dessa escola. A nossa questão norteadora foi: quais são as contribuições do uso da literatura de cordel para o ensino do sistema de numeração decimal na aprendizagem dos alunos em uma turma da 1ª fase da Educação de Jovens e Adultos? Para fundamentar esta investigação, tivemos como referência os autores que pesquisaram sobre a Educação de Jovens e Adultos e investigações que deram fundamento ao sistema de numeração decimal e à aprendizagem significativa. A metodologia que utilizamos foi o *Design Experiment*. Como instrumentos de pesquisa, foi proposta uma sequência de atividades com cordel e aplicado um teste diagnóstico antes e após o desenvolvimento da sequência didática. Neste trabalho, apresentamos um relato sobre as ações dos testes diagnósticos e focamos nossas reflexões em um bloco temático de atividades. Com o desenvolvimento da sequência didática, os resultados demonstraram que a literatura de cordel beneficia a relação do conteúdo de sistema de numeração com as ações do cotidiano e, por conseguinte, inferimos que a literatura de cordel proporciona uma compreensão do conteúdo.

Palavras-chave: Educação de Jovens e Adultos. Matemática. Literatura de Cordel. Sistema de Numeração Decimal.

Abstract
This article consists of an excerpt from a Master's thesis on the possibilities of using Cordel literature for teaching the decimal number system in a class of the first phase of Youth and Adult Education, aiming to understand how this genre can contribute to the meaningful learning of students. Based on the work of authors who dwelt on the themes of decimal number system and meaningful learn, this Design Experiment was conducted with ten students enrolled in the first phase of Youth and Adult Education from an Elementary School in the countryside of Mato Grosso do Sul. Data were collected by means of a diagnostic test applied before and after the development of the didactic sequence, enabling a detailed analysis of the results obtained in the interview, tests, and activities that integrated the study plan. The results show that the didactic material benefits the relationship between the numbering system content and everyday actions, suggesting that Cordel literature helps students understanding the topic.

Keywords: Youth and Adult Education. Math. Cordel Literature. Decimal Number System.

Introdução

A educação matemática de jovens e adultos, apesar de um pequeno crescimento das pesquisas na área, ainda tem sido pouco abordada nos grupos e debates de investigação. Segundo dados do IBGE (2019), ainda temos, no Brasil, 11 milhões de analfabetos. Considerando esse dado e a investigação de Fonseca (2012), podemos afirmar que esse é um dos segmentos que necessitam de incentivos tanto das políticas públicas do país quanto das organizações educacionais. Temos o documento de orientação curricular da Educação de Jovens e Adultos (EJA) que subsidia a elaboração de programas e projetos educacionais, sendo base para as redes estaduais, municipais e privadas elaborarem seus currículos adaptados às realidades locais e às especificidades regionais (BRASIL, 2001).

Considerando que o professor deve ter uma formação adequada para desempenhar ações que obtenham êxito em sala de aula, Fonseca (2012) afirma que a formação do professor do EJA tem três dimensões: i) o conhecimento da matemática, o que a autora chama de intimidade com o que se vai ensinar; ii) a percepção da sensibilidade para as especificidades da vida adulta; e iii) a consciência política.

A autora complementa o quanto é desafiador o trabalho com esse segmento de ensino, tendo em vista a sua especificidade e complexidade. Alerta, ainda, que há escassez de estudos teóricos que fundamentem o desenvolvimento e as aprendizagens dos adultos. Por esse motivo, a revisão teórica sobre o assunto se delimita aos documentos e legislações brasileiras e ao estudo de Fonseca (2012), o qual não nos aprofundaremos nesta comunicação. Em algumas de nossas análises, nos aportaremos a teóricos como Kamii (1992), apesar de não ser nosso teórico principal. Esse fato se justifica pela compreensão de como ocorre o desenvolvimento do sistema de numeração decimal.

Assim, esta comunicação apresenta dados parciais de uma dissertação de mestrado que buscou entender como a literatura de cordel pode contribuir para a aprendizagem significativa dos alunos da EJA de uma escola do interior do Mato Grosso do Sul. O delineamento deste estudo contribuiu para a elaboração de uma sequência didática para auxiliar professores que atuam na EJA, apresentando a literatura de cordel como um recurso para o ensino de matemática. Salientamos que nossa pretensão não foi elaborar um modelo fixo de ensino, mas sim demonstrar alternativas de trabalho que proporcionem a reflexão das possibilidades do uso da literatura de cordel para o ensino do sistema de numeração decimal.

Diante do exposto, a questão de pesquisa delineada nesta investigação foi: quais são as contribuições do uso da literatura de cordel para o ensino do sistema de numeração decimal na aprendizagem dos alunos em uma turma da 1ª fase da EJA?

Salientamos que a literatura de cordel foi escolhida como tema de pesquisa pela sua relação com os conhecimentos prévios dos alunos, pois eles já tiveram contato com esse tipo de produção.

A instituição selecionada para análise promove anualmente, no mês de maio, um evento de grande mobilização na educação do município, denominado de noite literária, que envolve exposição de vários tipos de produção. No ano de desenvolvimento da pesquisa, a literatura de cordel teve destaque.

Assim, nas próximas seções, apresentaremos nosso referencial teórico fundamentado em Ausubel, a metodologia *Design Experiments*, baseada nos estudos de Cobb et al. (2003), parte dos dados de análise e nossas considerações.

A Aprendizagem Significativa de David Ausubel

A opção pela Aprendizagem Significativa de Ausubel, para este estudo, deve-se ao fato de termos como instrumento uma sequência didática com o uso da literatura de cordel para o ensino do sistema de numeração decimal. Essa escolha se justifica também pelo nosso objetivo de identificar como essa literatura pode possibilitar uma aprendizagem significativa.

Ausubel focaliza, particularmente e sobretudo, a aprendizagem cognitiva. Para ele, a estrutura cognitiva é o conteúdo total e organiza as ideias de um sujeito, ou seja, tudo aquilo que o indivíduo aprendeu: a soma de informações, ideias, conceitos, proposições. Todas essas informações são organizadas na chamada estrutura cognitiva.

De acordo com Moreira (2014, p. 152),

> Ausubel é um representante do cognitivismo e, como tal, propõe uma explicação do processo de aprendizagem, segundo o ponto de vista cognitivista, embora reconheça a importância da experiência afetiva. Para ele, aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva. Como outros teóricos do cognitivismo, ele se baseia na premissa de que existe uma estrutura na qual essa organização e integração se processam. E a estrutura cognitiva, entendida como o conteúdo total de ideias de um certo indivíduo e sua organização; ou, conteúdo e organização de suas ideias em uma área particular de conhecimentos. É o complexo resultante dos processos cognitivos, ou seja, dos processos por meio dos quais se adquire e utiliza o conhecimento.

Sendo assim, há uma organização preexistente, mas também uma ordenação em que várias ideias se entrelaçam, se inserindo conforme a relação estabelecida entre elas, as quais apresentam propriedades bem específicas. O sistema cognitivo apoia e reorganiza novos conceitos e ideias que uma pessoa vai progressivamente internalizando e aprendendo.

De acordo com a teoria de Ausubel, segundo Moreira (2014), ao chegar no período escolar, todo ser humano traz consigo um conhecimento prévio construído ao longo de sua vida. Ao chegar na escola, esses aprendizados devem ser considerados para que, a partir deles, o indivíduo possa construir novos conhecimentos. Assim, os estudos dirigidos em idade escolar ampliam esse conhecimento, alcançando, assim, os pressupostos importantes da teoria da aprendizagem significativa que são ampliação e reconfiguração da aprendizagem.

De acordo com Moreira (2014, p. 153):

> O conceito central da teoria de Ausubel é o de aprendizagem significativa. Para Ausubel, aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação da nova informação com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como conceito subsunçor, ou simplesmente subsunçor, existente na estrutura cognitiva do indivíduo. A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação se ancora em conceitos ou proposições relevantes, preexistente na estrutura cognitiva do aprendiz.

Os subsunçores são os conhecimentos que o estudante já tem em sua estrutura cognitiva. Eles servem de ponte para que, com a intervenção de outras pessoas, os aprendentes possam construir novos conhecimentos.

O termo subsunçor é utilizado por Moreira (2014) para designar as informações que cada um tem, sendo o meio utilizado para incluir uma nova informação na estrutura cognitiva do aprendente. Desse modo, acontece uma aprendizagem significativa quando essas novas ideias se relacionam de uma forma substantiva e não arbitrária com as ideias já existentes, ou seja, o aluno tem um pensamento que já existe na estrutura cognitiva e uma nova informação que pode se relacionar com essa ideia preexistente, esse é o conceito subsunçor. Logo, não é uma aprendizagem de forma mecânica, pois uma vez aprendido determinado conteúdo, o aprendente vai conseguir explicá-lo com suas próprias palavras, ou seja, a pessoa aprendeu determinada informação e a partir desse processo ocorre uma aprendizagem significativa. Assim, o sujeito conseguirá explicar esse conceito e essa nova informação com as suas próprias palavras.

Caminhos da pesquisa

Com a proposição de estudar a aprendizagem do conteúdo do sistema de numeração decimal na Educação de Jovens e Adultos, foi adotado o *Design Experiments* como metodologia.

Com o objetivo de compreender as definições referente à metodologia *Design Experiment* e ter um maior conhecimento, buscamos apoio nos estudos realizados por Coob et al. (2003) e Costa e Poloni (2011).

Design of Experiments[1], expressão em inglês que destaca a linha de conhecimento, ou seja, um grupo de instrumentos e/ou levantamentos para esboçar uma vivência em que se possa reunir o maior número de elementos imagináveis acerca de um procedimento, empregando o mínimo de recursos e de tempo.

> Esse tipo de metodologia de pesquisa foi trazido especificamente para a Educação Matemática, porque as formas características de desenvolver investigações e os modelos de outras áreas, tais como a Filosofia e a Psicologia, nem sempre se mostraram adequados, uma vez que não foram criados para analisar especificamente o conhecimento matemático, porém eram usados também para esse fim. Modelos que se propusessem a análise do desenvolvimento do pensamento matemático tornaram-se necessários para que se considerasse o progresso dos sujeitos envolvidos na pesquisa (COSTA; POLONI, 2011, p. 2).

Design Experiments é uma metodologia que tem como propósito analisar processos de aprendizagem de um determinado domínio particular. No entanto, não é uma simples coleção de atividades voltada para o desenvolvimento da aprendizagem de um determinado domínio, não se limitando, assim, a uma sequência de atividades. Essa metodologia é considerada uma ecologia de aprendizagem, pois apresenta um sistema complexo e interativo que envolve diversos elementos e ocupa variados tipos e níveis. Isso acontece devido ao modo como se desenvolve a modelagem de seus elementos e a maneira como os elementos se articulam para dar sustentação à aprendizagem.

A proposta desta pesquisa foi criar uma sequência didática para ser utilizada no desenvolvimento do ensino e aprendizagem de alunos jovens e adultos. Utilizamos a literatura de cordel como meio para trabalhar com o sistema de numeração decimal, no qual o pesquisador realizou algumas sessões de ensino com um número reduzido de alunos.

---

[1] Projeto de experiências.

Ainda, é importante destacar que possuímos autorização seguindo as normas de pesquisa do Comitê de Ética da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS), regido pela Plataforma Brasil, sob o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE): 06785318.7.0000.8030 e o termo de número 3.246.000, aprovado em 05 de abril de 2019.

Assim, as etapas desenvolvidas foram: 1) questionário inicial, 2) pré-teste, 3) desenvolvimento da unidade 1, 4) desenvolvimento da unidade 2, 5) desenvolvimento da unidade 3 e 6) pós-teste. Todas as etapas foram pensadas e criadas tendo como base o que foi desenvolvido nos encontros.

Com o propósito de responder à questão de pesquisa, submetemos os estudantes a um questionário inicial e realização de um pré-teste. Com os dados obtidos, planejamos atividades matemáticas envolvendo a literatura de cordel. Conforme íamos elaborando a sequência didática, as atividades eram desenvolvidas durante as aulas com a turma, característica inerente ao *Design Experiment*, que elabora as atividades e ações de acordo com o andamento da turma. Após o término, foi aplicado um pós-teste para identificar o desenvolvimento dos estudantes quanto ao conteúdo do sistema de numeração decimal.

Nesse sentido, o questionário trouxe elementos do cotidiano dos estudantes para a pesquisa, como: local em que vivem, quantidade de pessoas da família, renda familiar, idade, sexo, percurso entre a residência e escola, atividade econômica desenvolvida, entre outras informações que serviram como base para dar início ao nosso estudo.

Para identificar os conhecimentos prévios já adquiridos por esses estudantes em relação ao ensino do sistema de numeração, optamos por realizar um teste diagnóstico contendo 10 questões. O teste nos possibilitou identificar os conhecimentos já adquiridos em relação ao sistema de numeração decimal, como: quantidade, ordem, contagem, valores, reconhecimento dos números, maior e menos. Ainda, é necessário relatar que o teste diagnóstico inicial foi elaborado com base nas avaliações do SAEMI (Sistema de Avaliação Educacional Municipal do Ipojuca), dos anos de 2014, 2015, 2016 e 2017 (IPOJUCA, 2014). Esse teste inicial forneceu dados quanto aos conhecimentos já adquiridos por cada estudante. Com a análise desse teste inicial, foi possível elaborar a sequência didática de acordo com os conhecimentos revelados pela turma.

Os trabalhos foram registrados em diário de campo onde foram feitos os apontamentos das informações e das tarefas junto aos estudantes no transcorrer da realização das aulas. As anotações são referentes a: diálogos ocorridos entre professor e alunos, orientações e questionamentos da turma. A partir dessas anotações, foi possível elaborar e traçar os encaminhamentos para o desenvolvimento da sequência didática.

Cabe ressaltar que a pesquisa foi realizada em uma turma da 1ª fase da Educação de Jovens e Adultos de uma unidade escolar da rede municipal, no interior do Mato Grosso do Sul. Considera-se que a 1ª fase da EJA do ensino fundamental é composta por estudantes jovens e adultos que não tiveram acesso ao ensino na idade certa e que não possuem domínio da leitura e da escrita. Nesse caso, a turma é destinada à alfabetização linguística e matemática.

Os encontros aconteceram no período de agosto a outubro do ano de 2019, no período noturno. A turma era formada por dez alunos devidamente matriculados, os quais participaram da pesquisa realizada. Após a realização do teste diagnóstico, as atividades foram elaboradas de acordo com o desenvolvimento da turma.

Quanto à realização do teste diagnóstico, considerando que os alunos dessa turma ainda não têm o domínio da leitura, o professor foi leitor das questões para que os alunos marcassem a alternativa considerada correta. Durante esse processo, houve uma grande interação entre a turma e professor, visto que os alunos fizeram diversos questionamentos para esclarecer dúvidas sobre cada questão.

Todos os estudantes participaram com muito entusiasmo desse momento da pesquisa, demonstrando bastante interesse, porém observamos que alguns deles tiveram desafios e não conseguiram desenvolver o teste corretamente.

Dessa maneira, após o desenvolvimento do conteúdo da sequência didática, foi reaplicada a avaliação diagnóstica com o objetivo de verificar a evolução dos estudantes quanto à aprendizagem do sistema de numeração decimal.

A sequência didática foi formada por três unidades. Cada unidade foi organizada por blocos e possui uma literatura de cordel e atividades para o ensino do sistema de numeração. Apesar de apresentarmos, nesta comunicação, somente a temática “formar números e identificá-los”, é importante que os leitores deste trabalho conheçam a amplitude da investigação. Por isso, no quadro 1, apresentamos as demais unidades, blocos e temáticas.

Quadro 1: Unidades e blocos da sequência didática

	Unidade 1		**Unidade 2**		**Unidade 3**	
Bloco	**Atividade**	**Temática**	**Atividade**	**Temática**	**Atividade**	**Temática**
1	1;4	Formação de sequência de +1	1; 3; 5;7	Reconhecimento de números	1;8; ,10	Formar números e identificá-los
2	2;5	Identificação de ordem crescente e decrescente.	2; 6;10	Identificação de intervalos na reta numérica	2; 6;7	Identificação de números na reta numérica
3	3	Formação de sequência +2	4;8	Formação de grupos	3;9	Reconhecer antecessor e sucessor
4	6	Identificação de numerais	9; 11; 12;13	Conceito de adição e subtração	4;5	Identificar intervalos na reta numérica

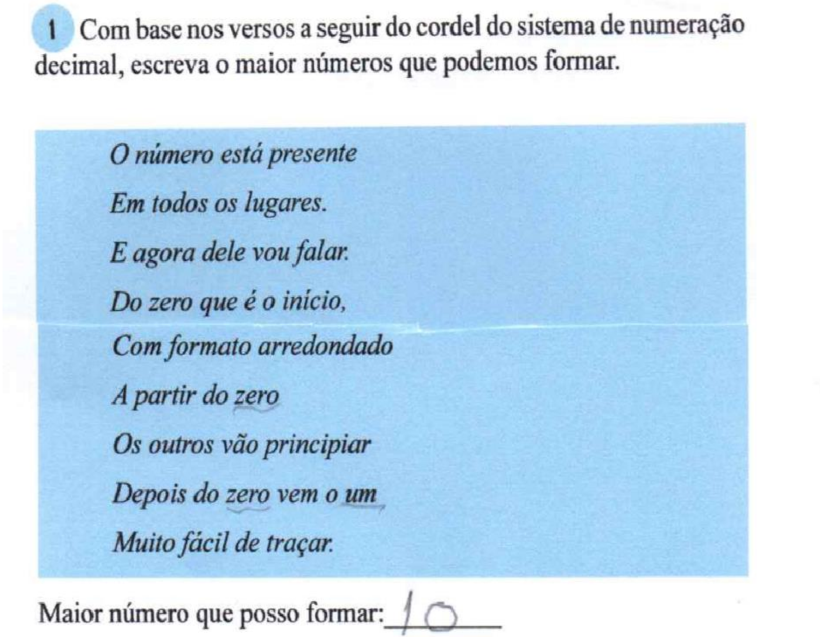
Fonte: Autoria própria

Neste trabalho, devido ao pouco espaço para a extensão dos dados, nos atemos a apresentar as análises da unidade 3, bloco 1, que correspondem às atividades 1, 8 e 10, que serão discutidas na próxima seção.

Afinal, como ensinar o sistema de numeração por meio da literatura de cordel?

Analisaremos a unidade 3, bloco 1, constituída pelas atividades 1, 8 e 10, que tem por objetivo potencializar a reflexão sobre a formação dos números. A figura 1 apresenta a primeira atividade contendo a resposta do aluno AR, com um trecho do cordel apresentado na unidade 3. A atividade solicita que se forme o maior número utilizando os números 0 e 1, como podemos ver a seguir:

Figura 1: Atividade aluno AR


1 Com base nos versos a seguir do cordel do sistema de numeração decimal, escreva o maior números que podemos formar.

O número está presente
Em todos os lugares.
E agora dele vou falar.
Do zero que é o início,
Com formato arredondado
A partir do zero
Os outros vão principiar
Depois do zero vem o um
Muito fácil de traçar.

Maior número que posso formar: 10

Fonte: Elaboração do autor

A análise da atividade realizada pelo aluno AR, apresentada na figura anterior, nos faz inferir que o educando começa a estabelecer relações sobre o conceito dos números naturais. Ele mostra um conhecimento sobre os números que conhece no dia a dia, pois os números 0, 1 e 10 são convencionalmente utilizados na sociedade. Tais conhecimentos sociais dos números auxiliam no reconhecimento, leitura e quantificação. Evidencia-se, assim, um dos objetivos propostos para o ensino e aprendizagem desse conteúdo para a EJA: “[…] reconhecer, ler, escrever, comparar e ordenar números naturais" (BRASIL, 2001, p. 132).

Consideramos, ainda, que a proposta do uso do cordel para a apresentação da atividade pode permitir uma melhor compreensão do aluno, esse fato nos faz refletir sobre as possibilidades de uma aprendizagem significativa de Ausubel, quando o cordel pode estabelecer relações com os conhecimentos prévios dos estudantes.

A finalidade da atividade 08 é despertar no estudante os princípios do conhecimento matemático como meio de entender o universo a sua volta, mostrando que os termos “dúzia” e “meia dúzia” são unidades de medida que, no passado, eram muito empregadas como forma de quantificar objetos.

Figura 2: Atividade aluno EF

8 Leia com atenção os versos do cordel a seguir:

O seis e outro número,
Que veio para ajudar
O seis também é meia dúzia
Outra formar de contar
E para saber de numeração
É preciso praticar.

Os versos do cordel afirmam que o seis é meia dúzia, que se trata de uma forma de contar utilizada pelo homem.

Neste sentido, se 6 é meia dúzia, qual é a quantidade que indica uma dúzia? 12

Fonte: Elaboração do autor

Diante da figura 2, que expõe a atividade 08, realizada pelo aluno EF, é possível inferir que o estudante desenvolveu a questão de acordo com a proposta apresentada, mostrando um conhecimento relacionado às unidades de medida – dúzia e meia dúzia. Esse conhecimento pode estar relacionado às ações de compra e venda realizadas no seu cotidiano. Assim, o estudante atingiu o resultado esperado para a questão. Ao falarmos em dúzia e meia dúzia, é necessário destacar que essas unidades de medida ainda estão presentes no cotidiano de muitos jovens e adultos, sendo assim, esse aluno já tinha um conhecimento adquirido em situações de sua vivência. Por isso, ele provavelmente desenvolveu uma aprendizagem significativa. Moreira (2014) afirma que é necessário o aluno ter conhecimentos prévios sobre o tema a ser trabalhado para que aconteça uma aprendizagem significativa.

Ao analisar a atividade 10, verifica-se que ela tem como objetivo proporcionar reflexões aos alunos para que eles comparem os números, com a finalidade de identificar números maiores ou menores em relação aos demais valores presentes no quadro.

Figura 3: Unidade 03 – Atividade aluno MM

10 Como podemos notar, nos versos do cordel, os números estão presentes em todos os lugares, e na escola é utilizado para atribuir notas aos alunos, como forma de avaliar o rendimento de cada um.

Com o número nove
Não é diferente
O queridinho dos professores
Mas para consegui-lo
É preciso memorizar
Estudar com dedicação
E a numeração processar.

Observe a tabela composta pelas notas de alguns alunos e complete as questões:

	História	Matemática	Geografia	Português
Aluno 1	6	8	9	7
Aluno 2	8	10	8	6
Aluno 3	9	10	7	5
Aluno 4	10	9	5	8
Aluno 5	7	5	6	9
Aluno 6	3	3	4	7
Aluno 7	5	7	10	4
Aluno 8	4	4	8	9
Aluno 9	10	6	9	10
Aluno 10	8	6	7	9

Fonte: Elaboração do autor

Figura 4: Resposta Atividade aluno MM

a) Aluno com maior nota em Português:
ALUNO 10

b) Aluno com a nota menor em História:
ALUNO 3

c) Alunos com maior nota em Matemática:
ALUNOS 2 E 3

d) Alunos com as mesmas notas em Geografia:
ALUNOS 3 E 10 – 2 E 8 – 1 E 9

e) Nota do aluno 5 em Matemática:
NOTA 5

f) Aluno com a menor nota:
ALUNO 6

g) Nota do aluno 8 em Geografia:
NOTA 8

Fonte: Elaboração do autor

Considerando a atividade realizada pelo aluno MM, figura 4, concluímos que esse estudante conseguiu desenvolver uma comparação entre as notas dos alunos expostas no quadro. Inferimos, assim, que ele já tem um conhecimento do sistema de numeração decimal e que é capaz de identificar os números maiores e menores, fazendo uma relação entre os valores. Dessa maneira, o aluno apropria-se de um dos objetivos propostos pelo MEC, de acordo com a Proposta Curricular para a EJA (BRASIL, 2011, p. 133) que diz ser fundamental "observar critérios que definem uma classificação de números (maior que, menor que, terminados em, estar entre [...]".

Além disso, identificou-se que para conhecer um número menor, é necessário que ao menos seja subtraída uma unidade anterior, estabelecendo uma ordem e uma sequência entre os números e colocando-os numa hierarquia. De acordo com Kamii (1992), a inclusão hierárquica é um dos conhecimentos necessários para a compreensão do sistema de numeração decimal.

Consideramos, ainda, que o cordel potencializa a relação do uso dos numerais em contextos escolares e que ele permite a relação com os conhecimentos prévios dos alunos, segundo estudos de Moreira (2014).

Algumas considerações

Sabemos que este trabalho é relevante, considerando que há uma carência de pesquisas na área da educação que estude o ensino da matemática utilizando de contextos diversificados, como o da literatura de cordel na EJA.

Assim, ao retomarmos nossa questão de pesquisa: quais são as contribuições do uso da literatura de cordel para o ensino do sistema de numeração decimal na aprendizagem dos alunos em uma turma da 1ª fase da EJA? Podemos notar que durante o período de desenvolvimento da sequência didática, verificamos a motivação e o entusiasmo dos alunos em relação à abordagem com o uso da literatura de cordel para o desenvolvimento das atividades. Os estudantes mostraram-se empolgados com a rima do cordel e com a ideia de que esse tipo de texto poderia estabelecer conexões com a matemática e as ações do cotidiano.

Com relação à incorporação da literatura de cordel como uma proposta para o ensino do sistema de numeração decimal, acreditamos que os resultados foram positivos, pois as atividades envolveram reflexões sobre os números e sobre como eles estavam presentes no dia a dia dos alunos jovens e adultos, isso permitiu-nos refletir sobre a aprendizagem significativa de Ausubel, segundo os estudos de Moreira (2014). Consideramos, assim, que a literatura de cordel é um possível recurso a ser utilizado na introdução de estudos de conteúdos matemáticos, pois promove maior interesse na aprendizagem.

Diante disso, acreditamos que a literatura de cordel pode ser um recurso potencializador na formação dos estudantes jovens e adultos, bem como na colaboração para a integração desses estudantes na comunidade escolar.

Agradecimentos

Agradecimento ao Programa Institucional de Bolsa de Extensão (PIBEX) da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS) pelo financiamento do projeto de pesquisa, tornando possível a produção deste trabalho, nos proporcionado a possibilidade para a busca de meios e processos de produção, inovação e transferência de conhecimentos, permitindo melhorar o acesso ao saber.

Referências

BRASIL. MEC. **Educação para jovens e adultos**: ensino fundamental: proposta curricular – 1º segmento. Brasília, DF: MEC, 2001.

COOB, P. et al. Design experiments in educational research. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, v. 32, n. 1, p. 9-13, 2003. Doi: 10.3102/0013189X032001009.

COSTA, N. M. L.; POLONI, M. Y. Design based research: uma metodologia para pesquisa em formação de professores que ensinam matemática. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais** […]. Recife: Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2011. p. 1-10.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação matemática de jovens e adultos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

IBGE. Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios**, IBGE, Brasília, DF, 2019.

IPOJUCA. Secretaria Municipal de Educação do Ipojuca. **SAEMI 2014** – Sistema de Avaliação Educacional Municipal do Ipojuca. Ipojuca: Prefeitura do Ipojuca, 2014.

KAMII, C. **A criança e o número**: implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. Campinas: Papirus, 1992.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 2014.

O Sentido da Representação Fracionária para Alunos dos AnosInicias: um estudo no contexto da pandemia

The meaning of the fractional representation for the students of elementaryyears: a study in the pandemic context

Sueli Fanizzi
Universidade Federal de Mato Grosso
suelifanizzi@gmail.com

Vanessa Lacerda Tarouco
Secretaria Municipal de Educação de Cuiabá – MT
vanessaltarouco@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta parte dos resultados de uma pesquisa acadêmica[1] e corresponde à análise das construções elaboradas por uma aluna do 4º ano do ensino fundamental, sobre a representação e a consequente compreensão de número fracionário. O estudo focalizou a negociação de significados, estabelecida na interação entre a aluna e a pesquisadora, durante o atendimento de apoio matemático, oferecido a ela, na modalidade a distância. O objetivo central da pesquisa foi responder à pergunta: que aspectos das aulas de Matemática precisam ser compreendidos pelos professores dos anos iniciais do ensino fundamental de modo que ele promova um ambiente interativo em sala de aula e propício à aprendizagem de seus alunos? Para a discussão do tema, nos referenciamos a autores das áreas da Educação Matemática e da Linguagem, como Bakhtin (2014), Gómez- Granell (1997), Morais e Serrazina (2018) e Pérez (1994). O estudo ocorreu no contexto das aulas *online* de apoio pedagógico de Matemática, pelo aplicativo WhatsApp. Conclui-se que o ensino da Matemática, na escola, pressupõe a apresentação da linguagem formal da área, com o indispensável apoio da linguagem natural e outras estratégias de representação, de modo que os alunos construam e ofereçam sentido ao conhecimento matemático, por meio de atividades de natureza investigativa e da criação de discursos compartilhados, aspectos a serem considerados pelo professor na docência.

Palavras-chave: aulas *online*; ensino de frações; apoio pedagógico; comunicação; interação.

Abstract

This work presents partial results of an academic research and corresponds with the analyses of an elaborate composition made by a 4° grade elementary school student, about the representation and consequent comprehension of the fractional number. This study focused in the negotiation of meanings, established in the interaction between the student and the researcher, over the attendance of mathematical support offered to the student by remote learning. The main objective of this research was to answer what aspects from the mathematic lessons must be comprehended by the teachers of the initial years of the elementary school, to promote an interactive ambience in the classroom that is conducive for the students to learn. To discuss this theme, we referred to authors from the mathematical and language educational field such as Bakhtin (2014), Marcuschi (1998), Goméz-Granell (1997), Morais e Serrazina (2018) and Pérez (1994). The study happened in the context of online teaching of pedagogical mathematical support using WhatsApp app. This study concludes that the teaching of mathematics in schools presupposes the presentation of the formal

[1] Cadastrada na Pró-Reitoria de Pesquisa da Universidade, a pesquisa intitulada “A interação nas aulas de Matemática: da negociação de significados à construção de conhecimentos”, foi desenvolvida de fevereirode 2019 a dezembro de 2020, com atividades de campo na modalidade presencial, em 2019, e na modalidade a distância, em 2020.

language field with the indispensable support of the natural language and other representational strategies, so that the students construct and offer meaning to the mathematical knowledge by means of investigative nature and the creation of shared speeches, aspects to be considered by the teacher in teaching.

Keywords: online teaching; fraction teaching; pedagogical support; communication; interaction.

Introdução

Neste artigo, apresentaremos reflexões suscitadas a partir das análises conclusivas da pesquisa intitulada *A interação nas aulas de Matemática: da negociação de significados à construção de conhecimentos*, realizada entre fevereiro de 2019 e dezembro de 2020, conduzida pelos integrantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática dos Anos Iniciais (GRUPEMAI), da Universidade Federal do Mato Grosso (UFMT).

O objetivo geral da pesquisa foi o de estudar as interações nas aulas de Matemática, a fim de compreender seus aspectos constitutivos. Ainda, como desdobramentos, inseriram-se objetivos específicos, como: identificar e compreender as dimensões formal, social e escolar do conhecimento matemático, presentes na sala de aula; analisar as potencialidades das dinâmicas de interação, para a aprendizagem; e analisar o processo de negociação de significados em um ambiente de fluidez linguística. Para alcançar os objetivos, buscou-se a inserção dos pesquisadores em duas escolas da Rede Municipal de Ensino de Cuiabá, mais especificamente nas salas de apoio pedagógico. Neste artigo, será apresentada parte das análises produzidas na segunda escola participante, onde o trabalho de campo foi integralmente desenvolvido por meio de aulas *online*, frente às medidas emergenciais de isolamento social e o consequente fechamento das escolas, vivenciados no ano de 2020.

As salas de apoio pedagógico fazem parte de um projeto da Secretaria Municipal de Educação, de Cuiabá, no qual as escolas oferecem aulas extras de Língua Portuguesa e Matemática aos alunos que manifestem, logo no início do ano letivo, defasagem na aprendizagem dessas duas áreas. A oferta dessas aulas ocorre no contra turno às aulas regulares. Por serem salas que atendem um número limitado de crianças e que fazem parte de um projeto específico, cujo trabalho pedagógico é direcionado para a superação das dificuldades apresentadas pelos alunos, considerou-se que, para esta pesquisa, o ambiente da sala de apoio pedagógico seria propício no sentido de desvelar os elementos que constituem a interação nas aulas de Matemática, além de identificar como as interações se engendram no processo de construção do conhecimento matemático.

Devido ao contexto da pandemia de COVID-19 e das emergenciais adaptações realizadas pelas redes de ensino de todo o planeta, para impedir que a escola "parasse", a Secretaria Municipal de Educação de Cuiabá priorizou a organização do ensino regular e, nesse sentido, o projeto das salas de apoio pedagógico não foi oficialmente implementado no ano de 2020.

Frente a essa decisão da Secretaria Municipal de Educação de Cuiabá, propusemos, à segunda escola participante da pesquisa, uma possível alternativa de atendimento daqueles alunos que já haviam sido diagnosticados com dificuldades na área de Matemática, no período de sondagem, em fevereiro, primeiro e único mês de aula ainda presencial, no ano de 2020.

Em acordo com a direção e a coordenação pedagógica da escola, decidiu-se que as aulas do apoio pedagógico de Matemática seriam ministradas pela equipe de pesquisadores, a alunos do 4º ano, por meio de aulas *online*, com o apoio das tecnologias digitais. E dessa forma ocorreram os 13 encontros consecutivos com os 12 alunos participantes, atendidos individualmente, por chamadas de áudio, chamadas de vídeo ou troca de vídeos, fotografias e mensagens de texto, no uso do aplicativo WhatsApp.

A pergunta central, que norteou a pesquisa, foi: que aspectos das aulas de Matemática precisam ser compreendidos pelos professores dos anos iniciais do ensino fundamental de modo que ele promova um ambiente interativo em sala de aula e propícioà aprendizagem de seus alunos? A equipe de pesquisadores considerou pertinente a adaptação do desenvolvimento das atividades para o meio digital, o que não a impediria de encontrar respostas à pergunta de pesquisa.

Para este artigo, foram selecionadas as interações com uma das alunas, que participou assiduamente dos encontros. Os excertos dos processos interativos escolhidos referem-se ao tema dos números fracionários, pelo fato de esse objeto do conhecimento se tratar de um novo conjunto numérico, na aprendizagem dos alunos dos anos iniciais e, consequentemente, exigir, do aprendiz, elaborações matemáticas diferentes daquelas com as quais já estava habituado. Veremos, mais adiante, que a lógica dos números naturais continua válida no contato com os números racionais, o que pode causar certos *ruídos* na aprendizagem.

Acreditamos que as possibilidades de reflexão dependem, em grande parte, de uma interação que propicie, ao aluno, comunicar suas estratégias e compartilhar suas ideias com as de outros colegas e do professor, para estabelecer consensos e atribuir significado à linguagem matemática.

Nesse sentido, antes da leitura dos dados e das análises, faz-se necessária uma discussão teórica que ofereça base para compreendermos como a linguagem e os processos de comunicação e interação integram a construção de conhecimentos matemáticos em aulas de Matemática. Para tal, nosso principal referencial teórico foi Bakhtin (2014), com seus estudos sobre linguagem e relações interativas, e autores que buscam analisar a comunicação e a interação nas aulas de Matemática, bem como a complementaridade entre linguagem matemática e linguagem natural no ambiente escolar, como Fanizzi (2008), Gomez- Granell (1997) e Nesher (2000). Ademais, são mencionados estudos que abordam a transição entre os números naturais e os números racionais, como os de Cavalcanti e Guimarães (2008), Morais e Serrazina (2018), Pérez (1997) e Sá (2017), que demonstram o quanto os alunos transferem, para a aprendizagem das frações e dos números decimais, a lógica do conjunto dos números naturais, o que provoca incompreensões de natureza epistemológica.

Referencial teórico

Para realizarmos uma discussão acerca da relação entre os processos de comunicação e interação nas aulas de Matemática e a aprendizagem, faz-se necessário, primeiramente, destacar nossa concepção de linguagem, uma vez que é esse o veículo dos atos de fala na sala de aula, seja ela presencial ou virtual.

Compreendemos linguagem como a capacidade mais completa do ser humano, pois é por meio dela que cada um constrói seus conhecimentos de mundo e nele pode se expressar. De acordo com Bakhtin (2014) e seus seguidores, o dialogismo é o princípio básico de realização da linguagem. Para o autor, é impossível conceber um ato de linguagem sem a parceria entre locutor e interlocutor e sem a interação de discursos.

O dialogismo refere-se aos discursos, isto é, à possibilidade de expressar-se dos interlocutores inseridos em um determinado contexto sócio histórico e, dessa forma, evidencia representações individuais e ideologias construídas coletivamente. Ao se expressar, por exemplo, em uma aula de Matemática, o aluno revela não somente o que já sabe ou não acerca do conhecimento matemático, como também suas crenças de Matemática, de ensino e, consequentemente, de professor de Matemática.

Segundo Fanizzi (2008), nos princípios bakhtinianos, a expressão dos atos de linguagem apresenta dois aspectos: o conteúdo e sua objetivação exterior.

> O conteúdo interno, constituído externamente, ou seja, a partir das relações estabelecidas com o outro, em tempo e espaço definidos, é revestido de uma objetivação que retorna para o externo, dirigindo-se a um interlocutor determinado. Assim, qualquer enunciação ou produção expressa oralmente percorre uma via que parte do falante para o ouvinte, com um fim próprio (FANIZZI, 2008, P. 47 e 48).

A atividade mental do indivíduo é composta não somente pelo conteúdo a ser transmitido, mas também pela necessidade e o objetivo de se expressar.

Na sala de aula, o aluno, amparado em seus conhecimentos prévios e significações sobre o mundo que o cerca, entra em contato com um novo conceito, inserido em um processo de interação que envolve o professor e os colegas. A etapa inicial do desenvolvimento de sua atividade mental e de seus atos de fala será marcada por certo egocentrismo, em defesa dos conhecimentos e das ideias que já dispõe acerca do assunto a ser estudado e do contexto do qual faz parte, que, em geral, considera o professor uma autoridade. Essa atividade mental, segundo Bakhtin (2014), é temporária e normalmente caracterizada por uma "confusão" do pensamento. No decorrer do processo interativo, a atividade mental do eu do aluno será substituída pela atividade mental constituída em interação com o professor e os colegas. Isso não significa que, ao final de uma aula em que seja oferecida, a um grupo de alunos, a oportunidade de interagirem, todos a finalizem com o mesmo pensamento ou desenvolvimento cognitivo. Bakhtin (2014), possivelmente, afirmaria que, ao final de uma aula com tais características, nenhum eu seria o eu inicial, ou seja, cada um, no processo de interação e de negociação de significados, se transformaria em um novo eu, resultante de uma produção coletiva, compondo assim, o eu coletivo. No caso dos diálogos em análise neste estudo, em que houve interação *online* entre uma aluna e a pesquisadora, o eu coletivo corresponderá ao resultado da negociação e construção de significados entre dois sujeitos e não entre alunos ou membros de uma coletividade.

Como este artigo tem como foco o diálogo entre professor e aluno na introdução às frações, vale destacar que, ao adentrarem no "mundo" dos números racionais, no 4º ano, os alunos se amparam nos conhecimentos construídos sobre os números naturais e é a partir desses conhecimentos que passam a compor o processo de negociação de significados na aprendizagem do novo objeto matemático a ser desvendado, sendo o professor sempre uma autoridade no domínio dos saberes. Cabe-nos, assim, uma breve reflexão sobre os desafios normalmente encontrados nessa transição entre ambos os conjuntos numéricos: inteiros (no caso dos alunos do 4º ano, consideremos o conjunto dos números naturais) e racionais.

Em seu estudo sobre a passagem entre os números naturais e os números racionais, a partir da análise de livros didáticos, Sá (2017, p. 8) destaca:

> Acreditamos que, tendo em vista as características peculiares dos números racionais em relação aos números naturais e inteiros, a apresentação dos conjuntos numéricos sofre uma mudança brusca, pelo fato de que tanto os números naturais quanto os inteiros podem ser escritos explicitando-se seus elementos (os sucessores são conhecidos), o que não ocorre no caso dos racionais (um conjunto denso). Essa mudança pode ser, ao nosso ver, uma importante causa para dificuldades cognitivas no processo de compreensão desse conteúdo.

Cavalcanti e Guimarães (2008), referindo-se especificamente ao ensino de frações, afirmam que quanto maior for a gama de situações-problema oferecidas aos alunos, envolvendo os variados significados de fração, amplia-se a compreensão sobre a diferença de sentidos, funções e representações entre os números naturais e os números racionais. Dessa forma, cabe ao professor, o conhecimento desses grupos de problemas e seus significados e a promoção de um ambiente interativo, em sala de aula, em que os alunos possam discuti-los.

Para unir e consolidar os comentários de Sá (2017) e Cavalcanti e Guimarães (2008), Morais e Serrazina (2018, p. 632), citando outros estudos, destacam:

> É natural que os alunos comecem por estender os seus conhecimentos, associados aos números inteiros, para lidar com números pertencentes a um conjunto numérico até então desconhecido. O seu entendimento de número transforma-se e amplia-se à medida que se confrontam com novas questões, provocadas pelo novo conjunto numérico (SWAN, 2001). Assumimos neste estudo a perspectiva de que o desenvolvimento da compreensão de número racional ocorre na continuidade do desenvolvimento da compreensão de número inteiro, através do reconhecimento das características que se mantêm e das que se alteram entre os dois conjuntos numéricos (SIEGLER; THOMPSON; SCHNEIDER, 2011).

Na aprendizagem das frações, o diálogo entre alunos e professor torna-se fundamental, de modo que o confronto salutar entre as características dos dois conjuntos numéricos seja exposto, analisado coletivamente e superado. Para isso, o ensino da notação fracionária não pode ser antecipado de forma impositiva, uma vez que a linguagem matemática, com suas simbologias e representações, será consequência, do processo interativo, no qual os conhecimentos prévios dos alunos, veiculados pela linguagem natural e atrelados ao conjunto dos números naturais, ainda prevalecem.

Na Matemática escolar, segundo Gómez-Granell (1997), há uma composição entre a linguagem formal e a linguagem natural, constituindo, assim, a linguagemmatemática escolar. A autora menciona duas dimensões da linguagem matemática escolar – a dimensão sintática e a dimensão semântica – e crê em uma integração entre essas duas tendências para a concretização do processo de ensino e aprendizagem da área.

Nesher (2000, p. 119), citando um pequeno trecho dos *standards*, elaborados pelo NCTM – National Council of Teachers of Mathematics, de 1991, comenta que nos documentos é mencionada a hipótese de que "enquanto os estudantes comunicam suas ideias, eles aprendem a clarificar, refinar e consolidar seu pensamento". A autora, para explicar as enunciações nas aulas de Matemática, propõe uma classificação dos discursos, fazendo uma distinção entre falar matematicamente e falar de Matemática.

> Ao usar o termo falar matematicamente me refiro a usar livremente ideias matemáticas, como função, igualdade ou proporção, manipulá-las de acordo com a sintaxe da linguagem matemática e ser capaz de aplicá-las em vários contextos. [...] Ao falar de Matemática levamos a cabo outra ação. Usamos a linguagem natural como metalinguagem para expressar todo tipo de pensamento acerca da Matemática. (NESHER, 2000, p. 119-120, tradução nossa.)

Considerando o processo de ensino e aprendizagem da Matemática nos anos iniciais – segmento do ensino que é foco deste estudo –, falar de Matemática é o principal meio de o professor compreender como seu aluno pensa. Nos primeiros anos de escolaridade, os alunos se encontram no processo inicial de compreensão dos aspectos sintáticos da linguagem matemática, e o uso da língua materna, para a comunicação de ideias matemáticas, ainda está muito presente. Apresentar oralmente o pensamento contribui para a compreensão dos conceitos matemáticos, além de desenvolver a capacidade de argumentação.

As enunciações entre a aluna e a pesquisadora, expostas a seguir, serão analisadasa partir dos estudos e ideias apresentadas, de modo que o leitor identifique a importância do papel da interação nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, mais especificamente, de frações e reconheça o diálogo e a possibilidade de expressão como sólidos recursos para os alunos avançarem no desvelamento das diferenças entre os conjuntos dos números naturais e dos números racionais e, consequentemente, na compreensão dos conceitos matemáticos.

Percurso metodológico

O percurso metodológico deste estudo se desenvolveu no contexto do distanciamento social – medida de proteção contra a pandemia de COVID-19, o que nos levou ao planejamento e à condução de atendimentos *online*, via WhatsApp, ofertados aos alunos encaminhados pelos professores regentes à sala de apoio pedagógico. Os atendimentos ocorreram de maneira individualizada, por meio de encontros *online* agendados com as famílias dos alunos, que disponibilizavam o acesso da criança ao celular, no horário marcado, com duração entre uma hora e uma hora e meia. A participação do responsável durante o atendimento ficava à critério do mesmo, assim como as estratégias de comunicação, que poderiam ocorrer por chamadas de vídeo, chamadas de áudio ou pela troca de mensagens escritas; além disso, ocorreu o envio de áudios, fotografias e/ou pequenos vídeos, de modo que o aluno pudesse apresentar suas estratégias de resolução das atividades, sem participar, necessariamente, de uma chamada. Para cada encontro *online*, o pesquisador, em parceria com a professora coordenadora da pesquisa, planejava a aula e preparava um material específico, com basenos materiais desses alunos, enviados pelos professores regentes, e, posteriormente, com base nas próprias manifestações das crianças, ao longo dos atendimentos, que forneciamvaliosos indícios de suas necessidades de aprendizagem.

Para o aprofundamento das reflexões, foi selecionado o processo interativo de uma aluna que conseguiu manter assiduidade ao longo dos atendimentos *online* e demonstrou sentir-se à vontade para manifestar suas hipóteses frente às atividades propostas. No caso específico dessa aluna, a qual convencionamos chamar de LE, não houve participação do responsável ao longo dos atendimentos.

Para este estudo, cujo foco foi analisar a comunicação e o uso da linguagem como estratégias para a construção de conhecimentos matemáticos sobre números fracionários, foi de extrema importância recolher os registros das expressões de LE, que se comunicou por áudio, escrita, fotos, vídeos e utilizou, inclusive, *emojis*, para expressar seus sentimentos. A análise pormenorizada de tais registros permitiu-nos compreender as diferentes estratégias de raciocínio empregadas por LE na construção do seu conhecimento.

No total, foram realizados nove atendimentos *online* com LE, sendo que nos últimos três foi abordado o tema “frações”. Em nenhum dos atendimentos ocorridos com LE houve chamada de vídeo ou de áudio; a interação foi estabelecida, exclusivamente, por meio de mensagens escritas e do envio de fotos, pequenos vídeos e mensagens de áudio, durante o horário agendado. Esse formato na comunicação permitiu-nos retomar os discursos realizados por ela e, portanto, transcrever, de maneira fiel, as enunciações que a aluna manifestou nos encontros. Para retratar o processo interativo, as falas foram transcritas e, ao final de cada uma delas, as seguintes siglas indicativas foram utilizadas: MA – Mensagem de áudio e MT – Mensagem de texto. Os *emojis* utilizados pela aluna foram indicados entre parênteses com a descrição sobre seu possível significado no ato comunicativo. Quando houver reticências (...), estas indicam a supressão de falas que consideramos desnecessárias para a discussão principal desse estudo. As imagens também constituíram o processo comunicativo e, dessa forma, elas foram incluídas na transcrição, sempre ao lado esquerdo, sem a necessidade da apresentação de legenda, uma vez que se inserem como continuidade dos atos de falas durante a interação. Apresentamos legendas apenas nas imagens que não estão inseridas no decorrer dos excertos do episódio.

Considerando que este estudo visou descrever e analisar as manifestações da alunae da pesquisadora, inseridas no contexto da sala de apoio pedagógico, com aulas *online*, optamos pela metodologia qualitativa de abordagem interpretativa, que é uma modalidade da pesquisa qualitativa que, de acordo com Merriam e Denzin (*apud* PONTE, 1994), é caracterizada pela presença de processos e dinâmicas no ato da pesquisa, pela descrição pormenorizada das interações entre os participantes e pela análise decisiva do investigador ou da equipe de investigação.

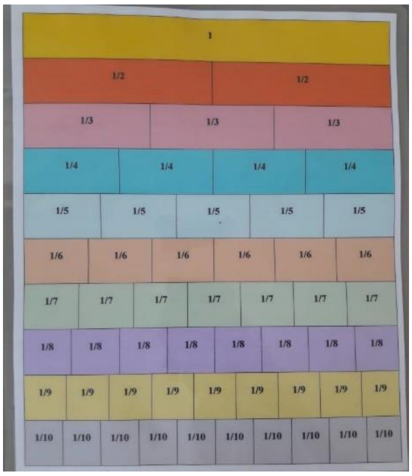
Os dados

Para este trabalho, selecionamos excertos do atendimento 9, que contêm informações significativas acerca do raciocínio da aluna e da negociação de significados no processo de interação.

Episódio do atendimento 9

A proposta do último atendimento sobre frações foi a realização do jogo “Frações nas Cartas”, com o objetivo de explorar a comparação entre frações, com o apoio figurativo. Para a ocorrência do jogo, a interventora e LE precisaram, cada uma em sua casa, produzir cartas com os números de um a dez. Antes de começarem a primeira partida, as cartas foram espalhadas na mesa, com a face numérica para baixo. Ao início do jogo, cada uma selecionou duas cartas e montou uma fração, considerando a regra deque o denominador sempre seria a carta de maior valor. Depois disso, foi pedido à LE que comparasse as duas frações (a dela e a da interventora), com o auxílio da tabela de equivalências das frações (Figura 1) e respondesse qual fração era maior.

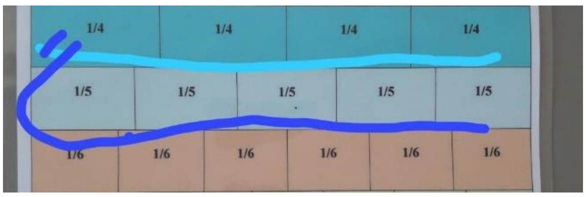
Figura 1: Tabela de equivalência das frações, enviada a LE



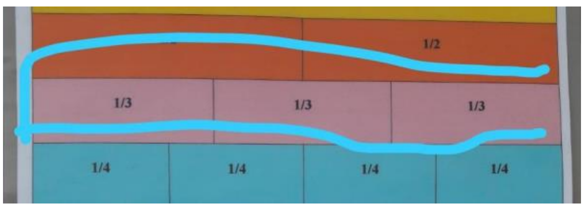
Fonte: acervo das pesquisadoras, 2020.

A seguir, apresentaremos o episódio:

1. *LE:* $\frac{3}{5}$*, três cinco (MT)*
2. *Interventora: Três quintos. Eu tirei um sexto* $\frac{1}{6}$ *(MT)*
3. *Interventora: E aí, quem ganhou a partida? Eu ou você? (MT)*
4. *LE: Vou ver, emojis pensativos (MT)*
5. *Interventora: Eu tirei um sexto e você tirou três quintos. Onde tem três quintos aí? Dá uma olhada. (MT)*
6. *LE: Eu tô em dúvida, mas já vou falar, é esse? (MT)*



7. *Interventora: Ali onde a gente tem um quinto, a gente tem as frações relativas ao inteiro que foi*
8. *dividido em cinco partes iguais, mas você tirou três quintos, tenta circular três quintos. (MA)*

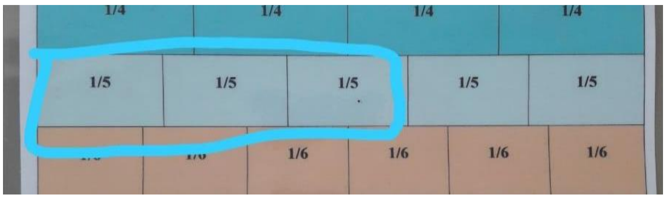


9. *LE: Emojis pensativos. Esse?*
10. *Interventora: Nessa foto, você marcou três terços, você viu que nesse caso o todo tá dividido em três*
11. *partes iguais? Não é o caso da sua fração. Na sua fração, o todo tá dividido em cinco partes iguais,*
12. *então é aquele que você marcou anteriormente pra mim, só que você tinha marcado quatro quintos,*
13. *você marcou quatro pedaços de cinco e eu preciso que você marque três pedaços de cinco. (MA)*
14. *LE: Prof, eu tô um pouco em dúvida ... (MA)*
15. *Interventora: Tenta me explicar como você tá entendendo um quinto. (MA)*

16. *Interventora: Isso, o que você circulou de azul ali, todos aqueles pedaços é cinco quintos, né!? Tem*
17. *um quinto, outro um quinto, outro um quinto, você circulou cinco pedaços de cinco pedaços. Só que*
18. *você não tirou cinco quintos, qual pedaço representa três quintos? (MA)*
19. *LE: Professora, ou talvez não seja esse, porque eu tô mais ou menos, ou achando que é esse, ou, não*
20. *em esse daí, porque esse daí tá mostrando só um né. Tem outros que mostram tipo: dois ééé, dois, tipo*
21. *dois oitavos, assim, mais ou menos. (MA)*
22. *Interventora: Ah você me fez uma pergunta muito importante! Vou tentar te explicar. (MT)*

A interventora enviou um vídeo mostrando a tabela de frações e indicando o que seriam dois oitavos e outras frações cujo numerador não aparece na tabela. No vídeo, foi indicado que cada pedaço era representado pelo numerador 1.

23. *LE: Boa explicação professora, é verdade. Eu entendo um pouco o que a senhora explicou (MA).*
24. *Interventora: Agora imagina que você pegou um chocolate e dividiu ele em cinco partes iguais e você*
25. *comeu três das cinco partes. (MA)*
26. *LE: sobram dois. (MA)*
27. *Interventora: Isso* sobram dois pedaços! Agora tenta circular na foto três quintos, três partes de cinco. (MA)



28. *LE: Emojis pensativos (como se estivesse pedindo uma confirmação)*
29. *Interventora: Perfeito!*

Análise dos dados

No episódio apresentado, LE procurou encontrar os números presentes na fração 3/5, na tabela de equivalências, por meio de várias tentativas, de acordo com a lógica dos números naturais, uma vez que ora ela se detinha ao 3, ora, ao 5, como números naturaise independentes. Ela apresentou três possibilidades para três quintos, conforme a interventora, indiretamente, a orientava para rever o que havia feito. Na primeira hipótese, LE circulou quatro pedaços e meio da barra dividida em cinco, demonstrando compreender que a fração 3/5 referia-se a essa barra. A interventora lhe orientou para pensar em três pedaços somente e, ao ouvir, isso, LE rapidamente destacou a barra dividida em três partes, sua segunda hipótese para a escrita de 3/5. De acordo com LE, o3 e o 5 precisavam ser mostrados na representação das barras de equivalência, porém o sentido de cada termo – numerador e denominador – ainda não havia sido internalizado pela aluna. É como se LE ainda transitasse pela lógica do conjunto dos números naturais,uma vez que, quando a interventora mencionou o número 5, a aluna apontou para a barradividida em cinco partes e, quando a interventora solicitou a LE que circulasse 3/5, foi onúmero 3 que se destacou e, nesse sentido, LE apontou a barra dividida em três partes. Juntamente a essa interpretação, pode-se levantar, como hipótese, o fato dos termos referentes ao denominador (terços, quartos, quintos, sextos etc) ainda serem pouco familiares a LE, o que a predispõe a pensar somente no 3 e no 5 como números naturais.Em sua terceira tentativa, a pedido da interventora, a aluna retornou para a barra divididaem cinco partes, porém, agora, com a atenção de circulá-la por inteiro, sem deixar faltar pedaço algum. Ainda assim, LE expressou sua dificuldade de entendimento da notação fracionária: “Prof, eu tô um pouco em dúvida”. “Quatro pedaços de cinco” ou “três pedaços de cinco”, expressões mencionadas pela interventora, pareceram não fazersentido a LE.

A enunciação das linhas 19 a 21 revela que 1/5 também é um número desprovido de significado para LE. Nota-se que ela se fixou no número 1 e comentou o número 2, apoiando-se, mais uma vez, nos números naturais que indicam quantidade.

Somente após o vídeo enviado pela interventora, que utilizou a própria tabela de equivalência em sua explicação, é que LE compreendeu o que havia sido solicitado.

Considerações finais

O processo de interação ocorrido envolveu a observação e a manipulação de imagens que auxiliaram LE a construir seus discursos e a comunicar-se com a interventora. A aluna expunha sua forma de pensar e, também, a readaptava para alinharsuas ideias em direção ao que era proposto pela interventora. Esta, por sua vez, buscava ouvir as proposições de LE para compreender seu raciocínio e apresentar-lhe novas estratégia para pensar sobre a situação. Nota-se que parte das enunciações de LE revelaminsegurança frente ao conhecimento matemático (*emojis* pensativos, utilizados recorrentemente pela aluna, e linha 19 do episódio) e respeito à autoridade da interventora(linha 23 do mesmo episódio). Isso demonstra que a comunicação estabelecida na sala deaula virtual também é imbuída de crenças e representações sociais construídas pelos interlocutores, o que endossa uma das características do dialogismo, apontada por Bakhtin (2014).

Durante os atendimentos de LE, o dialogismo se apresentou como um aspecto relevante na interação, pois, era por meio dele que a representação fracionária deixava de ser "arbitrária", para se tornar um conhecimento compartilhado, veiculado por uma linguagem – a linguagem matemática – que comunicava a mesma informação para ambas as participantes do processo interativo. Nesse sentido, o conteúdo e a objetivação exterior, elementos bakhtinianos, apontados por Fanizzi (2008), estiveram presentes nos episódios apresentados neste estudo, na medida em que, para além do conteúdo "frações", havia uma intencionalidade, tanto da aluna como da interventora, de atender a expectativa umada outra.

Considerando a pergunta do estudo – Que aspectos das aulas de Matemática precisam ser compreendidos pelos professores dos anos iniciais do ensino fundamental de modo que ele promova um ambiente interativo em sala de aula e propício à aprendizagem de seus alunos? – podemos responder que cabe ao professor (a) compreender a importância do diálogo com o aluno no processo de construção do conhecimento, (b) o respeito às formas pessoais de expressão e de registro das soluções das atividades, mesmo que com incorreções, valorizando-as como um estágio provisório do conhecimento e não as taxando como erro, (c) encorajar o aluno na busca de entendimento, fazendo com que ele confie em sua capacidade de seguir adiante em suas aprendizagens da Matemática. No que se refere, especificamente, à aprendizagem das frações, antes de qualquer abordagem do conteúdo, o professor demanda compreender que há obstáculos inerentes à natureza do conhecimento matemático, que dificultam a transição entre os conjuntos dos números naturais e racionais. Pérez (1997), em seu clássico estudo sobre números decimais, propõe que o professor faça, a si próprio, as seguintes indagações:

> Em cada momento de um ação didática, é conveniente que o professor conheça o que o aluno já sabe – para poder se apoiar nisso, com a finalidade de provocar progresso no conhecimento – e quais são os "conhecimentos" que, embora sejam falsos ou incompletos, merecem ser levados em conta no ensino. Por isso,

> podemos nos perguntar: O que os erros nos ensinam? Esses erros sempre precisam ser evitados? Ou, pelo contrário, são indícios reveladores de algo que nos permita decidir o que vamos ensinar? Em todo caso, devemos interpretá-los antes de decidir o que vamos ensinar (PÉREZ, 1997, p. 136, nossa tradução).

O ensino da Matemática, na escola, pressupõe a apresentação de uma linguagem formal, mas essa linguagem não pode ser apresentada sem significados aos alunos. Dessa forma, como destacam Nesher (2000) e Gómez-Granell (1997), faz-se necessário utilizar a linguagem natural para expressar-se matematicamente, ou seja, no processo interativo estabelecido entre alunos e professor, “falar de Matemática”, com o apoio na linguagem natural e em representações metafóricas ou imagéticas, é condição para desenvolver reflexões acerca do conhecimento matemático e a consequente aprendizagem na área.

No contexto deste estudo, o processo interativo, mesmo em tempos de pandemia, com interações ocorridas pela via das tecnologias digitais, possibilitou a negociação de significados acerca do tema “frações”, de modo que a aluna pudesse expressar seus conhecimentos provisórios e significar a convenção da simbologia da linguagem matemática.

REFERÊNCIAS

BAKHTIN, M. Marxismo e filosofia da linguagem. 16.ed. São Paulo. Hucitec, 2014.

CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. Os significados de fração em livros didáticos das séries iniciais. **Anais do 2º SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2008. Disponível em: https://docplayer.com.br/67194731-Os-significados-de-fracao-em-livros-didaticos-das-series-iniciais.html. Acesso em: 22 ago. 2021.

FANIZZI, S. **A interação nas aulas de matemática**: um estudo sobre aspectos constitutivos do processo interativo e suas implicações na aprendizagem. 2008.

Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-05082008-142903/publico/DissertacaoSueliFanizzi.pdf Acesso em: 2021-03-28.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A. ; TOLCHINSKI, L. (orgs.). **Além da alfabetização**: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Editora Ática. 1997. Cap. 11, p. 257-282.

MORAIS, C.; SERRAZINA, M. L. Extensões de Conhecimentos na Construção da Compreensão de Numeral Decimal. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 32, n. 61, p. 631-652, ago. 2018. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/NbPHMkqMHwqbTGRZ4fGDDzM/?lang=pt. Acesso em 22 ago. 2021.

NESHER, P. Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. In: GORGORIÓ, N. et al. **Matemáticas y educación**: retos y câmbios desde uma perspectiva internacional. Barcelona: Editorial GRAÓ, 2000. Cap. 6, p. 109-123.

PÉREZ, J. C. **Números decimais**: ¿por qué?, ¿para qué?. Madrid (ES): Editorial Sintesis, 1988.

PONTE, J. P. O estudo de caso na investigação em educação matemática. **Quadrante**. v. 3, n. 1, p. 3-18. Lisboa: APM, 1994.

SÁ, E. B. F. **Dos números naturais aos números racionais: como ocorre essa passagem em livros didáticos**. São Cristóvão, SE, 2017. Monografia (graduação em Matemática) – Curso de Licenciatura em Matemática, Departamento de Matemática, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2017. Disponível em: https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/11508/2/Eloar_Barreto_Feitoza_Sa.pdf. Acesso em 22 ago. 2021.

Procedimentos Utilizados por Crianças do 1º ao 5º Ano em Problemas Envolvendo o Isomorfismo de Medidas

Procedures Used by Children from 1st to 5th Grade in Problems Involving Measurement Isomorphism

Edda Curi
Universidade Cruzeiro do Sul
edda.curi@gmail.com

Claudia Alves de Castro
Universidade Cruzeiro do sul
alvescastro1974@gmail.com

Resumo
Este artigo tem por objetivo observar e analisar os procedimentos utilizados por alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada da Capital de São Paulo, na resolução de problemas à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, em especial os que envolvem o Isomorfismo de Medidas. É decorrente de pesquisa de doutorado defendida em 2021 pela segunda autora do texto sob orientação da primeira autora. A referida tese, analisou o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo de 25 crianças distribuídas ao longo dos cinco primeiros anos de escolaridade, usando método misto para análise dos dados. Os problemas foram organizados de acordo com o ano de escolaridade das crianças, usando contexto e intervalos numéricos adequados. Para este artigo, foram selecionados 125 problemas que envolvem o isomorfismo de medidas, especificamente os que abarcam a proporcionalidade, na relação "um a muitos" e "muitos a muitos" e os que abrangem a ideia de multiplicação comparativa. Os dados foram dispostos quantitativamente em categorias de acordo com as análises dos protocolos. A organização dos dados e os processos de interpretação e validação apontaram para alguns significados que são desenvolvidos pelos alunos com maior destreza, como a proporcionalidade na relação "um a muitos" e multiplicação comparativa com a ideia de "metade". Para os demais problemas envolvendo a relação "muitos a muitos" e as noções de "três vezes mais", além do "triplo" e "dobro" encontramos lacunas nos protocolos dos alunos que consideramos que devem ser problematizadas em situações de ensino. A análise dos protocolos mostra ainda que para uma mesma situação foram mobilizados diferentes procedimentos de resolução por alunos de uma mesma turma. No entanto, o procedimento de adição de parcelas iguais é o mais presente não apenas nos protocolos dos alunos do 1º ano, mas em todos os anos da escolaridade.

Palavras-chave: Educação Matemática; Estruturas Multiplicativas; Resolução de problemas; Raciocínio Multiplicativo; Crianças dos Anos Iniciais.

Abstract
This article aims to observe and analyze the procedures used by students from the 1st to the 5th years of elementary school at a private school in the capital of São Paulo, in solving problems in the light of Vergnaud Theory of Conceptual Fields, in particular those involving measurement isomorphism. It results from a doctoral research defended in 2021 by the second author of the text under the supervision of the first author. The referred thesis, analyzed the development of multiplicative reasoning in 25 children distributed over the first five years of schooling, using a mixed method for data analysis. Problems were organized according to the children's grade of schooling, using context and appropriate numerical ranges. For this article, 125 problems involving the isomorphism of measures were selected, specifically those that encompass proportionality, in the relationship "one to many" and "many to many" and those that cover the idea of comparative multiplication. Data were quantitatively arranged into categories according to the protocol analyses. The organization of data

and the interpretation and validation processes pointed to some meanings that are developed by students with greater dexterity, such as proportionality in the "one to many" relationship and comparative multiplication with the idea of "half". For the other problems involving the "many to many" relationship and the notions of "three times more", in addition to the "triple" and "double" we found gaps in the students' protocols that we believe should be problematized in teaching situations. The analysis of the protocols also shows that, for the same situation, different resolution procedures were used by students from the same class. However, the procedure of adding equal portions is the most present not only in the 1st grade students' protocols, but in all years of schooling.

Keywords: Mathematics Education; Multiplicative Structures; Problem solving; Multiplicative Reasoning; Early Years Children.

Introdução

Este artigo é baseado na tese de doutorado da segunda autora, defendida em 2021 e orientada pela primeira autora, com apoio da CAPES. A pesquisa teve por objetivo, analisar procedimentos usados por alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada da Capital de São Paulo, na resolução dos problemas do campo multiplicativo elaborados com base nos estudos de Vergnaud (2009). Foram elaborados 7 problemas para o ciclo alfabetização e 9 problemas para o ciclo intermediário, totalizando 195 protocolos de resolução de crianças. Os problemas abordaram os diferentes significados da multiplicação focalizando: (a) o significado de proporcionalidade, nas relações "um a muitos" e "muitos a muitos", problemas de multiplicação comparativa usando os termos dobro, triplo, duas vezes mais ou três vezes mais, metade, terça parte; (b) o significado de configuração retangular; (c) o significado de combinatória. Foi feita uma análise do tipo mista, envolvendo dados quantitativos e qualitativos, usando protocolos das crianças e vídeo-filmagens com entrevistas a cada criança para compreender melhor o raciocínio utilizado. A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética da instituição sob o número (2.870.145) e foi autorizada pelos pais.

Para este artigo, vamos nos ater aos dados quantitativos referentes a 125 problemas resolvidos pelas crianças envolvendo o Isomorfismo de Medidas (Vergnaud, 2009).

Estudos teóricos que abarcam discussões sobre o campo multiplicativo

Vergnaud (2009), em seus estudos destaca duas grandes categorias de problemas das Estruturas Multiplicativas: Isomorfismo de Medidas e Produto de Medidas. Os problemas que envolvem multiplicação e divisão estão alocados nessas categorias. Em cada uma delas, o autor chama a atenção para algumas subcategorias, mas não as subdivide formalmente.

A divisão em subcategorias surgiu nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e são utilizadas até hoje em documentos curriculares como o Currículo da Cidade de São Paulo - Matemática (2017).

Como já citado, para este artigo vamos nos ater ao Isomorfismo de Medidas.

Todos os problemas dessa categoria envolvem a ideia fundamental de proporcionalidade. Os problemas de proporcionalidade simples abarcam uma relação quaternária, ou seja, envolvem duas grandezas e quatro elementos, dois de cada tipo de grandeza. Abrangem as relações “um a muitos” e “muitos a muitos”, explicitadas a seguir.

Nos problemas mais simples, há dois tipos de grandezas (A e B). Na grandeza A um valor é igual a 1 e se relaciona com um valor indicado na grandeza B. Outro valor é indicado na grandeza A e se relaciona a um valor a ser buscado na grandeza B.

Vergnaud (2009) reitera que há problemas que apresentam uma correspondência entre os dois tipos de grandezas em que nenhuma delas apresenta um valor unitário e que esse tipo de situação é mais complexo do que o anterior.

O autor destaca que os problemas envolvendo proporcionalidade abarcam níveis de dificuldades diferentes, dependendo de as variáveis pertencerem a conjuntos discretos ou contínuos, da ordem de grandeza numérica das quantidades, das propriedades dos conjuntos numéricos utilizados, ou ainda a posição do termo desconhecido.

Treffers e Buys (2001) destacam que quando a multiplicação envolve o significado de proporcionalidade e é resolvida por adição de parcelas iguais, a tendência é que a criança adicione o número de vezes que o agrupamento permite se repetir e que esse tipo de raciocínio acaba por não validar a propriedade comutativa.

Na relação “um a muitos”, Vergnaud (2009) considera três grandes classes de problemas de acordo com a posição da incógnita. A variação da posição da incógnita determina a operação que será utilizada na resolução. O autor apresenta esquemas para ilustrar cada classe que foram adaptados por nós, usando (***?)*** para a incógnita.

Quadro 1: Relação "um a muitos"

Esquema 1	Esquema 2	Esquema 3
$1 \longrightarrow y$ $w \longrightarrow ?$	$1 \longrightarrow ?$ $w \longrightarrow y$	$1 \longrightarrow y$ $? \longrightarrow z$
Essa classe de problemas resolve por meio de multiplicação.	Essa classe de problemas resolve por meio de uma divisão que busca o valor unitário.	Essa classe de problemas resolve por meio de uma divisão e propicia a busca de quantidade de unidades.

Fonte: Castro, 2021, p. 40 (adaptado pela pesquisadora)

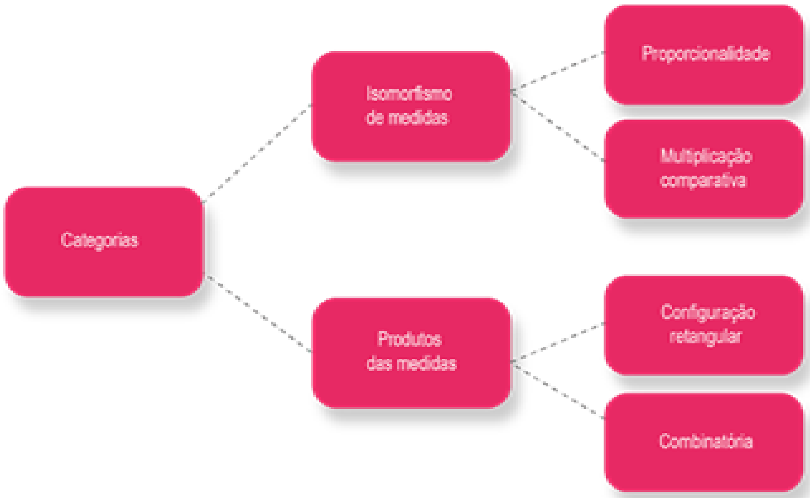
Vergnaud (2009) subdivide cada uma dessas classes em numerosas subclasses, considerando as dificuldades em vários níveis e a natureza dos números envolvidos. No caso da pesquisa de doutorado em questão, a variação da ordem de grandeza dos números foi considerada de acordo com o ano de escolaridade.

Ainda na categoria isomorfismo de medidas, Vergnaud (2009) destaca os problemas que envolvem multiplicação comparativa (denominação dada em documentos curriculares, a partir dos PCN). Esse tipo de problema também envolve a ideia de proporcionalidade, mas apresenta uma nomenclatura especial que precisa ser compreendida pelos estudantes, como dobro, triplo, metade, terça parte, duas vezes mais, três vezes mais etc. Esses tipos de problemas envolvem uma relação ternária.

A outra categoria apresentada por Vergnaud (2009) é Produto de Medidas que envolve uma dupla proporcionalidade (duplo Isomorfismo de Medidas), em que a criança precisa relacionar uma dimensão a um produto de dimensões mais simples que possam ser medidas, mas que não será discutida neste artigo.

O documento Orientações Didáticas do Currículo da Cidade – Matemática, volume 1, publicado em 2018, apresenta uma figura indicando a subdivisão das categorias propostas por Vergnaud (2009).

Figura 1: Categorias e subcategorias



Fonte: Orientações Didáticas do Currículo da Cidade, volume 1, 2018, p. 93.

Essas categorias e subcategorias orientaram a elaboração do instrumento da pesquisa de doutorado já citada. Além disso, consideramos a idade das crianças, suas experiências escolares e o material usado na escola em que a pesquisa foi realizada. Para este artigo, focamos apenas nos problemas de Isomorfismo de Medidas.

Procedimentos metodológicos aplicados à pesquisa

Como já foi dito, trata-se de uma pesquisa de doutorado, fundamentada na necessidade de compreender a evolução do conhecimento de crianças dos anos iniciais do E. F. na resolução de problemas do campo multiplicativo. Foi definida como métodos mistos e para este artigo vamos nos ater aos dados quantitativos.

Indicamos a quantidade de acertos dos estudantes em cada problema, de acordo com categorias construídas por nós, a partir da análise dos protocolos para identificação dos tipos de procedimentos utilizados, utilizando procedimentos de análise documental.

Para a realização foi agendado um dia para que as crianças de cada ano de escolaridade resolvessem os problemas, por meio de protocolos, contendo os problemas para resolução. A pesquisa de campo foi realizada pela segunda autora deste artigo.

Para este artigo, foram analisados 65 problemas resolvidos por estudantes dos três primeiros anos, e, 60 problemas por alunos dos 4º e 5º anos, totalizando 125 problemas.

Devido às crianças do primeiro ano não serem leitoras fluentes, os problemas foram lidos de forma imparcial pela pesquisadora, por vezes fazendo perguntas que pudessem incentivar a criança a pensar sobre a resolução. Após tal intervenção não fora realizada nenhuma outra por parte da pesquisadora.

As crianças de outros anos de escolaridade, por vezes, encontravam dificuldades na interpretação dos problemas na primeira leitura. Então, a pesquisadora solicitava para que fizessem uma segunda leitura. Caso percebesse que a dificuldade persistia, realizava a leitura com entonação mais pausada, porém imparcial. Tal intervenção aconteceu principalmente nos três primeiros anos.

Os protocolos foram organizados pela pesquisadora em um portfólio, separado por ano de escolaridade, criança a criança denominadas como E1, E2, E3, E4 e E5, tendo como primeira página o termo de consentimento livre e esclarecido de cada uma e separadores adesivos com cores estabelecidas para cada nomenclatura dada às crianças (E1 – azul; E2 – verde; E3 – amarelo; E4 – laranja; E5 – rosa).

Após essa organização foram realizadas as primeiras análises das resoluções, o que possibilitou a criação de categorias, de acordo com os tipos de procedimentos utilizados, se foi indicado um procedimento aditivo, ou multiplicativo, ou ainda uma representação pictórica, um cálculo mental, ou algoritmo.

Após a criação das categorias, foram organizadas as tabelas. Cada uma delas apresenta o problema, o ano de escolaridade, a quantidade de acertos, o tipo de procedimento utilizado (aditivo, multiplicativo, pictórico) e uma legenda ilustrativa das categorias.

Análise dos dados

Os dados serão apresentados por subcategorias de problemas envolvendo o Isomorfismo de Medidas. Nas tabelas foram utilizadas as nomenclaturas: Ciclo de Alfabetização quando envolve alunos do 1º ao 3º ano e Ciclo Intermediário quando abrange alunos dos 4º e 5º ano.

Tabela 1: Problema 1 – parte A - Isomorfismo de medidas – Proporcionalidade Simples -Ciclo de Alfabetização

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO ALFABETIZAÇÃO						
SIGNIFICADOS	**PROBLEMAS**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
PROPORCIONALIDADE (um a muitos)	Alice toma 1 copo de leite por dia. Em 5 dias quantos copos de leite ela irá tomar?	1°	4	3	0	1
		2°	4	5	0	1
		3°	4	1	3	0

Fonte: Castro (2021, p. 107) (adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B(Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

Há de se ressaltar que a criança nesta fase de escolaridade está iniciando o processo de desenvolvimento do pensamento multiplicativo, bem como, o desenvolvimento de sua alfabetização. Durante a aplicação dos problemas, percebemos que a leitura não é um fator que implique na falta de compreensão e interpretação dos problemas.

Todas às vezes que uma criança apresentava dificuldade na leitura, a pesquisadora perguntava “quer que eu leia?”. Se a resposta fosse afirmativa, a pesquisadora realizava a leitura de forma imparcial para não dar pistas, tão pouco influenciar nas resoluções.

Outro fator importante que nos chamou a atenção, foi que o contexto utilizado, referente a situações que fazem parte do repertório das crianças, tornou-se um facilitador para compreensão e interpretação do enunciado do problema.

Ao nos debruçarmos nas resoluções das crianças do primeiro ano envolvendo o significado de proporcionalidade (“um a muitos”), as alunas, em sua maioria, não apresentaram dificuldades de interpretação do texto do problema.

No entanto, a análise da tabela 1, mostra que nenhuma delas usou procedimentos multiplicativos. Como o problema relaciona uma quantidade a muitas, facilita a contagem por unidade. Essa ação segundo Treffers (1987), não pode ser considerada como uma ação da multiplicação, mas trata-se de uma estratégia ou “esquematização progressiva”, que permeia por diversos estágios do desenvolvimento da multiplicação para a aplicação da mesma.

No segundo ano, observamos que os alunos estão no processo de desenvolvimento do pensamento multiplicativo, assim como, Nunes e Bryant (1997) explicam, afirmando que a correspondência de um-para-muitos, é a base para um novo conceito matemático contrastando com a situação aditiva.

No terceiro ano, aumentou a quantidade de crianças que usou o procedimento multiplicativo, apenas uma delas usou o procedimento aditivo, o que pode revelar uma evolução na compreensão do raciocínio multiplicativo.

Na parte B do problema 1, a relação "muitos a muitos" apresenta maior dificuldade para os alunos conforme se vê na tabela 2 a seguir.

Tabela 2: Problema 1 – parte B - Isomorfismo de medidas – Dupla Proporcionalidade - Ciclo de Alfabetização

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO ALFABETIZAÇÃO						
SIGNIFICADOS	**PROBLEMAS**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
PROPORCIONALIDADE (muitos a muitos)	Numa promoção, 2 pacotes de bolachas custam 5 reais. Quanto custam 8 desses pacotes?	**1°**	1	3	0	2
		2°	0	3	2	0
		3°	2	3	3	0

Fonte: Castro (2021, p. 107) (adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B(Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

No 1º ano, mesmo utilizando a contagem por unidade, as alunas não conseguiram estabelecer uma resolução que pudesse chegar ao esperado. No 2º ano duas crianças fizeram o uso da operação de multiplicação e outra criança realizou por adição de parcelas iguais, usando o procedimento aditivo. No 3º ano, também não obtivemos sucesso na resolução desse problema. As crianças também pensaram na relação "um a muitos" e não perceberam a possibilidade de um fator escalar/divisão, onde o valor em reais estava atribuído a 2 pacotes de bolachas.

O que chama a atenção é que as resoluções em que os alunos acertaram a primeira parte do problema, ou seja, conseguiram chegar ao resultado igual a 40, usando a relação "um a muitos", mas não conseguiram compreender que esse resultado não se tratava do final da proporção a ser buscada.

De acordo com Nunes e Bryant (1997), para que essa relação em que a proporção seja uma constante, o fator escalar deve ser aplicado a cada conjunto.

Os resultados apresentados permitem inferir que as crianças se apoiam na relação "um a muitos" para resolver problemas que envolvem a relação "muitos a muitos" e não distinguem o fator escalar diferente de 1 na relação quaternária.

Esses dados confirmam a afirmação de Vergnaud (2009) de que a correspondência "muitos a muitos", na fase de alfabetização é mais complicada para as crianças.

Para o 4º e 5º ano, os problemas foram modificados e encontram-se nas tabelas 3 e 4 a seguir.

Tabela 3: Problema 1 – parte A - Isomorfismo de medidas – Proporcionalidade Simples – Ciclo Intermediário

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO INTERMEDIÁRO						
Significado	PROBLEMAS	A	B	C	D	E
PROPORCIONALIDADE (um a muitos)	Em um estojo cabem 12 canetas. Quantas canetas cabem em 10 estojos iguais a esse?	4º	5	1	5	0
		5º	5	0	5	0

Fonte: Castro, 2021, p. 125; Legenda: A (Ano de escolaridade); B(Acertos); C (Raciocinio aditivo); D (Raciocínio multiplicativo); E (Representação pictórica).

Os resultados apresentados na tabela 3 permitem inferir que os alunos do 4º e 5º anos compreendem a ideia de proporcionalidade na correspondência "um a muitos" e apresentam o cálculo estruturado da multiplicação na resolução, apontando uma evolução em relação aos anos anteriores.

De acordo, com Vergnaud (2009), a relação quaternária envolvendo duas quantidades, sendo uma delas igual a um e a outra a quantidade a ser buscada, envolve problemas mais simples, o que possibilita maior compreensão pelas crianças. No problema 1 – parte B os resultados já não foram tão bons, conforme tabela 4 a seguir.

Tabela 4: Problema 1 – parte B - Isomorfismo de medidas – Dupla Proporcionalidade – Ciclo Intermediário

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO INTERMEDIÁRO						
Significado	PROBLEMAS	A	B	C	D	E
PROPORCIONALIDADE (muitos a muitos)	Uma piscina de 2000 litros leva 8 horas para encher. Quantas horas levará uma piscina de 750 litros?	4º	3	0	5	0
		5º	4	0	5	0

Fonte: Castro (2021, p. 125) (adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B(Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

O problema envolve uma relação quaternária, mais complexa por apresentar dois tipos de quantidades em que nenhuma delas é unitária, ou seja, a relação "muitos a muitos". Mesmo o contexto do problema fazendo sentido para as alunas do 4º ano, as dificuldades foram muitas. As crianças que resolveram por meio de cálculo mental apresentaram melhores resultados que as que usaram o cálculo formal. Os alunos do 5º ano utilizaram duas operações (divisão e multiplicação), reduzindo à unidade, a partir da divisão, para achar o valor correspondente à "um a muitos" para depois dar continuidade aos cálculos para encontrar o valor a ser buscado.

Os resultados de situações de proporcionalidade envolvendo a multiplicação comparativa, com as relações de dobro, metade e três vezes mais, são apresentados na tabela 5 a seguir.

Tabela 5: Problemas de Isomorfismo de Medidas – Multiplicação Comparativa- Ideia de Dobro – Ciclo de Alfabetização

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO ALFABETIZAÇÃO						
IDEIA MULTIPLICATIVA	**PROBLEMAS**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
PROPORCIONALIDADE COMPARATIVA - DOBRO	Para saber qual é o dobro de 5, Helena desenhou 2 grupos com 5 bolinhas cada um. Depois, contou todas as bolinhas. Assim, ela descobriu que o dobro de 5 é 10.	1°	4	2	0	2
	 Faça bolinhas e responda: Qual é o dobro de 2? O dobro de 2 é ___.	2°	5	5	0	3
		3°	4	2	4	0

Fonte: Castro (2021, p. 135) (Adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B (Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

De acordo, com a tabela 5, dentre as 4 crianças do 1º ano que resolveram o problema, duas se utilizaram do procedimento aditivo e outras duas usaram a representação pictórica. As duas crianças que realizaram de forma pictórica fizeram agrupamentos de dois em dois.

A única resolução fazendo uso de uma operação formal é da aluna E4 que usou a adição para resolver o problema, o que não permite inferir que compreendeu o significado de dobro como duas vezes mais.

As crianças do 2º ano apresentam procedimentos aditivos, embora três crianças fizessem ainda a representação pictórica, talvez induzidas pelo enunciado do problema ser acompanhado de uma representação pictórica. Uma delas só colocou resposta, o que nos leva a crer que usou cálculo mental.

No 3º ano embora, metade dos estudantes ainda usem procedimentos aditivos, percebe-se uma evolução, pois as crianças não usam representação pictórica e duas delas já indicam a multiplicação na resolução do problema.

Temos a hipótese de que o problema apresentado com uma representação pictórica tenha induzido as crianças a usar esse tipo de representação na resolução, pois na subcategoria anterior, essa representação foi pouco utilizada.

O segundo problema dessa subcategoria envolve a ideia de metade e os estudantes obtiveram maior sucesso, conforme pode ser verificado na tabela 6, embora a grande maioria tenha utilizado ainda procedimentos do tipo aditivo, realizando uma subtração e/ou representação pictórica.

Tabela 6: Problemas de Isomorfismo de Medidas – Multiplicação Comparativa – Ideia de Metade - Ciclo Alfabetização

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO ALFABETIZAÇÃO						
IDEIA MULTIPLICATIVA	**PROBLEMAS**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
PROPORCIONALIDADE COMPARATIVA – METADE	Veja como Carolina distribuiu em cada cesta os ovos que sua galinha botou.  Quantos ovos a galinha botou? Quantos ovos Carolina colocou em cada cesta? Qual é a metade de 6?	1º	4	4	0	0
		2º	5	5	0	0
		3º	4	2	2	0

Fonte: Castro (2021 p. 135) (Adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B (Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

Uma aluna do 2º ano desenhou palitinhos como apoio para a resolução do problema e usou as operações de adição e subtração para justificar sua resposta.

Quando as crianças usam o procedimento aditivo no cálculo da metade, no geral fizeram associações a partir do desenho apresentado no problema. Consideram que se as duas cestinhas continham quantidades iguais, e, se contassem os ovos de uma das cestinhas obtinham a metade, fazendo 3 + 3 = 6, sendo a metade igual a 3. Como é possível observar na tabela, apenas no 3º ano surge indicação de procedimentos multiplicativos para o cálculo de metade. Os protocolos mostram uma multiplicação de 3 x 2 e as respostas indicam a metade de 6 é 3.

A facilidade encontrada pelas crianças com problemas envolvendo a ideia de dobro e metade não acontece no problema envolvendo a ideia de três vezes mais. Tal dificuldade se confirma quando nos debruçamos nas pesquisas de Vergnaud (2009), em que o autor afirma que a forma verbal da ideia é um caso especial de Isomorfismo de Medidas por marcar a diferença entre a noção de medida e de escalas nas operações do campo multiplicativo.

Tabela 7: Problemas de Isomorfismo de Medidas – Multiplicação Comparativa – Ideia de Três Vezes Mais - Ciclo Alfabetização

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO ALFABETIZAÇÃO						
IDEIA MULTIPLICATIVA	PROBLEMAS	A	B	C	D	E
PROPORCIONALIDADE TRÊS VEZES MAIS	As amigas Angélica e Amanda ganharam bombons de seus amigos, Angélica precisa de 2 caixas para colocar todos os seus bombons. E Amanda, quantas caixas vai precisar para colocar seus bombons que são *três vezes mais* que da amiga Angélica?	1º	2	2	0	0
		2º	3	2	1	0
		3º	3	2	3	0

Fonte: Castro (2021 p. 135) (Adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B (Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

Mesmo realizando o cálculo por meio de procedimentos aditivos, podemos inferir que as crianças do 1º ano entendem que se uma das meninas precisa de 2 caixas, a outra precisará de três vezes mais, pois repetem a mesma quantidade adicionando três.

No 2º ano já encontramos um aluno que resolve o problema usando a multiplicação, ou seja, multiplica por três a quantidade de caixas da amiga.

No 3º ano, duas entre as três crianças que usaram a multiplicação para resolver o problema, ao que parece "tentaram fazer a prova" realizando uma adição: 2 + 2 + 2, depois de fazer 3 x 2 = 6 e parece que compreendem a ideia envolvida no problema.

Os problemas aplicados aos alunos do 4º e 5º ano envolvem números com ordem de grandeza maiores que nos anos anteriores e adequados ao ano de escolaridade, conforme apresentado na tabela 8.

Tabela 8: Problemas de Isomorfismo de Medidas – Multiplicação Comparativa – Ideia de Dobro - Ciclo Intermediário

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO INTERMEDIÁRO						
IDEIA MULTIPLICATIVA	PROBLEMAS	A	B	C	D	E
PROPORCIONALIDADE COMPARATIVA - DOBRO	Roberta e Selma estudam em escolas diferentes. Na escola de Selma também há 582 alunos, mas o número de meninos é o dobro do número de meninas. Nessa escola, quantos são os meninos e quantas são as meninas?	4º	0	1	4	0
		5º	2	0	5	0

Fonte: Castro (2021, p. 150) (Adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B (Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

Esse problema, embora envolva a noção de dobro, para ser resolvido precisa ser realizada uma divisão por 3, pois o número de meninos é o dobro do número de meninas. Ao que parece, os alunos entenderam que para resolução do problema seria necessário dividir o total apresentado por dois, para encontrar uma parte. Embora, tenham usado corretamente o raciocínio multiplicativo ao fazer a divisão, não perceberam que a quantidade de meninas correspondia a uma das partes da turma.

Nas resoluções dos alunos do 5º ano, dois deles, ao que parece compreenderam que a divisão deveria ser por 3, considerando três partes iguais uma vez que o número de meninos representa o dobro do número de meninas, ou seja, duas vezes mais que as meninas. Após a divisão conseguiram descobrir a quantidade de meninos, ou seja, pegaram uma parte e multiplicaram por 2 (dobro).

Tabela 9: Problemas de Isomorfismo de Medidas – Multiplicação Comparativa – Ideia de Metade - Ciclo Intermediário

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO INTERMEDIÁRO						
IDEIA MULTIPLICATIVA	**PROBLEMAS**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
PROPORCIONALIDADE COMPARATIVA – METADE	Em um sábado, o restaurante *Vai que é bom* vendei 240 reais em refeições. Na segunda-feira, a venda de refeições caiu pela metade. Quantas refeições foram vendidas na segunda-feira?	**4°**	5	1	4	0
		5°	5	0	5	0

Fonte: Castro (2021, p. 150) (Adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B (Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

Este problema apresentado na tabela 9, envolvia um cálculo direto e foi de mais fácil a resolução. O cálculo da metade foi acertado por todos os alunos do 4º ano e do 5º ano também. Apenas um aluno usou o procedimento aditivo, o que pode mostrar uma evolução do procedimento multiplicativo na resolução de problemas. Vale destacar que alguns dos alunos fizeram mentalmente a divisão de 240 por 2.

Já o próximo problema apresentado na tabela 10, envolve a ideia de duas vezes mais, mas com o raciocínio inverso. As crianças tinham que perceber que para calcular a metragem de tecido para fazer uma calça seria necessário metade da metragem usada para o conjunto todo.

Tabela 10: Problemas de Isomorfismo de Medidas – Multiplicação Comparativa – Ideia de duas Vezes Mais - Ciclo Intermediário

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO INTERMEDIÁRO						
IDEIA MULTIPLICATIVA	**PROBLEMAS**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
PROPORCIONALIDADE DUAS VEZES MAIS	São necessários **duas vezes mais** tecido para fazer um terno completo do que uma calça. Quanto de tecido é necessário para fazer uma calça, se para um conjunto completo são necessários 6 m de tecido?	**4°**	4	2	3	0
		5°	4	0	5	0

Fonte: Castro (2021, p. 150) (Adaptado). Legenda: A (Ano de escolaridade); B (Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

No 4º ano, dois dos alunos realizam o procedimento pela subtração por associar à ideia de metade, embora um deles se utilize também de uma divisão de 6 por 2, para encontrar a metade.

No 5º ano, os alunos compreendem que para encontrar o resultado precisam realizar uma divisão e que a palavra "vezes" dá sentido para a realização de uma multiplicação, ambos usam a reversibilidade das operações para encontrarem o valor correspondente à parte desejada.

O último problema envolve a noção de terça parte, conforme revela a tabela a seguir.

Tabela 11: Problemas de Isomorfismo de Medidas – Multiplicação Comparativa – Ideia de Terça-Parte - Ciclo Intermediário

MAPEAMENTO DOS PROTOCOLOS – CICLO INTERMEDIÁRO						
IDEIA MULTIPLICATIVA	PROBLEMAS	A	B	C	D	E
PROPORCIONALIDADE TERÇA-PARTE	Observe a caixa de maçãs e responda à questão:  Luciana usou um terço dessas maçãs para fazer uma torta. Quantas maçãs ela usou?	4º	4	0	3	1
		5º	5	0	5	0

Fonte: Castro (2021, p. 150) (Adaptado); Legenda: A (Ano de escolaridade); B (Acertos); C (Procedimento aditivo); D (Procedimento multiplicativo); E (Representação pictórica).

A análise da tabela 11, revela que as crianças do 4º ano não encontraram dificuldades na resolução desse problema. Os protocolos mostram que as crianças percebem que para calcular a terça parte, basta dividir por 3. Também alguns relacionam terça parte com 1/3. Apenas uma criança utiliza a representação pictórica.

As análises apontam para uma compreensão satisfatória em relação à ideia de terça-parte para as crianças do 5º ano. Elas entendem que existe um todo-referência, e a partir dele precisam achar uma parte, para encontrar essa parte precisam realizar uma divisão pelo denominador.

Considerações finais

As análises das resoluções das crianças revelam que a partir do 3º ano, elas têm maior autonomia no uso do algoritmo, o que pode indicar que elas consideram importante seu uso para as resoluções dos problemas. Também o uso dos procedimentos multiplicativos começa a aparecer timidamente no 3º ano e vai se intensificando a partir do 4º ano.

Nos dois primeiros anos, a grande maioria se utiliza do procedimento aditivo. Os protocolos revelam os mesmos aspectos observados por Fosnot e Dolk (2001) em suas pesquisas: Utilizam a adição de parcelas iguais e desenhos marcando um a um dos objetos.

Observamos que as representações pictóricas são mais usadas pelos alunos quando já aparecem nos textos dos problemas. Também detectamos, quando os problemas são resolvidos de forma direta, há maior quantidade de acertos do que quando envolvem o raciocínio reverso, ou seja, o texto fala em duas vezes mais e a resolução é por meio de uma divisão.

A pesquisa de doutorado apresenta muitos outros elementos que podem contribuir para a compreensão do desenvolvimento do procedimento multiplicativo usado pelas crianças dos anos iniciais. No entanto, uma análise quantitativa como fizemos, tomando por base os protocolos dos alunos revela dados interessantes que podem subsidiar a prática dos professores. Cabe destacar que as variáveis apontadas por Vergnaud (2009), em suas categorias e subcategorias não foram usadas na elaboração dos problemas desta pesquisa e que são necessárias outras investigações para abarcar todas as variáveis propostas pelo autor.

Agradecimentos

À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo financiamento deste trabalho.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular:** Matemática. Consulta pública. Brasília, MEC, 2017.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997

CASTRO, C. A. **Resoluções de Problemas do Campo Multiplicativo realizadas pelas Crianças de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.** Orientador: Edda Curi. 2021. Número de folhas 338f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2021.

CENTURIÓN, M. R. Porta Aberta: Matemática. São Paulo. Ed. FTD, 2008.

CENTURIÓN, M. R. Porta Aberta: Matemática. São Paulo. Ed. FTD, 2011.

DANTE, L. R. Ápis: Alfabetização Matemática/ Luiz Roberto Dante. São Paulo. Ed. Ática, 2011.

FOSNOT, C., & DOLK, M. **Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division**. Portsmouth, NH: Heinemann. (2001b).

GAY, M. R. G. Projeto Buriti: Matemática. São Paulo. Ed. Moderna, 2011.

NUNES, T.; BRYANT, P. ***Crianças fazendo Matemática***. Porto Alegre: Artmed, 1997.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Orientações didáticas do currículo da cidade**: Matemática – volume 1. – São Paulo: SME / COPED, 2018.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade.** Ensino Fundamental: Matemática – São Paulo: SME / COPED, 2017.

TREFFERS, A. **Three Dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction** – The Wiskobas Project. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

TREFFERS, A.; BUYS, K. Grade 2 (and 3): calculation up to 100. In HEUVEL-PANHUIZEN, Marja van den. **Children learn mathematics: a learning – teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary schoo**l. Rotterdam: Sense, 2001. p. 61-88.

VERGNAUD, G. **A Criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**; tradução Maria Lúcia Faria Moro, revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares – Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

GT 02 - Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio

A Demanda Cognitiva e seus Diferentes Níveis: um olhar para as tarefas presentes em livros didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria

Cognitive demand and its different levels: a look at the tasks present in Mathematics textbooks, within the scope of Geometry

Beatriz Fernanda Litoldo
Universidade Estadual de Campinas
beatrizfernanfa_rc@hotmail.com

Rúbia Barcelos Amaral-Schio
Universidade Estadual Paulista
rubia.amaral@unesp.br

Resumo
As tarefas, normalmente, fazem parte do planejamento do professor, para posterior utilização em suas aulas. Dentre os materiais curriculares que estão disponíveis para as práticas escolares, os livros didáticos são aqueles que contemplam, na maioria das vezes, uma quantidade numerosa de tarefas e, portanto, impactam o modo como os estudantes percebem e aprendem a Matemática, e são considerados, por muitos, como um norteador do trabalho docente, e até vistos como um material curricular. Sendo assim, cabe o interesse em analisar as tarefas presentificadas nesses materiais e, dentre as possíveis vertentes da análise, essa foi a opção, considerando-as em relação à demanda cognitiva, que se refere à natureza do raciocínio. Nesse contexto, tendo como foco analisar tarefas presentificadas em livros didáticos de Matemática, quanto às demandas cognitivas de nível baixo – memorização e procedimentos sem conexões –, e de nível alto – procedimentos com conexões e fazendo matemática –, este texto compartilha resultados de uma investigação de caráter qualitativo, do tipo documental, objetivou compreender como se apresentam os níveis de demanda cognitiva das tarefas, no âmbito da Geometria. Para tanto, foram analisadas um total de 1.335 tarefas, nos capítulos destinados ao estudo da Geometria de uma coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, aprovada pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático, edital 2018. A análise evidenciou que, do total de tarefas, aproximadamente 86% delas são de baixa demanda cognitiva e, o restante, 14%, são de alta demanda cognitiva. Esses resultados evidenciam que muito poucas tarefas envolvem pensamentos cognitivamente mais desafiadores, apontando que o foco das tarefas analisadas se encontra centrado no trabalho daquelas que envolvem definições, regras e processos algorítmicos. Esse cenário mostra que a diversidade das demandas cognitivas é pequena, o que é contrário ao sugerido pela literatura sobre uma oferta pautada na pluralidade dessas oportunidades.

Palavras-chave: Ensino Médio; Material curricular; Tarefas; PNLD.

Abstract
Tasks are usually part of the teacher's planning for later use in his classes. Among the curricular materials that are available for school practices, textbooks are those that contemplate, in most cases, a large number of tasks and, therefore, impact the way students perceive and learn Mathematics, and are considered, by many, as a guide for teaching work, and even seen as curricular material. Therefore, there is an interest in analyzing the tasks presented in these materials and, among the possible aspects of the analysis, this was the option, considering them in relation to the cognitive demand, which refers to the nature of reasoning. In this context, focusing on analyzing tasks presented in mathematics textbooks, regarding low-level cognitive demands - memorization and procedures without connections - and high level - procedures with connections and doing mathematics -, this text shares results of an investigation of qualitative character, of the documentary type, it aimed to understand how the levels of cognitive demand of the tasks are presented, in the scope of Geometry.

To this end, a total of 1.335 tasks were analyzed, in the chapters intended for the study of the Geometry a high school mathematics textbooks collection, approved by the Textbook and Didactic Material National Program, edition 2018. The analysis showed that, from the total tasks, approximately 86% of them are of low cognitive demand and the remainder, 14%, are of high cognitive demand. These results show that very few tasks involve cognitively more challenging thoughts, pointing out that the focus of the analyzed tasks is centered on the work of those that involve definitions, rules and algorithmic processes. This scenario shows that the diversity of cognitive demands is small, which is contrary to what is suggested by the literature about an offer based on the plurality of these opportunities.

Keywords: High school; Curricular material; Tasks; PNLD.

Introdução

O planejamento de uma aula e, subsequente, seu desenvolvimento pode ser formado por diversos momentos, entre eles tem-se aqueles destinados ao trabalho com as tarefas a serem desenvolvidas com os estudantes. Nesse sentido, independentemente das metodologias de ensino que um docente escolhe desenvolver em sua sala de aula e dos materiais pedagógicos que ele decide utilizar, as tarefas, em algum momento, fazem parte do cenário escolar. De acordo com Jesus e Naggy (2014, p. 2), "é difícil imaginar uma aula, seja de Matemática ou não, sem a presença dessas".

As tarefas podem assumir vários papéis, ora como protagonistas, sendo o centro do trabalho docente com os estudantes, ora como coadjuvantes, sendo empregada em segundo plano. Assim, elas podem estar inseridas em diversos momentos das aulas e são empregadas pelos professores para diferentes objetivos e finalidades (JESUS; NAGGY, 2014). Direcionados ao ambiente escolar, o Stein, Grover e Henningsen (1996, p. 460, tradução nossa) definem tarefa como "uma atividade em sala de aula, cujo objetivo é focar a atenção dos estudantes em um determinado assunto"[1].

Desse modo, entende-se que uma tarefa é uma atividade de sala de aula que envolve estudantes com assuntos, conteúdos e conceitos matemáticos, configurando-se "como veículo importante para o desenvolvimento da capacidade do estudante de pensar e raciocinar matematicamente" (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996, p. 455, tradução nossa). Nessa direção, as tarefas matemáticas podem influenciar, estruturar e comandar a forma como os professores organizam suas aulas e o modo como os estudantes percebem e aprendem a Matemática (SMITH; STEIN, 1998). Posto isso, Henningsen e Stein (1997)

[1] Esses autores utilizam o termo tarefa matemática, o qual aqui será tratado apenas como tarefa.

apresentam, como resultados de vários estudos, uma estrutura[2] que envolve as diferentes esferas das tarefas relacionadas aos resultados de aprendizagem dos estudantes. Estas esferas contemplam desde os materiais curriculares, perpassando pelos momentos de planejamento e execução das aulas. É em relação à primeira esfera mencionada, os matérias curriculares, que tomar-se-á atenção.

Sabe-se que os materiais curriculares atuam no cenário educacional muitas vezes como norteadores do planejamento e do andamento do trabalho docente (MESA, 2004; SILVA JUNIOR; REGNIER, 2007; MATIĆ, 2019). Tal situação ainda é bem evidente na especificidade dos livros didáticos, visto que eles continuam sendo o material mais utilizando pelos docentes e educandos no cotidiano escolar (MATIĆ, 2019), assumindo uma natureza curricular na maioria das vezes (SILVA JUNIOR; REGNIER, 2007).

Diante disso, a relação entre livros didáticos e tarefas pode-se dizer ser própria e de pertencimento – as tarefas pertencem e se fazem presentes nesses materiais. Assim, a definição de tarefa delimitada ao livro didático, "diz respeito a todo e qualquer tipo de proposta, ofertada por esses materiais, a ser resolvida pelo estudante" (LITOLDO, 2021, p. 101). Destarte, ao centrar-se nas tarefas presentificadas nesses materiais, pondera-se, como expansão da estrutura proposta por Henningsen e Stein (1997), que estas também podem ser compreendidas e estudadas por meio de suas demandas cognitivas[3].

É nesse ponto que se coaduna o interesse de uma investigação que foi desenvolvida partindo-se da compreensão que um dos aspectos considerados centrais no processo de ensino, no que se refere à escolha das tarefas por parte dos professores, é a natureza da demanda cognitiva da tarefa proposta aos estudantes (JACKSON et al., 2013). Objetivou-se compreender como se apresentam os níveis de demanda cognitiva das tarefas de Geometria presentes em livros didáticos de Matemática. Atrelado a este objetivo, tinha–se a seguinte pergunta de diretriz: Quais são os níveis de demanda cognitiva das tarefas e como elas estão dispostas em uma coleção de livros didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria?

[2] Para mais informações sobre a estrutura e sua expansão, a qual será citada no texto, ver em Litoldo (2021).

[3] Além da demanda cognitiva, as tarefas podem compreender outras características, como, as referências de contexto, a natureza da pergunta, os tipos de representações e a utilização de Objetos Educacionais Digitais.

Demanda cognitiva e seus diferentes níveis

A demanda cognitiva de uma tarefa diz respeito aos processos de pensamento, tal como a natureza do raciocínio, compreendidos na e para a sua resolução (DOYLE, 1988; STEIN; LANE, 1996). Fundamentando-se nesta definição, ao considerar as tarefas em livros didáticos, entende-se que sua demanda cognitiva corresponde aos "tipos de processos cognitivos esperados de serem mobilizados e, na maioria das vezes, revelados pelos estudantes para resolvê-la" (LITOLDO, 2021, p. 118). Nessa concepção, compreende-se que aqueles que desenvolvem as tarefas nesses materiais supõe "sempre determinados processos de pensamento que implicam na solução de tais tarefas, alinhadas geralmente aos objetivos matemáticos e pedagógicos pelos quais elas foram propostas" (LITOLDO, 2021, p. 118).

Ao se referir aos processos de pensamentos, Doyle (1988) realizou uma diferenciação primária entre eles. Ele reconheceu que, se por um lado, haviam tarefas que demandavam processos mais elementares, como requerer apenas a reprodução precisa de conteúdos aprendidos anteriormente, por outro lado, existiam tarefas que exigiam raciocínios mais complexos, como as que envolviam a compressão e conexão dos e entre os conteúdos já estudados. Assim, entende-se que os níveis cognitivos permeiam "entre tarefas que envolvem os estudantes em nível superficial e tarefas que envolvem estudantes em um nível mais profundo, exigindo interpretação, flexibilidade, organização de recursos e construção de significados" (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996, p. 459, tradução nossa).

Ao considerar a demanda cognitiva em tarefas de Matemática, essa distinção entre níveis pode ser observada claramente entre as tarefas que requerem aplicações diretas de definições básicas ou fórmulas, regras e algoritmos padronizados e tarefas que exigem pensamentos mais complexos e não algoritmos, ou seja, que suas soluções não advêm de modelos e/ou estratégias procedimentais já estabelecidas (DOYLE, 1988; STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996).

Todavia, as tarefas não permanecem apenas entre estes dois níveis extremos. É factível compreender que entre eles se tem uma multiplicidade de tarefas que combinam os processos de pensamento de formas diferentes, na medida em que buscam atingir distintos objetivos. Nessa direção, vários foram os autores que se debruçaram nas combinações desses processos de pensamento e estruturaram organizações da demanda cognitiva em diferentes níveis (e.g., DOYLE, 1983; STEIN; LANE, 1996; SMITH; STEIN, 1998; PORTER, 2002).

Dentre eles, o trabalho de Smith e Stein (1998) se destaca na sistematização sobre a demanda cognitiva. Compreendendo-a entre níveis e tipos de esforço cognitivo, estes autores formulam uma lista de descritores, que recebeu o nome de guia de análises de tarefas (*task-analysis guide*). Já direcionado ao campo da Matemática, o guia considera que toda tarefa matemática corresponde a alguma situação ou processo matemático e, diante disso, ele "serve como um modelo de julgamento – uma espécie de rubrica de registro – que pode ser aplicado para todos os tipos de tarefas matemáticas, permitindo uma classificação das tarefas" (SMITH; STEIN, 1998, p. 345, tradução nossa). Assim, o guia compreende dois níveis de demanda cognitiva, a saber, nível baixo e nível alto. A cada um deles, há a diferenciação entre os tipos de esforço cognitivo, sendo eles, memorização e procedimentos sem conexões – atrelados ao nível de baixa demanda cognitiva –, e procedimentos com conexões e fazendo matemática – vinculado ao nível de alta demanda cognitiva (Quadro 1).

Quadro 1: Descritores em cada nível de demanda cognitiva.

Nível	Tipo	Descritores
Baixo	Memorização	• Envolvem a reprodução de fatos, regras, fórmulas ou definições aprendidas anteriormente ou a confirmação de fatos, regras, fórmulas ou definições para a memória; • Não podem ser resolvidos usando procedimentos, porque não existe um procedimento ou porque o período de tempo em que a tarefa está sendo concluída é muito curto para se usar um procedimento; • Não são ambíguos. Tais tarefas envolvem a reprodução exata de material previamente visto, e o que deve ser reproduzido é claro e diretamente declarado; • Não têm conexão com os conceitos ou significados que fundamentam os fatos, regras, fórmulas ou definições aprendidas ou reproduzidas.
	Procedimentos sem conexões	• São algorítmicos. O uso do procedimento é especificamente solicitado ou é evidente pela instrução, experiência ou colocação prévia da tarefa; • Exigem demanda cognitiva limitada para conclusão bem-sucedida. Existe pouca ambiguidade sobre o que precisa ser feito e como fazê-lo; • Não têm conexão com os conceitos ou significados subjacentes ao procedimento utilizado; • Estão focados em produzir respostas corretas em vez de desenvolver o entendimento matemático; • Não requerem explicações quaisquer ou explicações que se concentram apenas em descrever o procedimento que foi usado.
Alto	Procedimentos com conexões	• Concentram a atenção dos estudantes no uso de procedimentos com o propósito de desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias matemáticas; • Sugerem explícita ou implicitamente caminhos a seguir que são procedimentos gerais que têm conexões próximas para ideias conceituais subjacentes, em oposição a algoritmos estreitos que são opacos em relação aos conceitos subjacentes; • Geralmente são representados de várias maneiras, como diagramas visuais, manipuladores, símbolos e situações problemáticas. Fazer conexões entre múltiplas representações ajuda a desenvolver o significado; • Exigem algum grau de esforço cognitivo. Embora os procedimentos gerais possam ser seguidos, eles não podem ser seguidos sem pensar. Os estudantes precisam se

		envolver com ideias conceituais que fundamentam os procedimentos para completar a tarefa com sucesso e que desenvolvam a compreensão.
	Fazendo matemática	• Exigem um pensamento complexo e não algorítmico – uma abordagem ou caminho previsível e bem ensaiado não é explicitamente sugerido pela tarefa, pelas instruções de tarefa ou por um exemplo elaborado; • Exigem que os estudantes explorem e compreendam a natureza dos conceitos, processos ou relações matemáticas; • Exigem o automonitoramento ou a autorregulação dos próprios processos cognitivos; • Exigem que os estudantes acessem conhecimentos e experiências relevantes e façam uso apropriado deles no trabalho através da tarefa; • Exigem que os estudantes analisem a tarefa e examinem ativamente as restrições de tarefas que podem limitar as possíveis estratégias e soluções; • Exigem considerável esforço cognitivo e pode envolver algum nível de ansiedade para o estudante, devido à natureza imprevisível do processo de solução requerido.

Fonte: Litoldo (2021, p.122)

De acordo com Stein e Lane (1996), as pesquisas têm evidenciado que a melhora de aprendizagem dos estudantes encontra-se relacionada ao trabalho com tarefas de alta demanda cognitiva (STEIN; LANE, 1996). Todavia, Benítez (2016) faz uma reflexão pertinente ao ressaltar que nem sempre as tarefas ofertadas aos estudantes devem ser cognitivamente desafiadoras, pois a natureza da tarefa, quanto à demanda cognitiva, deve estar relacionada ao objetivo matemático que é pretendido desenvolver. Nessa direção, ao considerar que distintas tarefas são elaboradas para trabalhar diferentes objetivos matemáticos é ponderável considerar que elas irão requirir diferentes níveis e tipos de pensamento do estudante (SMITH et al., 2004).

Nesse sentido, tarefas de baixa demanda cognitiva oportunizam ao estudante desenvolver um tipo de pensamento, enquanto tarefas de alta demanda cognitiva levam a um conjunto de oportunidades diferentes para o desenvolvimento do pensamento do estudante (SILVER; STEIN, 1996; HENNINGSEN; STEIN, 1997; SMITH; STEIN, 1998; SMITH et al., 2004). Portanto, “a resolução de tarefas de diferentes demandas cognitivas apresenta oportunidades para ativar diferentes processos cognitivos” (CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013, p. 789, tradução nossa).

Conclui-se, portanto, que o trabalho em sala de aula pautado na diversidade de oportunidades de tarefas cognitivamente diferentes, ao longo do processo de aprendizagem, “conduz ao desenvolvimento de ideias implícitas nos estudantes sobre a natureza da Matemática” (STEIN; SMITH, 1998, p. 269, tradução nossa). Desse modo, compreende-se que um trabalho amplo e profundo desenvolvido em sala de aula com os estudantes deve contemplar essa pluralidade de oportunidades de tarefas de diferentes níveis de demanda cognitiva.

Metodologia de trabalho

Os resultados aqui compartilhados fazem parte de uma pesquisa de doutorado já finalizada (LITOLDO, 2021), que objetivou compreender como a contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas, no âmbito da Geometria, encontram-se presentificadas em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, sob a perspectiva do *Opportunity-To-Learn*. Assumindo-se uma abordagem qualitativa (GOLDENBERG, 2011) do tipo documental (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), nesse evento tem-se como foco apresentar e discutir os resultados alusivos aos níveis de demanda cognitiva das tarefas analisadas.

Aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático – PNLD, no edital de 2018, os livros selecionados para a pesquisa são da coleção Matemática: Ciência e Aplicação (IEZZI et al., 2017a, 2017b, 2017c). De acordo com as informações do Ministério da Educação – MEC (BRASIL, 2020), esta obra foi a mais distribuída pelo PNLD 2018, representando aproximadamente 26% do total das 8 coleções distribuídas no país para as escolas públicas. Posto isto, tendo o acesso a estes livros, estes tornaram-se o material de estudo.

A análise das tarefas geométricas nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, quanto à demanda cognitiva, deu-se pela estrutura proposta por Charalambous et al. (2010) no âmbito da análise horizontal e vertical[4]. Assim, utilizando-se do aporte teórico de Smith e Stein (1998) acerca dos níveis de demanda cognitiva, os dados foram construídos e, *a posteriori*, eles foram organizados e quantificados em planilhas em Excel e programa R4.0.3 (IHAKA; GENTLEMAN, 2019). Cabe mencionar que, no livro, as tarefas encontram-se intituladas como Exercícios e Desafios e, para essa organização dos dados, tomou-se cada um de seus itens como uma tarefa, assim, um exercício ou desafio com três itens, por exemplo, foi contabilizado como três tarefas.

[4] Observa-se que esta estrutura ainda contém a análise contextual.

Apresentação e Discussão dos dados

Pela análise horizontal foi possível verificar que os capítulos de Geometria se encontram distribuídos da seguinte forma: Volume 1 com 3 capítulos (Cap. 10, 11 e 12), Volume 2 contendo 6 capítulos (Cap. 1, 2, 3, 7, 8 e 9) e Volume 3 com 4 capítulos (Cap. 1, 2, 3 e 4). Desse modo, nota-se que a Geometria possui uma presença significativa nesta coleção, a qual compreende aproximadamente 40% da totalidade dentre os campos nela comtemplados.

Com interesse nas tarefas destes capítulos, sua sistematização evidenciou um total de 1.335 tarefas distribuídas nos três volumes. Cabe aqui destacar que em todos os capítulos do livro existem séries de tarefas intercaladas entre suas partes textuais. Série é o termo utilizado pela própria coleção para se referir a um bloco/grupo de tarefas. e sua quantidade, bem como de suas tarefas, é variada.

As tarefas foram classificadas entre os quatro tipos de demanda cognitiva supracitados no aporte teórico. A Tabela 1 apresenta os dados desse estudo, os quais estão dispostos em quantificações (*n*) e em frequências de exposição (*%*).

Tabela 1: Os níveis de demanda cognitiva das tarefas nos capítulos analisados.

	Nível Baixo				**Nível Alto**				**Total**	
	Memorização		Procedimentos sem conexões		Procedimentos com conexões		Fazendo matemática			
	n	*%*	*n*	*%*	*n*	*%*	*n*	*%*	*n*	*%*
Volume 1	81	33,75	111	46,25	41	17,08	7	2,92	240	100
Volume 2	276	49,82	208	37,55	69	12,45	1	0,18	554	100
Volume 3	212	39,19	261	48,24	68	12,57	0	0	541	100
Total (coleção)	569	42,62	580	43,45	178	13,33	8	0,6	1.335	100

Fonte: Litoldo (2021, p. 166).

Ao analisar os dados da Tabela 1 pode-se observar que um determinado nível de demanda cognitiva se evidencia em mais tarefas que o outro. Correspondendo uma porcentagem de 86,07% (1.149), as tarefas de baixa demanda cognitiva prevalecem nos capítulos analisados. As demais, 13,93% (186), foram classificadas em alta demanda cognitiva. Com essas informações é possível refletir sobre um dos níveis ser mais privilegiado nessa coleção, no âmbito da Geometria.

No alusivo aos tipos de demandas cognitivas, as distribuições em relação ao nível baixo é a seguinte: ‘memorização’ em 42,62% (569) das tarefas e ‘procedimentos sem conexões’ em 43,45% (580) delas. Nota-se que essas quantificações evidenciam uma distribuição proporcional entre estes dois tipos. Todavia, essa situação não ocorre em relação ao nível alto, em que se tem 13,33% (178) das tarefas classificadas em procedimentos com conexões e, de forma ínfima, apenas 0,6% (8) delas, agrupadas no tipo fazendo matemática.

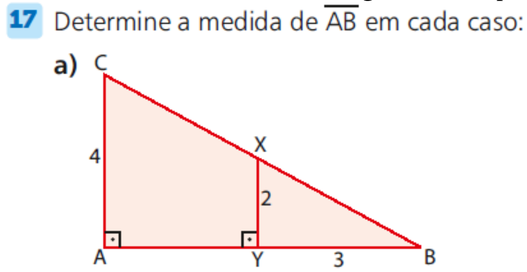
Ao apreender que a demanda cognitiva está atrelada a um objetivo matemático em específico (BENÍTEZ, 2016), esses dados evidenciam que, com a predominância de tarefas com baixa demanda cognitiva, os autores privilegiam o trabalho com tarefas cujos objetivos centram-se em recordação de definições, propriedades, fórmulas, e às técnicas procedimentais (BENÍTEZ, 2016). Em relação às experiências oportunizadas aos estudantes, esse cenário revela que estas focam o desenvolvimento de alguns tipos de demanda cognitiva (SILVER; STEIN, 1996; HENNINGSEN; STEIN, 1997; SMITH; STEIN, 1998; SMITH et al., 2004; CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013), que dizem respeito à memorização e às atividades procedimentais.

Nessa direção, quando se considera a importância da pluralidade de oportunidades de tarefas cognitivamente diferentes, ao longo do processo de aprendizagem, observa-se, a partir das tarefas analisadas, que não há uma diversidade de demandas cognitivas desejável (STEIN; SMITH, 1998). Essa limitação quanto à diversidade de oportunidades implica em um trabalho também limitado com os estudantes, uma vez que, com esse espectro de tarefas não é possível que os alunos vivenciem, com frequência, os distintos tipos de demandas cognitivas.

Para elucidar ao leitor essa classificação, apresenta-se um conjunto de tarefas que representam cada um dos quatro tipos de demanda cognitiva. Nas Figuras 1, 2, 3 e 4 as tarefas encontram-se dispostas em ordem crescente de demanda cognitiva, e como indica o número de cada uma delas, estão também apresentadas aos alunos nessa ordem. Sendo assim, são advindas de em um mesmo capítulo, que aborda o conteúdo matemático de semelhança e triângulos retângulos (Cap. 10).

A apresentação inicia-se pela tarefa 17(a) (Figura 1), a qual foi classificada com baixa demanda cognitiva, do tipo memorização, pois sua solução exige do estudante identificar no triângulo retângulo o teorema fundamental da semelhança e, a partir daí, empregar de modo direto a proporcionalidade para os lados dos triângulos semelhantes. Destaca-se que tanto o teorema quanto razão de semelhanças são conteúdos já apresentados antes no livro e supostamente estudados pelo estudante.

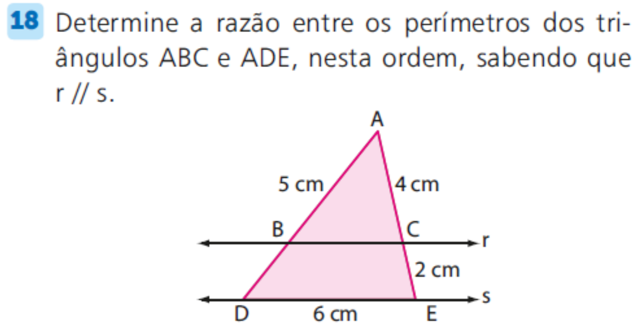
Figura 1: Tarefa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo memorização.



Fonte: Iezzi et al. (2017, p. 205-206).

O exemplo que segue é a tarefa 18 (Figura 2), considerada de baixa demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões. A esta tarefa é possível estabelecer dois caminhos de resolução, visto que conteúdo matemático que antecedente a ela possibilita essas soluções. Todavia, independente da escolha entre elas, a tarefa continua sendo classificada neste tipo de demanda cognitiva, pois, embora existam dois caminhos procedimentais para sua resolução, enquanto o primeiro é totalmente algorítmico, o segundo não parte de um pensamento e nem de um procedimento novo. Existe uma tarefa anterior a esta em que, para a sua solução, o estudante tem que realizar o mesmo pensamento[5]. Além disso, em termos de enunciado existe a menção direta sobre a utilização de alguns conceitos a serem empregados na tarefa. Desse modo, observa-se que, comparada à tarefa 17(a), a 18 exige do estudante mais do que somente a reprodução direta de uma regra e definições, demandando fazer uso de várias outras técnicas procedimentais.

Figura 2: Tarefa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões.



Fonte: Iezzi et al. (2017, p. 205-206).

A tarefa 19 (Figura 3), foi considerada de alto nível de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões. Embora ela tenha uma pergunta direta, 'determine a medida

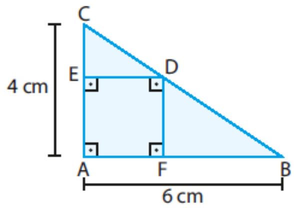
[5] Considerando que anteriormente a uma tarefa proposta existam exemplos e/ou exercícios resolvidos idênticos a ela, o nível de demanda cognitiva é classificado como baixo, conforme exemplificado e discutido por Litoldo (2021), e fundamentado em Jackson et al. (2013), por exemplo.

do lado do quadrado AEDF da figura’, as informações do diagrama não estão postas de forma que os procedimentos necessários para sua solução possam ser feitos de modo automático e sem reflexões. Note que a pergunta é praticamente igual à da tarefa 17(a), entretanto, enquanto nessa as informações do diagrama permitem uma aplicação direta do teorema fundamental da semelhança, na tarefa 19 isso não ocorre, e, além de o estudante reconhecer que o diagrama da tarefa 19 satisfaz as condições do referido teorema, ele deverá recuperar outros conceitos e estabelecer as relações necessárias para determinar as semelhanças dos triângulos e, então, encontrar a proporcionalidade entre seus lados e resolver os cálculos.

Observe que, assim como nas tarefas anteriores, essa também compreende o teorema fundamental da semelhança e os procedimentos de proporcionalidade para determinar o que se pede. No entanto, o diagrama desta tarefa se diferencia das demais, visto que nele existem duas representações de polígonos – quadrado e triângulo –, e que, a partir delas, será necessário estabelecer as relações do teorema fundamental da semelhança e os procedimentos de proporcionalidade. Assim, o estudante precisa expandir seu entendimento sobre a semelhança de triângulos e visualizar nesse novo diagrama as ideias conceituais que irão fundamentar os procedimentos de resolução da tarefa.

Figura 3: Tarefa do nível alto de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões

19 Determine a medida do lado do quadrado AEDF da figura:

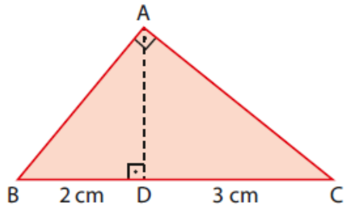


Fonte: Iezzi et al. (2017, p. 205-206).

Por último, tem-se a tarefa 21(a) (Figura 4), que foi classificada de alta demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática. Pela natureza da pergunta – explique porque – já é possível identificar que esta tarefa requer do estudante um pensamento mais elaborado, autônomo e não algorítmico, explicitando assim, um nível maior de complexidade da tarefa.

Figura 4: Tarefa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática

21 Na figura abaixo, $\overline{AD}$ é perpendicular a $\overline{BC}$.



a) Explique por que os triângulos ABD e CAD são semelhantes.

Fonte: Iezzi et al. (2017, p. 205-206).

Para a sua resolução, é necessário que o estudante resgate outros conhecimentos estudados anteriormente e, fundamentados neles, estabeleça as relações entre os triângulos retângulos, evidenciando assim as semelhanças entre eles. Desse modo, o estudante poderá desenvolver uma autonomia em seus próprios processos cognitivos na construção, expansão e aprofundamento do conteúdo trabalhado.

Considerações Finais

Promover um estudo sobre as tarefas de Geometria em livros didáticos, permite compreender quais as oportunidades que estes materiais estão ofertando aos estudantes, quanto à diversidade dos tipos de demanda cognitiva.

Assim, com os dados apresentados neste texto pôde-se verificar que predominantemente as tarefas envolvem níveis baixos de demanda cognitiva, 86,07% (1.149). As demais, 13,93% (186) correspondem ao nível alto de demanda cognitiva. Sobre esse restante, cabe ainda destacar que, em relação ao tipo de demanda cognitiva mais alto – fazendo matemática – o percentual foi ínfimo, apenas 0,6% (8) das tarefas eram cognitivamente desafiadoras em seu maior nível.

Diante desses dados e levando em consideração que estudos têm evidenciado relações entre a aprendizagem dos estudantes com tarefas de alta demanda cognitiva (STEIN; LANE, 1996), despontam reflexões sobre como este material, em específico e no que diz respeito à Geometria, não se encontra alinhado ou até mesmo próximo ao que a literatura vem trazendo. Pelo contrário, ao invés de ofertar tarefas que oportunizam aos estudantes se envolverem formas de pensamentos mais complexos e não algorítmicos, as tarefas analisadas, em sua grande maioria, estão pautadas em definições, regras, fórmulas e/ou técnicas procedimentos.

Assim, embora esses resultados evidenciaram que, de modo geral, foi possível verificar que os diferentes níveis e tipos de demanda cognitiva foram contemplados nas tarefas dispostas nos capítulos de Geometria, quando se toma atenção à diversidade das demandas cognitivas o resultado não é positivo, indo contra o sugerido pela literatura quanto à uma oferta pautada na pluralidade dessas oportunidades.

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes).

Referências

BENÍTEZ, T. C. Interpretación y clasificación de la demanda cognitiva de actividades matemáticas que involucran a los números fraccionarios y decimales en Educación Primaria. **NÚMEROS: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 92, p. 7–19, 2016.

BRASIL, M. da E. **Dados Estatísticos**. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>. Acesso em: 30 dez. 2020.

CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C.; ZAKARYAN, D. Avance de un Modelo de Relaciones entre las Oportunidades de Aprendizaje y la Competencia Matemática. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, v. 27 (47), p. 779–804, 2013.

CHARALAMBOUS, C. Y. et al. A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 12(2), p. 117–151, 2010.

DOYLE, W. Academic Work. **Review of Educational Research**, v. 53(2), n. American Educational Research Association, p. 159–199, 1983.

DOYLE, W. Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. **Educational Psychologist**, v. 23 (2), p. 167–180, 1988.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 12. ed. Rio de Janeiro: Record, 2011.

HENNINGSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, p. 524–549, 1997.

IEZZI, G. et al. **Matemática: Ciência e Aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2017a. v. 1

IEZZI, G. et al. **Matemática: Ciência e Aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2017b. v. 2

IEZZI, G. et al. **Matemática: Ciência e Aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2017c. v. 3

IHAKA, R.; GENTLEMAN, R. **R 4.0.3**

JACKSON, K. et al. Exploring Relationships Between Setting Up Complex Tasks and Opportunities to Learn inConcluding Whole-Class Discussions in Middle-Grades

Mathematics Instruction. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 44(4), p. 646–682, 2013.

JESUS, C. C. de; NAGGY, M. C. Análise de Tarefas Matemáticas como Ferramenta para Repensar a Prática Pedagógica de Professores que Ensinam Matemática. In: Campo Mourão - PR. **Anais**... In: XII EPREM – ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Campo Mourão - PR: 2014.

LITOLDO, B. F. **A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de Geometria presentes em Livros Didáticos de Matemática sob a perspectiva do Opportunity-to-Learn**. 2021. UNICAMP, Campinas/SP, 2021.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Métodos de coleta de dados: observação, entrevista e análise documental. In: **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 1986. p. 35–44.
MATIĆ, L. J. The Pedagogical Design Capacity of a Lower Secondary Mathematics Teacher and Her Interaction with Curriculum Resources. **REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education**, v. 8(1), p. 53–75, 2019.

MESA, V. Characterizing practices associated with functions In middle school textbooks: an empirical approach. **Educational Studies in Mathematics**, v. 56, p. 255–286, 2004.

PORTER, A. C. Measuring the Content of Instruction: Uses in Research and Practice. **Educational Researcher**, v. 31(7), p. 3–14, 2002.

SILVA JUNIOR, C. G.; REGNIER, J.-C. Critérios de adoção e utilização do livro didático de matemática no ensino fundamental do nordeste brasileiro: Estudo exploratório baseado na análise estatística implicativa. (R. Gras, P. Orus, Eds.) In: Castellon, Spain. **Anais**... In: 4E RENCONTRES SUR L’ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE. Castellon, Spain: Université Jaume I Castellon Espagne, 2007.

SILVER, E. A.; STEIN, M. K. The Quasar Project: The “Revolution of the Possible” in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools. **Urban Education**, v. 30(4), p. 476–521, 1996.

SMITH, M. S. et al. Characterizing the Cognitive Demands of Mathematical: Tasks A Task-Sorting Activity. In: **Professional development guidebook for perspectives on teaching of mathematics: Companion to the sixty-sixth yearbook**. p. 45–72, 2004.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School 3**, v. 3(5), p. 344–350, 1998.

STEIN, M. K.; GROVER, B. W.; HENNINGSEN, M. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. **American Educational Research Journal**, v. 33(2), p. 455–488, 1996.

STEIN, M. K.; LANE, S. Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. **Educational Research and Evaluation: An International Journal on Theory and Practice**, v. 2(1), n. Routledge, p. 50–80, 1996.

A inter-relação entre o trabalho do professor e atividade do aluno pela perspectiva histórico-cultural

The interrelationship between teacher's work and student's activity by historical-cultural perspective

Susimeire Vivien Rosotti de Andrade
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)
susimeire.andrade@unioeste.br

Patrícia Sândalo Pereira
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS)
sandalo.patricia13@gmail.com

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)
anemari.lopes@gmail.com

Resumo

Fundamentado pela Perspectiva Histórico-Cultural em consonância com Materialismo Histórico-Dialético (MHD), o presente artigo busca analisar o conceito de desenvolvimento como possibilidade de compreensão da inter-relação entre o Trabalho do professor e Atividade do aluno. Para tanto, apresenta uma investigação teórico-bibliográfica desenvolvida no âmbito do doutorado, finalizado em 2020. Nela consta-se que o desenvolvimento humano preconiza uma relação indissociável entre a produção cultural, sendo o processo de objetivação e a sua apropriação, que se efetiva por uma atividade mediada, portanto, pelas ações dos outros seres humanos. O trabalho educativo do professor é o mediador das objetivações produzidas pela humanidade que visam à formação e ao desenvolvimento humano dos alunos e se inter-relaciona com sua formação e desenvolvimento. No entanto, o processo educativo se desenvolve numa instituição social e, no modo de produção capitalista, e o significado do trabalho docente, sendo histórico, não coincide com sentido pessoal traz implicações para toda a sociedade.

Palavras-chave: Desenvolvimento Humano; Perspectiva Histórico-Cultural; Trabalho do professor; Atividade do aluno.

Abstract

Grounded by the Cultural-Historical Perspective in consonance with Historical-Dialectical Materialism (HDM), this article seeks to analyze the concept of development as a possibility of understanding the interrelationship between the Work of the teacher and the Activity of the student. To do so, it presents a theoretical and bibliographical research developed during my doctoral studies, which ended in 2020. It states that human development advocates an inseparable relationship between cultural production, being the process of objectification and its appropriation, which takes place through an activity mediated, therefore, by the actions of other human beings. The teacher's educational work is the mediator of the objectivations produced by humanity that aim at the formation and human development of students and is interrelated with their formation and development. However, the educational process takes place in a social institution and, in the capitalist mode of production, and the meaning of the teacher's work, being historical, does not coincide with personal meaning brings implications for the whole society.

Keywords: Human development; Historical-Cultural Perspective; Teacher's work; student activity.

Introdução

Este artigo, trata de uma pesquisa teórico-bibliográfica desenvolvida no âmbito do doutorado finalizado em 2020, fundamentada nos estudos da Perspectiva Histórico-Cultural em consonância com MHD e concebe que o trabalho "é, antes de tudo, um processo entre o homem e a natureza, processo este em que o homem, por sua própria ação, medeia, regula e controla seu metabolismo com a natureza" (MARX, 2017, p.55), portanto, do trabalho que o ser humano transcendeu à natureza e à sua própria natureza.

Neste estudo, corrobora que o grupo de Vigostki (1896–1934) que compõem a origem da Perspectiva Histórico-Cultural bem como, os estudiosos que deram continuidade as pesquisas, favorecem na compreensão que a educação é essencial na "unidade entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento humano" (LIBÂNEO, 2012, p. 41).

Seguindo esta orientação teórico-metodológica, este artigo tem como objetivo analisar o conceito de desenvolvimento humano fundamentado nos estudos da Perspectiva Histórico-Cultural em consonância com MHD como possibilidade de compreensão da inter-relação entre o trabalho do professor e Atividade do aluno.

Para atendê-lo, assim estrutura-se o artigo: primeiramente define-se o conceito de desenvolvimento humano; seguidamente, discute-se, a partir destes, a inter-relação entre o trabalho do professor e Atividade do aluno, finaliza-se com algumas considerações.

O processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento humano na Perspectiva Histórico-Cultural

O desenvolvimento humano foi estudado pelo grupo de Vigostki que concebem o trabalho como a origem ontológica do ser humano que o distinguiu dos outros animais, fonte de vida e formação, mas torna-se fonte de opressão e exploração quando a sociedade é dividida em classes, tal como a acentuada pelo sistema capitalista.

Segundo Vigostki (2007), o desenvolvimento humano preconiza uma relação indissociável entre a produção cultural, sendo o processo de objetivação e a sua apropriação, que se efetiva por meio de uma atividade mediada, portanto, pelas ações dos outros seres humanos. O desenvolvimento humano é um processo composto de aspectos sociais e psicológicos que sintetiza um longo e complexo processo histórico-social e, mesmo que existam as funções elementares definidas, como as propriedades psíquicas legadas pela natureza e transmitidas filogeneticamente, todas as Função Psicológicas Superiores (FPS), tais como, o pensamento lógico, a memória consciente e a vontade são culturais.

O grupo de Vigostki, analisou as principais teorias de aprendizagem da época evidenciaram que as posições filosóficas dos teóricos equivocaram ao conceituarem a aprendizagem e o desenvolvimento humano e não concluíram que a ontogênese não se repete na filogênese do ser humano, o seu desenvolvimento sintetiza um longo e complexo processo histórico-social.

De acordo com Pino (2000), o grupo desvela sua oposição às teorias de aprendizagem da época, bem como a opção pelo MHD, compreendendo o psiquismo humano como algo concreto sendo a relação entre a produção cultural, sendo o processo de objetivação e a sua apropriação, se efetiva por uma atividade mediada, portanto, pelas ações dos outros seres humanos. A concepção de mediação desvela que as atividades mediadoras possibilitam aos seres humanos se relacionarem com o mundo sendo efetivada pela consciência.

Para tanto, ao contrário das teorias da aprendizagem da época que concebiam aprendizagem como um conceito psíquico teórico preconiza que "um fenômeno que foi reduzido ao esquema binominal: independentemente do que se aprende, o conteúdo é abstrato e as vivências do aprendiz — no sentido vigotskiano - não são consideradas no modo como o são quando se trata de uma atividade". Portanto, o referido termo não preconiza "atividade que leva em conta o conteúdo e as relações concretas da pessoa com o mundo" e, sim, "*Obutchine"* (PRESTES, 2012, p. 220).

O termo russo *obutchenie* é concebido como a unidade dialética entre o ensino-aprendizagem que assevera "uma atividade autônoma" do ser humano, mas que é orientado "por alguém que tem intencionalidade de fazê-lo", portanto, a uma inter-relação entre a atividade do ser humano, a orientação da pessoa e a intenção dessa pessoa" (PRESTES, 2012, p. 224).

A unidade dialética entre o processo de ensino-aprendizagem preconiza um trabalho, portanto, uma atividade orientada a um fim, que somente o ser humano pode realizar.

Neste estudo corrobora com Magalhães e Martins (2020) quando afirmam que a tradução do termo *obtutchenie* para a língua portuguesa deve compreender a dialética do processo de ensino, pois é "pelos quais os indivíduos se submetem ao longo de sua vida e estão contidos no desenvolvimento humano, assim como no processo de ensino estão contidas as possibilidades de desenvolvimento concreto em cada momento histórico da vida de cada pessoa” (MAGALHÃES; MARTINS, 2020, p. 4).

Considerando as referidas análises, o ensino e o desenvolvimento como unidade de contrários, ou como polos opostos interiores um ao outro, de modo que um polo afirmará a existência pela presença de seu contrário. Segundo Krapívine (1986), a unidade dos contrários “consiste em que estes, sendo reciprocamente determinados, não podem existir um sem o outro” sendo “importante saber revelar os seus aspectos específicos das contradições existentes e encontrar as formas racionais e adequadas às condições concretas da sua solução” (KRAPÍVINE, 1986, p. 157).

Partindo disso, só há desenvolvimento se houver ensino, assim, como só há ensino se houver aprendizagem. Os processos de ensino e a organização da aprendizagem são essenciais para o desenvolvimento humano, no entanto, cabe ressaltar, que “nem toda a aprendizagem é, de fato, promotora de desenvolvimento” (MARTINS, 2013, p. 278).

De acordo com Puentes (2019) os pesquisadores russos Davidov (1930-1998) e V.V. Repkin (1997/2014), estudiosos das pesquisas desenvolvidas pelo grupo de Vigotski, identificaram e caracterizaram dois tipos de aprendizagem: desenvolvimental e funcional. Como esquematizado na Figura 01.

Figura 1: Esquematização da aprendizagem desenvolvimental e aprendizagem funcional.

Aprendizagem desenvolvimental

- Método Materialista de pensamento (lógica dialética) MHD;
- Teoria que procura explicar o processo de aprendizagem ativa dos conhecimentos;
- O processo assimilia um ou outro conteúdo e envolve a participação de outras pessoas na sua organização.

Aprendizagem funcional

- Método metafísico pensamento (lógica formal);
- Teoria que procura explicar o processo de aprendizagem na reprodução de conhecimentos acabados;
- Esforço dos indivíduos que estão tentando assimiliar um ou outro con teúdo.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Aprendizagem desenvolvimental e a formal não são sinônimas, a primeira visa oportunizar o ser humano o movimento do pensamento do abstrato ao concreto o processo possibilita ao ser humano ir além da aparência fenomênica dos objetos que compõem a realidade a sua essência.

De fato, a unidade entre o abstrato-concreto, assevera que a "ascensão do abstrato ao concreto é um movimento para o qual todo o início é abstrato cuja dialética consiste na superação desta abstração", o concreto "se torna compreensível através da mediação do abstrato, o todo através da mediação da parte" (KOSÍK, 1976, p. 30). A unidade entre abstrato-concreto preconiza a formação e o desenvolvimento do pensamento teórico que visa à apropriação do conhecimento teórico da realidade para sua transformação.

Como será apresentado no próximo item em que, analisa inter-relação entre o trabalho do professor e Atividade do aluno a educação escolar é imprescindível para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Analisando inter-relação do Trabalho do professor e Atividade do aluno

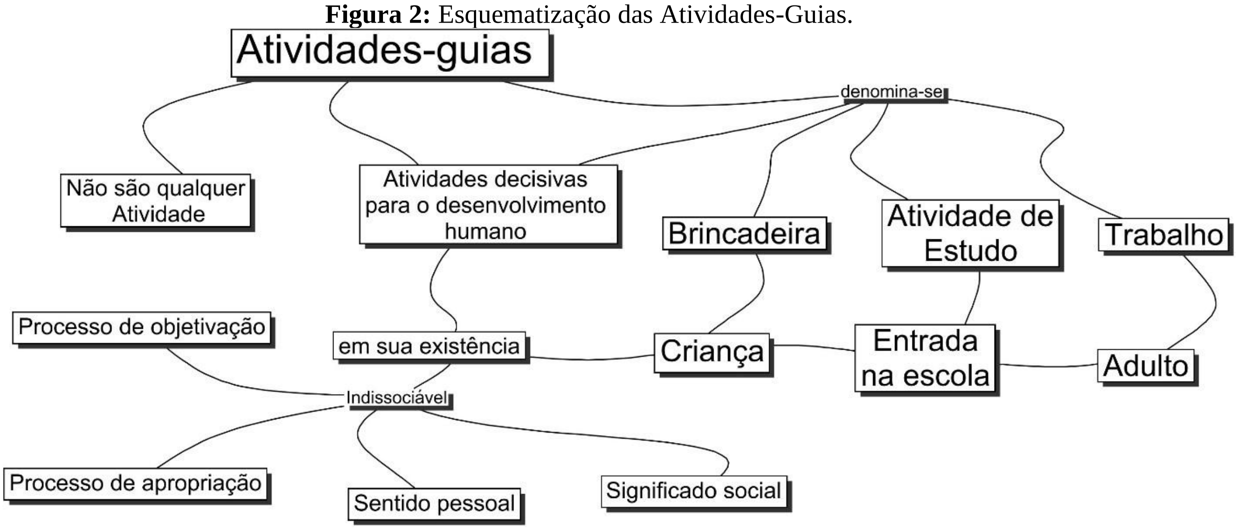
Segundo Davidov (1988), o grupo de Vigostki afirma que a educação escolar é imprescindível para o desenvolvimento do pensamento teórico que preconiza a ascensão do pensamento partindo do abstrato ao concreto, ao contrário do pensamento empírico que aparecerá e se desenvolverá ao longo da vida cotidiana dos seres humanos interdependente da instrução escolar. Para tanto, o pensamento abstrato não significa pensamento teórico, este "consiste em que se trata de um procedimento especial com o qual o homem enfoca a compreensão das coisas e dos acontecimentos por meio da análise das condições de sua origem e desenvolvimento" (DAVIDOV, 1988, p. 6).

De fato, Leontiev (1978), membro do grupo de Vigostki afirmou que a entrada do ser humano na escola é uma das Atividades-Guias, isto é, que governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade da criança, em certo estágio de seu desenvolvimento" bem como, favorece o processo do desenvolvimento de outras atividades (LEONTIEV, 1978, p. 293).

Para chegar nesta conclusão o autor estudou desenvolvimento das FPS, partindo do trabalho como Atividade, isto é, considerando que somente o ser humano a desenvolve, fonte de vida e formação humana, constituindo de necessidades, motivos, ações, operações que se entrelaçam instituindo a consciência, que tem como base as significações, sendo "refletida e fixada na linguagem, o que lhe confere a sua estabilidade" e também "sentido pessoal" que é o responsável em traduzir “precisamente a relação do sujeito com os fenômenos objetivos conscientizados” e os conteúdos sensíveis que são representações, imagens de percepção, sensações (LEONTIEV, 1978, p. 94).

O desenvolvimento de uma Atividade preconiza que o significado, sendo histórico, deve coincidir com o sentido pessoal. Assim, toda a atividade inicia por uma necessidade, sendo resultante de um processo histórico, mas ela não orienta a estrutura das atividades é no objeto que a necessidade encontra a determinação que lhe possibilita se objetivar, isto é, existir. Ademais, como esquematizado na Figura 02, ao longo da existência do ser humano podem desenvolver três Atividade-Guias que mais impacta no desenvolvimento das FPS.

Figura 2: Esquematização das Atividades-Guias.



Fonte: Elaborado pelas autoras, a partir de Leontiev (1978).

Como apresentado na Figura Atividade-Guia denominada Atividade de Estudo cuja origem é a entrada, na escola, do ser humano tem como significado a elevação para além das significações mais imediatas e aparentes disponibilizadas pela simples pertença cultural dos indivíduos e pelas dimensões meramente empíricas dos fenômenos, a “escolarização orienta a edificação das funções psíquicas superiores e elas, concomitantemente, sustentam, de forma cada vez mais ampla e rica, o próprio processo de escolarização” (MARTINS, 2016, p. 26).

Asbahr (2016) afirma que o conceito de Atividade de Estudo preconizado por Leontiev compreende a mesma como a Atividade-Guia, assim, “essencial ao processo de humanização” visa aprendizagem desenvolvimental sendo que esta Atividade de aprendizagem ocorre especificamente nas instituições escolares. A apropriação dos conteúdos escolares que são objetivações produzidas pela humanidade ocorre em Atividade, portanto, a Atividade de Estudo preconiza "como atividade conjunta, coletiva, o que traz implicações importantes à organização do ensino" (ASBAHR, 2016, p. 103).

Em exposto à Atividade-Guia do aluno é a Atividade de Estudo e do professor é a desenvolvida na vida adulta sendo o Trabalho, de acordo com Moura (2017) apesar de suas Atividades-Guias indicarem que têm problemas distintos a resolver, mas, no movimento dinâmico entre elas, que se inter-relacionam e oportunizam a unidade entre o ensino-aprendizagem-desenvolvimento.

Diante disso, serão fontes de vida e desenvolvimento, portanto, o trabalho do professor afirma a necessidade de organizar o ensino, de maneira mais ampla, para satisfazer, também, a necessidade da sociedade de criar condições para que os sujeitos (estudantes) se apropriem da cultura, concebida como a condição para sua humanização e o desenvolvimento da sociedade.

Basso (1998) agrega elementos a discussão ao afirmar que o modo de produção capitalista corroborou para que o sentido pessoal do professor se resumisse ao conceito de trabalho como categoria econômica visando, assim, garantir sua sobrevivência trabalhando só pelo salário e sem ter consciência do significado do seu trabalho que apesar de compor o sistema pode favorecer a compreensão da realidade visando a sua transformação.

O trabalho do professor preconiza que sua Atividade mediadora das objetivações responsável em ensinar, no caso, os conteúdos matemáticos, devem ser revistas, assim, evidencia que entende que sua atividade de ensino nem sempre é mediadora, pois, para isto ocorrer, é imprescindível que seus alunos desenvolvam o pensamento teórico que visa a apropriação do conceito.

Segundo Leontiev (1978) esclarece que "No homem que viveu sempre isolado, sem contacto com as formas objetivas que encarnam a lógica humana, sem o menor contacto humano, não puderam formar-se os processos do pensamento lógico mesmo quando se encontrou um número incalculável de vezes em situações que põem problemas que exigem, precisamente para a elas se adaptar, a formação desta aptidão (LEONTIEV, 1978, p. 168–169).

O trabalho do professor se constitui da inter-relação da unidade social-individual visa "fazer com que os sujeitos que vierem a tomar parte dessa estrutura social ou por ter nascido nela, ou por ter a ela incorporando-se por alguma outra razão". Dessa forma, "possam se apropriar dos conhecimentos já produzidos e são essenciais para a sua constituição como unidade social. E aqui está o que nos parece fundamental", ele "ensina algo que existe como produto das relações entre os homens em atividades concretas advindas da vida em sociedade" (MOURA, 2017, p.103).

Nesse sentido, trabalho do professor é indissociável da Atividade do aluno sendo essencial ao desenvolvimento humano de ambos, mas sua efetivação preconiza uma responsabilidade toda a sociedade.

Considerações Finais

O presente estudo realizou uma discussão a inter-relação entre o Trabalho do professor e Atividade do aluno a partir da concepção de desenvolvimento humano fundamentado pela Perspectiva Histórico-cultural em consonância com M.H.D, que possibilitou compreender a aprendizagem, para o ser humano, vislumbra apropriação das objetivações produzidas pela humanidade, mas isto não significa que aprendizagem é sinônimo de desenvolvimento humano e, sim, sendo processos indissociáveis.

Neste sentido, desenvolvimento humano é a unidade entre a produção cultural, sendo o processo de objetivação e a sua apropriação, que se efetiva por meio de uma atividade mediada, portanto, pelas ações dos outros seres humanos. O significado do trabalho do professor desvela que sua atividade mediadora das objetivações responsável em ensinar são essenciais para o desenvolvimento humano, mas sofre as consequências preconizadas pelo modo de produção capitalista, e o significado, sendo histórico, não coincide com sentido pessoal.

O trabalho educativo do professor é o mediador das objetivações produzidas pela humanidade que visam à formação e ao desenvolvimento humano dos alunos e se inter-relaciona com sua formação e desenvolvimento. No entanto, o processo educativo se desenvolve numa instituição social e, no modo de produção capitalista, e o significado do trabalho docente, sendo histórico, não coincide com sentido pessoal traz implicações para toda a sociedade.

Finaliza-se a reflexão corroborando com Leontiev (1978) "desigualdade entre os homens não provém das suas diferenças biológicas naturais", mas sim "o produto da desigualdade econômica, da desigualdade de classes e da diversidade consecutiva das suas relações com as aquisições que encarnam todas as aptidões e faculdades da natureza humana, formadas no decurso de um processo sócio-histórico" (LEONTIEV, 1978, p. 274).

Agradecimentos

Fundação Araucária (FA).

Referências

ASBAHR, F. F. S. Atividade de estudo como guia do desenvolvimento da criança em idade escolar: contribuições ao currículo de Ensino Fundamental. In: MESQUITA, A. M.; FANTIN, F. C. B.; ASBAHR, F. F. S. (Orgs.). **Currículo Comum para o Ensino Fundamental Municipal** [recurso eletrônico]. Bauru: Prefeitura Municipal de Bauru, 2016. Disponível em: http://ead.bauru.sp.gov.br/efront/www/content/lessons/78/6.%20Atividade%20de%20Estudo%20-%20ASBAHR.pdf. Acesso em: 12 maio 2019.

BASSO, I. S. **Significado e sentido do trabalho docente**. Cad. CEDES, Abr. 1998, vol.19, no.44, p.19-32. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-32621998000100003&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 4 jan. 2018.

LIBÂNEO, J. C. **A teoria do ensino para o desenvolvimento humano e o planejamento de ensino.** Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 38, n. 1, p. 13-28, 2012. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ep/v38n1/aop323.pdf. Acesso em: 20 maio 2019.

LEONTIEV, A.N. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

KOSIK. K. **A Dialética do Concreto**. 2ª ed. Tradução de Célia Neves e Alderico Toríbio. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

KRAPÍVINE, V. **Que é o Materialismo Dialético?** Moscovo: Edições Progresso, 1986.

MARTINS, L. M. Psicologia histórico-cultural, pedagogia histórico-crítica e desenvolvimento humano. In: MARTINS, L.M.; ABRANTES, A.A.; FACCI, M. G. D (org.). **Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico: do nascimento à velhice.** Campinas: Autores Associados, 2016.

MARX, K. **O capital. Crítica da economia política**. Livro I. O processo de produção do capital. Trad. Rubens Enderle. 2 ed. São Paulo: Boitempo, 2017.

MOURA, O. M. **A objetivação do currículo na atividade pedagógica**. Obutchénie: R. de Didat. e Psic. Pedag.|Uberlândia, MG|v.1| n.1|p.98-128|jan./abr. 2017. Disponível em: file:///C:/Users/susiv/Downloads/38419-172172-1-PB.pdf. Acesso em: 10 jan. 2019.

PINO, S. A. **O social e o cultural na obra de Vigotski**. Educ. Soc. [online]. 2000, vol.21, n.71, pp.45-78. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v21n71/a03v2171.pdf. Acesso em: 12 jan. 2020.

PRESTES, Z. **Quando não é a mesma coisa**: traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil. Campinas: Autores Associados, 2012.

PUENTES, R. V. Uma nova abordagem da Teoria da aprendizagem desenvolvimental. In: PUENTES, R. V.; CARDOSO, C. G. C.; AMORIM, P. A. P. **Teoria da atividade de estudo: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin**. Uberlândia: Edufu; Paraná: CRV, 2019, 31-54.

A Visualização e o Espaço Geométrico: uma breve discussão teórica sobre uma relação não trivial

Visualization and the Geometric Space: A brief theoretical discussion about a non-trivial relationship

Pedro Calos Pereira[1]
Renato Machado Aquino[2]
Monik Porto de Moraes[3]

Resumo
Este trabalho aborda o conceito de visualização sobre várias óticas, inclusive a do ensino-aprendizagem da geometria espacial. Para tanto, se faz uso da teoria de construção do espaço de Piaget. Após fazer um breve levantamento as dificuldades de alunos e professores em pesquisas desenvolvidas sobre o ensino aprendizagem de Geometria, observa-se a necessidade de um ensino voltado para educação visual, onde o papel da visualização vai para além do ensino de geometria ou matemática. A partir da construção de um diálogo entre o conceito psicológico de visualização com o modelo de Van Hiele, são tratadas conceitos da teoria de visualização de Gutiérrez.

Palavras-Chave: visualização; geometria espacial; educação visual; Modelo de Van Hiele.

Abstract
This work addresses the concept of visualization from various perspectives, including the teaching-learning of spatial geometry. For this purpose, Piaget's theory of space. After making a brief survey of the difficulties of students and teachers in research developed on teaching and learning geometry, its pointed out there is a need for teaching focused on visual education, where the role of visualization goes beyond teaching geometry or mathematics. From the construction of a dialogue between the psychological concept of visualization with the Van Hiele model, the definitions of the theory of visualization by Gutiérrez are treated.

Keywords: visualization; spatial geometry; visual education; Van Hiele model.

1 - Introdução

O presente trabalho surgiu de indagações suscitadas pelos anos de experiência dos autores no ensino de geometria, seja na formação inicial de professores, seja na Educação Básica. Diante da dificuldade apresentada pelos estudantes na compreensão de conceitos e ideias básicas da Geometria 3D, muitas delas ligadas à visualização, sentiu-se a necessidade de um maior aprofundamento do conceito.

Há um consenso sobre a importância do estudo da geometria na formação de habilidades para a compreensão de conceitos de diversas áreas do conhecimento, o

[1] Professor Adjunto DEMAT/UFRRJ
[2] Professor Adjunto DEMAT/UFRRJ
[3] Professora dos Anos Finais do Ensino Fundamental da Rede Particular de Ensino

desenvolvimento do raciocínio lógico-espacial e do entendimento do mundo a nossa volta. No entanto, para a compreensão de formas tridimensionais e suas relações, tem-se quase que como um consenso que são necessárias habilidades ligadas à visualização. Um bom trabalho nesse quesito pode facilitar a compreensão da estrutura de um objeto tridimensional a partir de vistas ortogonais do mesmo, sendo tal habilidade importante para diversas profissões. Porém, na sala de aula, em muitas das vezes, o ensino da geometria espacial se reduz ao uso de fórmulas, levando os estudantes a não identificarem os elementos dos sólidos, não os conceituarem e nem estabelecerem uma relação entre eles.

Considerando a importância da visualização para o ensino-aprendizagem da geometria, tomamos como objetivo deste trabalho o compreender a visualização sob vários pontos de vista, tendo como foco sua importância para o desenvolvimento de habilidades ligadas a várias áreas do conhecimento. Com isso, pretendemos conceituar o que é visualização, investigar as origens psicogenéticas da mesma, compreender a importância da visualização para o ensino-aprendizagem da matemática e relacionar níveis de pensamento geométrico com níveis de pensamento visual.

2 - A Natureza da Pesquisa

A pesquisa desenvolvida é de natureza teórica-qualitativa, tendo como foco a compreensão da noção de visualização e suas implicações, tendo como base pesquisas sobre ela realizadas. As observações aqui apresentadas fazem parte do trabalho monográfico da graduação em licenciatura em matemática de uma universidade pública do estado do Rio de Janeiro.

3 - A Problemática da Visualização

Iniciamos nosso trabalho com a pergunta: o que é visualização? De acordo com a definição encontrada no Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa (Melhoramentos, 2019), visualização pode ser o ato ou efeito de visualizar; imagem formada na mente ou a que resulta desse processo; ato de transformar em imagem mental conceitos abstratos; ou a percepção nítida de algo. Observe que visualizar pode significar que temos a capacidade de formar uma imagem mental do que conhecemos e, até mesmo do que não existe. Ou seja, a visualização depende, majoritariamente, do processo de formação e construção do conhecimento na mente humana.

3.1 - A Visualização e o Referencial Piagetiano

Assim sendo, nos cabe outra pergunta: como ocorre a formação da visualização na mente humana? Para falarmos dessa construção, primeiro precisamos entender como se dá o processo de formação do conhecimento, em particular do processo de construção da noção de espaço e das relações geométricas entre os objetos. Para Montoito e Leivas (2012) os estudos de Piaget sobre a construção do conhecimento na mente humana, em particular dos conceitos em principio ligados à geometria, está baseado na evolução da inteligência através da estrutura biológica, da lógica e da epistemologia genética.

O primeiro espaço vivenciado pela criança é o corpo, depois ela começa a interagir com outros corpos/objetos, adquirindo uma noção de espaço em perspectiva. "Para Piaget e Inhelder (1993) as relações topológicas vêm em primeiro lugar, seguidas das relações projetivas e euclidianas[...]" (MONTOITO e LEIVAS, 2012, p. 25). As relações topológicas dizem respeito aos objetos em si, suas relações de vizinhança, separação, envolvimento, continuidade e ordem (perceptiva e representativa). Nessa fase, o sujeito reconhece, através do tato, a maior parte dos objetos usuais, mas não consegue reconstruir as figuras geométricas em suas mentes. As relações euclidianas surgem quando da construção informal do conceito de medida, que gera a noção de distância. Aqui, adquire-se a noção de projeção, visualizando o espaço no plano. Já nas relações projetivas, os objetos são coordenados entre si. Nessa fase, é possível que a abstração comece a se manifestar. Ou seja, as noções perceptivas são o ponto de partida, só muito depois aparecem as noções de linguagem e representação. Observe que, em geral, as relações que determinam reta, ângulo e coordenadas não são vistas na construção do conceito geométrico. Tais noções geométricas desenvolvem-se gradativamente e, como em todos os outros tipos de conhecimento, a noção do mundo auxilia em sua compreensão na medida que se forma.

3.2 - A Visualização e a Compreensão Matemática

A matemática, como criação humana e cultural, lida com objetos e entidades bem diferentes do mundo concreto. Ela se baseia, muito mais do que se permite admitir, na visualização em diferentes formas e em diferentes níveis, muito além do campo de visualização espacial e geométrica.

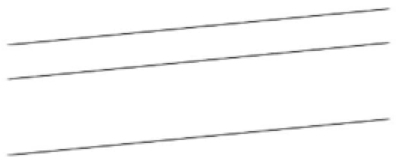
A visualização acompanha um desenvolvimento simbólico. Pode ser um fator essencial para criar o sentimento de autoconhecimento e imediaticidade. Ela é um meio viável para se resolver conflitos entre solução simbólica e intuição. Ela ilustra resultados e ajuda a interação (e recuperação) conceitual que possivelmente possa ter passado despercebida pela solução formal. Esse fenômeno é descrito como "*sequências visualmente moderadas (VMS)*" (DAVIS, 1984, apud ARCAVI,1999, p. 31, tradução dos autores).

A visualização pode ser, em cada caso particular, uma ajuda auxiliar para a resolução de problemas e, ainda, servir de inspiração para soluções criativas, tendo papel central para resoluções completas de problemas que vai além do processo mecânico. A visualização pode transformar-se numa solução geral formal através de um processo auto analítico, ou seja, o mesmo objeto visual pode ter diferentes significados em contextos distintos. Podemos notar que a visualização consiste num processo extremamente diferente de todos os outros tipos de aprendizagem (ou inteligências). Ela não apenas organiza os dados em estruturas significativas como também é um fator importante de orientação do desenvolvimento analítico de uma solução (FISCHBEIN, 1987, apud ARCAVI, 1999, p. 35, tradução dos autores).

Para Arcavi (1999), parece haver um entendimento unificado sobre a visualização no aprendizado matemático. A visualização não está relacionada com simples ilustrações, mas também é reconhecida como componente chave da compreensão, da resolução e, até mesmo, das provas dos problemas (p. 37). O mesmo autor classifica as dificuldades da visualização em três categorias (p. 38), sendo a primeira a cultural, a que se refere aos valores e crenças sobre a diferença, o significado e o que é aceito e validado quando falamos em 'o que é matemática' e 'o que é o fazer matemática', seja na prática escolar ou acadêmica. Esta concepção pode levar à desvalorização da educação visual. A segunda, a cognitiva, é certamente subjetiva, especialmente quando falamos de conceitos que requerem maior elaboração. A habilidade individual de conectar a imagem mental com sua representação analítica pode transformar qualquer situação em algo simplista ou elaborado em demasia. E a terceira, a sociológica, que inclui aquilo que chamamos de transposição didática, que nos diz o quanto é necessário adaptar um determinado conhecimento, seja ele acadêmico ou científico, para ser ensinado em determinado ambiente. Neste processo o conhecimento pode ser linearizado, compartimentalizado e algoritmizado, podendo perder suas interconexões originais, dificultando o processo de visualização.

A sentença “nós não sabemos o que vemos, vemos o que sabemos” aplica-se a muitas situações onde estudantes não necessariamente enxergam a mesma coisa que os professores. Em um dos exemplos utilizados por Arcavi (1999, p. 36), ele relata situações envolvendo estudantes não familiarizados com o conceito básico de função. Em uma delas, gráficos matemáticos são avaliados por chutes, sem necessariamente basear-se num conceito pré-adquirido; num outro contexto não muito diferente, os estudantes, ao observarem um gráfico de funções lineares, percebem certas irrelevâncias, um conjunto de observações que passam (e permanecem) despercebidas por um *expert*, mas são (e devem ser) exploradas por olhos destreinados. Observe na figura a seguir outro exemplo:

Figura 1: outro exemplo



Fonte: Reproduzida de Arcavi (1999, p. 36).

Sem contexto, provavelmente pensaremos sobre geometria euclidiana e suas associações com retas paralelas. Mas quando consideramos as mesmas linhas paralelas em um gráfico cartesiano, poderia ser sugerido um conceito de representação de funções cartesianas lineares e então, estas linhas não seriam apenas objetos geométricos, elas tornar-se-iam representações de funções lineares, que sugeririam noções de que cada linha corresponde a uma equação na forma $y = ax + b$, onde tais linhas possuem o mesmo coeficiente angular e nenhuma solução para cada par de equações e, talvez, a atenção fosse redirecionada para a noção de distância entre as linhas paralelas e deslocamento vertical entre elas, que nos mostra a diferença dos valores do coeficiente linear. Ou poderíamos dizer que são apenas duas linhas extras no gráfico.

4 - Um pouco mais de procura sobre o que é visualizar e sua importância

Atualmente existem mudanças no que se entende como natureza da matemática. A matemática é vista por muitos como uma constante busca por padrões e, para outros, a busca por meios mais eficientes para visualizar tais padrões e aprender a usar a visualização como ferramenta para sua compreensão. Ela pode ser encarada, cada vez menos, uma estrutura lógica a ser seguida ou descoberta. Ao contrário, há uma tendência de considerá-la um processo de conjecturas, justificações ou refutações. (HERSHKOWITZ, PARZYSZ e DORMOLEN, 1996, p.166)

Nesse contexto, formas não são descritas como entidades estáticas, mas como entidades dinâmicas, com habilidades de mudanças como uma de suas características principais, numa mudança de ponto de vista necessária, onde um ambiente experimental deve ser mais importante.

4.1 - Algumas direções da pesquisa em visualização

Jones e Tzekaki (2016) reúnem as pesquisas feitas nos Psychology of Mathematics Education (PMEs), entre 2005 e 2015, ligadas ao contexto da visualização. Em geral, eles nos falam sobre como as pesquisas feitas em ensino-aprendizagem de geometria relatam fatores comuns envolvendo o melhor entendimento de como os estudantes identificam forma e espaço, mas também tratam de muitas pesquisas relacionadas à abordagem dada ao ensino e a compreensão do próprio professor sobre a geometria e como ensiná-la.

Esses mesmos autores falam sobre *visualização geométrica e pensamento visual* e relatam que, no primeiro *handbook* do PME, feito em 2006, sobre visualização, encontrou-se preocupações no uso de imagens visuais na matemática em geral, e no processo espacial e pensamento geométrico. Neste sentido, questões ligadas à visualização foram levantadas, sendo muitas delas relacionadas à semiótica. Ficou estabelecido que ambos imagem visual e inscrições[4] são veículos de comunicação para a exemplificação da visualização em matemática, na medida em que retratam a estrutura espacial de um objeto matemático (PRESMEG, 2006, p. 22, apud JONES & TZEKAKI,2016, p.115).

Quando se fala em *demonstrações envolvendo representações bidimensionais de formas tridimensionais*, os diagramas nem sempre ajudam. Por exemplo, em 2012, reportou-se que em início das séries equivalente ao nosso fundamental 2, alguns dos estudantes poderiam usar o cubo como um objeto geométrico abstrato e raciocinar sobre

[4] Imagem visual e inscrições são termos técnicos utilizados pela autora. A primeira designa representações internas (puramente mentais) de uma estrutura de visual. Já a segunda denomina representações externas (escritas ou na tela do computador) da mesma estrutura. Para maiores detalhes veja Presmeg (2006).

ele, para além da referência da representação enquanto outros precisavam que fosse oferecida uma representação alternativa que os ajudassem a ver a demonstração (JONES, FUJITA & KUMIMUNE, 2012, p.339 apud JONES & TZEKAKI, 2016, p.124).

Em *identificação de formas 2D e 3D*, estudos de 2008 com estudantes de sete séries consecutivas foram observados na tarefa de identificação de triângulos. Foi identificado uma melhora ao longo das quatro series iniciais, entretanto, foi observado que havia uma maior facilidade de identificar o que não era triângulo. Uma pesquisa feita em 2009 mostrou que os estudantes possuem muitas dificuldades em representar, identificar ou interpretar figurar geométricas. Verificou-se que experiências prévias eram fundamentais na identificação das figuras.

Em estudos sobre *cognição visual de objetos geométricos*, eles citam autores que apontam diferenças entre o que se entende por *percepção visual* e *visualização*. Enquanto a percepção visual proporciona direto acesso a formas, mas não dá sua compreensão completa, a visualização é baseada na produção de qualquer representação simbólica do conceito e entrega por completo a compreensão de qualquer organização de conceitos (JONES & TZEKAKI, 2016, p. 115). Também é relatado o fato de que a dificuldade dos estudantes pode estar associada ao nível da capacidade de visualização dos professores. Por exemplo, em 2006, foi feita uma pesquisa com 25 professores para investigar seu comportamento em tarefas que requeriam alguma destreza visual e o quanto eles conheciam da área da cognição visual e quais eram suas crenças a respeito. Foi mostrado que a *cognição visual*[5] destes professores era bastante limitada e que suas capacidades de estimativas visuais eram similares aos estudantes de terceira série. Em 2008, em outra pesquisa feita sobre imagens mentais de retas e planos observou-se contradições entre o conhecimento formal dos professores e sua imagem mental. Em 2014, uma pesquisa feita sobre percepção visual de coordenadas cartesianas focava nas transformações necessárias das percepções para se obter estes modelos visuais. Os autores compararam os movimentos dos olhos em três níveis de competência matemática e foi confirmado que “ [...] quanto maior o nível de estudo dos participantes, menores são os seus padrões do olhar, menor

[5] Um número de pesquisas tem seus estudos focados em cognição visual definindo-a como um processo mental (percepção, reconhecimento, retenção na memória, etc.) que se refere ao jeito como um indivíduo adquire e processa informação visual. (JONES & TZEKAKI, 2016, p.115, tradução dos autores

números de fixações e menor é a duração da resolução da tarefa (JONES & TZEKAKI, 2016, p116, tradução dos autores).

Na busca de compreender como materiais baseados em visualização geométrica ajudam os estudantes a formar conjecturas, Lin e Wu (2007), examinaram estudantes da sexta série que ainda se encontravam num processo de geometria intuitiva. A análise do caso revelou que os estudantes geram relações de conjecturas e olham para um exemplo ao invés de dois ou três ao mesmo tempo (JONES & TZEKAKI, 2016, p. 126). Em 2010, Fujita, Jones e Kunimune, estudaram a possibilidade de haver uma unidade cognitiva entre as construções geométricas e o como estudantes demonstravam. Concluiu-se que seria necessária uma pesquisa mais aprofundada para abordar o como e qual a extensão dessa unidade cognitiva. Em 2014, os mesmos autores apresentaram casos onde o uso da construção geométrica possibilita estudantes a fazer a transição de apoiar-se na aparência visual ou nas medidas para raciocinar com propriedades de formas (FUJITA, KUNIMUNE e JONES, 2014, p.65 apud JONES & TZEKAKI, 2016, p. 125, tradução dos autores).

> Muitos estudos examinaram os caminhos no qual estudantes compõem ou constroem uma demonstração, ou criam uma definição, e como isto pode ajudar a entender a abordagem das demonstrações feitas pelos estudantes em geral, porque as características destas abordagens são muito próximas do processo de demonstrações e definições matemáticas. [...] Estas pesquisas concluíram que professores precisam dar explicita atenção ao valor das demonstrações informais e que para estudantes desenvolverem seu senso de raciocínio geométrico é necessária uma experiência extensiva de conjecturas e verificação destas (JONES & TZEKAKI, 2016, p. 127, tradução dos autores)

Uma pesquisa feita com estudantes universitários treinados em software 2D (Euklid DynaGeo e Cabri 3D) em 2008, mostrou que experiências em ambientes bidimensionais pareciam insuficientes quando foram levados a trabalhar com espaço 3D. Eles apresentavam problemas em justificar fatos simples em espaço tridimensional e que utilizavam o acesso aos modelos 3D para facilitar a resolução das tarefas pedidas.

Muitos estudos investigaram o conhecimento dos estudantes de figuras 3D e verificaram um melhor desempenho deles quando comparado com pesquisas de 20 anos atrás. Notou-se que, majoritariamente, os estudos que abordam o ensino-aprendizagem da geometria fazem uso dos modelos de Van Hiele, do referencal teórico de Duval e outros ligados à tematica. (JONES & TZEKAKI, 2016, p. 140, tradução dos autores).

Considerando que, de uma maneira geral, se recebe uma educação dita tradicional, existe muita resistência a mudanças. Por isso, falar sobre novos meios de ensino-aprendizagem de geometria não é algo que se aplica a todos. "Assumimos que meios alternativos de ensino de geometria fortalecerão o pensamento visual e apoiamo-nos nos poderes dos gráficos dinâmicos das ferramentas tecnológicas." (HERSHKOWITZ, PARZYSZ e DORMOLEN, 1996, p.166, tradução dos autores).

4.2 - Sobre a Educação Visual

Existe uma suposição ingênua de que, de alguma forma, os estudantes já possuam a habilidade do pensamento visual e que eles a aplicam quando precisam. A habilidade dos estudantes de visualizar objetos reais vem sendo considerada uma atividade matemática, ainda que a educação visual seja regularmente negligenciada no currículo escolar. Hershkowitz, Parzysz e Van Dormolen (1996, p. 161) afirmam que se temos dificuldades em definir o que é forma, definitivamente teremos dificuldade em descrever o que significa. Eles descrevem três etapas do pensamento visual: (1) interação com formas no espaço; (2) espaço e forma como fundamentais para construção de teorias; (3) representações espaciais como meio para compreensão de conceitos. Tais perspectivas nos ajudam a compreender o processo de formação visual mental.

Na primeira perspectiva temos a compreensão do mundo visual que nos rodeia, suas descrições e decodificações, incluindo interpretação da informação visual e interação para a compreensão nas mudanças das formas. Interagir com formas reais do nosso espaço possui três grandes objetivos: (i) descobrir semelhanças (e/ou diferenças) entre objetos; (ii) analisar as formas do objeto; (iii) reconhecer formas em diferentes representações. Aqui estamos interessados em objetos reais, palpáveis e do nosso mundo. Para enfatizar os aspectos dinâmicos, observe a posição relativa das formas entre si; a posição relativa entre o observador e o objeto, e o processo de mudanças nas formas.

Espaço e forma são fundamentais para construção da teoria. A geometria tradicional teve início com o que se pode ser visto com os olhos, e espaço e forma geram o ambiente onde o aluno pode sentir as teorias matemáticas para que possa, num estágio mais avançado, adquirir a abstração e não ter a necessidade do objeto real. Aqui se elabora a dualidade das formas. As figuras podem ser vistas como sendo parte do um mundo real, como também podem ser parte de um modelo para uma teoria. Mesmo nos casos mais abstratos, lidamos com algum tipo de forma para a representação mental, ainda que não possam ser visualizadas no mundo real, o que nos remete a representação teórica.

Representações visuais são meios para um melhor entendimento de conceitos, processos e fenômenos nas diferentes áreas e contextos. Formas são consideradas representações visuais da matemática ou de outras entidades cientificas. Aqui desenvolve-se a habilidade de interpretar, compreender, e criar representações e analogias entre a representação visual e outros tipos de representações. As várias perspectivas de forma e espaço e a transição entre concreto e abstrato é o que faz o pensamento visual muito fascinante e bastante complexo. Ele é intuitivo, global e analítico ao mesmo tempo. Existem muitos níveis de abstração nessa perspectiva: a habilidade de processar diferentes tipos de classificações, analisar os diferentes objetos, e interpretar e descrever as informações do objeto.

5 - Um certo olhar sobre a visualização em geometria espacial

Quando se menciona ensino-aprendizagem de Geometria 3D, visualização espacial é o que vem automaticamente à mente. A habilidade espacial, especialmente a visualização, é base neste campo, sendo que os níveis de desenvolvimento dos estudantes em tais habilidades influenciam suas conquistas quando cursando uma disciplina de geometria 3D. Por outro lado, há que se considerar que o termo visualização é tratado em vários campos como a de engenharia, arte, medicina, economia, química. Existem também inúmeros trabalhos que tratam da relação entre visualização e desenho, escrita, e fala. (GUTIÉRREZ, 1992, p.33 e 1997, p. 4)

Um outro ponto apontado por Gutiérrez (1997, p.3) é a existência de uma enorme quantidade de termos usados para descrever a mesma coisa: raciocínio visual, imaginação, imaginário visual, pensamento visual, pensamento espacial, imagem mental, imagem visual, imagem espacial, entre muitos outros. Com a revolução tecnológica que ocorreu nas últimas décadas, e a popularização dos computadores e outras ferramentas multimídias, professores e pesquisadores possuem novos elementos que podem reformular o método de ensino de geometria espacial. Uma destas novas ferramentas são os programas de computadores que usam representação 3D de objetos geométricos e permitem que usuários transformem estes objetos dinamicamente (rotação, translação, aumento ou diminuição, secções por planos...).

No entanto, essas representações na tela do computador são representações no plano, o que pode provocar dificuldades nos estudantes. (GUTIÉRREZ, 1997, p. 5)

Muitos pesquisadores estão interessados em como as imagens mentais são criadas, formadas e armazenadas na mente de uma pessoa. Por esta razão, vários testes designados para estimar as habilidades dos estudantes na manipulação de imagens mentais não permitem o uso de papel e lápis ou computadores.

Para psicólogos educacionais, professores de matemática, educadores matemáticos as imagens mentais são uma representação de um conceito ou propriedade matemática contendo informação baseada em figuras, gráficos ou diagramas; visualização (ou pensamento visual) é um tipo de raciocínio baseado no uso de imagens mentais (GUTIÉRREZ, 1997, p.6).

Contradizendo o conceito da psicologia cognitiva, educadores matemáticos afirmam que imagens mentais e representações externas devem interagir para que se consiga uma melhor compreensão do objeto de estudo uma vez que, na matemática, o uso de figuras e diagramas é uma constante. Mais ainda, os conceitos e propriedades da matemática possuem, em grande parte, uma representação abstrata baseada em informações simbólicas - a visualização se torna o contexto da interação entre imagens mentais e suas representações. Durante o ensino-aprendizagem de geometria 3D, faz-se necessário a distinção entre aquisição e uso do que se assume ser geometria 3D (como conhecimento e classificação de sólidos), e aquisição e desenvolvimento de habilidades espaciais[6] (que se apresentam no desenvolver de uma atividade), o que está de acordo com o modelo de Van Hiele (GUTIÉRREZ, 1992, p. 34)

Segundo Gutiérrez (1992, p.35), estudantes normalmente trabalham em três contextos: manipulação de objetos reais; representações planas num papel; e manipulação de representações 3D em um computador. Cada contexto sendo importante para o processo de ensino-aprendizagem e para a vida do dia-a-dia, tem suas vantagens e desvantagens.

É importante destacar que pesquisas mais recentes sobre trabalho com geometria tridimensional, usando softwares de geometria dinâmica 3D, mostram importantes potencialidades educativas no uso desse tipo de aplicativo. Pode-se dizer que eles são

[6] Por habilidades espaciais entende-se representação, transformação, criação e uso de informação não linguística.

importante ferramenta para o trabalho com os tópicos do currículo ligados à geometria no espaço (MIYAZAKI et al., 2012).

Para a geometria 3D várias abordagens isoladas têm sido propostas e que são baseadas no modelo de Van Hiele. A primeira tentativa de caracterizar explicitamente os níveis de Van Hiele em geometria 3D aparece em Hoffer (1981). Alguns exemplos para as habilidades visuais e de desenhos se referindo a sólidos foram consideradas, mas não há maneiras de se pensar a Geometria 3D a partir dos níveis de Van Hiele. (GUTIÉRREZ, 1992, p.33).

5.1 - Aprofundando um pouco mais a questão

A visualização é construída através de um processo que envolve uma ação (física ou mental) e sua representação (imagens mentais). Isto gera dois processos: a criação das imagens mentais, através da *interpretação da informação visual* e a obtenção de informação, através da *interpretação de imagens mentais*.

Gutiérrez descreve um modelo de caracterização para o campo de visualização em matemática, definindo seus elementos principais numa tentativa de integrar e complementar inúmeros elementos previamente definidos por Presmeg (2006), Bishop (1983), Clements (1981) e outros, que parcialmente explicaram atividades de alunos e professores quando eles usam visualização como um componente de ensino-aprendizagem ou raciocínio em matemática.

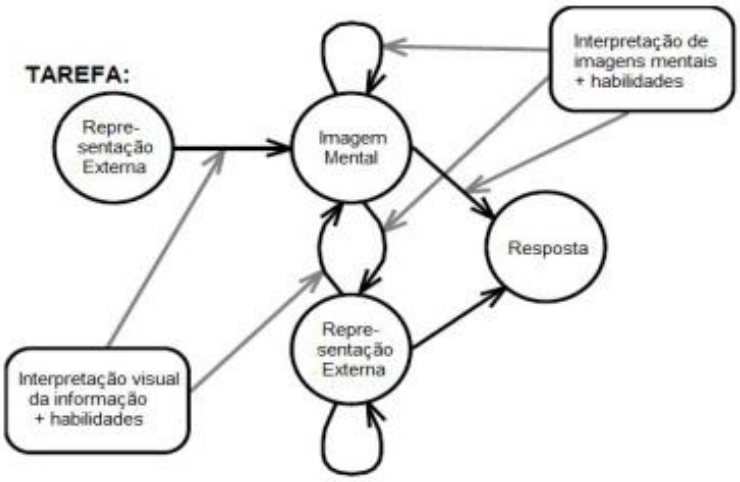
É preciso que se desenvolva habilidades de visualização para que se apresente todo o processo necessário ligado às imagens mentais especificas para uma determinada situação. Tais habilidades podem ter diferentes fundamentações, as principais sendo: (GUITIÉRREZ, 1997, p.10)

- Percepção figurativa: habilidade de identificar uma figura especifica quando isolada de um contexto.
- Percepção constante: habilidade de reconhecer que algumas propriedades de um objeto são independentes de tamanho, cor, textura, posição e mantêm-se constantes quando dado objeto ou figura é percebido em outra orientação.
- Rotação mental: habilidade de produzir imagens mentais dinâmicas e visualizá-las em movimento.

- Percepção de posições espaciais: habilidade de relacionar um objeto, figura ou imagem mental.
- Percepção de relações espaciais: habilidade de relacionar inúmeros objetos, figuras e/ou imagens mentais simultaneamente.
- Descriminação visual: habilidade de comparar inúmeros objetos, figuras e/ou imagens mentais para identificar similaridades e diferenças entre eles.

A Figura 2 faz um resumo dos passos a serem seguidos quando se usa visualização para resolver uma tarefa considerada de uma maneira ampla, seja ligada Geometria 3D ou não. O enunciado da tarefa deve gerar uma representação mental sobre a qual o estudante deve aplicar as habilidades visuais para solucioná-la:

Figura 2: Visualização geral da interação entre os elementos presentes na solução de uma tarefa matemática



Fonte: Reproduzido de Gutiérrez, 1997, p. 11. Tradução dos autores).

Considerações Finais

Podemos dizer que há muito o que observar, analisar e pesquisar no campo da visualização. Muitas perguntas ainda existem, sendo muitas delas são contraditórias, no sentido de que vivemos num mundo 3D que se faz praticamente impossível no imaginário de alguns.

Debater sobre a visualização é falar sobre qualquer coisa que você possa querer. Não existe, no mundo, uma única história contada em que o ouvinte não visualize mentalmente (ou imagine) os personagens da história e o contexto descrito nela. Sempre que se relata qualquer acontecimento, é inconsciente o fato de que o ouvinte vá imaginar o fato relatado. Ou seja, a visualização é um processo de natureza fundamental existente dentro da nossa própria (in)consciência. Então por que não recebe o devido valor? Por que não usar este tipo de interação para inicializar um processo de educação visual na criança? Por que é tão difícil visualizar algo em geometria 3D (espacial) se vivenciamos cotidianamente o mesmo espaço 3D? Como pode um cérebro que passa a vida inteira no mundo tridimensional não conseguir manipular uma simples figura geométrica deste mesmo mundo tridimensional? Podemos afirmar que a educação visual se faz necessária por muitos aspectos. Um deles é por ser parte de todos os nossos contextos vividos. Acreditamos que o Modelo de Gutiérrez, dentro do contexto da Geometria 3D, possa ser um início desse trabalho.

Referências

Arcavi, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. In: Conference on the Psycology of Mathematics Education, 21, 1999, North American Chapter, **Anais**... Cuernavaca, Morelos: Mexico.

Bishop, A., Spatial Abilities and Mathematical Thiking, In: **Proceedings of ICME**, 4, 1983, Zueng, M., et al (eds.), Boston-USA: Birkhauser, 1983.

Clements, M. A., Visual Imagery and School Mathematics, In: **For the Learning of Mathematics**, v. 2.2, 1981.

Gutiérrez, A. Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. **Structural Topology** (pp. 31-47). Valencia, Espanha: Universidad de Valencia, 1992.

Gutiérrez, A. **Visualization in 3-Dimensional Geometry**: In search of a framework. Universidad de Valencia, Dpto. de Didática de la Matemática, Valencia: Espanha, 1997.

Hershkowitz, R., Parzysz, B., Dormolen, J. V. (1996). Space and Shape, In: **International Handbook of Mathematics Education**, A. J. Bishop et al. (orgs.), Dordrecht, Holanda: Springer, 1996.

Hoffer, A. Geometry is more than proof. The Mathematics Teacher, v74.1, (pp. 11-18)

Jones, K.; Tzekaki, M. Research on the theachng and learning of geometry. In: **The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education**: The Journey Continues, A. Guitiérrez, G. Leder, P. Boero (orgs.), Roterdam, Holanda: Sense, 2016.

Melhoramentos (Ed.). **Michaelis**. Acesso em 17 de agosto de 2019, disponível em http://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=visualiza%C3%A7%C3%A3o

Miyazaki, M.; Kimiho, C.; Katoh, R.; Arai, H.; Ogihara, F.; Oguchi, Y.; Komatsu, K. Potencials for spatial geometry curriculum development with three-dimensional dynamic geometry software in lower secondary mathematics. In: **International Journal for Technology in Mathematics Education**, v. 19, n. 2. Maio de 2012. Acesso em janeiro de 2019, disponível em ResearchGate: http://www.reasearchgate.net/publication/258639762

Motoito, R.; Leivas, J. P. (jul/dez de 2012). A Representação do espaço na criança, segundo Piaget: Os processos mentais que conduzem à formação da noção do espaço euclidiano. In: **VIDYA**, *v. 32* (n. 2), jul./dez. 2012. Santa Maria-RS: Universidade Franciscana.

Presmeg, N. Research on visualization in learning and teaching mathematics. In: **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education**: Past. Present and Future, Illinois State University, Mathematics Department, 2006.

Análise Combinatória no Ensino Médio: episódio de sala de aula via exploração, resolução e proposição de problemas

Combinatorial Analysis in High School: classroom episode via exploration, solving and posing problems

Adriano Alves da Silveira
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
adriano.exatas@hotmail.com

Silvanio de Andrade
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
silvanio@alumni.usp.br

Resumo
Neste trabalho apresentamos um recorte da nossa pesquisa mestrado, que contempla uma discussão de um episódio de sala de aula, no qual analisamos como uma abordagem em sala de aula via Exploração Resolução e Proposição de problemas pode contribuir com o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória. A pesquisa se situa numa abordagem qualitativa, visando buscar significados, interpretar e compreender as informações obtidas. A modalidade de pesquisa pode ser caracterizada como uma pesquisa pedagógica, no qual o professor é o pesquisador em sua própria sala de aula (LANKSHEAR e KNOBEL, 2008). A metodologia de ensino-aprendizagem escolhida para trabalhar em sala de aula foi a de Exploração, Resolução e Proposição de problemas (ANDRADE, 1998; 2017), e o público-alvo, uma turma do 2º ano do ensino médio da Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Agenor Clemente dos Santos, localizada na cidade de Alagoinha-PB. Na intervenção, o presente pesquisador agiu como professor-pesquisador, mas também com o papel de mediador e incentivador, trabalhando em sala de aula como professor regente e dando autonomia aos alunos na construção das ideias essenciais de análise combinatória. Os resultados evidenciam que via Exploração, Resolução e Proposição de problemas, foi possível acompanhar o crescimento dos alunos, onde eles criaram suas próprias ideias para resolver um problema, e, consequentemente, encontraram múltiplas estratégias de resolução do problema; posteriormente, justificaram suas resoluções, participando efetivamente da construção do seu conhecimento. Concluímos, enfatizando que a resolução de um problema gerava novos problemas, de modo que se exigia, do aluno, a responsabilidade de contribuir com novos trabalhos, novas reflexões, novas sínteses, promovendo uma aprendizagem com compreensão, das ideias essenciais de Análise Combinatória.

Palavras-chave: Análise Combinatória; Sala de Aula; Ensino Médio; Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.

Abstract
In this work, we present an excerpt from our master's research that includes a discussion of a classroom episode, in which we analyze how a classroom approach via Exploration, Solving and Posing problems can contribute to teaching-learning Combinatorial Analysis. The research is situated in a qualitative approach, searching for meanings to interpret and understand the complete information. The research modality can be characterized as a pedagogical research, in which the teacher is the researcher in his/her own classroom (LANKSHEAR and KNOBEL, 2008). The teaching-learning methodology chosen to work in the classroom was the Exploration, Resolution and Posing of problems (ANDRADE, 1998; 2017), and the target audience was a 2nd year of high school class at Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Agenor Clemente dos Santos, located in the city of Alagoinha-PB, Brazil. In the intervention, the present researcher acted as a teacher-researcher, but also with the role of mediator and encourager, working in the classroom as a regent teacher and giving autonomy to students in the construction of the essential ideas in combinatorial analysis. The results show that via

Exploration, Solving and Posing problems, it was possible to follow the students' growth, where they created their own ideas to solve a problem, and consequently have multiple reasons for solving the problem; later, they justified their solutions by participating in the construction of their knowledge. We conclude by emphasizing that the resolution of a problem generated new problems, so that the student was required to contribute with new work, new reflections, new syntheses, promoting learning with understanding of the essential ideas of Combinatorial Analysis.

Keywords: Combinatorial Analysis; Classroom; High school; Exploration, Solving and Posing Problems.

Introdução

Recentemente, pesquisadores em Educação Matemática têm evidenciado sua preocupação com o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória, sobretudo pelo fato de algumas pesquisas pontuarem que, na maioria das vezes, esse tópico é trabalhado apenas a partir do 2º ano do ensino médio.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que são uma proposta que tem, como objetivo, nortear o trabalho do professor brasileiro em sala de aula, destacam a necessidade de o ensino da Análise Combinatória começar desde os primeiros anos de escolaridade do ensino fundamental (BRASIL, 1997).

Nesse sentido, os PCN (BRASIL, 1997) apontam que, no decorrer do 1º e 2 º ciclos do ensino fundamental, os alunos devem ser levados a desenvolver a familiarização com a contagem de agrupamentos, de maneira informal e direta, fazendo, por exemplo, uma lista de todos os agrupamentos possíveis para depois contá-los. Enquanto, para o 3º e para o 4º ciclo, ressaltam a relevância dos problemas de contagem, cujo objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para sua aplicação no cálculo de probabilidades.

Assim, o interesse pelo ensino-aprendizagem de Análise Combinatória partiu primeiramente de algumas lacunas deixadas quando o autor principal ainda era aluno da Educação Básica, época em que não houve qualquer contato com o estudo deste tópico. Desse modo, questionávamos a respeito de como contribuir para que os alunos tenham um aprendizado com compreensão no estudo da Análise Combinatória; o que levou a buscar alternativas metodológicas para este conteúdo, na perspectiva da Resolução de problema.

Contudo, defendemos que as novas pesquisas devem valorizar a compreensão e a formalização das ideias essenciais de Análise Combinatória. Isso pode acontecer quando colocamos o aluno em um ambiente que leve à reflexão, permita que ele tome decisões adequadas e organize as informações diante do problema proposto, desenvolvendo uma forma de pensar matemático: o raciocínio combinatório.

Os PCN+ indicam que o trabalho em sala de aula acerca de Análise Combinatória pode ocorrer pela resolução de problemas ao afirmar que, "esse conteúdo deve ter maior espaço e empenho de trabalho no Ensino Médio, mantendo de perto a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e estéril" (BRASIL, 2002, p. 127).

Diante do que foi exposto até o momento, elegemos o seguinte problema de pesquisa: Como uma abordagem em sala de aula via Exploração, Resolução e Proposição de problemas pode contribuir com o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória?

Discutiremos aqui, um episódio de sala de aula que evidencia o trabalho dos alunos na formalização do conceito do Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Além disso, diante das diferentes perspectivas do uso da metodologia de Resolução de problemas em sala de aula, adotamos neste trabalho a proposta de Andrade (1998; 2017), intitulada, "Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração, Resolução, Proposição, Codificação e Descodificação de Problemas (ERPCDP)". Portanto, a nossa proposta em trabalhar com a Resolução de problemas em sala de aula compreende ir além da resolução do problema e da sua solução, ao trabalhar com a Exploração e a Proposição de problemas.

Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória via Exploração, Resolução e Proposição de problemas

Algumas pesquisas, como a de Vargas (2009), Almeida (2010), Souza (2010) e Silva (2013), destacam que o ensino da Análise Combinatória pode ocorrer, através de Atividades Investigativas, Comunicação Matemática, Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas e Resolução/Exploração de problemas. Nota-se que essas propostas metodológicas valorizam à aquisição e a compreensão das ideias essenciais de Análise Combinatória, deixando de lado o uso excessivo de fórmulas, como também o ensino voltado para exercícios repetitivos, que não fazem o aluno pensar.

A Análise Combinatória apresenta dificuldade de natureza conceitual. Nesse sentido, é necessário realizar um trabalho em sala de aula que valorize a compreensão dos conceitos referente a esse tópico, já que o conhecimento das fórmulas garante muito pouco sobre como proceder em determinados problemas. Além disso, percebe-se que os problemas de Combinatória não mantêm o mesmo padrão em suas resoluções. “Por isso, quando estamos diante de um problema referente a este tópico, é necessário pensar, em seguida fazer anotações, com o intuito de conhecer sua natureza, e como se procede, por exemplo, diante de uma enumeração sistemática” (SILVEIRA; ANDRADE, 2020, p. 4).

Nesse sentido, precisamos ter cuidado nas escolhas dos primeiros problemas de Análise Combinatória, é preciso que eles possuam uma quantidade relativamente pequena de agrupamentos, para que o aluno possa listar todos os agrupamentos possíveis. No caso de o problema possuir um grande número de agrupamentos, tornando uma atividade exaustiva para o estudante, daí vem a importância do PFC e utilização das fórmulas de modo adequado. Na verdade, a exploração de um problema que podemos fazer todos os agrupamentos possíveis, tomando casos particulares, pode nos ajudar a entender e ampliar para uma situação geral, chegando a uma generalização do problema.

Ao trabalhar com a Resolução de problemas, podemos dar ênfase à Exploração de problemas que nos permitem ter uma melhor compreensão dos conteúdos que estão sendo discutidos. Sobre isso, Andrade (2017) ressalta que as abordagens iniciais de resolução de problemas, principalmente as da década de 1980, limitavam-se apenas à busca da solução do problema. Portanto, o processo se limitava apenas à solução do problema, nunca ia além do problema inicialmente dado. A partir daí, o pesquisador apresenta uma proposta de exploração de problema em que, entre outros pontos, tem-se como orientação teórica/prática ir além da resolução do problema.

Andrade (2017) destaca que o ensino de Matemática nessa proposta começa sempre com um problema ou situação-problema. Nela os estudantes aprendem e entendem aspectos importantes de um conceito ou ideia matemática explorando a situação-problema. Silveira e Andrade (2020) pontuam que a resolução de um problema não deve ser vista apenas como uma busca de resposta, mas, sim, interessada na compreensão do aluno. Na exploração de um problema o ponto de partida é o aluno, que está diante de um problema aberto, no qual ele desenvolve sua autonomia, levantando hipóteses, tomando decisões, refletindo sobre o seu fazer e investigando novos problemas que vão aparecendo durante a resolução do problema inicial.

O pesquisador Andrade (2017) enfatiza um novo modelo em que, a **exploração** e a **resolução** de um problema são desenvolvidas a partir de um movimento aberto, não fechado, embora não solto, denominado de **Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses-Resultado (P-T-RS-R)**. Numa aplicação prática desse modelo, inicialmente, é dado ou proposto um problema ou situação-problema, que pode partir tanto do professor quanto dos próprios alunos, esses mesmos alunos realizaram um trabalho sobre ele e, juntos, professor e alunos, discutem o trabalho feito num processo de reflexões e sínteses. Chegando, desse modo, possivelmente à solução do problema, a novos conteúdos, a novos problemas, à realização de novos trabalhos, a novas reflexões e novas sínteses. Nesse novo modelo, Andrade (2017) enfatiza a necessidade de inclusão do termo **Resultado**, enquanto que na proposta original era apenas **Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses**. Em meio às experiências vivenciadas pelo o autor, o mesmo enfatiza que o acréscimo da palavra resultado define melhor o processo como um todo, entendendo aqui o resultado como um refinamento das diversas sínteses desenvolvidas ao longo do processo de uma experiência de exploração de problemas, bem como destaca a solução do problema como um tipo de resultado. Andrade (2017) destaca ainda que,

> A proposta de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas precisa ser sempre percebida como uma proposta aberta, não fechada, embora não solta, para que possamos escutar/ver/olhar o que acontece nas tramas, nos encantos e desencantos, na transfiguração poética, no espaço-tempo, que o cotidiano da sala de aula nos proporciona. O final de uma experiência de Exploração de Problemas em sala de aula nunca é o final de uma história, mas o começo de muitas outras histórias. Trabalhar com Exploração de Problemas é colocar-se sempre em movimento, em aventura, é um sair sempre para mergulhar reflexivamente e criticamente em si mesmo e além de si mesmo (ANDRADE, 2017, p. 367).

Silveira e Andrade (2020) enfatizam que nessa abordagem, quando o aluno compreende o problema e suas soluções, cabe ao professor incentivar a exploração de novos problemas a partir do problema inicial, visando uma melhor compreensão dos conceitos. Ademais, quando o professor está explorando variações do problema que foi apresentado inicialmente, está propondo meios valorosos que levam os alunos a refletir sobre os significados das diversas ideias matemáticas que estão implícitas no problema apresentado. Diante da experiência vivenciada com o tema Resolução e Exploração de Problemas, Andrade (2017) enfatiza o caminhar para uma experiência ligeiramente modificada que hoje denomina de Exploração, *Resolução exploração*, *Proposição exploração* e Codificação - Descodificação de Problemas (ERPCDP).

Conforme o mesmo pesquisador, a nova denominação permite uma melhor compreensão e tomada de consciência do processo como um todo. Ele também destaca que colocar o termo *Resolução exploração* implica numa tomada de consciência, percebendo a resolução como parte integrante e resultante de um caminhar feito num processo de exploração de problemas. Já o termo *Proposição exploração* implica numa tomada de consciência de perceber a proposição também como parte impactante, integrante e resultante de um caminhar realizado ao longo de um processo de exploração de problemas.

Andrade (2017) ressalta que na proposta anterior a proposição de problemas estava implícita ao processo, como fazendo parte de movimentos da problematização do processo. Nesse novo modelo, ligeiramente modificado, ela aparece de forma explícita. Assim o pesquisador, pontua que isso é um forte avanço na proposta no sentido de uma tomada de consciência da importância da proposição de problemas tanto no processo de resolução como no de exploração de problemas. O pesquisador acrescenta, que ela pode ocorrer tanto **antes** como **durante** e **depois** ao processo de resolução e exploração de problema. Nessa pesquisa, a proposição de problemas ocorreu durante e depois ao processo de resolução e exploração de problema.

Metodologia

A pesquisa se situa numa abordagem qualitativa, visando a buscar significados, interpretar e compreender as informações obtidas. A pesquisa qualitativa é o caminho que leva a escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas (D'AMBRÓSIO, 2006).

A modalidade de pesquisa pode ser caracterizada como uma pesquisa pedagógica, no qual o professor é o pesquisador em sua própria sala de aula. De acordo com Lankshear e Knobel (2008, p.13), "[...] a pesquisa pedagógica está confinada à investigação direta ou imediata das salas de aula e o principal pesquisador em qualquer trabalho de pesquisa pedagógica é o professor cuja sala de aula está sob investigação".

A metodologia de ensino-aprendizagem escolhida para trabalhar em sala de aula foi a de Exploração, Resolução e Proposição de problemas (ANDRADE, 1998; 2017), e o público-alvo, uma turma do 2º ano do ensino médio da Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Agenor Clemente dos Santos, localizada na cidade de Alagoinha-PB.

A sala foi organizada em grupos de três alunos e, em alguns casos, em duplas, com o intuito de um trabalho cooperativo e colaborativo. Os dados foram levantados por meio de observações e registros dos materiais utilizados pelos alunos. Também fizemos uso de gravação sonora com a finalidade de coletar o máximo de evidências possíveis para obter mais clareza diante do que se propôs a investigar. Na intervenção, o presente pesquisador agiu como professor-pesquisador, mas também com o papel de mediador e incentivador, trabalhando em sala de aula como professor regente e dando autonomia aos alunos na construção das ideias essenciais de Análise Combinatória.

Episódio de sala de aula via Exploração, Resolução e Proposição de problemas

Aqui, trazemos um episódio de sala de aula sobre o tópico de Análise Combinatória, que evidencia como ocorre uma aula na perspectiva da Exploração Resolução e Proposição de problemas (ANDRADE, 1998; 2017). Inicialmente, entregamos um problema para cada aluno, e eles iriam realizar um trabalho sobre ele. Os alunos reuniram-se em oito grupos com três alunos e duas duplas. Durante a transcrição e análise dos dados, vamos denotar professor-pesquisador por PP e os grupos ou duplas por: G1, G2, G3, G4, G5, G6, G7, G8, G9 e G10. Para a formalização do conceito do PFC, trabalhamos o seguinte problema:

Quadro 1: Problema dos códigos

Gerlane dispõe dos algarismos 1, 2, 3 e 4 e de uma moeda. Pretende fazer códigos compostos inicialmente por um número de dois algarismos, seguido por uma das faces da moeda. Quantos códigos diferentes ela pode criar?
a) Se os códigos fossem criados com algarismos distintos seguido de uma das faces da moeda, quantas são as possibilidades?
b) Se os códigos fossem criados com números pares de dois algarismos seguidos de uma das faces da moeda, quantas são as possibilidades?
c) Se os códigos fossem criados com números de quatro algarismos seguido de uma das faces da moeda, quantas são as possibilidades?

Fonte: Silveira (2016, p. 84-85)

O problema tinha como objetivo trabalhar com estratégias que levam ao desenvolvimento do raciocínio combinatório, como a construção da árvore de possibilidades, enumeração sistemática de todas as possibilidades, construção de tabelas, além da pretensão de formalizar a ideia essencial do PFC. Com o intuito de facilitar a visualização de todas as possibilidades, foi entregue aos alunos fichas enumeradas de 1 a 4 e uma moeda. O grupo G8 solicitou a ajuda do professor e questionou:

> *G8 (Aluno 1): Uma face da moeda, como assim professor?*
> *PP: Quais são as faces de uma moeda?*
> *G8 (Aluno 1): Cara ou coroa.*
> *PP: Correto.*

Com à questão levantada pelo grupo G8, o professor-pesquisador foi à lousa, explanou aos alunos que eles podem denotar as faces da moeda da seguinte forma, C = cara e K = coroa. O grupo G10 questionou o professor-pesquisador:

> *G10: Como assim um número de dois algarismos?*

Desse modo, o professor-pesquisador sentiu a necessidade de ir novamente à lousa, pelo fato de perceber que alguns alunos não estavam entendendo o problema.

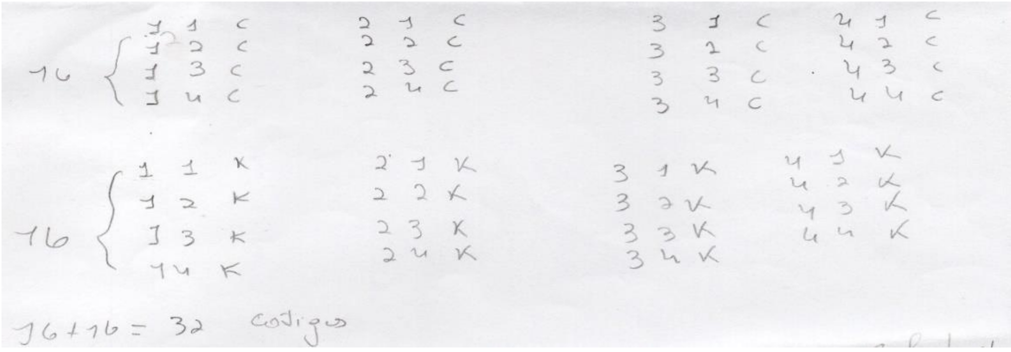
> *PP: Se um desses códigos fosse a senha da Wifi de internet, como vocês fariam para descobrir?*
> *Turma: Professor, a gente teria que saber quais são todas as senhas para ir testando até achar a correta.*
> *Turma: Professor, poderia ser 11 C, 12 C, 13 C e 14 C, 21 C...*
> *Turma: No caso professor basta trocar as posições dos números?*
> *PP: Isso!*

Quando na mediação, conseguimos expor situações cotidianas, como no diálogo anterior em que enfatizamos a necessidade de descobrir uma senha de internet, percebemos que os alunos têm facilidade em fazer conexão da Matemática que está aprendendo com seus afazeres cotidianos. Esta atividade possibilita aos alunos perceber, que quando os elementos são trocados obtém-se um novo agrupamento. Essa ideia permite-lhes organizar os dados levando em consideração a ordem dos elementos, preparando para o estudo de outro conceito matemático. O grupo G8 solicitou o professor e afirmou:

> *G8 (Aluno 2): Professor, encontramos a resposta.*
> *PP: E qual é?*
> *G8 (Aluno 1): 32 possibilidades.*
> *PP: E como vocês fizeram?*
> *G8: Fizemos todas as possibilidades.*

O grupo G8 apresentou como estratégia uma lista organizada de todas as possibilidades.

Figura 1: Resolução do grupo G8 ao problema inicial



Fonte: Silveira (2016, p. 86)

Por meio do diálogo com o professor-pesquisador, o grupo G4 também chegou à resolução do problema.

> *G4: Professor, a resposta é 16.*
> *PP: Como vocês fizeram?*
> *G4 (Aluno 1): Fizemos todos os códigos que contém a face cara.*
> *PP: E a face coroa?*
> *G4 (Aluno 2): Coroa é um número?*
> *PP: Não. Coroa é uma das faces da moeda.*
> *G4 (Aluno 2): Então é duas vezes dezesseis.*
> *PP: Porque?*
> *G4 (Aluno 2): Porque vai ter mais dezesseis coroas.*
> *PP: Isso!*

Notamos que a metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas colocou os alunos em um ambiente em que foi necessário refletir sobre o seu fazer ou sobre o seu pensar. Dessa forma, as atividades trabalhadas possibilitaram a evolução do processo metacognitivo. Isso ficou evidenciado durante os questionamentos do professor-pesquisador que exigia do aluno uma tomada de decisão, levando-o a refletir sobre o que fez ou estava fazendo. Percebemos que, ao explorar a capacidade do aluno de refletir sobre o processo de resolução do problema, permitiu-lhe obter resultados satisfatórios, como também uma aprendizagem com compreensão.

Apenas o grupo G3 não conseguiu resolver o problema inicial, apresentando a resolução parcialmente correta, já que o grupo listou algumas possibilidades. As estratégias utilizadas foram: enumeração sistemática de todas as possibilidades, utilização de tabelas e árvore de possibilidades. Estávamos interessados em evidenciar a utilidade do PFC na resolução desses problemas, e consequentemente formalizar esse conceito matemático e quando possível retornar ao problema anterior. No entanto, percebemos que alguns alunos estavam com dificuldades no item (a) pelo fato de não terem compreendido o termo “distinto”, daí fomos à lousa e questionamos:

> *PP: O que é algo distinto?*
> *Turma: Diferente. Nesse caso algarismos diferentes.*
> *PP: Isso!*

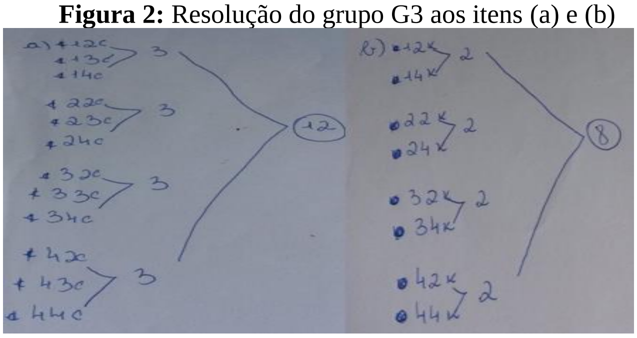
O grupo G8 explanou a seguinte estratégia para resolução do item (a), veja o diálogo a seguir:

> *G8 (Aluno 2): Professor a resposta é 24.*
> *PP: Como vocês resolveram?*
> *G8 (Aluno 2): No problema inicial a resposta foi 32, mas tem 8 códigos que não são distintos, aí eu fiz: 32 – 8 = 24 possibilidades.*
> *PP: Correto.*

Percebemos que aos poucos, os alunos foram se engajando nas discussões das atividades, já que lhes agradava a proposta de Exploração, Resolução e Proposição problemas, eles puderam refletir sobre o que estavam fazendo, retomando um problema anterior para chegar à resolução de um novo problema.

Apenas os grupos G3 e G9 não conseguiram resolver o item (a), apresentando a resolução parcialmente correta. Na verdade, utilizaram como estratégia a enumeração sistemática de todas as possibilidades, mas listaram apenas 12 possibilidades. O item (b) apenas o grupo G3 não foi bem sucedido na resolução do problema, propondo uma resolução parcialmente correta, utilizaram como estratégia a enumeração sistemática, obtendo 8 possibilidades. Na verdade, eles apresentaram apenas os códigos que contém a face coroa (K).

Figura 2: Resolução do grupo G3 aos itens (a) e (b)

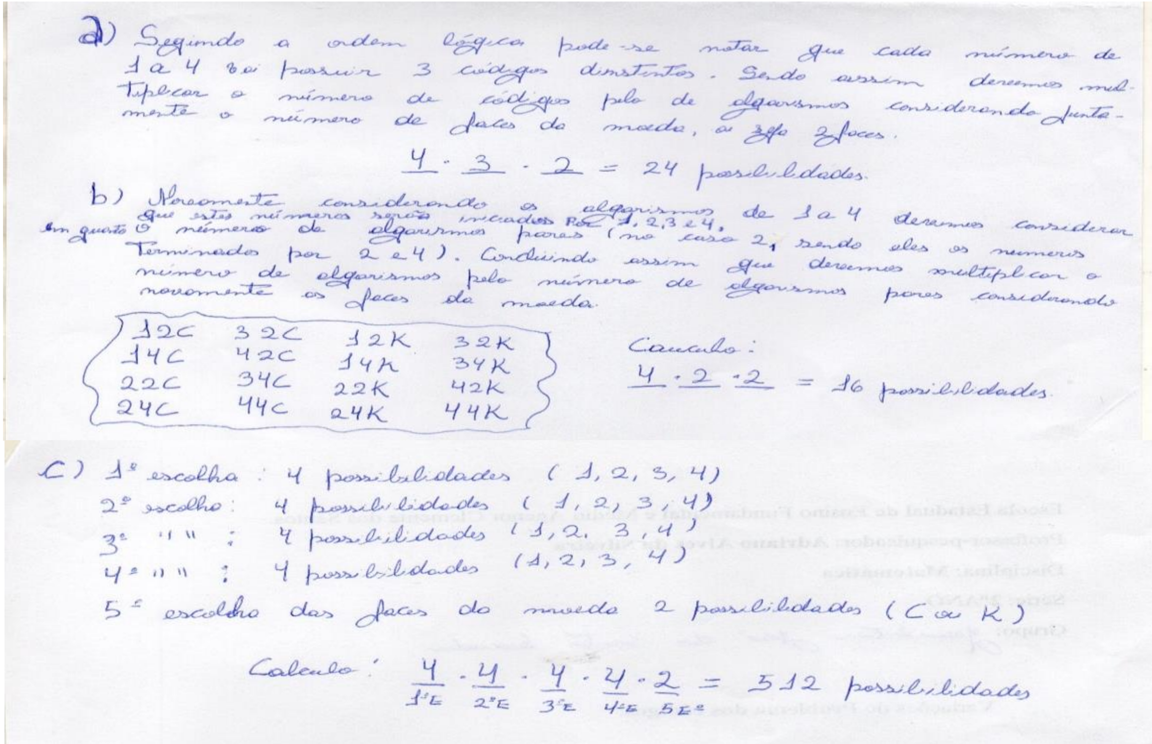


Fonte: Silveira (2016, p. 88)

Nosso interesse era implementar um novo conceito, fazendo com que os alunos conseguissem avançar no estudo da Análise Combinatória. Além disso, acreditamos que problemas que possuem uma grande quantidade de agrupamentos podem ser importantes para que os alunos possam fazer generalizações, fazendo uma lista de alguns agrupamentos e observando padrões em sua formação.

Percebemos que o grupo G1 conseguiu observar padrões na formação dos códigos nos itens (a) e (b) e generalizou para uma quantidade maior de possibilidades, fazendo uso do PFC, resolveram o item (c), sem precisar recorrer a uma lista organizada de todas as possibilidades.

Figura 3: Resolução do grupo G1 referente aos itens (a), (b) e (c)



a) Seguindo a ordem lógica pode-se notar que cada número de 1 a 4 vai possuir 3 códigos distintos. Sendo assim deveremos multiplicar o número de códigos pelo de algarismos considerando juntamente o número de faces da moeda, ou seja 2 faces.

4 · 3 · 2 = 24 possibilidades.

b) Novamente considerando os algarismos de 1 a 4 deveremos considerar que estes números serão iniciados por 1, 2, 3 e 4, enquanto o número de algarismos pares (no caso 2, sendo eles os números terminados por 2 e 4). Concluindo assim que deveremos multiplicar o número de algarismos pelo número de algarismos pares considerando novamente as faces da moeda.

12C	32C	12K	32K
14C	42C	14K	34K
22C	34C	22K	42K
24C	44C	24K	44K

Cálculo: 4 · 2 · 2 = 16 possibilidades.

c) 1ª escolha: 4 possibilidades (1, 2, 3, 4)
2ª escolha: 4 possibilidades (1, 2, 3, 4)
3ª " " : 4 possibilidades (1, 2, 3, 4)
4ª " " : 4 possibilidades (1, 2, 3, 4)
5ª escolha das faces da moeda 2 possibilidades (C ou K)

Cálculo: $\underset{1^{a}E}{4} \cdot \underset{2^{a}E}{4} \cdot \underset{3^{a}E}{4} \cdot \underset{4^{a}E}{4} \cdot \underset{5^{a}E}{2} = 512$ possibilidades

Fonte: Silveira (2016, p. 89)

De modo geral, as estratégias utilizadas levam à enumeração de todas as possibilidades, fizeram relação com o problema inicial, a árvore de possibilidade e utilização de tabelas e o uso do PFC. Os grupos sentiram dificuldades na resolução do item (c), a maioria estava buscando enumerar todas as possibilidades. Aproveitando o raciocínio dos alunos e interviemos:

> PP: Pessoal, como está sendo o processo de resolução do item (c).
> Turma: Professor, estamos fazendo, mas são muitas possibilidades.
> PP: Então, tente buscar algum padrão na formação de cada código.

O grupo G6 também conseguiu resolver o item (c), utilizando o PFC, observe o diálogo:

> G6 (Aluno 2): Professor, a resposta da letra (b) é 16 possibilidades.
> PP: Certo. E do item (c)?
> G6 (Aluno 1): Aí seriam muitas possibilidades.
> PP: Você vai ter que identificar o número de possibilidades para cada escolha.
> G6 (Aluno 1): E tem como?
> PP: Tem. O código é composto por cinco escolhas. Para a escolha do primeiro algarismo, existem quantas possibilidades?
> G6 (Aluno 2): 4 possibilidades.
> PP: E para escolha do segundo?

> G6 (Aluno 1): 4 possibilidades, e para escolha do terceiro e quarto também temos 4 possibilidades.
> PP: E para as faces da moeda?
> G6 (Aluno 1): 2 possibilidades.
> PP: Muito bem! E no que isso pode ajudar vocês?

Fomos atender os outros grupos, depois o grupo G6 solicitou-nos:

> G6 (Aluno 1): Professor, conseguimos resolver a letra (c).
> PP: Como vocês resolveram?
> G6 (Aluno 1): De acordo com aquele raciocínio que fizemos na letra (c), entendemos por que a resposta da letra (a) é 24 possibilidades. No caso são 4 possibilidades para escolha do primeiro número, 3 possibilidades para escolha do segundo, já que o código é formado por números distintos e são duas faces da moeda, daí basta fazer $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ possibilidades. Assim para letra (c), temos: $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 = 512$ possibilidades.
> PP: Correto.

Ao fim da aula, fomos à lousa fazer uma discussão das diversas estratégias utilizadas pelos grupos na resolução dos problemas, questionamos os alunos sobre a sua validade, a fim de que os eles entrassem em um consenso sobre sua resolução e as dos outros colegas. No entanto, como os grupos G1 e G6 já estavam explorando a ideia essencial do PFC em suas resoluções, evidenciamos, para a turma, o trabalho realizado por esses grupos, principalmente no item (c). Daí, retornamos para uma discussão sobre o problema inicial e os itens (a) e (b).

> PP: Vamos verificar a validade das estratégias utilizada pelos G1 e G6. Voltando ao problema inicial. Existem quantas possibilidades para escolha do primeiro número?
> Turma: 4 possibilidades.
> PP: E para escolha do segundo?
> Turma: 4 possibilidades.
> PP: E para escolha da moeda?
> Turma: 2 possibilidades cara ou coroa.
> PP: Então são quantas possibilidades?
> Turma: No caso, vai ser $4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ possibilidades, que foi a resposta encontrada nas outras soluções.
> PP: E para o item (a)? Para a escolha do primeiro algarismo temos quantas possibilidades?
> Turma: 4 possibilidades.
> PP: E para escolha do segundo?
> Turma: 4 possibilidades. Não é 3 possibilidades.
> PP: Por que é 4? Por que 3?
> Turma: é 3, porque não podemos repetir o número utilizado na primeira escolha.
> PP: E em relação à face da moeda?
> Turma: São 2 possibilidades. Assim temos $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ possibilidades.
> PP: E para o item (b)? Quantas possibilidades para escolha do primeiro algarismo?
> Turma: 4 possibilidades.
> PP: E para escolha do segundo?
> Turma: 2 possibilidades.
> PP: Por quê?
> Turma: Porque os números pares serão terminados em 2 ou 4.
> PP: E para faces da moeda?

Turma: 2 possibilidades.
PP: Então são quantas possibilidades?
Turma: No caso vai ser $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ possibilidades.

Portanto ao fim, ressaltamos, o trabalho realizado pelos grupos, enfatizando as descobertas do grupo G1, que, ao observar padrões na formação dos códigos, fez uso do PFC, o que possibilitou, ao professor-pesquisador, formalizar esse conceito para a turma.

Conclusões

Percebemos que, durante a exploração dos problemas, as ideias essenciais de Análise Combinatória foram tomando forma e fazendo sentido para o aluno, diante do processo de resolução dos problemas, chegando a uma resolução bem sucedida ou não. O fato é que o surgimento de novos problemas levou à discussão de diversas ideias, ampliando uma gama de estratégias que foram utilizadas no problema inicial, que deu suporte para a solução dos problemas seguintes. Nesse sentido, a resolução do problema inicial possibilitou, aos alunos, validar suas soluções via Exploração, Resolução e Proposição de problemas. Nota-se que os alunos fizeram relações, buscando dar significado às suas próprias ideias, desenvolvendo sua compreensão a partir do momento que refletiram sobre o que fizeram.

Durante a resolução dos problemas, notamos que os grupos foram criando identidade com algumas estratégias, implementando-as sempre que percebiam que era conveniente. Deste modo, notou-se o desenvolvimento do raciocínio combinatório, em que os alunos decidiam sobre a melhor forma de iniciar a resolução de um problema, listando todas as possibilidades de forma organizada. Além disso, o trabalho em sala de aula perspectivado da Exploração, Resolução e Proposição de problemas, abriu possibilidades para que os alunos recorressem a uma estratégia diferente daquelas que citam as pesquisas, tal como retomar o problema anterior para chegar à resolução de um novo problema.

A mediação professor-grupo, professor-aluno e professor-turma subsidiaram diversas discussões e reflexões em sala de aula, o que fomentou novas compreensões acerca das ideias essenciais envolvidas no problema. É preciso ressaltar que o trabalho colaborativo entre os alunos dos grupos gerou diversas descobertas, pois, em alguns diálogos, viu-se que elas promoveram avanços no raciocínio dos colegas de grupo que, posteriormente, apresentavam uma nova reflexão, possibilitando, ao fim, condições de chegar à resolução bem sucedida do problema.

Os resultados evidenciam que via Exploração, Resolução e Proposição de problemas, foi possível acompanhar o crescimento dos alunos, onde eles criaram suas próprias ideias para resolver um problema, e, consequentemente, encontraram múltiplas estratégias de resolução do problema; posteriormente, justificaram suas resoluções, participando efetivamente da construção do seu conhecimento. Concluímos, enfatizando que a resolução de um problema gerava novos problemas, de modo que se exigia, do aluno, a responsabilidade de contribuir com novos trabalhos, novas reflexões, novas sínteses, como também com a proposição de outros problemas matemáticos, promovendo uma aprendizagem com compreensão, das ideias essenciais de Análise Combinatória.

Referências

ALMEIDA, A. L. de. **Ensinando e aprendendo análise combinatória com ênfase na comunicação matemática:** um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio. 2010. 166f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto/MG, 2010.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.** 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP, 1998.

ANDRADE, S. **Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemático no Cotidiano da Sala de Aula.** In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). Perspectivas para Resolução de Problemas. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-395.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática: 1º e 2º ciclos. Brasília, DF: MEC, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, DF: MEC, 2002.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio In: BORBA, M.; ARAÚJO, J.L. (orgs.). 2. ed. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica**: do projeto à implementação. 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

SILVA, A.P. **Ensino e Aprendizagem de Análise Combinatória Através da Resolução de Problemas: um olhar para a sala de aula.** 2013. 92f. (Mestrado em Ensino de

Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande/PB, 2013.

SILVEIRA, A. A. **Análise em sala de aula:** uma proposta de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas. 2016. 234f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande/PB, 2016.

SILVEIRA, A. A.; ANDRADE, S. **Ensino-Aprendizagem de Análise Combinatória via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas no Ensino Médio**. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 17, p. 01-21, 01 de maio de 2020.

SOUZA, A.C.P. de **Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**. 2010. 343f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP, 2010.

VARGAS, A.F. **O Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória através da Resolução de Problemas com Atividades Investigativas.** 2009. 110f. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2009.

Centro de Mídias de São Paulo e a Educação Matemática em tempos da pandemia Covid-19

São Paulo Media Center and Mathematics Education in times of the Covid-19 pandemic

Isis Maria de Paula Oliveira
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
isismaria@usp.br

Michela Tuchapesk da Silva
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
michelat@usp.br

Resumo
A presente pesquisa visa discutir e pensar as tendências em Educação Matemática a partir das aulas apresentadas pelo Centro de Mídias de São Paulo – CMSP, a fim de fomentar discussões a respeito do ensino de Matemática em tempos de pandemia Covid-19. Para tanto, acompanhamos quarenta e duas aulas de matemática do oitavo ano que aconteceram via a plataforma digital do CMSP. Além disso, também entrevistamos dois professores de escolas estaduais, um aluno e seu responsável, a fim de ampliarmos as discussões quanto ao aprender matemática em tempos de pandemia a partir do ensino remoto. Tendo em vista perspectivas teóricas que contribuem para pensar o aprender matemática contrário às práticas de recognição, discutimos a constante presença das práticas de memorização no ensino de matemática, no caso, em atividades com jogos, bem como trazemos discussões do ensino remoto relacionadas ao uso das tecnologias no ensino e aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem; recognição; jogos; tecnologias.

Abstract
This research, still under development, aims to discuss and think about trends in Mathematics Education from the online classes of the São Paulo Media Center - CMSP, in order to foster discussions about the teaching of Mathematics in times of pandemic Covid-19. To do so, we followed forty-two math classes from the eighth grade that took place via the CMSP's digital platform. In addition, we also interviewed two teachers, a student and his/her guardian, in order to broaden the discussions regarding learning mathematics in times of pandemic from remote education. In view of theoretical perspectives that contribute to thinking learning mathematics contrary to recognition practices, we discuss the constant presence of memorization practices in mathematics teaching, in this case, in game activities, as well as bringing discussions of remote learning related to the use of technologies in teaching and learning mathematics.

Keywords: Teaching-learning; recognition; games; technologies.

O CMSP e as Tendências em Educação Matemática

Em meados de março de 2020, o Brasil e o mundo, empenharam inúmeros esforços para conter o aumento de pessoas contagiadas pelo coronavírus denominado SARS-Cov-2, causador da doença Covid-19. Neste sentido, escolas públicas e particulares em temporalidades diferentes, segundo as normativas de cada um dos estados, fecharam suas portas e, tanto alunos, professores e demais funcionários da escola receberam a indicação de ficar em casa seguindo a orientação da Organização Mundial da Saúde do isolamento social.

Com a data da volta às aulas presenciais em aberto, pais e educadores, em início de abril, começaram a debater os rumos da educação considerando as *Diretrizes para escolas durante a pandemia* publicadas em abril de 2020 pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) em colaboração com o Ministério da Educação (MEC). Estas diretrizes autorizaram as escolas da Educação Básica e instituições de Ensino Superior substituírem o ensino presencial por aulas que utilizam meios e tecnologias de informação e comunicação, além do mais, na Medida Provisória Nº 934, de 1º de Abril de 2020 publicada no Diário Oficial o governo esclareceu que as 800 horas da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio poderiam ser distribuídas em um período diferente aos 200 dias letivos.

Sendo assim, no dia 22 de abril de 2020 o Programa do Centro de Mídias da Educação de São Paulo - CMSP[1], voltado aos anos iniciais, educação infantil, anos finais do ensino fundamental e ensino médio, foi a principal estratégia do plano emergencial para a educação na pandemia, como uma iniciativa da Secretaria da Educação. O CMSP surgiu em julho de 2019, por meio do lançamento do Planejamento Estratégico 2019-2022, pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP), com o objetivo de

> promover a qualidade do ensino, e de obter resultados que permitam à rede estadual paulista figurar entre as mais avançadas do mundo até 2030, ampliando as possibilidades de ensino e aprendizagem, fomentando a cultura digital e permitindo maior conexão entre todos os integrantes da rede. (Disponível em: https://centrodemidiasp.educacao.sp.gov.br/).

Deste modo, a partir do decreto n° 64.982, diante da Lei federal n° 13.005, o CMSP tem como proposta a introdução das novas Tecnologias da Informação e Comunicação nas escolas, bem como a utilização de *softwares*. O Programa busca desenvolver as seguintes ações: “I - exibição de videoaulas síncronas, preferencialmente com interatividade em tempo real; II - exibição de vídeo aulas assíncronas; III - exibição de palestras e de programas complementares; [...]” (SÃO PAULO, 2020, Art 4).

Diante disso, as aulas são transmitidas a partir de estúdios de TV instalados na sede da Escola de Formação dos Profissionais da Educação (EFAPE) e podem ser acompanhadas, ao vivo e sem o uso de internet, pelo portal do CMSP e pelos aplicativos CMSP, voltado aos

[1] Disponível em: https://centrodemidiasp.educacao.sp.gov.br/.

Anos Iniciais e a Educação Básica. As aulas também podem ser assistidas pelo canal digital da TV Educação e pela TV Univesp. No caso, os conteúdos apresentados por esses canais, ficam disponíveis para consulta dos alunos, dos responsáveis e dos profissionais da Rede de Ensino do Estado de SP, no site do CMSP, no canal do *YouTube* do Centro de Mídias SP e na página do *Facebook* do Centro de Mídias de São Paulo.

A suspensão das aulas e a substituição do ensino presencial pelo remoto, sem dúvida foi uma das medidas mais importantes tomadas no início do aumento de infectados comunitários por Covid-19 no Brasil, visto que colaborou significativamente com o isolamento social, entendendo que a escola é um espaço onde o contato é inevitável. Contudo, as medidas com diretrizes para o funcionamento da escola no período da pandemia, bem como a flexibilização da distribuição da carga horária escolar, não indicam modos e práticas efetivas de desenvolvimento do trabalho da escola, por exemplo, a partir essencialmente de atividades remotas. Além disso, sabemos que os participantes da escola se encontram frente a uma série de desafios, diante da demarcação de limitações graves que já existiam antes da pandemia provocada pelo Covid-19, e que perante a impossibilidade da realização da vida escolar presencial se tornaram mais agudas e visíveis.

Neste sentido, o presente trabalho considerou pertinente pensar e discutir o ensino de Matemática na escola básica, em tempos de pandemia Covid-19. Assim, a ideia do projeto, desenvolvido com a professora pesquisadora e a aluna do Programa Unificado de Bolsas de Estudos para Apoio à Permanência e Formação de Estudantes de Graduação (PUB-USP)[2], visou acompanhar as aulas de Matemática no CMSP buscando discuti-las a partir das concepções teóricas de algumas tendências em Educação Matemática. No caso, a resolução de problemas, os jogos e as tecnologias foram as tendências estudadas e discutidas neste texto.

Entendemos que o movimento das tendências em Educação Matemática, pautados em estudos teóricos e práticos, buscam contribuir com as questões que envolvem o ensino e aprendizagem de Matemática, no sentido de fomentar ideias e ações que abrangem as

[2] O Programa Unificado de Bolsas de Estudos para Apoio à Permanência e Formação de Estudantes de Graduação (PUB-USP) é uma ação da Universidade de São Paulo que integra a Política de Apoio à Permanência e Formação Estudantil. O Programa visa o engajamento do corpo discente em atividades de investigação científica ou projetos associados às atividades-fim da USP, de forma a contribuir para a formação acadêmica e profissional dos alunos regularmente matriculados.

práticas escolares. Deste modo, neste projeto buscamos observar as práticas de ensino de Matemática disponíveis na plataforma digital “Centro de Mídias da Educação de São Paulo”, incluindo, principalmente, as observações das aulas referentes ao oitavo ano. Além disso, a fim de ampliarmos nossas discussões, realizamos entrevistas com alguns professores, pais e alunos que cursaram o ensino remoto a partir das aulas do CMSP.

Objetivos do projeto

A pesquisa teve como objetivo olhar para o desenvolvimento das aulas de matemática no CMSP a partir das tendências em Educação Matemática, a fim de contribuir com discussões a respeito das concepções, paradigmas e/ou ideologias presentes nessas tendências. Também entendemos que esse estudo pode contribuir, inclusive, com a construção da perspectiva metodológica que melhor atenda às expectativas da bolsista enquanto futura professora. Neste sentido, a discussão dessas aulas e materiais produzidos durante o ensino remoto a partir das tendências em Educação Matemática, pode contribuir para a análise de práticas pedagógicas específicas e para a construção crítica de outras perspectivas de ver e conceber o ensino da Matemática.

Aspectos metodológicos do desenvolvimento do projeto

De acordo com Goldemberg (2004), no desenvolvimento da pesquisa qualitativa a preocupação deve ser com o aprofundamento da compreensão de um grupo, de um fato ou projeto estudado, isto é, com o objeto de pesquisa, desconsiderando, assim, a representatividade numérica. Deste modo, neste projeto assistimos às aulas de matemática do ensino fundamental II apresentadas pelo CMSP durante o ensino remoto. Além disso, buscando ampliar a possibilidade de discussão, realizamos entrevistas com professores de matemática de escolas Estaduais de São Paulo, alunos e pais que participaram do ensino remoto a partir da plataforma do CMSP.

Durante o período de setembro de 2020 a janeiro de 2021, acompanhamos quarenta e duas aulas de matemática do oitavo ano, através das mídias digitais, como o canal do *YouTube*, TV Escola e pelo próprio aplicativo do CMSP. Neste processo de produção de dados, buscamos registrar práticas desenvolvidas durante as aulas, que se relacionavam às tendências em Educação Matemática. Também analisamos as “falas” dos professores e alunos pelo *chat* que, no caso, tinham como propósito permitir uma maior participação síncrona dos alunos e professores durante a aula.

As entrevistas foram realizadas com participantes da rede pública do Estado de São Paulo, sendo eles: um professor de matemática do ensino médio, um professor de matemática dos anos finais do ensino fundamental, uma coordenadora pedagógica, uma aluna do oitavo ano do ensino fundamental e a mãe dessa aluna. As entrevistas foram pré-estruturadas e assistemáticas, o que possibilitou explicações mais espontâneas dos entrevistados, e evitou respostas dirigidas pelo pesquisador.

O processo das entrevistas foi muito importante durante a pesquisa, pois é um instrumento que permite um maior entendimento de alguns assuntos, como, no caso, pensar as tendências em educação matemática na prática do ensino remoto. Ainda, destacamos que, enquanto primeiro trabalho com o projeto PUB, a discente-pesquisadora teve muitos desafios, como, por exemplo, a dificuldade no processo de elaboração das questões, o que exigiu um posicionamento crítico diante das observações realizadas e, ainda, dificuldades com o desdobramento da entrevista, em que era importante desenvolver uma conversa evitando, no caso, respostas monossilábicas.

Segundo Goldenberg (2004, p.86), "o pesquisador deve ter em mente que cada questão precisa estar relacionada aos objetivos de seu estudo. As questões devem ser enunciadas de forma clara e objetiva, sem induzir e confundir, tentando abranger diferentes pontos de vista". Por esse motivo, o processo de elaboração dos três roteiros das entrevistas: roteiro da família, roteiro do aluno e roteiro dos profissionais da escola (professores e coordenação), buscou entender os pontos de vista de cada sujeito envolvido na pesquisa.

Assim, de um modo geral, as questões das entrevistas buscaram discutir as mudanças que ocorreram por parte dos alunos, das famílias e dos professores, com a aprendizagem de matemática no ensino remoto a partir das aulas do CMSP.

Breves apontamentos das tendências Resolução de Problemas, Tecnologias e Jogos nas aulas de matemática do CMSP

Sobre essa questão, vale destacar que, no início de 2020, o *chat* era aberto, ou seja, todos que estavam assistindo às aulas podiam usar essa ferramenta, fazendo comentários ao longo da aula, que eram visualizados por todos do CMSP. Contudo, como muitos comentários eram feitos fora do contexto da aula, ou seja, não atingiam o objetivo de comunicação a respeito das dúvidas e questões referentes às atividades e os conteúdos apresentados, no final de 2020, o CMSP restringiu o *chat* em grupos de cada escola. Assim, os professores de cada instituição deveriam acompanhar os comentários dos seus alunos e repassar para os professores do CMSP. Vale ressaltar que, ao final de cada aula era aplicado um questionário por *QRCode*, que reunia as impressões dos alunos acerca do que foi trabalhado. Esta ferramenta buscava estabelecer a comunicação entre os alunos e os professores do CMSP.

Aqui também vale destacar que, as aulas do CMSP eram ministradas pelos professores do CMSP e não pelos professores das escolas. Consideramos que esta questão deve ser discutida e pensada com os participantes da escola e outros responsáveis pela organização e desenvolvimento das atividades da plataforma, no sentido de analisarmos o que isso acarreta para o ensino e aprendizagem de matemática dos alunos.

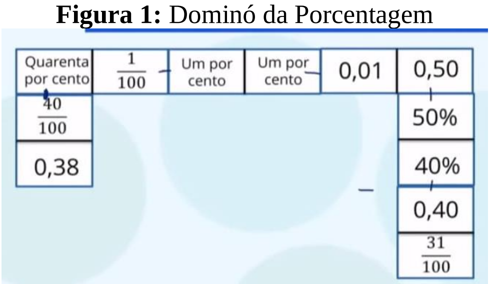
Ainda em relação ao desenvolvimento das aulas de matemática no CMSP, um recurso muito usado foram os *slides* que, na maioria das vezes, substituía o uso da lousa. Geralmente, os *slides* continham pouco texto e muitas fórmulas matemáticas. O uso de imagens e ilustrações aconteciam mais durante as aulas de geometria, em que as figuras eram coloridas e legendadas, no caso, este recurso era usado com o apoio da lousa digital. Assim, apesar da utilização desses recursos tecnológicos, como os *slides* e a lousa digital, de modo geral, as aulas de matemática eram desenvolvidas através da metodologia tradicional, ou seja, o professor explicava o conteúdo na lousa digital, utilizando-a como “lousa normal” e indicava os passos, ou etapas necessárias, para a resolução dos exercícios.

Também, no início de cada aula eram apresentadas as habilidades da Base Nacional Curricular Comum (BNCC), destacando quais seriam trabalhadas durante os 45 minutos de aula. Na grande maioria das vezes, as habilidades apresentadas tratavam especificamente da metodologia Resolução de Problemas e Tecnologias, ambas pertencentes às tendências em Educação Matemática. Contudo, quanto a Resolução de Problemas, as atividades consideravam apenas a ideia de resolver determinado exercício e/ou problema, pouco ou quase nada foi considerado em relação às concepções de Onuchic e Alevatto (2011), quanto aos fundamentos desta metodologia. Quanto aos recursos tecnológicos, como já comentamos, foram utilizados os *slides* e a lousa digital, no caso, nenhum *software* de ensino de matemática foi apresentado a partir das TICs (Tecnologias da Informação e Comunicação), bem como discutem Sant'An, Amaral e Borba (2012).

Em acordo com a BNCC, dentre os conteúdos matemáticos trabalhados nas aulas, podemos citar: figuras geométricas planas, probabilidade, porcentagem, ângulos internos e externos, triângulos, quadriláteros e figuras tridimensionais. Ressaltamos que muitos desses conteúdos foram trabalhados apenas a partir da utilização de fórmulas, contribuindo para o reforço de algumas práticas escolares como o decorar e memorizar, bem como resolver a partir do "passo a passo" do professor. Ainda notamos que, mesmo nas aulas que apresentaram jogos, a ideia principal do recurso não foi ensinar matemática a partir do jogo (GRANDO, 2015), mas sim como uma ferramenta que ajuda na memorização dos conceitos estudados. De acordo com Grando (2015), o uso do jogo não se justifica, apenas "por envolver os alunos e motivá-los à aprendizagem, mas mobilizá-los a estabelecer relações, observar regularidades e padrões, pensar matematicamente" (p. 395).

Dentre os jogos matemáticos utilizados que, do nosso ponto de vista, desenvolveram poucas relações com os conceitos, podemos citar o "Dominó da Porcentagem", em que cada lado da peça era uma representação de uma dada porcentagem, portanto, o jogo consistia em juntar as faces equivalentes, como mostra a imagem abaixo:

Figura 1: Dominó da Porcentagem



Fonte: CMSP (2020, aula do dia 28 de Setembro)

Destacamos que nessa aula, apresentou-se que a habilidade a ser desenvolvida consistia em "resolver e elaborar situações-problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais" (BRASIL, 2018, p. 285). No entanto, como na maioria das aulas, a tecnologia digital utilizada foi a lousa digital, que teve como função apresentar os slides do jogo.

Entendemos que o objetivo desse jogo se aproximou de um exercício comum de porcentagem do livro didático, exceto pelo fato da resposta do exercício ser associada a uma peça do tabuleiro. Sendo assim, apontamos que a apresentação e desenvolvimento do jogo pouco colaborou para ampliar e discutir as ideias envolvidas no conceito, e ainda, pouco se relacionou com o objetivo de trabalhar o jogo na sala de aula de matemática a partir de "uma ação intencional a fim de explorar, também, a matemática a partir desse jogo, uma matemática que possibilita dar sentido à estratégia do jogo" (GRANDO, 2015, p. 398).

Considerando que essa aula foi o primeiro momento de apresentação e discussão do conceito de porcentagem, entendemos que a metodologia apresentada considerou apenas o desenvolvimento de um mapa mental sobre as representações desse conceito e, em seguida, o desenvolvimento do jogo. Contudo, entendemos que o jogo deve ser usado enquanto um material suficiente para uma maior compreensão e discussão de determinado conceito, que de acordo com Grando (2015), envolve a observação de regularidades, seu planejamento, a generalização, a problematização e a sistematização do conceito por meio de uma linguagem propriamente da matemática, pois

> [...] o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito através da matemática possível a partir do jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elabora estratégias, analisa-as a fim de vencer o jogo. (GRANDO, 2015, p. 399).

Neste sentido, o acompanhamento dessa aula realizada a partir da metodologia dos jogos na aprendizagem de matemática, permitiu um maior aprofundamento por parte da pesquisadora quanto ao trabalho com jogos na sala de aula, possibilitando pensarmos nas tendências em Educação Matemática enquanto metodologias que podem favorecer o desenvolvimento de ideias contrárias ao processo de memorização e o decorar na matemática.

CMSP e o projeto "Matemática em casa"

Neste momento, vamos descrever um dos projetos que acompanhamos durante as aulas do CMSP. O projeto "Matemática em casa" foi uma proposta do CMSP iniciada em 21 de setembro e finalizada em 7 de outubro de 2020. Tinha como objetivo tornar a matemática mais visual, interessante e demonstrar suas aplicações no cotidiano dos alunos. Assim, os alunos deveriam encontrar dentro de casa elementos ou situações que se relacionem à habilidade matemática da semana. Lembrando que, esta foi uma atividade opcional, em que os estudantes interessados deveriam se inscrever para participar, e formar grupos com os colegas de sua escola, com o auxílio de seu professor. Posteriormente, as equipes iriam fazer uma página no *Instagram*, onde iriam postar as imagens das atividades realizadas.

Deste modo, a cada semana as equipes receberam as tarefas que foram apresentadas nas aulas de matemática do CMSP. Cada tarefa correspondia ao acúmulo de cem pontos e, caso todos os alunos da equipe tivessem participado, a pontuação das atividades corresponderia à porcentagem de alunos participantes da equipe, o que deveria ser observado e registrado pelo professor em uma planilha do CMSP, enviada por *e-mail*.

Diante disso, o professor foi responsável por realizar a avaliação do processo para a pontuação do seu grupo de alunos, considerando também que as equipes tinham que entregar a atividade no prazo estabelecido. Posteriormente, o CMSP fez a apuração dessas notas, para a classificação desses grupos, a fim de anunciar os ganhadores.

Isto posto, nas aulas que tinham como base a habilidade "resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos" (BNCC, 2018, p. 315), a missão (termo usado pelo CMSP) de cada equipe foi construir seu logo utilizando apenas figuras geométricas, podendo utilizar o *Powerpoint*, editores de imagem ou, ainda, ser manuscrito.

Figura 2: Desafio 1 da "Matemática em casa"

Fonte: CMSP (2020, aula do dia 21 de Setembro)

Contudo, na aula seguinte, os professores do CMSP perceberam que os alunos não haviam compreendido a proposta, pois haviam muitas dúvidas no *chat* e os logos não correspondiam ao que foi solicitado. Assim, os professores ressaltaram que os grupos deveriam repensar seus logos, uma vez que os mesmos teriam que ser formados apenas por figuras geométricas. Inclusive, observamos muitas dúvidas dos alunos no *chat* sobre como as atividades propostas no “Matemática em casa” deveriam ser feitas.

Em vista disso, notamos que a tentativa de aproximação dos alunos com a matemática a partir dessa atividade, aconteceu de modo pouco efetivo. Entendemos que talvez fosse importante a atividade ser discutida durante a aula, possibilitando um maior diálogo com os alunos pelo *chat*, a respeito das suas dúvidas ou outras considerações que surgiram da atividade. Pois, entendemos que essa possibilidade de conversa entre aluno e professor seja uma das práticas mais importantes no processo de ensino e aprendizagem, principalmente, tratando-se do ensino remoto.

Considerações a partir das entrevistas realizadas

Entendemos que durante a pandemia, no ensino remoto, o professor da educação básica enfrentou diversos desafios que contribuíram para aumentar as dificuldades relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem de matemática dos alunos. Assim, notamos certo enfraquecimento da relação aluno-professor e, também aluno-aluno, uma vez que a aprendizagem e a educação escolar como um todo, se dá de modo coletivo e colaborativo, visto que

> [...] a educação se constitui necessariamente como uma relação interpessoal, implicando, portanto, a presença simultânea dos dois agentes da atividade educativa: o professor com seus alunos (SAVIANI, 2011). Mas não basta apenas presença simultânea, pois isso estaria minimamente dado por meio das atividades síncronas do “ensino” remoto. (SAVIANI; GALVÃO, 2021. p. 39; grifos do autor)

Contudo, no Brasil, o ensino remoto nas escolas públicas apresentou e, no momento desta escrita, ainda apresenta, diversos problemas e dificuldades quanto a participação da maioria dos alunos e o desenvolvimento do trabalho dos professores a partir das plataformas digitais e outros métodos relacionados ao ensino remoto. De acordo com Saviani e Ana Carolina Galvão (2021), esses problemas ajudaram a não sustentar a tríade proveniente das relações interpessoais da educação que, segundo o autor consiste na “forma-conteúdo-destinatário”, uma vez que “nenhum desses elementos, esvaziados das conexões que os vinculam, pode, de fato, orientar o trabalho pedagógico” (COSTA; SANTOS; MARTINS, 2013, p. 297). Entendemos que, no ensino remoto, tudo isso tem sido agravado por diversos fatores, sejam eles pela falta de acessibilidade dos instrumentos tecnológicos (como computador, celular e até internet), pelas diversas mudanças nas rotinas dos alunos que precisaram, por exemplo, adquirir mais responsabilidades domésticas, ou até mesmo pela falta de interesse acompanhada pelo desânimo, dado o contexto em que estamos vivendo.

Deste modo, percebemos que se antes da pandemia, a aprendizagem de matemática já era considerada difícil e, muitas vezes, pouco interessante aos alunos, com o ensino remoto vigente nas escolas públicas, essas questões se agravaram ainda mais. Visto que notamos, tanto o distanciamento entre os professores e os alunos, como entre os alunos com a matemática, pois, no ensino remoto, a tríade mencionada acima é prejudicada, aumentando a distância e interação entre o "destinatário" (aluno) do conteúdo (matemática), seja pela forma de desenvolvimento das atividades instituídas, seja pela falta da infraestrutura e outros suportes práticos e teóricos que contribuam com o trabalho pedagógico específico do ensino a distância (SAVIANI; GALVÃO, 2021).

Buscando entender mais a respeito desses processos da escola durante a pandemia, bem como o uso das tendências em Educação Matemática nas aulas remotas, realizamos entrevistas com dois professores, um aluno e sua mãe. Quanto ao uso das tendências, os professores entrevistados apontaram que, durante as aulas de dúvidas com os alunos, que ocorriam geralmente a partir dos grupos de WhatsApp, procuraram trabalhar com *softwares*, como o *Khan Academy*[3] e *Geogebra*[4], por exemplo. Mas, segundo eles, logo abandonaram a ideia de desenvolver as atividades com essas ferramentas, pois dentre os quarenta alunos da sala, apenas dois aderiram e participaram.

Tratando-se das aulas de matemática do CMSP, os professores entrevistados disseram que há um projeto de formação continuada de professores na plataforma, incluindo aulas específicas para professores de matemática que abordam as metodologias Resolução de Problemas e Tecnologias, ressaltando que são as mesmas destacadas na BNCC. Os professores complementam que os materiais didáticos de matemática disponibilizados para os alunos também tinham como foco principal a Resolução de Problemas.

Os docentes entrevistados também destacam que nas aulas do CMSP não houve metodologias relacionadas às tecnologias nas aulas de matemática, além da lousa digital e da própria plataforma de ensino à distância. Segundo esses professores, as aulas do CMSP seguiram o modo tradicional, baseadas principalmente no professor registrar o conteúdo na

[3] Disponível em: https://pt.khanacademy.org
[4] Disponível em: https://www.geogebra.org/?lang=pt

lousa e resolver exercícios. Ressaltando, assim, a apresentação de fórmulas e regras para a resolução dos problemas que, no caso das aulas do ensino médio, muitos problemas eram referentes aos vestibulares. Outro fator considerado prejudicial à aprendizagem, foi o tempo de duração das aulas, no caso, apenas 45 min.

Inclusive, esta questão também foi apontada pela aluna entrevistada, que critica o pouco tempo de duração das aulas, dizendo preferir acompanhar as aulas de matemática de modo assíncrono, no caso, pelo *YouTube*, pois assim ela pode pausar e ter mais tempo para resolver os exercícios e pensar sobre o conteúdo. Contudo, a aluna ressalta que, mesmo assim, ainda teve dificuldade para acompanhar o desenvolvimento do conteúdo, precisando constantemente recorrer a outras ferramentas da *internet* para ajudá-la a entender o conteúdo trabalhado. No entanto, quanto às críticas ao tempo de duração das aulas, os professores apontam que esse pouco tempo também acontece nas aulas presenciais, ou seja, já era insuficiente antes, agora, com o ensino remoto, essa questão se agravou ainda mais.

Acerca do acesso ao aplicativo do CMSP, os professores e alunos relataram uma visível melhora de 2020 a 2021, uma vez que, no início ele tinha muitos problemas técnicos e havia apenas as aulas dos professores do CMSP. Já, em 2021, os alunos e professores conseguem acessar o repositório das aulas e todos os professores conseguem dar suas aulas de modo síncrono para as suas respectivas turmas, usando uma ferramenta da plataforma do CMSP, embora permanecesse o mesmo tempo de duração das aulas.

Outra questão discutida nas entrevistas foi que, no ensino remoto a relação professor-aluno se tornou ainda mais difícil, informação esta também apontada em notícias publicadas nos meios de comunicação em geral. Assim, se o ensino e aprendizagem de matemática já era considerado um processo, na maioria das vezes, difícil (SILVEIRA, 2002), com o ensino remoto, segundo os entrevistados, as dificuldades aumentaram ainda mais, visto que, por exemplo, a comunicação dos professores com os alunos ocorreu em grande parte apenas pelo *WhatsApp*, implicando novos modos de dialogar e pensar a matemática.

Algumas considerações do desenvolvimento deste projeto

Apontaremos breves considerações a respeito do desenvolvimento deste projeto, considerando as relações entre nossos estudos teóricos e o acompanhamento das aulas de matemática no CMSP, durante um período do ensino remoto devido a pandemia Covid-19.

Dentre os aspectos observados, notamos a prevalência do modo tradicional de aula, em que o conteúdo é apresentado na lousa e desenvolvido através da resolução de exercícios. Ou seja, mesmo as aulas sendo assistidas a partir de uma plataforma ou meio digital, a metodologia utilizada baseava-se na tradicional. Por exemplo, pouco ou quase nenhum recurso tecnológico foi utilizado para o desenvolvimento dos conteúdos. Neste sentido, amparadas pelas discussões teóricas que nos aproximamos, podemos ressaltar que as práticas de sala de aula de matemática são fortemente embasadas em técnicas que reforçam o aprender pela memorização e repetição das ideias do professor.

Neste sentido, Gallo (2012) destaca a importância do aprender a partir da problematização, uma vez que esta se dá a partir de uma necessidade, que força o pensamento. Assim, o processo de ensino e aprendizagem tem que fazer sentido para os sujeitos envolvidos nessa prática, em que aprender é entendido como "um acontecimento da ordem do problemático. E é essa ideia de problema que faz Deleuze defender a noção de um aprender que não é recognição, mas criação de algo novo, um acontecimento singular no pensamento" (GALLO, 2012. p. 4).

Apontamos que as práticas de ensino e aprendizagem em matemática, juntamente com suas tendências, devem ter como base a problematização, buscando abandonar qualquer tipo de recognição, ou seja, evitando apenas práticas de memorização na sala de aula de matemática, como, por exemplo, as atividades apresentadas a partir das observações das aulas de matemática do CMSP e que, de acordo com as entrevistas com os professores e alunos, ainda são persistentes no processo de ensino e aprendizagem da matemática, seja antes ou durante a pandemia.

Dentre os processos de recognição citados, destacamos os jogos, no caso, o jogo da porcentagem, em que as fórmulas e atividades matemáticas pouco contribuíram para promover a problematização do conteúdo matemático, mas, sim para reforçar a memorização dos conceitos, pouco contribuindo para discutir o ensino de Matemática a partir de um processo inventivo, criativo (CLARETO, 2012; D´AMBRÓSIO, 2019). Práticas essas que se desenvolvem a partir de uma perspectiva singular, que contribui para o surgimento de pensamentos outros, ideias outras a partir dos conceitos apresentados. Permitem processos do aprender que envolvem uma relação "com" o professor e não "como" o professor, dado que, “nunca se aprende fazendo como alguém, mas fazendo com alguém” (DELEUZE, 2003, p. 21).

O projeto “Matemática em Casa”, tinha como objetivo aproximar o aluno do conteúdo matemático, para que ele relacionasse a matemática da escola com seu cotidiano, no caso, em situações da sua casa. Contudo, observamos que a atividade buscou proporcionar ao aluno fazer relações de objetos do seu cotidiano com as figuras geométricas estudadas. Mas, não notamos que essas relações foram problematizadas, no sentido de serem apresentadas e discutidas com o propósito, por exemplo, de contribuir para fomentar observações e discussões de ideias outras a respeito da geometria e suas propriedades.

Deste modo, queremos destacar a partir das entrevistas com os professores, a ênfase dada a dificuldade que encontram em lidar com a relação quantidade/duração das aulas e a cobrança do cumprimento do currículo proposto, já que os conteúdos previstos estão atrelados às avaliações externas e, ainda permaneceram na escola mesmo durante as diversas dificuldades de desenvolvimento do ensino remoto. Neste sentido, cabe uma breve reflexão quanto a função dessas avaliações externas que dizem medir/avaliar o processo ensino e aprendizagem, e que se tornam, muitas vezes, o foco das práticas de ensino em matemática. Contudo, na contramão dessa ideia, consideramos com GALLO (2012) que:

> [...] aquilo que a pedagogia controla é aquilo que o professor pensa que ensina, seu currículo, seus conteúdos e suas técnicas; mas para além deste aprendizado quantificável e quantificado, há como que um “aprender quântico”, um “aprender obscuro”, como diz Deleuze, que em princípio nem o próprio aprendiz sabe que está aprendendo. Não há métodos para aprender, não há como planejar o aprendizado. Mas o aprender acontece, singularmente, com cada um. (p. 4).

Assim, buscando práticas e movimentos na Educação Matemática que considerem o aprender matemática de modo singular, a presente pesquisa buscou destacar a importância das práticas de ensino e aprendizagem de matemática considerarem a problematização na sala de aula como um processo importante para o pensar, o criar, o inventar a partir dos conceitos matemáticos. Ou seja, o objetivo é que as atividades propostas em sala contribuam para a produção de pensamentos outros, ideias outras, diferentes das ideias já desenvolvidas no livro didático e pelo professor, em contrapartida as atividades que priorizam a recognição, apontadas nesta pesquisa como uma prática recorrente nas aulas de matemática do ensino remoto.

Neste sentido, entendemos que a observação dos materiais e propostas de ensino de Matemática disponíveis na plataforma digital “Centro de Mídias da Educação de São Paulo” a partir das tendências em Educação Matemática, pode contribuir para uma reflexão das práticas pedagógicas específicas e para a construção crítica de outras perspectivas de ver e conceber o ensino da Matemática. Além da possibilidade de pensarmos e discutirmos essas questões diante das propostas curriculares oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular, os livros didáticos e outros textos alternativos para o ensino da Matemática.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CLARETO, S. Matemática como acontecimento na sala de aula. **Em anais da 36ª Reunião Nacional da ANPEd**, 2013.

COSTA, A. L.O, SANTOS, A. R, MARTINS, J. L. A formação docente: por uma prática educacional libertadora. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, 2020.

ONUCHIC, L.R; ALLEVATO, N.S.G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 25, núm. 41, dez. 2011.

D'AMBROSIO, U. O PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA E A CRISE DA CIVILIZAÇÃO. **Hipátia**, 25 v. 4, 2019.

DELEUZE, G. **Proust e os Signos**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2003.

GALLO, S. As múltiplas dimensões do aprender… **COEB- Congresso de Educação Básica: Aprendizagem e Currículo.** FE - UNICAMP, 2012.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais.** Rio de Janeiro / São Paulo: Record, 2004.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates Em Educação Científica E Tecnológica** v. 5, 2015.

SANT'ANA, C. C; AMARAL, R. B; BORBA, M. C. O uso de softwares na prática profissional do professor de matemática. **Ciência & Educação**, v.18, 2012.

SÃO PAULO. Decreto Nº 64.982, de 15 de maio de 2020. Institui o Programa Centro de Mídias da Educação de São Paulo - CMSP e dá providências correlatas. São Paulo, SP. 2020.

SAVIANI, D.; GALVÃO, Ana Carolina. "Educação na Pandemia: a falácia do ´ensino´ remoto". **Universidade e Sociedade ANDES-SN**, 2021.

SILVIEIRA, M.R.A. Matemática é difícil: Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos. **Anais da 25ª Reunião anual da ANPED**, 2002.

Experiência prática e resolução de problemas de comparação multiplicativa por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental

Practical experience and resolving multiplicative comparison problems by students in the final years of elementary education

Gabriela dos Santos Barbosa
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
gabriela.barbosa@uerj.br

Elohá Sheyla Vaz Gomes
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
elohagomes@hotmail.com

Jerlan Manaia de Araújo
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Jerlan.araujo@uerj.br

Resumo
Neste texto apresentamos um recorte de uma pesquisa qualitativa, com características de um estudo de caso, mais ampla, que originou uma dissertação de mestrado que teve como objetivo analisar o processo de aprendizagem do eixo comparação multiplicativa por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Nesse recorte, focamos a resolução de problemas cujos enredos eram baseados numa experiência prática vivida previamente pelos estudantes. A comparação multiplicativa é um eixo de uma classificação proposta para o campo multiplicativo. A noção de campo multiplicativo pode ser encontrada nos estudos de Vergnaud e seus seguidores sobre a Teoria dos Campos Conceituais, que sugerem a classificação detalhada das situações que dão sentido à multiplicação e à divisão. Para contemplar nosso objetivo, analisamos os dados obtidos quando realizamos a experiência prática e a resolução de problemas numa turma de oitavo ano de uma escola pública de Paracambi, Rio de Janeiro. Como resultado, apontamos que, no eixo comparação multiplicativa, a classe referido desconhecido é a que os estudantes apresentaram maior número de respostas corretas. Na sequência, o nível de dificuldade aumenta quando são propostos problemas das classes referente desconhecido e relação desconhecida, respectivamente. Além disso, os esquemas mobilizados pelos estudantes envolvem conceitos matemáticos e as representações desempenham papel importante no processo de construção de conceito.

Palavras-chave: Campo multiplicativo; comparação multiplicativa; ensino fundamental; aprendizagem.

Abstract
In this text, we present an excerpt from a qualitative research, with characteristics of a broader case study, which originated a master's thesis that aimed to analyze the learning process of the multiplicative comparison axis by students in the final years of elementary school. In this clipping, we focus on solving problems whose plots were based on practical experience previously lived by the students. The multiplicative comparison is an axis of a classification proposed for the multiplicative field. The notion of multiplicative field can be found in the studies by Vergnaud and his followers on the Theory of Conceptual Fields, which suggest a detailed classification of situations that give meaning to multiplication and division. To contemplate our objective, we analyzed the data obtained when we carried out practical experience and problem solving in an eighth-grade class of a public school in Paracambi, Rio de Janeiro. As a result, we point out that, in the multiplicative comparison axis, the class referred to unknown is the one in which students had the highest number of correct answers. Afterwards, the level of difficulty increases when problems of the classes regarding unknown and

unknown relation, respectively, are proposed. Furthermore, the schemes mobilized by the students involve mathematical concepts and the representations play an important role in the concept construction process.

Keywords: Multiplicative field; multiplicative comparison; elementary school; learning.

Introdução

Neste texto apresentamos um recorte de uma pesquisa qualitativa, com características de um estudo de caso, mais ampla, que originou uma dissertação de mestrado e teve como objetivo analisar o processo de aprendizagem do eixo comparação multiplicativa por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Nesse recorte, focamos a resolução de problemas cujos enredos eram baseados numa experiência prática vivida previamente pelos estudantes.

Mais especificamente apresentamos e discutimos os dados coletados em uma atividade composta por duas etapas, buscando identificar e compreender os esquemas de resolução apresentados por um grupo de 30 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Cabe mencionar apenas que adotamos aqui a noção de esquema fornecida por Vergnaud (1990): organização invariante do comportamento para uma situação dada. E, nessa organização, uma série de conhecimentos está envolvida, entre eles os conhecimentos matemáticos.

Magina, Santos e Merlini (2011) retratam que os problemas matemáticos pertencentes ao eixo comparação multiplicativa envolvem duas grandezas de mesma natureza e uma relação entre elas. São situações que abordam a ideia de fração, partição, relações de dobro, triplo, metade etc. Por exemplo, “Ana possui metade da idade de sua irmã. Se sua irmã tem 12 anos, qual é a idade de Ana?”. Também são utilizadas as expressões “vezes mais”, “vezes menos”, “vezes maior” e “vezes menor”, que podem em alguns casos exigir um raciocínio cognitivo mais complexo, como, por exemplo, na situação “Marcos tem R$52,00 para gastar no shopping. João possui 4 vezes mais que o valor que tem Marcos. Quanto João possui?”.

Almeida (2017) teve como objetivo analisar as soluções apresentadas pelos alunos na resolução de problemas de comparação multiplicativa e concluiu que, muitas vezes, os estudantes se confundem ao ler e interpretar um problema de comparação multiplicativa, pois quando se deparam com as expressões “vezes mais” e “vezes menos” associam erroneamente a solução ao algoritmo da multiplicação (ao ler a palavra vezes) ou à adição e subtração (ao ler as palavras mais ou menos). E, nessa direção, ela afirma (2017, p. 17): “[...]

a dificuldade apresentada pelos alunos não é em realizar as operações de multiplicação e divisão, mas em interpretar os enunciados que devem se distanciar desses termos [...]".

Prosseguindo nos estudos referentes ao eixo Comparação Multiplicativa, encontramos o trabalho de Barreto et al. (2017). Nesse estudo, os autores fizeram uma análise do desempenho dos alunos ao resolverem questões pertencentes ao Campo Multiplicativo e sinalizam que a resolução de problemas é uma estratégia que pode ser adotada pelos professores para que o processo cognitivo dos alunos se torne mais eficiente. Maia et al. (2016 apud BARRETO et al., 2017) afirmam que os alunos acabam ficando com um pensamento restringido sobre comparação multiplicativa porque os professores não apresentam domínio referente ao tema.

Tendo em vista essas pesquisas, na atividade que ora apresentamos e discutimos, procuramos propor a resolução de problemas na sequência de uma atividade prática cujo tema foi enredo dos problemas propostos. Em resumo, os problemas eram contextualizados na produção de uma limonada e sua resolução foi precedida por uma vivência em que os estudantes fizeram em pequenos grupos uma limonada. Levantamos a hipótese de que a vivência facilitaria a interpretação dos textos dos problemas pelos estudantes e, assim, teríamos condições de apurar com mais objetividade os dados relacionados à construção dos conceitos associados à comparação multiplicativa.

Descontinuidades entre o Campo Aditivo e o Campo Multiplicativo

A teoria de que a adição forma a base para a multiplicação encontra fundamentação na definição amplamente utilizada, de que a adição se reduz a soma de parcelas iguais, que está presente em muitos livros didáticos. Assim, para obter a resposta para 4 x 6, basta fazer a adição repetida, somando 6 quatro vezes, ou seja 6 + 6 + 6 + 6. De forma análoga, é possível relacionar a subtração com a divisão. Por exemplo, ao calcular 24 ÷ 6, uma forma de se encontrar a resposta é contando quantas vezes podemos subtrair 6 de 24.

Apesar de numericamente os cálculos acima possibilitarem chegar ao resultado, Nunes e Bryant (1997) nos alertam que a multiplicação não deve ser restrita ao cálculo de quantidades, pois do ponto de vista conceitual, o campo multiplicativo apresenta outros sentidos e significados para o número, além de evidenciar um novo conjunto de propriedade e ações. O raciocínio aditivo envolve situações em que objetos são unidos e separados, que são ações que não estão presentes no raciocínio multiplicativo.

Apesar de existirem continuidades entre o Campo Aditivo e o Campo Multiplicativo, também existem descontinuidades e rupturas, que são apontadas por Nunes e Bryant (1997). Uma das continuidades está no fato de nos dois campos conceituais o sentido de número está conectado ao tamanho do conjunto, como por exemplo “dois bonecos”, “três sorvetes”, “quatro biscoitos”, etc.

Em situações multiplicativas é constante a relação entre dois conjuntos, que forma a base para o conceito de proporção. Por exemplo, para mantermos a correspondência “uma pessoa para 2 pernas”, sempre que acrescentarmos uma pessoa no conjunto de pessoas, isso implica em termos que acrescentar 2 pernas ao conjunto de pernas, a fim de mantermos a correspondência constante. Podemos observar que foram somados números diferentes em cada conjunto. Isso diverge da situação aditiva, em que precisamos somar o mesmo número de objetos a cada conjunto para manter constante a diferença entre dois conjuntos.

Na divisão, surge outro conceito, o de distribuição, que segundo Nunes e Bryant (1997) está relacionada a uma nova visão da relação parte-todo, divergindo das relações em situações aditivas. Na distribuição há três valores a serem considerados: o total, o número de receptores e a quota (grupo). Vejamos um exemplo: Preciso comprar 12 biscoitos e tenho R$48,00 para gastar. Qual o preço máximo que pode custar cada biscoito? Pensando em quotas, podemos pensar em 12 grupos de R$4,00 que é igual a R$48,00. Assim, o valor máximo que cada biscoito pode custar é R$4,00.

Ao partir da ideia de que multiplicar é somar parcelas iguais, Vergnaud (2014) nos mostra que há um grande problema quando trabalhamos com outro conjunto numérico que não seja o dos números naturais. Uma criança que já opera com números com vírgula, terá grande dificuldade com a presença destes no multiplicador. Para calcular 1,4 x 3,2 não temos como representar como somas de parcelas iguais.

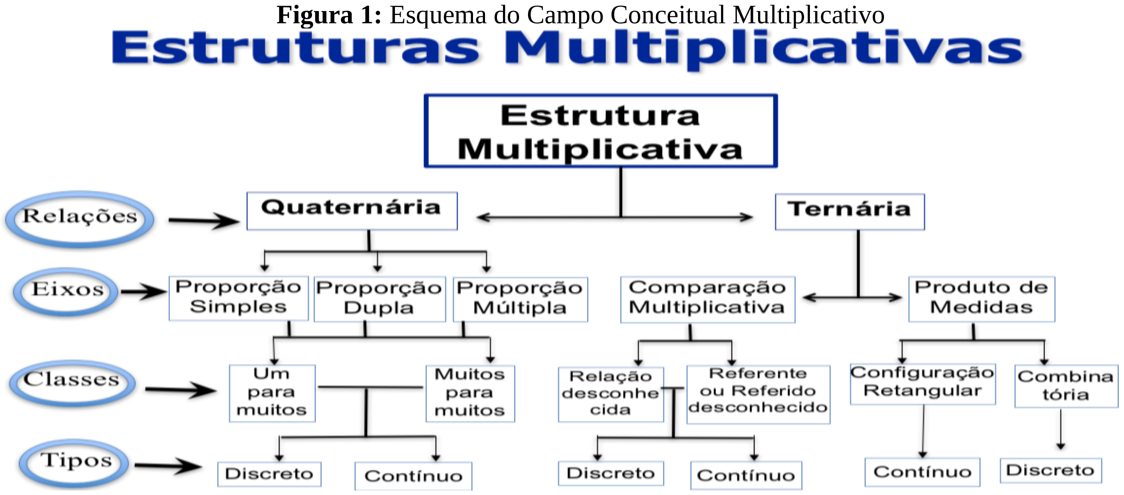
Apesar de existirem continuidades entre o raciocínio aditivo e multiplicativo, diversos conceitos novos emergem no raciocínio multiplicativo, como a proporção, a replicação, o fator escalar, etc. Há também um novo sentido para número, que agora passa a expressar também variáveis, fator, função etc.

Assim, Vergnaud (2014), Nunes e Bryant (1997) refutam a ideia de que a multiplicação e a divisão se reduzem somente a adições e subtrações repetidas. Mostrando ainda que não é necessário que a criança tenha aprendido primeiramente somar e subtrair, para depois aprender a multiplicar e dividir. Essa tendência de um ensino linear e contínuo entre esses dois campos acaba atrasando a construção do campo multiplicativo, pois este é um campo cujo aprendizado demanda tempo e que já poderia estar sendo desenvolvido desde o 1º ano do Ensino Fundamental, conforme aponta os estudos Nunes et al (2002).

A classificação do Campo Multiplicativo

Dito que a multiplicação não pode ser reduzida à soma de parcelas repetidas uma vez que há uma gama de situações distintas às quais a multiplicação se aplica, Vergnaud (2014) propôs uma classificação para o campo multiplicativo. Neste trabalho, porém, utilizamos a classificação proposta por Santos, Magina e Merlini (2015), que fizeram uma releitura da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2014) e propuseram da maneira apresentada a seguir:

Figura 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Magina, Santos e Merlini, publicado em Santos (2015, p. 105).

No esquema proposto, as estruturam multiplicativas possuem duas relações: quaternárias e ternárias. As relações quaternárias são formadas pelas situações em que são apresentados três elementos e se pergunta pelo quarto, enquanto as relações ternárias são formadas por situações que podem ser representadas da forma A X B = C, onde são dados dois elementos e se pergunta pelo terceiro.

As relações se dividem em eixos. A relação quaternária envolve os eixos das proporções (simples, dupla e múltipla), enquanto a relação ternária envolve os eixos da comparação multiplicativa e do produto de medidas. Os eixos das proporções envolvem problemas de classe um para muitos e muitos para muitos. A comparação multiplicativa tem duas classes, a relação desconhecida e o referente ou referido desconhecido. Já o eixo produto de medidas se divide em duas classes, a da configuração retangular e a da combinatória, que são situações que podem ser representadas utilizando o produto cartesiano.

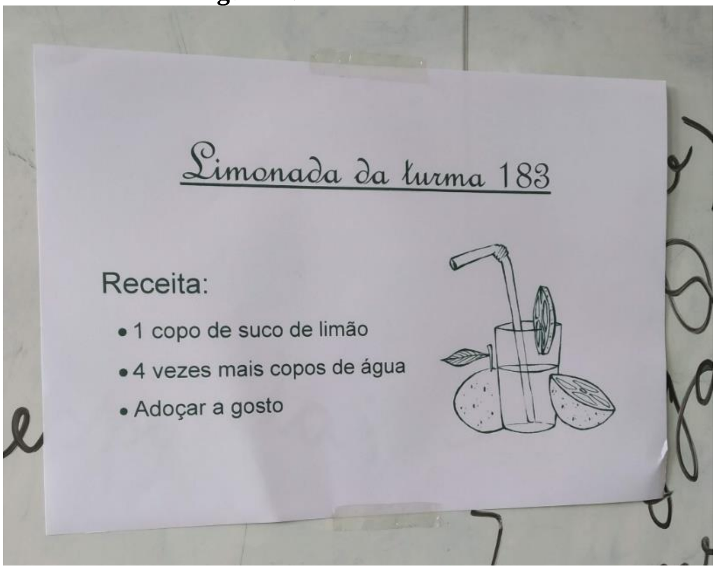
Para os autores do quadro, todas essas situações podem ser do tipo discreto ou contínuo, exceto a configuração retangular que é apenas contínua e a combinatória que é apenas discreto. Os tipos se referem à natureza das quantidades. Grandezas discretas são aquelas que não podem ser divididas, trabalhando apenas com números naturais, como por exemplo uma situação que envolva número de pessoas, não há como contabilizar 1 pessoa e meia, pois um ser humano é algo indivisível. Diferente das grandezas contínuas, que são aquelas que podem ser repartidas, como por exemplo uma pizza.

Neste trabalho, investigamos a construção de conceitos associados à comparação multiplicativa e à proporção a partir da resolução de problemas cujos enredos se baseavam em uma experiência prática vivenciada pelos estudantes: a produção de uma limonada.

Metodologia

Para investigarmos a construção de conceitos associados à comparação multiplicativa por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, realizamos uma atividade, que teve 100 minutos de duração, numa turma de 8º ano de uma escola da rede pública do município de Paracambi, Rio de Janeiro. A atividade teve duas etapas. Na primeira etapa, de caráter mais prático, os 30 estudantes da turma foram divididos em grupos de 5 ou 6 componentes, receberam os ingredientes (um pote com açúcar e um copo contendo suco de limão) e utensílios (uma jarra, copos descartáveis de 200 ml, uma colher) e produziram uma limonada seguindo a receita que consta na Figura 2 e foi afixada na lousa.

Figura 2: Receita da limonada



Fonte: Os autores, 2021.

A intenção desse momento era que os alunos refletissem sobre a utilização da expressão "vezes mais" que estava na receita. Durante a preparação da limonada, os estudantes tiveram liberdade para circular pela sala ou ir até o bebedouro encher os copos que receberam, quantas vezes fossem necessárias.

É importante destacar que, segundo Gil (2008), dada a especificidade e o número reduzido de participantes, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa com características de um estudo de caso. As duas etapas foram gravadas e, posteriormente, transcritas. Também recolhemos os registros produzidos pelos estudantes, que constituem os protocolos apresentados na próxima seção.

Análise

Na primeira etapa da atividade, manipulando utensílios e ingredientes, os estudantes puderam comparar a quantidade de copos de suco de limão e copos de água. Vergnaud (1990) afirma que através da manipulação dos objetos, a criança cria uma representação mental da situação, que significa um passo importante no processo de conceitualização.

Na segunda etapa, foram propostos problemas por escrito. O quadro 1, apresentamos o primeiro problema. Nele foi pedido aos estudantes que encontrassem a relação entre as quantidades de açúcar apresentada no problema.

Quadro 1: Questão 1

1) De acordo com a receita, a limonada deve ser adoçada a gosto, ou seja, cada um pode colocar a quantidade de açúcar que preferir. Ana acha que 3 colheres de açúcar é a quantidade suficiente. Já Mila prefere colocar 9 colheres de açúcar na sua receita. A quantidade de açúcar que Mila coloca é quantas vezes maior que a quantidade que Ana utilizou?

Fonte: Os autores, 2021.

Esperávamos que os alunos respondessem que a relação era trêz vezes maior, e que eles resolvessem por meio de uma divisão entre o referente e o referido, ou seja, 9 ÷ 3. Dos 15 protocolos que analisamos dessa questão, 9 responderam corretamente. Selecionamos dois protocolos apresentados nas Figuras 3 e 4.

O protocolo da Figura 3 mostra que o estudante não chegou ao resultado esperado, e não compreendeu a operação que deveria ser utilizada. Ele se apropriou dos valores do enunciado mas os relacionou a uma multiplicação. Aqui vemos um exemplo do que Magina, Santos e Merlini (2011) sugerem que ocorre nos problemas que trazem a expressão "vezes" no enunciado: o estudante tende a realizar uma multiplicação. Dos 15 protoclos, 9 deles apresentaram uma operação de multiplicação.

No protocolo da Figura 4, trazemos a resolução de uma dupla que não utilizou a operação esperada, mas utilizando-se das propriedades da multiplicação, conseguiram interpretar que o número que quando é multiplicado por três resulta em nove é o prórpio três.

Fonte: Os autores, 2021

Figura 3: Aluno que não utilizou a operação esperada e não chegou ao resultado correto

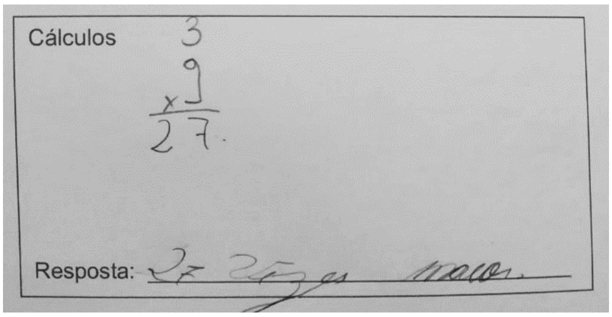
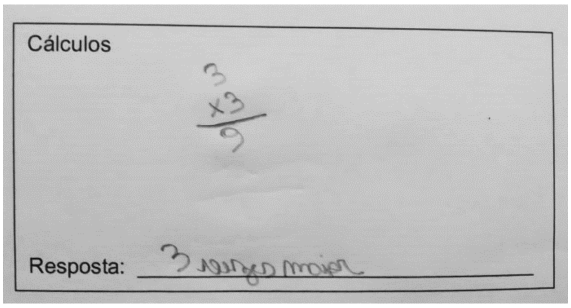


Figura 4: Aluno que não utilizou a operação esperada mas chegou ao resultado correto



A questão 2 (Quadro 2) pertence à classe referido desconhecido. De acordo com Almeida (2017), essa é a classe que apresenta os problemas mais simples de serem interpretados pelos estudantes, pois a solução dele depende da expressão que aparece no problema.

Quadro 2: Questão 2

2) João Pedro quer preparar a limonada na sua casa. Ele utilizou 4 copos de suco de limão. Seguindo a receita, que quantidade de água ele precisa colocar?

Fonte: Os autores, 2021.

Esperávamos que os estudantes resolvessem essa situação através de uma multiplicação entre refrido e relação, ou seja, 4 x 4. De fato, dos 15 protocolos, 13 deles apresentaram uma multiplicação como resolução. Mas dois deles nos chamaram atenção. Apesar de chegar à resposta correta, os protocolos que apresentamos nas Figuras 4 e 5 mostram duas soluções a partir do pensamento aditivo.

Figura 4: Problema 2 resolvido por meio de adição de parcelas iguais

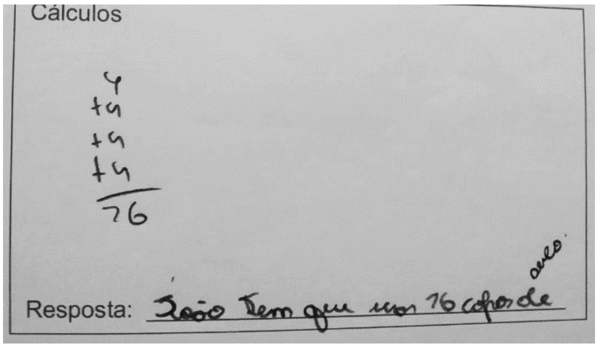
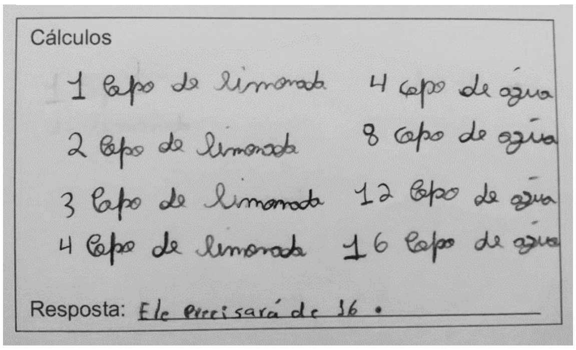


Figura 5: Problema 2 resolvido por meio de proporção



Fonte: Os autores, 2021

O protocolo da Figura 4 mostra que a dupla adicionou 4 parcelas iguais, chegando à resposta correta. No protocolo da Figura 5, os estudantes também adicionaram parcelas de quatro unidades, mas a sua resolução se assemelha a um pensamento de proporção.

Sobre o protocolo da Figura 5, podemos inferir sobre o papel das representações na construção do conceito à luz das ideias de Vergnaud (1990) quando explica:

> [...] as representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) podem ser usadas para indicar e representar as invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas (VERGNAUD, 1990, p. 145).

De acordo com o que Verganud afirma, a utilização da escrita nesse caso é entendida como uma ferramenta importante para a construção dos conceitos apresentados. Ela não é apenas um instrumento de comunicação, mas um instrumento de pensamento.

Prosseguindo, na questão 3a (Quadro 3), propomos uma reflexão acerca dos conceitos de proporção. Perguntamos às duplas:

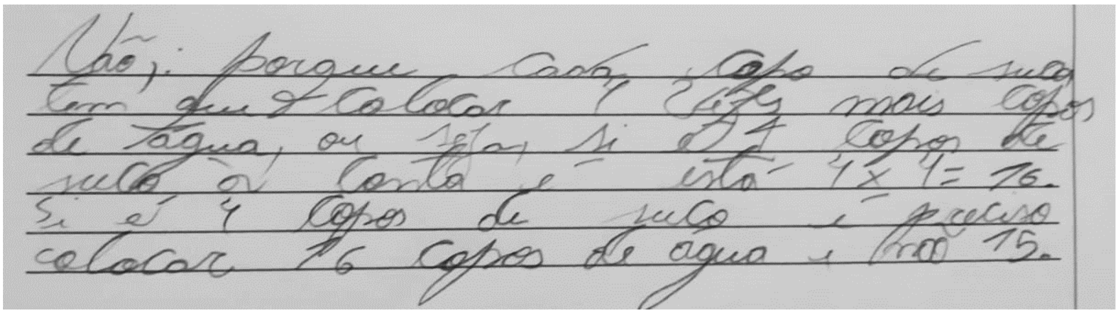
Quadro 3: Questão 3a.

3) Gabrielle fez a receita logo que chegou em casa. Ela colocou 4 copos de suco de limão. a) Amanda leu a receita e disse à Gabrielle que era necessário colocar 15 copos de água para a quantidade de suco de limão que foi utilizada. De acordo com a receita, Amanda está certa? Explique com suas palavras.

Fonte: Os autores, 2021.

Notamos que a maior parte das duplas conseguiu compreender o conceito de proporção e percebemos que a maioria das duplas respondeu corretamente,ou seja, associaram corretamente a situação ao problema de comparação multiplicativa, como no protocolo da Figura 6.

Figura 6: Protocolo de resolução do problema 3ª.



Não; porque cada copo de suco tem que colocar 4 vezes mais copos de água, ou seja, si é 4 copos de suco a conta é esta 4x4=16. Si é 4 copos de suco e precisa colocar 16 copos de água e não 15.

Fonte: Os autores, 2021.

Porém ressaltamos que essa situação apresentada no item 3 é da classe referido desconhecido, e de acordo com Almeida (2017), essa classe é a que os estudantes apresentam menos dificuldades.

Cabe aqui observar que, embora o foco da nossa pesquisa fosse a comparação multiplicativa, o raciocínio proporcional também esteve envolvido na atividade prática. Desse modo, pudemos perceber que classificações distintas podem perpassar uma mesma vivência e, nesse sentido, tal como afirma Vergnaud (2014), comparar as diferentes classes pode favorecer a construção de conceitos. Até porque, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, um conceito não pode ser aprendido isoladamente.

O item 4 da atividade (Quadro 4) trazia uma situação da classe referente desconhecido. Nessa classe, para resolver corretamente o problema, o estudante deve realizar a operação contrária à que aparece no enunciado da questão.

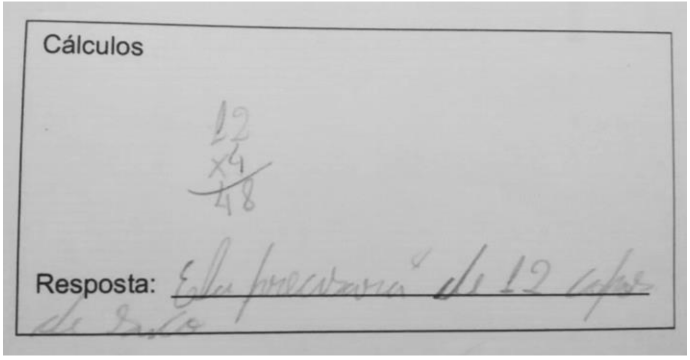
Quadro 4: Questão 4.

4) Renata resolveu preparar a limonada na sua festa de aniversário. Como são muito convidados, ela precisará aumentar a receita. Se ela colocar 48 copos de água, precisará de quantos copos de suco de limão?

Fonte: Os autores, 2021.

Na situação apresentada no Quadro 4, os estudantes deveriam realizar a divisão 48 ÷ 4, chegando ao resultado de 12 copos de suco de limão. No protocolo da Figura 7, trazemos a resolução de uma dupla que realizou uma operação de multiplicação, numa tentativa de encontrar o número que multiplicado por 4 resulta em 48.

Figura 7: Problema 4 resolvido pela operação inversa à operação esperada



Fonte: Os autores, 2021.

Outras duplas também utilizaram outros meios para chegar à resposa correta. Dos 15 protocolos que analisamos, 10 responderam corretamente o item 4, mas apenas 6 utilizaram a operação esperada (divisão). Barreto et al. (2017) afirma que essas representações apresentadas pelos estudantes também fazem parte da construção de conceitos. A seguir, trazemos dois protocolos de duplas que responderam corretamente a questão sem fazer uso da divisão.

Assim com no item 2, percebemos nas Figuras 8 e 9 que os estudantes ainda possuem um entedimento porporcional do conceito de comparação multiplicativa, principalmente nos casos em que o referente é desconhecido.

Figura 8: Problema 4 resolvido por meio de adição

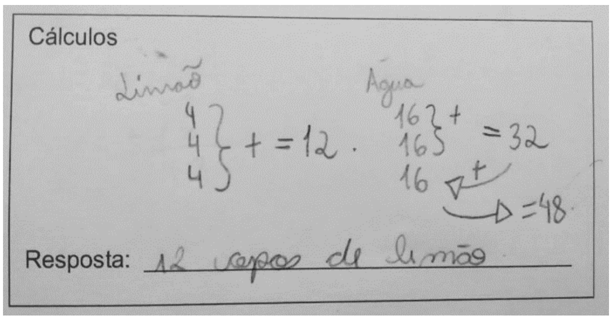
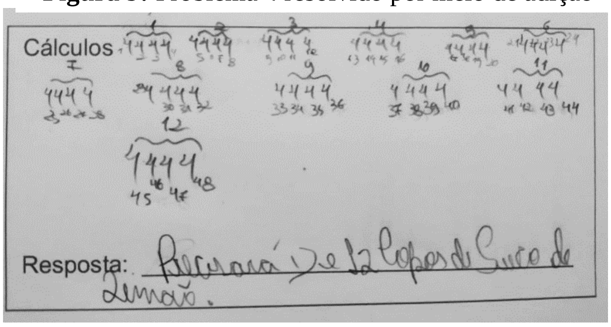


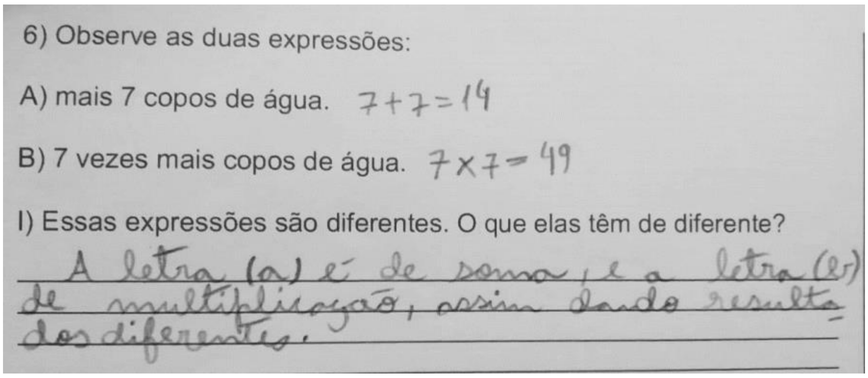
Figura 9: Problema 4 resolvido por meio de adição



Fonte: Os autores, 2021.

No item 6, propusemos uma reflexão sobre as expressões que aparecem nos enunciados. Percebemos que a maioria dos estudantes sabia identificar a diferença entre as expressões, como mostra a resposta da dupla na figura 10.

Figura 10: Protocolo de resolução do item 6



6) Observe as duas expressões:

A) mais 7 copos de água. 7+7=14

B) 7 vezes mais copos de água. 7x7=49

I) Essas expressões são diferentes. O que elas têm de diferente?

A letra (a) é de soma, e a letra (b) de multiplicação, assim dando resulta dos diferentes.

Fonte: Os autores, 2021.

Nesse item, a maioria das duplas conseguiu associar corretamente a expressão à operação que deve ser utilizada em cada caso.

Nessa atividade observamos que os estudantes mobilizaram esquemas mentais e estes, por sua vez, eram constituídos por conceitos matemáticos (VERGNAUD, 1990). Por exemplo, em muitos momentos, como mostramos nos protocolos de resolução, os estudantes recorreram à tabuada para chegar ao resultado correto. Ou, ainda, realizavam somas e subtrações repetidas.

Considerações finais

Neste estudo analisamos o processo de aprendizagem do eixo Comparação Multiplicativa por estudantes de uma turma de oitavo ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Paracambi, Rio de Janeiro. Mais especificamente, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, analisamos as estratégias de resolução de problemas voltados para a comparação multiplicativa, empregadas pelos estudantes.

Como resultado, apontamos que, no eixo comparação multiplicativa, a classe referido desconhecido é a que os estudantes apresentaram maior número de respostas corretas. Na sequência, o nível de dificuldade aumenta quando são propostos problemas das classes referente desconhecido e relação desconhecida, respectivamente. Além disso, as representações assumem um papel relevante na construção do conceito e os esquemas mobilizados pelos estudantes são constituídos por conhecimentos práticos e teóricos, como as quatro operações e o conceito de número.

É evidente que nossos resultados não podem ser generalizados, no entanto, acreditamos que eles podem contribuir para as pesquisas em Educação Matemática que focam os processos de ensino e aprendizagem do campo multiplicativo.

Referências

ALMEIDA, L. C. **Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática.** Dissertação. Educação Matemática. Mestrado UESC, Ilhéus, 2017.

BARRETO, A. L. O.; REGES, M. A. G.; BATISTA, P. C. S.; BARRETO, M. C. Situações de comparação multiplicativa: o que alunos de 4º e 5º anos do ensino fundamental demonstram saber?**. Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 56, p. 230-245, out./dez. 2017.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas , 2008

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. **Comparação multiplicativa**: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - IACME, 13 ed, 2011, Recife. **Anais...**Recife: CIAEM, 2011, p. 1-12.

MAIA, D.L. Análise de estratégias de resolução de problemas multiplicativos como elemento para formação e prática docente. In: SEMINÁRIO DE ESCRITAS E LEITURAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2016a, Natal. **Anais do IV SELEM**. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2016a, p. 590-607.

NUNES, Terezinha; BRYANT. Peter**. Crianças fazendo Matemática.** Porto Alegre: ARTMED, 1997.

SANTOS, A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas**. 1. Ed. Curitiba: Appris, 2015

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**, 3 Ed. Curitiba: UFPR, 2014

______, La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 10 (23): 133-170, 1990.

ANEXO

Já preparamos nossa limonada seguindo a receita acima, mas ainda ficaram algumas dúvidas. Pensando na limonada que preparamos no refeitório, como podemos resolver os problemas abaixo?

Limonada da turma 183

Receita:

- 1 copo de suco de limão
- 4 vezes mais copos de água
- Adoçar a gosto

1) De acordo com a receita, a limonada deve ser adoçada a gosto, ou seja, cada um pode colocar a quantidade de açúcar que preferir. Ana acha que 3 colheres de açúcar é a quantidade suficiente. Já Mila prefere colocar 9 colheres de açúcar na sua receita. A quantidade de açúcar que Mila coloca é quantas vezes maior que a quantidade que Ana utilizou?

2) João Pedro quer preparar a limonada na sua casa. Ele utilizou 4 copos de suco de limão. Seguindo a receita, que quantidade de água ele precisa colocar?

3) Gabrielle fez a receita logo que chegou em casa. Ela colocou 4 copos de suco de limão.

a) Amanda leu a receita e disse à Gabrielle que era necessário colocar 15 copos de água para a quantidade de suco de limão que foi utilizada. De acordo com a receita, Amanda está certa? Explique com suas palavras.

b) Quantos copos de água você acha que Gabrielle precisa colocar?

4) Renata resolveu preparar a limonada na sua festa de aniversário. Como são muito convidados, ela precisará aumentar a receita. Se ela colocar 48 copos de água, precisará de quantos copos de suco de limão?

5) Rodrigo também fez a receita em casa. Ele colocou 2 copos de suco de limão e 9 copos de água. Ele compreendeu a receita? Explique.

---

6) Observe as duas expressões:

A) mais 7 copos de água.

B) 7 vezes mais copos de água.

I) Essas expressões são diferentes. O que elas têm de diferente?

II) Na hora de preparar a receita de limonada, se uma pessoa segue o que está na receita A e outra pessoa segue a receita B, elas irão preparar uma limonada da mesma maneira? Porquê?
III) De acordo com a receita do item A, uma pessoa que coloca 2 copos de suco de limão precisa colocar quantos de água?
E se ela colocar 3 copos de suco de limão?
IV) Se uma pessoa que segue a receita B colocar 2 copos de suco de limão, precisa colocar quantos copos de água?
E se ela colocar 3 copos de suco de limão?

Matemática na Comunidade: um cenário educativo para a aprendizagem social e para uma perspectiva STEM

Mathematics in the Community: an educational scenery to the social learning and to STEM perspective

Neura Maria De Rossi Giusti
Universidade Pitágoras - Unopar
neuragiusti@gmail.com

Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Universidade Luterana do Brasil – Ulbra
claudiag@ulbra.br

Resumo
O artigo discute uma pesquisa desenvolvida no município de Vacaria, no estado do Rio Grande do Sul, onde investigou a integração e divulgação de conhecimentos matemáticos na comunidade, a partir de um contexto educativo para a socialização dos conhecimentos do currículo da Educação Básica, tendo em vista a aprendizagem social e o despertar do interesse dos jovens para uma carreira acadêmica relacionada as áreas de Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática. Para a investigação-ação foram utilizadas entrevistas dirigidas à comunidade participante e registros fotográficos com as resoluções das tarefas. A escolha das tarefas se deu sobre a Base Nacional Comum Curricular (2017; 2018) e as Demandas Cognitivas de tarefas de Smith e Stein (1998) e Penalva; Llinares (2011). A compreensão das diferentes formas de aprender a aprender Matemática, a mobilização, o interesse, o compartilhamento dos conhecimentos como atividade socialmente cotidianas foram verificados, assim como as diferentes formas de resoluções e de raciocínio matemático empregado perante as tarefas apresentadas. As evidências apontam que os conhecimentos que envolvem a Matemática Financeira estão muito presentes nas atividades sociais e profissionais da comunidade como um exercício de memória. Porém, os conhecimentos algébricos, geométricos, estatísticos e probabilísticos necessitam de maior ressignificação, pois as observações indicam imprecisões sobre os conceitos e procedimentos aplicados nas resoluções das tarefas. Destacamos a importância da escola sobre o desenvolvimento de competências básicas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Projeto na Comunidade; Competências Matemática; Resolução de Problemas.

Abstract
The article discuss a research developed in Vacaria, a city of the state of Rio Grande do Sul, where was investigated the integration an divulgation of mathematical knowledge in the community, from an educational context to the socialization of knowledge of Basic Education, with a view of social learning and the awakening the interest of young people to an academic career related to Science, Technology, Engineering and Mathematics. To the action-investigation were used directed interviews to participating community and photographic records with the tasks resolutions. The choice of tasks is based on the Common National Curriculum Base (2017; 2018) and the Cognitive Demands Tasks of Smith and Stein (1998) and Penalva; Linhares (2011). The comprehension of different ways of learn to learn mathematics, the mobilization, the interest, the sharing of knowledge as a socially daily activity was verified, as the different ways of resolution and mathematical reasoning employed in front of presented tasks. The evidences indicate that knowledge that involves Financial Mathematics are very present in social and professionals activities of community as a memory exercise. However, the algebraic, geometric, statistical and probabilistic knowledge needs more

resignification, because the observations indicate inaccuracies about the concepts and procedures applied on the tasks resolutions. We emphasize the importance of the school about the development of basic skills.

Keywords: Mathematical Education; Project in the Community; Mathematical Skills; Problem Solving.

O projeto e a pesquisa: *Matemática na Comunidade*

Ao aproximar a Matemática escolar para o cotidiano das pessoas podemos mudar a compreensão que muitos têm sobre a mesma, de que é para poucos, de que nem todos podem aprendê-la ou não é possível aplicá-la no dia a dia e, principalmente, podemos evidenciar sua importância para os dias atuais. Ao inserir a Matemática escolar em um contexto de aprendizagem na comunidade em geral podemos revelar o quão importante torna-se pensar a Matemática neste ambiente, como uma aprendizagem social[1], para a vida em sociedade, seja na vida pessoal, social e profissional, bem como, a promover uma Educação com perspectivas STEM (Educação para as áreas de Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática), essencial para o desenvolvimento dos Países, principalmente, para o desenvolvimento de competências para todos os cidadãos e demandas da sociedade do século XXI (UNESCO, 2004).

A democratização e popularização dos conhecimentos matemáticos na comunidade impulsionou um projeto de pesquisa *Matemática na Comunidade* desenvolvido no município de Vacaria, estado do Rio Grande do Sul. O mesmo tem como problema de investigação: "*Como socializar, promover e discutir os conhecimentos matemáticos desenvolvidos na escola formal, da Educação Básica, na comunidade em geral?*". Na definição do objetivo procuramos investigar a socialização dos conhecimentos matemáticos da Educação Básica na comunidade, discutindo e buscando despertar o interesse dos jovens em seguir carreiras relacionadas as Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática, de modo a intervir positivamente na forma como esta comunidade vê e entende a Matemática com perspectivas práticas e críticas sobre o seu ensino e aprendizagem.

O projeto *Educação Matemática na Comunidade* teve início em fevereiro de 2020, na cidade de Vacaria[2], no estado do Rio Grande do Sul. Na parede externa de um

---

[1] Entendemos aprendizagem social como uma aprendizagem partilhada socialmente entre os membros de uma comunidade, numa intervenção colaborativa entre os participantes.

[2] Situada na região denominada de Campos de Cima da Serra (Rio Grande do Sul), Vacaria possui uma área territorial de 2.124,58 km² e uma população estimativa de 66.575 habitantes (2020). Fonte: https://cidades.ibge.gov.br/brasil/rs/vacaria/panorama

estabelecimento comercial foi colocado um quadro verde e giz. A dinâmica consistia em postar no quadro, situações problemas de Matemática, aqui denominadas de tarefas, que contemplassem as competências mencionadas na BNCC (BRASIL, 2017; 2018). Visava que os passantes visualizassem as tarefas e, se sentissem encorajados para deixar suas resoluções ou respostas. Após serem inseridas as sugestões de resoluções pela comunidade seria proporcionado pelas pesquisadoras o *feedback* das respostas apresentadas, tendo em vista proporcionar a demonstração, apropriação, aprimoramento e divulgação dos conhecimentos matemáticos e, ainda, poderia permitir que à comunidade local percebesse outro raciocínio matemático empregado para das tarefas, onde pudessem interpretar tendo em vista a ressignificação dos conhecimentos matemáticos ancorados em procedimentos de interpretação, análise e discussões sobre os resultados. Ao longo da semana seriam oportunizadas novas tarefas, de acordo com o retorno da comunidade. Após inserida a tarefa número um (que será evidenciada na seção análise e discussões) sentimos a necessidade de ampliar o espaço de exposição das mesmas. Para isso foi acrescentado mais um quadro verde para que à comunidade tivesse a oportunidade de expor suas respostas e, com isso, poderíamos verificar, também, o raciocínio e os conceitos matemáticos empregados nas soluções. Ao mesmo tempo, pessoas da comunidade começaram a perguntar se a atividade poderia ser resolvida de modo diferente e questionar sobre o que não entenderam. E, o que nos chamou atenção foi que a faixa etária dos participantes, foi muito variada, jovens, adultos e também idosos.

Neste sentido, entendemos a importância da democratização e a popularização do ensino das Ciências para as comunidades, visto que, sensibilizar olhares para atividades cotidianas dos cidadãos na área das exatas podem promover avanços e aprendizagens significativas, tanto na vida pessoal, quanto social e profissional dos cidadãos.

Metodologia

Para o desenvolvimento do projeto imprimimos uma pesquisa qualitativa de investigação-ação (FIORENTINI, 2004; FLICK, 2013), em que o processo de conhecimento, aprendizagem e mudança se faz refletir sobre os pesquisadores e participantes, na ação ou resolução de um problema coletivo de forma participativa.

A coleta de dados fez uso de questões abertas visando que os participantes respondessem espontaneamente por meio de narrativas e histórias de vida pessoal e profissional. Os sujeitos residem na comunidade do município de Vacaria, do Rio Grande do Sul. Destes, 7 (sete) foram entrevistados e nomeados pelas iniciais de seus nomes: L.B, 15 anos; A.R.C, 31 anos; A.C, 37 anos; V.V, 39 anos; M.M, 44 anos; J.M, 56 anos; e P.A, 63 anos. Em relação a escolaridade, 1 (um) possui Ensino Fundamental, 3 (três) possuem Ensino Médio, 3 (três) Ensino Superior. Na ocupação profissional, 1(um) é estudante, 1 (um) é empresário, 1 (um) é aposentado, 1 (um) é faturista e os demais comerciários. Os entrevistados foram escolhidos a partir dos registros das assinaturas deixadas nos quadros verdes e, ainda, pelas conversas paralelas realizadas durante a exposição e resolução das tarefas, no período de agosto a novembro de 2020. Embora muitos contribuíram deixando seus apontamentos, alguns não puderam ser identificados, mas colaboraram de forma positiva manifestando interesse ao participar do desenvolvimento das atividades.

As ações articuladas aos objetivos da pesquisa consistiam em: apresentar situações problemas (tarefas) envolvendo o ensino e a aprendizagem da Matemática; selecionar tarefas para o desenvolvimento de competências da Educação Básica[3] (as tarefas foram adaptadas tendo como base livros didáticos e outras criadas pelas pesquisadoras a partir do cotidiano da comunidade local); a exposição das mesmas foi por meio de quadro verde e giz, em local de uso comum da comunidade; o *feedback* das resoluções consiste em permitir que todos pudessem visualizar e se apropriar dos conhecimentos lá expostos. A rotina de apresentação das tarefas se fez na disposição de atividades semanais, apresentando diferentes competências Matemáticas de forma não linear, com o propósito de maior participação e interesse da comunidade. Para a coleta de dados houve o acompanhamento semanal das resoluções por parte da comunidade e exposição das soluções (*feedback*) a partir de registros fotográficos e a aplicação das entrevistas dirigidas (individuais). Foram evidenciados o interesse, o raciocínio matemático desenvolvido para a resolução das tarefas, as

[3] As tarefas apresentadas à comunidade não seguem uma sequência rígida e nem tão pouco cumprem toda a amplitude dos conhecimentos matemáticos da Educação Básica. Como exemplos: na Matemática Financeira (porcentagens, juros, acréscimos, ...); no ensino da Álgebra (sequência numéricas e figurativas, expressões algébricas, progressões, razões e proporções, ideias simples de criptografia, ...); na Geometria (perímetro, área, ...); Estatística e Probabilidade (média, moda, mediana, princípio multiplicativo de contagem, ...).

compreensões e significados dados a esta área de conhecimento no âmbito da comunidade local como promotora da aprendizagem social da Matemática e para a perspectiva STEM.

A escolha das tarefas se apoiou na Base Nacional Comum Curricular (2017; 2018) e nas Demandas Cognitivas (SMITH; STEIN,1998; PENALVA; LLINARES, 2011). *Nível 1: tarefas de memorização*: reproduzir fórmulas, regras, fatos ou definições previamente aprendidos ou dirigidos. *Nível 2: tarefas de procedimentos sem conexão:* são algorítmicas; utilização de procedimentos com base na informação anterior; produzir respostas corretas em vez de desenvolver compreensão Matemática. *Nível 3: tarefas de procedimentos com conexão:* centradas no significado do conceito ou procedimento; utilização dos procedimentos; têm conexões estreitas com as ideias conceituais ao invés de algoritmos; requer algum grau de esforço cognitivo. *Nível 4: tarefas que requerem "fazer Matemática":* requer um pensamento complexo e não algorítmico; requer a compreensão de conceitos, processos ou relações Matemáticas; requer considerável esforço cognitivo.

Aprendizagem Social e a Perspectiva STEM: um cenário para o desenvolvimento de competências matemáticas

O ensino para o desenvolvimento de competências, no Brasil, está descrito no documento normativo da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, que norteia o processo de ensino na Educação Básica (BRASIL, 2017; 2018), onde apresenta normativas para o currículo educacional, buscando garantir que todas as escolas, públicas e privadas, propiciem o desenvolvimento das mesmas competências e habilidades[4] que constituem os direitos de aprendizagem dos alunos em território nacional. São apresentadas dez competências que são comuns para todas as disciplinas e, capacidades específicas da Matemática. Há no documento da BNCC (BRASIL, 2017; 2018) a orientação explícita que o ensino da disciplina deve ser contextualizado, visando que, além de aprender conceitos e procedimentos matemáticos, os estudantes sejam capazes de aplicar o que sabem no seu dia a dia. Sugere, ainda, que no contexto social o ensino seja aplicado no cotidiano dos

[4] De acordo com a BNCC, *competências* referem-se à "[...] mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho" (BRASIL, 2018, p. 8) e, *habilidades*, "expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares" (BRASIL, 2018, p. 29).

estudantes, preparando-os também para um futuro profissional. Com as referências da BNCC podemos perceber a importância de desenvolver um processo de ensino e aprendizagem em Matemática, por meio do desenvolvimento de competências e habilidades que são úteis e aplicáveis na vida.

Para Groenwald, Kaiber e Mora (2004, p.1), "A Matemática possui um papel social importante na inclusão das pessoas na sociedade. Ensinar Matemática é fornecer instrumentos para o homem atuar no mundo de modo mais eficaz, formando cidadãos comprometidos e participativos". De tal modo que se torna imprescindível oportunizar e preparar a sociedade para habilidades que promovam a resolução de problemas. Ao utilizar a resolução de problemas, os estudantes mobilizam os conteúdos já conhecidos e assim desenvolvem novos conhecimentos dando significado aos conceitos aprendidos (FIGUEIREDO; RECALCATI; GROENWALD, 2020; GROENWALD; KAIBER; MORA, 2004; GROENWALD, 2014; POLYA, 2006). Para atender as demandas da sociedade do século XXI, os jovens necessitam desenvolver o conhecimento científico de forma a garantir a inovação e o crescimento econômico, além disso, propor decisões adequadas sobre questões sociais, gerar soluções sobre problemas e conflitos do mundo moderno. Para isso se faz necessário princípios fundamentais, como a colaboração, a pesquisa, a solução de problemas, a comunicação, a criatividade e o pensamento crítico (NATIONAL EDUCATION ASSOCIATION, 2012).

Ao referenciar a aprendizagem social, nos reportamos a Vygotsky (2007), onde concebe o desenvolvimento pessoal como uma construção que se realiza por meio de uma determinada cultura e mediante a realização de atividades sociais compartilhadas. Para Vygotsky, o conhecimento é um processo de interação entre o sujeito e o meio, em que o meio é entendido como social e cultural. Neste sentido, o desenvolvimento cognitivo ocorre por meio dessa interação, onde a criatividade também se desenvolve durante o processo de desenvolvimento humano e está relacionada com a habilidade de lidar com a mudança. Na perspectiva de aprendizagem social, a aprendizagem se estabelece a partir das interações e a participação da comunidade num contexto educativo, onde os indivíduos aprendem nas interações, na troca mútua tendo um ao outro como mediador. Por esse aspecto, a socialização dos conhecimentos matemáticos pode potencializar a construção de novos conhecimentos.

A Educação STEM (*Science, Technology, Engineering, and Mathematics),* é considerada inovadora para a Educação contemporânea, pois vivemos em sociedades globalizadas em que o desenvolvimento das competências científico-técnico deve estar em harmonia diante das transformações do século XXI (SANDERS, 2009; BECKER; PARK, 2011). E, trabalhar de forma integrada os conteúdos das disciplinas da área STEM reforça a importância dessa tendência educacional. Segundo Ross (2017), investir na Educação STEM permite despertar no aluno o interesse nas disciplinas científicas, em que os desafios dessas áreas se relacionam com o cotidiano. Desta forma, os alunos têm a oportunidade de aprender de forma significativa propondo soluções e inovações nas relações de conflitos (PAVÃO & FREITAS, 2008).

Para isso, há a necessidade do aprender a aprender num processo que nunca termina, no qual as descobertas e as aprendizagens acontecem constantemente gerando autonomia, criatividade, inovação e produção de novos conhecimentos. Para Cachapuz *et al*. (2004), o "aprender a aprender" mobiliza estratégias adequadas para procurar, processar, sistematizar e organizar a informação (múltiplos tipos e fontes), bem como avaliá-la criteriosamente, tendo em vista transformá-la em conhecimento. A competência se destaca como base das aprendizagens autônomas, o que implica o desenvolvimento não só de estratégias cognitivas, mas, também, de estratégias metacognitivas.

Análises e Discussões

A análise e a discussão estão apresentadas em duas subseções. Na primeira, a análise é realizada a partir das entrevistas dirigidas (individuais), onde 7 (sete) participantes foram entrevistados (L.B; A.R.C; A.C; V.V; M.M; J.M; e P.A). A segunda subseção ilustra algumas tarefas matemáticas propostas à comunidade, onde identificam as diferentes formas de resoluções e de raciocínio matemático empregado perante as tarefas apresentadas e a discussão teórica.

a) *As entrevistas dirigidas*

Perguntados sobre a relação que possuem com a disciplina de Matemática, obtivemos, na grande maioria, resposta positivas, pois utilizam a mesma em suas atividades profissionais ou no seu dia a dia.

Para o questionamento, o que motivou o interesse para responder a(s) atividade(s) exposta(s) no quadro, recebemos afirmativas como de A.C, "*Eu me senti desafiado, depois que a gente lê o problema ele fica 'martelando' na cabeça. Não sai do pensamento, até que a gente ache uma resposta*" (Ago./2020). Já para J.M, "*Essa Matemática é bem diferente do que eu aprendi lá atrás. Eu aprendi Matemática fazendo muitos cálculos (contas). Problema para resolver ou interpretar eram muito raros. Acho que agora tenho que aprender de novo*" (Set./2020). Ao ser solicitado a J.M porque a Matemática é diferente, respondeu: "*Diferente porque tem que ler o problema e pensar o que está pedindo, não é só fazer o cálculo e achar uma resposta. Aí acho que eu tenho muito que aprender com essa 'nova Matemática' (risos)*" (Set./2020).

O depoimento de J.M pode identificar que a Matemática aprendida no período em que J.M estudou não fez sentido para a resolução das tarefas, pois como informou, aprendeu a fazer cálculos na escola. Interpretar e resolver problemas não eram atividades comuns, mas sim, raras. A necessidade de aprender a aprender (CACHAPUZ *et al*., 2004) se faz presente nos dias atuais e futuros. As competências para o século XIX imprimem o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, a capacidade de resolver seus problemas de vida, na área pessoal, social e profissional. Portanto, observamos a importância do papel da escola sobre o desenvolvimento de competências básicas descritas no documento da BNCC (BRASIL, 2017; 2018).

Quando solicitado sobre as atividades que contribuíram para ampliar os conhecimentos matemáticos pessoais e profissionais, P.A informa que as sequências numéricas fizeram o seu raciocínio trabalhar todas as operações Matemáticas que conhecia e mesmo assim, algumas vezes acertava e outras errava no sinal, entretanto, eram as tarefas que mais gostava de realizar. Para L.G, as atividades que se assemelhavam com que estava estudando na escola ajudavam a entender melhor o conteúdo.

Para os demais entrevistados, as atividades relacionadas a Matemática Financeira eram sempre um maior aprendizado, pois suas atividades profissionais tinham afinidade com esta área de estudo. Ao serem perguntados sobre facilidades e dificuldades na resolução das tarefas, a grande maioria apontou como facilidade as tarefas relacionadas a juros, porcentagem, acréscimos, decréscimos e taxas, pois estas atividades fazem parte do cotidiano e atividades profissionais.

Entre as dificuldades, registramos, na grande maioria, as tarefas relacionadas ao ensino da Álgebra. Para A.C, "*Não gosto de questões que envolvam letras, eu geralmente não sei responder atividades assim*" (Ago./2020). Também para V.V, " [...] *tenho dificuldade aquelas em que você coloca letras. Tem que adivinhar quanto vale A mais B ou A menos B, por exemplo. Sei que tem 'regrinhas', mas eu não me lembro mais*" (Set./2020). Ao mesmo tempo, P.A informa que nem tenta resolver porque não sabe por onde começar a resolução, "*Espero os outros colocarem as respostas e depois a correção*" (Nov./2020). Para M.M, A.R.C e J.M, as tarefas que envolvem um valor desconhecido utilizando letras, não se recordam a forma como trabalhar. Lembram que viram na escola, mas que, ao passar dos anos, acabaram esquecendo os procedimentos necessários para a resolução das atividades propostas.

O ensino da Álgebra, na fase escolar, nos leva a inferir que não trouxe sentido e significado para a aplicação em diferentes situações e, ainda, não proporcionou a compreensão de seus procedimentos. Acreditamos que o ensino mecânico não contribui para uma aprendizagem significativa e duradoura. Pensar algebricamente, segundo Caraça (1998), significa pensar o número sem a presença do numeral, mas sim no entendimento que o número contém, a partir das necessidades do dia a dia e da própria matemática. O objetivo de pensar algebricamente é contribuir boas experiências para a assimilação dos conceitos matemático, com a realização de abstrações e generalizações.

Quando solicitado sobre o interesse em cursar áreas relacionadas a Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM), obtivemos 4 (quatro) retornos: V.V, Física; J.M, Química; L.G, Desenho Gráfico; e A.C, Engenharia Mecânica, sendo que A.C iniciou seus estudos em novembro de 2020, na modalidade semipresencial. Sobre a forma de compartilhamento das tarefas, V.V informa que "*Eu costumo comentar com os amigos e também com os clientes. Já mandei fotos das respostas depois que você passa a resposta certa. Eles me pedem. E também das novas questões que você coloca*" (Set./2020). Para J.M, "*Vou ao meu trabalho a pé e sempre com pressa, mas não deixo de ler as questões do quadro e comento sempre com os colegas e com a filha em casa. A gente tenta resolver*" (Set./2020). Os demais informaram que compartilham com os familiares e amigos para encontrar a solução.

Quando questionados sobre a frequência com que costumam consultar o quadro das tarefas, afirmaram que consultavam diariamente. Devido à localização das atividades serem no centro ou por ser o trajeto para a escola ou para o trabalho. Da persistência em resolver as tarefas, se tornou rotina ou um momento casual? Quatro entrevistados afirmaram que se tornou rotina e os demais, um momento casual. Para V.V, "[...] *todo dia eu dou uma olhada, principalmente quando tem uma questão nova*" e, " [...] *ás vezes eu vejo outras pessoas com celular na mão fazendo contas ou tirando fotos das questões que você deixa no quadro e também respondendo*". Finaliza informando que "*Tem também aqueles que ficam olhando, olhando, dão uma paradinha, acho que eles ficam com curiosidade como eu*" (Set./2020). A.C, declara que "*Eu gosto muito de ler o que está escrito lá. Gosto também de passar lá para conferir se acertei a resposta*" (Ago./2020). Da mesma forma P.A, além de conferir a resposta gosta de vir conversar para esclarecer dúvidas quanto a resolução, "*Eu quero sempre saber se tem outro jeito de resolver, porque ás vezes, eu não entendo como foi resolvido e quando a gente conversa a explicação funciona melhor*" (Nov./2020).

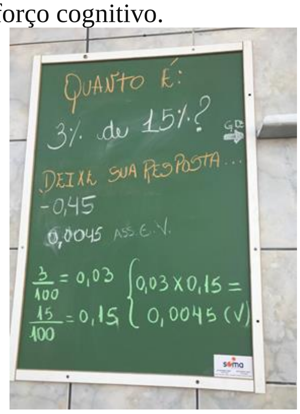
Ao serem questionados sobre as impressões referentes ao projeto Matemática e na Comunidade destacamos: A.R.C, "*Muito legal, uma forma de colocar a cabeça das pessoas para funcionar*"; J.M, "*Eu acho ótimo. Foi uma ótima ideia e uma forma de chamar a atenção da população. Esse projeto deveria ser colocado em outros lugares da cidade. Assim a população exercita o cérebro e aprendem Matemática*"; V.V, "*Bom, virou interativo. Assim eu e as outras pessoas aprendem mais Matemática. Espero que você continue esse trabalho por um bom tempo. Assim a gente aprende e se motiva mais para aprender*"; A.C, "*Na minha profissão uso bastante a porcentagem, juros, acréscimo, então quando aparece atividades que envolvem estas coisas, eu quero escrever a resposta o quanto antes*" e conclui "*Esse projeto faz a gente pensar, exercita o cérebro. Acho importante isso nos dias de hoje*"; P. A, " *Para quem parou de estudar há muito tempo e é aposentado, esse projeto ajuda muito a relembrar e aprender coisas novas da Matemática*"; MM, "*Sempre a gente aprende mais, isso é muito bom*"; e L.B, "[...] *eu gosto de tentar responder, acho que isso é bom para eu aprender coisas novas e para o pessoal da cidade também*".

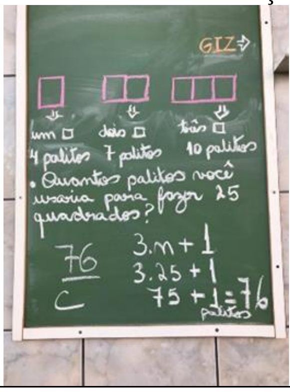
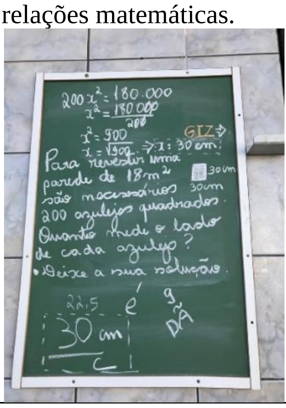
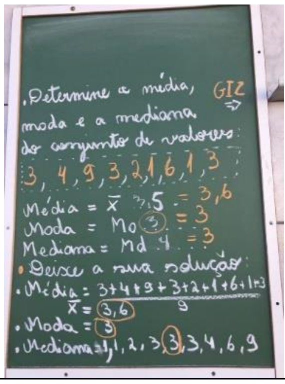
Como observado nos depoimentos, os entrevistados mencionam os conhecimentos matemáticos relacionados com suas atividades profissionais ou de uso diário como acessíveis e de fácil compreensão. No entanto, fica explícito as dificuldades relacionadas as competências pouco trabalhadas na escola formal, o que coloca os mesmos apreensivos e, ao mesmo tempo, aprendizes para ressignificar a Matemática.

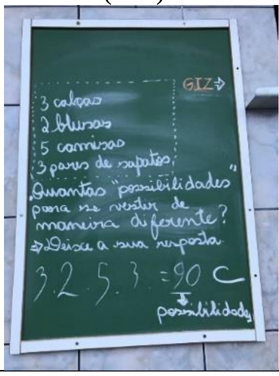
b) Situações de aprendizagens: tarefas

No Quadro 1 destacamos algumas tarefas apresentadas à comunidade, ilustrando as tarefas e a análises realizadas.

Quadro 1: Situações de aprendizagem

Tarefas	Análises
1. *Quanto é 3% de 15%?* Para a tarefa, o objeto de conhecimento envolve a porcentagem de porcentagem, na qual a Demanda Cognitiva foi classificada como nível 3 (três), centrada no significado do conceito e na utilização dos procedimentos de resolução e, requer algum grau de esforço cognitivo.  	A tarefa foi descrita como número um, pois deu início ao desenvolvimento do projeto e pesquisa na comunidade. A mesma permitia transformar porcentagens em frações decimais para números decimais e, após aplicar a operação de multiplicação para os valores encontrados. Houve duas respostas expostas pela comunidade, sendo que a primeira foi de 0,45 e a segunda 0,0045. Embora os autores não apresentassem o desenvolvimento das respostas observamos que, a primeira tentativa (0,45) registrou erros de construção ao transformar 3% em 0,3 e 15% em 1,5 e, como consequência, a multiplicação dos números decimais não ofereceu uma assertiva para a tarefa. Já a segunda resposta assinada por E.V traduz satisfatoriamente a sua resolução, em que 3% corresponde a 0,03 e 15% contempla 0,15 na transformação de porcentagem para números decimais. Ao multiplicar 0,03 por 0,15 foi identificada a solução para a situação .
2. *Qual foi o percentual de aumento na variação de preços?* O objeto de conhecimento envolveu percentual e variação de preços. Foi solicitado à comunidade qual foi o percentual de aumento na variação de preços no período indicado. A demanda cognitiva foi classificada como nível 3 (três).  	Aumentos sucessivos de valores sobre determinados produtos fazem parte do cotidiano de todos os cidadãos. A tarefa propunha que "*O saco da soja de 60 Kg sofreu dois reajustes, um em maio de 2020, no valor de R$ 105,00 e outro em julho de 2020, de R$ 117,00*". Para o percentual de aumento obtivemos uma resposta assinada por A.C, e esta representou corretamente a resolução da situação problema: 11,42%. O que pode indicar que os procedimentos de cálculos utilizados tenham viés de uma regra de três simples. O *feedback* apresentado após a resolução do autor, indicou a razão entre os valores de 12 reais de aumento no preço final do cereal pelo valor inicial de 105 reais. A tarefa coincide com situações vivenciadas na comunidade, onde a agricultura é o ponto forte da região, principalmente, o cultivo e venda da soja e de maçãs.
3. *Descubra a regularidade da sequência.* O objeto de conhecimento propõe a regularidade de uma sequência numérica e figural, em que a Demanda Cognitiva foi classificada como nível 2	A tarefa envolve a sequência de quadrados formada por palitos, onde à comunidade deveria indicar quantos palitos seriam necessários para construir 25 quadrados interligados conforme exemplificado. Obtivemos uma devolutiva correta

<table>
<tr><td>(dois), resolução por algoritmos e a utilização de procedimentos com base na informação anterior.

</td><td>expressa na forma numérica de 76 palitos. Dado o feedback posterior a resolução do autor, o algoritmo que poderia resolver a tarefa seria a expressão algébrica “ 3n + 1”. Questionados pelo autor sobre a utilização da letra “n” ficou evidente que o procedimento de cálculo contou com o auxílio de algoritmos sucessivos para considerar a resposta 76. Houve então um diálogo expositivo sobre o desenvolvimento da expressão e o que a letra “n” (números de quadrados) representava na expressão e como resolvê-la. Percebemos que a partir da interação a expressão fez sentido para o aprendizado do autor da resposta.</td></tr>
<tr><td>4.Quanto mede o lado de cada azulejo?
O objeto de conhecimento envolveu o estudo de áreas e medidas e Demanda Cognitiva foi identificada de nível 4 (quatro), em que requer um grau de esforço cognitivo, a compreensão de conceitos e relações matemáticas.

</td><td>Na tarefa obtivemos três sugestões de repostas: 22,5 cm; 30 cm; e 9 cm. Entretanto, não ficou evidente o raciocínio matemático empregado pela comunidade e tão pouco os procedimentos de cálculos, mas observamos que na assertiva 30 cm, houve a compreensão sobre os conceitos envolvendo medidas (cm e m), bem como a ideia de área quadrada. Um possível algoritmo que validaria a demonstração para a solução foi a equação de segundo grau (200x² = 180000).</td></tr>
<tr><td>5. Determine a média, a moda e a mediana do conjunto de valores.
O objeto de conhecimento envolveu conceitos estatísticos sobre média, moda e mediana e a Demanda Cognitiva foi classificada com de nível 2 (dois), utilização de procedimentos com base na informação anterior.

</td><td>Conceitos estatísticos são usuais na comunicação dos cidadãos, principalmente na mídia e produções escritas. Não menos, entendemos a importância da significação e interpretação dos mesmos, especialmente sobre o conceito de média, fundamental em situações cotidianas e na Educação Básica. Na intervenção foi observado que tais conhecimentos oferecem imprecisões diante do retorno dado pela comunidade. Obtivemos uma assertiva para o conceito de moda, sendo que houve um equívoco no processo de cálculo para a média e mediana. O feedback oportunizado sugeriu metodologias para a identificação dos valores.</td></tr>
<tr><td>6. Quantas possibilidades de se vestir de maneira diferente?
Para a tarefa, o objeto de conhecimento envolveu conceitos de combinatória pelo princípio</td><td>A tarefa apresentada previa o princípio fundamental da contagem (princípio multiplicativo), onde à comunidade poderia se manifestar por meio de algoritmos ou respostas</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>multiplicativo de contagem. A Demanda Cognitiva, de nível 2 (dois).

</td>
<td>possíveis no conjunto de elementos, no caso específico, vestuário. Foi identificado uma afirmativa utilizando o princípio multiplicativo para a resolução. O que permite identificar a compreensão do conceito ora exposto.</td>
</tr>
</table>

Fonte: A pesquisa.

Diante das evidências entendemos que os registros das situações de aprendizagem (tarefas), ainda merecem aprofundamento. Percebemos que situações cotidianas que compreendem porcentagem, juros, aumentos e descontos estão mais visíveis no fazer matemática da comunidade. Neste sentido, oportunizar e preparar a sociedade para habilidades que promovam a resolução de problemas torna-se imprescindível (GROENWALD; KAIBER; MORA ,2004), pois a tomada de decisões adequadas sobre questões sociais auxilia na superação problemas e conflitos do mundo moderno. (NATIONAL EDUCATION ASSOCIATION, 2012).

No que tange as tarefas relacionadas ao ensino da Álgebra foi possível verificar que o uso de letras (variáveis ou incógnitas) necessitam de maior ressignificação. Entendemos, a partir dos depoimentos e resoluções, que os conceitos e procedimentos algébricos trabalhados na escola formal não oportunizaram o desenvolvimento de habilidades para gerar soluções reais para o cotidiano dos participantes. Neste sentido, enfatizamos que estes conhecimentos escolares devam prover sentido e significado na aplicação dos conceitos relacionados as atividades do dia a dia (BRASIL, 2018).

Considerações Finais

O projeto trouxe olhares diferenciados sobre os conhecimentos matemáticos, além de um contexto de aprendizagem social, despertou o interesse pela área de conhecimento. Na promoção da socialização e a discussão dos conhecimentos matemáticos da Educação Básica encontramos evidências que registram imprecisões sobre os conceitos estudados, principalmente aqueles relacionados ao ensino algébrico, geométrico, estatístico e probabilístico. Por outro lado, a socialização dos conhecimentos contribuiu para o despertar do interesse dos jovens em seguir carreiras relacionada as Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática, visto que 4 (quatro) entrevistados registraram o interesse nas áreas mencionadas. Sobre a democratização e a popularização do conhecimento matemático, as evidências apontaram que o projeto potencializou a manifestação e a participação da comunidade, tendo em vista os diferentes registros inseridos nos quadros verdes e relatos paralelos.

Foram observadas lacunas entre a Matemática escolar e a Matemática para a vida. A falta de conexão com a realidade dos cidadãos inviabiliza aprendizagem duradoras. Ao trazer a Matemática escolar para a vida e para o cotidiano das pessoas, os conhecimentos científicos podem se ampliar na medida em que a mediação entre os conceitos cotidianos, aqueles experenciados a partir de vivências, e se relacionam com a teoria e a prática. Os conhecimentos que envolvem Matemática Financeira, para o dia a dia, estão muito presentes nas atividades sociais e profissionais da comunidade, pois fazem parte da vida cotidiana, como um exercício de memória e também de sobrevivência frente ao mercado comercial. Outra evidência refere-se ao olhar crítico sobre as tarefas Matemáticas apresentadas. A argumentação inquerida sobre a resolução e sobre a outras formas de aplicações da mesma tarefa foram questionadas, principalmente nas questões sociais que envolvem produtos agrícolas cultivados na região, como o aumento sucessivos preços sobre determinados produtos, taxas, acréscimos e descontos. A emissão de opiniões se revela a partir de uma Matemática voltada para a criticidade não só para a aplicações de fórmulas, mas para vivências da comunidade.

Referências

BECKER, K.; PARK, K. Effects of integrative approaches among science, technology, engineering, and mathematics (STEM) subjects on students’ learning: A preliminary metaanalysis. In: **Journal of STEM Education**, v. 12, n. 5, 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 15 mar. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 15 mar. 2021.

CACHAPUZ, A.; SÁ-CHAVES, I.; PAIXÃO, F. **Saberes Básicos de todos os cidadãos no século** XXI. Lisboa, CNE, 2004.

CARAÇA, B.J. **Conceitos fundamentais da Matemática.** Portugal: Gradiva, 2ª. edição, 1998.

FIGUEIREDO, F.F.; RECALCATI, L.A.; GROENWALD, C.L.O. (Re)formulação e resolução de problemas abertos e que abordam temas de relevância social com o uso de planilhas eletrônicas**. Revista de Educação Matemática.** São Paulo, SP, v. 17, 2020, p. 01-15. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/REMat-SP/article/view/253/pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

FIORENTINI, D. **Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente?** In: BORBA, Marcelo Carvalho e ARAÚJO, Jussara de Loiola (org.) Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autentica. 2004.

FLICK, U. **Introdução a metodologia de pesquisa: um guia para iniciantes**. Porto Alegre: Penso, 2013.

GROENWALD, C. L. O. **A metodologia resolução de problemas no ensino da Matemática**. Artigo apresentado ao grupo de estudos. Canoas, RS: ULBRA, 2014.

GROENWALD, C. L. O.; SILVA, C. K.; MORA, C. D. Perspectivas em Educação Matemática. **Acta Scientiae**. Canoas, v. 6, n. 1, p. 37-55, jan./jun.2004.

NATIONAL EDUCATION ASSOCIATION. **Preparing 21st century students for a global society an educator's guide to the "Four Cs".** Washington: NEA, 2012.

PAVÃO, A.C. & FREITAS, D. (orgs). **Quanta ciência há no ensino de Ciências**. São Paulo: EdUFSCar, 2008.

PENALVA, M. C.; LLINARES, S. **Tarefas Matemáticas en la Educación Secundaria**. In:GOÑI, Jesus María (coord) et al. Didáctica de las Matemáticas. Colección: Formación del Profesorado. Educación secundaria. Barcelona: Editora GRAÓ, 2011, Vol. 12, 27-51.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

ROSS, R. **LaserTag for STEM Engagement and Education**. IEEE Access, 2017.

SANDERS, M. **STEM, STEM Education, STEMmania**. In: The Technology Teacher, v. 68, n. 4, p. 20–26, 2009.

SMITH, M. S; STEIN, K., M. **Selecting and Creating Mathematical Tasks:** From Research to Practice. Mathematics Teacher in the Middle School, 1998. v.3, n.5, 344-350.

UNESCO. **Pesquisa Nacional. O Perfil dos professores brasileiros: o que fazem, o que pensam, o que almejam**. São Paulo: Moderna, 2004.

VIGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

O *Design* de problemas abertos e fechados com o uso de tecnologias digitais para o ensino da Matemática

The Design of open and closed problems using digital technologies for teaching Mathematics

Fabiane Fischer Figueiredo
E.E.E.M. João Habekost
fabianefischerfigueiredo@gmail.com

Resumo
Neste trabalho destacamos os aspectos relativos às fases do *Design* de problemas com o uso de tecnologias digitais, do tipo abertos e fechados, no ensino da Matemática, conforme as necessidades educacionais e a realidade escolar, dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. O objetivo é discutir e compreender as potencialidades e/ou limitações metodológicas e educacionais do *Design* de enunciados de problemas com o uso de tecnologias digitais, para a proposta de resolução de problemas na área da Matemática, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A investigação qualitativa ocorreu em 2020, com o *Design* de enunciados de problemas por parte da pesquisadora, que era a professora dos alunos envolvidos na investigação. Ela produziu duas imagens para a proposta de formulação e resolução de problemas abertos, para os alunos do 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental, e cinco problemas fechados, a partir de um texto jornalístico, para os alunos do 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio. Os enunciados produzidos possuem características e aspectos, que permitem apontar que o *Design* de problemas com o uso de tecnologias digitais pode ser um meio para que as necessidades educacionais sejam atingidas e a realidade escolar considerada, com a pretensão de ocasionar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, associando-o a compreensão de temas de relevância social.

Palavras-chave: *Design* de problemas abertos e fechados, tecnologias digitais, ensino da Matemática, BNCC.

Abstract
In this work we highlight the aspects related to the Design phases of problems with the use of digital technologies, of the open and closed type, in the teaching of Mathematics, according to educational needs and school reality, in the Final Years of Elementary and High School. The objective is to discuss and understand the potentialities and/or methodological and educational limitations of the Design of problem statements with the use of digital technologies, for the proposal of problem solving in the area of Mathematics, in the Final Years of Elementary and High School , according to the Common National Curriculum Base (BNCC). The qualitative investigation took place in 2020, with the design of problem statements by the researcher, who was the teacher of the students involved in the investigation. She produced two images for the proposal of formulating and solving open problems, for students of the 6th and 7th years of elementary school, and five closed problems, from a journalistic text, for students of the 1st, 2nd and 3rd years of High school. The statements produced have characteristics and aspects, which allow us to point out that the design of problems with the use of digital technologies can be a means for educational needs to be met and the school reality considered, with the intention of causing the teaching and learning process of Mathematics, associating it with the understanding of themes of social relevance.

Keywords: Design of open and closed problems, digital technologies, mathematics teaching, BNCC.

Introdução

O ensino da Matemática, mediante à consideração das orientações que constam na BNCC, vem exigindo dos professores, que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, o estudo e a compreensão de como as metodologias podem ser adequadas e utilizadas nos planejamentos pedagógicos, para que as necessidades educacionais sejam atendidas e a realidade escolar considerada. Uma dessas formas seria o *Design* de problemas com o uso de tecnologias digitais, abertos e fechados, em que a sua realização requer, por parte do professor, o reconhecimento das necessidades e a atribuição de características e aspectos aos enunciados, que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

A BNCC enfatiza que, na Matemática trabalhada no Ensino Fundamental, é esperado que os alunos "[...] desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações" (BRASIL, 2018, p. 265). No que se refere ao Ensino Médio, as competências de Matemática devem ser associadas aos registros, que evocam os objetos matemáticos, visto que

> o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da Matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio (BRASIL, 2018, p. 529).

Apresentamos assim, neste trabalho, o recorte dos resultados de uma investigação, que pretendia, entre as atividades, obter os enunciados dos problemas abertos e fechados, por meio de *Designs* com o uso de tecnologias digitais. A investigação faz parte das discussões e reflexões do Grupo de Estudos Curriculares em Educação Matemática (GECEM), no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), em Canoas, estado do Rio Grande do Sul (RS). O objetivo era discutir e compreender as potencialidades e/ou limitações metodológicas e educacionais do *Design* de enunciados de problemas com o uso de tecnologias digitais, para a proposta de resolução na área da Matemática, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, de acordo com a BNCC.

A seguir são explicitados o referencial teórico construído, a metodologia empregada na investigação e dois exemplos de resultados, um para os alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental e outro para alunos do Ensino Médio, que foram obtidos por meio de *Design*s de problemas com o uso de tecnologias digitais, por parte da professora de Matemática dos alunos, que os realizou no período de isolamento social, ocasionado pela pandemia do Covid-19, em 2020. Esses exemplos destacam as características e aspectos que podem ser considerados nos *Designs* dos problemas, para que atendam às necessidades educacionais e considerem a realidade escolar.

Referencial teórico

O *Design* de problemas com o uso de tecnologias digitais é uma perspectiva metodológica que, no ensino da Matemática, segundo Figueiredo (2017), pode favorecer a obtenção de enunciados de problemas do tipo abertos e fechados e que abordam temas de relevância social, por meio do uso de recursos tecnológicos digitais. Esses problemas podem ser propostos para alunos de diferentes anos e modalidades de ensino, possibilitando, aos mesmos, a utilização ou não de tecnologias digitais, na resolução desses problemas.

Tal *Design* pode ser realizado pelo professor de Matemática, que precisa realizá-lo seguindo as fases de um *Design* instrucional: identificar a necessidade educacional, projetar a solução, desenvolvê-la, implementá-la e avaliá-la (FILATRO, 2008; FILATRO; CAIRO, 2015). Entre essas, compreendemos que as fases de projetar a solução, desenvolvê-la e implementá-la podem ocorrer separadamente, minuciosamente, ou de forma correlacionadas, com menos ações, mas que ocasionem, mesmo assim, o resultado pretendido, que é o enunciado de um ou mais problemas.

Ao realizar esse *Design*, conforme Figueiredo (2017), características e aspectos podem ser atribuídos, quando os recursos tecnológicos digitais são utilizados: dos problemas abertos ou fechados, da abordagem de temas de relevância social, da produção escrita, da (re)formulação de problemas, entre outros.

Em relação aos tipos de problemas, conforme *Allevato (2005), podem ser propostos na Matemática os abertos e fechados, que se diferenciam pelos objetivos, estratégias e implicações que ocasionam ao* ensino. A escolha pela proposta de um desses tipos, nas aulas de Matemática, depende da identificação, pelo professor, do que seria mais adequado, para que os objetivos educacionais sejam atingidos: os problemas *abertos proporcionam a exploração dos conteúdos e valorizam as concepções e o trabalho entre os alunos e o professor; e os fechados são aqueles semelhantes aos que constam nos* livros-texto e *o processo de resolução ocorre mais individualmente.*

No que se refere à abordagem de temas de relevância social, esses podem contribuir para a contextualização e favorecerem a revisão e o emprego ou a aprendizagem de conhecimentos sobre os mesmos, matemáticos e tecnológicos (FIGUEIREDO, 2017). De acordo com o Ministério da Educação (MEC), os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) devem ser incorporados ao planejamento docente, pois podem ser um meio para o aumento do interesse dos alunos e proporcionar uma formação que os prepare para o trabalho, a cidadania e a democracia, que incida no desenvolvimento de competências gerais e específicas das áreas do conhecimento (BRASIL, 2018). Os TCTs estão dispostos em seis macroáreas temáticas: Ciência e Tecnologia, Meio Ambiente, Multiculturalismo, Economia, Saúde e Cidadania e Civismo; visto que contribuem para o estudo do contexto e da contemporaneidade, bem como para "[...] a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como de fazer sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades [...]" (BRASIL, 2019, p. 6).

Além disso, sendo aberto ou fechado, a proposta de resolução pode ser associada à (re)formulação de problemas, que, de acordo com Silver (1994), é uma abordagem ou atividade, que requer do resolvedor a reformulação de um problema ou a elaboração de outros problemas, seja no início, durante ou após o término da solução. Todavia, caso ocorra durante o processo, será preciso planejar uma nova versão, sendo essa personificada, já que são (re)criadas as metas.

Chica (2001, p. 151), afirma que a formulação de problemas é, para os alunos, "[...] uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada". Também, seria um meio para a demonstração das capacidades inventivas e questionadoras, ao ler e interpretar, levantar hipóteses, comunicar ideias, estabelecer relações, utilizar conceitos, expressar-se escrita e oralmente, entre outras. Para tanto, o professor precisa planejar as práticas pedagógicas, para que o fazer matemático, ou seja, as noções, os procedimentos e as atitudes favoreçam o processo de ensino e aprendizagem.

Por outro lado, em conformidade com a concepção de Powell e Bairral (2006), o aspecto da produção escrita pode contribuir para que as ideias matemáticas possam ser ampliadas, desenvolvidas e entendidas por professores e alunos, assim como para os registros dos processos de pensamento. Ademais, a produção escrita pode apoiar a reflexão crítica sobre as experiências, o que pode ser um meio para a aprendizagem, visto que envolve os pensamentos, os sentimentos e a afetividade.

A formulação e resolução de problemas, pode também, tal como salienta Gontijo (2006, p. 240), estimular a criatividade articulada à atividade matemática, porém, como professores,

> [...] devemos estar atentos às experiências que os estudantes já vivenciaram, buscando identificar fatores que provocaram estímulos positivos e negativos em relação à Matemática e como estes agem na construção de uma representação positiva da mesma. Devemos investigar o currículo a fim de examinarmos se sua estruturação faz um apelo à criatividade Matemática e se sua forma de organização privilegia os processos criativos ou os de memorização.

Diante do exposto, o *Design* de problemas abertos e fechados com o uso de tecnologias digitais pode proporcionar o desenvolvimento de habilidades, conforme propõe a BNCC. Nesse documento, é ressaltada a pretensão "[...] que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto" (BRASIL, 2018, p. 299). Ainda, são necessários a promoção de contextos significativos, que propiciem a resolução de problemas, como uma atividade privilegiada para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, já que é uma estratégia capaz de ocasionar o desenvolvimento das competências de representação, raciocínio, comunicação e argumentação.

Em se tratando da área da Matemática e suas Tecnologias, no Ensino Médio, que é uma etapa para consolidar, ampliar e aprofundar as aprendizagens do Ensino Fundamental, devem ser desenvolvidas as "[...] habilidades relativas aos **processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas**" (BRASIL, 2018, p. 529, grifos do autor). Desse modo, entendemos que a resolução de problemas é uma das metodologias que poderiam ser utilizadas, sob diferentes enfoques e com o uso de distintos recursos, nos planejamentos pedagógicos e na área de Matemática.

Metodologia de pesquisa

Para atingir o objetivo da investigação, escolhemos a abordagem qualitativa e o método estudo de caso para conduzi-la, pois, como aponta Yin (2016), favorecem o estudo, a descrição e a compreensão de um determinado caso, descrevendo-o e/ou explicando os eventos ocorridos. Nessa, entre as etapas realizadas, destacamos os *Designs* de problemas com o uso de tecnologias digitais, abertos e fechados, que abordam temas de relevância social, como os TCTs citados pela BNCC (BRASIL, 2018, 2019).

Na coleta dos dados, entre os instrumentos utilizados, salientamos os registros escritos durante as fases dos *Designs* dos problemas, que foram realizadas pela pesquisadora e que era a professora de Matemática dos alunos, que eram o público-alvo das duas propostas: a primeira delas refere-se aos problemas abertos, que propiciam a análise de imagens e a formulação e resolução de problemas, para alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental; e a segunda trata-se de problemas fechados, que utilizam, na sua maioria, as informações e os dados numéricos de um texto jornalístico, no processo de resolução. Tais propostas eram direcionadas a alunos de uma Escola localizada na zona rural do município de Rio Pardo-RS, que tinham o acesso limitado aos recursos tecnológicos digitais para a execução das atividades escolares, mas que iriam, na sua maioria, recebê-las em folhas, na forma impressa, no período de isolamento social (seguindo as orientações quanto a tal fornecimento da respectiva Escola) e precisariam compreendê-las, para fazer a entrega das soluções na data marcada pela equipe diretiva da mesma.

Os dados foram organizados em etapas, conforme Yin (2016): compilação dos dados, decomposição em pequenos grupos desses dados, recomposição em sequências diferenciadas e as interpretações iniciais, para determinar a conclusão da investigação. Desse modo, construímos as categorias de análise e reflexão: enunciados de problemas fechados e abertos, que abordam temas de relevância social ou TCTs e que as tecnologias digitais são usadas em seus *Designs*; reconhecimento das características e dos aspectos atribuídos aos problemas; possibilidades educacionais no ensino da Matemática, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, mediante a consideração das orientações mencionadas na BNCC.

Os problemas abertos

A pesquisadora, professora de uma turma do 6º ano e outra do 7º ano do Ensino Fundamental, tomou a decisão de realizar produzir duas imagens bidimensionais, para que os alunos as analisassem e formulassem e resolvessem os problemas, na disciplina de Matemática. Com essa proposta, era pretendido proporcionar as atividades de formulação e resolução de problemas correlacionadas, para que planejassem uma outra versão, completando as informações e os dados numéricos, mas personificando-a (ALLEVATO, 2005; SILVER, 1994).

Na fase do *Design*, que seria de identificar a necessidade educacional, ocorreu o reconhecimento de que a maioria dos alunos não poderia pesquisar e utilizar os recursos disponíveis na *Internet*, o que ocasionaria a realização individual da atividade e sem que pudessem interagir com a professora, no momento que precisassem, para sanar as suas dúvidas.

Também, decidimos que seria proposta a formulação e resolução de problemas a partir da análise de duas imagens, que tratariam de situações que instigariam o emprego de conhecimentos relativos à resolução das Quatro Operações, Expressões Numéricas e aos Valores Monetários, pois os alunos, tanto do 6º ano como do 7º ano, ainda precisavam ampliar a compreensão de tais conhecimentos. Salientamos, inclusive, que esses objetos de conhecimento foram sugeridos na “Matriz de Referência para o Modelo Híbrido de Ensino (presencial e não presencial)”, da Rede Pública Estadual do Rio Grande do Sul, para o componente de Matemática, no 6º ano do Ensino Fundamental (RIO GRANDE DO SUL, 2020d).

O tema abordado foi o Tema Contemporâneo Transversal (TCT) “Economia (Educação Financeira)”, pois, além de proporcionar o estudo do contexto e da contemporaneidade, teria “[...] a condição de explicitar a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como de fazer sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades [...]”, o que poderia contribuir para o desenvolvimento das competências específicas de Matemática (BRASIL, 2019, p. 6).

Para obter as imagens, conforme o almejado, escolhemos a versão gratuita do *StoryboardThat* (https://www.storyboardthat.com/pt/criador-de-quadrinhos), que é um recurso *online* e permite ao usuário a criação de quadrinhos animados.

De acordo com essas necessidades, realizamos as outras fases do *Design*, de maneira correlacionadas, de projetar a solução, desenvolvê-la e implementá-la, em que ocorreu a decisão de produzir duas imagens, com personagens fictícios, para que cada aluno pudesse escolher uma delas e viesse a completar os diálogos entre os personagens e apresentasse, por escrito, a sua versão para a mesma. A finalidade era que fosse dada a continuidade e escrita uma ou mais questões, que ao ser(em) respondida(s), contribuíssem para a solução (CHICA, 2001).

Como o *site StoryboardThat* fornece a versão "*demo*" com o logotipo da empresa, optamos por fazer nele apenas o *Design* das imagens e, em seguida, por copiá-las e recortá-las no *Paint*, que é um recurso do *Microsoft Windows* e possibilitaria os aprimoramentos estéticos. Além disso, elaboramos as orientações, na forma de uma sequência de ações, a fim de que auxiliassem na interpretação e execução.

Na fase de avaliação do *Design* dos problemas, ocorreu o aprimoramento das frases de orientações e a revisão da ortografia.

Na Figura 1 pode ser visualizada a atividade, que foi proposta aos alunos.

Figura 1: Problemas abertos para os alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental

Leia os diálogos e escolha apenas uma Imagem, para inventar e resolver um problema:

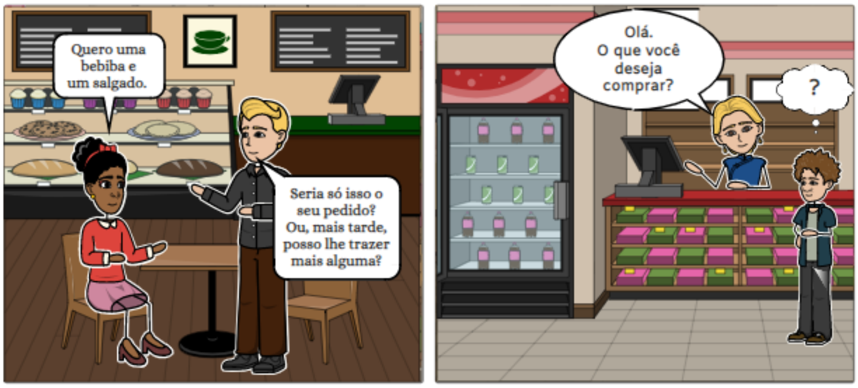


IMAGEM 1 **IMAGEM 2**

Agora, faça o que se pede:

a) Número da imagem escolhida: ________

b) Escreva a história do problema, de acordo com a imagem que escolheu, apresentando os nomes para os personagens, o local onde estão, que atividades estão executando, o que estão vendendo ou comprando e o(s) valor(es) em reais, utilizando, também, as operações Matemáticas:

c) Elabore uma ou mais perguntas, que serão respondidas por você, após resolver o problema:

d) Resolva o problema, escrevendo e efetuando os cálculos e/ou fazendo ilustrações:

e) Responda a(s) pergunta(s) que elaborou:

Fonte: a investigação

A IMAGEM 1 apresenta uma situação em que uma mulher pode estar em uma Padaria ou Lanchonete, entre outros comércios, e pede uma bebida e um salgado para o atendente, que exclama acerca do pedido e a interroga se desejaria outros alimentos, depois de um tempo. Já a IMAGEM 2, que se trata de um ambiente semelhante, a atendente cumprimenta e indaga o cliente sobre o que esse almeja comprar. Em ambas situações, ligadas às situações de compra e venda, o aluno poderia complementá-las, formulando a sua própria versão, expressando, assim, a criatividade (GONTIJO**,** 2006). Também, seria um meio para que percebesse o que é necessário na formulação e resolução de uma dada situação, as relações entre as informações apresentadas, a determinação de uma ou mais perguntas a serem respondidas e a(s) resposta(s), buscando articular a história, as informações, os dados numéricos e a(s) informação(ões) empregada(s) (CHICA, 2001).

As orientações, fornecidas em sequência, solicitam as ações que o aluno deveria executar e registar por escrito: o número da imagem escolhida, a história do problema, uma ou mais questões para serem respondidas segundo a mesma, o(s) cálculo(s) e/ou ilustrações que contribuíram para a solução do problema e a(s) resposta(s). Por meio dessas ações, poderia ser obtido o resultado esperado e se verificaria se havia ou não a articulação entre elas (CHICA, 2001). Ademais, a produção escrita contribuiria para a ampliação, desenvolvimento e entendimento, tanto por parte do aluno como da professora, ao avaliar os registros de tal processo (POWELL; BAIRRAL, 2006).

Outra atividade complementar e proposta, foi um questionário composto por duas questões para reflexão, que foram produzidas com a intencionalidade de que refletissem sobre a atividade de formulação e resolução dos problemas e escrevessem a sua opinião acerca da realização da mesma. Dessa forma, tais questões apoiariam a reflexão crítica sobre as experiências e ajudariam a explicitação, por parte do aluno, dos seus pensamentos e sentimentos ao realizá-la (POWELL; BAIRRAL, 2006).

Os problemas fechados

Para os alunos do 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio foram produzidos cinco problemas fechados, a partir de um texto jornalístico. A proposta envolveu a resolução de problemas, em processo determinado previamente pela professora de tais alunos, que se assemelha ao que costuma ser realizado quando se propõe, no processo de ensino e aprendizagem, os problemas que *estão em* livros-texto (ALLEVATO, 2005).

Na fase do *Design* de identificar a necessidade educacional, houve a constatação de que uma parte dos alunos não iria conseguir pesquisar e utilizar os recursos disponíveis na *Internet* para resolver os problemas propostos ou, até mesmo, não poderia entrar em contato, pelo *smartphone*, para sanar as dúvidas com a professora. Portanto, foi necessário oportunizar duas opções: uma, para a maioria dos alunos, com os problemas sendo propostos em folhas impressas e cujas soluções seriam entregues no ambiente escolar; e outra que deveria ser disponibilizada no *Google* Sala de Aula, para os que haviam optado pelo uso desse recurso e que através dele iriam enviar as soluções.

Nesse viés, escolhemos um texto jornalístico, que permitiria o ensino do conteúdo ou objeto de conhecimento de Porcentagem, que era trabalhado na Escola apenas ao final do 2º ano do Ensino Médio. Devido às dificuldades do ensino remoto, optamos por trabalhá-lo com todas as turmas, ao mesmo tempo, por permitir revisá-lo ou desenvolvê-lo, já que o seu uso pode ocorrer em diversas situações do cotidiano, visando, com isso, a identificação do nível de conhecimentos dos alunos do Ensino Médio, segundo as orientações da “Matriz de Referência para o Modelo Híbrido de Ensino (presencial e não presencial)”, da Rede Pública Estadual do Rio Grande do Sul, para o componente de Matemática e suas Tecnologias, no Ensino Médio (RIO GRANDE DO SUL, 2020a, 2020b, 2020c).

Além disso, decidimos o tema que seria estudado, por meio da leitura e interpretação do texto jornalístico. Após a realização de pesquisas na *Internet*, escolhemos o texto sob o título “Para 85% dos brasileiros, Meio Ambiente é prioridade Pós-Covid, diz Estudo”, publicado pelo *site* “De Ecoa/São Paulo”, em 5 de junho de 2020 (https://www.uol.com.br/ecoa/ultimas-noticias/2020/06/05/85-dos-brasileiros-ve-protecao-ao-meio-ambiente-como-prioridade-pos-covid.htm), para instigar a reflexão sobre a necessidade de preservação do Meio Ambiente, um Tema Contemporâneo Transversal (TCT), da macroárea temática Meio Ambiente, que está mencionado nas orientações de implementação da BNCC (BRASIL, 2019). Os dados estatísticos de população, amostra e frequências absoluta e relativa também foram considerados no *Design* desses enunciados.

Na sequência, realizamos as fases correlacionadas de projetar a solução, desenvolvê-la e implementá-la, elaborando cinco problemas do tipo fechados, com as opções de respostas de múltipla escolha. Também, elaboramos as orientações, tanto para apresentar nas folhas impressas como no *Google* Sala de Aula, só que, nesse último, ainda produzimos um formulário, no *Google* Formulários.

Na fase de avaliação ocorreu a revisão da ortografia e o ajuste de aspectos estéticos. O resultado do *Design* dos problemas pode ser visualizado na Figura 2.

Figura 2: Problemas fechados para os alunos do Ensino Médio

1) No título, assim como no decorrer texto da reportagem, há números representados com um símbolo, que representam os cálculos matemáticos de: *

- Divisão
- Multiplicação
- Proporção
- Porcentagem

2) A definição de Porcentagem é: *

- Porcentagem ou percentagem indica uma taxa ou proporção calculada em relação ao número 10 (por dez), que consiste em uma fração em que o denominador é 10 e seu símbolo é %.
- Porcentagem ou percentagem indica uma taxa ou proporção calculada em relação ao número 100 (por cem), que consiste em uma fração em que o denominador é 100 e seu símbolo é %.
- Proporção indica uma taxa calculada em relação ao número 10 (por dez), que consiste em uma fração em que o denominador é 10 e seu símbolo é %.
- Proporção indica uma taxa calculada em relação ao número 100 (por cem), que consiste em uma fração em que o denominador é 100 e e seu símbolo é %.

3) A porcentagem que representa os países que foram citados no texto, em relação ao total de países que participaram da entrevista, é: *

- 16%
- 25%
- 50%
- 18,75%

4) De acordo com a última frase do texto: "Embora 85% defendam que o governo deve priorizar a preservação do meio ambiente na retomada pós-pandemia de coronavírus, 41% dos ouvidos no Brasil admitem que o tema da proteção ambiental não está na sua própria lista de prioridades no momento." O número de participantes da pesquisa, que admitem que o tema não está nas prioridades é: *

- 41 participantes
- 850 participantes
- 410 participantes
- 440 participantes

5) Conforme os participantes da pesquisa realizada no Brasil, o número de brasileiros que consideraram que o Meio Ambiente deve ser a prioridade, Pós-covid, é: *

- 85 participantes
- 100 participantes
- 850 participantes
- 1000 participantes

Fonte: a investigação

As pretensões com a resolução dos problemas eram: no primeiro, o reconhecimento do símbolo de Porcentagem, que havia no título do texto jornalístico; no segundo, a identificação da definição de Porcentagem; o terceiro, a constatação da quantidade de países que foram citados no texto e dos que participaram da pesquisa, para a determinação do percentual relativo aos países que participaram da entrevista; o quarto, a verificação da quantidade de entrevistados no Brasil e o percentual referente aos que apontaram que o tema de proteção ambiental estava na sua lista de prioridades daquele momento, para calcular a quantidade de entrevistados em relação a tal percentual; e o quinto e último, a averiguação da quantidade de entrevistados no Brasil e o percentual dos que consideraram que o Meio

Ambiente deveria ser uma prioridade, para determinar a quantidade de entrevistados que responderam esse percentual.

Entendemos que outros problemas e/ou questões para reflexão poderiam ter sido propostos. No entanto, como os alunos não estavam acostumados a lerem um texto jornalístico com dados percentuais e estatísticos e os utilizarem na resolução de problemas, foi preciso propor poucos enunciados e dar uma maior ênfase aos conhecimentos matemáticos.

Considerações Finais

O *Design* de problemas com o uso de tecnologias digitais, abertos ou fechados, e que abordam temas de relevância social, como os TCTs, que são mencionados na BNCC (BRASIL, 2018, 2019), é um meio para a proposta de resolução de problemas, em práticas pedagógicas, no ensino da Matemática. Também, trata-se de uma maneira para a obtenção de enunciados diferenciados e personificados, que apresentem características e aspectos consoantes com as necessidades educacionais e a realidade escolar, de alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e/ou do Ensino Médio.

No período de ensino remoto, devido ao isolamento social gerado pela pandemia do Covid-19, essa atividade realizada pela professora de Matemática se apresentou como uma forma para o planejamento pedagógico adequado e que veio ao encontro do que estava previsto nos documentos oficiais, dos recursos ofertados pela Escola e das possibilidades pessoais dos alunos (conhecimentos prévios e recursos que possuíam). Os conteúdos ou objetos de conhecimento, da área de Matemática, bem como os temas de relevância social ou TCTs evidenciados, também se aproximaram das necessidades dos próprios alunos e do que era almejado para a sua formação, tal como preconiza a BNCC (BRASIL, 2018, 2019).

As duas propostas, aqui apresentadas, podem contribuir para o desenvolvimento das capacidades de utilização da Matemática, ao formular e/ou resolver problemas, que permitam a aplicação de conceitos, procedimentos e resultados e a solução segundo os contextos das situações destacadas (BRASIL, 2018). Ademais, se constituem como contextos significativos, por tratarem de TCTs e favorecerem a produção de registros de representação, o emprego de distintas linguagens, o raciocínio, a comunicação, argumentação e reflexão (BRASIL, 2018, 2019). Inclusive, podem auxiliar na consolidação, ampliação e aprofundamento de aprendizagens, nos dois níveis de ensino.

Para tanto, entendemos que o *Design* de problemas com o uso de tecnologias digitais precisa ser realizado em fases pelo professor de Matemática dos alunos, tais como as que são sugeridas para um *Design* instrucional: identificar a necessidade educacional (condições de uso de recursos, realidade da escola e dos alunos, nível e modalidade de ensino, orientações da BNCC e da Matriz Curricular Estadual, conteúdo(s) ou objeto(s) de conhecimento matemático, tipo de problema, tema ou TCT a ser abordado e recursos tecnológicos digitais para a produção dos enunciados); projetar a solução, desenvolvê-la e implementá-la (elaboração detalhada de cada enunciado, de acordo com as necessidades educacionais e a realidade escolar); e avaliação da mesma (revisão da ortografia, das informações e dados numéricos escritos e ajustes finais nos aspectos estéticos) (FILATRO, 2008; FILATRO; CAIRO, 2015).

Referências

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação é a base. Educação Básica. Brasília: MEC, 2018.

________.________. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC.** Proposta de Práticas de Implementação. Brasília: MEC, 2019.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 151-174

FIGUEIREDO, F. F. ***Design*** **de problemas com a utilização das Tecnologias Digitais na formação inicial de professores de Matemática.** Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Brasil, 2017.

FILATRO, A. C.; CAIRO, S. **Produção de conteúdos educacionais.** São Paulo: Saraiva, 2015.

FILATRO, A. C. ***Design*** **instrucional na prática.** São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2008.

GONTIJO, C. H. Estratégias para o desenvolvimento da Criatividade em Matemática. **Linhas Críticas**, Brasília, n. 12, v. 23, p. 229-244, 2006.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. Alguns aspectos teóricos para a análise do aprendizado matemático mediante a escrita. In: ______. **A escrita e o pensamento matemático:** interações e potencialidades. Campinas: Papirus, 2006. p. 47-67

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul. **Matriz de Referência para o Modelo Híbrido de Ensino (presencial e não presencial).** Matemática e suas Tecnologias. 1º ano do Ensino Médio. Porto Alegre: SEDUC-RS, 2020a.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul. **Matriz de Referência para o Modelo Híbrido de Ensino (presencial e não presencial).** Matemática. 2º ano do Ensino Médio. Porto Alegre: SEDUC-RS, 2020b.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul. **Matriz de Referência para o Modelo Híbrido de Ensino (presencial e não presencial).** Matemática. 3º ano do Ensino Médio. Porto Alegre: SEDUC-RS, 2020c.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul. **Matriz de Referência para o Modelo Híbrido de Ensino (presencial e não presencial).** Matemática. 6º ano do Ensino Fundamental. Porto Alegre: SEDUC-RS, 2020d.

SILVER, E. A. On Mathematical Problem Posing. **For the Learning of Mathematics**, n. 14, v. 1, pp. 19-28, 1994.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim.** Porto Alegre: Penso, 2016.

O ensino remoto sob o olhar dos professores que ensinam matemática no Distrito Federal: dificuldades, limitações e possibilidades

Remote teaching from the perspective of teachers who teach mathematics in the Federal District: difficulties, limitations and possibilities

Cristina de Jesus Teixeira
SEEDF/UnB
cristina.j.teixeira@gmail.com

Joeanne Neves Fraz
UnB/Bolsista Capes
fraz.joeanne@gmail.com

Weberson Campos Ferreira
webersoncamposprof@gmail.com
SEEDF/UnB

Resumo
Este artigo teve como objetivo investigar o que representa/significa o ensino remoto para os professores que ensinam matemática no Distrito Federal. O momento vivenciado por esses profissionais no desenvolvimento do trabalho docente, sem precedentes na história, pode ser mais bem compreendido quando analisado a partir de suas experiências, justificando a importância da discussão aqui proposta. Trata-se de um estudo qualitativo de cunho exploratório que teve como participantes 42 professores/as que ensinam matemática em escolas públicas do Distrito Federal. Como instrumento de coleta de dados foi aplicado um questionário com duas perguntas cujas respostas obtidas foram submetidas à análise de conteúdo com base em Bardin (2016). Os resultados mostraram que a maior parte dos/as professores/as está lidando com dedicação e empenho no ensino remoto e acreditam que este é um momento de possibilidades de ressignificação e mudanças do/no processo de ensino-aprendizagem, uma forma de minimizar os prejuízos acadêmicos causados pelo fechamento das escolas na pandemia e reconhecem limitações no atendimento aos estudantes, o que tem gerado certa frustração, na mesma proporção em que reconhecem, também, as potencialidades do uso de recursos tecnológicos para o ensino da matemática e uma pequena parcela mostrou-se menos confiante sobre as possíveis contribuições que o ensino remoto pode oferecer quanto ao uso de tais recursos.

Palavras-chave: Pandemia; Processo de ensino-aprendizagem; Trabalho docente; Educação Matemática.

Abstract
This article aimed to investigate what remote teaching represents/signifies for teachers who teach mathematics. The moment experienced by these professionals in the development of their teaching work, unprecedented in history, can be better understood when analyzed based on their experiences, justifying the importance of the discussion proposed here. This is a qualitative exploratory study that had as participants 42 teachers who teach mathematics in public schools in the Federal District. As an instrument of data collection, an open-ended questionnaire was applied with two questions whose obtained answers were submitted to content analysis based on Bardin (2016). The results showed that most teachers are dealing with dedication and commitment to remote learning and believe that this is a moment of possibilities for reinterpretation and changes in the teaching-learning process, a way to minimize damage academics caused by the closing of schools in the pandemic and recognize limitations in serving students, which has generated some frustration, in the same proportion that they also recognize the potential of the use of technological resources for the teaching of mathematics, and a

small portion showed be less confident about the possible contributions that remote learning can make to the use of such resources.

Keywords: Pandemic; Teaching-learning process; Teaching work; Mathematics Education.

Introdução

Com o desempenho dos estudantes em língua materna e matemática ganhando cada vez mais os holofotes por meio da divulgação maciça dos resultados em avaliações nacionais e internacionais e considerando os múltiplos fatores que influenciam, particularmente, a aprendizagem da matemática, os obstáculos que se colocam na perspectiva de se promover uma aprendizagem que dialogue com a atualidade e favoreça as aprendizagens são imensos e não fogem aos problemas de ordem socioeconômica enfrentados no país.

Com o descontrole da pandemia da Covid-19 e consequente suspensão das atividades escolares presenciais ao longo do ano letivo de 2020, estendida para o ano letivo de 2021, Macedo (2021) ressalta que, os mecanismos que criam e reproduzem desigualdades ficaram ainda mais evidentes, às quais se somaram as desigualdades digitais. O ensino remoto mediado por tecnologias, adotado como alternativa para a continuidade das atividades escolares expôs problemas que, há tempos, são conhecidos da educação brasileira. Assim, de acordo com Teixeira *et al*. (2021, p. 969), “a escola viu-se obrigada a metamorfosear-se, despindo-se do conservadorismo que por tanto tempo alimentou a resistência dessa instituição às mudanças, principalmente as de viés tecnológico”.

Para o caso da matemática, as dificuldades de aprendizagem que já são consideradas acentuadas mesmo no ensino presencial, ganharam novos elementos e trouxeram consigo dúvidas e incertezas sobre o ensino dessa disciplina no modelo remoto (MORAES; LIMA; ARAÚJO, 2021). Vários são os fatores que têm sido colocados em discussão sobre a experiência com o ensino remoto da matemática que vão desde as formações inicial e continuada de professores para o uso pedagógico das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) à democratização de acesso aos recursos tecnológicos para os estudantes.

Nesse sentido, consideramos importante compreender, a partir da visão dos profissionais que viram suas atividades serem transformadas da noite para o dia, como tem sido a experiência do trabalho docente no ensino remoto, em particular, quando consideramos as diferentes realidades nas regiões do país, pois, sobre os professores, como explicam Moreira, Henriques e Barros (2020, p. 354) recaíram “[...] as funções de motivador, de criador de recursos digitais, de avaliador de aprendizagens e de dinamizador de grupos e interações *online*". Diante disso, este artigo teve como objetivo investigar o que representa/significa o ensino remoto para os professores que ensinam matemática no Distrito Federal.

Discussão teórica

As discussões sobre a introdução de inovações educacionais por meio de tecnologias não são recentes, mas, certamente, ganharam novos rumos com a evolução das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) na educação e com a expansão da Internet, compreendidas como possibilidades de modificar as formas de interação entre professores e alunos e os modos de ensinar e aprender, tanto na forma presencial quanto à distância (MORAN, 2000; PONTE, 2000).

Trata-se de um processo que demanda mudanças estruturais robustas, investimento financeiro e coordenação eficiente do poder público, além de planejamento que considere a profunda desigualdade socioeconômica e regional do nosso país. Dessa forma, Teixeira *et al*. (2021, p. 970) afirmam que "[...] as tecnologias não podem ser introduzidas sem que, antes, sejam pensados os objetivos e benefícios do seu uso, exigindo, portanto, pesquisa, planejamento e desenvolvimento de projetos".

O contexto pandêmico possibilitou "[...] uma análise em tempo real da incorporação e utilização das tecnologias digitais na educação" (MARTINS *et al*., 2020, p. 13). Há algumas décadas, o uso dessas tecnologias na organização do trabalho pedagógico tem sido um desafio em diversos aspectos, uma vez que as dificuldades são múltiplas, dentre elas o acesso e interação a artefatos culturais e tecnológicos por professores/as e pelos estudantes e a infraestrutura das escolas que pouco oferecem para a realização das atividades nas plataformas digitais (ALVES, 2020).

Apesar de ter se tornado signatário de uma série de documentos internacionais a partir da década de 1990, assumindo o compromisso de mudanças no sistema educacional sob o lema da *Educação de Qualidade para Todos*, o Brasil tem adotado políticas educacionais cujas mudanças observadas são lentas, muitas vezes, questionáveis e marcadas por processos fragmentados (MOREIRA *et al*., 2021). Quanto ao uso das TDIC nas instituições escolares, essas mudanças deparam-se com uma realidade nacional marcada por problemas de infraestrutura e de formação docente deficitária "[...] que interferem diretamente em uma utilização crítica, intencional e produtiva das tecnologias" (RONDINI; PEDRO; DUARTE, 2020, p. 43).

Com a chegada da pandemia, seu avanço e exigência da adoção do modelo de ensino remoto de forma emergencial, as fragilidades dessas políticas e as desigualdades sociais evidenciaram os outros marcadores sociais da exclusão (MOREIRA; VIEIRA, 2020). Nesta perspectiva, Nascimento *et al*. (2020, p. 15) constataram que,

> [...] uma parcela considerável dos estudantes brasileiros de instituições públicas de ensino não possui as condições necessárias para acompanhar as atividades de ensino remoto propostas durante o período de isolamento social que ocorre durante a pandemia da Covid-19. Uma parte destes alunos não pode participar das atividades por não terem acesso aos equipamentos necessários para a transmissão de dados. Outros não têm acesso a mecanismos de transmissão, como a internet e ao sinal de TV digital.

Assim, ao se deparar com uma mudança radical que deslocou o planejamento, a execução das suas aulas e a realização da avaliação das aprendizagens para o ambiente virtual, modificando a forma como se comunica com seus alunos, o professor, principal articulador das aprendizagens, se viu diante de múltiplos desafios. Se de um lado esses desafios podem estar relacionados às lacunas nas formações inicial e continuada para o ensino mediado por tecnologias, que já haviam modificado os modos de relação e necessidades dos estudantes (MOREIRA *et al*., 2021); de outro, podem estar relacionados à própria disciplina escolar com sua linguagem, métodos e técnicas de ensino já consagrados no modelo presencial.

Segundo Paiva (2016), a natureza própria da linguagem matemática com seu rigor, seus símbolos e expressões que, apesar de universais, diferem da linguagem natural, encontra na figura do professor uma espécie de tradutor de uma linguagem para a outra promovendo, assim, a construção do conhecimento. Ao deslocar toda essa comunicação para o ambiente virtual, esse trabalho de tradução encontra alguns limites a depender das ferramentas digitais que o professor domina e/ou lhe são disponibilizadas.

Sobre o ensino de matemática mediado por tecnologias, Paulin (2015, p. 28) explica que os aspectos epistemológicos das TDIC "[...] propiciam aos processos de ensino e aprendizagem da matemática a possibilidade de tornarem-se significativos, contextualizados, motivadores, autônomos e interativos". Por seu turno, Salles e Bairral (2012) afirmam que essas novas formas de envolvimento e motivação que possibilitam contextualização e cotidianidade ao ensino de matemática, tornam-se importantes vias de compartilhamento de informações e conhecimentos.

Quanto à integração destas tecnologias pelos professores ao currículo de matemática em tempos de pandemia, Santos, Rosa e Souza (2021, p. 773) aferem que esta, "[...] torna-se elemento fundamental nesse processo, exigindo uma atuação reflexiva sobre sua prática e resgatando os diferentes saberes adquiridos ao longo de sua formação e de sua experiência profissional". Por isso considera-se importante, no contexto pandêmico e pós-pandêmico, compreender o ensino remoto sob o olhar dos professores que ensinam matemática sobre o ensino remoto.

Metodologia

Trata-se de um estudo de abordagem qualitativa e cunho exploratório (GIL, 2017) com base na análise de conteúdo (BARDIN, 2016), cujo objetivo foi investigar o que representa/significa o ensino remoto para os professores que ensinam matemática. Para alcançar o objetivo proposto, foi elaborado um questionário com as seguintes perguntas: *i*) Como você está lidando com o momento pedagógico atual no ensino remoto? *ii*) O que representa/significa o ensino remoto emergencial para você?

O questionário foi aplicado a 42 professores que ensinam matemática nas 14 Coordenações Regionais de Ensino (CRE) do Distrito Federal. Em cada CRE foram distribuídos três questionários: um para professores dos anos iniciais, outro para professores dos anos finais do ensino fundamental e o último para professores do ensino médio. A representatividade dos sujeitos buscou contemplar as diferentes realidades, em relação ao processo de ensino remoto, tanto das três etapas de escolaridade quanto das localidades das CRE.

O material foi submetido a leitura, interpretação e redução de forma a conservar o cerne das respostas. As verbalizações foram compactadas por similitude e agregadas por reincidência, gerando duas categorias, a saber: Atuação no ensino remoto e Significado do processo de ensino remoto. Cada categoria abrange três e quatro unidades de análise, respectivamente.

Resultados e análises

No Quadro 1 está disposto o material referente à pergunta “Como você está lidando com o momento pedagógico atual no ensino remoto?” que deu origem a categoria Atuação no ensino remoto, composta por três unidades de análise: Limitações; Ressignificação e Normalidade.

Quadro 1: Categoria Atuação no ensino remoto

Limitações	R*
Cumprindo as normas e orientações estabelecidas pela SEEDF e da escola, preparando atividades para serem distribuídas de maneira física e/ou eletrônica (*WhatsApp*). O cansaço e sobrecarga têm sido excessivos devido a tantas atividades e cobranças. Com dificuldade e esforço para a produção de materiais e atendimentos que esbarram nas dificuldades de estrutura, além das dificuldades convencionais da Matemática. Com incertezas tanto da gestão quanto emocionais, tentando utilizar de alternativas à plataforma para alcançar a maioria dos estudantes, porém ainda sem muito sucesso. Com dedicação, atendendo os estudantes pelo *WhatsApp*, *Google Classroom*, por ligação telefônica, é um momento complicado, principalmente em relação a falta de condições de acesso à internet e dispositivos eletrônicos. Dessa forma, tentando fazer o melhor considerando as nossas limitações dos estudantes.	20
Ressignificação	
Com dificuldades, incertezas e ao mesmo tempo possibilidade de ressignificação da aprendizagem da matemática. Apesar da sobrecarga e preocupações, estamos aprendendo a lidar com novos instrumentos e mesmo aprendendo a promover o ensino de matemática de forma alternativa ao convencional, sem o quadro e pincel. Tentando planejar atividades que permitam que o aprendizado seja significativo da matemática. Apesar das atipicidades, estamos vivendo e exercendo a prática docente com muito entusiasmo, esperança e positividade. Apesar das fragilidades e dificuldades, acredito que após a pandemia seremos profissionais e alunos muito mais completos e integrados às tecnologias. Estou gostando de trabalhar com ensino remoto, essa experiência pode colaborar para o desenvolvimento da educação midiática na educação pública. Apesar do momento difícil, está sendo um momento de crescimento pessoal e profissional muito grande.	20
Normalidade	
Não tenho dificuldade por razão de já ser usuário dessas tecnologias há pelo menos 3 anos. Consegui lidar com a situação de maneira tranquila.	2

R - Recorrência da verbalização nas respostas*

Fonte: Dos autores (2021).

Na unidade de análise denominada Limitações, 20 dentre os 42 respondentes, afirmaram que estão lidando com a maior dedicação, empenho e esforço possíveis, apesar de todas as limitações impostas pelo processo do ensino remoto, que só aumentam, principalmente, em relação à participação e atendimento aos estudantes, visto que muitos não têm internet e nem aparelhos para se conectarem (NASCIMENTO *et al*., 2020; BEZERRA; VELOSO; RIBEIRO, 2021; TEIXEIRA *et al*., 2021). As tentativas de busca ativa, vão desde o atendimento aos estudantes pelo *WhatsApp*, passando pelo *Google* Sala de Aula até a ligação telefônica. Ações docentes necessárias, pois, como afirmam Salles e Bairral (2012, p. 454) "[...] em contextos virtuais, a aprendizagem deve ser vista como formas variadas de imersão e de participação no coletivo constituído".

As limitações também esbarram na produção de materiais pedagógicos adequados devido às dificuldades de estrutura e disponibilidade de materiais (BEZERRA; VELOSO; RIBEIRO, 2021). Além disso, às próprias dificuldades convencionais da disciplina matemática, que muito se agravaram no atual contexto, que ainda precisa romper o formalismo no trato de seus conteúdos e adequá-los às vivências dos estudantes (MOREIRA *et al*., 2021). Como afirmam Santos, Rosa e Souza (2021, p. 775), "[...] são muitas as implicações ocasionadas pelas medidas de distanciamento social nos processos de ensino e aprendizagem, sobretudo na disciplina de matemática [...]". Trata-se de um momento bastante difícil e que evidencia as diferenças sociais que, historicamente, são marcas do acesso à educação (MOREIRA; VIEIRA, 2020; MACEDO, 2021).

Com relação à unidade de análise denominada Ressignificação, representando quase metade dos docentes, 20 dentre os 42, as verbalizações explicitaram que, mesmo sendo um momento de incertezas e dificuldades, é um momento de possibilidade de ressignificação da aprendizagem, um momento em que é necessário incorporar novos entendimentos para utilização dessas novas tecnologias (MARTINS *et al*., 2020).

Apesar da sobrecarga e preocupações, professores e professoras estão aprendendo a lidar com novos instrumentos e a promover o ensino de matemática de forma alternativa ao convencional, sem o quadro e pincel, reformando e repaginando o processo de ensino-aprendizagem (TEIXEIRA *et al*., 2021). Reforçaram, ainda, que apesar das atipicidades do ensino remoto, estão lidando com o momento pedagógico atual com muito entusiasmo, esperança e positividade.

Por fim, na unidade de análise denominada Normalidade, encontram-se dois docentes que, dentre os 42 participantes da pesquisa, declararam não ter dificuldade com o ensino remoto por serem usuários das tecnologias há algum tempo. Portanto, estão conseguindo lidar com a situação de maneira tranquila, uma vez que a experiência anterior com as TDIC desvelou as possibilidades de contextualização, envolvimento e motivação nos processos de ensino-aprendizagem da matemática (SALLES; BAIRRAL, 2012; PAULIN, 2015; ALVES, 2020).

No Quadro 2, a seguir, encontra-se o material após tratamento das respostas à questão "O que representa/significa o ensino remoto para você?" que gerou as unidades de análise: Minimização, Mudança, Frustração e Improvisação.

Quadro 2: Categoria Significado do processo de ensino remoto

Minimização	**R***
Significa manter um vínculo com os estudantes mesmo à distância para dar suporte pedagógico/conteúdo e também maneira de minimizar a falta das aulas presenciais e garantir o mínimo relativo ao currículo escolar e minimizar prejuízos acadêmicos a longo prazo. Modo de garantir algum tipo de continuidade das ações pedagógicas. Sabemos que não é o ideal, mas dessa forma os conteúdos estão sendo passados e os professores estão dando o seu melhor para alcançar todos os estudantes. Desafio, pois as dificuldades de qualidade são grandes no contexto remoto e virtual, mas representa o direito à educação no nosso país.	18
Mudança	
Um avanço na educação brasileira. Nunca houve um acesso tão global a uma plataforma tão inovadora antes, um momento de crescimento para todos. Grandes mudanças que podem influenciar a educação nos próximos anos. Uma nova forma de aprender e ensinar que requer habilidades e competências diferentes das utilizadas no ensino presencial.	12
Improvisação	
Improvisação sem condições materiais necessárias a discentes e docentes. Situação não planejada, não preparada e instalada de um momento para outro. Trata-se de uma medida emergencial, uma adaptação, visto que professores não estavam preparados e a própria concepção do curso não foi desenhada para o ensino a distância. Uma maneira de dar respostas à sociedade, pois se diziam preocupados com a educação.	6

Frustração	
Um ensino de maneira remota requer que estudantes e professores possuam minimamente qualificação/formação técnica e pedagógica, além do acesso aos mecanismos físicos e de internet, a maioria dos estudantes não tem. O ensino remoto tem sido algo muito difícil e frustrante. Está também representando um momento onde as fragilidades do sistema de ensino e a exclusão estão expostas à sociedade. A cobrança está maior do que deveria, o objetivo deveria ser a saúde total (física, psicológica, social), e não conteúdos, o currículo e o pedagógico.	6

R - Recorrência da verbalização nas respostas dos docentes*

Fonte: Dos autores (2021).

A unidade de análise nomeada Minimização, resultante da categoria Significado do processo de ensino remoto, teve 18 recorrências representativas dos aspectos vinculados ao processo de ensino remoto como uma forma de diminuir os prejuízos acadêmicos causados pelo fechamento das escolas na pandemia.

Uma imposição por uma questão de saúde pública em que os sistemas de ensino precisavam mudar o modo de funcionamento para garantir algum tipo de continuidade das ações pedagógicas. Significou, e ainda significa, uma maneira de manter um vínculo com os estudantes para dar suporte quanto ao conteúdo e minimizar a falta das aulas presenciais, garantindo o mínimo relativo ao currículo escolar. Apesar de não ser o ideal, os conteúdos estão sendo minimamente desenvolvidos. Não substituindo os encontros pedagógicos, não dando tempo para uma utilização crítica e produtiva, entretanto, sendo “[...] uma alternativa para aqueles que possuem condições de acesso” (RONDINI; PEDRO; DUARTE, 2020, p. 48).

Nesse contexto, as dificuldades são realçadas, uma vez que “[...] esses professores estão tendo que customizar os materiais para realização das atividades, contudo, nem sempre a qualidade destes atende aos objetivos desejados” (ALVES, 2020, p. 356), mas representam uma alternativa para que sejam garantidos os direitos à educação acadêmica e socioemocional dos alunos, tanto dos estudantes que têm acesso à internet e dispositivos quanto aos que não tem, e, portanto, necessitam do material impresso.

Doze dos 42 docentes declararam considerar o ensino remoto um avanço para a educação brasileira. Para eles, é a primeira vez que se observa o acesso a uma plataforma educacional de forma tão global e unificada, em termos de oferta. Apesar do processo de adaptação e apropriação ser difícil e cansativo, ao mesmo tempo, tem sido um momento de crescimento e aprendizagem para todos os envolvidos, que pode gerar mudanças positivas para a educação como, por exemplo, incorporação dos saberes e fazeres do universo tecnológico ao seu cotidiano (TEIXEIRA *et al*., 2021).

A terceira unidade de análise, Improvisação, reúne respostas de docentes que compreendem o ensino remoto como algo improvisado e oferecido sem as condições materiais necessárias a discentes e docentes, que vão desde limitações tecnológicas à não preparação dos docentes "[...] para assumir as atividades escolares com a mediação das plataformas digitais, seja por conta do nível de letramento digital [...]" (ALVES, 2020, p. 355).

As verbalizações dos docentes evidenciam que tem sido um processo complicado, sem planejamento, preparação e imposto de um momento para outro, ou seja, um paliativo emergencial no qual se busca dar continuidade à educação presencial de forma não presencial. No entanto, a pandemia revelou de forma contundente os problemas educacionais, como o não preparo docente para lidar com as dificuldades e as barreiras no desenvolvimento de aulas remotas, explicitando [...] o baixo investimento educacional, bem como políticas efetivas de formação e valorização docente" (BEZERRA; VELOSO; RIBEIRO, 2021, p. 3). Estes reforçam, ainda, a questão da necessidade dos governos de dar respostas à sociedade sem necessariamente haver preocupação com o processo de ensino-aprendizagem.

Para um grupo de seis docentes, o ensino remoto representa frustração, dado que o formato remoto requer que estudantes e professores possuam minimamente informação e algum tipo de formação técnica e pedagógica, além de acesso aos mecanismos físicos e de internet. De acordo com Alves (2020, p. 360), esse contexto torna-se preocupante e, o que era para ser prazeroso e rico, "[...] torna-se estressante, desgastante e frustrante para os sujeitos do processo de ensinar e aprender". Não considerando que, para a incorporação das tecnologias na educação, no caso deste estudo, ao ensino-aprendizagem da Matemática, "[...] fatores que ofereçam condições para que o professor implemente as novas práticas" são fundamentais (PAIVA, 2016, p. 59).

Relatam, ainda, que o não acesso dos estudantes às aulas no *Meet* e a falta de retorno das atividades postadas na plataforma ou mesmo daquelas encaminhadas via *Whatsapp* ou material impresso são fatores de frustração constante. Essa falta de retorno, muitas vezes, se deve às fragilidades sociais e a consequente exclusão a que estão expostos na sociedade, de modo que as dificuldades têm cerceado o acesso de alguns alunos e limitado o trabalho dos professores (MOREIRA; VIEIRA, 2020; BEZERRA; VELOSO; RIBEIRO, 2021; SANTOS; ROSA; SOUZA, 2021).

Além disso, o excesso de burocratização do ensino remoto, no qual as cobranças são exageradas e despropositadas, tem comprometido ainda mais a saúde psicológica e emocional dos docentes, que se veem obrigados a abarrotar as plataformas de conteúdos curriculares e ao preenchimento de relatórios com diversas finalidades, quando as atenções e ações deveriam estar focadas na saúde mental e aprendizagem dos discentes.

Considerações

Para investigar o que representa/significa o ensino remoto para os professores que ensinam matemática no Distrito Federal, este estudo partiu de duas perguntas feitas aos professores e professoras: *Como você está lidando com o momento pedagógico atual no ensino remoto? O que representa/significa o ensino remoto para você?*

Os resultados mostraram que parte dos/as professores/as, 20 dos 42 respondentes, estão lidando com dedicação, empenho e esforço no processo do ensino remoto, apesar de todas as dificuldades e limitações encontradas. Revelaram que as limitações vão desde a participação e atendimento aos estudantes até a produção de materiais pedagógicos adequados. Além disso, fazem referência às dificuldades convencionais da disciplina matemática, realçadas no processo de ensino remoto.

Na mesma proporção, há os que reconhecem as potencialidades do ensino remoto para a aprendizagem dos estudantes. Ressaltam que, mesmo diante das incertezas e dificuldades, é um momento de possibilidade de ressignificação da aprendizagem a partir do uso de recursos tecnológicos, dado que lidar com as TDIC pode promover o ensino de matemática de forma alternativa, dinâmica e não convencional, o que pode beneficiar o processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina.

Para 18 entre os 42 respondentes, o ensino remoto significa uma forma de minimizar os prejuízos acadêmicos causados pelo fechamento das escolas na pandemia, uma alternativa emergencial para garantir a continuidade da formação básica dos estudantes e dos trabalhos docentes. Outra parte, 12 entre os 42 docentes, vislumbram que o ensino remoto traz perspectivas de mudanças, uma vez que houve adaptação e apropriação dos recursos e ferramentas tecnológicas, conhecimento de como incorporá-los no cotidiano das ações pedagógicas.

Pelo fato de o ensino remoto ter sido de caráter emergencial, imposto do dia para a noite, sem condições materiais para o trabalho docente, sem planejamento, seis professores o consideram algo de improviso, um paliativo (não alternativa) para seguir com as atividades escolares. Da mesma forma, os outros seis docentes consideram o ensino remoto um processo complicado e frustrante, uma vez que professores e estudantes não tiveram acesso a formação, a informação e a materiais que pudessem garantir, minimamente, o acesso ao ensino remoto.

Apenas dois respondentes afirmaram estar habituados ao uso pedagógico das TDIC em seu cotidiano, o que reafirma a necessidade de investimento por parte dos governos e mais presença desses recursos na formação dos professores. O formato remoto requer que estudantes e professores possuam minimamente informação, algum tipo de formação técnica e pedagógica, além de acessibilidade às ferramentas tecnológicas.

Apesar das incertezas, das dificuldades e das limitações impostas pelo ensino remoto emergencial, pode-se observar que dedicação, empenho e busca ativa dos estudantes têm se configurado como ações constantes no desenvolvimento do trabalho pedagógico remoto. Além disso, os docentes encaram com positividade e esperança as transformações impostas que, por sua vez, podem se transformar em possibilidade de ressignificação do ensino-aprendizagem da matemática no processo de ensino pandêmico e pós-pandêmico.

Agradecimentos

Agradecemos ao Grupo de Pesquisa *Dzeta* Investigações em Educação Matemática (DIEM); à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF); à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF); à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes, Código de Financiamento 001); à Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (FE/UnB); aos Programas de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília (PPGE/UnB – Acadêmico e Profissional); aos Decanatos de Pesquisa e Inovação (DPI) e de Pós-Graduação (DPG) da Universidade de Brasília (UnB) e,

ainda, ao Projeto de Pesquisa “Do ensino presencial ao ensino remoto emergencial em função da Covid-19: Apoios educacionais, sociais e tecnológicos para professores da rede pública de ensino do Distrito Federal” (UnB/DPI/DEX).

Referências

ALVES, L. Educação Remota: Entre a ilusão e a realidade. **Revista Interfaces Científicas**, Aracaju, v. 8, n. 3, p. 348-365, 2020. Disponível em: https://periodicos.set.edu.br/educacao/article/view/9251. Acesso em 25 jun. 2021.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Trad. Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. Lisboa, Portugal: Edições 70, 2016.

BEZERRA, N. P. X.; VELOSO, A. P.; RIBEIRO, E. Ressignificando a prática docente: experiências em tempos de pandemia. **Práticas Educativas, Memórias e Oralidades - Rev. Pemo**, *[S. l.]*, v. 3, n. 2, p. 323917, 2021. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/revpemo/article/view/3917. Acesso em: 27 jun. 2021.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2017.

MACEDO, R. M. Direito ou privilégio? desigualdades digitais, pandemia e os desafios de uma escola pública. **Estudos Históricos**, Rio de Janeiro, v. 34, n. 73, p. 262-280, maio/ago. 2021. Disponível em: https://www.scielo.br/j/eh/a/SGqJ6b5C4m44vh8R5hPV78m/?lang=pt&format=pdf. Acesso em: 25 jun. 2021.

MARTINS, S. C. B. *et al*. Tecnologias na educação em tempos de pandemia: uma discussão (im)pertinente. **Interacções**, v. 16, n. 55, p. 6-27, 2020. Disponível em: https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/21019. Acesso em: 20 jun. 2021.

MENDES, L. O. R.; DA LUZ, J. A.; PEREIRA, A. L. Matemática e Ensino Remoto: percepções de estudantes do Ensino Médio. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, n. 28, p. e46, 2021. Disponível em: https://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/TEyET/article/view/1528/1387. Acesso em: 21 jun. 2021.

MORAES, E. M.; COSTA, W. C. L.; PASSOS, V. M. A. Ensino remoto: percepções de professores que ensinam matemática. **Revista Prática Docente**, *[S. l.]*, v. 6, n. 2, p. e029, 2021. Disponível em: http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/1109/477. Acesso em: 12 jun. 2021.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias. **Informática na Educação:** teoria e prática, v. 3, n. 1, set., p. 137-144, 2000. Disponível em: https://www.seer.ufrgs.br/InfEducTeoriaPratica/article/view/6474/3862. Acesso em: 26 jun. 2021.

MOREIRA, G. E.; VIEIRA, L. B. Do ensino presencial ao ensino remoto emergencial em função da covid-19: apoios educacionais, sociais e tecnológicos para professores da rede pública de ensino do Distrito Federal. **Revista Participação** - UnB, n. 34, p. 171-173, nov. 2020.

MOREIRA, G. E. *et al*. Formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática: socializando experiências exitosas do Diem. **Revista Prática Docente - RPD**, v. 6, n. 1, p. e001, 10 jan. 2021. Disponível em http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/865. Acesso em: 28 jun. 2021.

MOREIRA, J. A. M.; HENRIQUES, S.; BARROS, D. Transitando de um ensino remoto emergencial para uma educação digital em rede, em tempos de pandemia. **Dialogia**, São Paulo, n. 34, p. 351-364, jan./abr. 2020. Disponível em: https://periodicos.uninove.br/dialogia/article/view/17123/8228. Acesso em: 26 jun. 2021.

NASCIMENTO, P. M. *et al*. **Nota Técnica n. 88 (Disoc):** Acesso domiciliar à internet e ensino remoto durante a pandemia. Brasília, DF: Ipea, 2020. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/nota_tecnica/200902_nt_disoc_n_88.pdf. Acesso em: 22 jun. 2021.

PAIVA, T. V. S. **O desafio da linguagem matemática através das novas tecnologias**. 2016. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2016.

PAULIN, J. F. V. Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância: um olhar retrospectivo para os artigos do SIPEM. *In:* ROSA, M.; BAIRRAL, M. A.; AMARAL, R. B. **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância:** pesquisas contemporâneas. São Paulo: Livraria da Física, 2015. p. 17-56.

RONDINI, C. A.; PEDRO, K. M.; DUARTE, C. DOS S. Pandemia do Covid-19 e o Ensino Remoto Emergencial: mudanças na práxis docente. **Interfaces Científicas - Educação**, Aracaju (SE), v. 10, n. 1, p. 41-57, 6 set. 2020. Disponível em: https://periodicos.set.edu.br/educacao/article/view/9085/4128. Acesso em: 27 jun. 2021.

SALLES, A. T.; BAIRRAL, M. A. Interações docentes e aprendizagem matemática em um ambiente virtual. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, v. 17, n. 2, p. 453-466, 2012. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/198/133. Acesso em 25 jun. 2021.

SANTOS, J. E. B.; ROSA, M. C.; SOUZA, D. S. O ensino de Matemática em tempos de pandemia e suas implicações. **Debates em Educação**, Maceió (AL), v. 13, n. 31, jan./abr., 2021, p. 758-777. Disponível em: https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/11040. Acesso em: 27 jun. 2021.

TEIXEIRA, C. J. *et al*. Percepção de professores que ensinam Matemática sobre o Ensino Remoto Emergencial e o processo de ensino-aprendizagem. **Debate em Educação**, Maceió (AL), v. 13, n. 31, jan./abr., 2021, p. 966-991. Disponível em: https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/11784. Acesso em: 26 jun. 2021.

O processo de escolha e elaboração de situações de ensino de conteúdo matemático

The process of choosing and developing mathematical content situations for teaching

Maria Lucia Panossian
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
mlpanossian@utfpr.edu.br

Luciane Ferreira Mocrosky
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
mocrosky@utfpr.edu.br

Resumo
Neste artigo são apresentados os resultados de uma pesquisa desenvolvida por uma equipe de professores pesquisadores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, no período de junho de 2017 a maio de 2020, orientando subprojetos na forma de pesquisas de mestrado, iniciação científica e trabalhos de conclusão de curso relacionados ao processo de escolha e elaboração de situações de ensino de conteúdo matemático. O objetivo geral da pesquisa para o qual convergiram os diferentes subprojetos foi o de estabelecer um modo geral de análise de situações de ensino de conteúdo matemático que sirva como parâmetro para a prática dos professores da Educação Básica. Os fundamentos adotados foram os princípios teóricos da Atividade Orientadora de Ensino; a estrutura da Análise Didática e os princípios da Fenomenologia. Adotou-se como hipótese que as situações de ensino são instrumentos para os professores potencializarem suas ações e consequentemente a aprendizagem dos estudantes, mas a sua escolha solicita estabelecer parâmetros e critérios. No movimento dos subprojetos realizados durante a pesquisa foram analisadas diferentes situações de ensino, propostas em materiais curriculares, livros didáticos, sites da internet, entre outros meios. Pares dialéticos foram definidos para representar de forma mais adequada o movimento de análise das situações. O primeiro foi relacionado ao movimento histórico e lógico para a análise dos conceitos envolvidos na situação (aspectos conceituais). O par empírico-teórico foi adotado para análise dos processos de pensamento envolvidos nas situações (aspectos cognitivos). O par conteúdo-forma possibilitou as análises das situações em relação aos materiais utilizados e formas de organização dos estudantes (aspectos instrucionais). Entende-se que estes são alguns pares que podem atuar como parâmetros de análise para que professores possam fazer escolha conscientes de situações de ensino em sua prática.

Palavras-chave: Atividade Orientadora de Ensino; Análise Didática; Fenomenologia; Situações de ensino.

Abstract
This article presents the results of a research carried out by a team of research from the Federal University of Technology - Paraná, from June 2017 to May 2020, guiding research's in the form of mastering, scientific initiation and undergraduate thesis to the process of choosing and elaborating teaching situations of mathematical content. The general objective of the research to which the different subprojects converged was to establish a general mode of analysis of mathematical teaching situations' content that serves as a parameter for the practice of basic education teachers. There were assumed the theoretical principles of the Teaching-Orienteering Activity; the structure of Didactic Analysis and the principles of Phenomenology. It was adopted as a hypothesis that teaching situations are teachers' instruments to enhance their actions and consequently the learning of students, but their choice requires establishing parameters and criteria. In the movement of subprojects carried out during the research, different teaching situations, proposals in curriculum materials, textbooks, internet sites, among other means, were analyzed. Dialectical pairs were defined to more adequately represent the movement of analysis of situations. The first was related to the historical-logical movement towards the analysis of the concepts involved in the situation (conceptual aspects). The empirical-theoretical pair was adopted to analyze the thought processes involved in situations (cognitive aspects). The content-form

pair enabled the analysis of situations in relation to the materials used and forms of student organization (instructional aspects). It is understood that these are some pairs that can act as analysis parameters so that teachers can make conscious choices about teaching situations in their practice.

Keywords: Teaching-Orienteering Activity; Didactic Analysis; Phenomenology; Teaching Situations

Introdução

Quais são os critérios que os professores utilizam para escolher ou elaborar situações de ensino de conteúdo matemático? Considerando a vivência na prática escolar e os processos de formação de professores, podemos estabelecer como hipótese que alguns destes critérios estão relacionados ao grau de complexidade do conteúdo ensinado; as condições de aprendizagem dos estudantes; as condições de espaço e tempo da aula; o material didático de apoio; as possibilidades de avaliação do conhecimento entre outros.

Ao compreender e se dar conta de critérios que utiliza para escolher ou elaborar uma situação de ensino, o professor tem condições de atribuir qualidade às situações. Entende-se aqui qualidade no sentido explicitado por Caraça (1951): como o conjunto de relações que um determinado objeto/fenômeno estabelece com outros. Assim, nenhuma situação de ensino é boa ou ruim; forte ou fraca; complexa ou não, em si. Uma situação de ensino de matemática só pode ser qualificada em relação a outros elementos, por exemplo: tal situação é mais adequada para ensinar determinado conceito matemático do que outra; ou em tal situação os alunos vivenciam mais questões do cotidiano do que outra, ou ainda tal situação não aprofunda o conceito em relação ao seu movimento histórico etc.

Mas nem sempre os professores se dão conta dos critérios que utilizam para selecionar a situação de ensino que irão desenvolver com seus estudantes. Sendo assim, podem optar, por exemplo, por uma situação que seja mais atrativa e dinâmica para os estudantes, mas que não desenvolva os conceitos e as formas de pensamento necessárias; ou ainda, podem escolher situações que requerem o uso de um conceito de forma bastante profunda, mas que não está organizada de uma forma metodologicamente apropriada.

Dessa forma considera-se que a escolha das situações de ensino pelo professor é fundamental em todos os trajetos escolares. Além disso, atualmente a oferta de material produzido para o ensino e distribuído na forma de livros didáticos, objetos de aprendizagem, aplicativos e recursos educacionais abertos aumentou consideravelmente. A qualidade desse material ofertado por diferentes fontes (desde sujeitos anônimos até ambientes acadêmicos) ainda é tópico a ser discutido. O professor ao acessar o ambiente virtual encontra uma infinidade de sites que lhe oferecem opções de situações de ensino para seu planejamento. Mas como selecionar? Com base em que critério?

Consideramos que construir um modo de análise de situações de ensino de conteúdo matemático oferece parâmetros balizadores que fundamentam o professor em seu planejamento de aula, e da organização do seu ensino. Esta foi a problemática que conduziu a realização desta pesquisa que foi realizada por membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores (GEForProf), com o objetivo de estabelecer um modo geral de análise de situações de ensino de conteúdo matemático que sirva como parâmetro para a prática dos professores da Educação Básica.

Fundamentos teóricos adotados para analisar o movimento de escolha e elaboração de situações de ensino.

Os fundamentos teóricos adotados e que sustentaram a pesquisa e seus subprojetos foram a Teoria Histórico-Cultural; a Teoria da Atividade; a Atividade Orientadora de Ensino, os princípios da Fenomenologia e os elementos da Análise Didática.

Para sustentar o movimento de escolha e elaboração das situações de ensino foram considerados os princípios teóricos da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA et al., 2010; MOURA, SFORNI, ARAÚJO, 2011; MOURA, ARAÚJO, SERRÃO, 2018; ARAÚJO, 2019), que é sustentada pelos princípios da Teoria Histórico-Cultural (VIGOTSKI, 2001, 2004) e da Teoria da Atividade (LEONTIEV, 1983).

A Atividade Orientadora de Ensino (AOE), que é constituída a partir dos elementos da atividade humana (necessidades, motivos, ações e operações), conforme proposto por Leontiev (1983) tem se revelado como um modo geral de organização da atividade pedagógica. Enquanto unidade entre a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem dos estudantes (MOURA, ARAUJO, SERRÃO, 2018), se organiza a partir de "uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar" (MOURA et al, 2010, p.217)

Planejada para desencadear no estudante a necessidade de aprendizagem de determinado conceito, apresenta situações desencadeadoras dessa aprendizagem, na forma de histórias virtuais, jogos ou situações emergentes do cotidiano. Espera-se que tais situações contemplem o movimento histórico e lógico dos conceitos, sendo o ponto de partida de um processo de ensino e aprendizagem desenvolvido coletivamente, cujo objetivo final é sempre a apropriação de um conceito visando o desenvolvimento psíquico do sujeito e a constituição de sua personalidade no sentido da humanização.

A elaboração da situação desencadeadora de aprendizagem, enquanto ação central da Atividade Orientadora de Ensino, e o seu desenvolvimento com os estudantes requerem do professor domínio aprofundado dos nexos conceituais do conhecimento envolvido e movimento de formas do pensamento teórico no sentido do abstrato ao concreto, concreto este que se caracteriza por ser a síntese de múltiplas abstrações.

Neste sentido espera-se que a situação desencadeadora de aprendizagem contemple a gênese do conceito, ou seja, a sua essência, explicitando a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico (MOURA et al., 2010, p.103-104).

Por sua vez, os estudos em Fenomenologia (BICUDO, 1994, 2011; CAPALBO, 1990) foram considerados por seu potencial descritivo e analítico das situações de ensino. A busca pelos modos de constituição do conhecimento com a fenomenologia compreende o fenômeno como aquilo que se mostra em si, para a partir disso estabelecer a questão que irá orientar a descrição do visto. Assim, considerando nesta pesquisa o fenômeno ‘processo de escolha e elaboração de situações de ensino por professores’, este foi estudado em seu movimento reflexivo das análises ideográfica e nomotética.

A análise ideográfica torna possível destacar as ideias de cada produção, no caso de cada situação de ensino que pode ser escolhida pelos professores. Por sua vez a análise nomotética, se caracteriza por ser coletiva e transita das ideias individuais para o entendimento geral do analisado, buscando por convergências.

Por estes dois movimentos de análise, os estudos em fenomenologia, possibilitam explicitar compreensões que professores e futuros professores possuem no processo de elaboração e escolha das situações de ensino, através de descrição cuidadosa e rigorosa do fenômeno, para além do visto em sua superficialidade. Neste sentido possibilita extrapolar os aspectos quantitativos e chegar à articulação histórica e social revelando a necessidade dos professores e futuros professores em pensar as situações que escolhem para o ensino.

Além do fundamento em Fenomenologia, para análise descritiva do fenômeno estudado, recorremos também à Análise Didática (RICO, LUPIANEZ, MOLINA, 2013; RICO, MORENO, 2016). O expoente maior desta linha é Luis Rico Romero que em conjunto com outros pesquisadores compreende a Análise Didática, que se sustenta sobre a análise conceitual e a análise de conteúdo, como orientação para a formação de professores e como método de investigação.

> A análise didática é um método de investigação própria da Didática da Matemática. Este método tem fundamento na história, na própria matemática, na filosofia do conhecimento e nas disciplinas educativas. Utiliza as técnicas de análise conceitual e análise de conteúdo. Integra os modos analíticos de exame (escrutinador, redutivo e interpretativo) com processos de síntese complementares. São objetos de análise didática aqueles textos, relatos e documentos, relativos a conhecimentos, normas, juízos, argumentos e explicações vinculados com a atividade educativa própria da comunidade de educadores matemáticos, em seu sentido mais amplo (RICO, LUPIANEZ, MOLINA, 2013, p.13)

Tendo por finalidade fundamentar, dirigir e sistematizar o planejamento (RICO, LUPIANEZ, MOLINA, 2013), a análise didática se realiza através de cinco componentes: análise conceitual, análise de conteúdo, análise cognitiva, análise instrucional e análise avaliativa.

A análise conceitual e a análise de conteúdo buscam responder à questão de que conhecimentos serão estudados. Enquanto a análise conceitual engloba a revisão histórica e epistemológica dos conceitos analisados, a análise de conteúdo aprofunda o significado do conceito, estudando sua estrutura, representação (material, gráfica, simbólica) e sua manifestação em fenômenos (da natureza, arte, ciência entre outros) conforme se apresentam nos textos, no caso, nos textos referentes ao processo de ensino.

Ainda é necessário diferenciar análise conceitual de análise de conteúdo. Por exemplo, a análise do conceito de número natural realizada por investigadores da matemática, não é equivalente a análise do conteúdo escolar número natural que é tarefa do professor e envolve outras interpretações, incorporando a transformação e os significados atribuídos ao conceito (número natural) em domínio escolar.

Por sua vez, a análise cognitiva se concretiza a partir do tratamento das expectativas de aprendizagem dos estudantes, do reconhecimento de suas dificuldades em relação a determinado conteúdo e das oportunidades de aprendizagem. A importância deste tipo de análise em relação às situações de ensino se relaciona principalmente com o potencial que o processo de ensino e aprendizagem possui em relação ao processo de desenvolvimento psíquico.

No caso da análise instrucional, pode-se dizer que é o aspecto que mais preocupa os professores ao escolher e elaborar situações de ensino pois está relacionado ao tipo de tarefas que podem ser encaminhadas aos estudantes, ao material utilizado e a forma de organização da turma. Este tipo de análise é sintetizada no planejamento da situação de ensino.

Por fim, a análise avaliativa, atende à questão sobre 'Quais são os resultados' e pode ser caracterizada pelas categorias: critérios e instrumentos para diagnosticar a aprendizagem, interpretação de rendimentos alcançados; tomada de decisão para revisão do processo de ensino e aprendizagem.

A Análise Didática se configura como referência metodológica relevante para a formação de professores por apresentar uma estrutura que possibilita o processo de análise dos professores em relação ao planejamento e implementação de unidades didáticas e situações de ensino.

O potencial teórico e de princípios da Atividade Orientadora de Ensino, aliado ao potencial descritivo e analítico da Fenomenologia e a orientação metodológica da Análise Didática, se constituíram em base teórica sustentadora do processo de ensino e de organização desta pesquisa.

Desenvolvimento das ações do grupo de pesquisa.

Esta pesquisa foi desenvolvida por uma equipe de cinco professores pesquisadores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Curitiba, vinculados ao Grupo de Estudos sobre a Formação de Professores (GeForProf), no período de junho de 2017 a março de 2020, orientando 4 pesquisas de mestrado, 4 trabalhos de conclusão de curso e 5 projetos de iniciação científica relacionados à análise de situações de ensino de conteúdo matemático.

O objetivo da investigação para o qual convergiram os subprojetos foi o de estabelecer um modo geral de análise de situações de ensino de conteúdo matemático que servisse como parâmetro para a prática dos professores da Educação Básica. Este projeto foi contemplado com o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) no Edital 01/2016 da Chamada Universal, e registrado sob o número 408701/2016-1.

Considerando a necessidade de compreender o fenômeno em movimento, entendeu-se como necessário agir coletivamente no processo de ensino, e assim a aproximação com a prática de professores se deu principalmente durante as ações do projeto de extensão Oficina Pedagógica de Matemática, registrado na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, cujos participantes eram professores da Educação Básica, licenciandos em matemática e pesquisadores dos Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET/UTFPR) e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM/UFPR) que também atuam na Educação Básica, tendo por meta promover a articulação teoria/prática (práxis) que fundamente as ações dentro da atividade de ensino de matemática. Assim, no movimento de formação na Oficina Pedagógica de Matemática, os participantes acessam um modo de organização do ensino e de lidar com o conceito que possibilita que sejam atribuídos os significados coletivos e os sentidos ao objeto do conhecimento, no caso aos conceitos da matemática.

Entende-se ainda que esta articulação entre projeto de pesquisa e de extensão possibilitou que o movimento de teorização, desencadeado pelos participantes do projeto de pesquisa, encontrasse nos elementos da prática (possibilitada pelos participantes do projeto de extensão) o espaço para reflexão, reformulação, conscientização e validação das proposições sobre a análise das situações de ensino. E da mesma forma que o professor se desenvolve no processo de organização, o mesmo acontece com o pesquisador, no caso, formador de professores. Conforme Araújo, "O pesquisador ao organizar a pesquisa visando a promoção do pensamento teórico do professor, também o desenvolve para si" (2013, p.90).

Neste projeto, as ações desenvolvidas seguiram quatro etapas:

- **Estudos teóricos:** explicitação de concepções sobre ensino, aprendizagem e conceitos matemáticos, conforme os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, da Teoria de Atividade, da Fenomenologia e da Análise Didática.
- **Estudos documentais** – estudo de documentos curriculares, como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008), os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008), materiais didáticos oficialmente produzidos e orientações nacionais sobre a produção de material – Programa Nacional do Livro Didático, além de materiais de repositórios

de recursos educacionais abertos; análise de coleções de livros didáticos e paradidáticos, objetos de aprendizagem e situações de ensino propostas por professores em formação inicial e continuada.

- **Aproximações com a prática** – aproximação com a prática de professores em formação inicial e continuada. Esta etapa foi possível de ser concretizada principalmente com o acompanhamento do projeto de extensão Oficina Pedagógica de Matemática e com ações individuais dos subprojetos gravadas em áudio e vídeo para discussão coletiva;
- **Sistematização** – Esta etapa envolveu a análise teórica a partir das fundamentações definidas, de situações de ensino envolvendo conteúdo matemático para a organização e sistematização dos parâmetros de análise, e foi aprofundada em cada uma das pesquisas que compõem o projeto.

Essa última etapa possibilitou a investigação descritiva de situações de ensino com os referenciais teóricos adotados e análise a partir de pares dialéticos. Assim, aos aspectos conceituais foi relacionado o par dialético histórico-lógico; aos aspectos cognitivos associou-se o par dialético empírico-teórico, e por fim o par dialético conteúdo-forma compõe os aspectos instrucionais do processo de análise das situações de ensino.

Diferentes conteúdos matemáticos foram analisados no material, entre eles destacam-se conceitos algébricos, função exponencial, trigonometria, raciocínio combinatório entre outros. A partir do processo de análise das situações de ensino e do processo de escolha e elaboração pelos professores foi possível perceber o potencial das situações e a manifestação de cada par dialético. Alguns dos resultados serão apresentados no próximo item.

Resultados

A pesquisa foi concretizada em subprojetos que consideraram o produzido pelos membros em dissertações de mestrado, trabalhos de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática), iniciação científica. Mesmo tendo cada segmento objetivos e ações específicas, no conjunto contribuíam com elementos para análise pelo coletivo e composição da pesquisa maior.

Em todos os subprojetos destacaram-se aspectos curriculares sobre determinado conceito (condição de realização de uma das etapas do projeto) e aprofundamento sobre um dos outros aspectos da Análise Didática considerados relevantes para análise de situações de ensino: aspectos conceituais, cognitivos e instrucionais. Neste texto, trazemos para descrição dos resultados, um recorte ilustrativo dos resultados alcançados.

A pesquisa de Martos (2019), ao se perguntar sobre “ O que as situações de ensino elaboradas por acadêmicos de Licenciatura em Matemática dizem sobre o ensino de matemática” e realizar a análise a partir da fenomenologia destaca que parte significativa das situações de ensino destacam o recurso didático utilizado e reproduzem o modelo tradicional de aula enfatizando formalizações e definições teóricas bem como resolução de exercícios, o que indica a predominância do olhar dos futuros professores para os aspectos instrucionais das situações de ensino, e principalmente a forma destas situações.

Sobre os aspectos conceituais, a pesquisa de Silva (2018a) teve como objetivo analisar situações de ensino de função exponencial, a partir de seu movimento histórico e lógico. Além de analisar as situações de ensino propostas em livros didáticos e as expectativas de aprendizagem em normas curriculares, o pesquisador analisou os sentidos pessoais atribuídos à função exponencial pelos professores participantes da Oficina Pedagógica de Matemática (SILVA, PANOSSIAN, MOCROSKY, 2019) a partir da Atividade Orientadora de Ensino como base teórico-metodológica. Reconheceu que o movimento do planejamento e replanejamento dos professores exigiu o estudo sobre o movimento histórico da função exponencial, sendo possível observar que quando o professor está em atividade, seu planejamento supera a simples escolha de uma situação em livro didático.

Por sua vez, a pesquisa de Silva (2018b), articulou aspectos conceituais, cognitivos e instrucionais ao procurar identificar a presença de elementos do movimento histórico e lógico em objetos de aprendizagem aplicados ao ensino de trigonometria que conduzam à formação do pensamento teórico dos estudantes. Sua análise sobre um objeto de aprendizagem revelou que as tarefas apresentadas pelo objeto não exigiam dos estudantes os nexos conceituais da trigonometria, estudados em seu movimento histórico e lógico, revelando elementos do pensamento empírico (SILVA, PANOSSIAN, 2018)

De forma geral na articulação entre a estrutura da Análise Didática e os princípios teóricos da Atividade Orientadora de Ensino, pares dialéticos foram definidos para representar de forma mais adequada o movimento envolvido na análise das situações de ensino. Assim, o modo geral de análise alcançado como síntese das intervenções e discussões realizadas no decorrer do projeto destacou três pares dialéticos a serem considerados pelos professores no processo de seleção de situações de ensino

O par **histórico e lógico** foi reconhecido como relevante para a análise dos conceitos envolvidos na situação podendo ser sintetizado na questão: A situação contempla a relação essencial do conceito revelada em seus nexos conceituais revelados no movimento histórico e lógico do conhecimento?

O par empírico e teórico foi adotado para análise dos aspectos cognitivos associados ao processo de aprendizagem e de formas de pensamento que podem vir a ser desencadeados nas diferentes situações de ensino e sintetizado na questão: A situação encaminha o estudante para formas de pensamento teórico?

E, por último, o par conteúdo e forma revela as análises sobre os aspectos instrucionais de organização do material e dinâmica de cada situação de ensino que pode ser apresentada como situação de livro didático, objeto de aprendizagem etc., sendo sintetizada na pergunta: essa situação possui um problema desencadeador e possibilita ações coletivas?

Estes aspectos associados aos pares dialéticos considerados a partir do processo de análise de diversas situações de ensino, estão sintetizados como mostra a figura:

Figura 1: Modo geral de análise de situação de ensino

Fonte: PANOSSIAN, TOCHA (2020)

As situações de ensino recolhidas a partir de diferentes fontes (livros didáticos, paradidáticos, planos de aula etc.) foram analisadas considerando os parâmetros e critérios que os professores adotam para selecioná-las no processo de ensino. Identificou-se que o aspecto instrucional, que nesta pesquisa foi associado ao conteúdo e forma da situação de ensino, é predominante no processo de seleção. Entretanto, aspectos conceituais, que remetem ao aprofundamento dos nexos conceituais por meio do movimento histórico e lógico de determinado conhecimento, e os aspectos cognitivos, que remetem a formas de pensamento empírica e teóricas que podem ser potencializadas nos estudantes por meio das situações de ensino não eram necessariamente consideradas na escolha/elaboração das situações.

Considerações Finais

A área de Educação Matemática tem produzido muitos resultados de estudos e pesquisas a partir de diversos referenciais teóricos que versam sobre a formação dos professores e sobre o conhecimento especializado e pedagógico necessário para o processo de organização do ensino de matemática voltado para a Educação Básica. Neste movimento de produção, esta pesquisa se insere com contribuições para a prática dos professores no sentido de reconhecer parâmetros e critérios para escolha de situações de ensino. Tais contribuições foram estabelecidas no processo de articulação teórica da Fenomenologia, em seu aspecto descritivo do movimento do fenômeno, bem como da Análise Didática, a partir de sua estrutura e dos princípios para a atividade pedagógica explicitados pela Atividade Orientadora de Ensino.

Entende-se que não se pode atribuir qualidade ou valoração a uma situação do ensino em si, mas que isso depende de como tal situação, considerada como instrumento do professor, será utilizada para desencadear a aprendizagem dos estudantes. Entretanto, muitas vezes uma situação de ensino é selecionada pelos professores, apenas a partir de seu aspecto instrucional que revela seu conteúdo e forma. Ainda que relevante, este aspecto não se mostra suficiente para promover a aprendizagem dos estudantes e assim, os resultados deste projeto ressaltaram outros dois aspectos a serem priorizados como critérios dos professores para seleção de situações de ensino: os aspectos conceituais, que podem ser estudados a partir do movimento histórico e lógico do conhecimento matemático, e os aspectos cognitivos, que ressaltam a necessidade de compreender o movimento do processo de pensamento empírico e teórico dos estudantes. Por ter sido desenvolvido a partir de outras pesquisas e dos estudos da Oficina Pedagógica de Matemática, este modo de análise constitui-se aliando a teoria e a prática, considerando as condições objetivas tanto para realização de uma pesquisa quanto para a seleção ou elaboração de uma situação de ensino, momento importante da prática docente.

Destaca-se o fato de o projeto ter promovido a relação entre processos de pesquisa e extensão. Os pesquisadores e participantes do projeto de extensão foram reconhecidos como sujeitos em atividade orientados para um objeto comum: o processo de escolha e elaboração de situações de ensino. Os pesquisadores tinham como necessidade reconhecer e sistematizar parâmetros e critérios deste processo, enquanto que os participantes do projeto de extensão necessitavam organizar o processo de ensino e para tanto elaborar e escolher as situações de ensino. Fato é que a relação entre participantes e pesquisadores se deu no sentido de estabelecer de forma colaborativa todas as ações do projeto de extensão, a partir do qual foram constituídos os dados da pesquisa.

Os resultados deste projeto de pesquisa e extensão visam contribuir com os professores em seu processo de organização do ensino, de forma específica em relação ao seu processo de planejamento de situações de ensino. Assim, uma das preocupações do projeto foi organizar o material de divulgação dos resultados do projeto na forma de e-book (PANOSSIAN, TOCHA, 2020). Este material produzido de forma independente pretende alcançar professores de diferentes redes de ensino. Ao acessar este material terão condições de conhecer de forma sintética as referências teóricas bem como compreender o modo de análise estabelecido. Além disso, a última seção do e-book conta com a análise de uma coleção de histórias em quadrinhos, criada na Oficina Pedagógica de Matemática. Considera-se que os resultados deste projeto podem contribuir no processo de conscientização dos professores sobre modos e critérios de seleção, elaboração e análise de situações de ensino de conteúdo matemáticos (oferecida na forma de materiais impressos, vídeos, objetos de aprendizagem etc.), destacando sua relação com o conceitos (aspectos conceituais em seu movimento histórico e lógico), como influenciam na forma de pensamento desenvolvida nos estudantes (aspectos cognitivos compreendendo formas de pensamento empírico e teóricas), sem desconsiderar os modos de organização do ensino (aspectos instrucionais relacionando conteúdo e forma das situações de ensino).

Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo financiamento do projeto universal "Situações de ensino de conteúdo matemático: estabelecendo parâmetros e critérios de análise".

Aos participantes do Grupo de Estudos sobre Formação de Professores (GeForProf).

Aos participantes da Oficina Pedagógica de Matemática (OPM).

Referências

ARAÚJO, E. S. Contribuições da teoria histórico-cultural à pesquisa em educação matemática: a Atividade Orientadora de Pesquisa. **Horizontes,** v. 31, n. 1, p. 81-90, 2013.

ARAÚJO, E. S. Atividade Orientadora de Ensino: princípios e práticas para organização do ensino de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. v.8, n.15, p.123-146, jan.-jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BICUDO, M. A. V. Sobre a fenomenologia. In: BICUDO, M. A. B.; ESPOSITO, V. H. C. **Pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba. Editora UNIMEP, 1994

CAPALBO, C. **Fenomenologia e Educação**. Fórum Educação., Rio de Janeiro, v. 14, n. 3, p. 41 - 61, jun/ago. 1990.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

LEONTIEV, A. N. **Actividade, conciencia, personalidad**. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

MARTOS, G. **Análise das Situações de Ensino Produzidas pelos Acadêmicos da Licenciatura em Matemática UTFPR-CT**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2019.

MOURA, M. O. de; et. al**.** A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M. O. de (Org.). **A Atividade Pedagógica na Teoria Histórico-Cultural**. Autores Associados, 2016. 2. Ed. p. 81-110.

MOURA, M. O. de; SFORNI, M. S. de F.; ARAÚJO, E. S. Objetivação e Apropriação de Conhecimentos na Atividade Orientadora de Ensino. **Teoria e Prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 39-50, jan. 2012.

MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. **Linhas Críticas**, v. 24, 2019. Disponível em: https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/19817. Acesso em: 20 jun. 2021.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Paraná: SEE, 2008.

PANOSSIAN, M.L.; TOCHA, N. N. (org.). **Estabelecendo parâmetros e critérios de análise de situações de ensino de conteúdo matemático**: aproximações a partir da Atividade Orientadora de Ensino. Curitiba, 2020.

RICO, L. MORENO, A. **Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria**. Espanha: Pirámide, 2016.

RICO, L.; LUPIAÑEZ, J. L.; MOLINA, M. (Org.). **Análisis didáctico en educación matemática:** metodología de investigación, formación de profesores, e innovación curricular. Granada: Comares, 2013

SÃO PAULO. Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo.** São Paulo: SEE, 2008.

SILVA, A. L. da. **O ensino de função exponencial para além das aparências**. 2018a. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática. Curitiba, 2018a. 185

SILVA, A. L.; PANOSSIAN, M. L.; MOCROSKY, L. F. Situações de ensino envolvendo a função exponencial: sentidos atribuídos pelos professores**. Perspectivas de Educação Matemática,** v. 12., n. 28., p. 92-112. 2019.

SILVA, J. A. B. **Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria: revelando elementos a partir do movimento histórico e lógico**. Dissertação (Mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018b.

SILVA, J. A. B.; PANOSSIAN, M. L. Análise de um Objeto de Aprendizagem Sob o Viés do Par Dialético Empírico e Teórico. **Tear**: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia, v. 8, p. 1-13. 2019.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

VYGOTSKY, L. S. **Psicologia pedagógica**. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

O uso de Metodologias Ativas e Tecnologias Digitais no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental

The use of Active Methodologies and Digital Technologies in the process of teaching and learning Mathematics in Elementary School

Danielle dos Santos Rodrigues
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
danielle_santosrodrigues@hotmail.com

Carmen Teresa Kaiber
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
carmen_kaiber@hotmail.com

Resumo

Este artigo apresenta resultados advindos das experiencias vivenciadas por um grupo professores ao terem contato com as metodologias ativas como possibilidade para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática nos anos Finais do Ensino Fundamental. Se constitui em parte de uma pesquisa que está sendo realizada no âmbito de uma tese de doutorado, que tem por objetivo investigar a estruturação e desenvolvimento de uma formação continuada junto a um grupo de professores de Matemática do Município de Canoas/RS, fundada na inserção de tecnologias digitais e metodologias ativas na prática docente. O estudo, que tem foco na utilização de metodologias ativas para o desenvolvimento de projetos em sala de aula no Ensino Fundamental foi desenvolvido a partir de encontros ocorreram no segundo semestre ano de 2020, de forma virtual síncrona. A investigação, inserida em uma perspectiva qualitativa, contou com a observação participante da pesquisadora, desenvolvimento de propostas de atividades pelos participantes e aplicação de questionários *online.* Resultados apontam que os professores declaram não ter conhecimento sobre as chamadas metodologias ativas, embora posteriormente tenha se identificado que utilizam elementos dessas metodologias em suas práticas. Sobre a proposta de trabalho envolvendo metodologias ativas e utilização das tecnologias digitais foi possível perceber uma participação significativa dos professores nas atividades propostas que se manifestaram positivamente em relação ao vivenciado. Ao elaborarem propostas de ação a serem desenvolvidas junto aos estudantes do Ensino Fundamental evidenciaram ter atribuído significado ao que sejam metodologias ativas e trabalho com as tecnologias digitais. Destaca-se a preferência por propostas envolvendo a gamificação e metodologias baseada em problemas.

Palavras-chave: Metodologias Ativas, Tecnologias Digitais, Ensino Fundamental, Ensino e Aprendizagem.

Abstract

This article presents results from the experiences of a group of teachers when they have contact with active methodologies as a possibility to develop the teaching and learning process of mathematics in middle school. It is part of a research that is being carried out within the scope of a doctoral thesis, which aims to investigate the structuring and development of continuing education with a group of mathematics teachers from the city of Canoas/RS, founded on the insertion of digital technologies and active methodologies in teaching practice. The study, which focuses on the use of active methodologies for the development of projects in the classroom in elementary school, was developed from meetings that occurred in the second semester of 2020, in a virtual synchronous way. The research, inserted in a qualitative perspective, included the participant observation of the researcher, development of proposals for activities by the participants and application of *online* questionnaires. Results indicate that teachers do not know the so-called active methodologies, although it was later identified that they use elements of those methodologies in their practices. Regarding the work proposal involving active methodologies and the use of digital technologies, it was possible to perceive that the teachers that manifested themselves positively regarding their experience participated actively in the activities proposed.

When elaborating action proposals to be developed with elementary school students, they showed to have attributed meaning to active methodologies and work with digital technologies. The preference for proposals involving gamification and problem-based methodologies is underscored.

Key words: Active methodologies, Digital technologies, Elementary school, Teaching and learning.

Introdução

Em uma sociedade com mudanças contínuas, não é mais possível desprezar o potencial pedagógico que as tecnologias digitais apresentam quando incorporadas à educação, destacam Kampff et al. (2004). Aliadas aos recursos advindos das tecnologias digitais, e se utilizando deles, destacam-se as metodologias ativas como possibilidade de um trabalho na Educação Básica que permita ao professor em suas práticas dar protagonismo aos estudantes.

Nessa mesma linha de pensamento Diesel, Marchesan e Martins (2016) ponderam que o uso de tecnologias digitais propicia contribuições positivas, no processo ensino e aprendizagem. Contudo, Moran (2015) destaca, que a inserção das tecnologias no ensino e na aprendizagem só será assertiva, quando a abordagem mecanicista for modificada, tornando-se uma abordagem sistêmica, cooperadora e integradora, promovendo assim, um protagonismo pessoal dos estudantes em relação ao seu aprendizado. Aponta-se, aí, a possiblidade de práticas que incorporem as metodologias ativas no processo de ensino e aprendizagem com força para exercer um papel que conduza a transformações positivas no sistema educacional.

Nesse contexto, pondera-se que as metodologias ativas são pontos de partida para avançar nos processos de reflexão, integração e de reestabelecer essas novas práticas (CHRISTENSEN, HORN E STAKER, 2013). Assim, concorda-se com Moran (2015) quando este defende que a formação do aluno crítico, participativo no processo de aprendizagem e criativo é alcançada por meio de metodologias ativas e não inertes. De acordo com o autor o aprendizado por meio das metodologias ativas, visa proporcionar aos estudantes problemas e situações reais durante o processo de aprendizagem (MORAN, 2015).

O presente artigo destaca resultados advindos das experiencias vivenciadas por um grupo de professores ao terem contato com as metodologias ativas para o desenvolvimento de projetos e propostas educativas a serem aplicados no processo de ensino e aprendizagem em Matemática no Ensino Fundamental. Essas experiências ocorreram no segundo semestre ano de 2020, a partir de encontros de formação continuada, que ocorreram de forma virtual síncrona em função da pandemia da COVID-19. Se constitui em parte de uma pesquisa que está sendo realizada no âmbito de uma tese de doutorado, que tem por objetivo investigar a estruturação e desenvolvimento de uma formação continuada junto a um grupo de professores de Matemática do Município de Canoas/RS, fundada na inserção de tecnologias digitais e metodologias ativas na prática docente. Particularmente, apresenta-se, neste trabalho, a visão e as ações desse grupo de professores quanto ao uso de metodologias ativas e tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Desafios do Século XXI

O grande desafio deste início de século é a crescente busca por metodologias inovadoras que possibilitem uma prática pedagógica capaz de ultrapassar os limites do ensino teórico e tradicional, para efetivamente alcançar a formação do sujeito como ser ético, crítico, reflexivo, transformador e humanizado (MORAN, 2015).

Moran (2015) pondera que os métodos tradicionais que privilegiam somente a transmissão pelos professores, faziam sentido quando o acesso à informação era mais limitado. Com a difusão da internet e a divulgação de informação a qualquer instante o autor salienta que a aprendizagem pode ocorrer em qualquer lugar, a qualquer hora e com muitas pessoas, rompendo as fronteiras do espaço escolar. Neste contexto, as metodologias ativas são pontos de partida para avançar nos processos de reflexão, integração e de reestabelecer novas práticas. As metodologias ativas de ensino aproximam-se cada vez mais dos espaços formais de ensino, por trazerem contribuições positivas nos processos de ensino e de aprendizagem.

Estratégias de ensino norteadas pelo método ativo têm como características principais: o aluno como centro do processo, a promoção da autonomia do aluno, a posição do professor como mediador, ativador e facilitador dos processos de ensino e de aprendizagem e o estímulo à problematização da realidade, à constante reflexão e ao trabalho em equipe (DIESEL; MARCHESAN; MARTINS, 2016).

As metodologias ativas podem ser compreendidas como estratégias de ensino centradas na aprendizagem ativa do aluno, sendo que, as mais utilizadas, de acordo com

Fonseca e Neto (2017), são gamificação, aprendizagem baseada em problemas e em projetos, sala de aula invertida, ensino híbrido, as quais passam a ser destacadas.

- Gamificação: esse recurso consiste na incorporação de elementos e características de um jogo a diversas áreas do conhecimento, para o desenvolvimento das estratégias necessárias é preciso resolver diferentes problemas, traçar metas, trabalhar em grupo. Alves e Maciel (2014) destacam que,

> [...] a gamificação não é um jogo (ou processo para se transformar algo em jogo), mas sim a utilização de abstrações e metáforas originárias da cultura e estudos de videogames em áreas não relacionadas a videogames. Essa ideia é importante para a compreensão do uso da gamificação na educação e sua diferenciação do uso de videogames na educação. (ALVES, MACIEL, 2014, p.4).

- Aprendizagem baseada em problemas ou Problem Based Learning (PBL): são estratégias em que os alunos trabalham com o objetivo de resolver um problema. O professor passa a ficar responsável em preparar problemas a serem resolvidos pelos alunos, logo, é uma metodologia centrada no aluno, que deixa de ser receptor passivo do conhecimento e passa a ser o agente principal responsável por seu aprendizado, possibilitando a formação de um sujeito autônomo, capaz de trabalhar no coletivo e individualmente em busca de soluções adequadas para o problema, construindo conhecimentos e desenvolvendo habilidades (LÁZARO, SATO, TEZANI, 2018).
- Aprendizagem baseada em Projetos: este modelo difere da forma tradicional, posto que, promove um vínculo entre aluno e a aprendizagem, a partir da ação-reflexão-ação. Lázaro, Sato e Tezani (2018), salientam que a proposta de projetos envolve diversas áreas do conhecimento, projetos interdisciplinares, e são elaborados em torno de um problema significativo para os alunos obterem um produto final, os autores ponderam ainda que,

> a educação e a aprendizagem consideram o aluno como sujeito ativo da construção do conhecimento, havendo, então, mudanças de olhares, os quais são direcionados para outras instâncias: a educação passa a ser centrada na aprendizagem, no desenvolvimento de habilidades e na participação ativa do aluno (LÁZARO, SATO, TEZANI, 2018, p.06).

- Sala de aula Invertida ou Flipped Classroom: concentra-se em abordar os conteúdos em dois momentos: teoria e prática. Inicialmente os conteúdos são disponibilizados em formato de textos, vídeos, entre outras atividades para serem realizadas em casa, antes da aula, para que em sala de aula, os alunos dediquem os estudos à pesquisa em grupo, resolver problemas, tirar dúvidas, debater (LÁZARO, SATO e TEZANI, 2018). Para Moran (2014, p. 22) a dinâmica da aula invertida compreende em "concentrar no ambiente virtual o que é informação básica e deixar para a sala de aula as atividades mais criativas e supervisionadas", propiciando, assim, com que a sala de aula seja um lugar de trocas e construção de conhecimentos e não apenas um lugar para receber informações.

- Ensino Híbrido ou Blended Learning: uma proposta híbrida começa pela utilização de dois ambientes – o virtual e o presencial, essa combinação permite com que os estudantes realizem atividades por meio da internet no lugar e momento que escolherem sem ser na sala de aula e, atividades presenciais em sala de aula com o professor e colegas de turma. De acordo com Bacich e Morán (2015):

> Híbrido significa misturado, mesclado, blended. A educação sempre foi misturada, híbrida, sempre combinou vários espaços, tempos, atividades, metodologias, públicos. Agora esse processo, com a mobilidade e a conectividade, é muito mais perceptível, amplo e profundo: trata-se de um ecossistema mais aberto e criativo. O ensino também é híbrido, porque não se reduz ao que planejamos institucionalmente, intencionalmente. Aprendemos através de processos organizados, junto com processos abertos, informais. Aprendemos quando estamos com um professor e aprendemos sozinhos, com colegas, com desconhecidos. Aprendemos intencionalmente e aprendemos espontaneamente (BACICH E MORAN, 2015, p.01).

As metodologias ativas, de forma geral, aspiram à formação do ser humano em caráter integral, para além do conhecimento técnico e teórico, à formação de indivíduos com visão global da realidade, preparando-os para buscar sempre o conhecimento que ainda não possuem, fazendo com que aprendam, colocando a mão na massa (GEMIGNANI, 2012). Segundo Berbel (2011), a adoção das metodologias ativas pode gradativamente promover

> o desenvolvimento do espírito científico, do pensamento crítico, do pensamento reflexivo, de valores éticos, entre outras conquistas dessa natureza [...] contribuindo para o desenvolvimento da autonomia na formação do ser humano e de futuros profissionais (BERBEL, 2011, p. 34).

Moran (2015) afirma que é possível o professor enriquecer materiais prontos com as metodologias ativas, como por exemplo, pesquisas, aula invertida, integração sala de aula e atividades online, projetos integradores, além de jogos, entretanto, o autor destaca que os modelos das propostas devem estar centrados no aluno, tornando-o participante do processo de aprendizagem, desenvolvendo autonomia e a autoaprendizagem.

Corroborando com o autor, Lázaro, Sato e Tezani (2018), destacam que as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação são recursos que podem ser usados de maneira significativa no processo de ensino e aprendizagem, caso sejam abordados de maneira inovadora e com intencionalidade pedagógica.

Gemignani (2012) pondera que a possibilidade de relacionar as tecnologias digitais às metodologias ativas proporciona uma vivacidade as aulas do Ensino Básico auxiliando no processo de ensino e aprendizagem. Ademais, é importante frisar a forte interação social nas atividades educativas baseadas em metodologias ativas. As discussões, os debates e o compartilhamento de informações entre os próprios alunos favorecer o desenvolvimento de capacidades interpessoais e intrapessoais (GEMIGNANI, 2012).

Metodologias ativas no currículo

Na perspectiva proposta pelas metodologias ativas, Moran (2015) considera que se deve lançar, primeiramente, um olhar para o currículo, posto que, o currículo deve passar por mudanças para alcançar os princípios propostos pelas metodologias ativas. Moran (2012), destaca que,

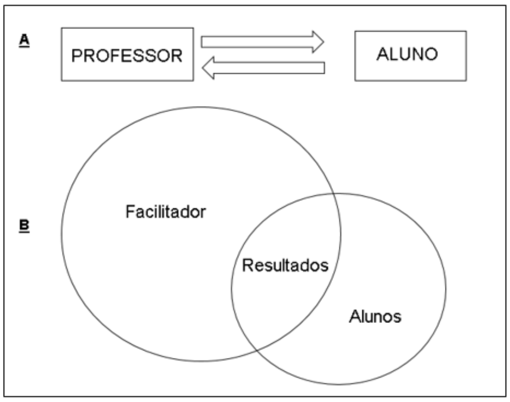
> Quando insistimos em melhorar os processos sem mudar o modelo convencional, ele não nos serve para um mundo que exige pessoas muito mais competentes em lidar com a mudança, com a complexidade, com a convivência em projetos diferentes e com pessoas de culturas e formações diferentes. A escola padronizada, que ensina e avalia a todos de forma igual e exige resultados previsíveis, ignora que a sociedade do conhecimento é baseada em competências cognitivas, pessoais e sociais, que não se adquirem da forma convencional e que exigem proatividade, colaboração, personalização e visão empreendedora (MORAN, 2012, p.01).

Partindo dessa consideração, Moran (2015) pondera ainda, que as mudanças devam ocorrer progressivamente, pois é um processo complexo, porém necessário, porque não se tem modelos prévios bem sucedidos para aprender de forma flexível numa sociedade altamente conectada. Todavia, o autor destaca, que, o que não pode ocorrer é manter o modelo tradicional e achar que com poucos ajustes dará certo. Os ajustes necessários – mesmo progressivos – são profundos: aluno ativo e não passivo, envolvimento profundo e não burocrático, professor orientador e não transmissor.

E os avanços tecnológicos vem corroborando para a inclusão de um modelo de currículo mais flexível, visto que as mesmas permitem o registro e visualização do processo de aprendizagem dos estudantes envolvidos, bem como, mapeiam os progressos, apontam as dificuldades, podem prever alguns caminhos para os que têm dificuldades específicas (plataformas adaptativas), além de facilitarem a comunicação horizontal, em redes, em grupos, individualizada (MORAN, 2012).

Souza et al. (2014), ponderam, que os métodos inovadores de ensino-aprendizagem, como as metodologias ativas, mostram claramente o movimento de migração do “ensinar” para o "aprender", conforme apresentado no quadro da Figura 1, o desvio do foco do docente para o aluno, que assume a corresponsabilidade pelo seu aprendizado.

Figura 1: Proposta de ensino de uma metodologia ativa.



Fonte: Souza et al. (2014).

Neste novo modelo (B) o professor atua como mediador, ativador e facilitador dos processos de ensino e aprendizagem sendo o estimulador à problematização da realidade, à constante reflexão e ao trabalho em equipe fazendo com que o aluno passe a ser o centro do processo (ativo) o que promove a sua autonomia e consequentemente o aprendizado (SOUZA et al. 2014).

Aspectos Metodológicos

A pesquisa aqui apresentada é de base qualitativa, que de acordo com Lüdke e André (2013), permite ao investigador perceber a realidade pesquisada, enquanto envolve-se ativamente com o processo de investigação. Particularmente se apresenta, aqui, resultados advindos das experiencias vivenciadas por um grupo de professores (professores de Matemática do Município de Canoa/RS) ao terem contato com as metodologias ativas para o desenvolvimento de projetos e propostas educativas a serem aplicados no processo de ensino e aprendizagem em Matemática no Ensino Fundamental, a partir de um processo formativo. Essas experiências ocorreram no segundo semestre ano de 2020, a partir de encontros de formação continuada, que ocorreram de forma virtual síncrona, em função da pandemia da COVID-19, pois o projeto inicial era de que grande parte do processo ocorresse presencialmente.

O estudo teve foco nos conhecimentos dos professores sobre metodologias ativas e uso de tecnologias digitais e, principalmente, sua utilização no processo de ensino aprendizagem no Ensino Fundamental. O estudo que abriga os dados que serão apresentados e discutidos, refere-se a uma pesquisa de doutorado em andamento que tem como objetivo investigar as contribuições de uma formação continuada com um grupo de professores de Matemática do município de Canoas/ RS[1], embasada na inserção de tecnologias digitais e metodologias ativas na prática docente.

O trabalho foi conduzido junto aos professores, considerando as próprias metodologias que queriam abordar: gamificação, metodologia baseada em problemas e desenvolvimento de projetos. A sala de aula investigada que, em princípio seria utilizada, foi pouco explorada, considerando que os professores estavam enfrentando o desafio do chamado ensino remoto em função da pandemia.

Assim, os dados aqui apresentados e discutidos, advém de três encontros síncronos de três horas cada (com realização de estudos e tarefas que se estenderam para além dos encontros), com um grupo de, em média de 20 professores (nem todos os professores estiveram presentes em todos os encontros) e foram obtidos a partir da observação participante do pesquisador e da aplicação de questionários (no início e ao final do processo). O que se quer destacar, na análise, é a tomada de posição e as ações dos professores sobe a utilização das metodologias ativas e utilização das tecnologias digitais no Ensino Fundamental.

Quanto ao procedimento de análise dos dados advindos do questionário, utilizou-se ferramentas de estatística descritiva para as questões, que foram analisadas por meio de um conjunto de técnicas da Análise Textual Discursiva, conforme o modelo proposto por Moraes e Galiazzi (2011), que permitiu, também, incorporar as percepções e entendimentos da pesquisadora a partir das observações.

A análise textual discursiva é um processo que se inicia com uma unitarização em que os textos são separados em unidades de significado. Estas unidades por si mesmas podem gerar outros conjuntos de unidades oriundas da interlocução empírica, da interlocução teórica e das interpretações feitas pelo pesquisador. Após é feita a categorização das articulações de significados semelhantes, podendo gerar vários níveis de categorias de análise. Este processo todo gera meta-textos analíticos que irão compor os textos interpretativos Moraes e Galiazzi (2011).

[1] Pesquisa aprovada no Comitê de Ética em setembro de 2020, número 37808120.1.0000.5349

Análise dos Dados

Buscando traçar um perfil dos professores participantes que responderam os questionários propostos (20 professores de Matemática em atuação nos anos finais do Ensino Fundamental), foi possível identificar que 75% do grupo era composto por professoras e 25% por professores. Afirmaram ter pouco conhecimento ou nenhum conhecimento sobre metodologias ativas 85% dos professores. Com relação ao uso das tecnologias digitais todos afirmaram utilizar diariamente para comunicação e, apenas 15%, indicou não utilizar tecnologias digitais para estudos e na prática educativa.

Ao longo dos encontros, foi possível acompanhar o interesse e comprometimento dos professores na realização das atividades as quais envolviam a elaboração de propostas para o ensino e aprendizagem da Matemática envolvendo as metodologias ativas e tecnologias digitais. Gamificação e metodologia baseada em problemas foram as metodologias que mais interessaram aos professores que passaram a explorar possiblidades de sua utilização em atividades com os alunos, já como parte de um projeto a ser organizado para aplicação junto a seus alunos.

Confirmando o que Alves e Maciel (2014) já afirmavam, a utilização da gamificação na educação oferece inúmeras vantagens no processo de ensino e aprendizagem, principalmente no que se refere à superação do desinteresse dos estudantes em sala. Destaca-se que, nas propostas apresentadas aos professores, eles deveriam criar atividades que se enquadrassem nas características da gamificação, fazendo com que se envolvessem e estudassem a temática a ser desenvolvida na atividade proposta.

A gamificação não é um jogo, mas sim a presença das características inerentes ao jogo como a competição, os feedbacks instantâneos, a evolução e a recompensa (premiação). Neste contexto, apresenta-se no quadro da Figura 2 atividades desenvolvidas pelos professores, os mesmos, utilizaram distintas plataformas e o Power Point como ferramenta para construção dos materiais.

Figura 2: Atividades desenvolvidas utilizando gamificação.

Fonte: a pesquisa.

Como já destacado, a metodologia baseada em problemas também foi alvo de interesse e foi utilizada na elaboração de projetos a partir da organização dos professores em grupo. A partir de temas propostos foram elaborados mapas mentais, propostas de tarefas e organização de materiais, o que é destacado na Figura 3.

Figura 3: Atividades envolvendo aprendizagem baseada em problemas.

Fonte: a pesquisa.

Diferentes aplicativos, plataformas e *softwares* foram apresentados, analisados e utilizados, destacando-se que os professores em seus projetos não se limitaram a utilizar o que foi apresentado, mas foram em busca de outras possibilidades. Assim, buscando identificar por parte dos professores sua opinião quanto a experiência com metodologias ativas e tecnologias digitais nas aulas, além dos dados advindos da observação participante e das manifestações dos professores ao longo dos encontros, foi solicitado que respondessem a um questionário *online*. Com as questões apresentadas se buscou a visão dos participantes sobre a experiência de aulas com e sobre metodologias ativas, sua participação e ação, e como esse tipo de trabalho pode impactar o ensino e aprendizagem dos estudantes, como destaca o professor G, “A partir das novas aprendizagens, descobri que podemos utilizar as metodologias ativas de maneira que motive e que o aluno seja o centro do processo de aprendizagem".

Ao serem questionados sobre a utilização de metodologias ativas em aulas de Matemática os participantes foram unânimes em apontar um grande potencial, destacando a importância de se lançar mão de diferentes metodologias. Quando perguntados sobre a sua participação nos encontros e envolvimento na proposta de organizar projetos para o ensino utilizando metodologias ativas, em torno de 70% revelaram que sua participação foi boa ou muito boa, o que pode ser corroborado pela investigadora em suas observações. Sobre a questão se destaca, a manifestação da professora D "Acho que minha participação foi muito boa pois, desenvolvi todas as atividades propostas, fiquei com mais vontade de aprender sobre os jogos e creio, que o fato de me interessar por essas novas aprendizagens diz muito sobre o que foi trabalhado. Conteúdo excelente e motivador!".

Essa manifestação vai ao encontro com o que Moran (2012) aponta sobre as tecnologias: que estão mudando a forma dos indivíduos se relacionarem com o mundo, com a forma de pensar, de ensinar e de aprender. Sobre a questão Kaiber e Vecchia (2012) ponderam que o ambiente proporcionado pelas tecnologias digitais apresenta possibilidades que não estão presentes em outros ambientes e devem ser utilizados considerando essa perspectiva.

Considerando que, incialmente, os professores declararam que não tinham conhecimento sobre metodologias ativas, foi solicitado que avaliassem como o processo vivenciado contribuiu para ampliação e aprofundamento de conhecimentos. Cerca de 85% destacaram a importância de assumirem um papel de "estudantes", ou seja, buscarem materiais, ferramentas e soluções para o proposto considerando como entendem que seja adequado a alunos se comportarem. Nesse sentido se manifestam concordando com Diesel; Marchesan; Martins (2016), quando destacam a importância de o aluno ser atuante na sua aprendizagem, corroborada pelo entendimento manifestado de que quando se está organizando um material/projeto/jogo se assume este papel, como declarado pelo professor K "A partir das novas aprendizagens, descobri que podemos utilizar as metodologias ativas de maneira que motive meus estudos, e que me coloque dentro do processo de aprendizagem."

Também se manifestaram com relação a atribuir significado ao que seja um trabalho com metodologias ativas. Sobre a questão os professores foram unânimes em se manifestar indicando que ao ter contato com um trabalho que explorou tanto discussões teóricas como trabalhos práticos declararam: “Já tinha ouvido falar a expressão, mas nunca tinha compreendido o que são metodologias ativas, agora consegui entender.” (Professora G). Já a professora B pondera que “as metodologias ativas pareciam muito distante da realidade de sua sala de aula, e agora consigo visualizar os alunos utilizando em sala de aula”. Essas manifestações dos professores foram corroboradas pela organização de propostas de projetos desenvolvendo um conteúdo específico de Matemática e lançando mão das metodologias ativas discutidas.

Com relação ao uso das ferramentas digitais exploradas todos os professores afirmaram terem gostado das ferramentas utilizadas, declarando que vão passar a utilizá-las dentro das possibilidades de infraestrutura apresentada pelas escolas. Do grupo participante, 80% acreditam que é possível inserir as tecnologias digitais em todas as matérias do currículo, e os demais acreditam não ser possível por questões de infraestrutura. Pondera-se, porém, que a efetiva utilização sofre interferências não só da infraestrutura a disposição, mas também de outros elementos, como a próprio conhecimento sobre utilização, o tempo a ser dispensado para a organização das atividades, busca de novas ferramentas e mesmo para o desenvolvimento junto aos estudantes.

Sobre a utilização de metodologias ativas no ensino e aprendizagem no Ensino Fundamental os professores se posicionaram positivamente, destacando a importância de um trabalho junto aos alunos que contemple uma diversidade de ações, atividades e tarefas que consigam romper com a aula expositiva e resolução de exercícios ainda muito presentes, declarando por exemplo que “A partir das metodologias ativas, os estudantes assumirão uma postura diferenciada em sala de aula, mais atuantes e atentos ao processo de ensino e aprendizagem.” (Professor M).

Esse posicionamento dos professores ficou bem definido ao longo dos encontros e partir das atividades que foram realizando, utilizando as metodologias e ferramentas digitais estudadas. As propostas de atividades apresentadas e as discussões advindas evidenciou uma progressiva apropriação dos professores e uma tomada de posição em favor de utilizá-las em sala de aula.

Sobre a utilização das metodologias, recursos e ferramentas utilizadas ao longo dos encontros os professores destacaram a gamificação e a metodologia baseada em problemas, apontando-os como muito adequadas de serem utilizadas para desenvolver ações junto aos estudantes, permitindo que os mesmos tivessem experiências com estes recursos. Ao se discutir o trabalho com projetos os professores chegaram à conclusão que já o utilizavam, contudo, colocar o que realizavam em uma perspectiva teórica.

Concorda-se com Moran (2015), quando pondera que, para que haja o desenvolvimento de um ensino que possibilite uma formação do sujeito ético, crítico, reflexivo, vencendo as barreiras do ensino tradicional, deve haver uma combinação equilibrada de atividades, desafios e informações contextualizadas.

Neste contexto, as metodologias ativas são ponto de partida para avançar nos processos de reflexão, integração e de restabelecer novas práticas, que permitam aos estudantes terem acesso a um trabalho que as utilize. Particularmente a utilização das tecnologias digitais, possibilitam aos estudantes o desenvolvimento de habilidades que em outros contextos podem não ocorrer.

Destaca-se que os avanços tecnológicos vêm corroborando para a inclusão de um modelo de currículo mais flexível, propiciando o professor atuar como mediador, ativador e facilitador dos processos de ensino e aprendizagem sendo o estimulador à problematização da realidade, à constante reflexão e ao trabalho em equipe fazendo com que o aluno passe a ser o centro do processo (ativo) o que promove a sua autonomia e consequentemente o seu aprendizado.

Conclusões

Os dados, discussões e reflexões apresentados nesse artigo buscaram problematizar a utilização das metodologias ativas e recursos das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, colocou-se em destaque parte da investigação realizada com um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, a partir de encontros realizados no âmbito de uma proposta de formação continuada.

Apesar de declararem desconhecer as chamadas metodologias ativas, foi possível perceber que os professores não apresentaram dificuldades em se inteirar e participar das propostas desenvolvidas ao longo dos encontros. E, principalmente, foi possível identificar uma forte tendência dos professores em considerar a utilização dessas metodologias em suas práticas. Pondera-se que, como o período em que a investigação foi produzida os professores estavam desenvolvendo suas atividades dentro do chamado ensino remoto, em função da pandemia, é possível que as demandas e necessidades advindas do tipo de trabalho que estavam desenvolvendo podem ter influenciado suas posições.

Quando questionados sobre a possiblidade de estudos e aprendizagens se concretizarem a partir da utilização de um trabalho com metodologias ativas e tecnologias digitais, revelaram que consideravam muito viável, apontando a gamificação e a metodologia baseada em problemas, bem como, a utilização de *software* e aplicativos como exemplo de recursos a serem utilizados.

Como destacado, o aqui apresentado refere-se a uma investigação que está em andamento e, a próxima etapa, refere-se ao acompanhamento do trabalho de parte dos professores que participaram da fase inicial da pesquisa, quando esses, em suas práticas, se utilizarão das metodologias ativas e recursos da tecnologia. Nessa fase, será lançada um olhar não só para os professores, mas, principalmente, para os estudantes, suas ações e aprendizagens.

Agradecimentos

À CAPES pela bolsa total de doutorado.

Referências

ALVES, F. ;MACIEL, C. **A gamificação na educação: um panorama do fenômeno em ambientes virtuais de aprendizagem**. Disponível em: http:<//docshare01.docshare.tips/files/25768/257687132.pdf> Acesso em: 27 fevereiro 2019.

ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologias e Currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?** São Paulo: Paulus, 2011.

BACICH, L.; NETO, A.; TREVISANI, F. M. **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Penso Editora, 2015.

BACICH, L; MORAN, J.. **Aprender e ensinar com foco na Educação híbrida**. Revista Pátio – Qual a identidade do Ensino Médio, n. 25, jun. 2015. Disponível em: http:<//loja.grupoa.com.br/revista-patio/artigo/11551/aprender-e-ensinar-com-foco-naeducacao-hibrida.aspx>. Acesso em: 27 fevereiro 2019.

CHRISTENSEN, C.; HORN, M. & STAKER, H. **Ensino Híbrido: uma Inovação Disruptiva?. Uma introdução à teoria dos híbridos**. Maio de 2013. Disponível em:

<http://porvir.org/wpcontent/uploads/2014/08/PT_Is-K-12-blended-learning-disruptive-Final.pdf> Acesso em: 10 fevereiro 2019.

DIESEL, A.; MARCHESAN, M. R.; MARTINS, S. N. **Metodologias ativas de ensino na sala de aula: Um olhar de docentes da educação profissional Técnica de nível médio.** Revista Signos, Lajeado, a. 37, n. 1, p. 153-169, 2016.

FONSECA, S. M.; NETO, J. A. M. **Metodologias ativas aplicadas à educação a distância: revisão de literatura**. Revista EDaPECI, v. 17, n. 2, p. 185-197, 2017. Disponível em:< https://seer.ufs.br/index.php/edapeci/issue/view/v17.n2.2017> . Acesso em: 26 nov. 2020.

GEMIGNANI, E. Y. M. **Formação de Professores e Metodologias Ativas de Ensino-Aprendizagem: Ensinar para a compreensão.** Revista Fronteira das Educação [online], Recife, v. 1, n. 2, 2012. ISSN: 2237-9703. Disponível em: <http://www.fronteirasdaeducacao.org/index.php/fronteiras/article/view/14> Acesso em:15/03/2021

KAIBER, C. T., VECCHIA, R. D. . **Potencialidades Mediativas da Lousa Digital Frente a Softwares no Ensino e Aprendizagem da Matemática**. Educação Matemática em Revista-RS, v. 2, p. 25-34, 2012.

KAMPFF, A. J; CERVEIRA; et al. (2004). **Novas Tecnologias e Educação Matemática**. In: X workshop de informática na escola e XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, Bahia. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/333285367_Novas_Tecnologias_e_Educacao_Matematica> Acesso em: 10 jun. 2018.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M E.D.A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Editora E.P.U., 2013.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise Textual Discursiva: processo constitutivo de múltiplas faces**. Ciência & Educação, São Paulo, v.12, n.1, p. 117-128, abr. 2011.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 5ª Ed. Campinas: Papirus, 2012

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2014.

MORAN, J. M. **Mudando a educação com metodologias ativas.** 2015. Disponível em: <http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf> Acesso em: 15 fevereiro 2019.

SOUZA, C. S.; IGLESIAS, A. G.; FILHO, A. P. **Estratégias inovadoras para métodos de tradicionais – aspectos adicionais**. Revista da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto e do Hospital das Clínicas da FMRP, São Paulo, v. 47, n. 3, jul./set. 2014.

Oficina de Literatura Potencial Para Ensinar Relações Matemáticas

Potential Literature workshop to teach mathematical relationships

Luana Reichert Weyh
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)
weyhluana96@gmail.com

Josaine de Moura
Colégio Militar de Porto Alegre
josainemoura@icloud.com

Resumo
Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa que foi desenvolvida no âmbito de um programa de pós-graduação na modalidade Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da FURG e faz parte do projeto de pesquisa intitulado "Educação Matemática e seus entrecruzamentos com a Literatura Potencial", cadastrado na COMPESQ/UFRGS. O estudo objetivou investigar como a literatura *A hora da estrela*, de Clarice Lispector, contribui na constituição dos sujeitos escolares em sua relação com o conhecimento matemático. Para isso, realizou-se uma oficina, denominada Mateli (acrônimo de Matemática e Literatura), capaz de possibilitar a leitura e a escrita inspiradas na Literatura Potencial. A Literatura Potencial, proposta pelo grupo OuLiPo (acrônimo de Oficina de Literatura Potencial), é uma Literatura distinta da Literatura convencional, pois prima pela não espontaneidade. Exploraram-se as práticas de si balizadas pelos escritos de Foucault, sob a inspiração da Literatura abordada pelo OuLiPo, para introduzir os conceitos de relações e funções matemáticas. A metodologia utilizada foi a pesquisa documental, analisando-se, por meio da análise do discurso, as produções de 10 alunos do primeiro ano do Ensino Médio alunos que participaram da oficina, desenvolvida em uma escola da rede pública estadual gaúcha em período extracurricular. A análise dos documentos evidenciou: 1) mobilização do pensamento matemático; 2) aprendizagem de relações matemáticas de uma maneira diferente das ensinadas anteriormente e, portanto, 3) experimentação de aprender matemática a partir da escrita literária.

Palavras-chave: Experimentação; OuLiPo; Restrições; *Contraintes* matemáticas.

Abstract
This article presents an excerpt from a research that has been developed within the scope of a postgraduate program in the Professional Master's Degree in Exact Sciences Teaching at FURG and is part of the research project entitled "Mathematical Education and its intersections with Potential Literature "registered at COMPESQ / UFRGS. The study aimed to investigate how the literature *The hour of the star*, by Clarice Lispector, contributes to the constitution of school individuals in their relationship with mathematical knowledge. For this, a workshop called Mateli (acronym for Mathematics and Literature) was held, capable of enabling reading and writing inspired by Potential Literature. Potential Literature, proposed by the OuLipo group (acronym for Potential Literature Workshop), is a distinct literature from the conventional literature because it excels in non-spontaneity. Self-practices based on Foucault's writings were explored, using the Literature approached by OuLiPo to introduce the concepts of mathematical relations and functions. The applied methodology was the documentary research, analyzing, through discourse analysis, the literary creation of ten first year of high school students who participated in the workshop, developed in a state public school in the state of Rio Grande do Sul, in extracurricular period. The analysis of the documents showed: 1) mobilization of mathematical thinking; 2) learning mathematical relations in a different way from the ones previously taught and, therefore, 3) experimentation to learn mathematics through literary writing.

Keywords: Experimentation; OuLiPo; Restrictions; Mathematical *Contraintes*.

1. Introdução

O presente instrumento de comunicação tem o propósito de apresentar um recorte da pesquisa intitulada "Relações Matemáticas e Clarice Lispector: um encontro inusitado entre Matemática e Literatura". A pesquisa foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal do Rio Grande (FURG).

A temática deste estudo emergiu após recorrentes observações da pesquisadora[1], no decorrer de vários anos letivos, em que constatou uma grande dificuldade de aprendizagem de relações matemáticas por parte dos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Foi então que, pela inquietação perante a referida situação, a pesquisadora lançou-se à busca de outro modo de ensinar relações matemáticas, diferente da forma como ensinava, com o objetivo de investigar como a literatura *A hora da estrela*, de Clarice Lispector, contribui na constituição dos sujeitos escolares em sua relação com o conhecimento matemático.

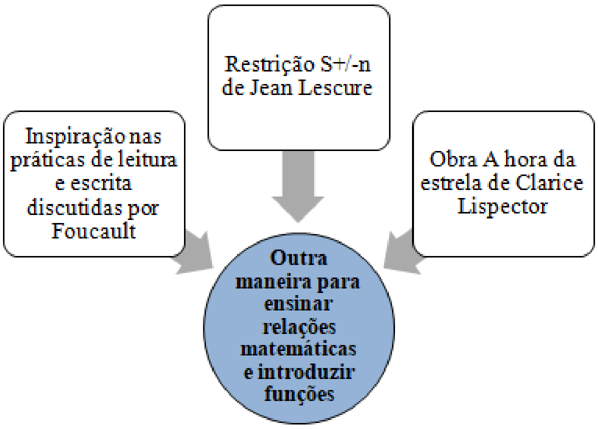
Com vistas a atender às demandas acima mencionadas, vislumbrou-se uma potente proposta, dentro da perspectiva pós-estruturalista, capaz de realizar uma composição: outro modo de escrita de si, tomada como uma prática de si, por meio da utilização de restrições inventadas pelo grupo de escritores e matemáticos franceses OuLiPo. Salienta-se que este "outro modo de escrita de si" não corresponde às práticas gregas dos séculos I e II, justamente porque naquela época o cuidado de si era tomado como um modo de vida (o que não é possível propor, já que estamos em contexto histórico diferente e a utilização ocorre em momentos delimitados). Então, o "outro modo de escrita de si", inspirado nas práticas gregas, é apresentado como uma possibilidade de proporcionar, em alguns momentos, reflexões e modificações nos sujeitos participantes, viabilizando outra forma de expressar-se nas aulas de Matemática. Além disso, também já se destaca que não propomos a efetiva prática de Literatura Potencial, mas uma prática de escrita inspirada nela, isto é, aplicando restrições em textos prévios que não foram construídos inicialmente com restrições.

Esta proposta de composição inusitada, que resultou em uma oficina de Matemática e Literatura denominada Mateli (acrônimo de Matemática e Literatura), foi experimentada no contexto de uma escola da rede pública estadual gaúcha com um grupo de 10 alunos do primeiro ano do Ensino Médio, sem pretensão alguma de identificar-se como a melhor, a

[1] Luana Reichert Weyh

perfeita ou a ideal. Também não comporta o ensino de todos os conceitos relativos ao assunto, mas pode, conforme foi dito anteriormente, apresentar-se como impulsionador que permitirá ensinar e visualizar o respectivo conteúdo de outro modo, que não o tradicional. Este estudo pode ser representado pelo diagrama da Figura 1.

Figura 1: Diagrama do estudo



Fonte: Weyh (2021)

A oficina de Matemática e Literatura denominada Mateli tem o objetivo de utilizar outra maneira de ensinar relações matemáticas e introduzir funções, inspirada na prática de escrita abordada por Foucault, mediante o emprego, na obra *A hora da estrela*, de restrições do tipo S+/-n, de Jean Lescure, integrante do grupo OuLiPo.

A seguir, faz-se a descrição de alguns resultados obtidos, aspirando-se a trazer para visibilidade o trabalho produzido por meio de uma metodologia de cunho documental; os documentos foram produzidos no decorrer da oficina, e a partir deles empreendeu-se uma análise do discurso sob a perspectiva foucaultiana.

2. Discussão Teórica

A discussão teórica que sustenta esta pesquisa é composta por um mosaico que justapõe dois "elementos", isto é, duas teorias distintas: as práticas de si, balizadas pelos escritos do filósofo pós-estruturalista Michel Foucault, particularmente seu curso *A Hermenêutica do Sujeito*, e pelos estudos do grupo francês OuLiPo. Na sequência, discutem-se brevemente ambas as concepções que amparam a pesquisa.

2.1 Práticas de si

Michel Foucault foi professor do Collège de France e, inclusive, *A Hermenêutica do Sujeito* é um dos frutos do curso ministrado em 1981 e 1982. Neste curso, Foucault (2010) estuda a relação historicamente construída entre o sujeito e a verdade a partir das proposições platônicas, estoicas, epicuristas e cínicas. Ele se ocupa com a análise da ética, mas, mais precisamente, com o objeto do cuidado de si. "Cuidar de si mesmo", "ocupar-se consigo mesmo", "preocupar-se consigo", "cuidar de si" *(epiméleia heautoû)*, conhecer-te a ti mesmo (*gnôthi seautón).*

Conforme os estudos do autor, o retorno a si, por meio do cuidado de si, tomado como uma arte de viver, é pautado por constantes exercícios que se estendem por toda uma vida. "Podemos dizer que, em toda a filosofia antiga, o cuidado de si foi considerado ao mesmo tempo um dever e uma técnica, uma obrigação fundamental e um conjunto de procedimentos cuidadosamente elaborados." (FOUCAULT, 2010, p.445). Estes exercícios mentais e físicos, isto é, para a alma e para o corpo, são interpretados como práticas de verdades por meio das quais é possível preparar e experimentar-se a si mesmo. Dentre essas práticas, destacam-se a prática de provas, abstinências, meditação, concentração, escuta, memorização, leitura, escrita e fala.

A leitura, segundo Foucault (2010), era uma prática constante na Antiguidade. Sugeria-se que se lessem, inicialmente, poucos autores, obras e trechos; para assimilá-los, faziam-se necessários os resumos. O objetivo primordial da leitura manifesta-se na meditação. Porém, a meditação à que Foucault se refere é algo diferente do que entendemos atualmente. É uma meditação que supõe colocar-se em uma dada situação na qual "se experimenta a si mesmo".

Tendo-se a leitura como uma prática de meditação, emerge a necessidade do exercício da escrita, pessoal e individual, como forma de um "exercício de si", objetivando, segundo Foucault (2006), a transformação em um sujeito de verdades.

> Ademais, compreendemos que, sendo a leitura assim concebida como exercício, experiência, e não havendo leitura senão para meditar, a leitura seja imediatamente ligada à escrita. Daí um fenômeno de cultura e de sociedade seguramente importante na época de que lhes falo: o lugar relevante assumido pela escrita, a escrita de certo modo pessoal e individual. Sem dúvida, é difícil datar precisamente a origem do processo, mas, quando a consideramos na época de que lhes falo, isto é, nos séculos I-II, percebemos que a escrita já se tornara, e não cessa de assim afirmar-se cada vez mais, um elemento do exercício de si. (FOUCAULT, 2010, p.320).

Foucault aponta que a escrita, além de impulsionar a leitura, representa um exercício, um meio de meditação. Portanto, recomenda "temperar" ambas reciprocamente, isto é, intercalar leitura e escrita. Aconselha, como prática de si, escrever, escrever e escrever. “Portanto, escutar, ler e escrever” (FOUCAULT,2010, p.324), como práticas de si.

A leitura e a escrita que foram apresentadas até aqui, em especial por meio dos estudos de Foucault, surgem como importantes práticas espirituais de subjetivação. Destinam-se à transformação, particularmente com a finalidade de ascender à verdade e controlar as ações, atendendo, assim, ao princípio do cuidar de si. Essas práticas, sobretudo a prática de escrita, serviram-nos de inspiração para articular o ensino de relações e funções matemáticas com a Literatura.

2.2 Literatura Potencial

A Literatura Potencial, proposta pelo grupo OuLiPo (acrônimo de Oficina de Literatura Potencial), é uma Literatura distinta da Literatura convencional, pois prima pela não espontaneidade. Raymond Queneau e François Le Lionnais são os responsáveis pela fundação deste grupo, que, além deles, conta (ou contava, considerando que alguns já são falecidos) com a participação de vários outros autores e autoras, jovens e “não jovens”, franceses e estrangeiros, matemáticos e escritores, que compartilham o fascínio pela escrita como um jogo sob o princípio das restrições.

François Le Lionnais, em *Oulipo: Exercícios de Literatura Potencial*, já atenta que nem mesmo os dicionários definiram Literatura Potencial. No entanto, o potencial é atingido mediante a invenção e utilização das *contraintes* na escrita literária.

> Para o grupo, a noção de potencialidade da literatura é fundamental: para ser oulipiano, um escritor deve trabalhar com literatura (LI) potencial (PO), ou seja, com uma literatura que indica possibilidade de ação, na qual existe energia potencial (a energia que tem um corpo num sistema físico em relação à sua posição e ao seu estado). É a discussão da potencialidade que justifica o abandono do termo experimental presente no acrônimo da primeira denominação do OULIPO, o Sélitex (Seminário de Literatura Experimental). A potencialidade exprime melhor a diversidade de combinações e manipulações da linguagem, a utilização de *contraintes*, da matemática e das inúmeras possibilidades de leitura. (FUX, 2010, p.157).

Segundo Le Lionnais, “o objetivo da literatura em potencial é fornecer a futuros escritores novas técnicas que possam inspirar sua criatividade.” (QUENEAU *et al.*, 2016, p.56, tradução nossa). Estas técnicas são as *contraintes*, ou restrições oulipianas.

Então, dito de outra maneira, esta Literatura Potencial vai de encontro à Literatura convencional, apresentando uma escrita balizada pela utilização de restrições, que podem ser impostas previamente ao momento de escrita pelo próprio escritor e não exigem inspiração. Estas restrições (ou *contraintes*), que tornam o escrito interessante, podem ainda ser de caráter linguístico ou matemático. Um exemplo de restrição linguística são as do tipo M+/-n.

2.2.1 Restrições do tipo M+/-n

As restrições do tipo M+/-n pertencem ao viés anoulipista[2] do grupo OuLiPo. Em suma, este “método” propõe que, em um texto previamente selecionado, se substituam todas as palavras da classe gramatical M (que pode ser de substantivos, adjetivos ou verbos) por palavras do mesmo gênero de M, isto é, da mesma classe gramatical, que as precedem (-n) ou as sucedem (+n) em um dado dicionário. Então, por

exemplo, a restrição S+7 resume-se a substituir todos os substantivos de um texto pelos sétimos substantivos posteriores a cada um deles em um dado dicionário.

3. Aspectos Metodológicos

Nesta pesquisa, de cunho documental[3], em que os documentos analisados foram as produções escritas realizadas pelos alunos na oficina de Matemática inspirada na Literatura Potencial, empreendeu-se a análise do discurso sob um viés foucaultiano. O que este estudo propõe, como já mencionado, é analisar as discursividades circulantes que se fazem presentes nas escritas dos alunos. Não o que está oculto, não o que está por trás, não o que se queria dizer com aquilo, mas sim, em uma interpretação foucaultiana, “[...] dar conta exatamente disso: [...] de práticas muito concretas, que estão vivas nos discursos”. (FISCHER, 2001, p.199).

Após a explanação das inspirações teóricas utilizadas no estudo, pode-se adentrar na descrição da oficina desenvolvida. Primeiramente, salienta-se que, em decorrência do desgastante período pandêmico, não foi possível desenvolver esta oficina com toda a turma do primeiro ano do Ensino Médio, conforme fora planejado inicialmente. As justificativais para tal são inúmeras: nem todos os alunos têm acesso às ferramentas digitais, vários deles também não dispõem de tempo livre para a respectiva dedicação, a alta demanda de acompanhamentos difucultaria as intermediações da pesquisadora, entre outras. Deste modo, optou-se por empreender a oficina Mateli de Matemática, inspirada na Literatura Potencial,

---

[2] O OuLiPo tem duas linhas de estudo: o Anoulipismo e o Sintoulipismo. O Anoulipismo, baseado na análise, funda-se na constituição de novos textos a partir de outros já existentes; o Sintoulipismo dedica-se à invenção de novas estruturas para orientar a escrita.

[3] Gil (2002, p.45) diz que este tipo de pesquisa “[...] vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados, de acordo com os objetos da pesquisa”.

apenas com uma parcela de 10[4] alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual gaúcha onde a pesquisadora exerce a docência e tem a regência de classe da respectiva turma.

A oficina Mateli foi desenvolvida em período extracurricular, sem qualquer oferta de bonificação aos participantes. Oito encontros síncronos ocorreram quinzenalmente, entre agosto e novembro de 2020, por meio do aplicativo GoogleMeet, e foram realizadas três atividades de escrita de forma assíncrona.

No primeiro encontro síncrono, apresentaram-se o OuLiPo e a proposta. No segundo encontro, foram discutidos os tipos e gêneros de texto e gêneros literários. O terceiro encontro foi destinado ao primeiro exercício de escrita. O quarto, o quinto e o sexto encontros foram reservados para as discussões das tarefas de escrita assíncronas desenvolvidas em cada quinzena específica. O sétimo e o oitavo encontros introduziram os conceitos matemáticos na oficina.

Essas atividades de escrita assíncronas foram planejadas com inspiração na linha anoulipista da Literatura Potencial. Nesta perspectiva, a escrita é realizada utilizando restrições previamente definidas em um texto preexistente – particularmente, no nosso estudo, excertos de um livro. O texto eleito foi o livro *A hora da estrela*, de Clarisse Lispector, um romance modernista e intimista que olha para dentro e tem um apelo social. A respectiva escolha foi feita após uma pesquisa realizada com o público-alvo, em que os participantes, ao responderem um questionário no formulário Google disponibilizado, demonstraram sua preferência por romances veiculados em livros. Então, apoiados em fragmentos extraídos do livro (visto que, pela configuração desta oficina, não foi possível utilizar a obra na íntegra) e em restrições oulipianas do tipo M+/-n (mais especificamente, S+/-n, onde "S" corresponde a substantivos), empreendemos a escrita de Literatura com restrições.[5]

Na primeira atividade de escrita, realizada de forma síncrona, inicialmente, a

[4] Estes 10 alunos foram selecionados por meio de uma sondagem informal com os próprios estudantes, na qual se identificou a preferência de alguns por Matemática e de outros por Português e/ou Literatura. Em decorrência de contratempos pessoais, um destes 10 alunos acabou se desligando do grupo a partir do terceiro encontro virtual.

[5] Ao longo do texto, enfatizamos que a escrita desenvolvida foi inspirada na Literatura Potencial. O viés anoulipista do OuLiPo utiliza textos prontos e já construídos inicialmente por meio de restrições. No entanto, a obra base que utilizamos na oficina não foi originalmente construída com restrições.

pesquisadora demonstrou um exemplo empregando uma restrição (ou *contrainte*) do tipo M+/-n [6]. A uma frase extraída do livro *A Hora da Estrela*, aplicou-se V+1 (verbo mais um). Em suma, esta restrição implica selecionar todos os verbos do texto, parágrafo ou frase e substituí-los pelo primeiro verbo consecutivo após cada um deles em um determinado dicionário. Observemos o exemplo:

Frase base: “Sim, estou apaixonado por Macabéa, a minha querida Maca, apaixonado pela sua feiura e anonimato total pois ela não é para ninguém.” (LISPECTOR, 1998, p.68).

Como mencionado, tomaremos como base a restrição V+1, ou seja, substituiremos todos os verbos da frase pelo primeiro verbo posterior a cada um deles no dicionário. Então, o primeiro passo é identificar, na frase, quais são os verbos e, em seguida, localizar o primeiro verbo após cada um deles no dicionário.

Quadro 1: Verbos existentes na frase base e seus respectivos verbos posteriores.

Verbo[7]	**V+1**
estou= estar	estardalhar
é=ser	seramangar

Fonte: Weyh (2021)

Agora, já podemos reescrever a frase, empregando os novos verbos:

Nova frase: “Sim, estardalhar apaixonado por Macabéa, a minha querida Maca, apaixonado pela sua feiura e anonimato total pois ela não seramangar para ninguém”.

No Quadro 2, podem-se visualizar mais nitidamente as substituições realizadas.

Quadro 2: Frase original e frase reconstruída

Frase original	“Sim, <u>estou</u> apaixonado por Macabéa, a minha querida Maca, apaixonado pela sua feiura e anonimato total pois ela não <u>é</u> para ninguém.” (LISPECTOR,1998,p.72).
Frase reconstruída	Sim, <u>estardalhar</u> apaixonado por Macabéa, a minha querida Maca, apaixonado pela sua feiura e anonimato total pois ela não <u>seramangar</u> para ninguém.

Fonte: Weyh (2021)

Baseado neste modelo de escrita, cada aluno recebeu um documento Word com o seu parágrafo base e a restrição que deveria aplicar. As restrições, distribuídas aleatoriamente, foram S-5, S-4, S-3, S-2, S-1, S+1, S+2, S+3, S+4 e S+5, onde S corresponde a substantivos.

Após as quatro atividades de escrita, introduziram-se os conceitos matemáticos de

[6] M, neste contexto, representa uma classe gramatical, e n, um número.

[7] Observação: como na frase os verbos estão no particípio e no finitivo, é necessário substituí-los pelo modo infinitivo para proceder com a busca no dicionário.

relações e funções de primeiro grau a partir de um paralelo com as restrições, visto que estas podem ser classificadas como relações e também como funções especificamente de primeiro grau. Em dois encontros síncronos, foram feitas estas reflexões, estabelecendo-se as analogias, conforme a descrição abaixo.

Inicialmente, em conjunto, o grupo analisou o Quadro 3.

Quadro 3: Relação entre os nomes dos alunos e suas respectivas restrições utilizadas no decorrer das escritas

Nome do aluno[8]	Substantivos	Restrição
A...	S	A=S+1
D....	S	D=S-1
D...	S	D=S-2
F...	S	F=S+3
J...	S	J=S-3
M...	S	M=S+4
P...	S	P=S-4
R...	S	R=S+5
V...	S	V=S-5

Fonte: Weyh (2021)

No Quadro 3, como se pode observar, constam as iniciais dos nomes dos participantes, os substantivos (S) – a classe gramatical que utilizamos nas produções escritas – e as restrições que cada um aplicou durante o desenvolvimento da oficina.

A seguir, analisamos o Quadro 4, que é extremamente semelhante ao que se apresentou anteriormente. A única distinção existente entre ambos é que, neste, acrescentou-se, nas restrições, o (S) logo após as iniciais dos participantes, ou seja, reformularam-se as restrições matematicamente.

[8] Com o intuito preservar a identidade dos estudantes, neste quadro, expõe-se apenas a letra inicial do nome de cada um dos nove participantes da oficina.

Quadro 4: Reformulação das relações entre os nomes dos alunos e suas respectivas restrições utilizadas no decorrer das escritas

Nome do aluno	Substantivos	Restrição
A...	S	A(S)=S+1
D....	S	D (S)=S-1
D...	S	D (S)=S-2
F...	S	F(S)=S+3
J...	S	J(S)=S-3
M...	S	M(S)=S+4
P...	S	P(S)=S-4
R...	S	R(S)=S+5
V...	S	V(S)=S-5

Fonte: Weyh (2021)

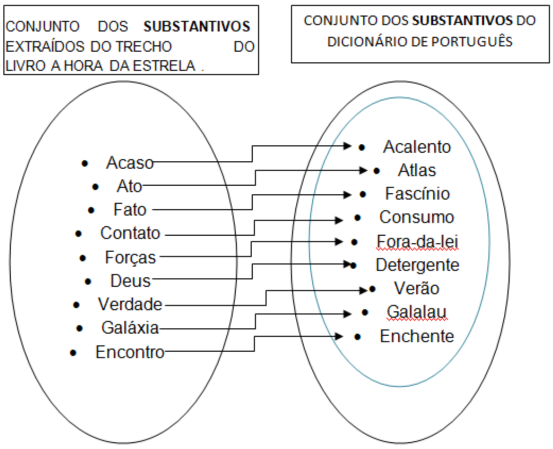
Após a análise destes dois quadros, discutimos, refletimos e concluímos que cada uma das restrições utilizadas no decorrer da oficina pode também ser entendida como uma relação matemática. Apesar de termos empregado substantivos, poderíamos ter usado adjetivos, verbos ou até mesmo números, por exemplo. Se tivéssemos, em vez de substantivos, utilizado números, recairíamos em relações matemáticas.

Durante as tarefas de escrita, selecionavam-se, a partir de uma análise sintática, todos os substantivos existentes nos trechos extraídos da história *A hora da estrela*. Assim, nestas situações, o conjunto de saída é representado pelo conjunto dos substantivos (S) extraídos do livro. Com os substantivos identificados, buscavam-se, de acordo com cada restrição, os substantivos anteriores ou posteriores no dicionário de português. Para estas circunstâncias, o conjunto dos substantivos do dicionário configuram-se como o conjunto de chegada. Por exemplo, no caso da participante "P" da oficina, a restrição empregada foi S-4. Então, a partir do seguinte parágrafo, selecionaram-se todos os substantivos (exceto substantivos próprios), que foram dispostos no conjunto dos substantivos extraídos de um excerto do livro *A hora da estrela* (conjunto de saída).

> Quanto a mim, só me livro de ser apenas um acaso porque escrevo, o que é um ato que é um fato. É quando entro em contato com forças interiores minhas, encontro através de mim o vosso Deus. Para que escrevo? E eu sei? Sei não. Sim, é verdade, às vezes também penso que eu não sou eu, pareço pertencer a uma galáxia longínqua de tão estranho que sou de mim. Sou eu? Espanto-me com o meu encontro. (LISPECTOR, 1998, p.37).

Para cada um destes substantivos, buscaram-se os quartos substantivos anteriores no dicionário de português, também representados, a seguir, no conjunto de chegada.

Figura 2: Exemplo de relação construída a partir das restrições do tipo S-4

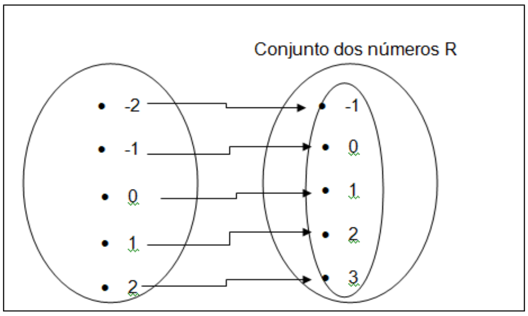


Fonte: Weyh (2021)

Observe-se que, no conjunto de chegada, composto por todos os substantivos do dicionário de português, há ainda um conjunto menor, onde estão contidos somente os primeiros substantivos posteriores a cada um que está representado no conjunto dos substantivos extraídos do trecho do livro *A hora da estrela*.

No entanto, considere-se agora que S (substantivos) será substituído por x e que x serão números pertencentes ao conjunto dos números reais. Se tomarmos, por exemplo, x como - 2, -1, 0, 1, 2, e considerarmos a relação x+1, onde estes valores serão levados? (Os alunos responderam a questão, e então se apresentou o diagrama ilustrado na Figura 3).

Figura 3: Exemplo de relação numérica



Fonte: Weyh (2021)

Logo, podemos dizer que, na Figura 3, representamos uma relação matemática por meio de um diagrama de flechas, semelhantemente ao que se apresentou com os substantivos. Então, pode-se entender que relação é quando há uma associação entre dois conjuntos quaisquer, sendo que estes conjuntos podem ser compostos por substantivos, verbos, figuras geométricas, números, etc.; a relação matemática, em especial, ocorre quando há esta correspondência entre dois conjuntos exclusivamente numéricos.

No exemplo da Figura 3, podemos dizer que o primeiro conjunto, o conjunto de saída, composto por {-2,-1,0,1,2}, se denomina DOMÍNIO. O segundo conjunto, dito conjunto de chegada, composto por todos os números reais, é o CONTRADOMÍNIO. Os elementos do segundo conjunto que estão associados ao primeiro conjunto, isto é {- 1,0,1,2,3}, representam o conjunto IMAGEM da relação.

Em algumas situações, como é o caso desta, as relações podem também ser denominadas funções. Para que uma relação seja função, ela precisa atender a duas condições: a) todos os elementos do primeiro conjunto (domínio) devem estar associados a um elemento do segundo conjunto (contradomínio); b) cada elemento do primeiro conjunto deverá estar associado a um único elemento do contradomínio, dito como imagem, ou, em outras palavras, cada elemento do domínio deverá ter uma única imagem. Se satisfeitas estas condições a e b, a relação é dita função.

Como se pode observar, no caso exposto na Figura 3, temos uma FUNÇÃO. Todos os elementos do domínio possuem um correspondente no contradomínio, e, mais que isso, cada elemento do domínio possui uma única imagem contida no contradomínio.

Então, conforme foi visto, uma função é uma relação em que todos os elementos do domínio estão associados a uma única imagem. Estas funções podem ser de vários tipos, como, por exemplo, de primeiro grau, de segundo grau, modular, exponencial, logarítmica, etc. Uma função de primeiro grau, também conhecida como função afim, é definida como $f(x)=ax+b$, onde “a” pertence ao conjunto dos números reais, é diferente de zero e é denominado coeficiente angular. Por sua vez, “b” também pertence aos reais e pode ser reconhecido como coeficiente linear. Quando b é zero, a função de primeiro grau é dita linear. Se, na função linear, a for igual a 1, teremos ainda uma função identidade.

Deste modo, $f(x)=x$, $f(x)=x+1$ e $f(x)=x-1$ são exemplos de funções de primeiro grau. As restrições utilizadas nos exercícios de escrita da oficina podem ser classificadas como funções de primeiro grau? Por quê? Segundo os alunos, as restrições podem ser, sim, classificadas como funções de primeiro grau, pois *“correspondem a todas as características expostas. É da forma ax+b e no lugar de x botamos o S de substantivo”*.

Assim, apresentaram-se estes conteúdos (relações e funções) de outra maneira, diferente da que é abordada nos livros.

4. Considerações finais

Por meio desta experimentação e dos documentos produzidos na oficina Mateli, foi possível inferir que os alunos foram mobilizados a pensar, sentir e, portanto, experimentar. Puderam, de um modo distinto do convencional, aprender relações matemáticas e funções especificamente de primeiro grau por intermédio da escrita literária, com base na célebre obra clariceana *A hora da estrela*. O excerto da fala de um dos oficineiros, apresentado a seguir, evidencia o quanto a escrita o afetou:

> *A escrita me proporcionou um sentimento de curiosidade e ao mesmo tempo incertezas, pois, como podemos analisar neste parágrafo, há várias palavras e argumentos curiosos e com diversos significados, alguns um pouco estranhos, mas o que pode significar muito. Gostaria de aprofundar mais os meus conhecimentos neste meio, por isso, acho importante a leitura e a escrita. Foi uma experiência favorável e muito proveitosa, me proporcionou novos conhecimentos e, principalmente, novas experiências de estudo (ALUNO H).*

Percebe-se que o aluno H, ao ser afetado pela escrita de Literatura com restrição, experimentou e sentiu, criando-se possibilidades de ele se modificar. Portanto, pela prática de escrita, ele pode tornar-se outro tipo de sujeito. Segundo Foucault (2010, p.87), "[...] esse é, penso eu, um dos mais fundamentais elementos ou temas dessa prática de si".

Além do mero conhecimento matemático, a oficina Mateli oportunizou momentos de reflexão e meditação. Mais ainda, possibilitou colocar-se no lugar do outro para reconhecer as mazelas sociais brasileiras, que, apesar de distantes do respectivo público-alvo, ainda excluem e marginalizam um considerável número de brasileiros e brasileiras diariamente. Em vista disso, um dos participantes destacou o seguinte:

> *Eu acho que a Macabéa sofreu muito durante a vida toda dela, sem ter atenção de muitas pessoas, sendo uma pessoa excluída. Ela só foi reconhecida na hora da morte dela, onde todos queriam abraçar ela, dar apoio pra ela, mas não adiantava mais. Eu acho, assim, que nós temos que dar atenção pros nossos pais, irmãos, amigos enquanto eles estiverem vivos, porque, depois que eles morrerem, não adianta mais querer chorar e jogar flores no túmulo deles. Dê mais atenção aos outros, não pense só em você. (ALUNO C).*

Para finalizar, trazem-se as palavras de Lispector (2020, p.90): "não estou aqui porque quero lhe dar lições, se não fosse por outros motivos, porque também eu estou aprendendo, com dificuldade. Mas já existem demais os que estão cansados". Não queremos mostrar o "modo certo", a "melhor maneira", a "solução do ensino de relações", mas compartilhar nosso estudo, esperando que este possa desacomodar, inquietar, inspirar ou causar estranhamento, ou seja, tornar a calmaria das certezas um alto-mar revolto no dia de temporal.

Referências

CASTRO, E. **Vocabulário de Foucault.** Tradução de Ingrid Müller Xavier. Belo Horizonte: Autêntica, 2009

FOUCAULT, M. **A hermenêutica do sujeito** / Michel Foucault: edição estabelecida sob a direção de François Ewald e Alessandro Fontana, por Frédéric Gros ; tradução Márcio Alves da Fonseca. Salma Tannus Muchail. 3 ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.

FISCHER, Rosa Maria Bueno. Foucault e a análise do discurso em educação. In. **Cadernos de Pesquisa** (Fundação Carlos Chagas), São Paulo. v. 114, p. 197-223, 2001. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/cp/n114/a09n114.pdf . Acesso em 19 mai.2020.

FUX, J. **A matemática em Jorge Luis Borges e Georges Perec**: um estudo comparativo. 2010. 249 f.Tese (Doutorado em letras)—programa de Pós-Graduação em estudos Literários, Universidade Federal de Minas Gerais UFMG e à *Université Charles-de-Gaulle –Lille 3*. Belo Horizonte, 2010.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LISPECTOR, C. **A Hora da Estrela.** Rio de Janeiro: Rocco, 1998.

LISPECTOR, C. **Uma aprendizagem ou o livro dos prazeres**. Rio de Janeiro: Rocco, 2020.

QUENEAU, R., et.al. **Oulipo: Ejercicios de Literatura Potencial**. Buenos Aires: Caja Negra Editora, 2016.

Os Meios Semióticos mobilizados em uma situação do contexto da *Early* Álgebra

Semiotic Means Mobilized in a Situation in the Context of Early Algebra

Renata Aparecida de Faria
rafrenata73@gmail.com

Resumo
O presente artigo apresenta o recorte de uma investigação a respeito da mobilização e/ou produção de meios semióticos em uma situação proposta no contexto da *Early* Álgebra denominada "Quantos telefonemas"? A pesquisa está fundamentada nos pressupostos teóricos e metodológicos da Teoria da Objetivação (TO), proposta por Luis Radford. A TO se insere enquanto teoria de ensino e aprendizagem de matemática a partir de uma abordagem semiótica com enfoque sociocultural. Os objetivos da pesquisa são os meios semióticos mobilizados na situação e indícios de características do Pensamento Algébrico. Na busca por evidências, o conceito de multimodalidade proposto por Ferdinand Arzarello veio contribuir para a análise dos diferentes meios semióticos (gestos, artefatos, representações) produzidos por estudantes de 6º ano de uma escola da Rede Pública, situada no Norte do estado do Paraná. Considerando as interações dialéticas entre estudantes e pesquisadora e a mobilização e/ou produção dos meios semióticos, inferimos que existe articulação com a noção de multimodalidade~~,~~ além da relação entre variáveis característica do Pensamento Algébrico .

Palavras-chave: Teoria da Objetivação; Covariação, Multimodalidade

Abstract
This article presents an excerpt from an investigation about the mobilization and/or production of semiotic means in a situation proposed in the context of Early Algebra called "How many phone calls"? The research is based on the theoretical and methodological assumptions of the Theory of Objectivation (OT), proposed by Luis Radford. OT is inserted as a theory of teaching and learning mathematics from a semiotic approach with a sociocultural focus. The research objectives are the semiotic means mobilized in the situation and evidence of characteristics of Algebraic Thought. In the search for evidence, the concept of multimodality proposed by Ferdinand Arzarello contributed to the analysis of different semiotic means (gestures, artifacts, representations) produced by 6th grade students at a public school, located in the north of the state of Paraná. Considering the dialectical interactions between students and researcher and the mobilization and/or production of semiotic means, we infer that there is articulation with the notion of multimodality, in addition to the relationship between variables characteristic of Algebraic Thought.

Keywords: Objectification Theory; Covariation, Multimodality

Introdução

O desenvolvimento do Pensamento Algébrico é tema de inúmeras pesquisas no âmbito da Educação Matemática. A *Early* Àlgebra desponta no início dos anos 2000 em resposta ao ensino e aprendizagem da Álgebra escolar. Apresentar aos estudantes do Anos Iniciais situações que promovam características do Pensamento Algébrico como a busca por regularidades, relação entre variáveis, conceber quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas, é o que objetiva a *Early* Álgebra.

Nesse trabalho apresentamos um segmento de pesquisa de doutorado em andamento, a respeito dos meios semióticos mobilizados por estudantes, diante de uma situação da *Early* Álgebra cuja questão investigativa é: Como emergem os elementos da Teoria da Objetivação em uma situação do contexto da *Early* Álgebra?

A escolha da Teoria da Objetivação se justifica por ser uma teoria com abordagem semiótica, em que os signos são considerados meios semióticos que possibilitam a atualização, materialização do saber (potencialidade) em conhecimento. Consideramos que situações do contexto da *Early* Álgebra permitem a multiplicidade de representações, dentre outros meios semióticos. A noção de Multimodalidade se coaduna com os pressupostos teóricos da Teoria da Objetivação, permitindo uma análise mais criteriosa.

Early Álgebra :Um pouco do início e considerações

Aproximadamente até a 12º ICMI em 2001 realizada na Austrália, as pesquisas relacionadas à *Early* Álgebra tendiam a investigações quanto aos conteúdos contemplados nessa fase. Nos anos posteriores o campo de estudo da Álgebra Inicial foi sendo delineado até o momento presente. A partir de diferentes investigações de educadores matemáticos surgem alternativas de conceituar a área de Álgebra Escolar. Parte considerável deste trabalho emana do *Early Álgebra Research Group* apoiado pelo Departamento de Educação dos EUA no início e meados dos anos 90 (Kaput et al. 2008), bem como as iniciativas do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM, 2000). Reflexões sobre o interesse internacional mais amplo nesse campo emergente foram também indicadas por alguns dos trabalhos apresentados nas conferências do Sociedade de Pesquisa em Educação Matemática e de Psicologia da Educação Matemática (PME).

Das investigações ocorridas nestes eventos, surge uma das caracterizações do Pensamento Algébrico cuja ênfase é a expressão da generalidade. Em contraste com o ensino tradicional de Álgebra por volta dos 12/13 anos, a proposta da *Early* Álgebra concentra-se em crianças de 6 a 12 anos. Uma das justificativa dos pesquisadores (Kieran ,1992) foi que estudantes de 12 a 15 anos apontaram algumas das dificuldades na “transição“ da aritmética para o raciocínio algébrico, ou seja, quando os alunos experimentam Álgebra pela primeira vez nos anos finais do *Elementary School* e *High School*.

Além da faixa etária mais jovem nesse corpo de trabalho há uma mudança sutil na ênfase da caracterização tradicional da Álgebra - centrada no conteúdo- para a promoção dos processos e representações do raciocínio matemático que pareceriam apropriados para crianças pequenas, bem como para a natureza das primeiras atividades de Álgebra.

Carraher et al. (2007) ressaltam que a *Early* Álgebra não significa simplesmente o ensino da Álgebra mais cedo, é antes uma nova abordagem que envolve uma mudança conceitual. Isso não significa que todas as ideias, conceitos e técnicas aritméticas sejam manifestamente algébricas, mas que são potencialmente algébricas, e tampouco que a aritmética deva ser preterida, ou que devam ser ensinados conteúdos de séries subsequentes, e sim que a partir dos conteúdos dos anos iniciais integrar e destacar os aspectos algébricos. Esta perspectiva impele-nos a considerar que os tópicos ou conceitos isolados da aritmética podem fazer parte de ideias e conceitos mais gerais e abstratos (MESTRE,2014. p.11).

Ressaltamos que para os pesquisadores, a *Early* Álgebra não deve ser considerada uma ponte entre a aprendizagem da álgebra antes da aritmética, pois consideram a aritmética como sendo inerente ao Pensamento Algébrico e tampouco o ensino de equações e /ou expressões algébricas para alunos da Educação Infantil.

Teoria da Objetivação (TO): alguns pressupostos

As teorias de abordagens socioculturais como é o caso da TO considera que "(...) os seres humanos são consubstanciados com a cultura na qual vivem e não relacionados a ela simplesmente "(MORETTI, CEDRO,2017, p.231). Segundo Radford (2018) os processos de objetivação são sociais na medida em que o estudante é apresentado de modo gradual e crítico, a formas de ação e pensamento histórica e culturalmente constituídas.

> (...) a dimensão social não é mediadora da aprendizagem. É parte integrante do aprendizado. A dimensão social, a dimensão da transformação de alunos e professores, é um fim em si mesma (RADFORD,2020, p.31).

Desse modo, na concepção epistemológica da Teoria da Objetivação os processos de ensino e aprendizagem de matemática são vistos como um produto cultural decorrente da atividade humana com a criação dos Sistemas Semióticos de Significação Cultural (SSSC) como o desenvolvimento da Álgebra, por exemplo. formas de produção de saberes e de colaboração humana estão relacionadas respectivamente ao Processo de Objetivação (Saber/Conhecimento) e de Subjetivação (Ser/Subjetividade).

Para a Teoria da Objetivação o conhecimento parte da concepção materialista-dialética baseado na distinção entre duas categorias ontológicas aristotélicas , que embora relacionadas são diferentes: potência e atos. A distinção entre os conceitos chaves de saber e conhecimento, segundo o autor é que "o saber é potencialidade cultural, potencialidades (de algo que pode acontecer), de pensar o mundo e que serão atualizadas pelo conhecimento através da prática social (ato)". (RADFORD,2015,p.252).

A atividade na TO é o Labor Comum que envolve estudantes e professores em um movimento contínuo, dinâmico, singular. Esse movimento, por vezes, é envolvido por tensões provocadas pelas relações dialéticas entre Saber/Conhecimento e Ser/Subjetividade, reforçando que os processos de objetivação e subjetivação são simultâneos (RADFORD,2017,2018,2020).

Morey (2020, p.61) destaca que para a Teoria da Objetivação o conhecimento é a materialização do saber implicando em: a) o saber como entidade geral; b) o processo pelo qual o saber se atualiza ou materializa; c) o conhecimento como a materialização ou atualização do saber, como por exemplo (...) "no caso da aritmética, esses processos podem ser de reflexão, expressão e ação que emergiram na Mesopotâmia a partir de atividades humanas específicas, como contagem de gado ou grãos ou medição de campos." (Radford, 2017, p.101)

A aprendizagem não consiste em construir ou reconstruir um conhecimento, mas sim na significação dos objetos matemáticos em decorrência do conhecimento "depositado" nos artefatos e das interações sociais . Ocorre a conscientização a respeito de "algo" já existente ,"algo" potencial e que em outros contextos históricos e sociais os diferentes sistemas semióticos de significação culturais foram legitimados e ressignificados.

Na Teoria da Objetivação a semiótica desempenha papel fundamental, pois possibilita os processos de significação nos quais se lançam os estudantes quando procuram compreender as formas de raciocínio matemático histórico e culturalmente constituído. Segundo (Radford, 2015), a Semiótica permite compreender que tais processos não são realizados simplesmente por meio do simbolismo matemático (...) nesses processos intervém outros tipos de signos, como os gestos, as palavras, a entonação, o ritmo e outros signos corporais, enquanto meios semióticos de objetivação.

Para a TO, o signo tem importância como elemento de entrelaçamento entre o objetivo e o subjetivo, pois é considerado [...] simultaneamente subjetivo (no sentido de que é produzido por um indivíduo e expressa as suas intenções) e objetivo (no sentido de que a expressividade do signo está inserida num sistema cultural de expressões e valores). (RADFORD apud PAIVA, 2019,p.39). A noção de signo assumida pela TO é a proposta por Vygotsky que enfatiza o papel funcional dos signos – não meros auxiliares para executar uma tarefa ou resolver um problema-, mas sim (...) como ferramenta psicológica e mediadora cultural (MOREY, 2020, p.53).

Nesse sentido, o aspecto semiótico relaciona a objetivação a partir do processo social de tomada de consciência, de algo que não era “notado”, e a subjetivação como indissociável da objetivação enquanto ação contínua e histórica de criação do eu, do ser social, a instanciação do ser , de cada indivíduo em formação, em constante mudança. Durante o processo educativo a subjetivação pode passar desapercebida, ou não ser considerada relevante para o ensino e aprendizagem de matemática, sendo um processo. caracterizado por idiossincrasias e reflexões.

O destaque na dinâmica da sala de aula , sob o enfoque da Teoria da Objetivação, é o conceito de Atividade. Conforme Radford (2017,p.255) o conceito se reconceitualiza como o trabalho conjunto, para trazer à tona a importância ontológica e epistemológica da Atividade como uma forma de vida.

Multimodalidade

O conceito de multimodalidade surgiu no campo neurocientífico para indicar uma característica da cognição humana, oposta à “modularidade” e enfatizando uma profunda integração entre aspectos que tradicionalmente eram considerados como neuronais separados, como ação e percepção (SABENA,2018, p.187). O termo é utilizado além do contexto educacional - como no campo da comunicação -, em referência às múltiplas maneiras que podemos explorar para comunicar e expressar significados aos nossos interlocutores: palavras, sons, imagens e assim por diante.

> (...) há uma variedade de recursos semióticos usados por estudantes e professores, como gestos, olhares, desenhos e modos extralinguísticos de expressão e a maneira pela qual esses diferentes registros são ativados é multimodal (ARZARELLO, 2009, p.101).

Inspirado na Teoria da Objetivação de Radford, a partir da variedade de signos mobilizados durante a aula de Matemática, Ferdinand Arzarello propões a noção de Pacote Semiótico (*Semiotcs Bundle*) que consiste em uma ferramenta de microanálise para processos dinâmicos que envolvem vários sinais a partir das análises sincrônica e diacrônica. As questões de pesquisa propostas pelo Pacote Semiótico, são referentes às diferentes relações que podem existir entre recursos semióticos utilizados durante a atividade matemática da sala de aula (SABENA, KRAUSE, MAFFIA 2016, p.22).

Segundo Sabena (2018) o termo multimodalidade despontou em pesquisas no ensino de matemática para se referir à relevância e coexistência mútua de uma variedade de aspectos cognitivos, materiais e perceptivos de modalidades ou recursos presentes no processo de ensino e aprendizagem de matemática : a comunicação simbólica oral e escrita, bem como desenho, gestos, manipulação de artefatos físicos e eletrônicos e vários tipos de movimento corporal (ARZARELLO, 2009, p. 91-92).

A questão da multimodalidade se torna fundamental, ao considerarmos a totalidade de meios semióticos mobilizados que permeiam o contexto de uma aula de Matemática, sob o prisma de abordagens semióticas.

Os meios semióticos de acordo com a Teoria da Objetivação permitem a atualização/ materialização do saber (potencialidade) em conhecimento . Como vimos na da situação "Quantos telefonemas"? desenvolvida com os estudantes do 6TA , a utilização s recursos semióticos foi múltipla e singular. O aspecto multissemiótico se refere "à diversidade de recursos semióticos que são ativados ou mobilizados na atividade matemática e, claro, está em estreita conexão com o pensamento multimodal" (VERGEL, 2018, p.97).

Metodologia

A pesquisa apresentada é considerada qualitativa-descritiva, cujas características, segundo Ludke e André (2013), consistem na utilização do ambiente natural como fonte direta de coleta de informações, na predominância descritiva das informações, no destaque maior ao processo do que ao produto e tem o pesquisador como instrumento fundamental para esta coleta.

A metodologia escolhida veio ao encontro do referencial teórico e dos objetivos da pesquisa, na investigação de indícios dos processos de objetivação e subjetivação e de uma característica do Pensamento Algébrico - a covariação - na situação proposta.

Adotamos os meios semióticos, que na Teoria da Objetivação são essenciais na materialização do saber em conhecimento, enquanto ferramenta de análise das informações relacionados à noção de Multimodalidade.

A situação proposta, intitulada “Quantos telefonemas”?, foi apresentada aos estudantes na última quinzena de novembro de 2019, em uma escola da Rede Pública de Ensino, de uma cidade do Norte do Paraná-Brasil. Ressaltamos que a pesquisadora também era professora de Matemática da turma, e a investigação foi conduzida com estudantes do 6ª ano do Ensino Fundamental Anos Finais.

O desenvolvimento da proposta ocorreu durante 3 (três) aulas de 50 minutos cada, em uma turma (denominada 6TA) composta por 31 estudantes. Os estudantes tinham idades entre 10 e 11 anos e trabalharam em grupos -totalizando 8 (oito) grupos -compostos de 2 (dois) a 4 (quatro) integrantes. A escolha dos grupos ficou por conta dos estudantes, cujo critério estabelecido pela pesquisadora foi ter no máximo 4 (quatro) estudantes por grupo. A pesquisadora sugeriu que os estudantes poderiam se reunir nas mesas do pátio da escola, por ser um local maior e arejado, com boa iluminação e quadro de giz, o que foi aceito por todas as turmas. A recolha das informações ocorreu por meio de fotos, gravações em áudio com aparelhos *smartphones* , além de anotações em diários da pesquisadora e protocolos dos grupos.

A atividade proposta “Quantos telefonemas”? foi adaptada de Canavarro (2007, p. 82), e entregue aos estudantes em uma folha de sulfite:

Quadro 1: Situação “Quantos telefonemas”?

Considere que 5 amigos desejam ligar uns para os outros para desejar Feliz Ano Novo. Quantas ligações podem ser feitas?

Adaptado Canavarro (2007)

A pesquisadora indicou que os grupos poderiam escolher desenvolver a proposta na mesma folha. Inicialmente, a resolução de muitos grupos foi a quantidade de 5(cinco) telefonemas como resolução da situação. Alguns grupos , refizeram a proposta com a utilização de diferentes artefatos: papéis coloridos, cola, tesouras, copos de plástico, pedaços de papelão, lápis de cor, canetas diversas e tintas.

No presente artigo, optamos por indicar a resolução de 4 (quatro) grupos denominados G1, G2, G3 e G4 analisando diversos meios semióticos mobilizados- nas representações apresentamos protocolos também dos grupos G5, G6 e G7-, e interações dialógicas entre os envolvidos: pesquisadora (P) e estudantes nomeados pela inicial(ais) do nome.

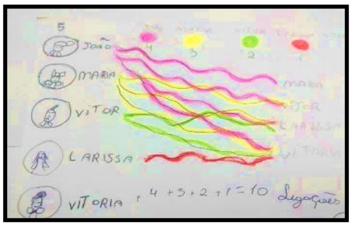
Análise das informações e discussões

A maneira como uma situação em uma aula de matemática pode ser significada pelos estudantes , se relaciona com os meios semióticos mobilizados sejam em ações corporais, artefatos e/ou representações . Relembramos que para a Teoria da Objetivação, de acordo com Gomes (2016), os meios semióticos são consubstanciais ao processo de pensar. Apresentamos a seguir inferências quanto aos meios semióticos mobilizados pelos grupos- gestos, artefatos, posturas e representações- a partir de recortes das interações dialógicas , protocolos dos grupos e fotos.

Gestos

Em cada grupo, verificamos que um dos meios semióticos mais utilizados foram os gestos denominados - **dêiticos** - ou seja, gestos que indicam um objeto o evento cuja interpretação dependendo do contexto em questão. Quando a estudante M do grupo G2 mostra no modelo construído, que o copinho de plástico (Figura 5) contém a quantidade de fichas referentes aos telefonemas de cada pessoa e as “ linhas “ coloridas , ela recorre aos gestos dêiticos como forma de legitimar a nova resolução composta de desenhos, linhas coloridas algoritmo de adição (Figura 1).

Figura 1: Resolução da situação



Fonte: protocolo G2

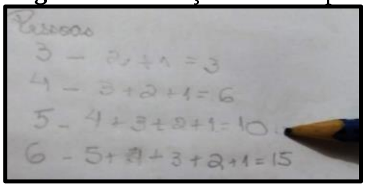
Figura 2: Gesto Estudante M

Fonte: protocolo G4

Outra indicação é da estudante Ca (G4) ao dramatizar -com apertos de mão como analogia a quantidade de telefonemas- (Figura 3) , utiliza o gesto dêitico de apertar as mãos para reforçar suas interações com outros integrantes do grupo e / ou com a pesquisadora.

Segundo Vergel (2018) o gesto como um meio semiótico de objetivação desenvolve um papel importante na expressão das intencionalidades dos sujeitos e seu processo de conceitualização. Destacamos também os gestos dêiticos realizados com o uso do lápis na identificação das variáveis (pessoas e telefonemas) , por exemplo a estudante E do grupo G2 , que sublinha a frase *Daí foi "ligando" cada pessoa e a cor com quem ia falar* (...) com o lápis de escrever e indica a resolução do algoritmo 4+3+2+1 para as 5 (cinco) pessoas da situação (Figura 3).

Figura 3: Indicação com o lápis



Fonte: protocolo G2

Os gestos mobilizados pelos estudantes da turma 6TA - sob a ótica de ações multimodais-, se articulam com as resoluções, os diálogos e os conflitos decorrentes das interações entre os integrantes dos grupos (...) ou seja, o conjunto de linguagens faladas, prosódicas, atividade entonacional, gestual, postural e facial em que os participantes se envolvem quando 'conversam' (CALBRIS, 2011, p. 2 apud SABENA, 2018, p.187).

Postura, olhares e ritmos

Além dos gestos, destacamos outros meios semióticos como a entonação vocal, ritmo, olhares entre os integrantes do grupo com o próprio grupo, com outros estudantes e com a pesquisadora. Por ser natural das interações humanas a expressividade de emoções e sensações por meio de olhares, postura corporal , entonação vocal , às vezes no processo educativo , esses elementos podem parecer intuitivos e descaracterizados de qualquer relação com a aprendizagem.

A pausa na fala do estudante Do (grupo G1) indica a percepção- que seria confirmada na aula posterior -, de que a utilização do artefato lápis de cor não corresponderia a resolução correta. O olhar para a validação de uma ideia também se fez presente entre os integrantes do grupo G1,como por exemplo o estudante Di ao identificar a insegurança do colega Do ao olhar o mesmo e prontamente dizer (...) *se as outras pessoas seguissem a lógica, a pessoa azul ia acabar ligando pra ela mesma.*

A entonação vocal como meio semiótico é percebida quando a estudante E (grupo G2) dá ênfase a palavra *uma*, para indicar que ao considerar outras quantidades de pessoas não seria somente somar mais uma (1) pessoa. O ritmo , seja da voz acompanhado de gestos, artefatos dentre outros meios semióticos ,auxiliam no entendimento conceitual. O ritmo cadenciado que a estudante Ca utiliza para mostrar a pesquisadora a relação entre as várias pessoas nominadas e os respectivos telefonemas (...)*Ana liga pra três (3) João , Camila e Pedro , João liga duas vezes: Camila e Pedro , a Camila só uma vez pro Pedro e o Pedro não precisa ligar pra ninguém , porque já falou com todo mundo!!* .Segundo os pressupostos da TO, esses meios semióticos corporais auxiliam na materialização do saber- no caso da proposta "Quantos telefonemas"?-,uma das características do Pensamento Algébrico, a covariação.

Artefatos

A Teoria da Objetivação apresenta a tríade Sistema Semiótico de Significação Cultural, Atividade e Pensamento como inerente os processos de objetivação e subjetivação.

O Pensamento é mediado pelos meios semióticos em que os artefatos são utilizados de maneiras distintas na materialização dos objetos matemáticos, ou seja, enquanto mediadores do saber em conhecimento. Pedras, réguas de cálculo, ábaco são exemplos de artefatos produzidos e utilizados em diferentes contextos históricos e culturais. Segundo Radford (2005) é que além do pensamento ser mediado pelo corpo, artefatos e signos, ele também se localiza *no* corpo, *nos* artefatos e *nos* signos.

Um dos meios semióticos mobilizado por alguns grupos da turma 6TA, foram os modelos (artefatos) referentes a situação "Quantos telefonemas"? Recordamos que a ideia da construção de modelos surgiu espontaneamente por iniciativa do grupo G1 ao utilizar lápis de cor para resolver a situação. Apesar, de no decorrer da resolução o grupo G1 (Figura 4) não ter dado continuidade a ideia, foi a partir do ocorrido que a pesquisadora sugeriu a utilização de materiais diversos nas aulas posteriores.

Figura 4: Artefato com lápis de cor

Figura 5: Artefato com copos plásticos

Figura 6: Artefato com fichas de cartolina

Fonte: fotos grupos G1. G2 e G3

Consideramos esses modelos como artefatos que mediaram o pensamento no sentido proposto pela TO. Quando a estudante E do grupo G2 diz que *No primeiro copo são quatro (4) fichas , depois vai diminuindo* (Figura 5) , ao utilizar o artefato (modelo em que cada copinho de plástico representa uma pessoa e as fichas de papel a quantidade de telefonemas) a noção de relação entre as variáveis telefonemas / pessoas , se evidencia. Outro artefato seriam as fichas confeccionada pelo grupo G3 (Figura 6), que a princípio indicaria a quantidade de ligações em cada retângulo desenhado na cartolina.

Os artefatos produzidos pela turma do 6TA apresentaram (além da possibilidade de objetivação e subjetivação) diferentes propósitos. No grupo G2 o modelo com os copinhos plásticos e fichas, funcionaram como uma extensão para a resoluçao (Figura 5) com os desenhos, linhas coloridas e algoritmo. O grupo G1 ao utilizar os lápis de cor criou um conflito inicial quanto ao total de ligações -25 telefonemas- entre os integrantes do grupo ,sendo descartada a ideia do uso dos lápis. Já no grupo G3 o artefato (fichas + retângulos na cartolina) auxiliou na resolução da solução proposta, porém foi utilizado como um rascunho para a elaboração da resolução seguinte (Figura 7).

De acordo com Nemirovsky (2003, p. 108) (...)” Aprender uma abordagem diferente para o que parece ser a "mesma" ideia, longe de ser redundante, muitas vezes requer um engajamento de recursos perceptuo-motores completamente diferentes”. Desse modo , consideramos os artefatos enquanto um recurso multimodal ao estar integrado aos gestos e outros meios semióticos.

Desenhos, esquemas, algoritmos : as representações

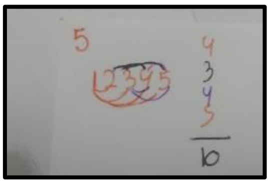
Um dos meios semióticos mais utilizados por estudantes e professores durante uma aula de Matemática- independentemente do nível de ensino-, são as representações.

Situações do contexto da Álgebra escolar de modo geral e aqui especificamente da *Early* Álgebra, possibilitam a mobilização e/ou produção de representações, pelo fato do Pensamento Algébrico possuir características abrangentes. A diversidade e criatividade de representações na resolução da situação “Quantos telefonemas”? pelos estudantes do 6TA, vem ao encontro do que afirma Goldin

> Uma representação pode (...), por exemplo, agir em lugar de, ser interpretado como, corresponder, denotar, retratar, encarnar, codificar, evocar, rotular, ligar, significar, produzir, assemelhar, servir como metáfora, substituir ou simbolizar o elemento representado (GOLDIN,2002, p.208).

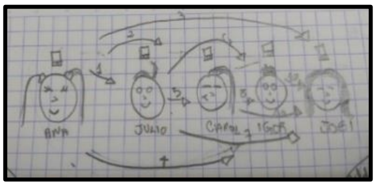
Enquanto meio semiótico, iremos denominar aqui as representações mobilizadas em Representações Regulares (RR) e Representações Idiossincráticas (RI). Consideramos que as Representações Regulares (Figuras 7 e 11) são aquelas de utilização recorrentes em outras situações matemáticas, ou seja, representações descritivas escrita, tabular, gráfica, aritmética, algébrica. As Representações Idiossincráticas (Figuras 8, 9, 10 e 12) são produzidas pelos estudantes de maneira singular como: desenhos, diagramas, esquemas e são construídas pelos estudantes, à medida que resolvem problemas e investigam ideias matemáticas.

Figura 7: RR



Fonte: Protocolo G5

Figura 8: RI



Fonte: Protocolo G6

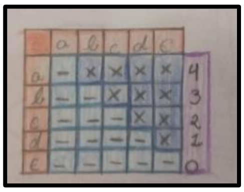
Figura 9: RI

Fonte: Protocolo G4

Figura 10: RI

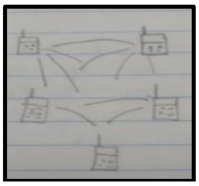
Fonte: Protocolo G3

Figura 11: RR



Fonte: Protocolo G7

Figura 12: RI



Fonte: Protocolo G1

Segundo Mestre (2014, p.44) as representações idiossincráticas “[...]podem desempenhar um papel bastante importante ajudando os estudantes na compreensão e na resolução de problemas, e proporcionando formas significativas para registrar um método de resolução e para o descrever a outros”.

Considerações finais

O objetivo desse trabalho foi verificar a mobilização dos meios semióticos integrados a noção de multimodalidade em uma situação da Álgebra, sob o referencial da Teoria da Objetivação. Identificamos que a situação proposta pela *Early* Álgebra permitiu o desenvolvimento de uma característica do Pensamento Algébrico – a relação entre variáveis- com estudantes dos Anos Inicias do Ensino Fundamental II, possibilitou a mobilização de múltiplos meios semióticos como artefatos, gestos, representações regulares e idiossincráticas.

Inferimos que os nós semióticos, ou seja , a união de dois ou mais meios semióticos, ocorreram no grupo G2 e G4. No grupo G2, percebemos o nó semiótico , como uma evolução das representações idiossincrática (Figura 1) para o artefato (Figura 5) o modelo com copos de plástico, fichas de papel, indicações gestuais e a representação regular -algoritmo- (Figura 3) . O grupo G4 se valeu de meios semióticos corporais como olhares, ritmo, gestos, dramatização (Figura 3), indicações com lápis, produção de representações idiossincráticas (Figura), o que permitiu a evidência de um nó semiótico.

Já no grupo G3, o modelo de fichas e com retângulos (Figura 6) desenhados na cartolina gerou um desacordo sobre a eficácia do artefato - ocasionando uma atitude de desinteresse de duas integrantes do grupo - enquanto os outros 2 (dois) integrantes produziram uma representação idiossincrática (Figura 10).

A união dos meios semióticos citados, possibilitou aos grupos o entendimento conceitual , a relação entre as variáveis : pessoas e telefonemas , durante o Labor Comum e consequentemente os processos de objetivação e subjetivação. Uma ressalva seria o exemplo do grupo G1 com a proposta dos lápis de cor na resolução da situação, demonstrando que às vezes um meio semiótico- no caso os artefatos- são insuficientes para a objetivação .

O estímulo ao Labor Comum, o “ombro a ombro” entre pesquisadora e estudantes alinhados a noção e multimodalidade possibilitou a diversidade de meios semióticos, colaborando com a apreensão conceitual da covariação na situação “Quantos telefonemas”?

Referências

ARZARELLO, F. Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**. v. 70, n.2, p.97-109. 2009

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. Portugal, **Quadrante** v. 16, n. 2, p. 81-118.2007.

CARRAHER, D., SCHLIEMMAN, A. Early_algebra_and_algebraic_reasoning https://www.researchgate.net/publication/292696143 Acesso em abril /2020

GOLDIN, G. Representation in mathematical learning and problem solving. **Handbook of International Research in Mathematics Education.** Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.2002

GOMES, S. C. **Teorias de aprendizagem em matemática:** um estudo comparativo à luz da Teoria da Objetificação. 2016.134 *f*: (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019

KAPUT, J; CARRAHER, D.; BLANTON, M**. Algebrain the Early Grades**. New York: Lawrence E. A., 2008.

KIERAN, C. The Learning and Teaching of School Algebra. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and learning**. New York: Macmillan.1992.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E.D.A. **Pesquisa em Educação**: Abordagem qualitativas. São Paulo: Editora E.P.U, 2013

MESTRE, Célia. O desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes do 4.º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014.p.357.

MORETTI, V. D., CEDRO, W.L. Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural . Campinas -SP: Mercado das Letras , 2017

MOREY, B. Abordagem semiótica na Teria da Objetivação. In: Shirley, GOBARA; Luis, RADFORD. **Teoria da Objetivação**: Fundamentos e Aplicações para o Ensino de Ciências e Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p.43-67

NCTM. Principles and standards for school mathematics,2008. http://www.nctm.org/standards/ Acesso em Abril/2020

NEMIROVSKY, R.; BORBA, M. Perceptuo-motor activity and imagination in mathematics learning. In: INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION. PME 27,2003, v. 1, p. 103-104.

PAIVA, J.P. A. A.. **A teoria da objetivação e o desenvolvimento da orientação espacial no ensino-aprendizagem de geometria.** 2019. 208f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019

RADFORD., L. Introduction: The phenomenological, epistemological, and semiotic components of generalization. **PNA**, v. 9, n. 3, pp. 129-141, 2015.

_________. Aprendizaje desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. In: D'AMORE, Bruno; RADFORD, Luis (Orgs.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**: problemas semióticos, epistemológicos y culturales. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017. p. 115-136

_________. A Teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em Educação Matemática. In: Vanessa, MORETTI; Wellington, CEDRO. **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural**: Um olhar sobre as pesquisas. Campinas: Mercado de Letras, 2018. p. 229-261

_________. Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. **PNA**, v. 12, n. 2, pp. 61-80, 2018.

_________. Un recorrido a traves de la Teoria de la Objetivación. In: Shirley, GOBARA; Luis, RADFORD. **Teoria da Objetivação**: Fundamentos e Aplicações para o Ensino de Ciências e Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p.15-42

SABENA, C., KRAUSE, C., MAFFIA,A. L'analisi semiotica in ottica multimodale: dalla costruzione di un quadro teoricoal networking con altre teorie - Relazione al XXXIII Seminario Nazionale di ricerca 2016 .https://scholar.google.com/scholar?oi=bibs&cluster=6495347790114289557&btnI=1&hl=de Acesso Maio/2020.

SABENA, C. Multimodality and the Semiotic Bundle Lens: A Constructive Resonance with the Theory of Objectification..**Segundo monográfico sobre Teoría de la Objetivación** .v. 12.n. 4, p. 185-208, jul.2018

VERGEL, R.; GÁRZON, P. J. R. **Álgebra escolar y pensamiento algebraico:** aportes para el trabajo en el aula. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2018.

Padrões e Matemática na Educação Básica: uma Revisão Sistemática de Literatura

Patterns and Mathematics in Basic Education: A Systematic Literature Review

Rita de Cássia Idem
Universidade Estadual Paulista (UNESP)
idem.ritadecassia@gmail.com

Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva
Universidade Estadual Paulista (UNESP)
ricardo.scucuglia@unesp.br

Resumo

A ideia de padrão é fundamental para a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem. As orientações curriculares brasileiras também apontam esse conceito como necessário para a aprendizagem nos diferentes níveis da Educação Básica. Como forma de verificar o tratamento do assunto em pesquisas em Educação Matemática, particularmente em teses e dissertações, foi realizada uma Revisão Sistemática de Literatura. Essa revisão ocorreu a partir da seguinte pergunta diretriz: *Quais são as abordagens da noção de padrão na pesquisa em Educação Matemática na Educação Básica?* Por meio desse procedimento metodológico, foram selecionadas e analisadas vinte dissertações e teses. Esses estudos foram organizados em três categorias. Na primeira categoria, intitulada "Articulações entre Padrões e Álgebra", estão reunidos os estudos com foco na aprendizagem de Álgebra, buscando verificar as condições que ocorrem essa aprendizagem com o uso de padrões, estratégias de exploração, ou dificuldades ou erros da aprendizagem dessa área. Os estudos da segunda categoria, intitulada "Articulações entre Padrões e Geometria", buscaram abordar conteúdos de Geometria ligados a noção de padrões, seja por meio de conexões com a Álgebra e Aritmética, seja por meio de conexões com a Arte e a Etnomatemática. Na terceira categoria, intitulada "Articulações entre Padrões e Computação", foram reunidos os estudos que buscaram abordar os padrões por meio de contextos computacionais, usando a computação gráfica, a linguagem de programação ou a robótica. Como conclusão, aponta-se que ocorre maior ênfase na relação entre padrões e Álgebra, necessitando mais diversificação de abordagens de estudos com foco na Educação Básica.

Palavras-chave: Anos Finais; Ensino Médio; Álgebra; Geometria; Etnomatemática; Computação.

Abstract

The idea of pattern is fundamental for Mathematics, its teaching and learning. Brazilian curriculum guidelines also point to this concept as necessary for the learning at different levels of Basic Education. As a way to verify the treatment of the subject in studies in Mathematics Education, particularly in theses and dissertations, a Systematic Literature Review was carried out. This review took place from the following guiding question: *What are the approaches to the notion of pattern in research in Mathematics Education in Basic Education?* Through this methodological procedure, twenty dissertations and theses were selected and analyzed. These studies were organized into three categories. In the first category, entitled "Articulations between Patterns and Algebra", the studies focusing on Algebra learning are gathered, seeking to verify the conditions that occur in this learning with the use of patterns, exploration strategies, or difficulties or errors in learning in this area. The studies in the second category, entitled "Articulations between Patterns and Geometry", sought to address Geometry contents linked to the notion of patterns, either through connections with Algebra and Arithmetic, or through connections with Art and Ethnomathematics. In the third category, entitled "Articulations between Patterns and Computing", studies that sought to approach patterns through computational contexts, using computer graphics, programming language or robotics, were gathered. In conclusion, it is pointed out that there is greater emphasis on the relationship between patterns and Algebra, requiring more diversification of study approaches with a focus on Basic Education.

Keywords: Grades 6-12; Algebra; Geometry; Ethnomathematics; Computing.

Introdução

A ideia de padrão é fundamental para a Matemática, seja como conceito unificador de suas áreas, seja como objeto de estudo. No contexto do ensino e da aprendizagem, essa noção também é necessária, sendo apontada por orientações curriculares como essencial, particularmente no desenvolvimento do pensamento algébrico. Neste artigo, discorremos sobre o conceito de padrão, apontando seu papel na Matemática e nos processos de ensino e aprendizagem na Educação Básica. Para isso, apresentamos uma Revisão Sistemática da Literatura cujo intuito foi identificar os contextos investigativos da Educação Matemática centrados na noção de padrão. Sendo assim, por meio dessa revisão, buscou-se responder à seguinte questão: *Quais são as abordagens da noção de padrão na pesquisa em Educação Matemática na Educação Básica?* O objetivo do estudo foi compreender as diferentes abordagens da noção de padrão em pesquisas com foco nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

A seguir, apresenta-se algumas considerações sobre o papel dos padrões na Matemática, em seu ensino e em sua aprendizagem, destacando como essa noção é tratada nas orientações curriculares brasileiras. Em seguida, discutem-se aspectos metodológicos da Revisão Sistemática de Literatura. Por fim, apresentam-se os resultados, evidenciando-se os contextos de investigação da noção de padrões na Educação Básica.

Padrões e Matemática

A Matemática é uma área do conhecimento muito vasta. Ela engloba diversas subáreas, com objetos de estudo distintos, como Aritmética, Álgebra, Geometria, Cálculo, Topologia e tantas outras (DAVIS; HERSH, 1981). Nesse contexto, uma forma de compreender a Matemática é não buscar classificá-la pelos objetos de estudo, mas observar a forma como esses objetos são estudados. Desse modo, Devlin (1998) considera que a Matemática é a "Ciência dos Padrões", pois, segundo ele, o trabalho do matemático é explorar diversos tipos de padrões abstratos. O autor aponta que os matemáticos estudam

> [...] padrões numéricos, padrões de forma, padrões de movimento, padrões de comportamento, padrões de votação em uma população, padrões de repetição de eventos aleatórios e assim por diante. Esses padrões podem ser reais ou

> imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou de pouco mais que interesse recreativo. Eles podem surgir do mundo ao nosso redor, das profundezas do espaço e do tempo, ou do funcionamento interno da mente humana. Diferentes tipos de padrões dão origem a diferentes ramos da matemática. (DEVLIN, 1998, p. 3, tradução nossa).

Os padrões, além de essenciais para a Matemática, podem possibilitar condições positivas para a Matemática Escolar. Vale e Pimentel (2011) apontam que, muitas vezes, o ensino e a aprendizagem de Matemática têm foco na memorização e, por isso, ocorre insucesso nessa disciplina. A exploração de padrões, nesse sentido, pode proporcionar compreensão, como apontam as autoras:

> Muito do insucesso em matemática deve-se ao facto de os alunos recorrerem apenas à memorização e não à compreensão. O primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e a estabelecer conexões. A procura de padrões deve constituir o núcleo das aulas em todos os temas, já que eles surgem nas fórmulas que descobrimos, nas formas que investigamos, nas experiências que fazemos. Compete ao professor realçar esta dimensão de padrões e conexões de modo a tornar a matemática mais compreensível a todos. Esta finalidade só pode ser atingida com uma cuidada selecção de tarefas que evidenciem o modo como os padrões permitem estabelecer conexões em vários temas e diferentes formas de representação, e como podem proporcionar situações interessantes para explorar matemática dentro e fora do contexto escolar. (VALE; PIMENTEL, 2011, p. 1-2).

A partir do apontado por Vale e Pimentel (2011), podemos considerar os padrões como um assunto transversal do currículo de Matemática. Corroborando isso, Liljedahl (2004) aponta que os padrões auxiliam no desenvolvimento da capacidade de generalizar e de abstrair. Ele ainda considera que a identificação de regularidades é uma das habilidades básicas da Matemática. Segundo o autor, o trabalho com padrões na sala de aula também possibilita

> [...] resolver problemas; desenvolver entendimentos de conceitos e relacionamentos importantes; investigar os relacionamentos entre quantidades (variáveis) em um padrão; generalizar padrões usando palavras ou variáveis; estender e conectar padrões; construir entendimento de função. (LILJEDAHL, 2004, p. 28, tradução nossa).

Mas o que é padrão? Ele pode ser entendido como “[...] qualquer tipo de regularidade que pode ser reconhecida pela mente.” (SAWYER, 1955, p. 12, tradução nossa). De acordo com Orton (2005), na Matemática, esse termo é utilizado com sentido de ordem e de busca por regularidade, podendo ser definido como “Ordem, regularidade, repetição e simetria dentro e entre ‘objetos’ matemáticos, como símbolos.” (ORTON, 2009, p. 19, tradução nossa).

Nas orientações curriculares brasileiras para os Anos Finais do Ensino Fundamental, os padrões são mencionados no contexto da aprendizagem de Álgebra. De acordo com os

Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a aprendizagem dessa área da Matemática ocorre por meio da generalização de padrões, do estabelecimento da relação entre grandezas e resolução de problemas aritméticos (BRASIL, 1998). Corroborando essa ideia, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o objetivo do ensino dessa área é o desenvolvimento do pensamento algébrico e, para que isso aconteça, "[...] é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas [...]" (BRASIL, 2018, p. 270).

Já nas recomendações curriculares para o Ensino Médio, a noção de padrão é apresentada como vinculada ao pensamento matemático. De acordo com os PCN (BRASIL, 2000), o desenvolvimento desse pensamento envolve resolver problemas por meio da identificação de regularidades e da generalização de padrões. A BNCC, por sua vez, relaciona os padrões à investigação matemática e à formulação de conjecturas, apontando a observação de padrões como uma estratégia na exploração de conceitos matemáticos. Esse documento ainda aponta que a exploração de padrões conecta a Álgebra ao pensamento computacional; segundo a BNCC a "[...] habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos." (BRASIL, 2018, p. 271).

Como se observa, os padrões possuem ligações com a Matemática, seu ensino e aprendizagem, sendo ainda mencionados por orientações curriculares brasileiras. Assim, como forma de verificar o tratamento do assunto em pesquisas em Educação Matemática, particularmente em teses e dissertações, foi realizada uma Revisão Sistemática de Literatura, a qual é detalhada a seguir.

Metodologia

Este estudo foi conduzido por meio da abordagem qualitativa (MAXWELL, 2013) e teve como procedimento metodológico a Revisão Sistemática de Literatura, que é uma "[...] revisão planejada da literatura científica, que usa métodos sistemáticos para identificar, selecionar e avaliar criticamente estudos relevantes sobre uma questão claramente formulada." (SOUZA; RIBEIRO, 2009, p. 241). Sampaio e Mancini (2007) apresentam um roteiro a ser seguido na realização da revisão sistemática, as etapas do processo são: a) formulação de uma pergunta científica, levando-se em consideração o tema de interesse; b) seleção de bases de dados, definição de palavras-chave e estratégias de busca; c) estabelecimento de critérios de seleção; d) aplicação dos critérios; e) análise crítica dos trabalhos; f) elaboração de resumo crítico dos trabalhos; e g) construção de uma conclusão que responda à pergunta formulada.

Com a intenção de identificar os contextos investigativos da Educação Matemática centrados na noção de padrão, com foco na Educação Básica, a questão assumida foi: *"Quais são as abordagens da noção de padrão na pesquisa em Educação Matemática na Educação Básica?"*. O objetivo geral foi compreender as diferentes abordagens da noção de padrão em pesquisas com foco nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Para responder a essa questão e atingir tal objetivo, foram elencados três objetivos específicos: a) identificar os campos de estudo das pesquisas; b) classificar os padrões abordados e entender como eles se relacionam aos campos de estudo; e c) elencar as possibilidades dessas abordagens para o ensino e para a aprendizagem de Matemática.

A base de dados escolhida para a busca foi a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), que incorpora teses e dissertações de todo o território brasileiro e integra os sistemas de informação das instituições de ensino e pesquisa do país. As palavras-chave escolhidas foram: padrão, padrões, matemática e educação; na busca foi utilizada a expressão *"padrão" OR "padrões" AND "matemática" AND "educação"*.

A busca com as palavras-chave escolhidas retornou 166 resultados. Para selecionar as pesquisas foram utilizados critérios de inclusão e exclusão. Como critério de inclusão, a pesquisa deveria estar relacionada ao conceito de padrões no contexto do ensino ou aprendizagem de Matemática na Educação Básica, especificamente Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, com foco no trabalho com estudantes desse nível de ensino, e ter seu relatório disponibilizado *online* na íntegra. Como critério de exclusão, foi determinado que apenas estudos de natureza acadêmica seriam considerados. Após a aplicação dos critérios foram selecionados vinte estudos. Dentre esses, dois foram produzidos no doutorado (SANTOS, L., 2016; SANTOS, M., 2012) e dezoito no mestrado (ANDREZZO, 2005; BARBOSA, 2013; CARVALHO, 2008; CONCEIÇÃO, 2012; FARIA, 2012; FERREIRA, 2009; FRANÇA, 2017; KLÖPSCH, 2010; MINELI, 2012; MODANEZ, 2003; NORONHA, 2017; OLIVEIRA, 2018; PEPECE JÚNIOR, 2011;

PEREZ, 2006; SILVA, 2018; SILVA JÚNIOR, 2016; TREVISANI, 2012; VIEIRA, 2011). Esses trabalhos abrangem o período de 2003 a 2018.

No processo de análise, houve a leitura dos textos, a elaboração de resumos críticos e a sistematização de informações referentes a objetivos, público-alvo, procedimentos metodológicos, campo de estudo, padrões explorados e resultados. Em seguida, após constantes leituras desses resumos e das informações sistematizadas, houve uma classificação dos textos em categorias, considerando os aspectos mais relevantes dos estudos. Essas categorias, portanto, não foram definidas a priori, mas construídas a partir da interpretação e comparação dos estudos (MAXWELL, 2013). Depois, em cada categoria, foram destacados os padrões abordados e as possibilidades desses padrões para o ensino e a aprendizagem, também foram destacadas semelhanças e diferenças dos estudos componentes de cada categoria. Os resultados são apresentados em seguida.

Resultados

Com a análise dos dados, houve a constituição de três categorias: a) Articulações entre Padrões e Álgebra; b) Articulações entre Padrões e Geometria; e, c) Articulações entre Padrões e Computação. Na primeira categoria estão reunidos os estudos com foco na aprendizagem de Álgebra, os quais buscaram verificar as condições em que ocorrem essa aprendizagem com o uso de padrões, estratégias de exploração, ou dificuldades ou erros da aprendizagem dessa área. Os estudos da segunda categoria buscaram abordar conteúdos de Geometria ligados a noção de padrões, seja por meio de conexões com a Álgebra e Aritmética, seja por meio de conexões com a Arte e a Etnomatemática. Na terceira categoria foram reunidos os estudos que buscaram abordar os padrões por meio de contextos computacionais, usando a computação gráfica, a linguagem de programação ou a robótica.

a) Articulações entre Padrões e Álgebra

Os estudos dessa categoria consideram a noção de padrão como essencial para a Matemática, principalmente para a Álgebra. Essas pesquisas apontam que o estudo de padrões, principalmente, as ações de identificar padrões, abstrair e generalizar, é responsável pelo desenvolvimento do pensamento algébrico, ou mesmo, que essas ações são indícios da ocorrência desse pensamento.

Nesses estudos, os padrões são abordados por meio da exploração de sequências de diferentes naturezas. Andrezzo (2005), Modanez (2003) e Trevisani (2012) abordaram unicamente sequências de padrões figurados. Modanez (2003), que trabalhou com estudantes da sexta série (sétimo ano), objetivou compreender se uma sequência de ensino baseada no estudo de padrões geométricos (sequências de padrões figurados) auxilia no desenvolvimento do pensamento algébrico. Já Trevisani (2012) buscou identificar as estratégias que alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental utilizaram ao generalizar padrões utilizando o *software* MiGen. Andrezzo (2005), por sua vez, trabalhou com estudantes do Ensino Médio, objetivando identificar os fatores que auxiliam a compreensão de estruturas algébricas por alunos sem acuidade visual.

Modanez (2003) e Andrezzo (2005) utilizaram atividades de exploração de sequências de padrões figurados de repetição (sequências de natureza cíclica) e de crescimento (sequências cujo valor do elemento depende de sua posição ou do valor do elemento anterior). Nessas atividades, os estudantes deveriam continuar ou completar as sequências, identificar determinados termos, generalizar por meio de expressões aritméticas e algébricas. As atividades apresentadas por Andrezzo (2005) deveriam ser realizadas com a utilização de material manipulativo, o qual permitia que os estudantes sem acuidade visual percebessem as regularidades por meio do tato. Trevisani (2012) abordou sequências de padrões figurados de crescimento, as quais deveriam ser construídas pelos estudantes utilizando o *software* MiGen, que possibilita a construção de sequências figuradas.

Esses estudos apontaram que a abordagem desses padrões auxilia a aprendizagem de Álgebra (ANDREZZO, 2005; TREVISANI, 2012). Segundo Modanez (2003) a exploração de padrões figurados possibilita a observação e a generalização de regularidades, o exercício da autonomia dos estudantes no levantamento de hipóteses, na elaboração de conclusões e no desenvolvimento de justificativas para as respostas, além de aguçar o interesse dos estudantes. Trevisani (2012) ainda aponta a possibilidade da aplicação de diferentes estratégias na exploração de padrões figurados utilizando tecnologias digitais.

As sequências de padrões figurados também foram abordadas nos estudos de Barbosa (2013), Carvalho (2008), Ferreira (2009), Noronha (2010), Perez (2006) e Silva Júnior (2016). Mas além dessas representações, os autores também abordaram padrões de repetição e de crescimento numéricos, com ênfase em progressões aritméticas e geométricas. Nessas atividades os estudantes também deveriam encontrar o próximo termo, completar, generalizar e classificar sequências, envolvendo representações por tabelas, linguagem algébrica ou natural.

Os trabalhos de Barbosa (2013), Carvalho (2008), Ferreira (2009) e Perez (2006) foram desenvolvidos com estudantes do Ensino Médio. Esses trabalhos buscaram compreender como os estudantes resolvem atividades sobre padrões, com foco nos processos de observação e generalização de progressões geométricas usando calculadora (BARBOSA, 2013) e de generalização de progressões aritméticas (CARVALHO, 2008), ou no modo como os estudantes observam e generalizam padrões (FERREIRA, 2009; PEREZ; 2006). Noronha (2010) e Silva Júnior (2016) desenvolveram seus estudos no contexto dos Anos Finais do Ensino Fundamental, buscando identificar elementos potencializadores da aprendizagem de Álgebra de alunos com deficiência intelectual (NORONHA, 2010) ou compreender as possibilidades do uso de padrões para o desenvolvimento do pensamento algébrico (SILVA JÚNIOR; 2016).

De acordo com esses trabalhos, o estudo de padrões possibilita o desenvolvimento de consciência de generalidade, observação de regularidades, generalização, utilização de diferentes representações e estratégias, desenvolvimento do pensamento algébrico, uso de linguagem algébrica, além de o estudante poder desenvolver uma imagem mais positiva da Matemática. Especificamente em relação ao uso de calculadora, Barbosa (2013) aponta que essa tecnologia serviu de "alavanca" para o processo de realização das atividades, possibilitando foco no raciocínio.

Oliveira (2018) e Vieira (2011) também exploraram a relação entre padrões e Álgebra, mas utilizando abordagens diferentes. Oliveira (2018) desenvolveu seu estudo com alunos do Ensino Médio e buscou compreender como a articulação entre as tecnologias digitais e atividades de generalização de padrões podem potencializar o aprendizado de Álgebra. O autor utilizou atividades de generalização de padrões utilizando o GeoGebra, que envolviam a exploração de ângulos internos de polígonos convexos e a utilização de tabelas e de controles deslizantes, que exploravam ideia de variável e função. Vieira (2011) atuou no mesmo nível de ensino, buscando compreender as implicações pedagógicas de atividades lúdicas para o ensino e a aprendizagem de Álgebra. A pesquisadora desenvolveu e aplicou duas atividades lúdicas: um jogo que explorou a compreensão do conceito de variável e a percepção de regularidades, ainda abordou a lei de formação de sequências numéricas; e uma atividade lúdica, que abordou a História da Matemática, a percepção de regularidades e a construção da expressão algébrica da soma de termos de uma progressão aritmética.

Como resultados, Vieira (2011) apontou que a abordagem possibilitou a motivação dos estudantes, que puderam exercitar a elaboração de conjecturas e a argumentação, além de desenvolver o pensamento algébrico. Oliveira (2018), por sua vez, concluiu que os estudantes apresentaram dificuldade para observar e generalizar padrões.

As dificuldades e erros foram focos dos estudos de Klöpsch (2010) e Pepece Júnior (2013). Klöpsch (2010) buscou identificar as dificuldades dos estudantes em relação à área de Álgebra na Educação Básica e aplicou uma avaliação com atividades comumente presentes no material didático. Pepece Júnior (2013) objetivou identificar o pensamento algébrico e os erros na escrita algébrica de equações de primeiro grau de estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA), para isso, ele desenvolveu e aplicou atividades que envolviam problemas em linguagem escrita que deveriam ser transcritos para linguagem algébrica, além de atividades cujos dados foram apresentados em forma de tabela. Participaram de ambas as pesquisas estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os pesquisadores apontaram que estudantes erraram ou tinham dificuldade em: fatoração, realização de quatro operações, interpretação do enunciado, uso de frações e generalização.

b) Articulações entre Padrões e Geometria

Nessa categoria se encontram quatro estudos. Dois deles focaram na perspectiva intradisciplinar da Geometria Fractal (FARIA, 2012; MINELI, 2012). Outros dois buscaram articular a noção de padrões geométricos a uma perspectiva Etnomatemática (FRANÇA, 2017; SANTOS, M.; 2012).

Faria (2012) e Mineli (2012) abordaram a Geometria Fractal em seus estudos. Segundo as autoras, esse objeto de estudo possibilita uma articulação entre Álgebra, Aritmética e Geometria. Faria (2012) buscou compreender as contribuições da exploração de padrões fractais com a utilização do GeoGebra para a generalização de conteúdos matemáticos. Já Mineli (2012) investigou as dificuldades dos estudantes em relação às habilidades de generalização de padrões, também buscou construir situações que auxiliassem o desenvolvimento dessas habilidades.

Faria (2012) desenvolveu atividades para estudantes do Ensino Médio. As atividades foram exploradas no GeoGebra e envolviam a exploração de propriedades geométricas dos fractais, além da identificação de regularidades, considerando as iterações, assim como a generalização. Mineli (2012) desenvolveu atividades para estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, as quais propunham a construção de fractais com o uso de régua, compasso e GeoGebra, a identificação de padrões de autossimilaridade, a generalização de padrões e a utilização de linguagem algébrica.

Como possibilidades da abordagem, as autoras apontam maior motivação dos estudantes, possibilidade de generalização de conteúdos matemáticos, exploração de padrões numéricos, geométricos e algébricos, desenvolvimento do pensamento algébrico, autonomia dos estudantes na observação, elaboração de conjecturas e justificativas. Mineli (2012) ainda verificou que os estudantes tiveram dificuldade em passar de uma situação numérica para algébrica.

França (2017) e Santos, M. (2012) buscaram articular os padrões à Geometria por meio de uma abordagem que envolve Arte e Etnomatemática. França (2017) buscou compreender as potencialidades do trabalho com padrões de panarias cabo-verdianas para a aprendizagem de simetria ortogonal e Santos, M. (2012) objetivou descrever e analisar os padrões de rendas bilro e apontar relações entre esses padrões e a Matemática Escolar. Ambos os estudos tiveram como foco os Anos Finais do Ensino Fundamental, embora Santos, M. (2012) tenha desenvolvido atividades, mas não aplicado.

As atividades desenvolvidas por França (2017) envolveram observação de simetria em diferentes imagens; classificação de figuras quanto ao eixo de simetria; reprodução de padrões das panárias; identificação de figuras geométricas e discussão da cultura africana. Já as atividades desenvolvidas por Santos, M. (2012) abrangeram, principalmente, conceitos geométricos, como simetria, isometria, área e perímetro, assim como proporcionaram uma abordagem cultural, artística e etnomatemática. Como possibilidades dessas abordagens, as autoras apontam que possibilita entendimento da Geometria de modo contextualizado, conexão entre Arte e Matemática (desenvolvimento de pensamento matemático vinculado à Arte), exploração de outras culturas e aprendizagem de simetria.

c) Articulações entre Padrões e Computação

Nessa categoria se encontram três estudos que englobaram aspectos da computação no processo. Um estudo buscou abordar o estudo de sequências de padrões figurados de crescimento, numa abordagem que integra o uso de linguagem de programação (CONCEIÇÃO, 2012). Outro estudo construiu um contexto de aprendizagem de padrões matemáticos e padrões computacionais, vinculados à computação gráfica (SANTOS, L., 2016). No terceiro estudo, por sua vez, o foco não foi a abordagem de padrões, mas o desenvolvimento do pensamento computacional, que engloba a ideia de reconhecimento e generalização de padrões (SILVA, 2018). Esses estudos foram desenvolvidos com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Conceição (2012) objetivou compreender o processo de aprendizagem de Matemática de estudantes surdos, assim como investigar as interações desses estudantes em situação de aprendizagem. Inicialmente, os estudantes exploraram atividades escritas sobre padrões de repetição, que incluíram a determinação de termos, o completamento de sequências e a generalização da regra de formação, também houve a realização de atividades sobre padrões de crescimento. Posteriormente, os estudantes desenvolveram atividades envolvendo o *software* Mathsticks: construção de padrões figurados, observação de diferentes elementos de padrões construídos com o programa; desenvolvimento de algoritmos que representassem as construções de padrões; desenhar padrões, com base nos algoritmos; e construir algoritmos, com base nos padrões apontados.

Santos, M. (2016) buscou identificar as aprendizagens matemáticas e computacionais de estudantes ao resolverem atividades envolvendo padrões matemáticos e computação gráfica, e analisar as estratégias utilizadas por eles. As atividades realizadas pelos estudantes na primeira fase do estudo envolveram completamento de sequência, determinação de diferentes termos e generalização no estudo de padrões figurados de repetição e crescimento, sem o uso do computador. Após o trabalho com os padrões, os estudantes realizaram atividades no contexto da computação gráfica: representaram sua casa utilizando os programas Sweet Home e AutoCAD, identificando os padrões e conceitos matemáticos utilizados na construção.

Silva (2018) objetivou compreender as contribuições do pensamento computacional para a formação de conceitos matemáticos. As atividades abordadas no estudo possibilitavam o desenvolvimento do pensamento computacional utilizando a robótica e a programação no Scratch. Também foi abordado o significado do resto da divisão euclidiana e a congruência entre números inteiros.

Essas abordagens possibilitaram o desenvolvimento de generalizações algébricas, utilização de diferentes representações e estratégias, uso de diferentes meios de expressão de ideias matemáticas, identificação de padrões matemáticos e computacionais e desenvolvimento de algoritmos. Além disso, especificamente o trabalho de Silva (2018) aponta que a ação de reconhecer padrões é característica do pensamento computacional.

Considerações Finais

A Revisão Sistemática de Literatura objetivou compreender as diferentes abordagens da noção de padrão em pesquisas com foco nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Por meio da análise dos estudos, foi verificado que a maioria busca abordar a área de Álgebra, seja por meio de estudos de sequências, utilizando abordagens com o uso de tecnologias digitais, materiais manipulativos e atividades lúdicas, ou utilizando conceitos geométricos, como fractais, ou linguagem de programação. Embora o foco seja a Álgebra, foi possível verificar abordagens com foco na Geometria ou no uso de conceitos computacionais.

Ao passo que a Matemática é considerada a "Ciência dos Padrões" e os padrões são considerados "tema transversal" do currículo, os estudos analisados, em sua maioria, envolveram a aprendizagem de Álgebra, com foco no estudo de sequências. Embora tenham sido apontadas diferentes possibilidades para o ensino dessa área, como o desenvolvimento do pensamento algébrico e diferentes representações matemáticas, diferentes estratégias de resolução de problemas, consideramos que é preciso diversificar as abordagens da noção de padrões. Uma possível razão dessa ênfase à Álgebra são as orientações curriculares que relacionam mais evidentemente os padrões a essa área. Mas e os outros campos de estudo da Matemática? Que possibilidades e abordagens educativas podem ser apontadas? Esperamos que este estudo possa provocar e incentivar pesquisas em Educação Matemática que diversifiquem as abordagens da noção de padrão, no contexto da Educação Básica.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

ANDREZZO, K. L. **Um estudo do uso de padrões figurativos na aprendizagem de álgebra por alunos sem acuidade visual**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

BARBOSA, T. A. **A calculadora como "alavanca" para a generalização de expressões algébricas relativas às progressões geométricas**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

CARVALHO, C. A. S. **O aluno do Ensino Médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da Progressão Aritmética**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

CONCEIÇÃO, K. E. **A construção de expressões algébricas por alunos surdos**: as contribuições do micromundo Mathsticks. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante, São Paulo, 2012.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **The Mathematical Experience**. Boston: Houghton Miflin Company, 1981.

DEVLIN, K. **The Language of Mathematics**. New York: W. H. Freeman and Company, 1998.

FARIA, R. W. S. **Padrões fractais**: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

FERREIRA, C. R. M. **Os alunos do 1º ano do Ensino Médio e os padrões**: Observação, Realização e Compreensão. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

FRANÇA, M. C. S. **Estudo da simetria a partir de padrões geométricos das panarias**: Pesquisa e intervenções etnomatemáticas para sala de aula. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2017.

KLÖPSCH, C. **Campo Conceitual Algébrico**: Análise das noções a serem aprendidas e dificuldades correlatas encontradas pelos estudantes ao final do ensino fundamental (8ª série – 9° ano). 2010. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

LILJEDAHL, P. Repeating Pattern or Number Pattern: the Distinction is Blurred. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, Framingham, v. 26, n.3, p. 24-42, 2004.

MAXWELL, J. A. **Qualitative Research Design**. 3. ed. SAGE: Los Angeles, 2013.

MINELI, J. P. **Fractais**: generalização de padrões no ensino fundamental. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2012.

MODANEZ, L. **Das seqüências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2003.

NORONHA, A. M. **Desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos com deficiência intelectual no atendimento educacional especializado na perspectiva histórico-cultural**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2017.

OLIVEIRA, M. L. **Generalização de padrões e tecnologias digitais**: estratégias didáticas para a aprendizagem. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2018.

ORTON, A. Preface. *In*: ORTON, A. (ed.). **Pattern in the teaching and learning of Mathematics**. 2. ed. London: Continuum, 2005. p. vii-viii.

ORTON, A. Reflections on pattern in the mathematics curriculum. *In*: VALE, I.; BARBOSA, A. (org.). **Padrões**: Múltiplas perspectivas e contextos em Educação Matemática. Viana do Castelo: ESE-IPVC, 2009. p. 15-28.

PEPECE JUNIOR, A. R. **Análise da produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas**. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

PEREZ, E. P. Z. **Alunos do Ensino Médio e a Generalização de Padrão.** 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006.

SAMPAIO, R. F.; MANCINI, M. C. Estudos de Revisão Sistemática: um guia para a síntese criteriosa da evidência científica. **Revista Brasileira de Fisioterapia**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan/fev. 2007.

SANTOS, L. G. **Padrões na Aprendizagem Matemática**: uma possibilidade a partir do uso de software de computação gráfica. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

SANTOS, M. J. C. **Geometria e simetria nas rendas de bilro**: contribuições para a Matemática escolar. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

SAWYER, W. W. **Prelude to Mathematics**. Harmondsworth: Penguin Books, 1955.

SILVA JUNIOR, L. M. **O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com uso de padrões matemáticos**: uma compreensão à luz da teoria das situações didáticas. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SILVA, E. C. **Pensamento computacional e a formação de conceitos matemáticos nos anos finais do ensino fundamental**: uma possibilidade com kits de robótica. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

SOUZA, M. R.; RIBEIRO, A. L. Revisão Sistemática e Meta-análise de Estudos de Diagnóstico e Prognóstico: um Tutorial. **Arquivos Brasileiros de Cardiologia**, São Paulo, v. 92, n. 3, p. 241-251, mar. 2009.

TREVISANI, F. M. **Estratégias de generalização de padrões matemáticos**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. **Educação e Matemática**, Lisboa, v. 110, p. 33-38, 2011.

VIEIRA, L. B. **Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da Álgebra**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2011.

Um olhar sobre o contexto da navegação no ensino de vetores

A look at the context of navigation in the teaching of vectors

Wagner Gomes Barroso Abrantes
UNIAN/IFTM
wagnercn@hotmail.com

Osmar Pedrochi Junior
UNIAN/UNOPAR
osmar.p.junior@educadores.net.br

Resumo
Este artigo consiste em um recorte de uma pesquisa mais ampla sobre o ensino de vetores inseridos no contexto da navegação, tendo como público-alvo alunos do primeiro ano do Ensino Médio e sob as orientações metodológicas do Design Experiment. Este texto apresenta três momentos ao longo da pesquisa: a aplicação de uma atividade diagnóstica, um encontro para debate sobre a atividade diagnóstica e a aplicação de um bloco de atividades de intervenção, nessa ordem. A análise dos dados mostra que houve melhora significativa de rendimento dos alunos após o encontro. Neste sentido, o objetivo deste estudo é fazer uma análise preliminar sobre a contribuição do contexto da navegação na aprendizagem de vetores, lançando mão do aporte teórico dos Três Mundos da Matemática. Após a análise dos protocolos e dos diálogos dos alunos, foi possível concluir que a contextualização dos vetores na navegação auxiliou no incremento da habilidade de abstração, tendo contribuído para a significação do vetor e possibilitando um breve percurso pelos mundos corporificado e simbólico pela maioria dos alunos.

Palavras-chave: Vetor; contextualização; navegação; Três Mundos da Matemática.

Abstract
This article consists of a section of a broader research on the teaching of vectors inserted in the context of navigation, targeting students of the first year of high school and under the methodological guidelines of Design Experiment. This text presents three moments during the research: the application of a diagnostic activity, a meeting to debate the diagnostic activity and the application of a block of intervention activities, in that order. Data analysis shows that there was a significant improvement in student performance after the meeting. In this sense, the objective of this study is to make a preliminary analysis on the contribution of the context of navigation in the learning of vectors, making use of the theoretical contribution of the Three Worlds of Mathematics. After analyzing the protocols and dialogues of the students, it was possible to conclude that the contextualization of the vectors in navigation helped to increase the ability of abstraction, having contributed to the meaning of the vector and allowing a brief journey through the embodied and symbolic worlds by most of the students.

Keywords: Vector; contextualization; navigation; Three Worlds of Mathematics.

Introdução

Este artigo traz um recorte de uma pesquisa mais ampla desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação da Universidade Anhanguera de São Paulo, que tem por objetivo analisar o desenvolvimento do pensamento matemático de alunos de Ensino Médio em relação ao estudo de vetores, a partir da proposição de tarefas relacionadas ao cálculo de deslocamento e velocidade de navios no contexto de rotas de navegação.

Cabe ressaltar que esta pesquisa traz a contextualização inserida na sua dinâmica, entendendo-a como essencial no processo de ensino e aprendizagem de Matemática e estimulada pelos documentos oficiais que norteiam o currículo da Educação Básica.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) aponta a relevância da contextualização ao afirmar que, no Ensino Médio, o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática aplicada à realidade em diferentes contextos.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013), no capítulo em que trata do Ensino Médio, também aborda a importância da contextualização como ferramenta para dar sentido aos estudantes. Este documento afirma que:

> A apropriação de conhecimentos científicos se efetiva por práticas experimentais, com contextualização que relacione os conhecimentos com a vida, em oposição a metodologias pouco ou nada ativas e sem significado para os estudantes (BRASIL, 2013, p. 167).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (2000) também abordam a importância da contextualização no ensino das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias. Este documento é ainda mais amplo, pois aponta a importância de relacionar o contexto com a capacidade de abstração e a cultura geral como contribuição para a formação de cidadãos que possam continuamente aprender:

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. Para a área das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias, isto é particularmente verdadeiro, pois a crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovar demanda cidadãos capazes de aprender continuamente, para o que é essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico (BRASIL, 2000, p. 6).

Além disso, o ensino de vetores na Educação Básica ganha protagonismo na disciplina de Física. Na BNCC, não é possível verificar habilidades dentro das competências da área de Matemática e suas tecnologias que relacionem diretamente os vetores a essa disciplina. Contudo, na área das Ciências da Natureza e suas tecnologias, podemos verificar a seguinte competência:

> Analisar e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis (BRASIL, 2018, p. 556).

Ao discorrer sobre essa competência, a BNCC (2018) afirma que podem ser mobilizados conhecimentos conceituais relacionados a diversos temas, como a mecânica newtoniana. Nesse contexto, os alunos permanecerão tendo contato no Ensino Médio com grandezas físicas vetoriais, isto é, os vetores permanecerão incluídos na composição curricular, mesmo que apenas na disciplina de Física.

Porém, cabe ao professor de Matemática buscar participação nesse processo, respaldado nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006):

> É desejável, também, que o professor de matemática aborde com seus alunos o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção dos segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto algébrico (caracterizado pelas suas coordenadas). Em particular, é importante relacionar as operações executadas com as coordenadas (soma, multiplicação por escalar) com seu significado geométrico. A inclusão da noção de vetor nos temas abordados nas aulas de Matemática viria a corrigir a distorção causada pelo fato de que é um tópico matemático importante, mas que está presente no ensino médio somente nas aulas de Física (BRASIL, 2006, p. 77).

Neste sentido, nosso objetivo com este recorte é fazer uma análise preliminar sobre a contribuição do contexto da navegação na aprendizagem de vetores, lançando mão do aporte teórico dos Três Mundos da Matemática, de Tall (2013).

Os vetores e os Três Mundos da Matemática

Sobre o desenvolvimento do pensamento matemático, Tall (2013, p. 22) afirma que o desenvolvimento intelectual depende de como nós usamos nossas experiências para lidar com novas situações, de forma que aquilo que aprendemos em um determinado estágio irá influenciar a nossa maneira de pensar no próximo estágio. Esses conhecimentos mobilizados e influenciadores foram abordados por Tall (2013) e traduzidos por Lima (2007, p. 86) como "já-encontrados", definidos formalmente como uma estrutura que temos no nosso cérebro em um determinado momento como resultado de experiências que vivenciamos antes.

Os Três Mundos da Matemática estão relacionados às experiências referentes ao desenvolvimento do conhecimento e construção do pensamento matemático em longo prazo. Tall (2013, p. 16) associa a aprendizagem da matemática a três distintos, porém interligados, mundos da matemática: o mundo conceitual corporificado, o proceitual simbólico e o axiomático formal.

O mundo conceitual corporificado, ou apenas corporificado, é dos objetos corporificados que podem ser fisicamente manipulados ou concebidos mentalmente. Este mundo nos permite compreender conceitos e características de um dado objeto matemático não apenas por meio de agentes físicos, mas também através de agentes mentais que despertem nossos sentidos. Nesse sentido, a corporificação dos vetores se dá a partir da concepção de algumas grandezas físicas, como força, velocidade e aceleração, que nos permitem compreender suas características e propriedades, tais como o módulo, a direção e o sentido.

O mundo proceitual simbólico, ou apenas simbólico, é aquele que utiliza os símbolos para cálculos e manipulações na álgebra e na aritmética. Esse mundo leva em consideração os proceitos, caracterizado por Tall (2013) como símbolos que representam, ao mesmo tempo, um processo e um conceito. O simbolismo do vetor se dá geometricamente, como um segmento de reta orientado, ou algebricamente, como uma matriz coluna ou uma n-upla ordenada.

O mundo axiomático formal, ou apenas formal, é composto pelos axiomas, teoremas, propriedades, definições que formam o sistema axiomático com o qual se desenvolve a matemática formal. O formalismo do vetor se dá no espaço vetorial.

É importante destacar que os três mundos, apesar de interagirem entre si, são independentes, isto é, não existe uma hierarquia entre esses mundos. Além disso, a trajetória percorrida ao longo dos três mundos varia de pessoa para pessoa.

A contextualização no ensino de Matemática

A inclusão de conceitos matemáticos em contextos do cotidiano é uma ferramenta metodológica usada por muitos professores no intuito de motivar os alunos e contribuir para que um determinado objeto matemático ganhe significado.

Porém, para entendermos o ato de contextualizar, precisamos entender o significado de contexto. Segundo Spinelli (2011), contexto é o conjunto de circunstâncias capazes de estimularem relações entre significados conceituais. Portanto, contextualizar é o ato de estimular relações entre significados conceituais. Para que o aluno possa trabalhar em um ambiente contextualizado, Spinelli (2011) afirma que é fundamental o poder de abstração para a construção dos significados, justificando da seguinte forma:

> Na construção dos significados do objeto pelo sujeito, o papel das abstrações que esse realiza é preponderante. Isto porque um significado sempre se traduz por intermédio de um signo, de algo que permita ao sujeito, quando solicitado, recorrer

> a imagens mentais que rapidamente tragam à tona as características do objeto de interesse no momento (Spinelli, 2011, p. 21).

Dreyfus (2002) traz o processo de abstração como uma ferramenta importante para a evolução no pensamento matemático e corrobora o entendimento de Spinelli (2011) sobre a relação entre abstração e contextualização, uma vez que as situações matemáticas estão intrínsecas aos contextos utilizados no ensino de Matemática.

> Se um aluno desenvolve a capacidade de fazer abstrações conscientemente a partir de situações matemáticas, ele atingiu um nível avançado de pensamento matemático. Alcançar essa capacidade de abstrair pode muito bem ser o objetivo mais importante da educação matemática avançada (Dreyfus, 2002, p. 34).

Dreyfus (2002) acrescenta que o processo de abstração se dá por meio de duas características essenciais: a generalização e a sintetização. Para ele, generalizar é derivar ou induzir a partir de particularidades, identificar semelhanças, expandir domínios de validade; e sintetizar significa combinar ou compor partes de tal forma que formem um todo.

Nesse sentido, entendemos que o ato de corporificar o vetor como diversas grandezas físicas, como deslocamento e velocidade, expressa o ato de generalizar, haja vista que, com a identificação de semelhanças entre determinadas grandezas físicas, isto é, de que essas grandezas necessitam do módulo, direção e sentido para serem determinadas, elas podem receber o mesmo tratamento matemático.

Seguindo essa linha de raciocínio, entendemos como um exemplo de sintetização quando, a partir das diferentes representações de um vetor, isto é, como segmento de reta orientado e como uma matriz coluna ou par ordenado, identificamos o mesmo objeto.

Sendo assim, a relação entre a abstração e a contextualização está intimamente ligada à construção de significados pelo aluno. Sobre isso, Spinelli (2011) afirma que:

> (...) nosso conhecimento é construído à medida que conseguimos relações de significado estimuladas pelo contexto pelo qual tomamos contato com o objeto. As abstrações, nesse processo, desempenham papel preponderante (Spinelli, 2011, p. 38).

Como visto, o contexto deve contribuir para abstrações que irão gerar significados a quem aprende. Maioli (2012) cita dois aspectos gerais que podem ser associados à contextualização: o cognitivo e o sócio-histórico-cultural. Sobre isso, a autora discorre da seguinte maneira:

> Em relação ao sujeito que aprende, o aspecto cognitivo da contextualização teria um caráter mais interno no sentido de que o contexto seria a estrutura cognitiva do aprendiz, enquanto o aspecto sócio-histórico-cultural um caráter mais externo visto que o contexto estaria mais associado ao ambiente no qual o aprendiz está inserido. De qualquer forma, o principal objetivo que se espera atingir com um ensino pautado na contextualização é a aprendizagem significativa, ou seja,

> contextualizar tem a ver com a atribuição de significados, o que por sua vez, ocorre no campo cognitivo (MAIOLI, 2012, p. 195).

Com isso, o intuito de relacionar a navegação e o ensino de vetores vai ao encontro da realidade dos alunos que participaram da pesquisa. A escola na qual estes alunos frequentam está localizada no bairro da Ilha do Governador, no Rio de Janeiro. Este bairro insular, ainda que completamente integrado ao continente por vias rodoviárias, possui rotas de transporte marítimo, por meio de barcas, com linhas diretas para o centro da cidade e que são utilizadas com frequência por moradores daquela comunidade como alternativa ao trânsito conturbado de uma grande metrópole.

Sobre a formação do contexto, Spinelli (2011) conclui elencando a importância do docente nesse processo, a partir da criação da narrativa e da metáfora. Para ele, a narrativa criada pelo professor é estruturadora da sequência de eventos, enquanto que a metáfora empregada na narrativa é composta pelos recursos linguísticos que irão auxiliar o professor a transmitir novos conceitos aos alunos.

Procedimentos metodológicos e análise de dados

Esta pesquisa foi realizada sob as orientações metodológicas do *Design Experiment*, de Cobb *et al* (2003), tendo como público alvo doze alunos voluntários do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola particular no bairro da Ilha do Governador, Rio de Janeiro. Esses alunos realizaram, individualmente, uma atividade diagnóstica e, em dupla, onze atividades de intervenção que tratavam sobre vetores inseridos em um contexto de navegação que envolvia o cálculo de deslocamento e velocidade de embarcações. As onze atividades foram divididas em cinco blocos, de acordo com os seus objetivos dentro do processo de aprendizagem.

Foram estimados seis dias para aplicação de todas as tarefas, com uma hora e quarenta minutos por dia, sendo o primeiro dia destinado à atividade diagnóstica e os demais para a aplicação das atividades de intervenção. Contudo, após a aplicação da atividade diagnóstica, houve a necessidade de um encontro de cinquenta minutos com os alunos para debater os protocolos gerados, antes da aplicação do primeiro bloco de atividades de intervenção.

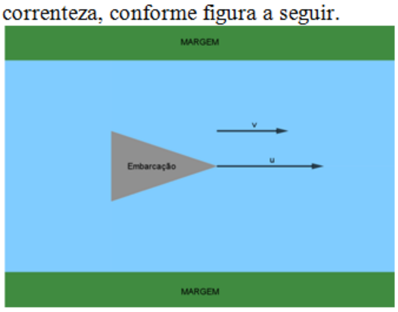
A tarefa da atividade diagnóstica sobre vetores (Quadro 1) buscou verificar se os alunos conseguiam corporificar o vetor como velocidade, calculando o seu módulo e indicando simbolicamente, por meio de um segmento de reta orientado, sua direção e sentido.

Nos dois primeiros itens, a velocidade proporcionada pelo motor da embarcação e a velocidade da correnteza têm a mesma direção, sendo que no item a estão no mesmo sentido e no item b estão em sentidos opostos. No item c, a velocidade proporcionada pelo motor da embarcação e a velocidade da correnteza têm direções perpendiculares.

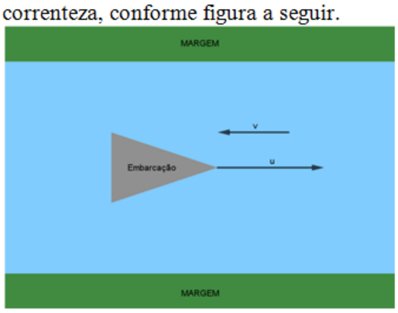
Quadro 1: Enunciados da questão da atividade diagnóstica sobre vetores e dos itens a e b

7) (Adaptado de Luz e Álvares, 2013) Uma embarcação possui velocidade em relação à água (proporcionada pelos seus motores) igual a 9 m/s , representada pelo vetor **u** nas figuras a seguir. Essa embarcação navega em um rio cuja correnteza tem uma velocidade igual a 6 m/s, representada pelo vetor **v**, nas figuras a seguir. Portanto, ela se movimentará (em relação a terra) com uma velocidade **w**, resultante de **u** e **v**.

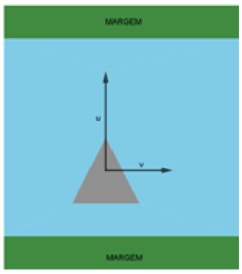
a) Calcule a velocidade **w** da embarcação quando ela está navegando a favor da correnteza, conforme figura a seguir.



b) Calcule a velocidade **w** da embarcação, quando ela está navegando contra a correnteza, conforme figura a seguir.



c) Calcule a velocidade **w** da embarcação, quando ele está navegando de uma margem à outra, perpendicularmente à correnteza, conforme figura a seguir.



Fonte: Acervo de pesquisa

Ao iniciarmos a análise dos protocolos referentes às questões sobre vetores da atividade diagnóstica (Quadro 1), apresentaremos o desempenho dos alunos (Tabela 1) e, em seguida, daremos início a uma análise mais apurada dos dados obtidos.

Tabela 1: Análise da questão sobre vetores da atividade diagnóstica

	Integralmente correta	**Parcialmente correta**	**Incorreta**	**Em branco**
Questão	00	10	00	02
Análise da segunda questão por itens				
Item a	00	10	00	02

Item b	00	10	00	02
Item c	00	08	01	03

Fonte: autor

Nos itens **a** e **b**, com os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ no mesmo sentido, dez alunos realizaram a operação $\vec{u} + \vec{v}$ de maneira escalar, somando os módulos desses vetores. De modo análogo, quando os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ estavam em sentidos opostos, os mesmos alunos realizaram a operação $\vec{u} - \vec{v}$ de maneira escalar, subtraindo os módulos desses vetores Apesar de terem encontrado o valor correto do módulo da velocidade resultante, não foi dado um tratamento vetorial ao cálculo da velocidade, já que não apresentaram a direção e o sentido da velocidade resultante.

No item **c**, oito alunos ligaram a origem do vetor $\vec{u}$ à extremidade do vetor $\vec{v}$ por meio de um segmento de reta não orientado, chegaram ao triângulo retângulo e calcularam o valor da medida da hipotenusa utilizando o Teorema de Pitágoras. Mesmo que os alunos tenham encontrado o valor correto do módulo do vetor da velocidade resultante, eles não utilizaram corretamente a regra do paralelogramo e tampouco se preocuparam em apresentar a direção e o sentido do vetor. Um aluno resolveu este item a partir da subtração entre os módulos de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

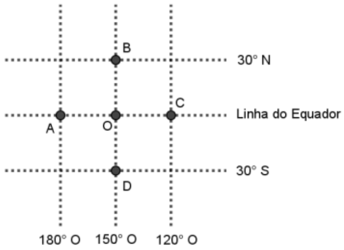
A análise dos dados obtidos nos itens a e b nos permite evidenciar o comprometimento da corporificação do vetor como velocidade, haja vista que nenhum aluno deu o tratamento vetorial à velocidade, sendo que a maioria deu o tratamento escalar a esta grandeza. Essa evidência é corroborada pelos dados do item c, pois não houve a preocupação dos alunos em buscar representar a direção e o sentido da velocidade.

Essa visão da velocidade como uma grandeza escalar pode ser consequência do estudo da cinemática na disciplina de Física. Neste sentido, a generalização também fica comprometida, causando prejuízos ao poder de abstração do aluno sobre esse tema. Este prejuízo fica evidente na medida em que o aluno não percorre o mundo simbólico do vetor, haja vista a ausência, nos protocolos gerados, de representação simbólica dos vetores como um segmento de reta orientado.

Em virtude dos "já-encontrados" observados na atividade diagnóstica, se fez necessário intervir antes de dar prosseguimento à pesquisa, a partir de um debate com os alunos, visando a corporificação do vetor como deslocamento e velocidade.

Para debater a questão que abordava vetores, foi apresentado um globo terrestre escolar de pequeno porte e, a partir da sua visualização, foi identificada e planificada na lousa uma área do oceano pacífico, com suas latitudes e longitudes (Figura 1).

Figura 1: Planificação de uma área do Oceano Pacífico



Fonte: Autor

Com a representação exposta na lousa, o pesquisador fez o seguinte questionamento aos alunos: "Suponhamos que a distância do ponto O para os demais pontos marcados seja de 3.000 Km. Se uma embarcação encontra-se no ponto O e navega 3.000 Km, qual a localização da embarcação?" Após alguns segundos de silêncio, um aluno respondeu: "Tem que dizer para que lado a embarcação está indo", claramente se referindo à direção e ao sentido do deslocamento. Após essa ponderação, o pesquisador então complementou: "A embarcação navegou verticalmente". Um aluno prontamente respondeu: "A embarcação está no ponto B". Porém, em seguida, uma aluna completou: "Tem que dizer se está indo para cima ou para baixo", se referindo ao sentido do movimento. Com isso, o pesquisador completou: "Quando eu disse que a embarcação navegou 3.000 Km, eu estava me referindo ao comprimento ou módulo do deslocamento. Quando eu disse que a navegação foi feita verticalmente, eu estava me referindo à direção do deslocamento. Se eu complementar que a navegação foi para o sul, estarei me referindo ao sentido do deslocamento. Neste caso, vocês saberiam me dizer qual a posição da embarcação?". Prontamente, os alunos responderam: "Ponto D".

Com esse entendimento, o pesquisador fez a seguinte analogia com a velocidade: "Se uma embarcação navega a 30 Km/h por 100 horas, partindo do ponto O, em qual ponto ela chegará?". Após alguns segundos, uma aluna respondeu: "Está faltando falar para que lado ela vai". Como os alunos estavam de posse dos seus respectivos protocolos gerados a partir da atividade diagnóstica, o pesquisador complementou: "Faltou vocês indicarem nas soluções de vocês para que lado é a velocidade, ou seja, a sua direção e o seu sentido".

Após a análise dos "já-encontrados" e o debate supracitado, iniciou-se a aplicação das atividades para a pesquisa. O primeiro bloco de atividades de intervenção é composto por duas tarefas. A primeira (Quadro 2) aborda a corporificação do vetor como deslocamento e sua relação com o mundo simbólico, a partir da sua representação geométrica como segmento de reta orientado.

Quadro 2: Enunciado da Atividade 1

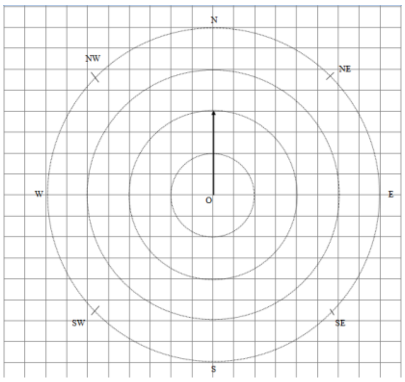
ATIVIDADE 1

1) Uma embarcação navega a partir do ponto O por 4 km no sentido norte (N), de acordo com a representação do **vetor deslocamento** na malha quadriculada.

a) Represente na malha quadriculada o **vetor deslocamento** dessa embarcação, caso ela navegasse, a partir do ponto O, 2 km no sentido leste (E).
b) Represente na malha quadriculada o **vetor deslocamento** dessa embarcação, caso ela navegasse, a partir do ponto O, 5 km no sentido sul (S).
c) Represente na malha quadriculada o **vetor deslocamento** dessa embarcação, caso ela navegasse, a partir do ponto O, 8 km no sentido noroeste (NW).

2) Na sua opinião, seria possível representar o **vetor deslocamento** dessa embarcação, caso ela navegasse 6 km, sem conhecer o sentido para o qual essa embarcação está indo? Justifique.

3) Na sua opinião, seria possível representar o **vetor deslocamento** dessa embarcação, caso ela navegasse no sentido sudeste, sem conhecer o comprimento do percurso feito pela embarcação? Justifique.



Fonte: Acervo de pesquisa

A segunda tarefa (Quadro 3), análoga à primeira, aborda a corporificação do vetor como velocidade e sua relação com o mundo simbólico, a partir da sua representação geométrica como segmento de reta orientado.

Quadro 3: Enunciado da Atividade 2

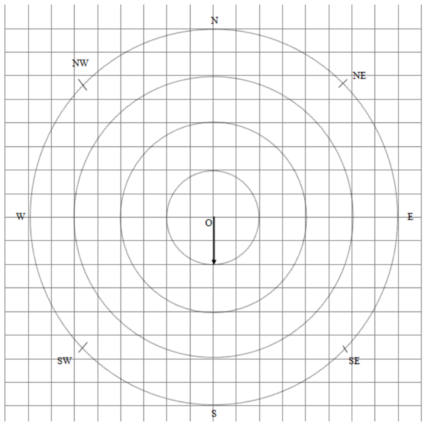
ATIVIDADE 2

1) É possível também utilizar o vetor para representar a velocidade de uma embarcação: Uma embarcação navega, a partir do ponto O, com uma velocidade de 2 km/h no sentido norte (S), de acordo com a representação do **vetor velocidade** na malha quadriculada.

a) Represente, na malha quadriculada, o **vetor velocidade** dessa embarcação, caso ela navegasse, a partir do ponto O, com velocidade de 4 km/h no sentido leste (NE).
b) Represente, na malha quadriculada, o **vetor velocidade** dessa embarcação, caso ela navegasse, a partir do ponto O, com velocidade de 7 km/h no sentido sul (W).
c) Represente, na malha quadriculada, o **vetor velocidade** dessa embarcação, caso ela navegasse, a partir do ponto O, com velocidade de 5 km/h no sentido noroeste (N).

2) Na sua opinião, seria possível representar o **vetor velocidade** dessa embarcação, caso ela navegasse com velocidade de 8 km/h, sem conhecer o sentido para o qual essa embarcação está indo? Justifique.

3) Na sua opinião, seria possível representar o vetor velocidade dessa embarcação, caso ela navegasse no sentido nordeste (NE), sem conhecer o valor da velocidade que a embarcação está adotando? Justifique.



Fonte: Acervo de pesquisa

Assim como fizemos na análise da questão da atividade diagnóstica, iremos iniciar a análise dos protocolos do primeiro bloco de atividade (Quadros 3 e 4) com dados quantitativos (Tabela 2) e, em seguida, faremos a análise qualitativa dos resultados obtidos.

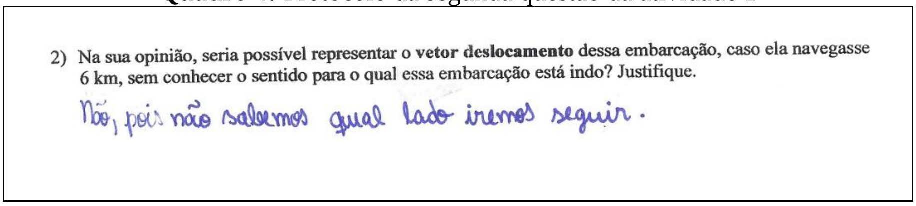
Tabela 2: Análise do primeiro bloco de atividades

	Integralmente correta	**Parcialmente correta**	**Incorreta**	**Em branco**
Atividade 1	06	00	00	00
Atividade 2	04	02	00	00
Análise da primeira atividade por questão				
Questão 1	06	00	00	00
Questão 2	06	00	00	00
Questão 3	06	00	00	00
Análise da segunda atividade por questão				
Questão 1	06	00	00	00
Questão 2	04	00	02	00
Questão 3	06	00	00	00

Fonte: Autor

Referente à primeira atividade, evidenciamos que todas as duplas conseguiram representar geometricamente, na malha quadriculada, o vetor deslocamento como um segmento de reta orientado com módulo, direção e sentido indicados corretamente. A segunda e a terceira questões também obtiveram índices de 100% de acerto. Identificamos que algumas duplas expressaram diretamente as características de módulo (ou comprimento), direção e sentido da grandeza deslocamento em suas respostas. Contudo, pudemos evidenciar também que algumas duplas, apesar de não terem expressado diretamente essas características, deixaram-nas subentendidas em suas respostas, como pode ser observado no protocolo a seguir (Quadro 4).

Quadro 4: Protocolo da segunda questão da atividade 1



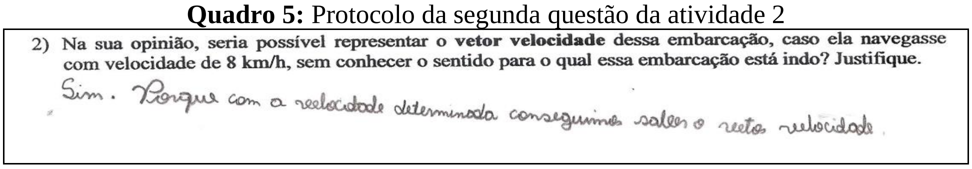
2) Na sua opinião, seria possível representar o **vetor deslocamento** dessa embarcação, caso ela navegasse 6 km, sem conhecer o sentido para o qual essa embarcação está indo? Justifique.

Não, pois não sabemos qual lado iremos seguir.

Fonte: Acervo de pesquisa

Referente à segunda atividade, pudemos evidenciar que todas as duplas conseguiram representar geometricamente, na malha quadriculada, o vetor velocidade como um segmento de reta orientado com módulo, direção e sentido. Todas as duplas afirmaram que não seria possível representar geometricamente o vetor sem a informação do módulo, porém duas duplas afirmaram que seria possível fazer essa representação sem a informação de direção e sentido (Quadro 5).

Quadro 5: Protocolo da segunda questão da atividade 2



2) Na sua opinião, seria possível representar o **vetor velocidade** dessa embarcação, caso ela navegasse com velocidade de 8 km/h, sem conhecer o sentido para o qual essa embarcação está indo? Justifique.

Sim. Porque com a velocidade determinada conseguimos saber a reta velocidade.

Fonte: Acervo de pesquisa

Com isso, evidenciamos que essas duas duplas tiveram problemas na corporificação do vetor como velocidade, haja vista que ainda possuem a visão da velocidade como uma grandeza escalar. Acreditamos que o fato de essas duas duplas terem representado a velocidade como um segmento de reta orientado, ainda que não tenham corporificado o vetor como velocidade, tenha ocorrido por influência do enunciado, que já traz essa representação na malha quadriculada.

As demais duplas mostraram progresso entre a atividade diagnóstica e o primeiro bloco de atividades de intervenção, pois deram um passo importante no caminho da generalização e, consequentemente, da abstração, pois conseguiram corporificar o vetor como deslocamento e velocidade, identificando semelhanças entre essas grandezas, com o intuito de dar o mesmo tratamento vetorial a ambas, isto é, iniciar o percurso no mundo simbólico, a partir de suas representações como segmentos de retas orientados.

A partir desse progresso evidenciado na maioria dos alunos, pudemos concluir sobre a importância da contextualização na compreensão das características de um vetor (módulo, direção e sentido). A abordagem dos vetores inseridos no contexto da navegação, proposto pelo pesquisador durante o debate realizado após a aplicação da atividade diagnóstica, proporcionou à maioria dos alunos a compreensão de que algumas grandezas não dependem apenas do seu módulo para serem determinadas.

Portanto, é necessário destacar a importância da narrativa criada pelo pesquisador dentro do contexto proposto e dos recursos empregados durante o debate. Os questionamentos feitos aos alunos, inserindo-os no contexto proposto, permitiram que eles próprios concluíssem que deslocamento e velocidade são grandezas que dependem de outras características além do seu módulo, como ocorre com as grandezas escalares, contribuindo para corporificação dos vetores. Essa compreensão proporcionou que iniciassem seus percursos pelos Mundos da Matemática referente aos vetores e incrementassem suas habilidades de abstração.

Isso foi relevante para que superassem os conflitos referentes aos “já-encontrados” oriundos do estudo da cinemática no ensino da disciplina de Física, identificassem semelhanças entre o deslocamento e a velocidade e dessem um tratamento vetorial a ambas, isto é, corporificassem o vetor tanto como deslocamento quanto como velocidade. A partir dessa generalização, a maioria dos alunos transitou entre os mundos corporificado e simbólico, representando essas grandezas com um mesmo símbolo: um segmento de reta orientado. Essa dinâmica sugere que a contextualização proposta contribuiu para que o objeto matemático vetor ganhasse significado para os alunos.

Conclusão

Este artigo traz um recorte de uma pesquisa mais ampla realizada no âmbito do programa de pós-graduação da Universidade Anhanguera de São Paulo e a sua dinâmica traz três momentos importantes: a aplicação da atividade diagnóstica, o debate sobre a atividade diagnóstica e a aplicação do primeiro bloco de atividades de intervenção.

Na atividade diagnóstica, pudemos evidenciar que os alunos não conseguiram corporificar o vetor como velocidade, pois deram a esta grandeza um tratamento escalar. Este comportamento pode ser fruto dos "já-encontrados" oriundos do estudo da cinemática, na disciplina de Física. Com isso, ficou comprometido o percurso pelo mundo simbólico, haja vista que os alunos não indicaram a direção e o sentido da velocidade, ficando presos apenas ao seu módulo.

Após a realização da atividade diagnóstica, mostrou-se necessário fazer uma intervenção visando auxiliá-los a superar os conflitos gerados pelos "já-encontrados". Dessa forma, o pesquisador programou um encontro para debater os protocolos gerados, que se deu a partir da utilização da ferramenta da contextualização dos vetores na navegação inserida em uma narrativa construída para que os alunos pudessem refletir e construir os conceitos. As falas de alguns alunos, provocadas pelo pesquisador, sugerem a compreensão de que deslocamento e velocidade são grandezas vetoriais, isto é, caracterizadas pelo módulo, direção e sentido.

A narrativa e os recursos empregados pelo pesquisador durante o debate, a partir de questionamentos que possibilitaram aos alunos a inserção no contexto, contribuíram para que iniciassem seus percursos pelos Mundos da Matemática referente aos vetores.

Isso nos permite concluir que esses alunos corporificaram o vetor como duas grandezas, deslocamento e velocidade, dando um passo no desenvolvimento da habilidade de abstração, a partir da generalização.

Os dados obtidos após a aplicação do primeiro bloco de atividades de intervenção ratificam essa conclusão. A maioria dos alunos corporificou o vetor como deslocamento e velocidade e deram um novo passo em direção à abstração, a partir da sintetização, percorrendo o mundo simbólico ao representar essas grandezas com um mesmo símbolo: um segmento de reta orientado.

Neste sentido, podemos concluir, nesse momento inicial da análise dos dados, que a contextualização dos vetores na navegação auxiliou o incremento da habilidade de abstração, tendo contribuído para a significação do vetor e possibilitando um breve percurso pelos mundos corporificado e simbólico pela maioria dos alunos.

Referências bibliográficas

BRASIL, MEC. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BRASIL, MEC. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília, 2013.

BRASIL. MEC. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Vol. 2 - Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.

BRASIL, MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio – Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, MEC, 2000.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. **Design experiments in education research**. Educational Researcher, v.32, n.1, p. 9-13, 2003.

DREYFUS, T. **Advanced Mathematical Thinking Processes**. In: Tall, D. Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library, Vol. 11. Springer, 2002.

LIMA, R. N. **Equações algébricas no Ensino Médio: uma jornada por diferentes mundos da matemática.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – 2007.

LUZ, A. M. R.; ÁLVARES, B. A. **Física: contexto & aplicações**. Volume 1 – Ensino Médio. São Paulo: Scipione, 2013.

MAIOLI, M. **A contextualização na matemática do Ensino Médio.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – 2012.

SPINELLI, W. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da matemática.** Tese (Doutorado em Educação) da Universidade de São Paulo – 2011.

TALL, D. **How Humans Learn to Think Mathematically: exploring the three worlds of mathematics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

Validação Matemática no 9º Ano Do Ensino Fundamental Numa Escola Pública De Mato Grosso

Mathematical Validation in the 9th Year of Elementary School in A Public School of Mato Grosso

Liana Krakecker
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
lia.krake@gmail.com

José Luiz Magalhães de Freitas
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
joseluizufms2@gmail.com

Resumo

Neste espaço discutimos alguns resultados de nossa pesquisa de doutorado, em andamento, em que buscamos investigar processos de validação matemática desenvolvidos por alunos de uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Mato Grosso, no decorrer do ano letivo de 2020. Nos fundamentamos principalmente na Teoria das Situações Didáticas e no Modelo de Tipologia de Provas, tomando o aluno como protagonista do seu processo de ensino e de aprendizagem e um significado de prova amplo, que contempla desde validações empíricas até aquelas mais conceituais e formais. Sendo assim, apresentamos e analisamos uma atividade desenvolvida com dois estudantes, durante a realização de aulas não presenciais. Nossa interação ocorreu de forma individual, considerando suas particularidades e possibilidades, de modo que os dados foram obtidos por meio do WhatsApp e de material impresso. Temos observado que as produções dos alunos dependem da análise que fazem da situação como um todo, além da influência do contrato didático e de seus conhecimentos sobre o objeto matemático e sobre o próprio processo de validação matemática.

Palavras-chave: Educação Básica; produção de provas; argumentação matemática; ensino; aprendizagem.

Abstract

In this space, we discuss some results of our doctorate research, in progress, in which we seek to investigate mathematical validation processes developed by students of a 9th year of Fundamental Education of a public school of Mato Grosso, during the 2020 school year. We are mainly based on the Theory of Didatiques Situations and in the Model of Typology of Proofs, taking the student as the protagonist of his teaching and learning process and a broad meaning of proof, ranging from empirical validations to more conceptual and formal ones. Thus, we present and analyze an activity developed with two students, during the performance of non-face-to-face classes. Our interaction occurred individually, considering its particularities and possibilities, so that the data were obtained through WhatsApp and printed material. We have observed that the student's productions depends on the analysis they make of the situation as a whole, in addition to the influence of the didactic contract and its knowledge about the mathematical object and on the mathematical validation process itself.

Keywords: Basic Education; production of proofs; mathematical argumentation; teaching; learning.

Introdução

Apresentamos neste trabalho um excerto de nossa pesquisa de doutorado, em fase de finalização, na qual temos o objetivo de investigar processos de validação matemática desenvolvidos por alunos de uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Mato Grosso, no decorrer do ano letivo de 2020.

O interesse por esta investigação está relacionado ao desejo de discutir com nossos próprios alunos da educação básica atividades de validação matemática, independentemente do conteúdo. Desde muito tempo, documentos norteadores do ensino como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) destacam a importância da argumentação, da elaboração de conjecturas e de provas ainda no Ensino Fundamental. Os PCNs direcionados às séries iniciais, por exemplo, indicam que, embora se trabalhe bastante com atividades experimentais e observações é importante que "[...] o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos" (BRASIL, 1997, p. 30). Não somente isso, deve-se fomentar o espírito investigativo e a elaboração de justificativas e a validação de suas respostas.

Aos poucos, estas justificativas devem ser aperfeiçoadas de forma que nos anos finais do Ensino Fundamental o aluno reconheça a importância das demonstrações e tenha consciência das limitações de uma validação empírica (BRASIL, 1998). Parte-se do pressuposto de que o fazer matemática se relaciona com o "[...] desenvolvimento da capacidade de argumentar e de fazer conjecturas e generalizações, bem como o da capacidade de justificar por meio de uma demonstração formal" (ibidem, p. 49).

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento mais recente, também encontramos destaque para este tema, pois se evidencia a necessidade de que os alunos possam investigar, explicar e justificar suas respostas, devendo a argumentação apresentada ser consistente (BRASIL, 2018). Além disso, em diversas habilidades matemáticas do Ensino Fundamental há a presença do verbo "demonstrar", sendo que no ensino médio, para além do estabelecimento de conjecturas e da observação de padrões, o estudante deve ser capaz de identificar "[...] a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (ibidem, p. 531).

O que temos observado, porém, é um cenário um tanto diferente, em que os estudantes não são colocados diante de situações de validação e não possuem o hábito de realizar provas. Nasser e Tinoco (2003) escrevem que a grande parte deles não está acostumado a comunicar suas ideias, pois na maioria das vezes são submetidos a um ensino que privilegia exercícios repetitivos sem significados. Mello (1999), Oliveira (2009), Picelli (2010) e Krakecker (2016) realizaram pesquisas envolvendo provas matemáticas no ensino básico e constataram que a maioria das produções foram empíricas. Mateus (2015), Ordem (2015) e Ferreira (2016) investigaram estudantes de licenciatura e os resultados não foram muito diferentes. Elas sugerem que muitos deles não tiveram ou não lembram de ter tido experiências com provas enquanto alunos, sendo este um dos motivos pelos quais possuem uma visão restrita deste conceito. Apesar de reconhecerem a importância das provas matemáticas, a maioria não se sente segura para ensinar sobre este tema (MATEUS, 2015; FERREIRA, 2016).

Healy e Hoyles (1998) realizaram um amplo estudo com estudantes da Inglaterra e relatam que "[...] parte do fraco desempenho na prova de nossos melhores alunos pode ser simplesmente explicado por sua falta de familiaridade com o processo de prova. Muitos deles têm pouca ideia desse processo [...]" (p. 6). Nessa mesma direção, De Villiers (2001) sinaliza que um dos principais problemas quando se tenta discutir este tema em sala de aula, além da falta de costume dos estudantes, há a incompreensão da necessidade da realização de provas matemáticas. Uma vez cientes da validade de uma conjectura, engajar-se na produção de uma validação por vezes parece não fazer sentido para eles.

Para superar estes desafios, Boavida (2001) sugere que a relevância das justificativas seja sempre colocada em destaque, sendo imprescindível criar "[...] ao longo dos vários anos de escolaridade, condições para que a racionalidade própria de cada um vá evoluindo no sentido de haver a apropriação cada vez maior, de um sistema de validação particular característico da matemática (ibidem, p. 15). É neste contexto que, considerando o objetivo já mencionado, realizamos uma intervenção em nossa própria sala de aula, com alunos de 9° ano do ensino fundamental de uma escola pública do estado de Mato Grosso, que estiveram sob nossa regência durante o ano letivo de 2020.

Acreditamos na importância de que eles sejam submetidos à diversas experiências que envolvam atividades de validação matemática para que, aos poucos, possam criar suas próprias regras de decisão, como também, a compreensão da especificidade das provas em matemática.

Referencial Teórico

Neste tópico, apresentamos de forma resumida os principais elementos teóricos assumidos em nossa investigação, explicitando conceitos adotados e pressupostos.

- Modelo de Tipologia de Provas

Healy e Hoyles (2000) escrevem que o processo de construção de uma prova é complexo e exige competências como por exemplo, identificar padrões, regularidades, estruturas e organização de argumentos lógicos. Acrescentamos a estes elementos a elaboração de conjecturas, realização de experimentações, testes, medições e tentativas de generalização. Todos eles podem fazer parte do que temos chamado de processo de validação. Um processo de validação, portanto, é caracterizado pelas ações dispendidas pelo estudante ao tentar mostrar a veracidade ou falsidade de uma conjectura. Tais ações podem contemplar elementos teóricos ou não.

De forma semelhante, atividades de validação matemática são aquelas cujo intuito é o de que os estudantes se engajem na busca por validar uma "conjectura" dada ou que venha a ser formulada por eles. As conjecturas podem ser mais abertas, como por exemplo "Investigue a paridade do quadrado de um número" ou mais direcionadas, como é o caso do questionamento "É verdade que o quadrado de um número ímpar é sempre ímpar?". Podem ainda envolver a análise de uma prova já produzida, a generalização de padrões ou, simplesmente, uma investigação sobre a resposta obtida para um problema, se ela está correta ou não.

Ao se envolver em um processo de validação, o aluno pode apresentar discursos possíveis de serem classificados como uma explicação, uma prova ou uma demonstração (BALACHEFF, 1987). Quando já ocorreu um convencimento pessoal e se tenta convencer outros acerca da validade de uma proposição, está-se apresentado uma explicação. À medida que os demais concordam ou são convencidos pelo que está se defendendo, dizemos que a explicação adquiriu status de prova, para aquele grupo e naquele momento.

Assim, de acordo com Balacheff (1987; 2000; 2019), uma prova está relacionada a um discurso de caráter social aceito por um grupo específico ou por uma comunidade em determinado momento, também específico. Por exemplo, prova produzida por uma classe de alunos após discussões vivenciadas em uma aula. A validade do que está em jogo pode ser objeto de discussão em que se pretenda determinar um sistema comum de validação, aceito por todos, passando o conhecimento a ser aceito por outros além daquele que apresenta a prova. Por esta perspectiva, uma prova pode ter diferentes graus de generalidade e diferentes características. Balacheff as distingue em dois níveis e em ao menos quatro tipos: *empirismo ingênuo*, *experiência crucial* (no nível pragmático), *o exemplo genérico e a experiência mental* (no nível intelectual).

As provas do primeiro nível são construídas por meio de observações, regularidades, testes, medições, ou seja, fundamentadas em eventos singulares. Classificamos uma prova como sendo do tipo empirismo ingênuo quando o aluno, em nosso caso, conclui que uma conjectura é verdadeira ou não após analisar poucos exemplos ou poucas observações. Se após este processo ele ainda não estiver totalmente convencido havendo necessidade de incluir um caso, exemplo ou teste que considera não provável, trata-se do tipo de prova experiência crucial.

Nas provas que pertencem ao segundo nível já se pode perceber elementos de generalização, pois as conclusões se apoiam em propriedades, relações, como também, na tomada de consciência do caráter genérico das situações consideradas. Também podem ser percebidas modificações na linguagem, que passa a ser mais organizada e a contemplar símbolos matemáticos.

A passagem das provas pragmáticas para as provas intelectuais não é linear, de forma que

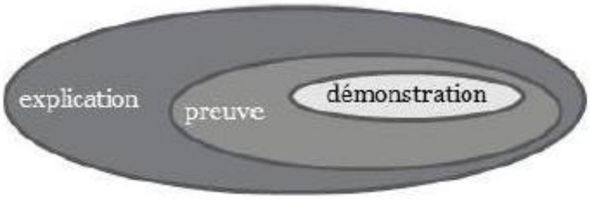
> [...] há uma ruptura fundamental entre os dois primeiros tipos de prova e os dois restantes. De fato, não se trata de "mostrar" que a proposição em questão é verdadeira porque "funciona" para o exemplo genérico e para a experiência mental, mas para estabelecer o caráter necessário de sua validade, apresentando as razões que a justificam. Isso constitui uma mudança radical na racionalidade dos estudantes que defendem estas provas (BALACHEFF, 2000, p. 26).

Neste sentido, uma prova do tipo *exemplo genérico* ocorre quando o aluno reconhece um caso em específico como representante de uma classe de objetos. Suas conclusões têm por base um exemplo ou uma figura, pois estes lhe servem de apoio para falar ou generalizar. Já no experimento mental, este representante já não é mais necessário, pois as propriedades ou relações já estão interiorizadas e a produção do aluno é bastante geral. A linguagem e os símbolos matemáticos assemelham-se à estrutura de uma demonstração.

Ao utilizarmos a palavra demonstração, nos referimos a um tipo específico de prova, que segue uma estrutura também específica – contendo hipótese, tese, postulado, teoremas, lemas, corolários, entre outros – uma sequência de deduções e regras institucionalizadas e aceitas pela comunidade de matemáticos.

Da perspectiva do indivíduo[1], as relações entre explicação, prova e demonstração podem ser expressas por meio do diagrama abaixo:

Figura 1: Diagrama envolvendo conceitos de explicação, prova e demonstração



Fonte: BALACHEFF (2019, p. 9)

Assim, uma demonstração seria um tipo específico de prova que, por sua vez, é um tipo específico de explicação, validada socialmente em um espaço e tempo específicos.

Essa perspectiva teórica segundo a qual podemos flexibilizar o entendimento a respeito das provas matemáticas, nos permite validar, analisar e classificar as produções dos estudantes do nível de ensino com o qual estamos trabalhando.

Como já observamos anteriormente, ao olharmos para as produções dos estudantes, não há uma ordem ou uma evolução linear no que se refere aos tipos de prova. Existem elementos subjetivos, como por exemplo a análise que ele faz da situação como um todo (BALACHEFF, 1988). Noutras palavras, quando o aluno está respondendo uma atividade avaliativa, ele pode se engajar em um processo de validação buscando uma prova de nível intelectual porque precisa de uma boa nota. Em alguma outra situação, pode fazer uso do que Balacheff (1987) descreve como lógica da economia, ou seja, quando o estudante já percebe que a conjectura é verdadeira e deixa de investir em uma produção mais rebuscada, direcionando seus esforços para algo que considera mais importante.

- Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas nos ajuda a (re)pensar o papel do aluno e o papel do professor, pois ela se preocupa com as maneiras de apresentação do conteúdo, valorizando e envolvendo conhecimentos dos estudantes na construção do saber matemático (FREITAS, 2012). Para Brousseau (1996), deve-se proporcionar oportunidades nas quais ele

[1] Um outro esquema é proposto pelo autor, em referência à esfera pública, considerando o debate.

"[...] aja, formule, prove, construa modelos, linguagens, conceitos, teorias, os troque com outros, reconheça aqueles que são conformes à cultura, retire aqueles que lhe são úteis" (p. 38).

Essas interações ocorrem em um meio antagônico, contraditório e munido de intenções em que são propostas situações didáticas com vistas a aprendizagem. Nas palavras de Brousseau,

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre o aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição. (BROUSSEAU, 1986, p. 8)

Assim, quando há intenção de modificar os conhecimentos dos alunos, seus vocabulários, as formas pelas quais argumentam e suas regras de decisão, por exemplo, como pretendemos ao longo de nossa investigação, pode-se dizer que há uma interação didática (BROUSSEAU, 2008, p. 53).

Quando o aluno aceita a responsabilidade da aprendizagem de uma situação, engajando-se e respondendo-a porque realmente é algo que lhe interessa e não apenas porque o professor solicitou, podemos dizer que a devolução ocorreu e que os alunos se encontram em situações adidáticas. Nesse caso eles assumem o papel principal e estão envolvidos no processo de resolução da situação problema.

As relações entre o aluno, o professor e o saber são permeadas por uma série de regras implícitas e explícitas que fazem com que determinados comportamentos sejam esperados, tanto por parte do aluno, como do professor. Trata-se do contrato didático no qual aquele que está envolvido "[...] imagina o que o outo espera dele e o que cada um pensa do que o outro pensa... e essa ideia cria as possibilidades de intervenção, de *devolução* da parte adidática das situações e da *institucionalização* (BROUSSEAU, 2008, p. 74, grifo do autor).

Sendo assim, nossas ações visam uma mudança no contrato didático, de forma que atividades de validação passem a estar sempre presentes. Também procuramos elaborar nossas atividades com vistas a favorecer situações adidáticas e a devolução. Outro elemento que consideramos foi a institucionalização, momento em que o professor retoma as atenções para si, sistematiza, explicita e atesta a validade dos resultados ou estratégias dos alunos.

Aspectos Metodológicos

Nossa pesquisa é de base qualitativa e foi desenvolvida em "sala de aula" de matemática, durante as aulas não presenciais, de uma turma de 9° ano do ensino fundamental de uma escola pública de Mato Grosso no decorrer do ano letivo de 2020. É importante destacar que a primeira autora deste artigo foi ao mesmo tempo pesquisadora e professora. A investigação foi realizada em três momentos, a saber:

Momento I: Elaboramos e aplicamos atividades de validação matemática junto à estudantes de 8° ano, ainda no ano de 2019, durante as aulas presenciais regulares de matemática. Consideramos esta experiência como uma pré-experimentação cujas reflexões ampararam a (re)organização da proposta para uma intervenção durante o ano letivo de 2020, com estes mesmos alunos que estariam matriculados no 9° ano. Este relato é importante para esclarecer ao leitor que as atividades propostas aos alunos analisados não eram totalmente estranhas. Portanto, quando nos referíamos à palavra conjectura, por exemplo, era esperado que eles já tivessem noções sobre seu significado.

Momento II: Interagimos com dois estudantes no período entre março e julho de 2020, quando as aulas no estado de Mato Grosso estavam paralisadas em decorrência da Pandemia causada pelo novo Coronavírus[2]. Não houve critério de escolha a não ser o fato de terem aceitado nosso convite para realização desta etapa da pesquisa. Assim, foram aplicadas 6 atividades de validação matemática relacionadas aos temas "potenciação" e "radiciação", as quais enviávamos em média a cada duas semanas, por meio do aplicativo de mensagens WhatsApp. A partir do registro fotográfico de suas resoluções interagíamos com mensagens escritas, áudios e/ou vídeos. Ao final, uma pequena institucionalização local era realizada evidenciando possibilidades de uma validação de nível intelectual.

Momento III: Compreende os meses entre setembro e dezembro de 2020, momento em que foram desenvolvidas e aplicadas 14 atividades de validação matemática junto aos estudantes de turmas de 9° ano do ensino fundamental, durante as aulas regulares e não presenciais de matemática. Devido ao cenário pandêmico, elas foram inseridas nas apostilas mensais que eram disponibilizadas aos estudantes para acompanhamento e cumprimento da

[2] "Os coronavírus são uma grande família de vírus comuns em muitas espécies diferentes de animais, incluindo camelos, gado, gatos e morcegos. Raramente, os coronavírus que infectam animais podem infectar pessoas, como exemplo do MERS-CoV e SARS-CoV. Recentemente, em dezembro de 2019, houve a transmissão de um novo coronavírus (SARS-CoV-2), o qual foi identificado em Wuhan na China e causou epidemia chamada de COVID-19, sendo em seguida disseminada e transmitida pessoa a pessoa." (Ministério da Saúde)

carga horária letiva. Nesta oportunidade, interagíamos com aqueles que tiveram disponibilidade e possibilidade, considerando a existência de fatores adversos como falta de acesso a recursos tecnológicos ou internet e especificidades de cada família.

Sendo assim, tivemos quatro estudantes que desenvolveram todas as apostilas e todas as atividades de validação que propusemos. Destes, analisamos os dados de dois alunos que já haviam participado dos momentos anteriores, pois consideramos termos dados suficientes para o cumprimento de nosso objetivo de analisar o processo desenvolvido por cada um deles, ao longo de todos os meses em que interagimos.

Nossos dados são constituídos, portanto, de materiais impressos, registros fotográficos e registros escritos obtidos por meio do WhatsApp. Eventualmente fizemos referência ao conteúdo de áudios e/ou vídeos porque também fizeram parte de nossas conversas junto aos estudantes. Realizamos, também, duas breves entrevistas, nas quais tínhamos o principal objetivo de ouvi-los acerca deste processo de realizar validações matemáticas.

Nesta oportunidade, trazemos para discussão uma das atividades aplicadas durante o Momento III, que envolveu o tema “equações polinomiais do 2° grau”. Tratamos os alunos pelos nomes fictícios Juca e Lili.

Análise e discussões

Neste tópico, apresentaremos uma das atividades desenvolvidas ao longo do Momento III. Faremos uma breve discussão sobre ela e, em seguida, apresentaremos as resoluções e respectivas análises de cada um dos dois alunos.

Lauanda conjecturou que se o valor do discriminante (delta) for zero, então a equação possui duas raízes reais iguais. O que você acha? Concorda ou discorda? Explique.

Tínhamos o objetivo de que os estudantes investigassem a relação existente entre o valor do discriminante de uma equação polinomial do 2°grau e suas raízes. Em relação à validação, esperávamos que eles justificassem suas respostas com base em exemplos, buscando referências nas soluções encontradas em atividades e equações já resolvidas anteriormente na apostila. Isso porque uma validação de nível intelectual exigiria que eles fizessem relações junto à fórmula resolutiva, considerando o valor do discriminante nulo.

Mesmo que os estudantes já tivessem tido experiências com este nível de prova, essa associação não é tão simples.

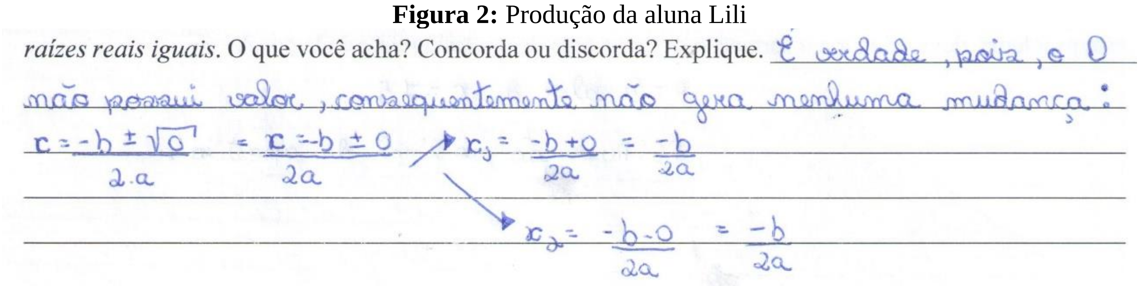
Ao tentar resolver sozinha, a aluna Lili, precisou de ajuda e interagiu conosco por meio de um áudio em que disse:

Minha dúvida é nesta atividade que fala sobre o delta, se ele for zero, se a equação sempre vai possuir as duas raízes iguais. Eu tentei... Eu fiz e não sei se está certo, ***com as letras né****, que aí* ***abrange todos os números****. Mas eu não sei se está certo, vou mandar [registro fotográfico] para a prof.*

Devido à tentativa de resolver a situação ***com as letras***, Lili nos sugere sua compreensão de que neste caso, uma explicação fundamentada em exemplos seria questionável porque não iria ***abranger todos os números***. Evidência de que ela já percebe a necessidade de não se satisfazer apenas com exemplos ou casos particulares.

No registro fotográfico de sua resolução, pudemos identificar uma linguagem matemática geral, em que ela considera a fórmula resolutiva das equações polinomiais do 2° grau, algo que não esperávamos. Após a correção de um pequeno equívoco[3], em sua resposta final, ela mostra perceber que os valores das raízes serão iguais juntamente pelo valor do discriminante ser zero, o que não altera os resultados finais.

Figura 2: Produção da aluna Lili



Fonte: Dados da pesquisa

Para Balacheff (2019), quando a validação é baseada em um exemplo, mas fornece ao aluno um meio de expressar sua prova, podemos dizer que se trata do nível intelectual. Acreditamos que a prova apresentada por ela neste momento é do tipo experimento mental, pois parece haver um desprendimento de tentativas empíricas sobre casos particulares, uma vez que a aluna buscou resolver a situação de forma direta sem fazer referência a exemplos. Mesmo que ela tivesse desconfiado da validade da conjectura, observando exercícios feitos anteriormente, em sua produção há elementos que permitem concluir que ela percebeu que ao acrescentar zero nada muda. Parece haver, também, um desapego em relação aos casos

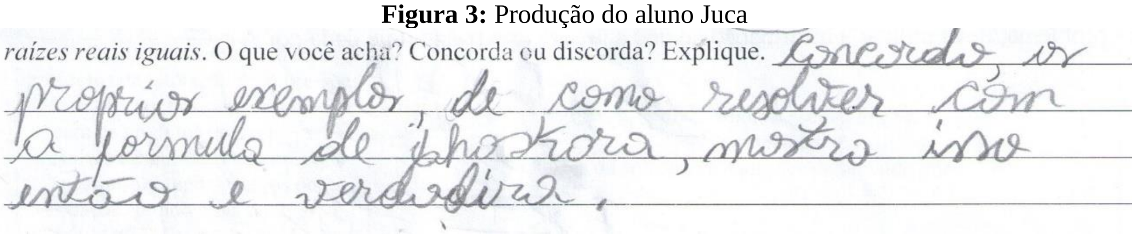
[3] Em que ela considerou o valor a no denominador e não $2a$.

particulares, pois Lili parte da fórmula indicada não importando os valores dos coeficientes envolvidos.

Em uma de nossas entrevistas, tivemos a oportunidade de questionar como ela havia pensado ao resolver esta atividade. Lili afirmou que foi devido aos exemplos[4] trabalhados anteriormente nas apostilas, que sugeriram o uso de validações intelectuais para garantir a validade ou não de uma conjectura. Por isso, ela pensou que deveria utilizar "*as letras*". Também afirmou que não realizou nenhuma outra pesquisa.

Juca, outro aluno que compõe nossas análises, apresentou uma prova pragmática do tipo empirismo ingênuo.

Figura 3: Produção do aluno Juca


raízes reais iguais. O que você acha? Concorda ou discorda? Explique. Concordo, os proprios exemplos, de como resolver com a formula de bhaskara, mostro isso então e verdadeira.

Fonte: Dados da pesquisa

Neste caso, o aluno pautou sua validação na observação dos exercícios propostos anteriormente na própria apostila, como havíamos previsto. Percebemos que ele não se preocupou em realizar mais exemplos, tampouco testar para casos específicos, atípicos. Segundo Balacheff (2019), o contrato didático junto da situação, da linguagem e das concepções mobilizadas são restrições que constituem o processo de validação. Neste caso, é possível que, devido às regras implícitas do contrato didático de nossas interações, Juca tenha aplicado uma lógica da economia, ao concluir a veracidade da conjectura, percebendo que ela se mostrava válida para alguns exemplos. Algo como "se funcionou para estes casos, então vale".

Provas deste tipo, geralmente estão relacionadas a conjecturas verdadeiras, como no caso da atividade proposta, pois elas resistem aos sucessivos testes, fazendo com que o aluno rapidamente se convença a respeito de sua validade. Neste sentido, poderíamos afirmar que o "[...] o empirismo ingênuo constitui uma forma resistente de generalização" (BALACHEFF, 2000, p. 26), pois o estudante não identifica nenhuma necessidade de uma validação intelectual.

[4] Sempre que possível, inseríamos discussões sobre possíveis validações intelectuais nas apostilas disponibilizadas aos estudantes.

Considerações finais

Trouxemos uma discussão de uma atividade desenvolvida por dois estudantes do 9° ano do ensino fundamental em um movimento de análise do processo de produção de suas validações, relacionadas ao tema “equações polinomiais do 2° grau”. Elas fazem parte do Momento III de nossa investigação de doutorado, em que buscamos abordar provas matemáticas ao longo do ano letivo de 2020, durante as aulas regulares de matemática, sempre que possível contemplando os mais diversos temas.

As provas apresentadas pelos estudantes transitam entre os tipos e níveis de prova propostos por Balacheff e dependem fundamentalmente da análise da situação e dos conhecimentos relativos ao objeto matemático e ao próprio processo de validação matemática. Na produção de Lili percebemos a influência de atividades, exemplos e de discussões realizadas anteriormente, nas quais sempre ressaltávamos a importância de generalizar as explicações apresentadas.

Tanto na produção de Lili, quanto na produção de Juca, observamos elementos do contrato didático que influenciaram em suas provas. No primeiro caso, a percepção da necessidade de se produzir validações que contemplem a generalidade, que contemplem todos os números, como salientou Lili. No segundo caso, a dispensa deste artifício possivelmente pela percepção de que se tratava de uma situação análoga às outras já vivenciadas, nas quais as conjecturas que funcionavam para alguns casos, geralmente eram de fato verdadeiras.

Ainda sobre a produção de Juca, para além de sua percepção da validade da conjectura e das regras implícitas do contrato didático, a falta de uma validação intelectual pode ter relações com seus conhecimentos. Em algumas situações os estudantes intencionam apresentar uma prova mais geral, mas não sabem exatamente como fazer isso. Neste sentido, temos defendido a inserção de atividades de validação matemática na sala de aula, sempre que possível, proporcionando aos alunos diferentes experiências. Sempre ressaltando e incentivando a elaboração de validações e provas cada vez mais consistentes, com base no nível de ensino e no conhecimento que possuem.

Referências

BALACHEFF, N. **Processus de prevue et situations de validation. In educational studies in mathematics**, nº18, 1987, pp.147-176.

BALACHEFF, N. **Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas** (Trad. Pedro Gómez). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes, 2000.

BALACHEFF N. **Contrôle, preuve et démonstration**. Trois régimes de la validation. In : Pilet J., Vendeira C. (eds.) Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2018 (pp.423-456). Paris: ARDM et IREM de Paris - Université de Paris Diderot, 2019.

BOAVIDA, A. M. **Um olhar sobre o ensino da demonstração em Matemática**. Lisboa: Revista Educação e Matemática, 2001, n. 63, p. 11-15.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática, 5ª a 8ª Séries. Brasília, 1998.

BRASIL, **PCN+ ensino médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Semtec, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular.** Brasília, DF, 2018.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en didactique des mathématiques**. v. 7. n. 2. 1996.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas:** Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

DE VILLIERS, M. D. Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad**. Educação e Matemática**, n 62, p. 31-36, 2001

FREITAS, J. L. M. de. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. revisada. 2. reimpr. São Paulo: EDUC, 2012. p. 77-111.

HEALEY L., HOYLES C. **Justifying and proving in school mathematics**. Summary of the results from a survey of the proof conceptions of students in the UK. Research Report Mathematical Sciences, Institute of Education, University of London, 1998.

HEALY, L.; HOYLES, C. A study of proof conceptions in algebra. **Journal for research in Mathematics Education.** 31. P. 396-428, 2000.

KRAKECKER, L**. Produção de Conjecturas e Provas de propriedades de ângulos de polígonos:** um estudo com alunos do 8° ano do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação Matemática, Campo Grande, 2016.

NASSER, L. TINOCO, L. A. **Argumentação e prova no ensino da matemática**. Instituto de Matemática (Projeto Fundão), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

OLIVEIRA, S. G. da S. **Um estudo de argumentações produzidas por alunos do 8º ano em atividades de construções geométricas envolvendo pontos notáveis de triângulo**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação Matemática, Campo Grande, 2009.

PICCELLI, P. H. **Processos de validação de conjecturas em geometria plana.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação Matemática, Campo Grande, 2010.

Visita a um Museu Virtual: uma Proposta de Ensino-Aprendizagem de Matemática utilizando a THA

Visit to a Virtual Museum: A Mathematics Teaching-Learning Proposal using THA

Cecy Leite Alves Carreta
UNICSUL
cecy@hotmail.com.br

Felipe de Almeida Costa
UNICSUL
felipeacosta@prof.educacao.sp.gov.br

Norma Suely Gomes Allevato
UNICSUL
normallev@gmail.com

Resumo
Este artigo apresenta e discute a aplicação de uma atividade matemática, utilizando como ferramenta um museu virtual, que possibilita a divulgação de acervos culturais e obras de arte que podem ser explorados de forma digital. A atividade foi criada e aplicada a partir dos pressupostos da Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Foi produzido um guia matemático que orientou a visita dos alunos ao museu virtual, demonstrando a presença da Matemática nas obras de arte e promovendo explorações matemáticas envolvendo, especialmente, conhecimentos espaciais de localização e medidas de comprimento. A atividade foi realizada com alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola técnica da cidade de São Paulo. Os alunos aplicaram conhecimento matemático em situações práticas, tiveram acesso às obras presentes em um dos principais museus do Brasil e, além disso, desenvolveram argumentações, criaram hipóteses, fizeram pesquisas e exercitaram a autonomia.

Palavras-chave: Educação Matemática; Trajetória Hipotética da Aprendizagem; Museus Virtuais, Ensino Médio.

Abstract
This article presents and discusses the application of a mathematical activity, based on a virtual museum, which enables the dissemination of cultural heritage and works of art subject to digital exploration. The activity was created and applied from two assumptions of the Hypothetical Learning Costume. A mathematical guide was produced to guide the visit of two students to a virtual museum, showing the presence of Mathematics in works of art and promoting mathematical explorations involving, above all, spatial knowledge of location and compression measures. The activity was carried out with students from the 2nd year of elementary school at a technical school in the city of São Paulo. Students will apply mathematical knowledge in practical situations, will have access to works present in one of the two main museums in Brazil and, in addition, will develop arguments, elaborate hypotheses, create research and exercise autonomy.

Keywords: Mathematical Education; Hypothetical Learning Trajectory; Virtual Museums, High School.

Introdução

A pesquisa relatada neste estudo teve como objetivo responder a seguinte questão: “Quais conhecimentos matemáticos são explorados em uma Trajetória Hipotética de

Aprendizagem, em que o estudante vivencia uma visita a um museu virtual?". Para responder essa questão descreveremos a realização de uma atividade realizada neste espaço não-formal de aprendizagem, a partir da utilização da ferramenta digital Iteleport[1]. Um museu virtual é um ambiente permeado por Arte, que pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades primordiais para a vida em sociedade, como a sensibilidade, criatividade e imaginação. Além disso, o ambiente favorece atividades interdisciplinares, proporcionando uma participação ativa dos alunos na construção de conhecimento de forma mais significativa (FAINGUELERNT; NUNES, 2015).

Os espaços não formais de aprendizagem, segundo Queiroz et al. (2002), constituem um pré-requisito para se alcançar a educação científica, sendo todos aqueles em que pode ocorrer uma prática educativa. Esses espaços, podem ser grandes aliados na concretização e visualização dos conteúdos de sala de aula, e até mesmo, na aprendizagem pela pesquisa. (PEDROSO, 2017)

Os museus, em particular, são repositórios que comunicam histórias por meio de acervos, informação e arte. Eles proporcionam aos estudantes uma melhor compreensão da história da humanidade, do mundo, das artes e do conhecimento científico. Os museus virtuais podem ser conhecidos por navegação virtual, superando distâncias geográficas, alguns oferecendo ricas experiências com ferramentas 3D. Vale ressaltar que esse tipo de atividade pode ser uma alternativa de grande relevância para o momento atual, de isolamento social por causa da COVID-19 e em contextos nos quais os alunos não podem realizar visitas presenciais à museus.

O museu explorado na atividade aqui analisada foi a Pinacoteca do Estado de São Paulo, o mais antigo museu de artes plásticas do Estado, inaugurado em 1905; e que contém mais de 11 mil obras brasileiras e estrangeiras. Os alunos conheceram o acervo permanente, a partir da utilização da Iteleport, navegando pelas salas e corredores do museu. Além disso, utilizaram alguns recursos para a exploração matemática.

A atividade desenvolvida propiciou a aplicação de conhecimentos matemáticos ligados a grandezas, medidas e Geometria, percebendo a presença da Matemática no ambiente explorado, além de oferecer uma compreensão espacial do ambiente físico do museu. Consolidando e aplicando seus conhecimentos prévios com o Iteleport os alunos

---

[1] A iTeleport é uma ferramenta de Vivências Virtuais (Tour Virtual, Visita Virtual).

coletaram dados e fizeram cálculos a partir de obras escolhidas por eles.

Para guiar a visita/navegação, foi criado um Guia Matemático de Museus Virtuais contendo um passo a passo para o desenvolvimento da atividade, construída a partir dos princípios da Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA). (SIMON, 1995)

O presente artigo está estruturado em seis seções, incluindo esta **Introdução,** que é seguida da **Metodologia de Pesquisa**, em que destacamos aspectos da observação participante; da **THA** e seus princípios, e do **Planejamento da Atividade**, em que são elucidados os objetivos do professor para cada atividade da sequência proposta. Na **Análise de Dados** são apresentados e analisados os protocolos dos alunos e, finalmente, nas **Considerações Finais**, retomamos a questão de pesquisa delineando conclusões construídas a partir deste estudo.

Metodologia de Pesquisa

Esta pesquisa é de abordagem qualitativa, uma vez que interpretar um fenômeno pesquisado observando-o com profundidade, no sentido de analisar o processo como um todo, não se preocupando com a implantação de leis generalizantes, mas com a compreensão detalhada dos dados investigados. (GOLDENBERG, 2007)

Foi utilizada a observação participante, realizada enquanto os alunos utilizavam a Iteleport na visitação do museu. Nesse modelo de investigação, o pesquisador se insere no ambiente pesquisado buscando as ações mais fidedignas que aparecem no contexto da pesquisa. Lüdke e André (1986, p. 28) ressaltam que a observação participante "é uma estratégia que envolve, pois, não só a observação direta, mas todo o conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada". Os registros das observações foram feitos em diário de campo, também utilizamos a análise documental que, segundo Lüdke e André (1986, p. 38) "pode se constituir em uma técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema". Os documentos analisados foram as soluções apresentadas pelos alunos, enviadas posteriormente para o professor, e os registros do professor e alunos no chat da ferramenta utilizada para as aulas remotas.

Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Ao iniciar essa seção, primeiramente, devemos pensar que concepções foram consideradas na construção da Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Em nosso estudo, nos apoiamos nas ideias de Simon (1995), que sustenta a construção teórica das THA nas ideias do construtivismo.

Em uma proposta de ensino baseada no construtivismo, o sujeito/aluno vai criando estruturas mais elaboradas que serão utilizadas para aprender novos conhecimentos. Nesse sentido, a concepção construtivista leva em conta os conhecimentos dos alunos, que serão a base de sustentação dos novos conhecimentos. No construtivismo "piagetiano" é entendido que a relação do sujeito com o mundo é capaz de criar novas compreensões e, consequentemente, novos conhecimentos. Para Simon (1995) na perspectiva construtivista, nós, seres humanos, construímos o conhecimento do mundo pelas percepções e experiências, que são sustentadas pelo nosso conhecimento prévio.

Pires, (2009, p.153) esclarece que, pelas THA, "a aprendizagem é entendida como um processo de construção individual e social mediado por professores com a concepção de um trabalho estruturado – na qual se entende a aprendizagem dos alunos". A THA é uma ferramenta de planejamento de atividades matemáticas em que o professor planeja todo o percurso feito pelo aluno ao resolver as atividades: verifica o conteúdo que deve ser aprendido pelo estudante, considera seus conhecimentos prévios, prepara as atividades, pensa nas possíveis respostas dos alunos e nas suas intervenções, avalia o processo e com seus conhecimentos prepara outro ciclo.

A seguir apresentamos o ciclo de ensino de Matemática abreviado sugerido por Simon (1995).

Figura 1: Ciclo de ensino de Matemática abreviado

Fonte: Tradução de Simon (p.136, 1995)

Pires resume a THA, afirmando que

> Uma trajetória hipotética de aprendizagem – THA – é composta por três componentes: 1. o objetivo do professor com direções definidas para a aprendizagem de seus alunos; 2. as atividades de ensino; 3. o processamento hipotético de aprendizagem (uma suposição de como o pensamento e o entendimento dos alunos será colocado em ação no contexto de aprendizagem das atividades). (PIRES, 2009, p.156)

Assim, a THA é uma ferramenta importante para o professor, pois oferece caminhos para preparar atividades levando em consideração os conhecimentos dos alunos, permitindo mudanças no percurso da aprendizagem, pois durante a e por meio da avaliação, o professor verifica como estão os alunos e pode cria outras trajetórias.

Como diz Simon, ao explicar a THA:

> Considere que você tenha decidido viajar ao redor do mundo para visitar, na sequência, lugares que você nunca tinha visto. [...] Antes, você adquire conhecimento relevante para planejar sua possível jornada. Você faz um plano. Você pode inicialmente planejar toda a viagem ou uma única parte dela. Você estabelece sua viagem de acordo com seu plano. No entanto, você deve fazer constantes ajustes, por causa das condições que irá encontrar. Você continua a adquirir conhecimento sobre a viagem e sobre as regiões que você deseja visitar. Você muda seus planos a respeito da sequência do seu destino. Você modifica o tamanho e a natureza de sua visita, de acordo com o resultado da interação com as pessoas no decorrer do caminho. Você adiciona os destinos à sua viagem e que não eram de seu conhecimento. O caminho que você utilizará para viajar é sua "trajetória". O caminho que você antecipa em algum ponto é a sua "trajetória hipotética". (SIMON, 1995, p. 135).

O percurso de processo de ensino-aprendizagem não deve ser um "tiro no escuro", sendo muito importante utilizar recursos, como a THA, no planejamento das aulas de matemática.

Planejamento da Atividade: Criação da THA

Objetivos do professor para a aprendizagem dos alunos

A atividade descrita neste artigo tem como propósito a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental, conforme aponta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) como um dos objetivos da área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio, bem como a construção de uma visão da matemática aplicada à realidade partindo de diferentes contextos. A BNCC ainda aponta para a importância das tecnologias digitais e aplicativos para se promover investigações matemáticas.

A visita virtual à Pinacoteca contemplou 2 das 5 áreas temáticas que a BNCC considera para o Ensino Fundamental: Números, e Grandezas e Medidas: nos cálculos referentes à área da sala; nas estimativas da capacidade de observadores por obra/sala; e na utilização da régua virtual, os alunos resolveram problemas em um ambiente permeado pela Arte, indo ao encontro da ideia de interdisciplinaridade, também indicada na BNCC (BRASIL, 2018).

Pretendeu-se, finalmente, propiciar oportunidades de reflexão, em que os alunos atuassem de forma autônoma, utilizando seus recursos e conhecimentos matemáticos, e mobilizando seus próprios modos de raciocinar, representar, comunicar e argumentar.

Plano do professor para atividade de ensino: Guia Matemático para Museus virtuais

O guia foi elaborado para proporcionar uma orientação para a visita, demonstrando a presença da Matemática nas obras de arte e promovendo explorações matemáticas.

Figura 2: Guia Matemático: Museus virtuais

Guia matemático: Museu virtual

1º Passo: Navegue pelo museu livremente, conheça todas as obras.

2º Passo: Escolha uma obra de sua preferência.

3º Passo: Utilize a régua localizada na parte inferior da tela para medir as dimensões da obra (largura e altura) e ter sua dimensão real.

4º Passo: Navegue pela sala da obra escolhida e conheça as outras obras que estão presentes nesse ambiente.

5º Passo: Repita o 3º passo com todas as obras presentes na sala.

6º Passo: Meça as dimensões da sala e calcule sua área.

7º Passo: Com as dimensões da sala, pense em quantas pessoas poderiam pessoalmente visualizar esses quadros ao mesmo tempo? E de forma virtual?

8º Passo: Escreva em um parágrafo as conclusões obtidas no passo anterior, apresente os argumentos que contribuíram para suas respostas.

9º Passo: Escreva um texto relatando as sensações obtidas ao observar a obra escolhida e o museu como um todo. Além disso, tente apontar elemento matemáticos presentes nas obras visualizadas.

10º Passo: Faça um mapa da entrada do museu até a obra escolhida.

Fonte: Elaborado pelos autores

Organização inicial

Para realização da atividade é necessário que todos os estudantes tenham acesso a um dispositivo com internet, seja ele, um computador, smartphone, tablet ou outro.

O professor pode desenvolver uma conversa inicial com os alunos para saber quem já conhece o museu que será explorado; no caso, a Pinacoteca; e se eles conseguem perceber alguma relação entre esse ambiente e a Matemática.

Após este momento, o professor solicitará que os alunos acessem a plataforma do museu[2], apresentará o Guia Matemático: Museus Virtuais (Figura 2) e iniciaram o primeiro passo, deixando-os navegar livremente pelo museu, e já apresentando as ferramentas da plataforma: visão aérea, visão aérea 3D, régua, recursos de zoom, visualização na tela cheia e realidade virtual, essas últimas proporcionando uma experiência ainda "mais real".

[2] (http://www.iteleport.co.mbr/tour3d/pinacoteca-de-sp-acervo-permanente/)

Esse momento de exploração livre é importante, pois além dos objetivos matemáticos, a atividade também visa divulgar acervos culturais, obras de arte e documentos históricos que estão fisicamente em museus e instituições importantes, mas podem ser explorados de forma virtual, tornando-as acessíveis aos alunos da Educação Básica, e os recursos digitais permitem explorar aspectos matemáticos nas obras e em seus espaços físicos.

Processo de desenvolvimento

Esse é o momento em que os alunos irão, de fato, realizar a atividade com o Guia para direcionar sua visita, seguindo os passos de 2 a 10, e mobilizando seus conhecimentos prévios para realizar os cálculos, reflexões e argumentações. O professor deve assumir a postura de mediador, orientando os alunos sem dar respostas prontas e nem o caminho de resolução das questões propostas; a autonomia do estudante deve ser evidenciada.

Outras possibilidades

A atividade pode ser desenvolvida individualmente até a conclusão do guia. Entretanto, se o professor optar por desenvolvê-la de forma colaborativa, pode-se discutir as respostas com a turma após o 10º passo. Os alunos podem trocar os mapas esboçados neste passo entre si, para que o colega encontre a obra acessada através do mapa e, então, utilize o Guia Matemático para analisar a obra, repetindo os passos de 3 a 9. O guia pode ser implementado em qualquer museu virtual que apresente as ferramentas necessárias.

Hipóteses do professor sobre o processo de aprendizagem dos alunos

Foram criadas hipóteses *a priori* para cada passo presente no Guia Matemático.

No primeiro passo, acreditamos que os alunos desenvolverão a curiosidade em navegar livremente pelo museu, principalmente, por ser um ambiente que muitos não conhecem; além disso, as obras de arte costumam chamar muita atenção. Possivelmente, a maioria dos alunos escolherá quadros, pois existem poucas esculturas no museu, em comparação a quantidade de quadros.

No segundo passo, acreditamos que os alunos escolherão suas obras para análise de acordo com a estética, considerando sua beleza, cores e forma, sem considerar suas histórias ou tipos de pintura.

Nos terceiro, quinto e sexto passos, os alunos irão utilizar a régua do Iteleport para medir a obra e refletir sobre suas dimensões reais. Neste momento, esperamos que os estudantes façam comparações em relação ao seu próprio corpo ou ao local em que está presente. A repetição da ação proposta, novamente no passo cinco, visa consolidar os conhecimentos, assumindo a característica de um exercício de fixação.

No quarto passo, esperamos que os alunos conheçam todas as obras presentes na sala, verificando relações entre elas e compreendendo a característica principal da sala.

No sétimo passo, os estudantes vão criar hipóteses sobre quantas pessoas poderiam visualizar o quadro ao mesmo tempo, considerando a sala em questão, no ambiente do museu, e que as pessoas devem ter conforto em sua visita presencial.

No oitavo passo, esperamos que os alunos concluam que os museus virtuais podem atender muitas pessoas a mais do que o presencial, e de qualquer lugar do mundo.

No nono passo, almejamos que os estudantes justifiquem suas escolhas das obras e descrevam suas sensações ao observá-las e depois de conhecer suas dimensões reais, aproximando a Matemática das obras visualizadas, considerando as medidas, formas geométricas conhecidas e outros elementos.

No décimo passo, esperamos que os estudantes ao desenharem um mapa da entrada do museu até a obra escolhida, utilizem escala e representem os elementos necessários para que qualquer pessoa encontre a obra escolhida por meio do mapa.

Análise dos dados

Para a análise da atividade, foram selecionadas as respostas de cinco alunos, a fim de se compreender os conhecimentos mobilizados, se as hipóteses criadas inicialmente foram alcançadas e se houve a transcendência para além dos conhecimentos previstos. As obras escolhidas por eles foram: Maternidade, de Eliseu Visconti; África e América, de Stephan Kessler; e as outras duas obras não foram identificadas pelos estudantes. Como previsto, todos os estudantes escolheram quadros para a análise.

Finalizando o sexto passo, constatamos que os estudantes realizaram as tarefas matemáticas de forma correta, utilizando as ferramentas disponíveis para medir os quadros, e calcularam as áreas. Um estudante manifestou um olhar crítico, evidenciando a imprecisão dos cálculos por limitações da ferramenta, que possibilitou a obtenção de um valor aproximado, e não exatamente o real. Outros estudantes também encontraram fragilidades na ferramenta (Quadro 1), relacionadas à visualização das obras e ao carregamento dos dados.

Quadro 1: Fragilidades apontadas pelos estudantes na ferramenta online.

A sensação que eu tenho ao ver as obras de maneira virtual é de que eu realmente estou olhando o museu como se eu estivesse lá, mas é possível ver erros de redimensionamento como se o quadro estivesse esticado em uma determinada posição, mas de certa forma é bem útil e bem interessante de olhar.	*O programa é mais recomendável via computador, porque smartphones podem deixar o processo lento, além da imagem ser diferente e mais difícil de interagir em certos pontos.*

Fonte: Dados da Pesquisa

O sétimo e o oitavo passos foram respondidos juntos e contaram com respostas diversificadas. Alguns estudantes pesquisaram quantas pessoas cabem em um metro quadrado e multiplicaram esse número pela área da sala. Entretanto, não consideraram o conforto das pessoas, alguns afirmaram ser possível permanecer 315 pessoas ao mesmo tempo na sala.

Ou seja, os estudantes utilizaram elementos matemáticos para responder essa questão, porém não relacionaram os cálculos com a realidade da situação, não se questionaram se realmente seria adequado esse número de pessoas em uma sala de museu, visto que não é possível apreciar as obras com esse número de pessoas.

Em relação ao questionamento sobre a quantidade de pessoas que poderiam visualizar a mesma obra de forma virtual, todos os estudantes compreenderam que seria um número muito maior.

Quadro 2: Raciocínio da aluna do 2º ano do Ensino Médio.

Considerando que a maioria dos quadros contém 1m á 1,30m e o espaço entre cada quadro contém de 0,30 m á 0,45m possivelmente 2 á 3 pessoas visualizariam um dos quadros pessoalmente ao mesmo tempo, de maneira virtual esse limite não acontece, dessa forma podemos ver qualquer obra ao mesmo tempo sem nenhum limite de pessoas, já que de maneira virtual não há colisão entre pessoas. Com as dimensões da sala, tenho em mente que, pelo menos 10 pessoas poderiam visualizar as obras simultaneamente, porém, se levarmos aos dias de hoje essa ideia, seriam pelo menos a metade dessa quantidade, por conta de um distanciamento de 1,5m em prol do combate ao covid-19.

Fonte: Dados da Pesquisa

A hipótese do professor era que eles afirmariam que seria um número infinito, porém, dois alunos demonstraram um certo conhecimento referente a tecnologia e responderam que a quantidade depende do limite do provedor que hospeda o site, aqui eles demostram conhecimentos de estimativa, conhecimentos tecnológicos e consideram conhecimentos dos dias atuais ao se referir sobre a COVID e distanciamento social.

O nono passo captou as justificativas e os sentimentos dos estudantes perante o quadro escolhido. Eles expressaram conhecimentos além dos previstos nas hipóteses, de que escolheriam as obras por critérios estéticos. Justificaram suas escolhas com base em aspectos emocionais, artísticos, históricos e, até, pesquisaram sobre os tipos de pintura para utilizar em suas argumentações, transcendendo os conhecimentos previstos.

O Aluno 1 indica a aquisição de um novo conhecimento, ao afirmar que "Um dos elementos matemáticos que mais me chamou atenção foi a exploração da área do ambiente, pois dessa maneira foi possível organizar as obras de maneira que elas não ficassem tumultuadas e todos pudessem dar a devida atenção para cada obra", compreendendo que o museu ao distribuir as obras no ambiente da pensam matemáticamente estruturando os espaços para que os quadros possam ser apreciados pelos visitantes. O Aluno 2 fez uma pesquisa sobre a pintura a óleo para utilizar em sua justificativa e além disso, mobilizou conhecimentos históricos.

O Quadro 3, a seguir, reproduz as respostas dos alunos.

Quadro 3: Sensações dos alunos.

Aluno 1	*A sensação que senti ao ver a obra que eu escolhi foi de felicidade, pois essa obra retrata o contato mais sagrado entre mãe e filho, que é a amamentação. O museu e suas obras como um todo são maravilhosas, o museu é bem espaço, o que permite que as pessoas tenham um passeio livre e confortável, as obras são lindas, tanto as pinturas com suas cores e ideias quanto as esculturas com sua simetria e estética que ajudam a apreciá-las cada vez mais. Um dos elementos matemáticos que mais me chamou atenção foi a exploração da área do ambiente, pois dessa maneira foi possível organizar as obras de maneira que elas não ficassem tumultuadas e todos pudessem dar a devida atenção para cada obra.*
Aluno 2	*A sensação obtida na obra escolhida, foi de admiração e apreciação estética, pois a pintura à óleo, era uma prática comum (talvez até hoje), e é uma forma tão bacana de demostrar a habilidade em arte, e ao mesmo tempo, deixando-a com detalhes que eu acho incrível e essencial, primeiro para dar vida à obra, segundo para dar importância à ela, visto que a obra escolhida, se trata propriamente do Brasil colonial, e da América como um todo, representado os primeiros povos habitantes do continente. Embora já tenha visitado o museu pessoalmente, de forma virtual as sensações que obtive certamente foram diferentes, mas a ferramenta é boa para as pessoas que não podem sair de casa.O museu como um todo, traz uma sensação boa, pois trata-se de um valor brasileiro, tendo a maior parte das obras relacionado ao Brasil, sendo o autor ou a própria obra.*

Fonte: Dados da Pesquisa

Em relação aos aspectos matemáticos encontrados nas obras, dois alunos escolheram a obra "Aos Pés da Cruz" (Figura 3) e afirmam que ela "foi estruturada geometricamente, nos dando a possibilidade de enxergar figuras planas, como a área de um polígono, losango, trapézio, entre outros que podemos encontrar facilmente, e até estabelecer razões sobre eles"; "O ponto mais próximo relacionado a matemática ficou por conta do quadro".

Figura 3: Obra de arte 'Aos pés da cruz'

Fonte: Acervo da Pinacoteca do estado de São Paulo

'Aos pés da cruz' [...], por conta das formas que compõem a obra", além disso, outro aluno apontou que "As formas geométricas estão presentes em algumas obras que são elementos matemáticos", indo ao encontro da hipótese criada de que os estudantes iriam buscar figuras e sólidos geométricos nas obras, além disso, um outro estudante afirmou que "Por se tratar de um retrato da natureza, não consigo perceber simetrias ou objetos que se utilizem de teoremas ou fórmulas matemáticas, possivelmente há uma certa técnica que se utilize de cálculos na realização da pintura, mas desconheço", deixando evidente acreditar que existem aspectos matemáticos no momento da realização da pintura, então esses aspectos e/ou a Matemática estão intrinsecamente ligados à obra.

Outro aluno apontou para a presença da Matemática na organização do espaço do museu e nas simetrias, em relação à realidade, presentes nas esculturas (Quadro 4).

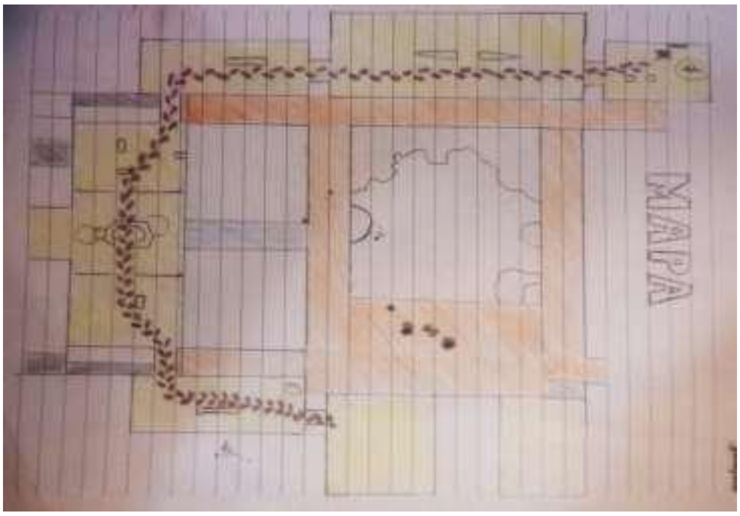
Quadro 4: Justificativa do aluno.

E sem dúvida, o elemento matemático que chama muita a atenção, é toda a área do local, que foi muito bem elaborada para não acabar caindo no "efeito cartolina", tendo um bom espaço entre uma obra e outras sem deixar o visitante desconfortável com possíveis amontoados. E também nas esculturas que foram matematicamente pensadas para ser o mais fiel possível da realidade.

Fonte: Dados da Pesquisa

No décimo passo para a criação de um mapa do inicio do museu até a obra escolhida, um estudante utilizou a própria imagem da ferramenta do museu virtual (pegadas) e apenas desenhou o caminho até a obra, impossibilitando o professor de avaliar seus conhecimentos de escala, entretanto era possível, a partir dessa anotação, encontrar a obra escolhida:

Figura 4: Mapa desenhado pelo aluno



Fonte: Dados da pesquisa

Os outros estudantes, desenharam o mapa, entretanto de forma incompreensiva, sem utilizar escala e/ou demonstrar os outros ambientes do museu.

Considerações finais

A atividade desenvolvida por meio do Guia Matemático: Museu Virtual, a partir dos pressupostos da THA, buscou responder: "Quais conhecimentos matemáticos são explorados em uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem, em que o estudante é colocado em uma visita no museu?" Entendemos que nesta atividade apresentada o aluno explorou diversos conceitos matemáticos, em especial localização no espaço, conceitos de perímetro, área, cálculo mental, além de simetria e geometria, que são apresentadas em diversas obras. A atividade contribuiu para que os alunos tivessem contato com acervos culturais presentes na Pinacoteca. As ferramentas on-line proporcionaram uma experiência rica, uma vez que o professor pode planejar uma aula dinâmica com diversas possibilidades. Ressaltamos a importância da existência desses museus virtuais, que muitas pessoas podem visitar ao mesmo tempo, fácil e gratuitamente.

Os objetivos propostos pela atividade foram alcançados, visto que os alunos tiveram acesso às obras presentes em um dos principais museus do Brasil, também desenvolveram suas argumentações, criaram hipóteses e fizeram pesquisas. Os alunos conseguiram relacionar o conhecimento matemático com um ambiente "real", como aponta a BNCC (BRASIL, 2017), além de ter promovido a autonomia dos estudantes.

A THA foi muito importante para a organização da atividade, orientando o planejamento do professor de forma que os alunos pudessem aproveitar todas as etapas da atividade de modo adequado. Pelas respostas dos alunos, percebemos que eles, em diversos momentos, superaram nossas hipóteses, desde a escolha das obras até a explicitação de conhecimentos ligados a tecnologia, ao apontarem que a quantidade de pessoas em um museu virtual é condicionada pelo provedor que hospeda a Iteleport. A THA norteou a realização para que os objetivos da atividade fossem alcançados.

Esse tipo de atividade possibilita aos professores uma rica oportunidade de atividades a serem propostas aos alunos, ao conhecerem as obras e os museus, e o professor pode utilizar em suas aulas, obras localizadas em qualquer lugar do mundo. Além disso, essa atividade pode ser desenvolvida de forma interdisciplinar envolvendo professores de outras disciplinas e/ou áreas de conhecimento.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** Ensino Médio, 2018.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Fazendo arte com a Matemática.** Porto Alegre: Penso, 2015.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar.** Como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. Rio de Janeiro, 2007.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

PEDROSO, M. L. S. **Abordagem da Eletricidade Atmosférica sob o Enfoque CTS:** um caminho para a alfabetização científica e tecnológica no Ensino Médio. 2017. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2017.

PIRES, C. M. C. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. v. 11, no 1, p. 70 - 89. **Revista Educação Matemática Pesquisa,** São Paulo, 2009.

QUEIROZ, G et al. Construindo saberes da mediação na educação em museus de ciências: o caso dos mediadores do museu de astronomia e ciências afins/ Brasil. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências.** v. 2, n. 2, p. 77-88, 2002.

SIMON, M. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for Research in: Mathematics Education**, v. 26, no 2, p.114-145, 1995.

GT 03 - Currículo e Educação Matemática

‘As Mulheres têm que Cuidar dos Outros, Antes de Cuidarem de Si Mesmas’: Enunciado de Alunas Evadidas de um Curso de Licenciatura em Matemática

‘Women Must Take Care Of Others, Before Taking Care Of Themselves’: Speech Of Students Who Left A Mathematics Licentiate Degree

Ricardo Gomes Assunção
Instituto Federal Goiano – *Campus* Urutaí
ricardo.assuncao@ifgoiano.edu.br

Márcio Antônio da Silva
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
marcio.ufms@gmail.com

Resumo

O objetivo desse trabalho é, a partir de textualizações de entrevistas com alunas evadidas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano - *Campus* Urutaí[1], entender como elas se constituem como sujeitos excluídos pela matemática. Para a análise das textualizações, é realizada uma análise discursiva, de inspiração foucaultiana. A partir das análises realizadas, foi construído o enunciado: ‘as mulheres têm que cuidar dos outros, antes de cuidarem de si mesmas’. Concluímos que esse enunciado se associa aos campos discursivos religioso e patriarcal, que normalizam a questão do cuidado como sendo feminino e que se apresenta como um obstáculo a mais que elas enfrentam ao cursarem a Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: Análise do Discurso; Currículo; Educação Matemática; Licenciatura em Matemática; Processos de Exclusão.

Abstract

The aim of this paper is, according to textualizations of interviews made with students who circumvented the Mathematics Licentiate Degree course at the Federal Institute of Education, Science and Technology Goiano - Campus Urutaí (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano - Campus Urutaí), to understand how they are established as individuals excluded from mathematics. To take analysis of textualizations, a discourse analysis will be applied, inspired by Foucault. Since the analyzes were fulfilled, the statement was constructed: 'women must take care of others, before taking care of themselves'. We achieve the conclusion that this statement is related with the religious and patriarchal discursive segments, which normalize the topic of care as being for females and which corresponds itself as an extra obstacle they face when they are attending the Licentiate Degree in Mathematics.

Keywords: Discourse Analysis; Résumé; Mathematics Education; Licentiate Degree in Mathematics; Exclusion Processes.

[1] Que nesse trabalho vamos chamar apensa de *Campus* Urutaí.

Considerações iniciais

Esse trabalho apresenta um dos resultados de uma pesquisa de doutorado em andamento, que tem lugar no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), orientada pelo segundo autor e se desenvolve junto ao Grupo de Pesquisa Currículo e Educação Matemática (GPCEM), cadastrado no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), certificado pela UFMS e que tem o orientador dessa pesquisa como líder.

Um tema central para o currículo é decidir quais conhecimentos, disciplinas e cursos são válidos para serem considerados significativos e legitimados como importantes na formação das pessoas. Sejam quais forem as escolhas, há um mecanismo de inclusão e exclusão que é movimentado, afetando todos os participantes do processo educativo (SILVA, 2019). Popkewitz (2010) argumenta que o currículo movimenta, nos participantes do processo educativo, sentimentos muito distintos, como esperança e medo, promovendo processos de exclusão e inclusão.

Para Valero e Knijnik (2015) a palavra “desejável” comanda esse processo, por intermédio da tentativa de construir um ideal para todos os participantes do currículo, entre eles, estudantes, professores, escola, temas a serem ensinados, livros didáticos etc (RUIDIAZ et al., 2020; VALERO, 2018). Assim, o processo educativo pode ser comparado ao processo medieval da alquimia, o qual transformava metais em ouro (POPKEWITZ, 2004). Da mesma forma, no processo educativo, busca-se transformar estudantes em cidadãos ideais para a sociedade.

A nosso ver, essas idealidades operam como uma praga pedagógica, excluindo estudantes do processo e fazendo, inclusive, com que eles se sintam culpados por essa exclusão. Assim, pesquisar como esses processos operam é um importante e significativo objetivo para os estudos curriculares.

Dentro desse contexto, a pesquisa tem por objetivo entender como os alunos e alunas se constituem enquanto sujeitos excluídos pela matemática, ou, em outras palavras, como os alunos e alunas são subjetivados pelos processos de exclusão pela matemática. Na nossa pesquisa, consideramos dois processos de exclusão pela matemática: primeiro, os alunos e alunas que cursam a dependência da disciplina de matemática de cursos técnicos integrados ao Ensino Médio e, segundo, as alunas e alunos evadidos do curso de Licenciatura em Matemática, ambos os cursos do *Campus* Urutaí[2].

Para alcançar os objetivos da pesquisa, foram realizadas entrevistas narrativas com alunas e alunos que cursavam a dependência na disciplina de matemática e alunos e alunas evadidos do curso de licenciatura[3]. Essas entrevistas resultaram em textualizações (que compõem o *corpus* de pesquisa). A análise do *corpus* consistiu em uma análise discursiva, de inspiração foucaultiana, onde buscamos construir enunciados a partir de regularidades enunciativas encontradas no que foi dito pelos alunos e alunas, com vistas e entender como elas e eles se constituem nesses processos de exclusão pela matemática.

Neste trabalho vamos considerar apenas as textualizações das alunas evadidas[4] do curso de Licenciatura em Matemática, por intermédio das quais foi possível construir o enunciado: 'as mulheres têm que cuidar dos outros, antes de cuidarem de si mesmas', que foi observado a partir de regularidades que encontramos nas enunciações das alunas. Nas próximas seções apresentaremos de forma mais detalhada os aspectos teórico-metodológicos da pesquisa, assim como as condições de existência desse enunciado, o que subjetiva alunas no sentido de aceitarem o lugar de cuidado na sociedade, fazendo com que elas não prosseguissem no curso.

Considerações teórico-metodológicas

A análise do discurso, na perspectiva foucaultiana, questiona a análise estruturalista da linguística, uma vez que o discurso não se restringe ao sistema linguístico, por entender que a atribuição de sentidos não é fixa e depende da posição ocupada pelos sujeitos. "Com isso, dizemos que o discurso implica uma exterioridade à língua, encontra-se no social e envolve questões de natureza não estritamente linguística" (FERNANDES; SÁ, 2021, p. 20). Estamos acostumados a entender o discurso como um texto rebuscado, utilizado em

---

[2] Urutaí é um município que fica no interior de Goiás, distante 169 km da capital Goiânia. Segundo o site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população estimada em 2020 foi de 3.066 habitantes. Essa instituição de ensino está em funcionamento no município desde 1953, claro que com outras denominações e finalidades ao longo do tempo. Para saber mais sobre a história da escola, sugerimos a leitura de Issa (2018).

[3] Inicialmente iríamos entrevistar apenas os alunos e alunas do Ensino Médio, mas com a pandemia, e a consequente suspensão das aulas presenciais, tivemos que modificar os planos iniciais, incluindo os outros alunos e alunas citados.

[4] Estamos considerando como evadidos, os alunos e alunas que não concluíram o curso, independente dos motivos, seja por desistência, troca de curso ou instituição, desligamento do curso, dentre outros.

pronunciamentos, geralmente dito por pessoas importantes em ocasiões especiais. Não se trata disso. Foucault (2017, p. 143) compreende o discurso como:

> um conjunto de enunciados, na medida em que se apoiem na mesma formação discursiva; ele não forma uma unidade retórica ou formal, indefinidamente repetível e cujo aparecimento ou utilização poderíamos assinalar (e explicar, se for o caso) na história; é constituído de um número limitado de enunciados para os quais podemos definir um conjunto de condições de existência.

Logo, fazer uma análise discursiva significa destacar enunciados, que é a parte mais importante do discurso. Veiga-Neto (2017, p. 94) nos explica que o enunciado "não é nem uma proposição, nem um ato de fala, nem uma manifestação psicológica de alguma entidade que se situasse abaixo ou mais por dentro daquele que fala". Isso significa que a análise do discurso se afasta de uma análise de conteúdos, sendo uma análise interpretativa ou descritiva. Além disso, acontece um esvaziamento do sujeito, no sentido de que ele não diz qualquer coisa, mas somente aquilo é possível dizer, que é possível enunciar numa determinada época. "O sujeito não é dado *a priori*, resulta de uma estrutura complexa, tem existência no espaço discursivo" (FERNANDES; SÁ, 2021, p. 41)

Segundo Deleuze (2005, p. 62), na busca pelos enunciados, é necessário "abrir as palavras, as frases, as proposições [...]. É preciso extrair das palavras e da língua os enunciados correspondentes a cada estrato e a seus limiares". Isso acontece porque "o enunciado é, ao mesmo tempo, não visível e não oculto" (FOUCAULT, 2017, p. 133). Assim sendo, ao pesquisador, "é necessária uma certa conversão do olhar e da atitude para poder reconhecê-lo e considerá-lo em si mesmo" (id., p. 135).

Deleuze (2005) nos alerta para a necessidade de percebermos regularidades enunciativas e nos diz que o enunciado seria uma curva que perpassa as enunciações de mesma natureza que se encontram dispersas na materialidade específica a ser analisada.

> O que conta é a regularidade do enunciado: não é uma média, mas uma curva. O enunciado, com efeito, não se confunde com a emissão de singularidades que ele supõe, mas com o comportamento da curva que passa na vizinhança delas, mais geralmente com as regras do campo em que elas se distribuem e se reproduzem. É isso que é uma regularidade enunciativa (ID., p. 16)

Percebemos essa curva como sendo uma linha de tendência aproximada por uma série de dados estatísticos. Na Figura 1, o enunciado (curva preta) é construído como uma "curva ótima" dos pontos azuis que são as singularidades. Isso determina uma regularidade enunciativa.

Figura 1: Ilustração de linha de tendência

Fonte: Construído pelos autores no Excel com dados aleatórios

Ainda inspirados nessa figura, podemos pensar os eixos coordenados como sendo o tempo e o espaço, exatamente para demarcar a temporalidade do enunciado, que pode sofrer variação em outros momentos históricos. Assim sendo, o enunciado é pensado como uma função enunciativa, cuja existência é determinada por quatro "variáveis", que são, de acordo com Fischer (2001, p. 202):

> um referente (ou seja, um princípio de diferenciação), um sujeito (no sentido de "posição" a ser ocupada), um campo associado (isto é, coexistir com outros enunciados) e uma materialidade específica - por tratar de coisas efetivamente ditas, escritas, gravadas em algum tipo de material, passíveis de repetição ou reprodução, ativadas através de técnicas, práticas e relações sociais.

No caso desse trabalho, o enunciado que destacamos - as mulheres têm que cuidar dos outros, antes de cuidarem de si mesmas - tem como referente os processos de exclusão pela matemática (no caso, a evasão no curso e Licenciatura em Matemática do *Campus* Urutaí); o sujeito são as alunas evadidas do curso (aqui pensado como a posição sujeito-aluna que sofreu um processo de exclusão pela matemática e não a aluna Circunferência, ou a aluna Tangente[5] etc); a materialidade específica é composta pelas textualizações que compõem *corpus* da pesquisa e o campo associado é o que será apresentado na próxima seção.

É importante mencionar que esse enunciado foi construído mediante a leitura atenta das textualizações, onde nos chamou a atenção a regularidade enunciativa das alunas (foi o que converteu nosso olhar). A partir desse enunciado, buscamos descrever como as alunas se subjetivam e como são atravessadas por esses discursos (os do campo associado) e se constituem como sujeito-aluna excluída pela matemática.

[5] Para manter o anonimato das alunas, as denominamos com elementos da geometria.

Todo esse conjunto é possível porque "a proposta de análise [...] se volta para a descrição dos enunciados visando a explicitar suas condições de produção e as posições dos sujeitos a eles vinculadas" (FERNANDES; SÁ, 2021, p. 89). Partimos então para a descrição do campo associado que identificamos para justificar a existência do enunciado que destacamos, que abrange o discurso religioso e o discurso patriarcal, com as lutas e combate do feminismo.

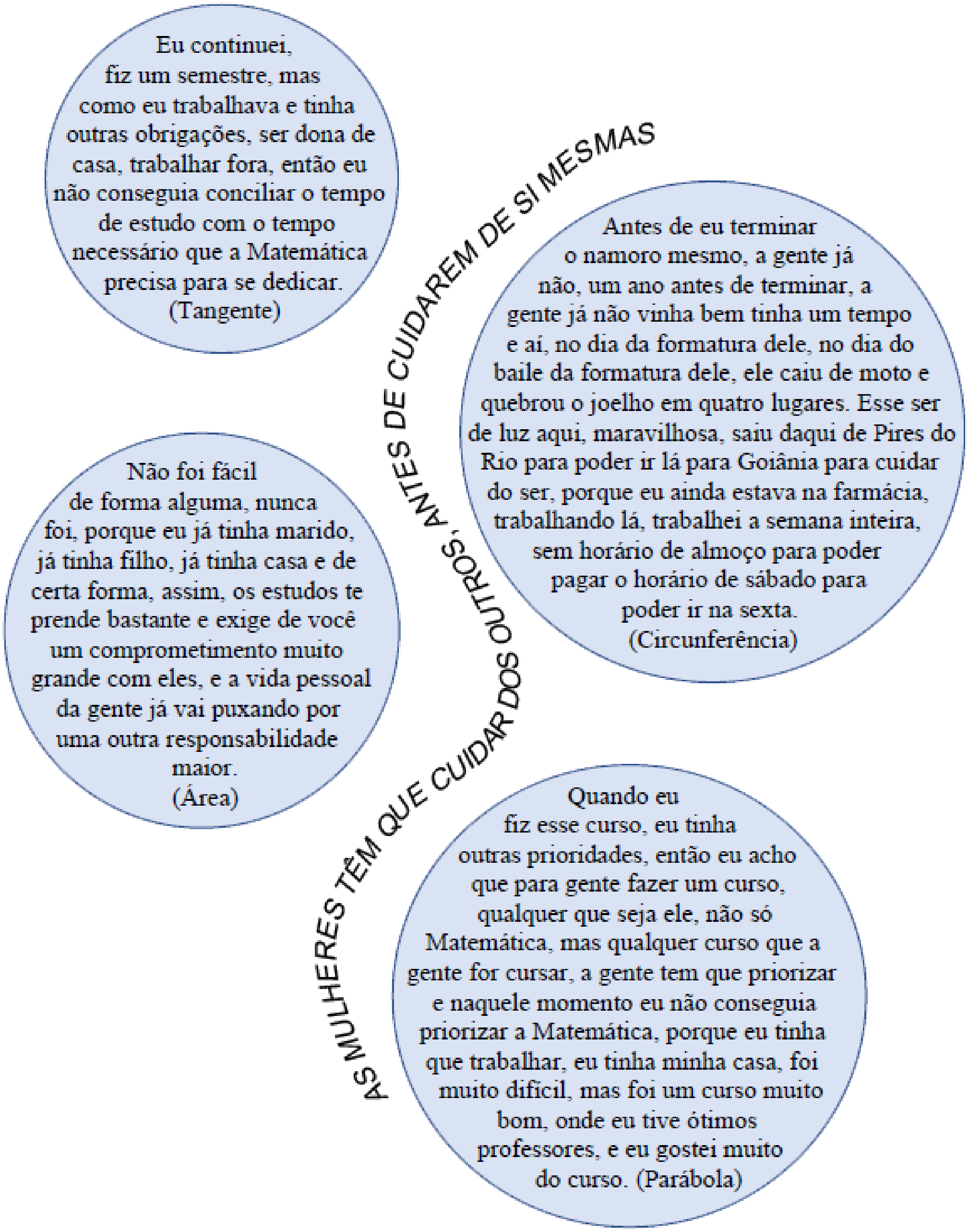
Enunciado: 'As Mulheres têm que Cuidar dos Outros, Antes de Cuidarem de Si Mesmas'

Esse enunciado foi construído mediante uma regularidade enunciativa que foi observada nas falas das alunas evadidas do Curso de Licenciatura em Matemática, que constam na Figura 2.

"Eu tenho que cuidar da casa (trabalho doméstico não remunerado), do marido, dos filhos, do namorado, além de trabalhar fora de casa". Esse tipo de enunciação não aparece nas falas dos alunos da licenciatura, que relataram apenas o trabalho remunerado fora de casa como um fator que dificultou o andamento do curso. É importante que se diga que nenhum dos alunos entrevistados disse ser casado ou ter filhos, o que pode indicar a ausência dessa enunciação nas suas falas. Tudo bem que pode ser isso, embora todos eles tenham casa, eles moram em algum lugar e com alguém, e se não citam o cuidado da casa como parte de suas atividades diárias, é porque alguém, muito possivelmente mulheres, cuidam da casa onde eles vivem.

O que naturaliza e constitui a mulher como cuidadora (e não o homem) advém de pelo menos dois campos discursivos que no momento conseguimos identificar: o religioso e o patriarcal. Embora esses dois campos discursivos se entrelacem e se complementem. O discurso feminista, que confronta o discurso patriarcal, também oferece algumas discussões importantes sobre nosso enunciado.

Figura 2: Representação do enunciado



Fonte: Construído pelo primeiro autor. Responsável pelo layout: Fábio Gomes de Assunção.

Iniciando pelo discurso religioso, historicamente, o cristianismo foi (e é) constituído e gerido por homens, ficando as mulheres na margem desse processo.

> As mulheres sempre foram importantes na vida oficial da Igreja em muitas organizações voluntárias, como, por exemplo, as sociedades missionárias. Entretanto, o papel por elas desempenhado tem sido *secundário*. Os homens vêm ocupando as posições de liderança e em certas organizações apenas eles têm a permissão de assumir cargos administrativos e também de pregar. (GAARDER et al, 2000, p. 197)

Na igreja Católica, por exemplo, as mulheres não podem celebrar as missas (com o sacramento da comunhão), apenas aos padres esse privilégio é concedido. Cabem às irmãs os serviços pastorais e educacionais, alguns administrativos, missões e o assistencialismo social que é prestado pela igreja. Às mulheres da comunidade cabem os serviços pastorais e a participação nas celebrações. Dessa forma, as mulheres ficam distantes das instâncias de poder e de decisão da igreja. Talvez, um dos motivos seja a caracterização que o cristianismo deu à mulher, desde a sua fundação. De acordo com Rago (2019, p. 181),

> na pastoral cristã, as mulheres são continuamente associadas ao pecado e à carne, vistas como perigos públicos e citadas como perdulárias, frívolas, sensuais e pecadoras, desde Eva, responsável pela queda da humanidade; demandam, portanto, maior controle e vigilância pelos homens.

Primeiro um controle e vigilância dos pais (principalmente em relação ao sexo, dado que elas devem se casar virgem). A virgindade tem importância fundamental no cristianismo. Depois do casamento acontece um controle e vigilância do marido, uma vez que "as mulheres casadas devem ser protegidas dos perigos que a cercam (FOUCAULT, 2020, p. 198), principalmente dos outros homens. Perceba como, nos dois casos, a mulher é considerada uma propriedade do homem e, no segundo, "a mulher deve temer seu marido e obedecer a ele" (id., p. 344), ser submissa e ficar dentro de casa, cuidando do lar, do marido e dos filhos, enquanto o marido deve tomar as decisões, proteger e conseguir os proventos para o sustento da família, quer dizer, ao esposo é destinado os espaços públicos. Isso significa que existe uma hierarquia bem definida, onde cada um sabe e deve cumprir seu papel dentro da família e da sociedade.

> "Dado que duas espécies de negócios dividem nossa vida, os negócios públicos e os negócios privados, o Senhor dividiu a tarefa entre o homem e a mulher: a esta destinou o governo da casa; àquele, todos os negócios do Estado." O homem lança o dardo; a mulher manipula a roca. Um participa das deliberações públicas; a outra faz triunfar suas opiniões em casa. Ele gere os dinheiros públicos; ela educa os filhos, que são, a seu modo, um "tesouro precioso". Assim, Deus evitou "dar as duas aptidões à mesma criatura, por medo de que um dos dois sexos fosse eclipsado pelo outro e parecesse inútil; ele tampouco quis igualar os dois sexos, por medo de que esta igualdade engendrasse conflitos, e que as mulheres elevassem suas pretensões a ponto de disputar com os homens a primeira posição; mas, conciliando a necessidade de paz com as conveniências da hierarquia, fez de nossa vida duas partes, das quais reservou ao homem a mais essencial e mais séria, atribuindo à mulher a menor e a mais humilde; de tal sorte que as necessidades da existência nos façam honrá-la, sem que a inferioridade de seu ministério lhe permita revoltar-se contra seu marido" (ID., p. 326).

O casamento cristão também tem a função de controlar os prazeres da carne (das mulheres, claro. Inclusive, mulher não pode falar sobre sexo, porque isso é vergonhoso). O sexo deve ficar restrito ao casal. "O que caracteriza o casamento é que a mulher se contenta com um e só homem” (id., p. 341), embora deva-se retirar o fator desejo do ato sexual, que tem por finalidade maior a reprodução. A procriação é um dos objetivos do matrimônio. Também é objetivo a união do homem e da mulher para formar um só corpo e alma. O homem sem a mulher é incompleto (lembre-se que a mulher foi criada a partir da costela do homem). Por isso, o adultério é um pecado a ser combatido constantemente, dado o caráter espiritual do casamento, por ser um sacramento instituído pela igreja. Através do casamento o lar se torna um lugar sagrado e a família vive em comunhão com Deus, tudo isso com vistas à salvação.

Vimos que são os homens que lideram e dirigem os caminhos e as normas religiosas. De cardo com Gaarder et al (2000, p. 197), “isso se deve ao sistema patriarcal que impregnou a Igreja até agora”. Quer dizer, a igreja é resultado, também, do sistema patriarcal e seus discursos. Mas o que seria o patriarcado? Segundo a filósofa brasileira Tiburi (2018, p. 26 e 27),

> o que chamamos de patriarcado é um sistema profundamente enraizado na cultura e nas instituições. [...] Ele tem uma estrutura de crença firmada em uma verdade absoluta, uma verdade que não tem nada de “verdade”, que é, antes, produzida na forma de discursos, eventos e rituais. Em sua base está a ideia sempre repetida de haver uma identidade natural, dois sexos considerados normais, a diferença entre os gêneros, a superioridade masculina, a inferioridade das mulheres e outros pensamentos que soam bem limitados, mas que ainda são seguidos por muita gente.

Dentre esses outros pensamentos (discursivos) podemos citar: o homem é biologicamente mais inteligente que a mulher; ele é mais racional; a mulher é mais emotiva, sentimental; ela é o sexo frágil, que precisa ser protegida pelo homem; a mulher tem aptidão para o cuidado e a maternidade; ele é destinado o espaço público; a ela ao espaço privado; o homem deve ser o provedor da casa; dentre outros. Perceba como esse emaranhado discursivo naturaliza as posições de homens e mulheres na sociedade, com vistas a fixar a dominação masculina e a submissão feminina.

Assim sendo, o patriarcado é estrutura de poder atuando em vários níveis (jurídico, político, linguístico, econômico, institucional, social, sexual e cultural), que visa disciplinar e regular o corpo e a conduta das mulheres (e dos homens também, sempre trabalhados na virilidade e distantes de sentimentalismos). Trata-se de um sistema opressivo que objetiva manter os privilégios dos homens e que, se preciso for, recorrem à violência, seja física, psicológica ou patrimonial e, no último caso, até a morte (os índices de feminicídio no Brasil é altíssimo[6]).

Por isso é comum e aceitável algumas situações de desigualdade entre os gêneros masculino e feminino: homens que recebem o salário maior que as mulheres, mesmo exercendo as mesmas funções; a ocupação majoritária dos homens na política institucional e nos cargos de poder em instituições governamentais e em empresas privadas; o homem pode ter uma vida sexual mais libertina, e a mulher mais restrita (e sem prazer e muitas vezes dependendo da vontade dos homens); a cultura do assédio, do estupro e da violência contra a mulher, que parece não mais chocar a sociedade; e a divisão do campo profissional entre aquelas consideradas masculinas e aquelas consideradas femininas. Sobre isso, McLaren (2016, p. 23) nos diz que:

> a divisão sexual do trabalho acontece tanto no lar quanto no setor público. Na esfera doméstica a divisão sexual do trabalho inclui o trabalho reprodutivo, tais como dar à luz e criar filhos e outras tarefas domésticas, como ir às compras, cozinhar e limpar. Na esfera pública, a divisão sexual do trabalho inclui divisões ao longo das linhas de gênero tradicionais, como mais homens em trabalhos manuais que exigem lidar com pesos e mais mulheres no setor de serviços e no trabalho de secretariado em escritórios, os chamados empregos de colarinho rosa.

Além dos citados pela autora, complementamos dizendo que outros empregos de colarinho rosa são aqueles destinados ao cuidado, como: cuidadora, enfermeira, pedagoga (que cuida da educação de crianças), além dos trabalhos que envolvem a beleza e o corpo. No outro extremo, além dos trabalhos pesados, são destinadas aos homens as profissões voltadas para ciência e tecnologia, a medicina, o direito, a engenharia e os da área militar, isso só para citar alguns.

Com a finalidade de combater o patriarcado, entra em cena o feminismo. McLaren (2016) faz um apanhado geral sobre o feminismo, dizendo que este se divide em várias vertentes, ou em várias teorias feministas, como o feminismo liberal, o radical, o marxista e o socialista, só para citar alguns. Porém, segundo a autora, "todas as teorias feministas, então, começam com a opressão ou subordinação da mulher e todas têm como meta libertar a mulher de sua subordinação" (id., p. 16).

Isso acontece porque, com o passar dos anos, a teoria vai se metamorfoseando, dado que outras mulheres (estudiosas, pesquisadoras e militantes) agregam novas e variadas questões, é o caso do feminismo negro (as demandas de mulheres negras é diferente de

[6] Informação que pode ser vista em: https://www.brasildefato.com.br/2020/10/10/uma-mulher-e-morta-a-cada-nove-horas-durante-a-pandemia-no-brasil.

mulheres brancas) e o movimento filosófico, teórico e político vai se consolidando e alcançando resultados satisfatórios, embora em passos lentos, como: a igualdade salarial em algumas profissões; a fixação de cotas para as mulheres na política; a criação e implementação de leis que combatem a violência contra a mulher (como a Lei Maria da Penha[7]); a desconstrução em torno da generificação das profissões, onde as mulheres tem avançado sobre profissões predominantemente masculinas, assim como tem alcançado cargos mais altos, e os homens tem cuidado mais da casa e dos filhos; e direito relacionados ao cuidado do corpo da mulher.

Vale destacar que a luta do feminismo é pela igualdade de direitos entre homens e mulheres, seja na política, no trabalho, no âmbito sexual, na educação, enfim, em todos os campos da sociedade, que, como já vimos, é estruturada na desigualdade entre os gêneros. Repetindo, é uma luta para alcançar as mesmas condições de igualdade com os homens. Isso é importante frisar porque as pessoas fazem muita confusão em relação ao feminismo, tratando-o como o contrário do machismo[8], por acharem que as mulheres querem tomar o lugar dos homens. Não é nada disso, é uma luta por direitos iguais e contra a opressão, ou, como disse McLaren (2016, p. 26), "o feminismo está compromissado com a inclusão, igualdade e democracia".

Perceba a importância do feminismo, pela luta que realiza em várias frentes. Obviamente, nessa disputa pelos espaços de poder, o patriarcado e a religião tentam, a todo custo, manter seus privilégios e influência, conservar as estruturas. Tanto que construíram um discurso reduzindo o feminismo a uma ideologia de gênero, que deve ser combatida, principalmente no ambiente escolar, porque ela ameaça a ingenuidade das crianças. "A condenação da educação por ter aderido à dita Ideologia de Gênero faz parte de um Estado que repõe a dominação patriarcal machista ameaçando os movimentos feministas pela igualdade, pelas mulheres se afirmarem mulheres, sujeitos de direitos" (ARROYO, 2020, p. 56).

A ofensiva contra o feminismo é diária e acontece de várias formas. Só para citar dois exemplos: quando uma revista de grande circulação exalta a primeira-dama do país

---

[7] Lei nº 11.340, de 7 de agosto de 2006, cujo texto pode ser encontrado em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/l11340.htm.

[8] "Machismo é um sistema de crenças em que se aceita a superioridade dos homens devido à sua masculinidade. No entanto, se a masculinidade aparece em uma mulher, ela é rechaçada e criticada. O machismo reserva a masculinidade para si e age contra as pessoas que não são masculinas" (TIBURI, 2018, p. 63).

como bela, recatada e "do lar"[9], ou quando um bispo de uma igreja diz que suas filhas não podem ter mais estudo que os maridos[10], é disso que estamos falando. Perceba, então, como esses discursos geram subjetividades e destinam as mulheres ao lugar de cuidadoras, em todos os espaços sociais.

Considerações finais

Neste trabalho, analisamos e descrevemos parte do mecanismo que opera processos de exclusão, via currículos de matemática. Depois de discorrer sobre a existência do enunciado –as mulheres têm que cuidar dos outros, antes de cuidarem de si mesmas-, percebemos que esses discursos podem reverberar (talvez tenham exatamente esse papel) no prosseguimento ou na escolha das profissões, onde as meninas geralmente não se interessam por matemática, ou por cursos de exatas, ou os que envolvem ciência e tecnologia (o que ajuda preservar na divisão sexual do trabalho), mesmo quando essa não seja uma realidade local.

Dizemos isso porque no *Campus* Urutaí, por exemplo, dos alunos e alunas formados no curso de Licenciatura em Matemática no período de 2009 a 2019, 60% são mulheres. Esse dado sugere que as professoras de matemática existem em bom número na educação básica. No entanto, quando olhamos, por exemplo, para o quadro do corpo docente efetivo do curso de Licenciatura em Matemática no *Campus* Urutaí, o número de mulheres é bem e menor em relação aos homens (3 mulheres e 9 homens).

Isso é muito intrigante porque, na educação infantil, a proporção do número de professoras em relação aos professores é muito maior (já pontuamos algo nesse sentido). E são essas professoras que ensinam matemática para as crianças. A questão é: porque, na medida que as etapas da escolaridade aumentam, a quantidade de professoras diminui? Acreditamos que isso está ligado a duas questões: a questão do cuidado, porque as crianças menores precisam de cuidado maior na educação infantil (e cabe à mulher cuidar), e à medida que vão crescendo e subindo de nível educacional, as crianças ficam autônomas; e a questão da divisão sexual do trabalho mesmo, onde as mulheres se encaminham para as profissões ditas femininas.

---

[9] Disponível em: https://veja.abril.com.br/brasil/marcela-temer-bela-recatada-e-do-lar.
[10] Disponível em: https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/brasil/2019/09/24/interna-brasil,789307/bispo-edir-macedo-diz-que-mulher-nao-pode-ter-mais-estudo-que-o-marido.shtml.

Outro dado, ou comentário em relação a isso, consta no site do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA)[11], principal instituição de pesquisa em matemática pura e aplicada do Brasil, conceituada e respeitada internacionalmente, que o quadro atual de 46 pesquisadores é composto por apenas duas mulheres. Perceba a discrepância de gênero no mundo da matemática avançada.

Pensando um pouco sobre isso, começamos observando a história da matemática, onde as mulheres têm pouca participação na construção do conhecimento matemático, que ao longo dos séculos, ficou a cargo dos homens (brancos e europeus). Segundo Garbi (2006, p. 306), "é incontestável que as mulheres, durante quase toda a história da Humanidade, foram não apenas desestimuladas, mas abertamente proibidas de se dedicarem às Ciências Exatas". O autor aponta, ainda, que não existe nenhuma evidência de que seja uma questão biológica, isto é, que a mulher é biologicamente inferior aos homens (esse argumento, da biologia, é comumente utilizado para inferiorizar as mulheres).

Trata-se de uma questão estrutural, sistemática e discursiva. Naquela época, as mulheres eram, de fato, forçadas a ficarem em casa cuidando dos filhos, do lar e dos maridos, e quando resistiam a isso, suas pesquisas eram assinadas por seus esposos. Apesar de termos falado de uma época remota, as enunciações das alunas parecem mostrar que, ainda hoje, as coisas continuam do mesmo jeito. Talvez o que mudou é que, como dissemos, naquela época elas eram forçadas e hoje elas são subjetivadas a serem assim. Em outras palavras, não são forçadas, mas aceitam de bom grado esse papel. Inclusive a maternidade tem papel nesse processo de subjetivação.

O fato é que se as mulheres cuidam da casa, dos filhos, do marido, do namorado, onde irão arrumar tempo para estudarem uma disciplina difícil ou para fazerem um curso que exige dedicação? Não existe uma condição de igualdade entre os alunos e as alunas que entram no curso de Licenciatura em Matemática do *Campus* Urutaí, porque o papel do cuidado destinado às alunas as coloca em desvantagem em relação aos alunos. Enquanto elas fazem o jantar, ou passam a roupa, ou amamentam os filhos, eles, os maridos, ou os filhos que cursam a Licenciatura em Matemática, estão estudando ou pesquisando.

[11] https://impa.br.

Agradecimentos

Deixamos nossos agradecimentos ao Instituto Federal Goiano pela concessão do afastamento para a realização da pesquisa. Sem essa licença, o doutorado seria inviável.

Referências

ARROYO, Miguel G. ***Vidas Ameaçadas*****: Exigências-Respostas Éticas da Educação e da Docência**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2019.

DELEUZE, Gilles. **Foucault**. Tradução MARTINS, Claudia Sant'Anna. São Paulo, SP: Brasiliense, 2005.

FERNANDES, Cleudemar Alves; SÁ, Israel de. ***Análise do Discurso*****: Reflexões introdutórias**. Campinas, SP: Pontes Editores, 2021.

FISCHER, Rosa Maria Bueno. **Foucault e a Análise do Discurso em Educação**. Cadernos de pesquisa (Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100-15742001000300009&script=sci_abstract&tlng=pt), n. 114, p. 197-223, 2001.

FOUCAULT, Michel. **A Arqueologia do Saber**. Tradução: Luiz Felipe Baeta Neves. 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: Forense Universitária, 2017.

__________ ***História da Sexualidade 4:*** **As Confissões da Carne**. Compilação: Frédéric Gros. Tradução: Helaina de Barros Conde Rodrigues; Vera Portocarrero. São Paulo, SP: Paz e Terra, 2020.

GAARDER, Jostein; HELLERN, Victor; NOTAKER, Henry. **O Livro das Religiões**. Tradução: Isa Mara Lando. Revisão Técnica e Apêndice: Antônio Flavio Pierucci. São Paulo, SP: Companhia das Letras, 2000.

GARBI, Gilberto Geraldo. ***A Rainha das Ciências*****: um Passeio Histórico pelo Maravilhoso Mundo da Matemática**. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2006.

ISSA, Silvia Aparecida Caixeta. **Escola Agrotécnica Federal de Urutaí (1978-1986): a Formação de Mão de Obra Agrícola no Sudeste Goiano**. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Uberlância, 2018.

MCLAREN, Margaret A. **Foucault, feminismo e subjetividade**. Coleção Entregêneros. São Paulo, SP: Intermeios, 2016.

POPKEWITZ, Thomas. **The Alchemy of the Mathematics Curriculum: Inscriptions and the Fabrication of the Child.** American Educational Research Journal (Disponível em: https://doi.org/10.3102/00028312041001003), v. 41, n. 1, p. 3–34, 2004.

__________ **Ciências da Educação, Escolarização e Abjeção: diferença e construção da desigualdade.** Educação & Realidade (Disponível em: https://seer.ufrgs.br/educacaoerealidade/article/view/13115), v. 35, n. 3, p. 77–98, 2010.

RAGO, Margareth. Foucault em Defesa de Eva. In: RAGO, Margareth; PELEGRINI, Mauricio (Orgs.). ***Neoliberalismo, Feminismos e Contracundutas:*** **Perspectivas Foucaultianas**. Coleção Entregêneros. São Paulo, SP: Intermeios, 2019.

RUIDIAZ, Paola Amariz; GODOY, Elenilton Vieira; SILVA, Marcio Antonio da. **O**

Mágico de Oz, o Mito da Caverna e os currículos de matemática. Zetetike (Disponível em: https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8658657), v. 28, p. e020028, 2020.

SILVA, Marcio Antonio Da. **A Política Cultural dos Livros Didáticos de Matemática: um guia para transformar estudantes em cidadãos neoliberais**. Linhas Críticas (Disponível em: https://doi.org/10.26512/lc.v24i0.21853), v. 25, p. 381–398, 2019.

TIBURI, Marcia. ***Feminismos em Comum:* Para Todas, Todes e Todos**. 5. ed., Rio de Janeiro, RJ: Rosa dos Tempos, 2018.

VALERO, Paola; KNIJNIK, Gelsa**. Governing the modern, neoliberal child through ICT research in mathematics education.** For the Learning of Mathematics, Montreal, Canada, CA, v. 35, n. 2, p. 34–39, 2015.

VALERO, Paola. Mathematics for All, Economic Growth, and the Making of the Citizen-Worker. *In*: POPKEWITZ, Thomas; DIAZ, Jennifer; KIRCHGASLER, Christopher (org.). **A political sociology of educational knowledge: Studies of exclusions and difference**. New York and London: Routledge (Disponível em: https://doi.org/10.4324/9781315528533), p. 117–132, 2018.

VEIGA-NETO. **Foucault & a Educação**. 3. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2017.

A Matemática Do Coronavírus: currículo e fake news

Mathematics of the Coronavirus: curriculum and fake news

Renata Rodrigues Souza
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
renata_rodrigues_souza@hotmail.com

Marcio Antonio da Silva
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
marcio.ufms@gmail.com

Resumo
Este trabalho é parte de uma pesquisa de doutorado em andamento, onde propomos investigar a matemática como um instrumento de controle social, por intermédio das mídias. Nosso embasamento teórico é a pedagogia cultural, o conceito de governamentalidade, bem como as concepções de currículo, segundo Lopes e Macedo. Este trabalho tem como objetivo apresentar como a matemática pode ser utilizada na apresentação de dados relacionados à pandemia do covid-19 como instrumento de controle social, buscando descrever a matemática como tecnologia de argumentação sobre fatos ocorridos na pandemia do coronavírus. Para compor nosso material e análise, coletamos, das mídias, imagens e reportagens que apresentam informações sobre a pandemia por intermédio da matemática. Concluímos que a matemática é ensinada e manipulada para além da escola, operando uma pedagogia cultural e um currículo que subjetiva as pessoas e reafirma posturas, sejam elas a favor da vida ou negacionistas e que flertam com a morte.

Palavras-chave: Educação Matemática; Controle Social; Saúde; Pedagogia Cultural; Governamentalidade.

Abstract
This paper is part of a doctoral research in progress, where we propose to investigate mathematics as an instrument of social control through the media. Our theoretical background is cultural pedagogy, the concept of governmentality, and the conceptions of curriculum, according to Lopes and Macedo. The aim of this research is to present how mathematics can be used in the presentation of data related to the covid-19 pandemic as an instrument of social control, trying to describe mathematics as an argumentation technology about facts occurred in the pandemic of the coronavirus. To compose our material and analysis, we collected, from the media, images and reports that present information about the pandemic through mathematics, in order to talk the reader about the information presented. We conclude that mathematics is taught and manipulated beyond the school, operating a cultural pedagogy and a curriculum that subjectivizes people and reaffirms postures, whether they are pro-life or negationist and who flirt with death.

Keywords: Mathematics Education; Social Control; Health; Cultural Pedagogy; Governmentality.

Introdução

No decorrer da pesquisa de mestrado, intitulada "formação cidadã: o que apontam os livros didáticos de matemática do ensino médio" (SOUZA, 2020), foram analisados os livros didáticos de matemática do ensino médio aprovados pelo Programa Nacional de Avaliação de Livros em 2018 (PNLD/2018). Naquela pesquisa, buscou-se identificar qual o cidadão desejável que os livros de matemática do ensino médio pretendiam formar.

A pesquisa analisou, especificamente, as seções especiais destinadas à formação para a cidadania/formação cidadã. Nesse processo de análise, percebeu-se uma recorrência de temas dentro dessas seções.

Concluímos que os livros didáticos de matemática apontavam que, para a constituição um cidadão desejável, alguns cuidados eram considerados quase como pré-requisitos para a aquisição desse estatuto de cidadania: o cidadão desejável é aquele que cuida da sua saúde; administra bem as suas finanças; faz atividades físicas regularmente; não fuma e nem faz uso de nenhum produto derivado do tabaco.

Um dos resultados da dissertação foi a ênfase que os livros colocavam na questão da saúde ligada à constituição da cidadania. Inclusive, essa temática foi a mais frequente quando os livros faziam alusão à cidadania/formação cidadã dos estudantes.

Concordando com Lopes e Macedo, “a escola e o currículo são, portanto, importantes instrumentos de controle social” (2011, p. 42). Afirmamos que currículos de matemática vão além de conteúdos conceituais:

> O currículo acontece nas e faz acontecer as diversas contradições sociais (econômicas, sexuais, culturais, raciais...) que se materializam também - e não só - dentro do espaço da escola. Afinal, as relações sociais não são construídas em nenhum outro lugar se não na microfísica da nossa experiência cotidiana. (BORTOLINI, 2014, p. 132).

Podemos dizer que o currículo não acontece apenas nas escolas, mas que também se faz pela mídia e pelas redes sociais.

> O entendimento do currículo como prática de significação, como criação ou enunciação de sentidos, torna inóqua distinções como currículo formal, vivido, oculto. Qualquer manifestação do currículo, qualquer episódio curricular, é a mesma coisa: a produção de sentidos. Seja escrito falado, velado, o currículo é um texto que tenta direcionar o "leitor", mas que o faz apenas parcialmente. (LOPES; MACEDO, 2011, p. 42).

São esses currículos outros que ultrapassam os muros da escola, assim como a educação, desse modo, a pedagogia cultural

> “enquadra a educação em uma variedade de áreas sociais, incluindo, mas não se limitando à escolar. Áreas pedagógicas são aqueles lugares onde o poder é organizado e difundido, incluindo-se bibliotecas, TV, cinemas, jornais, revistas, brinquedos, propagandas, videogames, livros, esportes etc.” (STEINBERG; KINCHELOE, 2004, p. 14).

Concordamos que esses lugares outros possuem características de um pós-currículo, na concepção da saudosa Sandra Corazza. Para ela, um pós-currículo

> [...] faz questão de ser exercido em qualquer comunidade formal ou informal: locais de trabalho e lazer, campo, cais, ilhas, praças, pátios, associações, ginásios, ruas, assentamentos, parques, viadutos, até em escolas. Faz questão de ser experenciado em qualquer lugar, onde lhe seja dada a oportunidade de produzir e

> contestar verdades, confrontar narrativas e experiências, construir e desconstruir identidades. Prefere acontecer em todos os espaços em que um ser humano for subjetivado, encontros se realizarem, fluxos de saber se esparramarem, forças de vida se afirmarem, flechas de esperança forem lançadas (CORAZZA, 2010, p. 109–110).

Pensando em saúde e matemática, chegamos ao ponto que norteia e nomeia este trabalho, relacionando ao cenário atual a qual estamos vivenciando, há mais de um ano: a pandemia do Coronavírus- Covid-19.

Desde o início da pandemia, somos bombardeados com notícias. As notícias falsas (*Fake News*) são propagadas com clara intenção política para atender aos interesses negacionistas do atual governo ultraconservador brasileiro.

O mais alarmante é que o próprio governo federal, por intermédio de canais oficiais, como as redes sociais, é um dos focos dessas *Fake News*. Neto *et al.* (2020) realizaram

> “uma busca no banco do Ministério da Saúde brasileiro e foram identificadas 70 Fake News sobre o COVID-19, sendo: 40 informações relacionadas aos discursos de autoridades na saúde, 17 sobre terapêutica, nove com medidas de prevenção, duas referentes aos prognósticos da doença e duas de vacinação” (NETO *et al.*, 2020, p. 1).

A partir desse cenário, interessou-nos compreender como a matemática é utilizada como pedagogia cultural, ensinando e convencendo a população, por intermédio da apresentação de dados relacionados à pandemia, operando como instrumento de controle social. Para isso, buscamos notícias que usam a matemática como estratégia de convencimento de *Fake News*. Em outras palavras, como a matemática é um instrumento que transforma o que é uma falsa notícia em uma notícia que possa ser passível de convencimento.

Neste trabalho, apresentamos dois exemplos para ilustrar essa técnica que é utilizada para disseminar *Fake News*.

Movimentos Teóricos - Metodológicos

Nosso aporte teórico para o desenvolvimento deste trabalho caminhará por algumas teorizações, como a governamentalidade. Para Foucault, não se trata de pensar em “governo”, mas sim em “dirigir a conduta das pessoas”

> [...] vocês - lembram em que sentido restritivo eu entendi, pois eu havia utilizado a própria palavra "governar", deixando de lado todas as mil maneiras, modalidades e possibilidades que existem de guiar os homens, de dirigir a conduta, de forçar suas ações e reações, etc. Eu havia deixado de lado, portanto, tudo que normalmente se entende, tudo que foi entendido por muito tempo como o governo dos filhos, o governo das famílias, o governo de uma casa, o governo das almas, o governo das comunidades, etc. Só havia considerado, e este ano também só

> considerarei, o governo dos homens na medida em que somente na medida em que, ele se apresenta como exercício da soberania política. (FOUCAULT, 2008, p. 03).

Trilhando os princípios da governamentalidade, podemos dizer que, ao pesquisar a matemática como instrumento de controle social, constatamos interesses governamentais imbricados em *Fake News* que apresentam dados da pandemia do coronavírus, como mencionaremos em exemplos que serão apresentados posteriormente.

O currículo pode ser visto como uma prática discursiva;

> Isso significa que ele é uma prática de poder, mas também uma prática de significação, de atribuição de sentidos. Ele constrói a realidade, nos governa, constrange nosso comportamento, projeta nossa identidade, tudo isso produzindo sentidos. Trata-se, portanto, de um discurso produzido na interseção entre diferentes discursos sociais e culturais que, ao mesmo tempo, reitera sentidos postos por tais discursos e os recria. Claro que, como essa recriação está envolta em relações de poder, na interseção em que ela se torna possível, nem tudo pode ser dito. (LOPES; MACEDO, 2011, p. 41).

Podemos pensar a matemática utilizada como instrumento de controle social que, por meio do currículo, constrói realidades que governam os comportamentos dos sujeitos, produzindo sentidos para esses cidadãos.

Ao pensar nessa matemática como instrumento de controle social, relacionando ao cenário pandêmico, constatando que a matemática é um instrumento muito utilizado quando se trata de anunciar os dados da pandemia.

Propusemo-nos a pesquisar, em meios eletrônicos, dados sobre a pandemia, sendo esses recortes, reportagens de *sites* brasileiros trazendo esses dados. Buscamos exemplos do uso da matemática para manipular a opinião pública dos brasileiros, não sendo apenas imagens e gráficos, mas também reportagens que apresentam um contexto da pandemia.

Pensando em instrumento de controle social, podemos pensar nas duas palavras e seus respectivos significados, a palavra controle significa a “ação de controlar, de possuir domínio sobre algo ou alguém” [1] e a palavra social significa “que diz respeito à sociedade e aos cidadãos que dela fazem parte: política social” [2].

Além disso, segundo Correia (2009), “a expressão ‘controle social’ tem origem na sociologia. De forma geral é empregada para designar os mecanismos que estabelecem a ordem social disciplinando a sociedade e submetendo os indivíduos a determinados padrões sociais e princípios morais” [3].

---

[1] https://www.dicio.com.br/controle/. Acesso em: 16 fev 2021
[2] https://www.dicio.com.br/social/. Acesso em: 16 fev 2021
[3] www.sites.epsjv.fiocruz.br/dicionario/verbetes/consoc.html. Acesso em: 16 fev 2021

Podemos considerar que controle social seria o próprio ato de controlar a sociedade com os dados apresentados sobre a pandemia, sendo a matemática, nesse sentido, um dos instrumentos de controle da população, por intermédio das notícias apresentadas nas mídias.

Muitos dados sobre a pandemia encontram-se de fácil acesso a população, pelo *site* do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, o IBGE, que disponibiliza informações sobre a pandemia do coronavírus, e com isso surgiu a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios- PNAD Covid-19, onde as informações apresentadas nesse *site* são baseadas em pesquisas e estudos sobre a pandemia.

Diante da pandemia que estamos vivenciando o IBGE, considera ser:

> [...] fundamental a rápida geração de informações que possam basear e sustentar decisões dos segmentos de governo e da sociedade civil, para que possamos prosseguir no enfrentamento da pandemia e contribuir para o bem comum. Dessa forma, o IBGE vem adaptando suas atividades e a forma de trabalho de suas equipes para que as informações de que o Brasil necessita continuem a ser produzidas[4].

Portanto, o IBGE está realizando algumas adaptações de suas equipes para que o Brasil continue tendo acesso às informações produzidas pelo instituto e está antecipando divulgações de resultados de pesquisas que possuem relação com a saúde e preparando um mapeamento para que possamos conhecer com mais exatidão as condições de vida da população brasileira neste período de pandemia.

Análises

Para compor o nosso material de análise recorremos a notícias, recortes de notícias que apresentavam dados sobre a pandemia do Covid-19, apresentados por meio de dados como: quantidade de pessoas infectadas pelo vírus em determinada região, quantidade de mortes, enfim são reportagens de acesso fácil e rápido à população.

Constatamos, no decorrer da pesquisa, que a matemática utilizada para apresentar essas informações, muitas vezes é uma matemática utilizada de uma forma errada para tentar convencer o leitor sobre a veracidade de uma notícia que é falsa.

Exemplo 1

Encontramos no site Lupa uma informação sobre um vídeo que circula nas redes sociais, onde o repórter Alexandre Garcia utiliza dados estatísticos para provar que em 2019 houve mais mortes do que em 2020.

[4] https://covid19.ibge.gov.br/. Acesso dia 28 jan 2021

Segundo o site lupa,

> "no ano passado, houve 4.889.000 mortes. Neste ano, em 186 dias, 2.336.000 mortes. Dividido pelo número de dias do ano passado, 365 dias, nós temos 13.394 mortes diárias em média no Brasil no ano passado. Neste ano, dividindo 2.336.000 até o dia 5 [de julho], 186 dias, temos 12.559 mortes. Estamos com menos mortes diárias neste ano em relação ao ano passado: 835 mortes diárias a menos" [5].

Esse cálculo equivocado tentou convencer a população de que, mesmo com a pandemia no ano de 2020, 2019 teve mais mortes que 2020. Essa absurda alegação tentava convencer a população sobre a não existência de uma pandemia. Isso foi feito apresentando-se números que tentam argumentar que, na verdade, nada havia mudado, mesmo com o início da pandemia. Pelo contrário, ele tenta argumentar que até o número de mortes foi menor no ano de início da pandemia!

A agência Lupa checou o fato e mostrou que a informação é falsa: "na hora de extrair os dados do Portal da Transparência do Registro Civil, no entanto, ele não separou apenas os óbitos – usou o número total de registros dos três tipos para os dois períodos analisados, incluindo nascimentos, casamentos e falecimentos. Com isso, a média calculada foi distorcida e o resultado não representa as mortes nos dois anos". Alexandre Garcia, posteriormente, postou um vídeo se retratando dos erros que cometeu, mas, como sabemos, na internet é muito comum que as notícias se espalhem muito rapidamente e as retratações são, em geral, silenciadas.

Exemplo 2

No segundo exemplo, temos uma reportagem do *site* Poder360[6] onde o governo, para apresentar dados da pandemia, comprou um gráfico pronto em um banco de imagens, disponível no site ShutterStock, pelo valor de R$ 442,20.

---

[5] Fala de Alexandre Garcia em trecho de vídeo publicado pelo site Página do Estado que, até as 11h30 de 15 de julho de 2020, tinha 144 compartilhamentos no Facebook. Disponível em: https://piaui.folha.uol.com.br/lupa/2020/07/15/verificamos-calculo-alexandre-garcia-mortes/

[6] https://www.poder360.com.br/governo/para-mostrar-estudo-cientifico-governo-compra-grafico-em-banco-de-imagens/. Acesso em: 25 mai 2021

Figura 1: Gráfico apresentado pelo governo em evento no Planalto

Fonte: Disponível em: https://www.poder360.com.br/governo/para-mostrar-estudo-cientifico-governo-compra-grafico-em-banco-de-imagens/. Acesso em: 25 mai 2021.

Figura 2: Gráfico disponível para compra

Fonte: Disponível em: https://www.poder360.com.br/governo/para-mostrar-estudo-cientifico-governo-compra-grafico-em-banco-de-imagens/. Acesso em: 25 mai 2021.

Esse gráfico, utilizado pelo governo, supostamente ilustra um estudo científico que mostrava resultados eficientes da utilização do vermífugo Nitazoxanida para pacientes infectados pela Covid-19. Esse gráfico foi apresentado no Palácio do Planalto em uma cerimônia, na qual o próprio presidente Jair Bolsonaro estava presente. Mas o que é de fato importante destacar nessa notícia é que esse gráfico não foi produzido com os dados reais, ou seja, os dados realmente verdadeiros sobre o uso desse vermífugo para o combate da Covid- 19.

O *site* da ISTOÉ também apresenta sobre a compra desse gráfico. A reportagem do *site* entrou em contato com o ministério, buscando uma resposta sobre a compra do gráfico, mas recebeu apenas uma carta da coordenadora do estudo que foi a professora da Universidade Federal do Rio (UFRJ) Patrícia Rocco. Ela afirmou que o estudo ainda não foi publicado em uma revista científica, mas não disse nada a respeito do gráfico divulgado pelo governo federal e também afirmou que a pesquisa passará pelo comitê de ética.

Segundo a professora Patrícia Rocco:

> "infelizmente, nesse momento não poderei relatar mais detalhe sobre o estudo já que ele foi submetido à uma revista internacional e isso faria com que perdêssemos o ineditismo, limitando a publicação. Entretanto, no Brasil continuam morrendo em torno de 500 indivíduos por dia"[7].

Podemos constatar que a matemática está sendo utilizada de uma forma a qual tenta convencer o leitor de determinadas informações e, diante dos exemplos apresentados, as informações inverídicas são tomadas como verdadeiras por intermédio de argumentos matemáticos, seja manipulação e números, seja pela apresentação de uma imagem comprada. Assim, quando o cidadão tem acesso às *Fake News*, as aceita como verdade. Essas notícias falsas, publicadas nas redes sociais, atuam como mecanismo de controle social, criando assim outros currículos mal-intencionados, falsos, manipuladores da opinião pública.

Algumas Considerações

Este trabalho teve por objetivo apresentar como a matemática pode ser utilizada na apresentação de dados relacionados a pandemias do Covid-19 como instrumento de controle social, buscando as relações entre *Fake News* e a matemática.

Pesquisamos nas redes, reportagens, pesquisas, dados, imagens que tratavam da temática saúde e matemática como que a matemática é utilizada nesses meios de comunicação para apresentar os dados da pandemia do coronavírus. Neste trabalho apresentamos dois exemplos em nossas análises, desses que mostram o uso incorreto da matemática para apresentar esses dados da pandemia, dados esses equivocados que estão postos para toda população brasileira.

[7] https://istoe.com.br/apresentacao-de-estudo-sobre-uso-do-vermifugo-inclui-grafico-de-banco-de-imagens/

Para finalizar, podemos dizer que o uso errôneo da matemática proporciona aos leitores o entendimento equivocado de informações falsas nas redes sociais. Muitas vezes, essas informações estão sendo postas nas redes como estratégia do governo federal para disseminar *Fake News.* Podemos dizer que notícias falsas como essas são apresentadas nas redes utilizando a matemática com o intuito para conduzir a conduta das pessoas, por meio da governamenalidade proposta por Foucault, produzindo práticas de significação e construindo as realidades que nos governam e produzem pedagogias culturais que ultrapassam os limites da escola.

Assim, chega-se a atitudes absurdas e ilegais, como comprar um gráfico pronto para tentar convencer a população sobre a eficácia do tratamento precoce. Além disso, um jornalismo que age de má fé acaba manipulando dados e usando a matemática como informação válida para tentar convencer o leitor sobre algo que é totalmente irreal, como o caso de Alexandre Garcia que tenta convencer a população que o impacto da pandemia era nulo. Hoje sabemos a tragédia que se instaurou no país, agravada ainda mais por notícias falsas e por defensores de tratamentos precoces, os quais potencializaram a tragédia que a pandemia continua sendo para os brasileiros.

Esses dois exemplos indicam como é possível conduzir a conduta de muitas pessoas, via *Fake News*, usando a matemática como ferramenta de controle social. Assim, para nós, a matemática é ensinada e manipulada para além da escola, operando uma pedagogia cultural e um currículo que subjetiva as pessoas e reafirma posturas, sejam elas a favor da vida ou a favor de negacionistas que flertam com a morte.

Agradecimentos

Agradeço a CAPES- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo financiamento da minha pesquisa.

Referências

BORTOLAZZO, S. Os usos do conceito de pedagogias culturais para além dos oceanos: um análise do contexto Brasil e Austrália. **Momento: diálogos em educação,** Rio Grande: Ed. da FURG, v. 29, n. 1, p. 315-336, jan./abr., 2020.

BORTOLINI, A. O currículo não é. O currículo acontece. In: BICALHO, P. P. G. de; CIDADE , M. L. R; CUNHA, T. C; MATOS, A. A (Org). **Gênero e Diversidade na**

Escola: práticas transversais, polifônicas, compartilhadas, inquietas. 2014. p. 130-137. http://diversidade.pr5.ufrj.br/images/GDE_2.pdf

CARVALHO, A. F. de; GALLO, S. D. O. **Defender a escola do dispositivo pedagógico:** o lugar do *experimentum scholae* na busca de outro equipamento coletivo. ETD- Educação Temática Digital, Campinas, SP v.19 n.4 p. 622-641 out./dez. 2017.

CORAZZA, S. M. Diferenca pura de um pós-currículo. *In*: LOPES, Alice Casimiro; MACEDO, Elizabeth (org.). **Currículo: detabes contemporâneos**. São Paulo: Cortez, 2010. (Série cultura, memória e currículo).v. 2, p. 103–114.

FOUCAULT, M. **Nascimento da Biopolítica:** Curso dado no Collège de France (1978-1979). São Paulo: Martins Fontes, 2008.

LOPES, A. C.; MACEDO, E. **Teorias de Currículo**. São Paulo: Cortez, 2011.

NETO, Mercedes *et al.* FAKE NEWS NO CENÁRIO DA PANDEMIA DE COVID-19. **Cogitare Enfermagem**, Curitiba, v. 25, p. 1–7, 2020. Disponível em: https://doi.org/10.5380/ce.v25i0.72627. Acesso em: 30 jun. 2021.

SOUZA, R. R. **Formação Cidadã:** o que apontam os Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio. 2020. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2020.

STEINBERG, S; KINCHELOE, J (Org.). (2001). **Cultura Infantil:** a construção corporativa da infância. Tradução de George Eduardo Japiassú Brício. 2. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2004.

A matemática escolar e a autoria docente nas propostas curriculares brasileiras

School mathematics and teaching authorship in Brazilian curriculum proposals

Júlio César Augusto do Valle
Universidade de São Paulo
julio.valle@ime.usp.br

Resumo
O propósito deste texto consiste em apresentar uma proposta de pesquisa institucional e discutir os resultados parciais de seu desenvolvimento. A proposta se situa no contexto do projeto “Matemática nos currículos da Educação Básica, suas epistemologias e políticas”, que assume como objetivos mapear e analisar as propostas curriculares e/ou os currículos prescritos no Brasil, de 1929 a 2019, a fim de que seja possível compreender como a epistemologia da matemática subisidiou cada proposta, assim como suas implicações para o ensino de matemática em cada período histórico. Busca-se, além disso, compreender e discutir os contextos de produção/formulação de cada proposta curricular em termos de evidenciar se houve participação/autoria docente em sua elaboração. Os resultados preliminares alcançados pela investigação se inserem na busca por subsidiar um olhar crítico para o campo do currículo em sua interface com a Educação Matemática.

Palavras-chave: Currículo de matemática; Currículo; Educação Matemática; Epistemologia da matemática

Abstract
The purpose of this text is to present an institutional research proposal and discuss the partial results of its development. The proposal is located in the context of the project "Mathematics in Basic Education curriculum, their epistemologies and policies", which aims to map and analyze curricular proposals and/or curriculum prescribed in Brazil, from 1929 to 2019, so that it is possible to understand how the epistemology of mathematics underpinned each proposal, as well as its implications for the teaching of mathematics in each historical period. In addition, it seeks to understand and discuss the contexts of production/formulation of each curricular proposal in terms of showing whether there was participation/authorship in its elaboration. The preliminary results achieved by the investigation are part of the search for subsidizing a critical look at the curriculum field in its interface with Mathematics Education.

Keywords: Mathematics curriculum; Curriculum; Mathematics Education; Mathematics epistemology

Introdução

Experimentamos, atualmente, no campo da Educação Matemática, uma intensificação e uma diversificação, ambas substantivas, em relação às pesquisas que se dedicam aos currículos de matemática em suas múltiplas vertentes e dimensões. O trabalho de Palanch (2016), enquanto pesquisa de caráter estado da arte, evidencia a afirmação anterior, mostrando-nos que de 1987 a 2012, ampliaram-se os enfoques dessas pesquisas, assim como a diversidade teórico-metodológica de percursos e trajetos investigativos.

Sobre os currículos prescritos, adiante considerados “propostas curriculares”, dimensão curricular relativa aos documentos curriculares oficiais, cuja elaboração costuma ser gerida por órgãos governamentais de educação, as pesquisas mapeadas por Palanch (2016, p. 147) sinalizam que "a formação continuada de professores para a apropriação, interpretação e implementação do currículo são demandas de estudos futuros, pois essa foi uma constatação apontada na maioria dos trabalhos analisados". De acordo com o pesquisador, é possível notar, a partir dos trabalhos mapeados, a existência de "um distanciamento entre o que os documentos oficiais traçam com o que efetivamente acontece na sala de aula".

Com efeito, o estudo conduzido por Ball, Maguire & Braun (2016) nos auxilia a compreender como as escolas, seus atores em sua comunidade, performam ou encenam as prescrições, não somente no âmbito do currículo, mas, de modo mais abrangente, das políticas educacionais em geral. Esse movimento, sobre como as escolas "fazem" as políticas tornando-as concretas em seus contextos é marcado por hibridismos e recontextualizações de diferentes ordens (BALL, 2001).

Evitamos, por isso, tratar os processos de recontextualização como distorções ou desvios em relação à prescrição curricular. Enfatizamos, ao invés disso, que a recontextualização pode ser significativa para expressar como os discursos curriculares oficiais são confrontados com as possibilidades e os limites reais para sua realização. Essa compreensão, afastando-nos do entendimento da recontextualização como desvio da norma, nos conduz à possibilidade de compreensão de como se relacionam o que se pretende oficialmente construir, nos termos da política curricular, e os cotidianos/contextos diversos, onde esse discurso é reinterpretado de acordo com diferentes características.

A partir dessa compreensão, o distanciamento entre o conteúdo das prescrições curriculares e o que de fato ocorre nas salas de aula pode ser explorado sob, pelo menos, duas perspectivas distintas e não mutuamente excludentes: a de que esse distanciamento se explica pela recontextualização que caracteriza os processos de construção curricular e também a de que esse distanciamento se explica por algum nível de desconhecimento, negligência ou mesmo resistência por parte dos/as professores/as.

De acordo com o estudo de Palanch (2016, p. 146), parte da resistência às prescrições se justifica devido ao fato de que, sob a perspectiva de um percentual significativo de professores/as, "essas implementações e/ou organizações curriculares são impostas a eles sem uma consulta prévia e até mesmo formações e/ou orientações didáticas". Ambas as perspectivas supramencionadas nos conduzem à escolha de duas questões formuladas ao término da pesquisa de Palanch (2016, p. 153), por compreendê-las como capazes de subsidiar nossa compreensão acerca desses processos:

> - Como os formadores podem contribuir para que professores se apropriem de documentos curriculares e das teorias e concepções de ensino e de aprendizagem subjacentes? (…)
> - Como promover/potencializar a autoria docente no processo de elaboração e desenvolvimento curricular?

Com a finalidade de contribuir com a elucidação de respostas possíveis às perguntas apresentadas, este texto registra um recorte da investigação em andamento, intitulada "Matemática nos currículos da Educação Básica, suas epistemologias e políticas".

Objetivos

Para responder às perguntas anteriores, remetemo-nos à análise documental e estudo dos contextos de produção das principais propostas curriculares ou currículos prescritos no Brasil de 1929 até 2019. A escolha deste recorte histórico se justifica: primeiro, por 1929 ter sido o ano em que, pela primeira vez, Aritmética, Álgebra e Geometria integraram-se sob o componente curricular de Matemática (WERNECK, 2003); segundo, por 2019 ter sido o ano de consolidação da primeira Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC), também de forma inédita, embora amplamente questionada[1].

O estudo das propostas curriculares/currículos prescritos com ênfase em matemática, no contexto deste trabalho, está orientado pelos seguintes objetivos:

(1) Mapear, analisar e discutir o percurso constitutivo da matemática escolar nos currículos prescritos e propostas curriculares da Educação Básica no Brasil, oriundos tanto do Governo Federal como de Governos Estaduais;

(2) Compreender como a epistemologia da matemática subsidiou cada uma das propostas curriculares mapeadas e analisadas, assim como implicações para o ensino da disciplina;

(3) Identificar se e como houve participação/autoria docente nos processos de elaboração curricular.

Para que seja possível contribuir com a compreensão sobre como promover a autoria docente em processos de elaboração curricular, delineamos como objetivo específico

[1] Sobre tais questionamentos, recomendamos o dossiê organizado por Dourado & Aguiar (2018) com as perspectivas de pesquisadores/as da Associação Nacional de Pesquisa em Administração Escolar (ANPAE)

decorrente dos anteriores: compreender qual foi/tem sido o papel atribuído aos docentes, professoras/es que ensinam matemática, nos processos de elaboração que constituíram as principais propostas curriculares no Brasil.

Fundamentação teórica

Situamos a perspectiva deste trabalho na interface entre duas dentre as cinco categorias enunciadas por Rico (2013) para classificar as pesquisas sobre currículos de matemática: as investigações que se centram sobre o conteúdo disciplinar e aquelas que se centram nos processos de inovação e desenvolvimento curricular. Constituem objetivos comuns a investigações de ambas as categorias:

> Identificação, tipificação e comparação de diferentes movimentos que servem de fundamentação a distintos currículos ou programas, pensados para o ensino das matemáticas, e que tenham sido desenvolvidos em diferentes épocas dentro de um mesmo país ou grupo de países. (RICO, 2013, p. 16, tradução nossa)

Outras questões relevantes às pesquisas sobre currículos de matemática, segundo Rico (2013, p. 13, tradução nossa), que se relacionam com o escopo deste trabalho são: “em que consiste o conhecimento matemático? Que características relevantes diferenciam este conhecimento de outros? Por que é importante este conhecimento? Que relações mantêm o conhecimento matemático com as determinações culturais de nossa sociedade?”. O autor afirma que não são questões triviais e “afetam profundamente o desenho e o desenvolvimento do currículo de matemáticas” (RICO, 2013, p. 14).

Sob essa perspectiva, fundamentamo-nos teoricamente em trabalhos que tematizaram: a) uma concepção de proposta curricular que nos permitisse definir o escopo da pesquisa (BARRETO, 1995; PIRES, 2000, 2005; PIRES & SILVA, 2011); b) a autoria docente em processos de elaboração curricular (ALVES et al, 2002; OLIVEIRA, 2012); c) as concepções e tendências da Matemática e de seu ensino, a matemática escolar, ensejadas/consubstanciadas em cada proposta (FIORENTINI, 1995) .

De acordo com os trabalhos de Pires (2000, 2005), entendemos “propostas curriculares” como os documentos curriculares prescritos pelos órgãos governamentais, os *currículos oficiais*, mas também como produzidos por movimentos de reforma curricular que, na história brasileira, incluem, por exemplo, o Movimento da Matemática Moderna (MMM).

A partir da contribuição de Barreto (1995, p. 3), que analisou as propostas curriculares brasileiras mais recentes, acrescentamos como fundamentação deste trabalho a necessidade de estudá-las uma vez que "passam a constituir referências importantes nas redes de ensino, mesmo quando disseminadas apenas por meio da formação docente em serviço ou pelos livros didáticos". De acordo com a perspectiva da autora, "as propostas curriculares têm constituído objeto de disputa ideológica de grupos que buscam obter a hegemonia na definição de valores, atitudes e conhecimentos que devem fazer parte da formação das nossas crianças e adolescentes" (BARRETO, 1995, p. 4). Ademais,

> O estudo do desenvolvimento de currículos no Brasil mostra que as decisões curriculares foram historicamente marcadas por ações governamentais e não oriundas de movimentos nascidos nas escolas, protagonizadas por professores ou pela sociedade civil. Uma das marcas das políticas públicas brasileiras, no que se refere a questões curriculares, é a falta de ações de implementação curricular, como se novas ideias se transformassem em prática, num passe de mágica. Além da ausência de ações de implementação, outra marca é a falta de acompanhamento/avaliação das inovações propostas, o que não permite fazer uma avaliação adequada, contabilizando acertos e erros. (PIRES & SILVA, 2011, p. 58)

A afirmação sobre a ausência de participação docente nos processos de elaboração curricular, de movimentos nascidos e protagonizados nas/pelas escolas, a que nos remetem os autores no excerto anterior, motiva e fundamenta nossa perspectiva de compreender como se constituem as propostas curriculares brasileiras, em especial as de Matemática, no que se refere à autoria e participação docente. Compreender processos, entraves, limites e potenciais pode ensejar, conforme supomos, reflexões acerca de como potencializar a autoria docente em processos de elaboração curricular.

Compreendemos que "a noção de autoria assegura a dimensão ativa do sujeito na produção de conhecimentos e práticas sociais" (OLIVEIRA, 2012, p. 9). Mobilizamos essa noção para pensarmos a autoria docente, do ponto de vista enunciado pela autora de que "o autor é originador, é sujeito". Acrescentamos a este último tópico também a concepção de Mattar (2013, p. 272) de que:

> Cada vez mais, os professores são tratados como incapazes de lidar de forma responsável e competente com o exercício da profissão, em especial, no que se refere à tomada de decisões que envolvem a organização curricular e o planejamento de ensino, o que, não raro, leva ao esgotamento da capacidade de realização de um trabalho autoral, por meio do qual se reconheçam. É necessário que tal situação seja paulatinamente superada, dando espaço para a real valorização de suas plenas capacidades para organizar e gerir sua atuação com autonomia, ainda que sempre relativa, e de forma competente.

Com efeito, “boa parte de nossas propostas curriculares tem sido incapaz de incorporar essas experiências, pretendendo pairar acima da atividade prática diária dos sujeitos que constituem a escola” (ALVES et al, 2002, p. 41). Reconhecer e potencializar a autoria docente significa assumir que “uma prática curricular consistente somente pode ser encontrada no saber dos sujeitos praticantes do currículo” (p. 41). Assumi-lo, por sua vez, implica conferir outro tratamento ao trabalho docente e, sobretudo, à participação docente nos processos de elaboração curricular.

Finalmente, sobre as concepções e tendências da Matemática e de seu ensino, fundamentamo-nos no trabalho de Fiorentini (1995), *Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil*, para sistematizar algumas de suas percepções:

Tabela 1: Concepções/tendências do ensino de matemática no Brasil.

Concepção/Tendência	*Momento histórico*	*Como compreende a matemática e seu ensino*
Formalista Clássica	Predominou até a década de 1950 no Brasil	Constitui-se do modelo euclidiano e da concepção platônica da matemática: Modelo euclidiano: “caracteriza-se pela sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos (definições, axiomas, postulados)” (p. 5); Concepção platônica da Matemática: “caracteriza-se por uma visão estática, a-histórica e dogmática das ideias matemáticas, como se essas existissem independentemente dos homens. Segundo essa concepção inatista, a Matemática não é inventada ou construída pelo homem.” (p. 6)
Empírico-ativista	Chega ao país por volta da década de 1920, porém tarda a se consolidar	“Não rompe com a concepção idealista de conhecimento, (…) as idéias matemáticas são obtidas por descoberta A diferença, porem, é que elas preexistem não num mundo ideal, mas no próprio mundo natural e material que vivemos. Assim, para os empírico-ativistas, o conhecimento matemático emerge do mundo físico e é extraído pelo homem através dos sentidos”. (p. 9)
Formalista Moderna	Corresponde ao Movimento da Matemática Moderna (1960-1980)	“O MMM promoveria um retorno ao formalismo matemático, só que sob um novo fundamento as estruturas algébricas e a linguagem formal da Matemática contemporânea. Acentua- se, assim, segundo Kline, a abordagem intemalista da Matemática a Matemática por ela mesma, auto-suficiente. Enfatiza-se o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas através das propriedades estruturais”. (p. 14)

Tecnicista (e suas variações)	Corresponde ao momento da Ditadura Militar brasileira	“O tecnicismo mecanicista procura reduzir a Matemática a um conjunto de técnicas, regras e algoritmos, sem grande preocupação em fundamentá-los ou justificá-los Na verdade, esse tecnicismo mecanicista procurará enfatizar o fazer em detrimento de outros aspectos importantes como o compreender, o refletir, o analisar e o justificar/provar. Segundo essa tendência pedagógica, a aprendizagem da Matemática consiste, basicamente, no desenvolvimento de habilidades e atitudes e na fixação de conceitos ou princípios” (p. 17)
Construti-vista	Décadas 1960 e 1970	“O construtivismo vê a Matemática como uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis. Por isso, essa corrente prioriza mais o processo que o produto do conhecimento. Ou seja, a Matemática é vista como um constructo que resulta da interação dinâmica do homem com o meio que o circunda. A apreensão destas estruturas pela criança se dá também de forma interacionista, especialmente a partir de abstrações reflexivas, realizadas mediante a construção de relações entre objetos, ações ou mesmo entre ideias já construídas. Esta abstração é uma construção feita interativamente/operativamente pela mente”. (p. 20)
Socioetno-culturalista	Décadas de 80 e 90	“o conhecimento matemático deixa de ser visto, como faziam as tendências formalistas, como um conhecimento pronto, acabado e isolado do mundo. Ao contrário, passa a ser visto como um saber prático, relativo, não-universal e dinâmico, produzido bistórico-culturalmente nas diferentes práticas sociais, podendo aparecer sistematizado ou não. Esta forma cultural - antropológica de ver e conceber a Matemática e sua produção/divulgação, proporcionada pela Etnomatemática, trouxe também profundas transformações no modo de conceber e tratar a Educação Matemática.” (p. 26)

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Fiorentini (1995)

O trabalho de mapeamento e identificação das concepções/tendências da matemática e seu ensino auxilia nosso movimento de compreensão das propostas curriculares a partir de como conceituam e mobilizam a matemática escolar. Resgatá-las nos permitirá, inclusive, confrontá-las adiante com as perspectivas curriculares atuais.

Metodologia

Trata-se de pesquisa fundamentalmente qualitativa, de caráter exploratório e descritivo. Metodologicamente, a pesquisa será estruturada a partir de uma triangulação, conforme enunciam Borba & Araújo (2004, p. 35), para quem "a triangulação em uma pesquisa qualitativa consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para a obtenção dos dados". Articulamos, nesse sentido, a análise documental ao necessário levantamento bibliográfico, da revisão de literatura, utilizando os meios tecnológicos disponíveis, com o objetivo de mapear, identificar e analisar o percurso brasileiro em termos de como tem sido tratada, historicamente, a matemática escolar em propostas curriculares/currículos prescritos, assim como a autoria docente em seus processos de elaboração.

Existem trabalhos acadêmicos, oriundos de pesquisas realizadas em especial no âmbito da História da Educação Matemática, que tematizam parte substantiva das propostas curriculares que caracterizaram o cenário educacional brasileiro durante o século XX. Compreendendo o período que vai desde a Reforma Francisco Campos, com a qual iniciamos nosso recorte histórico, até o período após o declínio do Movimento da Matemática Moderna, remetemo-nos, por exemplo, aos trabalhos de Valente (2002; 2004), Werneck (2003), Tavares (2002), Rocha (2001), Dassie (2001), Dassie & Rocha (2002), Carvalho (1988), Soares (2001), além de Bertoni & Valente (2016).

Embora tenha havido, conforme atesta Palanch (2016), aumento no número de trabalhos dedicados ao estudo das prescrições e propostas curriculares, ainda são poucos os trabalhos que as tematizam, no campo da Educação Matemática, as propostas curriculares brasileiras mais recentes, no período referente às últimas décadas, por exemplo. Para complementar o estudo bibliográfico deste período, utilizamos a análise documental, conforme abordam Ludke & André (1986), com vistas à organização, à sistematização e ao estudo dos documentos curriculares oficiais – propostas curriculares e/ou currículos prescritos – mapeados. Com efeito, valemo-nos da perspectiva das autoras para que a análise documental contribua para "identificar informações factuais nos documentos a partir de questões e hipóteses de interesse" (LUDKE & ANDRÉ, 1986, p. 38).

Metodologicamente, portanto, a análise documental contribuirá para a elucidação dos contextos, atores e procedimentos relacionados aos processos de elaboração curricular recentes. Sob essa perspectiva, a análise documental visa subsidiar nossa avaliação sobre a existência de autoria docente nesses processos – atinente à dimensão dos contextos da elaboração curricular de que trata Ball (2001). Essa escolha metodológica nos auxilia na abordagem das fontes documentais: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), respectivamente identificadas em Brasil (1998; 2013; 2017), assim como outros documentos relacionados às etapas de elaboração das referidas políticas curriculares.

Alguns resultados e considerações

Os primeiros resultados do trabalho, ainda parciais, foram apresentados e discutidos durante uma oficina, ministrada pelo autor, durante o VIII Encontro Brasiliense de Educação Matemática (EBREM), intitulada "Currículos de Matemática sob as perspectivas socioculturais da Educação Matemática". Nesta experiência, destacou-se e se consubstanciou a necessidade de considerar as Leis Federais 10.639 de 2003 e 11.645 de 2008, assim como seus decorrentes, para delimitar o *corpus* da pesquisa. Justificou-se essa necessidade a partir de uma conceituação mais ampla de proposta curricular como reforma ou movimento de ensino de diferentes naturezas, mas orientados pela finalidade de apresentar e propor diretrizes, e alternativas às práticas pedagógicas já em curso.

Ambas alteram a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) em seu artigo 26-A: "§ 2º Os conteúdos referentes à história e cultura afro-brasileira e dos povos indígenas brasileiros serão ministrados no âmbito de todo o currículo escolar, em especial nas áreas de educação artística e de literatura e história brasileiras". Embora o texto enfatize as áreas de educação artística e de literatura e história brasileiras, os documentos curriculares elaborados posteriormente evidenciam a necessidade de que todas as áreas construam interlocuções com esta temática.

Nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnico-raciais, decorrente dessas políticas, lê-se:

> Inclusão, respeitada a autonomia dos estabelecimentos do Ensino Superior, nos conteúdos de disciplinas e em atividades curriculares dos cursos que ministra, de Educação das Relações Étnico-Raciais, de conhecimentos de matriz africana e/ou que dizem respeito à população negra. Por exemplo: em Medicina, entre outras questões, estudo da anemia falciforme, da problemática da pressão alta; **em Matemática, contribuições de raiz africana, identificadas e descritas pela Etno-Matemática**; em Filosofia, estudo da filosofia tradicional africana e de contribuições de filósofos africanos e afrodescendentes da atualidade. (BRASIL, 2004, p. 24, grifos nossos)

Nesse sentido, o estudo considera ambas as leis federais mencionadas por entendê-las como uma exigência para as propostas curriculares, inclusive de matemática, produzidas posteriormente.

Outra consideração consiste no estudo de Valente (2020), apresentado durante o 5º Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática (ENAPHEM), intitulado "A produção curricular, a matemática do ensino e os *experts*". Neste trabalho, o autor considera "os documentos oficiais curriculares como sistematização em uma dada época, de uma matemática do ensino" e a matemática do ensino como "a produção que articula a matemática que deve estar presente no ensino com a matemática da formação de professores" (VALENTE, 2020, s/p, grifos originais).

O trabalho de Valente (2020) nos oferece, portanto, subsídios relevantes para explorar: a) a perspectiva da autoria docente em processos de elaboração curricular em sua relação com a ideia dos *experts; e* b) a concepção de matemática escolar subjacente a cada proposta curricular em face à concepção de matemática do ensino. Na etapa seguinte desta investigação, retornamos à análise documental a partir da articulação de ambos os tópicos.

Em síntese, destacamos como resultados parciais desta investigação: a) a compreensão de que as propostas curriculares brasileiras, via de regra prescritivas, invisibilizam/homogenizam a prática docente já em curso; b) a necessidade de identificar procedimentos e métodos utilizados por políticas curriculares que tenham reconhecido/promovido a autoria docente em detrimento da quase exclusividade dos *experts*; c) a compreensão de que a relação universidade-escola desempenha fator relevante para a efetivação de políticas exitosas nesse reconhecimento/promoção da autoria docente.

Referências

ALVES, N.; MACEDO, E.; MANHÃES, L. C.; OLIVEIRA, I. B. **Criar currículo no cotidiano**. São Paulo: Cortez, 2002.

BALL, S. Diretrizes políticas globais e relações políticas locais em educação. **Revista Currículo sem Fronteiras**, v. 1, n. 2, 2001, pp. 99-116.

BALL, S.; MAGUIRE, M.; BRAUN, A. **Como as escolas fazem as políticas**: atuação em escolas secundárias. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

BARRETO, E. S. (coord.). **As propostas curriculares oficiais**. Análise das propostas curriculares dos estados e de alguns municípios das capitais para o ensino fundamental. Coleção Textos FCC, n. 10. Fundação Carlos Chagas: São Paulo, 1995.

BERTONI, N.; VALENTE, W. R. (orgs.). **Saberes matemáticos em circulação no Brasil:** dos documentos oficiais às revistas pedagógicas, 1890-1970. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. IN: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL. **Lei Federal 9.394 de 1996 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, 1996.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 1998.

______. **Diretrizes Curriculares Nacionais para as Relações Étnico-raciais.** Brasília: Ministério da Educação, 2004.

______. **Diretrizes Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 2013.

______. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). 2017. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Último acesso em 03 Fev. 2021.

CARVALHO, J. B. P. As idéias fundamentais da matemática moderna. **Boletim GEPEM**, ano XIII, n. 23, pp. 7-24, 1988.

DASSIE, B. A. **A matemática do curso secundário na Reforma Gustavo Capanema**. 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.

DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. O ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do século XX. **Caderno Dá-Licença**, n. 4, ano 5, p. 65-73, dezembro de 2003.

DOURADO, L. F.; AGUIAR, M. A. (Orgs.). **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024**: avaliação e perspectivas. Recife: ANPAE, 2018.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, pp. 1-38, 1995.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986

MATTAR, S. Cartografia e autoria docente: a imaginação criadora nos processos de planejamento e de ensino. **Relatório de produção acadêmica.** Disponível em: http://www3.eca.usp.br/sites/default/files/form/biblioteca/acervo/producao-academica/002913425.pdf Acesso em: 10 de Junho de 2021.

OLIVEIRA, I. B. Contribuições de Boaventura de Sousa Santos para a reflexão curricular: princípios emancipatórios e currículos pensadospraticados. **Revista e-curriculum**, v.8 n.2, p. 1-22, 2012.

PALANCH, W. B. **Mapeamento de pesquisas sobre currículos de Matemática na Educação Básica brasileira** (1987 a 2012). 2016. 283 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2016.

PIRES, C. C. **Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede**. São Paulo: FTD, 2000.

______. Currículos de matemática: para onde se orientam? **Revista de Educação PUC-Campinas**. Campinas, 18, 2005 pp. 25-34.

PIRES, C. M. C.; SILVA, M. A. Desenvolvimento curricular em Matemática no Brasil: trajetórias e desafios. **Quadrante**, XX (2), pp. 57-81, 2011.

RICO, L. ¿Qué debe investigar sobre los currículos de matemáticas? In: FÓRUM NACIONAL SOBRE CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA, 2, **Anais do 2º FNCM**. São Paulo: Zapt Editora, 2013, p. 9-19.

ROCHA, J. L. **A Matemática do Curso Secundário na Reforma Francisco Campos**, 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática). Departamento de Matemática, PUC, Rio de Janeiro, 2001.

SOARES, F. S. **Movimento da matemática moderna no Brasil**: avanço ou retrocesso? 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.

TAVARES, J. **A Congregação do Colégio Pedro II e os debates sobre o ensino de matemática**, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC-SP, São Paulo, 2002.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. São Paulo: Annablume/Fapesp, 2 a ed., 2002.

______. (org.) **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. Brasília: Editora da UnB, 2004.

______. A produção curricular, a matemática do ensino e os *experts*. IN: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, V. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=jGCHqtbPj9U Último acesso: 20 Junho 2021.

WERNECK, A. P. T. **Euclides Roxo e a Reforma Francisco Campos**: a gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC-SP, 2003.

A reorganização curricular da gestão Haddad em São Paulo: implicações para a prática pedagógica do professor de Matemática

The curriculum reorganization of Haddad management in São Paulo: implications for the pedagogical practice of the Mathematics teacher

Wanusa Rodrigues da Silva
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
wanusar@gmail.com

Felipe Augusto de Mesquita Comelli
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
famcomelli@gmail.com

Ana Lucia Manrique
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
analuciamanrique@gmail.com

Resumo

Neste texto, temos por objetivo apresentar e discutir as mudanças curriculares propostas pelo programa de reorganização curricular denominado Programa Mais Educação São Paulo, especialmente aquelas que têm implicações diretas na prática pedagógica do professor de Matemática. Entre elas, destacamos, a partir de pesquisa documental, a mudança dos ciclos de aprendizagem do ensino fundamental, dando ênfase ao ciclo interdisciplinar e à proposta da docência compartilhada. Além disso, pontuamos também as mudanças embutidas no ciclo autoral, com a elaboração do Trabalho Colaborativo de Autoria e o princípio de intervenção social. Concluímos que o Programa trouxe mudanças significativas para as escolas da rede municipal de ensino de São Paulo, mas que de fato se legitimam nas práticas pedagógicas apenas quando são amplamente debatidas, incluídas nas ações de formação docente e construídas coletiva e colaborativamente pela comunidade escolar.

Palavras-chave: Programa Mais Educação São Paulo. Ciclo Interdisciplinar. Docência Compartilhada. Ciclo Autoral. Reorganização Curricular.

Abstract

In this text, we aim to present and discuss the curricular changes proposed by the curricular reorganization program called Programa Mais Educação São Paulo, especially those that have direct implications for the pedagogical practice of the Mathematics teacher. Among them, we highlight, based on documentary research, the change in the learning cycles of elementary school, emphasizing the interdisciplinary cycle and the proposal of shared teaching. In addition, we also highlight the changes built into the authorship cycle, with the elaboration of the Collaborative Work of Authorship and the principle of social intervention. We conclude that the Program has brought significant changes to schools in the municipal education system of São Paulo, but that they are actually legitimated in pedagogical practices only when they are widely debated, included in teacher training actions and collectively and collaboratively constructed by the school community.

Keywords: Mais Educação São Paulo Program. Interdisciplinary Cycle. Shared Teaching. Author Cycle. Curriculum Reorganization.

Introdução

Este texto insere-se na temática de implementação curricular em Matemática, na medida em que nos debruçamos sobre a publicação e implementação do Programa Mais Educação São Paulo, durante a gestão Haddad, realizada pela Secretaria Municipal de Educação da cidade de São Paulo durante os anos de 2013 a 2016.

O Programa tratou-se de uma política pública de reorganização curricular e, portanto, propôs mudanças e readequações das propostas curriculares vigentes na rede municipal de ensino paulistana até então. Temos por objetivo, neste artigo, identificar e discutir brevemente as mudanças propostas, em especial aquelas que tiveram implicações diretas na prática pedagógica do professor de Matemática, ou seja, sua interface com a Educação Matemática.

Na discussão que propomos aqui, entendemos que novas propostas curriculares são periodicamente necessárias, pois orientam o trabalho do professor e lembram-nos que currículos não são estanques no tempo, ao contrário, constituem-se como resultado de disputas e negociações de diferentes campos da sociedade (ARROYO, 2013).

Além disso, cabe explicar que currículo, neste texto, é tomado como o conjunto das experiências que têm como objetivo a aprendizagem às quais os educandos estão expostos, para além da visão reducionista de currículo como seleção de conteúdos. De tal forma, é possível tomar o currículo como um artefato histórica e socialmente situado, como um recorte seletivo de cultura (SACRISTÁN, 2000; MOREIRA e CANDAU, 2008).

Deste ponto de vista, consideramos que o currículo efetivamente se concretiza no interior das unidades escolares quando há trocas promovidas entre educadores e educandos, tomando por base o projeto de sujeito que se pretende formar, expresso por meio de objetivos e metas elencados no Projeto Político-Pedagógico (PPP), com os elementos que toda a comunidade escolar entende ou considera como os mais adequados (SACRISTÁN, 2013).

O Programa Mais Educação São Paulo

O Programa de Reorganização Curricular e Administrativa, Ampliação e Fortalecimento da Rede Municipal de Educação – Programa Mais Educação São Paulo foi uma Política Pública concebida no final do primeiro ano de governo de Fernando Haddad à frente da Prefeitura do município de São Paulo em 2013, apresentando-se como uma proposta de reorganização, cuja intenção era melhorar a qualidade da educação pública oferecida nas escolas municipais e repensar a função social da escola.

Documentos oficiais foram elaborados e disponibilizados à rede municipal de ensino de São Paulo com o intuito de expor os principais pontos do Programa Mais Educação São Paulo. Deste modo, o Programa foi apresentado, no início de 2014, por meio de um encarte entregue a todos os professores, intitulado Programa Mais Educação São Paulo: Subsídios para a implantação (SÃO PAULO, 2014). Este foi o primeiro documento elaborado pela equipe da Secretaria Municipal de Educação após a publicação do Programa em Diário Oficial e que trazia o tom das mudanças propostas.

Com a finalidade de justificar e explicar as alterações propostas pelo Programa Mais Educação São Paulo, o documento Subsídios (SÃO PAULO, 2014) apresentou 21 Notas Técnicas que detalham os princípios da política educacional a ser implantada. Neste texto, por meio de uma pesquisa documental, procuramos apresentar as Notas Técnicas que têm relação direta com a atuação dos professores de Matemática.

A Nota Técnica nº 3 trouxe uma alteração significativa para as escolas municipais ao organizar o Ensino Fundamental de nove anos em três ciclos de três anos cada, denominados: Ciclo de Alfabetização (1º a 3º ano), Ciclo Interdisciplinar (4º a 6º ano) e Ciclo Autoral (7º a 9º ano). A prerrogativa da organização em ciclos de aprendizagem trouxe consigo as ideias de avaliação formativa, acompanhamento pedagógico complementar e estratégias de recuperação das aprendizagens.

> Considera-se a organização em ciclos a estrutura mais apropriada do ponto de vista da luta contra o fracasso escolar, e também a mais exigente. Requer uma estrutura curricular que favoreça a continuidade, a interdisciplinaridade e a progressão, princípios fundamentais para uma educação de qualidade. Implica em ação e responsabilidade coletiva (SÃO PAULO, 2014, p. 74).

A Nota Técnica nº 5, por sua vez, tratou das especificidades do Ciclo Interdisciplinar e apresentou a interdisciplinaridade como fio condutor dos processos de ensino e de aprendizagem, o que pressupõe um trabalho integrado com as áreas de conhecimento do currículo.

> O ciclo referente aos 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental, denominado Ciclo Interdisciplinar, dará continuidade ao processo de alfabetização/letramento, de modo a ampliar a autonomia nas atividades de leitura, de escrita e as habilidades relacionadas à resolução de problemas. Além da Arte, da Educação Física, do estudo da Língua Estrangeira, das Ciências Humanas e da Natureza, que estarão presentes com professores especialistas como forma de contribuir no desenvolvimento dos estudantes para o exercício da cidadania (SÃO PAULO, 2014, p. 78).

O componente da interdisciplinaridade foi citado no documento Subsídios (SÃO PAULO, 2014) como um dos temas prioritários a serem trabalhados na formação de professores, constituindo-se parte importante da implantação do Programa de reorganização curricular, juntamente com temas como currículo, ciclos de aprendizagem, autoria e avaliação.

A relevância do tema se justificou pelo fato de um dos ciclos de aprendizagem do Ensino Fundamental se chamar Ciclo Interdisciplinar (4º ao 6º ano), o que denota que o Programa trazia, já pelo nome, a interdisciplinaridade como uma das dimensões do trabalho pedagógico para o ciclo. Na proposta, a interdisciplinaridade foi tomada como um princípio facilitador do

> [...] desenvolvimento dos conteúdos por arranjos curriculares entre duas ou mais disciplinas, de forma a provocarem uma integração mútua, tomando como base sistemas globais e não compartimentados, como nas disciplinas. A interação pode ocorrer pelo método, pelo procedimento e pela organização de ensino (SÃO PAULO, 2014, p. 78).

Portanto, no texto do Programa Mais Educação São Paulo há o apontamento da possibilidade de uma organização curricular para o Ciclo Interdisciplinar que privilegia arranjos interdisciplinares, seja pelo método, pelo procedimento ou pela organização do ensino. No entanto, ao fazermos uma leitura atenta dos documentos curriculares, notamos que não há uma indicação prescritiva, uma “receita” de como fazer isso, presente no texto do Programa, deixando aberta a dimensão de autonomia por parte de escolas e professores.

O documento Subsídios (SÃO PAULO, 2014) elucida que a maior inovação proposta para o Ciclo Interdisciplinar foi a docência compartilhada, conforme Nota Técnica nº 17.

A docência compartilhada consiste na composição de duplas – um professor polivalente/professor de Ensino Fundamental I e um professor especialista/professor do Ensino Fundamental II – para o desenvolvimento de projetos, visando à integração dos saberes docentes e discentes, a partir da reflexão, análise, avaliação e busca de respostas adequadas às necessidades de aprendizagem dos estudantes.

> Não se trata, portanto, da presença contínua de dois professores na mesma classe, (nos momentos assim previstos no currículo), mas da participação de um professor especialista/professor do Ensino Fundamental II como orientador de projetos, atendendo os estudantes simultaneamente ao desenvolvimento das aulas. O professor polivalente/professor de Educação Infantil - Ensino Fundamental I será referência para o aluno durante os três anos do Ciclo Interdisciplinar (SÃO PAULO, 2014, p. 110).

As Notas Técnicas nº 6 e nº 7, por fim, tratam do Ciclo Autoral. Segundo o documento, esse ciclo se caracteriza pela construção de conhecimento a partir de projetos curriculares comprometidos com a intervenção social e se concretiza com o Trabalho Colaborativo de Autoria (TCA), elaborado pelos alunos e acompanhado sistematicamente pelo professor orientador de projeto.

> Será dada ênfase ao desenvolvimento da construção do conhecimento considerando o manejo apropriado das diferentes linguagens, o que implica um processo que envolve a leitura, a escrita, busca de resoluções de problemas, análise crítica e produção. É, portanto, o domínio de diferentes linguagens (lógico-verbal, lógico-matemática, gráfica, artística, corporal, científica e tecnológica) que permitirá a cada aluno, ao final do Ciclo Autoral, a produção do TCA comprometido com a construção de uma vida melhor (SÃO PAULO, 2014, p. 80).

Discussões teóricas

A interdisciplinaridade como princípio curricular, na cidade de São Paulo, já havia surgido em outro momento, durante a gestão da prefeita Luiza Erundina (1989-1992), por meio da metodologia integradora dos temas geradores, defendida por Paulo Freire na sua obra Pedagogia do Oprimido (1996), com enfoque assumidamente político.

De acordo com o documento Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria (SÃO PAULO, 2016, p. 16), na metodologia dos temas geradores, “propunha-se que o saber se constituísse na medida em que as áreas se relacionassem interdisciplinarmente, objetivando uma leitura crítica da realidade”. Ainda, segundo Weller (2000), os temas geradores eram escolhidos pelas próprias escolas e tratavam aspectos específicos da realidade local. Essa experiência iniciou-se por meio de um projeto piloto com dez escolas de diferentes regiões da cidade de São Paulo e foi ampliada nos anos subsequentes, de modo que em 1992 existiam 187 escolas trabalhando com a proposta de um currículo interdisciplinar a partir de temas geradores.

A docência compartilhada, que em outros momentos já foi chamada de bidocência e co-docência, surgiu a partir de estudos na área da educação inclusiva adotados na década de 70 pela escola Flämming, na Alemanha (BEYER, 2005). É uma prática recente e pouco usual nas escolas brasileiras. Segundo Luiz (2018, p. 91), pode ser considerada uma “metodologia de ensino nova” e que, por este motivo, ainda não houve tempo suficiente para se consolidar nas redes de ensino em que foi implementada.

Já o conceito de Autoria está relacionado ao Ciclo Autoral (7º a 9º ano do Ensino Fundamental), período que antecede a passagem do aluno dos anos finais do Ensino Fundamental para o Ensino Médio. Portanto, em termos curriculares propostos pelo Programa Mais Educação São Paulo, este ciclo se caracteriza pela construção de conhecimentos a partir de projetos comprometidos com a intervenção social, ou seja, pretende formar alunos que sejam capazes de se engajar com autoria e responsabilidade na vida em sociedade e intervir nas questões do seu entorno para tornar as condições sociais mais justas e democráticas (SÃO PAULO, 2014).

> O destino dos projetos não é os arquivos das escolas, nem os fundos empoeirados das gavetas. Sua finalidade é tornar-se coisa pública, interpretação do mundo e possibilidade de participação nele. Há necessidade de atribuir, ao saber por eles produzidos, perspectivas políticas, estéticas, éticas e afetivas. [...] Os problemas do mundo são econômicos, políticos, culturais e éticos. Mas seu tratamento transcende as políticas imediatas só sendo compreendidos por um tratamento humanista, filosófico e transcultural. A diversidade, o respeito às minorias, o tratamento da liberdade e da justiça são as bases do olhar curricular sobre os projetos de intervenção e de autoria coletiva (SÃO PAULO, 2014, p. 84-85).

Considerações sobre as mudanças propostas

Quanto à interdisciplinaridade, a experiência vivida anteriormente pela rede municipal certamente serviu de inspiração para o movimento empreendido pelo Programa Mais Educação São Paulo, uma vez que a gestão de Paulo Freire como Secretário de Educação de São Paulo deixou muitas marcas, sendo lembrada em diversos momentos, "à maneira de quem, saindo, fica" (WELLER, 2000).

Desta vez, porém, foram facultadas aos docentes as formas de implementar a interdisciplinaridade nas escolas, não sendo obrigatória a utilização da metodologia dos temas geradores, destacando-se apenas como condição que fosse ofertada aos alunos a oportunidade de "aprender a olhar um mesmo objeto do conhecimento na perspectiva dos diferentes componentes curriculares" (SÃO PAULO, 2014, p. 79).

Por sua vez, o princípio da docência compartilhada surgiu como uma mudança ao propor o compartilhamento dos tempos de aula entre professores polivalentes e professores especialistas (preferencialmente de Língua Portuguesa e Matemática), para o desenvolvimento de projetos, garantindo as especificidades dos componentes curriculares, mas também com ênfase na consolidação dos processos de leitura, escrita e resolução de problemas. (SÃO PAULO, 2014).

Um dos objetivos da parceria em projetos de docência compartilhada no Ciclo Interdisciplinar entre professores polivalentes e professores especialistas era "atenuar a passagem dos alunos dos anos iniciais para os anos finais" (SÃO PAULO, 2014, p. 109), trazendo um professor de referência para a turma. Esta intencionalidade se configurou na tentativa de minimizar os efeitos causados pela passagem dos alunos do chamado Fundamental I para o Fundamental II. Ressaltamos que a transição, no contexto do Programa Mais Educação São Paulo, se dá no interior de um mesmo ciclo de aprendizagem, o que traz embutida a ideia de um contínuo.

Em turmas de 4º e 5º anos, cujo professor de referência é o professor polivalente, a docência passou a ser compartilhada, em alguns momentos, com um ou mais professores especialistas. Já nas turmas de 6º ano, cujas aulas são atribuídas a professores especialistas, a ideia é que o professor de Língua Portuguesa e/ou Matemática estabelecesse uma parceria com um professor polivalente para planejarem conjuntamente uma intervenção pedagógica integradora.

De acordo com o documento Subsídios (SÃO PAULO, 2014), o princípio da docência compartilhada pressupõe o planejamento conjunto dos professores envolvidos de modo que o trabalho de um não se sobreponha ao do outro, mas que se complementem. Isto envolve uma corresponsabilidade dos professores do Ciclo Interdisciplinar no sentido de executarem a organização das atividades, o acompanhamento e a avaliação da aprendizagem dos alunos, em grupo ou individualmente, dentro ou fora do espaço da sala de aula.

Novamente, a exemplo do que citamos sobre o trabalho interdisciplinar, o Programa Mais Educação São Paulo não forneceu o modelo de como deveria ser implementada a docência compartilhada, embora sugira em seu texto que, nos 4º e 5º anos, o professor especialista atue como um orientador de projetos, atendendo aos estudantes simultaneamente ao desenvolvimento das aulas, e que no 6º ano, o professor polivalente trabalhe de forma compartilhada, nas aulas de Língua Portuguesa e Matemática, na forma de “apoio pedagógico complementar” (SÃO PAULO, 2014, p. 110). Ficou entendido, nos documentos do Programa, que:

> O desenvolvimento de projetos integrados e a docência compartilhada não podem ser entendidos como uma metodologia a ser aplicada com um conjunto de regras e procedimentos, mas sim como possibilidades a serem construídas a partir de experiências de cada comunidade escolar (SÃO PAULO, 2016, p. 29).

Assim, as formas de realização da docência compartilhada ficaram condicionadas, em alguma medida, à autonomia das unidades escolares na organização dos tempos de aula e no planejamento docente conjunto.

Quanto ao trabalho com a autoria, segundo o Programa Mais Educação São Paulo, deve começar no 7º ano, por meio do trabalho com a Metodologia de Projetos, e deve culminar no 9º ano, com a elaboração do Trabalho Colaborativo de Autoria (TCA), elaborado e desenvolvido durante todo o ano pelos alunos e acompanhado sistematicamente pelo professor orientador. Portanto, os TCA devem se caracterizar por serem trabalhos interdisciplinares, coletivamente construídos, marcados pela dimensão da intervenção social, que partem da análise fundamentada da realidade, com propostas de mudança dos quadros sociais (SÃO PAULO, 2014).

> A elaboração do TCA, concebido como sistematização dos projetos e pesquisas realizados ao longo do Ciclo Autoral e idealizado como forma de devolutiva à problematização da comunidade local, deve levar em consideração que: 1. A formação da identidade só é possível com o outro, de tal modo que o indivíduo torna-se um ser social, com obrigações éticas e morais, em um processo constante de desenvolvimento da responsabilidade consciente e ativa; 2. A permanência no mundo de forma consciente significa saber intervir e não apenas constatar; 3. A participação compreende aprender de forma compartilhada, superando a ideia de participação concebida como a soma de participações individuais (SÃO PAULO, 2014, p. 80).

No entanto, o texto da proposta de reorganização curricular sugere que um cuidado a ser tomado quanto ao TCA refere-se a não reduzi-lo a uma tarefa de caráter “acadêmico”, nos moldes de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), que prioriza um formato de trabalho escrito, pois, segundo o Programa, um dos princípios fundamentais para o seu desenvolvimento é o uso de diferentes linguagens.

> Será dada ênfase ao desenvolvimento da construção do conhecimento considerando o manejo apropriado das diferentes linguagens, o que implica um processo que envolve a leitura, a escrita, busca de resolução de problemas, análise crítica e produção. É, portanto, o domínio de diferentes linguagens (lógico-verbal, lógico-matemática, gráfica, artística, corporal, científica e tecnológica) que permitirá a cada aluno, ao final do ciclo autoral, a produção de um TCA comprometido com a construção de uma vida melhor (SÃO PAULO, 2014, p. 80).

Ao abordar o princípio da intervenção social que deve perpassar todo o trabalho do Ciclo Autoral, Mori (2014) cita Boaventura de Souza Santos (2007; 2009), que traz o conceito de solidariedade como conhecimento-emancipação em contra-ponto ao conhecimento-regulação. Enquanto um é regulador do *status quo*, o outro busca trazer a consciência política e crítica necessária para que haja transformação social. A autora defende, então, que os projetos de intervenção social do Ciclo Autoral sejam pautados na solidariedade como forma de construção de conhecimento.

Ainda segundo Mori (2014), a inovação curricular do Ciclo Autoral, trazida pelo Programa Mais Educação São Paulo se deu pelo fato de que

> [...] deslocou a preocupação centrada nas avaliações de resultado como único referencial de qualidade para a formação do aluno-autor, ampliando a expectativa de produção de conhecimento capaz de identificar, problematizar e intervir na

> resolução de problemas locais e globais reais como objeto de estudo e qualidade da formação (MORI, 2014, p. 17).

O trabalho pedagógico no Ciclo Autoral, especialmente no que diz respeito à elaboração dos TCA, certamente alterou a organização curricular das unidades educacionais de ensino fundamental da RMESP na medida em que exigiu novas habilidades dos professores orientadores de projetos e dos alunos, ao depender de uma postura investigativa, colaborativa e de autoria por parte de ambos. Além disto, conferiu às escolas um senso de autonomia para partirem da problematização de questões locais.

> Não faz sentido a determinação externa referente a aspectos internos ao currículo, como a área de atuação, o componente curricular, quem deve ser o professor orientador, qual deve ser o número de alunos por grupo etc. Qualquer tentativa de padronização engessa a possibilidade de autoria. A diversidade é a riqueza da realidade e deve ser compartilhada. (...) O objeto precisa estar próximo do currículo, do que está sendo estudado, e nesse sentido pode ser uma questão interna da escola, do bairro, da cidade, do país ou um desafio global. (SÃO PAULO, 2014, p. 17-18).

O trecho destacado enfatiza que, novamente, não era intenção do Programa Mais Educação São Paulo trazer modelos ou receitas de como implementar os TCA nas escolas.

> O passo inicial está em perceber a realidade, problematizá-la e decidir o que será feito. Um projeto de intervenção nasce de questões corajosas, amplas, éticas, humanizadoras; questões de justiça, de criatividade, de democracia, de liberdade. São questões que tocam o mundo e não só a cidade ou o país, como a desigualdade social, a mobilidade urbana, o racismo, entre tantas outras (SÃO PAULO, 2014, p. 28).

A elaboração dos TCA, portanto, tem como eixos centrais os princípios da liberdade e da autonomia das diferentes unidades educacionais, em trabalhar temas relevantes para a realidade local.

Considerações finais

Sobre o ciclo interdisciplinar, podemos afirmar que romper com o paradigma disciplinar dos currículos é uma tarefa muito difícil. Isso porque o currículo organizado de forma fragmentada em disciplinas é um dispositivo pedagógico que organiza rotinas e ritmos em determinado espaço de tempo (LOPES e MACEDO, 2011, p. 136).

No entanto, no mundo globalizado em que vivemos, permeado de questões complexas, não é mais possível ficar restrito às fronteiras de uma área do conhecimento. O trabalho interdisciplinar, em conjunto, com intencionalidade, apesar de todos os desafios que possa apresentar, tem se mostrado fundamental para o desenvolvimento de competências necessárias para viver de modo responsável e sustentável no século XXI. Precisamos, de forma indispensável, falar sobre interdisciplinaridade com professores e alunos.

Por sua vez, o exercício da docência compartilhada significa lançar luz a um processo de reinvenção da identidade docente, muitas vezes configurada como uma profissão solitária. Sob o Programa, o tempo de aula passou a ser dividido com o outro e a docência compartilhada certamente constituiu-se em um desafio.

> A ação de compartilhar traz tensões para ambos os docentes, pois é a exposição mais íntima e detalhada de suas crenças pedagógicas, é o embate da proposta planejada para o aluno e a concretização da mesma, assumindo riscos, realizações e fracassos no coletivo da turma e com cada aluno, individualmente. Nesse contexto, cada um dos professores passa a fazer a desconstrução de seu modo de ser docente para construir outro (TRAVERSINI *et al.*, 2012, p. 269 *apud* SÃO PAULO, 2016, p. 27).

Concordamos com os autores quando afirmam que a docência compartilhada traz consigo tensões e desafios. No entanto, não podemos deixar de mencionar suas potencialidades: o empenho conjunto entre professores, quando possível, pode promover o exercício do planejamento, da troca, das reflexões, do levantamento de estratégias de intervenção pedagógica e de avaliação, constituindo-se em trabalho colaborativo entre professores e que pode resultar em avanços na aprendizagem dos alunos.

Sobre a intervenção social implícita do ciclo autoral, o documento defende que a finalidade dos projetos de TCA é tornar-se coisa pública, interpretação do mundo e possibilidade de participação nele.

Para finalizar, ponderamos que uma proposta desta natureza não se efetiva no interior das escolas por força de determinação externa ou legislação. Estes princípios ganham o *status* de política pública e institucional, mas se legitimam nas práticas pedagógicas apenas quando são amplamente debatidos, incluídos nas ações de formação docente e construídos coletiva e colaborativamente pela comunidade escolar.

Referências

ARROYO, M. G. **Currículo***:* território em disputa. Petrópolis: Vozes, 2013, 5ª ed.

BEYER, H. O. O pioneirismo da escola flamming na proposta de integração (inclusão) escolar na Alemanha: aspectos pedagógicos decorrentes. **Revista Educação Especial**, Santa Maria, n 25, p. 9-23, jan. 2005.

LOPES, A. C.; MACEDO, E. **Teorias de currículo**. São Paulo: Cortez, 2011.

LUIZ, M. M. F. **Visões de professores que ensinam matemática na docência compartilhada no âmbito da divisão**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do ABC, Programa de Pós-Graduação em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática, Santo André, 2008.

MOREIRA, A. F. B.; CANDAU, V. M. **Indagações sobre o currículo***:* currículo, conhecimento e cultura. Brasília: MEC/SEB, 2008.

MORI, K. G. O ciclo autoral em desenvolvimento: concepções e desafios. In: SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Plano de navegação do autor**: caderno do professor / Secretaria Municipal de Educação. – São Paulo: SME / DOT, 2014.

SACRISTÁN, J. G. **Currículo***:* uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. O que significa currículo? In: GIMENO SACRISTÁN, J. (Org.) **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTOS, B. S. Renovar a teoria crítica e reinventar a emancipação social. São Paulo: Boitempo, 2007.

SANTOS, B. S. Para um novo senso comum: a ciência, o direito e a política na transição paradigmática. V.1. A crítica da razão indolente: contra o desperdício da experiência. 7.ed. São Paulo: Cortez, 2009.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. **Programa Mais Educação São Paulo**: subsídios para a implantação. São Paulo: SME/DOT, 2014.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica, **Diálogos interdisciplinares a caminho da autoria**: elementos conceituais e metodológicos para a construção dos direitos de aprendizagem do Ciclo Interdisciplinar/São Paulo, SME/DOT, 2016.

WELLER, W. A experiência de Paulo Freire como Secretário de Educação na Prefeitura de São Paulo. In: CHIAPPINI, L.; DIMAS, A.; ZILLY, B. (Org.) **Brasil, país do passado?** São Paulo: Boitempo Editorial e Edusp, 2000.

VIII SIPEM
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Análise de Documentos Curriculares a Partir da Teoria Habermasiana: Uma Conversa Entre Professores de Matemática

Analysis of Curriculum Documents Based on Habermasian Theory: A Conversation Between Mathematics Teachers

Yara Patrícia Barral de Queiroz Guimarães[1]
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/CEFET-MG
yara.matematica@cefetmg.br

Wagner Barbosa de Lima Palanch[2]
Universidade Cruzeiro do Sul/UNICSUL
wagnerpalanch@gmail.com

Thiago Máscara da Silva[3]
Escola Estadual Justino Cardoso
thiago.oblato@gmail.com

Resumo
Esse trabalho objetiva conhecer o pensamento de professores de Matemática a respeito do tema inclusão no ensino, por meio de uma discussão em grupo, no qual participaram como convidados três professores de uma Instituição pública de educação básica técnica e tecnológica. A reunião aconteceu por videoconferência, devido ao trabalho no formato remoto, e foi gravada com autorização dos participantes. Para iniciar a discussão, uma pergunta provocou a interação entre os participantes; para fomentar a elaboração da pergunta, foram analisados documentos curriculares da Instituição, com a busca por traços que promovam a inclusão no ensino. A análise dos discursos aconteceu à luz da Teoria da Ação Comunicativa (também conhecida como Teoria do Agir Comunicativo) e a Teoria da Inclusão do Outro, de Jurgen Habermas, pois esse autor estimula e valoriza o diálogo como recurso para ações que visem ao entendimento, de modo a proporcionar mudanças efetivas na realidade social das pessoas.

Palavras-chave: currículo, ensino de matemática, inclusão, Teoria do Agir Comunicativo.

Abstract
This work aims to understand the thinking of Mathematics teachers on the topic of inclusion in teaching, through a group discussion, in which three teachers from a public institution of technical and technological basic education participated as guests. The meeting took place by videoconference, due to the work in remote format, and was recorded with the permission of the participants. To start the discussion, a question provoked interaction between the participants; to encourage the questioning, curricular documents of the institution were

[1] Doutoranda do Programa em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul/UNICSUL, membro do grupo de pesquisa EMECForm – Educação Matemática, Estrutura Curricular e Formação de Professores.
[2] Professor do Programa em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul/UNICSUL, coordenador do grupo de pesquisa EMECForm – Educação Matemática, Estrutura Curricular e Formação de Professores.
[3] Doutorando do Programa em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul/UNICSUL, membro do grupo de pesquisa EMECForm – Educação Matemática, Estrutura Curricular e Formação de Professores.

analyzed, with the search for traits that promote inclusion in education. The discourse analysis took place in the light of the Theory of Communicative Action (also known as the Theory of Communicative Action) and the Theory of Inclusion of the Other, by Jurgen Habermas, as this author encourages and values dialogue as a resource for actions aimed at understanding, in order to provide effective changes in people's social reality.

Keywords: curriculum, math teaching, inclusion, Communicative Action Theory.

Introdução

O ambiente escolar é rico de possibilidades de observações e aprendizados. O docente precisa ter a consciência de que aprende à medida que ensina; mas para isso, é fundamental que esse profissional esteja disponível para ouvir e dialogar.

Essa pesquisa é um recorte de um projeto maior, que tem o objetivo de pesquisar tudo o que envolve o processo ensino e aprendizagem, partindo, principalmente, da análise do discurso de professores quanto ao estudo dos currículos escolares. O projeto maior já foi submetido a um Conselho de Ética[4], e aprovado com a contemplação de diferentes métodos de coleta de dados; a análise de dados que o projeto contempla é por meio da Teoria do Agir Comunicativo, de Jurgen Habermas.

Do lugar de pesquisadores, esse artigo objetiva conhecer o pensamento de alguns professores do Departamento de Matemática de determinada instituição pública[5] de ensino a respeito do tema inclusão no ensino de Matemática. Para isso, convidamos alguns professores e lançamos uma questão objetiva, com nenhuma intervenção e o protagonismo dos professores numa interação com livre participação.

A reunião foi gravada e as falas foram transcritas para análise posterior. Habermas é um dos grandes pensadores que defendem o diálogo, a interação, de modo a se chegar a um entendimento. Baseado na ética do discurso, esse filósofo alemão acredita no poder do agir comunicativo para mudanças efetivas na realidade social de grande número de pessoas.

Para munir a discussão, documentos curriculares da Instituição foram analisados, de modo a buscar traços que sugiram que o tema inclusão seja contemplado no dia a dia docente.

Diante da interação entre os pares, observamos os momentos de falas, as intersecções de opiniões e o potencial que uma discussão desse nível pode promover no meio educacional.

---

[4] O projeto prevê que pesquisas de doutoramento sejam desenvolvidas sob esse "guarda-chuva", oriundos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. O presente artigo corresponde a um recorte de uma dessas pesquisas de doutorado e os dados foram coletados na Instituição onde um dos autores trabalha.

[5] Neste momento, decidimos não apresentar o nome da instituição para preservá-la.

Nossa principal referência será Jurgen Habermas, a partir da Teoria do Agir Comunicativo e, particularmente, da Teoria da Inclusão do Outro.

Políticas públicas sobre inclusão: o que temos e o que sabemos

O tema inclusão é bastante amplo, com uma pluralidade de extensões de seu significado. Mas o que deve ser entendido sob qualquer ótica é que incluir consiste em agregar, acolher e respeitar. O Artigo 3º da Constituição Federal do Brasil assegura que são objetivos fundamentais da República Federativa do Brasil:

> I – construir uma sociedade livre, justa e solidária; II – garantir o desenvolvimento nacional; III – erradicar a pobreza e a marginalização e reduzir as desigualdades sociais e regionais; IV – promover o bem de todos, sem preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade e quaisquer outras formas de discriminação.

Já o Artigo 5º reconhece que "Todos são iguais perante a lei, sem distinção de qualquer natureza, garantindo-se aos brasileiros e aos estrangeiros residentes no País a inviolabilidade do direito à vida, à liberdade, à igualdade, à segurança e à propriedade" dispostos em 78 incisos. Uma vez que toda e qualquer pessoa deve ser reconhecida como igual perante a lei é inconcebível que ainda existam tantas formas de discriminação racial, por sexismos e tantas formas de violência contra o ser humano, sendo algumas dessas formas, inclusive, bastante sutis como a violência contra a dignidade que acaba por provocar as doenças sociais como a fome e a miséria.

O Capítulo I do Título VIII, que diz respeito à Ordem Social, em seu Artigo 193 afirma que o trabalho é a base da ordem social, cujo objetivo é o bem-estar e a justiça sociais. E o Capítulo III, Seção I, que trata Da Educação, traz o Artigo 206 que afirma que o ensino terá como princípios:

> I – igualdade de condições para o acesso e permanência na escola; II – liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber; III – pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, e coexistência de instituições públicas e privadas de ensino; IV – gratuidade do ensino público em estabelecimentos oficiais; (...) VII – garantia de padrão de qualidade; (...) IX – garantia do direito à educação e à aprendizagem ao longo da vida.

Toda pessoa tem direito de ser reconhecida em seu espaço e ter sua etnia, opiniões e valores respeitados. A dignidade humana é garantida no momento em que as diferenças existentes não prevaleçam sobre o Ser, de modo que direitos básicos como educação, saúde e segurança não precisem de discussões político-populares para serem alvo de reivindicações.

Já o Artigo 215 garante que o "Estado garantirá a todos o pleno exercício dos direitos culturais e acesso às fontes da cultura nacional, e apoiará e incentivará a valorização e a difusão das manifestações culturais". Ainda no mesmo artigo, o Parágrafo 1º afirma que o "Estado protegerá as manifestações das culturas populares, indígenas e afro-brasileiras, e as de outros grupos participantes do processo civilizatório nacional". Ou seja, está garantido na Constituição o direito ao respeito à cultura brasileira e o direito de conhecer a cultura de outros povos. Então, por que em muitos livros didáticos e em muitas atividades em sala de aula ainda prevalece o domínio de uma cultura regional supostamente considerada como um padrão?

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB nº 9394, de 20/12/1996, no seu Artigo 26, aborda que os currículos do Ensino Fundamental e Ensino Médio devem ser organizados a partir de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em seu novo formato que está em fase de implementação. Há a recomendação de que conste uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia, conforme a clientela.

Ao se considerar os documentos que orientam o processo democrático no país, documentos esses que são de fácil acesso a qualquer pessoa, percebemos que quase tudo o que precisamos para que tenhamos uma sociedade justa, igualitária e equilibrada já está definido e registrado há algum tempo. Mas a realidade que temos não é a ideal, muito pelo contrário: ainda prevalecem privilégios e perpetuação do diferente em detrimento do que deveria ser considerado como igual.

Nesse contexto, há um tema que necessita de grande discussão: a Inclusão. Incluir significa acolher e respeitar a todos como iguais, e reconhecer que todos têm os mesmos direitos como cidadãos. É inconcebível que grande número de pessoas ainda viva na miséria e vivenciem dificuldades básicas para sobreviverem.

Diante das dificuldades observadas que tantas pessoas vivenciam, há de se questionar o lugar que a Inclusão deve ser posicionada no mundo hoje. No que diz respeito ao ensino, as escolas precisam lidar com os problemas sociais de seu público e ainda com as possíveis deficiências e transtornos apresentados pelos alunos.

Mas é fato que algumas adaptações são necessárias para o bom desenvolvimento dos estudantes com alguma deficiência. Por exemplo, estudantes com deficiência visual precisam de atividades escritas ampliadas ou até mesmo escritas em braile; estudantes com deficiência auditiva podem contar com um tradutor em Libras; estudantes com deficiência física, cognitiva ou com algum transtorno podem contar com um acompanhante especializado e ambientes adaptados com rampas, corrimão, pisos táteis, etc. No que diz respeito às deficiências cognitivas, a dificuldade é maior pois as políticas públicas não previram cursos de capacitação em massa, de modo a alcançar muitos professores das redes públicas e privadas de ensino.

A comunidade escolar precisa do entendimento de que a inclusão significa que todos merecem ser tratados com o mesmo respeito e valorização, independente se apresentam ou não alguma necessidade especial. Essa necessidade especial, quando existir, deve receber o devido respeito e reconhecimento que aqueles que não a possuem recebem.

Documento curricular de uma Instituição pública de ensino: PPI – Projeto Pedagógico Institucional

Dentre tudo o que precisa ser inserido nos documentos curriculares que direcionam as ações pedagógicas de uma instituição educacional, nesse trabalho voltaremos nosso olhar para o tema Inclusão. Algumas escolas elaboram seu próprio currículo, outras seguem orientações vindas de órgãos superiores como a Secretaria de Educação de seu Estado ou Município. No caso da Instituição que é objeto dessa pesquisa, há um documento próprio denominado PPI – Projeto Pedagógico Institucional.

O tema Inclusão no Ensino é de grande importância no processo de ensino e aprendizagem, pois há vários motivos possíveis para que um estudante possa ser excluído do processo, mesmo que de forma implícita. Essa exclusão acontece de forma implícita quando as práticas pedagógicas não são inclusivas, quando a Instituição não se prepara estruturalmente para receber estudantes com Necessidades Educacionais Especiais e há tantas outras formas de se promover a exclusão em sala de aula ao invés de promover a inclusão.

Para subsidiar a conversa com os professores, fizemos previamente a análise do PPI – Projeto Pedagógico Institucional, da escola onde os participantes da pesquisam atuam, fizemos a análise desse documento curricular com vigência de 2016 a 2020, já que a próxima versão está em fase de elaboração.

O documento traz uma seção exclusiva sobre Educação Inclusiva, onde aponta um dos princípios de atuação da Instituição: "a valorização do caráter humanista e tecnológico da Instituição, em prol da educação tecnológica, da promoção da cidadania e da inclusão social, com a rejeição de políticas e práticas de exclusão" (PPI, 2016, p. 24). Ainda aborda a existência de um programa de Inclusão e Inserção Social em que prevê que, por meio desse PPI, aconteça:

> A atuação na inclusão social e cultural, na democratização da educação e na promoção da assistência estudantil, de forma a criar condições apropriadas de atendimento às peculiaridades individuais, para que todos possam usufruir, em igualdade de condições, das oportunidades existentes na Instituição.

Dentre as ações previstas no documento, estão a assistência estudantil para a promoção da inclusão educacional e o desenvolvimento estudantil na Instituição, incluindo aí programas para estudantes em vulnerabilidade social e educacional. Os estudantes também têm acesso a acompanhamento psicossocial, que proporciona formação humana e exercício crítico da cidadania.

Quanto aos estudantes com deficiência e necessidades educacionais específicas, são propostos o acompanhamento pedagógico e políticas de permanência e êxito na Educação Profissional Técnica de Nível Médio. O PPI prevê a criação de um setor específico para contribuir com a preparação da Instituição para o recebimento de estudantes deficientes, superdotados/altas habilidades e com transtornos globais do desenvolvimento, que precisem de intervenções educativas especiais.

Consta nesse documento curricular que são importantes a adaptação curricular e o acompanhamento com o devido suporte necessário para a permanência desses estudantes na Instituição, reconhecendo que as pessoas com deficiência têm direito "à convivência não segregada e ao acesso aos recursos disponíveis aos demais cidadãos". Para isso, prevê o desenvolvimento e viabilização de tecnologias assistivas, recursos e serviços que visem o desenvolvimento de atividades diárias para o estudante com necessidade educacional especial.

O documento também cita que foram estabelecidas metas para:

> Consolidar o cumprimento dos marcos legais no que tange às relações étnico-raciais, às africanidades, aos afro-brasileiros e aos indígenas, assim como a garantia da ação afirmativa, da equidade de gênero e do respeito à diversidade sexual, tendo em vista a inclusão social. O objetivo é fomentar debates e eventos que reforcem a promoção dos direitos humanos e a consolidação de cultura de inclusão e de respeito às pessoas com deficiência e necessidades educacionais especiais, e às diversidades étnico-raciais e de gênero. (PPI, 2016, p. 26)

Mas, diante de tudo o que o documento curricular propõe, faz-se necessário amplo debate com a comunidade acadêmica, para que exista uma cultura de inclusão e que a Instituição "esteja preparada para romper com barreiras arquitetônicas, educacionais e atitudinais, adaptando-se, assim, às necessidades educacionais específicas para que pessoas com deficiência física e intelectual sejam de fato e de direito incluídas" (PPI, 2016, p. 26).

A Inclusão é um tema que precisa ser discutido amplamente, debatido em todas as esferas públicas, de modo a fazer com o tema seja de conhecimento popular. A partir de agora, chamaremos Jurgen Habermas, que propõe que as ações sejam pautadas pelo diálogo para a solução de problemas sociais e garantia do respeito do cidadão.

Teoria do Agir Comunicativo

Jurgen Habermas começou a produção intelectual na 2ª metade do século XX. Ele cresceu num contexto de um capitalismo avançado, tecnologia avançada, consumo massificado. Alemão, Habermas foi um jovem nazista por pressão do sistema, não por vontade própria. A partir das experiências vivenciadas na adolescência, ele se tornou um batalhador para que o que foi visto nunca mais aconteça na sociedade, sendo a política um dos pontos marcantes da vida de Habermas, que sempre estudou o espaço público.

O autor acredita na capacidade da emancipação humana e propõe uma razão comunicativa em contraposição à razão instrumental. Ele afirma que temos um mundo do trabalho e um mundo da vida. No mundo do trabalho temos o agir instrumental (ciência aplicada, saber empírico), que tem como finalidade a máxima eficácia; tudo que se faz há um resultado esperado. No mundo da vida há o predomínio da razão comunicativa, em que não há a dominação do próximo; a finalidade é o entendimento, o diálogo, a sociabilidade, o bem-estar de todos.

No mundo do trabalho, a pessoa deixa de ser o que é para ser o que o sistema pede. Exatamente nesse contexto é que surge a segregação e o preconceito.

Habermas (2019) explica que a razão instrumental coloniza o mundo da vida e há um empobrecimento da subjetividade e das relações afetivas. Nessa ótica, as ações no mundo da vida buscam apenas a técnica, ou seja, valores éticos e políticos baseados nos interesses próprios.

A racionalidade humana foi reduzida à técnica, à dominação. O ser humano na ganância de dominar a natureza, de dominar a própria espécie acabou provocando todo o caos que há até hoje. Nossas sociedades são plurais, são conflituosas. Os conceitos de bem e mal são deturpados e Habermas (2019) propõe que o diálogo baseado na ética é o caminho para que a cidadania e a democracia sejam resgatadas.

A Inclusão do Outro

O conhecimento e a compreensão, por parte de toda a comunidade escolar, das políticas públicas que envolvem o ensino é uma responsabilidade que precisa ser assumida por todos. Mas a compreensão do que devemos entender por Inclusão também é importante.

Historicamente, as grandes mudanças ocorreram por meio de discussões em larga escala, em que os protagonistas do processo eram ativos participantes da discussão. Peralta (2019) afirma que o desejo de implantação de novas políticas pode provocar grandes discussões e melhorias efetivas.

Com vistas a compreender o potencial que o diálogo assume frente à necessidade de mudanças na realidade social de estudantes, chamaremos Habermas (2018) para nos ajudar a analisar o discurso de alguns professores sobre o tema Inclusão.

Uma vez que Habermas propõe a ação por meio da comunicação, é possível que a humanidade resolva muitos problemas através do entendimento entre os sujeitos. Habermas (2018) acredita que, por meio da democracia plena, os valores éticos sejam compreendidos e respeitados – isso é a crença na racionalidade crítica e comunicativa.

Diante de tantos problemas vivenciados pela humanidade, percebemos que seja necessária uma nova relação entre seres humanos de modo a alcançar valores morais e uma ética universal que conduza a uma sociedade melhor e mais justa. Desde que os sujeitos envolvidos sejam capazes de exercerem seu direito de uso da linguagem e da ação, com fins de entendimento, haverá então a comunicação adequada que poderá resultar em ações efetivas para solução de problemas sociais.

Em sua Teoria do Agir Comunicativo (2019), Habermas trata de 4 eixos temáticos: a fundamentação de um conceito de racionalidade comunicativa que sirva de base e princípio norteador; a dicotomia entre o agir estratégico ou instrumental e o agir comunicativo; a elaboração de uma nova teoria da ordem social com primazia do agir comunicativo; e a contraposição entre o mundo da vida e o sistema.

O uso da linguagem é o principal instrumento para o agir comunicativo. A interação é o caminho que esse autor acredita ser o ideal para a construção de uma sociedade mais justa e realmente democrática.

O discurso apresenta grande potencial emancipatório, no momento em que é possível, por meio da linguagem, a construção de ideias e ideais baseadas na legitimidade do Ser e do entendimento. O entendimento, ou acordo, podem surgir por meio do uso da prática argumentativa.

Uma conversa entre professores – análise do discurso a partir de Habermas

A principal referência usada nesta pesquisa, ou seja, Habermas acredita no potencial da emancipação humana e propõe uma razão comunicativa em contraposição à razão instrumental. Ele acredita que o diálogo é o caminho para a solução dos problemas sociais que o mundo vivencia hoje; por meio dessa interpretação, provocamos os participantes a respeito de um tema polêmico e importante ao mesmo tempo: o conceito de inclusão no ensino.

Para entender como os professores de Matemática de uma instituição pública de ensino compreendem a inclusão no ensino da disciplina, convidamos três docentes que atuam na educação básica técnica e tecnológica para uma conversa sobre o tema. O convite foi enviado, com a disponibilização de um dia e horário, para uma reunião por videoconferência, dado o momento de trabalho remoto devido à pandemia.

Os professores foram escolhidos, dentre um grupo de 36 do mesmo departamento dessa Instituição, por possuírem uma ou mais das seguintes características: tempo de experiência na profissão, experiência com educação inclusiva, conhecimento sobre legislação vigente para a Educação, sensibilidade para percepção de alunos que precisam de mais assistência no ensino.

A coleta de dados então corresponde às falas desses três professores e a análise de dados será apresentada a partir do olhar de Habermas (2018), para buscarmos o potencial desses discursos com vias ao entendimento.

Uma vez que a plataforma utilizada pela escola durante o Ensino Remoto Emergencial foi o Teams, optamos por criar uma equipe com título do projeto e inserir os três professores. Essa equipe será o repositório que utilizaremos para arquivar os dados coletados, bem como para informar os participantes sobre o andamento da pesquisa.

A reunião aconteceu numa quarta-feira, no período da tarde, e foi gravada com autorização dos participantes. Antes de iniciar a gravação, os objetivos da pesquisa foram apresentados aos participantes, inclusive sobre o fato de que esse é um recorte de um projeto de pesquisa para obtenção do título de doutorado.

Após o início da gravação, a discussão foi iniciada com a seguinte fala:

A partir de agora a reunião está sendo gravada. O que eu gostaria de ouvir de vocês é o que vocês entendem por inclusão. Como nosso campo de trabalho é a docência, então eu gostaria de saber como vocês acreditam que podemos promover a inclusão no ensino de Matemática. Eu agradeço a disponibilidade de vocês e, a partir de agora, vou interferir o mínimo possível e estou pronta para ouvi-los.

Após esses momentos de esclarecimentos, os participantes tomaram livremente a palavra e apresentaram seus entendimentos. Percebemos que todos se mostraram um tanto angustiados diante do tema, pois se sentem incapazes de resolverem os problemas enfrentados, como poderemos constatar em algumas falas aqui apresentadas.

Um ponto de intersecção entre os discursos dos participantes, que aqui chamaremos de A, B e C, é o fato de que todos apresentaram pelo menos noções sobre a legislação vigente voltada à educação básica. Então, as falas foram ilustradas não só por experiências vivenciadas e observações dos ambientes escolares como também por citações de artigos e regulamentos.

O participante A iniciou a conversa, como os próprios sujeitos chamaram, explicando o que entende por inclusão:

Entendo que a inclusão é uma adaptação que fazemos do espaço que temos, não necessariamente físico, mas também do processo para que pessoas que tenham necessidades especiais, diferentes das nossas, possam também se beneficiar do produto ou atividade. Considerando o ambiente escolar, penso que é um conjunto de coisas metodológicas ou não, pois podem ser estruturais também, para que essas pessoas consigam acompanhar o processo de ensino e aprendizagem, e se beneficiar da formação educacional, que é um direito de todos.

Acredito que o que envolve a estrutura física, para deficientes físicos, é mais fácil, pois demanda recurso financeiro. Mas quando envolve alguma deficiência cognitiva, aí é mais além, porque não é simplesmente pegar um aluno com déficit de atenção, por exemplo, e colocar numa sala de aula com 40 alunos, e querer *que ele aprenda ali. Aí penso que não é inclusão, é como maquiar uma exclusão, pois o fato de o aluno estar ali presente não significa que ele está incluído. (Professor A).*

Por meio dessa fala, o professor A, pois ao mesmo tempo que ele demonstra consciência quanto ao que significa e como promover a inclusão no ensino, ele descreve como as coisas funcionam no atual sistema, o que o coloca numa posição de reação à razão instrumental. Esse professor, ao expor sua fala tão espontaneamente, mostra o quanto a linguagem tem potencial para a ação.

Esse professor acredita também que a solução para tantos problemas perpassa pela formação de professores e pela presença na escola de profissionais que saibam lidar com deficiências. Também acredita que a quantidade de alunos interfere diretamente no desenvolvimento desse aluno, pois muitas vezes, em meio a tantos outros estudantes, ele pode se perder e, nesse caso, talvez o docente não tenha condições de acompanhá-lo devidamente.

A professora B pediu a palavra em seguida e destacou que não podemos esquecer que inclusão no ensino envolve mais do que o olhar para estudantes com deficiência, pois há casos de racismo, homofobia, sexismo, etc. Até a situação econômica das famílias interfere, muitas vezes, na disposição e disponibilidade do aluno quanto aos estudos.

Por meio dessa fala, a professora B demonstrou o quanto o corpo docente das escolas precisa se adaptar às diversidades do sistema para lidar com os problemas que o alunado apresenta como percalços para o desenvolvimento do seu aprendizado. Entendemos, então, que o discurso dessa participante tem grande potencial dentro da Teoria do Agir Comunicativo, pois reconhece situações que demonstram a necessidade de o professor assumir um olhar sensível para que consiga promover a inclusão no ensino.

Em seu relato, a professora C comentou que os professores, em sua maioria, não estão preparados para lidar com a inclusão. Ela disse que a Instituição onde trabalhamos também não está preparada para isso e que envolve também interesse em aplicar as políticas públicas. Essa fala da professora C deixa claro o quanto a Instituição precisa de preparo para lidar com a inclusão e que está inserida num contexto de políticas públicas existentes, mas que não são efetivamente aplicadas.

Algo importante mencionado pela professora C é quanto à necessária preparação dos outros alunos da turma diante dos colegas que precisam ser incluídos, tanto por apresentarem alguma deficiência como por apresentarem dificuldades em aprender os conteúdos matemáticos. Apesar de encontrarmos estudantes carinhosos e solidários que acolhem a todos os colegas, também vivenciamos cotidianamente situações de *bullying;* vamos nos atentar para essa fala da professora:

(...) eu vou lá, preparo material diferenciado para o aluno que precisa e aí os próprios colegas podem fazer 'chacota', bullying mesmo, porque o adolescente às vezes pode ser perverso. Quando eu falo perverso, falo daqueles que fazem 'chacota' de colegas com deficiências, que não aprendem como os outros, etc. A sensação é que os professores têm que se virar: os problemas vêm e você tem que resolver.

(Professora C)

Acreditamos que, por meio desse entendimento, essa fala promove a inclusão no ensino, pois a professora cita elaboração de material diferenciado e como já enfrentou problemas com alunos vítimas de exclusão e precisou intervir positiva e efetivamente.

Outro ponto importante que a professora C mencionou foi sobre a necessidade de a família ser parceira da escola, porque é importante que a família esteja presente em todo o processo. Essa professora fala de um lugar de destaque, pois já foi diretora de ensino na escola e já viu situações de famílias que escondem ou têm vergonha de falar sobre a deficiência do filho ou filha.

Contando sobre sua experiência quando foi diretora, a professora C acredita que os órgãos governamentais não facilitam para que as escolas consigam aplicar devidamente as políticas públicas, porque o uso de recursos públicos muitas vezes é barrado por burocracias ou por sua falta mesmo. Já do seu lugar de docente, a professora C lembrou de alunos que tinham direito a um acompanhante especializado em todas as aulas e a escola não conseguia contratar; nesse momento, a professora B citou o caso de um aluno com paralisia cerebral, mas que foi afetado apenas em suas funções motoras, que ficou seis meses sem frequentar as aulas porque a burocracia do sistema não permitia a contratação do estagiário que o acompanharia dentro da escola.

Diante dessas falas das professoras B e C, percebemos como é importante o debate na comunidade escolar para a promoção da inclusão no ensino, uma vez que, muitas vezes, não há saída para as instituições escolares devido à burocracia do sistema. Como já mencionamos anteriormente, Habermas (2018) acredita no poder da democracia plena, de modo que os valores éticos sejam compreendidos e respeitados, e assim há a promoção da Inclusão do Outro.

Os três professores já protagonizaram situações em que apresentaram uma demanda dessas à direção da escola e vivenciaram as mesmas dificuldades: 1º) a identificação do estudante que precisa de atenção; 2º) o envio do pedido de estagiário para acompanhar o estudante à direção; 3º) a direção autoriza a contratação do estagiário; 4º) inicia-se o processo de seleção do candidato ideal; 5º) processo de contratação do estagiário e início do acompanhamento. Nesse processo burocrático, o estudante muitas vezes fica sozinho e não tem a quem recorrer a não ser o seu professor ou professora.

Uma expressão recorrente nas falas foi a falta de capacitação dos professores para lidar com a inclusão. Os participantes sentem falta de cursos que ofereçam a adequada preparação para lidar com o dia a dia docente, de modo a se sentirem mais seguros no trato com estudantes que apresentem necessidades educacionais especiais, principalmente quanto àqueles que apresentam algum transtorno, como Transtorno do Espectro Autista, Asperger, Transtorno do Déficit de Atenção e Hiperatividade, etc. Essa intersecção entre as falas demonstra o quanto estão preocupados com a inclusão de seus alunos no processo ensino e aprendizagem.

Identificamos, então, grande potencial no discurso dos professores, com vistas a um agir baseado na comunicação. Como essa foi apenas a primeira reunião do grupo de discussão, acreditamos que é possível promover a inclusão conforme Habermas defende, ou seja, baseando-nos na comunicação. Dentre os eixos temáticos abordados por Habermas (2019), identificamos que:

a) Quanto à fundamentação do conceito de racionalidade comunicativa que sirva de base e princípio norteador: os participantes estabeleceram uma interação de consenso e de entendimento.
b) Não houve dicotomia entre o agir estratégico ou instrumental e o agir comunicativo, pois os participantes não tomaram a palavra para si com intuito de fazer valer sua crença ou opinião.
c) Não houve a elaboração de uma nova teoria da ordem social com primazia do agir comunicativo, pois o que vivenciamos quanto à teoria da Inclusão do Outro é o olhar para as políticas públicas já existentes. É preciso verificar se estão sendo devidamente executadas, ou seja, não precisamos criar nada.

d) Percebemos uma contraposição entre o mundo da vida e o sistema, já que a luta pela Inclusão no ensino está no cerne da prática pedagógica, apesar do sistema não permitir que isso aconteça por apresentar tantos problemas e entraves.

Desse modo, percebemos pelo discurso dos professores que há um entendimento sobre a necessidade de se discutir no ambiente escolar o tema Inclusão. O uso da ética na comunicação pode sim proporcionar um entendimento que promova o agir comunicativo.

Considerações finais

A partir da análise do PPI – Projeto Pedagógico Institucional da escola onde os participantes atuam, percebemos que as ações sugeridas pelos professores participantes da discussão em grupo estão previstas. Um dos objetivos, inclusive, é a oferta de cursos e momentos de capacitação para o corpo docente e técnicos administrativos, de modo a provocar debates e cultura de inclusão.

Ao demonstrar angústia com a devida preparação para lidar com estudantes que apresentam alguma necessidade educacional especial, fica implícita nos participantes a vontade de acertar, a busca por melhorias na própria prática e a consciência do seu papel de professor. Um olhar sensível para a atuação docente faz com que problemas sejam identificados e a busca por solução otimizada; se a construção de soluções para problemas escolares for conduzida por todo o corpo docente, trabalhando em conjunto, a possibilidade de atingir o maior número possível de alunos beneficiados é bem maior.

Os participantes dessa pesquisa demonstraram ter bons conhecimentos a respeito do tema Inclusão e, considerando o contexto em que todos se encontram, não há como negar que todos discursaram com base no seu campo de trabalho, ou seja, a docência. Pelo discurso dos participantes, percebemos que o agir comunicativo se sobrepõe à razão instrumental, pois esses tentam driblar as dificuldades do sistema e promover, como podem, a inclusão no ambiente escolar.

Ao reconhecer a necessidade de promover a Inclusão do Outro no ambiente escolar, os professores têm a possibilidade de mudar a realidade social de muitos estudantes. Habermas (2018) acredita que no potencial do diálogo, em que valores éticos sejam compreendidos e respeitados; a Inclusão do Outro não se faz sem esse entendimento.

Diante de tudo o que o mundo vivencia, num contexto de falta de humanidade, o reconhecimento do Outro e o entendimento sobre a importância de valorizá-lo ensina a todos nós que olhar para o outro significa olhar para nós próprios.

Referências

Constituição da República Federal do Brasil de 1988. Acesso em 09/04/2021: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm

Declaração Universal dos Direitos Humanos, in: https://brasil.un.org/pt-br , acesso em 01/06/2021.

HABERMAS, J. **A inclusão do outro:** estudo de teoria política. Tradução de Denilson Luís Werle. São Paulo: Editora Unesp, 2018.

HABERMAS, J. **Teoria do agir comunicativo I**: racionalidade da ação e racionalização social. Tradução de Paulo Astor Soethe. São Paulo: Wmf Martins Fontes, 2019.

Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional/LDB nº 9394, de 20/12/1996, in: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm , acesso em 01/06/2021.

PERALTA, D. A. **Habermas e as Professoras e Professores de Matemática**: Vislumbrando Oásis. 01. ed. Curitiba: Appris, 2019.

Projeto Pedagógico Institucional, acesso em 25/06/2021.

Concepção dos professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental da 27ª CRE sobre conceitos, procedimentos e atitudes na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular

Conception of Mathematics teachers in the final years of Elementary School of the 27th CRE on concepts, procedures and attitudes from the perspective of the Common National Curriculum Base

Greyce dos Santos Rodrigues
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
greyce.s.r@hotmail.com

Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
claudiag1959@yahoo.com.br

Resumo

Apresenta-se um recorte dos resultados da investigação produzida no contexto de uma tese de doutorado, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). O objetivo foi de investigar quais competências e conhecimentos matemáticos são considerados imprescindíveis, relativos a conceitos, procedimentos e atitudes, para a construção de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nos anos finais do Ensino Fundamental, na visão dos professores de Matemática da 27ª Coordenadoria Regional de Educação (CRE) do estado do Rio Grande do Sul (RS). Na metodologia adotou-se o método qualitativo, com enfoque no estudo de caso. Os sujeitos participantes da pesquisa foram 15 professores de Matemática, dos anos finais do Ensino Fundamental, atuantes nas escolas da 27ª CRE, englobando as três esferas de ensino: estadual, municipal e particular. Os dados obtidos são oriundos de entrevistas semiestruturadas. Os resultados apresentados demonstram que os professores estão cientes da importância da BNCC, por ser um direito de todos os estudantes, que buscam uma aprendizagem igualitária; em relação aos conceitos matemáticos, as quatro operações são tidas como essenciais; os procedimentos que mais se destacaram foram os de reconhecimento, identificação, resolução e construção do cálculo matemático; já quanto ao desenvolvimento por atitudes destaca-se a busca pelo conhecimento, o interesse e a autonomia no processo de construção das atividades matemáticas; a maior dificuldade enfrentada por estes professores no ensino da Matemática foi o desinteresse dos estudantes na aprendizagem Matemática; e, por fim quanto aos desafios no desenvolvimento das atividades em sala de aula, destaca-se a aprendizagem deficitária destes alunos nos anos anteriores, o que dificulta o desenvolvimento dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Base Nacional Comum Curricular; Conteúdo Poderoso; Currículo; Anos Finais do Ensino Fundamental.

Abstract

We present an excerpt of the results of the investigation produced in the context of a doctoral thesis, from the Graduate Program in Science and Mathematics Teaching (PPGECIM), at the Lutheran University of Brazil (ULBRA). The objective was to investigate which competences and mathematical knowledge are considered essential, related to concepts, procedures and attitudes, for the construction of a Common National Curriculum Base (BNCC) in the final years of Elementary School, in the view of Mathematics teachers from the 27th Coordination Regional Education Center (CRE) of the state of Rio Grande do Sul (RS). In the methodology, the qualitative method was adopted, with a focus on the case study. The subjects participating in the research were 15 Mathematics teachers, from the final years of Elementary School, working in the schools of the 27th CRE, encompassing the three spheres of education: state, municipal and private. The data obtained come from semi-structured interviews. The results presented demonstrate that teachers are aware of the importance of BNCC, as it is a right of all students, who seek egalitarian learning; in relation to mathematical concepts, the four operations are considered essential; the procedures that stood out the most were recognition, identification, resolution and construction of the mathematical calculation; as for the development by attitudes, the search for knowledge, interest and autonomy in the process of construction of mathematical activities stands out; the greatest difficulty faced by these teachers in teaching Mathematics was the students' lack of interest in learning Mathematics; and, finally, regarding the challenges in the development of activities in the classroom, the deficient learning of these students in previous years is highlighted, which hinders the development of students in the teaching and learning process.

Keywords: National Common Curriculum Base; Powerful Content; Curriculum; Final Years of Elementary School.

Introdução

Neste artigo apresentaremos os conhecimentos matemáticos relativos a conceitos, procedimentos e atitudes, considerados imprescindíveis para a construção de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) na visão dos professores de Matemática da 27ª Coordenadoria Regional de Educação (CRE), do estado do Rio Grande do Sul (RS), e quais as implicações destes professores na construção de um currículo escolar.

Primeiramente, atentaremos para o currículo escolar que é tido como uma ferramenta importante para o conhecimento escolar, por meio de competências e disciplinas escolares, após abordaremos o conhecimento escolar, que segundo os autores Moreira e Candau (2007) é tido como um dos elementos centrais do currículo, servindo como suporte para a aprendizagem, tornando-se uma condição indispensável para a compreensão dos conhecimentos essenciais que todos os estudantes têm direito a aprender, e que o conhecimento visto na escola é o conhecimento poderoso ou conhecimento especializado.

O estudo realizado possibilitou a compreensão de quais conhecimentos matemáticos são considerados poderosos, ou seja, fundamentais para a construção do currículo escolar e para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem na visão dos professores investigados.

Segundo Moreira e Junior (2017), uma das funções centrais da escola é proporcionar aos alunos o conhecimento que não é adquirido em casa. Dessa forma, segundo os autores as escolas devem, principalmente a pública, valorizar, socializar e permitir o acesso ao conhecimento escolar, como sendo um direito de todos, como forma de possibilitar que o estudante venha por meio do desenvolvimento das competências e dos conhecimentos vislumbrar novos horizontes.

Concordando com Moreira e Candau (2007), salienta-se a importância de um ensino ativo e efetivo, com conhecimentos relevantes e significativos e com professores comprometidos que desenvolvam as competências necessárias para organizar e trabalhar com os conhecimentos a serem apreendidos pelos alunos.

Os autores destacam ainda, que uma educação de qualidade é aquela que propicia ao estudante ampliar e transformar o que por ele já é conhecido, ou seja, que possibilite o desenvolvimento de um sujeito ativo e que esteja disposto a buscar mudanças significativas. Para que isso aconteça é necessário conhecimentos escolares que facilitem aos estudantes uma compreensão mais apurada da realidade que os cercam, tendo em vista que este processo possibilita que eles ampliem seu universo cultural, levando-os assim à mudanças desejadas.

Segundo Moreira e Candau (2007), o conhecimento possibilita ao ser humano abrir a visão para fatos que anteriormente eram desconhecidos, por isso se faz necessário à busca pelo conhecimento, pois sem conhecimento não há aprendizagem, e a falta dela impossibilita a transformação do universo cultural.

As experiências também são imprescindíveis para o processo de transformação e do crescimento dos estudantes, possibilitando assim a formação de sujeitos autônomos, críticos e criativos na busca de mudanças efetivas, sendo elas individuais e sociais, mediante a aquisição dos conhecimentos escolares que sejam relevantes e apresentem um significado expressivo ao sujeito que passa por este processo (MOREIRA e CANDAU, 2007). Para os autores o currículo é constituído por um dispositivo no qual estão concentradas as relações entre a sociedade e a escola, integrando os saberes e as práticas que foram construídas socialmente com o conhecimento escolar.

O conhecimento escolar em outras palavras provém de saberes e de conhecimentos produzidos pela sociedade, ou por instituições que produzem o conhecimento especializado, que são as universidades e os centros de pesquisas, os quais são conhecidos como campo de referência dos currículos, por serem locais onde acontecem a produção do conhecimento (MOREIRA E CANDAU, 2007).

As escolas são locais físicos de capacitação de sujeitos dispostos a buscar o conhecimento escolar, constituindo-se assim um direito ao acesso de todos, conforme Young (2007). A importância da escola está em possuir um currículo que, ao ensinar o conhecimento universal, sem esquecer das questões do cotidiano dos estudantes, promova mudanças na percepção dos alunos em relação ao mundo, com o intuito de criar neles a consciência da necessidade de transformações no meio em que vivem.

Dessa forma, o conhecimento poderoso ou especializado, segundo Young (2007), é o conhecimento do que realmente seria essencial a ser ensinado pelas escolas, a qual deve estar disposta a transmitir um conhecimento especializado, um conhecimento independente de contexto ou conhecimento teórico, que forneça generalizações e busque a universalidade. Tal conhecimento essencialmente deve ser adquirido na escola, tanto para alunos de escolas públicas quanto das particulares, para alunos que estejam motivados ou desmotivados, interessados ou desinteressados, ou seja, a todos os alunos, pois a Educação deve ser considerada um direito de todos, de acordo com o autor Young (2014).

O conhecimento poderoso é aquele conhecimento realmente útil, pois promove a aprendizagem e capacita os estudantes na obtenção de resultados satisfatórios, por meio, da aprendizagem. Também, significa o conhecimento essencial para que todos os estudantes tenham acesso a melhores condições de vida, possibilitando alcançarem seus objetivos, permitindo que se tornem profissionais responsáveis, éticos, qualificados e atualizados, e que tenham disciplina para desenvolver seu trabalho da melhor forma possível e com competência, e ainda que tenham uma atuação cidadã e haja um cruzamento entre as experiências escolares com as obtidas socialmente.

Mas para que sejam desenvolvidos os conhecimentos considerados fundamentais e importantes é necessário que os professores estejam engajados e dispostos a ensinar o conhecimento especializado, bem como, os estudantes estejam aptos para enfrentarem este processo de aprendizagem por meio do conhecimento escolar. Salienta-se, também, a necessidade de um currículo bem elaborado e de uma escola organizada com o objetivo de transmitir este conhecimento especializado ou poderoso, buscando com isto, auxiliar os estudantes na compreensão e no desenvolvimento intelectual, desenvolvendo as competências necessárias para viver em um mundo moderno.

Metodologia

A questão norteadora da investigação realizada foi: *Quais são os conhecimentos matemáticos, relativos a conceitos, procedimentos e atitudes, considerados fundamentais para construção de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nos anos finais do*

Ensino Fundamental na visão dos professores de Matemática da 27ª Coordenadoria Regional de Educação (CRE) do estado do Rio Grande do Sul (RS) e, as implicações destes na construção de um currículo escolar nacional neste nível de ensino?

O objetivo geral foi de investigar quais competências e conhecimentos matemáticos são considerados imprescindíveis, relativos a conceitos, procedimentos e atitudes, para construção de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nos anos finais do Ensino Fundamental na visão dos professores de Matemática da 27ª Coordenadoria Regional de Educação (CRE) do estado do Rio Grande do Sul (RS).

Para alcançar o objetivo geral, foram delineados os seguintes objetivos específicos:

- Investigar os conceitos matemáticos fundamentais para o egresso do Ensino Fundamental;
- Verificar os procedimentos matemáticos essenciais para a construção de uma base no desenvolvimento dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental;
- Analisar as atitudes relativas ao conhecimento matemático que são imprescindíveis para a construção de uma base para os anos finais do Ensino Fundamental;
- Investigar as concepções dos professores relativa a construção de uma base nacional para a Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental em relação aos conteúdos matemáticos;
- Verificar as implicações quanto às dificuldades e os desafios enfrentados para a construção do currículo de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental.

Nesta investigação foi adotado o método qualitativo, com enfoque no estudo de caso. Justifica-se o estudo de caso, pois tem como objetivo uma investigação pautada na análise das opiniões, por meio das entrevistas semiestruturadas, de um grupo de 15 professores de Matemática da 27ª Coordenadoria Regional de Educação (27ª CRE) do estado do Rio Grande do Sul, sobre as competências e os conhecimentos matemáticos, relativos a conceitos, procedimentos e atitudes, para a construção de uma Base Nacional.

A pesquisa qualitativa, segundo Tozoni-Reis (2010), tem como foco os conhecimentos em torno dos fenômenos humanos e sociais, o que vai ao encontro do trabalho proposto, com o intuito de compreender e interpretar os acontecimentos e não só escrevê-los ou simplesmente explicá-los. Nesse aspecto, a autora Tozoni-Reis (2010), destaca que na coleta de dados que envolvam a pesquisa qualitativa, a entrevista é uma das técnicas utilizadas no trabalho de campo, com o intuito de buscar informações por meio das falas dos participantes entrevistados.

Considera-se que, de acordo com Bressan (2000), a utilização do método de estudo de caso em pesquisas é necessária quando o fenômeno a ser estudado é complexo e amplo, auxiliando na compreensão das mais variadas concepções dos participantes, por meio de entrevistas com o foco na obtenção dos dados. Dessa forma, os sujeitos participantes da investigação responderão as perguntas das entrevistas, as quais foram gravadas e transcritas com a finalidade de levantar os dados dos sujeitos pesquisados.

Levando em consideração os aspectos abordados, realizou-se uma investigação pautada na análise de respostas mediante entrevistas realizadas com os sujeitos participantes da investigação. Na organização e planejamento do trabalho tínhamos como objetivo a realização de visitas as escolas pertencentes a área de abrangência da 27ª CRE, e também havia o intuito de visitar a Coordenadoria Regional de Educação, porém diante do cenário pandêmico que vivenciamos na época da pesquisa isso não foi possível, sendo assim as entrevistas foram realizadas por meio da ferramenta do GOOGLE, de forma online, via vídeo chamado de MEET.

A 27ª CRE abrange cinco municípios, Canoas, Esteio, Sapucaia do Sul, Nova Santa Rita e Triunfo. Os entrevistados foram três professores de Matemática de cada município, sendo um professor de uma escola estadual, um de uma escola municipal e um de uma escola particular de ensino, totalizando 15 professores. Entrevistou-se ainda, a coordenadora pedagógica da 27ª CRE, e um representante de cada direção das escolas que os professores entrevistados atuavam. Neste artigo, abordam-se as análises realizadas com os 15 professores.

Contexto da Pesquisa

A *Secretaria* de *Educação do estado do RS, é o órgão central do Sistema Estadual de Ensino,* possui uma estrutura que conta com 30 coordenadorias *regionais de Educação* sob a coordenação direta do governo do Estado, sendo uma delas a 27ª CRE, na qual esta pesquisa está inserida. A 27ª CRE é responsável pela coordenação de ensino dos municípios de sua área de abrangência como sendo Canoas, Nova Santa Rita, Esteio, Sapucaia do Sul e Triunfo (BRASIL, 2018).

Dessa forma, a aplicação da pesquisa nestes municípios seguiu o contexto envolvendo as três esferas educacionais: estadual, municipal e particular. Vale ressaltar, entretanto, que a 27ª CRE é uma coordenadoria de Educação que trabalha somente com as escolas em nível estadual, porém na presente pesquisa, utilizamos a área de abrangência da 27ª CRE que compõem os municípios referidos, para que assim fosse delimitado o local onde seria realizada a pesquisa.

Salienta-se ainda que, compete a Secretaria da Educação as atribuições em relação ao plano educacional das CRE diante da coordenação do governo do Estado do RS, mediante a Lei nº 14.733, de 15 de setembro de 2015, e em conformidade com o decreto 54.015, de 10 de abril de 2018, como sendo:

> a) administrar o Sistema Estadual de Ensino, garantindo a observância da legislação e normas complementares, articulado ao Sistema Nacional de Educação; b) organizar, manter e desenvolver os órgãos e instituições do Sistema Estadual de Ensino mantidos pelo poder público; c) estabelecer metas, planejando, programando, executando e fiscalizando as prioridades referente às obras escolares; d) executar, promover, financiar e fiscalizar as políticas de Educação do Estado do Rio Grande do Sul na Educação Básica e em suas modalidades de ensino; e) promover e fortalecer o regime de colaboração entre os entes federativos e demais instituições públicas e privadas; f) promover e estabelecer políticas de prevenção de acidentes e violência no ambiente escolar e no entorno dos estabelecimentos de ensino; g) planejar, orientar e coordenar, em articulação com os sistemas de ensino, a implementação de políticas para a alfabetização, a Educação de jovens e adultos, a Educação do campo, a Educação indígena, a Educação em áreas remanescentes de quilombos e a Educação especial (BRASIL, 2018, p.1).

Destacam-se as atribuições apresentadas pela secretaria de Educação com o intuito de promover o crescimento educacional e pessoal a todos os estudantes que compõem as instituições de ensino que englobam a esfera da 27ª CRE, com sua sede localizada na cidade de Canoas no estado do RS. Destaca-se ainda, que esta investigação foi aprovada no comitê de ética com o número 03300518.5.0000.5349.

As concepções dos professores investigados

Apresentam-se algumas categorias levantadas na tese em relação as competências e os conhecimentos matemáticos que são considerados imprescindíveis, relativos a conceitos, procedimentos e atitudes, para construção de uma BNCC, as quais foram: 1- o perfil dos professores; 2- Concepção dos professores de Matemática quanto a BNCC; 3- Os conteúdos matemáticos considerados imprescindíveis em relação a conceitos, procedimentos e atitudes;

4- Dificuldades enfrentadas pelos professores de Matemática quanto ao ensino da Matemática; 5- Desafios enfrentados em relação as aulas de Matemática.

Apresenta-se na Figura 1 os resultados relativos as categorias de 1 a 5.

Figura 1: Concepção dos professores de Matemática

1. PERFIL DOS PROFESSORES ENTREVISTADOS				
DADOS			**Quantidade**	**Percentual (%)**
DADOS PESSOAIS	Gênero	Feminino	13	86,67
		Masculino	2	13,33
		Total	**15**	**100%**
	Faixa etária	20 a 25 anos	1	6,67
		26 a 30 anos	2	13,33
		31 a 35 anos	6	40,00
		36 a 45 anos	3	20,00
		46 a 50 anos	3	20,00
		acima de 50 anos	-	-
		Total	**15**	**100%**
FORMAÇÃO ACADÊMICA	Ano de formação	1960 a 1970	-	-
		1971 a 1980	-	-
		1981 a 1990	1	6,67
		1991 a 2000	3	20,00
		2001 a 2010	8	53,33
		2011 a 2021	3	20,00
		Total	**15**	**100%**
	Licenciatura	Licenciatura em Matemática	6	40,00
		Licenciatura em Ciências	2	13,33
		Outra licenciatura	7	46,66
		Total	**15**	**100%**

2. CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE A IMPORTÂNCIA DA BNCC		
Você considera importante ter uma BNCC conteúdos matemáticos?		
Opiniões dos professores	**Quantidade**	**Percentual (%)**
Importante para que todos os alunos tenham direitos iguais	8	53,34
Importante porque é Lei	2	13,33
Importante para que haja uma organização dos conteúdos	2	13,33
Importante para saber quais habilidades este aluno tem e que competências deve atingir	3	20,00

Total		**15 professores**	**100%**
3. CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE OS CONTEÚDOS DISPOSTOS NA BNCC			
Quais conhecimentos matemáticos são considerados essenciais em relação a conceitos, procedimentos e atitudes do 6º ao 9º ano?			
	Opiniões dos professores	**Quantidade**	**Percentual (%)**
CONCEITO	As quatro operações	5	33,34
	As seis operações	3	20,00
	Operação Algébrica	2	13,33
	Equação de 2º grau	1	6,66
	Não responderam	4	26,67
	Total	**15**	**100%**
PROCEIDMENTOS	Identificar, resolver e construção do cálculo	5	33,34
	Construção do número	2	13,33
	Cálculo mental	2	13,33
	O procedimento dos algoritmos	2	13,33
	Não responderam	4	26,67
	Total	**15**	**100%**
ATITUDES	Ter responsabilidade e querer resolver	3	20,00
	Buscar o conhecimento, ter autonomia	5	33,33
	Ter uma olhar crítico e criatividade	3	20,00
	Não responderam	4	26,67
	Total	**15 professores**	**100%**
4. CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES SOBRE AS DIFICULDADES NO ENSINO DA MATEMÁTICA			
Quais dificuldades você enfrenta no ensino da Matemática?			
Opiniões dos professores		**Quantidade**	**Percentual (%)**
Quando o aluno diz não gostar de matemática			
Rigor algébrico		4	26,67
Interpretação e leitura		2	13,34
Quando aparece no cálculo as letras (x,y e z)		3	20,00
Aprendizagem deficitária dos anos anteriores		1	6,66
Não responderam		1	6,66
		4	26,67
Total		**15 professores**	**100%**
5. CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES SOBRE OS DESAFIOS QUANTO AOS CONTEÚDOS DA BNCC EM SALA DE AULA			
Qual o maior desafio, em relação aos conteúdos matemáticos, enfrentado em sala de aula?			
Opiniões dos professores		**Quantidade**	**Percentual (%)**
Aprendizagem matemática		3	18,75
O tempo das aulas		2	12,50
Inclusão de alunos		3	18,75
Aprendizagem deficitária dos anos anteriores		6	37,50
Questão de interpretação e leitura		2	12,50
Total		**16 opiniões**	**100%**

Fonte: a pesquisa.

Frente a essa realidade, os resultados apresentados demonstraram que os professores reagiram positivamente em relação à importância do desenvolvimento de uma BNCC em relação aos conteúdos matemáticos em sala de aula, por acreditarem nos impactos positivos que ela trará, sendo que 8 professores (53,34% da amostra) consideram importante que os estudantes tenham uma educação de qualidade, e igualitária para todos, conforme demonstrado em algumas opiniões dos professores.

> Sim, eu considero importante uma Base Nacional Curricular Comum. Acho delicado quando tu engessar demais esta base. Acredito que tenha que ter direcionamentos, ter conhecimentos comuns, porque eu acredito que todos devem ter direito a mesma educação, mas não gosto daquilo que vem quadradinho fechado, ainda mais na imensidade do nosso Pais, se pensar na cultura que nós temos aqui no sul, a cultura que eu tenho lá no Nordeste, enfim nós temos muitas culturas não temos que engessar, mas eu acho que um direcionamento comum é preciso ter até para que todos tenham acesso ao mesmo conhecimento todos tenham direito ao mesmo conhecimento. (CEP-A)

> Importante, pelo mesmo objetivo principal, para que todos tenham o mesmo conteúdo matemático para que não haja disparidade entre alunos e entre escolas. (PEC-E)

Na categoria, quanto aos conhecimentos matemáticos que são considerados essenciais em relação a conceitos, procedimentos e atitudes, têm-se que: Em relação aos conceitos matemáticos considerados essenciais 5 professores acreditam que devem ser as quatro operações tidas como essenciais no processo de ensino matemático (33,34% da amostra) seguido pelas seis operações matemáticas descritas como essenciais por uma amostra de 20%, totalizando assim 3 professores. Desse modo, apresentam-se algumas das opiniões dos professores entrevistados.

> Eles têm que ter as seis operações matemáticas conhecimento destas operações com números naturais com números decimais os fracionários MMC e MDC a parte de Álgebra o letramento como é que se chama a linguagem matemática eles têm que entender, a parte de razão proporção basicamente é isso, ângulos né não tem como avançar muito mais que isso, por causa do tempo. (PEC-E)[1]

> O básico são as quatro operações, eu bato nesta tecla assim, claro depois vai elencando, colocando números reais, naturais, mas o básico, saber o que é cada, é parcela é multiplicação é produto é cociente, acho que isso ai é o básico. (PEE-S)

Têm-se que, quanto aos procedimentos matemáticos considerados essenciais na aprendizagem dos estudantes, 5 professores concordam (33,34% da amostra) ser necessário que o aluno saiba identificar o problema que lhe foi dado, bem como montar e resolver de maneira que compreenda o que lhe foi passado. De maneira que, os outros professores

[1] As siglas representam os professores das escolas entrevistadas. Exemplo 1: Professora do Estado Canoas – Elisiane (PEC-E); Exemplo 2: Professora do Estado Esteio – Sirlei (PEE-S).

entrevistados citaram em suas entrevistas outros procedimentos como, a construção do número, o cálculo mental e os procedimentos dos algoritmos.

Apresentam-se assim, as opiniões de alguns professores sobre os procedimentos matemáticos.

> Ele tem que saber interpretar, tem que ter foco para poder interpretar as informações matemáticas, ele tem que ter raciocínio lógico, vivência também faz parte, acho que é isso. (PME-E)
>
> O que eu gosto é que se o aluno consegue ver, pegar um problema, um exemplo, coloquei ali um problema matemático ele identificar o que ele está pedindo se é uma subtração, adição, uma divisão, então identificar, resolver, montar, porque muitos não conseguem montar, eles leem mas não compreendem. (PEN-W)

Em relação as atitudes relativas ao conhecimento que os alunos devem ter, os professores destacaram que é necessário que os alunos busquem o conhecimento e tenham autonomia na realização de suas atividades (33,33% da amostra) para que desenvolvam com êxito o processo de ensino e aprendizagem, bem como tenham um olhar crítico e criativo em relação as suas tarefas. Conforme as opiniões dos professores.

> Bem, tem que vir com uma base boa. O ano anterior tem que ter sido muito bem trabalhado para ele conseguir chegar. Para chegar no 7º ano ele tem que ter sido bem desenvolvido para ele saber, ai já não são mais as quatro operações, já são as 6 operações, porque tem potência tem radiciação tem as frações que ele precisa entender, ele tem que conseguir saber fazer uma expressão numérica, para começar os números inteiros, então acho que tudo isso ele precisa compreender, e ter entendido, o aluno precisa ter maturidade também para conseguir compreender todos estes conteúdos. (PNM-T)
>
> Eu espero que ele desenvolva com autonomia esta capacidade de identificar o que ele tem que fazer na atividade, mostrando procedimentos atitudinais na resolução de problemas eu consigo fazer isso, eu consigo com que eles vejam o que eles precisam fazer naquela atividade que eu quero, qual o objetivo que eu quero daquilo ali sabe. (PET-L)

Quanto a concepção dos professores de Matemática sobre as dificuldades enfrentadas no ensino de Matemática, os professores apontaram que a maior dificuldade é quando o aluno tem um posicionamento contrário em relação a aprendizagem do conhecimento matemático, ou seja, ele não gosta da Matemática (26,67% da amostra), bem como a dificuldade quanto interpretação e leitura de problemas matemáticos, o rigor algébrico, a dificuldade de compreender cálculos em que aparecem letras (x,y e z) e, por fim a aprendizagem deficitária dos anos anteriores.

> As dificuldades que eles mais tem vem lá do começo do 5º ano, eles vem com dificuldades nas operações, principalmente na divisão e também de interpretar o que se está perguntando no problema, eu acho que a maior dificuldade deles nas operações é a divisão que é onde eles vem sem saber nada, então tu tem que retomar desde o comecinho e dividir 2 por 2, então é o mais complicado. (PMT-L)

Destaca-se ainda, alguns desafios que foram elencados pelos professores, em relação as aulas de matemática em que se aplicam os conteúdos matemáticos da BNCC, que segundo os professores tem como o maior desafio a aprendizagem deficitária em relação aos anos anteriores (37,50% da amostra), ou seja, os professores acreditam que é necessário que os pedagogos estejam melhor preparados para o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Conforme algumas opiniões dos professores entrevistados.

> Eu tenho vários. Eu acho que o começa primeiro lá na pedagogia, com todo respeito, não desmereço ninguém, nenhum profissional, até porque minha esposa é pedagoga, mas eu não acredito que uma pedagoga tenha qualificação para dar matemática para o 4º e 5º ano como um profissional estudou 6 anos 4 anos somente matemática ali, é uma crítica construtiva. Então já começa errado ali, outro ponto que eu acho importante é que do 1º ao 5º ano o professor tem todo vínculo com aluno, chegou no sexto ano já não tem mais este vínculo são 9, 12, 15 professores cada um perfil diferente, então essa migração ela tem que ser feita de maneira que os professores que pegarem o sexto ano ele tem que ter uma aproximação maior com o aluno, porque é ali que tu frustra o aluno,ali que quando tu começa uma fração e aluno não entende ele já botou na cabeça dele eu detesto matemática, e ele vai levar todos os anos detestando matemática. (PNE-W)

> Eu acho que é a aprendizagem deficitária, que isso é o que eu mais enfrento, aquela coisa que vem de anos, que o aluno não sabe interpretar, então isso para mim é o que mais dificulta. (PEE-S)

> É as dificuldades em relação a esse aluno que já vem com dificuldade dos anos anteriores que vem de outras escolas, as vezes a gente tem grande dificuldade com isso porque quando já conhece o aluno e já vem com ele desde o ano anterior tu já sabe como ele é, mas esse aluno que veio de outra escola que vem com dificuldade que vem com falha, dificuldade de interpretação. (PEC-E)

Por fim, salienta-se que com a implantação da BNCC consolidada nas escolas surgem alguns desafios em relação ao desenvolvimento dos conteúdos matemáticos desde o 6º até o 9º ano do Ensino Fundamental, segundo os professores, ou seja, devido a situação pandêmica os professores estão enfrentado dificuldades em relação à forma como estão sendo aplicadas as suas aulas, de forma online, sendo que os conteúdos contidos na base não estão sendo desenvolvidos de maneira satisfatória, o que causa frustração e preocupação por parte dos professores.

Neste sentido, estas investigações são importantes para que haja uma compreensão ampliada do processo de implantação da base em Matemática, e que contribua no processo de ensino e aprendizagem e na prática escolar por meio dos aspectos e das observações que estes professores vivenciaram na pratica em sala de aula.

Conclusão

A realização deste trabalho possibilitou investigar e analisar a concepção de uma amostra de 15 professores de Matemática, dos anos finais do Ensino Fundamental, que compõem a 27ª CRE, quanto aos os conhecimentos matemáticos relativos a conceitos, procedimentos e atitudes, considerados imprescindíveis, os desafios e as dificuldades que estão sendo enfrentados com a construção de uma base para o ensino da Matemática na visão destes professores.

Desta forma, os resultados apresentados demonstram que em relação a BNCC os professores estão cientes da sua importância por ser um direito de todos os estudantes, e que isso auxilia os indivíduos em sua capacitação como cidadão e no desenvolvimento interpessoal mediante a uma aprendizagem satisfatória.

Destaca-se ainda que, em relação aos conceitos matemáticos na concepção dos professores de Matemática as quatro operações contidas na base, são tidas como essenciais para o desenvolvimento dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem, sendo que os procedimentos que mais se destacaram foram os de reconhecimento, identificação, resolução e construção do cálculo matemático capazes de aprimorar o desenvolvimento cognitivo do aluno, e, por fim, em relação ao desenvolvimento por atitudes destaca-se a busca pelo conhecimento, o interesse e a autonomia destes estudantes no processo de construção das atividades matemáticas.

Por fim, entende-se que as dificuldades enfrentadas por estes professores no ensino da Matemática, bem como os desafios no desenvolvimento das atividades em sala de aula fazem parte do processo de ensino e aprendizagem, e que a vivência destes professores ao longo do processo da efetiva implantação da BNCC trará resultados efetivos, mas também muitos questionamentos e incertezas, e que por meio da prática diária dos professores, em suas salas de aula, teremos respostas concretas sobre seus resultados e um desenvolvimento satisfatório no processo de ensino e aprendizagem em relação a implantação definitiva da base.

Agradecimentos à CAPES

Esta pesquisa foi realizada com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – 03300518.5.0000.5349. Agradeço a

instituição pela bolsa concedida e pelo apoio financeiro que foi essencial para a realização desta pesquisa.

Referências

BRASIL. Secretária da Educação. **A Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: http://www.educacao.rs.gov.br/equipe. Acessado em: out/2018.

BRESSAN, Flávio. **O método do estudo de caso**. *Revista Administração on line* [On Line]. FECAP. Volume 1, número I, jan/fev/mar. 2000. Disponível em http://www.fecap.br/adm_online/art11/flavio.htm <http://www.fecap.br/adm_online/>. Acesso em ago/2018

MOREIRA, A. F. B. CANDAU, V. M. **INDAGAÇÕES SOBRE CURRÍCULO: CURRÍCULO, CONHECIMENTO E CULTURA**. Brasília, Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2007.

MOREIRA, A. F. B,; JUNIOR, P. M. S. **CONHECIMENTO ESCOLAR NOS CURRÍCULOS DAS ESCOLAS PÚBLICAS: reflexões e apostas.** Currículo sem Fronteiras, v. 17, n. 3, p. 489-500, set/dez. 2017.

TOZONI-REIS, M. F de C. **A pesquisa e a produção de conhecimentos.** Universidade Estadual Paulista - UNESP. Acervo digital da UNESP. São Paulo (2010). Disponível em: https://acervodigital.unesp.br/bitstream/123456789/195/3/01d10a03.pdf Acesso em: 28 de Ago. 2018.

YOUNG, M. F. D. **Para que servem as escolas?** Educ. Soc., Campinas, vol. 28, n. 101, p. 1287-1302, set./dez. 2007. Disponível em: http://www.cedes.unicamp.br. Acessado em: 15 de Ago. 2018.

YOUNG, M. F. D. **Construindo uma Base Nacional Comum. Movimento pela Base Nacional Comum.** 2014. Disponível em : https://www.youtube.com/watch?v=Q9ZH4AcW0y0. Acessado em: 15 de Ago. 2018.

Construções geométricas nos livros didáticos de Matemática e a BNCC

Geometric constructions in math textbooks

Fabrício Rodrigues Alves
Universidade Estadual Paulista
fabricio.rodrigues@unesp.br

Rúbia Barcelos Amaral-Schio
Universidade Estadual Paulista
rubia.amaral@unesp.br

Ana Paula Perovano
Universidade Estadual Paulista
apperovano@uesb.edu.br

Resumo
O presente texto expõe resultados parciais de uma pesquisa que teve como objetivo analisar as construções geométricas apresentadas pelos autores de uma coleção de livro didático de Matemática, assim como aquelas propostas para serem desenvolvidas pelos alunos, a partir do que se espera para os Anos Finais do Ensino Fundamental, segundo a Base Nacional Comum Curricular. De abordagem qualitativa, a pesquisa foi desenvolvida a partir da análise vertical e horizontal dos livros da coleção mais utilizada nas escolas públicas do Brasil, A Conquista da Matemática, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci. O que se observa é que nem todas as habilidades são contempladas, o que pode ser fruto de um período de adaptação, já que a obra foi aprovada no primeiro edital do Programa Nacional do Livro e do Material Didático após homologação da Base. Apresentamos ainda alguns apontamentos críticos envolvendo o tema. Compartilhamos esses resultados iniciais pois sabemos que o livro didático se configura como material curricular para muitos professores e, sendo assim, as questões aqui discutidas podem contribuir para a reflexão crítica sobre o uso desse recurso pedagógico.

Palavras-chave: PNLD; Base Nacional Comum Curricular; Material didático; A Conquista da Matemática; Anos Finais.

Abstract
This text shows partial results of a research that aimed to analyze the geometric constructions presented by the authors of a Mathematics textbook collection, as well as those proposals to be developed by the students, based on what is expected for the Elementary School, according to the Common National Curriculum Base. With a qualitative approach, the research was developed from the vertical and horizontal analysis of books from the collection most used in public schools in Brazil, The achievement of Mathematics, by José Ruy Giovanni Júnior and Benedicto Castrucci. What is observed is that not all skills are covered, which may be the result of an adaptation period, since the textbook was approved in the first public notice of the National Textbook and Courseware Program after approval by the Base. We also present some critical notes involving the theme. We share these initial results because we know that the textbook is configured as a curriculum material for many teachers and, therefore, the issues discussed here can contribute to critical reflection on the use of this pedagogical resource.

Keywords: Common National Curriculum Base. Courseware. Elementary School.

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC é um documento curricular de caráter normativo mais atual que regulamenta o ensino da Educação Básica e os livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental foram as primeiras obras aprovadas de acordo como que é preconizado pela BNCC a chegar nas escolas através do Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD em 2020.

Valente (2008) pontua que o processo de ensino de Matemática possui uma trajetória histórica atrelada aos livros didáticos e em nossa visão, é possível que, nesse período de adaptação às recomendações da BNCC, a prática docente do professor de Matemática seja mais voltada para o que está sendo proposto nos livros didáticos, que são considerados como tradutores do currículo oficial.

Com base no livro didático que ocupa um lugar privilegiado nas atividades dos professores, buscamos analisar as construções geométricas apresentadas pelos autores de uma coleção de livro didático de Matemática, assim como aquelas propostas para serem desenvolvidas pelos alunos, a partir do que se espera para os Anos Finais do Ensino Fundamental, segundo a BNCC.

Construções geométricas

Há nas prescrições curriculares nacionais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) e BNCC (BRASIL, 2018) argumentações a favor do trabalho com a Geometria, pois ele possibilita o desenvolvimento do pensamento geométrico, o que proporciona que os alunos possam fazer conjecturas e argumentar ao resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. É pressuposto, no trabalho com essa unidade temática, que o professor apresente situações em que os alunos possam realizar construções geométricas tendo em vista que estas auxiliam o desenvolvimento do pensamento geométrico no que tange a visualização e aplicação de propriedades das figuras geométricas.

A relevância das construções geométricas para a compreensão da Matemática é apontada por Wagner (2009, p. 5) ao afirmar que os problemas que envolvem tais construções “desafiam o raciocínio e exigem sólido conhecimento dos teoremas de geometria e das propriedades das figuras e não é exagero dizer que não há nada melhor para aprender geometria do que praticar as construções geométricas".

Ao construir figuras geométricas é solicitado do aluno a compreensão de alguns conceitos geométricos tendo em vista que nessa construção são confirmadas e validadas as propriedades geométricas e não apenas "copiar" determinada figura. Isso porque "é necessária uma análise da situação onde se faz o planejamento da construção, seguindo-se a execução dessa construção, a posterior conclusão sobre o número de soluções distintas e também sobre a compatibilidade de dados" (WAGNER, 2007, p. 19).

Por esses motivos, consideramos pertinente discutir a importância de abordar as construções geométricas nas aulas de Matemática e como o livro didático é um importante recurso empregado no planejamento e na realização das aulas deste componente curricular, e em alguns casos, "continua a ser única referência para o trabalho do professor, passando a assumir até mesmo o papel de currículo e de definidor das estratégias de ensino" (MANTOVANI, 2009, p. 118), entendemos que olhar para este recurso pode nos fornecer indícios sobre o trabalho com as construções geométricas.

Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida amparada em uma abordagem qualitativa. Segundo Alves-Mazzotti (2001, p. 131), "a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem uma tradição 'compreensiva' ou interpretativa". Gil (1999) ressalta a necessidade de se estabelecer um delineamento que irá fazer referência ao planejamento da pesquisa, que em nosso caso será descritivo pois procura observar, registrar, correlacionar e expor fatos sobre as construções geométricas apresentadas pelos autores de uma coleção de livros didáticos de Matemática.

Considerando limitações para o desenvolvimento da pesquisa, como o tempo, foi necessário restringir a análise a apenas uma coleção, entre aquelas aprovadas pelo PNLD, edital 2020, destinado às obras dos Anos Finais do Ensino Fundamental. O critério de escolha foi o número de livros distribuídos, selecionamos assim a coleção mais escolhida pelos professores: A Conquista da Matemática, 4ª edição, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (num total de 5.033.531 exemplares – que corresponde a mais de 50% dos livros adquiridos de todas as onze coleções aprovadas (FNDE, 2021)).

Os quatro livros da coleção foram cuidadosamente estudados, identificando inicialmente quais capítulos continham descrições, pelos autores, de construções geométricas, ou atividades aos alunos, que propunham a realização desse tipo de construção.

Na sequência foram analisadas as habilidades da BNCC e identificadas quais envolviam aspectos da construção geométrica. A partir da elaboração dessa listagem foi possível confrontar quais foram contempladas. Observamos, ainda, questões didático-pedagógicas relacionadas ao tema e que merecem a reflexão crítica pelo professor, considerando o fator relevante de que o livro é muitas vezes um material curricular que embasa o desenvolvimento das aulas de Matemática. Cabe observar que investigamos, ainda, aspectos da construção geométrica do ponto de vista do objeto matemático, especialmente no que tange aos aspectos formais da construção geométrica e do que é proposto em livros didáticos destinados para o ensino de Desenho Geométrico (GIOVANNI et al., 2015a, 2015b, 2015c, 2015d), mas que por uma questão de espaço, fizemos um recorte neste texto, que se limitou aos primeiros pontos mencionados.

A coleção estudada

Para iniciar a análise, partimos do que Charalambous et al. (2010, p. 119, grifo dos autores) denominam de *análise horizontal*, em que o livro "é examinado como *um todo*, como uma peça de tecnologia no sistema educacional [...] e a análise se concentra nas características gerais do livro didático (por exemplo, aparência física, [e] organização do conteúdo do livro". Observamos que todos os livros da coleção *A Conquista da Matemática* (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018) são divididos em nove unidades, as quais são subdivididas em capítulos, ou seja, a unidade aborda um tema geral e os subtemas nos capítulos da mesma. Além dessa divisão, há outros elementos que compõem a estrutura dos livros da coleção, como por exemplo as seções.

Os livros possuem seções, cada uma com um objetivo e assuntos pré-determinados para se abordar, como a *Abertura de Unidade*, *Atividades*, *Por toda parte*, *Educação Financeira*, *Tratamento da Informação*, *Tecnologias*, *Atualidades em foco*, *Retomando o que Aprendeu*, entre outras. Como nosso foco são as construções geométricas, comentaremos acerca das seções que dialogam sobre o tema.

De acordo com os autores da coleção, a seção *Atividades* apresenta exercícios variados que visam à prática do conteúdo aprendido, além de exercícios desafiadores; a seção *Tratamento da Informação* trabalha propostas de tratamento e organização de dados, probabilidade e estatística; já na seção *Tecnologias* a abordagem é sobre como utilizar ferramentas tecnológicas na resolução de problemas matemáticos; e por fim, a seção *Retomando o que Aprendeu* sistematiza temas já abordados através de atividades sobre os conteúdos estudados na última unidade. Além das seções apresentadas acima, a coleção do professor apresenta a seção de *Orientações Didáticas*, em que são apresentadas instruções e outras abordagens sobre o conteúdo para o professor, dicas de atividades e de outros materiais que possam complementar a aula.

O que é evidenciado pelos dados à luz da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

No segundo momento realizamos a *análise vertical*, que segundo Charalambous et al. (2010, p. 120, grifo dos autores) que "examina como os livros didáticos tratam um *único* conceito matemático [...] e vê o livro didático como um 'ambiente de construção de conhecimento'". Fizemos essa análise a partir das orientações da BNCC procurando identificar como este documento sugere a presença de construções geométricas e como a coleção trata o tema. São previstas 15 habilidades referentes a construções geométricas para serem abordadas ao longo dos quatro anos finais do Ensino Fundamental, a seguir apresentaremos as habilidades por anos escolar e como as mesmas foram abordadas pela coleção. Iniciando pelo 6°ano, são previstas três habilidades, referentes a construções geométricas que estão indicadas no Quadro 1, bem como a unidade, capítulos e ou seções em que as mesmas foram contempladas na obra analisada.

Quadro 1: Habilidades 6°ano e partes do LD referentes às construções geométricas

Habilidades	Unidades	Capítulos/Seções
(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.	Unidade 7	3. Construção de retas paralelas e perpendiculares 6. Construção e ampliação de figuras planas Seção Tecnologias
(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.		
(EF06MA23) Construir algoritmos para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na		

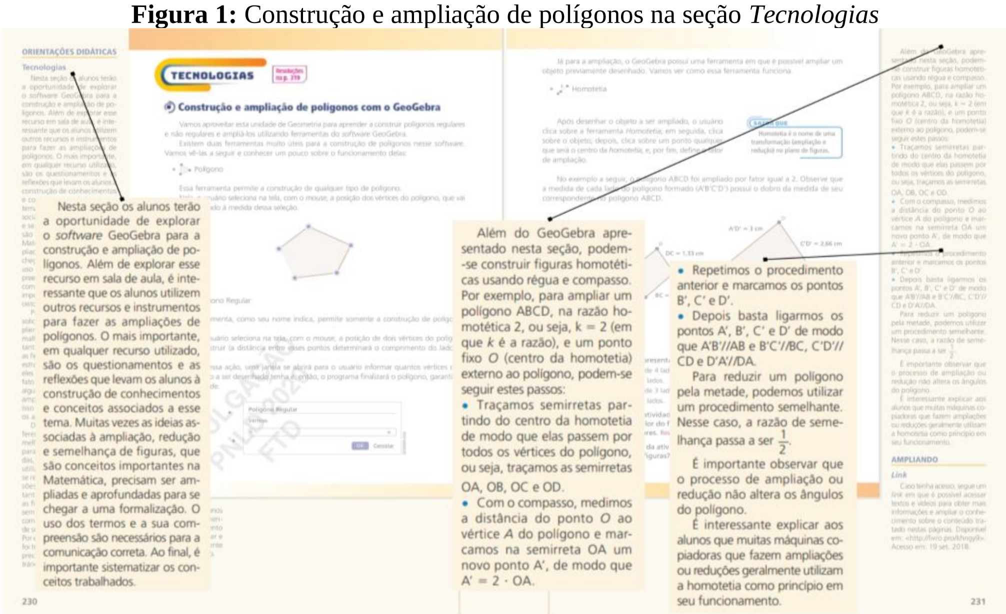
indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).		

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Brasil (2018) e Giovanni Júnior e Castrucci (2018a)

Percebemos que as três habilidades, referentes a construções geométricas, foram contempladas na Unidade 7, apesar da abordagem sobre ampliação e redução não trabalhar a possibilidade do fator *k* (de ampliação/redução) ser negativo. Evidentemente, o conjunto dos números inteiros não é comumente abordado no 6º ano. Como sugere a BNCC, a coleção analisada aborda o tema a partir do 7º ano. Porém, não é impossível trabalhar números negativos com alunos do 6º ano, como mostra Souza (2015) ao usar tecnologias para ensinar o conceito.

Nas imagens a seguir, podemos observar a maneira como os autores exploram a construção e ampliação de polígonos, utilizando o GeoGebra, ainda que apenas nesse momento do livro. Cabe ressaltar que nas *Orientações Didáticas* há indicação ao professor sobre a possibilidade de trabalhar ampliação e redução usando régua e compasso, pois de acordo com os autores "o mais importante, em qualquer recurso utilizado, são os questionamentos e as reflexões que levam os alunos à construção de conhecimento e conceitos associados a esse tema" (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018a, p.230). A Figura 1 ilustra a seção *Tecnologias* em que é apontada a construção e ampliação de polígonos com o GeoGebra.

Figura 1: Construção e ampliação de polígonos na seção *Tecnologias*



Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018a, p. 230-231)

Para Wagner (2009), a régua e o compasso são instrumentos essenciais para o trabalho com as construções geométricas. O desenvolvimento de atividades com essa natureza auxilia os alunos em procedimentos de representação e manuseio de instrumentos permitindo refletir sobre as propriedades das figuras geométricas. Consideramos que a indicação de utilização de materiais tradicionais como régua e compasso, assim como a sugestão do uso de tecnologia, são indícios de que os autores reconhecem as potencialidades dos diferentes recursos em sala de aula, assim como dá opções ao professor de tratamento do tema a partir das limitações que podem existir no cotidiano escolar (tendo em vista nem todas as escolas possuem laboratórios de informática, por exemplo, para construções serem realizadas pelos alunos).

O 7º ano é o ano escolar que possui a maior quantidade de habilidades destinadas para trabalho com as construções geométricas. São previstas seis habilidades apresentadas no Quadro 2 a seguir:

Quadro 2: Habilidades 7°ano e partes do LD referentes às construções geométricas

Habilidades	Unidades	Capítulos/Seções
(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.	Unidade 3	Seção Tecnologias
(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.	Unidade 6	3. Triângulos 5. Circunferência 6. Construções Geométricas Seção Tratamento da Informação
(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.		
(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.		
(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.		
(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.		

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Brasil (2018) e Giovanni Júnior e Castrucci (2018a)

Analisando o livro do 7°ano à luz das habilidades previstas na BNCC, notamos que a habilidade EF07MA22 não foi efetivamente contemplada, pois não há indicações, referências ou construções com composições artísticas em toda a Unidade 6 que envolvam circunferências ficando a cargo do professor tratar o tema. As demais habilidades foram contempladas.

Destacamos que, na EF07MA28, é solicitada a descrição, por meio de um fluxograma, de um algoritmo para a construção de um polígono regular. No referido documento o algoritmo é entendido como

> uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável (BRASIL, 2018, p. 273).

A referida habilidade é tratada na BNCC como um fator relevante associado ao pensamento computacional. As contribuições do pensamento computacional são muitas (SILVA, 2018; ALMEIDA; VALENTE, 2019) e sua exploração na aula de Matemática tem sido ressaltada, especialmente depois da homologação da BNCC, que faz a sugestão de sua abordagem. Muitos conceitos se relacionam ao pensamento computacional:

> coleta de dados, análise de dados, representação de dados, decomposição de problema, abstração, algoritmos, automação, paralelização e simulação. O grupo ISTE/CSTA (2011) também desenvolveu uma definição operacional para o pensamento computacional como um processo de resolução de problema, com as seguintes características: formulação de problemas de forma que permita usar um computador e outras ferramentas para ajudar a resolvê-los; organização lógica e análise de dados; representação de dados através de abstrações como modelos e simulações; automação de soluções através do pensamento algorítmico (série de passos ordenados); identificação, análise e implementação de soluções possíveis com o objetivo de alcançar a mais eficiente e efetiva combinação de etapas e recursos; e generalização e transferência do processo de resolução de problemas para uma ampla variedade de problemas.” (ALMEIDA; VALENTE, 2019, p.211)

Pela citação acima, identificamos que o pensamento computacional possibilita a “tradução” de uma situação em outras linguagens, que podem recorrer ao pensamento algorítmico que em alguns pontos se assemelham com a linguagem algébrica.

São previstas quatro habilidades referentes às construções geométricas para serem abordadas ao longo do 8º ano, como pode ser observado no Quadro 3.

Quadro 3: Habilidades 8°ano e partes do LD referentes às construções geométricas

Habilidades	Unidades	Capítulos/Seções
(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de	Unidade 3	5. Construções Geométricas

90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.		
(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.		Seção Retomando o que aprendeu
(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.	Unidade 6	5. Construções Geométricas
(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.		7. Transformações no Plano

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Brasil (2018) e Giovanni Júnior e Castrucci (2018a)

Ao analisar o livro destinado ao 8º ano sob a lente das habilidades indicadas pela BNCC, notamos que a EF08MA15 não foi contemplada totalmente, pois não há indicações para que o aluno faça a construção de ângulos de 30º, 45º e 60º usando qualquer tipo de material. Apenas o ângulo de 90º é construído por consequência da construção da mediatriz de um segmento.

Quanto à habilidade EF08MA16, ela também não é cumprida totalmente. O livro ilustra a construção de um hexágono regular a partir de uma medida qualquer, mas não usa o ângulo central, e sim a soma dos ângulos internos. Além disso, o pensamento computacional está presente ao descrever uma sequência de passos, porém o fluxograma é inexistente. Na seção *Retomando o que aprendeu*, há apenas uma atividade de resolução de problemas utilizando mediatriz como lugar geométrico, o que não contempla toda a habilidade EF08MA17 por não abordar a bissetriz. A única habilidade contemplada totalmente é a EF08MA18.

São destinadas duas habilidades para o trabalho com o 9º ano, conforme estão apresentadas no quadro 4 a seguir.

Quadro 4: Habilidades 9°ano e partes do LD referentes às construções geométricas

Habilidades	Unidades	Capítulos/Seções
(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.	Unidade 4	2. Circunferência
(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.	Unidade 8	1. Polígono Regular

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Brasil (2018) e Giovanni Júnior e Castrucci (2018a)

No que tange ao livro do 9°ano constatamos que a habilidade EF09MA11 é contemplada parcialmente, pois o livro apresenta a relação entre arco e ângulo central e também entre ângulo central e ângulo inscrito. Há, ainda, uma atividade na seção *Tecnologias*, em que propõe o uso do GeoGebra para construir e explorar ângulos inscrito e central. Não contém, porém, nenhuma atividade de resolução de problemas que envolva os três conteúdos mencionados.

As ferramentas para o desenvolvimento da habilidade EF09MA15 não são explicitadas no decorrer do fluxograma apresentado na Unidade 8. Dessa forma, fica a cargo do professor indicar qual ferramenta usar ou o aluno que escolhe a que preferir.

Como notam Sousa, Guimarães e Amaral-Schio (2021), a BNCC trouxe mudanças à estrutura curricular e, consequentemente, aos conteúdos presentes nos livros didáticos. Se, por um lado, podemos perceber uma maior presença das construções geométricas, considerando o uso de tecnologias e recursos tradicionais (como régua e compasso), por outro podemos observar que o livro se limita a tratar do tema ao mínimo requerido nas habilidades. Não são propostas aos alunos muitas construções e nem todas as habilidades da BNCC são contempladas em sua totalidade (desse modo, porém, os livros atendem às exigências mínimas do PNLD, e, portanto, podem ser aprovadas). Entendemos que vivenciamos um período de adaptação, já que a obra foi aprovada no primeiro edital do Programa após homologação da Base, mas ressaltamos a importância do professor ter uma leitura crítica desse cenário, atentando-se a pontos como esses.

Apontamentos críticos

No decorrer da análise dos livros observamos alguns pontos que consideramos que merecem ser compartilhados. Ponderando que os livros didáticos são materiais curriculares (MANTOVANI, 2009) que norteiam muitas das práticas docentes, trazemos exemplos de situações que demandam um olhar crítico do professor sobre seu uso. Sendo assim, esperamos que as observações aqui discutidas iluminem essa prática reflexiva do professor, contribuindo para o estudo das construções geométricas.

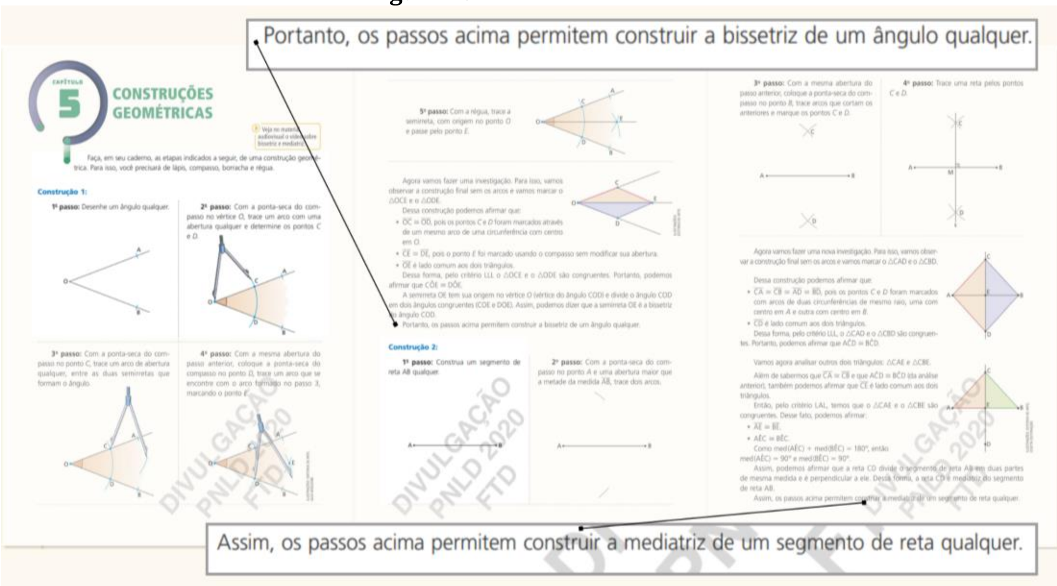
Percebemos que algumas habilidades da BNCC não foram totalmente contempladas e ponderamos que o espaço de tempo que os autores e editores tiveram para adequação à Base foi pequeno, tendo em vista que sua homologação ocorreu 20 de dezembro de 2017 e os livros foram publicados em 2018, ou seja, em menos de um ano esses profissionais tiveram que articular os projetos editoriais das obras didáticas para atender o que é indicado no referido documento. Destacamos que os autores da coleção analisada são também autores de uma coleção de livros didáticos de Desenho Geométrico juntamente com outros três autores, (GIOVANNI et al., 2015a, 2015b, 2015c, 2015d), ou seja, já conhecem tais conteúdos. Assim, consideramos que eles devem ter ensaiado uma primeira reação às exigências do Ministério da Educação.

Observamos que as construções geométricas são indicadas de diferentes formas nas obras, tendo como ferramentas o compasso, esquadro, régua e, utilizando o software de geometria dinâmica, GeoGebra. É apresentada, de forma frequente em ilustrações, o passo a passo com a descrição da construção a ser efetuada, mesmo quando há a indicação do uso de softwares de geometria dinâmica como ferramenta para construção. Em toda a coleção, os autores demonstram um certo incentivo ao uso do GeoGebra, atentando em explicar, detalhadamente, os processos desenvolvidos no software com o uso de capturas de tela do programa para facilitar a visualização dos passos da construção. Essa prática não se encontra apenas em capítulos de construções geométricas, mas também em capítulos sobre transformações geométricas, por exemplo.

Estão também presentes as justificativas matemáticas que embasam o processo da construção. É notável uma preocupação com a retomada de conceitos previamente estudados. Essa retomada auxilia na consolidação do conteúdo já visto e possibilita aquele aluno que não compreendeu o conteúdo, tirar suas dúvidas.

No volume do 8º ano, os autores trazem, o passo a passo para se construir uma bissetriz e de uma mediatriz, as quais são consideradas construções elementares (WAGNER, 2007). A figura 2 ilustra o início dessa seção.

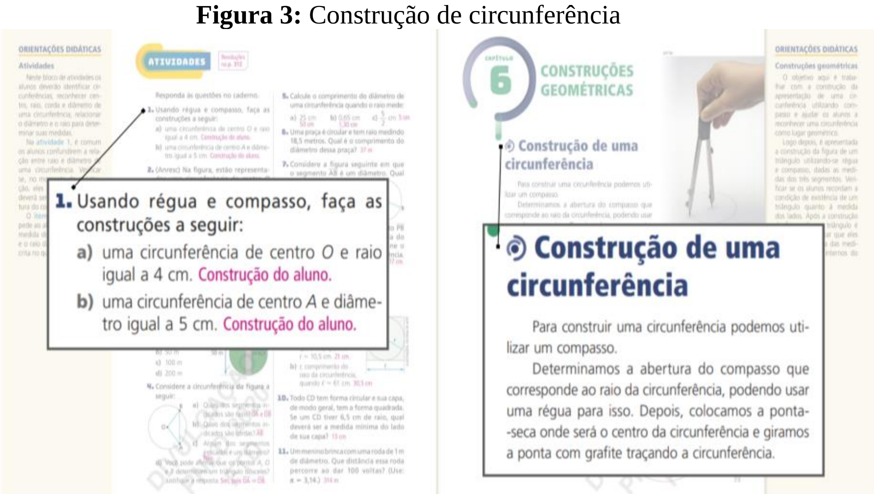
Figura 2: Bissetriz e mediatriz



Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018c, p.89-91)

Note que ambas as construções se iniciam diretamente com os passos, sem indicar ao leitor qual figura geométrica será construída e nem justificar o porquê dos passos feitos. Ao encerrar a construção e apresentar as justificativas, os autores concluem cada construção a partir de definições já explicitadas em capítulos anteriores, em que a primeira é uma bissetriz de um ângulo, que "é a semirreta de origem no vértice desse ângulo que determina, com seus lados, dois ângulos adjacentes congruentes" (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018c, p. 67), e a segunda é uma mediatriz, que "é o lugar geométrico de todos os pontos equidistantes de A e de B" (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018c, p.77). Observe a Figura 3, que ilustra uma situação que consideramos intrigante.

Figura 3: Construção de circunferência

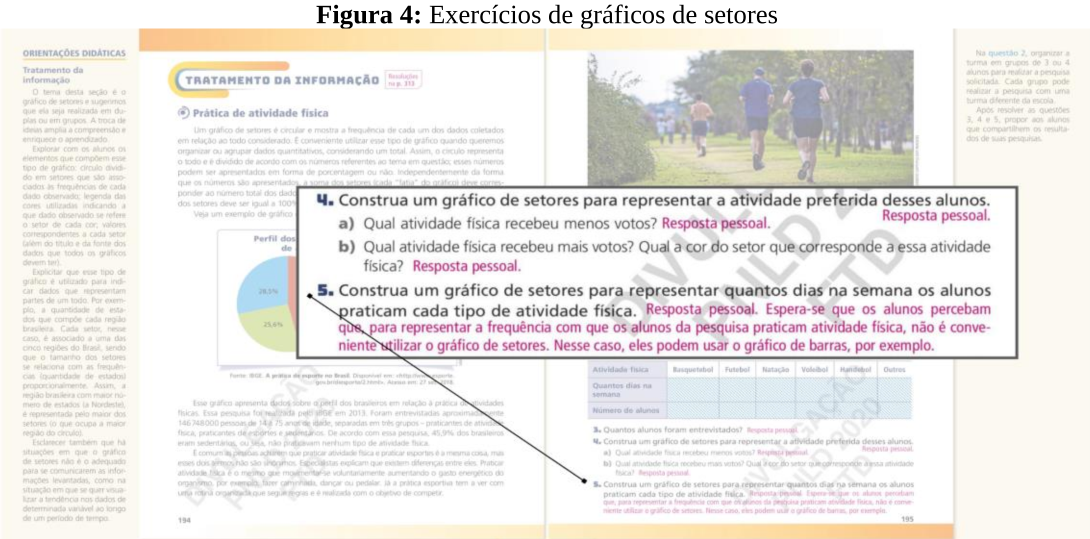


Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018b, p.190-191)

Na página 190, após introduzir o conceito de Circunferências, o primeiro exercício da seção *Atividades* solicita que o aluno construa circunferências a partir de um raio dado, utilizando de um compasso como instrumento para a tarefa. Analisando todas as páginas anteriores do livro do 7º ano e o volume do 6º ano, percebemos que não é informado como usar o compasso em construções geométricas, assim fica a cargo do professor apresentar a ferramenta e orientar os alunos como utilizá-la corretamente. Prosseguindo, na página 191, inicia-se o capítulo Construções Geométricas, em que aborda a construção da circunferência, explicando passo a passo com o uso do compasso. Dessa forma, nos intrigou observar que primeiro a construção da circunferência apareceu anteriormente, e "fora", do capítulo de *Construções*.

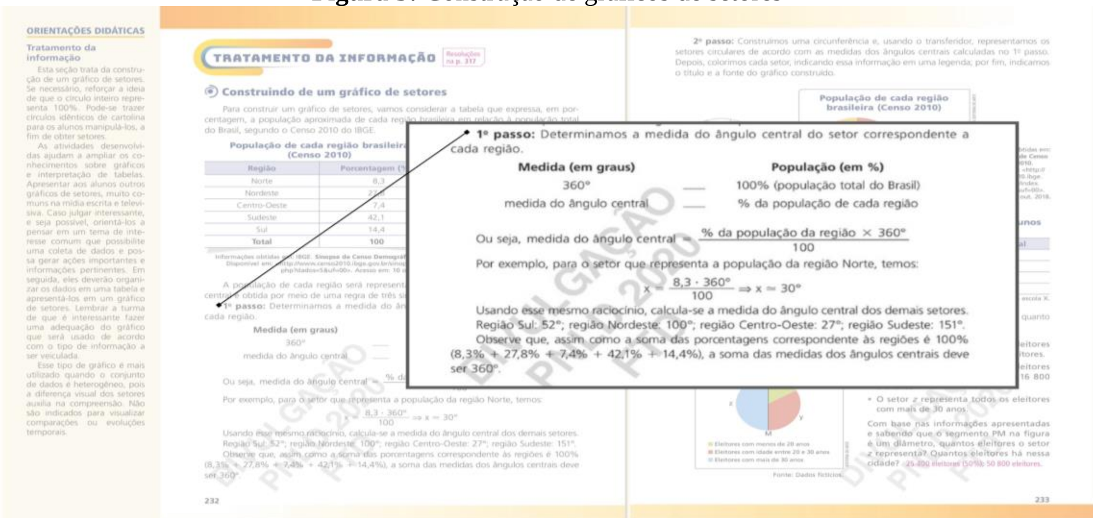
No mesmo volume, existe uma relação entre duas seções *Tratamento da Informação* propostas em momentos distintos. A primeira seção, páginas 194 e 195, fornece dados sobre práticas de atividades físicas e indica dois exercícios para que o aluno construa gráficos de setores. A segunda seção também solicita a construção desse tipo de gráfico, mas dessa vez explicitando os passos a partir do uso da regra de três para determinar os graus de cada setor, conforme pode ser visualizado nas Figuras 4 e 5, a seguir.

Figura 4: Exercícios de gráficos de setores



Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018b, p. 194-195)

Figura 5: Construção de gráficos de setores



Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018b, p. 232-233)

Observamos que esse tipo de gráfico não teve sua construção abordada nos livros anteriores. Assim, consideramos a primeira seção intuitiva, pois não oferece orientação ao aluno sobre como proceder, o que pode causar certa desproporcionalidade com relação entre os dados e os ângulos de cada setor. Uma opção seria propor que o aluno resolva os exercícios usando planilhas, como o Microsoft Office Excel, que possibilita a inserção de dados e a construção automática de gráficos de vários modelos. Essa construção na planilha poderia ser explorada na *Tecnologias*. Ainda que a segunda seção contenha uma indicação sobre como construir um gráfico de setores com o uso da regra de três, esse conteúdo é abordado de fato apenas na unidade seguinte, ou seja, há uma antecipação de conteúdo.

Por conta da limitação do espaço, apresentamos apenas estes exemplos, mas outros pontos críticos foram identificados. Entendemos que podem iluminar a leitura com um olhar minucioso (e crítico) por parte do professor quando este planeja sua ação docente embasado no livro didático.

Considerações finais

Nesse texto compartilhamos resultados de uma pesquisa que tem como preocupação o estudo das construções geométricas presentes nos livros didáticos de Matemática tendo em vista a possibilidade do trabalho com as mesmas despertar a criatividade (GIOVANNI, et al. 2015a) o desenvolvimento do pensamento geométrico por parte dos alunos. Um recorte foi dado especialmente à presença das construções geométricas a partir do olhar das habilidades indicadas pela BNCC.

Notamos que nem todas as habilidades são contempladas, ainda que a BNCC tenha fomentado atividades envolvendo construções geométricas, inclusive com uso de recursos variados, como os tradicionais: compasso, esquadro e régua, e com as tecnologias (em especial softwares de geometria dinâmica como o GeoGebra). Sabemos que estamos vivenciando um momento de transição, já que a Base foi recentemente homologada e o seu impacto sobre os livros didáticos está começando a se efetivar. Salientamos, porém, a importância do olhar crítico do professor para os livros, que costumam ser o material base de apoio de sua prática docente. Apontamos exemplos de questões que merecem cuidado no seu uso, bem como ressaltamos que a BNCC não deve ser pensada como currículo.

Referências

ALMEIDA, M.E.B.; VALENTE, J.A. Pensamento computacional nas políticas e nas práticas em alguns países. **Revista Observatório.** v. 5, n. 1, p. 202-242, 14 jan. 2019.

ALVES-MAZZOTTI, A.J. O método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A.J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa. São Paulo: Editora Pioneira, 2001. p.107-188.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Homologação em 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf . Acesso em: 16 nov. 2020.

CHARALAMBOUS, Charalambos Y. et al. Uma análise comparativa da adição e subtração de frações em livros didáticos de três países. **Pensamento matemático e aprendizagem**, v. 12, n. 2, p. 117-151, 2010.

FNDE. Fundação Nacional de Desenvolvimento da Educação. Ministério da Educação. **Programas do Livro – Dados estatísticos**. Disponível em: http://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos. Acesso em: 22 jun. 2021.

GIL, A.C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo, Atlas, 1999

GIOVANNI, J.R.; GIOVANNI JÚNIOR, J.R.; MARANGONI, T.; OGASSAWARA, E. **Desenho Geométrico** – Vol. 1. FTD. 2015a.

__________. **Desenho Geométrico** – Vol. 2. FTD. 2015b.

__________. **Desenho Geométrico** – Vol. 3. FTD. 2015c.

__________. **Desenho Geométrico** – Vol. 4. FTD. 2015d.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática:** 6º ano: Ensino Fundamental Anos Finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018a.

__________. **A Conquista da Matemática:** 7º ano: Ensino Fundamental Anos Finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018b.

__________. **A Conquista da Matemática:** 8º ano: Ensino Fundamental Anos Finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018c.

__________. **A Conquista da Matemática:** 9º ano: Ensino Fundamental Anos Finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018d.

MANTOVANI, K.P. **O Programa Nacional do Livro Didático-PNLD:** impactos na qualidade do ensino público. 2009. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVA, E. C. **Pensamento computacional e a formação de conceitos matemáticos nos anos finais do Ensino Fundamental:** uma possibilidade com kits de robótica. 2018. 267 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2018.

SOUSA, P.A.; GUIMARÃES, D.R.; AMARAL-SCHIO, R.B.Um estudo da presença da simetria nos livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. **EM TEIA** - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. v. 12. n.1, 2021.

SOUZA, F.C. **Números inteiros e suas operações:** uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia. 2015. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

VALENTE, W.R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **ZETETIKÉ** – Unicamp. v. 16. n. 30, jul./dez., 2008.

WAGNER, E. **Construções Geométricas**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

WAGNER, E. **Uma Introdução às Construções Geométricas**. Rio de Janeiro: OBMEP, 2009.

Currículo Referência de Minas Gerais: considerações sobre a proposta de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Curriculum Reference from Minas Gerais: considerations on the proposal for Mathematics for the Early Years of Elementary School

Shirley Patrícia Nogueira de Castro e Almeida
Universidade Estadual de Montes Claros
shirley.almeida@unimontes.br

Francely Aparecida dos Santos
Universidade Estadual de Montes Claros
francely.santos@unimontes.br

Edda Curi
Universidade Cruzeiro do Sul
edda.curi@gmail.com

Resumo
Neste texto temos como objetivo analisar, a partir das teorias do Currículo, a proposta de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, registrada no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG). Nesta análise, realizada por meio de pesquisa bibliográfica e documental, salientamos que, para além de uma proposta de currículo estadual de Matemática para o segmento aqui focalizado, há que se considerar a possibilidade de autonomia para que as instituições educacionais complementem a proposta do CRMG com aspectos do contexto sócio educacional, cultural, econômico e político em que estão inseridas. Nossos resultados nos conduzem à reflexão de que, é essencial que as políticas públicas educacionais, no campo do currículo, sejam menos prescritivas, mais orientadoras e ensejem um currículo crítico, a partir do qual os cidadãos tomem posição para sua atuação efetiva na sociedade.

Palavras-chave: Currículo; Educação Matemática; Ensino Fundamental; Políticas Públicas Educacionais.

Abstract
In this text we aim to analyze, from the theories of Curriculum, the proposal of Mathematics for the Early Years of Elementary School, registered in the Reference Curriculum of Minas Gerais (CRMG). In this analysis, carried out through bibliographic and documental research, we emphasize that, beyond a proposal of a state curriculum of Mathematics for the segment focused here, it is necessary to consider the possibility of autonomy for educational institutions to complement the CRMG proposal with aspects of the socio-educational, cultural, economic, and political context in which they are inserted. Our results lead us to reflect that it is essential that the educational public policies in the field of curriculum are less prescriptive and more orienting, and that they create a critical curriculum, from which citizens take a position to act effectively in society.

Keywords: Curriculum; Mathematics Education; Elementary Education; Public Educational Policies.

Introdução

Apresentamos nesse artigo os conceitos de currículo relacionados à Base Nacional Comum Curricular, como documento normativo, e ao Currículo Referência de Minas Gerais

(CRMG), por meio de um trabalho de Pesquisa Bibliográfica e Documental que focaliza a Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental proposta no CRMG.

A BNCC foi promulgada em 2017, como documento normativo educacional, que serviu de base para os estados e municípios brasileiros elaborarem seus próprios currículos. No Estado de Minas Gerais, essa elaboração aconteceu a partir da organização da Secretaria de Estado da Educação (SEE), juntamente com a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação, seccional Minas Gerais (Undime/MG), Superintendências Regionais de Ensino (SREs), 852 prefeituras municipais e outras entidades relacionadas à educação mineira, tal como o Fórum Estadual Permanente de Educação de Minas Gerais (FEPEMG).

Nesse trabalho, temos por objetivo analisar, a partir das teorias do Currículo, a proposta de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, registrada no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG). Para isso registramos um referencial de currículo, apresentamos o percurso metodológico para a elaboração desse artigo e adentramos na temática central que o compõe, ou seja, a Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental descrita no CRMG.

Referencial sobre Currículo

Algumas reflexões sobre Currículo se fazem importantes ao discutir a temática aqui focalizada, uma vez que o CRMG representa uma organização inicial, a partir da BNCC, estabelecida para as escolas mineiras.

Faz-se necessário lembrar que a BNCC, apesar de ser um documento normativo, não “abandona” os documentos anteriores, quais sejam, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) e, no caso de Minas Gerais, o Currículo Básico Comum – CBC (MINAS GERAIS, 2014) para os Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Ao fazermos a leitura da BNCC e do CRMG, podemos observar que nesses documentos, estão contidas ideias e concepções dos documentos citados anteriormente. Não podemos afirmar que isso tenha trazido algum benefício ou não às escolas mineiras, porque esse não é o foco desse artigo, mas conhecer as concepções que os fundamentaram é importante, haja vista que é possível observar, nos documentos analisados nesse trabalho, ausência de concepções intelectuais claras do que seria um currículo e de qual seria a defesa sobre ele no estado mineiro.

Embora o processo de elaboração do CRMG, tenha tido a participação de 852 municípios mineiros, essa participação não levou em consideração o principal conceito de currículo que ora defendemos e que representa, nesse processo, a ideia de ser ele "um dos locais privilegiados onde se entrecruzam saber e poder, representação e domínio, discurso e regulação" (SILVA, 1999, p. 23), uma vez que é, também, no currículo que se condensam relações de poder que são cruciais para o processo de formação do sujeito e das subjetividades sociais.

Defendemos que currículo, poder e identidades sociais estão mutuamente implicados e corporificam as relações sociais e, por consequência, as relações educacionais. Nesse caso, podemos dizer que o currículo é um campo permeado de ideologia, cultura e relações de poder (SILVA, 1999). Por ideologia, segundo Moreira e Silva (1997, p. 23) pode-se entender que "é a veiculação de ideias que transmitem uma visão do mundo social vinculada aos interesses dos grupos situados em uma posição de vantagem na organização social". Ou seja, é um dos modos pelo qual a linguagem produz o mundo social, e, por isso o aspecto ideológico deve ser considerado nas discussões sobre currículo.

Portanto, defendemos a premissa de que "o currículo é um terreno de produção e de política cultural, no qual os materiais existentes funcionam como matéria prima de criação e recriação e, sobretudo, de contestação e transgressão" (MOREIRA e SILVA, 1997, p. 28), e que por meio dele os professores, as escolas e comunidades educacionais e, também, os alunos teriam a possibilidade de construir um caminho seguro para a autonomia e liberdade do homem. Entretanto, revelar-se-ia, ao final, o mais radical e insensível inimigo do homem por transformá-lo em objeto a serviço dos ditames da performatividade científico-tecnológica. Nesse sentido, a eficiência alçada ao nível de norma suprema da razão impôs o abandono dos ideais e fins humanos (GOERGEN, 1966).

Aspectos metodológicos

O percurso metodológico desse trabalho foi realizado por meio da Pesquisa Bibliográfica e, também, Documental.

A Pesquisa Bibliográfica apresenta a possibilidade de fazermos leituras variadas acerca do assunto e escolhermos aquelas que possam trazer contribuições, já que ela é elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de: livros, revistas, publicações em periódicos e artigos científicos, jornais, boletins, monografias, dissertações, teses, material cartográfico, internet, com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o assunto da pesquisa. Na pesquisa bibliográfica, é importante que o pesquisador verifique a veracidade dos dados obtidos, observando as possíveis incoerências ou contradições que as obras possam apresentar (PRODANOV; FREITAS, 2013). No caso desse artigo apresentamos ideias e considerações teóricas sobre a temática a partir de autores como Silva (1999), Sacristán (2000), Tonet (2003), Antunes (2005), Neira (2018), Garcia Reis (2020), dentre outros.

A Pesquisa Documental apresenta possibilidades de leitura e análise de documentos variados sobre a temática a partir de um roteiro estabelecido para melhor entendimento dos documentos analisados.

Tanto a Pesquisa Documental quanto a Pesquisa Bibliográfica têm o documento como objeto de investigação. No entanto, o conceito de documento ultrapassa a ideia de textos escritos e/ou impressos. O documento como fonte de pesquisa pode ser escrito e não escrito, tais como filmes, vídeos, slides, fotografias ou pôsteres. Esses documentos são utilizados como fontes de informações, indicações e esclarecimentos que trazem seu conteúdo para elucidar determinadas questões e servir de prova para outras, de acordo com o interesse do pesquisador (FIGUEIREDO, 2007).

Já que a Pesquisa Documental é um procedimento que se utiliza de métodos e técnicas para a apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos (FIGUEIREDO, 2007), no caso desse artigo, estabelecemos como base de análise, o seguinte roteiro para a Pesquisa Documental: fundamentos legais do Currículo Referência de Minas Gerais – CRMG, contexto educacional e político para a elaboração desse documento e proposta de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental contida no CRMG. .

Nesse sentido, apresentamos a discussão sobre o Currículo Referência de Minas Gerais – CRMG e a sua articulação à BNCC e, posteriormente, sobre o CRMG e a Educação Matemática seguida de nossas considerações finais.

O Currículo Referência de Minas Gerais e sua articulação à BNCC

O Currículo Referência de Minas Gerais – CRMG (MINAS GERAIS, 2018) tem como fundamentos legais a Constituição Federal de 1988 (BRASIL, 1988), a Lei de

Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDBEN nº 9394/96 (BRASIL, 1996), o Plano Nacional de Educação – PNE de 2014-2024 (BRASIL, 2014) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) que constitui-se como último marco orientador, em território nacional, e uma referência basilar para outras prescrições no campo do currículo.

Faz-se necessário demarcar o contexto educacional e político no qual essas diretrizes curriculares, inicialmente, foram forjadas. Era um tempo de discussões acerca dos modelos tradicionais de ensino e aprendizagem praticados nas escolas, ensejando, nessa direção, a necessidade de uma reforma educacional perpassada por processos que valorizassem o saber dos estudantes e o fazer dos professores. No campo político houve a destituição da presidente eleita, democraticamente, sendo o cargo assumido pelo vice-presidente que instaurou uma política de cunho neoliberal, na qual a Educação funciona à semelhança do campo empresarial, preconizando força de trabalho qualificada – de professores, funcionários e gestores da Educação –, ranqueamento das instituições por meio das avaliações externas e competitividade no mercado nacional e internacional.

Consoante Neira (2018), o documento preliminar da BNNC teve suas concepções questionadas pela iniciativa privada e pelo terceiro setor. Contudo, em abril de 2017, após a mudança de governo, aqueles que levantaram os questionamentos iniciais foram convidados a redigir o texto atual, apoiados por instituições de onde se originaram as primeiras críticas. Portanto, mesmo tentando incutir a ideia de que a versão homologada em 2017, constitui-se numa nova versão do texto anterior, seu conteúdo e forma, dão indícios de retrocesso pedagógico e político, haja vista que há um tom normativo na reorganização dos ciclos de escolarização, do tempo destinado ao processo de alfabetização e um notório desprezo à indicação do PNE sobre os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento – OAD, privilegiando, ao invés destes, o trabalho norteado por competências e habilidades, tomadas como “aprendizagens essenciais”.

Adrião e Peroni (2017) alertam que, para a organização da BNCC, houve coordenação do setor empresarial com participação de setores públicos e universidades, não se identificando, contudo, uma contribuição significativa dos últimos. E, ainda, que há indícios de uma estreita relação entre o governo da época e grupos empresariais na proposição de políticas públicas educacionais.

Destarte, Silva (1999) destaca que o currículo é um campo de conhecimento perpassado por relações de poder, visibilizadas no papel das entidades científicas e na presença dos setores empresariais na Educação (FREITAS, 2018).

O texto do CRMG é categórico ao registrar que a opção dos curriculistas/organizadores foi “declarar como direitos de aprendizagens todas as habilidades e competências apresentadas no documento, chamando para a responsabilidade do poder público o dever de desenvolvê-las” a todos os estudantes que frequentam as escolas mineiras (MINAS GERAIS, 2018, p.16).

Sobre essa questão, Neira (2018), assevera que foi desconsiderada a pluralidade das ideias pedagógicas preconizadas na LDBEN º 9394/1996, bem como as teorias do currículo que as fundamentam, pois a BNCC apresenta dez competências gerais, desmembradas em vinte e nove competências específicas em cada área, quais sejam: Linguagens, Ciências Humanas, Ciências da Natureza e Matemática, e ainda, cinquenta e cinco competências por componente curricular, totalizando um mil, trezentas e três habilidades a serem trabalhadas no Ensino Fundamental.

O que se conclui é que, a partir do texto da BNCC, e, seguindo a mesma lógica de organização no CRMG, é negligenciada a concepção de base explicitada no PNE 2014-2024 (estratégias das Metas 2, 3 e 7), em que as competências seriam mais específicas, guiadas pelos direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento – OAS, inspirando as instituições escolares e dando-lhes autonomia para delineá-las em seus projetos pedagógicos, respeitada a diversidade regional, estadual e local.

Autores como Antunes (2005) e Tonet (2003) criticam o trabalho por competências e habilidades, articulando-as a uma formação superficial, que é interesse do mercado, sendo uma das artimanhas do capital para a reprodução do sistema vigente. O trabalho guiado para o alcance dos OAD fomentaria o pensamento crítico e o desenvolvimento de atividades emancipadoras, como possibilidades de superação do capital, por meio da análise, reflexão e contextualização dos assuntos problematizados nas aulas.

Certamente, existe a necessidade de um documento base, orientador dos currículos, a fim de que os objetivos de ensino e aprendizagem sejam alcançados por todas as instituições escolares e em todas as etapas do ensino, garantindo os direitos de aprendizagem – responsabilidade do governo e comunidade escolar – em contextos diferenciados.

A BNCC norteia o ensino, delineando os conceitos e as aprendizagens que considera essenciais a estudantes de todo o país, os quais deverão compor os currículos dos estados e municípios, de distintas regiões.

A partir dessa orientação foi produzido o CRMG incorporando as diretrizes e normativas da BNCC, sob um discurso de inclusão e valorização da diversidade, de consulta pública, *on-line*, aos educadores mineiros, da realização de encontros para debate da versão preliminar do documento, levantamento de possibilidades de ampliação do alcance educacional e territorial dos 853 municípios mineiros, das mais de 12 mil escolas – estaduais e municipais. Entretanto, é oportuno esclarecer que, de fato, há indícios dessa produção assumida por especialistas, de saber destacado no campo dos currículos, contratados pela SEE/MG, externos ao contexto educacional de Minas Gerais.

Garcia-Reis e Callian (2021) asseveram que o cuidado de registrar que houve participação de diversos sujeitos e instituições no movimento de elaboração do currículo, confirma o caráter institucional e hierarquizado que se deseja imprimir ao documento, dando indícios de que as instituições governamentais oficiais procuram se distanciar da responsabilidade sobre as ações prescritas e seu conteúdo.

Conforme está registrado no documento de apresentação do CRMG, ele foi elaborado por meio de articulação entre a Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE/MG) e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação, seccional Minas Gerais (Undime-MG), e também, “a partir do reconhecimento e da valorização dos diferentes povos, culturas, territórios e tradições existentes”, contemplando desse modo a diversidade e as particularidades das regiões do estado. Está destacado, ainda, que foram “considerados e estudados os documentos curriculares”, das redes públicas mineiras, buscando subsídios para compor uma referência curricular para o estado, fortalecendo assim o “regime de colaboração” – preconizado na CF de 1988 – entre estado e municípios (MINAS GERAIS, 2018, p. 2).

O documento curricular do estado foi homologado em dezembro de 2018, sendo, em seguida, elaborada uma orientação de substituição à normativa anterior que regulamentava o Currículo Básico Comum – CBC (MINAS GERAIS, 2014). Em 2019, outra normativa, orientou a transição do currículo anterior para o atual, por meio da formação de professores e gestores, da reelaboração dos projetos pedagógicos das instituições educacionais, bem como reformulação dos processos avaliativos.

O texto do CRMG preconiza a integralidade do atendimento e da oferta de uma educação pública, com qualidade, equidade e, sobretudo inclusiva, que promova a transformação social dos estudantes, zelando por seu direito de aprender, e, também, pela colaboração entre as redes, e pelo fortalecimento da democracia. Nessa direção, há ainda, o apelo para que, a partir desse documento, sejam elaborados planos e definidas ações pelos profissionais da educação no intuito de garantir direitos educacionais plenos e pautados na justiça social (MINAS GERAIS, 2018).

Sobre essa pauta de garantir a equidade e a qualidade, Neira (2018) assevera que as ações de normatização dos currículos, pelos governos, devem ser consideradas com cautela e em profundidade, pois, suas proposições podem ensejar um alheamento dos condicionantes que interferem no funcionamento das instituições educacionais, desconsiderando os processos de constituição das identidades dos sujeitos, bem como se distanciando do contexto em que as propostas são praticadas, tornando-se nesse sentido, um plano curricular ilusório e idealizado.

Portanto, espera-se que, a partir de uma postura crítica, os educadores busquem tanto na BNCC, quanto no CRMG, caminhos para o planejamento de aulas considerando o trabalho coletivo, a convivência entre os diferentes, a superação de dificuldades, o exercício consciente da autonomia, correlacionando – currículo, trabalho pedagógico, educadores e educandos. Cabe, ainda, alertar que a opção pela pedagogia das competências representa um desvio estratégico, da BNCC e, portanto, do CRMG, dos problemas sócio educacionais, vividos na sociedade contemporânea. Um documento curricular não pode sozinho, sanar as mazelas sociais, mas pode provocar a problematização, por educadores e educandos, dos discursos e das práticas que acentuam as diferenças ao invés de primar pelo direito à existência.

Feita essa contextualização do CRMG articulado à BNCC, nos deteremos na próxima seção na análise da proposta de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, registrada no documento curricular mineiro.

O CRMG e a Educação Matemática nos AIEF

Nesta seção analisaremos a proposta de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, registrada no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG).

No CRMG está registrado que a Matemática é uma área cujo conhecimento é essencial aos estudantes da Educação Básica, pois tem grande aplicação nos contextos em que esses se inserem e, também, tem o potencial de formar "cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais". Trata-se de um conhecimento que não está restrito à "quantificação de fenômenos determinísticos" e às "técnicas de cálculo com os números e com as grandezas", mobilizando, também, "incertezas provenientes de fenômenos de caráter aleatório" (MINAS GERAIS, 2018, p. 650).

Os estudantes do Ensino Fundamental devem desenvolver a capacidade de relacionar conceitos e propriedades matemáticas, fazendo induções e conjecturas. Daí a importância do letramento matemático que ensejará: raciocínio, representação, comunicação e argumentação matemáticas, diante da resolução e formulação de problemas em distintos contextos.

O CRMG, guiado pelo texto da BNNC, (re) apresenta as dez competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, quais sejam: reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, viva, que contribui para a resolução de problemas, descobertas e construções; desenvolver o raciocínio lógico, a investigação e a capacidade de produzir argumentos, utilizando conhecimentos matemáticos; compreender as relações entre os campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, aplicando-os tanto nos conhecimentos matemáticos quanto no desenvolvimento da autoestima e busca de soluções; fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, interpretando-as e avaliando-as crítica e eticamente; utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, validando estratégias e resultados; enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, expressando suas respostas e sintetizando conclusões, por meio de diferentes registros e linguagens; desenvolver e/ou discutir projetos que abordam questões de urgência social, valorizando a diversidade de opiniões, sem preconceitos de qualquer natureza; interagir com seus pares de forma cooperativa, no planejamento e no desenvolvimento de pesquisas para buscar soluções de problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. Essas competências contemplam, conforme registrado no CRMG, os direitos de aprendizagem dos estudantes ao longo da Educação Básica (MINAS GERAIS, 2018).

Considerando o que está posto, questionamos por que a proposta para o trabalho com a Matemática no CRMG não traz em seu conteúdo considerações acerca das peculiaridades e problemas que perpassam a construção dos saberes na escola? Tais problemas que, afetam diretamente o trabalho pedagógico, podem ser visibilizados por meio de: falta de materiais, indisciplina, dificuldades de aprendizagem – leitura, escrita, interpretação e resolução de problemas –, desinteresse dos estudantes, ausência de acompanhamento familiar, conflitos sociais, metodologia pedagógica inadequada, falta de espaço para estudo pós-horário de aulas, ausência de rotina de estudos.

De acordo com Garcia-Reis (2020) as propostas curriculares apresentam os objetivos de ensino da educação formal, sendo uma importante organização dos conteúdos que serão trabalhados. Portanto, a organização de um currículo deve ser pautada por debates, reflexões, articulações, para que não seja somente uma prescrição.

Para Garcia-Reis e Callian (2021), o currículo é parte de uma seleção de conteúdos eleitos por alguém, a partir do que avalia que é legítimo ensinar, ou seja, não parte de uma seleção neutra. Entretanto, tem mais valor um currículo concebido a partir da realidade, do chão da escola, do diálogo e trabalho colaborativo entre os pares.

Em especial, quando focamos o olhar para o currículo de Matemática, há que se considerar dois objetivos importantes da Educação Matemática: que seja parte da educação geral, instrumentalizando o indivíduo para a cidadania e, também, que sirva de base para uma formação em ciência e tecnologia. Tais objetivos são importantes, necessários e vinculados. Contudo, o currículo de Matemática, atualmente praticado, mostra uma Matemática “obsoleta, inútil e desinteressante” (D’AMBROSIO, 1995, p. 1).

Desse modo, o currículo de Matemática deve mobilizar os conhecimentos científicos, bem como valorizar os conhecimentos dos estudantes, de modo que haja articulação entre estes para a promoção da aprendizagem dos conceitos desse campo do conhecimento.

Conforme Pires (2008, p. 14), pesquisas sobre o currículo de Matemática escolar “revelam que o processo de organização e desenvolvimento curricular evidencia uma busca contínua de formas mais interessantes de trabalhar a Matemática em sala de aula”. Nessa direção identificamos no CRMG, em consonância com a BNCC, indícios para um trabalho que "pretende" fomentar o letramento acadêmico, no qual sejam desenvolvidas "competências e as habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas" (BRASIL, 2017, p. 264).

O documento (CRMG), ainda, apresenta uma estrutura similar à BNCC, por meio do registro dos seguintes elementos: unidades temáticas – Números, Álgebra, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, Geometria; objetos de conhecimento – selecionados levando em consideração a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a necessidade de aprofundamento e as particularidades apresentadas no estado de Minas Gerais; estrutura das habilidades – a estrutura original de códigos e tabelas da BNCC foi mantida com variações para habilidades criadas e alteradas em Minas Gerais.

Apesar das indicações para o letramento matemático e da consonância com o documento nacional, os registros, ainda, são prescritivo e não ensejam a articulação do saber escolar matemático às ideias de resistência, poder e política que devem permear o campo do currículo.

No texto do CRMG está registrada a intenção de articular o componente curricular Matemática com a realidade, por meio do Letramento Matemático; da Matemática relacionada entre si e a outros componentes curriculares, atribuindo significado ao conhecimento escolar, incentivando o raciocínio e a capacidade de aprendizagem, a utilização dos conhecimentos matemáticos no cotidiano do estudante e na resolução de situações complexas (MINAS GERAIS, 2018).

Por fim, conclui-se que apesar das indicações no texto do CRMG de que a Matemática deverá ser trabalhada, de modo articulado, às demandas educacionais atuais, o próprio documento deixa entrever que há longo caminho a ser percorrido, haja vista que o desenvolvimento da Matemática escolar pressupõe o entendimento e as disposições para o trabalho por parte dos educadores, bem como de toda a comunidade escolar.

Considerações finais

A discussão realizada até aqui focaliza a importância das reflexões sobre o currículo de Matemática registrado em documentos oficiais. Nessa direção, uma reflexão necessária é que o CRMG não fique circunscrito ao *currículo prescrito* e ao *currículo avaliado*, mas que inspire o *currículo concebido* pelos professores, contribua para o *currículo realizado e em ação*, ensejando a construção dos conceitos matemáticos por meio de processos de ensinar e aprender fundamentados na aprendizagem significativa, na consideração à diversidade, nos diversos percursos para a produção e aprendizagem dos conceitos matemáticos (SACRISTÁN, 2000).

Acreditamos que, para além de uma proposta de currículo estadual de Matemática para o segmento aqui focalizado, há que se considerar a possibilidade de autonomia para que as instituições educacionais complementem a proposta do CRMG com aspectos do contexto sócio educacional, cultural, econômico e político em que estão inseridas. Nossos resultados nos conduzem à reflexão final de que, é essencial que as políticas públicas educacionais, no campo do currículo, sejam menos prescritivas, mais orientadoras e ensejem um currículo crítico, a partir do qual os cidadãos tomem posição para sua atuação efetiva na sociedade.

Outrossim é que há que se pensar na autonomia das escolas em sintonia com o sistema educacional, sendo essa importante para a implementação de um currículo que não parta somente de demandas obrigatórias gerais, mas que contemple as escolhas da escola, pautadas nas demandas do contexto local.

Agradecimentos

Agradecemos à Universidade Cruzeiro do Sul (Unicsul) pelo apoio acadêmico, pela oportunidade de estudos e interlocuções importantes no campo do Currículo e da Educação Matemática.

Referências

ADRIÃO, T.; PERONI. V. A formação das novas gerações como campo para os negócios. In: AGUIAR, M. Â. S.; DOURADO, L. F. (Orgs.). **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024**: avaliação e perspectivas. [Livro Eletrônico]. Recife: ANPAE, 2018.

ANTUNES, R. **Adeus ao trabalho?** Ensaio sobre as metamorfoses e a centralidade do mundo do trabalho. São Paulo: Cortez; Campinas: Editora da UNICAMP, 2005.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília: Senado Federal, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 5 mai. 2021.

BRASIL. **Lei nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 5 mai. 2021.

BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Plano Nacional de Educação**. Lei nº 13005/2014. Disponível em: <www.mec.gov.br>. Acesso em: 12 mar. 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/ . Acesso em: 5 mai. 2021.

D'AMBROSIO, U. IV ENEM: **4° Encontro Nacional de Educação Matemática** (Blumenau, 26 a 31 de janeiro de 1992), SBM/FURB, Blumenau, 1995; pág. 26-33.

FIGUEIREDO, N.M.A. **Método e metodologia na pesquisa científica.** 2a ed. São Caetano do Sul, São Paulo, Yendis Editora, 2007.

FREITAS, L. C. **A reforma empresarial da educação**: nova direita, velhas ideias. Editora Expressão Popular, 2018, p. 160.

GARCIA-REIS, A. R. A concepção do trabalho docente em documentos prescritivos. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 28, n. 2, p. 89-103, maio/ago. 2020.

GARCIA-REIS, A. R.; CALLIAN, G. R. O estatuto do trabalho docente no currículo referência de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 26, e260010, 2021. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782021000100210&lng=en&nrm=iso. Acesso em 22 de mai. de 2021.

GOERGEN, P. L. A crítica da modernidade e Educação. **Pro-posições:** Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação da Unicamp, Campinas, v. 7, n. 2, p. 5-28, jul.,1996.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Conteúdo Básico Comum.** Educação Básica - Ensino Fundamental (1ªa 4ª séries), 2014.

MINAS GERAIS. **Currículo Referência de Minas Gerais**. Minas Gerais, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_mg.pdf. Acesso em: 15 mai. 2021.

MOREIRA, A. F. B.; SILVA, T. T. (Org.). **Currículo, cultura e sociedade.** 2. ed. São Paulo: Cortez, 1997.

NEIRA, M. G. Essa base, não. **Jornal da USP**, São Paulo, 19 set. 2018. Disponível em: Disponível em: https://jornal.usp.br/artigos/essa-base-nao/ . Acesso em: 22 mai. 2021.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. Novo Hamburgo, RS: Feevale, 2013.

PIRES, C. M. C. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. **Revista Bolema**, Rio Claro, SP. Ano 21. Nº 29, p. 13 – 42, 2008.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. Trad. Ernani F. de Rosa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, T. T. **Documentos de identidade**: uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte: Autêntica,. 1999. 156 p.

TONET, I. A educação numa encruzilhada. In: MENEZES, A. D de; FIGUEIREDO, F. (orgs). **Trabalho, Sociabilidade e Educação**. Fortaleza: Editora UFC, 2003.

Currículo, Educação Matemática, Educação Profissional: um estudo em um Curso Técnico Agrícola

Curriculum, Mathematics Education, Professional Education: a study in an Agricultural Technical Course

Neila de Toledo e Toledo
Instituto Federal Catarinense
neila.toledo@ifc.edu.br

Resumo
Este artigo é fruto de uma investigação desenvolvida com o propósito de examinar os efeitos do discurso da tecnociência presentes na educação matemática praticada na disciplina de Matemática e nas disciplinas técnicas do curso Técnico em Agropecuária do IFRS-Sertão. Seu referencial teórico tem como eixo principal noções advindas das ideias de Ludwig Wittgenstein, que correspondem ao que é conhecido como período tardio de sua obra. Em termos metodológicos, foi realizada uma pesquisa qualitativa, sendo os dados escrutinados na perspectiva da análise do discurso, como proposto por Michel Foucault. O material de pesquisa foi produzido a partir de entrevistas com egressos do curso - da década de 1980 e da atualidade - documentos institucionais e materiais escolares (cadernos e avaliações da disciplina de Matemática dos dois momentos estudados). A análise desse material mostrou que: nas últimas três décadas, a lista de conteúdos da disciplina de Matemática não se alterou, a educação matemática da disciplina Matemática manteve sua abordagem abstrata e formal, e a educação matemática presente nas disciplinas técnicas alinhou-se com o discurso da tecnociência, incluindo recursos tecnológicos.

Palavras-chave: Tecnociência; Ensino Técnico; Discurso.

Abstract
This article is the result of an investigation developed with the purpose of examining the effects of the technoscience discourse present in the mathematical education practiced in the discipline of Mathematics and in the technical disciplines of the Technical course in Agriculture at IFRS-Sertão. His theoretical framework is based on notions arising from the ideas of Ludwig Wittgenstein, which correspond to what is known as the late period of his work. In methodological terms, a qualitative research was carried out, the data being scrutinized from the perspective of discourse analysis, as proposed by Michel Foucault. The research material was produced from interviews with graduates of the course - from the 1980s and today - institutional documents and school materials (notebooks and evaluations of the Mathematics discipline of the two studied moments). The analysis of this material showed that: in the last three decades, the list of contents of the discipline of Mathematics has not changed, the mathematical education of the Mathematical discipline has maintained its abstract and formal approach, and the mathematical education present in the technical disciplines has aligned with the technoscience discourse, including technological resources.

Keywords: Technoscience; Technical education; Speech.

Introdução

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa desenvolvida com o propósito de analisar os efeitos do discurso da tecnociência presentes na educação matemática praticada na disciplina de matemática e da educação matemática gestada nas disciplinas técnicas do curso Técnico em Agropecuária do IFRS-Sertão[1] na década de 1980[2] e na atualidade (no período de 2008 até 2015). Para isso, o material de pesquisa foi produzido a partir de entrevistas[3] com egressos desses dois momentos e de documentos institucionais. As bases teóricas que, neste estudo, sustentam o exercício analítico empreendido sobre o material de pesquisa estão construídas a partir, principalmente, noções advindas das ideias de Ludwig Wittgenstein que correspondem ao que é conhecido como período tardio de sua obra.

Nas últimas décadas, o capitalismo e a ciência, por meio da nanotecnologia, biotecnologia, tecnologia digital etc., interferem e acarretam transformações nos modos de conceber a vida e de fazer ciência (BOCASANTA; KNIJNIK, 2016). Esse novo entendimento de ciência que emergiu junto com a modernidade, nomeada por Latour (2011) como tecnociência, provocou mudanças na prática científica, de modo que o conhecimento científico deixou de ser entendido como um fim e um bem em si mesmo, para se transformar em um meio para outras finalidades (econômicas, políticas e sociais).

A tecnociência contemporânea representa o entrelaçamento da produção de conhecimento científico, das técnicas e do capitalismo no interior da racionalidade neoliberal vigente (TOLEDO et al., 2018). Na atualidade, estudos (BOCASANTA; KNIJNIK, 2016) mostram o lugar privilegiado que a educação escolarizada e não escolarizada ocupa na busca de tecnocientifizar (todos) os indivíduos e a sociedade, ou seja, a tecnociência em nossos tempos é posicionada no centro do processo educativo como um meio de garantia do progresso socioeconômico do indivíduo e da nação. Cabe, então, indagar: como a formação do técnico agrícola do IFRS-Sertão é atingida por essas configurações? Em particular, na área da educação matemática, como isso se realiza?

---

[1] O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul Campus Sertão (IFRS-Sertão) se originou da Escola Agrotécnica Federal de Sertão (EAFS), em decorrência do plano de reconfiguração da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica (RFEPT), desencadeado juntamente com a política de sua expansão, na criação dos IFs no Brasil. A instituição localiza-se no munícipio de Sertão (RS) (TOLEDO, 2017).

[2] A escolha por esse recorte temporal e não outro deu-se em função de ter sido os anos 80 o marco principal da modernização do campo brasileiro. Já a opção pelo momento atual, a partir dos anos de 2000, porque foi nesse momento que ocorreu a significativa expansão dessa modernização (FILHO, 2014).

[3] Este estudo tem o parecer favorável do Comitê de Ética em Pesquisa da Unisinos e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, deliberado pelo Comitê. Para preservar o anonimato dos participantes da pesquisa, escolhi identificá-los ao longo da pesquisa como Carlos, Luis, Pedro, João, Paula e Felipe quando se trata do período da década de 1980 e como Jean, Gabriel e Maria quando analiso o que chamo de momento atual (de 2008 até 2015).

Conforme mostra o trabalho de Valero (2013a), na contemporaneidade, os discursos da educação matemática, por meio da matemática escolar, fabricam um "sujeito racional, objetivo, universal" comprometido em tornar-se um "cidadão cosmopolita moderno" (VALERO, 2013b, p. 9, tradução minha). Assim, os efeitos produzidos pelo discurso da educação matemática na produção das subjetividades dos sujeitos escolares; os modos como esse discurso agiu sobre os estudantes, conduzindo as suas condutas e fazendo-os conduzir a si mesmos (autogovernar-se), ou seja, governando a todos e a cada um, subjetivando os de acordo com a racionalidade de seu tempo a partir de agora será analisado.

Nessa linha de entendimento, uma das verdades postas em movimento na área da educação matemática é a de "que a matemática é poderosa e a educação matemática empodera" (KNIJNIK; VALERO; JØRGENSEN, 2014, p. 2, tradução minha). Na analítica realizada por alguns pesquisadores (VALERO; KNIJNIK, 2015; KNIJNIK; VALERO; JØRGENSEN; 2014), fazer uso do conceito de governamentalidade nas discussões na área da Educação Matemática possibilita expandir o entendimento de como a educação matemática "fabrica a criança desejada nas sociedades contemporâneas" (VALERO; KNIJNIK, 2015, p. 33).

Em outras palavras, trata-se de considerar "[...] um discurso produzido em diferentes esferas da vida social, por meio de políticas da educação pública, programas escolares, livros didáticos, de pesquisa, a prática de sala de aula, exames e assim por diante" (KNIJNIK; VALERO; JØRGENSEN, 2014, p. 3, tradução minha). Estas áreas não se apresentam isoladas; pelo contrário, interagem umas com as outras na produção de verdades que moldam e compõem o discurso da educação matemática (KNIJNIK; VALERO; JØRGENSEN, 2014). Portanto, fazendo uso da "[...] analítica da governamentalidade, podemos assumir que a Educação Matemática é parte de um dispositivo que conduz não só a conduta dos pesquisadores, mas também de todos os que fazem parte das práticas de Educação. Matemática", ou seja, professores, alunos, pais etc. (KNIJNIK; VALERO; JØRGENSEN, 2014, p. 3, tradução minha). A seguir, discorro sobre o processo de produção do material de pesquisa e o referencial teórico-metodológico.

Caminho Teórico-Metodológico

Para fins de análise, no presente estudo, foram considerados como material de pesquisa entrevistas com 3 recém-formados e 2 ex-alunos que frequentaram o curso nos anos 80, documentos institucionais e materiais escolares (cadernos e avaliações da disciplina de matemática) desses alunos. A estratégia analítica posta em ação para operar com esse material orientou-se pela análise do discurso em uma perspectiva Foucaultiana. Seguindo as formulações de Foucault, considero a noção de discurso “como práticas que formam sistematicamente os objetos de que falam” (FOUCAULT, 2013, p. 60), e não como um “[...] puro e simples entrecruzamento de coisas e palavras: trama obscura das coisas, cadeia manifesta, visível e colorida das palavras” (FOUCAULT, 2013, p. 59). Para o filósofo, discurso é “[...] um conjunto de enunciados que se apoiem na mesma formação discursiva” ou um “número limitado de enunciados para os quais podemos definir um conjunto de condições de existência” (FOUCAULT, 2013, p. 143).

No decorrer das entrevistas, escolhi, inspirada em Souza (2015, p. 48), formular uma questão (chamada pelo autor de “motivadora”) para dar início às entrevistas, seguida de outras perguntas cujas respostas poderiam contribuir para a investigação. A questão “motivadora” foi: “relate sobre a sua formação no curso Técnico em Agropecuária – IFRS-Sertão: que lembranças o curso traz à tona?”. A partir dela, os participantes narraram sua trajetória profissional como técnicos agrícolas e detalharam sua formação no IFRS, comentando sobre as aulas das disciplinas da formação técnica e da formação básica e relatando o que a instituição representou ou representa para suas vidas.

Cada uma das entrevistas foi gravada após autorização para tal e transcritas na íntegra. Cada uma das entrevistas teve duração aproximada de 200 minutos. A respeito da escolha dos recém-formados técnicos agrícolas do Campus Sertão, destaco que os três foram indicados por um professor da instituição, da área de formação técnica, que os conhecia por terem sido alunos que se destacavam na participação, muitas vezes voluntária, em projetos de pesquisa e extensão e em monitorias das disciplinas. Os egressos da década de 1980 foram selecionados a partir da indicação de uma professora do Campus que atuou na época na instituição. Decidi entrevistar só as pessoas que residiam no mesmo município do Rio Grande do Sul, pois ficaria mais acessível o deslocamento para as entrevistas.

Logo após as primeiras análises das transcrições, organizei os dados em uma tabela que possibilitou conhecer, mais detalhadamente, as informações contidas em tais entrevistas, o que foi me oportunizando fazer cruzamentos e perceber recorrências discursivas entre esses dados. Em seguida, resolvi voltar a entrar em contato com dois dos entrevistados com a finalidade de esclarecer melhor alguns aspectos e fazer "novas" perguntas. Alguns sujeitos da pesquisa, entregarm a mim, no primeiro contato que fiz com eles, em agosto de 2015, alguns cadernos, provas e trabalhos de várias disciplinas cursadas durante o ensino técnico agrícola no IFRS-Sertão. Na segunda rodada de entrevistas que realizei com os participantes do estudo, utilizei esse material escolar na tentativa de fazê-los relembrar as aulas, suas vivências escolares etc. Além disso, para essas "novas" entrevistas, usei a seguinte estratégia: apresentei a entrevista transcrita ao entrevistado e solicitei que lesse e completasse (ou suprimisse) alguma ideia. A partir disso, novas questões eram feitas por mim. A seguir, mostro alguns resultados e discussões deste estudo.

Alguns Resultados

Na análise do material de pesquisa, que a seguir apresento, examino os efeitos do discurso da tecnociência presentes na educação matemática praticada na disciplina de matemática e da educação matemática gestada nas disciplinas técnicas do curso Técnico em Agropecuária do IFRS-Sertão. Levando em conta essa analítica, a questão a ser respondida refere-se a como "[...] a maquinaria escolar está instituindo novos processos de subjetivação e fabricando novos sujeitos" (VEIGA-NETO, 2008, p. 55) em particular com relação à educação matemática presente no espaço e tempo estudado nesta pesquisa.

Trata-se de pesquisar as mudanças que estão acontecendo "[...] nas máquinas, artefatos e dispositivos que, ao mesmo tempo que transformam a si mesmos, transformam (diretamente) os sujeitos que tomam para si e (indiretamente) a sociedade" (VEIGA-NETO, 2008, p. 55). Veiga-Neto (2008, p. 5) enfatiza que é por meio da Educação que os indivíduos são "[...] introduzidos em um grupo social e moldados pelas formas-de-vida ali partilhadas, de modo a imergir nas condições materiais e nos jogos de linguagem que são singulares e próprios do grupo que os recebe".

Um primeiro resultado produzido pelo exercício analítico que realizei com os documentos – Projeto Pedagógico do Curso (2011) e Plano Pedagógico (BRASIL, 1980) –

e, em especial, os documentos relativos à disciplina de Matemática, constatei que tanto no material atual como no que estava em vigor nos anos de 1980, a lista de conteúdos da disciplina matemática coincidia. No documento dos anos de 1980, não se especificam detalhes, como objetivo(s) da disciplina ou referências bibliográficas, ao contrário do documento atual, que apresenta essas especificações. Além disso, estão presentes algumas características que, a partir de agora, apresento.

Os trechos retirados dos cadernos de matemática do segundo ano do curso – do recém-formado e do egresso de 1983 – indicam a presença do formalismo nas definições de ciclo trigonométrico e de circunferência e suas medidas, bem como na explicitação do conceito de cilindro. Considerando os dois tempos analisados no trabalho, uma mesma ordenação no processo de ensino se faz presente em cada conteúdo abordado: primeiro, o conceito é enunciado; a seguir, há um ou mais exemplos e, em seguida, listas de exercícios, pautadas por questões, na maioria das vezes, semelhantes ou iguais aos exemplos. Assim como apontado por Giongo (2008), também em minha análise documental percebi o estabelecimento de uma ordem, uma hierarquia e uma sequência para a matemática escolar que regula o modo de pensar dos futuros técnicos agrícolas. Isso me fez pensar que "operações de seleção e hierarquização foram postas em ação" (GIONGO, 2008, p. 141) no curso, em ambos os momentos estudados, as quais acabaram instituindo uma determinada maneira de ministrar os conteúdos da disciplina Matemática.

Nos dois períodos estudados nesta pesquisa, identifiquei uma quantidade significativa de exercícios após cada conteúdo apresentado. Esses exercícios eram semelhantes aos exemplos trabalhados pela professora e, por isso, prezavam por rigor, ordem, abstração e formalismo. Quando me refiro a exercícios semelhantes, digo que eles tinham um enunciado similar, ou o enunciado idêntico ao dos exemplos, somente com alteração dos valores numéricos. As operações matemáticas expressas no material escolar analisado foram efetuadas com o auxílio de "algoritmos escritos, que se sustentam por uma racionalidade específica, que exige o cumprimento de regras" (WANDERER; KNIJNIK, 2008, p. 561).

Essa procura incessante pela ordem e por um saber rigoroso, preciso, exato e absoluto fez com que a matemática, desde o século XIX, fosse vista como "um instrumento essencial e poderoso no mundo moderno", o que a tornou um meio de validação em todas as áreas do conhecimento (D'AMBROSIO, 2011, p. 75). A repetição exigida pelas listas de exercícios da matemática conduz ao domínio dessa gramática: o uso, ainda que, em certo sentido, livre, "é regido por regras que distinguem o uso correto do incorreto das palavras" (CONDÉ, 2004, p. 89).

A seguir, apresento um conjunto de excertos que me possibilitaram perceber como se dá o processo de aprender e ensinar na disciplina de Matemática. Esse material também permite identificar as enunciações recorrentes que circulavam no discurso da educação matemática da disciplina de Matemática que indicam os jogos de linguagem praticados ali. Escolhi esses excertos porque neles está expressa, de modo recorrente, a ausência de recursos tecnológicos nas aulas da disciplina de Matemática.

Para Wittgenstein, a concepção de linguagem está associada ao uso feito da palavra ou expressão em determinado contexto, isto é, em uma específica forma de vida (CONDÉ, 1998). A significação de uma palavra emerge do uso que dela fazemos nas variadas situações. Portanto, não existe uma única linguagem, mas "simplesmente linguagens", isto é, "uma variedade imensa de usos, uma pluralidade de funções ou papéis que poderíamos compreender como jogos de linguagem" (CONDÉ, 1998, p. 86, grifos do autor). "Se a mesma expressão linguística for usada de outra forma ou em outro contexto, sua significação poderá ser outra, isto é, poderá ter uma significação totalmente diversa da anterior, dependendo do uso no novo contexto" (CONDÉ, 1998, p. 89). A esse respeito, Wittgenstein salienta que se pode "para uma grande classe de casos de utilização da palavra 'significação' – se não para todos os casos de sua utilização – explicá-la assim: a significação de uma palavra é seu uso na linguagem" (WITTGENSTEIN, 1999, § 43, p. 43, grifos do autor).

Com relação à educação matemática praticada na disciplina de Matemática no curso atualmente, fica evidenciada a existência de *"bastante exercício"*. Maria pontua que as listas de exercícios eram *"pra gente fazer como tema de casa"* e, *"na próxima aula, a gente corrigir junto"* com a professora. Com relação ao número significativo de *"exercícios"*, a recém-formada considera que *"ajudava muito, mas muito mesmo, a gente a aprender"*. Desse modo, por meio da lista de exercícios como tarefa de casa, *"o professor conseguia meio que analisar como que estava o andamento, como que estava o nível da turma"*. O quadro era o recurso usado com frequência nas aulas de matemática. O livro didático é enfatizado pelos recém-formados como ferramenta utilizada pelos professores em suas aulas de matemática.

Outra questão pertinente, que emergiu do material de pesquisa analisado, diz respeito aos jogos de linguagem que circulavam na disciplina de Matemática. Com relação a isso, apresento algumas enunciações extraídas do material de pesquisa: *"decorava as fórmulas"*; *"se [...] não for fazendo passo por passo, se perde viu, se perde mesmo, tem que fazer passo por passo"; "mas, mesmo assim, tinha que decorar as fórmulas"; "tem que ler o problema e prestar atenção, entender o que pede no problema, pra ver qual usar [fórmula]".* Como explicita o egresso, os estudantes deveriam resolver tanto as questões das listas de exercícios, quanto as questões presentes nas provas e trabalhos, *"colocando a fórmula primeiro"* e, *"no lugar do seno, quanto ele vale"*, de acordo com o *"que a professora deu aqui no começo"*, no enunciado da questão; por fim, *"vai fazendo, fazendo a conta, e coloca aqui e passa pra cá [detalhes da resolução que ele estava olhando no caderno] e até chegar à resposta"*.

Em suma, *"tem que fazer passo por passo"* e *"tem que seguir certinho em cada linha, fazer uma coisa [refere-se a uma parte do cálculo]"*. Também é possível verificar que, nas avaliações de matemática, *"a professora cobrava tudo [...], fórmulas de seno, cosseno"*; a exigência era *"a questão toda, toda ela feita, todos os passos". Caso o aluno não seguisse o modelo de resolução visto nas aulas, isto é, as orientações da professora para resolver um cálculo, "ela [professora] dava meia questão".*

Volta-se agora a atenção às disciplinas que compõem o currículo da formação técnica do curso analisado no estudo, em especial, sobre a educação matemática presente nas disciplinas técnicas. A partir do exame das entrevistas conclui que, enquanto a educação matemática da disciplina de Matemática manteve a sua abordagem abstrata e formal tradicional, a educação matemática associada às tarefas agrícolas, praticada nas disciplinas técnicas, passou a incluir novos recursos tecnológicos. Os excertos abaixo apontam para essa conclusão:

> *O professor de mecanização agrícola trabalhava bastante com GPS até, como na matéria dele nós tínhamos que usa muito GPS, ele incentivava muito e ensinava usar os aplicativos de celular pra usar no trabalho*. [...] também em Gestão rural, o professor usava o Excell pra controle dos gastos e tudo tipo fazer a contabilidade da nossa propriedade rural. [...] Ah! A disciplina de topografia, assim, a gente tirava os pontos pelo teodolito moderno, o professor disse que eram os mais modernos e tinham comprado novinhos a pouco tempo, [...] mas esses aparelhos também dão os cálculos mais exatos (Maria - Entrevista realizada em fevereiro de 2016, grifos meus).

> *Eu tive que fazer um dimensionamento de sistema de irrigação na aula de irrigação, por exemplo, eu dizia pra o professor é muito mais fácil fazer uma planilha no Excell, tu digita a fórmula e os dados*

> *e ele dá pronto*. [...] Por exemplo em irrigação tem muito cálculo pra fazer, tem muita fórmula, você precisa dimensionar reservatório, precisa dimensionar bomba, [...] teve algumas aulas que nós fazíamos os cálculos no Excell, o professor levava nós no laboratório de informática e ensinava nós fazer no Excell (Gabriel - 2ª Entrevista realizada em novembro de 2015, grifos meus).

O fato de a educação matemática das disciplinas técnicas ter incluído novas tecnologias em suas práticas pedagógicas me fez questionar o indagado por Veiga-Neto (1999, p. 5): nos tempos e espaços estudados nesta pesquisa, é possível dizer que o currículo das disciplinas técnicas é um "artefato que em termos gerais, quais (seriam) os objetivos da escolarização na e para a lógica neoliberal?". Acompanhando o autor, considero que a escola, inserida nas tramas do neoliberalismo, tem como uma das suas funções "criar/moldar o sujeito-cliente" (VEIGA-NETO, 1999, p. 15).

Isso não implica, necessariamente, a demissão daquele propósito que conduziu a escolarização na "[...] Modernidade: uma escola pensada – e ainda vem funcionando – como uma imensa maquinaria de confinamento disciplinar, a maior encarregada pela ampla normalização das sociedades modernas" (VEIGA-NETO, 1999, p. 15). Em ambos os casos, a escola deve desempenhar papéis fundamentais, de modo que prepare sujeitos que sejam capazes de "[...] compreender e manejar — ou, pelo menos, sobreviver em... — cenários fantasmagóricos e de constante tensão entre o individual e o cooperativo, entre o local e o global" (VEIGA-NETO, 1999, p. 18).

Nessa linha de entendimento, Knijnik (2015, p. 12) afirma que a "lógica neoliberal que conforma o mundo globalizado de hoje opera em cada um de nós". Assim, cada uma de nós está diretamente envolvido na condução da conduta das "[...] novas gerações e na condução de nossas próprias condutas em uma determinada direção, a saber, na constituição de indivíduos que aprendam, por exemplo, a ser flexíveis, competitivos, empreendedores de si mesmos..." (KNIJNIK, 2015, p. 12).

A seguir, apresento alguns fragmentos extraídos das entrevistas realizadas com os egressos da década de 1980, a fim de mostrar aspectos dos modos como a educação matemática operava nas disciplinas técnicas nos anos de 1980.

> Pesquisadora: *Estou olhando aqui, o caderno de topografia de um aluno que estudou na mesma época que o senhor. Deixa lhe mostrar [mostrei]. Será que o profissional, o técnico agrícola, faz todos esses cálculos como está aqui [mostrei] no caderno?*
> Luis: Hum! *Mas hoje o profissional não faz mais à mão, tudo é informatizado, tem programa de computador pra fazer tudo, tem GPS, aparelhos modernos. Lá em 1988 e 89, quando eu comecei como técnico na cooperativa, nessa época, a topografia era assim óh! Eu caminhava 7 dias pra fazer demarcação dos limites das propriedades, fazendo terraço.* E[pensativo] na aula dessa matéria tinha umas quantas fórmulas e eu resolvia a mão esses cálculos e eu sabia resolver tudo [mostrou no caderno de topografia], com tudo isso de cálculo como aparece aqui [mostrou no caderno].

> Pesquisadora: *Era usado algum instrumento nas aulas práticas de topografia?*
> Luis: Hum! Às vezes, tinha um ou outro teodolito simples [...]. Olha aí o caderno [mostrou o caderno], tinham muitas fórmulas pra resolver à mão e na aula prática nós usávamos um teodolito simples e básico! Mas nem sempre nós usávamos o teodolito, porque [pensativo] tinham poucos, poucos mesmo [teodolitos] e, a turma era grande. Acho que por isso o professor quase nem levava o teodolito pra aula no campo [aula prática]. Eu sei que tinha fórmulas pra calcular. Daí como nós fazíamos? O professor levava nós pra o campo [refere-se as aulas práticas] e nós fazíamos tudo a mão, com trena grande, contando os passos, marcando os pontos com umas estacas e tal. Hoje em dia, você digita os pontos no GPS e pronto! Na época que eu estudava [na EAFS] e me formei, e logo que comecei a trabalha a gente calculava a mão. Tinha que entrar no mato, atravessar rio e marcar os pontos, levava dias pra fazer o que hoje se faz numa tarde. [...]. Era muito precário os instrumentos na minha época de escola [EAFS]. Luis - 2ª Entrevista realizada em outubro de 2015, grifos meus).

Esses excertos estão em conformidade com o que foi brevemente mostrado no que se refere ao processo de modernização do campo, iniciado na década de 1960 e intensificado nos anos 1980. Segundo autores como Pizzolatti (2004) e Buainain et al. (2014), a tecnologia no setor agropecuário brasileiro e mundial continua avançando significativamente nas últimas três décadas e, com isso, modifica os processos de produzir no campo. Isso faz com que o produtor rural e os profissionais envolvidos com o setor busquem aperfeiçoamento constante, para que aprendam por toda a vida.

Nesse cenário, as “práticas de gestão” da propriedade rural são fundamentais para que o agricultor possa competir e manter-se competitivo no mercado agrícola vigente (PIZZOLATTI, 2004, p. 10), ou seja, os “empreendimentos rurais precisam ter características empresariais” para se manterem “viáveis técnica e economicamente” (PIZZOLATTI, 2004, p. 10). Tais considerações levam-me a afirmar que, no passado, as práticas pedagógicas na educação matemática gestada nas disciplinas técnicas acompanharam o processo inicial de modernização do campo, uma vez que elas estavam em sintonia com a racionalidade daquela época, na qual os recursos tecnológicos eram ainda incipientes.

Na atualidade, a educação matemática presente na formação técnica está em concordância com o discurso da tecnociência. Isso não é surpreendente, tendo em vista o cenário atual de modernização e os efeitos produzidos pelo discurso da tecnociência. As práticas pedagógicas governam os sujeitos escolares na tentativa de produzir um futuro técnico agrícola com condições de atuar no cenário atual do campo brasileiro. Trata-se de um contexto inserido nas tramas da racionalidade neoliberal, que indicam ao profissional do setor agropecuário que, para jogar o jogo neoliberal, é necessário ser um sujeito que “aprenda para toda a vida”.

Em consonância com as ideias acima expostas, afirmo que, na educação matemática gestada nas disciplinas técnicas em sala de aula, era priorizado o uso da escrita e o formalismo, presentes também na disciplina de Matemática. Mas não só isso. Também ali estavam presentes jogos de linguagem que, por exemplo, realizavam um "ajuste" dos valores numéricos encontrados. Acompanhando Knijnik e Giongo (2009), afirmo que, nas disciplinas técnicas, eram postos em prática jogos de linguagem associados a duas diferentes lógicas: aqueles praticados nas aulas teóricas, que possuíam semelhanças de família com os da matemática escolar. Por sua vez, os jogos de linguagem matemáticos presentes nas atividades agropecuárias, ou seja, nas aulas práticas, apresentavam semelhanças de família com aquelas gestadas na forma de vida camponesa (KNIJNIK, 2006a, 2006b).

A esse respeito, a chamada "matemática das disciplinas técnicas" punha em uso a aproximação – o "olhômetro" para referir-se às estimativas – e a oralidade. Essa expressão foi referenciada por alunos e professores entrevistados no estudo realizado por Knijnik e Giongo (2009). Diferentemente da assepsia, do formalismo e da abstração presentes na educação matemática da disciplina Matemática, os alunos "[...] valiam-se de regras diferentes daquelas conformadas nessa disciplina, quando lhes era solicitado que resolvessem, nas disciplinas técnicas, problemas ligados à lida do campo" (KNIJNIK; GIONGO, 2009, p. 71). Assim, mais do que obedecer às regras ditadas pela matemática da disciplina Matemática, "[...] a matemática das disciplinas técnicas estava amalgamada às práticas cotidianas produtivas e sustentada por uma gramática cujas regras incluíam arredondamentos e estimativas" (KNIJNIK; GIONGO, 2009, p. 72).

Palavras Finais

Nesta seção, que encerra o artigo, destaco mais uma vez que o propósito deste estudo foi examinar os efeitos do discurso da tecnociência presentes na educação matemática praticada na disciplina de matemática e nas disciplinas técnicas do Curso Técnico em Agropecuária do IFRS-Sertão. A análise do material de pesquisa - entrevistas com egressos do curso, documentos institucionais e materiais escolares – que teve principalmente, como balizas teóricas as noções advindas das ideias de Ludwig Wittgenstein, mostrou que nas últimas três décadas, a listagem de conteúdos da disciplina de Matemática não se alterou. A educação matemática da disciplina Matemática manteve sua abordagem abstrata e formal, e a educação matemática presente nas disciplinas técnicas alinhou-se com o discurso da tecnociência, incluindo recursos tecnológicos.

Resumidamente, no mundo globalizado em que vivemos, a tecnociência vinculada à racionalidade neoliberal é sustentada por determinadas verdades que atuam sobre os sujeitos, conduzindo-os e fazendo-os conduzir a si mesmos. Nesse contexto, a tecnociência assume uma posição de destaque na produção do conhecimento científico e é concebida como fundamental para que indivíduos e a nação tenham um futuro próspero. Assim, como apresentei ao longo do texto, esse cenário reverbera no currículo escolar de curso Técnico Agrícola do IFRS-Sertão, de modo que "[...] a tecnociência é inevitável. Ela é uma máquina, uma locomotiva em marcha, e sua marcha e neutral e imanente: não pode e não deve ser interrompida." (CASTELFRANCHI, 2008, p. 10). Nessa mesma linha de entendimento, a tecnociência é "[...] parte do funcionamento de um dispositivo que contribui, ao mesmo tempo, para modular a construção dos saberes, a constituição dos sujeitos, o funcionamento do governo de si e dos outros." (CASTELFRANCHI, 2008, p. 10).

Referências

AVELINO, Nildo. Foucault e a anarqueologia dos saberes. In: FOUCAULT, Michel. **Do governo dos vivos**: curso no Collège de France, 1979-1980 (excertos). Tradução, transcrição e notas de Nildo Avelino. São Paulo: Centro de Cultura Social; Rio de Janeiro: Achiamé, 2011. p. 17-37.

BALSAN, Rosane. Impactos decorrentes da modernização da agricultura brasileira. **Campo Território: Revista de Geografia Agrária**, Uberlândia, v. 1, n. 2, p. 123-151, ago. 2006.

BENSAUDE-VICENT, Bernadette. **As vertigens da tecnociência**: moldar o mundo átomo por átomo. São Paulo: Ideias & Letras, 2013.

BOCASANTA, Daiane Martins; KNIJNIK, Gelsa. Dispositivo da tecnocientificidade e iniciação científica na educação básica. **Currículo sem Fronteiras**, Porto Alegre, v. 16, n. 1, p. 139-158, jan./abr. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Ensino de 1º e 2º graus, Coordenação Nacional de Ensino Agropecuário. **Plano Pedagógico**. Brasília: MEC/SEPS/COAGRI, 1980.

BUAINAIN, Antônio Márcio et al. **O mundo rural no Brasil do século 21**: a formação de um novo padrão agrário e agrícola. Brasília: Embrapa, 2014.

CASTELFRANCHI, Juri. **As serpentes e o bastão**: tecnociência, neoliberalismo e inexorabilidade. 2008. Tese (Doutorado em Filosofia) - Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2008.

CASTRO, Edgar. **Vocabulário de Foucault**: um percurso pelos temas, conceitos e autores. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **Wittgenstein**: linguagem e mundo. São Paulo: Annablume, 1998.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **As teias da razão**: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática** – elo entre as tradições e a modernidade. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

FILHO, Jose Eustáquio Ribeiro Vieira. Transformação histórica e padrões tecnológicos da agricultura brasileira. In:BUAINAIN, Antônio Márcio et al.O mundo rural no Brasil do século 21: a formação de um novo padrão agrário e agrícola. Brasília, DF: Embrapa, 2014.p.395-422.

FOUCAULT, Michel. **Arqueologia do saber**. 8. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2013.

GIONGO, Ieda Maria. **Disciplinamento e resistência dos corpos e dos saberes**: um estudo sobre a educação matemática da Escola Estadual Técnica Agrícola Guaporé. 2008. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS, São Leopoldo, 2008.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL (IFRS-SERTÃO). **Projeto Pedagógico do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio** (PPC). Sertão, 2011. Documento interno do IFRS-Sertão.

JØRGENSEN, Kenneth Mølbjerg; STRAND, Anete M. Camille. Material Storytelling – Learning as Intra-Active Becoming. In: JØRGENSEN, Kenneth Mølbjerg; LARGARCHA-MARTINEZ, Carlos. Critical Narrative Inquiry – Storytelling, Sustainability and Power.New York:Nova Publishers 2014. p.53-72.

KNIJNIK, Gelsa. **Educação Matemática, culturas e conhecimento na luta pela terra**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2006a.

KNIJNIK, Gelsa. Educação matemática e diferença cultural: o desafio de "virar ao avesso" saberes matemáticos e pedagógicos. In: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino – ENDIPE. **Anais do Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino**. Recife: Bagaço, 2006b. p. 1-8.

KNIJNIK, Gelsa. Fazer perguntas... ter a cabeça cheia de pontos de interrogação: uma discussão sobre etnomatemática e modelagem matemática escolar. **Unión**, San Cristobal de La Laguna, v. 44, p. 1023, 2015.

KNIJNIK, Gelsa; GIONGO, Ieda Maria. Educação matemática e currículo escolar: um estudo das matemáticas da escola estadual técnica agrícola Guaporé. **Zetetiké**, Campinas, v. 17, n. 32, jul./dez. 2009.

KNIJNIK, Gelsa et al. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

KNIJNIK, Gelsa; VALERO, Paola; JØRGENSEN, Kenneth Mølbjerg. **El discurso de la educación matemática en la perspectiva de la gubernamentalidad.** II Seminario

Internacional pensar de outro modo: Resonancias de Foucault en la educación. 2014. p. 1-10.

LATOUR, Bruno. Ciência em ação: como seguir cientistas e engenheiros sociedade afora. São Paulo: Ed. Unesp, 2011.

PIZZOLATTI, Ives José. **Visão e Conceito de Agribusiness**. 2004. Disponível em: http://bis.sebrae.com.br/bis/conteudoPublicacao.zhtml?id=298. Acesso em: 8 mar. 2016.

RUBELO, João Geraldo Nunes. O processo de modernização da agricultura brasileira pluriatividade da agricultura familiar. **Economia e Pesquisa**, Araçatuba, v. 6, n. 6, p. l 08-122, mar. 2004.

SOUZA, Deise Maria Xavier de Barros. **Narrativas de uma professora de matemática**: uma construção de significados sobre avaliação. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS, Mato Grosso do Sul, 2015.

TOLEDO, Neila de Toledo e; KNIJNIK, Gelsa; VALERO, Paola. Mathematics education in the neoliberal and corporate curriculum: the case of Brazilian agricultural high schools. Educational Studies in Mathematics, v. 98, p. 1-15, 2018.

TOLEDO, Neila de Toledo e. **Educação matemática e formação do técnico agrícola**: entre o “aprender pela pesquisa” e o “aprender a fazer fazendo”. 2017. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS, São Leopoldo, 2017.

VALERO, Paola. Investigación em educación matemática, currículo escolar y constitución de la subjetividade. **Anais VII CIBEM**, Montevideo, Uruguai, 16 a 20 de setembro, 2013.

VALERO, Paola. Mathematics for all and the promise of a bright future. **Papers for the CERME 8 Conference**, Turkey, 2013b, p. 1-10. Disponível em: <http://vbn.aau.dk/files/76731132/WG10_Valero.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.

VALERO, Paola; KNIJNIK, Gelsa. Governing the modern, neoliberal child through ict reseach in mathematics education. **For the Learning of Mathematics**, v. 35, n. 2, p. 33-38, Jul. 2015.

VEIGA-NETO, Alfredo. **Educação e governamentalidade neoliberal**: novos dispositivos, novas subjetividades. Colóquio Foucault, realizado na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), novembro, 1999. Disponível em: http://www.lite.fe.unicamp.br/cursos/nt/ta5.13.htm. Acesso em: 20 jun. 2016.

VEIGA-NETO, Alfredo. Crise da Modernidade e inovações curriculares: da disciplina para o controle. In: PERES, Eliane et al. (Orgs.). **Trajetórias e processos de ensinar e aprender**: sujeitos, currículos e culturas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008. p. 35-58.

WANDERER, Fernanda; KNIJNIK, Gelsa. Discursos produzidos por colonos do sul do país sobre a matemática e a escola de seu tempo. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 39, set./dez. 2008.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

Estudo Comparativo sobre o Ensino de Matemática em Reformas Educacionais da Educação Secundária na América Latina: uma agenda de pesquisa

Comparative study about mathematic education on educational reforms of secondary education in latin america: a research agenda

Deise Aparecida Peralta
Universidade Estadual Paulista (Unesp)
deise.peralta@unesp.br

Harryson Junio Lessa Gonçalves
Universidade Estadual Paulista (Unesp)
harryson.lessa@unesp.br

Resumo
A educação secundária tem se constituído a partir de desafios diversos em diferentes países. Nesse sentido, o presente projeto tem como objetivo geral: discutir sobre currículo de matemática na organização curricular da educação secundária de países latino-americanos que recentemente passaram por reformas educacionais, caracterizando, nessas reformas a concepção de esfera pública empreendida nos processos de planificação e implementação desses currículos, bem como os aspectos teóricos que os consubstanciam. Para tanto, desenvolveremos uma investigação qualitativa de natureza descritiva, pautada em pressupostos teóricos da Educação Comparada – analisando currículos de matemática de três países que sofreram reformas educacionais recentes: Bolívia, Brasil e México. Estão previstas as seguintes etapas da investigação: análises bibliográficas, análises documentais e entrevistas.

Palavras-chave: Educação Comparada; Currículo de Matemática; Políticas Curriculares.

Abstract
Secondary education has been constituted from diverse challenges in different countries. In this sense, the present research project was objective is to discuss the mathematics curriculum in the curricular organization of secondary education in Latin American countries that recently underwent educational reforms, characterizing in these reforms the conception of public sphere undertaken in the processes of planning and implementation of these curricula, as well as the theoretical aspects that underpin them. To do so, we will develop a qualitative research of descriptive nature, based on theoretical assumptions of Comparative Education - analyzing mathematics curricula in three countries that underwent recent educational reforms: Bolivia, Brazil and Mexico. The following research steps are foreseen: bibliographical analyzes, documentary analyzes and interviews.

Keywords: Comparative Education; Mathematics Curricula; Curricular Policies.

Introdução

Este texto foi delineado a partir da agenda de pesquisa do Grupo de Pesquisa em Currículo: Estudos, Práticas e Avaliação (Gepac), vinculado à Universidade Estadual Paulista (Unesp) – câmpus de Ilha Solteira, no qual tem se debruçado – dentre suas investigações – em estudos curriculares na interface entre Educação Matemática e Educação Comparada no âmbito da América Latina. E tem por objetivo apresentar resultados preliminares de um projeto de pesquisa sobre estudos comparativos sobre o ensino de matemática em reformas educacionais da educação secundária de países latino-americanos.

Historicidade

A pesquisa aqui descrita surge atrelada às discussões do Gepac[1], coordenado pelo Prof Dr. Harryson Junio Lessa Gonçalves e pela Profa Dra Deise Aparecida Peralta, que, dentre suas linhas de pesquisa, desde 2013, tem se dedicado aos estudos curriculares.

Em 2014, surge interesse pela perspectiva de estudos comparativos, para tanto foi formalizado um acordo de cooperação internacional entre a Unesp e a *Central Michigan University* (CMU), devidamente firmado em 2015, tendo a Profa Dra Ana Lucia Braz Dias, *full professor* no Departamento de Matemática da CMU (Mount Pleasant, Michigan, EUA) como interlocutora e parceira de pesquisa. No mesmo ano, a pesquisa "Estudo comparativo sobre o ensino de matemática em currículos de educação profissional técnica: Brasil e Estados Unidos" passa a ser desenvolvida interinstitucionalmente em acordo pela UNESP e CMU, coordenada pelo Prof Dr Harryson Júnio Lessa Gonçalves e financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa de São Paulo – Fapesp (Processo Fapesp 15/00957-9).

Avançando com as parcerias internacionais – que propiciassem aprofundamento nas temáticas de Currículo, Reformas Curriculares e Perspectivas Comparativas – foi firmada parceria com Prof. Dr. José Augusto Pacheco, catedrático no Instituto de Educação da Universidade do Minho (Braga, Portugal), cujas produção tem fundamentado parte das pesquisas brasileiras da área de Currículo, e tem sido tomado como referência nas atividades de estudo do Gepac. No âmbito dessa parceria foi desenvolvido o projeto "A racionalidade subjacente em processos de implantação curricular e de avaliação em larga escala: um estudo comparativo entre Brasil e Portugal", coordenado pela Profa Dra Deise Aparecida Peralta e financiado pela Fapesp (Processo Fapesp 16/16478-5).

Os dados constituídos nesses dois projetos possibilitaram análises das estruturas conjecturais e de histórico de reformas curriculares que incidiram e incidem sobre os sistemas educacionais dos países investigados, permitindo apreender aspectos teóricos que consubstanciam,

[1] http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/4551766380179817 / https://gepacunesp.org/sobre/

e caracterizam, uma forma estratégia e/ou instrumental como as reformas ocorrem. E nesse sentido, em cada um dos projetos desenvolvidos pode-se afirmar que são conferidos às reformas curriculares status de discurso oficial de produção de currículo, a partir da presença ou mesmo pela ausência do Estado, ancorando-se em modelos liderados e pautados pelas políticas da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

Esses resultados motivaram o Gepac, nas pessoas de seus coordenadores, a voltar atenção sobre como as reformas curriculares ocorrem na América Latina. E a partir de 2018 são firmadas parcerias com pesquisadores da Universidades do Chile (Prof Dr Daniel Fernando Johnson Mardones), Pontifícia Universidade Católica do Peru (Prof Dr Alex Oswaldo Sánchez Huarcaya), Universidade Pedagógica e Tecnológica da Colômbia (Profa Dra Elsa Aponte). Alguns eventos foram organizados em conjunto e, a partir dessa interação, a agenda de pesquisa do Gepac foi delineada com o objetivo de investigar as reformas curriculares, focando o ensino de matemática na educação secundária, em países da América Latina.

A partir dessa agenda, o projeto "Estudo comparativo sobre o ensino de matemática em reformas educacionais da educação secundária: Bolívia, Brasil e México", coordenado pelo Prof Dr Harryson Junio Lessa Gonçalves e financiado pela Fapesp (Processo Fapesp 18/21508-6), passa a ser desenvolvido, juntamente com o projeto, coordenado pela Profa Deise Aparecida Peralta, "O ensino de matemática em reformas curriculares no Brasil, Chile e Peru: das racionalidades e éticas discursivas ao enfrentamento da pandemia de Covid-19" (Processo Fapesp 2021/03062-3), configurando a investigação que aqui apresentaremos ainda que parcialmente.

Enunciado do Problema

A educação secundária tem sido caracterizada de forma variada em diferentes países. As legislações que regem esse nível são diversas, assim como os fatores sociais, econômicos e culturais que os afetam. Nesse sentido, estudos comparativos são pertinentes para um entendimento dos desafios enfrentados pelos sistemas educacionais diante das atuais reformas educacionais que desencadeiam processos de desenvolvimento curricular na América Latina.

Em Pacheco (2014) encontramos desenvolvimento curricular tomado pela não distinção entre os momentos de design e de implementação ("currículo/instrução", "design/implementação" e "currículo/planificação"), defendendo que "o desenvolvimento curricular, *lato sensu*, é uma prática dinâmica e complexa que se fundamenta, planeia, realiza e avalia em momentos diferentes, mas relacionadas entre si, que expressam uma mesma realidade" (p.50).

Apoiando o defendido por José Augusto Pacheco, temos a posição de Ivor Goodson, ao considerar que o currículo é "construído numa diversidade de áreas e níveis", sendo possível perceber um currículo escrito e um "currículo que acontece na sala de aula", alerta que desenvolvimento do primeiro não se desvincula do segundo, numa relação de complementaridade que deveria ser indissociável (GOODSON, 2001, p. 52). Ou seja, se por um lado o "currículo escrito" informa diretrizes e objetivos de/para escolarização, por outro, esses objetivos acabam por estabelecer normas e critérios não só para a realização do próprio currículo, na prática, mas também para a avaliação dessa prática. Dessa forma, o "currículo escrito constitui "uma prova visível, pública e autêntica" (GOODSON, 1995, p. 17) dos conflitos que giram em torno de sua própria definição, enquanto que o currículo em ação é o que efetivamente o que ocorre (ou deixa de ocorrer) no cotidiano da escola e, principalmente, no interior da sala de aula. (MEURER, 2019).

O reformar 'evoca-se' e 'cria-se' a sensação de movimento no/do/para o currículo, apresentando-se até como sinônimo de inovação, 'alimentando' expectativas, e isso parece provocar por si mesmo algum tipo de mudança. Entretanto, Azanha (2001) ressalta que a trajetória das reformas perpassa desde as decisões políticas que as instituem de forma legal, passando por providências técnicas e administrativas dos níveis que a regulamentam, às práticas escolares que deveriam institui-las. Para esse mesmo autor, as reformas curriculares podem ser entendidas como campo desconhecido nas reformas educacionais e pouco aprofundado pela pesquisa educacional.

Esta agenda de investigação qualitativa de natureza descritiva, explicativa e longitudinal visa *discutir sobre currículo de matemática no desenvolvimento curricular da educação secundária de países latino-americanos que passaram por reformas curriculares nas últimas três décadas, caracterizando, nessas reformas, a concepção de esfera pública empreendida na construção desses currículos, os aspectos teóricos que os consubstanciam, e as racionalidades que subjazem a esses processos e aos enfrentamentos da pandemia de Covid-19*. Nesse sentido, foram delineados os seguintes objetivos específicos: (i) identificar os principais condicionantes históricos, sociais e culturais; (ii) descrever as principais marcas de reformas curriculares presentes na história da educação, em especial da educação matemática, dos países investigados; (iii) analisar como tais currículos foram construídos e implementados nos sistemas de ensino, caracterizando nos movimentos de reforma, os sujeitos e instituições envolvidos nesses processos, bem como comprometimento(s) com uma agenda econômica internacional e de ordem neoliberal, destacando o papel da OCDE; (iv) identificar o provimento das questões relativas às diversidades de pessoas e de culturas (gênero, sexualidade, étnico-racial e pessoas com deficiência) presentes no currículo de matemática; (v) caracterizar no currículo de matemática os pressupostos didático-metodológicos que orientam a prática pedagógica; (vi) Identificar políticas e ou estratégias curriculares diretamente relacionas ao enfrentamento à pandemia de Covid-19.

Referencial Teórico

De acordo com Peralta (2012; 2019), Teoria Crítica é o nome dado a uma escola de pensamento – ou movimento filosófico, que tem sua origem relacionada a Universidade de Frankfurt entre o final da década de 1920 e os primeiros anos da década de 1930 por pesquisadores do Instituto de Pesquisa Social, a Escola de Frankfurt. E nesse cenário, Jürgen Habermas é reconhecido como um dos herdeiros dessa "escola" de pensamento.

A Teoria da Ação Comunicativa (HABERMAS, 2012a; 2012b), certamente é a sua obra mais popular e nela se encontra defesa acerca de a racionalidade que subjaz às relações que se estabelecem entre interlocutores define o tipo de ação que se estabelece no processo, ou seja, é possível aceitar que interações sejam analisadas segundo a racionalidade que as fundamentam. Sendo assim, com relação à coordenação de ações num processo de interação social, Habermas (2004) admite duas formas de interação: estratégica e comunicativa. Nesse cenário se faz possível analisar os discursos presentes nos currículos escritos (GOODSON, 1995) e demais documentos curriculares relacionados às reformas, identificando a racionalidade que os subjazem, recorrendo a Jürgen Habermas.

Ao propor uma teoria que preconiza que as interações sociais sejam mediadas pela linguagem, buscando realizar um processo de comunicação livre e inteligível, o filósofo dá um novo estatuto para a ética, e em maio de 1983 traz à público Consciência Moral e Agir Comunicativo (HABERMAS, 1989), delineando dentre outras ideias, um conceito de Ética Discursiva, advogando uma ética que permite lidar com o pluralismo por um viés comunicativo (MENDONÇA, 2016). Como complemento ao que anteriormente fora defendido, cabe ressaltar que Teixeira (2016, p. 305) afirma que "o agir comunicativo nasce na tentativa de fundamentar a ética a partir do discurso, levando em consideração a comunicação entre os sujeitos". Nesse sentido, um currículo escrito e/ou documentos curriculares relacionados a reformas, podem ser analisados, segundo suas intencionalidades de busca de entendimento e elaboração de consensos com os quais pretende se fazer entender.

Para Bettine (2017), Jürgen Habermas se amparou nos elementos clássicos das Ciências Sociais para sua elaboração teórica da ética discursiva. Habermas (2012a, 2012b), apoiado em Austin (1993), reconstitui o conceito dos Atos de Fala, a saber: Locucionários, Ilocucionários e Perlocucionários. No Ato de Fala Locucionário, o falante expressa o estado das coisas, ou seja, diz algo sobre um fato. No Ato Ilocucionário, ao conhecer suas pretensões, a falante expressa vontade de que o outro compreenda o que se diz, sendo mediado pela intenção comunicativa. Ao contrário, no Ato Perlocucionário, o discurso do falante produz efeito sobre o ouvinte, que é persuasivo, perlocutório e que repreende.

Austin (1993), considerado por Habermas (2012a, 2012b), advoga a força ilocucionária de uma emissão comunicacional como sendo o poder de um falante para motivar um ouvinte a aceitar um conteúdo expresso em um ato de fala e, com essa força, contrair uma relação racionalmente determinada. Essa afirmação serve de base para aceitabilidade do conteúdo proposicional de documentos curriculares, relacionados a diretrizes em implantações de reformas curriculares e currículos escritos (GOODSON, 1995), como discursos oficiais do Estado dada a intermediação e a existência de relações objetivas que se espera estabelecer com os que irão pensar/elaborar/implementar/instituir o desenvolvimento curricular, determinando os currículos locais.

Os princípios habermasianos de contraposição à racionalidade instrumental tornam possível não só analisar a racionalidade subjacente em discursos encarregados de expressarem desenvolvimento curricular ou diretrizes de implantação de reformas, mas também a própria concepção de currículo que, por vezes, tem se feito presente nas políticas educacionais. Habermas (2014) nos alerta que as relações de poder, controle e manipulação, que são exercidas por meio da influência de um discurso dominado por Atos Perlocucionários, evidências de racionalidade instrumental, tentam ocultar o máximo possível suas pretensões estratégicas.

A Ética Discursiva de Jürgen Habermas se faz solo fértil para fundamentar a compreensão de processos de reprodução cultural, de socialização e de coordenação de ações expressos por documentos curriculares, em especial aqueles relacionados às chamadas Reformas Curriculares. Isto, pois, mediante o uso da linguagem, essas reformas são implementadas, tornando-as factíveis de análise a partir da validez de normas sociais, intersubjetivamente aceitas e discursivamente justificadas. Trata-se de analisar a racionalidade empregada nos documentos curriculares, concebendo que é um processo amplo e revolucionário de abarcar racionalidade, tanto teórica quanto prática, sem entretanto oferecer algum "tipo de orientação conteudista, mas, uma postura procedimental rica de pressupostos" (HABERMAS, 1989, p. 148), que visa garantir não a produção de normas justificadas, mas subsídios para o exame da validade de normas consideradas intersubjetivamente com o intuito de estabelecer comunicação.

Uma terceira categoria conceitual habermasiana importante para este projeto é a da Esfera Pública. Habermas (2014) defende que Esfera Pública e o espaço público são concepções inscritas historicamente. Ao longo dos anos o conceito de esfera pública, talvez seja o constructo habermasiano que mais sofreu reformulações, evoluindo conforme era alvo de críticas de outros pensadores e movimentos, tal como o feminista, e também pelo próprio processo de autocrítica e revisões conceituais do próprio autor, tomando novas e mais robustas configurações (LOSEKANN, 2009). Entretanto, tal constructo, para além das críticas e considerando-as, sempre foi entendido como importante para a teoria democrática, sendo um elemento potente para debater as relações entre sujeitos que vivem em sociedades estratificadas e multiculturais (BENHABIB, 1996; FRASER, 1996), e como as decisões são tomadas acerca de questões que afetam grupos sociais inteiros.

Nesse sentido, Losekann, (2009) aponta que a esfera pública é a única conexão entre as pessoas em geral e o poder constituído e também discute a importância da esfera pública na identificação e na percepção da realidade e dos problemas sociais, para então exercer pressão no sistema político por meio da construção da opinião pública, que se forma via comunicação, visto que quando as opiniões pessoais são debatidas por meio de argumentação e de informações, surge a possibilidade de um consenso ou opinião pública. Os espaços a se constituírem como esfera pública deveriam ter o potencial para reunir envolvidos com interesse comum em discussões com simetrias de falas, buscando consenso e entendimento em alternativa ao caráter instrumental das tomadas de decisões na sociedade.

Assim o sendo, o desenvolvimento curricular de matemática, em processos de reformas curriculares, pode ser analisado a partir da caracterização das atividades sociais que o compõe, da orientação para o entendimento, do tipo de ação que prevalece nas tomadas de decisões, da constituição de esfera pública e pela presença, ou não, de objetivos instrumentais e estratégicos.

Metodologia

A Educação Comparada, assim como todas as ciências sociais e humanas, passou por períodos de alinhamento e, depois, de distanciamento do paradigma positivista de ciência, expressando diferenças significativas na concepção de sujeito e objeto, natureza e cultura, particular e universal, local e global. Atualmente, os estudos comparativos são tomados a partir de enfoques epistemológicos, ideológicos e metodológicos diversos, mas que similarmente manifestam-se de forma enfática pelo deslocamento dos interesses de estudo dos sistemas educativos nacionais “para a compreensão de processos históricos constituídos por sentidos discursivos” (DEVECHI; TAUCHEN; TREVISAN, 2018, p. 03).

Nesse sentido, esta proposta na perspectiva da Educação Comparada não se centra na lógica de comparações e julgamentos, nem em proposições de intervenções e direcionamentos, mas na compreensão de contextos socioculturais, considerando os discursos que os expressam. Nesse cenário, este estudo se coloca, principalmente, no campo da percepção do outro e de suas diferenças culturais como um outro, e não idêntico a si mesmo, mas que pode ser percebido por meio de uma racionalidade comunicativa (HABERMAS, 2014). Não é intenção aqui copiar modelos estrangeiros, por meio da perspectiva histórica, como se tem em Kandel (1933), nem atender a uma perspectiva estatística tal como Noah e Eckstein (1969), mas constituir análises por meio da caracterização das racionalidades e éticas discursivas presentes nos processos de construção dos currículos de matemática e de implantação de reformas curriculares na educação secundária, segundo os pressupostos habermasianos.

Resultados Preliminares

Apresentaremos uma breve contextualização da reforma educacional do Estado Plurinacional da Bolívia. Em 2006, ascende à gestão do Estado republicano o Presidente Evo Morales Ayma, descendente de povos originários, propondo iniciar uma revolução democrática para constituir um novo Estado e um novo poder com uma *visão anticapitalista, anti-imperialista* e *decolonizadora* (BOLÍVIA, [2015?]).

Conforme o Plano de Desenvolvimento Econômico e Social (PDES) 2016-2020, inicia-se uma Revolução Democrática e Cultural no país.

> A partir do ano 2006, a Revolução Democrática e Cultural se norteia a construir um Estado plurinacional e comunitário por meio de um processo de mudança que viabiliza as expectativas e necessidades compartilhadas do povo boliviano, que incluem uma profunda transformação das estruturas coloniais e republicanas econômicas, sociais e

> políticas do país. Deste modo, Bolívia retoma sua soberania e dignidade, onde todas as bolivianas e todos os bolivianos tenham o orgulho de ter nascido na Bolívia (BOLÍVIA, [2015?], p. 7, tradução nossa).

O documento afirma ainda que no primeiro período da revolução (gestão: 2006 a 2009) se iniciou um processo de transformação das estruturas institucionais do Estado e da sociedade boliviana, culminando na refundação do país e no nascimento do novo Estado Plurinacional. O segundo período da revolução (gestão: 2010 a 2013), conforme o PDES, se caracterizou pelo empenho de se construir um novo Estado Plurinacional no sentido de se pensar um horizonte para o povo boliviano "Viver Bem", construindo seu próprio espaço histórico e civilizatório. Nesse período, se consolidou uma nova constituição política do Estado, avançando em ações práticas e concretas para realização do "Viver Bem", no marco de reconhecimento de um país plural nos aspectos econômico, social, político, cultural e jurídico, a partir da base de um novo modelo econômico, social, produtivo e comunitário.

> [...] neste período se constitui um Estado forte, que dirige e planifica suas políticas sociais e econômicas, que exerce a direção e o controle dos setores estratégicos, e participa diretamente na economia e geração de riqueza, para sua distribuição e redistribuição (BOLÍVIA, [2015?], p. 8, tradução nossa).

No atual terceiro período (gestão: 2014 a 2017), o PDES afirma que o governo está orientado a consolidar a Revolução Democrática Cultural e o Estado Plurinacional por meio do fortalecimento de um Estado integral e do "Viver Bem", em que existe articulação e correspondência entre o povo boliviano e os diferentes níveis de governo, em que todos compõem o Estado, em que há uma forte liderança das organizações sociais e se fortifica a plurinacionalidade, autonomia democrática e soberania econômica.

> Neste contexto, continuará fortalecendo a construção de um ser humano integral, se consolidará o modelo econômico, social, comunitário e produtivo, o acesso universal de todas e todos os bolivianos aos serviços básicos fundamentais, o lançamento de um novo modelo ambiental baseado na relação mutualmente benéfica entre o ambiente de vida da natureza e os seres humanos, na convergência e complementaridade virtuosa que deve existir entre os direitos da Mãe Terra e o direito ao desenvolvimento integral de nossos povos e nações no âmbito do Viver Bem (BOLÍVIA, [2015?], p. 8, tradução nossa).

Concordamos com Ayerbe (2011) que, no governo de Evo Morales, a Bolívia apresenta um cenário consolidado de estabilidade institucional em que se criaram condições estruturais viabilizadoras para o modelo proposto de desenvolvimento, *Estado Unitário Social de Direito Plurinacional Comunitário*, que expressa jurídica e politicamente as relações sociais do *Capitalismo Andino-Amazônico*.

O autor acrescenta ainda que recai nas lideranças do processo de transformação o peso da responsabilidade sobre os resultados que, diferente de contextos anteriores, desencoraja processos de reação desestabilizadora, gerando perda de confiança da população nas autoridades, déficits de gestão, divisões na base de apoio do governo, descontentamento social. Assim, com enfraquecimento consequente, lacunas poderão ser abertas para investidas de conservadores contra a falência do Estado, da ordem e do império da lei.

A partir desse contexto nacional boliviano foi desencadeado um processo de reforma educativa no país – defendendo uma concepção pós-colonial de currículo. Para tanto, o sistema educacional boliviano foi organizado a partir da Lei da Educação n.º 070 (Lei "Avelino Siñani – Elizardo Pérez"), de 20 de dezembro de 2010. A lei assume que a educação se sustenta na sociedade, por meio da participação plena dos bolivianos no sistema educativo plurinacional, respeitando suas diversas expressões sociais e culturais nas suas diferentes formas de organização, bem como encontra-se alinhada, em suas bases, com o processo de consolidação da Revolução Democrática e Cultural de Evo Morales.

> [A educação] é descolonizadora, liberadora, revolucionaria, anti-imperialista, despatriarcalizadora e transformadora das estruturas econômicas e sociais; orientada para reafirmação cultural das nações e povos indígenas originários campesinos, as comunidades interculturais e afro-bolivianas na construção do Estado Plurinacional e o Viver Bem (BOLÍVIA, 2010, p. 4, tradução nossa).

O *currículo base plurinacional* boliviano foi desenhado, aprovado e implementado pelo Ministério de Educação (MEC) com a participação dos diversos atores educativos. Cabendo ainda ao Ministério apoiar a planificação dos *currículos regionalizados*, em coordenação com as nações e povos indígenas originários campesinos, preservando uma harmonia e complementaridade com o currículo base plurinacional. Tais *currículos regionalizados* são de competência do Estado (via MEC) e das entidades territoriais autônomas (BOLÍVIA, 2010).

O *currículo base plurinacional* estabelece os princípios e os objetivos da organização curricular que emergem das necessidades da vida e da aprendizagem das pessoas e da coletividade. O *currículo regional* apresenta as características do contexto sociocultural e linguístico das nações e povos indígenas originários no qual desenvolve processos educativos produtivos comunitários de acordo com suas vocações produtivas (BOLÍVIA, 2010).

Destacamos que currículo boliviano tem sido planificado/implementado a partir do Programa de Formação Complementar de Professores (*maestras/maestros*) em Exercício (Profocom), que envolve Escolas Superiores de Formação de Professores, Unidades Acadêmicas e Universidade Pedagógica. Conforme aponta Gregoriu (2014), ao fazer referência às ações da Sociedade Boliviana de Educação Matemática (Soboedma), diz que nos últimos anos a Soboedma não tem promovido encontros, pois os professores estão centrando seu tempo e atenção no processo formativo obrigatório pelo governo por conta da nova Lei de educação – o Profocom.

Assim, pressupomos que tal ação mobiliza a totalidade de professores bolivianos no processo de construção curricular da "Grande Revolução Educativa", conforme aponta Gregoriu (2014).

Assim, a reforma educacional boliviana mobiliza ações no processo de construção curricular que envolve os diversos atores envolvidos no processo educativo, propondo um sistema educacional *Intracultural*, *Intercultural* e *Plurilíngue*; promovendo uma educação que contribua com a descolonização do povo boliviano, bem como o desenvolvimento social e econômico do Estado Plurinacional da Bolívia (GONÇALVES; URQUIZA, 2017).

Nesse sentido, o currículo boliviano revela um compromisso com a educação centrada em aspectos antropológicos que toma o conhecimento como histórico e socialmente posicionado a partir da diversidade cultural, valorizando, assim, saberes providos de povos originários. Para tanto, consubstancia tal construção curricular em perspectivas teóricas de autores pós-coloniais. Problematizando, a partir de aspectos culturais e identitários, a colonização do povo boliviano em uma busca de pensamento descolonizado (GONÇALVES; URQUIZA, 2017).

A reforma educacional mexicana, iniciada em 2014 (administração federal 2013-2018), foi pautada nos seguintes objetivos (MÉXICO, [2015?]): (i) responder a uma demanda social para fortalecer a educação pública, laica e gratuita; (ii) garantir maior equidade no acesso a uma educação de qualidade; (iii) fortalecer as capacidades de gestão escolar; (iv) estabelecer um serviço profissional docente com regras que respeitem os direitos trabalhistas dos professores; (v) propiciar novas oportunidades para o desenvolvimento profissional de docentes e gestores; (vi) fundamentar as bases para que os elementos do Sistema Educacional sejam avaliados de maneira imparcial, objetiva e transparente.

Conforme o Resumo Executivo da reforma educacional mexicana (MÉXICO, [2015?]), tal reforma fornece ao Sistema Educativo Nacional os elementos que promovem sua melhoria e fortalecem a equidade. Fomenta a obrigação do Estado de garantir a qualidade do ensino público obrigatório; a criação de um serviço de ensino profissional; o estabelecimento do Sistema Nacional de Avaliação Educacional (pautada em avaliações transparentes, objetivas e justas) e a constituição do *Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación* (INEE, em português: Instituto Nacional para Avaliação da Educação). A reforma fornece diretrizes para a promulgação da Lei Geral do Serviço de Ensino Profissional e da Lei do INEE e reformas da Lei Geral de Educação e da Lei de Coordenação Fiscal.

Segundo o governo, a reforma fortalecerá o programa da escola de tempo integral e aumentará a autonomia de gestão escolar; viabilizará ainda a constituição do Serviço de Assistência Técnica às Escolas (SATE) e do Sistema de Informação e Gestão Escolar (SIGE); fortalecerá um sistema de formação continuada e desenvolvimento profissional; além de promover a participação dos familiares na escola.

Em contraponto à supra descrição da reforma (ótica governamental), López Aguilar (2013) afirma que a reforma educacional atual é o ponto culminante de uma série de reformas educacionais neoliberais que tiveram sérias consequências do empobrecimento e exclusão entre crianças e jovens mexicanos, cancelando a possibilidade de um futuro melhor, uma vez que os direitos dos trabalhadores à educação foram paulatinamente perdidos.

A autora acrescenta ainda que a história da luta dos professores é muito ampla, por dignificar seu trabalho e por defender a educação pública, criando novas formas de educação alternativa, que buscam ser interrompidas pela vertente neoliberal. Este é o momento de grandes definições: permitir que a educação seja um instrumento de submissão e exploração que beneficie o grande capital ou que seja um instrumento de libertação para um mundo melhor. Nesse sentido é que pretendemos compreender os diversos posicionamentos e tensões existentes no contexto da reforma educacional mexicana.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

Referências

AUSTIN, John Langshaw. **Sentido e Percepção**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

AYERBE, Luis Fernando. Crise de hegemonia e emergência de novos atores na Bolívia: o governo de Evo Morales. **Lua Nova**, São Paulo, n. 83, p. 179-216, 2011.

AZANHA, José Mário Pires. Parâmetros curriculares nacionais e autonomia da escola. **International studies on law and education**, v. 3, s/n, p. 23-32, 2001.

BENHABIB, Seyla. Models of public space: Hannah Arendt, the liberal tradition, and Jürgen Habermas. In: Craig Calhoun. (Ed.). **Habermas and the public sphere**. MIT Press, 1996.

BETTINE, Marco. Um olhar sobre a construção do conceito de ação comunicativa na "Teoria da Ação Comunicativa". **Sociologias**, Porto Alegre, v. 19, n. 44, p. 334-359, jan. 2017.

BOLÍVIA. **Lei de Educação n.º 070**: Lei "Avelino Siñani – Elizardo Pérez". La Paz: Estado Pluninacional de Bolívia, 2010. Disponível em: <https://goo.gl/6QKJQs>. Acesso em: 12 mar. 2017.

BOLÍVIA. **Plan de desarrollo económico y social 2016-2020**: en el marco del desarrollo integral para vivir bien. La Paz: Estado Plurinacional de Bolívia, [2015?]. Disponível em: <www.planificacion.gob.bo/pdes>. Acesso em: 12 mar. 2017.

DEVECHI, Catia Piccolo Viero; TAUCHEN, Gionara; TREVISAN, Amarildo Luiz. A figura do outro na educação comparada: uma perspectiva de aprendizagem comunicativa. **Rev. Bras. Educ.**, Rio de Janeiro , v. 23, 2018.

FRASER, Nancy. Rethinking the public sphere: a contribution to the critiqueof actually existing democracy. In: Craig Calhoun (Ed). **Habermas and the public sphere.** MIT Press, 1996.

GONÇALVES, Harryson Júnio Lessa. **Experiência em educação comparada**: contribuições para estudos curriculares em educação matemática. Porto Alegre: Editora Fi, 2020.

GONÇALVES, Harryson Júnio Lessa; URQUIZA, Antônio Hilário Aguilera. Currículos intra/intercultural na Bolívia: a matemática e a perspectiva pós-colonial. **Cadernos de pesquisa**. v. 23, p. 41-58, 2017.

GOODSON, Ivor. **Currículo:** teoria e história. Petrópolis: Vozes, 1995.

GOODSON, Ivor. **O currículo em mudança:** estudos na construção social do currículo. Porto: Porto Editora, 2001.

GREGORIU, Begoña. Soboedma: sociedad boliviana de educación matemática. **Unión**, n. 40, p. 25-31, 2014.

HABERMAS, J Jürgen. **A ética da discussão e a questão da verdade**. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

HABERMAS, Jürgen. **Mudança estrutural da esfera pública**. São Paulo: Editora Unesp, 2014.

HABERMAS, Jürgen. Notas programáticas para a fundamentação de uma ética do discurso. In: __________ (org). **Consciência Moral e Agir Comunicativo**. Rio de Janeiro: Tempo brasileiro, 1989. p.61-141.

HABERMAS, Jürgen. **Técnica e ciência como "ideologia".** Lisboa: Edições 70, 2006.

HABERMAS, Jürgen. **Teoria do agir comunicativo I:** racionalidade da ação e racionalização social. Tradução de Paulo Astor Soethe. São Paulo: Uwfmartinsfontes, 2012a.

HABERMAS, Jürgen. **Teoria do agir comunicativo II:** sobre a crítica da razão funcionalista. Tradução de Flávio Beno Siebeneichler. São Paulo: Uwfmartinsfontes, 2012b.

KANDEL, Isaac. **Comparative education.** Boston: Houghton Miffin, 1933.

KAZAMIAS, Andreas. Homens esquecidos, temas esquecidos: os temas histórico-filosófico-culturais e liberais humanistas em educação comparada. In: KAZAMIAS, A. M.; COWEN, R.; ULTERHALTER, E. (Org.). **Educação comparada**: panorama internacional e perspectivas. Brasília: Unesco/Capes, 2012. v. 1, p. 55-79.

LÓPEZ AGUILAR, Martha de Jesús. Una reforma "educativa" contra los maestros y el derecho a la educación. **El Cotidiano**, n. 179, mai-jun, pp. 55-76, 2013.

LOSEKANN, Cristiana. A esfera pública habermasiana, seus principais críticos e as possibilidades do uso deste conceito no contexto brasileiro. **Pensamento Plural**. Pelotas, n. 4, janeiro/junho, 2009.

MENDONCA, Ricardo Fabrino. Antes de Habermas, para além de Habermas: uma abordagem pragmatista da democracia deliberativa. **Sociedade e Estado**, Brasília, v. 31, n. 3, p. 741-768, 2016. MEURER, Sidmar dos Santos. **Definições curriculares em tempos de reformas educacionais**: palavras-chave de uma história da escola primária no Paraná (1901-1930) (Tese de Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

MÉXICO. **Reforma educativa**: resumen ejecutivo. Ciudad del Mexico: Gobierno de la República, [2015?].

NOAH, Harold; ECKSTEIN, Max. **Toward a Science of Comparative Educat**ion. London: Macmillan Co., 1969.

PACHECO, José Augusto. **Educação, Formação e Conhecimento**. Porto Editora, 2014.

PERALTA, Deise Aparecida. **Formação continuada de professores de matemática em contexto de reforma curricular**: contribuições da teoria da ação comunicativa. 208 f. Tese (Tese de Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2012.

PERALTA, Deise Aparecida. **Habermas e as professoras e professores de matemática**: vislumbrando oásis. 01. ed. Curitiba: Appris, 2019.

TEIXEIRA, Maurozan Soares. Ética do Discurso em Jurgen Habermas: a importância da linguagem para um Agir Comunicativo. **Revista Opinião Filosófica**, Porto Alegre, 07(02): 302-315, 2016.

Gênero, Sexualidade e Formação Inicial de Professores de Matemática: um estudo comparativo entre Brasil e Chile

Gender, Sexuality and Initial Education of Mathematics Teachers: a comparative study between Brazil and Chile

Flavio Augusto Leite Taveira
Universidade Estadual Paulista (Unesp)
flavio.taveira@unesp.br

Deise Aparecida Peralta
Universidade Estadual Paulista (Unesp)
deise.peralta@unesp.br

Resumo
Os estudos comparativos podem ser percebidos como episteme na busca de compreensão da forma como os sistemas educacionais se desenvolvem, configurando-se como perspectiva conceitual e metodológica para abordar a formação inicial de professores via análise dos discursos que os envolvem. Nesse sentido, este estudo comparativo tem como objetivo geral discutir sobre currículo de formação de inicial de professores de matemática e o provimento de formação para as questões e relações de gênero e sexualidade de países latino-americanos que passaram por reformas curriculares nas últimas três décadas (Brasil e Chile), tomando como referencial as teorizações de Nancy Fraser sobre Reconhecimento, Redistribuição e Representação. A constituição dos dados envolve análises bibliográficas, análises documentais, entrevistas, e em sendo possível, visitas *in loco*. Como resultados iniciais temos os principais movimentos de reformas na formação inicial de professores no Brasil de acordo com o período histórico destas reformas, a saber, entre 1990 e 2021.

Palavras-chave: Currículo, Educação Matemática, Educação Comparada, Nancy Fraser.

Abstract
Comparative studies can be perceived as an episteme of search for understanding the way educational systems develop, configuring themselves as a conceptual and methodological perspective to address the initial training of teachers via analysis of the discourses that involve them. In this sense, this comparative study has as general objective to discuss about the curriculum for the initial training of mathematics teachers and the provision of training for the issues and relations of gender and sexuality in Latin American countries that have undergone curricular reforms in the last three decades (Brazil and Chile), taking as reference Nancy Fraser's theories on Recognition, Redistribution and Representation. The constitution of the data involves bibliographic analysis, documental analysis, interviews, and if possible, on-site visits. As initial results, we have the main reform movements in initial teacher education in Brazil according to the historical period of these reforms, namely, between 1990 and 2021.

Keywords: Curriculum, Mathematics Education, Comparative Education, Nancy Fraser.

Introdução

A pretensão aqui é apresentar uma pesquisa em desenvolvimento que analisa a ética discursiva expressa em reformas curriculares para a formação inicial de professores de

Matemática, considerando as questões e relações de gênero e sexualidade. Para tanto, as discussões, além de priorizar pela identificação da racionalidade expressa em documentos curriculares, também procuram discutir o processo de formação inicial em três dimensões: a capital, a cultural e a política. Para tal discussão, nos valemos da formulação de Fraser (2002; 2006; 2009; 2013) e sua teoria de justiça social, uma vez que compreendemos a necessidade formativa de professores de Matemática para as questões de gênero e sexualidade como forma de combate às injustiças que sofreram, sofrem e têm sofrido as pessoas marginalizadas pelo androcentrismo, principalmente, a comunidade LGBT[1].

Neste texto, em termos de organização, inicialmente apresentamos uma discussão que atrela questões de gênero e sexualidade à Educação Matemática, seguida de algumas justificativas que embasam necessidades formativas de professores de Matemática. Na sequência, apresentamos brevemente a trajetória de Nancy Fraser, filósofa tomada como referencial, especialmente, sua teoria de justiça que vem sendo (r)elaborada no decorrer dos últimos anos. Ademais, seguimos com as considerações metodológicas e os primeiros resultados da investigação.

Educação Matemática e questões de Gênero e Sexualidade

As lutas de grupos sociais marginalizados têm ganhando forças no cenário atual, principalmente no brasileiro, a partir das investidas neoliberais e conservadoras do atual governo federal.

Os mais diversos setores, de uma forma ou outra, tem debatido a necessidade de espaços que abarquem a diversidade de culturas e pessoas. E a Educação Matemática não foge a isso, assim como sinalizam Fernandes e Garnica (2021, p. 15) ao afirmarem a

inevitabilidade de “um novo contexto político que se aproxima da Educação Matemática”.

Frente a essa demanda, a comunidade da Educação Matemática tem sido chamada a refletir e atuar em favor das daquelas, cujos corpos e identidades, historicamente e intencionalmente, são silenciadas e/ou apagadas por não se enquadrarem “em normas” impostas. A título de ilustração, Gonçalves (2020) reúne uma coletânea de textos que

[1] A sigla utilizada para designar a comunidade de lésbicas, gays, bissexuais, trans e travestis, dentre outras formas de expressão da sexualidade e da identidade de gênero, está de acordo com a sigla utilizada pela Grupo Gay da Bahia, em seus relatórios anuais.

discutem e conclamam a urgência de uma pauta sobre questões gênero e sexualidade pelas (os) educadoras(es) matemáticas(os).

Em consonância com as(os) autoras(es) da referida coletânea esta pesquisa reclama espaço de discussão sobre gênero e sexualidade na Educação Matemática, relacionando-o à formação inicial de professores de Matemática no Brasil e no Chile, pautada em um viés da filosofia política.

Formação inicial de professores de Matemática para as relações de Gênero e Sexualidade

Os fundamentos que orientam a nação brasileira estão definidos no artigo 1º da Constituição Federal que trata dos princípios fundamentais da cidadania e da dignidade da pessoa humana, do pluralismo político, dos valores sociais do trabalho e da livre iniciativa. Nessas bases, assentam-se os objetivos nacionais e, por consequência, o projeto educacional brasileiro: construir uma sociedade livre, justa e solidária; garantir o desenvolvimento nacional; erradicar a pobreza e a marginalização e reduzir as desigualdades sociais e regionais; promover o bem de todos sem preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade e quaisquer outras formas de preconceito e/ou discriminação.

Historicamente no Brasil, a Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão (SECADI), extinta pelas conservadoras políticas do governo Jair Bolsonaro, já desenvolveu uma Política Nacional de atendimento à diversidade humana em articulação com os sistemas públicos de ensino. Nesse sentido, ampliou os debates sobre áreas definidas pela Lei 9.394/1996 – LDB (BRASIL, 1996) e elaborou diretrizes nacionais a fim de que o princípio e a valorização da diversidade se fizesse presente nos projetos político-pedagógicos das escolas. A extinção da supracitada secretaria, que compunha o Ministério da Educação, reforça ainda mais a necessidade de formação de professores para as questões de Gênero e Sexualidade. O silenciamento que políticas conservadoras, na maioria das vezes com caráter neoliberal, tentam impor nas políticas educacionais nacionais corrobora, sobremaneira, para o caótico de disseminação e legitimação de discursos que empregam práticas de preconceito, intolerância e, na maioria das vezes, violência com a diversidade de ser, estar e atuar na sociedade.

Diversos autores (MONTEIRO; RIBEIRO, 2020; EVANGELISTA; GONÇALVES, 2020; SILVA, 2020) têm se posicionado frente ao apagamento e ao silenciamento presentes na Base Nacional Comum Curricular – documento que balizou a proposta da BNC-Formação – quando a pauta em questão diz respeito à formação relativa às questões que envolvem discussões, políticas e práticas sobre gênero e sexualidade. Atuar em contextos que requerem valorização e respeito à(s) diversidade(s) e diferenças, mobilizando debates, reflexões e problematizações se torna então uma necessidade formativa de professores de todas as disciplinas escolares, incluindo a Matemática.

Pessoas que atuam no exercício da profissão de ensinar Matemática na Educação Básica têm sido chamadas à responsabilidade da discussão destas temáticas, principalmente, frente ao cenário desigual e violento que é a sociedade brasileira e aos esforços jurídicos de combate aos crimes e à violência contra a comunidade LGBT. É nesse cenário que esta investigação defende a necessidade formativa de professores de Matemática para as questões de Gênero e Sexualidade como uma exigência da sociedade atual, podendo até se configurar como um problema de justiça social, haja visto, por exemplo, o teor dos relatórios produzidos pelo Grupo Gay da Bahia, importante organização que monitora, a mais de dez anos, as mortes por violência contra a comunidade LGBT no Brasil. (GGB, 2017; 2018; 2019).

O Referencial Teórico: a Teoria de Justiça Social em Nancy Fraser

Nancy Fraser, nascida em Baltimore (EUA) em 20 de maio de 1947, é uma filósofa estadunidense que tem a tradição de seu pensamento ligada à Teoria Crítica da Sociedade, corrente filosófica que teve seus primeiros pensadores – todos homens – ligados a constituição do Instituto para Pesquisa Social da Universidade de Frankfurt (ou, como é comumente reconhecida – a Escola de Frankfurt).

Tendo defendido sua tese de doutorado sobre a filosofia do conhecimento na City *University of New York* em 1980, Fraser é hoje professora titular da cátedra Henry A. and Louise Loeb de ciências políticas e sociais da *New School for Social Research*, Nova York. Expoente do feminismo, tema pelo qual a autora tem se dedicado desde o início de sua carreira e pelo qual milita politicamente, a filosofa publicou diversos trabalhos de impacto na área de filosofia, principalmente as vertentes política e social.

Desde seu doutoramento, até meados da década de noventa, o trabalho de Fraser deu particular ênfase aos problemas dos conflitos políticos e discursivos na definição das necessidades sociais, mobilizando pensadores como Hannah Arendt, Michel Foucalt, Antonio Gramsci, Jürgen Habermas, dentre outros.

A partir de 1995, Fraser envolveu-se nos debates sobre teoria de justiça e teoria do reconhecimento, o que agregou prestígio à sua carreira acadêmica. Foi nessa fase que travou duros embates com Axel Honneth - diretor do Instituto de Pesquisa Social e tido como "herdeiro oficial" da Escola de Frankfurt – em torno da categoria de reconhecimento, algo que rendeu diversas publicações, dentre elas: *Redistribution or Recognition? A political philosophical Exchange* [Redistribuição ou reconhecimento? Um debate filosófico político], lançado em 2003 e traduzido para quase uma dezena de idiomas.

Podemos dizer que uma nova fase do pensamento filosófico de Fraser foi inaugurada por volta de 2013, com a publicação de *Fortunes of Feminism: From State-Managed Capitalism to Neoliberal Crisis* [Fortunas do feminismo: do capitalismo gerenciado pelo Estado à crise neoliberal] e de diversas outras publicações que discutem a história, a prática e as perspectivas da política feminista.

Após ter resolvido algumas questões da teoria crítica – pensamento filosófico que lhe deu base – que considerava desconfortáveis, a filósofa passou a investir sobre o problema da dominação feminina, oferecendo crítica abrasiva não só ao machismo, mas também às alianças e descaminhos das lutas das mulheres no contexto, também, de emergência do neoliberalismo.

Assim, tomaremos as formulações teóricas de Fraser, a saber, as categorias de Redistribuição, Reconhecimento e Representação (FRASER, 2002; 2006; 2009) como ótica para refletir sobre as questões de justiça social em Educação Matemática, mais especificamente na formação inicial de professores de Matemática para as relações de gênero e sexualidade. Nesse sentido, entendemos que cada uma das categorias propostas por Fraser compreende uma dimensão na formação de professores de Matemática e buscamos utilizar estas dimensões como *lócus* para discussão dos resultados da investigação.

Metodologia

Inicialmente, vale ressaltar que a presente investigação pode ser compreendida no seio das investigações de linha qualitativa. Sendo assim, o procedimento metodológico foi delineado em uma estrutura que, combinando a proposta de Moraes e Pacheco (2004) e Pilz (2012) - tendo este último também descrito um compilado de vários autores para a pesquisa comparativa em educação.

1) Análises bibliográficas: contextualização de aspectos pedagógicos e educacionais – considerando seus condicionantes históricos, econômicos e sociais – das nações investigadas. Para tanto, por meio de Revisão Sistemática de Literatura (GALVÃO; PEREIRA, 2014): análises de artigos (Portal de Periódicos da Capes), dissertações e teses (Banco de Teses da Capes) sobre os estudos em educação comparada referentes aos países investigados – com ênfase na formação inicial de professores de Matemática para o exercício no Ensino Secundário.
2) Análises documentais das legislações e documentos curriculares que concretizam as reformas educacionais dos países investigados, buscando descrever as características da reforma inerentes as diretrizes de formação inicial de professores de Matemática. Para tanto, metodologicamente, a pesquisa assenta-se na análise documental qualitativa (CELLARD, 2008), adotando uma perspectiva descritiva e interpretativa da racionalidade subjacente ao discurso oficial dos currículos escritos (GOODSON, 1995; 1997; 2001) e diretrizes expressas em documentos curriculares relacionadas à implantação das reformas na formação inicial de professores de Matemática nos dois países.
3) Entrevistas, inicialmente previstas do tipo não estruturadas e/ou abertas, com profissionais de educação dos países investigados, para compreensão dos resultados produzidos nas fases anteriores. Para tanto, está prevista uma visita técnica no país investigado – caso não seja possível, as entrevistas serão feitas por videoconferência. Em tal etapa, serão selecionados, ao menos, três profissionais de educação do país investigado, sendo eles: um docente de Matemática que atue na Educação Básica, um/a coordenador/a ou diretor/a escolar e um professor/a universitário/a (pesquisador/a na temática de reformas

curriculares na formação inicial e/ou de professores). Vale ressaltar que os critérios para seleção dos sujeitos que participarão da investigação será a disposição do profissional em participar da pesquisa e estar em exercício durante o período de alguma reforma curricular.

Vale salientar que a investigação se ancora nas reformas curriculares para a formação inicial de professores de Matemática nos países investigados e, para o recorte temporal, adota-se o reconhecimento que na década de 1990 os movimentos de reforma na educação se tornam constantes e cada vez mais expressivos em termos de uma agenda neoliberal e consonantes à agenda internacional em toda América Latina. Portanto, as análises bibliográfica e documental recairão sobre materiais que datam do período entre 1990 e 2021.

Resultados Preliminares

Quanto aos primeiros resultados desta investigação, que emprega como metodologia uma proposta que se assenta em referenciais de investigações em Educação Comparada, apresentamos como resultados iniciais uma reconstrução temporal das propostas de diretrizes curriculares para formação inicial de professores de Matemática.

Assim, apresentamos os seguintes documentos curriculares que são considerados resultados iniciais desta investigação: 1) Resolução n. 1, de 18 de fevereiro de 2002, que Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena (BRASIL, 2002); 2) Resolução n. 2, de 1 de julho de 2015, que Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada (BRASIL, 2015) e, por fim; a 3) Resolução n. 2, de 20 de dezembro de 2019, que Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) (BRASIL, 2019).

Nesse sentido, intentamos analisar dados como o anteriormente descrito, discutindo as consequências da análise tomando as categoriais de (i) redistribuição, que preconiza a dimensão capital, (i) reconhecimento, preconizando a dimensão cultural e a (iii) representação, preconizando a dimensão política (FRASER, 2002; 2006; 2009; 2013).

Considerações Finais

A título de considerações finais, reconhecemos os desafios que se fazem frente ao desenvolvimento desta investigação, que se desenvolve em perspectiva comparada. Contudo, frente à realidade que (con)vivemos e, como dito anteriormente, o conjunto de pessoas que atuam no campo da Educação Matemática não pode mais se furtar ao debate sobre questões de diversidade cultural, especialmente questões de gênero e sexualidade.

Como já apontado em investigações anteriores, há uma ausência de investigações em Educação Comparada que considerem o advento da globalização em suas análises. Neste sentido, o referencial de Fraser, que é constituído tendo como preocupação inicial pensar questões de justiça social em tempo de globalização (FRASER, 2002).

Referências

BATISTA GUSE, H.; SILVEIRA WAISE, T.; ESQUINCALHA, A. da C. O que pensam licenciandos(as) em matemática sobre sua formação para lidar com a diversidade sexual e de gênero em sala de aula? **Revista Baiana de Educação Matemática**, Juazeiro, v. 1, e202012, 2020.

BRASIL. **Constituição**. Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, 1988.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução n. º 1, de 18 de fevereiro de 2002**. *Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena.* Brasília: Diário Oficial da República Federativa do Brasil. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução n. º 2, de 1º de julho de 2015**. *Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada*. Brasília: Diário Oficial da República Federativa do Brasil. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução nº 2, de 20 de dezembro de 2019**. *Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação)*. Brasília: Diário Oficial da República Federativa do Brasil. 2019.

CELLARD, André. A análise documental. In: POUPART, J. **A pesquisa qualitativa**: enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 295-316.

EVANGELISTA, A. P.; GONÇALVES, R. M. Gênero e diversidade sexual na base nacional comum curricular: descritores ausentes que tornam abjetos os corpos transgressores da norma. **Revista Exitus**, Santarém, v. 10, n. 1, p. e020065, 2020. Disponível em:

http://www.ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistaexitus/article/view/123. Acesso em: 14 mai. 2021.

FERNANDES, F. S.; GARNICA, A. V. M. Metodologia de Pesquisa em Educação Matemática: éticas e políticas na inserção de novos sujeitos, cenários e conhecimentos. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 14, n. 34, p. 1-16, 5 abr. 2021.

FIGUEIRÓ, M. N. F. **A formação de educadores sexuais**: possibilidades e limites. 2001. 316 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Filosofia e Ciências, 2001. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/190864. Acesso em: 30 jun. 2021.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. de. (Orgs.). **Mapeamento da Pesquisa Acadêmica Brasileira sobre o professor que ensina Matemática**. Campinas: FE/Unicamp, 2016.

FRASER, N. A justiça social na globalização: redistribuição, reconhecimento e participação. **Revista Crítica de Ciências Sociais**, Coimbra, n. 63, p. 7-20, 2002.

FRASER, N. Da redistribuição ao reconhecimento? Dilemas da justiça numa era "pós-socialista". **Cadernos de Campo**, São Paulo, n. 14/15, p. 231-239, 2006.

FRASER, N. Justiça Anormal. **R. Fac. Dir. Univ. São Paulo**, São Paulo, v. 108, p. 739-768, 2013.

FRASER, N. Reenquadrando a justiça em um mundo globalizado. **Lua Nova**, São Paulo, n. 77, p. 11-39, 2009.

GALVÃO, T. F.; PEREIRA, M. G. Revisões sistemáticas da literatura: passos para sua elaboração. **Epidemiol. Serv. Saúde**, Brasília, v. 23, n. 1, p. 183-184, 2014.

GONÇALVES, H. J. L. (Org.). **Educação Matemática e Diversidade(s)**. Porto Alegre: Editora Fi, 2020.

GOODSON, I. **A construção social do currículo**. Lisboa: Educa, 1997.

GOODSON, I. **Currículo**: teoria e história. Petrópolis: Vozes, 1995.

GOODSON, I. **O currículo em mudança**: estudos na construção social do currículo. Porto: Porto Editora, 2001.

GRUPO GAY DA BAHIA (GGB). **Pessoas LGBT morta no Brasil: relatório 2017**. 2017. Disponível em: <https://grupogaydabahia.files.wordpress.com/2020/03/relatorio-2017.pdf>. Acesso em: 03 mai. 2021.

GRUPO GAY DA BAHIA (GGB). **População LGBT morta no Brasil: relatório 2018**. 2018. Disponível em: <https://grupogaydabahia.files.wordpress.com/2020/03/relatorio-2018.pdf>. Acesso em: 03 mai. 2021.

GRUPO GAY DA BAHIA (GGB). **Mortes violentas de LGBT+ no Brasil - 2019**. 2019. Disponível em: <https://grupogaydabahia.files.wordpress.com/2020/04/relatc3b3rio-ggb-mortes-violentas-de-lgbt-2019-1.doc>. Acesso em: 03 mai. 2021.MONTEIRO, S. A. de S.;

RIBEIRO, P. R. M. Sexualidade e Gênero na atual BNCC: possibilidades e limites. **Pesquisa e Ensino**, Barreiras, v. 1, e202011, 2020. Disponível em: <https://revistas.ufob.edu.br/index.php/pqe/article/view/626>. Acesso em: 30 jun. 2021.

MORAES, M. C.; PACHECO, J. A. Metodologia comparada. Algumas aproximações. In: MORAES, M. C.; PACHECO, J. A.; EVANGELISTA, M. O. (org.). **Formação de professores**: Perspectivas educacionais e curriculares. Porto: Porto Editora, 2004. p. 11-25.

PILZ, M. International comparative research into vocational training: methods and approaches. In: PILZ, M. (Ed.). **The future of vocational education and training in a changing world,** pp. 561-588. Springer, 2012.

SILVA, E. L. dos S. Pânico moral e as questões de gênero e sexualidade na BNCC. **História, histórias**, Brasília, v. 8, n. 16, p. 143–169, 2020. DOI: 10.26512/rhh.v8i16.31928. Disponível em: https://periodicos.unb.br/index.php/hh/article/view/31928. Acesso em: 14 maio. 2021.

SILVA, F. C. T.; FERNANDES; C. C. M. Estudos de documentos curriculares prescritos: (de)compondo uma metodologia de investigação. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 35, n. 78, p. 225-241, 2019.

SILVA, M. A.; MIARKA, R. Geni, a Pesquisa em [E]educação [M]matemática e o Zepelim. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 10, n. 24, 30 dez. 2017.

TAVEIRA, F. A. L.; PERALTA, D. A. Analysis of Mathematics curriculum documents inspired by the discursive ethics of Jürgen Habermas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 512-537, 2020. Disponível em: https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p512-537. Acesso em 30 jun. 2021.

Paulo Freire e a Educação Matemática: incidências e implicações

Paulo Freire and Mathematics Education: incidences and implications

Lucas Martini
Universidade Federal do Paraná
lucasmartini@ufpr.br

Elenilton Vieira Godoy
Universidade Federal do Paraná
elenilton@ufpr.br

Resumo
Esta pesquisa acontece em dois momentos principais, inicialmente engloba um mapeamentos das Teses e Dissertações da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e do Catálogo de Teses e Dissertações CAPES (CTD CAPES) que envolvem o ensino de matemática, o campo curricular e Paulo Freire, a partir de 379 Teses e Dissertações, e em um segundo momento tece considerações utilizando a análise de discurso de Orlandi (2012) e dialogando estas considerações com a obra mais fortemente utilizada pelas pesquisas abrangidas no mapeamento, a obra de Freire (2002). Com o objetivo de analisar a influência e incidência de Paulo Freire nas pesquisas envolvidas na primeira etapa. Neste sentido, apresentamos a seguinte questão de direcionamento: Quais os sentidos levantados a partir das pesquisas das teses e dissertações do BDTD e CTD CAPES que envolvem Paulo Freire no Ensino de Matemática? Considerando as teorizações de Freire como centrais para o estabelecimento de uma Teoria Crítica de currículo, pautada em Silva (2016). Dentre as considerações realizadas, destacamos que, apesar da decrescente utilização de Freire nas pesquisas envolvidas a partir de 2018, as pesquisas abrangidas pelo mapeamento, assim como as sistematizações teóricas, convergem para a importância da utilização das perspectivas de Freire nas diversas pesquisas, principalmente quando estas se sensibilizam com uma educação mais justa, igualitária e de qualidade referenciada.

Palavras-chave: Formação crítica. Emancipação. Teorias Críticas do Currículo. Formação democrática. Educação Matemática.

Abstract
This research takes place in two main moments, initially encompassing a mapping of the Theses and Dissertations of the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD) and the CAPES Theses and Dissertations Catalog (CTD CAPES) that involve the teaching of mathematics, the curricular field and Paulo Freire and, in a second moment, make considerations using the discourse analysis of Orlandi (2012) and dialoguing these considerations with the work most heavily used by the researches covered in the mapping, the work of Freire (2002). In order to analyze the influence and incidence of Paulo Freire in the research involved in the first stage. In this sense, we present the main question: What are the meanings raised from the research of theses and dissertations of the BDTD and CTD CAPES that involve Paulo Freire in the Teaching of Mathematics? Considering the Freire theories as central to the establishment of a Critical Theory of curriculum, based on Silva (2016). Among the considerations made, we highlight that, despite the decreasing use of Freire in the research involved from 2018 onwards, the research involved in the mapping, as well as the theoretical systematizations, converge to the importance of using Freire's perspectives in the manifold studies, especially when these are sensitized to a fairer, egalitarian and quality-referenced education.

Keywords: Critical Education. Emancipation. Epistemological curiosity. Democratic formation. Mathematics Education.

Introdução

> "Mas, se nem sempre as sombras ideológicas são deliberadamente forjadas, programadas pelo poder de classe, a sua força opacizante da realidade serve indiscutivelmente aos interesses dominantes. A ideologia do poder não apenas opaciza a realidade, mas também nos torna míopes, para não ver claramente a realidade. O seu poder é domesticante e nos deixa, quando tocados e deformados por ele, ambíguos e indecisos." (FREIRE, 2015, p.10)

A reflexão apontada por Paulo Freire nos leva a pensar nas diversas vias ideológicas que afetam, direta ou indiretamente, os processos educativos atuais. Entendemos que estas vias ideológicas perpassam pelos alunos, professores, pesquisadores, aspectos curriculares e diversos envolvidos no processo educativo, tornando relevante a discussão sob esta ótica no ensino de matemática.

Com isso, propomos um mapeamento realizado a partir de dissertações e teses que englobam o ensino de matemática, o campo curricular e Paulo Freire, frente à necessidade de compreender quais sentidos são produzidos por estas pesquisas, instaurando-se o seguinte objetivo: Analisar a influência e incidência de Paulo Freire nas pesquisas curriculares da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (CTD CAPES). Por meio da Análise de Discurso (AD) proposta por Orlandi (2012), pretendemos produzir os sentidos movimentados nas pesquisas selecionadas.

Vale ressaltar que na presente pesquisa, entende-se o conceito de currículo em sua forma ampla, contemplando aspectos teóricos, práticos, políticos e culturais explícitos e implícitos ao universo escolar. Além disso, se estabelecem três referenciais centrais ao longo da pesquisa, sendo estes: Freire (2002), Sacristán (2000) e Silva (2016).

Pensando as teorias do currículo como fator formativo, temos que

> A pergunta "o quê?", por sua vez, nos revela que as teorias do currículo estão envolvidas, explícita ou implicitamente, em desenvolver critérios de seleção que justifiquem a resposta que darão aquela questão. [...], entretanto, a pergunta "o quê" nunca está separada de outra pergunta: "o que eles ou elas devem ser?" ou, melhor, "o que eles ou elas devem se tornar?". Afinal, um currículo busca precisamente modificar as pessoas que vão "seguir" aquele currículo. (SILVA, 2016, p. 15)

O autor ainda destaca que esta abordagem esta diretamente relacionada com o tipo de ser humano desejável em determinados tipos de sociedade, afirmando que conforme desejamos um sujeito humanista, otimizador, competitivo, crítico, entre outras características, o currículo reflete diretamente à concepção desejada.

Com este movimento, apresentamos a seguinte questão de direcionamento: Quais os sentidos produzidos a partir das teses e dissertações do BDTD e CTD CAPES que envolvem Paulo Freire no ensino de matemática? Este questionamento se justifica pela pertinência em conhecermos as influências e consequências da utilização de Paulo Freire nas pesquisas, de modo a compreender sua relevância e ideologia, seguido das implicações que possam surgir neste contexto, considerando a categorização realizada por Silva (2016), destacamos também, a relevância das Teorias Curriculares Críticas em detrimento da Teoria Tradicional, entendendo que esta primeira categoria aproxima-se, com maior coerência, de uma epistemologia com elementos que constituem um direito democrático formativo de cidadãos e cidadãs.

Mapeamento

O presente mapeamento, tece acerca de uma investigação a partir do número de Teses e Dissertações disponíveis na BDTD e no CTD CAPES, utilizando do BDTD no dia 26 de abril de 2021 e do CTD CAPES no dia 04 de junho de 2021, e realizando uma pesquisa por descritores específicos que se referenciem ao ensino da matemática, ao campo do currículo e que considerem a incidência de Paulo Freire nas pesquisas, para análises posteriores. Os termos e os quantitativos encontrados, podem ser conferidos no Quadro 1.

Quadro 1: Pesquisas Curriculares do Ensino de Matemática com incidência de Freire no BDBT e CTD CAPES.

Termos buscados	Número de produções encontradas	
	BDTD	CTD CAPES
Freire, Matemática e Currículo	128	104
Matemática crítica, Currículo e Freire	43	30
Formação crítica, Matemática, Currículo e Freire	37	28
Matemática emancipatória, Currículo e Freire	6	3
Total:	**214**	**165**

Fonte: Os autores (2021).

Relacionado a busca pelos trabalhos mencionados nos termos do Quadro 1, vale ressaltar que a pesquisa foi realizada de formas distintas, em função do próprio funcionamento distinto das ferramentas disponibilizadas pelas plataformas, isto é, no BDTD os termos foram buscados *ipsis litteris* se encontram no Quadro 1, enquanto no CTD CAPES os termos foram buscados de forma fragmentada, com aspas, e utilizando o conectivo disponibilizado pela plataforma denominado *AND*, como por exemplo: “Freire” AND

"Matemática" AND "Currículo", além desse fato, utilizou-se da filtragem por área de concentração, onde inclui-se todas as áreas que tratam de educação matemática, ensino de matemática, ensino de ciências e matemática, currículo e pesquisas que não apresentam prescritores de área de concentração.

As 379 produções encontradas passaram por análise e seleção de acordo com as etapas a seguir:

I. Exclusão da incidência de trabalhos com a mesma titulação: Etapa motivada pelo fato de que a mesma produção poderia fazer parte de mais de uma categoria de busca, ou até mesmo a própria plataforma, em certos momentos, apresentava a repetição de algumas obras.
II. Seleção de produções exclusivamente da área de Educação Matemática: Esta seleção ocorre devido ao fato de algumas produções encontradas referirem-se a outras áreas do conhecimento, tais como: Ensino de Ciências, de Química, de Biologia e etc...
III. Categorização das produções de acordo com os seguintes critérios:
   a. Região (Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul).
   b. Tipo (Dissertação, Tese)
   c. Origem (Pública – Universidades Estaduais e Federais, Demais Universidades – Universidades Privadas ou Público-Privadas)
   d. Abordagem (destaque de obras centradas em pesquisas bibliográficas/documentais)
   e. Diálogo com o currículo (currículo prescrito, currículo apresentado aos professores, currículo modelado pelos professores, currículo em ação, currículo realizado e currículo avaliado): Categorização de abordagens de currículo conforme proposto por Sacristán (2000).
   f. Modalidade de ensino (Educação Básica: Ensino Fundamental e Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos (EJA): EJA Ensino Fundamental e EJA Ensino Médio, Graduação, Formação Continuada, Outro)
   g. Esfera do trabalho (Aplicação/ação do pesquisador no direcionamento de práticas a partir da perspectiva freireana Análise/Relações teóricas)

h. Data de defesa

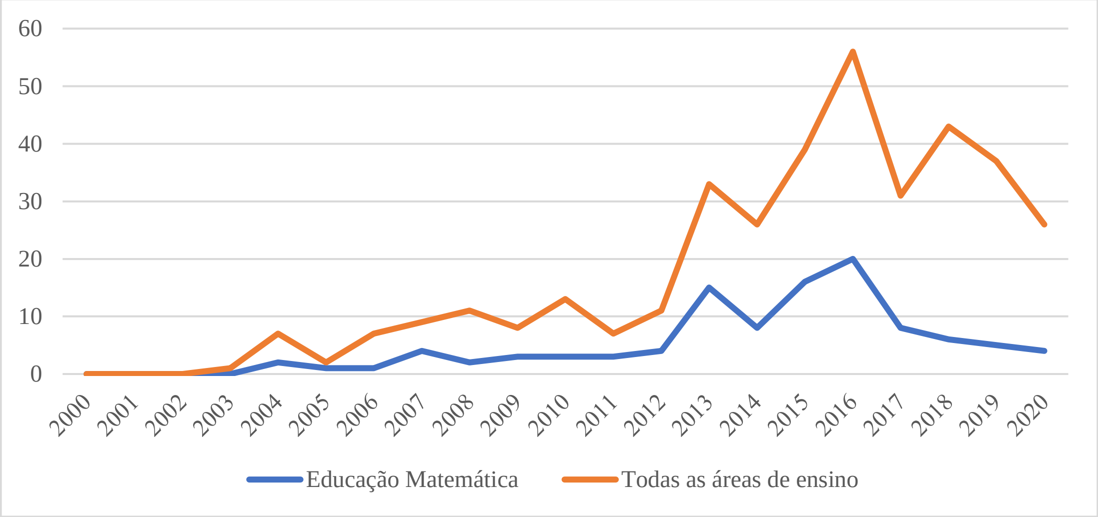
Categorização por análise qualitativa: Utilização de prescritores que vão surgindo durante a leitura do título e do resumo das produções, que representam uma ideia geral do trabalho, presente no título e nos objetivos das pesquisas, buscando de forma indutiva, possíveis relações existentes entre as produções.

As categorias apresentadas nestas duas etapas são descritas, com devido aprofundamento, ao longo do texto. Com a efetivação da primeira etapa, no BDTD, restou a incidência de 131 trabalhos com os termos pesquisados, aos quais passaram para a sistematização na segunda categoria. Partindo da seleção dos trabalhos referentes exclusivamente ao ensino de matemática, destacam-se 56 trabalhos que seguem para a análise na terceira categoria. Enquanto no CTD CAPES, após a filtragem por trabalhos restritos ao ensino de matemática e remoção dos trabalhos com repetição entre as bases restaram 49 pesquisas, isto é, restaram 105 produções ao total, para serem analisadas.

O primeiro destaque apresentado é oriundo da região das Universidades Brasileiras nas quais os trabalhos foram defendidos, considerando as regiões Norte (7%), Nordeste (20%), Centro-Oeste (13%), Sudeste (53%) e Sul (7%), de forma panorâmica, também existe predominância em pesquisas que são vinculadas a dissertações (82%) em relação às teses (18%).

Podemos pensar no comportamento destas produções ao longo do tempo, isto é, os primeiros trabalhos presentes na pesquisa, no campo da Educação Matemática, foram uma dissertação e uma tese defendidas no ano de 2004, vale destacar que o ano com maior número de defesas foi em 2016, com um total de vinte, a linha temporal das defesas pode ser conferida no gráfico abaixo.

Gráfico 1: Recorte temporal do número de trabalhos produzidos no ensino de matemática, em comparação com todas as áreas de Ensino entre o ano de 2000 e 2021.



Fonte: Os autores (2021).

Percebe-se que a área de Educação Matemática realizava pesquisas utilizando Paulo Freire em consonância com as demais áreas de Ensino até o ano de 2017, fenômeno que diverge a partir do ano de 2018.

Das 105 Teses e Dissertações defendidas, 86 têm origem em Universidades públicas, contemplando as Universidades federais e estaduais, e 19 têm origem em Universidades privadas ou público-privadas, ou seja, 82% das pesquisas realizadas têm origem na Universidade pública.

Outra investigação desenvolvida com as pesquisas foi referente à abordagem destas no campo do currículo, onde selecionamos, conforme mencionado anteriormente, de acordo com as categorias propostas por Sacristán (2000), a saber: Currículo Prescrito, Currículo Apresentado aos Professores, Currículo Modelado pelos Professores, Currículo em Ação, Currículo Realizado e Currículo Avaliado.

Em síntese, considera-se as categorias da seguinte forma:

i. Currículo Prescrito: Esfera documental que ordena, referencia, legaliza e controla os materiais didáticos e as práticas de ensino.

ii. Currículo Apresentado aos Professores: Interpretação realizada pelos docentes sobre a esfera do Currículo Prescrito e suas implicações.

iii. Currículo Modelado pelos Professores: Tradução do docente sobre as duas categorias anteriores, delimitando, a partir destas, a fronteira entre a teoria e a preparação para a prática escolar.

iv. Currículo em Ação: Efetivação das práticas escolares.

v. Currículo Realizado: Compreende o efeito da categoria anterior em educadores, educandos e outros.

vi. Currículo Avaliado: Diz respeito ao controle e monitoramento de ambas as categorias, com certo enfoque na categoria anterior.

Delimitado estas categorias, apresenta-se no Quadro 3, a incidência das pesquisas nestes parâmetros, comparando também, a relação destas, nas universidades públicas e demais universidades.

Quadro 2: Incidência curricular nas pesquisas

Categoria de Currículo	Incidência Geral	Incidência em Universidade Públicas	Incidência nas demais Universidades
Currículo Prescrito	7%	8%	0%
Currículo Apresentado aos Professores	14%	14%	16%
Currículo Modelado pelos Professores	22%	22%	21%
Currículo em Ação	18%	20%	11%
Currículo Realizado	34%	31%	47%
Currículo Avaliado	5%	5%	5%

Fonte: Os autores (2021).

De forma geral, as pesquisas que englobam Freire situam-se centralizadas no Currículo Realizado, com certo contraste entre as produções das Universidades Públicas, em comparação com as demais Universidades, principalmente no que se refere ao Currículo Prescrito e ao Currículo Realizado.

Destaca-se também, a grande ocorrência de trabalhos na Educação Básica (40%) e na Formação Continuada (24%) que utilizam Freire como referencial fundante das produções. Também vale destacar a intensidade com que as teorias de Freire são utilizadas na Educação de Jovens e Adultos (15%), onde, na grande maioria das vezes, serve como referencial primário ou secundário das pesquisas propostas.

Para fins comparativos, utiliza-se das pesquisas apresentadas pelo BDTD com o termo “Educação”, isto é, 91.501 pesquisas encontradas, destas, apenas 2.803 pesquisas incluem o termo “Jovens e Adultos”, ou seja, aproximadamente 3% das produções que citam o termo “Educação”, em contraste com os 15% apresentados pelo mapeamento realizado.

Para além da análise quantitativa, é possível elencar alguns elementos interessantes presentes nas pesquisas analisadas, inicialmente vale destacar a vasta incidência de Paulo Freire como fundamentação teórica aliada a processos dialógicos, em muitos momentos, em uma perspectiva histórico cultural dos conteúdos, com intensa presença de sua obra "Pedagogia da Autonomia", e das suas visões de emancipação, curiosidade epistemológica, e dos princípios relacionais entre educador e educando. Utilizado como referencial teórico, juntamente com autores renomados do campo crítico, como Ole Skovsmose, Ubiratan D'Ambrosio e Henry Giroux. Sobre a estruturação científica das pesquisas, é notável a grande relação entre Paulo Freire e o campo da Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS), principalmente na área de Educação em Ciências.

Sobre às abordagens curriculares, boa parte das produções tratavam-se de ações pedagógicas realizadas sob à ótica educacional não tradicional ou de análises de ações pedagógicas realizadas por terceiros, contrastando os elementos encontrados/buscados com os pressupostos de uma pedagogia crítica, progressista, emancipatória e libertadora, apresentada por Paulo Freire.

Vale ressaltar que quando tratamos de uma ótica educacional não tradicional, nos referimos a segmentação realizada por Silva (2016), quando o autor destaca que as teorias tradicionais compreendem uma esfera de conhecimentos que se afirmam neutros, pautados em uma centralidade científica e direcionado, em muitos momentos, por três elementos principais, a saber: currículo, ensino/instrução e avaliação. Compreendendo um processo que aceita com certa facilidade o *status quo*, em contrapartida, o autor também delimita as demais teorias educacionais, isto é, as teorias críticas e pós-críticas que afirmam que não existe neutralidade no ensino pautado na cientificidade ou no processo descontextualizado, rompendo com a pergunta central do ensino tradicional (como?) para direcionar-se a questionamentos que envolvam uma formação crítica (O quê? Por quê?) pautada na consciência das relações de poder.

Referente às produções que não se situavam no campo das ações pedagógicas, estas normalmente se encontravam sobre recursos didáticos no campo teórico, buscando, em muitos casos, possibilidades e elementos importantes, a partir da perspectiva freireana, presentes/influentes nos processos formativos, utilizando como principal referencial de Currículo Prescrito, mesmo que raramente, as Diretrizes Curriculares Nacionais e a ainda mais raramente, a Base Nacional Comum Curricular. Ao interpelarmos as pesquisas pelo viés ideológico, percebemos a constituição de um sujeito[1] que, de forma geral, não se preocupa com os aspectos do currículo prescrito ao longo das pesquisas, mesmo quando as abordagens de ações ou de cunho teórico tivessem relação/dependência com este último, ao considerarmos o "dispositivo teórico da análise do discurso, nos indicam que o dizer tem relação com o não dizer" (ORLANDI, 2012, p.82), estabelecendo entre o não dito, um sentido de educação para a formação crítica/emancipatória num viés de justiça social que desprende-se de fatores que possam limitar a efetivação deste processo.

A última etapa da pesquisa refere-se à categorização por meio da análise qualitativa, esta etapa acontece em dois momentos principais, no primeiro, elenca-se enunciados de **direcionamento específico** que representem as pesquisas, ou seja, utilizamos do efeito metafórico proposto por Orlandi (2012) como um fenômeno semântico em substituições textuais, deslizando sentidos, em um processo que sintetiza e também produz sentidos, a partir dos títulos, resumos e objetivos, para a constituição de um sujeito comum a todas as pesquisas englobadas no mapeamento,

> Pensando-se a interpretação, esse efeito aponta-nos para o "discurso duplo e uno". Essa duplicidade faz referir um discurso a um discurso outro para que ele faça sentido; na Psicanálise, isso envolve o inconsciente, na Análise de discurso, envolve também a ideologia. Essa duplicidade, esse equívoco são trabalhados como a questão ideológica fundamental, pensando a relação material do discurso à língua e da ideologia ao inconsciente. (ORLANDI, 2012, p.80-81)

Gerando neste processo, diversos enunciados do tipo: "Ensino de Matemática como instrumento potencializador", "Interpretação da ação docente", "Potências de Práticas escolares", dentre outras variadas expressões. Utilizando-se destas expressões, é perceptível a predominância de quatro verbos, a saber: Potencializar, Ressignificar, Compreender e Interpretar. Partindo destes verbos, elenca-se quatro enunciados de **direcionamento geral**, que englobam as pesquisas de forma estrita, na busca de contraste, conforme apresentamos os enunciados seguidos das pesquisas mapeadas:

E1: Envolvimento de pesquisas com ênfase em **potencializar** o ensino de matemática, por meio de propostas/ações didáticas, envolvendo trinta e seis pesquisas.

[1] Para Orlandi (2012) "o que temos, em termos de real do discurso, é a descontinuidade, a dispersão, a incompletude, a falta, o equívoco, a contradição, constitutivas tanto do sujeito como do sentido" (p. 74)

E2: Direcionamento de pesquisas que visam **ressignificar** âmbitos históricos, didáticos, avaliativos ou até mesmo buscar possibilidades nestes mesmos âmbitos, contemplando vinte e três pesquisas.

E3: Guiado por pesquisas que buscam **compreender** as possibilidades e limitações das ações pedagógicas, compreendendo vinte e quatro pesquisas.

E4: Sinalizado por pesquisas com enfoque em **interpretar** ações pedagógicas e concepções educacionais, em um movimento pelo desvelar a medida em que se interpreta, abrangendo vinte e três pesquisas.

Delimitado estes enunciados, cada pesquisa foi classificada dentro de seus enunciados de direcionamento geral e seus enunciados de direcionamento específico, que não se apresentam no presente texto devido à limitação de páginas.

Algumas considerações

Partindo dos enunciados, é possível elencarmos algumas conclusões, a primeira refere-se à **centralidade das pesquisas com a realidade escolar**, a medida em que boa parte das produções possuem relação direta com a prática, e quando não possuem, são providos de argumentos que visam esta aproximação, conforme apresenta-se exemplos em ambos os enunciados:

E1:

> Esses diálogos fizeram com que nós consolidássemos nossa proposta em pesquisar algo em torno da Modelagem e do legado de Paulo Freire, mas que tivesse uma natureza mais prática, pensando naqueles que trabalham diretamente com nossos estudantes. (FORNER, 2018, p.23)

E2:

> Para realizar este estudo, duas professoras e um professor protagonizaram a pesquisa. [...] Assim, nossos sujeitos no exercício docente empreenderam esforços para de algum modo tornar acessível e possível uma Matemática crítica, significativa e útil." (ISHII, 2008, p.24)

E3:

> Foram momentos contemplativos de aprendizagem com distintas realidades na sala em que se aplicou a pesquisa, cujo espaço revelou-se ao caminhar por ele e entre os educandos, aprendendo sobre suas características, os modos, os gestos, a história, os costumes, os medos, as angústias, os sorrisos que se revelaram em espaços que constantemente se renovam. (ARAÚJO, 2015, p. 83)

E4:

> Nosso intuito foi estimular os entrevistados a relatarem suas práticas pedagógicas para que, dessa forma, explicitassem suas concepções, de acordo com os nossos objetivos. (FERREIRA, 2016, p.76)

Em um segundo momento, nota-se uma convergência das pesquisas ao destacarem a **importância da formação inicial e continuada dos educadores quando tratamos da realização de uma pedagogia crítica**[2], e de uma educação voltada para a justiça social em uma perspectiva inclusiva, laica e democrática. Apresenta-se alguns exemplos:

E1:

> Nesse quesito, acredito ser fundamental em pensar em ações que envolvam a formação que ocorre nos cursos de licenciatura e naquelas que se dão concomitante ao exercício da função de professor. Levar para esses diferentes contextos, os resultados obtidos nesta pesquisa e de fato, criar espaços colaborativos, seja na universidade ou nas escolas. (FORNER, 2018, p.174-175)

E2:

> História oral no percurso de vida e de formação de professores e professoras de matemática: possíveis implicações curriculares (ISHII, 2008, p.112)

E3:

> Daí, mais uma vez fica evidente a necessidade de contemplar as histórias, vivências, saberes e fazeres para formar os indivíduos em um contexto sócio-histórico-cultural que se preocupa com uma formação que possibilite os sujeitos, por sua vez, analisarem criticamente tantas pressões que os guiam diariamente para a obtenção de resultados (ARAÚJO, 2015, p. 398)

E4:

> Por conseguinte, propomos que os cursos de formação docente inicial e continuada devam promover a interação da formação técnica com a formação cultural, social e política do educador matemático. (BERANGER, 2007, p. 105)

Posteriormente elenca-se o terceiro fator em comum e predominante nas pesquisas, que diz respeito à **utilização da teorização de Paulo Freire para a inclusão dos educandos considerados na esfera do "fracasso escolar"**. Segue alguns exemplos:

E1:

> Convive-se com uma enorme contradição, onde estas pessoas que são julgadas incompetentes e fracassadas na escola constituem um papel importante no sustento da família [...], mostrando-se competente nas mais variadas situações de dificuldades da vida em que são usados conceitos matemáticos, a exemplo de adição, subtração, multiplicação e divisão. (MORAIS, 2019, p.14)

E2:

Algo muito importante a ser considerado foi o fato de que muitos alunos considerados em situação de fracasso escolar, advindos de situações de reprovação, demonstraram facilidade no cálculo da porcentagem [...]. (LIMA, 2013, p.115).

E3:

> [...] Neste contexto em que esses alunos muitas vezes necessitam que os professores desejam para os ajudar e combater o insucesso escolar [...]. Ou seja, defende uma educação para todo o cidadão dependendo da sua raça, crença e tribo,

---

[2] Expressão utilizada por Apple (2017), para situar-se acerca de diversas concepções e visões pedagógicas específicas, que aliadas à Freire (2002), contemplam relações de ensino e aprendizagem em diversos âmbitos.

> sem exclusão da sua comunidade para poder oportunizar e criar a contribuição a paz. (BELO, 2010, p. 163)

E4:

> [...] o insucesso em Matemática tem um papel de considerável destaque na composição de um quadro de exclusão que inclui a negação do direito à escolarização e do acesso a determinados modos de saber (FERREIRA, 2016, p. 242)

O quarto e último elemento encontrado em comum ao longo das pesquisas, se dá pela **convergência na importância da relação dialógica e interativa entre educador e educando para a formação de um sujeito sob os moldes dos conceitos de formação crítica e formação emancipatória propostas por Freire (2002)**, conforme os exemplos:

E1:

> A metodologia que considera o diálogo o ponto central da relação pedagógica, traz a realidade para ser admirada e readmirada pela práxis da palavra verdadeira, que é ação e reflexão [...]. (MORAIS, 2019, p. 125)

E2:

> Certas posturas dos professores não proporcionaram aos alunos uma experiência de trabalho colaborativo, que favorecesse uma vivência de socialização de idéias, de compartilhamento de opiniões convergentes ou divergentes, de discussão e, finalmente, do consenso e encaminhamentos necessários a uma boa relação pedagógica. (SOUSA, 2005, p. 207)

E3:

> Geralmente, os professores não estabelecem uma relação mais profunda com seus alunos, pois não há um reconhecimento, por parte desses professores, dos elementos constituintes dentro da relação educativa. (BELO, 2010, p. 184)

E4:

> Ao invés de construir o conhecimento por meio do diálogo com os educandos e ações transformadoras, buscam uma educação bancária que visa adaptação do sujeito desconsiderando sua história como se essa não interessasse, deixa de lado a reflexão crítica, o que não ocasiona uma reflexão sobre a prática (ARAÚJO, 2015, p. 320)

Conclusões

De forma geral, Freire (2002) estabelece a formação dos educadores como um processo para muito além do treinamento, lógica que se estabelece também para o ensino dos educandos, na medida em que se destaca a importância do desenvolvimento da formação crítica e da consciência epistemológica em busca da emancipação humana dos envolvidos neste processo.

A presente pesquisa realça a importância da valorização da esfera pública no âmbito da pesquisa na pós-graduação que compõe 82% das pesquisas envolvidas no mapeamento, seguido da relevância e pertinência da utilização de Paulo Freire ao longo das Teses e

Dissertações, principalmente quando as pesquisadoras e os pesquisadores se direcionam para um processo investigativo que proponha a humanização como elemento constituinte dos processos de ensino, aprendizagem e de formação cidadã.

Outro aspecto relevante para destacarmos, se dá pela diminuição na utilização de Paulo Freire nas pesquisas que envolvem a Educação Matemática, principalmente a partir do ano de 2016, fator interessante ao considerarmos que as teorias propostas pelo autor ainda fornecem subsídios para diversas práticas pedagógicas.

Também destacamos a íntima relação de Paulo Freire com o campo curricular, conforme apontado por Silva (2016), na medida em que as considerações realizadas por Freire e as implicações de sua teorização parecem pertinentes para o diálogo com aspectos curriculares, e possibilitam o delineamento de diversas pesquisas e práticas sob a ótica de uma educação voltada para uma sociedade mais justa, democrática e de qualidade referenciada.

Referências

APPLE, M. W. A luta pela democracia na educação crítica. **Revista e-curriculum**, v. 15, n. 4, p. 894-926, 2017.

ARAÚJO, F. M. de. **CÍRCULO TUTORIAL:** UM DIÁLOGO TRANSFORMADOR*: a luz etnomatemática, psicanálise e a pedagogia de freire*. 2015. 398 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

BELO, J. do C. **A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO TIMOR-LESTE À LUZ DA ETNOMATEMÁTICA**. 2010. 2005 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2010.

BERANGER, M. **PROFISSIONALIDADE E IDENTIDADE PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA:** O FENÔMENO DO MAL-ESTAR DOCENTE E SUAS IMPLICAÇÕES. 2007. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, São Paulo, 2007.

FERREIRA, A. R. C. **A EDUCAÇÃO DE PESSOAS JOVENS E ADULTAS EM BETIM (MG), 1988-2007:** PERSPECTIVAS DE EDUCADORES E PROFESSORES DE MATEMÁTICA. 2016. 551 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

FERREIRA, D. C.. **A intencionalidade na ação do professor de Matemática:** discussões éticas da profissão docente. 2016. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2016.

FORNER, R. **MODELAGEM MATEMÁTICA E O LEGADO DE PAULO FREIRE: RELAÇÕES QUE SE ESTABELECEM COM O CURRÍCULO**. 2018. 201 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

FREIRE, P. **Professora, sim; tia, não:** cartas a quem ousa ensinar. São Paulo. Editora Olho d'Água, 1997.

HELLER, A. **O cotidiano e a história**. 10. ed. São Paulo. Editora Paz e Terra, 2016.

ISHII, A. B. F. **História oral no percurso de vida e de formação de professores e professoras de matemática:** possíveis implicações curriculares. 2008. 112 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Currículo, História Oral no Percurso de Vida e de Formação de Professores e Professoras de Matemática: Possíveis Implicações Curriculares, São Paulo, 2008.

LIMA, D. S. **A FORMAÇÃO CIDADÃ:** UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM UMA PRÁTICA COLABORATIVA. 2013. 169 f. Tese (Doutorado) - Curso de Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

MORAIS, R. de. **CURRÍCULO DA VIDA:** CONTRIBUIÇÕES FREIREANAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA. 2019. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Centro de Ciências Humanas e Biológicas, Departamento de Humanas e Educação, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2019.

ORLANDI, E. P. **Análise de discurso: princípios & procedimentos**. Pontes, 2012

SACRISTÁN, J. G. **O Currículo-: Uma Reflexão sobre a Prática**. Penso Editora, 2000.

SILVA, T. T. **Documentos de identidade:** uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte: Autêntica, 1999.

SOUSA, F. E. E. **FORMAÇÃO CONTÍNUA E MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA.** 2005. 241 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação Mestrado em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará Faculdade de Educação, Fortaleza, 2005.

Políticas educacionais para o ensino de matemática na Educação de Jovens e Adultos: um estudo a partir da utilização do software Prospéro

Educational policies for teaching mathematics in Youth and Adult Education: a study based on the use of Prospéro Software Program

Carla Cristina Pompeu
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
carla.pompeu@uftm.edu.br

Resumo

A presente pesquisa compreende um estudo qualitativo a partir da análise de documentos curriculares de matemática na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA). Estando fundamentado em teorias que tratam do valor social da matemática, das relações entre sujeito e conhecimento matemático, levando em conta o sujeito social e suas especificidades e contribuições no processo de aprendizagem, este estudo tem por objetivo analisar de que modo as políticas públicas e propostas curriculares, com foco no ensino de matemática, reconhecem os alunos da EJA, suas experiências e saberes. A partir das contribuições teóricas sobre aprendizagem situada, saberes experienciais, sociologia pragmática e a sociologia do indivíduo, este trabalho em andamento está sendo fundamentado a partir das contribuições de Bernard Charlot, Jean Lave, Alan Bishop, Boltanski, Dubet entre outros teóricos e sociólogos. Como escolha metodológica de análise das propostas curriculares selecionadas, é proposto a utilização do software Prospéro, como ferramenta metodológica de análise dos dados. Neste artigo a análise a partir do software Prospéro ainda não será apresentada. Os resultados parciais desta investigação demonstraram que os documentos curriculares para o ensino de matemática na Educação de Jovens e Adultos ainda se configuram como adaptações dos documentos do ensino regular, sem considerar as experiências e especificidades dos alunos jovens e adultos. Espera-se que esta investigação contribua para novas reflexões acerca das políticas educacionais nacionais e da Educação Matemática de Jovens e Adultos no Brasil.

Palavras-chave: Educação Matemática de Jovens e Adultos; Currículo de Matemática; Propostas Curriculares para a EJA; Prospéro; Sociologia Pragmática.

Abstract

The present research comprises a qualitative study based on the analysis of curriculum documents in mathematics in the Youth and Adult Education (EJA) modality. Being grounded in theories that deal with the social value of mathematics, the relationships between subject and mathematical knowledge, taking into account the social subject and its specificities and contributions in the learning process, this study aims to analyze the way in which public policies and curricular proposals , with a focus on teaching mathematics, recognize EJA students, their experiences and knowledge. Based on theoretical contributions on situated learning, experiential knowledge, pragmatic sociology and the sociology of the individual, this work in progress is based on the contributions of Bernard Charlot, Jean Lave, Alan Bishop, Boltanski, Dubet among other theorists and sociologists. As a methodological choice for the analysis of the selected curricular proposals, the use of the Prospéro software is proposed, as a methodological tool for data analysis. In this article the analysis from the Prospéro software will not yet be presented.The partial results of this investigation showed that the curricular documents for the teaching of Youth and Adults mathematics Education are still configured as adaptations of the documents of regular education, without considering the experiences and specificities of young and adult students. It is hoped that this investigation will contribute to new reflections on national educational policies and on Mathematics Education for Youth and Adults in Brazil.

Keywords: Youth and Adults Mathematics Education; Mathematics Curriculum; Curriculum Proposals for EJA; Prospéro; Pragmatic Sociology.

Introdução

A matemática e os modos como esta ciência contribui para a formação social do homem são temas de diversos trabalhos e teorias de aprendizagem atuais, que discorrem sobre dificuldades dos sujeitos com a matemática, de possibilidades de relação em ambientes diversos do sujeito com esta ciência, além de preocupações acerca da matemática enquanto ferramenta social (Santos (2009), Lave (1988), Trabal (1999), Bishop (1999), etc). Nos últimos anos, me dedico à análise e estudo de teorias e situações de sala de aula focados na relação que se dá entre sujeito e conhecimento matemático no momento de aprendizagem, seja este escolar ou não. Ao longo de minha experiência docente e de estudos realizados pude comprovar que os alunos muitas vezes não conseguem dar sentido e significado ao conhecimento matemático escolar, tampouco são instigados a relacioná-los com situações conhecidas por eles, situando o conhecimento e relacionando-o com práticas de ensino diversas (POMPEU, 2011; 2017). A escola, ainda que seus documentos oficiais tragam a relevância do ensino contextualizado e interdisciplinar, exige por meio de avaliações unificadas um padrão de conhecimento de seus alunos, como justifica Monteiro e Nacarato (2005, p. 166): "uma proposta bem escrita e arrojada não garante mudanças ou inovações no ambiente pedagógico. Estas acabam dependendo muito mais do envolvimento das equipes pedagógicas com o que está sendo construído do que do texto em si". Além disso, ao mesmo tempo em que os documentos oficiais propõem um ensino mais significativo aos alunos, este mesmo sistema de ensino limita-se a avaliar seu desempenho mediante avaliações de larga escala unificadas.

Esta discussão torna-se ainda mais acentuada no que diz respeito ao ensino de jovens e adultos e as particularidades dos alunos que procuram este nível de educação. No Brasil, como afirma Kooro e Lopes (2007, p. 99),

> Atualmente, o currículo consolidado na EJA traduz-se pela adaptação do material destinado ao ensino fundamental. Novas orientações curriculares não atingem de imediato a prática nas salas de aula e, em geral, há pouca oportunidade nos espaços escolares para o debate e a reflexão sobre as propostas curriculares para os diferentes níveis de ensino.

Alunos, jovens e adultos, com experiências diversificadas em relação ao ensino e à aprendizagem de matemática – escolar ou não –, carregam valores já estabelecidos em relação à disciplina, muito dos quais são negativos e pouco motivadores devido ao insucesso escolar já vivenciado em outras ocasiões, ou mesmo à falta de significado com que a matemática escolar foi com eles trabalhada. É preciso que o jovem se reconheça no processo de aprendizagem e, mais do que isso, valorize o conhecimento sistematizado, desenvolvendo sua capacidade de abstração, ampliando seu conhecimento científico e abstrato, e vendo sentido em seu estudo, independentemente do grau de desenvolvimento matemático que deseja alcançar após a educação básica.

Na expectativa de ampliar os estudos sobre currículo e considerando as mudanças atuais nas políticas públicas nacionais, o foco desta pesquisa tem sido analisar como os documentos curriculares preconizam para os sujeitos que frequentam a EJA. Que atenção é dada para estes sujeitos e qual relevância de seus saberes e experiências nas Propostas Curriculares para o ensino de matemática na Educação de Jovens e Adultos em alguns estados brasileiros? As teorias de Lave e Wenger (1991) que trata da aprendizagem situada, os estudos sobre a sociologia pragmática, desenvolvidos por Chateauraynaud (1991), Trabal (2012) e Boltanski e Thevénot (1991), além das contribuições de Charlot (2000) sobre a relevância do sujeito social no processo escolar embasarão este estudo e a análise dos documentos selecionados. Para a análise dos dados, utilizaremos o software Prospéro[1], desenvolvido na França por sociólogos e pesquisadores, que têm como objetivo a análise sociológica de documentos, momentos ou conjunturas de disputa ou controvérsia.

O objetivo principal deste estudo é refletir e analisar de que modo políticas públicas para a Educação de Jovens e Adultos, alicerçadas por meio de regulamentos, orientações e propostas curriculares, reconhecem as particularidades dos alunos da EJA, suas experiências e saberes em meio ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. A compreensão da matemática como prática social e o embasamento teórico a partir da Sociologia serão relevantes para o desenvolvimento de estudos que tratam dos momentos de conflito e disputa envolvidos nas aulas de matemática, de relação e imposição de poder. A Sociologia Pragmática embasará esta investigação uma vez que consideramos a imposição de práticas escolares um processo conflituoso, em que as situações de imposição e valorização de saberes, a organização e a estrutura escolar podem alterar o modo como os alunos significam e se relacionam com a matemática. Portanto, ao considerar que todo sujeito é social

[1] No âmbito dos estudos de controvérsias, Francis Chateauraynaud e sua equipe – do Grupo de Sociologia Pragmática e Reflexiva da Escola de Altos Estudos em Ciências Sociais (GSPR- EHESS), em Paris – criaram em meados dos anos 1990 softwares de mineração de textos de caráter quali-quantitativo, tendo como núcleo o software Prospéro. Desde 2014, uma equipe multidisciplinar, sendo membro a coordenadora deste projeto, trabalha na adaptação do software para análise de textos em português – Grupo de Pesquisa Prospero Lusófono-Br (CNPQ).

(CHARLOT, 2001) e que os alunos da EJA reagem de modo particular e único às imposições validadas por políticas educacionais (POMPEU, 2017), a sociologia pragmática, conforme Boltanski (1990) e Boltanski e Thévenot (1983) reforçam a relevância da análise da argumentação e da crítica nos momentos de disputa entre sujeitos.

Deste modo, este artigo apresentará as referências teóricas que embasam a presente investigação, as escolhas metodológicas feitas ao longo do desenvolvimento da pesquisa até o momento, a discussão inicial dos dados e os resultados parciais alcançados.

Referencial Teórico

Estudiosos que tratam da Matemática e de sua aprendizagem com um olhar sociológico nos remetem a uma nova frente de pesquisa, com amplos caminhos a serem traçados. Bernard Charlot, Jean Lave, Patrick Trabal, são alguns dos importantes teóricos da educação que embasam discussões relevantes sobre as relações dos sujeitos com o saber e a matemática como prática social.

Santos e Trabal (2012) propõem uma sociologia pragmática da Matemática em que o sensível e o real do aluno possam fazer parte das aulas, modificando o atual cenário, de desvalorização do mundo sensível dos alunos em favor de um mundo ideal, em que a Matemática é tida como uma "linguagem perfeita". Para os autores, quando se fala do real no ensino de Matemática, refere-se a situações e atividades que dizem respeito à experiência do aluno, em que a realidade faça sentido para o sujeito, que auxilie em suas elaborações conceituais e dê suporte ao desenvolvimento do conhecimento escolar. Santos e Trabal (2012) enfatizam que o sensível e o tangível ao aluno envolvem situações matemáticas de diversas naturezas, não apenas aqueles referentes a estratégias informais de resolução de problemas. Santos e Trabal (2012) analisaram, a partir do software Prospéro, livros didáticos franceses e brasileiros com o intuito de compreender de que modo os professores de matemática lidam com as limitações didáticas destes materiais, verificando diferentes tipos de problemas propostos tendo como referência a sociologia pragmática.

A análise de propostas curriculares para a EJA justifica-se a partir da necessidade de discutir de que modo saberes e experiências matemáticas dos sujeitos da EJA estão sendo tratados e significados. Compreender as especificidades da EJA a partir da análise de propostas curriculares de matemática auxiliam na reflexão sobre a relação entre conhecimento matemático e os sujeitos da escola, o que envolve uma análise sociológica destes documentos, destacando a relevância do sujeito social no processo escolar e de que modo estes sujeitos se figuram nas políticas públicas no Brasil.

As possibilidades de conhecimento no ambiente escolar são inúmeras em se tratando da relação entre os sujeitos que fazem parte dela, alunos, professores e gestores, cada qual contribuindo significativamente no processo de conhecer através de mediações e interações com o outro. Autores como Jean Piaget, Lev Vygotsky, Paulo Freire e outros importantes teóricos da educação discutem sobre a relevância do sujeito no processo de ensino e aprendizagem. Mais do que isso, muitos teóricos da educação como Bishop e Lave afirmam sobre a impossibilidade de aprender sem ter interferência do ambiente em que se dá este processo de aprendizagem, e da relevância do social e cultural no sujeito em todas as suas práticas sociais, inclusive dentro da escola. Charlot (2001) analisa o ambiente escolar como repleto de conhecimentos e contribuições distintas de novos saberes e conhecimentos, trazidos por todos os sujeitos que fazem parte da escola. Mais do que isso, a escola e suas possibilidades de socialização modificam os sujeitos que a frequentam, porém, estes saberes sendo mobilizados e instigados poderiam dar lugar a novas manifestações de saber e novas possibilidades de conhecer.

Os sociólogos pragmáticos propõem a análise de situações de conflito e incerteza, levando em conta os sujeitos envolvidos nestes conflitos. O ensino de matemática, ainda que não seja foco de estudos como os desenvolvidos por Boltanski e Thevenot (1991) e Chateauraynaud (1991), se configura como um processo conflituoso e violento, de imposição de uma matemática acadêmica em detrimento de outras matemáticas construídas em distintos contextos. Considerar a matemática como prática social e como construção humana (ABREU, 1995), requer validar experiências e práticas matemáticas construídas em contextos diversificados. São muitos os educadores matemáticos que estudam e discutem o tema. Em sua tese de doutorado, Vilela (2007) analisou diversos trabalhos que refletiam sobre as diferentes matemáticas produzidas em distintos contextos; entre eles, D'Ambrósio, Abreu, Carraher, Carraher e Schliemann e Monteiro tratam da matemática escolar e da matemática praticada em contextos não escolares, denominados como contexto cotidiano, da rua, de compra, acadêmica etc. Nestas pesquisas, fica clara a relevância do contexto e dos valores sociais e culturais no processo de construção de saberes. Estudos como os citados acima revelam os conflitos e relações de poder presentes no espaço escolar e, além disso, a influência destes conflitos no processo de ensino-aprendizagem.

Embora seja crescente o reconhecimento dos saberes matemáticos em contextos distintos, é perceptível a valorização excessiva do conhecimento matemático escolar em relação aos demais. Monteiro, Mendes e Guimarães (2012, p. 131) constatam que os discursos produzidos por intermédio de documentos curriculares do ensino de matemática sobre a articulação dos saberes escolares e não escolares têm a pretensão de normatizar alunos e professores, por meio de "condutas construídas discursivamente, materializadas nos diversos textos, que formam uma trama pedagógica no campo da Educação de Jovens e Adultos, a qual é tecida por práticas de poder em processo de governamento".

As ferramentas de controle e de regulação do conhecimento presentes na organização do sistema escolar evidenciam a produção de desigualdades entre classes, gênero e raça (WALKERDINE, 2004). Em muitos de seus discursos, o aluno não se reconhece como responsável pela mobilização do conhecimento matemático no processo escolar e, na maioria das vezes, a desistência e o fracasso ligados ao ensino de matemática justificam-se pela dificuldade dos alunos em se aproximarem da prática da matemática escolar (SAMPAIO, 1998).

Sendo matemática uma ciência "em ação", Santos e Trabal (2012) propõem que se reflita sobre as aulas de matemática como um espaço de conflito, um espaço de violência e imposição de saberes matemáticos não significativos aos alunos, porém, validados pela sociedade. Os autores sugerem uma sociologia pragmática da matemática, em que se considere os modos de (re)agir dos atores[2]. Nessa perspectiva, é a partir das tensões e contradições que devem ser apreendidos os sujeitos em ação (BARTHE et al., 2016). Como afirma Trabal (2012), a sociologia pragmática não considera apenas a ação imediata do sujeito, mas leva em conta também os horizontes temporais dos agentes que sejam pertinentes com o desenvolvimento da atividade. De acordo com o mesmo autor, os pesquisadores devem esforçar-se em estudar as formas pelas quais ocorrem, exprimem-se, discutem-se e se gerem entidades que surgem e desaparecem, como se estivessem

[2] Segundo Boltanski (1990), a sociologia pragmática refere-se aos atores em ação e em nenhum momento utiliza o termo "sujeito". Ainda assim, como essa teoria se preocupa com os modos de agir de cada ator e não apenas com as atividades dentro de um grupo social, será utilizado no decorrer do texto o termo "sujeito social", como proposto por Charlot (2000).

investigando um mundo incerto (TRABAL, 2012, p. 188). Quanto ao ensino da matemática, deve-se considerar que os sujeitos atribuem valores e sentidos aos saberes matemáticos distintos, influenciados pelo modo como estes saberes são reconhecidos nas aulas e nos seus instrumentos de validação, como materiais didáticos e políticas educacionais vigentes.

A Educação de Jovens e Adultos, embora tenha sofrido relevantes conquistas ao longo dos anos, ainda se caracteriza como uma modalidade de ensino sem identidade, currículo e sem perspectivas próprias, que possam lhe atribuir particularidades e significados, na intenção de mobilizar a identificação dos sujeitos como parte deste processo escolar. Alvisi e Monteiro (2009) discutem sobre a maneira como são organizados os horários e as disciplinas escolares de EJA, os quais impõem um ritmo que muitas vezes não leva em consideração a particularidade dos sujeitos que fazem parte desse processo escolar. A identificação do sujeito com o contexto que ele faz parte depende das significações criadas a partir das interações com outros sujeitos e de que maneira cada proposta, políticas e materiais didáticos consideram suas contribuições como relevantes no processo de aprendizagem. A cultura, a historicidade e as relações sociais de cada sujeito em interação devem fazer parte da comunidade, da escola e dos meios que este sujeito faz parte.

Como discutido por Lave e Wenger (1991), os sujeitos fazem parte de contextos distintos de aprendizagem, onde desenvolvem modos de aprender e conhecer próprios, compartilhando suas ações e experiências de acordo com a situação que lhe é apresentada.

Ainda segundo Lave (1991), a aprendizagem difere-se de acordo com o contexto e com as significações e sentidos incorporados nele. O sujeito precisa situar-se e relacionar-se com a matemática de forma efetiva, com significados e objetivos próprios, de forma que ele próprio sinta-se útil no processo de aprendizagem e consiga criar suas próprias conclusões e considerações sobre o que lhe foi aprendido.

As políticas públicas educacionais e os materiais didáticos adotados contribuem significativamente para um cenário educacional mais dinâmico e inclusivo. Reiterar sobre a relevância dos sujeitos no processo de aprendizagem, considerando as especificidades dos alunos jovens e adultos da EJA e a necessidade de reconhecê-los como autores de seus próprios saberes e experiências indica um novo modo de perceber os atores da escola. É preciso analisar de que modo os documentos oficiais para o ensino de matemática na EJA exploram a relevância do contexto, da experiência e dos próprios alunos como fatores primordiais para uma escola inclusiva e de qualidade. Em particular à aprendizagem matemática, reconhecer quais as atribuições necessárias para sua aprendizagem são destacadas em orientações e diretrizes curriculares e, particularmente, de que modo as propostas curriculares problematizam e exploram questões oriundas do universo dos jovens e adultos frequentadores das salas de aula da EJA no Brasil. Estas questões serão analisadas e estudadas a partir das contribuições da sociologia pragmática, com o intuito de refletir sobre o papel dos sujeitos da EJA e de suas experiências e saberes nos documentos prescritos.

A sala de aula de matemática está repleta de saberes e apropriações pessoais dos sujeitos que a frequentam, porém que não se identificam com o ambiente escolar por não serem instigados a relacionar o conhecimento escolar com o conhecimento trazido por cada sujeito de suas práticas sociais não escolares (POMPEU, 2011). A contar o currículo com seu discurso a favor da contextualização e interdisciplinaridade (BRASIL, 2000), as provas unificadas acabam por tratar o conhecimento como algo unificado e universal, o que distancia ainda mais os alunos do conhecimento escolar. De acordo com Bishop (1999, p. 33, tradução nossa), "quando contemplamos a educação matemática como um processo social, o indivíduo negocia, integra e compreende as diferentes mensagens, relacionadas com valores" (BISHOP, 1999, p. 33, tradução nossa).

As relações de poder que estão presentes na escola, nas políticas públicas e nos currículos escolares dificultam a mobilização dos sujeitos com o saber e, por meio da valorização de técnicas, conceitos e simbolizações matemáticas, impossibilitam que os sujeitos se reconheçam na escola. Pesquisas como as de Dantas (2014), que se preocupam em analisar as relações dos sujeitos com o saber matemático reforçam a necessidade de valorização dos saberes matemáticos não escolares e a preocupação com a formação matemática destes sujeitos para além do trabalho e de sua utilidade em atividades cotidianas.

O aluno, em muitos de seus discursos, vê na matemática uma ferramenta de necessidade universal, responsável pela conquista de um novo emprego ou de um cargo melhor na hierarquia trabalhista (POMPEU, 2011). Como justifica Lave (1999), cada ambiente requer um significado e uma utilidade às suas atividades, não sendo diferente para a escola. O conhecimento abstrato, com estruturas e algoritmos complexos fazem parte da função da escola de ampliar os modos de pensar e conhecer do aluno. Desenvolver o pensamento abstrato faz parte das atividades escolares, porém estas podem estar intrinsecamente relacionadas com as experiências e saberes dos alunos da EJA e com o modo como estes estudantes dão significado ao conhecimento matemático.

Uma proposta bem elaborada e que leve em conta as particularidades dos alunos da EJA e de seus contextos privilegia o acesso e autonomia destes sujeitos para a efetiva participação na sociedade. A imposição de uma cultura escolar pouco efetiva e sem participação dos alunos, através de documentos, avaliações e materiais didáticos, transforma a sala de aula de matemática em um cenário violento e conflituoso, no qual experiências e saberes matemáticos relevantes aos jovens e adultos da EJA precisam ser silenciados. Repensar sobre o papel da escola e de suas ferramentas como objetos de inclusão social envolve evidenciar o diálogo, o questionamento e a mudança como ferramentas educativas e imprescindíveis.

Escolhas Metodológicas

Esta investigação tem como foco a análise de propostas curriculares de matemática para a Educação de Jovens e Adultos no Brasil. De cunho qualitativo e a partir da utilização do software Prospéro, foram necessários estudos sobre sociologia pragmática, referencial base para o funcionamento do software escolhido. O software Prospéro[3] é uma ferramenta de mineração de textos desenvolvida por pesquisadores franceses ligados à Sociologia Pragmática. Santos e Trabal (2012) foram pioneiros na utilização do software para textos e documentos em português, o que motivou a adaptação do Software para uma versão lusófona-brasileira[4], feita pelos autores, pela coordenadora desta investigação e pesquisadores de diferentes áreas e universidades. Como afirmam Santos e Trabal (2012), Prospéro é um software em que se podem unir dimensões estatísticas, semânticas, históricas e pragmáticas. Para tanto, e ainda de acordo com os autores, é preciso analisar quais serão as dimensões importantes para a pesquisa, sendo necessário examinar os diferentes aspectos para codificação do corpus a ser analisado.

Investigações como as de Gouveia (2016) nos revelam as possibilidades na utilização do software para análise de controvérsias, bem como sua relevância quando se trata de

[3] http://prosperologie.org.
[4] A autora deste artigo é membro do grupo de pesquisa Prospéro Lusófono-Br, coordenado pelo Professor Vinício de Macedo Santos, registrado no Diretório de Grupos de Pesquisa do CNPq

considerar as contribuições da Sociologia Pragmática para a reflexão de momentos críticos, como os referentes à Educação Matemática na EJA, foco desta investigação.

A pesquisa, de natureza qualitativa, tem sido coordenada pela autora deste artigo e conta com pesquisadores e professores de Educação Básica que tem por interesse a área de Educação Matemática. A configuração do corpus de análise desta investigação foi iniciada a partir da seleção de documentos curriculares de matemática para a EJA. Considerando a grande quantidade de municípios e estados brasileiros, foi necessário fazer uma escolha para a delimitação do corpus de análise. Deste modo, os investigadores responsáveis por esta pesquisa optaram pelos estados de Minas Gerais, São Paulo e Ceará. A escolha por estes estados foi motivada pelo fato de fazer parte desta investigação pesquisadores dos três estados mencionados. Além da escolha pelos três estados brasileiros, foram selecionados apenas propostas curriculares de municípios com mais de 100 mil habitantes[5], estabelecendo que teríamos para a análise as propostas curriculares dos municípios que atendessem tais critérios e também as propostas curriculares das secretarias estaduais e federal. Vale destacar que foram considerados os diferentes níveis de ensino da EJA – anos iniciais e finais ao que corresponde ao Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Ao todo, considerando os critérios anteriormente expostos, fariam parte do corpus de análise desta investigação propostas de cento e vinte e três (123) municípios brasileiros, três secretarias estaduais de Educação e a proposta curricular do sistema federal de ensino. Os pesquisadores envolvidos nesta investigação optaram por buscar, a partir do endereço eletrônico das secretarias de Educação, as propostas curriculares para o ensino de matemática da EJA. As propostas curriculares estaduais e federal foram facilmente encontradas, porém, por volta de 15% dos municípios dispunham de propostas, orientações ou documento similar que se configurassem como documento oficial curricular. Neste cenário, os portais de transparência dos governos municipais foram utilizados para solicitação das propostas daqueles municípios que não dispunham de documentos em suas páginas oficiais das Secretarias Municipais de Educação.

Com os documentos recebidos foi preciso fazer uma análise para assegurar que se tratavam de documentos para o ensino de matemática. Muitos destes documentos eram

---

[5] Disponível em https://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2019/POP2019_20210331.pdf

adaptações do ensino regular ou mesmo documentos do ensino regular que estavam sendo utilizados na Educação de Jovens e Adultos. Como o objetivo é reconhecer os saberes e experiências dos alunos da EJA nas propostas curriculares foram considerados documentos mais gerais que apresentassem, ainda que de modo sucinto, a visão e concepção sobre a Educação de Jovens e Adultos. De maneira geral, os documentos selecionados foram planos, orientações, ementários e propostas curriculares para o ensino de matemática, Planos municipais de Educação e outros documentos oficiais disponibilizados. Atualmente o corpus desta pesquisa conta com setenta (70) documentos, sendo seis (6) documentos do Estado do Ceará, vinte e dois (22) documentos do Estado de Minas Gerais, quarenta e um (41) do Estado de São Paulo e um documento da rede federal de ensino.

A partir da seleção e construção do corpus de pesquisa, foi preciso a criação de coleções e categorias para alimentar o software, especificamente relacionadas à Educação de Jovens e Adultos, Educação Matemática, subjetividade e aprendizagem matemática. Estas categorias e coleções auxiliarão na descrição e análise dos dados, a partir dos referenciais da Sociologia Pragmática.

É preciso reforçar que, por se tratar de uma pesquisa qualitativa, o software será um dos recursos metodológicos utilizados, porém não o único. A análise documental do corpus e posterior análise dos resultados obtidos, a partir do Prospéro, será complementar à utilização do software, o que possibilitará um melhor entendimento e reflexão sobre os discursos presentes nos documentos analisados.

Análise dos dados e Resultados

A coleta dos dados e as dificuldades encontradas para a criação do corpus de pesquisa nos possibilita refletir sobre a secundarização da EJA. Muitos dos websites dos municípios investigados dispõem de propostas curriculares para o ensino regular, porém, não disponibilizam material específico para a EJA. Todos os municípios que inicialmente foram selecionados oferecem a modalidade EJA, ainda que apenas para os anos iniciais, referente ao Ensino Fundamental I. Destes, 15 % tinham propostas disponíveis para a sociedades, por meio de página oficial das secretarias de educação.

A análise inicial dos dados, ainda que tenha sido feita sem a implementação o software Prospéro, revelou que mais de 60% das propostas curriculares de matemática são adaptações de propostas do ensino regular. A partir do Portal da Transparência muitos municípios enviaram a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como documento orientador para o ensino de matemática na EJA. É importante destacar que a BNCC não faz referência à Educação de Jovens e Adultos.

Configuram-se como documento curricular para o ensino de matemática da EJA quadros contendo os conteúdos a serem trabalhados, sem qualquer discussão ou referência às especificidades do público jovem e adulto. Reconhecer os avanços no acesso à educação e nas políticas educacionais atuais para jovens e adultos brasileiros é inegável, porém tais avanços não são suficientes para garantir o acesso à educação de qualidade aos alunos da EJA e, tampouco o reconhecimento de seus saberes e experiências fazem parte do repertório escolar. Para Dubet (2011), o sistema escolar reforça e transfere para o sujeito a responsabilidade de seu sucesso ou fracasso. O autor ainda afirma que, "ao romper a rigidez dos destinos escolares graças à massificação e à democratização relativa, a 'causa' das desigualdades foi deslocada da sociedade para o indivíduo" (DUBET, 2011, p. 73, tradução nossa). Deste modo, o autor sugere que é preciso levantar novos problemas presentes no sistema escolar, centrados no sujeito e em suas experiências, para compreender os processos de dominação e produção de hierarquias de classe.

Apesar de recente, investigações como as desenvolvidas por Santos e Trabal (2012) e Pompeu (2017) trazem contribuições relevantes para o ensino de matemática e sobre a relevância dos atores da escola neste processo. A compreensão do ensino de matemática, a partir de suas controvérsias e momentos críticos como propõe os sociólogos pragmáticos, destaca as relações de poder intrínsecas ao processo de aprender e conhecer.

Considerar o sujeito e suas ações para a compreensão dos problemas envolvidos na aprendizagem da Matemática contribui para a análise e reflexão acerca das políticas públicas inferidas recentemente, sobre o papel da universidade e dos investigadores diante deste cenário e dos novos caminhos que podem ser trilhados a partir da análise sociológica da Educação Matemática. A próxima etapa desta investigação será a implementação das propostas curriculares no software Prospéro. Como já mencionado, o software poderá auxiliar na analise temporal das propostas, revelando a partir dos metadados implementados quais os anos em que questões relacionadas ao contexto, subjetividade, experiência, entre outros termos, foram mais ou menos utilizados nas propostas, por exemplo. Além disso, o programa tem a capacidade de extrair do corpus informações e recortes que permitam estabelecer relações de análise, identificar argumentos e atores, a partir dos dicionários de conceitos criados pelos pesquisadores. Estes dicionários foram criados a partir de estudos e análises prévias sobre o que se espera de um documento curricular para o ensino de matemática da EJA, entrelaçado com os objetivos aqui mencionados.

Em época de não garantia de direitos básicos como saúde e educação para a maioria da população brasileira, a Educação de Jovens e Adultos que há tempos já assume um papel coadjuvante nas políticas públicas nacionais deve ser foco central de debate e discussão. A Educação Matemática de Adultos que tem sido praticada a partir das propostas prescritas pelo Estado revela uma matemática simplista e engessada, ainda pouco articulada com os saberes e experiências matemáticos dos alunos da EJA. Um contexto repleto de conhecimento e sabedoria, como as salas de aula da EJA, deveria ter refletido nas políticas públicas nacionais todo seu potencial.

Referências

ABREU, G. A teoria das representações sociais e a cognição matemática. **Quadrante,** Lisboa, v. 4, n. 1, p. 25-41, 1995.

ALVISI, C.; MONTEIRO, A. A travessia do currículo-verdade para o currículo experiência: por caminhos indisciplinares. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUDESTE, 9.: Pesquisas em Educação no Brasil: balanço do século XX e desafios para o século XXI, São Carlos, 8-11 jul. 2009. **Anais...** São Carlos: UFSCar, 2009.

BARTHE, Y. et al. Sociologia pragmática: guia do usuário. **Sociologias**, Porto Alegre, v. 18, n. 41, p. 84-129, 2016.

BISHOP, A. J. **Enculturación matemática:** la educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona: Paidós, 1999.

BOLTANSKI, L. **El amor y la justicia como competencias:** tres ensayos de sociología de la acción. Buenos Aires: Amorrortu, 1990.

BOLTANSKI, L.; THÉVENOT, L. **De la justification:** les économies de la grandeur. Paris: Gallimard, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio:** bases legais. Brasília, DF, 2000.

CHARLOT, B. **Os jovens e o saber:** perspectivas mundiais. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHATEAURAYNAUD, F. Forces et faiblesses de la nouvelle anthropologie des sciences. **Critique,** Paris, n. 529-530, p. 459-478, jun./jul. 1991.

DANTAS, V. A. de O. **Relação com o saber matemático de alunos em risco de fracasso escolar.** 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2014.

DUBET, F. **La experiencia sociológica.** Barcelona: Gedisa, 2011.

GOUVEIA, F. **Controvérsias sobre a sustentabilidade do etanol combustível no Brasil** : panorama e investigação socioinformática dos jornais online de amplo alcance. 2016. Tese (Doutorado em Política Científica e Tecnológica). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.

KOORO, M. B.; LOPES, C. E. *Uma análise das propostas curriculares de Matemática para a educaçao de jovens e adultos*. **Horizontes**, Itatiba, v. 25, n. 1, p. 99-110, 2007.

LAVE, J. **Cognition in practice:** mind, mathematics and culture in everyday life. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.

MONTEIRO, A.; MENDES, J. R.; GUIMARÃES, M. F. Sujeitos governados da EJA: reverberações discursivas nas difíceis relações entre saberes matemáticos. **Revista Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 20, n. 2, p. 115-135, 2012.

MONTEIRO, A.; NACARATO, A. M. As relações entre saberes cotidiano e escolar presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática. **Pro-posições,** Campinas, v. 16, n. 3, p. 165-179, set/dez. 2005.

POMPEU, C. C. A experiência escolar de alunos jovens e adultos e sua relação com a matemática. 2011. **Dissertação** (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

POMPEU, C. C. Um Estudo Sobre a Relação de Alunos da Educação de Jovens e Adultos do Estado de São Paulo com a Matemática. São Paulo/SP, 2017.

SAMPAIO, M. das M. F. **Um gosto amargo de escola:** relações entre currículo, ensino e fracasso escolar. São Paulo: Educ, 1998.

SANTOS, V. de M. A relação e as dificuldades dos alunos com a Matemática: um objeto de investigação. **Zetetiké:** Revista de Educação Matemática**,** Campinas, v. 17, número temático, p. 57-93, 2009.

SANTOS, V. de M.; TRABAL, P. Pour une Sociologie pragmatique de l'enseignement des Mathématiques. In: COLLOQUE ET DIDACTIQUES: vers une transgression des frontières, 1, 13-14 set. 2012, Lausanne. **Actes...** Lausanne: Haute Ecole Pédagogique de Vaud, 2012. p. 175-189.

TRABAL, P. A questão do "tempo dos atores" na sociologia pragmática. **Revista Semestral do Departamento e do Programa de Pós-Graduação em Sociologia da Ufscar,** São Carlos, v. 2, n. 1, p. 187-202, 2012.

VILELA, D. S. **Matemáticas nos usos e jogos de linguagem:** ampliando concepções na Educação Matemática. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

WALKERDINE, V. Diferença, cognição e educação matemática. In: KNIJNIK, G. **Etnomatemática, currículo e formação de professores.** Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004. p. 109-123.

Probabilidade nos Anos Finais: o currículo prescrito pré e pós BNCC

Probability in Middle School: prescribed curriculum before and after BNCC

Ewellen Tenorio de Lima
UFPE
ewellentlima@gmail.com

Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
UFPE
resrborba@gmail.com

Resumo

No presente artigo investiga-se como o trabalho com a Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental aparece em documentos nacionais que serviram, em diferentes momentos, de ponto de partida à elaboração de currículos prescritos locais: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). À luz dos principais aportes teóricos adotados – que se referem à Teoria dos Campos Conceituais, às demandas cognitivas da probabilidade e às diferentes concepções probabilísticas – constatou-se que os dois documentos apresentam aproximações e distanciamentos em suas orientações e foram ressaltados, ainda, avanços e retrocessos a partir da comparação entre eles. Destaca-se, em especial, que, ainda que as orientações mais gerais estejam relacionadas ao trabalho com situações probabilísticas que exploram diferentes demandas cognitivas da probabilidade, é dada maior ênfase, nas prescrições explicitadas nos dois documentos, à *construção de espaços amostrais* e à *quantificação de probabilidades* – em detrimento outras demandas cognitivas. No que se refere aos invariantes de tais situações, ressalta-se que nenhum dos documentos se aprofunda em discussões acerca das características e propriedades de diferentes tipos de problema probabilísticos. Por outro lado, ambos os documentos ressaltam o uso de representações simbólicas variadas frente à resolução de tais problemas – representações que possuem relação, ainda, com outras áreas da Matemática, como a Combinatória e a Estatística – sendo este um ponto muito positivo. Por fim, ambos os documentos citam duas concepções de probabilidade a serem trabalhadas nos Anos Finais: a clássica e a frequentista. Conclui-se que os dois documentos possuem aproximações em suas prescrições, havendo, com a vigência da BNCC avanços principalmente quanto ao trabalho contínuo com a Probabilidade (em todos os anos desta etapa escolar) e retrocessos quanto à ausência de aprofundamento e orientações mais específicas – estas ficam agora inteiramente a cargo dos currículos locais ou materiais curriculares apresentados ao professor.

Palavras-chave: Probabilidade; Anos Finais; Currículo Prescrito; PCN; BNCC.

Abstract

This article investigates how Probability in Middle School appears in national documents that served, at different moments, as a starting point for the elaboration of local prescribed curriculum: the Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) and the Base Nacional Comum Curricular (BNCC). In light of the theoretical contributions adopted – which refer to the Theory of Conceptual Fields, the cognitive demands of probabilityand the different probabilistic conceptions – it was found that the two documents present similarities and divergences in their orientations and advances and setbacks from the comparison between them were highlighted. It is noteworthy, in particular, that, although the more general guidelines are related to working with probabilistic situations that explore different cognitive demands of probability, greater emphasis is given, in the explicit prescriptions regarding the two documents, to the *construction of sample spaces* and the*quantification of probabilities* – in detriment of other cognitive demands. With regard to the invariants of such situations, none of the documents delve into discussions about the characteristics and properties of different types of probabilistic problems. On the other hand, both documents emphasize the useof varied symbolic representations to solve such problems – representations that are also related to other areas of Mathematics, such as Combinatorics and Statistics – which is a positive aspect. Finally, both documents cite the work with two conceptions of probability in Middle

School: the classic and the frequentist. It is concluded that the two documents have similarities in their prescriptions, having, with the validity of the BNCC, advances mainly concerning a continuous work with Probability (in all years of this school stage) and setbacks regarding the lack of deepening and more specific guidelines – these are now entirely in charge of local curriculum or other materials presented to the teacher.

Keywords: Probability; Middle School; Prescribed Curriculum; PCN; BNCC.

Introdução

Definições de 'currículo' têm sido diversas ao logo do tempo e por diferentes autores. Lidar com a pluralidade de concepções de currículo no leva a concordar que "uma definição não nos revela o que é, essencialmente, o currículo: [...] nos revela o que uma determinada teoria pensa que o currículo é" (SILVA, 2010, p. 14).

Destacam-se algumas características da concepção de currículo aqui adotada: além de ser uma seleção cultural, o currículo carrega em si intencionalidades, isto é, não é neutro. Também não é estático, pois se modifica em função da sociedade ao qual se aplica – ao mesmo tempo em que atua enquanto transformador da mesma.

> [...] o currículo é sempre o resultado de uma seleção: de um universo mais amplo de conhecimentos e saberes seleciona-se aquela parte que vai constituir, precisamente, o currículo. [...] a pergunta 'o quê?' nunca está separada de uma outra importante pergunta: 'o que eles ou elas devem se tornar?'. Afinal, um currículo busca precisamente modificar as pessoas que vão 'seguir' aquele currículo (SILVA, 2010, p. 15).

Sacristán (2000), referencial aqui adotado, defende o currículo enquanto um objeto que se constrói durante um processo que envolve diferentes fases e agentes que nelas atuam: desde sua configuração, interpretação, implementação, concretização em sala de aula e em sua própria avaliação. O autor afirma que:

> O currículo pode ser visto como um objeto que cria em torno de si campos de ação diversos, nos quais múltiplos agentes e forças se expressam em sua configuração, incidindo sobre aspectos distintos. [...] Os níveis nos quais se decide e configura o currículo não guardam dependências estritas uns com os outros. São instâncias que atuam convergentemente na definição da prática pedagógica (SACRISTÁN, 2000, p. 101).

Nesta direção, o autor apresenta seis instâncias que caracterizam o currículo: o currículo *prescrito* (em documentos oficiais), o currículo *apresentado* (em livros didáticos, dentre outros materiais), o currículo *moldado* (planejado pelo professor), o currículo *em ação* (ocorrido, efetivamente, em sala de aula), o currículo *realizado* (reflexos da prática, dentre eles a aprendizagem) e o currículo *avaliado* (o que é priorizado pelo professor e também em avaliações, inclusive externas). O currículo *prescrito* é a instância foco do presente artigo e se refere ao que serve de orientação ao *que*, *como* e *por que* deve compor o conteúdo do currículo. Sacristán (2000) destaca que tal instância curricular possui, enquanto agente das esferas governamentais que regem os sistemas educativos, "aspectos que atuam como referência na ordenação do sistema curricular, servem de ponto de partida para a elaboração de materiais, controle do sistema, etc." (SACRISTÁN, 2000, p. 104).

Defendendo a compreensão de que tais instâncias possuem inter-relações entre si e que "as condições de desenvolvimento e realidade curricular não podem ser entendidas senão em conjunto" (SACRISTÁN, 2000, p. 9), apresenta-se, no presente texto, um recorte de um estudo de doutoramento, em andamento. Neste momento, volta-se o olhar para o currículo *prescrito* aos Anos Finais do Ensino Fundamental, em especial no que diz respeito à Probabilidade nesta etapa da escolarização, dada a grande influência que esta instância curricular tem nas demais. Os principais aportes teóricos que embasam as discussões e análises exploradas nesse texto são apresentados a seguir.

Aportes Teóricos

Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996) constitui um importante referencial para pesquisas cujo foco de investigação está relacionado aos processos de ensino e de aprendizagem de conceitos específicos, considerando-se suas particularidades e articulações. Para Vergnaud (1996), um conceito é formado a partir do tripé dos conjuntos das *situações* (S) que o atribuem sentido; das suas características e propriedades *invariantes* (I), que distinguem as diferentes situações; e das *representações simbólicas* (R) utilizadas, inclusive, para auxiliar a resolução de problemas. O autor destaca, ainda, que para "para estudar o funcionamento e o desenvolvimento de um conceito é necessário considerar estes três planos ao mesmo tempo" (VERGNAUD, 1996, p. 166).

À luz desta teoria, entende-se que o desenvolvimento de conceitos não ocorre de maneira independente, mas, sim, a partir de relações e interações que se dão dentro de campos conceituais. Estes são definidos enquanto um conjunto de *situações*, cujo domínio envolve vários conceitos, procedimentos e *representações simbólicas* em estreita conexão.

Ressalta-se que tal teoria não é específica da Matemática, "mas começou por ser elaborada a fim de explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço, da álgebra [...]"

(VERGNAUD, 1996, p. 155). No campo conceitual das estruturas multiplicativas estão inseridas as "situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações" (VERGNAUD, 1996, p. 167), incluindo, assim, conceitos como o de número racional (em suas diferentes representações), proporcionalidade e funções, bem como aqueles relacionados à Combinatória e à Probabilidade, área da Matemática foco do presente texto.

Demandas cognitivas da probabilidade

A Probabilidade se ocupa do estudo de situações aleatórias e estas envolvem eventos que **"a**s pessoas sabem que podem ocorrer, mas não têm certeza se e quando ocorrerão" (BRYANT; NUNES, 2012, p. 3, tradução livre)**. Esta área da Matemática possibilita que se compreenda a natureza do acaso, os diferentes eventos possíveis e, ainda, que se estime e compare o grau de probabilidade da ocorrência destes, sejam eles pouco ou muito prováveis**. Nesse sentido, autores como Fischbein (1975), Bryant e Nunes (2012) e Campos e Carvalho (2016) ressaltam a importância de que o trabalho com a Probabilidade ocorra ao longo de toda a escolarização, tendo-se em vista que os estudantes possam desenvolver seus raciocínios probabilísticos.

Bryant e Nunes (2012) defendem que o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, está atrelado a quatro demandas cognitivas: **o entendimento da *aleatoriedade*; a elaboração/análise do *espaço amostral*; a *comparação* e *quantificação* de probabilidades; e a compreensão de *correlações* (relações entre eventos).**

Segundo estes autores, a primeira demanda abrange a incerteza sobre resultados de eventos que ainda não ocorreram. O **entendimento da *aleatoriedade*** possui, assim, aplicações na garantia de justiça/equidade em contextos de jogos e sorteios, muito presentes no cotidiano. Constitui, portanto, um passo essencial na aprendizagem de Probabilidade, visto que se refere à natureza, em si, do objeto de estudo desta área da Matemática.

A segunda demanda cognitiva, **a elaboração/análise do *espaço amostral***, está relacionada ao levantamento de todos os possíveis resultados (eventos) em um dado contexto aleatório. Desse modo, diz respeito a

> [...] reconhecer que o primeiro e essencial passo na resolução de qualquer problema de probabilidade é elaborar/trabalhar todos os eventos possíveis e sequências de eventos que podem ocorrer. O conjunto de todos os eventos possíveis é chamado de 'espaço amostral' e elaborá-lo é não apenas uma parte necessária do cálculo de probabilidades de um dado evento, mas também, um

> elemento essencial na compreensão da natureza da probabilidade (BRYANT; NUNES, 2012, p. 3, tradução livre).

Por sua vez, a demanda cognitiva referente à *comparação* e *quantificação* de probabilidades está intimamente ligada à compreensão da proporcionalidade, visto que "o cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento ou de uma classe de eventos deve se basear na quantidade total do espaço amostral e não apenas na quantidade de eventos que nós queremos prever" (BRYANT; NUNES, 2012, p. 46, tradução livre).

Por fim, a quarta demanda cognitiva apontada por Bryant e Nunes (2012), **compreensão de *correlações*,** está relacionada à capacidade de identificar quando a associação entre dois eventos acontece aleatoriamente ou representa uma relação genuína. A mesma envolve, dessa forma, todas as outras demandas anteriormente mencionadas.

Articulando tal referencial ao explicitado na seção anterior (VERGNAUD, 1996), a exploração de tais demandas cognitivas é aqui relacionada ao trabalho com diferentes *situações* probabilísticas. Assim, na condução das análises considerou-se que problemas probabilísticos envolvem, na realidade, *diferentes demandas cognitivas*, visto que estas estão intrinsecamente relacionadas e, como evidenciado por Bryant e Nunes (2012), o amplo entendimento de probabilidade depende do desenvolvimento sucessivo de conhecimentos sobre *aleatoriedade*, *espaço amostral*, *comparação* e *quantificação de probabilidades*, para se chegar às *correlações*. Nessa direção, ao se falar em classificação de situações probabilísticas no presente trabalho foi levado em consideração o que é explicitamente solicitado, ou seja, qual é a demanda mais complexa envolvida em cada caso[1].

Concepções de probabilidade

Além de se voltar o olhar à pluralidade de situações probabilísticas, considerou-se a existência de diferentes concepções de probabilidade. São discutidas por Godino, Batanero e Cañizares (1991) as concepções: *clássica*, *frequentista*, *subjetiva*, *lógica* e *formal*.

A *concepção clássica* embasa o cálculo *a priori* da probabilidade de ocorrência de um evento aleatório, a partir de uma razão: número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis. Essa concepção é a mais frequente em problemas escolares. Destaca-se que ela se aplica, apenas, no que diz respeito a espaços amostrais equiprováveis.

[1] No presente estudo são considerados dois tipos de *situações* probabilísticas distintas a partir da terceira demanda apontada, dada a diferença na natureza de problemas probabilísticos que abordam a *comparação* ou a *quantificação* de probabilidades.

Por sua vez, a concepção *frequentista* se refere ao cálculo de probabilidades realizado *a posteriori*: a partir da observação de resultados de experimentações e simulações, por exemplo. Em situações viáveis, quando o número de observações é grande o suficiente, a probabilidade obtida a partir desta concepção de probabilidade se aproxima daquela calculada pela concepção clássica.

Já a *concepção subjetiva* de probabilidade é discutida enquanto "uma expressão da crença ou percepção pessoal" (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1991, p. 25, tradução livre), estando fortemente baseada nas experiências daquele que estima a probabilidade de um dado evento aleatório. Nessa direção, diferentes pessoas podem prever probabilidades distintas para uma mesma situação. Essa concepção se faz presente no julgamento de muitas situações do cotidiano, como jogos e apostas e tem grande relação com conhecimentos e experiências prévias dos estudantes (escolares e extraescolares), podendo influenciar, assim, o desenvolvimento de seus raciocínios probabilísticos.

A *concepção lógica* de probabilidade se baseia na indução, definindo uma relação lógica entre um enunciado e uma hipótese dele derivada. De acordo com os autores, essa concepção "traduz um grau de crença racional, isto é, a *taxa de confiança* concedida a uma proposição *p* à luz da informação de outra proposição *q*. A Probabilidade é tratada como um tipo especial de relação entre os dois enunciados" (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1991, p. 23, tradução livre), sendo a *taxa de confiança* medida de duas maneiras extremas: a certeza e a impossibilidade.

Por fim, na *concepção formal* a probabilidade é medida quando se elege um espaço amostral (E) e um subconjunto (A) do mesmo. A probabilidade é, então, calculada a partir do quociente entre a medida de A e a medida de E, estando o resultado dessa razão compreendido entre 0 e 1. Nesta concepção, não há a limitação intrínseca à concepção clássica, isto é, o espaço amostral não precisa ser equiprovável.

Os referenciais discutidos nessa seção foram utilizados para embasar as análises conduzidas neste texto, conforme percurso metodológico apresentado a seguir.

Percurso Metodológico

No presente artigo foram analisados dois documentos oficiais que se caracterizaram, em diferentes momentos, enquanto orientação nacional à Educação Básica, servindo de base para a construção de currículos prescritos locais (do Distrito Federal, estaduais e municipais), bem como para a elaboração de materiais curriculares diversos (como, por exemplo, os livros didáticos) em diferentes etapas da escolarização. São estes: os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018). Nos dois documentos citados, adotou-se o recorte referente à etapa da escolarização correspondente aos Anos Finais do Ensino Fundamental.

As análises foram realizadas a partir da leitura crítica das prescrições referentes à Probabilidade em cada um dos documentos, à luz dos referenciais teóricos adotados. A partir destas, levantou-se o que está posto nestes documentos no que diz respeito ao trabalho com problemas que exploram *situações* atreladas às diferentes demandas cognitivas ao amplo entendimento da probabilidade, bem como suas características (*invariantes*) e ao uso de *representações simbólicas* variadas (BRYANT; NUNES, 2012; VERGNAUD, 1996); analisou-se, também a presença de orientações ao trabalho com diferentes concepções de probabilidade (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1991).

Tais análises são apresentadas nas seções que seguem, sendo apresentadas, inicialmente, por documento. Em seguida, são sistematizadas a partir de um olhar comparativo, tendo por foco a elucidação de avanços e retrocessos no que diz respeito à Probabilidade nos PCN (BRASIL, 1998) e na BNCC (BRASIL, 2018).

Probabilidade nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCN (BRASIL, 1998) surgiram frente à necessidade da construção de uma referência nacional que proporcionasse aos estudantes de todo o país o acesso a um conjunto de conhecimentos comuns, necessários ao exercício da cidadania. Tal documento não possuía caráter obrigatório e ressaltava a importância de que os currículos locais construídos a partir dele levassem em consideração as diversidades existentes no país e, portanto, as particularidades de cada região.

Especificamente, referindo-se à Matemática no Ensino Fundamental, é destacada a importância de que os estudantes possam percebê-la enquanto uma ferramenta “para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p. 15).

Neste documento (BRASIL, 1998), as prescrições referentes à Matemática estão organizadas em quatro blocos de conteúdos: *Números e Operações*; *Espaço e Forma*; *Grandezas e Medidas*; e *Tratamento da Informação*. Este último é o foco do presente texto por incluir a Probabilidade, junto da Combinatória e da Estatística. Tal bloco é apresentado e justificado por sua grande aplicação à vivência em sociedade.

É válido destacar, ainda, que o mesmo documento aponta que, referente a este bloco de conteúdos, "o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos" (BRASIL, 1998, p. 52). Tal passagem corrobora, assim, a defesa da importância da exploração de estratégias e representações simbólicas diversas (tanto as espontâneas, quanto as mais formalizadas e refinadas) frente à resolução de problemas. Isto potencializa um desenvolvimento contínuo dos raciocínios relacionados às áreas da Matemática em questão, incluindo a Probabilidade (FISCHBEIN, 1975; BRYANT; NUNES, 2012; CAMPOS; CARVALHO, 2016).

Em especial, no que diz respeito à Probabilidade, é posto que:

> [...] a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (BRASIL, 1998, p. 52).

Da passagem acima, pode-se inferir a menção a três das quatro demandas cognitivas ao amplo entendimento da Probabilidade apresentadas por Bryant e Nunes (2012). Ao se indicar que o principal objetivo do ensino da Probabilidade, nessa etapa escolar, é que o estudante "*compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória*", é ressaltada a importância do trabalho com *situações* que abordam a primeira demanda cognitiva: *aleatoriedade*.

Por sua vez, o complemento a tal afirmação, que defende que o estudante deve perceber, no que diz respeito a tais acontecimentos aleatórios, que "*se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos*", está relacionada a *situações* que exploram a segunda demanda cognitiva apontada pelos autores: *espaço amostral*.

Por fim, ao ser destacado que os estudantes devem estar cientes da possibilidade de se "*estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles [acontecimentos]*", percebemos a relação com *situações* probabilísticas associadas à terceira demanda cognitiva: *comparação* e *quantificação de probabilidades*.

Dessa maneira, apenas indicações ao trabalho com a *correlação* não aparecem neste documento. Destaca-se, no entanto, que, de acordo com o referencial teórico, "para compreender correlações é preciso entender todas as três ideias mencionadas anteriormente" (BRYANT; NUNES, 2012, p. 4, tradução livre). Assim, a exploração das demais demandas serve de importante base a um possível trabalho posterior com a *correlação*.

No texto dos PCN (BRASIL, 1998) as prescrições específicas de Matemática são organizadas por ciclo: sendo o 3º ciclo do Ensino Fundamental equivalente ao 6º e 7º anos e o 4º ciclo equivalente ao 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. A seguir são analisados os *Objetivos da Matemática* em cada um desses ciclos, bem como os *Conceitos e Procedimentos* explicitados que dizem respeito à Probabilidade.

Dentre os objetivos elencados para o 3º ciclo, tem-se:

> Desenvolvimento do conhecimento de diferentes conceitos e raciocínios, dentre eles: do raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico [...]; resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão (BRASIL, 1998, p. 65).

Percebe-se, assim, que alcançar tal objetivo, no que diz respeito à Probabilidade, depende do desenvolvimento de certas demandas cognitivas que possibilitem a chegada ao cálculo de probabilidades, que ganha destaque na passagem em questão. Isto é reforçado na apresentação dos conceitos e procedimentos a serem trabalhados no 3º ciclo, que incluem: "Construção do espaço amostral e indicação da possibilidade de sucesso de um evento pelo uso de uma razão" (BRASIL, 1998, p. 74-75) – envolvendo, explicitamente, *situações* probabilísticas relacionadas ao *espaço amostral* e à *quantificação de probabilidades*.

É válido ressaltar, ainda, a partir da orientação voltada ao 3º ciclo, o foco na concepção clássica, bem como o destaque dado à articulação entre tal área da Matemática e o raciocínio combinatório, sendo esta uma ferramenta muito importante na determinação de espaços amostrais compostos.

Por sua vez, dentre os objetivos do 4º ciclo, tem-se:

> Desenvolvimento do conhecimento de diferentes conceitos e raciocínios, dentre eles: do raciocínio estatístico e probabilístico [...]; construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos (BRASIL, 1998, p. 82).

No 4º ciclo, há, novamente, menção direta a *situações* relacionadas às seguintes demandas cognitivas: *espaço amostral* e *quantificação de probabilidades*. No que diz respeito aos conceitos e procedimentos a serem trabalhados no 4º ciclo, destaca-se: 1)

"Construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e a indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão" (BRASIL, 1998, p. 90), que aponta uma importante *representação simbólica* à quantificação de *espaços amostrais* nos quais não é viável indicar todas as possibilidades uma a uma: o princípio multiplicativo – novamente reforçando a articulação entre Combinatória e Probabilidade; 2) "Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidades previstas" (BRASIL, 1998, p. 90), que coloca em foco, também, a concepção frequentista de probabilidade e, inclusive, a comparação entre esta e a concepção clássica – tanto no trabalho com o *espaço amostral* como na *quantificação de probabilidades*.

Tais pontos são reforçados, em mais detalhes, na seção *Orientações Didáticas* do currículo prescrito em questão – sendo um ponto positivo, visto que proporciona maiores detalhes aos destinatários desse documento, em especial, o professor. Essa seção traz que:

> Nos ciclos finais, a noção de probabilidade continua a ser explorada de maneira informal, por meio de investigações que levem os alunos a fazer algumas previsões a respeito do sucesso de um evento. [...] Ao se realizarem experiências para calcular probabilidades, é interessante utilizar materiais manipulativos que permitam explorar a propriedade da simetria (dados, moedas), como também os que não possuem essa simetria (roletas com áreas desiguais para os números). No trabalho com probabilidade é fundamental que os alunos compreendam o significado de espaço amostral e sua construção pela contagem dos casos possíveis, utilizando-se do princípio multiplicativo e de representações como uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore. Desse modo, será possível indicar o sucesso de um evento utilizando-se de uma razão (BRASIL, 1998, p. 137-138).

Na seção que segue, são apresentadas as análises referentes ao segundo documento oficial foco do presente trabalho, a BNCC.

Probabilidade na Base Nacional Comum Curricular

A BNCC (BRASIL, 2018) é o principal documento oficial em vigência que se caracteriza enquanto currículo *prescrito*. Tal documento veio substituir os PCN (BRASIL, 1998) enquanto orientação nacional à criação de currículos locais e se diferencia deste por possuir caráter normativo, isto é, obrigatório. A BNCC (BRASIL, 2018) apresenta um conjunto progressivo de aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas por todos os estudantes brasileiros ao longo dos anos que compõem a Educação Básica, tendo o objetivo de garantir o desenvolvimento integral destes estudantes.

Neste documento, as prescrições referentes à Matemática nas diferentes etapas da escolarização básica estão organizadas em cinco Unidades Temáticas: *Números*; *Álgebra*;

Geometria; *Grandezas e Medidas*; *Probabilidade e Estatística*. Esta última é o foco do presente trabalho, pois nela ganham espaço o trabalho com a incerteza e o tratamento de dados: "ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia" (BRASIL, 2018, p. 274).

É destacado, ainda, no que se refere à Probabilidade, que:

> [...] nos Anos Finais, o estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista. A progressão dos conhecimentos se faz pelo aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem (BRASIL, 2018, p. 274).

Em tal passagem, no que diz respeito às *situações* probabilísticas, percebe-se foco no *espaço amostral* e na *quantificação de probabilidades* – via duas concepções de probabilidade: a clássica e a frequentista. Assim como observado nos PCN (BRASIL, 1998) há, também, destaque à relação entre o raciocínio combinatório e a Probabilidade.

Além de orientações de tal natureza, mais gerais, cada uma das unidades temáticas apresenta os *objetos de aprendizagem* a serem abordados em cada ano da escolarização, bem como as *habilidades* a serem desenvolvidas a partir do trabalho com os mesmos. No que diz respeito à Probabilidade, estas prescrições específicas estão sistematizadas no Quadro 1.

Quadro 1: Prescrições ao trabalho com a Probabilidade na BNCC

ANO	OBJETOS DO CONHECIMENTO	HABILIDADES
6º	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos
7º	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências
8º	Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo,

		e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1
9º	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos

Fonte: As autoras

Nota-se que na BNCC a Probabilidade ganha espaço ao longo dos diferentes anos que compõem a etapa da escolarização investigada, bem como durante toda a Educação Básica. Em cada ano, a prescrição de objetos do conhecimento e habilidades a eles relacionadas vão orientando um trabalho contínuo com a Probabilidade, ponto muito positivo dadas as considerações de autores da área que defendem a importância desse tipo de contato, tendo-se em vista o amplo desenvolvimento do raciocínio probabilístico (FISCHBEIN, 1975; BRYANT; NUNES, 2012; CAMPOS; CARVALHO, 2016).

A partir da habilidade a ser desenvolvida no 6º ano, ressalta-se o trabalho com problemas que explorem a *quantificação de probabilidades*, seja pela concepção clássica ou pela frequentista (bem como a comparação entre tais concepções). Além disso, é dado destaque ao uso de diferentes *representações simbólicas* relacionadas à comunicação dos valores correspondentes a tal quantificação: fração, decimal e percentual.

Já no que diz respeito à prescrição do 7º ano, percebe-se a relação com *quantificação de probabilidades* a partir da concepção frequentista de probabilidade: com foco nas simulações e dados de frequências de ocorrência. Este último possui importante articulação, ainda, com a Estatística, podendo ser um rico momento de uso de dados reais para a aplicação de conhecimentos probabilísticos.

Na habilidade referente ao 8º ano o foco retorna à *quantificação de probabilidades* a partir da concepção clássica. Nessa prescrição é dado destaque, ainda, à construção de *espaços amostrais* atrelada a uma *representação simbólica* específica, fonte de uma importante articulação entre a Probabilidade e a Combinatória: o princípio multiplicativo.

Por fim, a habilidade prescrita ao 9º ano diz respeito a problemas que exploram a compreensão da *aleatoriedade*, dada a classificação de eventos (dependentes e independentes) e, novamente, a *quantificação de probabilidades*.

Ao contrário dos PCN (BRASIL, 1998), este documento oficial curricular (BRASIL, 2018) não apresenta orientações complementares que versem sobre aspectos relevantes à concretização de tais prescrições em sala de aula. Fica, assim, por conta dos currículos locais e/ou materiais curriculares tais como o livro didático, o papel de guiar o professor de maneira mais aprofundada no que diz respeito ao trabalho com a Probabilidade nos Anos Finais.

A seguir, são apresentadas algumas considerações, a partir da análise dos dois documentos aqui discutidos (BRASIL, 1998; 2018).

Considerações

A partir das discussões aqui apresentadas, foram identificadas aproximações e distanciamentos entre os documentos analisados (BRASIL, 1998; 2018) no que diz respeito às prescrições ao trabalho com a Probabilidade nos Anos Finais.

Ressalta-se que, nas orientações gerais em ambos os documentos, é possível identificar menções a diferentes tipos de *situações* probabilísticas – atrelados a três das quatro demandas cognitivas apontadas por Bryant e Nunes (2012). No entanto, nas prescrições específicas a cada ciclo ou ano, nesses documentos, percebe-se maior espaço dado à *construção de espaços amostrais* e à *quantificação de probabilidades*. E, ainda que diferentes demandas estejam intrinsecamente relacionadas em um mesmo problema (o *levantamento do espaço amostral* é passo essencial à *quantificação*, por exemplo, e a compreensão da *aleatoriedade* está relacionada a todas as demais demandas), é interessante que o professor tenha ciência da importância do trabalho com todos os conceitos, tipos de problemas (e demandas cognitivas) relacionados à Probabilidade, nos diferentes anos que compõem esta etapa da escolarização. Tal postura proporciona um contato contínuo, de revisitação, aprofundamento e sistematização dos *invariantes*, atrelados a essas *situações* e, consequentemente, favorece o desenvolvimento do raciocínio probabilístico de estudantes dos Anos Finais. No que se refere às *representações simbólicas*, é válido ressaltar que ambos os documentos dão destaque ao uso de representações variadas. Estas representações sinalizam, ainda, articulações com outras áreas da Matemática, como a Combinatória e a Estatística.

Quanto às concepções de probabilidade abordadas, foram identificadas menções às concepções *clássica* e *frequentista* nos dois documentos analisados. Destaca-se, entretanto, maior destaque à concepção frequentista na BNCC (BRASIL, 2018) – presente explicitamente nas prescrições tanto do 6º quanto do 7º ano e com direcionamento à realização de experimentações e simulações – bem como à comparação entre as duas concepções de probabilidade em questão.

Ao se pensar em avanços e retrocessos, pode-se destacar dois pontos principais: há grande ganho referente a um trabalho progressivo com a Probabilidade nos Anos Finais sendo valorizado na BNCC (BRASIL, 2018) – a partir de prescrições diretas ao trabalho com a Probabilidade presentes em todos os anos dessa etapa da escolarização; ao passo em que perde-se poder de orientação aos professores por não haver aprofundamento didático e metodológico quanto às prescrições apresentadas, como presente nos PCN (BRASIL, 1998).

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo financiamento concedido à pesquisa de doutoramento da qual o presente texto apresenta um recorte.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** - BNCC. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC / Secretaria de Ensino Fundamental, 1998.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability**: a literature review. Nuffield Foundation. 2012.

CAMPOS, T.; CARVALHO, J. I. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – Em Teia, Recife, PE, v. 7, n. 1, 2016.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children.** Dordrecht, 1975.

GODINO, J.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad**. Madrid: Síntesis, 1991.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo:** Uma reflexão sobre a prática. 3. ed., Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, T. **Documentos de Identidade:** Uma Introdução às Teorias de Currículo. 3° ed. Belo Horizonte, Autêntica, 2010.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In. BRUM, Jean, (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, p. 155-191, 1996.

Professores como autores do Currículo: O que a Teoria do Agir Comunicativo nos revela?

Teachers as authors of the Curriculum: What does the Communicative Act Theory reveal to us?

Sória Pereira Lima Soares[1]
Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Parauapebas
soria.lima@ifpa.edu.br

Thiago Mascára da Silva[2]
Escola Estadual Justino Cardoso
thiago.oblato@gmail.com

Wagner Barbosa de Lima Palanch[3]
Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL
wagnerpalanch@gmail.com

Resumo
Este artigo, que é um recorte de uma pesquisa de Doutorado, apresenta uma análise a partir de uma perspectiva da Teoria do Agir Comunicativo (TAC) de Jürgen Habermas do processo de elaboração do Projeto Pedagógico de Curso (PPC) Superior de Licenciatura em Matemática do IFPA Campus Parauapebas. Para esta produção, tivemos como objetivo levantar o cenário inicial da construção do PPC de Matemática, procuramos investigar o que pensam esses profissionais responsáveis pela elaboração do PPC e quais bagagens/experiências que eles trazem para dentro desse processo. Para alcançar o objetivo seguimos uma abordagem qualitativa e utilizamos o questionário semiestruturado como técnica de coleta de dados aplicado via Google Forms. Os processos de interpretação e análise dos dados foram norteados pelos subsídios teóricos da Teoria do Agir Comunicativo de Habermas (2012a, 2012b).

Palavras-chave: Teoria do Agir Comunicativo; Projeto Pedagógico de Curso; Licenciatura em Matemática.

Abstract
This article, which is an excerpt from a PhD research, presents an analysis from a perspective of the Theory of Communicative Action (TAC) by Jürgen Habermas of the process of elaboration of the Pedagogical Project for a Higher Education Degree Course (PPC) in Mathematics of IFPA Campus Parauapebas. For this production, we aimed to raise the initial scenario of the construction of the PPC in Mathematics, we sought to investigate what these professionals responsible for preparing the PPC think and what baggage/experiences they bring into this process. To achieve the objective, we followed a qualitative approach and used the semi-structured questionnaire as a data collection technique applied via Google Forms. The processes of data

---

[1] Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul, membro do grupo de pesquisa EMECForm - Educação Matemática, Estrutura Curricular e Formação de Professores.
[2] Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul, membro do grupo de pesquisa EMECForm - Educação Matemática, Estrutura Curricular e Formação de Professores.
[3] Professor do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul, coordenador do grupo de pesquisa EMECForm - Educação Matemática, Estrutura Curricular e Formação de Professores.

interpretation and analysis were guided by the theoretical subsidies of the Theory of Communicative Action by Habermas (2012a, 2012b).

Keywords: Theory of Communicative Action; Course Pedagogical Project; Degree in Mathematics.

Introdução

Nos últimos quinze anos o sistema educacional brasileiro passou por reformas significativas em sua estrutura e uma dessas reformas de alcance significativo foi a criação dos Institutos Federais de Educação Ciência e Tecnologia que sucederam predominantemente as EAFs (Escolas Agrotécnicas Federais) e os CEFETs (Centro Federal de Educação Tecnológica), essa reforma se fundamenta em termos legais por meio da Lei 11.892/2008. No Estado do Pará fora juntado ao antigo CEFET-PA (Centro Federal de Educação Tecnológica do Estado do Pará), a EAF Castanhal (Escola Agrotécnica Federal de Castanhal), a EAF Marabá (Escola Agrotécnica Federal de Marabá) e criado o IFPA (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará), após a promulgação desta lei sucedeu um processo de expansão do IFPA tanto do ponto de vista de reestruturação de unidades das instituições antecessoras, como também da implantação de novas unidades.

Umas das unidades implantadas nesse processo de expansão, inclusive sendo a mais recente, foi a do IFPA Campus Parauapebas implantado a partir do ano de 2014. A implantação desta unidade é resultado de um acordo entre uma empresa privada e o Ministério Público, no qual a empresa teve como responsabilidade a construção das instalações e a cessão em regime de comodato ao IFPA. Durante esses anos de funcionamento, o IFPA Campus Parauapebas tem oferecido cursos profissionalizantes de formação inicial e continuada, cursos de nível técnico, graduações e especializações lato sensu para toda a região.

No ano de 2020 foi revisado o PDI (Plano de Desenvolvimento Institucional) do IFPA e para o ano de 2023 está prevista a implantação de um curso superior de licenciatura em matemática no Campus Parauapebas (IFPA, 2020). A fim de viabilizar esta meta, algumas ações já estão sendo tomadas, como por exemplo, a realização de concurso público, efetivação de professores da área de matemática e a criação da comissão de elaboração do projeto pedagógico do curso (PPC) de licenciatura em matemática.

Esse PPC de Licenciatura em Matemática é o nosso objeto de pesquisa, em seu processo de elaboração os fenômenos a serem estudados serão os discursos, entendimentos e/ou emancipações, ou seja, analisaremos se o processo de elaboração é influenciado por uma racionalidade instrumental ou se rompem com a dominação e partem para a razão comunicativa de Habermas.

Para este artigo, tivemos como objetivo levantar o cenário inicial da construção do PPC de Matemática, procuramos investigar o que pensam esses profissionais responsáveis pela elaboração do PPC e quais bagagens/experiências que eles trazem para dentro desse processo. Seguimos uma abordagem qualitativa e utilizamos o questionário semiestruturado como técnica de coleta de dados aplicado via Google Forms. Lembrando que este artigo é apenas um recorte da pesquisa de Doutorado, onde procuramos reunir noções preliminares do processo de elaboração de um PPC e realizar as primeiras aproximações dos discursos com a Teoria do Agir Comunicativo. Para isso, foram convidados a participar dessa fase inicial/diagnóstica todos os membros da comissão de elaboração do PPC de Licenciatura em Matemática do IFPA Campus Parauapebas, sendo 09 (nove) professores, 01 (um) pedagogo e 01 (uma) bibliotecária, porém, para esta oportunidade iremos trabalhar com dados de um participante, sendo ele um dos mais experientes do grupo no que tange à elaboração de outros PPCs do Campus Parauapebas.

Com relação aos aspectos éticos, este estudo faz parte de um Projeto de Pesquisa aprovado[4] **pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade vinculada, via plataforma brasil**.

Teoria do Agir Comunicativo

A Teoria do Agir Comunicativo (TAC) de Jürgen Habermas é o alicerce teórico utilizado para analisarmos e discutirmos o processo de elaboração de um projeto pedagógico de curso superior de licenciatura em matemática. A escolha dessa teoria se justifica pelo histórico de Habermas, onde atua como crítico da racionalização instrumental que vem colonizando o mundo da vida.

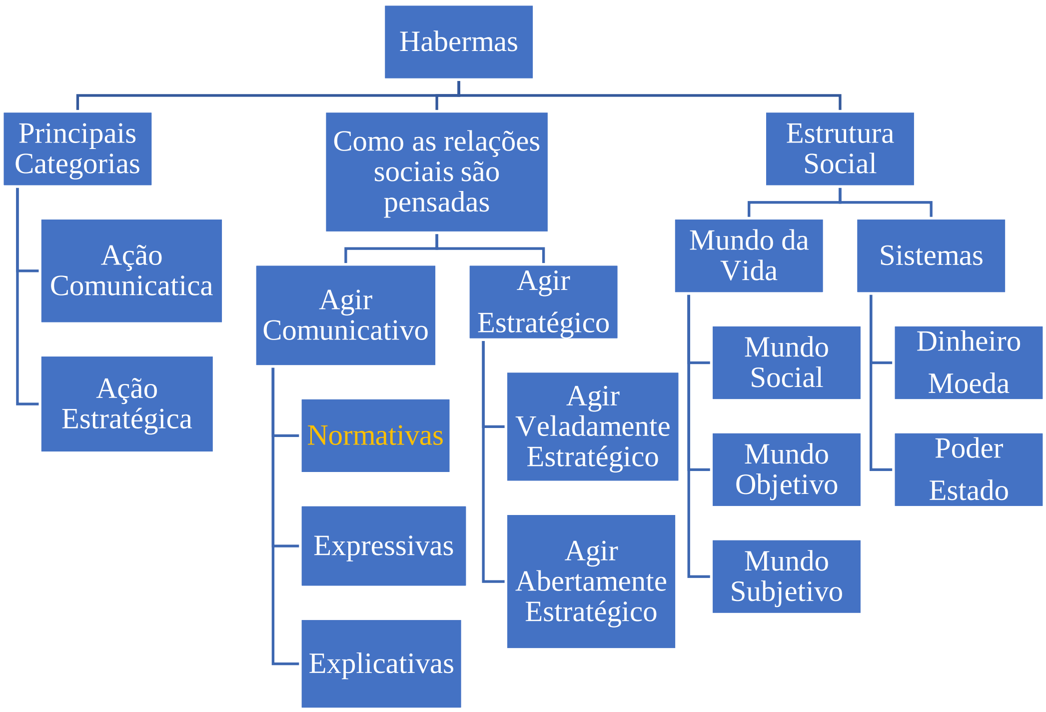
Em poucas palavras, Habermas é um autor alemão que veio da escola de Frankfurt, que foi orientado pelo Theodor Adorno e após uma pequena discussão com o Max

[4] Aprovação registrada através do Parecer nº 4.251.979.

Horkheimer rompeu com a sua escola de origem e passou por outras universidades alemãs. A grande virada na vida de Habermas aconteceu final da década de 60 quando recebeu convite para atuar em Nova York onde passou um tempo e teve contato com leituras, digamos mais críticas, de Durkheim, Parsons e Mead que deram base para sua transformação. Logo, estamos falando de um Habermas mais contemporâneo, que a partir da década de 80, escreveu a Nova Obscuridade, a **Teoria do Agir Comunicativo**, enfim, o Habermas da Emancipação, da Mudança Estrutural da Esfera Pública.

Para entender Habermas é muito importante compreender suas categorias, categoria é aquilo que ele cria em termos de nova concepção teórico-filosófica para compreender como as relações humanas vão se dar na realidade concreta. A principal categoria é o conceito de ação, onde a análise se dá a partir do sujeito da ação social e as categorias fundantes que vão reverberar para todas as ações seguintes são a ação comunicativa e a ação estratégica, veja a figura 1 para melhor entender e continuarmos com a teorização de Habermas.

Figura 1: A Teorização de Habermas



Fonte: Elaborado pelos autores.

Vamos iniciar falando da ação estratégica por ser mais antiga, aqui encontramos um conceito Weberiano de ação racional com respeito a fins, onde Habermas bebeu grande parte para escrever sobre a ação estratégica. Então, o que é ação racional com respeito a fins?

Ação racional com respeito a fins é quando o sujeito da ação social busca uma relação com um par ou até mesmo com a natureza buscando tirar algo útil dela, ou seja, é uma ação que vai utilizar o conteúdo verdade da comunicação para fins egocêntricos.

Já na ação comunicativa, o objetivo é o entendimento, Habermas parte da premissa que os interlocutores que se entendem, se comunicam com inteligibilidade, valorizando a qualidade e a veracidade dos participantes e dos argumentos, o que pressupõe normas e regras justas que eliminem assimetrias. Para o homem criar a linguagem, ele não podia partir de uma ação estratégica, ele tinha que partir para uma ação de entendimento, imagine duas pessoas que não sabem falar e precisam construir uma língua para se protegerem, essas duas pessoas precisarão se unir para construir formas de entendimento. Ou seja, a ação comunicativa de Habermas prioriza as relações linguisticamente mediadas em busca do consenso, lembrando que a linguagem não nasce da ação estratégica, a linguagem nasce para um ser humano se comunicar com outro ser humano.

A partir dessas duas categorias, Habermas descreve como as relações sociais são pensadas, as pessoas podem praticar o agir comunicativo ou o agir estratégico. No espaço comunicativo onde cada um coloca sua opinião e as pessoas são livres para poderem comentar, o que é essa busca do consenso? Não é sempre concordar, mas é dar ouvido para todas as vozes, ouvir e ser ouvido, se for necessário deliberar algo, que seja deliberado de modo que as intenções se harmonizem com bem coletivo e não o êxito pessoal.

Para Habermas não existe a ideia de perder a discussão, porque no diálogo você não perde ou ganha, no diálogo é ganha-ganha, você aprende com o outro. A comunicação pode acontecer de várias formas, mas vamos focar nesses três formatos: Normativas, Expressivas e a Explicativas.

Podemos nos comunicar a fim de normatizar alguma ação ou alguma conduta, aqui entra o objeto da pesquisa, que é a construção do Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino, ou seja, a comissão de elaboração desse documento irá se comunicar de alguma maneira para juntos construírem essa normativa.

Também podemos nos expressar por meio do diálogo para construir alguma coisa, algum conhecimento, ou até mesmo no campo das artes, no campo da música, no campo da pintura, onde se expressa comunicativamente um querer, por exemplo, podemos pensar em várias obras de artistas consagrados que tentam por meio da arte se expressar politicamente, se expressar contra uma ação concreta e esse produto humano (arte, quadro, cinema, performance) é carregada de comunicação e por isso considera-se expressiva.

E por fim, temos a comunicação explicativa, onde alguém possui algum conhecimento no mundo e compartilha com o outro, aqui entra o uso de Habermas principalmente na área da Educação onde teria o agir comunicativo dentro da sala de aula, entre o professor e o aluno.

Para complementar o entendimento da Teoria do Agir Comunicativo, Habermas traz a sociedade com duas grandes estruturas sociais, digamos antagônicas entre si, que são os sistemas e mundo da vida. Esse antagonismo é aquele do ser no mundo, e o que é esse antagonismo do ser no mundo? É quando se situa na perspectiva do ser querer se emancipar ou não. Por exemplo, quem quer manter o status quo vai agir normalmente dentro dos sistemas com as ações estratégicas, então vai agir com a sociedade seguindo o funcionamento dos sistemas, já quem tem uma perspectiva utópica de emancipação e de mudança social, vai ter uma perspectiva de mundo da vida, onde nas ações vai buscar o consenso e o diálogo, o tempo todo vai buscar a comunicação - onde vai buscar entender e compreender o outro, onde vai ao se enganar pedir desculpas e tentar ser mais proativo, vai mudar de opinião porque as opiniões não são pedras fundamentais, elas podem mudar com o tempo de acordo com as circunstâncias.

Então, são antagônicas nesse sentido, mas essas estruturas também são antagônicas no sentido dos espaços sociais, então há um território do mundo da vida onde acontecem as ações espontâneas, isto é, as relações estabelecidas são construídas e são ligadas pelas vontades dos indivíduos, pelas necessidades e pelo círculo social que ele vai construindo durante a vida. Enquanto o sistema são todas as relações que a gente

tem que estabelecer com esse mundo invisível, que seria o capital, as estruturas de poder, você sendo o empregado ou trabalhando dentro da estrutura capitalista ou a nossa relação com o Estado, que muitas vezes é eivada de ações estratégicas, ou seja, não pensa no ser humano, não pensa nos valores, são pouco claras e até mesmo retiram direitos. Logo, em termos de categorias o mundo da vida seria eminentemente comunicativo e o sistema seria eminentemente estratégico.

Resultado e Discussão

Nosso questionário foi elaborado visando realizar um diagnóstico dessa fase inicial dos trabalhos da comissão de elaboração do PPC de Licenciatura em Matemática do IFPA Campus Parauapebas, para isso pensamos em 5 questões que refletissem o cenário inicial. A análise das falas do participante da pesquisa é subsidiada pelos aportes teóricos de Jürgen Habermas, que em uma de suas obras diz:

> Um ato de fala revela a intenção do falante; um ouvinte pode deduzir do contexto semântico do proferimento o modo como a sentença proferida é utilizada, ou seja, pode saber qual é o tipo de ação realizada através dele. As ações linguísticas interpretam-se por si mesmas, uma vez que possuem uma estrutura autorreferencial. (HABERMAS, 1990, p. 67)

A primeira questão, levando em consideração a experiência do profissional participante na elaboração de outros PPCs dentro da mesma instituição de ensino, perguntamos o que não poderia faltar no Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática? Obtivemos como resposta:

> *De modo geral, acredito que o primeiro passo é conhecer ou reconhecer a realidade a qual o curso (PPC) será inserido. De posse dessas informações, estudar todas as legislações vigentes sobre o curso,* ***e adequar o público-alvo ao perfil profissional que se deseja formar****. (Participante 01)*

Na fala do participante fica evidente a preocupação em contemplar no PPC as expectativas do aluno que irá ingressar no curso de licenciatura em matemática, uma vez que esse deve proporcionar aos alunos os saberes necessários para o desempenho de sua prática docente. O participante age em consonância com a ação comunicativa, pois não pretende no processo de elaboração do documento salvaguardar seus próprios interesses e sim o bem coletivo, preservando desse modo o mundo da vida. Assim como Habermas evidencia: "Os atores participantes tentam definir cooperativamente os seus

planos de ação, levando em conta uns aos outros, no horizonte de um mundo da vida compartilhado [...]" (HABERMAS, 1990, p. 72)

A segunda questão investigou se toda a comunidade acadêmica do campus participa desse processo de elaboração de PPC, e como resposta tivemos:

> *Até o presente, desconheço no meu campus um processo de elaboração de PPC que tenha sido feito com toda a comunidade acadêmica. A participação acontece de forma interdisciplinar, com a participação de servidores técnicos administrativos, sobretudo, da área pedagógica, e servidores docentes com mais afinidades nas disciplinas do curso implantado.* ***Acredito que, o motivo pela não participação de toda a comunidade se deva aos curtos prazos de elaboração, o que acaba dificultando a convocação da comunidade****, de modo geral, para essa*

> *participação, a qual exige divulgação, reuniões, assembleias, fórum de discussão etc. (Participante 01)*

Para que o documento contemple um aspecto amplo, seria razoável que abarcasse em suas considerações a representação de muitas vozes que serão implicadas nas diretrizes do documento, pois muitos e diversos são os atores que serão submetidos às normas do PPC. Logo, a oferta de curtos prazos para a elaboração do documento favorece a reprodução de um sistema que não dialoga com o mundo da vida tratado na Teoria do Agir Comunicativo de Habermas.

Na terceira questão, pensamos em levantar as características já consolidadas nesses profissionais para a realização de um trabalho como esse de construção de PPC. Uma questão de marcar, porém com espaço para comentar sobre tal opção escolhida. Então, foi perguntado como atuar ao longo de uma elaboração de PPC? As opções foram as seguintes:

- o Respeitar o tempo de cada um para executar um bom trabalho, independente do prazo estipulado pela instância superior.
- • Buscar o entendimento com todos os envolvidos (ouvir e ser ouvido, mudar de opinião se necessário).
- • Fazer sua parte o quanto antes visando a conclusão dos trabalhos.
- • De forma proativa.
- • Cumprir os prazos determinados.
- • Procurar atender demandas apontadas em outro processo semelhante para agilizar a aprovação.
- o Não trazer outras experiências para essa elaboração, pois cada processo é único.

Como resposta, o participante 01 escolheu as opções que estão com o marcador totalmente preenchido de preto e fez o seguinte comentário:

> *Eu acredito que **devemos cumprir com os prazos na elaboração do PPC**, mas sei que o tempo com leituras e debates é de fundamental importância para se obter um PPC bem-sucedido. Este último, inclusive, serve para evitar um retrabalho posteriormente". (Participante 01)*

Novamente, o participante 01 discute a questão dos prazos e confronta com a ideia de ler (se apropriar de conhecimentos) e debater (ponderar) para que a elaboração do documento seja bem-sucedida. A fala do participante evidencia as tensões entre sistema e mundo da vida, o participante ainda, justifica a intenção de atender demandas apontadas em outro processo semelhante para evitar que ocorra "um retrabalho".

A quarta questão teve como finalidade levantar as maiores dificuldades encontradas no percurso entre a elaboração e a aprovação de um PPC, e mais uma vez o termo "prazo" apareceu na resposta do participante 01: "*Considerando a minha experiência com outros PPCs, posso afirmar que os prazos bem curtos para elaboração foi o principal desafio*". Podemos perceber que a maior dificuldade do participante 01, curtos prazos para a elaboração do PPC, nada mais é que uma característica muito forte do mundo sistêmico, onde sujeito precisa além de conviver com a burocracia, precisa executar seu trabalho dentro dos prazos determinados pelos superiores, o que acarreta muitas vezes na retirada do momento que seria destinado a reflexividade do professor/profissional e a exclusão da participação da comunidade em geral nesse processo de elaboração do PPC.

Em nossa última questão, investigamos sobre a fase de implementação de um PPC na instituição, perguntamos se os professores participam de alguma formação. O participante 01 da nossa pesquisa respondeu:

> *Não, mas considero importante. Como se trata também de conhecer bem as legislações vigentes sobre o curso e a instituição que irá oferecer este, esse tempo destinado à formação dos professores nunca é disponibilizado, pois, a instituição acredita que isso pode ser resolvido pelo servidor a partir de suas próprias pesquisas/leituras.* ***Além disso, a exigência com os prazos e outras demandas envolvendo os professores/profissionais acabam inviabilizando uma formação prévia.*** *(Participante 01)*

Na oportunidade, o participante aponta a importância da formação para a fase de implementação do PPC, apesar de não acontecer. Consideramos que essa formação implicaria diretamente em ganho qualitativo para a própria instituição, a inviabilização de tempo adequado para a formação dos profissionais parece colocar outros interesses como prioridade. Para Habermas o Agir Comunicativo evoca a ausência de assimetrias

para o potencial entendimento, a fala do participante evidencia a supremacia de instâncias superiores que determinam os prazos colocando em xeque interesses coletivos que poderiam trazer benefícios à instituição como um todo. Em consequência, Habermas nos lembra que os professores/profissionais envolvidos no processo correm o risco de assumirem um papel onde "os atores não aparecem como sujeitos agentes; eles passam a ser unidades abstratas às quais são atribuídas decisões e, desse modo, efeitos de ação" (HABERMAS, 2012b, p. 429).

Consideração final

Neste momento vale lembrar que a produção deste artigo possibilitou a realização das primeiras aproximações dos discursos dos participantes envolvidos na construção do PPC de Matemática com a Teoria do Agir Comunicativo. Acreditamos no potencial teórico de Habermas (1989; 2012a; 2012b), pois um dos pontos fundamentais da teoria habermasiana é propor uma sociedade que seja possível articular o mundo da vida e o mundo sistêmico.

Para isso, como forma de resistência à colonização do mundo da vida pelo mundo sistêmico, as instituições de ensino precisam investir nas promoções de espaços de interações entre as partes envolvidas no processo de elaboração de projeto pedagógico de curso, para que esse processo não se restrinja apenas a dimensão de uma formalidade burocrática, e sim, para ser um espaço de interação, comunicação entre educadores, dirigentes, alunos e a comunidade em geral.

Referências

BRASIL**. Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008**. Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, e dá outras providências. Brasília, 2008. Disponível em:http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11892.htm. Acesso em: 28 abr. 2021.

HABERMAS, J. **Consciência moral e agir comunicativo**. Tradução de Guido Antônio de Almeida. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1989.

HABERMAS, J. **Pensamento Pós-Metafísico: estudos filosóficos**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1990.

HABERMAS, J. **Teoria do agir comunicativo 1:** racionalidade da ação e racionalização social. Tradução: Paulo Astor Soethe. São Paulo: WmfMartins Fontes, 2012a.

HABERMAS, J. **Teoria do agir comunicativo 2:** sobre a crítica da razão funcionalista. Tradução: Paulo Astor Soethe. São Paulo: WmfMartins Fontes, 2012b.

INSTITUTO FEDERAL DO PARÁ. **Relatório Comissão Local de Revisão do PDI 2019-2023 DO IFPA Campus Parauapebas**. Parauapebas: IFPA, 2020.

INSTITUTO FEDERAL DO PARÁ. **Portaria Nº 017/2021/GAB/CP DE 10 de Fevereiro de 2021**. Parauapebas: IFPA, 2021.

Questões de Gênero e Matemáticas: um currículo?

Gender Issues and Mathematics: a curriculum?

Vanessa Neto
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
vanessa.neto@ufms.br

Luiza Borges
Universidade Federal de Ouro Preto
luizaborges84@gmail.com

Thays Alves
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
taisoliveira851@gmail.com

Resumo
O presente artigo traz resultados de duas reuniões realizadas entre três pesquisadoras e oito estudantes cujo objetivo era investigar como estes vivenciavam e entendiam as questões de gênero no contexto das matemáticas. Tal movimento foi elaborado a partir de teorizações bluterianas [sobre gênero] e foucaultianas [com a análise do discurso]. Os resultados trouxeram dois enunciados que foram descritos e analisados neste trabalho, quais sejam: "A contribuição [invisível] de mulheres para o desenvolvimento da sociedade" e o "Pecado da sedutora". Ambos emergiram das discussões junto aos estudantes e permitiram compreender e produzir sobre "o que as matemáticas têm a ver com gênero".

Palavras-chave: Gênero; Matemática; Currículo.

Abstract
This paper presents the results of two meetings held between three researchers and eight students whose objective was to investigate how they experienced and understood gender issues in the context of mathematics. Such movement was elaborated from Bluterian [on gender] and Foucauldian [with discourse analysis] theorizations. The results brought two statements that were described and analyzed in this work, namely: "The [invisible] contribution of women to the development of society" and the "Sin of the seductress". Both emerged from discussions with students and allowed them to understand and produce about "what mathematics has to do with gender".

Keywords: Gender; Mathematics; Curriculum

Introdução

Este artigo resulta do investimento em reuniões realizadas entre oito estudantes da educação básica (nono ano do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio) e três pesquisadoras participantes do projeto de pesquisa "onde aprendemos a viver o gênero? Nas aulas de matemática!". Com o intuito de investigar como estes estudantes compreendiam e experienciavam as questões de gênero em suas relações com as matemáticas, foram realizados encontros virtuais (devido a pandemia da Covid-19) com estudantes de um curso preparatório para ingresso no Instituto Federal de Minas Gerais, oferecido por pós-graduando em Educação a interessados advindos de escolas públicas da região do instituto.

As duas reuniões realizadas tinham uma questão disparadora que orientou toda a produção de material trabalhado: “o que a matemática tem a ver com gênero?”. O objetivo era compreender os modos pelos quais estes jovens vivenciavam e experienciavam as relações de gênero em seu cotidiano e, fundamentalmente, como as matemáticas operavam na construção e elaboração destas vivências e experiências.

Esta investigação assume as matemáticas escolares como um campo de lutas de ordem cultural e política para a fabricação de subjetividades particulares com e por meio das práticas e tecnologias dos currículos de matemáticas e técnicas pedagógicas relacionadas (VALERO, 2018). Entender as matemáticas escolares enquanto política cultural, fornece uma visão destas, como parte do dispositivo de poder para governar as populações, simultaneamente cria "empoderamento" - e inclusão -, perpetua classificações, ordenações e exclusões (SILVA, 2019). Nesse sentido, por meio de uma alquimia (POPKEWITZ, 2004), as matemáticas enquanto ciência, são traduzidas em matemáticas escolares para “se tornar uma ferramenta para fazer a vida moderna ao fazer da criança um certo tipo de cidadão por meio da matemática” (DIAZ, 2018, p. 46).

Descrito este cenário, passamos a apresentar as teorizações que mobilizaram a produção de material para as reuniões, os modos como estas foram conduzidas e, posteriormente, o exercício analítico.

A quem importa tratar gênero nas aulas de matemática? Uma questão de currículo?

Compreender o que é currículo no uso que aqui se faz e como este se desenha para pensar as matemáticas possíveis e a escola, como um dos lugares em que currículo acontece. Nesta instituição “[...] o tempo e o espaço [...] não são distribuídos nem usados – portanto não são concebidos – do mesmo modo para todas as pessoas" (LOURO, 2014, p. 63), o que tem definitivas implicações no campo social. Nesta esteira, a noção de currículo adotada pode ser esboçada "(...) como um espaço-tempo de fronteira entre saberes" (MACEDO, 2006, p. 105), tal entendimento encontra sustentação nos estudos pós-coloniais. Assim, o currículo pode ser definido como lugar de enunciação. Mesmo os dados apresentados neste artigo não sendo referentes a uma dinâmica inscrita na escola, de fato, entende-se que o canal de discussão aberto com os estudantes tratou da escola ao mesmo tempo em que os resultados possibilitam a continuidade acerca do debate sobre gênero em espaços escolares institucionalizados, como a formação de professores de matemáticas, um próximo passo da pesquisa em desenvolvimento. Retomando então a noção de currículo como espaço-tempo de fronteira, é importante ressaltar que

> a noção de fronteira tem sido utilizada pelo pós-colonialismo para designar um espaço-tempo em que sujeitos, eles mesmos híbridos em seus pertencimentos culturais, interagem produzindo novos híbridos que não podem ser entendidos como um simples somatório de culturas de pertencimentos. (MACEDO, 2006, p. 106)

Estar na fronteira, significa, portanto, lançar um olhar desconfiado para as estruturas que organizam a sociedade. Não simplesmente promover uma celebração ingênua das diferenças, mas considerar novos híbridos, produzidos a partir de relações oblíquas de poder. Nesta produção, destaca-se que é preciso considerar *o estereótipo*, que, segundo Macedo (2006), inspirada no filósofo Homi Bhabha, entende que este "(...) mascara a ausência e a diferença ao mesmo tempo em que ressalta a falta percebida" (p. 107). Os estereótipos, portanto, elaboram performances passíveis de inteligibilidade cultural. Neste contexto, as noções de gênero são construídas a partir de práticas de normalização e regulação em que os corpos são inscritos.

E o que as matemáticas, em suas várias instâncias – escolar, acadêmica, como ciência –, têm a ver com isto?

Importante destacar que as matemáticas têm um espaço consolidado na agenda das sociedades contemporâneas, sendo considerada um dos mais importantes tipos de conhecimento para oferecer um caminho eficiente para lidar com dados e informações da atualidade, ao mesmo tempo em que conduz a tomada de decisões assertivas e racionais (VALERO, 2017a). Esse conhecimento, que se supõe neutro, devido "a valorização da lógica, do rigor e da pureza leva a uma visão internalista dos corpos de conhecimento como estruturas consistentes, auto-subsistentes e ricamente interconectadas, que são puras, neutras e livres de valores" (ERNEST, 1991, p. 169), ocupa posição de conhecimento chave para o desenvolvimento dos sujeitos tanto como possibilidade de acesso a direitos, como deveres, pois "as matemáticas (...) são consideradas as disciplinas que oferecem conhecimentos, habilidades e competências chave para a participação na cultura tecnológica contemporânea, nas atividades produtivas do mundo do trabalho e nos processos democráticos." (VALERO, 2017b, p. 99).

Diante do exposto, por qual razão seria então relevante analisar e problematizar os pontos de tangência entre as relações e questões de gênero e as matemáticas? Seria o gênero, um problema das matemáticas? Tais indagações buscam movimentar os temas tratados por Butler (2010) em *Problemas de Gênero*. A partir das teorizações adotadas, tanto gênero como sexo e corpo são compreendidos como objetos discursivamente produzidos. Ou seja, são categorias não definidas a priori do indivíduo, mas construídas por processos ininterruptos que elaboram os sujeitos e seus atos (BUTLER, 2020) em que a construção se constitui como "(...) um processo temporal que opera pela reiteração de normas" (p. 29), reelaboração, atravessamentos, assimilações e resistências, que são veiculadas em todos os espaços da vida cotidiana, inclusive naqueles em que se discute matemáticas, por exemplo. Estes objetos são, também, peças de uma engrenagem que opera por meio de práticas regulatórias, especialmente a noção de "sexo" e seu vínculo amalgamado às narrativas e justificativas biologizantes.

Todavia, as práticas regulatórias mencionadas não são opressoras, são sim positivas (FOUCAULT, 1998) no sentido que produzem noções tidas como adequadas ou corretas, que classificam comportamentos e condutas e as diferenciam entre aquelas que devem ser assimiladas e reproduzidas e aquelas que devem ser evitadas pelos sujeitos. Neste espaço-tempo de fronteira, a apresentação ininterrupta e onipresente da repetição ritualizada de atos e atuações que os corpos performam, assumem o caráter de naturais transmutando-se, desta maneira, em práticas sociais da essência humana [generificada]. Deste modo, o sujeito elabora sobre si, num equacionamento permanente, uma série de investimentos que o fazem se medir, se adequar, se comparar, se transmutar, se ajustar as categorias constituintes de sua identidade.

Percurso metodológico

A pesquisa tem inspiração qualitativa. Tal esforço metodológico oferece suporte aos objetivos propostos pois trata-se de uma abordagem mais sensível aos predicados dos sujeitos em suas relações humanas e compreensões de mundo. Nesse artigo, serão apresentados resultados de duas reuniões. Cada uma das reuniões teve duração aproximada de uma hora e meia, e foram mediadas pelas três pesquisadoras, autoras deste artigo. No total, oito estudantes participaram dos encontros. O primeiro encontro foi de uma hora e meia e teve a participação de cinco estudantes. Na segunda parte, o encontro foi de, aproximadamente, duas horas e teve a participação de cinco estudantes, também, mas não necessariamente os mesmos. Alguns participaram dos dois momentos, enquanto outros estudantes se alternaram. Tal situação não foi considerada como prejudicial a produção dos dados visto que os momentos de discussão eram abertos e não compulsórios, ou seja, os estudantes eram convidados a dialogar livremente. No quadro a seguir, são apresentadas algumas informações básicas dos oito estudantes:

Quadro 1: Descrição dos estudantes que participaram das reuniões

Estudantes	Idade	Etapa da escolarização
Vitoria C.	15 anos	1º Ano EM
Wanderson	19 anos	1º Ano EM
Geovana R.	15 anos	9º Ano EF
Lucas	14 anos	9º Ano EF
Julia	14 anos	9º Ano EF
Maria V.	13 anos	9º Ano EF
Vitoria V.	14 anos	9º Ano EF

Giovanna F	14 anos	1º Ano EM

Fonte: elaborado pelas autoras

Ao produzir com os estudantes, as três pesquisadoras apresentaram elementos, problemas, dados estatísticos, resultados de pesquisa, matérias da mídia, campanhas e vídeos institucionais, além de informações em geral que serviram como disparadores das discussões junto aos estudantes, estes materiais tratavam das temáticas das relações de gênero, matemáticas e, fundamentalmente, suas interlocuções. O objetivo era construir um espaço profícuo junto aos estudantes para a emergência de debates acerca das relações de gênero e as matemáticas em suas várias instâncias.

A teorização que propiciará uma investidura na construção dos dados, a análise do discurso foucaultiana, tem o intuito de elaborar significados a partir da análise das reuniões. E como se faz isso? Descrevendo e analisando, procurando "explorar ao máximo os materiais, na medida em que eles são uma produção histórica, política; na medida em que as palavras são também construções; na medida em que a linguagem também é constitutiva de práticas" (FISCHER, 2001, p.199). O propósito desse investimento analítico deve ser o de descrever regularidades como um exercício que possibilita entendê-las como contingentes em tempos e espaços específicos, pois operam "[n]esse feixe complexo de relações que 'faz' com que certas coisas possam ser ditas (e serem recebidas como verdadeiras), num certo momento e lugar" (FISCHER, 2003, p. 373).

A análise do discurso possibilita examinar as diferentes maneiras pelas quais um sistema estratégico de poder funciona, é normalizado e mobiliza práticas. Para Foucault, "cada enunciado ocupa um lugar que só a ele pertence" (2013, p.146). Por isso, coloca- se na superfície alguns enunciados que emergiram a partir das falas dos estudantes, pondo-os em movimento de análise.

Durante a construção das análises, dois enunciados saltaram aos olhos, quais sejam: "o pecado da sedutora" e "a contribuição [invisível] de mulheres para o desenvolvimento da sociedade", ambos mobilizaram os estudantes em diferentes sentidos, ao mesmo tempo em que circularam de maneira recorrente durante as reuniões. A fim de explorá-los, as análises serão apresentadas de modo a ressaltar os excertos das falas dos estudantes sempre em itálico, com o intuito de dar cadência ao texto analítico além do destaque necessário em meio ao empreendimento de perscrutação dos dados.

O pecado da sedutora

Conectar as matemáticas e a vida real dos jovens tem sido um esforço empreendido e defendido por vários interessados em pensar este componente curricular no âmbito da educação básica, principalmente.

A educação formal parece ser um espaço profícuo para a realização de tal empreendimento, afinal "todo sistema de educação é uma maneira política de manter ou de modificar a apropriação dos discursos, com os saberes e os poderes que eles trazem consigo" (FOUCAULT, 2014b, p. 44). Nesse sentido, as subjetividades são organizadas, distribuídas e, como não podia deixar de ser, também, produzidas, por meio da articulação entre o conhecimento que se considera relevante para a sociedade e as moralidades que se constituem como base para o comportamento social desejável (WALKERDINE, 1988; NETO, 2019). Deste modo, é possível deduzir que o currículo escolar, o de matemáticas, inclusive, replica, ao mesmo tempo em que amalgama o conhecimento com moralidades particulares do que significa tratar gênero como um problema.

Mesmo a partir deste entendimento, durante as reuniões, um assunto que não estava no horizonte era a questão dos comportamentos e moralidades que pautam as feminilidades e as masculinidades inscritos por uma racionalidade que promove a cultura do estupro, por exemplo. Mas os estudantes levantaram esta questão e não foi possível deixar escapar o assunto que os engajou tanto. Não seria adequado, dada a postura de investigação assumida, silenciá-los em suas vivências compartilhadas. Deste modo o espaço estava aberto para que eles se expressassem acerca das relações de gênero que perpassavam suas experiências, especialmente as ocorridos na escola.

O assunto surgiu de maneira espontânea, Giovana solicitou espaço para trazer uma vivência â discussão: *Eu queria só completar sobre a questão de roupa, em especial roupa na escola. No caso antes de pandemia, eu acho que eu vou lembrar disso para sempre. Essa questão da calça legging. E aí me* *questionaram, "uai" eu vou usar calça legging para educação física. Mas então você só vem no dia de educação física. Eu falei: ué, mas eu me sinto bem com calça legging, não está mostrando nada. Ela [a professora] falou: porque dá para ver as curvas sim e os meninos estão à flor da pele. Coloca uma blusa e tampa. Eu fiquei calada, porque autoridade, não dá para você falar nada.*

Coincidentemente, enquanto este artigo era elaborado, uma notícia circulou nas redes sociais e sites de notícias no país[1] a partir da publicação de uma escola que tratava acerca dos códigos de vestimenta adequados aos valores promovidos pela instituição. A mensagem compartilhada em uma rede social oficial da escola, trazia a imagem de uma mulher com uma vestimenta romântica e recatada ao lado dos seguintes dizeres "quando a mulher decide expor partes do seu corpo que deveriam estar cobertas se torna uma sedutora, compartilhando assim a culpa do homem. De fato, os Teólogos ensinam que o pecado da sedutora é muito maior que o da pessoa seduzida. (Guia Mariano de Modéstia)".

Mais coincidentemente ainda foi o fato de a escola que compartilhou a mensagem estar localizada no mesmo estado em que vivem os estudantes participantes da pesquisa. No entanto, não é plausível conceber este como um problema geograficamente localizado, haja vista o compartilhamento de várias vivências semelhantes por parte das estudantes, tal como Vitória C, que afirmou: *Elas [professoras e gestoras da escola] acham que é a gente que tem que se controlar invés deles [os meninos] se controlarem. Eu participo dos jogos escolares. Toda vez que tem jogos escolares os professores passam na sala dizendo: venha com roupa de escola normal e deixe para vestir o short somente na hora do jogo, por causa dos meninos. Assim, a gente que tem que mudar os nossos costumes ou os meninos que têm que ter mais respeito?*

Pode até parecer exagero classificar como "cultura do estupro" as atitudes de atribuição aos corpos que performam o feminino a não provocação em relação aos corpos masculinos. Todavia, Engel (2017) define a ideia de cultura do estupro como um conjunto de "valores, crenças e práticas sobre os papéis de gênero e sobre

[1] Disponível em: https://www.uol.com.br/universa/noticias/redacao/2021/06/02/escola-de-mg-apaga- post-que-insinuava-que-a-culpa-por-assedios-e-da-mulher.htm

as interações sexuais que não só permite como também estruturam relações desiguais nas quais o interesse sexual ativo deve conquistar e submeter o objeto de desejo" (p. 11). Portanto, a cultura do estupro permite a estereotipação do gênero ao assumir como legitimas práticas direcionada a um tipo de corpo e culpabiliza os ataques e violências que podem ser incorridos sobre este mesmo corpo em uma só direção haja vista que as próprias estudantes ressaltam que a outros tipos de corpos, outros comportamentos são permitidos: *eu já cansei de ver os meninos lá jogando [futebol], daí levanta o short. Dobra [o short] lá em cima e ninguém nunca falou nada* (Vitória C.). Portanto as estudantes descrevem um conjunto de práticas discursivas que materializam o enunciado do "pecado da sedutora" que deve ser reconhecido e evitado a fim de que a ordem não seja desestabilizada, a fim de não provocar o incontrolável desejo dos meninos. Os sentidos produzidos a partir dos relatos constroem masculinidades e feminilidades inscritas em uma moralidade cristã que tem no patriarcado o modelo de organização da sociedade (FEDERICI, 2019).

Todavia, é certo que tal posicionamento não foi unanimidade nas reuniões. Um dos estudantes, Lucas, reflete: *eu penso assim, por exemplo, para que vou fazer uma cantada machista com a pessoa?! Se uma pessoa fizesse uma cantada assim, eu gostaria?! Será que eu a acharia legal?!* Lucas demonstra um certo tipo de empatia e estranhamento frente a naturalização das práticas discursivas que legitimam a cultura do estupro que emergiu das falas das estudantes. As indagações levantadas por ele ratificam os enunciados como contingentes e passíveis de serem readequados, descartados ou substituídos ao longo dos lugares, tempos e espaços nos quais circulam. As discussões levantadas e conduzidas pelos estudantes, possibilitam compreender que os modos de ser e agir no mundo estão sempre enredados em tramas oblíquas de poder que organizam o tecido social e correspondem a demandas e ressignificações históricas, políticas e econômicas de cada sociedade. Nesse sentido, o posicionamento de Lucas pode ser um indicativo de desconstrução de masculinidades e feminilidades normalizadas. Essa não é uma esperança ingênua. Fato é que outras construções de identidades de gênero ocuparão este espaço, o esforço seria, portanto, o de travar lutas para que estas novas construções fossem as mais insubordinadas possíveis. Elaboradas a partir de práticas e táticas de resistência aos cerceamentos, bem como às diferentes formas de ser e agir no mundo.

A contribuição [invisível] de mulheres para o desenvolvimento da sociedade

As sessões foram iniciadas com a apresentação das pesquisadoras participantes e uma breve exposição indagando sobre os possíveis entrelaçamentos entre as relações de gênero e matemáticas. Quando foram indagados, especificamente, sobre o que entendem por gênero, uma das estudantes, Vitoria C. afirmou que *gênero é uma forma de fazer uma organização social, da relação entre sexos, entre gêneros.* A fim de esclarecer a que ela se referia, as pesquisadoras a interrogaram especificamente sobre o que seria a mencionada "organização social". A estudante então afirmou que *uma organização é uma organização que a sociedade coloca, sabe? Uma organização que a sociedade coloca <u>para todo mundo seguir, e que vira uma</u> <u>regra</u> [...]você tem que se encaixar em um gênero* (Grifo nosso). Na sequência da mesma discussão, Geovana R. completa que e*xistem vários gêneros, feminino, masculino, não binário, que é um assunto que está muito em pauta hoje em dia. É uma forma das pessoas se identificarem, por exemplo, eu sou menina e me identifico com o gênero feminino.* Tal compreensão das estudantes vai ao encontro daquilo que Butler (2020) teoriza sobre a reformulação da performatividade. Um dos elementos que a autora elenca para a mencionada reformulação diz respeito "[...] a materialização das normas [que] requer que ocorram esses processos identificatórios pelos quais normas são assumidas ou apropriadas, e essas identificações precedem e permitem a formação dos sujeitos [...]" (BUTLER, 2020, p. 40), ou seja, é possível interpretar que as estudantes tangenciam a compreensão de gênero como uma estrutura linguística contingente, não fixa.

Em outro ponto da discussão, chamamos a atenção dos estudantes para o fato de muitas mulheres terem contribuições significativas em vários campos das ciências[2]. Ao serem indagados se conheciam algumas dessas contribuições, Lucas tomou a iniciativa e afirmou: *sinceramente, não!* E ele seguiu buscando justificar o porquê deste desconhecimento: *primeiramente, sinceramente não dão crédito a elas porque ela foi a criadora. Segunda coisa no caso eu também não procuro saber essas coisas.* Ao que Giovanna F. arrematou: *é um machismo muito grande, não é?!* A constatação por parte dos estudantes de que eles mesmos não conheciam muitas das contribuições de mulheres para o desenvolvimento da tecnologia e da ciência, além de não ser explorado mais sistematicamente, conduziu os estudantes a refletirem e concluírem que questões estruturais acabam invisibilizando tais feitos. Ainda na discussão sobre tal tema, a mesma Giovanna F. elabora que *[...] não é culpa de uma pessoa só. [É possível que] seja por conta da sociedade inteira não dar visibilidade a essas mulheres. [...] não conhecia nenhuma dessas mulheres. [...] também não procuro saber muito a respeito disso não. Falta conhecimento da minha parte.* Interessante notar que o fato da não exploração das contribuições de mulheres para tecnologias fundamentais para nossa vida cotidiana não serem tão divulgadas, é assumido pelos estudantes (mais de um deles concluiu isso) como uma falta deles mesmos. Ou seja, enquanto somos informados ao longo de toda a vida sobre quem inventou o avião, a prensa de tipos móveis ou outros tantos elementos presentes em nosso cotidiano, o mesmo não acontece para aquelas que contribuíram para o desenvolvimento da tecnologia que nos permite utilizar o Wi-Fi, por exemplo. O entendimento de que são os próprios estudantes não buscaram tal informação, de que faltou a eles mesmos essa curiosidade, é um tipo de culpabilização que não parece fazer sentido quando se compara as realizações e contribuições de homens. A própria Butler (2020) esclarece que a formação do sujeito não é escolha individual ou voluntária, mas está definitivamente atrelada a regimes discursivos e de poder próprios.

Em relação a isso, é possível recorrer aos estudos da antropóloga Margaret Mead. Ao estudar diferentes formas de desenvolvimento dos seres e das

[2] Dois vídeos foram base para esta discussão. São eles: https://www.youtube.com/watch?v=eBa7x3aLHso e https://www.youtube.com/watch?v=TWYoIBy37sI

sociedades humanas em sete culturas distintas ao longo de quatorze anos e vivendo intensamente com os povos pesquisados, a pesquisadora identificou uma série de peculiaridades, especificidades e diferenças naquilo que essas sociedades priorizavam, valorizavam ou omitiam nos seus métodos educacionais e na construção e disseminação dos valores, comportamentos e moralidades desejados para os habitantes das variadas organizações sociais analisadas. Mesmo assim, ela conseguiu identificar algumas regularidades nos modos como essas comunidades se organizavam social e culturalmente e uma delas seria a necessidade de realização social do homem. De acordo com a pesquisadora, há um padrão recorrente acerca da "[] necessidade de prestígio [do homem] que excederá o prestígio que é concedido a mulher. (MEAD, 1971, p. 131). Inferimos, desse modo que o apagamento que propicia que realizações de mulheres sejam menos exploradas nos currículos escolares, por exemplo, é fruto muito mais de estruturas sociais que destacam as realizações dos homens. Essa falta de visibilidade tem repercussões em vários aspectos das vidas de mulheres ao redor do mundo.

Em um dos materiais disparadores, foi apresentado aos estudantes o seguinte gráfico obtido no relatório da Unesco (2018), que mostrava que a taxa de matrículas de meninas tendia a diminuir significativamente ao longo da progressão das etapas de escolarização.

Ao serem indagados pelas pesquisadoras sobre como interpretavam os resultados apresentados, algumas justificativas apareceram. Entre elas é possível destacar o ressaltado por Giovanna F: *eu acho que isso envolve muita coisa, por exemplo, a questão da gravidez. O pai não assumir responsabilidade, então a mulher acaba parando de estudar porque a responsabilidade é toda da mulher. Então fazer ensino superior deve ser mais difícil ainda. O primário é mais fácil, por isso que tem mais gente.* Foi interessante notar como a questão da maternidade emergiu em grande parte das falas dos estudantes, Julia também endossou essa suposição: *sobre o dado apresentado que as meninas não gostam de estudar, achei que as meninas têm muita responsabilidade, têm que cuidar de irmãos, de filhos ou não têm condição. Acho que isso acaba afetando na escola* *sim*. Essas compreensões parecem ser quase unanimidade entre os estudantes o que pode alimentar falaciosas e bastante disseminadas conclusões acerca do desenvolvimento de meninos e meninas, como ressaltou Giovanna F.: *questão de falarem que a mulher é mais madura, mas por questão da gente ter que amadurecer mais cedo por vários motivos. E aí, a gente cria uma responsabilidade muito grande.*

Tais pontos da discussão encontram complementaridade no posicionamento de Vitoria, que verifica em seu cotidiano que *tem muita gente que acha que mulher não tem que estudar, porque o estudo traz uma independência financeira. O conhecimento leva a gente a adquirir muita coisa e tem muita gente que acha que o homem que deve fazer isso, daí quem deve ter essa independência é o homem para poder cuidar da casa [ser o provedor financeiro]. Aí a pessoa, quando ela forma o terceiro ano do Ensino Médio, automaticamente para de estudar, porque é o que ela aprendeu.*

As enunciações produzidas pelos estudantes ratificam os resultados obtidos em Neto (2019) que, ao investigar livros didáticos de matemática, descreveram e analisaram a emergência do que denominaram "sujeito-mãe". Para estas autoras, os materiais analisados replicavam tecnologias de diferenciação sobre o que era representado como corpos que performam o feminino a fim de fazer aparecer práticas discursivas de estilização que acabam por objetivar esses corpos e inscrevê-los em táticas de poder que normalizavam condutas. Tais condutas atribuíam ao corpo que, entendia-se, performava o feminino, todo um grande propósito e um ininterrupto investimento em modos de ser e agir como sujeito-mãe, apresentando-os como sujeitos de visibilidade e enunciação, constituindo-se a partir de um conjunto de regras e de gramáticas específicas. Deste modo, há um aprendizado ininterrupto e onipresente (nos livros didáticos de matemática, por exemplo) em que se aprende a operar gestos, atos e atuações dentro de um espectro restrito de possibilidades, ratificadas por conhecimentos específicos.

Portanto, a invisibilização das contribuições de mulheres para o desenvolvimentoacadêmico, científico e tecnológico da sociedade, mais parece ser um propósito social bem organizado do que um lapso dos estudantes que “não buscaram” saber mais sobre o que as mulheres produzem e como contribuem para o nosso mundo.

Considerações finais

A questão orientadora de toda a produção analisada nesta investigação foi elaborar entendimentos junto aos estudantes sobre se “as matemáticas têm algo a ver com as relações de gênero?”. Ao final das reuniões, indagou-se novamente os estudantes sobre a pertinência, ou não, das discussões estabelecidas. Nas palavras de Giovanna “*Achei bem interessante o debate. Fiquei pensando que não ia ter o que falar, pois nunca tinha visto e ouvido falar sobre isso [relações de gênero e matemáticas]. Mas confesso que me fez pensar em outras coisas [...]. Por mais que eu me considere feminista, eu nunca tinha pensado na questão de não conhecer as mulheres que tinham inventado as coisas. Mudei uma parte, que a gente deveria ter um conhecimento maior sobre essas mulheres. E o porquê elas não são reconhecidas como os homens, sendo que fizeram tanta coisa importante”.* A não divulgação massiva ou mesmo invisibilização da produção técnica, acadêmica e científica dos corpos que performam o feminino, incomodou bastante, ao mesmo tempo em que os próprios estudantes encontraram justificativas para tais processos de apagamento, de acordo com Julia, *“achei importante perceber que as mulheres não são muito ouvidas. Sobre o dado apresentado que as meninas não gostam de estudar eu achei que as meninas têm muita responsabilidade, tem que cuidar de irmão de filhos, ou não tem condição. Acho que isso acaba afetando na escola sim”*. E isso, de certa forma, não causou espanto nem naqueles que não são os alvos dos estereótipos levados pelas pesquisadoras para a discussão, mesmo sendo alvo de outros estereótipos, conforme ressalva Lucas “*Acredito que seja meio a meio os afetados, para os meninos já cobram a responsabilidade de ter que trabalhar desde cedo e as meninas a cuidar de casa, a fazerem comida. Acredito que mudou um pouco a minha compreensão, a partir dos relatos das meninas aqui da sala. Mas não foi nada a mais que a nossa sociedade já mostra, pelo grande número de* *assédios. E, sinceramente, eu fiquei bem feliz em participar. Eu não sabia de todas as mulheres da ciência, mas já tinha uma base".*

Desse modo, explorou-se o debate entre os envolvidos, trouxe-se dados estatísticos, depoimentos, campanhas, enfim, uma série de materiais que fomentaram a discussão proposta. As matemáticas, enquanto consideradas como conhecimento essencial para que os jovens se insiram nas sociedades contemporâneas (OECD, 2013), têm um papel fundamental nos modos de produzir e replicar práticas de inclusão e exclusão no campo social (NETO, 2019). As tecnologias de diferenciação dos corpos são também operadas por meio das matemáticas (VALERO, 2017a) somadas às relações de gênero que permitem a viabilidade do sujeito, distribuindo e elaborando condutas que qualificam "[...] um corpo para a vida dentro da inteligibilidade cultural" (BUTLER, 2020, p. 17) por meio de investimentos ininterruptos acerca de modos de ser e agir no mundo como corpos femininos ou masculinos, que são descritos e reconhecidos por meio de práticas estilizadas de atos, gestos e atuações.

Portanto, produzir resultados acerca de como os jovens vivenciam as questões levantas, permite vislumbrar linhas de fuga, pensar a abertura de outros espaços possíveis, como a formação de professores que ensinam matemáticas. Descrever e analisar práticas discursivas que perpassam aas relações de gênero e as matemáticas, constitui, portanto, material para a confecção das mencionadas táticas de resistência. Em arremate, pode-se concluir que o sujeito jamais é fixo: ele é contingente, localizado histórica, cultural, política e economicamente, sempre replicando um conjunto de práticas positivas as quais os indivíduos devem reconhecer, acessar, assimilar e reproduzir a fim de terem um lugar de exercício eficiente de suas funções nas dinâmicas sociais nas quais ele, o sujeito, está inserido. É possível, portanto, desconstruir as práticas de subjetivação que os elaboram, a fim de pôr a apreciação e problematização estas estruturas discursivas. E, possivelmente, convidando as matemáticas a ocuparem um posto definitivo no trabalho de problematização das relações de gênero, a efetivamente produzir respostas sobre o que as matemáticas têm a ver com as relações de gênero.

Referências

BUTLER, J. **Problemas de gênero**: feminismo e subversão da identidade. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2010.

BUTLER, J. **Corpos que importam**: Os limites discursivos do "sexo". N-1 edições. 2020.

ENGEL, C. L. As atualizações e a persistência da cultura do estupro no Brasil. **Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA)**, 2017.

ERNEST, P. **The philosophy of mathematics education**. London: Routledge Falmer, 1991.

FEDERICI, S. **Mulheres e a caça as bruxas**: da Idade Média aos dias atuais. 1 ed. São Paulo: Boitempo, 2019.

FISCHER, R. M. B. Foucault e a Análise do Discurso em Educação. **Cadernos de Pesquisa**, n. 114, novembro/ 2001 Cadernos de Pesquisa, n. 114, p.197-223, novembro/2001.

FISCHER, R. M. B.; Foucault revoluciona a pesquisa em educação? **Perspectiva**, Florianópolis, v. 21, n. 2, 2003.

FOUCAULT, M. **A arqueologia do saber**. Tradução de Luiz Felipe Baeta Neves. –8. ed.–Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2013.

FOUCAULT, M. **A ordem do discurso**: aula inaugural no Collège de France, pronunciada em 2 de dezembro de 1970; Leituras Filosóficas. 24. Ed, São Paulo- SP: Edições Loyola, 2014.

LOURO, G. **Gênero, sexualidade e educação**: uma perspectiva pós-estruturalista. 16 ed. Petrópolis, RJ. Vozes, 2014.

LOURO, G. **Um corpo estranho**: ensaios sobre a sexualidade e a teoria queer. Belo Horizonte. Autêntica Editora, 2020.

MACEDO, E. Currículo: Política, Cultura e Poder. **Currículo sem Fronteiras**, v.6, n.2, p.98-113, jul./dez. 2006.

MEAD, M. **Macho e fêmea**. Editora Vozes, 1971.

NETO, V. F. **Quando aprendo matemática, também aprendo a viver no campo?** Mapeando subjetividades. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Pró-Reitoria de Pós-Graduação (PRPG), Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Campo Grande, 2019.

ORGANIZATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT

[OECD]. **PISA 2012 assessment and analytical framework**: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy. Paris: OECD Publishing, 2013.

POPKEWITZ, T. S. The Alchemy of the mathematics curriculum:

Inscriptions and the fabrication of the child. **American Educational Research Journal**, (pp. 3-34), 41(1), 2004.

SILVA, M. A. Política Cultural dos Livros Didáticos de Matemática: um guia para transformar estudantes em cidadãos neoliberais. **Linhas Críticas**, 25.

2019. https://doi.org/10.26512/lc.v24i0.21853 , 2019.

UNESCO. **Decifrando o código**: educação de meninas e mulheres em ciência, tecnologia, engenharia e matemática (STEM). Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura, 7, 2018.

VALERO, P. Mathematics for all, economic growth, and the making of the citizen- worker. In T. S. Popkewitz, J. Diaz, & C. Kirchgasler (Eds.), **A political sociology of educational knowledge**: Studies of exclusions and difference (pp.

117- 132). New York: Routledge, 2017a.

VALERO, P. El deseo de acceso y equidad en la educación matemática. **Revista Colombiana de Educación**, (73), 97-126, 2017b.

VALERO, P. Human capitals: School mathematics and the making of the homus oeconomicus. **Journal of Urban Mathematics Education**, 11(1&2), 103-117. http://education.gsu.edu/JUME,
2018.WALKERDINE, V. **The mastery of reason**. London: Routledge, 1988

Uma Abordagem Contextualizada Por Meio Do Trabalho Com Temáticas Para O Currículo De Matemática Do Ensino Médio

A Contextualized Approach Through The Study Of Thematic For The High School Mathematics Curriculum

Bárbara Elisa Kranz
Universidade Luterana do Brasil
barbaraelisa13@hotmail.com

Clarissa de Assis Olgin
Universidade Luterana do Brasil
clarissa_olgin@yahoo.com.br

Resumo
O trabalho por meio de temáticas visa desenvolver os conteúdos de forma contextualizada em sala de aula, assim como a utilização de recursos digitais é uma alternativa para a construção e compreensão dos conhecimentos matemáticos pelos estudantes. Entende-se que uma temática que pode ser explorada no Currículo de Matemática do Ensino Médio é a criptografia, pois trata-se de um conhecimento construído historicamente e que faz parte da vida contemporânea, sendo utilizada para evitar desvio de informações *online*, realizar transações financeiras, trocas de mensagens em redes sociais, transações com moedas eletrônicas, entre outras. O objetivo deste artigo é apresentar as contribuições de uma sequência didática envolvendo a temática criptografia e o conteúdo de matrizes, explorando os recursos das planilhas eletrônicas do Excel no Ensino Médio. A pesquisa caracteriza-se como uma investigação matemática de caráter qualitativo, que foi aplicada com seis estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, de uma escola pública, no estado do Rio Grande do Sul (Brasil). Os dados obtidos e analisados na pesquisa são oriundos da aplicação de questionários, arquivos salvos em planilhas eletrônicas e registros escritos dos participantes. Com este estudo, conclui-se que a elaboração de atividades contextualizadas do conteúdo de matrizes empregando a temática criptografia pode contribuir para o entendimento desse conteúdo, tal como a utilização das planilhas eletrônicas do Excel pode auxiliar no processo de ensino dos estudantes do Ensino Médio.

Palavras-chave: Currículo de Matemática; Criptografia; Ensino Médio; Matrizes; Temáticas.

Abstract
The work through thematic aims to develop content in a contextualized way in the classroom, as well as the use of digital resources is an alternative for the construction and understanding of mathematical knowledge by students. It is understood that a theme that can be explored in the High School Mathematics Curriculum is cryptography, as it is a historically constructed knowledge that is part of contemporary life, being used to avoid online information diversion, carry out financial transactions, exchange of messages on social networks, electronic currency transactions, among others. The aim of this article is to present the contributions of a didactic sequence involving the thematic cryptography and the content of matrices, exploring the resources of Excel spreadsheets in High School. The research is characterized as a qualitative mathematical investigation, which was applied to six third-year High School students from a public school in the state of Rio Grande do Sul (Brazil). The data obtained and analyzed in the research come from the application of questionnaires, files saved in electronic spreadsheets and written records of the participants. With this study, it is concluded that the elaboration of activities contextualized of the content of matrices using the cryptography theme can contribute to the understanding of this content, just as the use of Excel spreadsheets can help in the teaching process of High School students.

Keywords: Mathematics Curriculum; Cryptography; High School; Matrices; Thematic.

Introdução

Para que a Matemática desenvolvida no Ensino Médio, seja abordada de forma contextualizada, entende-se que é preciso trabalhar com temas relevantes para a formação dos alunos e, nesse sentido, Azcárate (1997) menciona que trabalhando em uma perspectiva integradora, o Currículo de Matemática pode ser organizado tendo por base uma rede de assuntos que promovam aos alunos compreender e interagir com a realidade social, cultural, política e econômica. Segundo Azcárate (1997, p.83) os assuntos a serem abordados ao longo do currículo de Matemática são aqueles que "interessam, preocupam ou são obstáculos para o estudante e estão relacionados a diferentes aspectos da vida".

Ainda, percebe-se ao longo dos anos a indicação do trabalho com temáticas e de forma contextualizada no currículo da educação brasileira nos documentos curriculares, como nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASI, 1998), nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), nas Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2013) e na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). Tais documentos trazem que a intenção ao trabalhar com temáticas nas escolas é mostrar a aplicabilidade dos conteúdos em contextos do cotidiano e contribuir para a formação cidadã.

Dentro dessa perspectiva do trabalho com temáticas no ensino, mais especificamente no Ensino de Matemática, encontrou-se a pesquisa de Olgin (2015) sobre Temas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio. Conforme a autora, os temas de interesse são considerados assuntos de relevância para a formação dos estudantes e que permitem desenvolver os conteúdos matemáticos. Em seu estudo, Olgin (2015) classificou esses assuntos em oito temáticas que englobam diferentes características e relações com os conteúdos matemáticos. Para a presente investigação, utilizou-se a temática Contemporaneidade, visto que abrange temas oriundos da vida em sociedade, como o tema criptografia.

Conforme Terada (1998) e Carneiro (2015), a criptografia surgiu da necessidade de transmitir informações de forma secreta e segura, sem que fossem alteradas suas informações. Assim, com o passar dos séculos, foram desenvolvidos diversos métodos de ocultação de mensagens. Com o avanço das tecnologias digitais, a criptografia torna-se indispensável, uma vez que garante a privacidade e seguridade na troca de informações por meios tecnológicos (URGÉLLES, 2018).

Além disso, a criptografia viabiliza a aplicabilidade contextualizada de conteúdos matemáticos, como de análise combinatória, funções, matrizes, entre outros. Dessa maneira, os conteúdos podem ser desenvolvidos por meio de atividades didáticas buscando o aprimoramento dos conceitos estudados e a atribuição de significados para a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio (OLGIN, 2011; ROSSETO, 2018).

À visto disso, o presente trabalho tem como objetivo apresentar as contribuições de uma sequência didática envolvendo a temática criptografia e o conteúdo de matrizes, explorando os recursos das planilhas eletrônicas do Excel, no Ensino Médio. A sequência foi aplicada remotamente no 2° semestre de 2020, com estudantes do 3° ano do Ensino Médio, de uma escola pública do munícipio de Montenegro/RS.

Currículo de Matemática: o que dizem os documentos curriculares sobre o trabalho com temáticas

O trabalho por meio de temáticas no currículo da educação brasileira não é uma novidade. Essa é uma questão que vem sendo discutida e aprimorada nas últimas décadas. Em 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já apresentavam os Temas Transversais com o intuito de abordar, em sala de aula, assuntos relacionados a questões sociais e promover a interdisciplinaridade, bem como a contextualização das teorias desenvolvidas nas disciplinas escolares (BRASIL, 1997; BARBOSA, 2013).

Também, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) orientavam sobre a importância da abordagem contextualizada e interdisciplinar dos conhecimentos escolares, uma vez que essa abordagem pode possibilitar ao estudante sair da condição de espectador passivo e perceber as relações entre os conteúdos nas diversas disciplinas, além de mobilizar competências cognitivas já assimiladas (BRASIL, 2000; ÁLVAREZ *et al.*, 2002).

Da mesma maneira, as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM) ressaltavam a importância do trabalho com temáticas como forma de contextualizar os conhecimentos escolares pelos alunos (BRASIL, 2006). Para as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), a contextualização em sala de aula se faz necessária, pois permite significar, relacionar e mostrar a aplicabilidade dos conteúdos em atividades cotidianas dos estudantes (BRASIL, 2013).

Em 2018, tem-se a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) da educação brasileira, que indica a necessidade das escolas e instituições de ensino trabalhar com temas contemporâneos em seus currículos, desenvolvendo-os de forma transversal e integradora (BRASIL, 2018). De acordo com o documento, para o trabalho com temáticas devem ser consideradas "[...] as necessidades, possibilidades e os interesses dos estudantes, assim como suas identidades linguísticas, étnicas e culturais" (BRASIL, 2018, p. 15).

A BNCC apresenta um conjunto de temas, denominados Temas Contemporâneos Transversais (TCT) que "[...] buscam uma contextualização do que é ensinado, trazendo temas que sejam de interesse dos estudantes e de relevância para seu desenvolvimento como cidadão" (BRASIL, 2019, p. 7).

Dessa maneira, os TCT são assuntos que tratam de questões que refletem as vivências da comunidade escolar, da contemporaneidade e que possam ser trabalhados de forma transversal e integradora nas disciplinas escolares (BRASIL, 2019; VIÇOSA *et al.*, 2020). Assim, esses temas exploram assuntos, como a utilização do dinheiro, saúde, meio ambiente, tecnologias digitais, sustentabilidade, respeito a diversidade, entre outros (BRASIL, 2019, p. 7).

Complementa Cordeiro (2019, p. 72) que os TCT contribuem para "[...] instrumentalizar os alunos para um maior entendimento da sociedade em que vivem além de garantir que os conteúdos científicos (essenciais) se integrem aos conteúdos sociais, políticos e contemporâneo (também essenciais)".

À vista disso, percebe-se a preocupação de se trabalhar em sala de aula com temáticas que sejam de interesse dos estudantes, relacionando-as com os conhecimentos escolares e buscando a sua contextualização e aplicabilidade na sociedade. Dessa forma, percebe-se que desenvolver pesquisas que exploram a contextualização dos conteúdos e a utilização de temáticas, têm forte potencial para o ensino de Matemática.

Currículo de Matemática: trabalhando com temas de interesse[1]

Segundo Moraes (2008, p. 33) é importante contextualizar os conteúdos matemáticos, pois possibilita aos estudantes o contato com um "[...] maior número de relações e conexões que se pode fazer ao ensinar um novo conteúdo. Quanto maiores forem essas relações e mais forte as conexões, sejam elas de dentro da Matemática ou fora dela, mais significativa será a aprendizagem".

Nesse sentido, o trabalho com temáticas permite ao professor e aos estudantes debaterem assuntos importantes da sociedade e relacioná-los com os conteúdos escolares. Souza (2009) expõe que uma aula contextualizada pode proporcionar ao aluno um ensino no qual teorias e aplicações se conectam, de forma a potencializar o processo de ensino.

Buscando contribuições para o ensino de Matemática referente a utilização de temáticas, encontrou-se em Olgin (2015) o trabalho sobre Temas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio. A pesquisadora indica um conjunto de critérios que podem ser utilizados para a seleção dos assuntos a serem abordados ao longo do Currículo de Matemática. Tais critérios envolvem: o desenvolvimento de uma visão sociocrítica, baseada em aspectos socioculturais que podem emergir das temáticas a serem desenvolvidas; um currículo construtivo, no qual o professor e os alunos conversem sobre os encaminhamentos do trabalho com temáticas, havendo a participação ativa do estudante nas atividades e na construção de conceitos matemáticos; a possibilidade de desenvolver diversas atividades contextualizadas que permitam construir, revisar ou ampliar conceitos matemáticos; a seleção de temas que propiciem ao aluno a reflexão sobre o fazer, buscando pensar e repensar sobre as estratégias e os procedimentos de resolução; a escolha de temas que evidenciem as possíveis conexões entre os temas e os conteúdos matemáticos; a escolha de temas que permitam a utilização de diferentes metodologias (resolução de problemas, projetos de trabalho, etnomatemática, história da matemática, etc.); e a seleção de temas que permitam refletir
sobre assuntos importantes que envolvam questões como economia familiar e saneamento básico.

[1] Segundo Olgin (2015, p. 65) os temas de interesse "[...] são assuntos relevantes para a formação do estudante, temas modernos e que possam potencializar o Currículo de Matemática do Ensino Médio, permitindo o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos. Possibilitando proporcionar, aos estudantes, valores sociais, culturais, políticos, econômicos, de forma a atender as necessidades e objetivos dos sujeitos envolvidos nessa relação, que permitam a formação de um cidadão atuante e comprometido".

Com base nos critérios, Olgin (2015) apresenta um conjunto de assuntos que podem ser utilizados pelos professores de Matemática para o desenvolvimento dos conteúdos de forma a contemplar "uma Educação Crítica, transformadora, reflexiva, rica em contextos, permitindo ao estudante envolver-se em cada assunto de forma a revisar, aprofundar, exercitar e estudar os conteúdos dessa área do saber" (OLGIN, 2015, p. 130).

Para tanto, os temas foram classificados em oito temáticas, sendo elas: Contemporaneidade, Político-Social, Cultura, Meio Ambiente, Conhecimento Tecnológico, Saúde, Temáticas Locais e Intramatemática (OLGIN, 2015). Para embasamento desta pesquisa utilizou-se a temática Contemporaneidade, visto que possibilita aos estudantes relacionarem uma rede de assuntos e interagirem com os conteúdos, mostrando a aplicabilidade dos mesmos na vida em sociedade (OLGIN, 2015).

Entre os assuntos que podem ser explorados nessa temática, tem-se a criptografia, que é o tema chave dessa pesquisa, visto que permite explorar os conteúdos matemáticos de aritmética, aritmética modular, função linear, função quadrática, função exponencial, função logarítmica, polinômios e matrizes. Isto é, a criptografia possibilita a aplicabilidade contextualizada desses conteúdos que podem ser desenvolvidos por meio de atividades didáticas buscando o aprimoramento, a atribuição de significados e provocações para a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio (OLGIN, 2011; ROSSETO, 2018).

Além disso, trata-se de um assunto de nosso cotidiano, uma vez que, com o crescente avanço das tecnologias, a criptografia torna-se indispensável, garantindo a privacidade e seguridade nas trocas de informações por meios tecnológicos (URGÉLLES, 2018).

Com o exposto, percebe-se que o trabalho com temáticas é indicado para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, sendo a criptografia um tema que pode ser utilizado por meio de uma sequência de atividades que explorem sua história, os conteúdos matemáticos e as tecnologias digitais.

Metodologia de pesquisa

O presente trabalho possui uma abordagem de pesquisa qualitativa, o qual busca compreender e descrever o resultado das informações obtidas por meio de questionários, registros escritos e arquivos das atividades desenvolvidas pelos participantes. Assim, é necessário uma análise e reflexão de forma profunda dos dados coletados para o entendimento do objeto estudado (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Ainda, realizou-se uma análise descritiva dos dados obtidos na aplicação da pesquisa, com o intuito de compreender e dar significado ao estudo (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

À vista disso, buscou-se elaborar uma sequência didática que permitisse utilizar, como recurso tecnológico, as planilhas eletrônicas do Excel junto ao tema criptografia a fim de potencializar o processo de ensino do conteúdo matemático de matrizes do Ensino Médio.

Para tanto, a pesquisa foi dividida em quatro momentos descritos a seguir: No primeiro momento buscou-se por estudos sobre temáticas no Ensino de Matemática e pelas relações do conteúdo de matrizes e a criptografia, no Banco de Teses e dissertações da CAPES. No momento seguinte foram elaboradas as atividades que explorassem as cifras histórias e códigos com o conteúdo de matrizes, com a utilização das planilhas eletrônicas. No terceiro momento realizou-se a aplicação da sequência didática com estudantes do 3° ano do Ensino Médio, de forma remota por meio da plataforma *Moodle*[2]. Por fim, foi realizada a análise dos dados obtidos durante a aplicação.

Apresentação e análise de dados

A sequência didática foi aplicada remotamente por meio da plataforma *Moodle* com 6 estudantes do 3° ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Técnica São João Batista, em Montenegro, no Rio Grande do Sul. A aplicação das atividades ocorreu entre os meses de setembro e outubro de 2020, ao longo de seis encontros buscando contemplar a aplicação dos questionários inicial e final, a história em quadrinhos desenvolvida para a pesquisa e as cinco atividades que exploraram cifras históricas e o conteúdo de matrizes, conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1: Encontros para aplicação da sequência didática

Semana	Recurso utilizado para os encontros	Atividade
1	Videoconferência	Apresentação, cadastramento na plataforma Moodle e aplicação do questionário inicial.
2	Plataforma Moodle	Apresentação em PPT da história em quadrinhos envolvendo o tema criptografia e atividade da Cifra de Vigenère.
3	Plataforma Moodle	Atividades das Cifras Playfair e ADFGVX.
4	Plataforma Moodle	Atividades da Cifra de Hill.

[2] Pesquisa aprovada pelo Comitê de Ética sob CAAE 20057119.1.0000.5349.

5	Plataforma Moodle	Atividades da Cifra MKO.
6	Videoconferência	Aplicação do questionário final e encerramento.

Fonte: As autoras.

Com base nos questionários aplicados, foi realizado o perfil do grupo de participantes da pesquisa, sendo alunos com idade entre 17 e 18 anos e todos tiveram contato com o conteúdo de matrizes no ano letivo de 2019. Quanto a temática criptografia, os seis estudantes tinham conhecimento do assunto, mas apenas dois tiveram contato durante o Ensino Fundamental ou Ensino Médio, nas disciplinas de Matemática e/ou Língua Portuguesa ou no Curso de Informática. Em relação a utilização das planilhas eletrônicas do Excel, 4 dos estudantes já conheciam o programa, mas apenas dois responderam ter noção de operações no *software*. Para a análise dos resultados os participantes foram denominados: Estudante A, Estudante B, Estudante C, Estudante D, Estudante E e Estudante F.

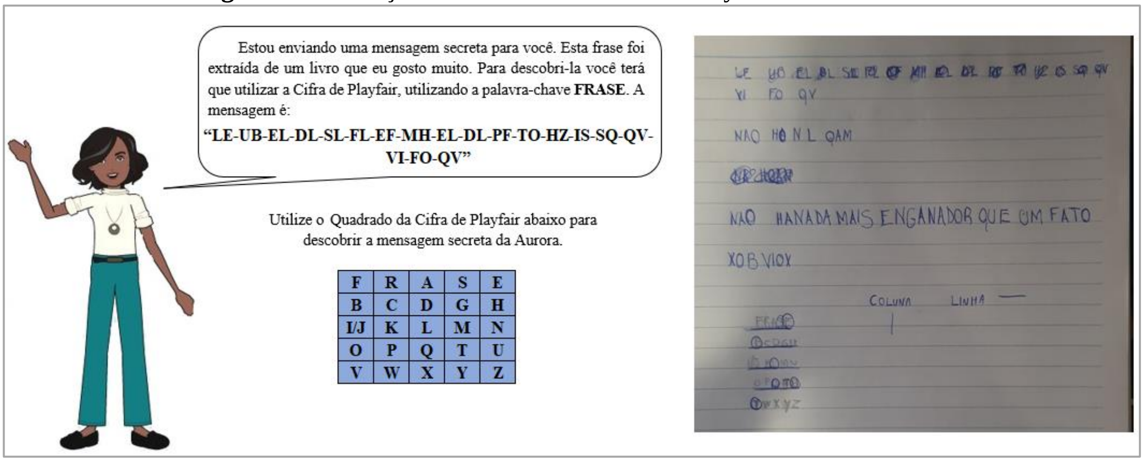
Para esse artigo, apresenta-se a resolução e análise das atividades da Cifra de Playfair e da Cifra MKO[3] realizadas pelos participantes durante a aplicação da sequência didática. Salienta-se que todas as atividades foram elaboradas no *software* Excel, para que os estudantes tenham contato com os recursos tecnológicos que podem auxiliar no ensino de Matemática.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), deve-se utilizar os conhecimentos historicamente construídos com os estudantes, com o intuito de entender e explicar a realidade, bem como continuar aprendendo. Assim, a história em quadrinhos e as atividades envolvendo as cifras históricas visam mostrar a importância desses conhecimentos ao longo dos séculos, tal como exemplificar a evolução dos métodos criptográficos.

Um exemplo de atividade envolvendo uma cifra histórica é a Cifra de Playfair. Na atividade envolvendo essa cifra, o Estudante A utilizou como recurso papel e caneta para escrever a mensagem codificada e realizar a decodificação da mesma (Figura 1).

[3] A Cifra MKO foi desenvolvida pelas autoras deste trabalho para a sequência didática envolvendo o tema Criptografia aliado ao conteúdo de Matrizes.

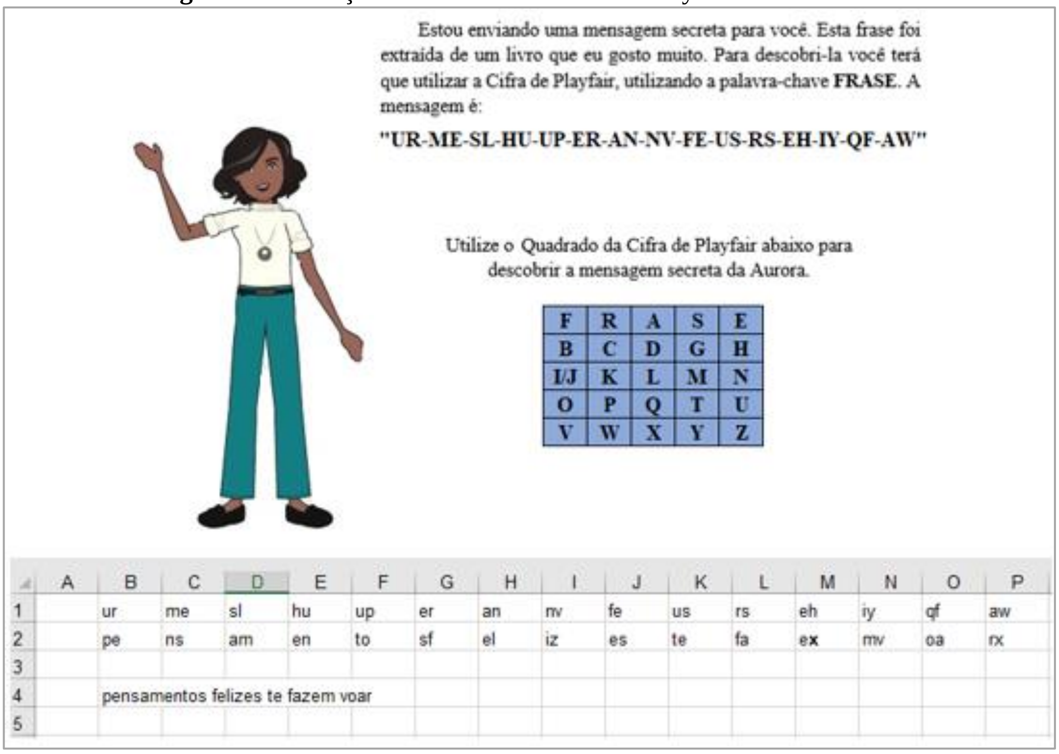
Figura 1: Resolução da atividade de Cifra de Playfair do Estudante A



Fonte: Registro escrito do Estudante A.

Por sua vez, o Estudante B utilizou as planilhas eletrônicas para encontrar a mensagem decodificada (Figura 2).

Figura 2: Resolução da atividade da Cifra de Playfair do Estudante B



Fonte: Arquivo da planilha eletrônica do Estudante B.

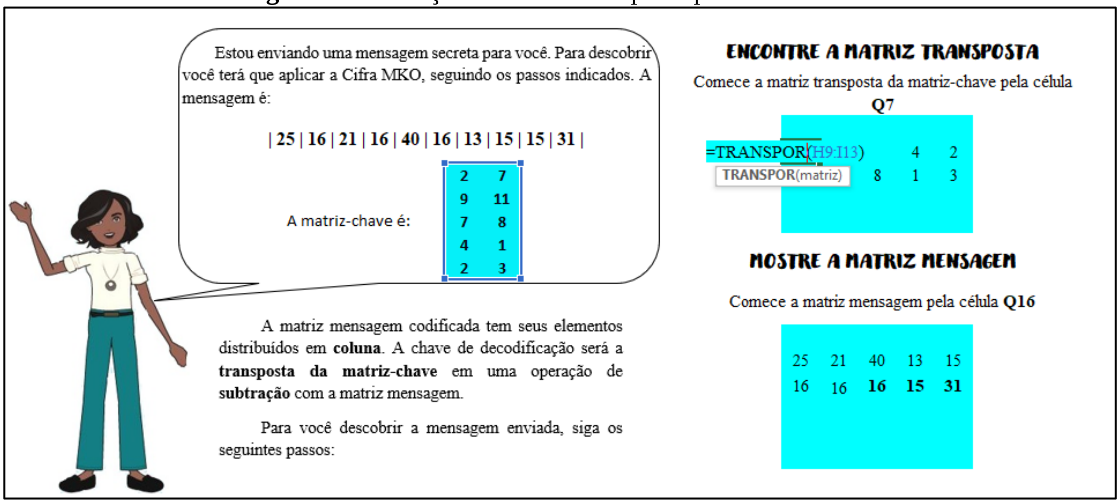
Ainda, pode-se constar que somente o Estudante A optou por não utilizar as planilhas eletrônicas para decifrar a mensagem enviada.

Segundo Olgin (2015), a criptografia pode ser utilizada para contextualizar o conteúdo de matrizes, uma vez que possibilita criar atividade que relacionam as operações de matrizes com cifras e códigos. Para Rodrigues e Sá (2019), utilizar abordagens que remetem a temas que estão envolvidos com tecnologias é uma estratégia para aproximar os estudantes aos conceitos matemáticos. Para tanto, as atividades elaboradas na Cifra MKO relacionam o conteúdo de matrizes com a criptografia e explora os recursos das planilhas eletrônicas do Excel, visto que esse programa permite a realização dos cálculos envolvendo matrizes.

A primeira atividade da Cifra MKO envolve a transposição de matrizes. Nessa atividade, os participantes puderam conhecer e explorar os comandos das planilhas eletrônicas do Excel. Para calcular a transposta da matriz, foi necessário que o estudante soubesse que primeiramente é preciso selecionar a quantidade de células correspondentes a matriz transposta, cuidando o número de linha e coluna da mesma, após essa seleção digita-se o sinal de igual seguido do comando *transpor* e em seguida seleciona-se a matriz-chave e apertam-se as teclas *ctrl* + *shift* + *enter* e a matriz transposta é apresentada.

Observa-se que o Estudante C e o Estudante D experimentaram os recursos do Excel, utilizando a operação de *transpor*. Os demais participantes também realizaram a atividade nas planilhas eletrônicas, mas determinaram a transporta da matriz de forma manual. A Figura 3 traz a resolução do Estudante C, que selecionou o número de células adequadas para utilizar a função *transpor* da planilha eletrônica, obtendo assim a matriz transposta.

Figura 3: Resolução da matriz transposta pelo Estudante C

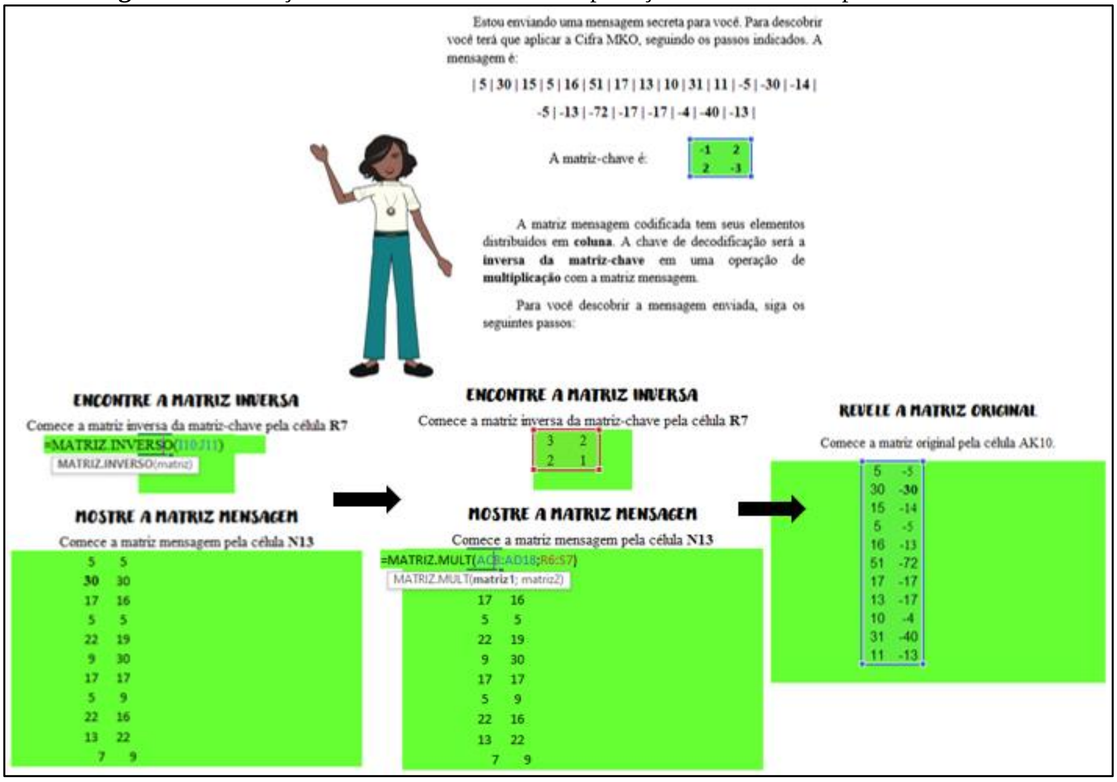


Fonte: Arquivo da planilha eletrônica do Estudante C.

A segunda atividade da Cifra MKO envolvia as operações de inversa e multiplicação entre matrizes. Nessa atividade, os participantes puderam explorar os comandos das planilhas eletrônicas do Excel, para o cálculo de multiplicação de matrizes e matriz inversa. Com relação a multiplicação de matrizes em planilhas é interessante o professor propor matrizes que não sejam quadradas para que os estudantes percebam como é importante conhecer os conceitos e propriedades que envolvem a multiplicação de matrizes, pois na multiplicação de uma matriz de ordem 3x2 com uma matriz de ordem 2x4 é preciso saber que a matriz resultante será de ordem 3x4 para que a planilha mostre a matriz resultante. Dessa forma, para calcular a matriz inversa, foi preciso que os estudantes selecionassem a quantidade de células corresponde a inversa, digitassem o sinal de igual seguido do comando *matriz.inverso*, selecionando a matriz e apertar a tecla *enter* para que a matriz inversa fosse obtida. Quanto ao cálculo de multiplicação entre matrizes, foi necessário que os estudantes selecionassem a quantidade de células correspondente a matriz resultante da multiplicação, digitar o sinal de igual seguido do comando *matriz.multi*, selecionando as matrizes e após apertassem a tecla *enter* para obter o produto das matrizes.

Dessa maneira, o Estudante A, o Estudante C e o Estudante D utilizaram os comandos do Excel para realizar as operações de inversa e multiplicação entre matrizes. A Figura 4 apresenta a resolução do Estudante B.

Figura 4: Resolução da matriz inversa e multiplicação entre matrizes pelo Estudante B



Fonte: Arquivo da planilha eletrônica do Estudante B.

Depois da realização das atividades da sequência didática, os seis participantes afirmaram que tanto as atividades quanto o tema criptografia contribuíram para o entendimento do conteúdo de matrizes. Essa afirmação vai ao encontro da proposta de contextualização do conteúdo por intermédio de temáticas, com o intuito de mostrar a aplicabilidade das matrizes na sociedade (BRASIL, 2006; 2018; 2019; OLGIN, 2015; RODRIGUES; SÁ, 2019).

Em relação a utilização das planilhas eletrônicas, os seis estudantes afirmaram ter auxiliado para o desenvolvimento das atividades, como evidencia o Estudante A: *"Elas nos trazem uma forma mais fácil de resolver algumas das situações em que precisamos multiplicar, ou somar matrizes por exemplo"*. Percebe-se aqui, o papel que as tecnologias digitais têm, ao serem utilizadas de forma a fomentar o ensino. Assim como proposto pela BNCC (BRASIL, 2018), as tecnologias digitais devem ser empregadas para que os estudantes as utilizem buscando produzir conhecimentos e solucionar problemas.

Para os participantes a criptografia e as planilhas eletrônicas contribuíram para compreensão do conteúdo de matrizes, como afirma o Estudante F: *"Sim, pois, percebi que as matrizes podem ser representadas por tabelas, e que, quando usamos o Excel, podemos realizar operações com matrizes de forma muito mais fácil"*. A aplicação do tema criptografia, que está diretamente relacionado com tecnologias, junto com as planilhas eletrônicas do Excel permitiu aos participantes estabelecerem conexões com o conteúdo matemático (OLGIN, 2015; RODRIGUES; SÁ, 2019).

Portanto, considera-se importante explorar recursos tecnológicos nas atividades em sala de aula, assim como também diferentes temas para potencializar o ensino dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio (OLGIN; 2015; BRASIL; 2018). Dessa maneira, as atividades elaboradas para a sequência didática apresentada são exemplos de que é possível trabalhar o conteúdo de matrizes de forma contextualizada, aliado ao ensino por meio de temáticas com a utilização de planilhas eletrônicas.

Considerações finais

Conforme Morais (2008), Souza (2009) e os documentos curriculares nacionais (BRASIL, 1997; 1998, 2000; 2006; 2018) é necessária uma abordagem contextualizada dos conteúdos, visto que podem possibilitar aos estudantes realizarem relações com situações da sua realidade e da comunidade em que estão situados. Entende-se que desenvolver os conteúdos por meio de temas oportuniza aproximar e contextualizar os conteúdos das diferentes áreas do conhecimento, buscando uma formação integral[4] dos estudantes (BRASIL, 1997; 2013; 2019; OLGIN, 2015). Assim como, se faz necessário inserir em sala de aula recursos digitais a fim de promover um ensino significativo e reflexivo (BRASIL, 2018).

A partir da análise dos dados obtidos na aplicação, conclui-se que a elaboração de atividades contextualizadas em relação ao conteúdo de matrizes pode contribuir para o seu entendimento. Assim como, a utilização das planilhas eletrônicas, pode auxiliar no processo de ensino dos estudantes do Ensino Médio, bem como colocá-los em contato com as tecnologias e mostrar as potencialidades das mesmas.

Contudo, ressalta-se a importância do planejamento das atividades, para que se atinja os objetivos didáticos propostos, além de pensar nas estratégias didáticas, nas diferentes metodologias e nos recursos que podem ser disponibilizados ao explorar temáticas aliadas aos conteúdos matemáticos.

Portanto, nesse trabalho pode-se elaborar um conjunto de atividades que permitissem aos estudantes trabalhar com o conteúdo de matrizes por meio da temática criptografia, no qual os alunos puderam ser ativos no processo de resolução das atividades, utilizar as planilhas eletrônicas para pensar e repensar suas estratégias e procedimentos de resolução das atividades, bem como estabelecer possíveis conexões entre o tema e os conteúdos matemáticos, conforme mencionado na pesquisa de Olgin (2015) sobre o trabalho com temáticas.

Referências

ÁLVAREZ, M. N. *et al*. **Valores e temas transversais no currículo.** Porto Alegre: Editora Artmed, 2002. Traduzido Daisy Vaz de Moraes.

AZCÁRATE, Pilar. **¿Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual?** Investigación em l Escuela, 32, 77-85, 1997.

BARBOSA, L. M. S. **Temas transversais**: como utilizá-los na prática educativa? Curitiba: Editora InterSaberes, 2013.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

[4] Entende-se nessa pesquisa por formação integral do estudante, que o mesmo seja capaz de atuar na vida em sociedade de forma ativa, colaborativa, crítica e reflexiva, utilizando-se dos conhecimentos desenvolvidos ao longo de sua vida escolar.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: apresentação dos temas transversais, ética. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

BRASIL. Secretária da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Secretária da Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília: MEC/SEB, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC**: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília: MEC, 2019.

CARNEIRO, F. J. F. **Criptografia e a Teoria dos Números.** São Paulo: Editora Ciência Moderna, 2015.

CORDEIRO, N. de V. **Temas Contemporâneos e Transversais na BNCC: as contribuições da Transdisciplinaridade.** 2019. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Brasília, Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Educação. Brasília, 2019.

MORAIS, R. S. **A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado**. Dissertação de Mestrado, São Carlos, Universidade Federal de São Carlos, 2008.

OLGIN, C. A. **Currículo no Ensino Médio: uma experiência com o tema criptografia**. 2011. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2011.

OLGIN, C. A. **Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no Currículo de matemática do Ensino Médio**. 2015. 265 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil. Rio Grande do Sul, Canoas, 2015.

RODRIGUES, L. P. O.; SÁ, L. C. Matrizes e criptografia: contribuições de uma atividade sobre o *whatsapp* no Ensino Médio. **REnCiMa**, v. 10, n. 6, p. 255-273, 2019.

ROSSETO, C. K. **Criptografia como recurso didático: uma proposta metodológica aos professores de matemática**. 2018. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, 2018.

SOUZA, J. F. **Construindo uma aprendizagem significativa com história e contextualização da matemática**. Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2009.

TERADA, R. Criptografia e a importância das suas aplicações. **Revista do Professor de** Matemática, Rio de Janeiro, n. 12, p. 1-7, 1988.

URGELLÉS, J. G. **Matemática y códigos secretos.** Barcelona: Editora RBA Libros, 2018.

VIÇOSA, C. S. C. L. et al. Concepções de licenciados acerca de abordagens transversais no ensino de Ciências. **REnCiMa**, São Paulo, v. 11, n. 7, p. 180-197, nov. 2020.

ANEXO

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para descobrir, você terá que utilizar a Cifra MKO, seguindo os passos indicados. A mensagem codificada é:

| 25 | 16 | 21 | 16 | 37 | 16 | 13 | 15 | 15 | 31 |

A matriz-chave para essa mensagem é:

2	7
9	11
7	8
4	1
2	3

A matriz-mensagem codificada tem seus elementos distribuídos **em coluna.** Para decodificar a mensagem, você deverá **subtrair da matriz-mensagem** a **transposta da matriz-chave.**

GT 04 - Educação Matemática no Ensino Superior

A Álgebra em um Curso de Licenciatura: Amor ou Ódio?

Algebra in a Udergraduation course: love or hate?

Elisangela de Campos
Universidade Federal do Paraná
elismat@ufpr.br

Resumo
Este trabalho apresenta as análises parciais de uma pesquisa em andamento sobre concepção e afetividade de estudantes de um curso de Licenciatura em relação à Álgebra. Para desenvolver esta pesquisa foi utilizado as ideias de Gómez Chácon (2009) sobre afetividade e Matemática, dentre elas a ideia de que o afeto e a cognição não devem ser vistos separadamente, uma vez que o medo pode trazer dificuldades para a aprendizagem da Matemática e resolver um problema pode trazer ao mesmo tempo ansiedade e satisfação. Para a análise de dezesseis repostas a um questionário proposto para os estudantes foi utilizado a Análise Textual Discursiva (ATD) da qual emergiu algumas categorias como, por exemplo, sentimentos de medo e admiração pela Álgebra.

Palavras-chave: Afetividade; Álgebra; Formação de professores.

Abstract
This work presents a partial analysis of an ongoing research about conception and affectionateness of students from an undergraduation curse towards Algebra. To develop this research ideas from Gómez Chácon (2009) about affectionateness and Mathematic were consulted, among those, the idea that affection and cognition must not be seeing separately since fear can bring difficulties to mathematic learning and solving problems can bring, at the same time, anxiety and satisfaction. For the analysis of sixteen answers from a questionary given to students, it was used the Textual Discursive Analyses (TDA), in which surfaced some categories such as, feelings of fear and admiration toward Algebra.

Keywords: Affectionateness; Algebra; Teacher training

Introdução

A álgebra nem sempre é a área da Matemática que os estudantes gostam. Durante a vida escolar, quando em que a Álgebra começa a ser estuda com mais intensidade, em que polinômios e equações são apresentados aos estudantes é, em geral, um momento de dúvidas e requer dos estudantes mais abstração do que antes era necessário. Afinal a matemática deixa de ser trabalhada apenas com números e passa a ser trabalhada com números e letras.

Acreditamos que ao ingressar no curso de Licenciatura, nossos estudantes estão com a ideia de se trabalhar com letras e números consolidada e que já não têm problemas em relação a abstração requerida para isso. No entanto, quando apresentados as estruturas algébricas, novamente é requerido desses estudantes uma maior abstração em relação ao que era requerido até o momento. Vamos chamar esses momentos em que a abstração é requeria de salto de abstração.

Não se pensa mais simplesmente em polinômios, mas sim em anéis de polinômios, não se pensa mais em números racionais, mas sim no corpo de frações dos números inteiros, assim como não é preciso mais se preocupar com o os elementos do conjunto que está sendo estudado, mas sim com a sua operação e propriedades. Ou seja, existe uma mudança na forma de pensar matematicamente e ver os objetos que estão sendo estudados, alguns objetos matemáticos estudados na escola passam a ser visto como exemplos (simples) de estruturas algébricas.

Acreditamos que essa mudança de concepção em relação a Álgebra, pode provocar uma mudança na afetividade em relação a ela. Conscientes de que a mudança de afetividade pode ser acarretada por outros fatores, como por exemplo, a afinidade com o professor que ministra as disciplinas de álgebra ou a afinidade com a própria área, queremos identificar as mudanças de concepção e a afetividade dos estudantes em relação a Álgebra durante o curso de Licenciatura.

Neste trabalho apresentamos as análises preliminares de um projeto de pesquisa que tem como objetivo mais amplo identificar e descrever as concepções de Álgebra e a afetividade de estudantes do curso de Licenciatura de uma Universidade pública da região sul do país ao longo do período de graduação. Para este artigo iremos discutir a afetividade e concepções sugeridas pelas respostas dos estudantes e das estudantes as seguintes questões: “Se a Álgebra fosse um animal, qual seria? Por que?” e “Qual animal a Álgebra nunca seria? Porque?”.

Concepções e Afetividade em Matemática

Em seu trabalho sobre afetividade e matemática Gómez Chácon (2003) nos mostra como os afetos (emoções, atitudes e crenças) estão diretamente ligados a aprendizagem e ao comportamento dos estudantes em relação a Matemática. Para esta autora a aprendizagem da Matemática está ligada não apenas aos aspectos cognitivos, mas também aos emocionais e sócio culturais dos estudantes.

O conceito central para estudos relacionados a afetividade e Matemática é o domínio afetivo que para Gómez Chácon (2003) é “uma extensa categoria de sentimentos e de humor (estado de ânimo) que geralmente são considerados como algo diferente da pura cognição” (p. 20). Além disso ela considera as crenças, as atitudes, os valores considerações dos estudantes em relação a matemática, a si mesmo, ao ensino e aprendizagem da matemática, aos professores e ao contexto social onde a educação matemática acontece.

Sobre a afetividade em relação a matemática a autora afirma, entre outros impactos sobre a aprendizagem, que “os alunos que possuem crenças rígidas e negativas sobre a matemática e sua aprendizagem normalmente são aprendizes passivos e, no momento da aprendizagem trabalham mais a memória do que a compreensão” (p. 23).

Em relação aos estudo sobre processos cognitivos e afetivos da aprendizagem matemática Gómez Chácon (2003) aponta para dois caminhos que devem ser levados em conta:

> [...] um é mediante a representação da informação que trata da as reações emocionais que afetam o processamento consciente, momento a momento; o outro tem a ver com a influências socioculturais no indivíduo e os modos como ele interioriza essa informação e forma sua estrutura de crença. (p.56)

Ou seja, não devemos levar em conta somente a reação do estudante no momento em que ele realiza uma tarefa ou resolve um problema matemático, mas também devemos conhecer seus sistemas de crenças (crença sobre a matemática, crenças como aprendiz de matemática), suas representações sociais e seu contexto sociocultural.

Assim como alguns autores como Guimarães (2010), Gómez Chácon (2003) e Cury (1999) entendemos que não há um consenso sobre a caracterização do que é crença e do que é concepção em Educação Matemática e em Educação, e ao fazer uma revisão de literatura vimos que esses autores recorrem as ideias de Thompson (1992, apud Gómez Chácon, 2003) em seus trabalhos. De acordo com Gómez Chácon (2003):

> A.G. Thompson (1992) defini as concepções como uma estrutura mental geral, que abrange crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências e semelhanças. Atribui as seguintes características à crença/conhecimento: as crenças podem existir com vários graus de convencimento, não têm de ser consensuais, a disputa está associada a elas e, muitas vezes, elas existem ou são justificadas por razões que não possuem critérios que comportem cânones de evidência (IBIDEM, p. 61).

Da mesma forma Gómez Chácon (2003) caracteriza crenças matemáticas como “um dos componentes do conhecimento subjetivo implícito no indivíduo sobre a matemática, seu ensino e sua aprendizagem. Tal conhecimento está baseado na experiência” (IBIDEM, p. 20). Já a concepção está relacionada a crenças mais conscientes, que tem um componente mais cognitivo e menos afetivo.

Após de um estudo amplo sobre o uso dos termos concepção e crenças em Educação Matemática, Cury (1999) decidiu utilizar em suas pesquisas subsequentes o termo concepção dos professores "porque engloba toda a **filosofia particular** de um professor, quando ele *concebe* ideias e interpreta o mundo a partir dessas ideias" (IBIDEM, p. 11, grifos da autora).

Para este trabalho utilizaremos a caracterização de Cury para tratar das concepções de Álgebra dos estudantes e das estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Embora o estudo de Cury (2009) tenha como foco as concepções dos professores de Matemática, entendemos que essas e esses estudantes já passaram por um longo período de escolarização no qual foram apresentados a diversos conceitos e problemas matemático e em particular aos conceitos e problemas referentes a Álgebra. Nesse período foram construindo suas concepções sobre a Matemática e a Álgebra e de que alguma forma têm uma relação positiva com essas áreas do conhecimento, pois escolheram cursar Licenciatura em Matemática.

Metodologia

Entendemos esta pesquisa como uma pesquisa qualitativa, de campo e que pode ser tomada como um estudo de caso, já que estamos interessados em investigar as concepções e afetos de um grupo de estudantes de Licenciatura de uma Instituição Pública de Ensino Superior em particular.

Para fazer a coleta dos dados, analisados nesse artigo, utilizamos um questionário com questões que foram inspiradas em questões desenvolvidas por Ferreira (2009) em sua dissertação. Para investigar a concepção de professores e estudantes do ensino básico, esse autor, utilizou questões que inquiriam diretamente 'o que é Álgebra?' para essas pessoas de sua pesquisa e utilizou metáforas para investigar de forma indireta tais concepções, como por exemplo, "Se a álgebra fosse um animal, qual seria? Por quê? Se a Álgebra fosse uma profissão, qual seria?" (Ferreira 2009, p.57).

De acordo com Silva e Santos-Wagner (2013 p. 6) o uso das metáforas nos instrumentos de pesquisa "servem para compreendermos pensamentos e sentimentos, pois através delas chegamos próximos da mente e da relação afetiva dos sujeitos".

O questionário foi feito na plataforma *Googleforms* e disponibilizado para que as e os estudantes pudessem responder. Qualquer estudante do curso de Licenciatura ou Bacharelado em Matemática poderia responder. O *link* do formulário foi enviado para as e os estudantes por meio dos grupos de *Whatsapp* e *e-mail*. Até a escrita desse artigo apenas

16 estudantes do curso de Licenciatura haviam respondido ao questionário e é a análise preliminar dessas respostas a duas questões que apresentamos nesse trabalho.

O questionário é composto por questões para caracterizar os respondentes, como por exemplo, qual o ano de ingresso no curso, quais disciplinas da área de Álgebra já cursou com aprovação e sem aprovação, se é estudante do período noturno ou diurno, e pelas seguintes questões abertas:

1. Se tivesse que explicar para alguém o que é Álgebra. O que você diria?
2. Quais são os conteúdos matemáticos que você julga ser referente à Álgebra?
3. Descreva como é um problema (exercício) de Álgebra?
4. Se a Álgebra fosse um animal, qual seria? Por que?
5. Qual animal a Álgebra nunca seria? Por que?
6. O que você entende como sendo Álgebra?

Embora as questões 1 e 6 sejam muito semelhantes, pretendemos com a primeira que as e os estudantes pensem uma forma de traduzir o que entendem por Álgebra para uma pessoa leiga. Assim elas e eles devem mobilizar seus conhecimentos para não responderem com a definição de um livro e trazendo à tona nuances de suas concepções.

Já a questão 6 foi elaborada e colocada em último lugar no questionário para que o ou a estudante, depois de ter mobilizado seus conhecimentos sobre a Álgebra, pudesse responder na forma de uma definição se quisesse, o que poderia indicar ou expor contradições em relação as outras respostas.

As questões 2 e 3 referem-se as concepções de álgebra, sobre o objeto de estudo dessa área do conhecimento, que acreditamos que vai se modificando de acordo com as disciplinas do curso que o estudante já tenha feito.

Nas questões 4 e 5 utilizamos as metáforas na intenção de que as respostas dos estudantes possam mostrar algum sentimento e concepções em relação a Álgebra de acordo com o animal escolhido e a justificativa dada para tal escolha. Poderíamos ter como reposta por exemplo, que a Álgebra seria uma cobra, porque ela é perigosa, que denotaria medo em relação a essa área da Matemática, ou que a álgebra jamais seria um animal invertebrado, pois a Álgebra requer estrutura e esses animais não tem.

Para a análise dos dados utilizaremos a Análise Textual Discursiva (ATD) que transita entre a Análise de Conteúdo e a Análise de Discurso e pode ser compreendida como

> [...] um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem de uma sequência recursiva de três componentes: desconstrução dos textos do corpus, a unitarização; estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização; o captar do novo emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada (MORAES, 2003, p. 192).

O objetivo da ATD é a produção de um meta-texto descritivo-interpretativo que é construído a partir da fragmentação do corpus, depois de fragmentado e desconstruído para a emergência de categorias. O que faremos a seguir é a construção das categorias emergentes de concepções e sentimentos extraídos das respostas das e dos estudantes as questões 4 e 5 desse questionário, além de apresentar algumas características dos estudantes participantes dessa pesquisa.

Análise das respostas dos estudantes

Vamos no início desta seção caracterizar os 16 estudantes que responderam ao questionário, até o momento da escrita desse artigo. As e os estudantes poderiam se identificar deixando seu *e-mail* para participar de outras etapas da pesquisa.

Das 16 pessoas participante, 8 identificaram-se como homem cis, 7 como mulher cis e uma pessoa preferiu não responder esta questão. Em relação ao ano de ingresso no curso no quadro 1 podemos observar que a maioria das e dos respondentes ingressaram no ano de 2019, seguido de estudantes de 2017.

Quadro 1: ano de ingresso no curso de Matemática

Ano de ingresso	2014	2016	2017	2018	2019	2020
Quantidade de estudantes	1	1	4	3	5	2

Fonte: autora (2021)

Todos as pessoas participantes da pesquisa estão cursando Licenciatura, sendo que 9 dessas pessoas estão matriculados no curso no período noturno e 7 no período diurno. Em relação as disciplinas cursadas apenas 5 estudantes não cursaram disciplinas relacionadas às estruturas algébricas (grupo, anéis ou espaços vetoriais), 11 estudantes já tiveram contato com a formalização dessas estruturas, mesmo que não tenha obtido a aprovação na disciplina.

Trazemos agora a análise das questões 4 e 5 do questionário, em que a afetividade pode emergir a partir dos animais escolhidos e das justificativas dadas para essa escolha, assim como algumas concepções quanto as características da Álgebra. Os e as estudantes participantes serão nomeados por E1, E2, E3 e assim por diante, de acordo com a ordem em que aparecem nas respostas do formulário.

O quadro abaixo mostra os animais que foram citados e a frequência na qual eles foram citados nas respostas as questões 4 e 5.

Quadro 2: Animais citados nas repostas.

	Animais citados nas respostas e quantidades de citação.
Questão 4: Se a Álgebra fosse um animal, qual seria? Por que?	Coruja (2); abelha (1); rato (1); leão (3); ornitorrinco (2); tartaruga (1); camaleão (2); formiga (1); polvo (1); gato (1); tigre (1).
Questão 5: Qual animal a Álgebra nunca seria? Por que?	Cachorro (3); leão (1); dinossauro (1); gato (1); mico leão dourado (1); águia (1); ave (1); preguiça (1); caranguejo (1); esponja do mar (1); coelho (1); lesma (1).

Fonte: A autora (2021)

Para todos os animais citados na tabela acima os estudantes justificaram a suas escolhas. Estas justificativas foram levadas em consideração para elaboração das categorias descritas a seguir. As respostas foram divididas em duas categorias pelas semelhanças em relação aos sentimentos ou concepções (ou características) da Álgebra.

Categoria 1: Medo e Admiração

Nesta categoria estão a repostas das e dos estudantes que parecem entender que a Álgebra tem força, poder e é importante para a Matemática, mas que temem essa área. Como na resposta do estudante E13 que vê a Álgebra como um leão, pois "...d*emonstra ter força, poder e ser muito importante, é muito bonito, mas dá medo".* Assim como o estudante E14 que diz que a álgebra seria um *"Leão, porque eu tenho medo dele, mas é bonito de longe"*.

A admiração e a importância dada a álgebra podem ser entendidas pela citação de animais que não são tão poderosos como um leão, não são imponentes fisicamente, como se referiu o estudante E2 quando diz que a álgebra seria uma abelha, *"...pois parece ser algo pequeno, mas faz muita diferença em toda a existência"*.

Alguns estudantes expressaram seu receio e desconforto ao trabalhar com a problemas relacionados a álgebra de forma direta, como o estudante E12 que respondeu que a álgebra seria um "*gato, não me dou bem com gatos"*. Já o estudante E4 revela seu sentimento negativo quando responde que a Álgebra nunca seria um "gatinho, porque eu amo gato". O cachorro foi mencionado como sendo um animal que a álgebra não seria, por agradar a maioria das pessoas e ser previsível, algo que para os alunos E8 e E14 a Álgebra não é, de acordo com eles o cachorro é *"... um ser super dócil que todos gostam"* e *"Nunca seria um cachorro. Pois o cachorro é transparente em seus sinais"*.

Podemos interpretar, pelas repostas, que essa área da Matemática pode ser intimidadora, que nem sempre é fácil entender seus conceitos o que pode causar medo. No entanto também observamos que essas e esses estudantes entendem a importância desses conceitos e o potencial que eles têm para o desenvolvimento da Matemática. Dessa foram encontramos nessa categoria sentimentos que parecem conflitantes como medo, desconforto e ao mesmo tempo admiração e respeito.

Categoria 2: Rigor e adaptação

Nesta categoria estão as respostas dos e das estudantes que responderam as questões 4 e 5 pensando em animais que pudessem traduzir características do que eles entendem sobre a Álgebra. Estas respostas revelam algumas concepções sobre essa área de conhecimento da Matemática. Foi possível verificar características como rigor, elegância, desenvolvimento e adaptação ao contexto.

As respostas de E8 e E15 é que a Álgebra seria um camaleão, *"Um animal que usa muito das suas artimanhas para sobreviver. Um camelão, por exemplo. Tem que se reinventar o tempo todo para não morrer"* e *"Seria um camaleão, pois ele sempre se adapta ao contexto."* De acordo com E3 álgebra não seria um dinossauro, *"...porque já deixou de existir"* e para E5 ela não seria *"Mico leão dourado, pois está longe de ser extinta"* esses e essas estudantes reconhecem a Álgebra está em desenvolvimento, sempre gerando outros problemas e para E6 isso faz com que a Álgebra não seja uma águia, porque *"a álgebra nunca para, há sempre outras perguntas para serem respondidas, outros problemas para serem atacados e os que se enquadram nessa área geralmente nunca se contentam com um único problema, com uma única presa"*. Com argumento semelhante E10 entende que a álgebra não seria "Um caranguejo, pois este só anda em uma direção. Já a Álgebra se dispersa, se permeia em todos os campos da Matemática".

A coruja foi citada por E1 por sua elegância, já E9 disse que a Álgebra seria uma *"coruja, é pequena e inteligente, álgebra tem estruturas que podem parecer pequenas, porém são complexas"*. Para ressaltar as demonstrações e o rigor matemático o estudante E6 recorreu a tartaruga para enfatizar que *"As demonstrações (problemas) requerem um rigor* *matemático, para que seja entendido por todos e não haja "buracos". Esse processo é lento, mas sempre alcança o resultado".*

Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo apresentar a análise inicial das respostas, de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, a um questionário que pretende identificar as concepções e a afetividade desses estudantes em relação a Álgebra. Estas análises iniciais fazem parte de uma pesquisa longitudinal que pretende identificar se ocorre mudanças de concepções e de afetos em relação a Álgebra durante o curso de graduação.

Esta pesquisa foi motivada pela dissertação de Ferreira (2009) e por conversas informais com alguns e algumas estudantes que reclamam e confessam suas frustrações e dificuldades com o estudo das estruturas algébricas. Estas frustrações e dificuldades ocorrem pelas características dessa área? Elas ocorrem pela foram como são apresentadas? Elas ocorrem pelas concepções que os estudantes trazem do ensino básico? Ocorre realmente uma mudança de concepção em relação a álgebra escolar e a álgebra estudada no curso de licenciatura? Estas são algumas perguntas que acreditamos poderemos refletir a partir desse estudo.

Para esse trabalho, conseguimos identificar que para o grupo de estudantes participantes dessa pesquisa, a álgebra pode ser assustadora, mas também é admirável por permear várias outras áreas da matemática. Ela tem características que requer mais rigor matemático e demonstrações, mas ao mesmo tempo é elegante e essencial para a Matemática. Desta forma, entendemos que a relação com a Álgebra não é necessariamente dicotômica, em amor ou ódio, mas uma mistura de medo, admiração e a consciência de sua importância para o desenvolvimento da Matemática.

Referências

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática.** Trad. Dausy Vaz Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CURY, H. N. Concepções e Crenças dos Professores de Matemática: pesquisas realizadas e significado dos termos utilizados. **Bolema**, Rio Claro, 12(13), p. 29-43. 1999.

FERREIRA, M. **Álgebra:** como as crenças dos professores influenciam na aprendizagem dos alunos. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. 2009, 151 folhas, Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2009.

GUIMARÃES, H. M. Concepções, crenças e conhecimento - afinidades e distinções essenciais. **Quadrante**, Lisboa, XIX(2), 81-101. 2010.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, Bauru, 9(2), 191-210. 2003.

A transição entre Educação Básica e Educação Superior: o que revelam professores de Matemática que atuam em cursos de graduação em Engenharia

The transition between Basic Education and Higher Education: what Mathematics professors working at engineering undergraduate courses reveal

Fabiana Santos Cotrim
UNICAMP
fabiana_cotrim@yahoo.com.br

Samuel Rocha de Oliveira
UNICAMP
samuel@ime.unicamp.br

Resumo
A transição dos estudantes entre a Educação Básica e a Educação Superior apresenta-se como uma das problemáticas discutidas no âmbito da Educação Matemática. Reconhecido o papel do professor de Matemática nesse contexto de transição em cursos de graduação em Engenharia, este trabalho teve como objetivo conhecer o que esses professores revelam sobre aspectos que permeiam a problemática. Esta investigação, de cunho qualitativo, foi realizada com quatro professores de uma instituição pública do Brasil e, pela perspectiva teórica assumida, considerou fatores que dificultam a transição dos estudantes nas perspectivas Epistemológica e Cognitiva; Sociocultural; e Didática. Como resultados, destaca-se uma possível minimização de fatores associados às perspectivas Sociocultural e Didática, em consequência de um movimento de reconfiguração da prática docente do professor de Matemática, apoiado por um contexto institucional favorável à inovação. Entretanto, trata-se de uma reconfiguração que precisa ser aportada por políticas de desenvolvimento profissional, que adentrem as especificidades da área de atuação dos professores. Além disso, os resultados revelam o distanciamento que figura entre Educação Básica e Educação Superior em relação às abordagens de ensino da Matemática; à formação matemática real dos estudantes ingressantes e à prospectada nos cursos de graduação; e a como professores universitários compreendem a Educação Básica. Três aspectos que demandam atenção, pois estão relacionados a possíveis dificuldades na transição dos estudantes na perspectiva Epistemológica e Cognitiva.

Palavras-chave: estudantes ingressantes; formação matemática na Engenharia; docência universitária.

Abstract
Students' transition from basic education to higher education is one of the issues discussed in the context of Mathematics Education. By acknowledging the role of Mathematics professors in this context of transition in the case of undergraduate courses in engineering, this research aimed to investigate what those professors reveal about aspects that pass through the issue. This qualitative investigation was carried out with four professors from a public institution in Brazil and, based on the theoretical Epistemological and Cognitive perspectives, we considered factors that hinder the transition of students between basic and higher education. As a result of the research, it is emphasized the possible minimization of factors associated with the Sociocultural and Didactic perspectives as a consequence of a movement to rearrange the teaching practice of the Mathematics professors supported by an institutional environment favorable to innovation. Nevertheless, this is a reconfiguration which needs to be considered by professional development policies, which go into the specifics of the area where professors work. Furthermore, the results disclose the gap between Basic and Higher Education in relation to Mathematic teaching approaches; the actual mathematical background knowledge of

freshman students and the prospective in undergraduate courses; and also how university professors understand Basic Education. Those are three aspects that require attention, as they are related to possible difficulties in the transition of students when we take into account the Epistemological and Cognitive perspectives.

Keywords: entering students; engineering math formation; university teaching.

Introdução

A presença da Matemática no núcleo da formação básica de um engenheiro é justificada por se tratar de uma das ciências básicas que, por meio de uma linguagem própria, permite compreender e descrever a natureza de diferentes fenômenos, de maneira determinística ou estatística, através de leis, regras, tendências ou princípios (GNEDENKO; KHALIL, 1979; LOPES, 1999). Logo, possibilita a comunicação, a modelação, a análise e a resolução de problemas de âmbitos diversos da Engenharia. Posto isso, a formação matemática nesses cursos requer que os estudantes dominem conhecimentos básicos de Matemática, em prol de compreenderem como as conceitualizações e resultados mais sofisticados da Matemática são construídos e podem ser manipulados no contexto da Engenharia.

Para Wood (2005), a forma como os estudantes constroem habilidades e estratégias de aprendizagem na Educação Básica e como, posteriormente, fazem a transposição dessas habilidades e estratégias para o contexto educacional da Educação Superior é um fator que impacta o sucesso nos estudos em Matemática. De fato, a transição entre Educação Básica e Educação Superior envolve muitas adaptações, entre as quais está o conteúdo matemático. Mas, além disso, há transições e adaptações de estilos de ensino e de aprendizagem; do próprio indivíduo; e das suas relações sociais (WOOD, 2005).

Muitas são as iniciativas visando contribuir com esse processo de transição, com especial atenção ao âmbito da Matemática (WOOD, 2005), devido aos altos índices de reprovação nas disciplinas introdutórias de Matemática na Educação Superior, tanto no Brasil (GASPARIN et al., 2014; LOPES, 1999), como também em outros países (CARLSON; OEHRTMAN; ENGELKE, 2010; FAULKNER; EARL; HERMAN, 2019).

No cenário brasileiro, tais dificuldades são bastante evidenciadas nas pesquisas em termos da formação matemática dos estudantes ingressantes, principalmente em relação a lacunas de aprendizagem, amplificadas pelas expectativas que professores universitários criam sobre os conhecimentos prévios que estudantes devem possuir quando ingressam na Educação Superior (GASPARIN et al., 2014; ZARPELON, 2016). Além disso, observa-se que essas dificuldades também são evidenciadas sob o ponto de vista das políticas de democratização do acesso à Educação Superior, pois, entre os desafios decorrentes dessas políticas, está a garantia de permanência, de modo que, no âmbito pedagógico, configuram-se questões também relacionadas à reprovação (BELLETTINI; SOUZA, 2018).

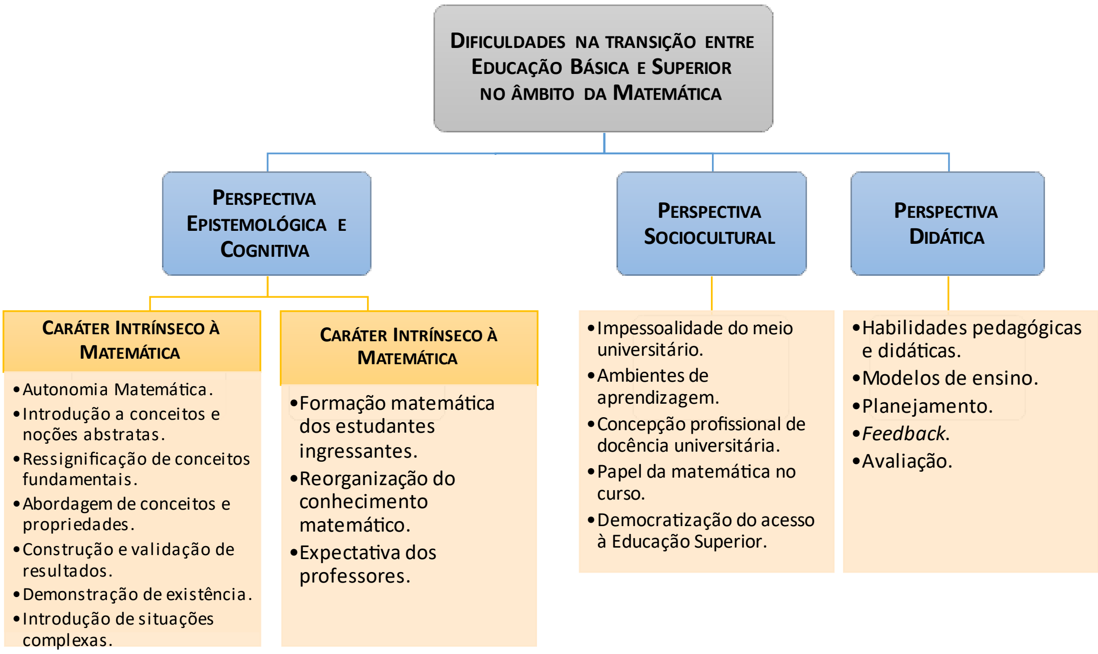
A partir do que é posto, observa-se que o professor de Matemática é partícipe desse contexto de transição em cursos de graduação em Engenharia, desempenhando um papel que pode contribuir, ou não, para o sucesso dessa transição. Dessa forma, a partir do recorte de uma pesquisa de doutorado sobre o conhecimento do professor de Matemática que atua em cursos de graduação em Engenharia, este estudo tem interesse em abordar a problemática da transição do ponto de vista desse docente, observada a relevância de pesquisas nessa temática (BIZA et al., 2016). Assim, a seguinte pergunta impulsiona esta investigação: *O que professores de Matemática que atuam em cursos de graduação em Engenharia revelam sobre aspectos que permeiam a transição entre Educação Básica e Educação Superior de estudantes ingressantes nesses cursos?*

As dificuldades da transição entre Educação Básica e Educação Superior em três perspectivas

O problema da transição entre a Educação Básica e a Educação Superior não é uma questão nova na Educação Matemática (GUEUDET, 2008; GUZMÁN et al., 1998; WOOD, 2005). A natureza das dificuldades e as razões para suas ocorrências são temas amplamente abordados e discutidos na literatura, a partir de uma ampla abrangência de perspectivas. Para este estudo, será considerada a forma como Guzmán et al. (1998) discutem essas dificuldades nas perspectivas **Epistemológica e Cognitiva**; **Sociocultural**; e **Didática** (Figura 1).

As dificuldades na **Perspectiva Epistemológica e Cognitiva** estão relacionadas à mudança significativa da Matemática a ser dominada pelos estudantes. Não só por se tratar de conteúdos diferentes previstos em cada um desses dois níveis, mas, sim, pelo grau de profundidade, tanto no que diz respeito às habilidades procedimentais necessárias para manipular os novos objetos, como quanto à compreensão conceitual subjacente a eles. Nesse sentido, Guzmán et al. (1998) identificam os seguintes fatores de **Caráter Intrínseco à Matemática** que podem dificultar a transição:

Figura 1: Dificuldades na transição entre Educação Básica e Educação Superior no âmbito da Matemática.



Fonte: Elaborada pelos pesquisadores (2021).

- ‘Autonomia matemática’, pois o estudante, que estava acostumado, na maioria dos casos, a reproduzir informações matemáticas, na Educação Superior deve ser capaz de produzir e empregar por si próprio o pensamento matemático em diversas situações;
- ‘Introdução de conceitos e noções abstratas’, que tratam de um conhecimento matemático muito distante do que o desenvolvido na Educação Básica;
- ‘Ressignificação de conceitos fundamentais’, pois há uma ampliação da complexidade de diversos objetos matemáticos até então conhecidos;
- ‘Abordagem de conceitos e propriedades’, devido à mudança de uma posição em que os conceitos tinham uma base intuitiva e fundada na experiência, para uma abordagem em que eles passam a ser especificados por definições formais, e as propriedades reconstruídas por meio de deduções lógicas;
- ‘Construção e validação de resultados’, pois os resultados matemáticos passam a ser estabelecidos por meio de deduções lógicas das definições e propriedades formais, exigindo uma compreensão de lógica maior;
- ‘Demonstrações de existência’, que, quando não trabalhadas, fazem com que se tenha a impressão de que para todo problema existe uma solução, e assim é difícil reconhecê-las como necessárias;

- 'Introdução de situações complexas', para as quais a intuição pode não ser suficiente para representá-las.

Além disso, reconhecendo que dificuldades epistemológicas e cognitivas também ocorrem por fatores de **Caráter Extrínseco à Matemática**, são citados como exemplos:

- 'Formação matemática dos estudantes ingressantes', devido a sua heterogeneidade;
- 'Reorganização do conhecimento matemático', no sentido de reconhecer e estabelecer relações entre conceitos de diferentes áreas;
- 'Expectativas dos professores' em relação aos conhecimentos conceituais e procedimentais dos estudantes ingressantes e a uma atitude ativa de 'fazer matemática' assim que ingressam na Educação Superior.

As dificuldades na **Perspectiva Sociocultural** são discutidas do ponto de vista institucional e não do indivíduo. Além disso, partem do princípio de que o ensino de Matemática não é uma prática neutra, ou seja, influencia e é influenciada pelo contexto social e cultural no qual é desenvolvida. Portanto, as dificuldades nesse campo refletem crenças, pensamentos e, principalmente, comportamentos que se configuram dentro de contextos e realidades específicas. Nessa ampla abrangência, alguns fatores de dificuldade indicados são:

- 'Impessoalidade do meio universitário', quando, em turmas, principalmente do primeiro ano, não se constitui um ambiente de coletividade e cooperação, prevalecendo a individualidade dos estudantes. Acrescido a isso, o distanciamento entre estudante e professor;
- 'Ambientes de aprendizagem', quando existe uma cultura de competição, implicando a atenção muito mais para o sucesso nas avaliações do que para a aprendizagem;
- 'Concepção profissional de docência universitária', quando prevalece uma cultura de valorização docente muito associada à pesquisa, em detrimento do ensino;
- 'Papel da Matemática no curso', quando ocorre a subestimação da Matemática em relação à formação profissional do curso de graduação que prevê tais conteúdos;
- 'Democratização do acesso à Educação Superior', quando se configuram desafios à equidade e permanência dos estudantes.

Por fim, as dificuldades na **Perspectiva Didática** são decorrentes das múltiplas relações pedagógicas que se estabelecem entre professor, estudantes e conhecimento matemático em contextos de ensino e de aprendizagem. Dentre as relações pedagógicas que figuram no ambiente universitário e que podem estar associadas às dificuldades dos estudantes, Guzmán et al. (1998) destacam:

- ‘Habilidades pedagógicas e didáticas’, quando prevalece a crença de que tudo o que se precisa para ensinar Matemática no nível universitário é conhecer e compreender profundamente o assunto a ser ensinado;
- ‘Modelos de Ensino’, quando não são renovados e, sim, continuamente reproduzidos entre diferentes gerações e, além disso, sem considerar as especificidades do conteúdo;
- ‘Planejamento’, quando baseado em generalidades, não considerando o contexto e as especificidades do público para o qual o ensino será desenvolvido;
- ‘*Feedback*’, quando não realizado de forma contínua, ou seja, quando ele ocorre apenas no final do curso, restrito ao resultado da avaliação;
- ‘Avaliação’, quando se reduz a um único método, direcionado apenas para aferir o quanto os estudantes dominam o conteúdo apresentado nas aulas teóricas.

A identificação e caracterização de fatores em cada uma dessas três perspectivas apresentadas por Guzmán et al. (1998) abrem caminhos para que, neste estudo, através do que professores revelam, a temática da transição possa ser investigada.

O percurso metodológico do estudo

Como a pesquisa de doutorado que subsidia este estudo buscou compreender e descrever em profundidade o objeto de sua investigação, no caso, o conhecimento de professores de Matemática que atuam em cursos de Engenharia, a opção foi conduzi-la através de um estudo qualitativo, e para isso, os procedimentos metodológicos adotados assumiram as características que Bogdan e Biklen (1994) indicam sobre esse tipo de estudo.

O local selecionado para a realização da pesquisa foi um *campus* de uma Universidade Pública Federal brasileira com cinco anos de funcionamento, e que possui cursos de graduação em Engenharia Ambiental, Engenharia de Alimentos e Engenharia Agronômica. Os participantes da pesquisa são quatro professores – Aline, Igor, Heitor e Luan[1] – com experiência docente em conteúdos de Matemática nos três cursos e com perfis

[1] Nomes fictícios.

profissionais bastante semelhantes, no caso, a docência exercida essencialmente na Educação Superior e com menos de dez anos de experiência.

A principal fonte de dados constituiu-se no contexto de um grupo de discussões (GD) com os participantes e a pesquisadora. Esse GD foi criado com o objetivo de rever, analisar e refletir sobre o desenvolvimento dos conteúdos de Matemáticas nos três cursos de Engenharia do *campus*, bem como identificar demandas, dentro de um contexto de reformulação curricular que estava ocorrendo na época. Ao todo, ocorreram quatro reuniões do GD, cujos diálogos foram todos transcritos. De forma complementar, foram realizadas entrevistas individuais semiestruturadas com os participantes e a análise de documentos que pudessem contribuir para a compreensão do contexto no qual se desenvolvia a prática educativa dos quatro professores.

A análise dos dados da pesquisa de doutorado seguiu as cinco fases indicadas por Yin (2016) para dados qualitativos: Compilação, Decomposição, Recomposição, Interpretação e Conclusão. Observado que nas fases de Decomposição e Recomposição emergiram temáticas relacionadas direta ou indiretamente ao processo de transição dos estudantes ingressantes, para este estudo a análise interpretativa e as conclusões foram realizadas sobre os dados que compõem essas temáticas, tomando como aporte teórico os fatores associados às três perspectivas apresentadas por Guzmán et al. (1998).

O que revelam os professores

Inicialmente a análise dos dados teve foco nas dificuldades, na **Perspectiva Epistemológica e Cognitiva**, associadas ao **Caráter Intrínseco à Matemática**. Dos sete fatores evidenciados pela teoria, os professores discorreram sobre cinco: ‘Autonomia matemática’, ‘Introdução de conceitos e noções abstratas’, ‘Ressignificação de conceitos fundamentais’, ‘Abordagem de conceitos e propriedades’ e ‘Construção e validação de resultados’.

Para os professores, essas cinco características intrínsecas à formação matemática de um engenheiro, de fato configuram-se como fatores de dificuldade epistemológica para os estudantes ingressantes dos cursos em que atuam. Esses posicionamentos foram quase todos observados em falas relacionadas a como buscam caminhos em sua prática educativa para minimizar tais dificuldades, conforme pode ser observado, por exemplo, no seguinte excerto do diálogo da entrevista do professor Heitor (H), realizada pela pesquisadora (P):

P: *Sobre o conceito de limite, você acha que os estudantes ingressantes lidam bem com as abstrações desse conceito?*

H: *Depende do enfoque. Porque muitos professores já iniciam o trabalho com a definição formal usando 'epsilons' e 'deltas'. Isso assusta totalmente os alunos! Eu, por exemplo, começo com a ideia intuitiva, substituindo na função valores que são próximos (ao que se deseja calcular o limite) e registrando tudo, primeiramente, em tabelas. Eu inicio com funções mais simples e só depois aumento o grau de dificuldade das funções. Eu sempre também faço o registro gráfico para mostrar o que está acontecendo.*

P: *Mas você chega a trabalhar a definição formal de limite?*

H: *Faço na última aula para eles terem uma noção, pois depois, em Cálculo II, também posso falar e mostrar o que muda.*

Esse diálogo exemplifica a atenção do professor Heitor com a 'Introdução de conceitos e noções abstratas'. Devido à pouca familiaridade dos estudantes com noções abstratas, Heitor identifica ser necessário trabalhar a transição entre uma abordagem estática da Matemática, no caso, a substituição de valores na função, e uma abordagem dinâmica, que é o conceito de limite. Sobre isso, Motta (2014, p. 4) destaca ser a "complexa transição entre a foto e o filme", metáfora utilizada para contrastar o distanciamento que existe entre as abordagens da Matemática na Educação Básica e na Educação Superior.

Com relação aos fatores de **Caráter Extrínseco à Matemática**, os três que são apresentados na teoria figuraram também como fatores que podem dificultar o processo de transição dos estudantes ingressantes dos cursos em que esses professores atuam, entretanto, foram observados e concluídos de maneiras distintas no processo de análise.

Sobre o fator 'Reorganização do conhecimento matemático', foi observado que o reconhecimento e estabelecimento de relações entre conceitos de diferentes áreas, como habilidades a serem adquiridas pelos estudantes, é algo bastante valorizado por esses professores, pela visão que possuem sobre o papel da Matemática na formação de engenheiros, alinhada à concepção pedagógica dos cursos em que atuam. Porém, identificam que esse estabelecimento de relações entre áreas é um fator de dificuldade para os estudantes ingressantes, conforme pode ser observado, por exemplo, no seguinte excerto do diálogo também da entrevista do professor Heitor (H), realizada pela pesquisadora (P):

H: *A avaliação do conteúdo de limites o pessoal vai bem, mas na avaliação do conteúdo de derivadas o pessoal sempre vai mal!*

P: *E por quê? Pelo conteúdo ficar mais robusto?*

H: *Acho que sim, mas não só. O que identifico também é que, nesse conteúdo, as minhas avaliações contemplam problemas de aplicação e nesses problemas, por mais que sejam simples, problemas parecidos tenham sido trabalhados em sala, eu percebo que eles têm dificuldade de modelar, ou seja, colocar em prática a teoria.*

A expressão 'colocar em prática a teoria', dita por Heitor, é compreendida tal como apresentada na introdução deste estudo, ou seja, como a capacidade de conectar um corpo de conhecimentos, técnicas e princípios da teoria matemática para comunicar, modelar, analisar e resolver problemas de âmbitos diversos da Engenharia – e que assim é, de fato, um fator de dificuldade ainda presente para os estudantes ingressantes no âmbito da Matemática.

Concernente ao fator 'Formação matemática dos estudantes ingressantes', esse resultou como o principal problema e preocupação dos professores em relação à transição entre Educação Básica e Superior dos estudantes ingressantes. Para eles, existem lacunas entre o conhecimento matemático dos estudantes ingressantes e os conhecimentos prévios que consideram necessários. Além disso, reconhecem a heterogeneidade dessa formação, conforme pode ser observado, por exemplo, na seguinte fala do professor Luan, na primeira reunião do GD:

> *Quando os alunos ingressam na Educação Superior, boa parte deles chega sem uma boa base matemática, incluindo os estudantes indígenas, que possuem uma formação completamente diferente.*

Pelo distanciamento atual que esses professores possuem da estrutura e do funcionamento da Educação Básica, o que parece ser o balizador da compreensão do que venha ser 'uma boa base matemática' e uma 'formação completamente diferente' é a Matemática que aprenderam quando foram estudantes desse nível. Sendo assim, algumas falas conduziram ao reconhecimento de que esses professores acreditam que os estudantes deveriam chegar à universidade com o mesmo tipo de formação de quando eles ingressaram na Educação Superior (JIMÉNEZ; AREIZAGA, 2001). Entretanto, como atualmente figura na Educação Básica um paradigma curricular distinto do que esses professores vivenciaram em sua formação, as expectativas que implicitamente revelam conduziram à conclusão de que esse fator – 'Expectativa dos professores' – ainda figura como um dos possíveis aspectos de dificuldade na transição do estudante ingressante na Educação Superior.

Relativamente às dificuldades na **Perspectiva Sociocultural**, não foram observadas nos dados da pesquisa informações que permitam discorrer sobre os fatores 'Ambientes de aprendizagem', 'Papel da matemática no curso' e 'Democratização da Educação Superior'. Já os outros dois fatores desta perspectiva diretamente relacionados à prática do professor não caracterizaram dificultar a transição de estudantes ingressantes, possivelmente por características próprias do contexto sociocultural da instituição onde os professores estão inseridos.

De fato, sobre a ‘Concepção profissional de docência universitária’, notou-se que a importância que os professores dão às atividades de pesquisa não parece se sobrepor ou ofuscar a importância que dão para a realização de atividades de ensino, e também de extensão. Foi possível observá-los bastante comprometidos com o ensino de graduação, através de uma participação ativa em órgãos colegiados associados à graduação, em formações pedagógicas promovidas pela instituição, e também buscando soluções para questões relacionadas à transição dos estudantes ingressantes, conforme pode ser observado no relato feito pelo professor Heitor, em sua entrevista:

> *Por isso que também veio a ideia de fazer logo no início do período letivo alguns encontros com os estudantes ingressantes, junto com a psicóloga e pedagoga do campus. Nesses encontros, a ideia era conversar sobre algumas dinâmicas de estudo e sobre a vida universitária.*

Nesse excerto, observa-se que a docência, para Heitor, transcende a prática educativa na sala de aula e, assim, quando foi analisado especificamente o possível distanciamento entre estudantes e professor, falas como essa sugerem não parecer figurar na prática desses professores a ‘Impessoalidade do meio universitário’, também discutida na teoria. Para que os objetivos de aprendizagem sejam alcançados, notou-se que eles adotam uma postura em sala de aula mais próxima dos estudantes. Além do trabalho realizado em sala de aula, esses professores relataram atendimentos extraclasse aos estudantes e oferta de aulas complementares voltadas para resolução de exercícios e atendimento de dúvidas.

Por último, sobre as dificuldades na **Perspectiva Didática**, quase todos os fatores destacados na teoria foram de alguma forma observados durante a análise, com exceção apenas do fator ‘Habilidades pedagógicas e didáticas’. Sobre a prática educativa dos professores, a aula expositiva é a metodologia mais utilizada, porém existe um reconhecimento de suas limitações quando o parâmetro é o envolvimento, participação e aprendizagem dos estudantes. Esse posicionamento pode ser observado na fala do professor Igor, na primeira reunião do GD:

> *É importante buscar renovação. Até porque só o ambiente de aula expositiva não dá tempo de apresentar todo esse conteúdo e não é eficaz para a aprendizagem dos estudantes, porque o tempo de atenção vai diminuindo. Dura 10, 20 minutos no máximo.*

No diálogo que contextualiza essa fala, os professores Luan e Heitor compartilham suas experiências sobre a adoção da metodologia Aula Invertida (MASETTO, 2018) e as avaliam positivamente. Entretanto, cabe a observação de que talvez eles não explorem a metodologia em toda a sua potencialidade, uma vez que a ênfase ainda é nos conteúdos e resoluções de exercícios. Conforme discute Masetto (2018), a antecipação do tema a ser estudado na metodologia da Aula Invertida é feita para que a discussão na sala de aula possa ser mais abrangente, visando não só o desenvolvimento cognitivo e habilidades de resolução, mas também outras habilidades, assim como atitudes e valores.

Em consonância com a adoção de novas metodologias de ensino, os professores também buscam renovação da prática educativa em relação à forma de avaliar, incorporando a prática de avaliações continuadas, com o propósito de acompanhamento e *feedback* contínuo aos estudantes. Isso decorre da conscientização de que a avaliação não precisa ser algo pontual, a ser realizado no fim de uma disciplina, para decidir se o estudante aprendeu ou não os conteúdos, mas, sim, uma avaliação desde uma perspectiva processual, com a possibilidade de acompanhar o processo de desenvolvimento do estudante (MASETTO, 2018). Entretanto, assim como na adoção de novas metodologias de ensino, mesmo frente à diversidade de formatos que existem para avaliações, ainda prevalece entre esses professores a opção pela utilização do exame escrito.

Sobre o planejamento da ação educativa, esse é baseado nas interpretações que os professores fazem sobre as próprias situações que vivenciam na prática, confirmando o que Masetto (2018) destaca sobre uma prática, que é reflexiva, incluir uma análise ponderada das experiências e a consideração de múltiplas perspectivas que conduzam a ações aprimoradas. Além disso, em seus planejamentos, os professores não são alheios ao contexto de ensino em que estão inseridos, cursos de graduação em Engenharia, e também ao contexto sociocultural dos estudantes (MASETTO, 2018). Como exemplo, a professora Aline revelou que, mesmo não previsto na matriz curricular do curso de Engenharia Ambiental, ela opta por prever em seu planejamento um trabalho de revisão de alguns conteúdos de Matemática básica que são essenciais para Cálculo Diferencial e Integral.

Portanto, os fatores ‘Modelos de Ensino’, ‘Avaliação’, ‘*Feedback*’ e ‘Planejamento’ aparecem associados a um movimento de inovação da prática educativa desses professores, mesclando práticas educativas identificadas como tradicionais no ensino de Matemática com práticas educativas inovadoras (MASETTO, 2018). Ainda que não represente uma ruptura paradigmática, o presente movimento revelado pelos professores implica na minimização das dificuldades que esses fatores podem causar.

Algumas reflexões sobre os resultados obtidos

Como a Matemática na formação do estudante de Engenharia pertence ao núcleo de formação básica da matriz curricular, essa formação ocorre predominantemente no início do curso e, assim, é inegável o papel que desempenha na transição entre Educação Básica e Educação Superior. Logo, este estudo teve o intuito de investigar aspectos que permeiam essa transição, desde a perspectiva do professor de Matemática que atua em cursos de Engenharia. Baseado em uma fundamentação teórica que indica fatores de dificuldade dessa transição nas perspectivas Epistemológica e Cognitiva; Sociocultural; e Didática, os resultados trazem à luz avanços na minimização do impacto de alguns fatores, mas também a permanência de outros.

Os avanços estão associados a um processo de reconfiguração da prática docente do professor de Matemática que atua na Educação Superior. A partir dos fatores evidenciados na Perspectiva Didática, foi possível detectar uma reconfiguração em relação a abordagens, a modos de planejar e a como conduzir os processos de ensino e de avaliação. Na Perspectiva Sociocultural, a concepção profissional de docência revelada também caracteriza essa reconfiguração. Mas, além disso, esse movimento mostrou-se bastante favorecido pelo contexto institucional no qual os professores estão inseridos. No caso, um *campus* universitário novo; com poucos cursos de graduação; com uma proposta pedagógica que fomenta a integração entre as áreas de formação do estudante; e que valoriza e estimula a inovação pedagógica. De fato, tais condições são apontadas pela literatura como favoráveis para a inovação da prática docente (MASETTO, 2018).

Entretanto, por mais que tenha sido observado um movimento de reconfiguração da prática docente, o estudo leva à consideração de que essa prática não se reconfigura completamente sozinha, e tampouco é algo imediato, que possa ser caracterizado como uma ruptura paradigmática. Um exemplo disso foi observado na adoção de metodologias ativas, mas com a permanência de uma ênfase apenas em conteúdos e habilidades de resolução. O mesmo foi constatado na adoção de um processo de avaliação contínua dos estudantes, mas com a utilização apenas do exame escrito. Entende-se que, por mais que exista abertura para inovações no ensino, quando não há informações e experiências ainda suficientes que adentrem as especificidades da área de atuação, como, por exemplo, a Matemática, a forma de inovar é fazendo uso também de elementos da prática tradicional.

Reconhecido que a prática docente precisa ser aportada por políticas de formação e desenvolvimento pedagógico, os resultados deste estudo dão apontamentos sobre como apoiar o desenvolvimento da prática de professores de Matemática visando aspectos que contribuam com a transição no âmbito da Matemática. Em situações em que a inovação pedagógica é uma realidade, além da exploração de novas alternativas teórico-metodológicas em contextos gerais, faz-se necessário adentrar as especificidades da área de atuação do professor. Como exemplo, entende-se que tanto metodologias ativas quanto instrumentos de avaliação poderiam ser discutidos especificamente no âmbito da Matemática. Como as metodologias ativas podem favorecer uma formação matemática que extrapole a aquisição de conteúdos e habilidades de resolução de problemas? Que outros instrumentos avaliativos, além do exame escrito, são adequados para avaliação em Matemática e como utilizá-los?

Já os fatores que ficaram evidenciados na investigação como possíveis fatores de dificuldades, eles ocorreram principalmente na Perspectiva Epistemológica e Cognitiva e colocam em pauta o distanciamento que existe, no âmbito da Matemática, entre 'Universidade e Escola'. Foi evidenciado um distanciamento em relação: à adoção de abordagens para o ensino de Matemática; à formação matemática real dos estudantes ingressantes e à prospectada nos cursos de graduação; e a como os professores da Educação Superior compreendem a Educação Básica. Dentro desse contexto, questiona-se: ações unilaterais ou isoladas da Educação Básica ou da Educação Superior dão conta de resolver esse distanciamento?

Esses resultados trazem para reflexão a necessidade de um olhar mais sistêmico sobre a educação escolar no país em seus dois níveis, como observado pelo menos no âmbito da Matemática. Isso implica na potencialização de políticas educativas que reforcem as conexões e a reciprocidade entre Educação Básica e Educação Superior, para que a transição tenha linhas mais tênues para os estudantes.

Referências

BELLETTINI, M. T.; SOUZA, S. D. A implantação da disciplina de Pré-Cálculo como política pedagógica de permanência nos cursos de graduação do Centro Tecnológico da UFSC. In: COLOQUIO INTERNACIONAL DE GESTIÓN UNIVERSITÁRIA, 18., 2018, Florianópolis. **Anais…** Florianópolis: UFSC, 2018.

BIZA, I. et al. **Research on Teaching and Learning Mathematics at the Tertiary Level:** State-of-the-Art and Looking Ahead. Cham: Springer International Publishing, 2016. 32p.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

CARLSON, M.; OEHRTMAN, M.; ENGELKE, N. The Precalculus Concept Assessment: A Tool for Assessing Students' Reasoning Abilities and Understandings. **Cognition and Instruction**, v. 28, n. 2, p. 113–145, abr. 2010.

DE ALMEIDA, M. I.; PIMENTA, S. G. Pedagogia universitária – Valorizando o ensino e a docência na universidade. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 27, n. 2, p. 07, dez. 2014.

FAULKNER, B.; EARL, K.; HERMAN, G. Mathematical Maturity for Engineering Students. **International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education**, v. 5, n. 1, p. 97–128, abr. 2019.

GASPARIN, P. P. et al. O impacto de cálculo diferencial e integral nos alunos ingressantes dos cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 42., 2014, Juiz de Fora. **Anais**... Juiz de Fora: ABENGE, 2014.

GNEDENKO, B. V.; KHALIL, Z. The mathematical education of engineers. **Educational Studies in Mathematics**, v. 10, n. 1, p. 71–83, fev. 1979.

GUEUDET, G. Investigating the secondary–tertiary transition. **Educational Studies in Mathematics**, v. 67, n. 3, p. 237–254, mar. 2008.

GUZMÁN, M. D. et al. Difficulties in the Passage from Secundary to Tertiary Education. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICIANS, 1998, Berlin. **Proceedings…** Berlin: DocumentaMathematica. 1998. p. 747-762.

JIMÉNEZ, M.; AREIZAGA, A. Reflexiones acerca de los obstáculos que aparecen, en la enseñanza de las matemáticas, al pasar del Bachillerato a la Universidad. In: JORNADAS DE PROFESORES UNIVERSITARIOS DE MATEMÁTICAS PARA LA ECONOMÍA Y LA EMPRESA, 9., 2. **Actas…** Montevidéu: Editora Universitária, 2001.

LOPES, A. Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS. **Matemática Universitária**, v. 26/27, 1999.

MASETTO, M. T. **Trilhas Abertas na Universidade:** Inovação Curricular, Práticas Pedagógicas e Formação de Professores. São Paulo: Summus Editorial Ltda, 2018.

MOTTA, C. M. Ouroboros: o fracasso das disciplinas de Matemática Básica e Pré-Cálculo nas universidades brasileiras. **Jornal Dá Licença**, p. 3–5, mar. 2014.

WOOD, L. The Secondary-Tertiary Interface. In: HOLTON, D. A. (Ed.). **The teaching and learning of mathematics at university level:** an ICMI study. New York: Kluwer Academic Publishers, 2005. p. 87–98.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Penso, 2016.

ZARPELON, E. **Análise do desempenho de alunos calouros de engenharia na disciplina de cálculo diferencial e integral I: um estudo de caso na UTFPR**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2016.

VIII SIPEM
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Analisando a Interpretação de Provas Visuais por Licenciandos de Matemática

Analyzing the Interpretation of Visual Proofs by Future Mathematics Teachers

João Carlos Caldato
Instituto Federal do Rio de Janeiro
profjoaocaldato@gmail.com

André Pereira da Costa
Universidade Federal do Oeste da Bahia
andre.costa@ufob.edu.br

Lilian Nasser
Universidade Federal do Rio de Janeiro
lnasser.mat@gmail.com

Resumo

Apesar do aumento no número de trabalhos de pesquisa em argumentação e provas no ensino de Matemática, observa-se que atividades desta natureza não são comuns na Educação Básica. Em outras palavras, grande parte dos professores que ensina Matemática não costuma pedir que seus alunos justifiquem as resoluções de tarefas ou os raciocínios utilizados. Nesse sentido, é preciso investigar se os licenciandos de Matemática vivenciam atividades desse tipo na Licenciatura, de modo a usar essa estratégia com seus futuros alunos, desenvolvendo o raciocínio dedutivo. A visualização constitui um componente importante na compreensão de um conceito ou de um problema, e pode contribuir para esse desenvolvimento. Visualizar um problema significa compreendê-lo em termos de uma imagem visual (mental), constituindo uma parte essencial do método de solução. Entre os diversos tipos de prova, destacam-se as provas visuais, ou provas sem palavras. O objetivo deste trabalho é investigar como os estudantes de Licenciatura em Matemática mobilizam os processos dedutivos a partir de provas visuais. O percurso metodológico utilizado nesta pesquisa foi o envio de um questionário do *Google Forms* com provas visuais para licenciandos de Matemática de diversas Instituições de Ensino Superior. Ao todo, 58 licenciandos participaram da pesquisa (*survey*) e as categorias de análise emergiram a partir das respostas recebidas. Os dados indicam que, embora os licenciandos consigam apresentar um encadeamento lógico em uma argumentação a partir da visualização, grande parte deles não percebe a necessidade de justificar todos os passos do seu raciocínio. Além disso, no caso particular da estrela pentagonal, a maioria dos participantes não conseguiu perceber qual era a relação a ser demonstrada a partir da figura apresentada.

Palavras-chave: licenciandos de Matemática; argumentação e provas; abstração; provas visuais.

Abstract

Although the increasing number of research studies in argumentation and proofs in the teaching of Mathematics, activities of this nature are not common in the Basic Education. In other words, great part of the teachers who teach Mathematics usually do not ask their pupils to justify the resolutions of tasks or the reasonings used to solve them. In this direction, it is necessary to investigate if the undergraduate Mathematics students experience activities of this type in the course of formation of teachers, in order to use this strategy with their future pupils, developing the deductive reasoning. The visualization constitutes an important component in the understanding of a concept or a problem, and can contribute for this development. To visualize a problem means to understand it in terms of a (mental) visual image, constituting an essential part of the solution method. Among the several types of proof, the visual proofs, or proofs without words are distinguished. The aim of this study is to investigate how undergraduate students of the Mathematics Teacher Training Course mobilize the deductive processes from visual proofs. The methodological path used in this research was the sending of a *Google Forms* questionnaire with visual proofs for future Mathematics teachers of various Institutions of Superior Education. In total, 58 university students participated in the research (survey) and the categories of analysis emerged from the answers received. The data indicate that, although the future teachers could present a logical argumentation chaining from the visualization, great part of them did not perceive the necessity to justify all the steps of their reasoning. Moreover, in the particular case of the pentagonal star, the majority of the participants was not able to perceive which was the relation to be demonstrated from the presented figure.

Keywords: future Mathematics teachers; argumentation and proofs; abstraction; visual proofs.

Introdução

Este trabalho foi motivado pela observação de que muitos professores de Matemática da Escola Básica não se preocupam em desenvolver em seus alunos habilidades de argumentação, nem pedem que estes justifiquem suas resoluções para as tarefas resolvidas (PEZARINI; MACIEL, 2019). Deste modo, os alunos perdem oportunidades de desenvolver seu pensamento dedutivo, ficando restritos apenas à resolução de exercícios repetitivos e à aplicação de algoritmos. Uma explicação para este desinteresse pode estar na formação inicial dos professores de Matemática. A necessidade de aprimorar a habilidade do processo dedutivo em licenciandos tem chamado a atenção de pesquisadores como Pietropaolo (2005), Ordem (2015), Mateus (2015), Ferreira (2016) e Nasser e Caldato (2019).

No VII SIPEM, Nasser e Caldato (2018, p. 1) investigaram "se os cursos de Licenciatura em Matemática têm fomentado o desenvolvimento do processo dedutivo dos futuros professores". Para isso, analisaram o desempenho em questões discursivas do Exame Nacional do Ensino Superior (ENADE), que requeriam raciocínio dedutivo, propostas aos licenciandos nas quatro últimas aplicações. Em algumas questões, as respostas apresentadas se baseavam em argumento de natureza empírica, apenas experimentando a validade da afirmativa para poucos exemplos. Os relatórios indicam que os estudantes não encontram nos cursos de graduação em Matemática oportunidades para superar tais dificuldades. Portanto,

> [...] concluem o curso com pouca habilidade em argumentação, tendo em vista a alta porcentagem de respostas em branco e erradas. Isso sugere que durante o curso de Licenciatura há pouca evolução nas experiências com atividades argumentativas e/ou dedutivas. (NASSER; CALDATO, 2018, p. 10).

Na tentativa de contribuir com essa problemática da formação de professores para explorar atividades de argumentação, raciocínio lógico e provas com seus futuros alunos, este trabalho tem como objetivo investigar como estudantes de Licenciatura em Matemática mobilizam os processos dedutivos a partir de provas visuais.

Provas e processos dedutivos

Percebendo o crescimento do número de pesquisas e a grande variedade de abordagens sobre provas no ensino de Matemática, Reid e Knipping (2010) apresentam as principais linhas de pesquisa nesta área e discutem trabalhos com foco nas demonstrações em Matemática, e suas diversas interpretações.

Dentre tais pesquisas, Tall (1995) descreve três tipos de provas: ativas, visuais e manipulativas. Enquanto as provas ativas envolvem o desenvolvimento de uma ação física para demonstrar a verdade de um resultado, as provas manipulativas envolvem simplificação algébrica. Por sua vez, as provas visuais envolvem elementos ativos (e usualmente têm suporte verbal).

Segundo Healy e Hoyles (1998), "a prova é o coração do pensamento matemático e do raciocínio dedutivo, que sustenta o processo de prova, e o que distingue a Matemática das ciências empíricas" (p. 1, tradução nossa). Porém, para Martin e Harel (1989[1] apud HEALY; HOYLES, 2000, p. 396), os estudantes de Matemática, em geral, não possuem clareza sobre a distinção entre o raciocínio dedutivo e o raciocínio empírico ou informal.

Por esta razão, Caldato (2018) sugere uma abordagem problematizada nos cursos de licenciatura, de modo que o futuro professor possa estabelecer relações entre o conteúdo matemático e seu ensino, sendo capaz de articular os processos dedutivos e as demonstrações fomentados no âmbito acadêmico com a sua prática, a fim de fomentar os "porquês" da Matemática na Educação Básica, em detrimento de respostas prontas e resultados imediatos.

Visualização no ensino de Matemática

Neste trabalho vamos investigar a percepção de professores em formação inicial em relação a provas visuais, ou provas sem palavras, como as encontradas na obra de Nelsen (1993).

Shatri e Buza (2017) investigaram o uso da visualização no ensino e na aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento crítico de estudantes. Segundo esses autores, atividades com abordagem visual favorecem a comunicação, aumentam o pensamento crítico e possibilitam uma interpretação analítica. Nesse sentido, concluíram que a

[1] MARTIN, W. G.; HAREL, G. Proof frames of preservice elementary teachers. **Journal for Research in Mathematics Education,** v. 20, n. 1, p. 41-51, 1989.

visualização tem um efeito positivo no desempenho e no desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes, motivando-os a aprender e tornando-os mais cooperativos. Esses pesquisadores consideram que a visualização ajuda na compreensão de um conceito ou de um problema. Visualizar um problema significa compreendê-lo em termos de uma imagem visual mental, constituindo uma parte essencial do método de solução.

Portanto, a visualização é um componente crucial para a aprendizagem de conceitos geométricos. Neste artigo investigamos o domínio de licenciandos de Matemática em relação a provas sem palavras, apoiadas apenas na visualização de esquemas ou figuras.

Em sua dissertação, Santos (2014) apresenta um quadro com as definições de visualização adotadas por 18 pesquisadores nacionais e internacionais, e assume "a vertente que aponta para um entendimento da visualização como elemento estruturante na formação das imagens mentais para o desenvolvimento do pensamento visual" (p. 26). A autora analisa três tipos de visualização: geométrica, algorítmica e contextualizada, salientando que uma não se sobrepõe à outra, e nem se equivalem, apenas se complementam. No entanto, destaca que o tipo de visualização mais encontrado na literatura acadêmica é a geométrica.

Presmeg (2006) apresentou um levantamento de trabalhos de pesquisa envolvendo visualização e afirma que esta inclui processos de construir e de transformar uma imagem visual mental e todas as representações de natureza espacial que podem estar envolvidas em fazer Matemática.

A visualização não pode ser confundida com o simples enxergar com os olhos, mas consiste em um processo que engloba aspectos que vão além dos sentidos, como as capacidades de: imaginação, intuição, compreensão e síntese. Assim, a visualização é um elemento importante para a abstração em Matemática e, consequentemente, para o desenvolvimento do pensamento geométrico, cuja relevância foi reconhecida pelos antigos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> [...] o pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela **visualização**: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 1997, p. 82, grifo nosso).

Na localização do espaço, a criança reconhece as figuras geométricas a partir da representação de objetos físicos. Trata-se de um processo de abstração de natureza empírica, no qual a interação física com a realidade desempenha um papel essencial. Nessas atividades geométricas, "o objeto é o foco da atenção e, só mais tarde, a linguagem utilizada para a descrição permite que a mente construa objetos platônicos, como linhas 'sem largura', por exemplo [...]" (ALMOULOUD, 2017, p. 29).

Considerando que os objetos em Matemática são invisíveis em nossa realidade sensível e só existem no mundo inteligível, estes devem ser analisados por meio de um sistema de representação (DUVAL, 1995). Assim, os objetos matemáticos são construções mentais que só são entendidos por meio da nossa capacidade de abstração.

No campo da Geometria, Pereira da Costa (2019, 2020) discute que as abstrações geométricas possibilitam o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para este autor, esse tipo de abstração "é uma operação mental, por meio da qual somos conscientes de similaridades entre nossas experiências geométricas" (2020, p. 142). Assim, propõe uma tipologia de abstrações em Geometria, que consiste em uma alternativa para caracterização do pensar geométrico, mostrada no Quadro 1.

Quadro 1: Tipologia de abstrações geométricas.

ABSTRAÇÃO GEOMÉTRICA	CARACTERIZAÇÃO
Espacial	É distinguida pelo estudo (ou vivência) dos conceitos de orientação espacial, que também envolvem localização, orientação, deslocamento, etc.
Perceptiva	É caracterizada por sensações perceptivas e visuais. Nessa abstração geométrica, uma figura é analisada como um todo, destituída de elementos e de propriedades.
Analítica	É marcada pela análise das figuras geométricas conforme seus elementos constituintes e suas propriedades, todavia, não é possível estabelecer relações de inferências entre essas propriedades.
Descritiva	É assinalada pelo estabelecimento de relações de implicação entre propriedades dos objetos geométricos, mas sem o uso de argumentação dedutiva na justificativa desse estabelecimento.
Dedutiva	Caracteriza-se pelo estudo (ou vivência) de provas, demonstrações, argumentações e conjecturas de natureza tanto intuitiva como dedutiva. A Geometria passa a ser vista como um modelo teórico matemático, formado por axiomas e teoremas.
Hipotética (ou teórica)	É apontada pelo estudo (ou vivência) com diferentes geometrias, sobretudo as chamadas Geometrias Não-Euclidianas, a partir do estudo de teorias axiomáticas e do uso de uma linguagem formal axiomática.

Fonte: Pereira da Costa (2019, p. 119-137).

Nessa direção, tendo por base um ensino de Geometria na Educação Básica que promova o desenvolvimento do pensamento geométrico, os cursos de licenciatura em Matemática deveriam apresentar propostas de formação inicial ancoradas nas abstrações geométricas, em especial, a dedutiva e a hipotética (teórica). Desse modo, o futuro professor vivenciará experiências de argumentação e provas e, consequentemente, do processo dedutivo e será capaz de explorar esse tipo de atividade em suas aulas, minimizando os problemas de desempenho apresentados pelos alunos.

Provas visuais

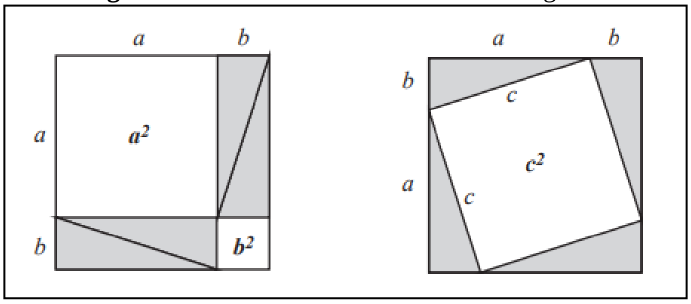
Hanna (2000) questiona o uso intensificado da visualização, isto é, se, ou até que ponto

> [...] as representações visuais podem ser usadas, não apenas como evidência de uma declaração matemática, mas também em sua justificativa. Diagramas e outros auxílios visuais têm sido usados há muito tempo para facilitar a compreensão. Eles foram bem-vindos como acompanhamentos heurísticos à prova, na qual podem inspirar o teorema a ser provado e abordar a própria prova. [...] Hoje, há muita controvérsia sobre esse tema, e a questão agora está sendo explorada por vários pesquisadores. (HANNA, 2000, p. 15, tradução nossa).

Neste momento é importante para o desenvolvimento da pesquisa nos posicionar quanto à problemática sobre provas visuais. Em sua pesquisa, Borwein e Jörgenson (2001) levantam a seguinte questão: "Até que ponto uma representação visual pode ser considerada uma prova?". Para os autores, enquanto a prova matemática tradicionalmente segue uma sequência dedutiva de sentenças, uma prova visual seria apresentada como uma imagem estática. Eles apontam que tal imagem pode conter a mesma informação que a primeira, mas não exibem um caminho explícito para obtê-la, "deixando o espectador estabelecer o que é importante (e o que não é) e em que ordem as relações devem ser analisadas" (p. 899, tradução nossa). Por isso, estes pesquisadores acreditam que, em geral, as provas visuais tendem a ser limitadas quanto à generalização. Apesar dos próprios pesquisadores não terem respondido definitivamente à questão introdutória, ao problematizar o lugar das representações visuais na Matemática, eles acreditam que algumas podem ser denominadas como provas (HANNA, 2000).

Por sua vez, Reid e Knipping (2010) enquadram a prova visual como uma subcategoria de provas genéricas, as quais utilizam argumentos baseados em exemplos representativos de uma classe de objetos. Em vista disso e com o intuito de exibir uma prova visual, os pesquisadores recorrem ao trabalho de Tall (1995), em particular, à prova indiana para o Teorema de Pitágoras, que utiliza a comparação de dois quadrados de lado $a + b$ para justificar a igualdade $a^2 + b^2 = c^2$, como mostra a Figura 1.

Figura 1: Prova visual do Teorema de Pitágoras.



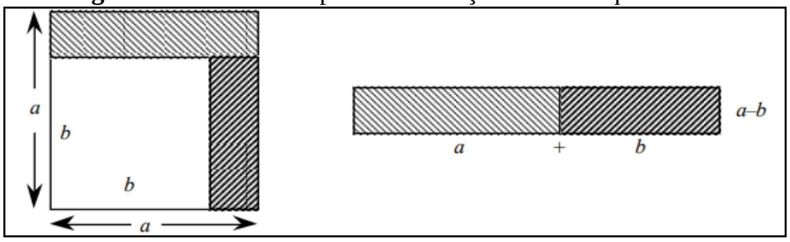
Fonte: Tall (1995, p. 5).

De acordo com Tall (1995), para compreender esta prova visual é essencial imaginar os triângulos como objetos dinâmicos. Além disso, ele evidencia que

> [...] qualquer desenho real terá valores específicos para a e b, mas esse diagrama pode ser visto como um *protótipo*, típico de *qualquer* triângulo retângulo. Isso fornece um tipo de prova que muitas vezes é denominada 'genérica'; ela permite 'ver o [caso] geral no específico'. (TALL, 1995, p. 6, tradução nossa).

Contudo, o pesquisador ressalta que um dos pontos fracos da prova visual se deve à limitação dos diagramas, visto que sua aplicação se estende apenas à classe de objetos em questão. Para exemplificar isso, pode-se observar a Figura 2, na qual Tall utiliza argumentos visuais para justificar a identidade algébrica $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, que expressa a diferença dos quadrados de dois números.

Figura 2: Prova visual para a diferença entre dois quadrados.



Fonte: Tall (1995, p. 6).

Note que essa prova possui certas limitações, pois se aplica apenas aos números reais positivos, com $a > b$ e, como sabemos, a identidade algébrica para a diferença de dois quadrados é válida para quaisquer números reais. Além disso, Tall (1995, p. 9, tradução nossa) afirma que "o que é satisfatório para um indivíduo em fase de desenvolvimento pode se tornar insatisfatório mais tarde", ou seja, a prova visual ilustrada na Figura 2 poderia ser convincente para os alunos da Educação Básica, por exemplo, mas devido às suas restrições poderia também ser questionada por estudantes do Ensino Superior.

Descrição e análise dos dados

O objetivo desta pesquisa é investigar como estudantes de Licenciatura em Matemática mobilizam os processos dedutivos a partir de provas visuais. Para desenvolver a investigação, foram propostos três problemas envolvendo provas visuais, enviados por meio de um questionário online, elaborado no *Google Forms* e compartilhado por meio de um link (https://forms.gle/BpTUxTKniNkeNapq6) com diversas Instituições de Ensino Superior. Contudo, devido à limitação do número de páginas, neste artigo optamos por analisar somente dois problemas. Ao todo, 60 participantes responderam ao questionário. Porém, dois deles não autorizaram a utilização dos dados.

Portanto, a nossa amostra foi constituída por 58 licenciandos em Matemática, de sete estados brasileiros (RJ, BA, PB, PE, RN, TO e SP), cujo ano de ingresso na graduação variava entre 2009 e 2021. Todavia, como o propósito deste artigo não é fazer uma avaliação das instituições, os seus nomes foram preservados.

É importante destacar que a aplicação do questionário ocorreu durante o mês de abril de 2021, em meio à pandemia de COVID-19. Logo, não foi possível um encontro direto com os participantes. Contudo, esta forma de coleta de dados permitiu uma maior abrangência da amostra, especialmente, no sentido geográfico. Por outro lado, existem algumas limitações das quais não é possível ter o controle, como, por exemplo, assegurar que não houve nenhum tipo de consulta durante a aplicação do instrumento.

Em vista disso, consideramos que o procedimento de coleta pode ser classificado, apesar das nossas limitações, como uma pesquisa *survey* (levantamento), descrita como "a obtenção de dados ou informações sobre características, ações ou opiniões de determinado grupo de pessoas, indicado como representante de uma população-alvo [...] por meio de um instrumento de pesquisa, normalmente um questionário" (ALYRIO, 2009, p. 129).

As categorias de análise propostas para cada um dos problemas, emergiram da apreciação das produções dos participantes. O Quadro 2 apresenta as categorias com os respectivos critérios de inclusão.

Quadro 2: Categorias e critérios de análise dos dados.

CATEGORIA DE RESPOSTA	CRITÉRIOS DE ANÁLISE
Resposta correta	O participante reconheceu a relação matemática abordada no problema e apresentou uma justificativa correta sobre tal propriedade.

Resposta encaminhada corretamente, mas sem justificativa adequada	O participante reconheceu a relação matemática abordada no problema, mas não apresentou uma justificativa correta sobre tal propriedade.
Resposta errada	O participante não reconheceu a relação matemática abordada no problema e/ou apresentou uma justificativa incorreta sobre tal propriedade.
Resposta incompleta, justificando outro resultado	O participante reconheceu a relação matemática abordada no problema, mas apresentou uma justificativa relativa a outra propriedade.
Sem resposta	O participante não respondeu o problema.

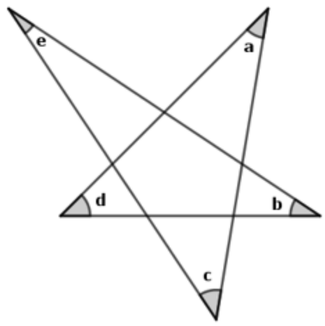
Fonte: os autores.

Neste artigo, apresentamos e discutimos as respostas dos licenciandos a dois problemas descritos no questionário, os quais estão ilustrados nas Figuras 3 e 5.

Figura 3: Problema 1.

A figura ao lado pode ser utilizada para justificar um resultado matemático. Com base nisso, responda:

a) Qual seria este resultado?
b) Como você chegou a esta conclusão? **Justifique a sua resposta.**



Fonte: os autores.

Este problema aborda a medida da abertura dos ângulos internos de uma estrela pentagonal, também conhecida como pentagrama ou estrela de cinco pontas. Há pelo menos cinco formas corretas de se resolver o problema. Mas, basicamente, para descobrir que a soma das medidas da abertura dos ângulos internos é igual a 180º ($a + b + c + d = 180°$), é necessário fazer uso de duas propriedades vinculadas aos triângulos euclidianos: (i) a soma das medidas da abertura dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180º; (ii) em um triângulo qualquer, o valor da medida da abertura de um ângulo externo é igual à soma das medidas da abertura dos dois ângulos internos não adjacentes a ele. Esta última relação também é conhecida como teorema do ângulo externo. A dificuldade deste item está na incompreensão dessas propriedades acerca dos triângulos euclidianos.

A partir da análise dos dados, foram identificadas as seguintes categorias de respostas descritas na Tabela 1:

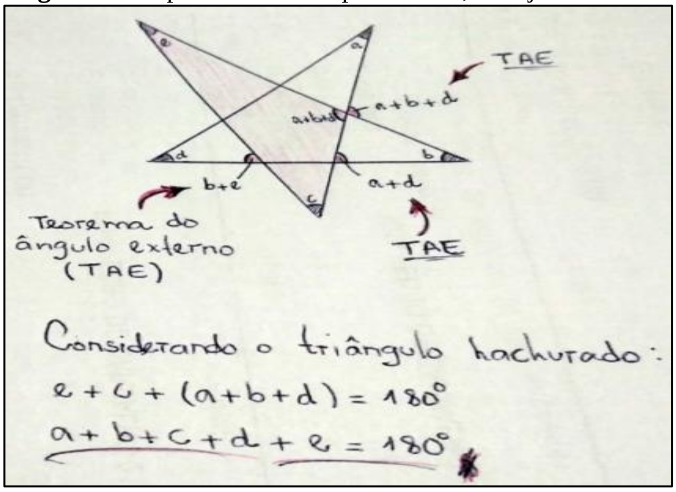
Tabela 1: Respostas ao problema 1.

Categoria de resposta	Frequência
Resposta correta	12
Resposta encaminhada corretamente, mas sem justificativa adequada	04
Resposta errada	37
Resposta incompleta, justificando outro resultado	02
Sem resposta	03
Total	**58**

Fonte: os autores.

Evidenciamos que cerca de 20% dos estudantes apresentam justificativas corretas ao problema, fazendo referência às duas propriedades dos triângulos euclidianos , isto é, mobilizando o teorema do ângulo externo e a soma da abertura dos ângulos internos, conforme é possível observar na Figura 4.

Figura 4: Resposta correta ao problema 1, com justificativa.



Fonte: dados da pesquisa.

Além disso, quatro participantes encaminharam uma resposta correta, contudo, não apresentaram uma justificativa adequada. O fragmento a seguir corrobora este fato:

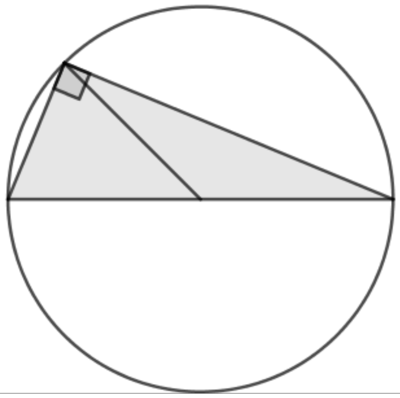
A soma dos 5 ângulos é 180 graus, cheguei nessa conclusão movimentando os ângulos e colocando um do lado do outro.

Os dados descritos na Tabela 1 sinalizam que os licenciandos em Matemática desta amostra não observam a importância e a necessidade de justificar o raciocínio apresentado na resolução de um problema. Tal comportamento pode gerar implicações diretas na Educação Básica, visto que não é trabalhada com os alunos desse nível escolar a justificativa para a solução de problemas matemáticos, sobretudo, os de natureza geométrica.

A seguir discutiremos as respostas dadas ao problema 2, ilustrado na Figura 5:

Figura 5: Problema 2.

A figura abaixo representa um triângulo retângulo inscrito numa circunferência e pode ser utilizada para justificar que a mediana relativa à hipotenusa mede a metade da hipotenusa. **Argumente como isso é possível**.



Fonte: os autores.

O primeiro passo para justificar a propriedade apresentada no problema 2 é a percepção de que a hipotenusa do triângulo coincide com o diâmetro da circunferência, e justificar esse fato. Depois, basta observar que a mediana coincide com um raio e, portanto, sua medida é a metade do comprimento da hipotenusa.

A dificuldade deste item recai na justificativa de que um triângulo retângulo sempre se inscreve na semicircunferência. Como a medida da abertura de um ângulo inscrito numa circunferência corresponde à metade do comprimento do arco subtendido por seus lados, um ângulo de 90º subtende um arco de 180º e, portanto, a hipotenusa coincide com um diâmetro da circunferência.

A partir da análise das respostas apresentadas ao problema 2, foram identificadas as seguintes categorias, descritas na Tabela 2:

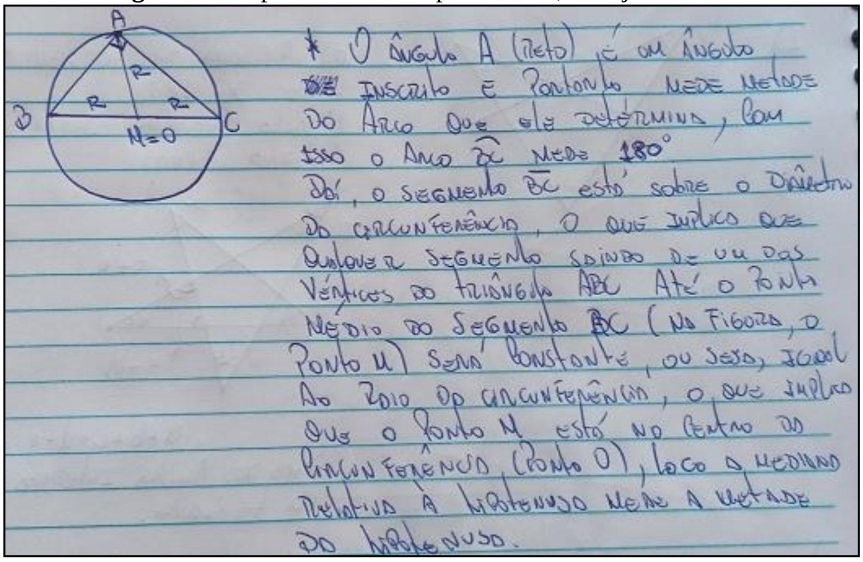
Tabela 2: Respostas ao problema 2.

Categoria de resposta	Frequência
Resposta correta	06
Resposta encaminhada corretamente, mas sem justificativa adequada	22
Resposta errada	10
Sem resposta	20
Total	**58**

Fonte: os autores.

Observamos que apenas seis licenciandos justificaram corretamente o fato de que a hipotenusa coincide com o diâmetro da circunferência circunscrita, conforme exemplificado na Figura 6.

Figura 6: Resposta correta ao problema 2, com justificativa.



Fonte: dados da pesquisa.

Por outro lado, 45,8% dos participantes encaminharam o raciocínio corretamente, mas não sentiram necessidade de justificar porque a hipotenusa coincide com o diâmetro. O fragmento a seguir corrobora este fato:

Note que a hipotenusa do triângulo inscrito mede 2r (2×raio). Por outro lado, a mediana relativa à hipotenusa mede r (raio). Assim, podemos afirmar que a mediana vale metade da hipotenusa.

Esse comportamento confirma nossa hipótese de que é preciso reforçar com os licenciandos a necessidade de justificar todos os passos utilizados em um raciocínio dedutivo, de modo que eles se habituem a utilizar essa estratégia com seus futuros alunos.

Considerações finais

Neste artigo investigamos a problemática dos processos dedutivos na Licenciatura em Matemática, em particular, como os licenciandos mobilizam tais processos a partir de provas visuais.

A partir da análise das respostas, observamos que, no problema 1, cerca de 80% dos participantes não conseguiram êxito em suas justificativas quanto à soma das medidas da abertura dos ângulos internos de uma estrela pentagonal. Além disso, no problema 2, mais da metade da amostra não achou necessário justificar que a hipotenusa do triângulo coincidia com o diâmetro da circunferência, apesar de apresentar raciocínio coerente.

De modo geral, considerando as respostas aos dois problemas, percebemos que a abstração geométrica dedutiva proposta por Pereira da Costa (2019, 2020) não deve estar sendo explorada nos cursos de Licenciatura em Matemática, o que pode provocar efeitos na forma como a Geometria será ensinada por esses futuros professores na Educação Básica. Tal abstração é marcada pela vivência com argumentações, conjecturas, provas e demonstrações de natureza tanto intuitiva como dedutiva.

Em vista disso, a habilidade argumentativa deve ser sempre incentivada pelo professor, seja ele do Ensino Superior ou da Educação Básica, solicitando que o aluno justifique as suas estratégias de resolução para os problemas propostos. Afinal, o domínio do processo dedutivo deve ser construído ao longo da trajetória do estudante.

Em particular, por não serem caracterizadas por uma linguagem matemática formal, acreditamos que as provas visuais são acessíveis aos estudantes da Educação Básica. E, por estimular a imaginação e abstração dos alunos, tais provas podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio argumentativo durante a sua formação.

Referências

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. **Amazônia**, Belém/PA, v. 13, n. 27, p. 5-35,2017.

ALYRIO, R. D. **Métodos e técnicas de pesquisa em administração**. Volume único. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2009.

BORWEIN, P.; JORGENSON, L. Visible Structures in Number Theory. **The Mathematical Association of America**, v. 108, n. 10, p. 897-910, dez. 2001.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CALDATO, J. C. **Argumentação, prova e demonstração**: uma investigação sobre as concepções de ingressantes no curso de licenciatura em Matemática. 219 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine:** registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.

FERREIRA, M. B. C. **Uma organização didática em quadrilátero que aproxime o aluno de licenciatura das demonstrações geométricas**. 342 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

HANNA, G. Proof, explanation and exploration: an overview. **Educational Studies in Mathematics**, v. 44, n. 1, p. 5-23, 2000.

HEALY, L.; HOYLES, C. **Justifying and Proving in School Mathematics**: Technical report on the nationwide survey. London: Institute of Education, University of London, 1998. 120 p.

HEALY, L.; HOYLES, C. A Study of Proof Conceptions in Algebra. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 31, n. 4, p. 396-428, jul. 2000.

MATEUS, M. E. A. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para a exploração de noções concernentes às demonstrações e provas na Educação Básica**. 269 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

NASSER, L.; CALDATO, J. O desenvolvimento do processo dedutivo nos cursos de Licenciatura em Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, Foz do Iguaçu/PR. **Anais**..., 2018, p. 1-12.

NASSER, L.; CALDATO, J. Investigação sobre o desenvolvimento do processo dedutivo nos cursos de Licenciatura em Matemática. **REnCiMa**, São Paulo/SP, v. 10, n. 2, p. 80-96, 2019.

NELSEN, R. B. **Proofs without words**: exercises in visual thinking. 1 ed. USA: The Mathematical Association of America, 1993.

ORDEM, J. **Prova e demonstração em geometria plana**: concepções de estudantes da licenciatura em ensino de Matemática em Moçambique. 341 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

PEREIRA DA COSTA, A. **A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico**: o caso dos quadriláteros notáveis. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

PEREIRA DA COSTA, A. Abstrações em Geometria: uma alternativa para análise do pensamento geométrico. **Vidya**, Santa Maria/RS, v. 40, n. 1, p. 1-21, jan./jun. 2020.

PEZARINI, A. R.; MACIEL, M. D. Avaliação dos argumentos e das argumentações produzidas pelos estudantes de Ciências e Biologia a partir de uma proposta didática pautada em Toulmin e Bonini. **REnCiMa**, São Paulo/SP, v. 10, n. 1, p. 27-47, 2019.

PIETROPAOLO, R. C. **(Re)significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de Matemática**. 388 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

PRESMEG, N. Research on visualization in learning and teaching mathematics. In: GUTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Org.). **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education**: Past, Present and Future. Rotterdam: Sense Publishers, 2006. p. 205-236.

REID, D. A.; KNIPPING, C. **Proof in Mathematics Education**: Research, Learning and Teaching. Rotterdam: Sense Publishers, 2010.

SANTOS, A. H. **Um estudo epistemológico da visualização matemática**: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização. 98 f.

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

SHATRI, K.; BUZA. K. The Use of Visualization in Teaching and Learning Process for Developing Critical Thinking of Students. **European Journal of Social Sciences Education and Research**, v. 4, n. 1, p. 71-74, jan./abr. 2017.

TALL, D. Cognitive development, representations and proof. In: **Proceedings of justifying and proving in school mathematics**. London: Institute of Education, 1995. p. 27-38.

As Potencialidades das Perguntas dos Professores em uma Abordagem Contextualizada da Matemática na Engenharia

The Potentialities of the Questions of Teachers in a Contextualized Approach of Mathematics in Engineering

Profa. Dra. Eloiza Gomes
Instituto Mauá de Tecnologia
eloiza@maua.br

Profa. Dra. Barbara Lutaif Bianchini
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
barbara@pucsp.br

Prof. Dr. Gabriel Loureiro de Lima
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
gllima@pucsp.br

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar parte dos resultados de uma intervenção em que, em três encontros remotos, abordamos noções relacionadas às funções reais de uma variável real por meio de um evento contextualizado, vinculado à Engenharia de Controle e Automação e habilitações afins, inserido no contexto do estudo da curva característica de um diodo semicondutor. O evento foi elaborado e implementado em consonância aos preceitos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências e, na análise apresentada neste artigo, voltamos nossa atenção apenas ao primeiro encontro e nos atemos à comunicação estabelecida por nós pesquisadores com os sujeitos (estudantes do primeiro período de um curso de Engenharia), em particular no que se refere aos tipos de questionamentos que fizemos, às respostas dadas pelos estudantes e os aspectos por elas revelados, especialmente no que se refere à transposição de conhecimentos da Matemática para uma situação da Engenharia e à mobilização de competências matemáticas e competências gerais que constituem a base epistemológica da Engenharia. Entre os principais resultados, destacamos que, embora os sujeitos apresentassem bom desempenho em seus estudos, interesse pela Matemática e já tivessem revisitado as funções reais de uma variável real na disciplina de Cálculo, as dificuldades conceituais por eles manifestadas e os entraves enfrentados ao transpor os conhecimentos para o contexto do estudo de um diodo revelam que estes podem ser fragmentados e os sujeitos aparentam não ter clareza acerca de que uma função é um objeto abstrato de alto nível.

Palavras-chave: Evento Contextualizado; Funções; Diodo; Questionamentos Docentes; Competências.

Abstract

The goal of this paper is to present part of the results of an intervention composed by three remote meetings in which we worked with notions related to real functions of a real variable through a contextualized event, inserted in the context of the characteristic curve of a semiconductor diode, linked to Control and Automation Engineering or correlated undergraduate programs of Engineering. The event was elaborated and implemented according to the precepts of the Theory of Mathematics in the Context of Sciences and in the analysis presented in this paper we highlight the communication established between the students (entrants in an undergraduate program of Engineering) and the researchers in the first meeting. We analyzed the types of questions that we proposed to the students, their answers and the aspects revealed by them, especially regarding the transposition of mathematical knowledge for an Engineering situation and the mobilization of mathematical competencies and general competencies which constitute the Epistemological Base of Engineering. Among the main results, we highlight that, although the research subjects presented good performance in their studies, they were interested in Mathematics and had already revisited real functions of a real variable in a course of Calculus, the conceptual difficulties they manifested and barriers faced when transposing knowledge into the context of the study of a diode reveal that it can be fragmented and indicate that the research subjects do not have clarity that a function is a high-level abstract object.

Keywords: Contextualized Event; Function; Diode; Questions of Teachers; Competencies.

Introdução

No VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, realizado em 2018, nas deliberações durante a reunião final do Grupo de Trabalho Educação Matemática no Ensino Superior (GT-04), estabeleceu-se como uma das metas para o triênio 2018-2021 que os integrantes do GT se dedicariam a investigações relacionadas a três temáticas que, nas reuniões ocorridas durante o Seminário, revelaram-se como essenciais no enfrentamento de questões concernentes ao ensino e à aprendizagem de Matemática no Ensino Superior, a saber: os cursos iniciais de formação de professores de Matemática, o ensino e a aprendizagem de Matemática em cursos na modalidade a distância e naqueles em que a Matemática está a serviço da formação de um profissional que não será um matemático, mas que deve ser competente no emprego dos conhecimentos desta ciência no exercício de sua profissão. A Educação Matemática em cursos de serviço tem sido foco de nossas pesquisas desde 2015 e é nesta temática que está inserido este artigo, que volta sua atenção especificamente para os cursos de Engenharia.

A Educação em Engenharia tem, segundo pontua Bernhard (2015), como principal foco refletir a respeito dos campos de conhecimento fundamentais para o exercício profissional e, consequentemente, para a formação do futuro engenheiro. Conforme Christensen et al. (2015), as reflexões atuais neste domínio de pesquisa têm como característica comum buscar a participação ativa dos estudantes em seus processos de aprendizagem, considerando suas experiências anteriores e a implementação de estratégias didático-pedagógicas como a Aprendizagem Baseada em Problemas. Christensen e Mejlgaard (2015) salientam que os desafios atuais na Educação em Engenharia estão inseridos em cinco áreas de pesquisa e, em nossas investigações, como a apresentada neste artigo, temos nos dedicado a duas delas: os *Mecanismos de Aprendizagem em Engenharia* (desenvolvimento do conhecimento e das competências dos alunos destes cursos) e *Sistemas de Aprendizagem de Engenharia* (cultura instrucional, infraestrutura institucional e epistemologia dos educadores de Engenharia).

Neste artigo, apresentamos parte dos resultados de uma investigação relacionada a um aspecto considerado, por Downey (2015), como sendo fundamental na Educação em Engenharia: adaptar as estratégias de ensino das unidades curriculares relacionadas às áreas de conhecimentos básicos ao engenheiro, em nosso caso a Matemática, com vistas a possibilitar aos estudantes que, ao mesmo tempo em que resolvam problemas matemáticos, possam se engajar na compreensão crítica de situações mais próximas das que enfrentarão em seu futuro cotidiano profissional.

Analisamos neste trabalho o primeiro dos três encontros nos quais abordamos noções relacionadas às funções reais de uma variável real por meio de um problema, vinculado à Engenharia de Controle e Automação e habilitações afins, inserido no contexto do estudo da curva característica de um diodo semicondutor.

O problema foi elaborado e implementado em consonância aos preceitos teóricos e metodológicos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC) e, na análise apresentada, voltamos nossa atenção à comunicação estabelecida por nós pesquisadores (que implementamos o problema em sala de aula) com os sujeitos, em particular no que se refere aos tipos de questionamentos que fizemos, às respostas dadas pelos estudantes e os aspectos por elas revelados, com o objetivo de responder à seguinte questão: *que elementos as comunicações entre os atores participantes da resolução de um problema matemático contextualizado na Engenharia revelam em relação aos conhecimentos dos alunos, suas habilidades em transpô-los da Matemática para uma situação da Engenharia, mais especificamente do campo da Eletrônica Analógica, os entraves enfrentados nesta transposição* (*que na TMCC recebe o nome de* transposição contextualizada) *e as competências matemáticas mobilizadas pelos sujeitos?*

Fundamentação teórica

O principal subsídio que temos adotado em nossas investigações acerca do ensino e da aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia, a TMCC, começou a ser desenvolvido pela pesquisadora Patricia Camarena Gallardo há quase quatro décadas no Instituto Politécnico Nacional do México, com o intuito de embasar reflexões a respeito da Educação Matemática no Ensino Superior, especificamente em cursos que não tem a Matemática como objeto principal de estudo, mas como uma ciência a serviço da formação de determinado profissional. Em relação especificamente aos cursos de Engenharia, Camarena (2015, p. 112) destaca que, no âmbito deste marco teórico, a Matemática é concebida como "ferramenta e linguagem da Engenharia", além de ter caráter formativo, uma vez que o desenvolvimento de "uma cultura matemática e de um pensamento matemático contribui para que o estudante atue na sociedade de maneira fundamentada, crítica, analítica e científica" (CAMARENA, 2017, p. 2).

Na TMCC, assume-se como paradigma o fato de os conhecimentos científicos terem se desenvolvido, do ponto de vista histórico-epistemológico, de maneira integrada e adota-se como pressuposto que, nos cursos universitários dos quais a Matemática está a serviço, deve-se formar profissionais capazes de transferir os conhecimentos matemáticos para as áreas que os requerem (CAMARENA, 2013). Neste sentido, três elementos tornam-se essenciais neste referencial: a *interdisciplinaridade*, a *contextualização* e a *transposição contextualizada*. Estes são articulados na TMCC por meio da noção de *eventos contextualizados* (EC), que são problemas, projetos ou estudos de caso contextualizados a partir de situações que podem ser, segundo Camarena (2017), oriundas: (i) das demais disciplinas que compõem a matriz curricular da Engenharia (sendo estes os mais apropriados para as disciplinas básicas, como é o caso da Matemática); (ii) das atividades profissionais que o estudante exercerá ao concluir a graduação ou (iii) de sua vida cotidiana.

Os EC, ao serem propostos em disciplinas matemáticas, possibilitam a vinculação destas com as não matemáticas, particularmente as específicas da Engenharia, constituindo-se como instrumentos para uma *contextualização* da Matemática, sob uma perspectiva *interdisciplinar* com potencial de oportunizar o desenvolvimento, por parte dos estudantes, de habilidades para realizar a *transposição contextualizada* que, segundo Camarena (2004), é entendida como as modificações que um saber matemático ensinado em uma disciplina deve sofrer para se tornar um saber de aplicação em situações específicas da Engenharia.

A noção de transposição contextualizada, desenvolvida na esfera da TMCC, está alinhada aos apontamentos de Buch e Bucciarelli (2015, p. 499) que, a partir das considerações de Cook e Brown (1999), fazem uma crítica à ideia de que o conhecimento é "algo que os indivíduos podem instrumentalmente colocar em uso – independentemente do contexto". Uma vez que, como salientam Borrego e Bernhard (2011) apud Bernhard (2015), é desejável inserir uma adequação profissional nos cursos de Engenharia, o que significa trabalhar, durante o percurso formativo do estudante, com problemas semelhantes aos reais com os quais irá se deparar em sua atuação como engenheiro, o trabalho com EC é potencialmente relevante para auxiliar a alcançar esse objetivo. Além disso, é essencial para possibilitar aos estudantes exercitar e adquirir desenvoltura na realização da transposição contextualizada. No entanto, a elaboração de eventos é uma tarefa-chave e não trivial para o professor que leciona Matemática em cursos de Engenharia.

Uma das dificuldades desta tarefa reside no que Christensen et al. (2015) denominam de *paradoxo da contextualização-descontextualização*: enquanto os engenheiros empregam os conhecimentos matemáticos em contextos particulares e trabalham de maneira sensivelmente dependente do contexto, os matemáticos e outros cientistas das áreas básicas, em geral, utilizam os conceitos inerentes aos seus campos de conhecimento de maneira descontextualizada e, muitas vezes, têm dificuldades em reconhecer as formas pelas quais estes podem ser contextualizados. Além disso, como destacam os autores, o contexto não pode ser "um fim em si mesmo, mas sim um meio para um determinado fim" (CHRISTENSEN et al., 2015, p. xxiii). Ao adotar os subsídios da TMCC, objetivamos que o contexto possibilite ao estudante perceber o porquê deve aprender determinado tema ou conceito matemático, em que aspectos este o capacita para as demandas de sua futura profissão e que mobilize ou desenvolva *competências matemáticas*.

Uma competência, na acepção de Camarena (2015, p. 118), "é a mobilização cognitiva dos atributos de um profissional para enfrentar uma situação-problema fazendo uso da integração de toda sua bagagem de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores". No que se refere às competências específicas da Matemática, associamos à essa ideia de Camarena, a concepção de Niss (2003, p. 6), para quem competência matemática

"significa a habilidade de compreender, julgar, fazer e empregar a Matemática em uma variedade de contextos e situações intra e extra-matemáticos em que esta ciência desempenha ou poderia desempenhar um papel". Para o autor, as competências matemáticas são: (C1) *dominar modos de pensamento matemático*; (C2) *propor e resolver problemas matemáticos*; (C3) *analisar e construir modelos matemáticos;* (C4) *raciocinar matematicamente*; (C5) *representar entidades matemáticas*; (C6) *manusear símbolos e trabalhar com o formalismo matemático*; (C7) *comunicar em, com e sobre a Matemática*; (C8) *utilizar instrumentos e ferramentas, incluindo as tecnológicas*.

Além disso, é pertinente que o docente ao buscar um contexto e, consequentemente, elaborar um EC considere as possíveis dificuldades cognitivas e os obstáculos epistemológicos (BROUSSEAU, 1983) que, por meio deste evento, poderão ser enfrentados e, na medida do possível minimizados. Tendo em conta esses aspectos, Camarena e González (2001) propõem uma sequência de etapas visando à coleta de dados que subsidiarão o docente na construção de um EC. Essas etapas contemplam análises de livros de disciplinas específicas da Engenharia, livros e planos de ensino de disciplinas matemáticas, um estudo histórico-epistemológico do objeto matemático que se deseja abordar e as dificuldades de natureza cognitiva que, a partir de pesquisas realizadas por outros investigadores, estão relacionadas a tal objeto. Foi essa a estratégia por nós empregada para a construção do EC, cuja implementação, analisamos neste artigo. Para maior aprofundamento a respeito do processo de elaboração deste EC, o leitor poderá consultar Lima, Bianchini e Gomes (2021).

Para o evento em tela nesta pesquisa, propomos uma organização didático-pedagógica que permita ao futuro engenheiro também o desenvolvimento de competências genéricas que, na concepção de Grimson e Murphy (2015), compõem três estratos (E1, E2 e E3) que constituem a Base Epistemológica da Engenharia: (E1) *o emprego competente de conhecimentos construídos antes do ingresso na universidade*; (E2) *competências vinculadas àqueles que devem ser os resultados, em termos de aprendizagem, de um curso de Engenharia*; e (E3) *competências requeridas do profissional da Engenharia*. O Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo), atrelado à TMCC, é aderente à essa nossa preocupação, pois está centrado nos estudantes que, em equipes de trabalho colaborativo, constituídas por integrantes cada um com um estilo de aprendizagem diferente, construirão, sob a mediação do professor, conhecimentos matemáticos a partir da resolução do EC (CAMARENA, 2017).

A implementação do evento se deu em três encontros de 2 horas cada e neste trabalho analisamos o primeiro deles. E, para esta análise, detemo-nos aos tipos de questões por nós propostas, tanto as pré-elaboradas como as que surgiram naturalmente no decorrer do encontro, seus objetivos e o que pudemos perceber, por meio das respostas dos estudantes, em relação às suas habilidades de realizar a transposição contextualizada das noções matemáticas em foco, de suas competências matemáticas e gerais, dos obstáculos epistemológicos e das dificuldades cognitivas com que se depararam.

Optamos por nos ater, neste artigo à uma discussão vinculada à comunicação por entender, assim como Ponte et al. (2007) apud Botelho e Rocha (2015) que este é um fator primordial para o pleno funcionamento dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Entendemos por *comunicação matemática* "a habilidade de expressar ideias ou noções matemáticas" (MARLIANI; WALUYA; CAHYONO, 2021, p. 84). Para Nathan e Kim (2009, p. 94), "a comunicação em sala de aula é vista como um mediador poderoso de mudança nos comportamentos cognitivos complexos, uma vez que pode promover a construção de significado, o automonitoramento e a reflexão, e a co-construção de novas ideias".

Para Ponte (2014) segundo Machado et al. (2020), há quatro ações discursivas a serem mobilizadas no intuito de promover a comunicação: explicar, questionar, ouvir e responder. Neste artigo, nos focamos no questionar e, consequentemente no ouvir ao analisar as respostas dos estudantes, uma vez que como Diaz et al. (2013), compreendemos que um objetivo essencial na educação é que o professor oportunize ao estudante a promoção e o desenvolvimento do pensamento e, a nosso ver, um dos elementos, atrelado à ideia de comunicação, que pode possibilitar o alcance deste objetivo é o emprego de estratégias apropriadas de questionamentos aos estudantes por parte dos docentes, no sentido de "encorajar, estender e, mais importante, desafiar o pensamento dos alunos (DIAZ et al., 2013, p. 163). Machado e Lacerda (2020, p. 2) a partir das ideias de Ponte e Serrazina (2000) consideram a pergunta como essencial na comunicação, uma vez ao formular uma questão se estabelece "terreno fértil para o entendimento sobre algo. Neste viés, as perguntas têm um papel muito importante na organização de tarefas matemáticas".

Ao realizar questionamentos, o professor deve ter em mente, como salientam Tienken, Goldberg e Dirocco (2009, p. 40) que, do ponto de vista da demanda cognitiva requerida dos estudantes ao responder a uma questão, existem diferenças entre as perguntas produtivas ("que fornecem aos estudantes a oportunidade de criar, analisar ou avaliar") e reprodutivas ("que estimulam os alunos a imitar, relembrar ou aplicar o conhecimento e as informações ensinadas pelo professor, por meio de um processo de simulação"). Segundo os autores, "os professores precisam planejar uma rota e uma estratégia para usar as perguntas de forma produtiva e desenvolver o pensamento dos alunos com base nos objetivos de aprendizagem de suas aulas" (p. 42).

Yenmez et al. (2017) afirmam que os propósitos dos professores ao realizar determinado questionamento direcionam os tipos de perguntas formuladas. “As perguntas dos professores podem ter como objetivo verificar o conhecimento ou orientar o pensamento dos alunos, focar a atenção dos discentes em diferentes estratégias matemáticas, ou leva-los a explicar ou justificar seus pensamentos” (p. 2).

Neste trabalho, assumimos subsidiados pelas ideias de Fazio (2019), três categorias principais (não distintas, mas sobrepostas) de perguntas que um professor poderá fazer visando potencializar a aprendizagem: as que requerem: *recuperação* (objetivando o resgate de conhecimentos prévios), *metacognição* (exigindo uma reflexão a respeito do raciocínio adotado) e *raciocínio* (solicitando a dedução de algo a partir de uma ou mais premissas). Conforme menciona a autora, tais categorias não são distintas, mas sobrepostas.

Na organização didática que propusemos para o EC, elaboramos *a priori* uma série de questões norteadoras que deveriam ser respondidas pelos estudantes durante os encontros. Assumimos a nomenclatura *questões norteadoras* na acepção de Kawanaka e Stigler (1999) que, de acordo com Sahin e Kulm (2008, p. 4-5), são aquelas que orientam os alunos “no uso de conceitos e procedimentos matemáticos para resolver problemas”. As questões por nós elaboradas podem ser consideradas como *factuais*, uma vez que requeriam uma resposta pré-determinada e permitiam a nós pesquisadores verificar os conhecimentos básicos dos estudantes e como estes eram transpostos para o contexto da Engenharia. Além das questões pré-elaboradas, durante a intervenção propusemos uma série de perguntas aos estudantes que se configuraram como *questionamentos competentes*, na acepção de Moyer e Milewicz (2002) apud Viseu e Oliveira (2012), uma vez que buscamos ouvir as respostas dos estudantes no intuito de coletar dados que nos permitissem inferir acerca de suas maneiras de raciocinar. Classificamos as questões factuais propostas conforme a tipologia concebida por Boaler e Brodie (2004) evidenciada por meio do Quadro 1.

Passamos então a explicitar o EC elaborado, sua organização didática e a metodologia empregada em sua implementação.

Quadro 1: Tipos de questões e suas respectivas descrições

Tipo de Questão	Descrição
T1. Compilando informações e conduzindo por meio de um método	Requer resposta imediata. Permite tentativas e erros a partir de fatos ou procedimentos conhecidos. Permite que os estudantes façam afirmações sobre fatos ou procedimentos conhecidos.
T2. Utilizando ou inserindo terminologias	Permite que a linguagem matemática seja corretamente empregada para as ideias em discussão.

T3. Explorando significados matemáticos e/ou relações	Permite destacar relações matemáticas e significados. Permite fazer ligações entre ideias matemáticas e representações.
T4. Sondando e requerendo explicações de pensamentos	Permite aos estudantes articular, elaborar ou esclarecer ideias.
T5. Gerando discussões	Permitir contribuições de outros estudantes da sala além do que está respondendo à questão.
T6. Relacionando e aplicando	Permitir relacionar ideias matemáticas. Permite relacionar ideias matemáticas com ideias de outras áreas de estudo ou da vida.
T7. Estendendo o pensamento	Permite estender o que está sendo discutido em determinada situação para outras situações em que ideias similares podem ser utilizadas.
T8. Orientando e focando	Permite auxiliar os estudantes a focar em elementos-chave ou elementos da situação que permitem a resolução de problemas.
T9. Estabelecendo contexto	Permite discutir questões fora da Matemática e estabelecer relações com a Matemática.

Fonte: tradução e adaptação nossa a partir de Boaler e Brodie (2004, p. 777)

O EC, sua Organização Didática e Metodologia de Implementação

Tendo estabelecido *a priori* que elaboraríamos um EC relacionado ao estudo de aspectos da teoria referente aos diodos semicondutores, por meio de uma das etapas propostas por Camarena e González (2001), identificamos no livro *Dispositivos Eletrônicos e Teoria dos Circuitos*, de autoria de R. L. Boylestad e L. Nashelsky, edição de 2013, uma situação relacionada ao estudo da curva característica de um diodo semicondutor que possibilita abordar as funções exponenciais reais de uma variável real de forma contextualizada na Engenharia de Controle e Automação. Embora, até o momento tenhamos realizado apenas uma experiência piloto, entendemos que o EC (apresentado na Figura 1) pode ser trabalhado em uma disciplina inicial Cálculo Diferencial e Integral, para que os estudantes ingressantes possam revisitar o conteúdo matemático em foco, mas de maneira já direcionada à Engenharia e não como uma de revisão do que estudou no Ensino Médio.

Do ponto de vista didático, a implementação do EC (esquematizada na Figura 2), foi organizada contemplando os seguintes momentos: preparação prévia (realizada em um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) de modo assíncrono); três encontros síncronos, via plataforma Zoom, de duas horas de duração cada, em que foram trabalhadas 10 questões norteadoras. Ao final do terceiro encontro, o evento foi efetivamente resolvido e, em um momento posterior (de modo assíncrono), os sujeitos realizaram duas atividades de finalização do trabalho[1].

---

[1] A organização didática completa pode ser acessada em https://drive.google.com/file/d/1Xd6fmkRmX5Bb2edndbBHvyXusiIFkN10/view?usp=sharing .

Figura 1: O Evento Contextualizado

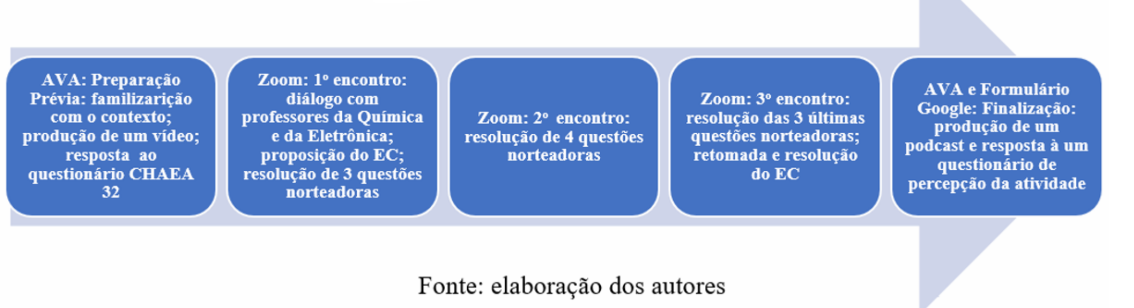
Evento Contextualizado: Um diodo, assim como os demais componentes eletrônicos, precisa de certo tempo para passar do seu estado de condução para não condução; é o chamado tempo de recuperação do diodo. Muitas aplicações práticas exigem diodos que "se recuperem" com facilidade, isto é, que passem no mínimo intervalo de tempo possível do estado de condução para não condução. Um dos diodos de silício com essa característica é o 1N4148, um dos mais empregados na eletrônica e que possui tempo de recuperação de 4 nA. O *Datasheet* do diodo 1N4148 no qual são destacadas as características elétricas deste dispositivo pode ser acessado em https://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/551820/WINNERJOIN/1N4148.html.

Considere esse diodo 1N4148 submetido a uma corrente de 30 mA e determine a queda de tensão direta através dele e os valores aproximados de suas correntes de saturação nas seguintes temperaturas: $-45°C$, $50°C$ e $125°C$.

Por meio do estudo de conceitos relacionados à Física do Estado Sólido, demonstra-se que as características gerais de um diodo semicondutor podem ser relacionadas, para as regiões de polarização direta e reversa, por uma equação chamada equação de Shockley: $I_F = I_R\left(e^{\frac{V_F}{nV_T}} - 1\right)$. Nesta equação, I_F representa a corrente direta que passa pelo diodo, I_R representa a corrente de saturação reversa, $V_F$representa a tensão de polarização direta aplicada ao diodo, n: representa um fator de idealidade, que depende das condições de operação e de construção física do diodo e V_T representa a tensão térmica, definida por: $V_T = \frac{kT_K}{q}$ em que k é a constante de Boltzmann cujo valor é $1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K, T_K é a temperatura absoluta em Kelvin, que é dada pela adição entre 273 e a medida da temperatura em graus Celsius, q é a magnitude da carga elétrica elementar, que é dada por $1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

Fonte: elaboração dos autores

Figura 2: Etapas de Implementação do EC



Fonte: elaboração dos autores

Participaram, voluntariamente, da implementação do EC, conduzida por nós autores deste artigo, sete estudantes do primeiro semestre de um curso de Engenharia ofertado por uma instituição privada do Estado de São Paulo, com interesse em seguir a habilitação Controle e Automação. Os dados foram coletados por meio dos vídeos que os estudantes nos enviaram no momento de preparação prévia, por suas produções escritas durante os encontros síncronos, das gravações em áudio e vídeo de tais encontros, pelo *podcast* elaborado pelos estudantes na finalização da atividade e pelo questionário que responderam após o término da implementação.

Neste artigo, detemo-nos à análise do primeiro encontro, com foco específico nos dados obtidos por meio da gravação em áudio e vídeo deste momento relativos às três questões norteadores, às que consideramos oportunas de serem propostas por nós pesquisadores durante o encontro e às respectivas respostas dos sujeitos a todos estes questionamentos. No encontro analisado, os estudantes trabalharam em dois grupos, um composto por três integrantes e outro por quatro. Foram analisadas as participações de todos os sujeitos que se expressaram oralmente ou por escrito durante o encontro.

Apresentação e Análise dos dados

Para responder às questões norteadoras pré-elaboradas para o primeiro encontro e as subquestões a elas vinculadas, os sujeitos da pesquisa mobilizaram, na acepção de Niss (2003), as seguintes competências: *resolver problemas matemáticos* (C2) e *comunicar-se em, com e sobre a Matemática* (C7). No que se refere aos estratos elencados por Grimson e Murphy (2015), destacamos que os estudantes: puderam retomar e, com possibilidades de ressignificar, conhecimentos construídos antes do ingresso na universidade (E1), como por exemplo, a noção de função, que é fundamental para o estudo do funcionamento de um diodo, algo essencial para a habilitação Controle e Automação (E2). Puderam dar início a um processo de compreensão sistemática de conceitos-chave da habilitação da Engenharia mencionada, como, por exemplo, tensão térmica, fator de idealidade, tensão de polarização direta, correntes direta e de saturação reversa (E2). Exercitaram a habilidade de resolver problemas com os quais ainda não haviam se deparado e que envolvem outras áreas além da Matemática, integrando conhecimentos de diferentes campos e níveis de complexidade (E2).

Antes de prosseguirmos com nossas análises, consideramos pertinente explicitar as siglas empregadas nos Quadros 2, 3, 4 e 5 para melhor compreensão por parte dos leitores. Denotamos por Ti as tipologias de questões apresentadas no Quadro 1; por $Si.j$ a subquestão j relacionada à questão norteadora i; e por $RSi.jx$ a resposta à subquestão j relacionada à questão norteadora i dada por um estudante x. Por exemplo: $RS1.3d$ é a resposta à subquestão 3 relativa à questão norteadora 1 dada por um estudante d, observando que, não nos preocupamos em identificar os sujeitos, uma vez que nosso objetivo não era analisar, do ponto de vista cognitivo, um estudante específico, mas aspectos evidenciados pelos estudantes, de maneira geral, durante a discussão.

Quadro 2: Subquestões vinculadas à questão norteadora 1 e respectivas respostas

Questão Norteadora 1: A equação de Shockley explicita uma relação funcional? Caso sua resposta seja afirmativa, qual a variável dependente e qual a variável independente?		
Factual	**Exige recuperação e raciocínio**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T2, T3, T5, T6 e T9**
Objetivo: Retomar os conceitos de: covariação, relação funcional, variável dependente, variável independente, de maneira articulada com o comportamento de um diodo. Ou seja, permitir que os estudantes realizassem uma transposição		

<table>
<tr><td colspan="3">contextualizada dos conceitos de relação funcional, variável dependente e variável independente da Matemática para a Eletrônica Analógica.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Subquestões e as respostas dadas pelos estudantes</td></tr>
<tr><td colspan="3">S1.1: O que é/caracteriza uma relação funcional?</td></tr>
<tr><td>Factual</td><td>Exige recuperação</td><td>Contempla aspectos das tipologias T1, T2, T3, T4, T5 e T8</td></tr>
<tr><td colspan="3">RS1.1a: Eu pesquisei aqui e uma relação funcional é uma relação entre a resposta e sua consequência.
RS1.1b: Nas (aulas) de Matemática não trabalhamos com tantas letras em uma mesma função; é só x e y. Aqui fica difícil perceber o que é constante e o que varia porque há muitas letras.
RS1.1c: O I_F vai ser como o y e o V_F como o x?</td></tr>
<tr><td colspan="3">S1. 2: Qualquer relação entre duas variáveis é uma função? O que acontece com os elementos do domínio e os elementos da imagem em uma relação funcional? De que maneira eles estão relacionados?</td></tr>
<tr><td>Factual</td><td>Exige recuperação e raciocínio</td><td>Contempla aspectos das tipologias T1, T2, T3, T4, T5, T6 e T8</td></tr>
<tr><td colspan="3">RS1. 2a: Não (é verdade que qualquer relação entre duas variáveis é uma função)! Ela é indicada pela condição antecedente, mas não entendi o que seria essa condição antecedente.
RS1. 2b: (Ao ouvir um colega dizer que uma relação funcional é caracterizada por todo elemento do domínio estar associado a somente um elemento do contradomínio o estudante contesta dizendo que) dado um valor de x podemos ter mais de um valor de y. Por exemplo, a função $y = x^2$. Para o mesmo x temos dois valores.</td></tr>
<tr><td colspan="3">S1. 3: Porque vocês concluíram que n é a variável independente na equação de Shockley? O que ele representa na equação de Shockley? Será que é essa mesmo a variável independente? Observe a equação e lembre da ideia de função, lá do Cálculo 1. Qual é a grandeza que quando eu vario, a outra também varia? Ou seja, que duas grandezas estão variando conjuntamente?</td></tr>
<tr><td>Factual</td><td>Exige recuperação, raciocínio e metacognição</td><td>Contempla aspectos das tipologias T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8 e T9</td></tr>
<tr><td colspan="3">RS1. 3a: A variável independente seria o -1?
RS1. 3b: (outro aluno): Não! -1 não é variável.
RS1. 3c (a mesma estudante que havia afirmado que -1 é a variável independente): A variável independente é n porque parece que não está relacionada com os outros.
RS1. 3d (outro estudante ao analisar as grandezas presentes na equação de Shockley que são constantes e as que variam): A tensão térmica é função da temperatura. (Outro estudante responde): Mas acho que depende também do q. (E então o estudante que havia afirmado que a tensão térmica é função da temperatura responde): Não, o q é sempre o mesmo; é a carga do elétron.</td></tr>
</table>

Fonte: dados da pesquisa

Nosso objetivo, ao propor as subquestões apresentadas no Quadro 2, foi estimular os sujeitos, diante da inércia inicial perante à questão norteadora 1, a recuperar seus conhecimentos prévios relativos à noção de função e possibilitar que se atentassem às características essenciais de uma relação funcional. As respostas dadas aos nossos questionamentos indicam que: (i) a habilidade para realizar pesquisas na literatura e usar bases de dados e outras fontes de informação (E2), essencial ao engenheiro, deve ser melhor explorada, conforme evidencia a busca, sem crítica realizada por um dos sujeitos (como indica RS1.1a) (simulamos seu procedimento, digitando o termo *relação funcional significado* no Google e verificamos que o estudante se baseou, para dar sua resposta, no primeiro resultado que obteve, que, por sua vez, não era do contexto matemático, mas sim da Teoria do Comportamento); (ii) ao transpor o conceito de função da Matemática para uma de suas áreas de aplicação (Eletrônica Analógica), os estudantes enfrentam dificuldades (observadas, por exemplo, a partir de RS1.1b e RS1.1c) em trabalhar com a simbologia relacionada à função, uma vez que há mais do que duas grandezas envolvidas na expressão algébrica que a representa, ao contrário do que ocorre na maioria das situações tratadas no Cálculo em que há apenas duas grandezas representadas, majoritariamente, pelas letras x e y; (iii) alguns estudantes, como evidencia RS1.2b, parecem considerar a ordem das variáveis como irrelevante ao trabalhar com funções (o que se constitui como um obstáculo epistemológico segundo Sierpinska (1992)); (iv) há dificuldade em diferenciar variáveis dependentes e independentes e, inclusive, de diferenciar estas últimas de constantes (observada, por exemplo, em RS1.3b e RS1.3c) e de termo independente de uma expressão algébrica (isso é evidenciado em RS1.3a); (v) uma aparente dificuldade na distinção entre $f(a)$ e encontrar os valores de x para os quais $f(x) = a$ pode, ao nosso ver, ao menos em parte, explicar RS1.2b.

As questões apresentadas no Quadro 2 possibilitaram aos estudantes colocar em ação a competência *raciocinar matematicamente* (C4) nos momentos em que apresentaram um argumento e os colegas tiveram que avalia-lo. Por exemplo, ao discordarem do argumento de um colega que disse que a um elemento do domínio de uma função pode estar associado mais de um elemento do contradomínio e argumentarem que isso não pode acontecer, pois não seria uma função e que é possível "ter dois elementos do domínio com um mesmo valor no contradomínio, mas não o contrário". Em todas as questões os estudantes precisaram avaliar criticamente o que estava sendo apresentado para responde-las (E2). Passamos então à análise da questão norteadora 2 e das subquestões relacionadas a ela.

As respostas dadas pelos estudantes revelam que: em relação a trabalhar com as diferentes representações de uma função, representá-la e analisá-la graficamente, houve dificuldade em relação esse aspecto ao obter a representação gráfica da função que fornece a tensão térmica do diodo. Estas foram de dois tipos: (a) o grupo que optou por utilizar o GeoGebra, como evidencia a questão S2.1 e a resposta RS2.1 dada a ela, teve dificuldade em realizar o tratamento dessa representação algébrica para outra compreensível ao *software*. Não perceberam que deveriam inserir, no campo de entrada, a expressão $y = \frac{k(x+273)}{q}$; escreveram, inicialmente $y = \frac{kx}{q}$, sem discutir que, se utilizassem essa representação, teriam que considerar como x a temperatura em graus Celsius adicionada ao número 273; (b) o grupo que optou por utilizar a ferramenta desenhar do *Word* manifestou os seguintes entraves: não levou em consideração as informações dadas pela representação algébrica para obter a representação gráfica, desconsiderando que o valor do coeficiente angular poderia auxiliá-los a obter uma representação gráfica mais precisa (como evidencia a questão S2.3 feita pelos pesquisadores e a resposta RS2.3 dada pelos sujeitos) e um dos estudantes parece não ter associado a expressão algébrica da função tensão térmica à uma função linear, mas a uma função constante (vide a resposta RS2.4, na qual o estudante questiona se a representação gráfica não seria uma reta paralela ao eixo x). Por fim, ao responder à questão norteadora 2, um dos estudantes manifestou dificuldade em diferenciar a variável dependente da variável independente ao questionar qual variável deveria estar no eixo das abscissas e qual deveria estar no eixo das ordenadas, como evidencia RS2.2b.

Ao traduzir da linguagem algébrica nos termos da Física a expressão que representa a variação térmica para a linguagem algébrica nos termos da Matemática para então obter a representação gráfica no GeoGebra, os estudantes precisaram acionar a competência de *manusear símbolos* (C6) e neste momento, percebemos, como evidencia a questão S2.1 e sua resposta RS2.1, essa competência precisa ser melhor trabalhada. Ao construir a mencionada representação gráfica mobilizaram a competência de *representar um ente matemático* (C5). Ao afirmar que esta representação é uma reta porque a relação que existe entre a tensão e a temperatura é diretamente proporcional (RS2.2a e RS2.2b), colocam em ação a competência de *pensar matematicamente* (C1). Ao responderem à questão norteadora 2, um dos grupos de estudantes optou por utilizar o GeoGebra e pôde exercitar o trabalho com representações algébricas e gráficas de funções por meio deste *software*.

Quadro 3: Subquestões vinculadas à questão norteadora 2 e respectivas respostas

Questão Norteadora 2: A tensão térmica é função de alguma variável? Explique e, se sua resposta for afirmativa, construa a representação gráfica desta função.		
Factual	**Exige recuperação e raciocínio**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T2, T3, T4, T5, T6 e T9**
Objetivo: Oportunizar que os estudantes realizassem uma transposição contextualizada dos conceitos de relação funcional, variável dependente, variável independente e representação gráfica de uma função da Matemática para a Eletrônica Analógica.		
Subquestões e as respostas dadas pelos estudantes		
S2.1: (Ao observar os estudantes inserindo, no GeoGebra a função tensão térmica, um dos pesquisadores questionou) você trocou T_K, que na expressão que fornece a tensão térmica, é dado por $T + 273$, sendo T a temperatura em graus Celsius, apenas por x, mas então onde está considerada a questão de adicionar 273 com a temperatura em Celsius? Suponha que você quer achar a imagem da função que você inseriu em um ponto específico do domínio? Por exemplo, se a temperatura for 25 graus Celsius, que valor você irá atribuir para x?		
Factual	**Exige recuperação, raciocínio e metacognição**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T2, T3, T4, T5, T6, T8 e T9**
RS2.1: Como faço para escrever T_K como x? Transformo T_K em um número?		
S2. 2: Por que a função que representa a tensão térmica é crescente e representada por uma reta?		
Factual	**Exige recuperação e raciocínio**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T2, T3, T4, T5, T6 e T8**
RS2.2a: A representação gráfica será uma “linha” porque só tem uma variável e ela muda linearmente.		

RS2.2b: A representação gráfica da tensão térmica em função da temperatura será uma reta porque a relação que existe entre a tensão e a temperatura é diretamente proporcional. No momento em que isso estava sendo discutido, um estudante se preocupa em indicar quais grandezas estavam sendo representadas em cada um dos eixos cartesianos. Então, o outro estudante que estava operando a ferramenta de desenho do Word, questiona: mas quem vai em cada eixo?		
S2. 3: Ao ouvir um dos estudantes dizendo que para construir "*a representação gráfica da função tensão térmica basta traçar uma reta, acho que não importa a inclinação*", um dos pesquisadores questionou: nessa equação que representa a tensão térmica, qual o coeficiente angular?		
Factual	**Exige recuperação e raciocínio**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T2, T3, T5, T6 e T8**
RS2. 3: O coeficiente angular é k/q. É maior do que zero.		
S2. 4: Por que vocês não fizeram o gráfico no GeoGebra (questionando ao grupo que não utilizou esta ferramenta)?		
Factual	**Exige metacognição**	**Contempla aspectos das tipologias T4 e T5**
RS2. 4: Acho que não precisa; dá para fazer aqui mesmo (com a ferramenta desenhar do Word). E neste momento, o estudante que estava manipulando a ferramenta traça uma reta que é de fato próxima daquela que representa graficamente a função tensão térmica, mas fica em dúvida e questiona aos colegas: É essa reta ou uma paralela ao eixo x? E o colega então afirma que não, que o correto é traçar uma reta partindo da origem.		
S2. 5: Por que vocês estão dizendo que a reta que é a representação gráfica da tensão térmica sai da origem?		
Factual	**Exige metacognição**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T3, T4, T5 e T8**
RS2. 5: Porque se a temperatura for zero Kelvin então eu acho que a tensão térmica será zero. Hipoteticamente a reta passa pela origem, mas como é impossível colocar alguma coisa em zero absoluto, a gente nunca iria conseguir provar. Não sei, mas, hipoteticamente passa e então a reta sai da origem.		
S2. 6: Por que a temperatura não pode ser negativa? Como não há temperatura zero? Não entendi!		
Factual	**Exige recuperação e metacognição**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T4, T5, T8 e T9**
RS2. 6: Porque está em Kelvin (o estudante embora não tenha se atentado ao fato de que a temperatura estava sendo dada em Celsius e depois seria convertida, já considerou diretamente a temperatura em Kelvin e, desta forma, justificou corretamente porque não há temperaturas negativas nesta escala).		

Fonte: dados da pesquisa

O outro grupo recorreu à ferramenta desenhar do *Word* (um editor de texto e que, portanto, não tem a precisão necessária para o trabalho com Matemática). De qualquer forma, ambos, cada um à sua maneira e com um determinado nível de desenvoltura, mobilizou a competência *utilizar instrumentos e ferramentas (incluindo as tecnológicas)* (C8). O grupo que recorreu ao GeoGebra se deparou com a necessidade de, por conta da representação gráfica obtida, buscar um enquadramento no *software* que possibilitasse uma melhor visualização (por questões de diferenças de escalas nos eixos).

A seguir, apresentamos a questão norteadora 3 e as subquestões a ela relacionadas.

Quadro 4: Subquestões vinculadas à questão norteadora 3 e respectivas respostas

Questão Norteadora 3: Sabendo que o diodo 1N4148 opera entre $-65℃$ e $175℃$, determine a faixa de variação da tensão térmica desse diodo neste intervalo.		
Factual	**Exige recuperação e raciocínio**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T3, T5, T6, T9**
Objetivo: Oportunizar que os estudantes realizassem uma transposição contextualizada dos conceitos de domínio e imagem de uma função da Matemática para a Eletrônica Analógica.		
Subquestões e as respostas dadas pelos estudantes		
S3.1: Agora que vocês já responderam à questão 2, o que deveria ser feito para resolver a questão 3?		
Factual	**Exige recuperação e raciocínio**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T3, T5, T6, T9**
RS3.1: Acho que vai precisar do gráfico. E então uma outra estudante responde: acho que é só substituir os valores de x pela menor temperatura e pela maior temperatura e observar a faixa em que estão as tensões térmicas. Neste momento, após algumas tentativas no GeoGebra o mesmo estudante que havia dito que precisaria do gráfico, questiona: não seria mais fácil colocar uma reta (vertical) que passa pelo gráfico e ver onde bate aqui (qual a ordenada do ponto de intersecção da reta vertical com o gráfico)? Os colegas concordam e então o estudante, após pensar por um tempo, questiona: coloco qual temperatura então?		

S3.2: Qual o limite inferior para a temperatura que está sendo considerado?		
Factual	**Exige raciocínio**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T3, T4, T5 e T6**
RS3.2: -65℃, né? Aí coloca uma constante, tipo -65? E então o estudante digita $a = -65$ no campo de entrada do GeoGebra.		
S3.3: Não é o valor de x que você quer que seja -65?		
Factual	**Exige metacognição**	**Contempla aspectos das tipologias T1, T5 e T8**
RS3.3: Ah, ele já dá! É verdade. Ou não? Ah sim, quero $f(-65)$.		

Fonte: dados da pesquisa

As respostas RS3.1, RS3.2 e RS3.3 evidenciam que um dos estudantes do grupo que optou por utilizar o GeoGebra, embora tenha manifestado saber como analisar graficamente qual a imagem da função em determinado ponto do domínio, na questão Q3, ao recorrer à representação algébrica, não mostrou a mesma desenvoltura. Ainda que tivesse à disposição no GeoGebra a expressão algébrica de f e sua respectiva representação gráfica, ao optar por resolver algebricamente, ao invés de solicitar ao *software* que calculasse $f(-65)$, ficou em dúvida sobre como representar algebricamente esse valor -65 do domínio. Na realidade, parece não ter compreendido que deveria assumir -65 como um valor do domínio da função.

Ao responder à questão norteadora 3, os estudantes puderam exercitar a habilidade de aplicar seus conhecimentos e compreensões para resolver problemas de Engenharia usando métodos estabelecidos (E2 e E3) - determinar a faixa de variação da imagem de uma função conhecendo a faixa de variação do domínio. Foi necessário transpor um procedimento da Matemática para o contexto da faixa de tensão térmica de um diodo (imagem) sendo dada a faixa de temperatura (domínio) em que o diodo opera. Ainda ao trabalharem com a mesma questão, colocaram em prática a habilidade de identificar, localizar e obter dados requeridos (E2). Da mesma forma, e isso pôde ser observado também não na questão norteadora 2, tiveram que avaliar criticamente os dados e a partir disso elaborar conclusões (E2).

Considerações Finais

A experiência realizada, da qual analisamos neste artigo parte dos dados relativos ao primeiro dos três encontros, possibilitou-nos identificar a potencialidade de eventos contextualizados como o proposto, se implementado nas primeiras aulas de uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral, para diagnosticar quais conceitos que já foram (ou deveriam ter sido) estudados na Educação Básica, mas que precisam ser revisitados com maior ênfase no início do Ensino Superior; de quais as principais dificuldades que os estudantes enfrentam ao terem que realizar a transposição contextualizada desses conhecimentos para que possam ser aplicados na Engenharia; e de quais competências matemáticas relacionadas ao contexto explorado no evento os estudantes já colocam em ação fluentemente, quais as que precisam ser melhor desenvolvidas e quais as que ainda não foram por eles construídas.

Os sujeitos da pesquisa não haviam trabalhado anteriormente com esse tipo de atividade. Ao final do primeiro encontro, ressaltaram que as aplicações abordadas na disciplina de Cálculo não são tão 'complicadas' como essa. Possivelmente essa inexperiência na resolução de eventos contextualizados explique a inércia inicial dos sujeitos perante às questões norteadoras, o que nos levou a propor uma série de subquestões no momento da intervenção, conforme evidenciamos nos Quadros 2, 3 e 4.

Por fim, é importante ressaltar que, embora os estudantes que participaram desta experiência apresentem bom desempenho em seus estudos, interesse pela Matemática (o que pode ser ilustrado pela participação voluntária, extraclasse, durante 6 horas na intervenção) e já tenham revisitado às funções reais de uma variável real na disciplina de Cálculo (no momento em que participaram dos encontros estavam estudando regras de derivação), as dificuldades conceituais por eles manifestadas e os entraves enfrentados ao transpor os conhecimentos relativos à noção de função para o contexto do estudo de um diodo revelam que estes parecem ser fragmentados e os sujeitos aparentam não ter clareza acerca de que uma função é, como pontua Sierpinska (1992), um objeto abstrato de alto nível.

Referências

BERNHARD, J. Engineering education research as engineering research. In: CHRISTENSEN, S. H. et al (Eds.). **International Perspectives on Engineering Education**: Engineering Education and Practice in Context, Volume 1. Springer, Cham, 2015. p. 393-414.

BOALER, J.; BRODIE, K. The importance, nature and impact of teacher questions. In: MCDOUGALL, D.E; ROSS, J. A. (Eds.). **Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Toronto: OISE/UT, 2004. p. 774-782.

BOTELHO, M.; ROCHA, H. Aspetos da comunicação Matemática na Resolução de Problemas. **XXVI Seminário de Investigação em Educação Matemática**, p. 232-247, 2015.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 4, n. 2, p. 165-198, 1983.

BUCH, A.; BUCCIARELLI, L. L. Getting Context Back in Engineering Education. In: CHRISTENSEN, S. H. et al (Eds.). **International Perspectives on Engineering Education**: Engineering Education and Practice in Context, Volume 1. Springer, Cham, 2015. p. 495-512.

CAMARENA, P. Constructos Teóricos de la Metodología Dipcing en el Área de la Matemática. In: CONGRESO INTERNACIONAL DE INGENIERÍA ELECTROMECÁNICA Y DE SISTEMAS, 3, Ciudad de México. **Memorias**: 3º Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas. **Anais**… Ciudad de México: IPN - ESIME – SEPI, 2004.

CAMARENA, P. A treinta años de la teoría educativa "Matemática en el contexto de las ciencias”, **Revista Innovación Educativa**, v. 13, n. 62, p.17-44. 2013.

CAMARENA, P. Teoría de las ciencias en contexto y su relación con las competencias. **Ingenium**, v. 16, n. 31, p. 108-127. 2015.

CAMARENA, P. Didáctica de la matemática en contexto. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 2, p. 01-26. 2017.

CAMARENA, P.; GONZÁLEZ, L. G. Contextualización de las series en ingeniería. Revista Científica, **The Mexican Journal of Electromechanical Engineering**, v. 5, n. 4, p. 201-206. 2001.

CHRISTENSEN, S. H. et al. (Ed.). **International perspectives on engineering education: Engineering education and practice in context, volume 1**. Springer, 2015.

CHRISTENSEN, S. H.; MEJLGAARD, N. Introduction. In: CHRISTENSEN, S. H. et al (Eds.). **International Perspectives on Engineering Education**: Engineering Education and Practice in Context, Volume 1. Springer, Cham, 2015. p. 218-224.

DIAZ, Z. et al. Why Did I Ask That Question? Bilingual/ESL Pre-Service Teachers' Insights. **International Journal of instruction**, v. 6, n. 2, p. 163-176, 2013.

DOWNEY, G. L. PDS: Engineering as Problem Definition and Solution. In: CHRISTENSEN, S. H. et al (Eds.). **International Perspectives on Engineering Education**: Engineering Education and Practice in Context, Volume 1. Springer, Cham, 2015. p. 435-455.

FAZIO, L. K. Retrieval practice opportunities in middle school mathematics teachers’ oral questions. **British Journal of Educational Psychology**, v. 89, n. 4, p. 653-669, 2019.

GRIMSON, W.; MURPHY, M. The Epistemological Basis of Engineering, and Its Reflection in the Modern Engineering Curriculum. CHRISTENSEN, S. H. et al. (Eds). **Engineering Identities, Epistemologies and Values**: Engineering Education and Practice in Context, Volume 2. Springer, Cham, 2015. p. 161-178.

LIMA, G. L.; BIANCHINI, B. L.; GOMES, E. Estudando a Curva Característica de um Diodo Semicondutor na disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral: oportunidade para o desenvolvimento de competências matemáticas e gerais na Engenharia. In: **EMCI - EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN CARRERAS DE INGENIERÍA**. 2021. p. 1-11.

MACHADO, B. E. C. et al. A formulação de perguntas para a promoção da comunicação nas aulas de matemática. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 8, p. 56521-56534, 2020.

MACHADO, B.; LACERDA, A. G. A comunicação matemática em uma tarefa exploratória-investigativa: uma proposta mediante a taxa de metabolismo basal. **Revista de Ensino de Ciência e de Matemática (REnCiMa)**, v. 11, n. 4, p. 1-21, 2020.

MARLIANI, L.; WALUYA, S. B.; CAHYONO, E. Mathematics Communication Skill of Students on Project Blended Learning (PB2L) with Moodle. **Unnes Journal of Mathematics Education Research**, v. 10, n. A, p. 83-89, 2021.

NATHAN, M. J.; KIM, S. Regulation of teacher elicitations in the mathematics classroom. **Cognition and Instruction**, v. 27, n. 2, p. 91-120, 2009.

NISS, M. Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM project. In: GAGATSIS, A.; PAPASTRAVIDIS, S. (Eds.). **3º Mediterranean Conference on Mathematics Education 2003**. Atenas – Grécia: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society, 2003. p.115-124.

SAHIN, A.; KULM, G. Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. **Journal of mathematics teacher education**, v. 11, n. 3, p. 221-241, 2008.

SIERPINSKA, A.: On understanding the notion of function. Dubinsky, E.; Harel, G. (Eds): **The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy**. Mathematical Association of America, pp. 25-58, 1992.

TIENKEN, C. H.; GOLDBERG, S.; DIROCCO, D. Questioning the questions. **Kappa Delta Pi Record**, v. 46, n. 1, p. 39-43, 2009.

VISEU, F.; OLIVEIRA, I. B. Open-ended tasks in the promotion of classroom communication in mathematics. **International Electronic Journal of Elementary Education**, v. 4, n. 2, p. 287-300, 2012.

YENMEZ, A. et al. Mathematics teachers' knowledge and skills about questioning in the context of modeling activities. **Teacher Development**, v. 22, n. 4, p. 497-518, 2018.

VIII SIPEM
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Aulas de Cálculo em Regime Remoto na perspectiva da Assimilação Solidária

Calculus Classes in Remote Regime in the perspective of Solidarity Assimilation

Eduardo Rafael Zimdars
IFPI
erzimdars@gmail.com

Neila Tonin Agranionih
UFPR
ntagranionih@gmail.com

Regina Helena Munhoz
UDESC
rhmunhoz@gmail.com

Resumo
O objetivo deste artigo é apresentar e analisar duas aulas de Cálculo I ministradas em regime remoto, no Curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição de ensino superior pública de Santa Catarina, com base na Pedagogia da Assimilação Solidária (AS). A AS é uma proposta que visa romper com o ensino tradicional vigente, pautando-se em um contrato de trabalho, apresentado e acatado pelos estudantes, no qual são evidenciadas as formas de trabalho em sala, com foco na ideia de promoção por meio do trabalho de aprendizagem realizado de forma solidária em grupos. Em cada aula há uma ficha de trabalho com atividades sobre o tema estudado. Neste artigo, focamos em uma ficha com três questões sobre limites fundamentais, abordada em dois encontros no regime remoto imposto pela pandemia do coronavírus no ano de 2020, em uma turma de oito estudantes. Os dados foram constituídos pelas gravações dos encontros e as resoluções das fichas, sendo analisados por meio da análise textual discursiva, o que permitiu a emergência de duas categorias: (i) regras da AS e as intercorrências do modelo remoto; (ii) processos de resolução das atividades. Como resultados percebemos que elementos do ensino tradicional vigente se mostraram nas aulas, fazendo com que os estudantes tivessem preocupação demasiada com as técnicas nos cálculos dos limites e a finalização da maior quantidade de exercícios possível. Porém, mesmo assim, entendemos que a AS teve contribuições nas relações estabelecidas, mesmo que de forma tímida, e comunicou aos estudantes os prejuízos do ensino tradicional vigente, potencializados na situação remota.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo; Limites; Ensino Remoto Emergencial.

Abstract
The aim of this paper is to present and analyze two Calculus classes that were taught remotely in the Mathematics Degree Course of a public higher education institution in Santa Catarina, based on the Solidarity Assimilation Pedagogy (SA). SA is a proposal that aims to break with current traditional teaching, based on an employment contract, presented and accepted by students, in which forms of work in the classroom are highlighted, with a focus on the idea of promotion through the work of learning carried out in solidarity in groups. In each class there is a activity sheets with activities on the studied topic. In this paper, we focus on a activity with three questions about fundamental limits, addressed in two meetings in the remote regime imposed by the coronavirus pandemic in the year 2020, in a class of eight students. The data consisted of recordings of the meetings and the resolutions of the activities, being analyzed through discursive textual analysis, which allowed the emergence of two categories: (i) SA rules and the complications of the remote model; (ii) activity resolution processes. As a result, we realized that elements of the current traditional teaching were shown in

the classes, causing students to be overly concerned with techniques in the calculation of limits and the completion of as many exercises as possible. However, even so, we understand that SA had contributions in the established relationships, even if timidly, and communicated to the students the damages of the current traditional teaching, potentiated in the remote situation.

Keywords: Teaching of Calculus; Limits; Emergency Remote Learning.

Introdução

A pedagogia da Assimilação Solidária (AS) tem como principal pesquisador e precursor o professor Roberto Baldino. Caracteriza-se como uma alternativa ao Ensino Tradicional Vigente (ETV), de cunho metodológico e epistemológico. Metodologicamente, como critério de avaliação, além do conteúdo matemático, considera o trabalho coletivo produzido em sala de aula. Epistemologicamente, evidencia as farsas do ETV, discutindo seus argumentos, formas de promoção e elementos (BALDINO, 2001; SILVA, 1997).

Atualmente, com as restrições ainda necessárias por conta da pandemia da COVID-19, estudantes e professores brasileiros vivem a realidade do ensino remoto emergencial. Outros têm o retorno gradual ao modelo presencial, porém com a quantidade de alunos por sala reduzida, com aulas por escalas, conforme o chamado modelo híbrido - como vemos no plano do Governo do Estado de Santa Catarina, citado apenas como exemplo do cenário (SANTA CATARINA, 2021).

Esse contexto se deve pela baixa quantidade de vacinas disponíveis. Até o dia 15 de junho de 2021 apenas 11,21% da população brasileira havia recebido a segunda dose da vacina - condição necessária para imunização, conforme dados do consórcio de veículos de imprensa a partir de dados das secretarias estaduais de Saúde[1]. Ainda nesse modelo, diversas escolas precisam interromper as aulas presenciais por suspeitas e até mesmo confirmações de casos de COVID-19 no seu grupo escolar, retornando ao ensino remoto emergencial.

Existem estudos que retratam o ensino remoto emergencial. A pesquisa de Ferreira et al (2020) apresenta como consequência desse regime a pouca interação entre os estudantes e o professor e a proposição de atividades menos críticas. Já Barreto e Rocha (2020) mostram que “A preocupação maior nesse momento é cumprir a quantidade de dias letivos e a nova forma de como o calendário escolar será reorganizado” (BARRETO; ROCHA, 2020, p. 6). Ambas as situações são abordadas pela AS, ou seja, ela nos auxilia na compreensão de que

[1] Mapa da vacinação contra Covid-19 no Brasil. Consórcio de veículos de imprensa a partir de dados das secretarias estaduais de Saúde. G1. Disponível em: https://especiais.g1.globo.com/bemestar/vacina/2021/mapa-brasil-vacina-covid/. Acesso em: 15 jun. 2021.

o cumprimento do período de estudos para uma disciplina é fundamental, mas poucas são as discussões de como esse tempo é aproveitado, considerando o trabalho de aprendizagem dos estudantes em atividades que sejam potenciais para o desenvolvimento de conhecimentos e não meras reproduções ou memorizações (BALDINO, 1998).

Com isso, surge o questionamento: quais as possibilidades em assumir a AS como proposta de ensino na disciplina de Cálculo na perspectiva remota? Portanto, o objetivo deste artigo é apresentar e analisar duas aulas de Cálculo I ministradas em regime remoto, no Curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição de ensino superior pública de Santa Catarina, com base na AS. Em específico verificar se e como é possível preservar os elementos da AS em aulas ministradas nessa conjuntura.

Assimilação Solidária

Nas disciplinas de Cálculo, geralmente, o domínio de técnicas e algoritmos prevalece, a aprendizagem é medida pela memorização e a avaliação se centra na correta reprodução dessas técnicas e desses algoritmos. Essa perspectiva de ensino e aprendizagem é nomeada, por Baldino (1998), de Ensino Tradicional Vigente (ETV), a qual tem centralidade no professor e no conteúdo, tendo como cerne um contrato de trabalho implícito, que mantém professor e estudantes atuando de acordo com esses pressupostos (BALDINO, 2001). Esse contrato é responsável pela falsa ideia de que os estudantes aprovados são aqueles que desenvolveram conhecimento do conteúdo específico abordado – os reprovados são os que não sabiam o conteúdo. Porém, como uma proposta de rompimento com o ETV, a AS, desenvolvida pelo mesmo autor, mostra que, na verdade, os acordos do ETV são subsidiários ao conhecimento. Nesse sentido, frequentemente, os estudantes aprovados são aqueles que memorizaram resoluções, estudaram as questões previamente escolhidas como candidatas para avaliação ou responderam seguindo os procedimentos anteriormente mostrados pelo professor no quadro. No atual contexto remoto, ainda podemos incluir a entrega das atividades, o registo em plataformas digitais de comparecimento à aula, sem preocupação com o que foi produzido pelos estudantes e sua relação com os objetivos de aprendizagem.

Em contrapartida, o que defendemos, em concordância com Baldino (2001), por meio da AS, é que o ambiente da sala de aula e suas relações sejam embasadas por meio de um contrato de trabalho explícito. Esse contrato, aprovado de forma democrática, evidencia as formas de trabalho e promoção dos estudantes, como critério subsidiário às notas atribuídas pelas avaliações. Desse modo, o ponto central é que o tempo de aprendizagem em grupo seja um critério avaliativo. Na AS "o foco da aprendizagem está no aluno, contrapondo o ETV, cujo principal foco é no conteúdo e no professor" (SILVA, 1997, p. 14). A sala de aula está em AS se houver: "[...] a medida da duração e a avaliação da qualidade do trabalho de aprendizagem como critério subsidiário de aprovação explícito, independente dos critérios de avaliação de conteúdo" (BALDINO, 2001, p. 2).

Esses aspectos nos mostram que a AS não tem relação com a quantidade de atividades realizados ou com o "produto final" alcançado. Volta-se o olhar, então, ao comprometimento do grupo no estudo dos conteúdos, chamado de trabalho de aprendizagem, que ocorre quando assumimos a ideia de que "aprende-se falando, ensina-se ouvindo" (BALDINO, 2001, p. 13).

Nessa perspectiva, o professor é mediador, o que não significa que seja mero espectador da sala de aula, pelo contrário, é ator fundamental para implementação da AS, assumindo-a como postura epistemológica e metodológica. Além disso, durante o trabalho dos grupos o professor acompanha o raciocínio dos integrantes, ouve as suas discussões, propõe que expliquem suas respostas e contribui com direcionamentos, porém sem dar respostas às questões, ou seja, "Eu vou de grupo em grupo, atendendo aos chamados e fornecendo a cada um a explicação adequada no momento em que surge a dúvida" (BALDINO; FRACALOSSI, 2012, p. 404). Isso mostra que ele está em movimento durante toda a aula, acompanhando o desenvolvimento dos grupos e podendo, ao final, fazer um retrospecto do trabalho do dia.

Aos estudantes cabe trabalhar os temas abordados em seu grupo e promover o diálogo, entendendo-o como parte fundamental do processo de aprendizagem. Assim, tem-se a possibilidade do estudo colaborativo dos conteúdos, em tempos e formas diferentes para cada um (CABRAL, 1997). O estudo é feito com base nas fichas de trabalho que apresentam um cabeçalho com informações sobre a avaliação do trabalho produtivo do dia, com base no contrato de trabalho, e as atividades para a aula. Esta avaliação é feita pelo professor após a entrega da ficha pelos alunos. A escolha das atividades é uma parte importante da AS, pois estas devem propiciar e instigar a discussão entre os participantes. Por isso, também nessa escolha, ao professor cabe antecipar possíveis dificuldades dos estudantes, tentar mapear as possibilidades de respostas e os obstáculos particulares de cada conteúdo (ZIMDARS, 2018).

Em relação a avaliação do trabalho do dia, seguimos a proposta de Baldino (2001). Nela são apresentados os termos substanciais da AS por meio do contrato de trabalho que é aprovado e conhecido pelos estudantes. São eles: o trabalho em grupo com aprendizagem solidária - o qual tem relação direta com o cumprimento das regras estabelecidas democraticamente; supremacia do grupo de todos os alunos em relação aos indivíduos para discussão ou modificação de termos; exposição ou resolução de questões pelo professor apenas na parte final da aula, após o trabalho dos grupos, durante a plenária; e a introdução do ensino remedial - encontros fora do horário da aula, nos quais os estudantes discutem com o professor os problemas resolvidos e outros (BALDINO, 2001; SILVA, 1997).

Metodologia

Este artigo trata de uma pesquisa de cunho qualitativo (FLICK, 2009). Em relação aos procedimentos, é uma pesquisa participante (GIL, 2008), na qual o pesquisador e os investigados atuam de forma conjunta, contribuindo no processo como um todo. Os dados foram constituídos na disciplina de Cálculo I do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino superior de Santa Catarina durante o ano de 2020. Como se sabe, o período letivo de 2020 iniciou sem as restrições necessárias por conta da pandemia do coronavírus, o que possibilitou planejar a disciplina de Cálculo I tendo como foco a implementação da AS, mas de forma presencial. Desse modo, até a suspensão das atividades letivas presenciais, os estudantes já haviam trabalhado durante algumas semanas com a AS, conhecendo assim seus princípios, forma de trabalho, bem como sobre o conteúdo de limites correspondente ao tópico inicial da disciplina. A turma em questão contava com 26 estudantes.

Um dos princípios da AS é formação de grupos de trabalho homogêneos em relação aos conhecimentos prévios sobre o conteúdo a ser abordado. Assim, de acordo com os resultados obtidos em um teste inicial que avaliava conteúdos iniciais do Cálculo, os 26 estudantes foram divididos em três grandes grupos: notas iguais ou acima de seis, notas menores do que seis e sem nota. A partir disso, sem infringir o princípio de homogeneidade da AS, os próprios estudantes puderam escolher seus grupos - duplas ou trios.

Entretanto, a partir da determinação da suspensão das aulas presenciais e pela não obrigatoriedade inicial de participação em atividades remotas, bem como por faltas sucessivas, apenas 8 estudantes participaram das aulas que focalizamos nesta pesquisa, também formando três grupos: A, B e C, com os codinomes: A1, A2, A3; B1, B2, B3; e C1, C2.

As aulas tiveram como foco três atividades relacionadas ao conteúdo de limites fundamentais em uma ficha de trabalho, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Ficha de Trabalho

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I
Equipe:
Estudante avaliado: ____________; Estudante 2: ___________; Estudante 3: ____________
Peso do dia: ______ (de zero a 50%)
NOTA: _________ (de zero a dez)

- Itens individuais (X para sim): (   ) Faltou; (   ) Chegou atrasado; (   ) Saiu mais cedo; (   ) Não trouxe o material de consulta; (   ) Chamou o professor sem consentimento do grupo; (   ) Atrapalhou o grupo com questões paralelas; (   ) Não conhecia ou desrespeitou o contrato de trabalho;
- Itens do grupo: (X para sim): (   ) Nem todos os membros sabiam perguntar ou explicar o que já haviam feito; (   ) Não aguardaram a sua vez de atendimento; ( ) Trabalho feito de forma individual;

(   ) Tempo de efetivo trabalho (medido em horas).

FICHA DE TRABALHO – Propriedades e Limites Notáveis

1. Prove que $\lim\limits_{u\to 0}\dfrac{sen(u)}{u}=1$, explicando a demonstração.

2. Resolva os seguintes limites, destacando as propriedades ou limites notáveis utilizados em cada etapa:

2.1. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$

2.2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-e^{x}+1}{2x}$

2.3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{sen3x}{sen5x}$

2.4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{senx}$

2.5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\tan^2 x}{x^2}$ (usem uma identidade trigonométrica)

3. O Agiota de Roma (Adaptado de POMMER, 2006).

Um agiota empresta 1 dinar a juros de 100% ao ano a uma pessoa. Ao final de um ano, a pessoa encontra o agiota, devolvendo 1 + 1 = 2 dinares. O agiota, achando injusta tal situação, argumenta que tal valor é incorreto, afirmando que: Se dividirmos o ano em dois semestres, deveria pagar, depois de seis meses, a quantia de 1 dinar + 50% de 1 dinar = 1,5 dinares. Em mais um semestre, o montante devido se comporia em: 1,5 dinar + 50% de 1,5 dinar = 2,25 dinares.
O agiota continua argumentando que, se o ano fosse subdividido em 4 trimestres, o valor devido ao final de cada trimestre, seria outro.
1. Com base nisso, determine uma função que estabeleça uma relação entre o montante final devido e o período de capitalização (mensal, diário, ...).
2. Qual o limite dessa função quando o período de capitalização tende a zero, ou seja, o número de períodos cresce indefinidamente?
3. Faça o gráfico.

Fonte: dos autores, 2020.

Os dados da pesquisa foram constituídos a partir de duas fontes: gravação dos encontros e análise do material escrito produzido pelos estudantes na resolução das atividades propostas (Quadro 1). Para analisarmos estes dados utilizamos os procedimentos da Análise Textual Discursiva (ATD) (MORAES; GALIAZZI, 2011), que é compreendida como um método analítico de informações textuais de natureza qualitativa organizado em torno de quatro principais etapas: unitarização, categorização, produção de metatextos e comunicação.

Dessa forma, procedeu-se inicialmente com leituras do corpus em busca da produção de novas compreensões sobre o fenômeno estudado, culminando na unitarização, que compreendeu a desconstrução dos textos, explorando unidades com significados particulares. Em seguida, as unidades com significados próximos deram origem às categorias de análise. Esse movimento propiciou a emergência das categorias: (i) regras da AS e as intercorrências do modelo remoto; (ii) processos de resolução das atividades

A categoria (i) regras da AS e as intercorrências do modelo remoto diz respeito às relações dos estudantes com as regras estabelecidas coletivamente no contrato de trabalho, de acordo com os princípios da AS, ainda descreve e analisa quais as consequências para o seu cumprimento, ou não, na conjuntura remota. Já a categoria (ii) processos de resolução das atividades refere-se, dentro do contexto da AS, à avaliação das formas de resolução desenvolvidas pelos grupos e às discussões que estas atividades suscitaram.

Na sequência, procedemos com a construção dos metatextos descritivos e interpretativos para “construir compreensões a partir de um conjunto de textos, analisando-os e expressando a partir dessa investigação alguns dos sentidos e significados que possibilitam ler" (MORAES; GALIAZZI, 2011, p. 14). Nesta etapa, trazemos unidades de significado para fortalecer os argumentos desenvolvidos e construídos, materializando assim a fase de comunicação das ideias, última etapa da ATD.

Análise dos dados

A categoria (i) regras da AS e as intercorrências do modelo remoto se direcionam aos termos que apresentamos e discutidos com os estudantes no início da disciplina com base nos princípios básicos deste contrato. Esses princípios pautam as relações entre os participantes, os objetivos do rompimento com o ETV e as formas de avaliação. Os princípios básicos são:

> 1º Promoção por avaliação do processo de trabalho, não do produto final;
> 2º Medida da duração do trabalho produtivo, não da competência atingida;
> 3º Aumento da competência média da turma, não da máxima de alguns;
> 4º Acompanhamento do raciocínio, não correção do trabalho;
> 5º Exposições após o trabalho dos alunos sobre conteúdos da ementa;
> 6º Grupos Homogêneos: a sala de aula será dividida em grupos de 3 ou 4 alunos, sem possibilidade de trabalho individual, segundo o critério de aproveitamento do pré-teste realizado na disciplina;
> 7º Supremacia do Grupão (sala toda) em relação aos grupos e, destes, em relação aos indivíduos;
> 8º Qualquer alteração nas regras deverá ser proposta para o Grupão – sala toda – e votada por ele, incluindo o professor (BALDINO, 2001, p. 15).

Nesse sentido, inicialmente, destacamos que o tempo de duração para desenvolver a ficha de trabalho foi de dois encontros de duas horas cada, o que se mostrou como uma das características da adaptação da proposta ao modelo remoto. Esses encontros ocorreram por meio da plataforma *Google Meet* com três salas, uma para cada grupo, com o professor transitando entre elas, com exceção da parte inicial da aula e da plenária, na parte final, quando todos os estudantes se reuniram em uma única sala. A ficha de trabalho havia sido planejada, inicialmente, para uma aula de três horas de forma presencial, porém precisou dessa adaptação por conta do menor tempo que os estudantes podiam ficar em atividades síncronas. Sendo assim, as aulas foram realizadas em dois encontros síncronos, ficando a plenária para o final do segundo. Ao final do segundo encontro os grupos enviaram as suas resoluções por meio da plataforma *Google Classroom*.

Além disso, uma das principais intercorrências foi em relação ao sexto princípio: "*Grupos Homogêneos: a sala de aula será dividida em grupos de 3 ou 4 alunos, sem possibilidade de trabalho individual, segundo o critério de aproveitamento do teste inicial* *realizado na disciplina*", pois não se pode prever quantos e quais alunos compareceriam às aulas remotas. Esse aspecto fez com que fosse necessária a reorganização dos grupos. Nesse momento, o professor sugeriu que a divisão fosse feita de acordo com o trabalho das últimas fichas trabalhadas em aulas anteriores e relativas a outros conteúdos. Apenas três alunos manifestaram-se por meio de áudio, os demais ficaram com câmeras e áudios desligados. Uma das considerações feitas pela aluna A3:

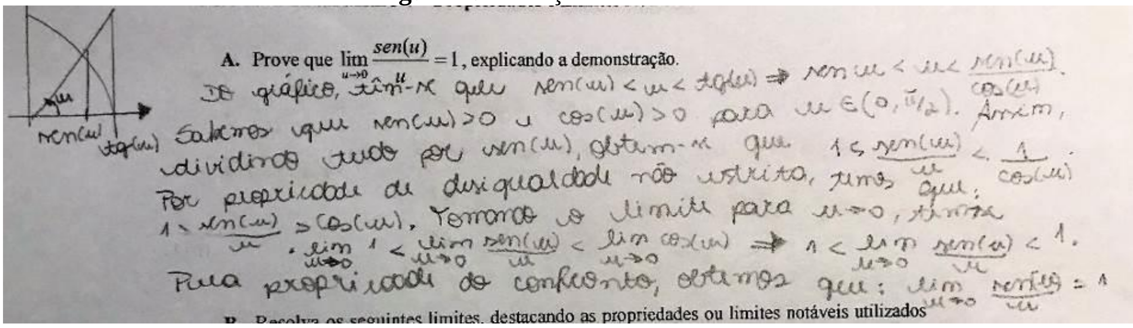
> *"Assim, professor, né? A (nome de uma aluna) não vai mais participar, nosso grupo era eu, ela e a (nome de outra aluna). Elas vão esperar voltar [as aulas presenciais]. Mas então não quero esperar... é que, eu não quero acumular coisas depois. Eu posso fazer com a equipe da (nome de uma terceira aluna presente na aula) e depois voltar com o meu grupo? Porque o dela também tá só as duas aqui.*

A outra manifestação foi da estudante A1 concordando com a fala da estudante A3, e o estudante C2 relatando que seu grupo, no caso dupla, estava na aula. O professor tentou mediar a discussão retomando os princípios da AS e a sua importância. Também mostrou preocupação com o baixo número de estudantes presentes, uma vez que a aula iniciou apenas com cinco pessoas e depois, por conta de mensagens enviadas por telefone aos estudantes, mais três entraram na sala.

Desse modo, o professor não visualizou outra alternativa e colocou em votação a constituição de outros grupos, sem definição sobre o que aconteceria em um possível retorno presencial. Todos os presentes manifestaram concordância com a seguinte divisão, proposta por eles: Grupo A - duas pessoas do grupo original e a terceira, conforme relato acima, compõe o grupo, pois tem afinidade com as integrantes; Grupo B - três pessoas que vieram de grupos distintos, se reuniram por falta de outros participantes; Grupo C - duas pessoas de um grupo original.

Entendemos que a quebra dos princípios do contrato de trabalho, se deu no grupo B que tinha participantes com perfis de estudos distintos. O que já era previsto, pois as atividades acabaram sendo resolvidas de forma individual. Como vemos, o estudante B1 explica a sua resolução com auxílio de um gráfico, tornando claro os procedimentos para poder escrever a relação $sen(u) < u < \tan(u)$, enquanto os estudantes B2 e B3 apenas apresentaram uma demonstração digitada - sem explicações ou compreensões particulares.

Figura 1: resolução do estudante B1



A. Prove que $\lim_{u \to 0} \frac{sen(u)}{u} = 1$, explicando a demonstração.

Do gráfico, tem-se que $sen(u) < u < tg(u) \Rightarrow sen\, u < u < \frac{sen(u)}{cos(u)}$.
Sabemos que $sen(u) > 0$ e $cos(u) > 0$ para $u \in (0, \pi/2)$. Assim, dividindo tudo por $sen(u)$, obtem-se que $1 \leq \frac{sen(u)}{u} < \frac{1}{cos(u)}$.
Por propriedade de desigualdade não estrita, temos que: $1 > \frac{sen(u)}{u} > cos(u)$. Tomando o limite para $u \to 0$, temos $\lim_{u \to 0} 1 < \lim_{u \to 0} \frac{sen(u)}{u} < \lim_{u \to 0} cos(u) \Rightarrow 1 < \lim_{u \to 0} \frac{sen(u)}{u} < 1$.
Pela propriedade do confronto, obtemos que: $\lim_{u \to 0} \frac{sen(u)}{u} = 1$

B. Resolva os seguintes limites, destacando as propriedades ou limites notáveis utilizados

Fonte: dados de pesquisa, 2020.

Sobre isso Baldino (2001, p.5) diz que: “O grupo deve ser heterogêneo em tudo, porém homogêneo na tarefa. Se um dos elementos já sabe, não há tarefa grupal e a farsa do ETV fica transposta ao grupo, um ensinando e os outros fingindo que aprendem”. O que de fato aconteceu e poderia ter acontecido de forma presencial também. Porém, no segundo caso, o professor, em diálogo com o grupo, tem condições de esclarecer os objetivos da AS, podendo redefinir a divisão, com anuência dos envolvidos.

Após a parte inicial, o professor explicou que os grupos deveriam acessar links específicos para trabalharem em diferentes salas. Nesse momento toma forma a dificuldade encontrada em relação ao segundo princípio do contrato de trabalho: “*Medida da duração do trabalho produtivo, não da competência atingida*”. Os participantes preferiram trabalhar por aplicativos de mensagens de texto, mas o professor justificou que não teria como mediar as discussões conforme os princípios da AS, uma vez que não teria como saber, por mensagens de texto, como os integrantes estavam raciocinando. Nesse caso, a dificuldade foi parcialmente contornada, porém os grupos mantiveram as câmeras e microfones fechados a maior parte do tempo, dando apenas direcionamentos do seu trabalho, como o excerto do estudante C2 mostra: “*Vamos agora ler a página 129 do livro, lá tem a demonstração, a gente tenta entender. O (nome de aluno) caiu, mas ele entra e pergunta e a gente explica que tá tentando demonstrar*”.

Nesse sentido, tornou-se complexo avaliar qual parte das aulas de fato se constituiu como trabalho produtivo de aprendizagem. Poucas eram as perguntas feitas pelos grupos e o professor não se sentiu à vontade em chamá-los propondo questionamentos sobre as atividades. Junto a isso, durante a plenária, na parte final da aula, também houve dificuldades em acompanhar e propor direcionamentos de forma geral, pois os indicativos dos trabalhos de cada grupo se limitavam aos curtos diálogos que foram mantidos.

Em relação à segunda categoria, processos de resolução das atividades, podemos ter duas perspectivas de análise. No caso da análise por meio dos princípios do ETV, poderíamos considerar que o resultado foi positivo, pois os três grupos resolveram corretamente as duas primeiras questões. A última questão não foi resolvida por falta de tempo, conforme alegação dos participantes. Para o ETV o objetivo do trabalho teria sido atingido, uma vez que a maior parte das atividades foi realizada com sucesso. Porém, quando nos debruçamos sobre os dados por meio da AS, o foco de análise não é a quantidade de questões feitas ou o número de acertos, mas o modo pelo qual os estudantes solidariamente estudaram os conteúdos apresentados nas atividades (BALDINO, 2001).

Dessa forma, embora a questão 1 tenha sido resolvida corretamente por todos os participantes, suscitou pouca discussão nos grupos. No grupo A apenas em um momento houve intervenção do professor, quando a equipe não entendeu a validade da desigualdade entre os termos da demonstração. O professor solicitou que a equipe apresentasse o seu desenvolvimento por foto e, a partir disso, conseguiu instigar o grupo perguntando: "*Vocês lembram do ciclo trigonométrico? [respondem que sim] Então, voltem nele, no material em PDF e percebam por lá as relações, antes de pensar na demonstração em si*". Após esse momento, porém, o grupo apresentou apenas a demonstração feita, sem explicitar de forma escrita esse movimento de compreender outros elementos e explicá-los.

Os outros dois grupos, B e C, tiveram formas de resolução similares ao A. A única diferença se refere ao participante B1 que na escrita justificou e explicou o desenvolvimento, como é possível ver na Figura 1. Entretanto, como já mostrado, esse mesmo raciocínio não foi feito pelos demais participantes do grupo, B2 e B3 - que apenas apresentaram a demonstração digitada. O grupo C, composto por C1 e C2, apenas apresentou a demonstração, também sem explicar os processos realizados. Ambos os grupos não solicitaram mediação do professor.

Acerca da questão 2, todos os participantes também acertaram os cinco itens propostos, que envolvia técnicas de cálculo de limites fundamentais. Na resolução desta questão, diferentemente da anterior, houve mais solicitações para mediação do professor. Apenas o grupo A iniciou a resolução no primeiro encontro, os demais iniciaram no segundo. As dúvidas se direcionaram às manipulações algébricas necessárias para resolvê-la, que são percebidas quando os participantes dizem: "*Professor, queríamos saber se na questão cinco [da segunda questão] é possível multiplicar pelo inverso do denominador*" (C1).

Desse modo, o grupo A resolveu colaborativamente todos os itens. Já os grupos B e C não apresentaram comentários e anotações sobre os estudos realizados. Em um primeiro olhar esse aspecto mostraria que não encontraram obstáculos nos conhecimentos necessários para a resolução das questões. Porém, isso é contraditório, uma vez que, como mencionado, durante as mediações os estudantes se sentiram inseguros em relação a algumas manipulações algébricas realizadas. Assim, como vemos, o objetivo dos grupos estava direcionado para a finalização correta das questões, sem preocupação com discussões sobre o tema, o que Baldino (1994) chama de artifícios bem estruturados do ETV que são difíceis de serem superados.

No tocante a questão 3, todos os estudantes - com exceção do estudante B1 que iniciou a resolução corretamente, mas de forma individual - deixaram em branco, com alegação, durante a plenária, de falta de tempo. Porém, o que se percebeu é que os grupos usaram demasiado tempo na questão 2, esperando o professor responder questionamentos de outros grupos, sem avançar, como se aguardassem a confirmação certo/errado para finalizarem os itens. Além disso, a questão 3, mais complexa, não imediata, foi deixada para os minutos finais da aula.

Considerações finais

Retomando o objetivo deste artigo - apresentar e analisar duas aulas de Cálculo I ministradas em regime remoto, no Curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição de ensino superior pública de Santa Catarina, com base na AS - percebemos que a AS assumiu características do ETV. Essa afirmação é feita de acordo com algumas situações analisadas que descaracterizaram a AS, mesmo que causadas por fatores que não podiam ser diretamente controlados.

A primeira está relacionada com a realização, pelos estudantes, de uma parte das atividades apenas para atingir a nota mínima necessária. A questão 1 foi pouco explorada pelos grupos, que se preocuparam em apenas finalizar a questão, apresentando a demonstração tal como aparece nos materiais de consulta. A ênfase foi dada a questão 2, no qual os estudantes, de forma conjunta, tentaram simplificar as expressões e aplicar os limites fundamentais. A questão 3 não foi resolvida pelos participantes. Os três itens da atividade eram importantes para o estudo desse conteúdo, mas para o ETV esse argumento não existe. Baldino (1998) analisou situações similares em contextos da AS, evidenciando que nesse caso cabe ao professor problematizar e retomar os objetivos da AS, de modo com que os estudantes parem com trabalhos de cópia ou aplicação simples de técnicas e se debrucem sobre o seu próprio conhecimento em constituição. Todavia, no contexto remoto não foi possível, uma vez que a comunicação com os grupos não era direta, limitando-se ao momento que se sentiam à vontade para abrir o microfone.

Outro aspecto que descaracterizou a AS se mostrou em relação a dificuldade, por parte do professor, para avaliar o tempo de trabalho dos grupos e o processo - em detrimento do “produto final”. Silva (1997) fala da importância de o professor estar atento ao trabalho dos grupos para que estes elementos possam ser avaliados de modo a contribuir com as aprendizagens dos estudantes. Nesse caso, como nas outras análises feitas neste artigo, não tivemos como objetivo culpabilizar os estudantes e o professor, pois as diferentes realidades dos participantes não permitiram estarem nas aulas síncronas, ficarem o tempo total destinado à disciplina, comunicarem-se por microfone/câmera. Porém, o que evidenciamos com isso é que o ensino remoto emergencial, nesse contexto, foi pautado nos princípios do ETV, com a ideia de que se aprende copiando e entregando as questões resolvidas e que o diálogo entre estudantes e o professor não tem contribuições para aprendizagem, contrapondo a AS.

Todavia, mesmo descaracterizada, a AS contribuiu com o contexto remoto vivenciado. Ela expôs aos estudantes, durante a plenária e nos momentos iniciais da aula, os aspectos do ETV, suas farsas e preocupações enfadonhas com prazos, quantidade de problemas resolvidos. Nesse caso, ela assumiu uma postura delatora dos problemas do ETV e as consequências deles na aprendizagem dos estudantes. Também possibilitou, mesmo que seja de forma tímida e não para todos, momentos de trabalho de aprendizagem de forma coletiva, dentro das possibilidades dos estudantes no ensino remoto.

Por fim, após um tempo da execução das aulas em regime remoto, o Conselho Superior da instituição permitiu que cada professor escolhesse se continuaria com a oferta de disciplinas. Assumindo a AS como postura não apenas metodológica, o professor incumbiu os estudantes dessa decisão, tendo sido votada pela maioria a paralização das atividades remotas naquele momento. Logo, mesmo com os percalços, entendemos que a versão da AS remota foi a melhor possibilidade que o professor dispunha nesse contexto.

Referências

BALDINO, R.R. Assimilação Solidária onze anos depois. **Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática**. Unesp: Rio Claro, 1994.

BALDINO, R.R. Assimilação Solidária**. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática.** Unesp: Rio Claro, 2001.

BALDINO, R.R. Assimilação Solidária: escola, mais-valia e consciência cínica **Educação em Foco,** Juiz de Fora, v.3, n. 1, p. 39-65, mar. /ago. 1998.

BALDINO, R.R; FRACALOSSI, A.L. A História da Derivada Mariana: uma experiência didática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.26, n. 42B, p. 393-407, abr. 2012.

BARRETO, A.C.F; ROCHA, D.S. Covid 19 e educação: resistências, desafios e (im)possibilidades. **Revista Encantar**, Bom Jesus da Lapa, v. 2, n. 1, p. 01-11, 2020.

CABRAL, T. C. B. Metodologias Alternativas e suas Vicissitudes: ensino de matemática para engenharias. **Perspectivas da Educação Matemática (UFMS)**, Campo Grande, v. 8, n. 17, p.208-245, 2015.

FERREIRA, L.A; CRUZ, B; ALVES, A; LIMA, I. Ensino de Matemática e Covid-19: práticas docentes durante o ensino remoto. **Em Teia**, Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v. 11, n. 2, p. 1-15, 9 out. 2020.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GIL, A. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2008.

Mapa da vacinação contra Covid-19 no Brasil. Consórcio de veículos de imprensa a partir de dados das secretarias estaduais de Saúde. G1. Disponível em: https://especiais.g1.globo.com/bemestar/vacina/2021/mapa-brasil-vacina-covid/. Acesso em: 15 jun. 2021.

MORAES, R; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. Ijuí: Unijuí, 2011.

POMMER, W. M. **O Número de Euler**: Possíveis Abordagens no Ensino Básico. Seminários de Ensino de Matemática: SEMA, FEUSP, 2010.

SANTA CATARINA. **Decreto nº 1153**, de 15 de fevereiro de 2021. Altera o art. 5º do Decreto nº 1.003, de 2020, que regulamenta a Lei nº 18.032, de 2020, que dispõe sobre as atividades essenciais no Estado de Santa Catarina, e estabelece outras providências. Florianópolis, 2021.

SILVA, M.R.G. **Avaliação e trabalho em grupo em assimilação solidária**: análise de uma intervenção. 1997. 215f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

ZIMDARS, E.R. **Pedagogia da Assimilação Solidária**: Desafios e Possibilidades no Processo de Ensino e Aprendizagem de Limites. 2018. 203 f. Dissertação (Mestrado em

Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

Avaliação Diagnóstica Auxiliada por Computador: Identificação das dificuldades dos alunos dos cursos de engenharia na resolução de problemas com Derivadas

Computer-Aided Diagnostic Assessment: Identification of engineering course student's difficulties in solving problems with Derivatives

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa
Universidade Luterana do Brasil
iaqchan@hotmail.com

Resumo

O problema desta investigação foi como implementar um sistema de avaliação diagnóstica que possibilite identificar as dificuldades para a resolução de problemas envolvendo o conceito de Derivadas dos alunos de engenharia, identificando o que não se aprendeu e porque não se aprendeu, dentro do contexto da autogestão do conhecimento, no qual o aluno é o protagonista do seu processo de aprendizagem. O objetivo geral foi investigar um modelo de avaliação diagnóstica fundamentado na análise de erro, executável em um sistema de avaliação computacional. Para o objetivo proposto foram desenvolvidos: a avaliação diagnóstica auxiliado por computador denominada como ADAC; o banco de questões composto de 79 itens para as avaliações Matemática (envolvendo manipulações algébricas) e Resolução de Problemas (envolvendo resolução de problemas com os conceitos de Derivadas). Para validação do ADAC foi realizado um estudo qualitativo através de um experimento com trinta e nove alunos dos cursos de graduação em engenharias, matriculados nas disciplinas de Cálculo, da Universidade Luterana do Brasil campus Canoas. Para validação dos itens de avaliação foram analisadas as respostas das avaliações Matemática e Resolução de Problemas, armazenadas no banco de dados do ADAC, e os depoimentos dos participantes do experimento. Os resultados apontam que o ADAC identificou satisfatoriamente as dificuldades matemáticas associadas às habilidades e competências gerais necessárias a resolução de problemas com Derivadas, dos alunos participantes do experimento.

Palavras-chave: Ensino Superior; Derivadas; Avaliação Diagnóstica por Computador.

Abstract

The problem of this investigation was how to implement a diagnostic evaluation system that makes it possible to identify the engineering student's difficulties in solving problems involving the concept of Derivatives. The goal was to identify what was not learned and why it was not learned, within the context of self-management of the knowledge, in which the student is the protagonist of their learning process. The general goal was to investigate a diagnostic evaluation model based on error analysis and executable in a computational evaluation system. For the proposed goal, the following were developed: computer-aided diagnostic assessment called ADAC; the questions database, composed of 79 items for the *Mathematics* assessments (involving algebraic manipulations) and *Problem Solving* (involving problem-solving with Derivatives concepts) assessments. To validate the ADAC, a qualitative study was carried out through an experiment with thirty-nine undergraduate engineering students enrolled in the disciplines of Calculus, at the University Luterana do Brasil campus Canoas. For validation of the evaluation items, the answers of the Mathematics and Problem Solving evaluations, stored in the ADAC database, and the testimonies of the participants of the experiment were analyzed. The results show that the ADAC has satisfactorily identified the mathematical difficulties associated with the general skills and competences necessary to solve problems with Derivatives, of the students participating in the experiment.

Keywords: University education; Derivatives; Computer Diagnostic Assessment.

Introdução

Os cursos superiores de engenharias têm nas ciências exatas, como a matemática, a física e a química, os aportes teóricos fundamentais para o desenvolvimento e formação dos profissionais técnicos. Um aspecto importante a ser trabalhado, nos cursos superiores de graduação em engenharia, é a compreensão dos fenômenos e a competência de representação através de modelos matemáticos. Para a construção de tais modelos, é necessário o domínio de conceitos matemáticos, como as funções reais e suas características de valor, de variabilidade/permanência e suas (REZENDE, 2003).

Parte desses conceitos são desenvolvidos no ensino fundamental e no ensino médio, na disciplina de matemática. Contudo, para vários alunos, ao ingressarem no nível superior, há a necessidade da retomada desses conceitos, pois eles são requisitos para a compreensão e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, indispensáveis para a formação nos cursos superiores de engenharias.

Se por um lado tem-se a consciência da necessidade do conhecimento matemático relativo a funções, por outro, surge a preocupação com a falta de domínio sobre o tema. Destaca-se que por vezes as aplicações desse conhecimento não são devidamente realizadas, apresentando o que é comumente denominado como erro. Estudos como os realizados por Cury (2003), Borasi (1996), Barufi (1999), Barichello (2008), analisando os erros matemáticos dos estudantes, apontam a relevância na realização de estudos para a identificação das causas geradoras, assim como a elaboração de estratégias para a aprendizagem significativa dos conceitos estudados.

Competências matemáticas dos engenheiros

Para a Accreditation Board for Engineering and Technology (1999) o aluno deve ser capaz de identificar, formular e resolver problemas complexos de engenharia, aplicando princípios de engenharia, ciências e matemática. No Brasil, as DCN para Cursos de Graduação em Engenharia (BRASIL, 2019) estabelecem que os graduados do curso de graduação em Engenharia devem ser capazes de modelar os fenômenos, sistemas físicos e químicos, utilizando ferramentas matemáticas, estatísticas, computacionais e de simulação, bem como prever os resultados de os sistemas através dos modelos. Assim, a engenharia envolve a aplicação intencional de ciências matemáticas e naturais e um corpo de conhecimento, tecnologia e técnicas de engenharia.

Deste modo ser competente matematicamente influi no êxito da profissão, logo os conhecimentos matemáticos são relevantes para o desenvolvimento das competências exigidas para os egressos desses cursos. Alguns conceitos matemáticos são considerados conhecimentos gerais, como leitura matemática, uso de simbologia matemática, manipulação algébrica, conhecimentos elementares de geometria. Porém, outros são considerados de caráter complexo, como o uso da matemática na resolução de problemas e na modelagem matemática de situações-problema.

Apesar dos cursos de engenharia terem por objetivo o desenvolvimento das habilidades e competências matemáticas dos alunos, por vezes durante este processo ocorrem problemas que dificultam o pleno desenvolvimento das competências matemáticas necessárias ao exercício da profissão. Dentre os problemas destacados por pesquisas sobre o tema (CAVASOTTO, 2010; HOMA, 2018; REZENDE, 2003) destaca-se o pensamento variacional como sendo uma das competências que impactam nas dificuldades na resolução de problemas.

Análise de erros

Os erros aparecem nas produções devido as concepções equivocadas sobre aspectos fundamentais da matemática, pelo uso incorreto dos dados, pelo uso do modelo equivocado, pelo uso de procedimento equivocado sistematizado, incorrendo em manipulações algébricas, por não ter levado em conta as restrições estabelecidas na situação-problema, e outras razões como afirmam Cury (2003, 2007), Pochulu (2009) e Rico (1998). Para cada uma dessas razões, o erro, ou equívoco, aparece como uma evidência associada a uma causa, de modo que a análise do erro permite identificar o seu motivo, ou seja, quais são as dificuldades dos alunos na execução de determinadas atividades matemáticas.

Uma característica dos problemas matemáticos é que a resposta de um estudante pode ser classificada como certa ou errada e, mesmo quando é possível subdividir em soluções parciais, as respostas a elas ainda são do tipo certo ou errado (RICO, 1998). Colocando o foco de atenção nas respostas incorretas, identifica-se o erro como uma evidência da falta ou deficiência de um conhecimento, método ou processo, que leva o aluno, frente a determinada situação-problema, a responder incorretamente, sendo essa a premissa base para o desenvolvimento da presente pesquisa.

Entende-se que os erros são parte da produção dos alunos durante a aprendizagem da matemática e podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem (BORASI, 1996; CURY, 2003; REZENDE, 2003; RICO, 1998), pois, ao cometer um erro, o aluno expressa a incompletude do seu conhecimento, permitindo a interferência para levar à compreensão do que lhe falta.

Encaminhamentos Metodológicos

O conceito de variabilidade/permanência, estudado no Cálculo das derivadas, é composto e organizado como um conjunto de conceitos matemáticos que se relacionam entre si, com relações de dependências levando a situações nas quais a falta de domínio de um determinado conceito, considerado a priori, pode afetar a compreensão do conceito a posteriori. A perspectiva na qual o conceito das Derivadas é mais amplo e posteriori a outros, sendo necessário para a resolução de uma classe de problemas de engenharia, leva à pergunta que impulsiona essa pesquisa: *como implementar*[1] *um sistema de avaliação diagnóstica que possibilite identificar as dificuldades dos alunos de Engenharia n a resolução de problemas envolvendo o conceito de Derivadas*?

Metodologia da investigação

A investigação proposta visou desenvolver e validar um sistema de avaliação diagnóstica, fundamentado na análise de erro, com suporte nas tecnologias digitais, capaz de identificar os conceitos, prévios ou os associados à epistemologia do Cálculo, que estudantes dos cursos de engenharia não dominam e que dificultam a resolução de problemas que envolvem o conceito de Derivadas. Foi realizada uma pesquisa na perspectiva qualitativa, com enfoque de estudo de caso, uma vez que a mesma tem como foco a compreensão em profundidade dos fenômenos que acontecem no contexto investigado, segundo Triviños (2008).

Considerou-se o enfoque qualitativo, embora tenha sido utilizado valores quantitativos para melhor visualização e reflexão sobre os dados coletados permitindo uma

[1] Implementar está sendo utilizado no sentido de desenvolver, aplicar e avaliar.

análise mais fidedigna da relevância dos itens do banco de questões. Optou-se pelo enfoque do estudo pois a validação do sistema diagnóstico desenvolvido foi realizada através de um experimento realizado com um grupo de estudantes matriculados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral dos cursos de engenharias da Universidade Luterana do Brasil campus Canoas. Seguindo a resolução n° 510, de 07 de abril de 2016, a pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos e aprovada pelo parecer 2.928.987.

Análise de dados

Participaram do experimento 39 alunos das engenharias, sendo que 34 deles responderam a avaliação *Resolução de problemas*, 30 a avaliação *Matemática* e 25 destes responderam as duas avaliações. Foram analisadas as 1.647 respostas armazenadas no banco de dados do ADAC, buscando validar os itens de avaliação e, por consequência, o ADAC como um sistema diagnóstico eficiente para identificar as dificuldades dos alunos de engenharia na resolução de problemas com Derivadas.

Para uma análise global da avaliação *Matemática* e o grupo de participantes, apresenta-se na Tabela 1 o número de alunos que responderam incorretamente a pelo menos um item, a dois ou mais itens e a três itens. Tomando como referência os alunos que responderam incorretamente a três itens abordando o mesmo conteúdo, somente dois conteúdos estão abaixo de 30%, ordem das operações e a propriedade distributiva da multiplicação sobre a adição. Observa-se, também, que uma proporção considerável de alunos errou pelo menos um item para todos os conceitos, mas se considera que alguns erros podem ser provenientes de engano ou distração. Sendo assim o aluno deve dar atenção aos conteúdos que ele errou duas ou mais vezes.

Tabela 1: Número de alunos com respostas erradas por conteúdo matemático

Número de alunos que	**erram 1 item ou mais**		**erram 2 itens ou mais itens**		**erraram 3 itens**	
Expressões algébricas (potenciação)	27	90%	22	73%	18	60%
Expressões algébricas (ordem das operações)	22	73%	10	33%	6	20%
Expressões algébricas (propriedade distributiva da multiplicação sobre a adição)	23	77%	12	40%	8	27%
Expressões algébricas (simplificação com frações)	29	97%	25	83%	14	47%
Expressões algébricas (frações algébricas)	23	77%	19	63%	15	50%
Solução de equações não polinomiais	30	100%	28	93%	25	83%
Expressões algébricas (radiciação)	27	90%	22	73%	22	73%

Fonte: A pesquisa.

Para a avaliação *Resolução de problemas*, a Tabela 2 contabiliza o número de alunos que responderam incorretamente aos itens agrupados por conteúdos e conceitos cadastrados no ADAC. A primeira coluna contém o número de alunos que erraram pelo menos um item; a segunda apresenta o número de alunos que erraram dois ou mais itens; e a terceira coluna apresenta a proporção percentual da relação entre a primeira e a segunda coluna. Observa quantidades expressivas de alunos que erraram dois ou mais itens em conceito de variação (primeira derivada) e representações algébricas das funções notáveis, com 76% e 68%, respectivamente.

Tabela 2: Número de participantes que responderam incorretamente aos itens da avaliação *Resolução de problemas* agrupados pelos conteúdos e conceitos avaliados pelo ADAC

Dificuldades avaliadas pelo ADAC	**n° de alunos que erram pelo menos 1 item**	**n° de alunos que erram 2 ou mais itens**	**%**
Interpretação do enunciado	15	6	18
Modelagem do problema	23	8	24
Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	32	14	41
Representação geométrica e linguagem natural das cônicas	2	0	0
Representação algébrica das funções notáveis	33	23	68
Representação algébrica das cônicas	3	0	0
Relação de dependência	11	2	6
Conceito de valor	27	10	29
Conceito de variação derivada primeira	32	26	76
Característica de ponto crítico	29	3	9
Interpretação de derivada segunda	4	0	0
Cálculo das derivadas	30	18	53
Derivadas regra da cadeia	22	10	29
Cálculo de limite	18	0	0
Expressões algébricas (ordem das operações)	1	0	0
Expressões algébricas (simplificação com frações)	24	5	15
Equações não polinomiais	9	0	0
Expressões algébricas (potenciação)	20	7	21
Verificação do resultado no contexto	17	4	12

Fonte: A pesquisa.

Para a *Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis*, quase todos os alunos erraram pelo menos um item e quatorze erraram dois ou mais itens. Também se identifica que 33 alunos erraram pelo menos um item e 23 erraram dois ou mais itens associados a *Representação algébrica das funções notáveis*.

Para a compreensão na resolução de problemas envolvendo derivadas, considera-se imprescindível o conceito de funções e a capacidade de representação em diversas formas. Ressalta-se que o importante não é a conversão entre as representações, mas a compreensão e domínio do objeto matemático pelas suas representações.

Os resultados apontam para a falta de domínio do conceito de funções ao observar a quantidade de alunos que erraram pelo menos um item com resposta associada a dificuldades no *conceito de valor* e *conceito de variação derivada primeira*: 27 e 32 alunos, respectivamente. Levando em conta os que erraram dois ou mais itens, observa-se dez alunos para o *conceito de valor* e 26 alunos para o *conceito de variação derivada primeira*. Esses números reforçam as prováveis dificuldades do grupo relacionadas à compreensão da função de uma variável independente.

Verifica-se também que dos 34 alunos que responderam à sequência para o cálculo de derivadas (regra da cadeia), com 22 alunos respondendo incorretamente a pelo menos um item e, dentre eles, dez respondendo incorretamente a dois ou mais itens, representando 29% do total de alunos participantes. Cabe ressaltar que as respostas do tipo *não sei* contabilizam como dificuldades no Cálculo de Derivadas, e não em Derivadas Regra da Cadeia.

Analisando em conjunto as dificuldades identificadas como *Cálculo de derivadas* e as *Derivadas Regra da cadeia*, trinta alunos erraram pelo menos uma questão e 26 alunos tiveram dois ou mais erros, totalizando 76% dos participantes do experimento com a avaliação Resolução de problemas. Esse percentual evidencia que, mesmo aprovados nas disciplinas de Cálculo I, onde são apresentados a esses conteúdos, os alunos continuam com dificuldades no cálculo de Derivadas.

Em se tratando da resolução de problemas, ficou evidente que os alunos apresentam dificuldades na identificação e na representação de funções, o que dificulta o discernimento do uso da função ou da sua derivada. Os resultados apontam para um procedimento padrão, utilizando os dados fornecidos no enunciado, valorando indiscriminadamente as funções sem avaliar a necessidade ou não do uso da derivada da função.

Os dados provenientes do questionário de perfil identificam que mais de 50% dos alunos não ingressaram no Ensino Superior logo após terminarem o Ensino Médio, trabalham 40 horas semanais e foram aprovados com média entre 6 e 7 na disciplina de Cálculo 1.

Considerações finais

Como Pochulu (2009) afirma, não basta dizer ao aluno qual é o caminho correto ou qual a solução. Como sujeito ativo do seu processo de aprendizagem, o aluno deve participar de forma efetiva da superação das suas dificuldades geradoras dos erros matemáticos durante a resolução dos problemas. Deve-se, então, tornar o erro um objeto observável ao aluno, de maneira que ele possa interagir e, eventualmente, superá-lo (PINTO, 2000). Nessa perspectiva, o ADAC pode ser considerado válido como uma avaliação do aluno e para o aluno, dentro do contexto da autogestão do conhecimento, no qual o ele é o protagonista do seu processo de aprendizagem, sendo uma ferramenta útil para que ele identifique suas dificuldades matemáticas.

Como informação secundária das análises dos dados, tem-se que o desempenho dos participantes desta investigação corrobora os resultados das pesquisas de Cavasotto (2010), Cury (2003; 2006), Ferreira e Brumatti (2005), que apontam os problemas com os conteúdos da Educação Básica, tais como simplificação, fatoração, potenciação, radiciação e resolução de equações, como as principais causas dos erros na resolução de questões de Cálculo.

Ao término das análises das avaliações, verificou-se um número significativo de respostas incorretas, principalmente na avaliação Matemática. Os itens da avaliação Matemática requeriam a aplicação de regras e propriedades algébricas estudadas no Ensino Fundamental e Médio, devendo esses serem dominados pelo aluno ao ingressar no Ensino Superior. Mas, pelos resultados da pesquisa realizada, ficaram evidentes as dificuldades matemáticas do grupo com a maioria dos conceitos avaliados.

Ressalta-se que, na avaliação Resolução de problemas, o desempenho geral do grupo evidencia problemas nas conversões de representações, com os alunos sendo capazes somente de identificar as funções nas suas formas protípicas, ou seja, as funções são identificadas quando não sofrem nenhuma transformação, seja na forma gráfica ou algébrica. Sendo o objeto matemático acessado pela sua representação, pode-se inferir que alguns alunos não têm estruturado o conceito de funções. Isto se reflete nas estratégias utilizadas para resolver os problemas envolvendo Derivadas, com um número considerável de alunos – 76% – que responderam incorretamente aos itens de avaliação para os quais era necessário distinguir entre usar a função ou a derivada da função, para resolução do problema.

Os dados armazenados no banco de dados do ADAC diferem da produção escrita na sua forma, mas são carregados de informação sobre o conhecimento do aluno. Compreende-se que o item de múltipla escolha, de certa maneira, guia o aluno, ao restringir as opções para a expressão do seu conhecimento, mas a inclusão das opções de respostas não sei, não entendi, não sei fazer, não tenho certeza, permitiu que os alunos afirmassem categoricamente que seu conhecimento é inadequado em relação ao objeto de avaliação.

Um dos receios era de que as opções de respostas do tipo *não sei*, não fossem consideradas ou não fossem selecionadas pelos alunos participantes do experimento, frente ao fato de eles estarem habituados à seleção aleatória da opção de resposta, conhecida como “chute”, quando não sabem a resposta correta em avaliações seletivas, como as realizadas durante os cursos de formação. Os resultados mostram que os participantes não hesitaram em utilizá-las, representando 19% de todas as respostas analisadas, validando-as como uma importante fonte de informação sobre o conhecimento do aluno, ao declarar explicitamente a inadequação do conhecimento sobre o objeto de avaliação.

Conclusão

Considera-se que a pesquisa realizada chegou a uma resposta positiva para o objetivo geral de investigar um modelo de avaliação diagnóstica fundamentado na análise de erro, executável em um sistema de avaliação computacional que identifica as dificuldades dos alunos de engenharias na resolução de problemas envolvendo os conceitos de Derivadas.

O objetivo investigar itens de avaliação para compor o banco de questões do sistema de avaliação diagnóstica, fundamentado na teoria de erros foi alcançado com o estudo das pesquisas realizadas sobre análise do erro e o desenvolvimento dos itens de avaliação e seus distratores, resultando em 79 itens de avaliação, com 37 itens para a avaliação Resolução de problemas e 42 para a avaliação Matemática.

O sistema de avaliação computacional denominado ADAC, as avaliações Matemática e Resolução de problemas, o experimento realizado e os dados produzidos por ele são resultados do objetivo específico de implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) o ADAC. A validação dos itens e seus distratores permite afirmar que o ADAC funcionou satisfatoriamente, identificando as dificuldades matemáticas dos participantes do experimento para a resolução de problemas envolvendo Derivadas.

Como informação secundária, verificou-se pelos resultados que parte do grupo não possui um domínio adequado das conversões entre as representações de função, interferindo na compreensão do objeto matemático, a função de uma variável, com os conceitos de valor e variação em um ponto um tanto quanto incompletos. Estas dificuldades conceituais acabam impactando na identificação e uso de estratégias para a resolução de problemas, como observado em parte do grupo.

Os resultados também mostram dificuldades nas operações algébricas que resultaram no número de respostas incorretas na avaliação Matemática. Desse modo, o ADAC se mostrou útil ao pesquisador e professor das disciplinas de Cálculo, para conhecer as dificuldades de seus estudantes e, com isto, poder realizar um planejamento didático para suas aulas.

Considerando a validação do ADAC como um instrumento para a autoavaliação do aluno, tem-se a validação funcional, obtida pela análise dos dados e a comprovação das dificuldades matemáticas observadas nos participantes, e a validação da importância do instrumento de autoavaliação dada por 85,7% dos alunos na entrevista de perfil.

Em linhas gerais, os resultados encontrados validaram o ADAC desenvolvido e considera-se que a pesquisa realizada com a avaliação diagnóstica é de interesse e contribui para a Área de Avaliação em Educação Matemática com a temática Derivadas e suas Aplicações.

Referências

ACCREDITATION BOARD FOR ENGINEERING AND TECHNOLOGY INC. Criteria for accrediting engineering programs. **Cycle**, , p. 25, 1999. Available at: http://www.abet.org/Linked Documents-UPDATE/Criteria and PP/C001 08-09 CAC Criteria 11-8-07.pdf.

BARICHELLO, L. **Análise de resoluções de problemas de Cálculo Diferencial em um ambiente de interação escrita**. 2008. Universidade Estadual Paulista, 2008.

BARUFI, M. C. B. **A construção / negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. 1999. 184 f. Universidade de São Paulo, 1999.

BORASI, R. **Reconceiving Mathematics Instruction: A Focus on Errors**. Norwood: NJ: Ablex Publishing, 1996.

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia. **Diário Oficial da União**, vol. Seção 1, 2019. .

CAVASOTTO, M. Dificuldades na Aprendizagem do Cálculo: O que os erros cometidos pelos alunos podem informar. vol. 2, p. 146, 2010. .

CURY, H. N. **Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

CURY, H. N. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. **Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia**, Rio de Janeiro, 2003. Available at: http://www.abenge.org.br/cobenges-anteriores/2003/2003--xxxi-cobenge-rio-de-janeiro-rj. Accessed on: 16 Oct. 2014.

CURY, H. N.; KONZEN, B. Classificação E Análise De Erros Em Álgebra. **IX Encontro**

Gaúcho de Educação Matemática. Caxias do Sul: UCS, 2006.

FERREIRA, D. H. L.; BRUMATTI, R. N. M. Dificuldades em matemática em um curso de engenharia elétrica. **Horizontes**, vol. 27, no. 1, p. 51–60, 2005. .

HOMA, A. I. R. **Avaliação Diagnóstica Auxiliada por Computador: Identificação das dificuldades dos alunos dos cursos de Engenharia na Resolução de Problemas**. 2018. Universidade Luterana do Brasil, 2018.

PINTO, J. J. M. S. **Métodos infinitesimais de Análise Matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.

POCHULU, M. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. **Revista Iberoamericana de Educación**, , p. 1–15, 2009. Available at: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewArticle/347.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 468 f. Universidade de São Paulo, 2003. Available at: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/publico/WANDERLEY_REZENDE.pdf. Accessed on: 1 Nov. 2014.

RICO, L. Errores en el aprendizaje de las matemáticas. *In*: KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.; RICO, L. (eds.). **Educación Matemática**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica S.A., 1998.

TRIVIÑOS, A. N. da S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 2008.

Avaliação dos estudantes de licenciatura em Matemática no Ensino Remoto em uma Universidade Pública

Assessment of Mathematics Degree Students in Remote Teaching at a Public University

Josinalva Estacio Menezes
Universidade de Pernambuco, Campus Mata Norte
jomene@bol.com.br

Maria Dalvirene Braga
Universidade de Brasília
dalvirenebraga@gmail.com

Samara Araújo da Silva
Universidade de Pernambuco, Campus Mata Norte
saharaujosilva7@gmail.com

Resumo
Neste trabalho apresentamos os resultados de uma pesquisa, cujo objetivo geral foi descrever as impressões de alunos do curso de Matemática da Universidade de Pernambuco, vivenciando o ensino remoto. Tivemos 61 alunos participantes do curso de Licenciatura em Matemática, os quais responderam um questionário *online*, por causa da atual pandemia. Fizemos questões sobre: as interações dos alunos com professores e a tecnologia, os materiais e metodologias e os processos de avaliação. Os resultados apontaram dificuldades e desafios a serem superados e um esforço dos alunos para superá-los, bem como, o reconhecimento dos esforços dos professores em auxiliá-los no processo e adaptar seu próprio trabalho a esta nova situação. Apontamos a necessidade de uma melhoria na oferta de tecnologia para a nova realidade, e apoio aos professores no sentido de melhorar as condições de lidar com a tecnologia e melhores aparatos tecnológicos.

Palavras-chave: ensino remoto, educação matemática, tecnologias, ensino superior, licenciaturas.

Abstract
In this paper, we present the results of a research whose general objective was to describe the impressions of students from the Mathematics course at the University of Pernambuco, experiencing remote teaching. We had 61 students participating in the Licentiate Degree in Mathematics course, who answered an online questionnaire, because of the current pandemic. We asked questions about: student interactions with teachers and technology, materials and methodologies, and assessment processes. The results pointed out difficulties, challenges to be overcome, and an effort by the students to overcome them, as well as the recognition of the teachers' efforts to help them in the process and adapt their own work to this new situation. We point out the need for an improvement in the offer of technology for the new reality, and support for teachers in order to improve the conditions for dealing with technology and better technological devices.

Keywords: remote learning, mathematics education, Technologies, higher education, degrees

O ensino remoto no panorama atual: breves reflexões

O ensino remoto é alvo de uma das maiores discussões no cenário acadêmico educacional em todos os níveis da atualidade. Isso ocorre, principalmente, por causa do advento da pandemia do Coronavírus, também conhecido como Covid-19.

Esse vírus pegou a sociedade de surpresa: embora já existente, nunca houve casos tão graves, como os que surgiram no ano de 2019, na China. Para perplexidade mundial da sociedade, alguns vitimados eram acometidos de sintomas graves, levando à rápida morte, e o sistema de saúde não estava preparado para receber um grande número de pacientes.

Por causa disso, como se sabe, aconteceu uma mudança na rotina de todos. As aulas foram suspensas, instalou-se o distanciamento social, foi reduzido o "ir e vir", as saídas de casa limitaram-se aos casos de extrema necessidade e alguns setores ligados a serviços essenciais continuaram a funcionar. Assim, no acompanhar da evolução da pandemia, há uma grande expectativa em relação ao retorno à dita "vida normal" e medidas temporárias para o andamento da vida acadêmica em todos os níveis de ensino.

Emerge então no cenário o dito ensino remoto, denominado por Behar (2020) de Ensino Remoto Emergencial (ERE), que significa distante, no aspecto geográfico; "uma modalidade de ensino que pressupõe o distanciamento geográfico de professores e alunos" (p. 1), definição dada também por Ferreira (2020).

Para Behar (2020), atualmente, são os meios digitais a forma de os professores fazerem-se presentes nas plataformas via comunicação *online*, engajando e estimulando nossos alunos. Além disso, essa nova modalidade de ensino não deve ser confundida com Educação a Distância (EaD). Autores como Rondini, Pedro e Duarte (2020), Costa (2020), e instituições como a Diretoria de Graduação do Instituto Federal Tecnológico de Belo Horizonte (CEFET-MG) e a biblioteca virtual intitulada "Minha Biblioteca", têm se debruçado no que diz respeito ao ensino remoto, e alguns estudam o ensino híbrido, modalidade hoje adotada por algumas instituições de ensino.

O ensino remoto é definido como um conjunto de estratégias didáticas e pedagógicas que visam diminuir os impactos na aprendizagem em vista da situação de pandemia. Ele é assim considerado por causa do impedimento de alunos e professores em frequentar as instituições de ensino via decreto, e emergencial porque o planejamento anual precisou se adaptar à nova realidade. Quanto ao conceito, o ERE tem caráter temporário, implantado por decreto federal, objetivando cumprir o cronograma presencial por meio de aulas *online*. As aulas, no ERE são ministradas ao vivo, com alunos e professores estando *online* via plataformas de videoconferências e aplicativos.

Finalmente, os professores estão organizando seu trabalho e desenvolvendo sua prática, bem como tirando suas dúvidas através de diálogos e consultas virtuais. Nas universidades públicas o ensino remoto ficou inicialmente restrito a discussões pontuais e replanejamentos. Nesse período, a comunidade acadêmica/científica, atuou especificamente no combate à pandemia por meio da área de saúde, com pesquisas, tratamento de doentes e produção de medicamentos e outros produtos para o combate ao Coronavírus. Realizou-se ainda reuniões para debater as formas de atuação em tempos de pandemia e, no segundo semestre de 2020, a maioria das instituições iniciou as atividades nesta modalidade de ensino remoto junto aos discentes.

Enquanto docentes e discentes, também nos sentimos desafiados ante essa nova e inusitada situação, de modo que não ficamos indiferentes a todos os aspectos dessa nova realidade, cujo contexto profissional foi impactado. Fomos então levados a encarar nossa atuação profissional nessa nova perspectiva, em que a nossa prática era redirecionada enquanto íamos constatando as mudanças. Isso, fez emergir a intenção de realizar uma pesquisa para saber os efeitos da mesma na aprendizagem dos alunos.

Realizamos uma pesquisa cujo objetivo geral foi descrever as impressões de alunos de um curso de Matemática, participantes de atividades via ensino remoto em uma universidade pública. Uma vez que a literatura emergente não refletia a voz discente, gostaríamos de saber o que os alunos estavam achando da vivência.

Sentimos a necessidade de ter conhecimento dos impactos dessa nova realidade no processo de ensino e aprendizagem no nosso contexto acadêmico; e saber como ajustar, da forma mais eficiente e objetiva possível, nosso trabalho pedagógico; e trocar ideias com nossos iguais incluindo dificuldades, barreiras e formas de superação das mesmas. Esperamos, com isso, contribuir efetivamente para a discussão a respeito das mudanças no processo de ensino e aprendizagem a partir dessa nova situação.

Metodologia

Realizamos um estudo exploratório e descritivo. Enviamos convite para participar da pesquisa a estudantes do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública de Pernambuco, os quais, participaram de atividades no modo ensino remotas, no segundo semestre de 2020, em uma ou mais atividades que foram oferecidas naquele período. Por causa da situação educacional, optamos por aplicar e analisar um questionário junto aos estudantes por meio do formulário *google forms*, disponibilizado na sala de acolhimento acessível no *campus* pesquisado. O *link* de acesso ao modelo informado se encontra nas referências.

Analisamos as respostas do ponto de vista da frequência estatística segundo Chizotti (1991) e os fragmentos de fala nas respostas livres e justificativas, organizadas em categorias e analisadas, em aproximação aos pressupostos de Bardin (2016). A partir da análise, fizemos nossas inferências e impressões e compartilhamos nossa própria experiência no processo.

Convém destacarmos aqui que a pesquisa se passou em uma universidade do Nordeste e, como toda região, tem expressões próprias, as quais explicaremos, caso mostremos nas transcrições dos fragmentos das falas a serem analisadas, dos participantes, e que explicaremos no parágrafo.

Impressões dos alunos a respeito do ensino remoto

Apresentamos os resultados, procedendo à descrição bloco a bloco de questões, transcrevendo alguns fragmentos de fala, quando conveniente.

Responderam ao questionário 61 alunos, sendo 34 do sexo feminino e 27 do sexo masculino, na faixa etária dos 18 aos 50 anos. Os alunos cursam disciplinas à tarde e também à noite, turnos de funcionamento do curso, de acordo com suas necessidades. Estando o campus da universidade num município do interior, os alunos moram nas cidades do entorno deste município, viajando por até duas horas para chegar ao campus na fase do ensino presencial.

O período da pesquisa foi o primeiro no qual ocorreu o Ensino Remoto Emergencial. Assim sendo, priorizou-se oferecer disciplinas essenciais para que os alunos concluíssem o curso. Além disso, foram oferecidos minicursos e palestras, monitoria e voluntariado em projeto de extensão, como suporte ao aparato tecnológico. O quadro 1 expressa as atividades nas quais os estudantes participaram. Destacamos aqui que os alunos puderam participar em mais de um tipo de atividade.

Quadro 1: Perfil dos participantes da pesquisa

DADO		PARTICIPANTES
TURNO	Tarde	36
	Noite	42
ATIVIDADES	Disciplinas	60
	Monitoria	02
	Minicursos	13
	Voluntariado em projeto	02
	Palestras	25

Fonte: elaborado pelos autores

Todos os 61 alunos que responderam à pesquisa foram selecionados. Vale registrar aqui que a Licenciatura em Matemática é o único curso de Ciências Exatas oferecido no Campus pesquisado, que tivemos alunos participantes de todos os períodos, e que um aluno declarou que havia mudado muito de curso, razão pela qual teria vencido cerca de 25% do seu curso atual.

Quanto às atividades realizadas, 60 alunos cursaram disciplinas, 13 participaram de minicurso, 2 de projetos como voluntários e 25 de ciclo de palestras. Salienta-se que dois alunos participaram de mais de cinco disciplinas e apenas um não participou de nenhuma disciplina, o que nos leva a considerar que a grade curricular pesou mais na escolha das atividades.

Parte 1: Em relação as tecnologias disponíveis, oferecidas e acessadas.

Iniciamos perguntando em relação ao acesso à informação. Quanto aos equipamentos utilizados para acompanhar as atividades no modelo remoto, todos usam computador, notebook e/ou smartphone, esse último por 75% do total. Segundo os alunos, 93% acessam os equipamentos de casa, e 7% utiliza no trabalho. Destacamos que 1% utiliza as tecnologias somente no trabalho, o que nos leva à preocupação do acesso para todos.

Acrescentamos que, de nossa própria vivência com os alunos encontramos um ou outro que não tem *smartphone*, dependendo do computador de casa ou notebook. Assim, inferimos que deveriam compartilhar a tecnologia com outros membros da casa.

No campus tem apenas um laboratório de informática, disponibilizando senha de *wi-fi*. Com a pandemia as aulas foram suspensas, o que deixou aos alunos a necessidade de contornar esse aspecto. Depois indagamos como acessavam as atividades remotas. Cerca de

83% deles declarou acessar de casa; já 5% declarou acessar em casa de amigos e parentes. Ainda 2% declararam acessar do trabalho e 1% no trabalho e em casa. Ressaltamos que de acordo com as divulgações e contatos com colegas de profissão e outros, a maioria dos alunos dispõe de *smartfone* para as aulas. Em cidades como Recife, a prefeitura doou *smartfones* para crianças desde a pré-escola. Então, indagamos se todos conseguiam acompanhar as atividades e por quê?

Obtivemos resposta afirmativa de apenas 18% dos alunos; 3% declararam acompanhar as atividades sem problemas; a maioria declarou acompanhar parcialmente.

As justificativas para essa última resposta, são de três ordens: técnicas, quando a conexão com a internet cai, circunstanciais, quando o áudio fica muito baixo ou mudo, o longo tempo de exposição provoca algum mal-estar, e metodológicas, pois não compreendem a exposição do professor.

Aqui lembramos Behar (2020) e Ferreira (2020), que alertam para a diferença entre ensino a distância e ensino remoto, e acrescentamos que não devemos confundir uma exposição para um equipamento com uma exposição num equipamento para um grupo. Um deles chegou a citar nomes, com críticas nesta ordem. Também vale citar que cerca de 7% busca outras fontes no *Youtube*, que ajuda a compreensão dos mesmos.

Notamos que os alunos também criticam a metodologia dos professores no ensino remoto e, embora essa realidade seja nova para todos, portanto as metodologias ainda necessitam de ajuste, embora a EaD deva ter auxiliado mesmo diferindo dessa modalidade de ensino, a metodologia presencial também demandava melhorias. Destacamos algumas falas de alunos que consideramos relevante:

"Dificuldades para tirar dúvidas."
"... gostaria de enfatizar uma coisa boa que o ead fez que foi incentivar os professores a disponibilizarem mais materiais de estudo para os alunos, isso pra mim tá fazendo uma grande diferença, apesar de eu estar estudando 100% por conta própria."
"Acompanhar sim. Compreender não."
"O ensino remoto requer muita concentração, o que muitas vezes é impossível, passa o carro do ovo, o vizinho liga o som, a mãe faz faxina... Também é preciso ser muito disciplinado, que já é outra dificuldade, visto que não recebemos auxílios e precisamos trabalhar, ser professor de ensino remoto também me toma muito tempo... Outro obstáculo é a quantidade de atividades que está sendo passada para registrar as aulas assíncronas, o dia precisa ter 72 horas pra gente dar conta. Além disso, nada substitui a presença de um professor na sala de aula, sempre vai existir lacunas. Porém não deixo de parabenizar todos os professores que estão se reinventando pra tentar dar continuidade a esse novo normal que estamos vivemos."

Esse último comentário mostra uma opinião madura e considerável de um aluno. Ele aborda questões do cotidiano, como o barulho externo e os trabalhos domésticos. Esses fatores também ocorrem no ensino presencial, mas os efeitos ficam menos sentidos, uma vez que as atividades com o professor são no *campus*, as tarefas de casa e estudos é que estão sujeitas a essas intempéries. Seguimos a indagar os estudantes em relação à conexão com a internet para o acompanhamento das atividades, o que passamos a analisar.

Para o acesso desses alunos, a conexão com a internet é excelente ou boa para 53% deles, 45% a consideram *regular* e os restantes 9% alunos declararam considerar *ruim*; ninguém assinalou pés*sim*a. Inferimos que para metade deles é necessário oferecemos uma melhoria nesse aspecto para os alunos, se é pretendida uma aprendizagem eficiente.

Comentamos que um maior percentual dos alunos considera positiva a conexão com a internet. Isto sugere que possivelmente esses alunos têm menos problemas de acompanhar as atividades quanto a esse aspecto. Eficiência dos serviços de internet utilizados por esses alunos à parte, constatamos no senso comum um esforço coletivo para contornar os problemas.

Quanto à visibilidade das apresentações, no que concerne ao tamanho dos textos, clareza das imagens, etc., 58% declararam considerar *boa* ou *excelente*; 40% considera *regular* ou *ruim*, e 2% considera pés*sim*a. Podemos inferir na necessidade de melhoria do material produzido e apresentado e, nesse caso, o professor pode dar uma boa contribuição ao elaborar suas atividades, beneficiando a compreensão, e consequentemente o aprendizado dos alunos.

Já a qualidade do áudio nas atividades do professor junto aos mesmos, a maioria (86%) considerou *boa* ou *regular*. Cerca de 11% considera *excelente* e o restante, *ruim* ou *péssimo*. Salientamos que o equipamento do docente pode contribuir para esse status, e o do estudante também, de modo que as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) ainda não atendem satisfatoriamente as necessidades acadêmicas.

Comentamos que a qualidade do áudio em equipamentos pode ser reflexa de qualificações técnicas da universidade, ou dos equipamentos e tecnologias dos próprios estudantes. Assim sendo, quanto maior for a redução das dificuldades nesse sentido, melhor os alunos ouvirão, refletindo-se positivamente no seu processo de ensino e aprendizagem.

Pedimos a opinião dos alunos a respeito dos equipamentos oferecidos pela universidade para as aulas remotas. Para eles, os equipamentos oferecidos pela universidade nas atividades remotas que dependem da estrutura dela, deixam a desejar, pois 75% deles considera *regular*, embora apenas 8% consideram *ruim*. Uma boa informação é que um aluno recebeu um equipamento para as aulas. Destacamos algumas respostas:

“Apesar de alguns problemas, acho bom. Sempre atendeu todas as minhas necessidades.”
“Acredito que a ... deveria ter fornecido microfones de qualidade para os professores.”
“Uma ótima medida de inclusão”.

Um fato curioso é que um dos alunos considerou um aspecto desfavorável o fato da amplitude da oferta de tecnologia, conforme a transcrição da fala a seguir:

“Não muito bom porque tem muitas possibilidades, daí cada professor faz uso de uma ferramenta diferente, o que atrapalha muito no acompanhamento (aprender, aprender 3, moodlemat, teams, etc)”.

Finalmente, perguntamos aos alunos como é o acesso deles à participação nas atividades. A maioria consegue participar sem problemas (61% das respostas) e apenas 3% têm muitas dificuldades de acesso às atividades.

Desafortunadamente, como a aplicação foi *online*, não pudemos esclarecer melhor as dificuldades de acesso, o que nos levou a considerar que a questão deveria ser mais elucidativa. As justificativas às respostas deles estão relacionadas à boa qualidade da tecnologia oferecida, bem como terem em casa equipamentos suficientes para acompanharem as atividades.

Parte 2. Compreensão, aprendizagem e retenção do conteúdo no modo remoto

Na segunda parte do questionário, versamos no que diz respeito à compreensão, aprendizagem e retenção do conteúdo visto no modo remoto, cuja análise segue.

Iniciamos perguntando em relação ao quanto compreendiam dos conteúdos presentes no ensino remoto, podendo assinalar “tudo”, “quase tudo” ou “nada”, pedindo também uma justificativa para a resposta.

Constatamos que 28% alunos declararam não acompanharem quase nada do exposto, referindo-se à dinâmica do ensino remoto e as falhas tecnológicas e pedagógicas; 10% declarou compreender tudo, com a ressalva de 3%, que “aprender é outra coisa”. Os restantes 81% respondentes declararam aprender quase tudo, remetendo à adaptação a essa metodologia, e alguns remeteram a falhas técnicas de acesso e acompanhamento. Um afirmou que tudo o que aprendeu foi “através do *Youtube*”. Alguns reclamaram da falta de oportunidade para tirar dúvidas. Destacamos duas transcrições nas quais os alunos remeteram ao seu próprio ritmo de estudo:

"...pra mim o ensino remoto funcionou super bem, com o tempo que era gasto para ir até a UnB hoje gasto estudando em casa o que tem me ajudado."

"Aprendo quase tudo, mas reconheço que é devido a dedicação de estudar fora do período de aula também."

Duas outras respostas destacadas remetem diretamente ao professor:

"Tem matérias maravilhosas (que estou aprendendo muito) mas tenho um prof que nunca nem vi e a materia é muito complicada. Eu estou decepcionada com essa matéria"

"Depende da matéria e do professor como foi dito anteriormente, quando o professor é coerente em relação a passar o conteúdo e se preocupa, facilita muito e da pra entender. Porém tem professores que não dão aula, e também não passam vídeo aulas, não passam exercícios coerentes, aplicam so provas, isso dificulta muito."

Notamos respostas que remetem a um tema muito discutido atualmente, que é a inclusão. Lembrando que temos em nossas universidades alunos autistas, com Transtorno Opositivo Desafiador (TOD), Transtorno de Déficit de Atenção com Hiperatividade (TDAH), com depressão e outras peculiaridades que interferem na aprendizagem, e com as quais ainda não há metodologias eficientes, consideramos importante atentar para essas questões. Eis duas transcrições:

"Não aprendi quase nada. Preocupações pessoais e sociais com relação a pandemia, uma educação a distância que nem alunos e nem professores estavam preparados. É verdade que alguns professores ainda se esforçaram para oferecer um ambiente mais propício, porém alguns outros não."

"Nada, tenho déficit de atenção e o ambiente em casa me dificulta muito a aprendizagem, em média, acabo apreendendo sozinho os conteúdos pois não consigo me focar nas aulas."

Apareceram algumas respostas em que os estudantes remetem a dificuldades com as disciplinas como Cálculo. Já vemos em comentários informais alunos se queixando de que as disciplinas "das exatas", como eles falam, são mais difíceis de aprender *online*. Esses comentários também ocorrem no Ensino a Distância ou no qual o conteúdo é mostrado em vídeo, cuja principal dificuldade é tirar dúvidas durante as aulas, vejamos:

"Quase nada. Não é possível acompanhar a programação por trás dos cálculos".

Perguntamos, em seguida, se os alunos conseguiam resolver as atividades solicitadas pelo professor, solicitando também a justificativa. Temos que 29% deles respondeu que sim, o que consideramos um bom sinal. O percentual dos estudantes que responderam que não foi de 3%, sendo que a maioria alegou não ter tempo para o que denominaram um grande número de atividades. A metade restante dos estudantes declarou que resolve mais ou menos, alegando dificuldade na compreensão durante a exposição ou conexão com a internet. Aqui, preocupou-nos um comentário em que o aluno citou o nome do professor, e foi veemente, o que nos levou a transcrevermos aqui:

“NAOO!!! PQ ELE NAO DÁ AULA. (omitimos) É O NOME DELE, TODOS OS 'ALUNOS ESTAO REVOLTADOS COM ELE. IREMOS RECORRER A COORDENAÇÃO POR QUE ESSA CADEIRA ESTA PESSIMA PESSIMA PESSIMA!

Dentre os que responderam sim, apresentamos uma transcrição que aponta certa tranquilidade do estudante em relação ao processo:

“Sim. Eu encontro alguns obstáculos que remotamente não são possíveis de serem esclarecidos. Mas no geral, sim.”

Aqui mostramos dois comentários mais específicos:

“Só não consigo de CDI 3.”
“Não. Tudo o que consegui resolver, foi através do YouTube.”

Podemos comentar que nos mostram empenho em compreender os conteúdos concernentes às atividades reveladas, bem como contornar as dificuldades que surgem. Inferimos, pela análise de respostas a questões anteriores, que metodologias de alguns professores consideradas desfavoráveis pelos alunos, se repetem e impõem dificuldades também no ensino remoto. Assim, também no ensino remoto, podemos reforçar a necessidade de fazer os ajustes necessários e requeridos para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Na questão seguinte, indagamos aos alunos as formas de avaliação das quais eles participaram. Na universidade, eles relataram serem avaliados por listas de exercícios, provas de diferentes tipos e trabalho reflexivo, e até Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Nos ciclos de palestras, assiduidade e pontualidade são os critérios de aprovação. Destacamos que os estudantes consideram, em sua maioria, *regular* as formas de avaliação; o que a maior parte parece sugerir é que as formas de avaliação presencial estão se repetindo no modelo remoto. Perguntamos em seguida o que eles achavam da permanência do ensino remoto, com as opções *Excelente, Boa, Regular, Ruim e Péssima.* Pedimos também para justificar a sua opção.

Percebemos grande rejeição quanto à permanência do ensino remoto, pois a maioria assinalou *regular* ou *ruim*; dentre os que assinalaram *bom*, para eles, só deveria durar até surgir outra opção. Destacamos, inclusive, que aqueles que em outras questões anteriores sinalizaram para dificuldades no ensino remoto, declararam considerar péssima a ideia da permanência da modalidade.

No primeiro comentário, destacamos o reconhecimento do aluno pelo esforço dos professores, conforme o comentário a seguir:

"...vamos concordar que bom não está. Mas as disciplinas que tô pagando não posso considerar ruim quando os professores estão se empenhados a nos ajudar, tiram as dúvidas, mesmo que ainda restem algumas" [aqui, explicamos que estar pagando disciplinas significa estar cursando].

Neste próximo comentário, o ensino remoto desfavorece o tempo de compreensão:

"...algumas cadeiras já tinha um nível alto para compreensão presencial, no ensino remoto o professor não consegue concluir todo o conteúdo nem os alunos consegui compreender por n *fatores*."

Um dos estudantes que assinalou a opção *ruim* apresentou uma justificativa bem contundente conforme segue:

"Falta de empatia, acúmulo de atividades que posteriormente o docente não apresentava a resolução, dificuldades de compreensão".

A seguir, apresentamos um comentário bem objetivo da situação por um aluno que assinalou *Regular*:

"Evidencia-se a necessidade de uma preparação especial para trabalhar de forma eficaz além da necessidade de versatilidade de recursos educacionais digitais ressalvo a qualidade das tecnologias de informação e comunicação, e a conexão".

Finalmente, voltamos a destacar o comentário de um aluno que requer cuidado especial, mas ele considera bom, conforme relata a seguir:

"Devido a situação atual, o ensino está bem. Meus colegas dizem que está sendo bom para eles, pois estão mais focados. Eu tenho depressão. Às vezes fico desanimado, às vezes fico nervoso ao estudar (minha mente trava). Então é um problema meu mesmo".

Observamos que o ensino remoto requer um conjunto de pequenos esforços metodológicos por parte dos docentes, sendo um deles talvez o repensar da elaboração de tarefas, no que se refere à quantidade; empenho por parte dos estudantes quanto à rotina disciplinar e ajuste de hábitos; requer também algum investimento na qualidade das tecnologias que são ofertadas aos agentes do processo.

Constatamos que os esforços extrapolam o contexto da universidade, pois concernem às políticas públicas como orçamentos destinados à aquisição e aperfeiçoamento dessas tecnologias. Esses mesmos argumentos se repetiram ou se apresentaram de forma semelhante, quando indagamos em relação à motivação/interesse dos estudantes em continuar no ensino remoto. Transcrevemos dois comentários relevantes, expressando elementos presentes nas respostas anteriores desses estudantes:

"Boa, a minha entrega e comprometimento com minhas atividades acadêmicas é a mesma, apesar de alguns professores estarem cobrando mais do que cobravam no ensino presencial, e alguns sem sequer dar aula."

"Péssimo. Infelizmente não estou conseguindo aprender da maneira que queria, meu desempenho está muito abaixo do que eu mesmo esperaria, tento focar mas fica muito difícil devido ao ensino remoto."

Quanto ao que a universidade, os professores e eles mesmos poderiam fazer para melhorar a aprendizagem, as principais sugestões remetem a melhorar as TDIC, as metodologias, a didática dos docentes e a carga horária e grande extensão das atividades e o empenho discente, no que se refere a mais disciplina nas atividades e empenho nos estudos.

Parte 3. Perspectivas para o futuro acadêmico

Passaremos agora à terceira parte do questionário, no qual remetemos às próximas atividades na universidade. Quanto ao futuro na universidade, indagamos se os estudantes gostariam que voltassem as aulas presenciais para todos.

Os que não querem voltar às aulas presenciais justificam com o risco de contágio pelo Coronavírus, alguns já citando estar no grupo de risco. Isso nos induz a refletir cuidadosamente em relação a volta ao ensino presencial sem o controle efetivo do vírus, sem contar os demais alunos. Reforçamos que, embora a maioria prefira a forma presencial, revelam o cuidado com a saúde. A essa altura da produção desse artigo, iniciaram no Brasil as vacinações nos primeiros grupos, os quais começaram a incluir profissionais da Educação.

Houve algumas tentativas de volta às aulas presenciais no mundo inteiro, incluindo o Brasil, mas o aumento de casos de Coronavírus levou as autoridades a recuarem e suspenderem as aulas até o final de 2020. O ensino ainda está iniciando a partir de fevereiro na forma híbrida ou *online*, mas datas definitivas estão ainda sujeitas aos resultados advindos da vacinação no mundo todo.

Perguntamos aos estudantes se estavam no grupo de risco. Tivemos 30% deles declarados como pertencentes ao grupo de risco, sendo 18% com problemas pulmonares ou respiratórios; 1,5% moram com pessoas de risco, 1,5% têm em casa idosos e 6% têm problemas de obesidade. Em seguida, indagamos se desejavam que as aulas no próximo semestre fossem presenciais, remotas ou presencial com transmissão à distância simultânea encontramos um equilíbrio, entre as alternativas de formato.

Os que optaram por presencial, justificaram pela necessidade de determinadas disciplinas envolvendo cálculo ou consideraram mais produtivo, mas condicionaram à seguridade em relação à pandemia. Os que optaram pelo ensino remoto, embora declararem considerar defasado em relação à aprendizagem, fizeram a opção em vista da já citada pandemia. Por razões semelhantes, outros escolheram a modalidade presencial com transmissão à distância de forma simultânea.

Na questão seguinte pedimos para os alunos avaliarem as atividades das quais participaram até a pesquisa. Constatamos que 4,5% deles consideram *excelente*s as atividades vivenciadas, 3% consideram *péssimas* (um deles acrescentou "*só fiz por ser o jeito*") e os demais *regular*es ou boas. Lembramos que o aparato tecnológico disponível nesta universidade não é tão extenso, de modo que os alunos não tinham muita opção. Entra aí o docente com sua capacidade didático-metodológica para melhorar o cenário pedagógico. As opiniões em relação as TDIC disponibilizadas para o ensino remoto foram avaliadas de *regular* a *boa*.

Deixamos um espaço para comentários livres dos alunos e, em seus depoimentos, notamos de início duas curiosidades: a primeira é que 2,2% dos alunos agradeceu a iniciativa dos pesquisadores com os comentários "*Obrigada por se importar.*" e, solicitando um retorno, *"Agradeço a oportunidade de responder acerca dos métodos de ensino e espero receber um FeedBack."*. Esses comentários nos sinalizam a importância de buscar as impressões dos alunos, como parte integrante importante do processo.

De modo geral, o que mais nos surpreendeu nesta pesquisa foi o fato dos alunos declararem dificuldades com o tempo para estudar. Esclarecemos que os alunos moram em cidades vizinhas e viajam em ônibus, levando de uma, até duas horas ou mais para chegar ao campus, e esse tempo gasto deixa de existir no período de aulas remotas. Além disso, não deixariam de se comunicar com os colegas ou professor, pois têm o *e-mail* e o *WhatsApp* dos mesmos, em geral todos fazendo parte de grupos por disciplina.

Considerações finais

A partir dos dados analisados, podemos avançar na ideia de que o ensino remoto não é ainda uma forma eficiente nem motivadora de processo de ensino. Melhorias precisam ser feitas, pois para alguns estudantes e professores, o tempo gasto em frente à tecnologia pode tornar o processo cansativo, embora a necessidade de ficar parado por um longo tempo também ocorra no ensino presencial.

As questões da motivação passam por atrair o aluno para permanecer frente ao computador ou outro equipamento por muitas horas, com formas diferentes de interação. Não sendo o aluno ator do processo, mas agente passivo na maioria do tempo, fica difícil passar tanto tempo nessa situação.

O andamento da vida social, o que inclui o ingresso dos estudantes no mercado de trabalho após a formação, está a requerer urgentes medidas para "normalizar" a vida acadêmica, refletindo na vida do egresso, exigindo adequações entre essa nova realidade e os padrões de comportamento na sociedade assolada pelo coronavírus. Se por um lado, há um desejo de retorno ao "normal", com o ensino em seu formato anterior, por outro, o ensino na forma presencial não deveria vir antes de mudanças e providências para a sociedade como o advento da vacina.

Consideramos ser necessário dar mais voz aos alunos no âmbito acadêmico, juntar essas vozes ao coro dos docentes que estão a requerer melhores condições de trabalho e um ambiente mais adequado para atender as crescentes demandas sociais no que se refere ao ensino-aprendizagem em consonância com o desenvolvimento social.

Sinalizamos, então, uma grande tarefa de todos no âmbito acadêmico, com o andamento da vida social: gestores da educação, com a viabilização do ensino ante essa nova realidade; alunos com os esforços de adaptação a essa modalidade de ensino e o professor em usar sua ampla bagagem de experiência docente incluindo metodologias, materiais, conhecimentos e capacidade de adaptação, para contribuir com um ensino eficiente nessa modalidade que se impôs e pode ser benéfica nessa época em que vivemos.

Referências

BARDIN, Lawrence. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70,2016.

BEHAR, Patrícia Alexandra. **O ensino remoto emergencial e a educação a distância**. Criado em 06.07.2020. Disponível em https://www.ufrgs.br/coronavirus/base/artigo-o-ensino-remoto-emergencial-e-a-educacao-a-distancia/. Acesso em 05.11.2020.

COSTA, Kátia Andréa Silva da. **EAD, Ensino híbrido e ensino remoto emergencial**: perspectivas e métodos. Curitiba: DIRAC/PROENS/IFPR, 2020.

DIGRAD. **Perguntas e respostas sobre o Ensino Remoto Emergencial-ERE.** Belo Horizonte: CEFETMG, 04.11.2020. Disponível em: http://www.dirgrad.cefetmg.br/ensino-remoto-emergencial-ere/perguntas-e-respostas-sobre-o-ere/. Acesso em 28.02.2021.

FERREIRA, Geiza. **Pedagoga explica diferença entre ensino remoto e EaD.** Disponível em: https://www.uninassau.edu.br/noticias/pedagoga-explica-diferenca-entre-ensino-remoto-e-ead. Acesso em 05.06.2020.

MINHA BIBLIOTECA. **Conheça as principais diferenças entre educação a distância e ensino remoto emergencial.** Disponível em:https://minhabiblioteca.com.br/educacao-a-distancia-ensino-remoto-emergencial/ desde 27.08.2020. Acesso em 27.02.2021.

RONDINI, Carina Alexandra; PEDRO, Ketilin Mayara; DUARTE, Cláudia dos Santos. **Pandemia da COVID-19 e o ensino remoto emergencial:** mudanças na prática pedagógica. In: **Interfaces científicas.** Número Temático, vol.10, n.1, 2020.

SILVA, Joscimar Souza. **Ensino remoto emergencial em contexto de pandemia.** Disponível em https://www.ica.ufmg.br/?noticias=ensino-remoto-emergencial-em-contexto-de-pandemia. Acesso em 05.11.2020.

Link para o formulário de pesquisa:
https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSeQeWu9ABhqvTMmhiBT4LLJbq-y5w1ADv9o7HSYXVlwPB8U6w/viewform?vc=0&c=0&w=1&flr=0

Conexões Matemáticas e Resolução de Problemas: um estudo envolvendo estudantes de um curso de licenciatura em matemática

Mathematical Connections and Problem Solving: a study involving students of a bachelor's degree in mathematics

Marcia Viaro Flôres
Instituto Federal Farroupilha
marciaviaroflores@gmail.com

Vanilde Bisognin
Universidade Franciscana
vanildebisognin@gmail.com

Resumo
A busca pela melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem matemática tem se tornado um desafio cada vez maior para os pesquisadores da área da educação matemática que se preocupam com essas temáticas. Com o avanço das pesquisas e do entendimento sobre os processos, gradualmente, o estudante tem se tornado o centro da atividade em sala de aula. Estudos recentes têm destacado o trabalho com conexões matemáticas como um caminho viável e promissor para promover essa melhoria, salientando que esse trabalho deve iniciar na formação inicial dos professores para que esses possam adotar essas práticas também em suas salas de aula. Dessa forma, o presente trabalho relata parte de uma pesquisa que visou investigar as conexões realizadas na resolução de um problema envolvendo conceitos estudados na disciplina de Fundamentos de Análise Matemática. O aporte teórico utilizado, no desenvolvimento do trabalho e na análise dos resultados obtidos, foi o de Conexões Matemáticas. Participaram do estudo oito estudantes de licenciatura em matemática de uma instituição pública federal do Rio Grande do Sul, sendo empregada a metodologia de Resolução de Problemas durante o desenvolvimento do trabalho. Já a coleta de dados foi pautada na produção escrita produzida pelos estudantes e também no momento da plenária final. Os resultados mostraram que a maioria dos discentes conseguiu estabelecer diferentes tipos de conexões ao resolver o problema proposto, destacando-se as conexões do tipo procedimento e de conceitos matemáticos. Do mesmo modo, foi possível evidenciar a importância de os futuros professores terem contato com experiências dessa natureza em seu processo de formação inicial.

Palavras-chave: formação de professores; análise matemática; educação matemática.

Abstract
The search for the improvement of the teaching and learning processes has become an increasing challenge for researchers in the field of mathematical education who are concerned with these themes. With the advancement of research and understanding of processes, gradually, the student has become the centre of classroom activity. Recent studies have highlighted work with mathematical connections as a viable and promising way to promote this improvement, stressing that this work should start in the initial training of teachers so that they can adopt these practices also in their classrooms. Thus, the present work reports part of a research that aims to investigate the connections made in the resolution of a problem involving concepts studied in the subject of Fundamentals of Mathematical Analysis. The theoretical contribution used in the development of the work and in the analysis of the obtained results was that of Mathematical Connections. Eight undergraduate students in mathematics from a federal public institution in Rio Grande do Sul participated in the study, using the Problem Solving methodology during the development of the work. Data collection was based on the written production produced by the students and also at the time of the final plenary. The results showed that most of the students were able to establish different types of connections when solving the proposed problem, highlighting the

connections of the procedure type and mathematical concepts. Likewise, it was possible to highlight the importance of future teachers having contact with experiences of this nature in their initial training process.

Keywords: teachers training; mathematical analysis; mathematical education.

Introdução

A busca pela melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem matemática tem-se tornado um desafio cada vez maior para os pesquisadores da área da educação matemática que se preocupam com essas temáticas. Com o avanço das pesquisas e do entendimento sobre os processos, gradualmente, o estudante tem se tornado o centro da atividade em sala de aula.

Em Allevato e Onuchic (2019), encontramos a menção à perspectiva que sustenta as atuais orientações de ensino: a das conexões. Mas, exatamente a que estamos nos referindo quando mencionamos o conceito de conexão na matemática?

Canavarro (2017), ao responder esse questionamento, destaca duas ideias transversais na literatura. A primeira concepção tem a ver com a diversidade das conexões; nesse caso, temos as conexões da matemática com outras áreas do conhecimento, como medicina, artes, física, dentre outras, e também as conexões dentro da própria matemática, entre conteúdos de áreas distintas, como aritmética e geometria, por exemplo, ou entre conceitos e procedimentos. Além disso, a autora destaca a existência de conexões relativas aos diferentes estágios de desenvolvimento de conceitos matemáticos que, em geral, são estudadas com menos ênfase.

A segunda ideia vem ao encontro do propósito das conexões, o qual compreende a ampliação da compreensão das ideias e dos conceitos que estão envolvidos, permitindo que os estudantes percebam a matemática como uma disciplina coerente e articulada, não somente uma coleção de regras (CANAVARRO, 2017).

Levando em consideração a importância do trabalho com as conexões, destacamos os questionamentos elaborados por Allevato e Onuchic (2019, p. 2): “Mas como os professores podem possibilitar aos alunos experiências que lhes permitam perceber e estabelecer essas conexões? Como capacitar ou preparar os professores para realizar este trabalho com seus alunos em sala de aula de Matemática?” Refletindo sobre essas indagações, também entendemos, assim como as autoras, que um caminho possível e bastante promissor, é o trabalho com conexões na formação inicial de professores de matemática.

Desse modo, o presente trabalho tem o intuito de relatar uma pesquisa desenvolvida com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática no componente curricular de Fundamentos de Análise, que investigou as conexões realizadas na resolução de um problema envolvendo conceitos da disciplina.

O estudo foi realizado durante o contexto da pandemia, utilizando-se a metodologia de Resolução de Problemas. Na sequência, são apresentados os aportes teóricos empregados, bem como os caminhos que os estudantes percorreram para a resolução do problema. Ainda, foram discutidas as conexões realizadas por eles.

Conexões Matemáticas

Na introdução deste trabalho, já apresentamos algumas ideias ligadas às conexões matemáticas, formuladas, principalmente, por Canavarro (2017). Para ampliar nosso referencial, buscamos outros pesquisadores que se dedicaram ao tema e encontramos, nos trabalhos de Businkas (2008) e Flores e García-García (2017), reflexões e um caminho interessante para analisar as diferentes conexões que podem ser estabelecidas.

Em sua pesquisa, Businkas (2008) nos remete a análises acerca do que seria uma conexão matemática e sobre qual o papel das conexões, tanto no ensino quanto na aprendizagem. Essa mesma autora prossegue indicando alguns caminhos e algumas definições que estão sendo construídas ao longo das pesquisas para se conseguir responder a essas indagações. Segundo a autora, uma conexão matemática é referenciada de várias maneiras na literatura: uma relação entre ideias matemáticas (implicando que existe independentemente do aprendiz); uma relação que é construída pelo aprendiz; e um processo que é parte da atividade de fazer matemática.

Entendemos que todos os sentidos dados para as conexões procedem e, nesse trabalho, convergimos com o entendimento dos pesquisadores Businkas (2008) e Flores e García-García (2017) ao classificar as conexões matemáticas em dois tipos.

O primeiro tipo são as conexões *intramatemáticas*, que são aquelas estabelecidas entre conceitos, procedimentos, teoremas, argumentos e representações matemáticas entre si. Já o segundo tipo são as conexões *extramatemáticas*, que estabelecem uma relação de um conceito ou modelo matemático com um problema no contexto (não matemático) ou vice-versa.

Em se tratando das conexões *intramatemáticas*, Businskas (2008) apresenta um conjunto de categorias, entendendo conexão como uma relação verdadeira entre duas ideias matemáticas, A e B. Cada uma das categorias está descrita na sequência, bem como alguns exemplos que as ilustram.

A primeira categoria é denominada como r*epresentações diferentes* e nessa estão incluídas as representações alternativas e as representações equivalentes. A é uma representação alternativa de B, se ambas são expressas de duas maneiras diferentes (verbal-algébrica, algébrica-geométrica etc.). Por exemplo, o gráfico de uma parábola é uma representação alternativa de $f(x) = ax^2 + bx + c$ (Businskas, 2008). Por outro lado, A é uma representação equivalente de B, quando ambas são expressas de duas maneiras diferentes, contudo dentro da mesma representação (por exemplo, $f(x) = (x-1)^2$ e $f(x) = x^2 - 2x + 1$) (Flores; García-García, 2017).

A segunda categoria é a *relação parte-todo.* A está incluído em (é um componente de) B ou, ainda, B inclui (contém) A ou é uma generalização de A. Nesse caso, temos uma relação hierárquica entre dois conceitos. Por exemplo, um vértice é um componente de uma parábola ou, ainda, a parábola contém um vértice ou, ainda, $f(x) = ax + b$ é uma generalização de $f(x) = 2x - 7$.

Na categoria *implicação*, existem as relações lógicas, como A implica em B, entre outras. Essa conexão indica uma dependência entre os conceitos de maneira lógica, como, por exemplo, o grau de uma equação determina o número máximo de raízes possíveis.

Na quarta categoria, temos o *procedimento*, ou seja, A é um procedimento usado ao trabalhar com o objeto B. Para ilustrar isso, podemos mencionar um diagrama de árvore, que é um procedimento usado para descrever um espaço amostral (probabilidade).

Além das categorias apresentadas anteriormente, Flores e García-García (2017) apresentam a categoria denominada *conexão entre conceitos matemáticos.* Nesse caso, temos a contribuição para a concepção de matemática como um todo integrado (EVITTS, 2004, apud Flores; García-García, 2017). Ela é identificada quando um aluno relaciona um conceito A a um conceito B, seja para argumentar sobre sua resposta a um problema dado ou para explicar um conceito C.

As conexões *extramatemáticas* estabelecem relações entre o conteúdo matemático com outras áreas do conhecimento ou com situações do cotidiano. Nesse caso, Flores e

García-García (2017) destacam a conexão por modelagem como um tipo de conexão *extramatemática*, ou seja, quando o estudante constrói um modelo matemático para resolver um problema aplicado a algum contexto específico e, a partir do modelo, usa vários conhecimentos e procedimentos para chegar à sua resposta.

Dado o exposto, foram essas as categorias que serviram como base para a análise das produções dos estudantes nesta pesquisa.

Resolução de Problemas

Desde o início da década de 80, a Resolução de Problemas tem despertado a atenção de pesquisadores na área de Educação Matemática. Inicialmente, a ênfase foi dada sobre o uso de modelos e estratégias, porém, no final da década, “a Resolução de Problemas passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, ponto de partida e meio de se ensinar matemática” (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 81).

Mais recentemente, Onuchic e Allevato (2011), com a concepção de trabalhar a matemática por meio da resolução de problemas, empregam a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, passando a entender como uma metodologia que considera três elementos que ocorrem simultaneamente, ou seja: “enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

> Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011, p. 81).

As autoras destacam que não há uma forma rígida de se trabalhar em sala de aula com a Resolução de Problemas, entretanto algumas etapas são importantes de serem seguidas para quem deseja trabalhar com a metodologia. Dessa forma, Onuchic e Allevato (2011) apresentam um roteiro composto pelos seguintes passos: preparação do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observação e incentivo; registro das resoluções na lousa; plenária e busca do consenso.

Podemos relacionar a Resolução de Problemas com a formação de conceitos matemáticos, com o estímulo do pensamento e com a construção de esquemas mentais para que seja possível resolver o problema proposto. Logo, entendemos o emprego dessa metodologia como propício para o estabelecimento de conexões matemáticas, justificando sua utilização neste estudo.

Procedimentos metodológicos

O presente trabalho foi desenvolvido em uma abordagem qualitativa, seguindo a metodologia de Resolução de Problemas, detalhada na seção anterior.

Participaram do estudo oito estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de um Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, os quais foram organizados em quatro duplas, identificadas como D_1, D_2, D_3 e D_4. A coleta de dados se pautou na produção escrita dos participantes, obtida a partir da aplicação de um problema escolhido. No próximo tópico, são detalhadas as respectivas resoluções apresentadas pelos participantes, acompanhadas de discussões e de reflexões suscitadas a partir delas, com base no aporte teórico das Conexões Matemáticas.

Análise dos dados

Seguindo os passos do roteiro sugerido para o trabalho com a metodologia de Resolução de Problemas, a primeira etapa foi a escolha do problema - mostrado no Quadro 01 - que foi apresentado aos estudantes considerando-se os objetivos a que nos propomos alcançar.

Quadro 01: Enunciado do problema apresentado aos estudantes

Calcular as coordenadas dos pontos de intersecção da parábola de equação $y = 1 - x^2$ e da hipérbole de equação $y = \frac{1}{x}$.

Fonte: adaptado de SANTOS (2018).

Inicialmente, o problema foi apresentado a cada estudante individualmente, com o intuito de que cada sujeito fizesse a leitura individual. Logo após, foram formadas duplas para que juntos os estudantes realizassem a leitura e a resolução do problema.

Como a aplicação desse trabalho foi realizada no período da pandemia, os alunos utilizaram plataformas para a realização de reuniões on-line, como o Google Meet, buscando a interação para a discussão dos caminhos da resolução e dos conceitos envolvidos. Nessa etapa, procuramos dar suporte às duplas, incentivando as discussões e o desenvolvimento dos passos da resolução do problema. Esse suporte também foi realizado via plataforma de reuniões ou por meio de aplicativos de mensagens.

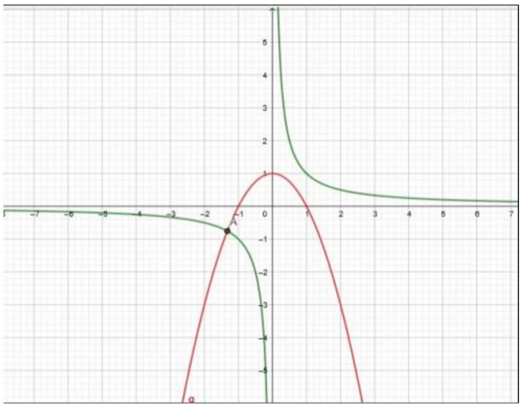
Na sequência, são apresentados os caminhos percorridos pelas duplas para a resolução do problema.

Resolução da dupla D_1

Como primeiro passo para a resolução, os estudantes integrantes dessa dupla buscaram entender o problema utilizando sua representação gráfica. Nessa direção, empregaram o software Geogebra para representar os gráficos da parábola e da hipérbole, destacando o que segue:

Observando ambos os gráficos no plano cartesiano, podemos entender que existe um único ponto em comum entre essas duas curvas (representado pelo ponto A), sendo esse pertencente ao 3º quadrante, portanto intuitivamente entendemos que as coordenadas que devemos encontrar, durante a resolução, tanto para x quanto para y, devem ser números reais negativos, o que já facilita um ponto para a interpretação do resultado.

Figura 01: Desenvolvimento inicial da dupla D_1



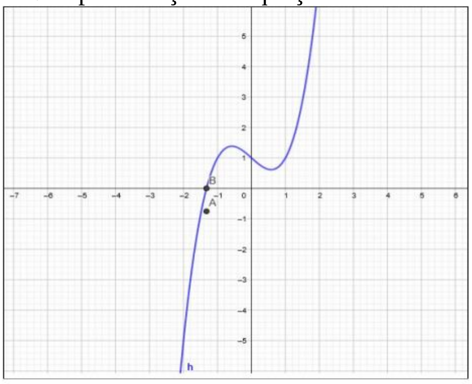
Fonte: dados da pesquisa

Após a construção do gráfico, os estudantes destacaram que, para encontrar o ponto em comum, seria preciso igualar as equações, montando uma única expressão dada pela equação cúbica $x^3 - x + 1 = 0$ e, novamente, recorreram à representação gráfica para interpretar a situação.

Antes de apresentar o gráfico, o grupo fez a afirmação que segue, porém sem mencionar a justificativa para tal afirmação:

Sabemos que essa é uma função que possui ao menos uma raiz real.

Figura 02: Representação da equação cúbica da dupla D_1



Fonte: dados da pesquisa

Os alunos destacaram que:

Pensando nessa ideia se conseguirmos determinar essa raiz indicado pelo ponto B, poderemos ter uma aproximação para a coordenada x que buscamos. Para determinar essa raiz, uma maneira muito eficaz é utilizar o método da bissecção.

Para começar, os estudantes elaboraram uma tabela na qual buscaram identificar um intervalo que apresentasse a raiz, observando a mudança de sinal.

Após atribuir alguns desses valores, pode-se verificar que existe uma troca de sinal no intervalo [-2,-1], o que mostra que muito provavelmente a raiz que buscamos esteja nesse intervalo.

Figura 03: Tabela de mudança de sinal da dupla D_1

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-23	-5	1	1	1	7	25

Fonte: dados da pesquisa

Após 14 passos de desenvolvimento, a dupla concluiu que o valor procurado era de -1,324768066, com um erro menor que 0,0001. Além do Método da Bissecção, o grupo também aplicou o Método de Newton, considerando o mesmo intervalo inicial e chegando ao resultado após cinco iterações, no valor -1,324717957.

Encontrado, então, o valor de x, os estudantes substituíram, na equação da parábola, para encontrar o valor de y, fazendo a conclusão:

Dessa forma, então, determinamos que o ponto de intersecção entre as duas curvas tem coordenadas cartesianas (-1,324768; -0,7550).

Analisando a produção apresentada pelos estudantes da dupla D_1, podemos inferir que esses estabeleceram conexões entre as diferentes representações, uma vez que eles, a partir da representação algébrica apresentada no problema, buscaram a representação gráfica dos objetos envolvidos, tanto no primeiro momento, com o propósito de compreenderem o problema (Figura 01), quanto no segundo momento (Figura 02). Essa representação, diferente da apresentada originalmente no problema, auxiliou no entendimento e na busca de sua solução.

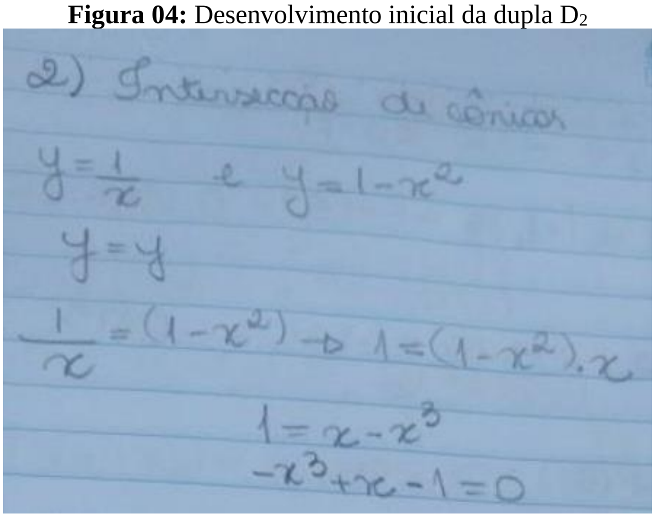
Ainda, na produção dos estudantes, foi possível notar conexões entre conceitos, pois eles apresentaram, em sua escrita, diferentes relações observadas, como, por exemplo, a relações entre o gráfico das funções, ponto de interseção e raiz da equação.

Além disso, percebemos também, na resolução da questão por essa dupla, conexões de procedimento, já que os estudantes perceberam que, para encontrar a solução procurada, necessitariam recorrer a métodos numéricos já estudados.

Resolução da dupla D_2

Como primeiro passo, os estudantes utilizaram diretamente a igualdade das equações para iniciar a resolução do problema. Após igualarem as duas equações, encontraram a expressão da equação cúbica resultante e, a partir dessa, empregaram também o Método da Bissecção para encontrar o valor procurado. Também fizeram uso do intervalo inicial [-2,-1] e, depois de 9 passos, chegaram ao valor x=-1,325195313, considerando o erro menor ou igual a 0,001.

Figura 04: Desenvolvimento inicial da dupla D_2



Fonte: dados da pesquisa

Diferente do que foi desenvolvido pela primeira dupla, na resolução pela dupla D_2 não foi empregada a representação gráfica para dar início à resolução do problema, uma vez que os estudantes trabalharam diretamente com a representação algébrica. Dessa forma, não foi possível inferir conexões entre as diferentes representações para esse problema.

Nesse caso, entendemos que a dupla D_2 apresentou conexões de procedimento, já que utilizou a manipulação algébrica e recorreu a um método numérico para encontrar a solução pedida.

Resolução da dupla D_3

Assim como a dupla D_1, os estudantes da dupla D_3 fizeram uso do software para dar uma ideia inicial do que seria a interseção procurada e, logo após, também igualaram as duas equações para dar início à resolução.

Após a manipulação da igualdade das duas equações, os estudantes, do mesmo modo, chegaram à equação cúbica e utilizaram o Método de Newton com 22 passos, chegando ao valor de x=-1,326591. Então, empregaram uma das equações para calcular o valor de y, encontrando o ponto de intersecção P(-1,32; -0,75).

Assim como a dupla D_1, a dupla D_3 igualmente apresentou conexões de diferentes representações ao fazer a representação geométrica das duas equações apresentadas, utilizando-se dessa representação para compreender inicialmente o problema.

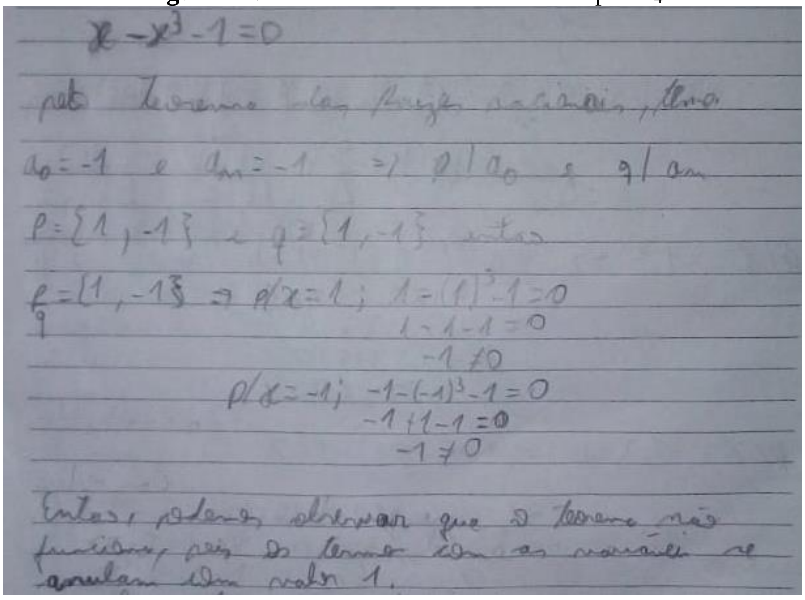
Ainda, é preciso destacar as conexões entre conceitos: gráfico das funções, ponto de interseção, coordenadas e raiz da equação. Os estudantes apresentaram, em sua produção escrita, a menção de que os valores aproximados, para x e y, deveriam estar no terceiro quadrante, pois a parábola estava definida com $a < 0$, e a hipérbole também estava definida no terceiro quadrante.

Por fim, destacamos as conexões de procedimento, ao utilizarem o método numérico para resolver o problema. Nesse caso, recorreram ao Método de Newton na realização dos cálculos.

Resolução da dupla D_4

O grupo apresentou a equação cúbica e, a partir disso, foi em busca das soluções. O primeiro passo realizado foi procurar a existência de raízes racionais empregando o Teorema das Raízes Racionais, como apresenta a Figura 05.

Figura 05: Desenvolvimento inicial da dupla D_4



$x - x^3 - 1 = 0$

pelo Teorema das Raízes racionais, temos

$a_0 = -1$ e $a_n = -1 \Rightarrow p / a_0$ e q / a_n

$p = \{1, -1\}$ e $q = \{1, -1\}$ então

$\frac{p}{q} = \{1, -1\} \Rightarrow p/x = 1;\ 1 - (1)^3 - 1 = 0$

$1 - 1 - 1 = 0$

$-1 \neq 0$

$p/x = -1;\ -1 - (-1)^3 - 1 = 0$

$-1 + 1 - 1 = 0$

$-1 \neq 0$

Então, podemos observar que o teorema não funciona, pois os termos com as incógnitas se anulam com valor 1.

Fonte: dados da pesquisa

Após concluírem que não existiam raízes racionais, o próximo passo dado pelos estudantes foi calcular a raiz por aproximação, utilizando intervalos cada vez menores. Todavia, isso foi feito sem se fazer menção a nenhum método específico estudado no Cálculo Numérico, por exemplo. Mesmo assim, a dupla conseguiu calcular a raiz aproximada.

Nesse caso, entendemos que os estudantes apresentaram conexões entre conceitos matemáticos quando destacaram o teorema das raízes racionais para partir em busca de encontrar a raiz da equação cúbica. Ainda, inferimos que fizeram uso de conexões do tipo procedimento, ainda que eles não tenham desenvolvido o cálculo por um método numérico.

Apresentação das soluções e plenária final

As etapas de apresentação das resoluções e plenária foram feitas por videoconferência, durante a qual cada dupla apresentou sua resolução e, ao final, foram realizadas as discussões. Nesse momento, questionamos aos estudantes como garantir que a solução para o problema existisse, procurando, nesse caso, a fundamentação matemática que poderia garantir tal existência.

A dupla D_2 apresentou, explicitamente, a referência ao Teorema do Valor Intermediário como justificativa para a existência da solução.

Quadro 02: Enunciado do Teorema do Valor Intermediário

Seja $f:[a,b] \rightarrow R$uma função contínua com $f(a) < d < f(b)$, então existe $c \in (a,b)$tal que $f(c) = d$.

Fonte: dados da pesquisa

Também a dupla D_3 fez menção ao teorema e ainda ressaltou que esse seria a sustentação para o Método da Bissecção utilizado na resolução do problema.

A partir das colocações das duplas D_2 e D_3, podemos detectar a existência de conexões entre conceitos matemáticos e ainda as conexões do tipo parte-todo, visto que os estudantes conseguiram relacionar o resultado mais geral do teorema com a resolução do problema que realizaram, principalmente, quando pontuaram que o Método da Bissecção seria baseado nesse resultado.

Ainda, na plenária, questionamos sobre o número de soluções que poderíamos encontrar para resolver o problema. As duplas D_2, D_3 e D_4 relacionaram o grau da equação com o número de raízes e justificaram o fato de apenas uma das raízes ser a solução procurada, conforme podemos observar no trecho abaixo, extraído do protocolo da dupla D_2:

Como a situação nos levará a um polinômio de grau três, logo teremos três soluções. Porém a raiz que satisfaz esta solução tem que pertencer ao conjunto dos reais. Pois é o ponto de intersecção das cônicas.

Nesse caso, de acordo com Businkas (2008), podemos inferir que a maioria dos estudantes apresentou conexões do tipo implicação, visto que relacionaram a dependência dos conceitos de maneira lógica.

A partir da análise das produções dos participantes do estudo e da plenária, foi possível identificar uma variedade de conexões, as quais podem ser visualizadas no quadro que segue.

Quadro 03 - Conexões apresentadas pelos estudantes

Tipos de Conexão	**D_1**	**D_2**	**D_3**	**D_4**
Diferentes representações	x		x	
Relação parte-todo		x	x	
Implicação		x	x	x
Procedimento	x	x	x	x
Conceitos matemáticos	x	x	x	x

Fonte: autoria própria

No Quadro 03, podemos observar que a maioria dos estudantes apresentou diferentes tipos de conexões ao resolverem o problema proposto, sendo que as que mais se manifestaram foram as de procedimento e as de conceitos matemáticos. Isso pode ser reflexo de como o conhecimento matemático foi trabalhado durante a trajetória escolar e acadêmica desses alunos.

Da mesma maneira, foi possível constatar que as conexões do tipo diferentes representações, relação parte-todo e implicação apareceram com menos frequência. Flores e García-García (2018, p. 176, tradução nossa) ressaltam que "as conexões matemáticas envolvem um processo complexo que nem sempre é realizado, e que a natureza do problema e o conhecimento prévio do aluno podem fazer com que eles estabeleçam algumas conexões e não outras."

Além da discussão acerca das diferentes conexões focadas no problema proposto, também destacamos a importância de, como futuros professores, criarmos contextos, em sala de aula, que permitam ser estabelecidas diferentes conexões por parte dos alunos.

> O professor, ao ajudar os seus alunos a explicitarem qualquer dos tipos de conexões, também os ajuda a pensar matematicamente. Ao aperceber-se das conexões que os seus alunos já são capazes de estabelecer, o professor deverá utilizar essa informação na planificação de novas tarefas, que sejam potenciadoras de produzir novas aprendizagens, com novas conexões. (FERREIRA, 2012, p. 10).

Temos consciência de que a criação desses contextos nem sempre é uma tarefa fácil para o professor, porém entendemos que, se o docente tiver essa experiência, em sua formação inicial, será um caminho mais natural que ele também desenvolva atividades semelhantes quando atuar em sala de aula.

Conclusão

Neste artigo, apresentamos uma possibilidade de serem trabalhadas as conexões matemáticas com a utilização da metodologia de Resolução de Problemas. Mesmo com todas as dificuldades impostas pela pandemia, avaliamos como uma experiência positiva essa forma de trabalhar com os conceitos matemáticos abordados. Foi possível constatar o interesse dos estudantes na busca pela resolução do problema e também os diferentes caminhos percorridos pelas duplas, os quais puderam ser socializados e discutidos na plenária.

A vasta rede de conceitos relacionados à resolução do problema foi algo que surpreendeu os estudantes, pois, antes disso, cada um desses conceitos estava compartimentado e, após a atividade, foi possível fazer a ligação entre eles para resolver um problema que, aparentemente, parecia de simples solução.

Entendemos a necessidade de que "futuros professores vivenciem intensamente práticas que os coloquem nesse contexto das conexões, enquanto aprendem a Matemática da Educação Superior e se preparam para sua atuação profissional futura" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2019, p. 13). Desse modo, práticas como essa incentivam e encorajam os futuros docentes que as vivenciam para que, em suas salas de aula, também as realizem, contribuindo para que as práticas pedagógicas em matemática se tornem cada vez mais significativas.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. As conexões trabalhadas através da resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática. **RenCiMa**, v. 10, n. 2, p. 01-14. 2019.

BUSINSKAS, A. **Conversations About Connections:** how secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections. 2008. 183f. Thesis (Doctor of philosophy) – Faculty of Education, Simon Fraser University, Canadá, 2008.

CANAVARRO, A. P. O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da matemática com conexões – ideias da teoria ilustradas com exemplos. **Educação e Matemática**. Lisboa, n. 144-145, p. 38-42, out, nov, dez. 2017.

FERREIRA, C. D. **Conexões matemáticas em álgebra um estudo com alunos do 7º ano de escolaridade.** Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade de Lisboa, Lisboa, 2012.

FLORES, C. D.; GARCÍA-GARCÍA, J. Conexiones Intramatemáticas y Extramatemáticas que se producen al Resolver Problemas de Cálculo en Contexto: um Estudio de Casos em el Nivel Superior. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 158-180, abr. 2017.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

SANTOS, M. W. S. **Resolução numérica de equações polinomiais de grau n>2 no ensino médio, por que não?** Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2018.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 11, p. 79-97, set. 2007.

Educação Financeira e Educação Matemática Crítica: compreensões e um levantamento bibliográfico de pesquisas brasileiras

Financial Education and Critical Mathematics Education: understandings and a bibliographic survey of Brazilian research

Andrei Luís Berres Hartmann
Universidade Estadual Paulista (Unesp)
andreiluis_spm@hotmail.com

Marcus Vinicius Maltempi
Universidade Estadual Paulista (Unesp)
marcus.maltempi@unesp.br

Resumo
Ao considerarmos a inclusão da Educação Financeira na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), principalmente relacionada às habilidades e competências da área de Matemática, seja para o Ensino Fundamental ou Médio, nos indagamos: se e como a Educação Financeira é abordada nas pesquisas de mestrado e doutorado, realizadas no Brasil, sob a lente teórica da Educação Matemática Crítica? Nesse sentido, objetivamos apresentar e discutir um levantamento bibliográfico a partir das produções acadêmicas disponíveis no Catálogo de Dissertações e Teses da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Assumimos como principal referencial teórico a Educação Matemática Crítica, e dialogamos com os conceitos de *matemacia*, matemática em ação e ambientes de aprendizagem com compreensões de Educação Financeira. Na busca pelo termo "*Educação Financeira AND Educação Matemática Crítica*", obtivemos 33 pesquisas realizadas no Brasil, concluídas entre 2012 e 2019. A análise dos dados indica a necessidade de investigações que relacionem Educação Financeira e Educação Matemática Crítica na Educação de Jovens e Adultos e no Ensino Superior, principalmente, nos cursos de formação de professores de Matemática.

Palavras-chave: Revisão de literatura; Catálogo da Capes; Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações; Dissertações de mestrado; Teses de doutorado.

Abstract
When considering the inclusion of Financial Education in the National Common Curriculum Base (BNCC), mainly related to the skills and competences in the area of Mathematics, whether for Elementary or Secondary Education, we wonder if, and how, Financial Education is addressed in research of master's and doctorate, held in Brazil, under the theoretical lens of Critical Mathematical Education? In this sense, we aim to present and discuss a bibliographic survey from the academic productions available in the Capes Dissertations and Theses Catalog and in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations. We assume Critical Mathematical Education as the main theoretical reference, and we dialogue with the concepts of mathemacy, mathematics in action and learning environments with understandings of Financial Education. In the search for the term "Financial Education AND Critical Mathematical Education", we obtained 33 surveys carried out in Brazil, completed between 2012 and 2019. The analysis of the data indicates the need for investigations that relate Financial Education and Critical Mathematical Education in the Education of Youths and Adults and in Higher Education, mainly in the training courses for teachers of Mathematics.

Keywords: Literature review; Capes catalog; Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations; Master's dissertations; Doctoral theses.

Considerações iniciais

A Educação Financeira teve seus apontamentos iniciais produzidos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2005a; 2005b). Nesse sentido, foi elaborada por essa organização uma compreensão sobre Educação Financeira, a fim de promover estudos, iniciativas e práticas voltadas a essa temática. Assim, foi depreendido que a Educação Financeira é:

> O processo pelo qual os consumidores ou investidores financeiros melhoram a sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, através de informações, instruções e/ou pareceres objetivos, desenvolvem habilidades e confiança para se tornarem mais conscientes dos riscos e oportunidades financeiras, de fazer escolhas informadas, saber onde procurar ajuda e tomar outras ações efetivas para melhorar seu bem-estar financeiro (OCDE, 2005b, p. 4, tradução nossa).

A referida definição parece ter se voltado majoritariamente a aspectos individualistas, como produzido no excerto que aponta a melhoria do bem-estar financeiro pessoal dos indivíduos. Ademais, a OCDE se preocupou em beneficiar a economia de países ligados a essa organização (SILVA; POWELL, 2015). Compreensões de Educação Financeira que abarcam aspectos ligados a posições críticas sobre questões financeiras, não individualistas, de convite e do contexto social e econômico das pessoas foram discutidas por Silva e Powell (2013) e Muniz (2016).

Por meio dos aspectos elucidados por esses teóricos, buscamos uma compreensão de Educação Financeira voltada à criticidade e que abarque apontamentos da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2000; 2001; 2007; 2008; 2014). Logo, nossa compreensão de Educação Financeira é de convite a ações e diálogos críticos, acerca do contexto social, financeiro e econômico dos indivíduos, visando a melhoria da qualidade de vida das pessoas e da sociedade em que vivem, possibilitando tomadas de decisão, pautadas em aspectos econômicos, financeiros, sociais, culturais e comportamentais[1].

A partir desse entendimento, apontamos que a Educação Financeira tem sido discutida em pesquisas brasileiras associadas à Educação Matemática Crítica, principalmente voltadas à Educação Básica, a exemplo, as desenvolvidas por Campos (2013), Lima (2016), Oliveira (2017), Frederic (2018) e Pizolatto (2019). Nesse sentido, questionamentos podem ser gerados sobre a abordagem da Educação Financeira nos outros

[1] Ao nos referirmos aos cinco aspectos não-matemáticos, quais sejam os econômicos, financeiros, sociais, culturais e comportamentais, assumimos os apontamentos produzidos por Muniz (2016). Para um aprofundamento melhor sobre essas questões, indicamos a leitura da tese desse autor.

níveis de ensino de forma crítica, reflexiva e que se preocupe com a formação dos cidadãos. Assim, indagamo-nos: se e como a Educação Financeira é abordada nas pesquisas de mestrado e doutorado, realizadas no Brasil, sob a lente teórica da Educação Matemática Crítica?

Para tanto, objetivamos apresentar e discutir um levantamento bibliográfico a partir das produções acadêmicas disponíveis no Catálogo de Dissertações e Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior[2] (Capes) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações[3] (BDTD).

Educação Financeira e Educação Matemática Crítica: compreensões e possíveis relações

A Educação Financeira foi incluída pela primeira vez, explicitamente, em um documento legislativo brasileiro voltado à Educação Básica, a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018). Nesse documento, a referida temática é apresentada como transversal e integradora, porém fortemente relacionada às habilidades e competências da área de Matemática – Ensino Fundamental – e Matemática e suas Tecnologias – Ensino Médio.

Uma proposta de inclusão da Educação Financeira na Educação Básica foi elaborada por Silva e Powell (2013), como parte da Educação Matemática dos estudantes, visando desenvolver o pensamento financeiro desses alunos. Assim, os autores adotaram o termo Educação Financeira Escolar e a caracterizam como:

> um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem (SILVA; POWELL, 2013, p. 12-13).

Essa definição, diferentemente da exposta pela OCDE (2005), já mencionada, destaca que os estudantes devem ter posições críticas, o que vai ao encontro das ideias de Skovsmose (2001; 2008) em relação à Educação Matemática Crítica. Ademais, Silva e Powell (2013) dispõem que os estudos de Educação Financeira devem envolver questões relacionadas à vida pessoal, familiar e social, ampliando possibilidades de trabalho e de

[2] Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/>. Último acesso em: 22 jan. 2021.
[3] Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/>. Último acesso em: 22 jan. 2021.

visões não individualistas. Ainda, tais pesquisadores indicam a tomada de decisão, que ocorre nos momentos em que os educandos podem refletir sobre suas atitudes e consequências dessas, a qual também é mencionada em estudos de Skovsmose (2001; 2007; 2014).

Assim, compreendemos que relações entre Educação Financeira e Educação Matemática Crítica podem ser estabelecidas, principalmente por entendermos uma Educação Financeira que discuta não somente conteúdos matemáticos, mas que amplie esses momentos para reflexões críticas sobre aspectos econômicos e sociais da realidade dos estudantes, buscando um movimento democrático. Portanto, corroboramos a ideia geral e unificadora do conceito de Educação Matemática Crítica, a qual defende que:

> para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa (SKOVSMOSE, 2001, p. 101).

Em suas obras, Skovsmose (2000; 2001; 2007; 2008; 2014) apresenta preocupações com a Educação Matemática e os aspectos políticos dessa, na sociedade. Dentre os apontamentos realizados pelo autor ao longo das obras em comento, passamos a discutir sucintamente a *matemacia*, a matemática em ação e os ambientes de aprendizagem, que podem se entrelaçar a ideias e compreensões de Educação Financeira.

A *matemacia* está diretamente relacionada aos aspectos de responsabilidade social (SKOVSMOSE, 2014), a partir de ideias de Paulo Freire associadas à compreensão dos aspectos sociais, políticos, culturais e econômicos da vivência dos indivíduos. Assim, "*matemacia* pode ser concebida como um modo de ler o mundo por meio de números e gráficos, e de escrevê-lo ao estar aberto a mudanças" (SKOVSMOSE, 2014, p. 106, grifo nosso). Ao discutir sobre esse termo, o teórico menciona que a *matemacia* pode envolver atos para criticar os bens e males do consumo.

Logo, para Skovsmose (2014), a Educação Matemática deve, também, preparar para o consumo. Assim, podem ser criados momentos de discussão de aspectos da Educação Financeira, visto que essa pode contemplar ações críticas sobre o consumo e discutir conteúdos matemáticos através de espaços criados. Por exemplo, os estudantes podem pesquisar sobre um produto que pretendem adquirir e, por meio dos dados encontrados, discutir as taxas de juros envolvidas nos pagamentos à vista e à prazo, a quantidade das parcelas e de seus valores, além da necessidade ou não de comprar o produto e das consequências desse ato.

Ainda, as ideias de *matemacia* podem ser relacionadas à matemática em ação, voltada aos papeis sociais da Matemática (SKOVSMOSE, 2008). Para este autor, a Matemática pode constituir procedimentos econômicos e tomadas de decisão. Assim, a Educação Financeira possibilita colocar a matemática em ação em prática na sala de aula de Matemática da Educação Básica, nos cursos de formação de professores e em pesquisas, pois: os procedimentos econômicos de transações financeiras podem ser estudados através de análises das diferenças do cartão de crédito e débito, de faturas de cartão de crédito e das taxas envolvidas no parcelamento dessas faturas; e a tomada de decisão é abordada ao questionar os indivíduos sobre qual produto preferem adquirir, qual a forma de pagamento, quais aspectos consideram para a escolha, podendo ser econômicos, financeiros, sociais, culturais e comportamentais (MUNIZ, 2016).

Por fim, ponderamos que essas possibilidades de relações de *matemacia* e matemática em ação, com Educação Financeira, podem constituir ambientes de aprendizagem, em que os estudantes realizam investigações (SKOVSMOSE, 2008). Para tanto, o autor considera dois paradigmas de práticas de ensino dos conteúdos matemáticos: os exercícios e os cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000). Esses dois são combinados a três referências, matemática pura, semi-realidade e realidade, sendo propostos seis ambientes de aprendizagem. Assim, os do tipo (1) e (2) estão relacionados a referências à matemática pura. Os do tipo (3) e (4) à semi-realidade.

De acordo com Baroni (2021), os ambientes de aprendizagem com referências à realidade – tipo (5) e (6) – podem ser explorados através de análises voltadas ao salário mínimo. Ao realizar a correção de valores, somente a partir de exercícios e cálculos matemáticos, pode-se explorar o ambiente (5). Já, no ambiente (6) são ampliados os momentos de reflexões, pensando se o valor do salário mínimo é suficiente ou não para garantir a condição de vida digna às famílias.

Ainda, propor ambientes de aprendizagem com referências à vida real dos estudantes vai ao encontro das ideias de Hartmann e Mariani (2019) e Hartmann, Mariani e Maltempi (2021): de que as atividades de Educação Financeira devem permitir interpretações de contextos aos participantes, por meio de questões matemáticas e não-matemáticas. Assim, enfatizamos que esses são apenas alguns dos diversos apontamentos e possibilidades de entrelaçamentos entre Educação Financeira e Educação Matemática Crítica.

Diante do exposto, a Educação Financeira se mostra como uma temática de extrema importância, por possibilitar o estudo de conteúdos curriculares matemáticos, através de questões relacionadas à vivência humana, possibilitando aos estudantes reflexões críticas sobre aspectos econômicos, sociais, políticos e culturais. Diante da sociedade capitalista em que estamos inseridos, proporcionar discussões sobre o contexto social, financeiro e econômico dos indivíduos, visando a melhoria da qualidade de vida desses, por meio da Educação Financeira, é uma forma capaz de permitir que cidadãos assumam posições críticas diante de tantas desigualdades e injustiças que ainda permeiam a vivência humana, em pleno século XXI.

Considerações metodológicas

A partir do objetivo, qual seja o de apresentar e discutir um levantamento bibliográfico a partir das produções acadêmicas disponíveis no Catálogo de Dissertações e Teses da Capes e na BDTD, este estudo é classificado como um levantamento bibliográfico qualitativo. Seguimos os pressupostos da pesquisa qualitativa, a partir de Borba, Almeida e Gracias (2019) e Araújo e Borba (2020), pois buscamos, principalmente, valorizar a compreensão dos dados encontrados e descrevê-los, primando pela significância das ações traçadas. Porém, entendemos que é pertinente destacar que dados quantitativos também podem ser importantes na abordagem qualitativa de pesquisa, quando recolhidos de forma crítica (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Com relação à característica bibliográfica, salientamos o exposto por Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 71), que afirmam que a pesquisa bibliográfica "se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos". Para tanto, conforme mencionado no objetivo deste estudo, o levantamento considerou o Catálogo de Dissertações e Teses da Capes e a BDTD como meios de busca das pesquisas de mestrado e doutorado que tematizaram a Educação Financeira à luz da Educação Matemática Crítica. Evidenciamos que em ambas as plataformas adotamos como termo de busca "*'Educação Financeira" AND "Educação*

Matemática Crítica"' e não restringimos os dados a períodos temporais de conclusão dos trabalhos.

Assim, encontramos 15 produções dispostas na BDTD e 27 pesquisas no Catálogo da Capes. No entanto, ao analisarmos esses dados, observamos que oito trabalhos foram resultados das buscas em ambas plataformas. Além disso, a partir da leitura do título, resumo e palavras-chave, descartamos uma pesquisa, visto que apesar de ter sido mapeada, não tematizou a Educação Matemática Crítica aliada à Educação Financeira. Portanto, nosso levantamento bibliográfico qualitativo versa sobre 33 estudos de mestrado e doutorado, mapeados nas duas plataformas de busca, os quais são discutidos na próxima seção.

Apresentação e análise dos dados

Conforme exposto na seção anterior, a partir do Catálogo da Capes e da BDTD, encontramos 33 pesquisas sobre Educação Financeira e Educação Matemática Crítica. No Quadro 1, dispomos uma síntese das produções mapeadas, distribuídas por região geográfica, porcentagem em cada região, instituição, título, autor e ano.

Quadro 1: Síntese das pesquisas mapeadas

Região	Instituição	Título	Autor (ano)
Sudeste (51,52%)	CP II	Educação Financeira no Ensino Fundamental: um Bom Negócio	Lima (2016)
	Ifes	Matemática financeira no ensino médio numa perspectiva investigativa	Santos (2015)
		Educação financeira: um estudo de caso na formação inicial de professores de matemática	Leffler (2019)
	IFSP	Uma proposta de atividades de Educação Financeira no Ensino Médio	Folchetti Filho (2018)
		Contribuições das Educação Estatística, Socioemocional e Financeira para a saúde do cidadão	Frederic (2018)
		Educação Financeira: uma análise de livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental	Grégio (2018)
	UFJF	Educação Financeira: uma pesquisa documental crítica	Britto (2012)
		Matemática financeira e tecnologia: espaços para o desenvolvimento da capacidade crítica dos educandos da educação de jovens e adultos	Costa (2012)

		Investigando como a educação financeira crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de jovens-indivíduos-consumidores (JIC'S)	Campos (2013)
		A inserção da educação financeira em um curso de serviço de matemática financeira para graduandos de um curso de Administração	Teixeira (2016)
		Estruturando e investigando o funcionamento do Laboratório de Educação Matemática e Educação Financeira (LABMAT-EF)	Figueiredo (2017)
		Educação Financeira na Educação de Jovens e Adultos (EJA): buscando uma visão empreendedora para estudantes adultos no município de Irupi - ES	Xisto (2019)
	UNIAN	Ambiente Virtual de Aprendizagem e Cenários para investigação: contribuições para uma Educação Financeira acessível	Santos (2016)
		Educação financeira na perspectiva da matemática crítica e a formação continuada do professor do ensino médio	Santos (2017)
		As inter-relações dos pensares matemáticos e financeiros na educação, como um desafio transdisciplinar	Peres (2019)
	Uningranrio	Cenários para Investigação de temas de Educação Financeira em uma escola pública de Duque de Caxias	Silva (2016)
	USP	Educação Financeira e o livro didático de Matemática: uma análise das coleções aprovadas no PNLD 2015 para o Ensino Médio	Gaban (2016)
Nordeste (27,27%)	UEPB	Educação financeira no livro didático de matemática (LDM): concepção docente e prática pedagógica	Santiago (2019)
	UESC	Cenário da Educação Financeira para Compreender PA e PG no Ensino Médio: um olhar aos pressupostos da Educação Matemática Crítica	Santos (2019)
	UFPE	Educação financeira nos anos iniciais do ensino fundamental: como tem ocorrido na sala de aula?	Oliveira (2017)
		Educação financeira em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: quais as atividades sugeridas nos livros dos alunos e as orientações presentes nos manuais dos professores?	Santos (2017)
		Programa de educação financeira nas escolas de ensino médio: uma análise dos materiais propostos e sua relação com a matemática	Silva (2017)
		Atividades de educação financeira em livro didático de matemática: como professores colocam em prática?	Silva (2018)

		Educação financeira nos livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental	Azevedo (2019)
		Educação Financeira e Matemática Financeira: compreendendo possibilidades a partir de um grupo de estudo com professores do ensino médio	Melo (2019)
	UFRPE	Educação Matemática Crítica: Uma sequência didática para o ensino de Matemática e Educação Financeira a partir do tema Inflação	Bezerra Filho (2019)
Sul (15,15%)	UFN	Educação Matemática Financeira: uma abordagem socioeconômica no 2º ano do Ensino Médio Politécnico	Fernandes (2016)
	UFRGS	Investigação sobre as contribuições da matemática para o desenvolvimento da educação financeira na escola	Raschen (2016)
	Unochapecó	Educação financeira crítica: novos desafios na formação continuada de professores	Chiarello (2014)
		Educação financeira crítica: uma perspectiva de empoderamento para jovens campesinos	Pelinson (2015)
	UTFPR	Educação financeira e sustentabilidade ambiental: uma reflexão em aulas de matemática do ensino médio	Pizolatto (2019)
Centro-Oeste (6,06%)	IFG	A disciplina de matemática financeira nas licenciaturas em matemática e uma proposta de formação continuada na perspectiva da matemática crítica	Ferreira (2019)
	UFG	Tomada de decisões e o aprendizado de matemática financeira: uma experiência com aplicativos para smartphone	Amim Júnior (2018)

Fonte: Autores (2021).

A partir do exposto no Quadro 1, ressaltamos o predomínio das produções na região sudeste (17 pesquisas) e nordeste (9 pesquisas) do Brasil, totalizando 26 trabalhos (78,8% do total). Esse resultado se dá, principalmente, pelas duas instituições que mais apresentaram pesquisas se concentrarem nessas regiões, sendo a Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), ambas com 6 trabalhos cada. Ainda, esses resultados convergem ao apresentado por Cirani, Campanario e Silva (2015, p. 179) sobre a "distribuição percentual por região de titulados por curso da pós-graduação senso estrito", de um total geral de 55.047, 29.009 estão localizados na região Sudeste do país, visto que essa é a região que possui maior número de programas de mestrado e doutorado, além de matrículas nesses cursos.

Além do exposto, apesar de não termos restringido a busca dos trabalhos em um período temporal de conclusão desses, apenas foram encontradas pesquisas a partir de 2012, sendo a maioria concentradas nos anos de 2016, 2017, 2018 e 2019. Essa observação converge com o apresentado na última avaliação quadrienal da Capes[4], em 2017, quando apontado que houve um efetivo crescimento dos programas de pós-graduação no Brasil, entre os anos de 2013 e 2016.

Com relação às áreas de concentração das pesquisas, notabilizamos que 16 delas (48,48% do total) estão explicitamente relacionadas à Educação Matemática. As produções (6) realizadas pela UFJF estão interligadas a um programa de mestrado profissional em Educação Matemática. Os trabalhos (3) concluídos junto à Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN) e a dissertação realizada pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), foram realizados em programas de pós-graduação acadêmicos em Educação Matemática. Outrossim, foram encontradas seis produções realizadas pela UFPE, em um programa de pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica.

Ainda, cabe salientar que das 33 pesquisas encontradas, 32 são dissertações de mestrado e apenas uma, a de Santos (2016), classifica-se como tese de doutorado. Essa tese foi realizada no programa de pós-graduação em Educação Matemática da UNIAN e versou, principalmente, sobre os cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000; 2008), intitulada "Ambiente Virtual de Aprendizagem e Cenários para investigação: contribuições para uma Educação Financeira acessível".

Além dos dados institucionais apresentados, observamos a centralidade dos temas abordados nos 33 trabalhos, na direção de averiguar o "como" a Educação Financeira é abordada nas pesquisas. Foi possível visualizarmos o predomínio de pesquisas que focalizaram a produção de dados na Educação Básica, principalmente pela idealização de atividades com os estudantes ou pela análise de livros didáticos. Encontramos oito produções relacionadas ao Ensino Fundamental e 15 pesquisas no Ensino Médio, ou seja, totalizamos 23 estudos direcionados à Educação Básica, o que corresponde a 69,7% das pesquisas mapeadas.

Em relação às demais produções, percebemos que: um trabalho foi de predominância teórica, isto é, caracterizado por uma pesquisa documental (BRITTO, 2012); três versavam sobre formação continuada de professores; além de duas pesquisas que abordaram a

[4] Informações obtidas de: <https://www.capes.gov.br/36-noticias/8558-avaliacao-da-capes-aponta-crescimento-da-pos-graduacao-brasileira>. Último acesso em: maio 2020.

Educação Financeira relacionada com temáticas distintas, sendo a inclusão e a transdisciplinaridade. Foi possível observar apenas dois estudos voltados à Educação de Jovens e Adultos (EJA); apenas um no Ensino Superior, em um curso de Administração; e, também, apenas uma produção voltada à formação inicial de professores (LEFFLER, 2019).

Por fim, enaltecemos que além de termos encontrado apenas a pesquisa de Leffler (2019) sobre formação inicial, grande parte das produções apontou a importância, as dificuldades e as responsabilidades docentes para conduzir a Educação Financeira. A partir do predomínio do foco de reflexões sobre os cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000; 2008) e algumas abordagens referentes à *matemacia* (SKOVSMOSE, 2008) nos trabalhos mapeados, como em Gaban (2016), Lima (2016), Silva (2018), Leffler (2019) e Santiago (2019), foi apontado que há a necessidade de ampliar os conhecimentos docentes no que diz respeito à Educação Financeira, sendo necessária formação inicial e continuada.

Considerações finais

Ao nos indagarmos se e como a Educação Financeira é abordada nas pesquisas de mestrado e doutorado, realizadas no Brasil, sob a lente teórica da Educação Matemática Crítica, objetivamos apresentar e discutir um levantamento bibliográfico a partir das produções acadêmicas disponíveis no Catálogo de Dissertações e Teses da Capes e na BDTD. Apontamos que a Educação Financeira relacionada à Educação Matemática Crítica está presente em estudos de mestrado, porém, haja vista que encontramos apenas uma tese de doutorado, dentre os 33 trabalhos, direcionamos a necessidade da ampliação de pesquisas nesse nível sobre os assuntos tratados neste texto.

Sugerimos que as discussões propostas neste texto sejam ampliadas, por meio da busca de pesquisas que tematizaram a Educação Financeira, sob diferentes lentes teóricas. Temos consciência que toda busca de trabalhos, ao mesmo tempo que possibilita encontrar e analisar as pesquisas focalizadas, também se restringe, pois muitas produções podem ser divulgadas em outras plataformas, em nosso caso, em periódicos que não fizeram parte do escopo desse estudo, como as principais revistas em Educação Matemática. Outrossim, enfatizamos que a escolha pelas plataformas se deu em virtude de serem as principais bases que agrupam os estudos referentes à dissertações e teses no Brasil.

Ao ponderarmos sobre como a Educação Financeira é abordada, evidenciamos que a grande maioria das produções refletiu acerca dessa temática na Educação Básica, principalmente pela idealização de atividades e análise de livros didáticos. Ainda, foi possível observar que houve estudos que atenderam aos critérios de busca e foram de cunho teórico, sobre formação continuada de professores, inclusão e transdisciplinaridade. Nesse sentido, concluímos que há a necessidade de produzir investigações que tematizem a Educação Financeira sob a Educação Matemática Crítica na formação inicial de professores de Matemática e na Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Em síntese, principalmente, teses de doutorado precisam ser realizadas no Brasil, sobre Educação Financeira e Educação Matemática Crítica, voltadas à EJA e à formação inicial de professores. Frisamos, em especial, a formação inicial, pois compreendemos que a inclusão da Educação Financeira na BNCC e suas relações com a área de Matemática do Ensino Fundamental e Médio requer que professores de Matemática estejam preparados para abordá-la na Educação Básica.

Assim, esperamos que o presente texto encoraje pesquisadores brasileiros a investigarem as propostas apresentadas, buscando caminhos para que estudantes da Educação Básica, graduandos e comunidade em geral tenham acesso à Educação Financeira e a uma formação crítica e cidadã. Ainda, defendemos que professores realizem, cada vez mais, a promoção da Educação Financeira através do convite a ações e diálogos críticos, acerca do contexto social, financeiro e econômico dos indivíduos, visando a melhoria da qualidade de vida das pessoas e da sociedade em que vivem, possibilitando tomadas de decisão, pautadas em aspectos econômicos, financeiros, sociais, culturais e comportamentais.

Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), agência financiadora da pesquisa de mestrado do primeiro autor, orientada pelo segundo.

Referências

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. *In*: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 6. ed. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação Matemática**: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora. 1994.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: diferentes vozes em uma investigação. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf >. Acesso em 12 jan. 2021

BRITTO, R. R. de. **Educação Financeira**: uma pesquisa documental crítica. 2012. 262 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

CAMPOS, A. B. **Investigando como a educação financeira crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de jovens-indivíduos-consumidores** (JIC'S). 2013. 177 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

CIRANI, C. B. S.; CAMPANARIO, M. A.; SILVA, H. H. M. (2015). A evolução do ensino da pós-graduação senso estrito no Brasil: análise exploratória e proposições para pesquisa. v.20, n.1, pp. 163-187. 2015. **Avaliação**, Campinas: SP. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/aval/v20n1/1414-4077-aval-20-01-00163.pdf. Acesso em: 20 maio 2021.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados. 2006.

FREDERIC, D. J. A. **Contribuições das Educação Estatística, Socioemocional e Financeira para a saúde do cidadão**. 2018. 128 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2018.

GABAN, A. A. **Educação Financeira e o livro didático de Matemática**: uma análise das coleções aprovadas no PNLD 2015 para o Ensino Médio. 2016. 57 p. Dissertação (Mestrado em Ciências). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

HARTMANN, A. L. B.; MARIANI, R. C. P. Educação Financeira em atividades didáticas no ambiente escolar: apontamentos iniciais de uma meta-análise. *In*: 5º Seminário de Pesquisa em Educação Financeira Escolar e Educação Matemática, 2019, Juiz de Fora. **Anais do Seminário**, 2019, p. 63-74.

HARTMANN, A. L. B.; MARIANI, R. C. P.; MALTEMPI, M. V. Educação Financeira no Ensino Médio: uma análise de atividades didáticas relacionadas a séries periódicas uniformes sob o ponto de vista da Educação Matemática Crítica. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 70, p. 567-587, ago. 2021.

LEFFLER, R. **Educação financeira**: um estudo de caso na formação inicial de professores de matemática. 2019. 224 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.

LIMA, A. de S. **Educação Financeira no Ensino Fundamental**: um Bom Negócio. 2016. 283 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica). Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2016.

MUNIZ, I. Jr. **Econs Ou Humanos? Um Estudo Sobre a Tomada de decisão em Ambientes de Educação Financeira Escolar**. 2016. 431 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2016.

OLIVEIRA, A. dos A. **Educação financeira nos anos iniciais do ensino fundamental**: como tem ocorrido na sala de aula? 2017.160 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Improving Financial Literacy:** Analysis of Issues and Policies. 2005a.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness**. Directorade for Financial and Enterprice Affairs. 2005b. Disponível em: <http://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf>. Acesso em: 12 jan. 2021.

PIZZOLATTO, C. **Educação financeira e sustentabilidade ambiental**: uma reflexão em aulas de matemática do ensino médio. 2019. 168 p. Dissertação (Mestrado em Desenvolvimento Regional). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2019.

SANTIAGO, M. S. **Educação financeira no Livro Didático de Matemática (LDM)**: concepção docente e prática pedagógica. 2019. 127 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

SANTOS, C. E. R. dos. **Ambiente virtual de aprendizagem e cenários para investigação**: contribuições para uma educação financeira acessível. 2016. 280 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SILVA, A. D. P. da. **Atividades de educação financeira em livro didático de matemática**: como professores colocam em prática? 2018. 200 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. *In*: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba. **Anais do XI ENEM**... Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013, p. 1-17.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Educação Financeira na Escola: A perspectiva da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. **Boletim GEPEM**, v. 66, p. 3-19, jan./jun. 2015.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Campinas/SP: Papirus 2001.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas/SP: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2014.

Ensino e Aprendizagem *Online* de Álgebra Linear: o que dizem os professores

Teaching and Learning of Linear Algebra in *Online* Education: what the professors say

Angela Cássia Biazutti
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ
biazutti@im.ufrj.br

Rafael Filipe Novôa Vaz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro - IFRJ
rafael.vaz@ifrj.edu.br

Luciano Roberto Padilha de Andrade
Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial - SENAI/CETIQT
lucpad2013@gmail.com

Resumo
Este trabalho apresenta uma investigação sobre o ensino *online* de Álgebra Linear, durante a pandemia, sob o ponto de vista dos docentes. Os dados foram coletados por meio de um questionário elaborado no *Google Forms* e respondido por docentes de oito instituições de ensino superior, sendo sete públicas no estado do Rio de Janeiro. Para a análise dos dados foram utilizadas duas perspectivas distintas e complementares: a Análise de Conteúdo, representante do modo pragmático, para categorizar e realizar as primeiras inferências e a Análise Narrativa, utilizada para produzir um relato em que se destacam particularidades e especificidades encontradas nas respostas dos participantes. Nossos resultados retratam a diversidade de sentimentos entre os professores, reflexo da complexidade da transição abrupta do modelo presencial para o modelo *online* durante a Pandemia da Covid19. As dificuldades com a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) não são, segundo os docentes, as maiores dificuldades encontradas nesse processo. Foram apontados como grandes obstáculos à atuação docente a sensação de abandono dos docentes por causa das câmeras desligadas, a dificuldade em propor avaliações no modelo *online* e as dificuldades de conexão, principalmente por parte dos estudantes. Por outro lado, alguns docentes relatam que de alguma forma estão sendo obrigados a reinventar suas práticas pedagógicas, estudando outros métodos e descobrindo novas alternativas, tornando-se, de algum modo, professores melhores.

Palavras-chave: Impactos da Pandemia; Ensino *online*; Álgebra Linear; TIC na Educação.

Abstract
This study presents an investigation about the online teaching of Linear Algebra, during the pandemic, under the professors' point of view. The data were collected by means of a questionnaire elaborated in Google Forms and answered by professors of eight institutions of higher education, seven of which are public, in the state of Rio de Janeiro. For the analysis of the data, two distinct and complementary perspectives were used: Content Analysis, representing the pragmatic way to categorize and make the first inferences and Narrative Analysis, used to produce a report that highlights particularities and specificities found in the answers of the participants. Our results portray the diversity of feelings among professors, reflecting the complexity of the abrupt transition from the face-to-face model to the online model during the Covid Pandemic19. The difficulties with the use of Information and Communications Technologies (ICT) are not, according to the professors, the greatest difficulties encountered in this process. The sensation of abandonment, felt by professors due to the cameras turned off, the difficulty in proposing evaluations in the online model and the internet connection difficulties,

mainly by students, were pointed out as major obstacles to teaching. On the other hand, some professors report that they are somehow being forced to reinvent their pedagogical practices, studying other methods and discovering new alternatives, becoming, in some way, better educators.

Keywords: Pandemic Impacts; Online Teaching; Linear Algebra; ICT in education.

Introdução

No momento em que começamos a escrever este artigo, o mundo reconhecia o Brasil como epicentro da pandemia da COVID19, com mais de 400 mil vidas perdidas. Algumas autoridades governamentais correm contra o tempo na tentativa de comprar e/ou produzir algumas das vacinas conhecidas na tentativa de imunizar a população e conter a doença no país.

Neste ambiente de incerteza e medo que assola o mundo e, hoje, em especial, o Brasil, instituições de ensino e professores se reinventam para garantir o ensino aos estudantes das mais diferentes faixas etárias. Algumas escolas permaneceram fechadas por quase todo o ano de 2020, e continuam atualmente (2021), optando pelo ensino *online*. Entendemos que o termo *online* se refere às aulas que ocorrem a distância, utilizando o suporte tecnológico para o compartilhamento de informações, abrangendo o já conhecido Ensino a Distância (EaD) e o Ensino Remoto (ER).

As aulas no EaD são estruturadas para a modalidade a distância, geralmente com tutores, fóruns de discussão, disponibilização de vídeos e textos, por meio de atividades, prioritariamente, assíncronas. Nesta modalidade a conexão professor aluno ocorre pelo ambiente virtual de aprendizagem (AVA) e a produção dos materiais é feita em larga escala sem personalização por grupos.

O ER surge de forma emergencial e temporária com a pandemia, regulamentado e autorizado pelas autoridades dos sistemas de ensino federal e estadual, para evitar a quebra do cronograma educacional diante das medidas de isolamento. No ER ocorre a virtualização do ensino presencial, onde alunos, no horário previsto das aulas, encontram-se virtualmente com professores. São então atividades síncronas, geralmente, mantendo a mesma carga horária das aulas na modalidade presencial. Algumas instituições utilizaram o suporte do AVA para facilitar a comunicação ou até mesmo como repositório de conteúdo e gerenciamento de tarefas e avaliações.

Um AVA é desenvolvido especialmente para facilitar a aprendizagem *online*. Inclui uma variedade de subsistemas informatizados, usados para a distribuição e suporte de cursos e atividades digitais (NETO, 2008, p.122), podendo ser definido como um composto de TIC destinado ao ensino, auxiliando na construção de espaços virtuais de conectividade da educação *online*.

As universidades públicas fluminenses, predominantemente, têm utilizado adaptações diversas do ER. A Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), por exemplo, estabeleceu diretrizes e treinamento para um modelo de Ensino Remoto Emergencial (ERE), recomendando uma combinação de atividades do ER e de EaD, organizadas por meio do AVA já existente (AVA@UFRJ), fornecido pela plataforma Moodle. No Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ) foram criadas diretrizes para o desenvolvimento de atividades de ensino e aprendizagem a serem desenvolvidas no modelo não presencial de Atividades Pedagógicas Não Presenciais (APNP). Nas universidades privadas os modelos variam entre o ensino remoto e o presencial. Observamos, informalmente, que a ruptura das aulas presenciais é um assunto que demanda esforços de adaptação de todas as partes envolvidas. De modo geral, em instituições em que os professores possuem mais autonomia, as soluções encontradas pelos docentes são distintas entre si, de acordo com as habilidades e possibilidades dos envolvidos.

Este artigo apresenta um estudo desenvolvido pelo grupo de pesquisa Transição, do Projeto Fundão-UFRJ, que investiga o ensino e a aprendizagem de algumas disciplinas de Matemática do Ensino Superior. Depois de realizar estudos envolvendo Pré-Cálculo, Cálculo e Geometria Analítica, anteriores à pandemia, o grupo optou por investigar os efeitos da pandemia e do ensino *online* sob o filtro da Álgebra Linear (AL).

A escassez de pesquisas sobre ensino e aprendizagem *online* de AL e sobre a utilização de TIC nesse processo (BIANCHINI; LIMA; GOMES, 2019 e BIANCHINI, LIMA; MACHADO, 2019) e a necessidade de desenvolver uma visão mais holística sobre as dificuldades do Ensino Superior foram motivadoras para este estudo. A escolha de AL também levou em conta o fato desta disciplina explorar conceitos que exigem alto grau de abstração para serem bem compreendidos, e, por esta razão, ser considerada especialmente difícil pelos alunos, inclusive no Ensino *online* (MACHADO, BIANCHINI, 2012).

Acreditamos que os efeitos da Pandemia afetaram, de modo permanente, nossas vidas, e consequentemente, irão afetar o modo como ensinamos. A utilização de TIC no ensino, a possibilidade da utilização de aulas invertidas ou até mesmo de um ensino híbrido, provavelmente estarão presentes no ensino, mesmo depois da pandemia. Identificar, refletir e compreender estes efeitos será proveitoso para a Educação Matemática.

Neste sentido, esta pesquisa busca responder a seguinte questão: *Na concepção dos professores, como o Ensino Online impactou o ensino e a aprendizagem de Álgebra Linear?*

Procedimentos Metodológicos

Um questionário foi elaborado no Google *Forms* e enviado para diversos professores de AL de oito instituições de ensino superior (IES), sendo sete públicas. Alguns docentes receberam o questionário por e-mail e outros pelo WhatsApp.

As perguntas versavam sobre as percepções dos professores sobre o Ensino, a Aprendizagem e a Avaliação de AL no ensino *online*. Responderam ao questionário vinte professores que atuam nas seguintes instituições: UFRJ, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ), Universidade Federal Fluminense (UFF), Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), IFRJ, Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio de Janeiro (CEFET) e Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ). As respostas foram coletadas de 10 a 25 de março de 2021.

Neste trabalho analisaremos quatro das nove perguntas que compõem o questionário, utilizando apenas aquelas que tratam da percepção dos docentes sobre as mudanças ocorridas no Ensino (perguntas 1, 5 e 6) e como elas impactaram a Aprendizagem dos estudantes (pergunta 2). Os respondentes serão identificados pelos pseudônimos *Professor 1*, *Professor 2, ..., Professor 20.*

Com base nos comentários relatados na introdução, ficou bem clara a importância de investigar o ensino *online* de AL, por meio das respostas dos vinte docentes às perguntas selecionadas, com destaque para aquelas que mencionaram a utilização de TIC. Era esperado também que os docentes mencionassem dificuldades maiores dos alunos para compreensão de conceitos abstratos específicos de AL.

De acordo com Bruner (1987), há dois modos de conhecer e pensar, cada um com suas próprias maneiras distintas de ordenar a experiência, construir a realidade e compreender o mundo: o modo pragmático e o modo narrativo. Neste trabalho utilizaremos estes dois modos. A Análise de Conteúdo, representante do modo pragmático, será utilizada para categorizar e realizar as primeiras inferências. Em seguida, produziremos um relato, destacando particularidades e especificidades das respostas, sustentado pela Análise Narrativa.

O modo pragmático compreende o positivismo clássico, estando relacionado a uma forma de conhecer e pensar pertencente à tradição lógico-científica herdada (BOLÍVAR BOTÍA, 2002). O modo pragmático de produzir conhecimento tem seu foco no que é comum, semelhante e possível de ser agrupado, se "concentra no que torna o item um membro de uma categoria. Não se concentra no que o torna diferente de outros membros da categoria" (POLKINGHORNE, 1995, p. 10). A ideia central é

> estabelecer a categoria a que pertence cada uma das instâncias individuais, de incluir o particular no formal (categoria ou conceito), anulando qualquer diferença individual, que deve ser classificável. O modo paradigmático concentra-se, especialmente, nos atributos que definem itens específicos como instâncias de uma categoria, e não no que diferencia alguns e outros membros de uma categoria. (BOLÍVAR BOTÍA, 2002, p. 49, tradução nossa)

Bardin (1977, p. 119) afirma que "a análise de conteúdo assenta implicitamente na crença de que a categorização (passagem de dados brutos a dados organizados) não introduz desvios (por excesso ou por recusa) no material, mas que dá a conhecer índices invisíveis, ao nível dos dados brutos". Enquanto na Análise de Conteúdo busca-se o comum, o semelhante, na análise Narrativa busca-se o singular, o particular. Enquanto o pensamento pragmático move-se do comum para o geral, "o efeito cumulativo do pensamento narrativo é uma coleção de casos individuais nos quais o pensamento se move de caso para caso" (POLKINGHORNE, 1995, p. 11).

A preocupação no modo narrativo não é identificar cada caso em uma categoria geral, "o conhecimento vem por analogia, de onde um indivíduo pode ou não ser similar a outros" (BOLÍVAR BOTÍA, 2002, p. 50). Para Galvão (2005), as explicações dadas pelos professores contêm crenças e valores e a análise dessas explicações é pessoal e situacional. Qualquer significado atribuído a essas explicações é fluido e contextual, não sendo nem fixo, nem universal. Por conseguinte, "qualquer abordagem metodológica é, por natureza, incompleta, parcial e historicamente contingente" (RIESSMAN, 1993 apud GALVÃO, 2005, p. 332).

> O objetivo da análise narrativa é produzir histórias como resultado da pesquisa. Os elementos de dados necessários para essa produção são descrições diacrônicas de eventos e acontecimentos. A análise narrativa compõe estes elementos em uma história. O pesquisador começa com perguntas como "Como isso aconteceu?" ou "Por que isso aconteceu?" e busca informações que contribuam para a construção

> de uma história que forneça uma resposta explicativa às questões. (POLKINGHORNE, 1995, p. 15, *tradução nossa)*

Na Análise Narrativa, a produção de um relato ocorre a partir "de alguns traços, marcas e especificidades" contidas no texto analisado ou nos dados coletados. Não existe a necessidade de analisar todos os aspectos e também não tem a pretensão "de olhar a totalidade dos possíveis modos de produzir significados" (VIOLA DOS SANTOS; DALTO, 2012, p. 13).

> A análise narrativa pressupõe a exploração não só do que é dito, mas também de como é dito. Olha-se para o conteúdo e para a forma, podendo examinar-se o modo figurativo como a linguagem é usada. Metáforas, analogias, semelhanças e outros tipos de imagens, fornecem indicações sobre um significado diferente do que é dito (GALVÃO, 2005, p. 335)

Prestar atenção nos professores, como indivíduos e como grupo, ouvindo suas vozes e as histórias que contam a respeito do seu trabalho e das suas vidas é uma condição necessária para compreender o ensino (ELBAZ–LUWISCH, 2002).

O que dizem os professores

Encontramos nas respostas dos docentes elementos que permitem generalizar algumas percepções dos mesmos sobre as aulas *online*; no entanto, encontramos também elementos particulares relevantes que podem, juntos, contribuir para uma melhor compreensão da realidade em toda sua complexidade. Por estas razões, o texto a seguir contém interpretações ora pragmáticas, ora narrativas; destacando particularidades, idiossincrasias contidas nas respostas dos docentes, e oferecendo também generalizações para uma melhor compreensão do todo.

A primeira pergunta relacionada ao Ensino de AL foi a seguinte: ***Como você avalia sua atuação docente no ensino virtual durante a pandemia, em comparação à sua atuação anterior, com aulas presenciais, no que se refere ao ensino: pior, similar ou melhor? Justifique sua resposta e faça seus comentários*.**

Dentre as vinte respostas, oito docentes avaliaram que sua atuação piorou, sete consideraram que foi similar à anterior, no ensino presencial, um docente relatou que sua atuação ficou entre similar e melhor, três docentes descreveram que sua atuação melhorou e um deles simplesmente considerou que foi diferente. Os que consideraram sua atuação no Ensino Virtual *melhor* que no Ensino Presencial, apontaram como razões principais: a oportunidade de preparar material didático novo, como listas de exercícios, vídeos curtos sobre tópicos interessantes; a utilização deste material produzido em aulas assíncronas, reservando as aulas síncronas para tirar dúvidas e resolver exercícios junto com os alunos; o desenvolvimento de técnicas de utilização didática de softwares matemáticos, reconstruindo o ato de ensinar, deixando de lado a acomodação; a possibilidade dos alunos estudarem e aprenderem no seu próprio ritmo; maior interação com os alunos, acompanhando de forma mais próxima suas dificuldades.

Os que consideraram sua atuação no Ensino Virtual *pior* que no Ensino Presencial, apontaram como razões principais: o decrescimento no nível de participação e interação com os alunos (que já não era bom no presencial); a piora em descobrir as dificuldades dos alunos em sala, acompanhar seu desenvolvimento, pois poucos alunos falam ou respondem nas aulas síncronas e câmeras desligadas impedem que os professores percebam os olhares de dúvida dos alunos, mesmo quando não perguntam; o aumento do número de alunos copiando tarefas de outros, impedindo que sejam ajudados; o tempo reduzido para aulas síncronas (dificuldades para aulas síncronas longas e cansativas ou tempo limitado pela instituição); a tecnologia digital nem sempre está disponível ou funciona bem; com muitos alunos as avaliações foram objetivas, tornando impossível verificar a escrita matemática dos alunos.

A aula *online* em comparação com a aula presencial, especificamente relacionada à interação entre professores e alunos, foi percebida de forma distinta entre os respondentes. Para o Professor 6 houve redução na participação dos estudantes.

Mas as aulas remotas impõem uma perda no nível de participação e interação dos alunos (nível este que já não era ideal na modalidade presencial, mas que ainda piorou bastante na modalidade remota). (Professor 6)

Talvez a qualidade da interação com os alunos esteja ligada às estratégias de ensino adotadas pelo professor, independente do modelo: presencial ou *online*. O Professor 2 parece ter utilizado estratégias que funcionaram bem. Em relação à pergunta 1 ele respondeu:

Melhor. Produzi vídeos curtos com tópicos importantes para serem usados assíncronos. Isso já economizou muito tempo da aula, permitindo que nos encontros síncronos houvesse mais discussão do que no presencial. (Professor 2)

Alguns docentes relataram encontrar dificuldades relacionadas a algumas especificidades da interação virtual. O professor 4 relatou a dificuldade de promover *feedbacks* sobre os erros dos estudantes na modalidade *online*:

No presencial conseguia avaliar as dificuldades dos alunos em sala de aula. Acompanhava o desenvolvimento, conseguia intervir quando observava algum obstáculo. Tentei fazer isso no ensino remoto, solicitando a foto das tarefas pelo Whatsapp, observando ali onde estava o erro dos alunos e intervinha quando necessário. Mas nem todos me procuraram, acredito que alguns alunos apenas copiaram as tarefas do amigo. (Professor 4)

Encontramos nas respostas questões que remetem à solidão dos docentes. As câmeras fechadas dos estudantes foram apontadas pelos professores como uma dificuldade.

Por mais que tente motivá-los a abrir o áudio, nos dias das atividades síncronas, e falar são poucos aqueles que perguntam ou respondem. No ensino presencial temos o silêncio, mas também temos o olhar de dúvida. (Professor 8)

Perguntamos aos docentes: ***Quais foram os pontos positivos no ensino virtual? Destaque os mais relevantes*****.** (Pergunta 6)

A maioria apresentou em suas respostas conclusões obtidas a partir de observações pessoais. Entretanto, dois professores apresentaram respostas a partir do olhar dos seus alunos:

Alguns alunos me disseram que podiam olhar as aulas gravadas, pausar e rever até entender. No presencial, não usávamos esse recurso. (Professor 2)

As listas de exercícios foram o ponto mais bem avaliado pelos alunos, num formulário de feedback. (Professor 6)

Os demais docentes listaram pontos relacionados diretamente à atuação deles, outros relacionados a eles e aos alunos e também alguns ligados especificamente aos seus alunos. O engajamento maior na preparação e estruturação da disciplina; a possibilidade de utilização de metodologias ativas; de organização do material didático de forma mais objetiva; de utilização da "sala de aula" invertida, onde alunos estudam o conteúdo antes das discussões síncronas; a possibilidade de mais troca de experiências entre colegas docentes foram pontos positivos citados, ligados diretamente à prática pedagógica; o melhor aproveitamento do tempo (sem perdas no trânsito); o uso de ferramentas tecnológicas e possibilidade de contato direto fora do horário restrito de aulas presenciais, para tirar dúvidas.

Alguns pontos relacionados especificamente aos alunos foram: alunos dedicados estudaram mais e puderam aprender mais, devido à multiplicidade de meios; os alunos puderam ter mais autonomia; atividades de avaliação como trabalhos e vídeos exploraram mais a criatividade dos alunos.

O ponto positivo mais citado, em respostas de 12 docentes, foi relacionado à utilização de TIC. Entretanto, os sentimentos deles a respeito variam, como mostram as respostas a seguir:

Sempre é legal mudar de plataforma - agora fica evidente quais mudanças preciso fazer no curso, também é um desafio criar material didático adequado a esta nova situação - é necessário a criação de applet, edição de vídeo. Tudo isso é positivo, mas ao mesmo tempo desgastante. (Professor 17)

O reconhecimento da necessidade de aperfeiçoamento pelo Professor 17 pode nos fornecer um indício de que o ensino *online* imposto pela pandemia poderá transformar o ensino presencial, sobretudo no que se refere à utilização de TIC. Destaca-se também neste relato, o desgaste dos docentes na tentativa de adaptar-se às abruptas mudanças.

Uma das vantagens de atividades como na modalidade EaD está na possibilidade de ocorrer interações discente-discente e docente-discente em fóruns e chats além dos muros da escola ou universidade. Este ponto positivo foi observado pelo professor 20.

Um é poder usar diversos recursos e manter tudo organizado na plataforma. Outro é poder ficar "mais perto" dos alunos, pois posso atendê-los a qualquer hora do dia, qualquer dia da semana. Os alunos podem interagir entre eles ao longo de toda a semana, não só no horário de aula. Acho que o ponto mais relevante é poder acompanhar melhor os alunos em seus estudos. (Professor 20)

A possibilidade de um maior contato direto com os alunos e entre os alunos foi lembrada em 2 respostas, as listas de exercícios, trabalhos e outros tipos de avaliação foram apontadas em 4 respostas, a questão da economia de tempo de deslocamento foi citada em 1 resposta.

Comparando as respostas dos oito docentes que consideraram que o ensino *online* piorou em relação ao presencial e as respostas dos mesmos docentes à pergunta 5, sobre os pontos positivos no ensino *online*, apenas os professores 13 e 15 não citaram nenhum ponto positivo. Dos demais, quatro listaram pontos relacionados às TIC, como o professor 4, que considera que a pandemia provocará mudanças no ensino.

Acredito que a partir dessa pandemia, a educação nunca mais será a mesma. Os professores desenvolveram habilidades tecnológicas que levarão para a vida. (Professor 4)

Os professores 5 e 9 apontaram que experimentaram modelos alternativos de avaliação, sendo que o segundo observou que essa foi uma experiência positiva

A inserção desses trabalhos. Alguns são criativos e agregam para os estudantes. (Professor 9)

A pergunta 6 solicitava que os docentes listassem: ***Quais foram os pontos negativos no ensino virtual? Destaque os mais relevantes.*** O ponto mais citado, em 11 respostas, foi a baixa interação com os alunos ou entre os alunos. Como já tinha sido comentado anteriormente, este ponto foi observado de maneiras distintas pelos professores. O professor 13 faz uma observação sucinta:

A interação com a turma é muito prejudicada. (Professor 13)

A importância do ‘olhar nos olhos do outro’ está no relato do professor 2, que também mostra incômodo com as câmeras, dos computadores e celulares, fechadas, além do cansaço.

Nada como olhar no olho do aluno. Virtual é cansativo demais e eles deixam de ter a oportunidade de trocar ideias com os colegas e, portanto, evoluir. Aprende-se muito com o outro, na troca de experiências/ideias. Outro ponto negativo é que o aluno pode entrar na sala virtual e nem sequer estar presente. De certa forma o presencial obriga a que o aluno compareça. (Professor 2)

A falta de proximidade entre o docente e seus discentes e a qualidade dos equipamentos eletrônicos foi apontada nos relatos.

Principalmente a falta de um contato mais próximo com as turmas. A dificuldade de comunicação por escrito e a baixa qualidade da internet e dos equipamentos eletrônicos (tanto da minha parte quanto da parte da turma). (Professor 18)

O grande número de alunos por turma também foi citado em 1 resposta. Neste caso, o docente se queixa da dificuldade de atendimento mais individualizado, algo que é comum na modalidade presencial. Os problemas do acesso à internet surgiram em 3 respostas. A dificuldade com a pesquisa e elaboração de material para as aulas também foi citada por docentes. Seis deles consideraram que a ausência de avaliações presenciais impede que as notas venham a refletir de forma autêntica o aproveitamento dos alunos na disciplina, assim não é possível avaliar a qualidade do ensino *online* e, por conseguinte, da aprendizagem.

Uma comparação das respostas dos professores 1, 2, 3 e 10, sobre os pontos negativos, considerando que classificaram sua atuação no Ensino Virtual melhor que o Presencial, revela algumas dificuldades nessa modalidade de ensino.

Mostra dificuldade de avaliar a aprendizagem ou pelo menos de conhecer outros instrumentos distintos da prova para serem utilizados.

Ausência de provas tradicionais, que permitem garantir a autenticidade da nota (Professor 1)

Revela um aumento, ou pelo menos, um maior reconhecimento, da interferência das questões pessoais para a presença dos estudantes nas aulas virtuais.

Muitos alunos não podiam assistir os encontros síncronos por diversos motivos pessoais (Professor 10)

Revela também os impactos negativos da exclusão digital, da carência de recursos dos estudantes mais pobres.

Há alunos que não têm acesso a computador decente, rede decente. Esses alunos foram extremamente prejudicados na pandemia. Há alunos que só possuíam celular para assistir aula (Professor 2).
Acesso à internet (Professor 3).

Cabe destacar que a pandemia ampliou a população em situação de vulnerabilidade social.

A pergunta 2, relacionada à aprendizagem de AL, foi a seguinte: ***Como você avalia sua atuação docente no ensino virtual durante a pandemia, em comparação à sua atuação anterior, com aulas presenciais, no que se refere à aprendizagem: pior, similar ou melhor? Justifique sua resposta e faça seus comentários*.**

Cinco docentes consideraram que a aprendizagem piorou, 6 que foi similar à aprendizagem no ensino presencial, um docente ficou entre a avaliação similar ou melhor, 6 docentes consideraram que a aprendizagem melhorou, mas com alguns senões, como mostra a resposta do professor 20:

É impressionante como os alunos têm abandonado as disciplinas logo nas primeiras semanas. Pelo menos isso aconteceu com minhas duas turmas de cada semestre de 2021. É difícil fazer uma avaliação mais precisa, porém, com relação aos alunos que acompanham o programa de estudo parecem apresentar um melhor aproveitamento. Em resumo, acredito que eu esteja mediando melhor o processo de aprendizagem dos alunos. Aliás, um fator importante é poder acompanhar os alunos diariamente (ensino pela plataforma moodle). (Professor 20)

Além de acreditar no melhor aproveitamento dos estudantes, o docente relata, em seguida, que não possui opinião formada sobre a avaliação.

Ainda não sei...é a primeira vez que atuo no ensino remoto com álgebra linear e ainda não ocorreram avaliações. Além das aulas síncronas, gravo vídeo aulas e, a princípio, os discentes gostam da possibilidade de repetir aulas no youtube. (Professor 20)

O professor 15 responde à pergunta com um desabafo sobre o excesso de trabalho e, consequentemente, esgotamento docente.

Acho que Maior seria um adjetivo melhor. Gravar aulas, preparar material de apoio, notas de aula e atender alunos remotamente têm consumido quase todo meu tempo. (Professor 15)

Entre os docentes que consideraram que a aprendizagem foi melhor no *online* do que no presencial, apontaram como razões principais: as respostas ao questionário preenchido pelos alunos; discussões interessantes e entusiasmo nas aulas síncronas; alunos se reinventando, tirando mais dúvidas; a possibilidade de acompanhamento diário do trabalho dos alunos, pela plataforma Moodle, para conhecer suas dificuldades e o preparo mais cuidadoso do material didático escrito ou em vídeos.

O professor 1, que teve *feedback* dos alunos além das avaliações (tradicionalmente utilizadas para aferir aprendizagem do conteúdo) foi bastante seguro:

Melhor. Passei questionário de avaliação, e o retorno dos alunos foi positivo em função dos aspectos citados anteriormente. (Professor 1)

Este também foi o caso do professor 2, que mostrou conhecer outros instrumentos avaliativos:

A minha atuação foi melhor pois através das avaliações usei mecanismos que de certa forma obrigam o aluno a estudar mais e, portanto, aprender mais, designadamente, listas semanais obrigatórias, o que fazia com que o aluno estudasse continuamente. (Professor 2)

Já o professor 18 considerou que a aprendizagem foi melhor, porém para poucos, agravada pelas desigualdades econômicas e sociais.

Melhor. Tenho a impressão de que quem conseguiu estudar durante a pandemia, superando todas as dificuldades (estudo no ambiente doméstico, maior quantidade de tarefas domésticas, problemas de saúde - próprios e de familiares, acesso ruim à internet, equipamento precário), aprendeu mais. (Professor 18)

Já entre os que consideraram que foi pior no *online* do que no Presencial, apontaram como razões principais: dificuldades com a internet e com a nova dinâmica; baixa interação por conta de timidez ou outras razões pessoais e a dificuldade de interação com os alunos para conhecer suas dificuldades por não ligarem câmeras durante as aulas síncronas.

Pior. Muitos estudantes apresentam dificuldades em gerenciar as dinâmicas de aula no contexto da pandemia e isso afeta diretamente a aprendizagem. Além disso, como mencionado anteriormente, a questão da baixa interação virtual também afeta o processo de aprendizagem. Assim, apesar dos esforços, minha atuação docente é pior pois sinto que poderia contribuir mais com o processo de ensino-aprendizagem presencialmente. (Professor 5)

O professor 5 resumiu bem os fatores que atrapalham a aprendizagem no ensino *online.* Na próxima seção, teceremos nossas considerações sobre este estudo.

Considerações Finais

A primeira consideração importante está relacionada à utilização da Análise Narrativa. Para nós autores, professores de Matemática, acostumados com o modo pragmático de pensar e analisar dados, esta mudança de paradigma foi desafiadora enquanto forma de fazer pesquisa. A Análise Narrativa nos aproximou mais dos respondentes, ao buscarmos entender particularidades e idiossincrasias de cada docente, embora tenhamos utilizado o modo pragmático para compreender melhor o todo. Acreditamos que a utilização da Análise Narrativa, sobretudo ao ser combinada com a Análise de Conteúdo ou outra forma similar, pode oferecer à Educação Matemática alguma contribuição teórica-metodológica.

Após realizarmos um exame cuidadoso de todas as respostas, concluímos que os resultados obtidos trazem mais informações sobre diversos problemas relacionados ao ensino *online*, do que sobre e especificamente o de AL.

Uma reflexão dos autores sugere que os problemas com o ensino *online* em geral foram tão importantes, que podem ter chamado mais a atenção dos professores do que as dificuldades com o ensino *online* de conceitos específicos de AL.

Provavelmente os resultados encontrados até agora serão semelhantes se entrevistarmos professores de Cálculo nas mesmas IES. Tal fato abre três possibilidades para pesquisas futuras: a primeira é refinar esta pesquisa, inserindo perguntas mais diretas sobre especificidades do ensino *online* de A.L; a segunda é reaplicar este mesmo questionário para professores de outras disciplinas da graduação de modo a verificar se eles trazem mais informações gerais do que as específicas sobre o ensino remoto dessas outras disciplinas. A terceira seria investigar o que pensam os estudantes de AL.

Há indícios, a partir dos relatos docentes, a partir da carência de equipamentos e recursos, que as condições socioeconômicas dos estudantes impactam ainda mais o desempenho acadêmico discente. Neste sentido, manifestamos o nosso reconhecimento e contentamento com o movimento de algumas instituições federais na busca de oferecer aos estudantes recursos tecnológicos (*tablets* e *chips* de acesso a internet) para o melhor acesso às aulas na modalidade *online*.

Sobre os resultados, pudemos constatar que a transição do modelo presencial para o modelo *online* ocorreu e, está ocorrendo, de forma diversa e complexa. Se por um lado, alguns professores encontram dificuldades na implementação deste modelo, por outro, alguns relatam aspectos positivos dessa transformação. Alguns docentes sentem-se abandonados diante dos *slides* apresentados na tela do computador, observando câmeras desligadas, enquanto outros encontram-se motivados para o estudo e a implementação de ferramentas tecnológicas para o ensino.

Neste momento, em que ultrapassamos as 560 mil vidas perdidas na Pandemia, podemos esperançar-nos, no sentido de Paulo Freire, que, os maiores impactos na atuação desses docentes se referem ao aprendizado da utilização de TIC, para aprimorar o ensino presencial, pois *os professores desenvolveram habilidades tecnológicas que levarão para a vida* (Professor 4) e com o reconhecimento da importância das trocas que existem no ambiente presencial, algo insubstituível, afinal *nada como o olhar no olho do aluno* (Professor 2).

Referências

BARDIN. L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Editora Edições 70, 1977.

BIANCHINI, B.L., LIMA, G.L, MACHADO, S.D.A. O Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA): mapeamento de algumas de suas produções, **Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v.21, n.3, pp. 01-28, 2019.

BIANCHINI, B.L.; LIMA, G.L.; GOMES, E. Possibilidades de novas pesquisas em Cálculo, Análise e Álgebra Linear a partir de um mapeamento das investigações do GT04, **REnCiMA**, v 10, n.2, p. 112-124, 2019.

BOLÍVAR BOTÍA, A. "¿De nobis ipsis silemus?": Epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. **Revista electrónica de investigación educativa**, v. 4, n. 1, p. 01-26, 2002.

BRUNER, J. Life as narrative. **Social research**, v. 54, n.1, p.11-32, 1987.

ELBAZ–LUWISCH, F. Writing as inquiry: Storying the teaching self in writing workshops. **Curriculum inquiry**, v. 32, n. 4, p. 403-428, 2002.

GALVÃO, C. Narrativas em educação. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 11, n. 2, p. 327-345, 2005.

MACHADO, S. D. A.; BIANCHINI, B. L. A Álgebra Linear e a concepção de Transformação Linear construída por Estudantes de EAD, **Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem**. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 69-89, 2012.

NETO, A. S. **Cenários e modalidades da educação a distância**. Curitiba. IESDE Brasil S. A., 2008. 220 p.

POLKINGHORNE, D. E. Narrative configuration in qualitative analysis. **International journal of qualitative studies in education**, v. 8, n. 1, p. 5-23, 1995.

VIOLA DOS SANTOS, J.R.: DALTO, J.O., Sobre análise de conteúdo, análise textual discursiva e análise narrativa: investigando produções escritas em Matemática. Anais do V SIPEM, 2012.

Ensino Remoto de Equações Diferenciais para Engenharia: reflexões para a Educação Matemática em tempos de (pós)pandemia

Remote Teaching of Differential Equations for Engineering: reflections for Mathematics Education in times of (post)pandemic

Aldo Peres Campos e Lopes
Universidade Federal de Itajubá
aldolopes@unifei.edu.br

Frederico da Silva Reis
Universidade Federal de Ouro Preto
fredsilvareis@yahoo.com.br

Resumo
O presente trabalho é o recorte de uma pesquisa que objetivou investigar as possíveis contribuições da realização de atividades de Modelagem Matemática, de forma remota devido às restrições impostas pela pandemia, para a aprendizagem de Equações Diferenciais. O trabalho fundamenta-se, teoricamente, em pesquisas recentes sobre o Ensino de Equações Diferenciais, no contexto da Educação Matemática no Ensino Superior, apoiando-se em uma perspectiva educacional de Modelagem Matemática no Ensino Superior. A pesquisa, de cunho qualitativo, foi realizada com 117 alunos dos 9 cursos de Engenharia de uma universidade federal localizada no estado de Minas Gerais, matriculados na disciplina Equações Diferenciais I, no 1º semestre letivo de 2020. Como metodologia de pesquisa, planejamos e desenvolvemos atividades de Modelagem Matemática a partir de temas que envolveram Equações Diferenciais Ordinárias de 1ª e 2ª ordem. Os resultados possibilitam afirmar que as atividades da disciplina, realizadas de forma remota, configuraram ricas oportunidades de motivação por parte dos alunos participantes, permitiram uma exploração diferenciada das aplicações dos conteúdos matemáticos relacionados a EDO de 1ª e 2ª ordem, destacadamente, a atividade de modelagem da propagação de uma epidemia e, também, colaboraram para uma interpretação crítica da realidade, ainda que de forma incipiente. Particularmente, nos resultados são tecidas algumas considerações sobre os desafios que se apresentaram para os alunos tanto no contexto acadêmico, a partir da imposição institucional do ensino remoto, como no contexto social, a partir das condições impostas pela pandemia que revelaram as enormes diferenças socioeconômicas dos alunos. Destarte, as considerações finais do trabalho apontam para a importância de se refletir sobre as possíveis implicações do contexto (pós)pandêmico para os caminhos da pesquisa vigente em Educação Matemática, especialmente, no Ensino Superior.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Superior; Contexto Pandêmico; Modelagem Matemática.

Abstract
The present work is part of a research that aimed to investigate the possible contributions of carrying out Mathematical Modeling activities remotely, due to the restrictions imposed by the pandemic, to the learning of Differential Equations. The work is theoretically based on recent research on the Teaching of Differential Equations, in the context of Mathematics Education in Higher Education, supported by an educational perspective of Mathematical Modeling in Higher Education. The qualitative research was carried out with 117 students from 9 engineering courses at a federal university located in the state of Minas Gerais, enrolled in the Differential Equations I discipline, in the 1st academic semester of 2020. As a research methodology, we plan and develop Mathematical Modeling activities based on themes that involved Ordinary Differential Equations of the 1st and 2nd order. The results make it possible to state that the activities of the discipline, carried out remotely, configured rich opportunities for motivation on the part of the participating students, allowed a differentiated exploration of the applications of mathematical contents related to 1st and 2nd order ODE,

notably, the modeling activity the spread of an epidemic and collaborated to a critical interpretation of reality, albeit in an incipient way. In particular, the results include some considerations about the challenges that students faced both in the academic context, from the institutional imposition of remote education, and in the social context, from the conditions imposed by the pandemic that revealed the enormous socioeconomic differences of the students. Thus, the final considerations of the work point to the importance of reflecting on the possible implications of the (post)pandemic context for the current research paths in Mathematics Education, especially in Higher Education.

Keywords: Mathematics Education; Higher Education; Pandemic Context; Mathematical Modeling.

Introdução

As Equações Diferenciais (ED) podem ser concebidas como um tema/conteúdo integrante do Cálculo Diferencial e Integral, ainda que, em algumas estruturas curriculares, as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) componham a ementa de disciplinas de Cálculo (em geral, Cálculo II, III ou IV) e, em outros casos, existam disciplinas específicas de ED ou EDO.

De forma geral, até mesmo seguindo algumas possibilidades verificadas para o ensino de Cálculo (REIS; COMETTI; SANTOS, 2019; LOPES; REIS, 2019), o ensino introdutório das ED tem ocorrido por meio de duas formas possíveis: um modelo que podemos comparar, em certo sentido, a um "receituário" e outro modelo que podemos associar, em certa medida, às aplicações extra matemáticas (OLIVEIRA; IGLIORI, 2013).

No primeiro modelo, o professor desenvolve sua disciplina seguindo a tradicional sequência de apresentação das EDO pelas "receitas" (formulários/métodos) para sua resolução, sem se preocupar em apresentar, de forma razoavelmente aprofundada, suas diversas aplicações em outras áreas das ciências, mesmo que das ciências exatas, especialmente em cursos de Engenharia.

Já no segundo modelo, que exige muito mais "preparação" do professor, pois busca-se destacar, além dos métodos de resolução, as aplicações das EDO por meio de uma apresentação direta pelo professor ou por meio de metodologias que podem contemplar desde a modelagem até a utilização de tecnologias e, dessa forma, conferem aos alunos uma participação mais ativa na construção de conhecimentos.

O presente trabalho retrata uma pesquisa realizada na perspectiva de um ensino de ED que vá além da tradicional apresentação dos métodos de resolução e prime por ressaltar a importância das aplicações para a ressignificação dos conceitos relacionados às EDO de 1ª e 2ª ordem.

Contribuições das Pesquisas em Educação Matemática no Ensino Superior

Oliveira e Igliori (2013) fizeram uma avaliação das pesquisas na área de Educação Matemática, por meio de um levantamento bibliográfico, visando examinar o que as pesquisas apontam sobre problemas na aprendizagem de ED e o que propõem como um caminho para o ensino aspirando atenuar tais dificuldades. Elas constataram que o ensino das ED enfatiza as resoluções analíticas e as manipulações algébricas envolvidas. Também, foi verificado dificuldades dos alunos em conteúdos anteriores, sejam da Matemática Básica, sejam de conceitos do Cálculo Diferencial Integral. As dificuldades também estão nas aplicações em situações-problema contextualizadas. A fim de atenuar essas dificuldades, a maior parte dos trabalhos analisados propôs um enfoque qualitativo das ED, de um modo contextualizado, por meio de situações-problema, que podem trazer grandes contribuições à aprendizagem, quando associadas à futura área de atuação dos alunos, tornando-os mais motivados. Assim, Oliveira e Igliori (2013) apontam que um cenário ideal seria proporcionar um enfoque balanceado entre o tratamento analítico, gráfico e numérico, com o uso de recursos computacionais que auxiliem na aprendizagem de ED.

Algumas outras pesquisas focam o ensino de ED para cursos de Engenharia, a partir de situações-problema contextualizadas ou da análise de fenômenos físicos (DULLIUS, 2009; BUÉRI, 2019) ou, ainda, com a utilização da Modelagem Matemática sob diferentes perspectivas (FERREIRA, 2010; FECCHIO, 2011).

Tais pesquisas, ainda que tenham sido realizadas sob diferentes aportes teóricos e com diferentes focos investigativos, apontam que no ensino de ED prevalecem os métodos analíticos de resolução em comparação com a exploração de interpretações gráficas, destacando-se ainda, a relutância, por parte dos alunos, quanto a um tratamento mais qualitativo das ED e o raro uso de recursos tecnológicos. Por outro lado, os pesquisadores destacaram a contribuição do ensino de ED a partir da contextualização/modelação de situações-problema e/ou fenômenos naturais para o caráter formativo dos alunos, o fortalecimento da sua competência crítica, além da motivação para a aprendizagem, por meio da configuração de uma alternativa epistemológica que proporciona uma combinação de conhecimentos a habilidades e competências ligadas ao cotidiano dos alunos.

Em seguida, passamos a delinear a pesquisa por nós realizada, começando por contextualizá-la em seu *lócus* e perspectiva teórico-metodológica.

Contextualizando a Pesquisa

Em meados de março de 2020, devido à pandemia mundial de COVID-19, a universidade federal no estado de Minas Gerais na qual a presente pesquisa foi realizada, oficialmente, adotou o ensino remoto no que foi chamado de Regime de Trabalho Excepcional (RTE). As aulas, então, foram ministradas por meio de encontros síncronos realizadas no *Google Meet*. Além disso, a comunicação com os alunos se deu também por meio de fóruns semanais disponibilizados na plataforma Moodle.

Semanalmente, nos horários previstos para as 2 aulas presenciais da disciplina Equações Diferenciais I em 2 dias distintos, ou seja, perfazendo um total de 4 aulas semanais de 55 minutos cada, já que a disciplina possui carga horária de 64 horas, foram realizados encontros síncronos com os 117 alunos dos 9 cursos de Engenharia, matriculados em 2 turmas sob a responsabilidade do 1º autor deste trabalho, no 1º semestre letivo de 2020. Dentro do planejamento da disciplina, foram desenvolvidas atividades de Modelagem Matemática, por meio das quais investigamos suas contribuições para a aprendizagem de ED.

As atividades foram elaboradas considerando-se a perspectiva de Modelagem Matemática trazida por Bassanezi (2002) e concebida na perspectiva educacional por Biembengut (2016), que utiliza o termo "Modelação" para se referir à Modelagem na Educação, guiando-se pelo ensino do conteúdo curricular baseado em um tema geral e, simultaneamente, pela orientação dos alunos à pesquisa de um aspecto de interesse, relacionado ao tema. Segundo a pesquisadora: "A Modelação é um método de ensino com pesquisa nos limites e espaços escolares, em qualquer disciplina e fase de escolaridade: dos anos iniciais do Ensino Fundamental aos finais do Ensino Superior" (BIEMBENGUT, 2016, p. 177).

Para Biembengut (2016), no Ensino Superior podemos fazer uso da modelação física e/ou da modelação simbólica, dependendo de alguns fatores tais como: a quantidade de alunos em uma sala, o conteúdo da disciplina e a experiência dos alunos com a Modelação. Cabe ressaltar que essa perspectiva de Modelagem é apenas uma dentre diversas outras, sendo que todas "têm em comum, entre seus objetivos, a utilização da Matemática para o estudo de problemas ou situações reais" (ARAÚJO, 2002, p. 31).

Biembengut (2016) descreve três etapas de Modelagem Matemática para que a Modelação seja realizada na sala de aula: 1) Percepção e apreensão; 2) Compreensão e explicitação; 3) Significação e expressão. Particularmente, dentro da etapa de significação e expressão, destaca-se o modelo matemático que, de acordo com Bassanezi (2002, p. 19), é a expressão do fenômeno observado por meio da representação sintética dos elementos observados, usando uma linguagem simbólica.

Por sua vez, em seu livro *Modelling with Differential Equations*, Burghes e Borrie (1981, p. 13) afirmam que um modelo serve para explicar alguns dados observados, fazer alguma predição e tomar uma decisão e, para fazer isso, a tradução de um problema do mundo real em um problema matemático, é preciso assumir algumas simplificações. Além disso, as variáveis importantes devem ser identificadas e as relações entre elas a partir de então, devem ser explicitadas, pois: “As suposições e as relações constituem o modelo matemático e, geralmente, levam a algum tipo de problema matemático, que é solucionado para as variáveis relevantes em questão, usando técnicas apropriadas. As soluções devem agora ser interpretadas em termos do problema real” (BURGHES; BORRIE, 1981, p. 14).

Assim, como é costumeiro no processo de Modelagem Matemática, Burghes e Borrie (1981) enfatizam a importância de não apenas se atentar ao ensino de técnicas de solução para ED, mas também às interpretações dos resultados de um problema. Caso não sejam feitas as interpretações e a conexão com a realidade, além de deixar de ser uma atividade de Modelagem, os alunos não terão a percepção que a Matemática tem um papel importante em resolver problemas, sejam científicos, industriais ou do mundo real. Acrescentamos, ainda, que a discussão crítica/social de um modelo deve estar prevista em qualquer concepção de Modelagem Matemática, porquanto também foi considerada em nossas atividades.

Apresentando as Atividades de Modelagem Matemática

Nas 2 turmas foram formados grupos de 4 a 6 componentes, escolhidos pelos próprios alunos. Na turma T1 de 52 alunos, foram formados 9 grupos e na turma T2, de 65 alunos, foram formados 11 grupos. Todos os grupos realizaram as atividades de Modelagem Matemática, ou seja, nenhum grupo desistiu.

As atividades de Modelagem Matemática foram divididas em 2 blocos e cada bloco continha 2 atividades. Dessa forma, cada grupo escolheu uma atividade do 1º bloco, relacionado a EDO de 1ª ordem e outra do 2º bloco, relacionado a EDO de 2ª ordem. Assim, cada grupo realizou 2 atividades no total. Os temas foram:

1º bloco: 1A) Absorção de álcool no organismo e risco de acidentes

1B) Modelando a adequação de uma dieta

2º bloco: 2A) Comportamento de compra do consumidor

2B) Modelando a propagação de uma epidemia

Segundo Bassanezi (2002, p. 45), "a formulação de problemas novos ou interessantes nem sempre é uma atividade muito simples para um professor de Matemática". Assim, realizamos uma pesquisa a fim de conciliar determinados tópicos de ED a problemas interessantes. Os livros tradicionais de ED trazem basicamente os mesmos problemas e aplicações. Muitas dessas aplicações podem não ser interessantes ou não fazem uma ligação com o futuro profissional engenheiro ou com o seu dia a dia. Por isso, pesquisamos alguns artigos e outros livros não tradicionais para obtermos problemas que poderiam ser do interesse dos nossos alunos. Dessa forma, levamos em consideração que os temas escolhidos poderiam despertar o interesse dos alunos, o que nos pareceu razoável, visto que os temas faziam parte do cotidiano de praticamente todos eles.

Por outro lado, autores como Bassanezi (2002) e Klüber (2012), sugerem que os temas sejam escolhidos pelos alunos, para que eles se sintam também responsáveis pelo processo de aprendizagem. Entretanto, pela limitação do tempo, pelas incertezas em relação à novidade do ensino remoto e pela necessidade de adequação dos temas abordados nas atividades aos conteúdos programáticos, infelizmente, não foi possível seguirmos tal recomendação. Assim, após definirmos os modelos trabalhados nas atividades, apresentamos os temas para os alunos e deixamos que eles escolhessem, a partir de uma discussão com o seu grupo, uma de cada bloco.

Para a condução das atividades de Modelagem Matemática, fizemos uma adaptação dos 8 passos para aplicações de EDO em fenômenos físicos descritos em Laudares *et al.* (2017, p. 98) e, assim, definimos os seguintes passos didáticos:

Passo 1: Matematização da Lei Física

Passo 2: Resolução da Equação Diferencial

Passo 3: Condições iniciais ou de contorno

Passo 4: Substituição das constantes

Passo 5: Cálculos solicitados nos problemas

Passo 6: Modelo matemático do fenômeno

Passo 7: Gráficos

Passo 8: Descrição sintética do fenômeno

Passo 9: Análise da equação do modelo

Passo 10: Análise crítica do modelo

Devido às características de alguns problemas das atividades de Modelagem Matemática, alguns passos foram subdivididos em alguns subitens, a fim de facilitar o entendimento e a resolução.

Os passos 9 e 10 foram acrescentados ao roteiro original para auxiliar a percepção crítica dos alunos diante do modelo concebido pelo grupo, pois de acordo com Laudares *et al.* (2017, p. 98): "Essa estrutura pode ser considerada um padrão a ser seguido, ocorrendo alterações de acordo com o tipo de problema a resolver".

Cada atividade de Modelagem Matemática continha no início uma pergunta-problema para estimular os estudantes. Em seguida, um breve texto introdutório contextualizava o problema, fornecendo algumas pistas de dados. Daí, os grupos passavam à resolução dos modelos. Como última tarefa, houve uma apresentação de cada grupo para os demais alunos.

A seguir, detalharemos e discutiremos alguns resultados da atividade de Modelagem Matemática 2B. Entretanto, todas as outras são descritas e analisadas em Lopes (2020).

Modelando a Propagação de uma Epidemia

A atividade foi inspirada, principalmente, na seção 7.4 do livro de Burghes e Borrie (1981, p. 150). Também fizemos uso do artigo de Weiss (2013) e do trabalho de Catlett (2015). O objetivo dessa atividade de Modelagem Matemática foi discutir a seguinte questão: "Como formular um modelo que mostre a propagação de uma epidemia e qual é a importância de tais modelos, atualmente?"

A seguir, apresentamos o desenvolvimento dos grupos nos diversos passos. Conforme observamos nos registros dos alunos registrados na plataforma Moodle, eles apresentaram uma boa intuição a respeito de como poderia ser descrito o fenômeno em questão (propagação de epidemia), a partir das relações entre as (possíveis) variáveis. Em relação ao modelo proposto no Passo 1, a maioria dos grupos compreendeu que aquele modelo era “razoável para o cálculo de propagação de pandemias”, nas palavras de um dos grupos (LOPES, 2020, p. 122). Contudo, vários grupos sugeriram alguma alteração no modelo proposto, como por exemplo, incluir os dados mais recentes de uma população (uma cidade) e o fluxo de pessoas que entram e saem. Dessa forma, o Passo 1 foi conduzido de forma tal que os alunos tivessem um entendimento intuitivo das variáveis do problema e chegassem à sua matematização, um sistema de EDO de 1ª ordem.

Já o Passo 2 era focado na resolução matemática do modelo. De acordo com Bassanezi (2002, p. 125), notamos que “a fidelidade de um modelo com relação à realidade retratada é proporcional à complexidade do modelo”. Em consonância com essa reflexão, ao tratar de um modelo um pouco mais sofisticado do ponto de vista matemático, podemos encontrar alguns empecilhos. Essa foi a situação encontrada pelos grupos neste passo.

É importante destacar que esse passo não é tão simples de resolver por causa de um termo "misto" (ou seja, uma derivada de 2ª ordem envolvendo 2 variáveis diferentes). Sem algumas simplificações, não é possível uma solução direta. Para não dificultar a parte matemática, foi decidido em conjunto com os alunos, não resolver o sistema de EDO diretamente. O argumento a que chegamos de comum acordo foi gastar mais tempo na parte da discussão e menos tempo nas resoluções matemáticas. Apesar disso, a resolução matemática do problema envolveu alguns artifícios técnicos para não ser necessária a resolução do sistema de EDO envolvido. Por meio de relações das equações envolvidas no fenômeno, é possível obter informações significativas de tal fenômeno, conforme apresentado nos passos a seguir, por meio de algumas técnicas matemáticas.

As constantes e as condições de contorno envolvidas nos Passos 3 e 4 envolveram cidades específicas, sendo que cada grupo escolheu uma cidade para analisar a evolução da propagação da epidemia. Cada grupo calculou uma constante, o número básico de reprodução da cidade em questão por meio de uma razão que envolve a taxa de infecção, em uma das EDO do sistema.

No Passo 5, os alunos deveriam encontrar, tendo em vista a cidade escolhida, a parte removida da população (quem não transmite mais a doença, foi imunizado ou faleceu) e a parte não infectada da população, no decorrer do tempo. Para isso, eles utilizaram duas das

EDO do sistema, além de considerarem que a população permanecia constante em um determinado tempo. A população considerada era dividida entre a população removida mais a parcela não infectada adicionada da quantidade dos infectados. Com esses dados, os grupos apresentaram o modelo, ou seja, o sistema de EDO relacionado à propagação de uma epidemia na cidade escolhida, concluindo, portanto, o Passo 6.

O Passo 7 consistia na elaboração do gráfico do modelo. Cada grupo esboçou vários gráficos para descrever as diversas peculiaridades do fenômeno. Os gráficos foram feitos em programas como o *GeoGebra*. Os gráficos envolveram a evolução do número de infectados, do número de não infectados e dos removidos com o passar do tempo. Em seguida, foi considerado o caso vacinado. Dessa forma, os alunos conseguiram visualizar pelos gráficos como a vacinação pode auxiliar na diminuição da propagação da doença, por meio da imunidade de rebanho. Um outro gráfico apresentou o nível crítico de vacinação, ou seja, a quantidade necessária de vacinados para se evitar uma epidemia. Para finalizar esse passo, foi feito o gráfico da curva epidêmica que é, essencialmente, a evolução da taxa dos removidos. Esse é o conhecido gráfico na forma de sino.

Os Passos 8, 9 e 10 não envolveram, diretamente, cálculos matemáticos, mas uma interpretação dos dados obtidos pelos grupos. Apesar de alguns grupos apresentarem dificuldades nas resoluções dos passos anteriores, deixando até mesmo alguns itens sem resolução, os últimos três passos foram bem discutidos entre os componentes dos grupos. O Passo 8 é o início das expressões dos alunos, tendo em vista os gráficos e equações do modelo. Os grupos observaram “como diversos fatores influenciam na trajetória de uma epidemia” (LOPES, 2020, p. 136). Ademais, reconheceram a importância de uma quarentena (isolamento social no caso da COVID-19) para que a quantidade de infectados não aumente rapidamente, trazendo uma consequência muito ruim para a população, além da importância da produção de uma vacina para a imunização do rebanho. Outro grupo concluiu que o modelo considerado “apesar de simples, é profundamente efetivo em seu uso, modelando a evolução de uma população suscetível, infectada e recuperada” (LOPES, 2020, p. 139. Outro grupo acrescentou que o modelo pode “ser estruturado com a inserção de vacinas” e, com isso, “os indivíduos vacinados passam de suscetíveis diretamente para o grupo de recuperados” (LOPES, 2020, p. 140).

Em relação a análise da adequação do modelo à realidade, solicitada no Passo 9, de modo geral, eles verificaram que os modelos produzidos (o que inclui as equações e os gráficos) condiziam com a realidade. Bassanezi (2002) já havia observado que um modelo não reproduzirá de forma fiel a realidade, pois podem ocorrer imprevistos, variáveis que não são acrescentadas, dentre outros fatores, ou seja, um modelo, mesmo que descreva bem um fenômeno, será uma simplificação dele. Por exemplo, um grupo notou que "o que causará grande variabilidade nos resultados, são os fatores humanos, como a capacidade de tratamento ou as medidas que uma pessoa toma para impedir que a doença se espalhe, por exemplo." (LOPES, 2020, p. 141). Alguns grupos foram além e perceberam os possíveis impactos do modelo, pois "o comportamento da curva de infectados é uma poderosa ferramenta para o governo estar atuando com medidas preventivas e corretivas a fim de diminuir a reprodutibilidade do vírus" (LOPES, 2020, p. 141). Além disso, o mesmo grupo reconheceu que o modelo pode ser ineficaz em identificar que um vírus pode sofrer "várias mutações e uma mesma pessoa que foi infectada e adquiriu anticorpos, pode ser infectada novamente, aí esse modelo se torna ineficiente" (LOPES, 2020, p. 141).

Em relação à análise crítica do modelo e de sua importância, atualmente, demandada no Passo 10, a maioria dos grupos teceram comentários envolvendo aspectos positivos e negativos. Por exemplo, os componentes de um grupo afirmaram que produziram "um modelo básico que apresenta variáveis/fatores do mundo real", enquanto outros concluíram: "construímos um modelo que se compara a um dos mais utilizados nos dias de hoje, que tem extensa aplicação e visibilidade pelos profissionais da saúde, o que nos dá a conclusão de que o nosso modelo poderia ser aplicado no mundo real" (LOPES, 2020, p. 144).

Os alunos perceberam a importância do modelo pois, por meio dele, ações podem ser tomadas, tais como o uso de máscaras e o distanciamento social para reduzir a propagação do COVID-19, reduzindo assim o número de infectados no tempo, evitando problemas mais sérios. Eles também reconheceram que cada modelo possui limitações. No caso do modelo considerado, alguns fatores foram desconsiderados para simplificar sua modelação, tais como: clima local, higienização, isolamento social, variação da população da cidade considerada, predisposição a contrair a doença, pessoas assintomáticas, dentre outros.

Contribuições para a Aprendizagem de ED

Uma unanimidade entre os alunos foi que as atividades de Modelagem Matemática proporcionaram um maior interesse em relação a ED. Talvez isso se deva ao fato deles não estarem acostumados com "metodologias diferentes", especialmente, no Ensino Superior. Outrossim, a motivação os levou a fazerem pesquisas e a se dedicarem mais aos estudos.

As aplicações da Matemática também mereceram destaque e mostram algumas contribuições da Modelagem na visão dos alunos, como ficou claro nas respostas ao questionário de avaliação que aplicamos ao final das atividades de Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática, enquanto alternativa metodológica, teve ampla aceitação dos alunos, que deixaram clara a importância do conhecimento construído por meio das atividades desenvolvidas. Os alunos, de um modo geral, conseguiram perceber contribuições do uso da Modelagem, na perspectiva de uma "prática docente fundamentada nos preceitos da Modelagem Matemática na Educação evidenciando o caráter mediador do professor e tornando o estudante mais autônomo em relação a sua aprendizagem" (SCHELLER; BONOTTO; BIEMBENGUT, 2015, p. 17), permitindo conciliar a teoria e a prática, unindo o mundo da Matemática acadêmica com a Matemática presente no cotidiano colaborando, ainda, para sua interpretação crítica.

Para alguns alunos, uma contribuição para a aprendizagem foi a possibilidade de observar a conexão que a Matemática e a Modelagem podem ter com outras disciplinas. Para outros, a contribuição do uso da Modelagem na disciplina se estendeu para uma melhor compreensão de conteúdos anteriores, especialmente de Cálculo I. Notamos, ainda, que alguns grupos apresentaram uma estratégia de solução que demostrou a realização de pesquisas. Além disso, todos os grupos usaram *softwares* para apresentar a parte gráfica do modelo. Isso certamente contribuiu não somente para uma compreensão do modelo, mas também para a aprendizagem de ED.

Por outo lado, as dificuldades de aprendizagem esbarraram com as dificuldades ocasionadas pelo RTE implementado por meio do ensino remoto, como ambiente de estudo adequado. Outras dificuldades passaram pela necessidade de os alunos estudarem sozinhos, longe dos colegas e pela adequação ao sistema remoto.

Considerações Finais

No contexto pandêmico de 2020, de um momento para o outro, os professores foram obrigados a tomar decisões sobre como incentivar seus alunos a continuarem sua aprendizagem a distância (BAKKER; WAGNER, 2020). Segundo os pesquisadores, há um receio de que a adoção de tecnologias digitais sirva como instrumento para manter a pedagogia de “transmissão de conhecimento”, ou um “*laissez faire*”, que poderia deixar os alunos em uma descoberta não guiada, ou seja, à deriva. Como interessante exemplo, eles citam um pedido feito por um aluno de Cálculo: “Por favor, mesmo quando você usa ferramentas tecnológicas, por favor, envie-nos uma cópia de suas notas escritas à mão. Será como quando você escreve no quadro negro”.

Em nossa pesquisa, percebemos que o encontro “face a face” é importante para os alunos. Durante as primeiras aulas no ensino remoto, os alunos lamentavam estar longe dos colegas e da universidade. Era comum perguntarem quando seria o “retorno às aulas”. Para alguns, uma aula remota não era, de fato, uma “aula”. Notamos que houve um período de adaptação dos alunos (e dos professores), nas primeiras semanas. Após um período de adaptação, os alunos se adequaram, na medida do possível, às novas circunstâncias. As posteriores reclamações estavam em torno da aprendizagem. Parecia que alguns não estavam seguros do que realmente aprenderiam no semestre letivo, sentindo-se sobrecarregados pelas demandas do conjunto de disciplinas cursadas.

Por outro lado, o ensino remoto foi interativo. Houve fóruns de discussão, encontros constantes com os alunos por meio das plataformas disponíveis e a realização de atividades que os motivaram, e tudo isso levou a uma satisfação geral com a disciplina de ED, como demonstraram os comentários majoritariamente positivos em relação ao ensino remoto, feitos no final do semestre letivo. Assim, observamos que pode haver um ensino remoto de qualidade.

Percebemos que o mundo está se adaptando às novas situações derivadas da pandemia. Empresas estão passando a adotar o modelo híbrido de trabalho e algumas têm considerado o momento como uma grande oportunidade para uma “mudança histórica real” levando, inclusive, a “reinvenção de conceitos” como escritório, home office, dentre outros. Essas mudanças são globais e a perspectiva é que perdurem para depois da pandemia, gerando uma nova forma de trabalho, em várias empresas.

Assim, diante das mudanças causadas pela pandemia, seria de se esperar que as instituições educacionais repensem e projetem o futuro da Educação. Particularmente, no contexto pós-pandêmico da Educação Matemática, prevalecerá o ensino remoto ou o ensino híbrido? Ou, ainda, simplesmente retornaremos ao ensino presencial de antes?

Nessa perspectiva de olhar para o futuro da Educação Matemática no Ensino Superior, para além da Modelagem Matemática, acreditamos que nossa pesquisa vislumbrou a possibilidade de abordagem do ensino remoto por meio da utilização de ferramentas digitais para estudos *online* colaborativos (ENGELBRETCH; LLINARES; BORBA, 2020).

Por outro lado, o período de isolamento social certamente trouxe alguns aspectos negativos (ENGELBRENCH *et al.*, 2020). Por exemplo, em nossa pesquisa, vieram à tona as diferenças socioeconômicas dos alunos, especialmente, implicando em dificuldades de adaptação ao sistema remoto de ensino e aprendizagem. Dessa forma, acreditamos que a adaptação dos alunos e de suas famílias ao sistema remoto deve ser objeto de novas pesquisas da Educação Matemática no Ensino Superior.

Referências

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática**: as discussões dos alunos. 2002. 173 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BAKKER, A.; WAGNER, D. Pandemic: lessons for today and tomorrow? **Educational Studies in Mathematics**, 104, p. 1–4, 2020.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. 1 ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência.** 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

BUÉRI, J. W. S. **Análise de fenômenos físicos no ensino de Equações Diferenciais Ordinárias de primeira ordem em cursos de Engenharia**. 2019. 118 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Informática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

BURGHES, D. N.; BORRIE, M.S. **Modelling with Differential Equations**, 1 ed. Chichester: Ellis Horwood, 1981.

CATLETT, J. **Epidemic Modeling using Differential Equations**. 2015.Disponível em: <https://mse.redwoods.edu/darnold/math55/DEProj/sp15/JamesonCatlett/SIRpdfscreen.pdf>.Acesso em: 26 jun. 2021.

DULLIUS, M. M**. Enseñanza y Aprendizaje en Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico**. 2009. 514f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Departamento de Didáticas Específicas, Universidade de Burgos, Burgos, Espanha, 2009.

ENGELBRECHT, J.; BORBA, M. C.; LLINARES, S.; KAISER, G. Will 2020 be remembered as the year in which education was changed? **ZDM Mathematics Education**, 52, p. 821–824, 2020.

ENGELBRECHT, J.; LLINARES, S.; BORBA, M. C. Transformation of the mathematics classroom with the internet. **ZDM Mathematics Education,** 52, p. 825–841, 2020.

FECCHIO, R. **A Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade na introdução do conceito de Equação Diferencial no ensino de Engenharia**. 2011. 209 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

FERREIRA, V. D. T. **A Modelagem Matemática na introdução ao estudo de Equações Diferenciais em um curso de Engenharia**. 2010. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2012. 396 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Ciências Físicas e Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

LAUDARES, J. B.; MIRANDA, D. F.; REIS, J. P. C.; FURLETTI, S. **Equações Diferenciais Ordinárias e Transformadas de Laplace**: análise gráfica de fenômenos com resolução de problemas e atividades com softwares livres. 1 ed. Belo Horizonte: Artesã, 2017.

LOPES, A. P. C. **Uma experiência de Modelagem Matemática no ensino remoto de Equações Diferenciais para cursos de Engenharia**. 2020. 221 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020.

LOPES, A. P. C.; REIS, F. S. Vamos viajar? – uma abordagem da Aprendizagem Baseada em Problemas no Cálculo Diferencial e Integral com alunos de Engenharia. **Revista de Educação Matemática**, v. 16, n. 23, p. 449–469, 2019.

OLIVEIRA, E. A.; IGLIORI, S. B. C. Ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais**. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, v. 4, p. 1–24, 2013.

REIS, F. S.; COMETTI, M. A.; SANTOS, E. C. Contribuições do GeoGebra 3D para a aprendizagem de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis. **RENCIMA**, v. 10, n. 2, p. 15–29, 2019.

SCHELLER, M.; BONOTTO, D. L.; BIEMBENGUT, M. S. Formação Continuada e Modelagem Matemática: percepções de professores. **Educação Matemática em Revista**, ano 20, n. 46, p. 16–24, 2015.

WEISS, H. The SIR model and the Foundations of Public Health. **Materials Mathematics**, 3, p. 1–17, 2013.

Insubordinação Criativa: uma compreensão sob lentes da teoria de Sfard a partir de incidentes na Matemática Financeira

Creative Insubordination: an understanding under Sfard's theory lenses as from Financial Mathematics incidents

Maria Rachel Pinheiro Pessoa Pinto de Queiroz
Universidade do Estado da Bahia (UNEB)
mrpqueiroz@gmail.com

Resumo
Neste artigo, desenvolvo um ensaio teórico com o objetivo de delinear uma compreensão sobre o conceito de Insubordinação Criativa (D'AMBROSIO; LOPES, 2015), utilizando construtos sustentados por meio da teoria discursiva de Sfard (2008). Proponho essas análises ao confrontar incidentes no ensino e na pesquisa relacionados com a Matemática Financeira, compreendendo que extensões para outros contextos matemáticos são possíveis. Discuto como os conceitos de *discurso*, *expansões discursivas*, *conflitos discursivos* e *incomensurabilidade entre discursos* podem se entrelaçar com o conceito de Insubordinações Criativas a partir desses incidentes. Finalmente, apresento uma compreensão teórica da Insubordinação Criativa como possibilidades de *expansão discursiva* a partir de *conflitos* que podem se manter *incomensuráveis* em contextos distintos, *coexistindo* em razão de *mudanças discursivas intencionais* por uma educação matemática crítica.

Palavras-chave: Insubordinação Criativa; conflitos discursivos; incomensurabilidade; coexistência**.**

Abstract
In this article, I develop a theoretical essay aiming at delineating a comprehension of the Creative Insubordination concept, using constructs supported by Sfard's discursive theory. First, I propose analysis based on Financial Mathematics teaching and research clashing incidents, acknowledging that extensions for other contexts are possible. Second, I discuss how discourses, discursive expansion, discursive conflicts, and incommensurability of discourses interweave with the Creative Insubordination concept in these incidents. Finally, I present Creative Insubordination as discursive expansions from conflicts that can keep incommensurable in distinct contexts. They can coexist in favor of an intentional discursive change to critical mathematics education.

Keywords: Creative Insubordination; discursive conflicts; incommensurability; coexistence.

Introdução

Neste ensaio teórico, busco uma compreensão sobre o conceito de Insubordinação Criativa (D'AMBROSIO; LOPES, 2015) utilizando as lentes teóricas de Sfard (2008), a partir de incidentes vivenciados no ensino de Matemática Financeira. Pesquisando possíveis *designs* insubordinados no ensino dessa disciplina (QUEIROZ, 2019), emergiu uma inquietação relacionada com o estabelecimento de bases teóricas para o fenômeno da Insubordinação Criativa nas formas de participação de professores e alunos nesse processo.

Seguindo D'Ambrosio e Lopes (2015), compreendo o conceito de *insubordinação criativa* em sala de aula, como o conjunto de ações do professor que subvertem formas tradicionais de ensino, com criatividade e responsabilidade, visando promover uma aprendizagem na qual os estudantes atribuam significados ao conhecimento matemático de forma crítica, considerando-se situações do cotidiano e de ambientes de trabalho.

Utilizo minha trajetória como professora da disciplina e como pesquisadora para compreender incidentes anteriores e posteriores à minha compreensão teórica sobre a importância de promover uma educação matemática crítica. Refiro-me ao adjetivo “teórica” na expressão anterior porque entendo que, mesmo antes das pesquisas na Educação Matemática, iniciadas em 2010, intuitivamente, já compreendia essa importância.

O estudo da Matemática Financeira é um campo fértil para vivências educacionais insubordinadas, tanto por parte de professores, quanto de alunos. Podemos definir a Matemática Financeira como qualquer prática[1] que envolva o estudo, cálculo ou procedimentos com “valores datados”, significando que o dinheiro e o tempo são variáveis para o cálculo de valores monetários (BUDI, 2008; DRAKE; FABOZZI, 2009; KUHNEM; BAUER, 1996). Em outras palavras, o valor de um capital depende do tempo no qual esse valor é considerado. Assim, os juros, os descontos, as equivalências de capitais, as anuidades e as amortizações, dentre outros, são objetos da Matemática Financeira que relacionam a variação de valores monetários em função do tempo. Essas variações entre capital e tempo são feitas mediante taxas utilizadas pelo mercado financeiro para remunerar o credor. Em grande medida, as taxas fornecem parâmetros essenciais para tomadas de decisão em operações financeiras e são elementos de análise potencialmente imperativos para a formação de uma consciência crítica relativa aos objetos sob análise.

Sob o ponto de vista da Matemática Financeira disciplinar, decisões relacionadas a operações financeiras alternativas consideradas como “corretas” são únicas (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; QUEIROZ; BARBOSA, 2015; QUEIROZ; BARBOSA, 2016; ROSETTI JÚNIOR; SCHIMIGUEL, 2011) e, geralmente, alcançadas por meio da comparação entre taxas ou entre valores na mesma data focal[2]. Esse princípio é seguido pelos livros didáticos, que, ao apresentar situações que envolvem processo decisório, apresentam sempre uma única resposta como correta (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013;

---

[1] Seguindo Wenger (1998), compreendo o conceito de prática como um fazer compartilhado por pessoas em grupos sociais, agindo e interagindo conforme os costumes desse grupo.
[2] Por exemplo, utilizando os conceitos de valor presente líquido (VPL) e taxa interna de retorno (TIR).

QUEIROZ; BARBOSA, 2015; QUEIROZ; BARBOSA, 2016; ROSETTI JÚNIOR; SCHIMIGUEL, 2011). É justamente numa subversão responsável a esse princípio que utilizo situações da Matemática Financeira como inspirações para compreender a participação dos sujeitos (professores e alunos) em práticas educacionais criativamente insubordinadas.

Analisarei a seguir como o conceito de Insubordinação Criativa (D'AMBROSIO; LOPES, 2015) se entrelaça com alguns conceitos discursivos em Sfard (2008) e, particularmente, com o conceito de *conflito discursivo*[3], o qual discutiremos na próxima seção. Em seguida, utilizarei esses fundamentos para analisar incidentes na Matemática Financeira que podem inspirar outras ideias sobre as participações dos sujeitos em práticas discursivas criativamente insubordinadas.

Compreendendo insubordinações criativas como conflitos discursivos

Inicialmente, irei evidenciar como o conceito de Insubordinação Criativa proposto por D'Ambrosio e Lopes (2015) se relaciona com ações discursivas. Essas pesquisadoras compreendem que o conhecimento pedagógico e o científico são construídos socialmente e que instituições educacionais não têm acompanhado as mudanças sociais e tecnológicas ocorridas mundialmente. Desse modo, a ideia de promover subversões responsáveis[4] no Ensino e na Pesquisa objetiva oferecer caminhos alternativos a esse descompasso, por meio de interações sociais que gerem debates sociopolíticos.

De acordo com Sfard (2008), ações comunicacionais humanas *sobre* objetos são responsáveis por possibilitar, por meio de ações interpessoais coordenadas, implementações coletivas de atividades complexas. Elas têm sido responsáveis pelas incessantes transformações humanas nas suas formas de fazer e permitem constantes acumulações, imprimindo complexidade crescente nas suas ações. Paralelamente, a palavra *Discurso* é conceituada por essa autora como as diferentes formas de comunicação que unem alguns indivíduos, ao passo que excluem outros. Utilizando ideias do Wenger (1998), podemos dizer também que essa compreensão é o que distingue umas práticas das outras,

---

[3] Este conceito é utilizado pela autora como um sinônimo para o conceito inicialmente denominado *conflito comognitivo*. Preferiremos utilizar neste estudo o termo conflito discursivo, por simplicidade, evitando assim o debate sobre o conceito de commognição.

[4] Expressão compreendida como um sinônimo para "insubordinações criativas".

diferenciando os sujeitos que têm um sentimento de pertença numa prática específica e não em outras. Analisando assim, podemos entender o descompasso evidenciado por D'Ambrosio e Lopes (2015) como as diferentes práticas discursivas sobre os mesmos objetos.

D'Ambrosio e Lopes (2015) entendem que processos reflexivos podem ser precursores de insubordinações criativas por meio de leituras críticas do educador matemático sobre, por exemplo, confronto com dificuldades dos alunos, percepção de contextos diversos na sala de aula e currículos reificados[5] nas práticas de ensino tradicionais. Essas subversões responsáveis podem ser compreendidas como estímulos a *mudanças discursivas intencionais* (Sfard, 2008). Sfard (2008) reconhece que essas mudanças discursivas podem ser moderadas ou dificilmente alcançadas, dependendo, dentre outros, nas relações de poder entre os participantes do discurso. E é nessas relações de poder, ou as formas de agir sobre elas, que os seguidores da agenda de insubordinação criativa se inspiram.

Proponho uma compreensão de subversões responsáveis como formas de *expansões discursivas*, conceito apresentado por Sfard (2008), porém, de forma distinta da que pretendo utilizar neste estudo, como podemos interpretar pela leitura dos exemplos por ela citados. Sfard (2008) as define como aumento na quantidade e complexidade das rotinas discursivas ou uma proliferação de novos discursos. Esta autora classifica os primeiros como simplesmente decorrentes da evolução dos discursos pelo seu uso constante (mudanças endógenas), a exemplo do crescimento histórico da extensão e complexidade de procedimentos aritméticos. E os últimos, como decorrentes do surgimento de novos discursos (mudanças exógenas), a exemplo da álgebra, como uma evolução de atividades aritméticas meta-discursivas[6]. Neste estudo, entendo as insubordinações criativas como *expansões discursivas*, sendo estas compreendidas como a proliferação de novos discursos que podem agendar debates sócio críticos. Suas características são consideradas exógenas,

[5] Utilizamos o conceito de reificação como em Wenger (1998) e Sfard (2008), compreendendo-o como o resultado de experiências social e historicamente estabelecidas, congeladas em forma de objetos, a exemplo de processos como codificar, nomear, reformular e produtos tais como leis, fórmulas, etc.
[6] Por exemplo, como citado por ela (Sfard, 2008), quando observamos que a soma de dois números é discursivamente equivalente à soma desses mesmos dois números, adicionados na ordem inversa e passamos a escrever $p + q = q + p$.

por contemplarem ações que são, a princípio, externas à prática discursiva tradicionalmente estabelecida.

De acordo com D'Ambrosio e Lopes (2015), práticas de Educação Matemática que mobilizam questões sociais, econômicas, políticas e éticas, estão atreladas à sensibilidade para perceber as distintas Matemáticas que emergem nos diversos contextos. Essas autoras evidenciam o caráter emergente e imprevisível em ambientes onde se estimulam as insubordinações criativas, ao reconhecer que estas surgem a partir da interação e diálogo com participantes de determinadas práticas, como, por exemplo, ao ouvir um aluno na sala de aula ou debater com seus colegas e também, a partir das ações reflexivas do próprio sujeito. Dessa forma, ressaltam que ações insubordinadas requerem novas posturas dos educadores matemáticos, na medida em que emergem conflitos na complexidade da sala de aula.

Decorre das ideias dessas autoras que as possibilidades de agendar distintas Matemáticas que emergem nos diversos contextos em ambientes onde se estimulam insubordinações criativas podem ser compreendidas como exemplares de *conflitos discursivos* (Sfard, 2008). Um conflito discursivo é definido por Sfard (2008) como uma situação na qual diferentes participantes de um discurso estão agindo de acordo com diferentes regras. Isto é, as distintas matemáticas que podem emergir em ações discursivas que considerem contextos, principalmente, relacionadas àquelas que mobilizam questões sociais, econômicas, políticas e éticas, conforme destacado acima, podem ser compreendidas como discursos que se distinguem por diferentes regras, de onde podem emergir contradições que se caracterizam como conflitos.

Nos incidentes que utilizaremos na próxima sessão identificaremos essas possibilidades de proliferação de novos discursos, a partir de conflitos discursivos e aprofundaremos considerações sobre estes conceitos na Insubordinação Criativa.

Conflitos discursivos em incidentes na Matemática Financeira

Pouco antes de iniciar meus estudos na área da Educação Matemática, ministrando Matemática Financeira para estudantes/professores do Estado da Bahia, cursando, em exercício, Licenciatura em Matemática num programa especial, vivenciei uma daquelas situações inesperadas em sala de aula, quando Sônia[7] levantou o braço e externou seu posicionamento, com relação a um exercício envolvendo processo decisório em alternativas de pagamento: “Professora, não adianta ninguém me dizer se é melhor pagar à vista, porque eu sempre vou escolher a alternativa que divida em mais vezes”. Para quem acabara de mostrar um exemplo em que a alternativa de pagamento à vista era mais vantajosa, do ponto de vista da Matemática Financeira, a frase de Sônia soou como uma insubordinação incauta, fruto de uma possível falta de conhecimento dos princípios da disciplina. Entretanto, cuidadosamente, respondi dizendo que entendia que as escolhas dos consumidores são motivadas por contextos específicos, mas que o papel da Matemática Financeira era oferecer compreensões sobre “alternativas corretas”, do ponto de vista da disciplina.

Naquele momento, essa resposta foi uma estratégia defensiva, relacionada com a tradição e a autoridade em sala de aula (D’AMBROSIO; LOPES, 2015), inspirada pela minha trajetória, até então, orientada predominantemente por práticas discursivas relacionadas com a Matemática Pura. Naquele momento, utilizei de conhecimento historicamente constituído de Matemática Financeira para ratificar minha autoridade em sala de aula. De acordo com Sfard (2008), discursos são atividades comunicacionais reguladas por regras, que, oriundas da própria prática discursiva ou externas à mesma, os diferenciam. Por exemplo, numa sala de aula de Matemática, há regras que se relacionam com as próprias práticas escolares/acadêmicas, enquanto há regras que provêm do discurso dos matemáticos, orientando o discurso matemático escolar/acadêmico. O conjunto dessas regras é que molda este discurso. O discurso privilegiado naquele momento, não abria espaço para contribuições externas à sala de aula que não encontrassem lastro no discurso dos matemáticos.

Sfard (2008) evidencia que, embora professores e estudantes constituam interativamente a realidade da sala de aula, os princípios discursivos não são ali originados. Dessa forma, ainda segundo ela, embora variações sejam inevitáveis quando novos professores e novos alunos adentram uma sala de aula, suas escolhas não são completamente autônomas, elas seguem as regras dos discursos matemáticos escolares historicamente estabelecidos. Foi o fato de estar agindo de acordo com essas regras, que me conferiu a segurança da resposta dada naquele momento. Porém, me senti também desafiada a refletir criticamente sobre esta ação. Cerca de um ano depois, ao iniciar meus estudos no campo da

[7] Sônia é um pseudônimo utilizado com intuito de proteger a identidade da estudante/professora

Educação Matemática e, mais especificamente, da Educação Matemática Crítica, passei a compreender aquele episódio com um novo olhar, orientado pelas novas práticas discursivas nas quais eu vinha adentrando.

Segundo Sfard (2008), as regras de um discurso são seguidas de forma quase que automática pelos seus participantes, mesmo em casos em que eles não tenham uma justificativa explícita para segui-las. Essas regras permitem aos participantes reconhecer o que é, ou não, apropriado fazer em cada situação. Consequentemente, é comum que quaisquer dois experts numa prática discursiva tenham formas de participação quase que indistintas e com os mesmos resultados. Ainda de acordo com esta autora, essas regras podem reduzir todas as possibilidades a apenas uma! Entendo que é justamente isso que educadores matemáticos querem desafiar quando se propõem a formas criativamente insubordinadas no Ensino: desafiar as regras, admitindo outras possibilidades. Por exemplo, exercícios em livros didáticos de Matemática Financeira apresentam, geralmente, uma única resposta como correta (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; QUEIROZ; BARBOSA, 2015; QUEIROZ; BARBOSA, 2016; ROSETTI JÚNIOR; SCHIMIGUEL, 2011). Quando passamos a considerar alternativas que considerem os contextos dos envolvidos na operação financeira, percebemos que outras possibilidades precisam, minimamente, ser analisadas, avaliadas, assim como no caso de Sônia, descrito acima.

Seguindo Sfard (2008), concordo que é necessário ser um *insider*[8] em determinado discurso para compreender o que *não* está de acordo com o que pode ser dito no mesmo. Ao mesmo tempo, é preciso também ser flexível para compreender a perspectiva do *outsider*[9], as possíveis interpretações alternativas daqueles que não agem como esperado de acordo com as regras estabelecidas num determinado discurso. Foi essa flexibilidade que faltou no momento de compreender a insubordinação de Sônia. Como autoridade natural na sala de aula, entendi, naquele momento, a situação como algo inadequado ao discurso da Matemática Financeira disciplinar e usei essa autoridade para resistir a essa tentativa de quebra nas regras do discurso que objetivava ensinar. Nas palavras de Sfard (2008), violações nas regras de um discurso evocam tentativas de seus interlocutores no sentido de "corrigir" comportamentos considerados como ilegítimos.

[8] O *insider* pode ser compreendido como um membro ativo de determinada prática discursiva, nas palavras do Wenger (1998), por exemplo, um participante central de uma prática.
[9] Uma pessoa que não pertence a um grupo específico.

Somente quando adentrei em outro discurso, da Educação Matemática, pude compreender que interpretações alternativas são possíveis, especialmente, quando consideramos determinados contextos. De acordo com Sfard (2008), precisamos de uma mudança discursiva para compreender novas possibilidades que se abrem para novas visões. Foi o que aconteceu, minha compreensão relativa ao episódio de Sônia só foi possível quando passei a participar do discurso da Educação Matemática, permitindo-me refletir sobre o mesmo episódio com novas lentes teóricas.

A partir de então, passei a modificar meus percursos em sala de aula, aproveitando exercícios que envolviam processo decisório para abrir debates relativos a decisões que considerassem contextos, tanto em casos de decisões financeiras empresariais, foco dos cursos da área de negócios, onde segui minha trajetória como professora[10], como também na análise de finanças pessoais. Segundo D'Ambrosio e Lopes (2015), processos reflexivos decorrentes, por exemplo, de confrontos com os dilemas e dificuldades dos nossos alunos, podem ser precursores de *insubordinações criativas*, na medida em que provocam um incômodo a educadores matemáticos. Porém, surgiram, a partir dessas mudanças, novos conflitos discursivos, dessa vez, no sentido inverso. Estudantes mais associados a práticas sociais que ratificavam o discurso matemático dominante, como no caso de um aluno de Administração que era anteriormente graduado em Engenharia e de um estudante de Graduação em Matemática, participando de uma palestra sobre Insubordinação Criativa, demonstraram resistir a esse "novo discurso" que considerava contextos na solução de problemas decisórios relacionados a situações do cotidiano e de ambientes de trabalho.

Passei a lidar também com essas resistências, mas segui na prática como professora, compreendendo o episódio de Sônia, juntamente com as novas práticas discursivas em Educação Matemática nas quais participei a partir de 2009, orientando ações criativamente insubordinadas na sala de aula. Embora ainda não conhecesse o termo "Insubordinação Criativa", visto que essa agenda passou a circular pelos discursos na Educação Matemática brasileira pouco depois, entendo que esta já estava entrelaçada nos meus percursos em sala de aula. Nesse caso, embora essa escolha tenha sido consciente, não era ainda objeto de pesquisa, o que só veio acontecer a partir de 2018.

[10] O episódio relatado sobre Sônia ocorreu num curso de Licenciatura em Matemática, numa oferta especial, que se encerrou em 2009. Porém, é num curso de Administração que ensino Matemática Financeira desde 2000 até os dias atuais.

Neste estudo, apresento esse episódio como um conflito discursivo (Sfard, 2008), embora não o tivesse compreendido como tal, quando emergiu. As palavras de Sônia eram consistentes com sua prática na gestão das finanças pessoais. Especialistas na Matemática Financeira Pura diriam que ela faz uma má gestão delas. Porém, com um olhar mais crítico e humano das restrições financeiras por que passam alguns segmentos sociais menos privilegiados, podemos compreender que, nem sempre, é possível tomar decisões que corroboram com a visão da Matemática Financeira disciplinar. Por outro lado, abrir possibilidades para que essas pessoas possam refletir sobre consumo de forma consciente pode ser um papel na prática dessa disciplina.

Essas diferentes visões foram orientadas por distintas práticas matemáticas nos seus contextos. De acordo com Sfrad (2008), conflitos discursivos acontecem quando narrativas[11] conflitantes são originadas de discursos que se consubstanciam por diferentes regras. Esses discursos são incomensuráveis, isto é, eles não compartilham os mesmos critérios ao endossar determinadas narrativas. Neste caso, ainda segundo a mesma autora, eles não podem ser considerados como mutuamente excludentes, embora soem contraditórios.

Assim, a decisão de Sônia de “sempre preferir dividir no maior número de vezes possível” era orientada por sua necessidade de satisfazer suas necessidades de consumo diante da escassez de recursos financeiros. Contextos de restrição financeira não são comumente considerados em discursos de Matemática Financeira Pura, daí se originou a incomensurabilidade entre os discursos e, consequentemente, o conflito discursivo que se evidenciou.

Tomando esse episódio como exemplo, podemos compreender que ações criativamente insubordinadas podem ser compreendidas como oportunidades de análises sócio críticas por meio da compreensão de conflitos discursivos do ponto de vista de sua incomensurabilidade. Nesse sentido, quais seriam as possibilidades para a solução desses conflitos? Esse é o tema da próxima seção.

[11] A palavra narrativas pode ser entendida aqui como no senso comum, já que não difere muito da sua definição em Sfard (2008).

Conflitos Discursivos precisam ser solucionados?

Na sequência argumentativa sobre conflitos discursivos, Sfard (2008) sugere que estes não são solucionados por meio de confirmação de uma das afirmações e refutação da outra, mas, sim, pela “escolha” de um dos discursos conflitantes, abandonando o outro. De acordo com um quadro apresentado por esta autora, a forma de resolver um conflito discursivo (denominado por ela neste quadro de conflito comognitivo), se dá “pela aceitação e racionalização (individualização), pelo estudante, dos modos discursivos do interlocutor expert” (Sfard, p. 258, tradução livre). Apresento, nesta seção, um desafio a esse fechamento relacionado à solução de conflitos discursivos, com potenciais consequências para compreensões na Insubordinação Criativa, enquanto agenda na Educação Matemática.

Sugiro um novo olhar relativo a esses conflitos. Compreendo que, se duas distintas narrativas são consideradas incomensuráveis por fazer parte de distintos discursos, podemos continuar convivendo com ambas, ressaltando uma possível adequação de uma ou da outra em determinado contexto ou ainda, o debate contínuo dessas distintas possibilidades, podendo, ou não, chegar a um consenso final único. Isto é, podemos admitir que não tem que haver uma solução única sempre para eventuais conflitos discursivos. Se essas narrativas são endossáveis em contextos distintos, elas podem ser paralelamente sustentadas, considerando-se sua adequação nesses distintos contextos. Por exemplo, no caso de Sônia descrito anteriormente, poderia haver um debate sobre consumo consciente, envolvendo uma compreensão de que, nem sempre é possível tomar a “melhor decisão” financeira, diante de possíveis casos de solução de necessidades e que, por outro lado, pode-se preferir tal tipo de decisão quando o consumo for dispensável, postergável, ou mesmo, supérfluo. Assim, podemos concluir que manter a incomensurabilidade entre discursos, analisando alternativas paralelas, que podem, um dia, se consolidar em decisões únicas atreladas a um contexto específico é potencialmente favorável a uma aprendizagem que considere justiça social.

Além disso, há casos envolvendo situações em que a “melhor decisão” do ponto de vista da Matemática Financeira disciplinar é tão facilmente questionável diante de alternativas muito similares que o posicionamento de considerar outras possiblidades num debate é quase que premente. Por exemplo, no exercício resolvido na página 204 do livro dos autores Mathias e Gomes (2011), apresentado na figura 1, a seguir, temos uma situação da semirrealidade (SKOVSMOSE, 2000) que envolve processo decisório, apresentando uma única resposta como correta. Esse é um exemplo de situação na qual podem emergir conflitos discursivos, conforme analisaremos a seguir.

Figura 1: Exercício que envolve processo decisório

5. A Imobiliária Barracão S/A vende um pequeno apartamento usado por \$ 150.000,00 a vista. Como alternativas a seus clientes, oferece dois planos de financiamento:

Plano A: entrada de \$ 50.000,00 mais 4 prestações trimestrais de \$ 31.600,00.

Plano B: entrada de \$ 30.000,00 mais 8 prestações trimestrais de \$ 23.000,00.

O Sr. João de Souza, capitalista que aplica seu dinheiro a 10% a.t., deseja saber qual é a sua melhor opção de compra.

Resolução: Calculando-se o valor atual em cada caso, à taxa de 10% a.t., teremos:

Plano A:

$$P = E + R \cdot a_{\overline{n|}i}$$
$$P = 50.000 + 31.600 \cdot a_{\overline{4|}10}$$
$$P = 50.000 + 31.600\ (3{,}169865)$$
$$P = \$\ 150.167{,}75$$

Plano B:

$$P = E + R \cdot a_{\overline{n|}i}$$
$$P = 30.000 + 23.000 \cdot a_{\overline{8|}10}$$
$$P = 30.000 + 23.000\ (5{,}334926)$$
$$P = \$\ 152.703{,}30$$

Como nos dois planos de financiamento o valor atual é superior ao preço a vista (\$ 150.000,00), então a melhor opção de compra será esta.

Fonte: Mathias e Gomes (2011, p.204)

A diferença entre a opção de pagamento à vista e o plano A (R\$ 167,75) representa, em termos de valor de capital, apenas 0,1% quando comparada ao valor total de 150.000 na data zero. Considerando que, tanto em decisões empresariais quanto pessoais, pagamentos mais suaves, que não representem retiradas bruscas de capital podem garantir a "saúde financeira" das empresas/finanças pessoais, o plano A poderia representar uma alternativa de decisão mais acertada em alguns contextos.

Se é a resposta única que queremos desafiar, entendo que expandir os discursos, considerando novas possibilidades, podem servir, não somente às questões de justiça social, como também, para aproximar contextos acadêmicos de contextos que envolvem práticas do quotidiano e de ambientes de trabalho. Podemos dizer que, nesse caso, a "melhor" decisão financeira pode depender de uma análise mais complexa do que aquela que a resposta única pode proporcionar. De acordo com Sfard (2008), normas da sala que podem parecer direcionar mais facilmente uma aprendizagem matemática, podem não ser completamente compatíveis com as normas do mundo externo. Compreendo que esse exercício discutido sobre a figura 1 é um exemplar disso. Adotar as práticas do quotidiano e de ambientes de trabalho na sala de aula podem oferecer situações bem mais complexas para professores e alunos terem que lidar e isto pode ser o motivo da resistência de alguns em fazê-lo.

Finalmente, respondo à pergunta que intitula essa seção sugerindo que conflitos discursivos não precisam ter um desfecho final imediato. Eles podem representar alternativas para decisões futuras contextualizadas e, especialmente em contextos educacionais, eles podem representar um leque, sempre aberto, de possibilidades não excludentes, seguindo paralelamente em debates que reconheçam a diversidade de ações em contextos sociais distintos.

Conclusões

Embora as noções de discurso e conflito discursivo em Sfard (2008) tenham aberto vários caminhos na compreensão de ações insubordinadas, conforme apresentado neste estudo, suas conclusões e desfechos para a Educação Matemática são aqui objeto de discordância, especialmente, no que se refere à Insubordinação Criativa.

Já na seção anterior, apresentei uma visão discordante desta autora em relação à resolução de conflitos discursivos. Essa visão se propaga ao perceber como esta autora compreende as consequências desses eventos em processos de ensino e aprendizagem. De acordo com ela, "para que um conflito discursivo se torne uma porta para novos discursos, ao invés de uma barreira à comunicação, tanto os novatos quanto os experientes devem estar comprometidos em superar os obstáculos" (Sfard, 2008, p. 282, tradução livre) e segue dizendo que "o conflito não será resolvido se cada participante continuar agindo de acordo com suas próprias regras discursivas" (Ibid., p.283, tradução livre). Embora reconheça que as formas de participação dos novatos devem ser apreciadas e consideradas, estimulando sua criatividade e atuação, a autora utiliza os conceitos de acordo sobre o *discurso principal*, *papéis dos discursantes* e *mudança discursiva em curso* para reforçar uma aparente primazia do discurso do expert na "solução" do conflito. Além, disso, ela sugere que deve haver um consenso entre os participantes do discurso (novatos e experientes), quanto aos objetivos finais do processo de aprendizagem.

Tomando como exemplo, mais uma vez, o incidente com Sônia, compreendo que a forma como o expert lida com as relações de poder na prática social, pode fazer variar muito como "se resolve" um conflito. Conforme citado anteriormente, a percepção do expert (autora deste artigo), naquele momento, parece se coadunar com a perspectiva em Sfard (2008). Isto é, a participação de Sônia foi considerada, discutida, porém, naturalmente abandonada por não representar o que se esperava das regras do discurso da Matemática Financeira disciplinar, ali dominante. Porém, embora fosse esperado que a turma tenha também compreendido que esse era o *discurso principal*, não há pistas se Sônia chegou a entender aquele momento como a solução de um conflito. É possível que ela tenha compreendido que há um discurso com regras que diferem daquelas que ela praticava, mas, não necessariamente estivesse disposta a mudar suas formas de atuação no contexto externo à sala de aula, ainda que o fizesse nela, por exemplo, ao responder uma avaliação onde ela sabia qual seria a resposta esperada para situações similares. Mais tarde, e não mais com Sônia no contexto da sala de aula, a forma como o *expert* lidava com conflitos semelhantes passou a ser distinta. Ao invés de tentar "solucionar" o conflito, passou a compreender que distintas possíveis soluções são sempre bem-vindas ao debate.

Como conclusão, a ideia aqui é desafiar, tanto a necessidade de solução final para um conflito, quanto o entendimento de que deve haver um objetivo único para que a aprendizagem aconteça. Dessa forma, podemos contribuir para um entendimento da Insubordinação Criativa como um conflito que não necessariamente tem solução, justamente porque possíveis soluções podem ser apropriadas em diferentes contextos, orientadas por diferentes objetivos. Discursos conflitantes podem coexistir. Como corolário, desafiamos também a compreensão de que o discurso matemático garante uma fácil solução a problemas que envolvem processo decisório.

Finalmente, passo a compreender o conceito de *Insubordinação Criativa* como possibilidades de *expansão discursiva* a partir de *conflitos* que podem se manter *incomensuráveis* em contextos distintos e assim, *coexistindo* em razão de *mudanças discursivas intencionais* por uma educação matemática crítica.

Agradecimentos

Ao grupo de pesquisa Encima, coordenado pelo professor Dr. Jonei Barbosa, minha gratidão pelas discussões inspiradoras que tacitamente semearam ideias para este estudo.

Referências

BARROSO, D. F.; KISTEMANN JR, M. A. Uma proposta de curso de serviço para a disciplina Matemática Financeira. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 15, n. 2, p. 465-485, 2013.

BUDI, F. **Financial Mathematics**. Jakarta: Salemba Empat, 2008. 262p.

D'AMBROSIO, B.; LOPES, C. Insubordinação criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Boletim de Educação Matemática**, v. 29. n. 51, p. 1-17, 2015.

DRAKE, P. P.; FABOZZI, F. J. **Foundations and applications of the time value of money**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 300p.

KUHNEN, O. L.; BAUER, U. R. **Matemática Financeira aplicada e análise de investimentos**. São Paulo: Atlas, 1996. 517p.

MATHIAS, W. F.; GOMES, J. M. **Matemática Financeira**. São Paulo: Atlas, 2011. 416p.

QUEIROZ, M. R. P.; BARBOSA, J. C. Exercícios de livros didáticos de Matemática Financeira e suas fronteiras com situações do cotidiano e de ambientes de trabalho. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. Anais... Pirenópolis, 2015.

QUEIROZ, M. R. P.; BARBOSA, J. C. Características da Matemática Financeira expressa em livros didáticos: conexões entre a sala de aula e outras práticas que compõem a Matemática Financeira disciplinar. **Bolema**, v. 30, n. 56, p. 1280-1299, 2016.

QUEIROZ, M. R. P. (2019). Um design insubordinado no ensino de Matemática Financeira. **REnCiMa**, 10(2), 176-187.

ROSETTI JR., H.; SCHIMIGUEL, J. Estudo de modelos de Matemática Financeira em bibliografia básica. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife.

SFARD, A. **Thinking as Communicating**: human development, the growth of discourses, and mathematizing. New York: Cambridge University Press, 2008. 324p.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, v. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: D’AMBROSIO, B.; LOPES, C. **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 63-90.

WENGER, E. **Communities of practice**: learning, meaning, and identity. New York: Cambridge University Press, 1998. 318p.

Invariantes Operatórios Mobilizados por Futuros Engenheiros Civis em uma Abordagem Contextualizada de EDO de Variáveis Separáveis

Operative Invariants Mobilized by Future Civil Engineers in a Contextualized Approach to Separable-Variable ODE

Rieuse Lopes
Universidade Estadual de Montes Claros
rieuse.lopes@unimontes.br

Gabriel Loureiro de Lima
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
gllima@pucsp.br

Resumo

Este trabalho consiste em um recorte de uma pesquisa qualitativa que aborda a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) de variáveis separáveis a partir de uma perspectiva contextualizada em uma situação relacionada à Transferência de Calor. Os sujeitos foram 21 estudantes do segundo período de um curso de Engenharia Civil de uma instituição particular. Recorrendo aos preceitos teórico-metodológicos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC), desenvolvemos um Evento Contextualizado (EC) nome dado no citado referencial a um problema integrando disciplinas matemáticas (no caso o Cálculo) e disciplinas não matemáticas (no caso a Transferência de Calor) de um determinado curso de graduação (no caso a Engenharia Civil). Este evento foi implementado segundo os pressupostos do Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo), atrelado à TMCC e, neste artigo, optamos por nos ater à explicitação e à análise, subsidiada pela Teoria dos Campos Conceituais, de alguns invariantes operatórios relacionados ao Cálculo, mobilizados pelos sujeitos durante o trabalho com o EC. Dentre os resultados alcançados por meio das análises realizadas, salientamos a mobilização, por parte dos sujeitos da pesquisa, de conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que nas situações envolvendo a resolução de equações polinomiais eram válidos e os auxiliavam a enfrentar com êxito questões propostas, mas que, no âmbito das situações relativas às equações diferenciais precisam ser adaptados, reavaliados, recombinados e por vezes até descartados.

Palavras-chave: Educação Matemática no Ensino Superior; Cursos de Serviço; Equações Diferenciais; Transferência de Calor; Teoria A Matemática no Contexto das Ciências; Teoria dos Campos Conceituais.

Abstract

This work is a qualitative research that approaches the learning of Ordinary Differential Equations (ODE) of separable variables considering a contextualized perspective in a situation related to Heat Transfer. The subjects were 21 students from the second semester of a Civil Engineering Undergraduate course of a private institution. Using the theoretical-methodological precepts of the Theory Mathematics in the Context of Science (TMCS), we developed a Contextualized Event (CE) named in the mentioned reference to a problem integrating mathematics courses (Calculus) and not mathematics courses (Heat Transfer) of an undergraduate course (Civil Engineering). This event was implemented according to the assumptions of the Didactic Model of Mathematics in Context (MoDiMaCo) linked to TMCS and, in this article, we chose to conform to the explanation and analysis supported by the Theory of Conceptual Fields of some operative invariants related to Calculus, mobilized by the subjects during the work with the CE. Among the results obtained through the analyses we highlighted the mobilization by the research subjects, of concepts-in-action and theorems-in-action that, in situations involving the resolution of polynomial equations, were valid and helped them to successfully tackle proposed questions, but which in the context of situations related to differential equations, need to be adapted, reassessed, recombined and, sometimes, even discarded.

Keywords: Mathematics Education in Higher Education; Service courses; Differential Equations; Heat transfer; Theory Mathematics in the Context of Science; Theory of Conceptual Fields.

Introdução

Apresentamos neste trabalho parte dos dados obtidos na investigação de doutorado realizada pela primeira autora, sob a orientação do segundo autor, e que foi defendida em março de 2021. Em nosso estudo, direcionamos a atenção à aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) de Variáveis Separáveis em um curso de Engenharia Civil tendo como base um problema de Transferência de Calor elaborado e implementado em consonância aos preceitos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC).

Para este artigo, optamos pelo seguinte recorte: explicitar e analisar, embasados pela Teoria dos Campos Conceituais (TCC), alguns invariantes operatórios relacionados ao Cálculo, mobilizados pelos sujeitos da pesquisa nos momentos de resolução e discussão por eles vivenciados ao trabalhar com uma série de atividades que os conduziram à solução do problema proposto, problema este que, no âmbito da TMCC, é denominado de Evento Contextualizado (EC).

Nas próximas seções, antes de efetivamente apresentar a análise dos dados, trazemos considerações acerca da TMCC, referencial que nos subsidiou, dos pontos de vista teórico e metodológico, para a elaboração e a implementação do EC, tendo sida esta última ação conduzida em consonância com os pressupostos do Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo) atrelado ao supracitado quadro teórico.

A TMCC: subsídios teóricos-metodológicos para elaborar e implementar o EC

A TMCC foi desenvolvida pela pesquisadora mexicana Patrícia Camarena com o objetivo de fundamentar discussões a respeito do ensino de Matemática em cursos superiores que não visam à formação de matemáticos. Sob a ótica deste referencial, o ambiente de aprendizagem é concebido como um sistema em que cinco fases interatuantes estão presentes: curricular, didática, epistemológica, docente e cognitiva, cada uma com subsídios teóricos e processos metodológicos específicos (CAMARENA, 2013).

Tendo por base pressupostos teóricos e metodológicos das fases *curricular* e *epistemológica* da TMCC, elaboramos um Evento Contextualizado (EC), entendido, segundo pontuam Lima, Bianchini e Gomes (2016), como um problema integrando disciplinas matemáticas e não matemáticas que compõem a matriz curricular de determinado curso de graduação. No caso desta pesquisa, o EC integra as EDO de variáveis separáveis a aspectos da Transferência de Calor. Elaboramos ainda uma série de atividades com o objetivo de possibilitar aos sujeitos o desenvolvimento de reflexões que os levariam à solução do EC.

A opção pelo contexto da Transferência de Calor se deu em razão dos dados obtidos por meio das análises realizadas nas fases curricular e epistemológica. Realizamos entrevistas com alguns docentes responsáveis pelas disciplinas não matemáticas do curso em que os sujeitos da pesquisa estavam matriculados e que também são graduados em Engenharia Civil e/ou Mecânica e atuam como engenheiros em empresas. Dentre esses docentes, esclarecemos que o professor que ministrava a disciplina Transferência de Calor salientou que uma importante necessidade da Engenharia Civil é a investigação relativa ao emprego de materiais com maior resistência térmica, o que pode representar uma redução no consumo de energia elétrica em edificações com ambientes climatizados. A leitura de livros de Transferência de Calor nos evidenciou a mobilização, neste contexto, de uma ampla gama de conceitos matemáticos e, pela análise histórico-epistemológica que realizamos acerca do conteúdo matemático com o qual desejávamos trabalhar, observamos que os problemas relacionados à Transferência de Calor estiveram atrelados ao desenvolvimento epistemológico das equações diferenciais e, portanto, se elaborássemos um EC relacionado à Transferência de Calor, estaríamos contemplando um contexto que estava, de fato, inserido naqueles nos quais, historicamente, as equações diferenciais se desenvolveram.

Tendo decidido o contexto para o evento, já no âmbito da *fase epistemológica* da TMCC, realizamos análises em cinco etapas que nos subsidiaram para a elaboração do EC, seguindo o que é preconizado por Camarena e González (2001) e detalhado por Lopes (2021). Ao realizar tais análises,

> [...] nosso intuito foi compreender o significado global das Equações Diferenciais, sua diversidade e contextos de aplicação e utilização, as diversas estratégias de ensino e teorias educacionais utilizadas pelos pesquisadores, e principais entraves enfrentados pelos estudantes em sua aprendizagem. Especificamos como as EDO são empregadas no livro Transferência de Calor e Massa de (Incropera e Dewitt (2014) - 1ª etapa), como a abordagem das EDO está prevista nos programas e ementas das disciplinas de Matemática inseridas no curso de Engenharia Civil em que foi realizada a pesquisa (2ª etapa) e como são trabalhadas no livro de Matemática utilizado como referência nas disciplinas matemáticas que abordam EDO em tal curso, (no caso o de Stewart (2014) - 4ª etapa). Realizamos também uma análise de ordem epistemológica acerca do

> desenvolvimento histórico das Equações Diferenciais e dos obstáculos identificados nesse processo (3ª etapa), com base nas pesquisas já realizadas acerca de aspectos cognitivos relacionados a essas equações (5ª etapa). (LOPES, 2021, p. 119).

Destacamos especialmente que, a partir dessas etapas de análise, pudemos constatar que: (i) de uma maneira geral, as equações diferenciais estão presentes em todos os capítulos de Incropera e Dewitt (2014), sendo, portanto, fundamental aos estudantes que compreendam como são aplicadas em situações específicas da Engenharia, as percebam como uma ferramenta para o estudo dessas aplicações e desenvolvam a habilidade de realizar o que, na TMCC, Camarena (2013) denomina de *Transposição Contextualizada*, que é a transformação pela qual deve passar um saber matemático para tornar-se um saber de aplicação no campo profissional; e (ii) como já ressaltamos, os problemas relacionados à Transferência de Calor desempenharam importante papel no processo de desenvolvimento histórico-epistemológico das equações diferenciais. Esses problemas estiveram atrelados ao desenvolvimento epistemológico das equações diferenciais e, portanto, o contexto que havíamos pensado para o EC estava, de fato, inserido naqueles nos quais, historicamente, as equações diferenciais se desenvolveram.

Subsidiados por dados coletados a partir das análises realizadas em cada uma dessas cinco etapas, elaboramos o EC apresentado na Figura 1, tratando da transferência de calor do ambiente externo para o interior de paredes de alvenaria planas, a fim de buscar soluções matemáticas para problemas relacionados ao conforto térmico de edificações, por meio da resolução de EDO de variáveis separáveis.

Para a implementação do EC, recorremos aos pressupostos do MoDiMaCo, inserido na fase *didática* da TMCC, e fundamentado em preceitos construtivistas, especialmente nos enfoques Psicogenético de Piaget, Sociocultural de Vygotsky e Cognitivo de Aprendizagem Significativa de Ausubel (CAMARENA, 2017). No MoDiMaCo, o estudante assume posição central, a de indivíduo ativo em sua aprendizagem, que constrói seu conhecimento trabalhando com os colegas em equipes colaborativas, com o apoio e orientação de seus professores. É um modelo didático voltado ao desenvolvimento de competências profissionais no qual se adotam os EC como principais ferramentas para o trabalho interdisciplinar no ambiente de aprendizagem de Matemática que, segundo Camarena (2017), além da construção do conhecimento, têm potencial de possibilitar o desenvolvimento, por parte do estudante, de habilidades para realizar a transferência do conhecimento matemático para as áreas sociais que o requerem.

Figura 1: O Evento Contextualizado construído

Conforto térmico em uma edificação

Visando melhorar o conforto térmico de ambientes não climatizados, reduzir o dispêndio de energia elétrica em ambientes climatizados e racionalizar o consumo de energia, o engenheiro civil busca soluções que potencializam a eficiência energética de um projeto de edificações. Para alcançar o conforto térmico desejado, é necessário o conhecimento a respeito da transferência de calor do ambiente externo para o interior das edificações. Assim, apresentamos três paredes construídas da seguinte forma:

PAREDE 1: Construída com tijolos maciços aparentes, assentados na dimensão de 10 cm, com revestimento em todas as faces. As dimensões do tijolo são: 10,5 cm × 6 cm × 23 cm. O assentamento dos tijolos foi feito com 1 cm de argamassa de assentamento de 1:6 (1 de cimento e 6 de areia), e o revestimento externo de cada face da parede com 3,5 cm da mesma argamassa. A espessura total da parede é 17 cm.

PAREDE 2: Construída com tijolos maciços aparentes, assentados na dimensão de 10 cm, com revestimento em todas as faces. As dimensões do tijolo são: 10,5 cm × 6 cm × 23 cm. O assentamento dos tijolos foi feito com 1 cm de argamassa de assentamento de 1:6 (1 de cimento e 6 de areia), e o revestimento externo de cada face da parede com 3,5 cm de gesso. A espessura total da parede é 17 cm.

PAREDE 3: Construída com tijolos maciços aparentes, assentados na dimensão de 10 cm, com revestimento em todas as faces. As dimensões do tijolo são: 10,5 cm × 6 cm × 23 cm. O assentamento dos tijolos foi feito com 1 cm de argamassa de assentamento de 1:6 (1 de cimento e 6 de areia), e o revestimento externo de cada face da parede com 1,5 cm da mesma argamassa. Nessa parede, foi colado na face externa e interna um poliestireno expandido ou *expanded polystyrene* (EPS) de 2 cm. A espessura total da parede é 17 cm.

De acordo com as especificidades de cada parede, respondam:

a) Qual das três paredes apresenta maior conforto térmico em uma edificação? Por quê?

b) Qual é o comportamento térmico dos materiais de cada parede?

c) O que é preciso fazer para reduzir as perdas térmicas em uma edificação?

Fonte: Lopes, 2021, p. 118-119

Os EC devem ser resolvidos em equipes que são compostas por três estudantes: um líder *emocional*, um *intelectual* e um *operacional* que, conforme ressalta Camarena (2017), possuem características complementares para o bom desenvolvimento de um trabalho colaborativo. O *líder emocional* é o estudante que motiva a equipe; o *líder intelectual* é reflexivo e analítico, com conhecimentos prévios bem construídos; e o *líder operativo* é aquele que executa efetivamente as tarefas e que expõe os argumentos da equipe para todos, entre outros (CAMARENA, 2017). A escolha desses líderes se faz mediante a um questionário, adaptado de Camarena (2003) e a respeito do qual o leitor pode obter maiores informações em Lopes (2021). Tal questionário é aplicado pelo professor e constitui-se por 80 perguntas com respostas "sim" ou "não" a respeito do modo como o estudante se vê e como faz suas escolhas em várias áreas de sua vida, o que está diretamente relacionado a seu estilo de aprendizagem, isto é, às suas preferências ou tendências pessoais de utilizar algumas estratégias em detrimento de outras quando se deseja ou se necessita aprender (BARROS, 2008; HERNÁNDEZ; ALONSO, 2013).

Após as equipes resolverem o EC, caso o objetivo tenha sido construir um novo conhecimento, conforme ressalta Lopes (2021, p. 70) a partir de Camarena (2017), este é então apresentado "descontextualizado, por meio de atividades de aprendizagem, com a formalidade e rigor requerido pelo tema e uso de tecnologia como mediadora da aprendizagem". Essa etapa de descontextualização é importante, segundo Camarena (2017), porque possibilita ao estudante agregar o que foi trabalhado no conjunto de conhecimentos disponíveis em suas estruturas cognitivas.

A implementação do EC conforme os preceitos do MoDiMaCo

Participaram voluntariamente da experiência, realizada no período de 11 a 29 de novembro de 2019, 21 estudantes do segundo período de Cálculo da Engenharia Civil de uma instituição particular do Estado de Minas Gerais, que ainda não possuíam conhecimento dos conceitos fundamentais de Equações Diferenciais. Os participantes foram organizados em sete grupos com três integrantes. A constituição desses grupos foi realizada com base nas respostas dadas pelo sujeito ao questionário anteriormente mencionado.

Do ponto de vista didático, organizamos o trabalho com o EC em duas situações, cada uma delas com três atividades realizadas em seis momentos presenciais. O tempo de duração de cada atividade foi aproximadamente 4h e, nos seis momentos da experiência, realizados em diferentes ambientes (sala de aula, laboratório de materiais de construção e biblioteca), registramos as interações e diálogos entre os estudantes e recolhemos informações quanto ao desenvolvimento da aprendizagem de EDO. Os dados foram coletados por meio de gravação de áudio das discussões dos sujeitos-em-ação para responderem às questões propostas, observação participante, registros escritos contendo o desenvolvimento das atividades, além de anotações feitas pela pesquisadora durante a aplicação dessas atividades.

A Situação I, denominada "*Conforto térmico em uma edificação*", serviu para a construção de fundamentos teóricos para a resolução do EC. Antes de propor o evento como consta na Figura 1, na Atividade I dessa Situação, conduzimos os estudantes ao laboratório, e apresentamos o EC a eles, exatamente como consta na Figura 1. Mostramos então as três paredes mencionadas no evento e que havíamos construídos previamente. Após as conjecturas iniciais dos sujeitos acerca de como responder ao EC, na Atividade II da Situação I, eles foram conduzidos à biblioteca para realizar uma investigação com o intuito de responder a algumas questões contemplando conhecimentos básicos da Transferência de

Calor e que serviriam de fundamento teórico para a resolução do EC. Esperava-se que começassem a compreender que a transferência de calor por condução é governada por uma equação, a chamada Lei de Fourier, que envolve uma taxa de variação.

> [...] para uma parede plana unidimensional com uma distribuição de temperaturas T, a equação da taxa de transferência é escrita na forma $\ddot{q_x} = -k\frac{dT}{dx}$, na qual o fluxo térmico $\ddot{q_x}(W/m^2)$ é a taxa de transferência de calor na direção x por unidade de área perpendicular à direção da transferência, proporcional ao gradiente de temperatura $\frac{dT}{dx}$, nessa direção. O parâmetro k representa a condutividade térmica do material e seus valores variam em extensa faixa dependendo da constituição química, estado físico e temperatura dos materiais. O sinal negativo no segundo membro da equação $\ddot{q_x} = -k\frac{dT}{dx}$ é uma consequência do fato de o calor ser transferido no sentido da temperatura decrescente. (LOPES, 2021, p. 123).

Ainda durante essa Atividade II, foi solicitado às equipes que registrassem pelo menos três perguntas a serem feitas aos professores que participariam da Atividade III, na qual as dúvidas e indagações dos alunos foram objeto de reflexão em uma aula ministrada conjuntamente por três professoras: a pesquisadora, uma professora de Física e uma professora de Transferência de Calor.

Na Situação II, denominada *"Realização da experiência e resolução de EDO"*, a Atividade I teve por objetivo oportunizar aos sujeitos a vivência de uma experiência real da Engenharia Civil: no laboratório, instalaram sensores de temperatura nas paredes e coletaram dados acerca do comportamento térmico de cada uma delas. Para a realização dessa experiência, construímos uma câmara térmica com dimensões internas 60 cm x 40 cm x 40 cm, sendo que uma das faces de 40 cm x 40 cm é vazada. Para a sua confecção, utilizamos madeira compensada, poliestireno expandido de 50 mm, papel laminado, duas lâmpadas, um *dimmer* (dispositivo também conhecido como variador de luminosidade que permite regular a intensidade do brilho da iluminação) e ferragens. Parafusamos a madeira compensada, formando a casca da câmara, e revestimos seu interior com o poliestireno expandido forrado com papel laminado. Para aferir a temperatura em cada ponto da parede, fizemos o acoplamento da parede em estudo, já devidamente instrumentada com os sensores de temperatura. Na extremidade aberta da câmara, nesse acoplamento, o centro da parede coincidiu com o centro da lâmpada. A importância dessa experiência reside no fato de ser realizada com paredes reais, construídas com materiais utilizados em edificações, ou seja, é uma experiência real, não virtual, com comportamento de temperatura não simulado.

Na Atividade II, tendo os estudantes chegado à conclusão de que a Lei de Fourier é utilizada para determinar a taxa de transferência de calor por unidade de área, propusemos a eles que resolvessem uma questão do ENADE relacionada a esse assunto. Um dos motivos pelo qual escolhemos resolver essa questão, foi para explorar a Lei de Fourier e construir o conceito de EDO de variáveis separáveis. A questão retrata a experiência que realizamos com as paredes e mobiliza conhecimentos importantes, como: propriedade dos materiais, transferência de calor por condução, regime permanente e a equação geral da condução – Lei de Fourier. Envolve também os conhecimentos de propriedades térmicas dos materiais, mecânica dos fluidos, transformações de unidades físicas e explora basicamente dois tipos de materiais: cerâmicos (concreto e seus constituintes) e polímeros (madeiras e seus constituintes).

Após a resolução da questão, indagamos aos sujeitos se haveria alguma função que pudesse fornecer a temperatura em qualquer ponto ao longo da largura da parede que estava nela sendo considerada. Esse questionamento deveria desencadear a necessidade de se resolver uma EDO.

Finalmente, na Atividade III, por meio inicialmente de uma aula expositiva dialogada, a pesquisadora formalizou com os estudantes, de forma descontextualizada, a noção de EDO e algumas características desse tipo de equação.

> [...] as equações diferenciais foram classificadas considerando: o número de variáveis independentes da função incógnita; o número de funções incógnitas; a estrutura, a ordem e o grau da equação. Definimos também solução geral e solução particular e verificamos se uma função é solução da equação dada. Transformamos uma equação da forma normal para a forma diferencial e vice-versa, identificamos os diversos tipos de Equações Diferenciais e resolvemos Equações Diferenciais de Variáveis Separáveis. (LOPES, 2021, p. 209).

Em um segundo momento dessa Atividade, as equipes resolveram algumas EDO propostas e estas resoluções foram discutidas coletivamente. Em seguida, voltaram à resolução do EC, analisaram os dados coletados no laboratório e, subsidiadas por todo o trabalho desenvolvido, responderam às questões centrais do EC.

A TCC: subsídio para análise de invariantes operatórios

As pesquisas contemplando análises no âmbito da fase cognitiva da TMCC em geral associam este referencial a outras teorias cognitivistas, uma vez que, como ressaltam Camarena e Trejo (2011), essas foram desenvolvidas especialmente para a análise de processos cognitivos. Afirmam que análises sob a ótica cognitivista, da TMCC com outros referenciais, são importantes porque “[...] as análises que se realizam a partir de cada um dos pontos de vista de cada teoria dão um panorama enriquecedor da atividade cognitiva dos estudantes perante uma Matemática contextualizada” (CAMARENA; TREJO, 2011, p. 4).

Uma dessas teorias cognitivistas que têm sido empregada articuladamente à TMCC para a análise das aprendizagens decorrentes de uma abordagem da Matemática em consonância aos preceitos do MoDiMaCo é a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), elaborada por Gérard Vergnaud. Convém salientar que, embora a TCC tenha se originado a partir de estudos que Vergnaud realizou com crianças tendo como foco nos campos conceituais das estruturas aditivas e das multiplicativas, como ressalta Moreira (2002, p. 8), tal teoria não é específica destes campos e nem mesmo da Matemática. “Em Física, por exemplo, há vários campos conceituais - como o da Mecânica, o da Eletricidade e o da Termologia – que não podem ser ensinados, de imediato, nem como sistemas de conceitos nem como conceitos isolados”. O mesmo é válido, conforme enfatiza Moreira (2002), em Biologia, História, Geografia, Educação Física etc. É relevante destacar também que, apesar de a TCC ter se desenvolvido inicialmente como subsídio para investigações relativas à aprendizagem de crianças, atualmente este referencial é empregado para análises cognitivas com sujeitos de diferentes níveis educacionais. Mais ainda, conforme os dados apresentados por Cunha e Ferreira (2020) em uma pesquisa que buscou analisar, por meio de uma revisão de literatura em periódicos nacionais e internacionais da área de ensino de ciências publicados entre 2008 e 2018 e das atas de 2007 a 2017 do Encontro Nacional de Pesquisas em Educação em Ciências, o emprego da TCC em análises relacionadas à aprendizagem de Ciências Naturais (Química, Física e Biologia), quanto ao nível de ensino tomado como objeto nas pesquisas, os autores observaram a prevalência do Ensino Superior (com 28 dos 66 trabalhos analisados).

No âmbito da fase cognitiva da TMCC, os pressupostos da TCC foram utilizados, por exemplo, nas investigações de: Muro (2004) – que, tendo como sujeitos estudantes da Engenharia Química, se deteve à análise de aprendizagens relacionadas à Série de Fourier no contexto da transferência de massa - e por Camarena e Trejo (2011), que analisaram o trabalho de estudantes de um curso Técnico Superior em Tecnologia de Alimentos em um evento contextualizado real da indústria alimentícia, vinculando equações algébricas lineares com balanço de matéria mediante a mistura de soluções químicas. Este foi também o referencial por nós empregado nas análises apresentadas neste artigo e em Lopes (2021), a tese do qual ele é fruto.

Na TCC, elaborada por Gérard Vergnaud, assume-se que o conhecimento está organizado em campos conceituais que são conjuntos "de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados" (VERGNAUD, 1983, p. 127). Os docentes devem fornecer aos estudantes situações problematizadoras, entendidas como tarefas ou conjuntos de tarefas que possuam significado para o estudante e que, em um campo conceitual específico, podem variar em suas complexidades. O objetivo é o de desenvolver potencialidades para o surgimento e aquisição do conceito e sua estrutura. As atividades de ensino devem ser diversificadas de forma a permitir ao sujeito aplicar conhecimentos relativos a um dado conceito em diversas situações e testar seus modelos explicativos em diversos contextos.

De acordo com Vergnaud (1993, 1997), a construção de conceitos envolve uma terna de conjuntos indicada simbolicamente por S I R, em que:

- (S) é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;
- (I) é um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, representando o que nele se preserva e permite com que seja reconhecido e operacionalizado em diferentes situações;
- (R) é um conjunto de representações simbólicas que podem ser utilizadas para indicar e representar os invariantes.

Embora saibamos que a construção do campo conceitual relativo às EDO exige que os estudantes trabalhem com uma grande variedade de situações e, em nossa pesquisa, trabalhamos apenas com um EC, recorremos à TCC para realizar as análises apresentadas neste artigo, e que estão inseridas no âmbito da *fase cognitiva* da TMCC, por entender que a implementação poderia desencadear o início da construção de conhecimentos fundamentais relativos a conceitos desse campo e ao campo conceitual da Transferência de Calor. Consideramos, assim como Camarena e Muro (2012), que os eventos contextualizados da TMCC são equivalentes às situações na TCC, mais especificamente, no caso de nossa pesquisa, àquela categoria de situações para cujas soluções o sujeito não possui todas as competências necessárias, o que o leva a um processo de reflexão e exploração em que diferentes esquemas, isto é, organizações invariantes para uma determinada classe de situações serão acomodadas, separadas ou combinadas, levando à construção de novos esquemas para novas situações.

Para Vergnaud et al. (1990) e Vergnaud (1983, 1993, 1997, 2009), uma das componentes dos esquemas, os invariantes operatórios, é que dirige o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação e, portanto, guiam a construção dos modelos mentais. Os invariantes operatórios constituem a base conceitual implícita que permite obter a informação pertinente e, a partir dela e dos objetivos a alcançar, inferir as regras de ação mais adequadas. Identificam-se dois tipos de invariantes operatórios: os *conceitos-em-ação* e os *teoremas-em-ação*. Os conceitos-em-ação constituem um objeto, propriedades e relações ou uma categoria de pensamento considerada relevante entre as que compõem o repertório dos sujeitos que será selecionada para determinada ação. Articulam-se, por meio dos teoremas-em-ação, proposições que podem ser verdadeiras ou falsas. Tanto os conceitos-em-ação como os teoremas-em-ação permanecem, em sua maioria, implícitas nas ações do sujeito, mas podem também tornarem-se explícitos. Um conceito-em-ação não é um conceito e um teorema-em-ação não é um teorema, porque, na ciência, os conceitos e teoremas são explícitos e sua veracidade pode ser discutida. Mas conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem, progressivamente, tornar-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos.

De acordo com a TCC, uma das formas de analisar os conhecimentos-em-ação (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação) dos sujeitos é por meio do acompanhamento dos diversos momentos em que são chamados a dar respostas a problemas, das estratégias utilizadas na resolução de um problema, dos esquemas que utilizam e dos modelos mentais construídos frente a novas situações. No que diz respeito especialmente ao trabalho dos estudantes com um EC, Camarena e Trejo (2011, p. 138), a ação cognitiva concentra-se "na realização de operações de pensamento que são feitas dos invariantes operatórios nos esquemas que são construídos, que afetam direta ou indiretamente o conhecimento sobre a estrutura das ciências que estão ligadas ao evento contextualizado".

Neste artigo, nosso foco é explicitar alguns conceitos-em-ação e teoremas-em-ação relacionados ao Cálculo mobilizados pelos estudantes durante a implementação do EC elaborado, especificamente aqueles que, a nosso ver, podem impactar mais significativamente o enfrentamento de situações relacionadas às EDO.

Alguns conceitos-em-ação e teoremas-em-ação identificados no trabalho com o EC

Para darmos início à análise dos invariantes operatórios detectados em diferentes ações dos estudantes durante a implementação do EC, observemos no Quadro 1, o seguinte comentário feito por um dos sujeitos durante a discussão da Atividade II da Situação I.

Quadro 1: Invariante operatório relacionado ao conceito de derivada

Diálogo ocorrido	Análise do Invariante Operatório
FERNANDO: *Professora, olha aqui as fórmulas que Vinícius estava falando* $\left[\ddot{q}_x = -k\frac{dT}{dx}\right]$. *Essa aqui tem derivada* $\frac{dT}{dx}$, *olha aí a taxa de variação. Mas eu vi essa fórmula de dois jeitos: com k positivo e com k negativo. Qual delas está correta?*	Entendemos que, quando Fernando afirma "*Essa aqui tem derivada* $\frac{dT}{dx}$, *olha aí a taxa de variação*", ele recorre a um invariante operatório relacionado ao conceito de derivada: *o conceito-em-ação de que a derivada é uma taxa de variação*.

Fonte: Lopes (2021, p. 216)

O estudante reconhece, o que é essencial a um estudante de Engenharia, a presença do conceito de derivada em situações relacionadas à variação de uma grandeza em relação à outra. É importante, no entanto, que sejam trabalhadas diferentes situações para que o estudante possa perceber que não é qualquer taxa de variação que é uma derivada, mas uma taxa de variação instantânea. Esse mesmo conceito-em-ação também está presente em um comentário de outra estudante, Ana, realizado durante discussões ocorridas na esfera da Atividade II da Situação II. Observemos o diálogo no Quadro 2.

Destacamos no Quadro 3 um diálogo ocorrido durante a Atividade III da Situação I, aula ministrada por três professoras: a de Transferência de Calor (Professora TC); a de Física (Professora F) e a de Cálculo (Pesquisadora).

Quadro 2: Invariante operatório relacionado ao conceito de EDO

Diálogo ocorrido	Análise do Invariante Operatório
ANA*: Professora, volta lá na resolução. Eu entendi que a Lei de Fourier é uma EDO porque tem uma taxa de variação. A gente resolveu EDO?* PESQUISADORA*: Volto essa pergunta para a turma. O que vocês acham? Resolvemos uma EDO?* VÍTOR*: Eu creio que não. A gente não fez nada diferente.* ROGÉRIO*: Me disseram que, para resolver uma EDO, tem que derivar e integrar, então eu acho que a gente não resolveu.* VÍTOR*: A solução de uma EDO é uma função. Eu não vi essa função.* AUGUSTO*: Pra mim, a gente apenas aplicou a Lei de Fourier na resolução do problema.* PESQUISADORA*: Que tipo de pergunta poderia ter sido feita no problema para que surgisse a necessidade de aplicar conhecimentos acerca dos conceitos da derivada e da integral que você está dizendo aí?* ANA*: Deve ser quando pergunta qual é a taxa de variação né.* PESQUISADORA*: Por quê?* ANA*: Porque taxa de variação é derivada, uai. A gente acabou*	Quando a aluna Ana responde "*Porque taxa de variação é derivada, uai*", ela mobiliza o conceito-em-ação já mencionado, mas, a nosso ver, é relevante citar o trecho final de sua declaração: "*A gente acabou de ver isso na posição, velocidade e aceleração"* que indica sua percepção em relação, a invariância, em diferentes situações, da noção de variação associada ao conceito de derivada. Um teorema-em-ação detectado nas considerações feitas por Ana está relacionado à afirmação: *"Eu entendi que a Lei de Fourier é uma EDO porque tem uma taxa de variação"*. Nota-se aí a mobilização do teorema-em-ação: *se uma equação envolve uma taxa de variação, então*

de ver isso na posição, velocidade e aceleração.	*ela é uma equação diferencial ordinária.*

Fonte: Lopes (2021, p. 234)

Quadro 3: Invariante operatório relacionado ao conceito de Integral

Diálogo ocorrido	Análise do Invariante Operatório
JOSÉ*: Professora, qual é a diferença entre taxa de transferência de calor e fluxo de calor?* VINÍCIUS*: Moço, isso aí já foi esclarecido, tá claro, não sabe, leia na Web. O problema são as fórmulas. Eu quero saber por que tem fórmula que tem a derivada e outra que tem o delta T. Vi essas fórmulas na Web e no material que consultamos. Não sei qual delas é a de Fourier.* PROFESSORA TC*: Mais alguém tem dúvida nessa diferença e nessas fórmulas?* JOSÉ*: Vi isso aí. Às vezes a fórmula tem A e às vezes não tem.* DAVI*: E eu que vi uma fórmula da Lei de Fourier, e nela o d da derivada estava torto. Nunca tinha visto aquele símbolo.* SANDRA*: Vai ver foi erro de digitação, tem muita coisa errada na Web.* LUCAS*: Eu penso que é a mesma fórmula, ela vai se desenvolvendo, daí muda de símbolo. Igual a integral, quando resolve a conta, perde o símbolo do s e o dx e entra a constante C.* PESQUISADORA*: Vocês podem escrever essas fórmulas que viram aqui no quadro?* *Nesse momento, Vinícius escreveu no quadro* as fórmulas $q_x = -kA\frac{dT}{dx}$ *e* $q_x = k\frac{\Delta T}{L}$*, e Davi escreveu* $\ddot{q_x} = -k\frac{\partial T}{\partial x}$.	Evidenciamos alguns conhecimentos-em-ação mobilizados por Lucas que pudemos identificar por meio de sua afirmação: *"Eu penso que é a mesma fórmula, ela vai se desenvolvendo, daí muda de símbolo. Igual a integral, quando resolve a conta, perde o símbolo do s e o dx e entra a constante C".* O estudante está manifestando que, em sua percepção, algum momento na realização de uma operação matemática o símbolo $\frac{dT}{dx}$ se torna $\frac{\partial T}{\partial x}$ e fundamenta essa sua percepção a partir de suas experiências no cálculo de integrais. Identificamos a mobilização de um conceito-em-ação sobre o cálculo de uma integral indefinida quando o estudante se refere à constante C. Ele menciona *"perde o símbolo do s e o dx e entra a constante C",* o que poderíamos traduzir como o seguinte conhecimento em ação*: ao finalizar o cálculo da integral indefinida de uma função de x, no resultado obtido não estarão presentes o símbolo de integração e nem o dx, mas haverá a presença de uma constante C.*

Fonte: Lopes (2021, p. 219-220)

Podemos perceber que, ao mobilizar esse conhecimento em ação, pelo seu depoimento durante a atividade, o estudante não associa o cálculo de uma integral indefinida com uma operação, mas com uma mudança na fórmula, que se desenvolve e se modifica do ponto de vista simbólico. Evidencia-se, portanto, o quanto a não atribuição de significados, por parte de um estudante, a um objeto matemático pode prejudicar sua compreensão acerca de tal objeto.

Na situação II da Atividade II, após os estudantes terem resolvido a questão do ENADE que havia sido proposta, como não houve questionamentos por parte dos sujeitos a respeito da existência de uma função que pudesse fornecer a temperatura em qualquer ponto ao longo da largura da parede, a pesquisadora passou a refletir com os estudantes, para que eles pudessem perceber que a Lei de Fourier é uma equação que tem como solução uma função, cada um dos componentes dessa Lei. Nesse momento, deu-se o seguinte diálogo destacado no Quadro 4.

Quadro 4: Invariante operatório relacionado à derivada da função composta

Diálogo ocorrido	Análise do Invariante Operatório
BRUNO: *Professora, a senhora tá falando que derivada é uma taxa de variação. Eu sei resolver derivada, sei aplicar aquela regra que tem uma dentro da outra, aquela que deriva e deriva de novo, sei fazer aquela de uv'+vu' e aquela que divide por v ao quadrado. Sei fazer as contas, mas eu não entendo quando a senhora fala taxa de variação. Não consigo compreender o que é isso na Matemática.* AUGUSTO: *Moço, você não está sabendo nem falar o nome das regras.* ROGÉRIO: *Pra mim, uma dentro da outra é aquela composta.* AUGUSTO: *Professora, a regra da cadeia se aplica quando a função é composta, né? Eu não tinha percebido isso antes.*	Identificamos por meio deste diálogo um conceito-em-ação relacionado à função composta manifestado por Rogério: "*uma dentro da outra é aquela composta*". Mas, o mais interessante é perceber que nesta discussão entre os estudantes, a partir desse comentário de Rogério, Augusto evidencia ter-se dado conta de um invariante operatório relacionado à determinação da derivada de uma função composta: "*Professora, a regra da cadeia se aplica quando a função é composta né. Eu não tinha percebido isso antes*". Ou seja, a afirmação de Augusto indica um teorema-em-ação que, naquele momento, parece ter sido interiorizado por ele: *se* $h(x) = f(g(x))$, *então* $h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

Fonte: Lopes (2021, p. 231)

Da Atividade III da Situação II, inicialmente evidenciamos, no Quadro 5, o seguinte diálogo.

Quadro 5: Invariante operatório relacionado à solução de uma EDO

Diálogo ocorrido	Análise do Invariante Operatório
PESQUISADORA: *Então, todos já se convenceram que precisamos aprender a resolver EDO? Podemos avançar?* VÍTOR: *Queria perguntar só mais uma coisa. Na equação da Lei de Fourier, a gente resolve para encontrar o valor de x ou de T?* PESQUISADORA: *O que a turma pensa sobre isso?* ANA: *Nem x e nem T, precisamos encontrar uma função.* VÍTOR: *Eu não entendo como é isso e nem como a gente vai resolver.*	Notamos que, quando Vítor questiona se "*na equação da Lei de Fourier, a gente resolve para encontrar o valor de x ou de T?*", mobiliza o conceito-em-ação: *determinar as raízes de uma equação é encontrar valores numéricos que tornem a igualdade verdadeira*. Este é, de fato, um invariante operatório que o possibilitava resolver as equações com as quais havia se deparado até então, mas que em situações envolvendo EDO, novos esquemas relacionados à resolução de equações precisam ser elaborados, o que parece já estar ocorrendo para Ana, que afirma: *"Nem x e nem T, precisamos encontrar uma função"*. Nesta afirmação percebe-se o conceito em ação: *a solução de uma equação diferencial é uma função*.

Fonte: Lopes (2021, p. 236)

Vamos observar, no Quadro 6, o diálogo proveniente de uma discussão também realizada durante a Atividade III da Situação II:

Quadro 6: Invariante operatório relacionado ao grau e à ordem de uma EDO

Diálogo ocorrido	Análise do Invariante Operatório
ANA: *Professora, eu estou entendendo essa classificação aí de grau e ordem. Mas pra que serve isso?* VÍTOR: *É a mesma coisa das equações que a gente já conhece, a de 1º grau tem uma raiz, a de 2º grau tem duas raízes, e assim por diante.* ALEXANDRE: *Grau nas equações normais é a mesma coisa de grau na EDO? Se for assim, uma EDO de segundo grau terá duas funções como resposta, é isso?*	Nesse diálogo, podemos observar, na afirmação de Vitor "*É a mesma coisa das equações que a gente já conhece, a de 1º grau tem uma raiz, a de 2º grau tem duas raízes, e assim por diante*", um teorema-em-ação proveniente de um conhecimento que o estudante poderia mobilizar acertadamente em situações envolvendo equações polinomiais, mas que ao trabalhar com EDO precisa ser reelaborado: *se uma equação possui grau n, então possui n raízes*. Atrelado a este teorema-em-ação está o conceito-em-ação de que *o número de raízes de uma equação é dado pelo grau da equação*. Conforme evidencia o diálogo apresentado, enquanto Vítor e Gera assumem esses

GERA: *No grau sim, mas pra que serve a ordem?* PESQUISADORA: *Toda a turma concorda com essa conclusão?*	conhecimentos-em-ação válidos também nas situações em que é necessário resolver uma equação diferencial, Alexandre já evidencia que precisa de mais informações para avalia-los e incorporá-los às situações envolvendo EDO.

Fonte: Lopes (2021, p. 241)

Analisemos no Quadro 7 mais um diálogo ocorrido durante esta Atividade III.

Quadro 7: Invariante operatório relacionado ao registro da taxa de variação

Diálogo ocorrido	Análise do Invariante Operatório
GENALDO: *Professora, escrever* $\frac{dx}{dt}$ *é a mesma coisa de escrever* $\frac{dt}{dx}$*, né?* PESQUISADORA: *Todos vocês concordam que é a mesma coisa?* VITOR: *Não vejo diferença.* PESQUISADORA: *Por que não é diferente?* ANA: *Se for diferente, eu fiz errado, pois eu achei t. Para mim, achar o x ou achar o t é a mesma coisa.* VITOR: *Eu me lembro que, para procurar as raízes de uma equação, tinha que achar o x.*	Nesse diálogo, quando Genaldo afirma que *escrever* $\frac{dx}{dt}$ é o mesmo que *escrever* $\frac{dt}{dx}$, identificamos o teorema-em-ação: *sempre vale a igualdade* $\frac{dx}{dt} = \frac{dt}{dx}$*, isto é, a taxa de variação instantânea de* x *em relação a* t *é sempre igual à taxa de variação instantânea de* t *em relação a* x. As afirmações de Ana ("*Para mim, achar o* x *ou achar o* t *é a mesma coisa*") e a última de Genaldo ("*Tem que achar uma letra, então é a mesma coisa sim*") revelam que o teorema-em-ação mencionado possivelmente tem origem em esquemas utilizados em determinadas situações, mas que não são adequados em qualquer caso.

Fonte: Lopes (2021, p. 247)

Nota-se, implícito nessas ideias manifestadas por Ana e Genaldo, um outro teorema-em-ação: *como é indiferente a letra que se utiliza para denotar uma variável em uma equação, se em uma equação há duas letras, é indiferente, para solucionar a equação, determinar o valor de uma letra ou de outra*. Vítor, por sua vez, ao afirmar que "*Eu me lembro que, para procurar as raízes de uma equação, tinha que achar o x*" evidencia o conceito-em-ação *determinar as raízes de uma equação significa encontrar os valores assumidos por uma letra específica,* x*, para que a igualdade seja satisfeita*. Possivelmente, talvez não tenham sido suficientemente exploradas, no percurso formativo do estudante, situações nas quais as incógnitas de uma equação tenham sido denotadas por outras letras que não x ou ainda situações nas quais a letra x estava presente na equação, mas não denotando uma incógnita. O estudante parece ter interiorizado que *ser denotada pela letra x* é um invariante operatório do conceito de variável.

Ainda na Atividade III da Situação II, enquanto os estudantes resolviam a equação diferencial $y' = \frac{y-1}{x+3}$, ocorreu o seguinte diálogo, evidenciado no Quadro 8.

Quadro 8: Invariante operatório relacionado à resolução de EDO por variáveis separáveis

Diálogo ocorrido	Análise do Invariante Operatório
EDSON: *Professora, minha equipe aqui tem uma dúvida.* $\int(x+3)dx$ *é a mesma coisa que* $\int(x+3)dy$*?* PESQUISADORA: *O que a turma pensa a respeito disso?* CARLOS: *Na separação das variáveis a senhora disse que era para integrar com x de um lado e com y do outro. Foi o que fizemos, então esse dx e esse dy não alteram nada.* NELSON: *Nunca prestei atenção nesse dx da integral, ele significa alguma coisa?*	Observa-se nesse diálogo, especialmente na afirmação de Carlos, "*a senhora disse que era para integrar com x de um lado e com y do outro. Foi o que fizemos, então esse dx e esse dy não alteram nada*", o seguinte teorema-em-ação: *Como na notação* $\int f dx$ *o elemento dx não indica nada a respeito da operação matemática a ser realizada, então* $\int f dx = \int f dy = \int f dz = \int f dt\ldots$ *etc*.

Fonte: Lopes (2021, p. 250)

Como não percebe o significado dos elementos dx e dy, recorrendo a esse teorema-em-ação mencionado e ao conceito-em-ação *resolver uma EDO de variáveis separáveis significa integrar uma função de x em um membro da equação e integrar uma função de y em outro membro da equação*, o estudante conclui que, como $\frac{dy}{dx} = \frac{y-1}{x+3} \Leftrightarrow (x+3)dy = (y-1)dx \Leftrightarrow \int(x+3)dy = \int(y-1)dx$, então se integrar o membro da esquerda da última igualdade em relação a x e integrar em relação a y o membro da direita, a última igualdade permanecerá válida, porque estará mobilizando o esquema que, para ele, confere operacionalidade ao método de resolução de EDO de variáveis separáveis: *integrar um membro da equação em relação a* x *e o outro em relação a* y.

Algumas considerações

Consideramos que o EC construído e desenvolvido na pesquisa possui potencial para favorecer o processo de aprendizagem das EDO, pois possibilitou ao estudante compreensões que extrapolaram a resolução procedimental de EDO de variáveis separáveis, permitindo reflexões acerca de conhecimentos fundamentais vinculados às equações diferenciais que precisarão ser mobilizados pelos estudantes em diferentes situações da Engenharia em que estas se fazem presentes. O EC possibilitou o desenvolvimento da interdisciplinaridade em mais de uma área de conhecimento, a saber, o Cálculo e a Transferência de Calor. Por meio das atividades propostas que subsidiaram a resolução EC, os sujeitos puderam se envolver em situações que proporcionaram a formação de atitudes, hábitos e habilidades como a leitura, a pesquisa, a argumentação e autonomia, constituindo assim mais uma contribuição da pesquisa, pois são elementos importantes tanto para a aprendizagem de conteúdos, como é o caso das EDO, como para o desenvolvimento de competências gerais requeridas do futuro engenheiro.

Observando as respostas dadas pelos estudantes nas atividades realizadas, pudemos identificar a mobilização de conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que nas situações envolvendo a resolução de equações polinomiais eram válidos e auxiliavam os sujeitos a enfrentarem com êxito as questões propostas, mas que, no âmbito das situações relativas às equações diferenciais precisam ser adaptados, reavaliados, recombinados e, por vezes, até descartados. Um diagnóstico cuidadoso, por parte do professor, dos invariantes operatórios que, na maioria das vezes de forma implícita, podem ser detectados ao observar as reflexões dos estudantes no enfrentamento de uma situação pode contribuir de maneira significativa para que o professor se conscientize dos diferentes tipos de situações que deve propor aos estudantes para que sejam dadas a eles oportunidades de efetivamente construir os conhecimentos cientificamente válidos relativos a determinado conceito. O trabalho com atividades como a que desenvolvemos também pode possibilitar ao docente diagnosticar, por meio dos invariantes operatórios mobilizados pelos estudantes, aspectos que precisam ser mais bem explorados, mesmo que isso já devesse ter sido feito anteriormente. Por exemplo, em relação ao que observamos com esse grupo de estudantes, ressalta-se a importância dos estudantes se depararem com uma ampla gama de situações envolvendo taxas de variação de diferentes naturezas para que percebam a particularidade do tipo de taxa de variação relacionada ao conceito de derivada, embora, de fato, as equações diferenciais envolvam taxas de variação, são taxas de variação especiais, uma vez que são instantâneas.

Uma série de outros conceitos-em-ação e teoremas-em-ação puderam ser evidenciados por meio dos diálogos e produções escritas dos sujeitos da pesquisa. Os que não destacamos neste artigo são relativos à Física, à Transferência de Calor ou a aspectos da Matemática básica que, a nosso ver, não terão tanto impacto no estudo das EDO quanto estes que evidenciamos. O leitor que tiver interesse em conhecer os conhecimentos-em-ação não abordados neste artigo, poderá analisá-los em Lopes (2021).

Referências

BARROS, D. M. V. **A Teoria dos Estilos de Aprendizagem**: convergência com as tecnologias digitais. Revista SER: Saber, Educação e Reflexão, v.1, n.2, p. 14-28, Jul. – Dez. 2008.

CAMARENA, P. G. **La matemática en el contexto de las ciencias**: la resolución de problemas. Reporte de investigación. Ciudad de México: Instituto Politécnico Nacional, 2003.

CAMARENA, P. G. A treinta años de la teoría educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias”. **Revista Innovación Educativa**, [S.l.], v. 13, n. 62, p. 17-44, 2013.

CAMARENA, P. G. Didáctica de la matemática en contexto. **Educação Matemática Pesquisa**, [S.l.], v. 19, n. 2, p. 1-26, 2017.

CAMARENA, P. G.; GONZÁLEZ, L. G. Contextualización de las series en ingeniería. **Científica: The Mexican Journal of Electromechanical Engineering**, Ciudad de México, v. 5, n. 4, p. 201-206, 2001.

CAMARENA, P. G.; MURO, C. **Campos conceptual de la interdisciplinariedad en la ingenieria**. Alemanha: Editorial Académica Espanhõla, 2012.

CAMARENA, P. G.; TREJO, E. T. La Matemática en el Contexto de las Ciencias y los invariantes operatorios. In: GUTIÉRREZ, R. D.; CENICEROS, C. D.; MÉNDEZ, Z. A. (Eds.). Cognición y Procesos de Aprendizaje. Durango, México: REDIE, págs. 130-163, 2011.

CUNHA, K. M. A.; FERREIRA, L. N. A. A Teoria dos Campos Conceituais e o Ensino de Ciências: Uma Revisão. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, p. 523-552, 2020.

HERNÁNDEZ, C. V.; ALONSO, C. P. CHAEA 32 simplificada: Propuesta basada em Análisis Multvariantes.2013. Dissertação (Mestrado) – Análisis Avanzado de Datos Multivariantes. Universidad de Salamanca, Salamanca, 2013. Disponível em: http://hdl.handle.net/10366/122182. Acesso em: 03 jan. 2021.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

LIMA, G. L.; BIANCHINI, B.L.; GOMES, E. *Dipcing*: uma metodologia para o planejamento ou redirecionamento de programas de ensino de matemática em cursos de engenharia. *In:* CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 44. – COBENGE, 2016, Natal. **Anais...** Natal: ABENGE, 2016.

LOPES, R. **Equações Diferenciais Ordinárias de Variáveis Separáveis na Engenharia Civil:** uma abordagem contextualizada a partir de um problema de transferência de calor. 2021. 316 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) —Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências**. Porto Alegre. Vol. 7, n. 1 (jan. /mar. 2002), p. 7-29, 2002.

MURO, C. R. U. **Análisis del conocimiento del estudiante relativo al campo conceptual de la serie de Fourier en el contexto de un fenómeno de transferencia de masa**. 2004. 228 f. Tese (Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa) — Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 2004.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. *In:* LESH, R.; LANDAU, M. (ed.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. New York: Academic Press Inc, 1983. p. 127-174.

VERGNAUD, G. et al. Epistemology and psychology of mathematics education. *In:* NESHER, P.; KILPATRICK, J. (ed.). **Mathematics and cognition**: a research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. *In:* NASSER, L. (ed.). SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 1993, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: [s.n.], 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, G. The nature of mathematical concepts. *In:* NUNES, T.; Bryant, P. (ed.). **Learning and teaching mathematics, an international perspective**. Hove: Psychology Press, 1997.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: UFPR, 2009.

O estudo de Geometrias não Euclidianas nos cursos de Licenciatura em Matemática: mapeamento das IES públicas no Brasil

The study of non-Euclidean Geometries in Mathematics Degree courses: mapping of public HEIs in Brazil

Clovis Lisbôa dos Santos Junior
Universidade do Estado da Bahia - UNEB
clisboa@uneb.br

Lícia de Souza Leão Maia
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
liciaslm@hotmail.com

Resumo
A inserção das Geometrias não Euclidianas no currículo da Licenciatura em Matemática pode proporcionar ao professor uma melhor experiência de aprendizagem da Geometria de modo que possa ressignificar o seu ensino. Dentro dessa ótica, o conhecimento a ser compartilhado nesse artigo é um recorte da pesquisa de doutorado intitulada “Geometrias não euclidianas na formação inicial do professor de matemática: uma proposta à produção de significados no estudo de geometria” na qual identificamos os cursos de Licenciatura em Matemática que apresentam em suas propostas curriculares indícios do ensino de Geometrias não Euclidianas na formação inicial do professor de Matemática onde realizamos um mapeamento por meio de amostra estratificada apresentada nas regiões do território brasileiro. Como resultado temos que, dos 372 cursos identificados e analisados, apenas 15,32% apresentaram disciplinas que abordam o estudo de Geometrias não Euclidianas como conteúdo específico para a formação do professor. O mapeamento indicou ainda que há pouco envolvimento do futuro professor com essas Geometrias contribuindo para que o licenciando construa sua relação com o espaço através de um único modelo geométrico – o euclidiano. O artigo tem como objetivo ampliar a visibilidade sobre o estudo de Geometrias não Euclidianas a partir do mapeamento realizado acerca dos cursos de Licenciatura em Matemática que apresentam em suas propostas curriculares ou em seus projetos políticos pedagógicos indícios do ensino de Geometrias não Euclidianas na formação inicial do professor de Matemática. Como resultado, tem-se que o índice apresentado sugere que a inserção das GNE no currículo dos cursos de Licenciatura em Matemática não é uma vertente consolidada na formação de professores, e, por esse motivo, há pouco envolvimento do futuro professor com essas Geometrias, contribuindo para que o licenciando construa sua relação com o espaço a partir de um único modelo geométrico, podendo fortalecer somente o ensino da Geometria Euclidiana na Educação Básica.

Palavras-chave: Educação Matemática; Geometria não Euclidiana; Formação de professores; Mapeamento.

Abstract
The inclusion of non-Euclidean Geometries in the curriculum of the Licentiate Degree in Mathematics can provide the teacher with a better learning experience of Geometry so that they can give new meaning to their teaching. From this perspective, the knowledge to be shared in this article is an excerpt from the doctoral research entitled "Non-Euclidean Geometries in the initial education of the mathematics teacher: a proposal for the production of meanings in the study of geometry" in which we identified the Licentiate Degree courses in Mathematics that present in their curricular proposals evidences of the teaching of non-Euclidean Geometries in the initial formation of the Mathematics teacher, where we carried out a mapping through a stratified sample presented in the regions of the Brazilian territory. As a result, of the 372 courses identified and analyzed, only 15.32% had disciplines that address the study of Non-Euclidean Geometries as specific content for teacher

education. The mapping also indicated that there is little involvement of the future professor with these Geometries, contributing for the student to build their relationship with space through a single geometric model – the Euclidean. The article aims to increase the visibility of the study of non-Euclidean Geometries from the mapping carried out on Licentiate Degree courses in Mathematics that present in their curricular proposals or in their pedagogical political projects evidence of the teaching of non-Euclidean Geometries in the initial training of maths teacher. As a result, the index presented suggests that the inclusion of GNE in the curriculum of Licentiate Degree courses in Mathematics is not a consolidated aspect of teacher education, and, for this reason, there is little involvement of the future teacher with these Geometries, contributing for the student to build their relationship with space from a single geometric model, being able to strengthen only the teaching of Euclidean Geometry in Basic Education.

Keywords: Mathematics Education; Non-Euclidean geometry; Teacher training; mapping.

Considerações iniciais

Pesquisas em Educação Matemática tem mostrado a relevância do conhecimento sobre Geometrias não Euclidianas na formação de futuros professores (Mammana e Villani, 1998; Cavichillo, 2011). Segundo Brum e Schuhmacher (2014), nas duas últimas décadas proliferaram nos meios educacionais intensas discussões sobre a inclusão de conteúdos oriundos das Geometrias não Euclidianas nas escolas, por considera-las adequadas à formação de estudantes em decorrência dos avanços teóricos da Matemática e da Computação no século XXI. Todavia, ainda existem poucas pesquisas sobre como docentes e futuros professores de Matemática adquirem e utilizam um corpo de conhecimentos para elaborar atividades de ensino capazes de instigar discentes da educação básica a resolverem situações-problema do cotidiano que envolve uma métrica geométrica diferente da métrica euclidiana.

Acredita-se que a relevância de realizar estudos sobre o ensino de Geometrias não Euclidianas, seja nos cursos de Licenciatura em Matemática como na educação básica, emerge da necessidade de compreensão por parte dos estudantes, de que a Geometria Euclidiana não é a única praticada no mundo em que vivemos e que muitos problemas relacionados ao homem e ao mundo científico encontram refúgio nos conhecimentos produzidos nas Geometrias não Euclidianas.

Desse modo, o presente artigo encontra-se dividido em quatro seções onde a parte introdutória revela o interesse da pesquisa, a primeira seção aborda os procedimentos metodológicos para o mapeamento das Instituições de Ensino Superior que apresentam indícios do ensino de Geometrias não Euclidianas na formação inicial do professor de Matemática, a seção seguinte é constituída pela discussão dos resultados obtidos no mapeamento e na última seção expõem-se as considerações finais traçadas acerca dos trabalhos acadêmicos analisados.

Propostas curriculares de cursos de Licenciatura em Matemática

No processo inicial de investigação, realizou-se um mapeamento por meio de amostra estratificada das regiões do território brasileiro para identificar os cursos de Licenciatura em Matemática que apresentam em suas propostas curriculares ou em seus projetos políticos pedagógicos indícios do ensino de Geometrias não Euclidianas na formação inicial do professor de Matemática. O mapeamento das instituições foi realizado na plataforma digital do Ministério da Educação (E-mec) cujo site é http://emec.mec.gov.br/emec/ nova, utilizando como critérios de seleção os cursos de Licenciatura em Matemática que são ofertados em instituições públicas, no formato presencial e que são reconhecidos pela Capes.

As propostas curriculares ou os projetos políticos pedagógicos foram tomados como documentos da pesquisa e a análise dos mesmos está apoiada nas ações teórico-metodológicas da Análise Documental. Vale ressaltar que os documentos analisados foram encontrados nos sites das Instituições de Ensino Superior direcionados pelo portal do E-mec.

A Análise Documental foi empregada na pesquisa por "[...] se constituir numa técnica valiosa de abordagem dos dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.45). As autoras destacam que são considerados documentos materiais escritos que possam ser utilizados como fonte de informação, como leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais, autobiografias, jornais, revistas, discursos, roteiros de programas de rádio e televisão até livros, estatísticas e arquivos escolares.

Marconi e Lakatos (2007) afirmam que existem apenas dois grandes grupos de tipos de documentos que são: os "documentos escritos" - documentos oficiais; publicações parlamentares; documentos jurídicos; fontes estatísticas; publicações administrativas; documentos particulares; e "outros" - iconografia: imagens, desenhos, pinturas (exceto fotografia); fotografias; objetos; canções folclóricas; vestuário e folclore. Nesse sentido, propõe-se como conceito para documento qualquer material que contenha informação registrada, seja escrita, sonora, iconográfica, entre outras, que possa ser consultada ou estudada.

Na linha contínua, Gil (2010) propõe que na pesquisa documental, os dados são obtidos de modo indireto, isto é, por meio de livros, jornais, papéis oficiais, registros estatísticos, fotos, discos, filmes e vídeos, evitando o desperdício de tempo e constrangimento, em que possibilita a obtenção de quantidade e qualidade de dados necessários para a realização da pesquisa. O autor apresenta algumas vantagens para essa abordagem metodológica: possibilita o conhecimento do passado; possibilita investigar processos de mudanças sociais e culturais; permite a obtenção de dados com menor custo e favorece a obtenção de dados sem constrangimento dos sujeitos.

Na leitura do caminho apresentado deu-se então a escolha por esta técnica cujo escopo de analisar as propostas curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática em universidades públicas do Brasil, com intuito de identificar no contexto da formação inicial do professor de Matemática a presença de conteúdos relacionados as Geometrias não Euclidianas.

O que dizem os documentos curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática

Analisamos então a proposta curricular (PC) e o projeto político pedagógico (PPP) de cada instituição pública de ensino superior que oferta o curso de Licenciatura em Matemática na modalidade presencial. O mapeamento buscou identificar a presença das Geometrias não Euclidianas no currículo das instituições de Ensino Superior brasileiras, de modo a analisar os valores atribuídos pelos currículos ao estudo de diferentes modelos geométricos na formação docente.

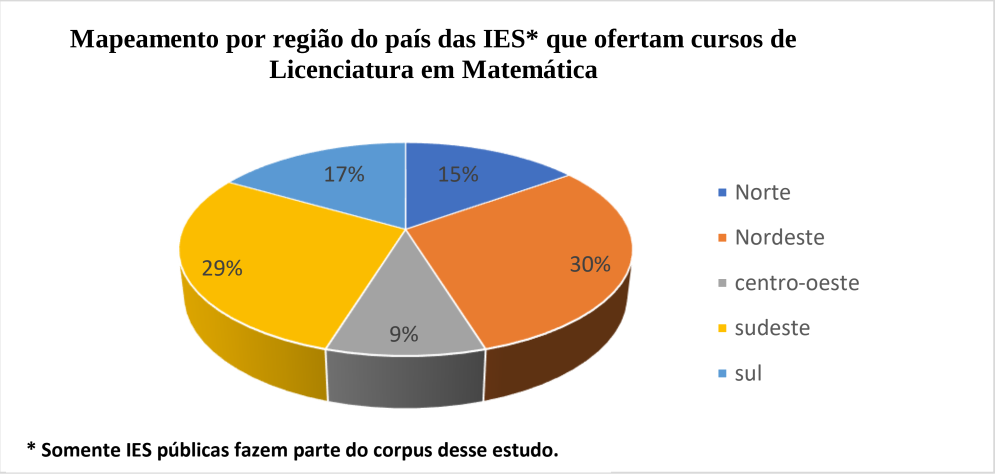
O PPP é o documento norteador das ações que devem ocorrer em uma instituição de ensino. Ele expressa as competências e habilidades que devem ser desenvolvidas pelos estudantes. Neste documento estão descritos cada componente curricular do curso quanto à carga horária, ementa, objetivos, metodologias, avaliações e referências bibliográficas. Nesse sentido, uma das características do PPP é organizar os saberes curriculares que “[...] correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos” (TARDIF, 2014, p. 38).

Veiga (2000) assinala que por meio do PPP são apresentados “[...] os focos decisórios do currículo”, desvelando o perfil profissional que se deseja formar. Para a autora, não há neutralidade na construção do currículo, pois é na sua intencionalidade que encontraremos a concepção de currículo que subsidiará o PPP em relação a identidade que se pretende formar.

A partir do exposto, localizamos e quantificamos os cursos de Licenciatura em Matemática nas instituições públicas, presenciais e autorizadas pelo MEC em todo o território nacional. Dessa forma, realizamos o download do relatório do MEC (e-MEC, 2017) com a informação dos cursos de Licenciatura em Matemática autorizados, contabilizando 372 cursos em atividade, que tiveram suas propostas curriculares e projetos políticos-pedagógicos analisados.

As variáveis identificadas e analisadas consistem na distribuição das instituições de Ensino Superior por região e seus respectivos estados, bem como a distribuição dos cursos de Licenciatura em Matemática que ofertam o ensino de GNE por região. O mapeamento realizado nos permitiu perceber que a maioria das instituições públicas de Ensino Superior que oferta o curso de Licenciatura em Matemática encontram-se na região nordeste com 30% das instituições, como é possível ver no Gráfico 1.

Gráfico 1: Mapeamento por região do país das IES que ofertam cursos de Licenciatura em Matemática

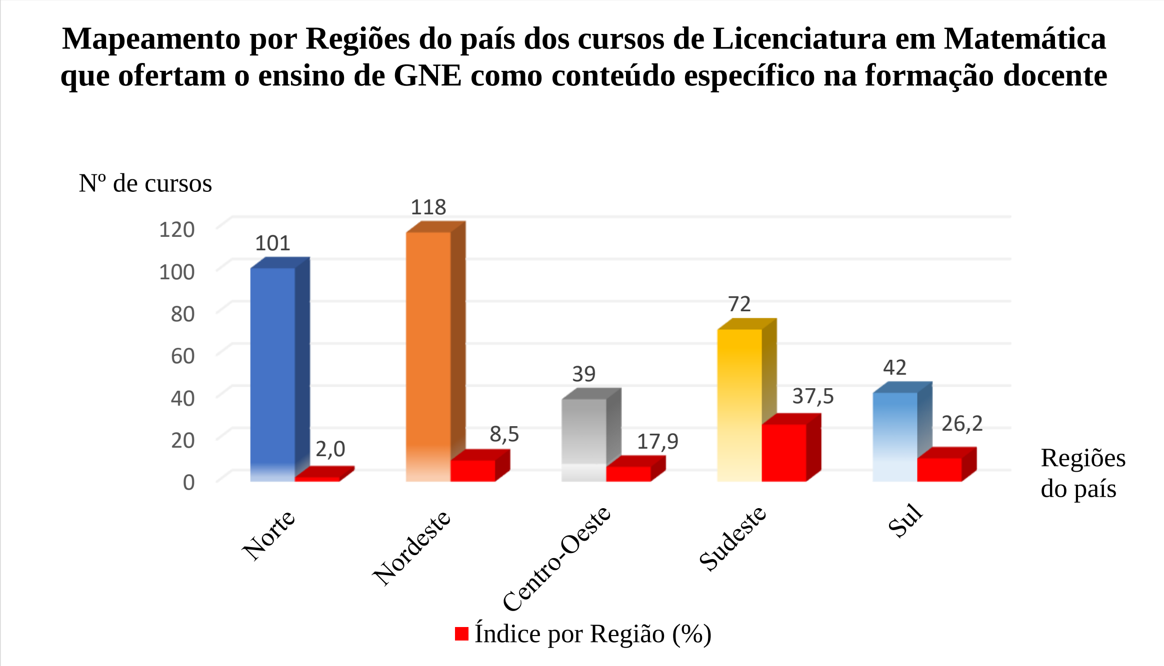


Fonte: Portal do e-mec (2018).

Após a triagem das IES públicas do país que ofertam o curso de Licenciatura em Matemática de modo presencial e autorizados pelo MEC, iniciamos o levantamento do número de cursos de Licenciatura em Matemática que ofertam o ensino de GNE como conteúdo específico da área do conhecimento geométrico. Foram identificados 372 cursos de Licenciatura em Matemática vinculados a 126 IES, dos quais 57 cursos ofertam o ensino de GNE como conteúdo específico para a formação de professores de Matemática.

No Gráfico 2 apresentamos os percentuais contendo o número de cursos por região com os cursos que ofertam o ensino de GNE como conteúdo específico.

Gráfico 2: Mapeamento dos cursos de Licenciatura em Matemática que ofertam o ensino de GNE



Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Quando analisamos a distribuição dos cursos em relação a oferta do ensino de GNE, as regiões Sudeste e Sul apresentam índices maiores em relação as outras regiões do país. Apesar dos dados indicarem a inserção das GNE de maneira modesta nas IES, percebe-se no movimento de análise dos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática, representados no Gráfico 2, o entendimento dos colegiados ou departamentos de Matemática acerca das disciplinas necessárias (in)diretamente à formação do profissional que se deseja. Nessa perspectiva, as disciplinas expressas nos PPP e/ou nas PC evidenciam que há interesse maior por parte das regiões Sudeste e Sul pelo ensino de modelos geométricos diferentes do euclidiano na formação do futuro professor de Matemática.

Assis (2017, p. 394) profere que "[...] os currículos expressam os valores defendidos pelos sujeitos que os constituíram e revelam os saberes que devem ser explorados e aqueles que devem ser suprimidos". Partindo dessa ideia, entendemos que os dados analisados refletem um momento de transição paulatina do conhecimento geométrico, que busca na pluralidade dos modelos geométricos um caminho para a construção de conceitos geométricos na formação do professor de Matemática.

Nas condições apresentadas, buscamos na construção do mapeamento denotar os dados a partir da distribuição das variáveis encontradas por região e por estados, vinculando aos mesmos as IES, os cursos de Licenciatura em Matemática e os cursos que ofertam o ensino de GNE. Conforme é possível observar no quadro abaixo.

Quadro 2: Mapeamento sobre o ensino de GNE nos cursos de Licenciatura em Matemática nas IES

Região	NORTE							TOTAL	NORDESTE									TOTAL	CENTRO-OESTE				TOTAL	SUDESTE				TOTAL	SUL			TOTAL
Estado	AC	AM	AP	PA	RO	RR	TO		AL	BA	CE	MA	PA	PE	PI	RN	SE		DF	GO	MT	MS		ES	MG	SP	RJ		PR	RS	SC	
IES	2	3	2	5	2	3	2	19	3	8	7	3	4	5	3	3	2	38	2	4	3	3	12	2	18	8	8	36	10	7	4	21
Curso de Licenciatura	16	40	4	28	4	3	6	101	6	18	13	22	10	8	28	10	3	118	2	16	12	9	39	5	34	19	14	72	20	15	7	42
Nº de cursos que ofertam o ensino de GNE	0	0	1	0	1	0	0	2	0	4	1	0	1	1	1	1	1	10	1	2	3	1	7	4	7	9	7	27	9	1	1	11

Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Analisando o quadro 12 constatamos que na região Sudeste, nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro, o número de cursos que ofertam o ensino de GNE como conteúdo específico compreende cerca de 50% dos cursos de Licenciatura e no estado do Espírito Santo essa porcentagem é bem expressiva correspondendo a 80% dos cursos. Quanto à região Sul, o estado do Paraná assume destaque no mapeamento por também ter um percentual próximo de 50% dos cursos de formação de professores de Matemática abordarem o conhecimento em questão.

Esses dados se tornam relevantes para a pesquisa, uma vez que o Brasil é um país de dimensões continentais e a diversidade que constitui cada região do país, seja de vertente política, econômica e/ou social pode refletir na configuração do perfil do educador matemático que se pretende formar. Conhecer a realidade das IES no que tange a construção do conhecimento geométrico nos cursos de formação de professores de Matemática pode promover reflexões e discussões acerca da relevância da inserção de conteúdos de GNE no campo de estudo da Geometria, tanto na educação superior quanto na Educação Básica.

Todos os 372 cursos analisados apresentam indícios em alguns componentes curriculares do tratamento lógico-formal dos conteúdos relacionados à Geometria Euclidiana, a estrutura desses componentes sugere o desenvolvimento do pensamento geométrico apoiados em processos dedutivos, com linguagem específica que expressa certo rigor para alcançar o nível abstração desejado com aquele objeto geométrico em estudo.

Em apenas 57 cursos, que corresponde a 15,32% do total de cursos analisados, foram identificadas disciplinas que abordam o estudo de GNE como conteúdo específico para a formação do professor de Matemática. Durante a análise percebemos que as GNE são ofertadas nos cursos como conteúdo específico da área de Geometria por meio de componentes curriculares obrigatórios ou em componentes curriculares optativos. Em alguns casos, há a incidência de serem ofertadas tanto como componente obrigatório como optativo. No quadro abaixo, apresentamos a distribuição das IES em relação a situação de oferta dos componentes curriculares que propõem o ensino de conteúdos relacionados à GNE em seus ementários.

Quadro 3: Situação das componentes curriculares das IE que propõem o estudo de GNE

REGIONAL	INSTITUIÇÃO	COMPONENTE CURRICULAR	SITUAÇÃO
Norte	UNIFAP	Geometria Hiperbólica - 60h	Optativa
	UNIR	Geometria não Euclidiana - 80h	Optativa
Nordeste	IFBA	Geometria Não Euclidiana - 60h	Optativa
	UFBA	Lab. de Ensino de Matemática II - 68h / Lab. de Ensino de Matemática IV - 68h	Obrigatória/Obrigatória
	UESB	Prática como componente Curricular - 120h / Geometria Não Euclidiana - 60h	Obrigatória/Optativa
	IFCE	Geometria Não Euclidiana - 96h / Geometria Projetiva Plana 64h	Optativa/Optativa
	IFPB	Geometria Euclidiana Plana - 80h	Obrigatória
	IFPE	Geometria Avançada - 72h	Obrigatória
	UFPI	Geometria Contemporânea - 60h	Optativa
	UFRN	Geometria Não Euclidiana - 60h	Optativa
	UFS	Tópicos de Geometria e Topologia - 60h	Optativa
Centro-oeste	UNB	Geometria 1 / Geometria para o ensino 1 - 60h	Obrigatória/Obrigatória
	IFGoiano	Geometria Não Euclidiana - 68h	Obrigatória
	UFG	Fundamentos da Geometria	Obrigatória
	IFMT	Geometria Não Euclidiana - 60h	Optativa
	UNEMAT	Geometria Não Euclidiana - 60h	Obrigatória
	UEMS	Geometria - 136h	Obrigatória
Sudeste	IFES	Tópicos Especiais em Matemática - 60h	Obrigatória
	UFES	Geometria não Euclidiana - 60h	Obrigatória
	UNIFEI	Introdução à Geometria Projetiva	Optativa
	UFLA	Introdução à Geometria Hiperbólica	Optativa

	UFSJ	Geometria Fractal - 72h / Geometria não Euclidiana - 72h	Optativa/Optativa
	UFU	Geometria não Euclidiana - 60h	Optativa
	UFV	Geometria não Euclidiana - 60h / Geometria Hiperbólica - 60h	Optativa/Optativa
	IFF	Introdução à Geometria não Euclidiana - 60h	Obrigatória
	UERJ	Geometria não Euclidiana - 60h	Optativa
	UENF	Geometria não Euclidiana - 68h	Obrigatória
	UFRJ	Geometria não Euclidiana - 60h	Optativa
	UFF	Fractais e Caos I - 60h/ Fractais e Caos II - 60 h	Optativa/Optativa
	UFABC	Geometria não Euclidiana - 60 h	Optativa
	IFSP	Geometria não Euclidiana - 63 h	Obrigatória
	USP	Geometria para a Licenciatura - 60 h	Obrigatória
	UNESP	Geometria Euclidiana - 120 h	Obrigatória
Sul	UEL	Geometria e Desenho - 136h	Obrigatória
	UEM	Introdução à Geometria não Euclidiana - 68h	Obrigatória
	UEPG	Geometria Espacial - 68h /Tópicos de Geometria - 68h	Obrigatória/Optativa
	UENP	Geometria Plana - 120h / Geometria Espacial - 60h	Obrigatória/Obrigatória
	UNIESPAR	Geometria Euclidiana e Tópicos de Geometria não Euclidiana - 144h	Obrigatória
	UFPR	Geometria Euclidiana e não Euclidiana - 60h	Obrigatória
	UTFPR	Geometria não Euclidiana - 60h	Optativa
	FURG	Geometria 1 - 60h	Obrigatória
	UFSC	Geometria Diferencial - 108h	Optativa

Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Na Quadro 13 é possível constatar que das 42 IES que oferecem o estudo das GNE, 21 o fazem por meio de componentes curriculares obrigatórios, 19 IES promovem o estudo desse conhecimento geométrico em componentes curriculares optativos e 2 IES ofertam as duas formas. Assim, notamos que foram nomeadas 51 disciplinas que apresentam em seus ementários conteúdos específicos sobre as GNE.

É possível perceber um equilíbrio no que diz respeito a situação de oferta de componentes curriculares que abordam o estudo das GNE, apesar de considerarmos essa pequena vantagem percentual dos componentes obrigatórios como um ponto positivo, que pondera as intenções da comunidade acadêmica em relação a importância desse conhecimento na formação do professor de Matemática. Outro aspecto relevante para a nossa pesquisa, e de cunho pessoal, é que ainda se fortalecem as crenças da comunidade acadêmica acerca do ensino de GNE está relacionado a disponibilização de mais de um componente curricular, em algumas IES, para tratar da construção desse conhecimento geométrico. Algumas IES buscam dentro de suas propostas curriculares criarem outros espaços para os discentes refletirem sobre os conceitos geométricos não euclidianos, podendo explora-los com outra perspectiva e com níveis diferenciados de aprofundamento.

Assim, ao analisarmos os componentes curriculares, enquanto denominação e ementa, constatamos que alguns deles são explícitos em relação as intenções que os constituíram, enfatizando o conteúdo específico como sua maior contribuição na formação docente, tais como: Geometria não Euclidiana, Geometria Hiperbólica, Geometria 1, Tópicos de Geometria não Euclidiana, entre outros, sugerem que o aprofundamento do conteúdo específico pelo licenciando trará solidez e segurança para o exercício da docência. Já as disciplinas Laboratório de Ensino de Matemática, Geometria Contemporânea, Tópicos Especiais em Matemática, Fractais e Caos e Geometria para a Licenciatura, propõem como contribuição para a formação docente considerar a abordagem como meio para apropriação desse conteúdo específico.

A análise nos permite inferir que há um movimento de reestruturação nos currículos dos cursos de Licenciaturas em Matemática quanto ao ensino de Geometria, na qual as GNE estão sendo aos poucos inseridas na formação do professor, seja com uma proposta volta para a aquisição de um novo saber a partir do domínio de conteúdo específico geométrico não euclidiano, ou por meio de disciplinas que incorporam conteúdos relacionados à GNE como uma abordagem para o ensino de Geometria.

O cenário que temos delineado pelo mapeamento nos indica que a GE na maioria dos currículos acadêmicos é ofertada como a única tornando-se diante de tal fator, um modelo ideal para o professor de Matemática, capaz de suprimir todas as necessidades humanas no que tange a compreensão e explicação do mundo em que vivemos. Entretanto, a presença de conteúdos relacionados a modelos geométricos não euclidianos nos currículos acadêmicos de 57 cursos de Licenciatura em Matemática tem demonstrado o interesse dos colegiados e departamentos de Matemática em desconstruir a visão de um único modelo geométrico, dando indícios da importância do estudo de diversos modelos geométricos na formação de professores de Matemática.

Martins (2009) expende que o currículo do curso de Licenciatura em Matemática tem dado pouca ênfase a diversidade dos modelos geométricos, o que fortalece a crença na existência de apenas um modelo geométrico e, consequentemente, a tomada de consciência por parte dos futuros professores sobre outros modelos causa espanto e a impressão que o estudo desses modelos exigem conhecimentos que vão além do nível universitário. Martins (2009, p. 8) então elabora sobre a questão:

> É fato que o estudo das geometrias não euclidianas normalmente não é abordado nos cursos de Licenciatura Matemática, o que explica o espanto de muitos professores ao tomarem conhecimento dessa nova geometria, já que a geometria de Euclides é aprendida e ensinada como única e absoluta geometria existente.

O mapeamento das IES indicou que apenas 15,32% dos cursos de Licenciatura em Matemática apresentam em suas PC ou em seus PPP disciplinas que abordam o estudo de GNE na formação docente. O baixo índice apresentado sugere que a inserção das GNE no currículo dos cursos de Licenciatura em Matemática não é uma vertente consolidada na formação de professores, e, por esse motivo, há pouco envolvimento do futuro professor com essas Geometrias, contribuindo para que o licenciando construa sua relação com o espaço a partir de um único modelo geométrico, podendo fortalecer somente o ensino da Geometria Euclidiana na Educação Básica.

Considerações finais

Acreditamos que a inserção de diferentes modelos geométricos no currículo da Licenciatura pode contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades que permitam o futuro professor ampliar sua visão sobre o campo de estudo da Geometria, possibilitando criar novas conexões com o espaço em que vivemos e pode adaptá-las à sua prática docente futura.

A partir do mapeamento apresentado, recomendamos como objeto de interesse alguns desdobramentos a serem investigados em pesquisas futuras no que tange a reformulação da proposta curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática para que seja ofertado o estudo de Geometrias não Euclidianas como conteúdo específico e a construção de cursos de formação sobre diferentes modelos geométricos para docentes do curso de Licenciatura em Matemática.

Referências

ASSIS, E. S. **A Geometria Hiperbólica nos currículos escolares e universitários**. Educação Matemática em Pesquisa, São Paulo, v.19, n. 3, p. 393-413, 2017.

BRUM, W. P.; SILVA, S. C. R. A História Da Matemática e os Conhecimentos Prévios dos Professores como Subsídios para o Planejamento de um Curso Sobre Geometria**. Itinerarius Reflectionis**, Jataí – GO, v. 10, n. 2, 2014.

CAVICHIOLO, C. V. **Geometrias Não Euclidianas na formação inicial do professor de Matemática:** o que dizem os formadores. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR:[s.n.], 162p, 2011.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social** 6. ed., 3 reimpr., São Paulo: Atlas, 2010.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MAMMANA, C.; VILLANI, V. **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21th Century.** Dordrecht: Kluwer, 1998.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da Metodologia Científica**, 6. ed., São Paulo: Atlas, 2007.

MARTINS, Eliane Aparecida. **Modelagem matemática: uma proposta metodológica para tornar a aula espaço de problematização, pesquisa e construção**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Strictu Sensu em Educação. Universidade Católica de Brasilia, DF, Brasil, 2009.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

VEIGA, I. P. A. Projeto Político Pedagógico: Continuidade ou Transgressão para Acertar? *In:* CASTANHO, S.; CASTANHO, M. E. L.M. (orgs.). **O que há de novo na educação superior:** Do projeto pedagógico à prática transformadora – Campinas, SP: Papirus, 2000.

Os Três Mundos da Matemática na Formação de Professores que Ensinam Matemática

The Three Worlds of Mathematics in the Training of Teachers Who Teach Mathematics

Geraldo Aparecido Polegatti
Instituto Federal de Mato Grosso Campus Juína
geappolegatti@gmail.com

Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina
angelamarta@uel.br

Resumo
Neste artigo tem-se por objetivo discutir ideias a respeito de os Três Mundos da Matemática de David Tall, no processo de formação de professores que ensinam Matemática. Para tanto, após uma pesquisa de cunho bibliográfico por meio da análise de textos publicados pelo autor David Tall, apresenta-se um quadro teórico que sintetiza as reflexões advindas das discussões e aplicações dessas ideias. Nos mundos Corporificado e Simbólico, bem como nas suas confluências as ações humanas de matemática prática em objetos matemáticos conduzem ao desenvolvimento de abstração estrutural. Já nas inter-relações Corporificado Formal, Simbólico Formal e Corporificado Simbólico Formal, os desdobramentos das ações humanas de matemática teórica em objetos matemáticos refletem no desenvolvimento de abstração operacional. No âmbito do Mundo Formal, ações humanas de matemática formal em objetos matemáticos levam ao aprimoramento cognitivo da abstração formal. Na investigação de dissertações e teses brasileiras envolvendo os Três Mundos da Matemática emerge aquelas que têm como público-alvo professores que ensinam Matemática. Nesse contexto de formação, o referido quadro teórico desponta de forma promissora para o planejamento, execução e análises posteriores com vistas ao desenvolvimento do pensamento matemático, de professores e estudantes, em processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino; Aprendizagem

Abstract
This article aims to discuss ideas about David Tall's Three Worlds of Mathematics, in the process of training teachers who teach Mathematics. Therefore, after a bibliographic research through the analysis of texts published by the author David Tall, a theoretical framework is presented that synthesizes the reflections arising from the discussions and applications of these ideas. In the Embodied and Symbolic worlds, as well as in their confluences, the human actions of practical mathematics on mathematical objects lead to the development of structural abstraction. In the interrelationships Embodied Formal, Symbolic Formal and Embodied Formal Symbolic, the unfolding of human actions of theoretical mathematics in mathematical objects reflects in the development of operational abstraction. Within the Formal World, human actions of formal mathematics on mathematical objects lead to cognitive enhancement of formal abstraction. In the investigation of Brazilian dissertations and theses involving the Three Worlds of Mathematics, those whose target audience are teachers who teach Mathematics emerge. In this context of training, the aforementioned theoretical framework emerges in a promising way for the planning, execution and further analysis with a view to the development of mathematical thinking, of teachers and students, in teaching and learning processes in Mathematics.

Keywords: Mathematics Education; Teaching; Learning

Introdução

Neste artigo tem-se o objetivo de fomentar discussões a respeito da utilização do quadro teórico dos Três Mundos da Matemática de David Tall, em processos de formação de professores que ensinam Matemática. Esse quadro teórico engloba o desenvolvimento do conhecimento matemático desde seu pensamento mais elementar ao mais aprimorado. “Fundamentalmente, a teoria dos Três Mundos da Matemática nos apresenta como um ser humano, em seu desenvolvimento, faz conexões matemáticas e como são desenvolvidas as estruturas de conhecimento que crescem ao longo do tempo em tamanho e sofisticação” (VISINTAINER, 2019, p. 31).

Trata-se de uma pesquisa de cunho bibliográfico, sendo um recorte da tese de Polegatti (2020), que devido ao processo de pandemia desencadeado pela COVID 19, pode ser aprofundada com mais leituras e posteriores reflexões acerca da literatura acadêmica envolvendo o referido quadro teórico. Dentre elas, Bisognin, Bisognin e Leivas (2016) ressaltam que as “oportunidades de ir e vir entre os Três Mundos da Matemática devem ser estimuladas pelos docentes formadores, em qualquer conteúdo trabalhado nas disciplinas” (p. 374) e, Soares e Cury (2017, p. 81), sugerem que “os docentes de cursos de Licenciatura em Matemática, bem como os pesquisadores interessados em investigar o ensino e a aprendizagem em tais cursos, aprofundem os estudos sobre as ideias de Tall, especialmente sobre os Três Mundos da Matemática”.

De acordo com Tall (2013), o conhecimento Matemático desenvolve-se em três mundos (Corporificado, Simbólico e Formal) que se articulam por intermédio de três modos distintos de atuar e operacionalizar em atividades matemáticas (matemática prática, matemática teórica e matemática formal) e por três modos distintos, mas conectados, de abstrair-se (abstração estrutural, abstração operacional e abstração formal) nos desdobramentos de tais atividades. No âmbito escolar, em qualquer nível, as ações de professores e estudantes nos objetos matemáticos (por exemplo, observar, manusear, medir, contar, classificar, ordenar, inferir, deduzir, demonstrar, entre outras) molda o processo de aprendizagem da Matemática de cada indivíduo.

Segundo Tall (2013), no Mundo Corporificado o desenvolvimento do conhecimento matemático ocorre por meio das ações perceptíveis de observar e manusear objetos matemáticos que, inicialmente, tratam-se de objetos reais, como por exemplo, um corpo redondo qualquer e, com o transcorrer das atividades são desenvolvidas outras ações como, por exemplo, medir e classificar, que conduzem ao aprimoramento do pensamento matemático e transformam objetos matemáticos reais em objetos matemáticos construídos na mente de cada indivíduo. Por exemplo, o corpo redondo em questão, dependendo de suas características corporificadas, pode ser classificado como esfera, ou cilindro, ou cone, entre outros.

Para Tall (2013), o interior do Mundo Simbólico é o reino das ações matemáticas envolvendo manipulações simbólicas em objetos matemáticos como expressões numéricas ou algébricas, equações, funções matemáticas, fórmulas para o cálculo de áreas e volumes, entre outros. Tall (2019) salienta que o estudo e o desenvolvimento de manipulações simbólicas são fundamentais para o aprimoramento do pensamento matemático. E essas são refinadas com vistas à construção do Sistema Axiomático Formal desenvolvido no âmbito do Mundo Formal.

A seguir, apresenta-se o cenário abrangente, complexo, versátil e dinâmico dos Três Mundos da Matemática que culmina com a representação desse quadro teórico desenvolvida por Polegatti (2020), a partir de suas reflexões dos contextos teóricos oriundos de Tall (2007; 2008; 2013; 2019; 2020), para ser foco de estudos e de outras reflexões em cenários de formação de professores que ensinam Matemática.

Os Três Mundos da Matemática

De acordo com Flôres, Lima e Müller (2020), em os Três Mundos da Matemática ressalta-se a complexidade inerente ao aprimoramento do pensamento matemático, “sendo algo mais amplo do que o acréscimo de novos saberes à base prévia do sujeito” (p. 1343). Para Polegatti (2020), os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática sob a perspectiva dos Três Mundos da Matemática, possibilitam a abordagem conjunta entre teorias da aprendizagem com metodologias de ensino da Matemática, bem como descrevem possíveis jornadas cognitivas de estudantes e professores nesses processos, oriundas de práticas pedagógicas planejadas, executadas e avaliadas tendo em vista o referido quadro teórico.

De acordo com Chin, Jiew e Tall (2021), o Mundo Corporificado abrange as ações de personificação conceitual com base em formas cada vez mais sofisticadas de objetos matemáticos, observados e manipulados, inicialmente, como corpos físicos e aprimorando-se em representações mentais oriundas dos estudos e das reflexões dessas ações. Para o autor, o Mundo Simbólico é constituído pelas manipulações simbólicas partindo daquelas com base na Aritmética (por exemplo, as quatro operações fundamentais) e aprimorando-se com o estudo e a intensificação das manipulações algébricas (por exemplo, equações e funções).

Já no Mundo Formal, segundo Chin, Jiew e Tall (2021) se desenvolve e se organiza o conhecimento matemático por meio do Sistema Axiomático Formal, que é construído pelas definições e deduções, cuidadosamente selecionadas, e utilizadas em demonstrações formais (axiomas e teoremas) com base na Teoria dos Conjuntos, na Lógica Matemática e que conduzem à prova matemática.

Chin, Jiew e Tall (2021) ainda destacam que o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática traz um panorama geral do desenvolvimento do conhecimento matemático em três estágios de sofisticação que possuem características próprias, mas que estão articulados entre si ao que os autores denominam de Princípio da Articulação.

> O Princípio de Articulação constitui o elo essencial entre a corporificação conceitual e o simbolismo operacional. É relevante em todos os níveis de desenvolvimento, desde as dificuldades das crianças ao se depararem com problemas envolvendo interpretação, nas transições entre os conjuntos numéricos e suas notações, desde números de contagem, a frações, a números com sinais, a representação decimal, a números racionais e irracionais, números reais, números complexos, da aritmética à álgebra e, a formas mais avançadas de cálculo com símbolos, álgebra vetorial e álgebra abstrata (p. 3, tradução nossa[1]).

Segundo Tall (2013), perante o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, o pensamento matemático dos indivíduos (professores e estudantes) é aprimorado por meio das ações humanas nos objetos matemáticos em estudo. Para o autor, há três níveis de sofisticação dessas ações: a matemática prática que é constituída, por exemplo, pelas experiências do ser humano ao observar e manusear objetos reais com o intuito de reconhecer figuras e descrevê-las como objetos mentais por meio de representações simbólicas, realizar cálculos aritméticos e resoluções de situações práticas com fórmulas matemáticas (perímetros, áreas, volumes, entre outras); a matemática teórica que engloba os níveis mais aprimorados de corporificações que levam à prova geométrica, bem como a intensificação

[1]"The Articulation Principle forms an essential link from conceptual embodiment to operational symbolism. It is relevant at all levels of development, from the difficulties young children encounter with word problems, through the transitions between number systems and notations, from counting numbers, to fractions, to signed numbers, decimal representation, rational and irrational numbers, real numbers, complex numbers, from arithmetic to algebra and more advanced forms of symbolic calculus, vector algebra and abstract algebra".

de manipulação simbólica que conduzem à prova algébrica e; a matemática formal que desenvolve as provas matemáticas formais por meio da Teoria dos Conjuntos e a Lógica Matemática.

Tall (2013) ressalta que em consonância aos três modos de se agir matematicamente, há três níveis de aprimoramento cognitivo no transcorrer do estudo e desenvolvimento de processos de aprendizagem da Matemática. A abstração estrutural que engloba a capacidade que o ser humano tem de diferenciar e classificar objetos matemáticos, tanto objetos físicos do mundo real, quanto objetos matemáticos oriundos de representações mentais constituídas a partir da observação e manipulação de tais objetos reais.

De acordo com Tall (2013), o segundo nível de aprimoramento cognitivo corresponde à abstração operacional que envolve a capacidade do indivíduo manipular operações matemáticas desde o campo da Aritmética como, por exemplo, a adição, subtração, divisão, multiplicação, potenciação, radiciação e expressões numéricas, até o escopo da Álgebra ao manipular expressões algébricas, equações, fórmulas matemáticas, funções, entre outras. Já no terceiro nível de aprimoramento cognitivo do conhecimento matemático está a abstração formal, que envolve a capacidade do indivíduo de operar dentro do Sistema Axiomático Formal, desenvolvendo definições formais (axiomas e teoremas).

A seguir apresenta-se um breve panorama de teses e dissertações brasileiras, envolvendo o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, que em harmonia com os textos de David Tall, inspiraram Polegatti (2020) no processo de construção da síntese do referido quadro teórico.

Um breve panorama de teses e dissertações brasileiras que envolvem os Três Mundos da Matemática

Buscando realizar uma síntese de pesquisas de mestrado e doutorado brasileiras que abordam o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, realizamos investigações no Catálogo de Dissertações e Teses da CAPES (CTDC), alocado na Plataforma Sucupira, bem como no portal da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Nas duas investigações colocamos como termo de procura o nome Tall, das quais emergiram, inicialmente, 1013 (mil e treze) trabalhos sendo: 706 (setecentos e seis) na BDTD e 307 (trezentos e sete) no CTDC.

Ao analisarmos os resumos desses trabalhos, encontramos 30 (trinta) pesquisas que utilizaram o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática em suas investigações, das quais, oito investigações ocorreram tendo como contexto a formação inicial de professores que ensinam Matemática, sendo as três primeiras em nível de mestrado e as demais como pesquisas de doutorado.

Robim (2010), tendo em vista o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, trabalhou com atividades envolvendo operações matemáticas, por meio de Modelagem Matemática, com acadêmicos do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática. Segundo o autor, essas operações já são, supostamente, conhecidas pelos participantes. Elas emergem na construção do modelo matemático, com destaque para os processos de representação, de abstração e de generalização que são essenciais no desenvolvimento do pensamento matemático avançado. “Assim, a partir das análises, inferimos que atividades de Modelagem Matemática têm potencial para que os alunos desenvolvam seus processos de pensamento e utilizem características relacionadas aos Três Mundos da Matemática” (p. 177).

Soares (2018) apresenta um estudo acerca do conceito de limite no âmbito de formação inicial de professores que ensinam Matemática, a partir das suas análises em três livros de Cálculo. O autor realça as abordagens desses livros com relação à introdução do conceito de limite, tendo como base de análise dos dados, o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática.

Para Soares (2018), os três livros trazem características dos três mundos matemáticos em seus exemplos introdutórios sobre o tema: visualização de limites por meio de construções e representações gráficas e construções de gráficos e tabelas (Mundo Corporificado); manipulações algébricas estimuladas com o cálculo de limites em vários pontos (Mundo Simbólico) e; na introdução para a construção da definição de limite (Mundo Formal). O autor ainda destaca que para compreender o conceito de limite abordado nos três livros são necessários conhecimentos prévios por parte dos estudantes, como por exemplo: conceito de funções, construção de tabelas de pontos, análise de gráficos.

Em um estudo sobre como professores de Matemática do Ensino Fundamental veem o erro no processo de avaliação, Rizzon (2018), utilizou como uma de suas bases de análise o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática para identificar indícios do aprimoramento do pensamento matemático dos professores participantes. Esses professores frequentaram um curso de 30 (trinta) horas, distribuídas em nove encontros, para promover avanços na aprendizagem de conceitos de sequências e séries. A autora analisou as resoluções de duas questões propostas aos participantes com vistas à análise de erro e, de transição do pensamento matemático de cada professor entre os Três Mundos da Matemática. Na primeira questão, predominantemente, os professores transitaram entre os Mundos Corporificado e Simbólico, já na segunda questão houve predominância do Mundo Simbólico com indícios do Mundo Formal.

Em seu trabalho com monitores de Cálculo de uma Instituição de Ensino Superior, Flores (2018), ressalta o papel da monitoria na formação inicial dos monitores que atuam na investigação das dificuldades dos acadêmicos que procuram auxílio desses monitores. Na monitoria, o foco de trabalho é direcionado para discutir, com os acadêmicos que os buscam, a resolução dos erros desses acadêmicos presentes nas atividades propostas por seus professores. Os monitores dialogam com os professores da instituição e com a equipe pedagógica para traçarem conjuntamente, propostas de ensino e aprendizagem com vistas à correção desses erros. O autor destaca a utilidade dos *softwares* educacionais no transcorrer das atividades, como ferramentas tecnológicas que proporcionam a visualização dos gráficos de funções e, fazendo o elo entre as representações geométrica e algébrica da função matemática que está sendo estudada.

> Entendemos ser oportuno que o monitor faça parte da equipe pedagógica e tenha funções ativas que o levem a pensar sobre a Matemática e sobre os processos de ensino e aprendizagem. Assim, ao analisar as dificuldades dos seus colegas, é possível que ele também pense nas suas, avaliando formas para que sejam superadas. Nesse processo, o monitor entra em contato com distintas representações, aspectos formais e simbólicos de um dado conceito, o que favorece o seu percurso pelos Três Mundos da Matemática (FLORES, 2018, p. 140).

Para Flores (2018), o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática complementa os estudos de Vygotsky sobre aprendizagem, no campo de estudo da Matemática já que Tall amplia a faixa etária para os participantes em um processo de ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino, ao passo que Vygotsky pesquisou somente com crianças. Segundo Flores (2018), Vygotsky complementa Tall ao destacar a importância da interação do sujeito com meio social em processos educacionais, indo além da interação entre o indivíduo e o objeto matemático em estudo, reportada por Tall. “Entendemos que, em uma aula de Matemática ou de Cálculo, na monitoria ou em outra situação de aprendizagem, o sujeito está estabelecendo relações tanto com o próximo quanto com o objeto do conhecimento. Nesse ponto as teorias se complementam, formando um compêndio que pode ser útil para o professor no desencadear de sua prática” (p. 75).

Imafuku (2018) pesquisou as contribuições que os *softwares* educacionais SimCalc e GeoGebra podem trazer no ensino de derivada. O autor utilizou quatro instrumentos para coletar os dados: um questionário diagnóstico; cincos atividades com o SimCalc sobre as concepções de taxa de variação e a relação entre o gráfico de uma função e o gráfico de sua derivada; e cinco atividades pelo GeoGebra com a concepção, para a derivada de uma função, de melhor aproximação.

Visintainer (2019) investigou os significados que acadêmicos apresentam no estudo de Cônicas no âmbito do Ensino Superior. Ao todo, participaram da pesquisa 26 (vinte e seis) estudantes do primeiro semestre de um curso de Licenciatura em Matemática. Aplicou-se um questionário com doze questões, elaboradas após o autor analisar a abordagem de Cônicas em livros didáticos do Ensino Médio. Tendo em vista o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, as questões abordam os estudos de excentricidade, equações, gráficos e algumas aplicações envolvendo as Cônicas.

Segundo Visintainer (2019), a maioria das características encontradas nas respostas abrange o âmbito do Mundo Corporificado. Poucas resoluções das questões estão, tanto entre os mundos Corporificado e Simbólico, quanto entre os mundos Corporificado e Formal. Para o autor, nenhuma das respostas apresenta características dos mundos Simbólico e Formal.

De acordo com Polegatti (2020), os Três Mundos da Matemática desponta como um quadro teórico que abarca o desenvolvimento do conhecimento matemático desde o pensamento matemático elementar ao pensamento matemático avançado e, no interim do Programa Etnomatemática é fundamental para o planejamento, execução e análises posteriores de processos de ensino e aprendizagem da Matemática, no âmbito da Licenciatura Intercultural Indígena, com vistas à formação de professores indígenas que ensinam Matemática.

Flôres (2020) utilizou o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática para identificar indícios da aprendizagem sobre conceitos relacionados aos números racionais em uma proposta de ensino. Ela foi composta por tarefas que foram divididas em três partes e aplicada a oito acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina de Fundamentos da Análise. A primeira parte, constituída por quatro tarefas, trabalhou a construção do conjunto dos racionais por meio de suas relações e classes de equivalência. As tarefas da segunda parte exploraram as operações de adição e multiplicação no âmbito dos racionais, a terceira parte trabalhou tarefas envolvendo diferentes significados dos racionais no cenário da Educação Básica.

> Ao término das tarefas propostas para o conceito de equivalência, foi possível observar que a sequência de ensino proporcionou, aos estudantes, a oportunidade de partir do Mundo Corporificado, passar pelo Mundo Simbólico, até chegar à formalização do conceito. Essas passagens auxiliaram na criação de imagens conceituais mais ricas de significado (FLÔRES, 2020, p. 161).

Concordamos com a autora ao ressaltar que o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, proporciona uma visão geral do objeto matemático em estudo, colaborando para a construção de tarefas e suas posteriores interpretações com vistas a possível identificação de construção do conhecimento, por parte dos estudantes envolvidos, ao que foi proposto pelo professor no processo de ensino e aprendizagem. Ou seja, é um quadro teórico dinâmico para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da Matemática.

Esses trabalhos apontam a versatilidade e a abrangência dos Três Mundos da Matemática, nos atos pedagógicos de planejamento, execução e análise de processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. A seguir apresenta-se uma síntese do referido quadro teórico, desenvolvida por Polegatti (2020).

O quadro teórico dos Três Mundos da Matemática: uma síntese

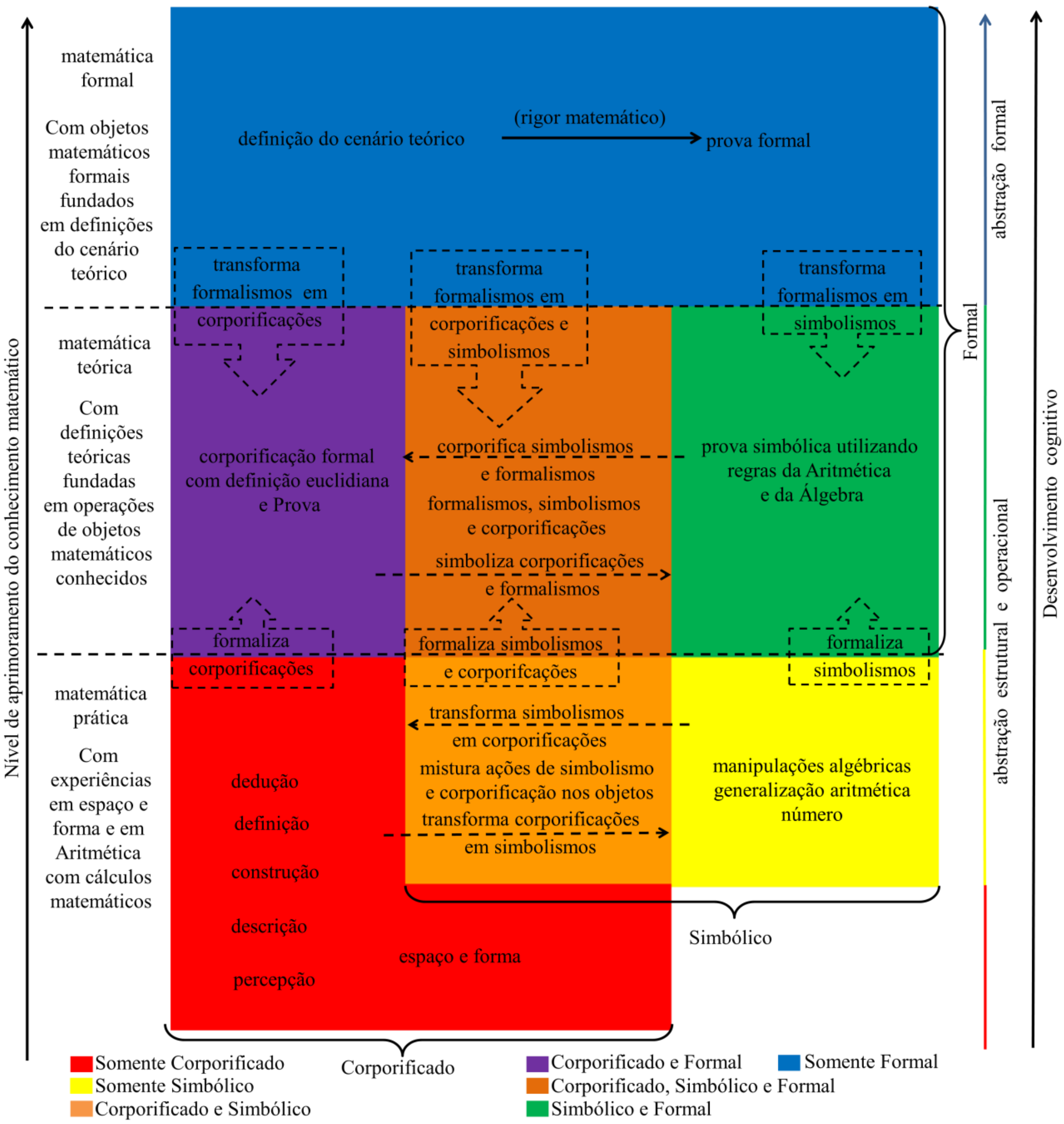
De acordo com Martelozo e Savioli (2019, p. 59) “Os Três Mundos da Matemática não são hierárquicos, misturam-se e complementam-se no processo de aprendizagem da Matemática, sendo essas experiências, fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático”. Os autores ainda salientam que “a partir da combinação de três mundos distintos e complementares, enfatizamos a importância de experiências envolvendo conceitos matemáticos em diferentes contextos” (p. 60). Nesse sentido compreendemos como imprescindível o estudo desse quadro teórico em processos de formação de professores que ensinam Matemática.

Corroborando essa perspectiva, para Bueno e Viali (2019), a pesquisa e o planejamento de práticas de ensino da Matemática tendo como cerne o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática possibilitam uma imersão no tema, ou conteúdo, ou objeto matemático em estudo com o surgimento de novas ideias a partir das análises ou do próprio planejamento prévio.

Nesse caso, ressaltamos que o professor que ensina Matemática ao construir o seu planejamento ou plano de ensino, com vistas ao referido quadro teórico, realiza sua jornada pelos Três Mundos da Matemática e pode constituir uma prática de ensino que busca conduzir cada estudante a perpassar pelos Três Mundos. Lembrando que “nem todos os indivíduos passam da mesma forma pelos Três Mundos da Matemática, porque há influências diversas, de seu meio ambiente, de sua formação escolar e das dificuldades que encontrou no seu aprendizado” (BISOGNIN, BISOGNIN, LEIVAS, 2016, p. 366).

No cenário da Figura 1, conforme Polegatti (2020), a dinâmica de movimento do pensamento matemático de professores e estudantes, por meio de ações de matemática prática no(s) objeto(s) matemático(s) em estudo, com vistas ao desenvolvimento de abstração estrutural e com ou sem indícios de abstração operacional, transita na região vermelha com características específicas do Mundo Corporificado, na área amarela com aspectos do Mundo Simbólico e, na zona de confluência laranja clara (Corporificado Simbólico) que abarca propriedades entrelaçadas desses dois mundos. .

Figura 1: Uma síntese do quadro teórico dos Três Mundos da Matemática



Fonte: Polegatti (2020, p. 179) com base em Tall (2007; 2008; 2013; 2019; 2020)

Para Polegatti (2020), nos espaços limitados pelas cores roxa e verde as ações humanas de matemática teórica em um ou mais objetos matemáticos em estudo, com o objetivo do desenvolvimento de abstração operacional com ou sem indícios de abstração estrutural e com vistas à abstração formal ocorre com características dos mundos Corporificado e Formal (roxa) ou Simbólico e Formal (verde). Já a região laranja escura representa a zona de confluência entre os mundos Corporificado, Simbólico e Formal, que traz nas ações de matemática teórica aspectos dos Três Mundos da Matemática.

Por sua vez, no espaço de cor azul reinam características do Mundo Formal, com o movimento do pensamento matemático por meio das ações humanas de matemática formal nos objetos matemáticos (definições, axiomas e teoremas) com vistas ao desenvolvimento de abstração formal que "é o ápice do pensamento matemático que conduz o conhecimento matemático a universalidade e [...] repercute no desenvolvimento do pensamento matemático embasando tanto a abstração estrutural quanto a abstração operacional" (POLEGATTI, 2020, p. 177).

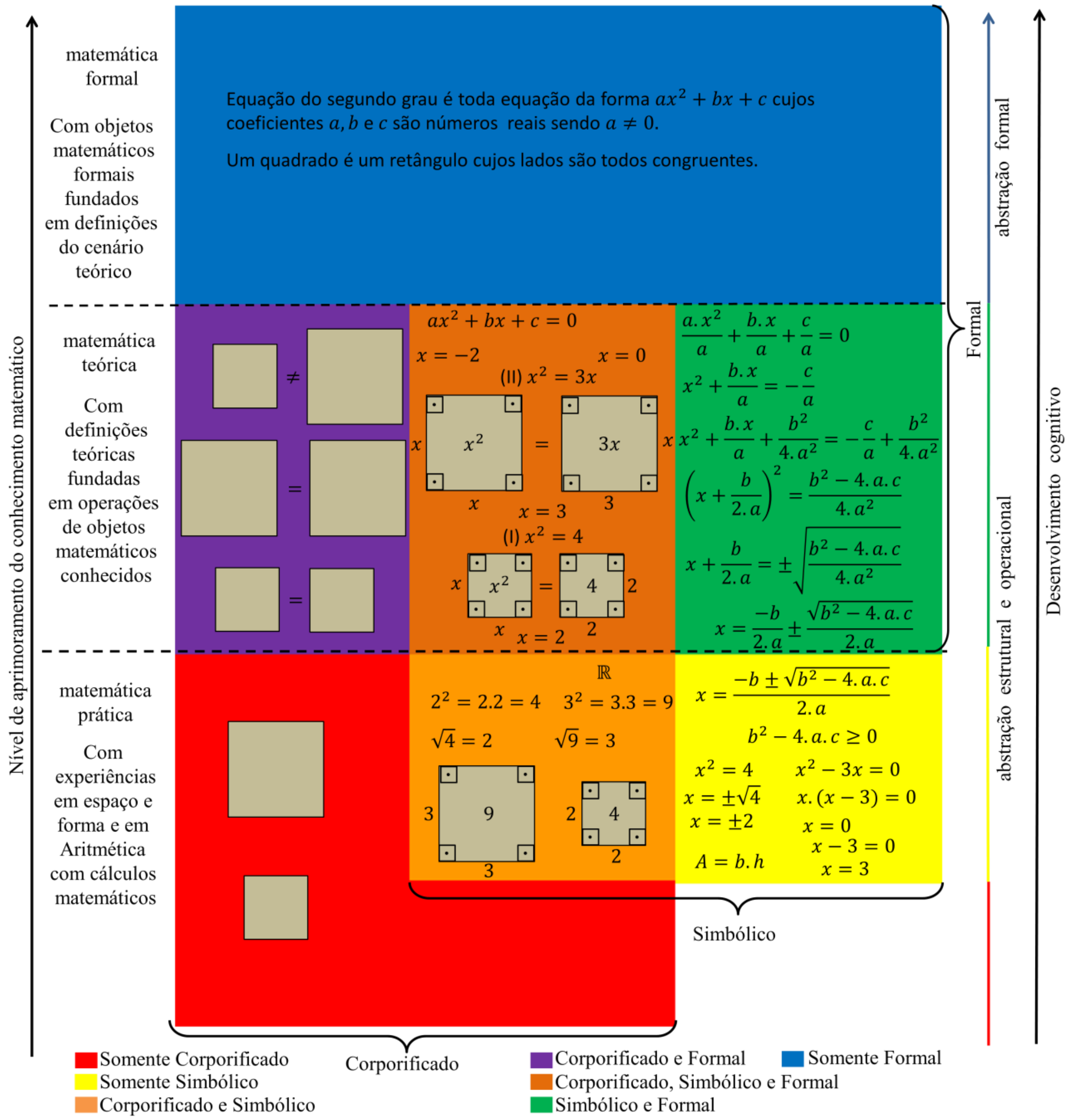
Considerações finais

É unanimidade entre os trabalhos analisados, que esse quadro teórico, além de possibilitar análises no percurso de aprendizagem desenvolvido pelo estudante, com relação ao pensamento matemático desde seu estágio mais elementar ao mais aprimorado, auxilia na construção de atividades que servem para identificar, por meio do próprio quadro teórico, se os estudantes aprenderam o(s) conteúdo(s) matemático(s) relacionado(s) nas atividades. Por exemplo, na Figura 2 a partir da síntese do quadro teórico dos Três Mundos da Matemática (Figura 1), apresenta-se um possível panorama para o processo de ensino e aprendizagem de equação do segundo grau.

A aplicação e a consequente resolução de equações do segundo grau são fundamentais, pois embasam outros objetos matemáticos, como por exemplo, a função quadrática, que por sua vez, fornece suporte teórico para outros objetos matemáticos presentes na Geometria, Álgebra, Geometria Analítica, Matemática Financeira, entre outras áreas do conhecimento matemático.

No âmbito do Mundo Corporificado (vermelha) os diálogos entre o professor e os estudantes iniciam-se em meio à manipulação de quadrados com medidas de lados diferentes, porém formando pares, nesse caso temos dois quadrados medindo 3 dm e dois quadrados medindo 2 dm. Como não é possível segurar um quadrado nas mãos, pois ele só possui duas dimensões (largura e comprimento), podem-se utilizar prismas de bases quadradas, feitos em madeira bem finos, para que os estudantes possam manusear e manipular esses objetos promovendo ações de matemática prática com o possível desenvolvimento de abstração estrutural.

Figura 2: Um panorama envolvendo o estudo de equação do segundo grau



Fonte: Elaborada pelos autores

No interior da zona de confluência (roxa) entre os mundos Corporificado e Formal, os diálogos entre o professor e os estudantes promovem ações de matemática teórica que conduzem a possível construção de abstração estrutural, com indícios de abstração operacional, no processo de compreensão da condição de igualdade entre dois quadrados, bem como na transição para o Mundo Formal (azul), com a finalidade de compreender a definição de quadrado.

Na zona de confluência entre os mundos Corporificado e Simbólico (alaranjada clara), por meio de ações de matemática prática e o possível desenvolvimento de abstração estrutural com indícios de abstração operacional, os estudantes são motivados a aferirem, com o apoio de réguas e transferidores, os prismas de bases quadradas alocando as medidas dos lados e ângulos dessas bases, bem como executando o cálculo de suas áreas. Esses procedimentos envolvem as operações de potenciação e radiciação com números reais ($\mathbb{R}$).

Por sua vez, no âmbito da zona de confluência entre os Três Mundos da Matemática (alaranjada escura), ações de matemática teórica promovem o possível desenvolvimento de abstração operacional com indícios de abstração estrutural no processo de resolução de uma equação do segundo grau por meio da relação de igualdade entre áreas quadradas. Porém, esse procedimento é limitado pelo contexto do cálculo dessas áreas, que não admite valores negativos ou nulos para as medidas dos lados dos quadrados.

Assim, se faz necessário ir além, avançando para o seu processo de resolução algébrica considerando, inicialmente, a definição de equação do segundo grau presente no Mundo Formal (azul); essa é uma ação de matemática formal com vistas ao desenvolvimento de indícios de abstração formal. Então, as manipulações algébricas se iniciam no interior do Mundo Simbólico (amarela), por meio de ações de matemática prática, com os cálculos da área delimitada por uma região quadrada ($A = b.h$) e da raiz quadrada quando $b = 0$. Aqui se sugere o debate da não possibilidade desse cálculo para números reais negativos, ou por intermédio da fatoração ao evidenciar a incógnita x, quando $b \neq 0$ e $c = 0$.

Com o objetivo do estudo e aplicação da fórmula de resolução da equação do segundo grau, após discussões entre o professor e os estudantes a respeito da definição de equação do segundo grau, as atividades adentram á zona de confluência entre os Mundos Simbólico e Formal (verde). Nesse cenário, por meio de ações de matemática teórica e com vistas ao possível desenvolvimento de abstração operacional com indícios de abstração formal, há o processo de demonstração da referida fórmula, que após as discussões e reflexões, fica alocada no Mundo Simbólico (amarela) para sua utilização em resoluções e aplicações contextualizadas que envolvem equações do segundo grau.

Os movimentos de idas e vindas do pensamento matemático perante o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática possibilitam o estudo dos objetos matemáticos por meio das ações humanas (estudantes e professores) das matemáticas prática, teórica e formal, com vistas ao provável desenvolvimento das abstrações estrutural, operacional e formal, com destaque para o processo de formação inicial ou continuada de professores que ensinam

Matemática, se fazem necessário para o trabalho com as possibilidades de ensino e aprendizagem para um ou mais conteúdos de Matemática.

No processo educacional, o professor formador tem o papel de instigar cada estudante a aprimorar o seu pensamento matemático. Tendo em vista o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, essa função ganha contornos práticos, teóricos e formais. Na tela desse quadro o conhecimento matemático apresenta-se coeso, dinâmico, flexível, versátil, articulado, integrado, aplicável, plural, não linear, complexo, estruturado, operacional e formal.

Referências

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; LEIVAS, J. C. P. Aprendizagem de sequências numéricas: pesquisa sobre dificuldades de Licenciandos em Matemática. **Zetetiké.** v. 24, n. 3, p. 361-377, set./dez., 2016.

BUENO, R. W. S.; VIALI, L. O Cálculo e os Três Mundos da Matemática: um estado do conhecimento. **DYNAMIS.** v. 25, n. 32, p. 39-55, 2019.

CHIN, K. E.; JIEW, F. F.; TALL, D. O. The Articulation Principle for making long-term sense of mathematical expressions by how they are spoken and heard: two case studies. Edith Cowan University, Australia, Queensland University of Technology, Australia, University of Warwick, UK, 2021.

FLORES, J. B. **Monitoria de Cálculo e processo de aprendizagem: perspectivas à luz da Sociointeratividade e da teoria dos Três Mundos da Matemática**. 277 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

FLORES, J. B.; LIMA, V. M. R.; MÜLLER, T. J. Convergências e complementaridades entre as teorias dos Três Mundos da Matemática e a da Sociointeratividade. **Bolema.** v. 34, n. 68, p. 1341-1358, 2020.

FLÔRES, M. V. **Construção dos números racionais na licenciatura:** um estudo desenvolvido à luz dos Três Mundos da Matemática. 181 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Franciscana, Santa Maria, 2020.

IMAFUKU, R. S. **O uso dos softwares SimCalc e GeoGebra para o enriquecimento da imagem de conceito de derivada**. 437 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2018.

LIMA, R. N. Dispositivos móveis em sala de aula: uma jornada por Três Mundos da Matemática. **REVEMAT.** v. 14, n.1, p. 1-21, 2019.

MARTELOZO, D. P. S.; SAVIOLI, A. M. P. D. Já-encontrados na aprendizagem da Matemática: quais implicações? **VYDIA.** v. 39, n. 1, p. 55-71, jan./jun., 2019.

POLEGATTI, G. A. **Jornadas pelos Três Mundos da Matemática sob perspectiva do Programa Etnomatemática na Licenciatura Intercultural Indígena.** 360 f. Tese

(Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

RIZZON, B. M. **Formação continuada para professores de Matemática:** o erro como recurso pedagógico e seu papel no processo de avaliação. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2018.

ROBIM, B. N. P. A. S. **Modelagem Matemática e Pensamento Matemático**: um estudo à luz dos Três Mundos da Matemática. 190 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

SOARES, G. O. **O conceito de limite na formação inicial de professores de Matemática:** um estudo à luz dos Três Mundos da Matemática. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Franciscana, Santa Maria, 2018.

SOARES, G. O. CURY, H. N. O conteúdo de limite em cursos de licenciatura em matemática: uma pesquisa à luz da teoria dos três mundos da matemática. **ReBECEM.** v.1, n.1, p. 64-83, dez., 2017.

TALL, D. O. Embodiment, Symbolism and Formalism in Undergraduate Mathematics Education. In: CONFERENCE OF THE SPECIAL INTEREST GROUP OF THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMERICA ON RESEARCH IN UNDERGRADUATE MATHEMATICS EDUCATION, XX, 2007, San Diego, **Proceedings…,** San Diego, 2007, p. 1-18.

TALL, D. O. The Transition to Formal Thinking in Mathematics. **Mathematics Education Research Journal**, 2008, p. 1-18.

TALL, D. O. **How Humans Learn to Think Mathematically:** Exploring the three worlds of mathematics. Cambridge University Press, 2013.

TALL, D. O. Complementing supportive and problematic aspects of mathematics to resolve transgressions in long-term sense making. INTERDISCIPLINARY SCIENTIFIC CONFERENCE ON MATHEMATICAL TRANSGRESSIONS, IV, 2019, Cracow. **Proceedings...,** Cracow, 2019, p. 1-27.

TALL, D. O. Making Sense of Mathematical Thinking over the Long Term: The Framework of Three Worlds of Mathematics and New Developments. In: TALL, D. O.; WITZKE, I. (Eds.). **MINTUS:** Beiträge zur mathematischen, naturwissenschaftlichen und technischen Bildung. Wiesbaden: Springer, 2020, p. 1-26.

VISINTAINER, M. **Significados de Cônicas à luz dos Três Mundos da Matemática**. 228 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2019.

Promoção do raciocínio matemático em aulas de Cálculo

Promotion of mathematical reasoning in Calculus classes

André Luis Trevisan
UTFPR/Londrina
andreluistrevisan@gmail.com

Resumo
O objetivo deste artigo é discutir algumas possibilidades para promoção do raciocínio matemático em aulas de Cálculo Diferencial e Integral, a partir do trabalho com tarefas de natureza exploratória. Para tal, analisamos experiências "bem-sucedidas" em contextos reais de ensino, no intuito de contribuir com reflexões tanto no âmbito da pesquisa quanto nas possibilidades de ensinar e aprender em período pós-pandemia. O estudo que deu origem a este artigo foi desenhado como uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo, e os participantes foram estudantes de cursos superiores de Engenharia de uma Universidade Federal do Paraná. Os dados recolhidos são compostos por (a) protocolos contendo registros escritos das discussões dos pequenos grupos de estudantes e (b) áudios dessas discussões, em duas tarefas; e (c) vídeo da discussão coletiva mediada pelo professor a partir das resoluções dos estudantes, em uma terceira tarefa. Como resultados, apresentamos conceitos matemáticos mobilizados pelos estudantes na elaboração de argumentos que buscam justificar suas resoluções, discutimos os processos de raciocínio matemático que estudantes mobilizam, em especial conjecturar e justificar; e apontamos ações do professor que podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Raciocínio Matemático. Tarefas exploratórias.

Abstract
The aim in this article is to point out possibilities for promoting mathematical reasoning in Differential and Integral Calculus classes, based on work with tasks of an exploratory nature. To this end, we analyze "successful" experiences in real teaching contexts, in order to contribute to reflections both in the scope of research and in the practices of using and learning in the post-pandemic period. The study that gave rise to this article was chosen as a qualitative research, of an interpretative nature, and the participants were students of higher engineering courses at a Federal University of Paraná. The data collected consists of (a) protocols containing written records of the responsibilities of small groups of students and (b) audios of these tasks, in two tasks; and (c) video of the collective discussion mediated by the teacher from the students' resolutions, in a third task. As a result, we present mathematical concepts mobilized by students in the elaboration of arguments that seek to justify their solutions, we discuss the mathematical reasoning processes that students mobilize, in particular conjecture and justification; and we point out the teacher's actions can contribute to the development of mathematical reasoning.

Keywords: Mathematics teaching. Differential and Integral Calculus teaching. Mathematical Reasoning. Exploratory tasks.

Introdução

A pandemia COVID-19 provocou mudanças substanciais no comportamento da sociedade das mais variadas formas, suscitando "reinventar" formas de operar as diferentes atividades humanas. Na educação, e em especial no Ensino Superior, trazendo à cena questionamentos acerca da continuidade deste *modus operandi* em um período pós-pandemia. Foram expostas, de forma acentuada, as fragilidades do sistema de ensino e do "modelo jesuítico de salas de aulas retangular, carteiras uniformes, colocadas uma atrás da outra, quadro negro (em muitas salas de aula substituído por de vidro ou outro material), [que] ainda prepondera na sociedade contemporânea" (VOLPATO, 2021).

Embora se venha discutido nas últimas décadas a organização de ambientes de ensino e de aprendizagem de Matemática envolvendo a resolução de tarefas de natureza exploratória (PONTE, 2005), o trabalho colaborativo e a promoção de discussões (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018) como elementos essenciais para que os estudantes ampliem sua capacidade de pensar e mobilizem processos de raciocínio (LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011; JEANNOTTE; KIERAN, 2017), implementar na prática tais ambientes sempre foi um desafio. Assim, a análise de experiências "bem-sucedidas" em contextos reais de ensino, como a que relatamos neste artigo, pode contribuir com reflexões tanto no âmbito da pesquisa quanto nas possibilidades de ensinar e aprender em período pós-pandemia.

Nos últimos anos, enquanto grupo de pesquisa[1], temos investigado propostas de trabalho factíveis em sala de aula reais do Ensino Superior, discutidas em trabalhos desenvolvidos no grupo de pesquisa que o autor integra, inclusive já apresentados em edições anteriores deste Seminário (TREVISAN; BORSSOI; ELIAS, 2015; SILVA; BORSSOI; FERRUZZI, 2018). Apesar dos resultados promissores desta forma de trabalho, pouco ainda sabíamos a respeito do desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes, dos conceitos mobilizados e do papel das ações do professor durante episódios de resolução de tarefas (TREVISAN; MENDES, 2018).

Assim, este trabalho pretende articular resultados de outros estudos, a partir de dados analisados em profundidade em três artigos já publicados (TREVISAN et al., 2019; TREVISAN; ARAMAN, 2021a,b), com foco nessa temática. Nosso objetivo é discutir algumas possibilidades para promoção do raciocínio matemático em aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), a partir do trabalho com algumas tarefas de natureza exploratória. Mais especificamente, pretendemos: (i) reconhecer conceitos matemáticos mobilizados pelos estudantes na elaboração de argumentos que buscam justificar suas resoluções; (ii) discutir os processos de raciocínio matemático que estudantes mobilizam;

[1] GEPEAM - Grupo de Estudo e Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Matemática (UTFPR).

(iii) compreender ações do professor podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Para tal, sintetizamos, na continuidade deste trabalho, alguns resultados de pesquisas que caracterizam o raciocínio matemático e seus processos, e discutem as ações do professor que o apoiam. Apresentamos o contexto em que o estudo foi realizado e procedimentos metodológicos assumidos na pesquisa. Analisamos dados provenientes de três tarefas envolvendo representações gráficas. Por fim, discutimos os dados analisados, a luz do referencial teórico proposto, apresentando implicações para o ensino e a pesquisa em CDI.

Raciocínio matemático

Desenvolver o raciocínio matemático dos estudantes é, sem dúvidas, um desafio para os professores de todos os níveis de escolaridade. Apesar das diferentes perspectivas teóricas assumidas a respeito desse tema (discutidas em detalhes por Araman, Serrazina e Ponte (2019)), é consenso entre os pesquisadores que o raciocínio matemático – processo dinâmico de conjecturar, generalizar, investigar o porquê e desenvolver e avaliar argumentos – é uma competência básica na aprendizagem matemática.

Jeannotte e Kieran (2017) discutem, no âmbito dos aspectos processuais do raciocínio matemático, aqueles relacionados com a busca por similaridades e diferenças entre situações (conjecturar, identificar um padrão, generalizar, comparar e classificar), e outros relacionados com a validação (como justificar, provar e provar formalmente); além desses, e dando suporte a eles, o exemplificar. Apesar da relevância de todos esses processos no desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes, destacamos, de forma especial neste trabalho, os processos de conjecturar e justificar, visto que foram mais evidentes nos dados analisados.

Segundo Jeannotte e Kieran (2017) conjecturar é um processo cíclico de: (i) enunciar a conjectura; (ii) verificar se cobre todos os casos e exemplos; (iii) tentar refutar; e (iv) encontrar um motivo que faça com que a conjectura seja verdadeira ou tentar modificá-la. Os estudantes podem criar conjecturas válidas ou inválidas, alicerçadas em raciocínios válidos ou por vezes inválidos, sendo que esses últimos, embora não desejados, podem servir como ponto de partida para o entendimento das ideias matemáticas. Quanto à forma de apresentação de uma conjectura, ela pode ser escrita de várias formas, ou até mesmo existir apenas na mente dos estudantes.

Justificar, por sua vez, relaciona-se à explicação de uma conjectura inicialmente elaborada, apresentando motivos (argumentos) para alterar o valor epistêmico primeiramente de "provável para mais provável", e em seguida para verdadeiro ou falso. Araman, Serrazina e Ponte (2019) afirmam que justificar está relacionado com "a identificação de relações que permitem entender por que uma afirmação pode ser verdadeira ou falsa" (p. 468). Assim, justificar como intimamente relacionado ao "investigar o porquê" e à elaboração de argumentos pelos estudantes "para se convencerem a si próprios e aos outros porque é que uma afirmação particular é verdadeira" (LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011, p. 35), recorrendo, para tal, diferentes a conceitos matemáticos.

No que tange à mobilização desses processos, seja em momentos de discussões nos pequenos grupos de estudantes, ou em plenária, com toda a turma, Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013) propõem um modelo para análise das ações dos professores em quatro categorias. A primeira é *convidar*, que seria o primeiro contato dos alunos com o tema que será abordado. A segunda, *guiar/apoiar*, em que o professor, por meio de perguntas, guia os alunos a continuar participando de uma resolução de uma tarefa já iniciada. A terceira *informar/sugerir*, é o momento em que o professor valida as respostas dos alunos, introduzindo novas informações e proporcionando novos argumentos. A última é *desafiar*, o professor "coloca o aluno na situação de ser ele próprio a avançar em terreno novo, seja em termos de representações, da interpretação de enunciados, do estabelecimento de conexões, ou de raciocinar, argumentar ou avaliar" (PONTE; MATA-PEREIRA; QUARESMA, 2013, p. 59). Outro modelo similar, que também organiza as ações do professor em categorias, e para cada uma delas detalha ações possíveis, é o TMSSR (*Teacher Moves for Supporting Student Reasoning*) de Ellis, Özgür e Reiten (2018).

Baseados nestes dois modelos, Araman, Serrazina e Ponte (2019) organizaram um quadro de análise que descreve as ações docentes que apoiam o raciocínio matemático, mostrado no Quadro 1, e que servirá como suporte para análise no contexto de uma das tarefas apresentadas neste artigo.

Quadro 1: Quadro de análise das ações do professor.

CATEGORIAS	AÇÕES
Convidar	- Solicita respostas para questões pontuais. - Solicita relatos de como fizeram.
Guiar/Apoiar	- Fornece pistas aos alunos. - Incentiva a explicação. - Conduz o pensamento do aluno. - Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes. - Encoraja os alunos e re-dizerem suas respostas. - Encoraja os alunos a re-elaborarem suas respostas.
Informar/Sugerir	- Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos. - Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos. - Re-elabora respostas fornecidas pelos alunos. - Fornece informações e explicações. - Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução.
Desafiar	- Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas). - Propõe desafios. - Encoraja a avaliação. - Encoraja a reflexão. - Pressiona para a precisão. - Pressiona para a generalização.

Fonte: Araman, Serrazina e Ponte (2019, p. 476)

Procedimentos metodológicos

O estudo que deu origem a este artigo foi desenhado como uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Os participantes foram estudantes de cursos superiores de Engenharia de uma Universidade Federal do Paraná, que cursaram a disciplina de CDI 1 (sob responsabilidade do autor) no 2º semestre de 2017 (tarefas 1 e 2), e no 1º semestre de 2019 (tarefa 3). Essa disciplina, com uma carga de 90 horas-aula, contempla o estudo de funções, limites, derivadas e integrais de funções reais, de uma variável real, e foi organizada em uma estrutura curricular "não usual" (TREVISAN; MENDES, 2017) com conteúdos apresentados em formato de espiral (revisitados em vários momentos ao longo do semestre).

Em geral, 25 horas do curso (cerca de 10 encontros de 3 horas-aula de 50 minutos) foram dedicadas ao trabalho com episódios de resolução de tarefas, com os 40 a 50 estudantes da turma organizados em grupos de três a quatro estudantes, em um primeiro momento trabalhando de forma autônoma. O professor acompanhou o trabalho e faz intervenções, quando necessário. Por fim, houve uma discussão coletiva, mediada pelo professor a partir das resoluções dos estudantes, havendo a sistematização de conceitos.

As tarefas selecionadas para este artigo, e propostas logo no início da disciplina, buscaram mobilizar nos estudantes a capacidade de analisar, de maneira coordenada, as mudanças que ocorrem em duas variáveis interdependentes, articulando diferentes representações. Na tarefa 1 (Figura 1), discutida em detalhes por Trevisan e Araman (2021a), ao solicitar que os estudantes descrevessem o gráfico a uma pessoa que não o estivesse vendo, o objetivo foi reconhecer conceitos que seriam mobilizados na elaboração dessa descrição, e os argumentos por eles apresentados para elaborá-la. Embora ambas as funções presentes na tarefa sejam crescentes, $f(x)$ cresce a uma taxa decrescente (sendo, portanto, seu gráfico côncavo para baixo), enquanto $h(x)$ cresce a uma taxa crescente (com gráfico côncavo para cima).

Na tarefa 2 (Figura 2), detalhada em Trevisan e Araman (2021b) era necessário: (i) reconhecer grandezas envolvidas na situação (no caso, altura da água na garrafa e tempo); (ii) reconhecer a direção de crescimento (por exemplo, altura e volume aumentam com o tempo, mas o raio aumenta e depois diminui); (iii) identificar o "modo" como a altura de água varia (inicialmente, crescendo a uma taxa decrescente, e depois crescente); (iv) esboçar um gráfico com mudança de concavidade.

Figura 1: Tarefa 1

Como você descreveria a uma pessoa que não esteja vendo o gráfico de cada uma das funções descritas por meio das tabelas abaixo?

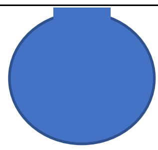
x	0	1	3	6
$f(x)$	1	1,3	1,7	2,2

x	12	15	18	21
$h(x)$	21,40	21,53	21,75	22,02

Fonte: Trevisan e Araman (2021, p. 602)

Figura 2: Tarefa 2

Água é derramada em uma garrafa/vaso a uma taxa constante. Use esta informação e a forma do vaso (figura ao lado) para responder às perguntas a seguir. Esboce um gráfico que relacione a altura da água na garrafa com o passar do tempo. Explique o raciocínio que levou ao seu esboço.



Fonte: Trevisan e Araman (2021, p. 166), adaptada de Carlson et al. (2002).

Já na Tarefa 3 (Figura 3), discutida por Trevisan et al. (2019), é a seguinte: *Quando surge um boato em uma pequena cidade, inicialmente, o número de pessoas que ouviram começa crescendo lentamente e, conforme mais pessoas começam a saber e comentar, espalha-se rápido, até quando o número de pessoas que sabe chegar no limite de pessoas na região. Represente um gráfico que relacione a quantidade de pessoas que sabe do boato com o tempo.*

Os dados recolhidos são compostos por (a) protocolos contendo registros escritos das discussões dos pequenos grupos de estudantes, (b) áudios das discussões nos pequenos grupos, e (c) vídeo da discussão coletiva mediada pelo professor a partir das resoluções dos estudantes. As gravações em áudio e vídeo foram transcritas na íntegra (como parte de um projeto maior), em articulação com os protocolos produzidos, propiciando assim, a organização e a análise dos dados.

Na intenção de reconhecer uma maior variedade de processos de raciocínio que foram mobilizados, bem como evidenciar argumentos apresentados pelos estudantes, no caso das tarefas 1 e 2, foram considerados dados dos tipos (a) e (b), tomando por critério para escolha dos grupos aqueles na qual houve um maior envolvimento dos estudantes na "apresentação, justificação, argumentação e negociação de significados" (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018, p. 399). Por sua vez, com objetivo de compreender como as ações do professor podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático, destacamos dados em (c), considerando um trecho da plenária na qual entendemos ter havido uma participação expressiva dos estudantes, e uma maior variedade dessas ações. Os resultados estão organizados, sequencial e separadamente, para cada uma das tarefas propostas, considerando os objetivos anunciados na introdução do artigo.

Análise dos dados

Tarefa 1

Para análise da Tarefa 1, apresentamos a transcrição do diálogo dos integrantes da equipe com o pesquisador, no intuito de sintetizar o modo como haviam pensado.

A1: A gente fez por valores, fez os gráficos e observou os gráficos como dava para explicar... a gente falou que era uma curva de crescimento e para representar para um cego a gente pegaria a mão dele levaria no ponto de início, no ponto final. Explicaria olha aqui no ponto de início começou com tal valor. E daí o valor de x cresceu um padrão e o valor y cresceu em outro padrão, só que esses padrões são proporcionais e formam essa curva. O crescimento de [valores de] x é mais rápido que o crescimento de [valores de] y. A gente explicou como é a extensão, se uma cresce mais rápido e outra cresce mais lentamente, mais ou menos assim.
Professor: Aqui [referindo-se ao movimento das mãos feito por A1, enquanto falava] os dois ficaram meio que com concavidade voltada para cima, é isso?
A1: Sim
A2: Realmente é guiar a mão dele e ele falando: olha, teve um crescimento assim, pouco acentuado.
A1: Colocar a mão dele tipo: aqui é o início do gráfico, ele começou com tais valores e a partir daí ele foi crescendo com essa cara dessa curva aqui você vai. Você vai dar uma curva fazer ele dar uma curva maior com a mão. Aqui a curva vai crescer mais rápido... eu acho

> que ele sentiria que esse crescimento é mais rápido que esse, daí você explicaria. Você explicaria porque o crescimento é mais rápido que o outro. Taxa de variação de x em relação a y. E do outro x em relação ao outro y.

O grupo reconhece que os gráficos são crescentes (ao utilizar a expressão *curva de crescimento*), e constrói sua argumentação baseada na marcação de pontos feita no papel (*a gente fez por valores, fez os gráficos*). Recorrem à identificação de um padrão para analisar de forma independente as variações absolutas das variáveis independente e dependente para cada das funções (*o valor de x cresceu um padrão e o valor y cresceu em outro padrão*). Mobilizam também ações de comparação entre as taxas de crescimento (absoluto) das variáveis (*o crescimento de x é mais rápido que o crescimento de y*).

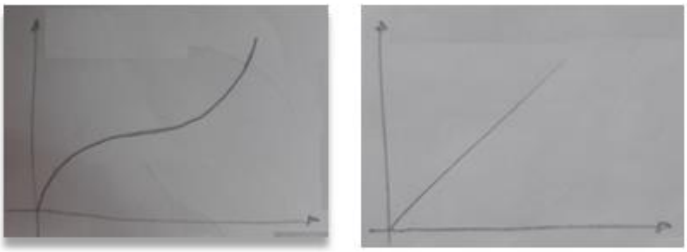
Entretanto, o movimento realizado com as mãos por A1 foi similar para ambas as funções, sugerindo a formação de gráficos côncavos para cima. Embora o professor tenha chamado a atenção para esse fato (*os dois ficaram meio que com concavidade voltada para cima*), o grupo não foi capaz de reconhecer esse fato, retificando a descrição já apresentada. Embora A1 utilize a expressão *taxa de variação de x em relação a y*, não evidencia compreender seu significado, bem como sua relação com a concavidade dos gráficos, deixando sua justificativa carente de apoio.

Tarefa 2

Os integrantes do grupo elaboraram um primeiro esboço (Figura 3, lado esquerdo) e, no trecho da discussão a seguir, procuraram validá-lo:

> **A1:** Então, mas daí o gráfico vai ficar assim, não vai?
> **A2:** É, então, porque ela cresce no começo rápido, depois ela diminui e depois volta mais rápido, por causa daqui [apontando para a parte central da garrafa].
> **A3:** Então, mas daí se for medir a altura do vaso pelo diâmetro, é uma reta.
> **A2:** Não, não porque tipo assim, ó! O raio daqui é menor que o daqui [comparando a parte inferior com a parte central da garrafa] então a quantidade de água que for colocar aqui, ela já vai aparecer aqui. Na hora que ele começar a encher a partir desse ponto, ele vai demorar pra estar crescendo e aqui ele vai crescer mais rápido [apontando os diâmetros da superfície de água na garrafa conforme ela estaria sendo preenchida].
> **A3:** É então, mas estou falando em relação a diâmetro.
> **A2:** Eu acho que ficaria mais ou menos assim [Figura 3, lado direito]. Seria uma reta?

Figura 3: Esboços propostos pelo grupo de estudantes na Tarefa 2



Fonte: Trevisan e Araman (2021b, p. 168)

No intuito de validar o primeiro esboço, A2 elaborou justificativas baseadas no formato da garrafa, imaginando como seriam os diâmetros da superfície de água à medida que ela fosse preenchida. Argumentou que a altura *cresce no começo rápido, depois ela diminui e depois volta mais rápido*. A3, por sua vez, apresentou uma nova conjectura: que o gráfico relacionando a altura de água com o diâmetro da superfície de água seria uma reta. A2 novamente elaborou sua justificativa para o formato do gráfico, mencionando agora o raio em sua argumentação. A3 parece ter ficado confuso e não reconheceu que, implicitamente, os argumentos de A2 consideravam o tempo como variável independente, e não o raio da garrafa. Surgiu uma nova representação (uma reta), realizada por A1 com base na conjectura de A3. A discussão seguiu:

> **A3:** Não. Depende, o que vamos relacionar? Volume ou altura
> **A2:** altura de água na garrafa, tá vendo [apontando para o enunciado da tarefa]?
> **A3:** ah sim.
> **A1:** Daí eu acho que seria esse gráfico assim [Figura 3, lado esquerdo], porque tipo quando começa colocar água aqui ela vai crescer rápido, vai dar uma diminuída na rapidez, olha o tamanho disso aqui [apontando para o centro da garrafa], daí a hora que começar afunilar aqui ele vai crescer mais rápido. Esse gráfico aqui [Figura 4, lado direito] seria de altura de água. O volume vai ser constante, vai tá sempre enchendo na mesma quantidade [Figura 3, lado direito].

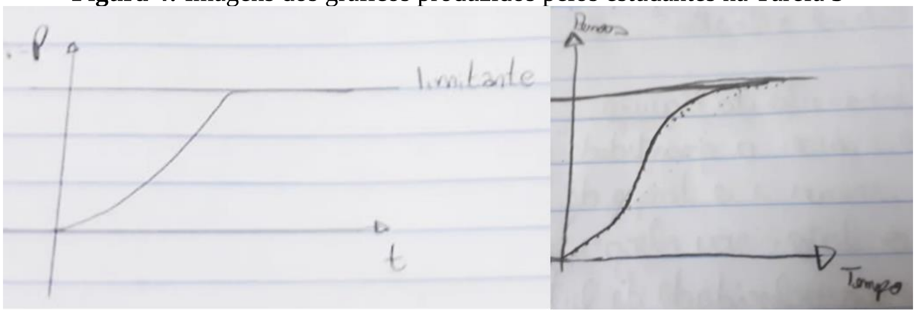
Neste trecho o grupo retornou ao enunciado da tarefa e reconheceu que o gráfico pedido deveria relacionar a altura da água na garrafa com o passar do tempo. A1 reformulou então os argumentos para validar o esboço inicial, baseando-se no "modo" como a altura de água variava. Apontou também o outro gráfico, reconhecendo que ele representava o volume de água na garrafa; porém, em sua justificativa utilizou incorretamente a palavra constante, visto que a taxa de variação do volume que era assumida no enunciado da tarefa como sendo constante.

Embora o grupo tenha validado a conjectura inicial, não fez parte da discussão a elaboração de argumentos que justificassem a mudança de concavidade, ou ainda o fato de o gráfico possuir em sua parte inicial uma concavidade voltada para baixo, e depois para cima. Tais aspectos foram “aceitos” quase que naturalmente por A2 e A3 a partir do esboço elaborado por A1, embora se tratasse de uma justificativa incompleta, que não abordava o conceito de concavidade.

Tarefa 3

No intuito de iniciar uma discussão coletiva, o professor registrou no quadro as duas representações propostas pelos grupos de estudantes (Figura 4), e estes foram *convidados* a explicar seus raciocínios e defenderem seus pontos de vista, a fim de explorarem, matematicamente, as diferenças existentes entre as representações.

Figura 4: Imagens dos gráficos produzidos pelos estudantes na Tarefa 3



Fonte: Trevisan et al. (2019, p.5)

A1: Professor, a gente fez diferente... [em relação ao gráfico na Figura 4, lado esquerdo, que havia sido discutido previamente].
Professor: O que vocês fizeram?
A1: A gente colocou o número de pessoas, mas o gráfico não ficou assim.
Professor: Coloca ele aqui [no quadro] para a gente, fazendo favor.
A1: Eu não sei se está certo.
Professor: Nenhum deles eu falei que está. Explica o que vocês pensaram.
A2: [após esboçar o gráfico da Figura 4, lado direito] A região final dele ao invés de continuar crescendo ele estabiliza porque vai chegar um momento que não tem mais pessoas para saber o boato.
Professor: E como é que “se estabiliza” aparece no desenho?
A2: Número de pessoas vai estabilizar e começa a se estabelecer isso [fazendo com as mãos a mudança de concavidade] nesse desenho. Aqui tá assim.
A3: O nosso [gráfico do lado esquerdo da Figura 3] a diferença é que ele não estabiliza dessa forma, ele estabiliza de uma vez... eles formam um ângulo de 90° na estabilização. Cresce a mesma curva no tempo, só que ele estabiliza de uma vez porque ele chega no limite de pessoas.

Podem-se reconhecer nesse trecho da discussão diferentes ações do professor: inicialmente, ele *guia/apoia*, incentivando a explicação, chamando atenção para alguns aspectos da resolução da tarefa, conduzindo o pensamento do aluno de modo a esclarecer o seu raciocínio. Encoraja a partilha de ideias, aceita e valoriza as diferentes contribuições, independentemente de estarem certas ou erradas. Na continuidade, *desafia* A2 a estabelecer uma relação entre a expressão em linguagem natural (*se estabiliza*) e a representação gráfica, bem como a elaboração de justificativas (no caso, por meio do conceito de mudança de concavidade mobilizado pelo estudante a partir do contexto da tarefa). A discussão prossegue:

> **Professor:** A situação não fecha para gente se isso [diminuição da taxa] está acontecendo ou não. Então se eu interpretar que ocorre um momento em que começa a desacelerar essa propagação do boato, essa desaceleração indicaria para mim que o gráfico correto é qual?
> **A4:** Dois [gráfico da Figura 3, lado direito].
> **Professor:** Agora, se eu não assumir que ocorreu essa desaceleração... que está propagando, propagando, chega uma hora que acabaram as pessoas. O gráfico seria qual?
> **A5:** O primeiro [gráfico da Figura 3, lado esquerdo].
> **Professor:** Na verdade os dois poderiam ser considerados válidos. Em algum momento começa a desacelerar o ritmo do boato propagado, leva a uma mudança na tendência que vinha acontecendo no gráfico. Essa mudança pode ser descrita como? Graficamente, o que aconteceu? Se fosse para você descrever esse gráfico para alguém, como você explicaria?
> **A5:** Que o crescimento desacelerou.
> **Professor**: Mas em termos de representação gráfica, como é o traço que fica no papel, que características que ele tem?
> **A5**: Ele tem duas curvas [referindo-se a uma parte côncava para cima, e outra para baixo].

Nesse trecho, identificamos ações para promoção do raciocínio em duas categorias. Em alguns momentos, as ações do professor procuram validar as respostas dadas pelos estudantes, enquadram-se na categoria *informar/sugerir*. Também, trazendo informações nomenclaturas e conceitos que são novos, naquele momento da disciplina (taxa de variação, concavidade, mudança na concavidade). Por outro lado, questiona a turma no intuito de solicitar justificativas associadas à relação entre a mudança na taxa de variação e a representação gráfica (*desafiar*).

Discussões e considerações finais

Este artigo discute possibilidades para promoção do raciocínio matemático em aulas de CDI, a partir do trabalho com algumas tarefas de natureza exploratória, mais especificamente (i) reconhecendo conceitos matemáticos mobilizados pelos estudantes na elaboração de argumentos que buscam justificar suas resoluções; (ii) discutindo os processos de raciocínio matemático que estudantes mobilizam; (iii) compreendendo ações do professor podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

No que tange aos conceitos do CDI ao qual os estudantes, ao resolverem a tarefa 1, recorreram ao elaborar argumentos e justificativas, reconhecemos que o grupo em análise facilmente reconheceu a direção de crescimento das funções $f(x)$ e $h(x)$. Já o movimento das mãos realizado para representar os gráficos sugere que sejam côncavos para cima, não deixando evidente o reconhecimento da existência de uma assíntota horizontal no gráfico de $f(x)$. No que tange às variações das variáveis, o grupo analisou, de forma independente, as variações nos valores da variável x e da variável y, procurando reconhecer algum tipo de padrão nessas variações (sem, contudo, realizar o cálculo dessas taxas). Consequentemente, não foi capaz de estabelecer uma relação com a concavidade do gráfico das funções. Embora os argumentos apresentados não contemplassem todos os aspectos desejados pelo professor, a tarefa mobilizou nos estudantes a necessidade de elaborar argumentos para explicar as variações observadas nas tabelas e, para isso, mobilizaram os processos de raciocínio de identificar padrão e comparar. Na sequência, fizeram tentativas de validação, apresentando justificativas (a partir de seus conhecimentos matemáticos) que apoiassem suas explicações, conforme defendem Lannin, Ellis e Elliot (2011).

No que tange aos processos do raciocínio, o grupo que resolveu a tarefa 2 elaborou uma primeira conjectura, estando presente, nesse momento, o conhecimento matemático relacionado à taxa e à direção de crescimento. Esta conjectura foi ilustrada por meio do esboço de um gráfico, que, na sequência da discussão, os alunos tentaram validar, identificando relações que permitem entender porque uma afirmação era verdadeira ou falsa (ARAMAN; SERRAZINA; PONTE, 2019). É o que ocorreu na sequência da discussão, em que os estudantes tentam, a partir de novas relações entre os conhecimentos matemáticos (remetem ao formato da garrafa, a sua altura e ao seu diâmetro) validar a conjectura elaboradas por eles.

A discussão proporcionou a elaboração de uma nova conjectura ilustrada em um novo esboço de gráfico, que não foi aceita de imediato pelo grupo, dando continuidade a novas discussões e novas relações são estabelecidas. O grupo optou por validar a primeira conjectura e o primeiro gráfico esboçado por meio de uma justificativa que, embora fosse apoiada em “argumentos lógicos baseados em ideias já compreendidas anteriormente” (LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011, p. 11), apresentou o uso equivocado do termo “constante” e não abordou o conceito de concavidade.

Acerca das ações do professor que podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático, a partir da análise de um trecho de discussão coletiva da tarefa 3, nota-se que seu início tem origem na ação de *convidar*, no qual os alunos são solicitados a relatar aos demais como resolveram a tarefa. Posterior a isso, podemos observar as ações de *guiar/apoiar,* em momentos no qual o professor buscou destacar alguns aspectos da fala dos estudantes, num primeiro momento clarificando alguns aspectos de cada um dos gráficos, e por fim estabelecendo comparações entre eles. Segundo Ellis, Özgür e Reiten (2018), essas ações apresentam uma elevada capacidade para o progresso do raciocínio dos alunos, uma vez que o objetivo dos questionamentos, bem como o seu encadeamento, contribui para a generalização e justificação de ideias matemáticas. Na categoria *informar/sugerir,* as ações se desenvolvem para validar as respostas corretas e trazendo informações, nomenclaturas e conceitos que são novos. Por fim, ações da categoria *desafiar* tornam-se mais presentes nos momentos em que o professor procura aprofundar justificativas de fatos trazidos pelos estudantes. Para Ellis, Özgür e Reiten (2018), as ações dessa categoria são as que apresentam maior potencial para o desenvolvimento de processos de raciocínio mais sofisticados, como generalizar e justificar.

O potencial das tarefas é um ponto a ser considerado. Por um lado, oportunizaram aos estudantes algumas possibilidades de explorar relações quantitativas entre as variáveis, "prestando atenção" a essas quantidades e na relação entre elas, e utilizar diferentes representações matemáticas. As narrativas construídas evidenciaram um movimento no sentido de analisar de forma coordenada as mudanças que ocorrem em duas variáveis interdependentes sem que, entretanto, os grupos fossem capazes de explicitamente relacionar essas mudanças com a concavidade do gráfico da função. Por outro lado, as tarefas apresentaram limitações com relação aos processos de raciocínio, não possibilitando, por exemplo, processos como generalizar, provar ou provar formalmente.

Um trabalho mais constante com tarefas de natureza exploratória e o raciocínio matemático pode aprimorar a capacidade dos estudantes de mobilizar mais processos do raciocínio matemático, conduzindo-os a compreender que as justificativas matemáticas são elaboradas a partir de argumentos lógicos baseados em ideias já compreendidas anteriormente, sem recorrer a argumentos baseados em autoridade, percepção, senso comum ou exemplos particulares (LANNIN, ELLIS; ELLIOT, 2011), como ocorreu em alguns casos.

Agradecimentos

O autor agradece à Fundação Araucária e ao CNPq pelo apoio à pesquisa.

Referências

ARAMAN, E. M. O., SERRAZINA, M. L., PONTE, J. P. “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 2, n. 2, p. 466-490, 2019.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Alegre: Porto Editora, 1994.

ELLIS, A., ÖZGÜR, Z., REITEN, L. Teacher moves for supporting student reasoning. **Mathematics Education Research Journal**, v. 30, n. 2, p. 1-26, jun. 2018.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 96, n. 1, p. 1 – 16, 2017.

LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOT, R. **Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2011.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante,** vol. XXII, n. 2, p. 55-81, 2013.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**, Rio Claro, v. 12, n. 61, p. 398-418, 2018.

SILVA, K. A.; BORSSOI, A. H.; FERRUZZI, E. C. Aprendizagem colaborativa em Modelagem Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2018. Foz do Iguaçu. **Anais**... Foz do Iguaçu, 2018. p. 1-13.

TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M. O. Argumentos Apresentados por Estudantes de Cálculo em uma Tarefa de Natureza Exploratória. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 23, p. 591-612, 2021a.

TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M. O. Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes de Cálculo em tarefas envolvendo representações gráficas. **Bolema**, v. 35, p. 158-178, 2021b.

TREVISAN, A. L.; BORSSOI, A. H.; ELIAS, H. R. Delineamento de uma Sequência de Tarefas para um Ambiente Educacional de Cálculo. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2015. Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis, 2015. p. 1-12.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo Integral. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 353-373, 2017.

TREVISAN; A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 11, n. 1, p. 209-227, 2018.

TREVISAN, A. L.; SILVA, D. D. L.; VOLPATO, M. A.; ALVES, R. M. A.; OLIVEIRA, P. B. O raciocínio matemático em um episódio de resolução de tarefas de Cálculo. In: XLVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2019, Fortaleza. **Anais...** Cobenge, 27. 2019. v. 1. p. 1-11.

VOLPATO, G. Pandemia e ensino superior: novos tempos, novos desafios, 2021. Disponível em < http://portal.inpeau.ufsc.br/pandemia-e-ensino-superior-novos-tempos-novos-desafios>. Acesso em 13 maio 2021.

Um olhar geométrico para o verde dos ciprestes e dos pingos de ouro

A geometrical look at the green of cypress and gold drops

José Carlos Pinto Leivas
Universidade Franciscana
leivasjc@gmail.com

Resumo
Neste artigo, apresenta-se resultados de uma pesquisa qualitativa que teve por objetivo investigar como participantes de uma oficina de Geometria, realizada em um evento colombiano e em uma sessão com membros de um grupo de ensino e pesquisa brasileiro, visualizavam formas geométricas de fotografias de arbustos (ciprestes e pingos de ouro) que o investigador encontrava ao deslocar-se em um ambiente urbano. A análise foi feita a partir das justificativas da forma visualizada em duas situações: três superfícies esféricas tangentes e um toro. As atividades foram realizadas a distância, de forma remota, por meio de uma plataforma *Meet*, e a coleta de dados, por meio de um formulário do *Google Forms*. No primeiro grupo, participaram 29 indivíduos e, no segundo, 14. Foram elaboradas duas categorias: objetos geométricos planos e objetos geométricos espaciais. Os resultados mostraram que os indivíduos têm dificuldade em distinguir representações dos objetos e, assim, alguns conflitos cognitivos foram encontrados, pois grande parte somente visualizou formas geométricas planas como circunferências, círculos etc. Na representação do toro, poucos foram os que chegaram à nomenclatura correta, porém apresentaram aproximações como *donut*, rosquinha etc. Também, nas superfícies tangentes a caracterização exata foi feita por um único participante. Conclui-se que são necessárias outras investigações deste tipo, a fim de desenvolver visualização e pensamento geométrico em contextos diversos.

Palavras-chave: visualização; toro; superfícies esféricas tangentes; internacionalização.

Abstract
This article presents the results of a qualitative research that aimed to investigate how participants in a Geometry workshop, held in a Colombian event and in a session with members of a Brazilian teaching and research group, visualized geometric shapes from photographs of shrubs (cypresses and a drop of gold) that the researcher found when moving in an urban environment. The analysis was made based on the justifications of the visualized form in two situations: three tangent spherical surfaces and a torus. The activities were carried out remotely, remotely, using a Meet platform and data collection using a Google Forms form. In the first group, 29 individuals participated, and in the second, 14. Two categories were elaborated: flat geometric objects and spatial geometric objects. The results showed that individuals find it difficult to distinguish representation of the object and, thus, some cognitive conflicts were found, since most of them only visualized plans geometric shapes such as circumferences, circles, etc. In the representation of the torus, few were the ones that arrived at the correct nomenclature, but presented approximations such as donut, donut, etc. Also, on the tangent surfaces, the exact characterization was made by a single participant. It is concluded that further investigations of this type are necessary, an objective of developing visualization and geometric thinking in different contexts.
Keywords: visualization; torus; spherical surfaces tangent; internationalization.

Introdução

Os textos que envolvem Geometria, de um modo geral, reportam-se desde as questões de invasão do Rio Nilo aos Elementos de Euclides, e lamentam, muitas vezes, o abandono dessa área do conhecimento matemático. Os avanços nas pesquisas e, especialmente, no ensino de conhecimentos geométricos, entretanto, parecem avançar um pouco lentamente, perpassando as geometrias não euclidianas e a chegada às inovações das tecnologias com a Geometria Dinâmica.

Poder-se-ia questionar como está sendo feito o ensino de Geometria nos diversos níveis, a saber, são dadas definições dos objetos geométricos, as relações ou fórmulas envolvidas e as aplicações, ou os professores preparam os seus estudantes para elaborarem, no seu devido tempo de aprendizagem, os construtos mentais que os conduzem a formulações corretas. A respeito do papel dos professores na preparação dos aprendizes para que entendam o que significa definir uma figura, pode-se levar em consideração discussões como a de Herbst, Gonzalez e Macke (2005) sobre a importância das definições em Matemática. Os autores argumentam haver maior apreciação quando uma definição estiver envolvida com atividades que geram figuras com propriedades características.

Costa (2020), com base nas concepções de Gravina (2001) e Leivas (2009), avança no sentido de uma definição própria de pensamento geométrico, de fato, relevante para a interpretação dos dados na presente pesquisa aqui relatada. O autor expressa:

> [...] pensamento geométrico é a capacidade mental de produzir conhecimentos em Geometria; de mobilizar, de forma coerente, os instrumentos geométricos na resolução de problemas; é a capacidade de entender a complexidade dos fenômenos e de realizar inferência sobre eles; de reconhecer e verificar a relevância da Geometria como um instrumento para compreensão do mundo físico e como um modelo em Matemática para entendimento do mundo teórico (p. 16).

Reforça-se, no presente trabalho, a importância de envolver objetos do cotidiano nos quais emerjam similaridades com formas geométricas específicas, o que pode contribuir para a formação de pensamento geométrico. Ao que tudo indica, propriedades e relações podem ser construídas a partir dos construtos visuais de tais elementos, encontrados ao redor do indivíduo. Isso parece ir ao encontro do que Herbst, Gonzalez e Macke (2005, p. 2) comentam:

> [...] em relação à aprendizagem dos estudantes de definições para geometria, os objetos, na aula de geometria do ensino médio, sugerem que os alunos compreenderão quais são as definições de objetos geométricos particulares são significativos apenas se eles também aprendam o que significa definir um conceito matemático (trad. livre)[1].

[1] Those comments are especially appropriate with regard to students' learning of definitions for geometric objects in the high school geometry class, suggesting that students will grasp what the definitions of particular geometric objects mean only if they also learn what it means to define a mathematical concept.

Como é possível observar na citação, os autores argumentam a relevância das definições estarem atrelados ao conceito formal. Diante das considerações precedentes, pode-se encaminhar a pesquisa à seção sobre a discussão teórica.

Discussão teórica

Os termos imaginação, visualização, representação, embora não recentes, têm recebido algum interesse em pesquisas na Educação Matemática. Um exemplo é a criação de um *Working Group* (WG 6) específico na CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION (PME 43), 2019, na qual foi abordado o tema 'imaginação e visualização'. Antes disso, na PME 30, em 2006, também já apareciam trabalhos a respeito da visualização na aprendizagem matemática. Rösken e Rolka (2006) indicavam que esse tema vinha sendo abordado por muitos matemáticos.

O autor deste artigo, que também investiga a temática, define visualização como "um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos" (2009, p. 111). Essa definição vem ao encontro da proposta de Arcavi (1999, p. 217), para quem visualização é:

> [...] a habilidade, o processo e o produto de criação, interpretação, uso e comentário sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de desenhar e comunicar informações, pensar sobre e desenvolver ideias não conhecidas e avançar na compreensão.

Destaca-se os dois conceitos, uma vez que estão bem atrelados ao objeto da presente pesquisa, a saber, elaborar construtos mentais a partir de figuras e imagens percebidas por indivíduos em duas situações bem diversas. Assim, representações de objetos que podem estar associados a elementos do dia-a-dia são relevantes para o esboço de definições, bem como desencadear o estudo de curvas e superfícies no âmbito da Geometria Analítica ou Cálculo Diferencial.

A respeito de representações, não se poderia deixar de trazer a referência de Piaget e Inhelder (1993), porém, antes disso, abordar o significado de intuição, uma vez que tal habilidade está intimamente associada às duas precedentes: visualização e representação. Para Fischbein (1987), intuição é "uma ideia que possui as duas propriedades fundamentais de uma realidade concreta, dada objetivamente; imediaticidade, isto é, evidência intrínseca e certeza (não certeza formal convencional, mas praticamente significativa, certeza imanente" (p. 21). Portanto, intuir formas geométricas que o indivíduo encontra em imagens (por exemplo fotografadas de objetos naturais), associando-as a representações daquelas definidas na linguagem matemática, parece ser um bom indicativo do que foi definido antes por Costa (2020) como pensamento geométrico.

Piaget e Inhelder (1993) indicam que "a intuição do espaço não é mais uma leitura das propriedades dos objetos, mas, antes, desde o início, uma ação exercida sobre eles" (p. 469). Assim, ao explorar a intuição enquanto observa a foto de uma árvore, o indivíduo pode perceber propriedades dessa representação do objeto associadas à definição da figura matemática. Por exemplo, ao observar, em um jardim, um cipreste[2] decorado em forma de paraboloide ou elipsoide, o indivíduo que estudou Geometria Analítica, Cálculo ou Geometria Diferencial, deveria constatar que se trata de superfície de revolução (rotação de uma parábola ou de uma elipse), dentre outras propriedades. Para os autores:

> [...] a imagem nunca é outra coisa senão a imitação interior e simbólica de ações anteriormente executadas, de início, depois simplesmente executáveis, das quais constamos a importância na construção das formas, a partir das relações topológicas de vizinhança, de ordem e de envolvimento (PIAGET; INHELDER, 1993, p. 469-470).

No que diz respeito ao processo didático do ensino/aprendizagem em Matemática, Sánchez Huete e Fernández Bravo (2006) abordam a 'assimilação', a qual ocorre em etapas ou fases: (1) apresentação expositiva dos modelos e exemplos (sendo esta a mais usual em grande parte de disciplinas em cursos de formação de professores, como o Cálculo e a Álgebra); (2) a codificação e a interpretação (a qual não aparece, por exemplo, na interpretação geométrica ou física da derivada); (3) a pré-codificação; (4) a elaboração-codificação. As duas últimas norteiam a pesquisa realizada.

Metodologia da pesquisa

A presente pesquisa é de abordagem qualitativa, uma vez que "A pesquisa qualitativa evita números, lida com interpretações das realidades sociais, e é considerada soft" (BAUER e GASKELL, 2015, p. 23). Poder-se-ia enquadrá-la, também, como um estudo de caso, uma vez que "[...] se concentra no estudo de um caso particular, considerado representativo de um conjunto de casos análogos, por ser significativamente representativo". Além disso, na

[2] Nome científico *Cupressus sempervirens*

pesquisa qualitativa, "[...] os dados devem ser coletados e registrados com o necessário rigor e seguindo todos os procedimentos da pesquisa de campo. Devem ser trabalhados, mediante análise rigorosa, e apresentados em relatórios qualificados" (SEVERINO, 2016, p. 128).

A investigação foi realizada em dois momentos: (1) o primeiro ocorreu em janeiro de 2021, em uma oficina desenvolvida pelo autor do artigo em um evento internacional, realizado na cidade de Bogotá, Colômbia; (2) a coleta de dados foi feita por meio de um formulário no *Google Forms*, em que os participantes deveriam justificar suas respostas e, assim, o pesquisador poderia analisar rigorosamente as respostas, enquadrando-as em duas categorias, a saber, figuras planas e figuras espaciais. Nesta etapa, os 29 participantes que responderam ao formulário eram estudantes e professores de 18 instituições de diversos países e com variado nível de escolaridade, como será descrito posteriormente, uma vez que o evento ocorreu de forma online.

O mesmo formulário foi replicado, em um segundo momento, com um grupo de estudos liderado pelo autor da pesquisa, em uma instituição no Sul do Brasil. Dessa vez, a pesquisa teve a participação de 14 estudantes de níveis também variados, desde graduandos a pós-doutores, pertencentes a diversas instituições, inclusive em estados distintos da federação brasileira.

Tanto em um grupo investigado quanto no outro, o primeiro item do formulário solicitava um codinome para evitar as identificações. Para facilitar as análises, os participantes do primeiro grupo serão identificados pelas siglas[3] PC_1, PC_2, ..., PC_{29}. enquanto que os do segundo, por PB_1, PB_2, ..., PB_{14}.

O questionário foi constituído de 6 fotografias obtidas pelo autor, de árvores ornamentadas (ciprestes recortados) à frente de residências de uma cidade urbanizada da região metropolitana do RS, onde reside o investigador. Em período de pandemia, as atividades físicas deste se restringiram ao espaço aberto, ou seja, caminhadas matinais, nas quais seu olhar de geômetra detectou formas geométricas ali constituídas.

Neste artigo, será feito um comparativo entre as respostas fornecidas pelos dois grupos, de forma a proporcionar um panorama representativo para o entendimento dos processos de visualização entre professores em formação, inicial ou continuada, atuantes em

[3] PC para indicar participante colombina e PB para participante brasileiro.

diversos níveis de escolaridade, especialmente sobre concepções visuais latinoamericanas. A Figura 1 ilustra as seis imagens constantes do formulário.

Figura 1: As seis figuras constantes do formulário.

Fonte: dados da pesquisa

As três primeiras já foram objeto de um artigo (no prelo) com uma análise detalhada das representações a partir da coleta de dados fornecidas pelo primeiro grupo. Neste artigo, será feita a análise simultânea de duas delas, a quarta e a quinta, com base nos dados coletados em ambos os grupos.

Cabe ressaltar que a análise de dados obtidos a partir de imagens como fotografias é indicada por Loizos (2015) como favorável para a pesquisa qualitativa, ou seja, “Ela trata mais das possiblidades para aplicações de métodos visuais a serviço da pesquisa social e das limitações desses métodos” (p. 137). Isso vai ao encontro das pesquisas do autor sobre ‘pensamento visual ou visualização’ como habilidade que pode ser desenvolvido no ensino de Geometria. Assim, essa disciplina pode ser útil como uma didática para o ensino de outras disciplinas, conforme o autor deste artigo tem defendido em trabalhos anteriores.

Apresentação e análise de dados

Tanto na formação inicial quanto na continuada, é frequente o emprego de fórmulas prontas, pois muitos entendem que isso conduz o aluno à aprendizagem. Porém, ignora-se o fato de que esse tipo de abordagem não leva à compreensão relacional indicada por Skemp (1993). No primeiro caso, não há exploração dos porquês, ou seja, trata-se do que ele chama de compreensão instrumental. Já no segundo caso (compreensão relacional), busca-se uma aprendizagem pela compreensão dos conceitos e suas relações.

Disciplinas como Cálculo, Geometria Analítica ou Álgebra Linear, geralmente não exploram visualmente conceitos como o de derivada no primeiro caso (tangente a uma curva como primeira derivada ou integral definida como comprimento de arco de uma curva). Na segunda, falta interpretação visual/geométrica de leis matemáticas como a das cônicas em uma métrica que não seja a euclidiana. Na terceira, ocorre ausência de interpretação geométrica de algumas matrizes (associadas a movimentos como rotação, por exemplo).

Portanto, julgou-se oportuna esta pesquisa, a fim de analisar como os participantes visualizavam formas geométricas aproximadas, obtidas em fotografias e que, certamente, assemelham-se a formas geométricas espaciais estudadas nessas disciplinas.

A partir das respostas ao formulário, foram definidas duas categorias de análise, figuras planas e figuras espaciais, uma vez que se constatou uma grande recorrência de identificações de representações associadas a figuras planas. Há de considerar-se que as imagens apresentadas não são o objeto em si, mas suas representações no plano, uma vez que todas simbolizam àqueles encontrados no ambiente 3D.

Na Figura 2, apresenta-se a imagem fotografada em uma calçada, na qual o investigador observou três superfícies aproximadamente esféricas com as três plantas. Entende-se a similaridade observada na superfície, uma vez que o objeto natural não é plenamente preenchido e, por isso, não poderia caracterizar o sólido esfera.

Figura 2: Superfícies esféricas tangentes

Fonte: dados do pesquisador

Nos dois grupos, nenhum participante acusou não ter visualizado alguma forma geométrica na imagem fornecida, ainda que nem sempre a caracterizando corretamente. Ao propor essa imagem, o investigador tinha a hipótese preliminar que seriam indicadas três esferas tangentes entre si, ou algo similar. Nas duas categorias definidas na investigação, os resultados estão tabulados no Quadro 1. Cabe assinalar que os estudantes poderiam associar mais de uma forma em suas justificativas.

Quadro 1: Categorias de objetos planos e espaciais

Objetos geométricos planos		**Objetos geométricos espaciais**	
GRUPO 1	**GRUPO 2**	**GRUPO 1**	**GRUPO 2**
Círculos: (5)	Dois círculos ou esferas: (1)	Esferas: (8)	Esferas: (7)
Circunferências: (2)		3 esferas: (3)	3 esferas: (3)

Semicircunferência: (1)		Esferas que se cortam: (1)	Elipsoide: (3)
Formas retangulares: (1)		União de esferas: (1)	
Elipses ou elipses no espaço: (2)		3 bolas tangentes entre si: (1)	
Circunferência_diagrama de Veen: (1)		esferoides: (2)	Formato esférico: (1)
Semicircunferências: (1)		Ovais ou formas ovoides: (2	
Total = 13	Total= 1	Total = 18	Total =14

Fonte: dados do pesquisador

Ao observar os dados coletados no Grupo 1, percebe-se um conflito cognitivo entre um objeto e sua representação, uma vez que a imagem obtida por uma fotografia é de um objeto espacial. Assim, ao perceber a forma geométrica, só poderia ser de objeto espacial. Esse grupo identificou um total de 13 elementos geométricos planos para um total de 18 espaciais. Ao denotar como ovais, ovoides e esferoides, parece indicar visualização espacial coerente, o que vai ao encontro do dito por Piaget e Inhelder (1993) sobre a intuição do espaço não ser leitura das propriedades dos objetos.

Em relação ao segundo grupo, apenas um respondente indicou tratar-se de um círculo ou esfera, o que ilustra certo conflito cognitivo entre o objeto representado e o real (círculos ou esferas), inclusive indicando serem dois e não três. A esse respeito, o segundo grupo foi mais incisivo do que o primeiro, pois houve uma única indicação de representação plana contra 13 (PB_8). Ao que tudo indica, esse grupo mostra que o processo didático da aprendizagem destes indivíduos revela a 'assimilação', conforme preconizam Sánchez Huete e Fernández Bravo (2006), especialmente na etapa ou nas fases de apresentação expositiva do modelo em apreço.

No primeiro grupo, observou-se 13 ocorrências da palavra 'esfera', enquanto no segundo, 10. No entanto, apenas PC_{20} caracterizou as três como "*3 bolas tangentes*". Por sua vez, PC_{12} deu uma resposta que, na compreensão do investigador, que conduziu a pesquisa, parece bastante inusitada: "*circunferências_diagrama de VEEN*". Salienta-se, também, a justificativa de PC_{26} dos entes geométricos serem semicircunferências.

Em alguns casos, os participantes tiveram dificuldades de expressar adequadamente suas percepções em termos de linguagem matemática correta, como foi o caso de PB_7: "*Dois* *círculos ou esferas, pela forma arredondada, mas sem estar tão achatada em algum ponto"*. Como se tratava de representação de um objeto espacial, a deformação que o participante percebe como 'achatamento' parece não se configurar. Isso vai ao encontro do citado por Piaget e Inhelder (1993) de que "a imagem nunca é outra coisa senão a imitação interior e simbólica de ações anteriormente executadas" (p. 469).

O indivíduo PB_9 lembrou da existência de uma figura espacial ao justificar: "*As copas das árvores lembram elipsoides*". Porém, não há como identificar a razão de ter indicado apenas as copas, uma vez que o objeto que poderia se assemelhar a tal ente geométrico seria a árvore como um todo. O participante PB_{10} visualizou mentalmente a rotação ao indicar: "*Três Sólidos formados pela rotação de uma Elipse em volta do seu eixo*". Essa constatação faz sentido e leva a Fischbein (1987), quanto a intuição remeter a propriedades de uma realidade concreta, ou ainda, a uma evidência intrínseca, isto é, a uma certeza não formal, mas igualmente significativa.

PB_{11} indica: "*Cada uma das três partes da árvore remete a uma esfera. Unidas, não me remetem a forma alguma*". Essa explicação é coerente, porém, o participante não percebeu que as três esferas seriam tangentes. A justificativa de PB_{14} é bem interessante, tendo em vista que identifica a representação como uma forma espacial: "*[...] me parecem três superfícies esféricas, tangentes duas a duas, pois cada copa da arvore está 'bem arredondada', lembrando uma esfera*". Percebe-se, na justificativa desse estudante, o apontado por Costa (2020) a respeito de pensamento geométrico, ou seja, sua capacidade mental de produzir conhecimento em Geometria, mobilizando instrumentos geométricos adquiridos para resolver um problema. Em outras palavras, o estudante identifica uma forma geométrica 3D em uma representação que leva em consideração uma situação de compreensão do mundo real.

Pode-se concluir que houve uma percepção acentuada do objeto 3D esfera em contrapartida ao 2D, muito embora ainda seja possível verificar a existência de falta de percepção espacial/plana em Geometria. Algumas situações particulares podem ilustrar conflitos cognitivos em representações de objetos geométricos espaciais em planos (que é o caso das fotografias), ou até mesmo seu emprego para representar outros conceitos. A análise comparativa das justificativas dos dois grupos vai ao encontro do desenvolvimento de pensamento geométrico com as concepções de Gravina (2001). Em particular, com o formalizado por Leivas (2009): “[...] pensamento geométrico é a capacidade mental de produzir conhecimentos em Geometria [...]” (p. 16).

Na sequência, será analisada a quinta imagem da investigação, a saber, a constante na Figura 3.

Figura 3: imagem assemelhada ao toro.

Fonte: dados do pesquisador

O investigador tinha expectativa de que a imagem poderia estar associada ao objeto geométrico toro. Da mesma maneira feita na análise da imagem precedente, as respostas foram enquadradas nas duas categorias: formas geométricas planas e formas geométricas espaciais.

Quadro 2: Categorias de objetos planos e espaciais

Objetos geométricos planos		**Objetos geométricos espaciais**	
GRUPO 1	**GRUPO 2**	**GRUPO 1**	**GRUPO 2**
Círculos ou circunferências: (9)	coroa (circular) (2d): (4)	Toro: (9)	“Rosquinha” (3d): (1)
Elipse: (2)	2d-circunferências: (1)	Anel ou aro: (3)	Toro (de revolução): (5)
Setor circular: (1)	Circunferencia(s): (4)	Arruelas: (1)	3d- toro: (1)
Reta: (1)			esfera vazada: (1)
			Cilindro: (1)
			Espacial: (1)
Total = 13	Total = 9	Total = 13	Total: 10

Fonte: dados do pesquisador

O formulário questionava, incialmente, se algum dos participantes visualizava na imagem alguma forma geométrica (poderia haver duplicidade de registros nas justificativas). Com relação ao primeiro grupo, três participantes responderam ‘Não’, enquanto os demais se posicionaram conforme o Quadro 2, totalizando 13 incidências em ambas categorias. Nem todos identificaram a nomenclatura correta. Algumas dessas denominações chamaram a atenção do pesquisador, por exemplo, as denominações de aros (arruelas em espanhol):

PC_{10}: "*Principalmente identifico uma forma de toro"* (ou dona no espanhol).

PC_{20}: "*um toro, dona ... el césped forma um anillo*" (um toro ou rosquinha ... a grama forma um anel). A explicação não fica clara na medida em que o estudante parece compreender o arbusto como sinônimo de grama.

PC_{23} havia assinalado que não identificava forma geométrica na imagem, porém justifica dizendo: "*parece uma dona, pero no recuerdo el nombre geométrico*" (parece uma rosquinha, porém não recordo o nome geométrico).

PC_{27} havia dito não identificar figura geométrica, mas justifica "*circular la forma del arbusto*" (circular a forma do arbusto). Isso não esclarece a identificação do objeto geométrico pelo participante.

Com relação às respostas/justificativas do segundo grupo, observa-se um número muito próximo de referências a visualizações de representações planas em comparação à espacial. Entretanto, as justificativas são mais consistentes e variadas do que as do grupo anterior. Em um primeiro momento, pode-se interpretar que a intuição deste grupo, na perspectiva de Fischbein (1987), esteve presente no sentido de produzir uma evidência intrínseca, sem uma certeza formal, convencional, especialmente como se ilustra nas seguintes argumentações:

PB_1. "*A figura se assemelha a uma coroa circular (2d) ou a uma "Rosquinha" (3d)*". O respondente percebeu figura plana (representação do arbusto no plano da foto). O mesmo ocorreu com o investigado PB_4.

PB_6. "*Os arbustos do contorno do canteiro formam parte de um cilindro, visto como um corte paralelo a base*". Esta justificativa fica um tanto quanto imperceptível ao investigador e, se fosse possível uma entrevista, poderia ter sido dirimida a percepção visual do cilindro pelo participante. Como eles não se identificaram, tal possibilidade não ocorreu.

Alguns dos participantes identificaram o arbusto como 'pingo de ouro'[4] e explicitaram que a figura observada era a formada pela planta em questão, como por exemplo:

[4] Nome científico *Duranta erecta aurea*

PB$_9$*: "A plantação de pingos de ouro tem o formato que lembra um toro*".

Ficou bastante confusa a indicação de PB$_8$ de ser uma "*esfera vazada*", pois este conceito inexiste, ou é superfície esférica, ou é esfera. A justificativa fornecida por PB$_{12}$ é considerada em virtude de ter ido bem além em termos visuais e conceituais: "*Remete a um toro de revolução*". Por fim,

PB$_{14}$: "*As folhas verdes claras, tomadas como figura espacial, me parecem um toro, pois formam algo parecido com uma "câmara de pneu"*".

Grande parte das justificativas e argumentações apresentadas pelos dois grupos indicam que o processo de visualização, como produto de criação, interpretação, uso e comentário sobre figuras, imagens, diagramas, proporcionaram realizar comentários e argumentos para comunicar informações decorrentes de um processo de formação geométrica inicial, o que vai ao encontro do indicado por Arcavi (1999).

Conclusões

Neste artigo, tivemos o objetivo de comparar como dois grupos de indivíduos de diversas nacionalidades e graus de escolaridade interpretavam imagens de arbustos em um ambiente urbano. Entende-se aqui aqueles arbustos que são ornamentados, em grande maioria das vezes, aproximam-se de formas geométricas espaciais.

Em tempos da pandemia do COVID-19, a investigação ocorreu em dois espaços distintos e de forma remota: o primeiro em um evento internacional realizado em Bogotá, envolvendo 18 instituições de várias regiões da América Latina (colombianas, chilenas, brasileiras etc.) e, no segundo espaço, em um grupo de estudos e pesquisas em Geometria, liderado pelo autor da pesquisa, o qual também envolve participantes de várias instituições brasileiras e variado nível de escolaridade.

Para este artigo, foram escolhidas duas imagens, sendo uma visualizada, aproximadamente, como três superfícies esféricas tangentes entre si, e a segunda, similarmente, como um toro.

Os resultados mostraram que houve uma concentração bastante grande nas duas interpretações de figuras geométricas planas, principalmente pelo Grupo 1 (evento colombiano) e com maior incidência, ainda, na questão das superfícies esféricas. Já o Grupo 2 (brasileiro) teve um destaque nas aproximações da identificação do toro.

Percebeu-se que a intuição dos indivíduos, em grande parte, os conduziu à percepção visual de uma imagem mental, visualização no sentido apontado por Leivas (2009), Arcavi (1999), dentre outros. No entanto, conclui-se haver uma dificuldade, talvez memorística, de associar a imagem à uma forma geométrica que, certamente, já deveria ter sido encontrada em alguma disciplina de formação de professores de Matemática.

Além disso, conclui-se que a pesquisa apontou que a aprendizagem desses participantes, no que diz respeito a definições e a Geometria, não parece ter sido assimilada, uma vez que não relacionam objetos do mundo real a suas respectivas representações matemáticas. Assim, não indicam formas geométricas estudadas ao longo de suas escolaridades, o que vai ao encontro do que apontam Herbst, Gonzalez Macke (2005). Isso também é condizente com a pesquisa de Sanchez Huete e Fernández Bravo (2006) quanto à assimilação, por exemplo, que deveria ocorrer na apresentação expositiva de modelos.

Acredita-se que atividades dessa natureza tendem a desenvolver habilidades visuais nos professores de Matemática, de modo que permitam aos indivíduos associarem formas geométricas envolvidas em diversas disciplinas do currículo. A Geometria pode tornar-se útil para a aquisição do formalismo matemático, não ficando restrita aos aspectos algébricos envolvidos. Nesse sentido, acredita-se na Geometria como uma didática para o ensino de disciplinas diversas e, com isso, o estudante poderá desenvolver pensamento geométrico, potencialmente facilitador para sua efetiva aprendizagem.

Referências

ARCAVI, A. The role of visual representation in the learning of mathematics. In: NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE PME, 1999. **Proceedings**… Disponível em: <http://www.clab.edc.uoc.gr/aestit/4th/PDF/26.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2021.

COSTA, A. P. da. **O Pensamento Geométrico em Foco**: construindo uma definição. Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**.** Mossoró, v. 6, n. 16, março/2020.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics**: an educational approach. Dordrecht: Reidel, 1987.

______. **Intuition in science and mathematics**: an educational approach. 2. ed. Dordrecht: Reidel, 1994.

BAUER, M.W.; GASKELL, G. **Pesquisa Qualitativa com texto, imagem e som**: um manual prático. 13a. ed. Petrópolis : Vozes, 2. reimpressão 2015.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) –Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

HERBST, P.; GONZALEZ, G.; MACKE, Mi. **How Can Geometry Students Understand What It Means to Define in Mathematics?** The Mathematics Educator, 2005, Vol. 15, No. 2, 17-24

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, Intuição e Visualização:** a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de Licenciatura de Matemática. 2009. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

LOIZOS, P. Video, filme e fotografias como documento de pesquisa. In: BAUER, M.W.; GASKELL, G. **Pesquisa Qualitativa com texto, imagem e som**: um manual prático. 13a. ed. Petrópolis: Vozes, 2. reimpressão 2015, p. 137-155.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A representação do espaço na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

RÖSKEN, B.; ROLKA, K. A Picture is Worth a 1000 Words – The Role of Visualization in Mathematics Learning. **Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, vol. 4, pp. 457-464. Prague: PME. P. 457-466.

SANCHEZ HUETE, J.C, FERNÁNDEZ BRAVO. J.A. Fernández. **O ensino da Matemática**: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SKEMP, R.R. **Psicología del aprendizaje de las matemáticas**. 2ª ed. Madrid: Edições Morata, 1993.

GT 05 - História da Matemática e Cultura

A dimensão afetiva do Programa Etnomatemática: teorias e caminhos possíveis

The affective dimension of the Ethnomathematics Program: theories and possible ways

Sandra Maria Nascimento de Mattos
PPGEA/UFRRJ
smnmattos@gmail.com

José Roberto Linhares de Mattos
UFF
jrlinhares@gmail.com

Resumo

O presente artigo tem como objetivo apresentar a dimensão afetiva do Programa Etnomatemática como um aporte teórico viável para o fortalecimento das culturas, caminho para a aprendizagem significativa e, ao mesmo tempo, modificar o olhar para os percursos envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem. O tema principal do texto, transita em torno da afetividade proposta por Wallon (1986a, 1986b, 2005) e de seu entendimento de que a dimensão afetiva envolve emoções, sentimentos e paixões, que afetam diretamente a apropriação do conhecimento matemático escolar pelos estudantes. Além disso, a apropriação com tonalidades desagradáveis inviabiliza o despertamento para aprender criativamente. Diante disso, focamos autores como D'Ambrosio (2020, 2019, 2011), Wallon (1986a, 1986b, 2005), Mattos (2020, 2016), Ausubel (2000, 1968), entre outros, para embasar teoricamente as possibilidades da dimensão afetiva, no sentido de transpor aprendizagens de tonalidades desagradáveis em agradáveis, frente aos conceitos matemáticos escolares. A pesquisa está baseada em análises bibliográficas que têm contribuições para a construção da dimensão afetiva do Programa Etnomatemática, principalmente na análise da tese de doutorado de um dos autores. Constatamos que modificar possibilidades de aprendizagem por meio de um ensino criativo e inovador é um dos caminhos que contribuem para aliar as culturas vivenciadas pelos estudantes na contextualização dos conceitos matemáticos escolares. Concluímos com a certeza de que a dimensão afetiva coaduna com o pensamento do idealizador do Programa Etnomatemática, bem como, traz diferentes recursos para compreender o desenvolvimento da aprendizagem significativa dos estudantes.

Palavras-chave: afetividade; Wallon; aprendizagem significativa.

Abstract

This article aims to present the affective dimension of the Ethnomathematics Program as a viable theoretical contribution to the strengthening of cultures, a path to meaningful learning and, at the same time, to change the look at the paths involved in the teaching and learning processes. The main theme of the text revolves around the affectivity proposed by Wallon (1986a, 1986b, 2005) and his understanding that the affective dimension involves emotions, feelings and passions, which directly affect the appropriation of school mathematical knowledge by students. In addition, appropriation with unpleasant tones prevents the awakening to learn creatively. Therefore, we focus on authors such as D'Ambrosio (2020, 2019, 2011), Wallon (1986a, 1986b, 2005), Mattos (2020, 2016), Ausubel (2000, 1968), among others, to theoretically base the possibilities of the dimension affective, in the sense of transposing learning from unpleasant tones into pleasant ones, in face of school mathematical concepts. The research is based on bibliographic analyzes that contribute to the construction of the affective dimension of the Ethnomathematics Program, mainly in the analysis of the doctoral thesis of one of the authors. We found that modifying learning possibilities through creative and innovative teaching is one of the ways that contribute to combine the cultures experienced by students in the context of school mathematical concepts. We conclude with the certainty that the affective dimension is consistent with the thinking of the creator of the Ethnomathematics Program, as well as bringing different resources to understand the development of students' meaningful learning.

Keywords: affectivity; Wallon; meaningful learning.

Introdução

Na aquisição do conhecimento por qualquer pessoa estão envolvidas diferentes dimensões com as quais nos constituímos e construímos nossa base conceitual, relacionando às teorias e às práticas, bem como os caminhos que implementamos para alocar esses conhecimentos em nossa estrutura cognitiva. Cientes estamos que, dentre essas dimensões que compõem a pessoa, a ênfase é dada a cognitiva, relegando ao esquecimento uma parte importante que é a dimensão afetiva. D'Ambrosio (2011) no desenvolvimento do Programa Etnomatemática enfatiza o emocional como uma dimensão na aquisição do conhecimento. Portanto, trazer Wallon (1986a, 1986b) para consolidar a dimensão afetiva da Etnomatemática foi uma aproximação satisfatória com esse programa de pesquisa, nunca pensada pelo próprio D'Ambrosio, como dito por ele aos autores em conversa por e-mail, apesar de ter leituras sobre Wallon.

Temos em mente que a educação brasileira se faz por acolhimento aos paradigmas estrangeiros, em que o currículo fragmentado em disciplinas muito pouco acrescenta a realidade brasileira, já que nos entendemos miscigenados o que deveria, ao menos, fazer alusão as diferentes raças que nos compõem. Nessa lógica, a prática docente é o suporte para a aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2000) dos estudantes. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) afirma que o "saber fazer" docente deve oferecer ações que assegurem a aprendizagem dos estudantes. As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica – DCN (2013) esclarece que a lógica didática implementada pelo docente deve contribuir para provocar a curiosidade, a imaginação, despertando o desejo em aprender.

Esses mesmos marcos legais que viabilizam a educação brasileira, deixaram de fora o Programa Etnomatemática. Podemos inferir que o esquecimento se deu pela maneira que a sociedade quer formar esses estudantes, ou seja, não utilizar a cultura deles para que não fortaleçam raízes, tampouco identidades, pois estaríamos empoderando-os para olhar a sociedade com outros olhos. Entretanto, muitos educadores matemáticos utilizam a etnomatemática como um caminho que prioriza o conhecimento e a cultura dos estudantes.

É óbvio que fazendo isso, a dimensão afetiva aflora em sala de aula e fortalece os sentidos e significados de aprender os conceitos matemáticos escolares.

Diante disso, Mattos (2016, 2020) ao trazer a dimensão afetiva para o Programa Etnomatemática aliou alguns teóricos como D’Ambrosio (2011), Wallon (1986), Ausubel (2000), entre outros. O que se pretende com a criação da dimensão afetiva é dar caminhos para compreender o outro e suas especificidades, crendo que os estudantes aprendem significativamente quando os conceitos matemáticos escolares são contextualizados na cultura deles, em uma relação estreita com os outros e com o mundo.

Cabe ressaltar que a ligação do Programa Etnomatemática com a dimensão afetiva é viável por entendermos que as pessoas não se constituem sozinhas, tampouco fora do meio sociocultural do qual fazem parte e pelo qual desenvolvem atividades para suprir às necessidades inerentes ao bem-estar pessoal e coletivo. Evidenciamos que a pessoa é mediatizada pelos “outros” que a constitui e que são constituídos por ela, consolidando a história sociocultural do grupo que pertence. Além disso, vale pontuar que a realidade pandêmica vivida no mundo inteiro, principalmente no Brasil, que deixou a mostra as discrepâncias socioeconômicas com as quais os estudantes convivem cotidianamente, acirra a necessidade da dimensão afetiva quando estamos em processos de ensino e de aprendizagem.

Metodologicamente, a pesquisa é de cunho bibliográfico baseada em análises sobre os estudos de Wallon e de D’Ambrosio, os quais contribuíram para a construção da dimensão afetiva do programa Etnomatemática. O percurso dessa construção iniciou logo após a defesa de doutorado de um dos autores. Foram, aproximadamente, quatro anos de estudos para promover o diálogo entre a afetividade proposta por Wallon e o Programa Etnomatemática proposto por D’Ambrosio. Houve, ainda, o intercâmbio promissor entre esses estudos e a aprendizagem significativa de Ausubel. Cabe destacar que, por motivos de confiabilidade e comprometimento com a divulgação dos resultados encontrados, dialogamos com o próprio Ubiratan D’Ambrosio afim de que essa aproximação fosse um aspecto que ele próprio corroborasse.

O ensino e a aprendizagem das matemáticas na realidade pandêmica atual

Na atualidade brasileira em que o coronavírus assola o país com milhares de mortes, aumentando a insegurança sobre quais resultados o futuro nos reserva sobre o ensino e a aprendizagem com toda essa reviravolta implantada, vivenciamos momentos de incertezas, de mudanças abruptas com o ensino remoto híbrido, com o qual o educador matemático foi levado a trilhar caminhos, muitas vezes, nunca antes percorridos. Dessa maneira, a pandemia não transtornou somente o Brasil, mas modificou o mundo inteiro e fez-nos transitar entre o possível e o impossível.

Fomos levados a esgueirarmo-nos por entre-lugares (BHABHA, 1998) como espaços em que somos constituídos nas fronteiras identitárias contidas nas diferentes realidades. Segundo Ribeiro (2015, p. 163) esses espaços "são compreendidos como um pensamento liminar, construído nas fronteiras, nas bordas", diante disso, não há facilidades em caracterizar o espaço cultural vivenciado pelos estudantes em situação emergencial de pandemia. A experiência da comunicação eletrônica, fora do espaço das redes sociais, modifica-se para a comunicação educativa.

A identidade cultural escolar transforma-se e assume outras características, tomadas de assalto pelo ensino remoto híbrido e pelas práticas docentes virtualizadas. Santos (2010, p. 135) ressalta que "as identidades culturais não são rígidas nem, muito menos, imutáveis. São resultados sempre transitórios e fugazes de processos de identificação". De acordo com o autor, mesmo as identidades mais sólidas sofrem choques de temporalidade e assumem transformações necessárias às demandas advindas de negociações em processos como os que estamos vivenciando na atualidade.

Os espaços constituídos nos entre-lugares provocam inovação e é politicamente importante, já que possibilitam novas estratégias para a construção de uma nova identidade, necessária em época de pandemia. Para Bhabha (1998, p. 20) "esses "entre-lugares" fornecem o terreno para a elaboração de estratégias de subjetivação – singular ou coletiva – que dão início a novos signos de identidade e postos inovadores de colaboração e contestação, no ato de definir a própria ideia de sociedade". Esses espaços foram aflorados, demonstrando a necessidade de mudança, de sairmos da zona de conforto, de ousar com os olhos no presente, mas focando o futuro.

Os educadores matemáticos, principalmente os de escolas públicas, enfrentaram dificuldades com a maneira de ensinar no ensino remoto híbrido, para além disso, alguns estudantes não tinham os recursos necessários para estarem presentes nas salas de aula virtuais. O acréscimo e o acúmulo de atividades diárias foram maximizados com a necessidade de manter os estudantes ativos e participando. Esses aspectos levaram os educadores matemáticos a insurgir e inovar criativamente, caminho para alcançar práticas docentes decoloniais. Mattos e Mattos (2021, p. 14) afirmam que entendem:

> práticas docentes decoloniais como aquelas que buscam a justiça social com equidade de oportunidades e intervêm para que os estudantes desejem aprender e desenvolvam uma aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2000) com a intenção de transcender aos aspectos da colonialidade impostos pela cultura hegemônica e opressora.

Com a pandemia, ficou-nos evidenciado as discrepâncias socioeconômicas vividas por nossos estudantes de escolas públicas, acirrando, ainda mais, as desvantagens entre estudantes que detêm certos recursos para adquirir o conhecimento e aqueles que estão em estado de vulnerabilidade. Com isso, os educadores matemáticos desenvolveram materiais para disponibilizar a todos os estudantes, são as chamadas atividades pedagógicas não presenciais – APNP, vinculadas aos conteúdos curriculares e estabelecidas pela lei 14.040 de 18 de agosto de 2020 (BRASIL, 2020).

Culturas: relação entre o eu, os outros e o mundo

As maneiras identitárias que assumimos no mundo é a conjugação de um eu para nós e de um eu para o outro. Mattos (2020, p. 99) afirma que: “o eu constitui-se e é constituído pelo outro, à medida que o outro se constitui e é constituído pelo eu”. Essa reciprocidade na constituição das formas identitárias permite-nos atribuir significados aos saberes e fazeres pelos quais somos reconhecidos como pertencentes a um determinado grupo sociocultural. Para corroborar esse entendimento, Hall (2016, p. 20) ressalta que “são os participantes de uma cultura que dão sentido a indivíduos, objetos e acontecimentos”. Portanto, é óbvio que a interrelação eu-outro-mundo implica interiorizar valores, crenças, costumes, regras, atitudes, saberes e fazeres de pertencimento a um determinado grupo sociocultural.

Todo esse entendimento é ratificado por D’Ambrosio (2019, p. 9) quando afirma que o Programa Etnomatemática: “é um programa de pesquisa que tem como foco entender como a espécie humana desenvolveu seus meios para sobreviver na sua realidade natural, sociocultural e imaginária, e para transcender, indo além da sobrevivência”. Nessa lógica, a teia de significações com qual a cultura se constitui estabelece socialmente os significados e comportamentos aceitos pelo grupo sociocultural, os quais estão alocados na mente do ser humano. Geertz (2008, p. 10) afirma que "compreender a cultura de um povo expõe a normalidade sem reduzir a sua particularidade". Somente um nativo pode enunciar sua cultura, um externo só pode fazer uma análise cultural dela.

Caminhando nessa lógica, Wallon (1986) aborda o eu psíquico ou *socius* que seria tudo aquilo que o "eu" interiorizou ou foi recalcado para garantir a integridade do mesmo. Mattos (2020, p. 106) deixa evidente que:

> [...] a dimensão subjetiva entra na discussão do processo identitário. Se o subjetivo é copartícipe significa que ele é afetado e afeta na constituição identitária. Dessa forma, a afetividade traz episódios traumáticos ou não, valores, saberes e fazeres socioculturais adquiridos ao longo dos tempos.

As experiências e vivências da pessoa ficam incorporadas na estrutura mental, indo além, pois reflete todo o conhecimento e as permanentes transformações que sofre quando um novo conhecimento é desenvolvido. Podemos, analogamente, afirmar que utilizar a cultura dos estudantes, como um aspecto para contextualizar os conceitos matemáticos escolares, é demonstrar aos estudantes o porquê o para que aprendê-los.

O sentido das matemáticas: conhecimento, comportamentos e relações afetivas

A difusão e produção de conhecimentos englobam diferentes áreas do saber e cada qual tem seu valor. A matemática acadêmica é cultuada como a rainha das ciências, aquela que está em todos os lugares, entretanto, todas as ciências também estão, pois não podemos olhá-las fragmentadas, partilhadas e sim como a constituição de cada uma que, em justaposição, formam o todo do conhecimento geral do mundo. Assim sendo, as diferentes matemáticas trazem um saber/fazer matemático que responde às necessidades e demandas encontradas pelas pessoas para sobreviverem em um ambiente adverso (MATTOS, 2020).

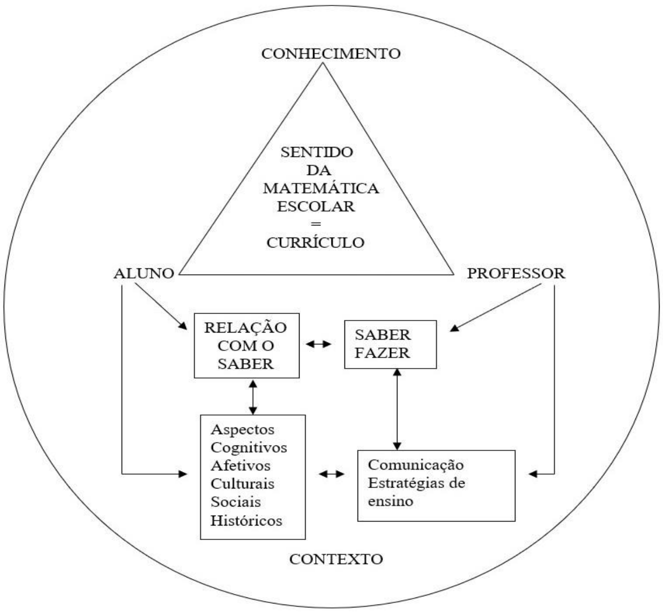
O conhecimento é o resultado da aquisição realizada no mundo cultural, reinterpretado pela intenção dos seres humanos em convivência nesse mundo. Para Wallon (1986) o desenvolvimento da afetividade ocorre no mundo, interagindo com a cultura, a linguagem e os aspectos biológicos e comportamentais. O comportamento é tido como o conjunto de reações em determinadas situações, exteriorizando reações que foram interiorizadas e que, de alguma maneira, foram trazidas para fora. O que nos permite afirmar que podemos modificar comportamentos. Logo, alguns comportamentos de tonalidades desagradáveis podem ser transformados em comportamentos de tonalidades agradáveis a depender da maneira como o docente trate o conhecimento que gerou essa dificuldade.

O que compete ao educador matemático é estabelecer uma relação de sentido com o saber matemático escolar, trazendo para o debate o conhecimento matemático do cotidiano. O conhecimento matemático do cotidiano é entendido como as maneiras utilizadas pelos membros de um grupo sociocultural para matematizar o mundo, transpassado pela cultura. Charlot (2000) afirma que a relação com o saber é uma relação com o mundo, com os outros e consigo mesmo. De acordo com Mattos (2020, p. 39):

> Com o mundo porque o ser humano está imerso em uma sociedade com características próprias. Com os outros porque o ser humano vive em sociedade e é parte integrante de um grupo social. Consigo mesmo porque, estando em uma sociedade, cumpre um papel, uma função social. Portanto, é ao mesmo tempo individual e social, local e global, uno e múltiplo.

Constatamos que a noção de sentido atribuída à matemática escolar está diretamente relacionada a forma como o currículo é disponibilizado pelos docentes e apropriado pelos estudantes. Mattos (2020, p. 20) destaca: "o sentido da matemática escolar está entremeado com a matemática escolar do sentido. Para dar sentido à matemática escolar necessário se faz que haja a matemática escolar do sentido. Aspectos totalmente diferente, mas complementares". Mediante essa explicação Mattos (2020) traz o triângulo pedagógico de Houssaye modificado (Figura 1) pela noção de sentido dada por ela e pela relação com o saber de Charlot (2000).

Figura 1: O sentido da matemática escolar



Fonte: Mattos (2020, p. 40)

Um dos papéis do educador matemático é ensinar e do estudante aprender. Como o estudante vai aprender depende de como o educador vai ensinar. Esse ensinar e esse aprender perpassam o domínio afetivo para dar sentido aos conceitos da matemática escolar. Só há sentido da matemática escolar quando for contextualizada na cultura dos estudantes e trabalhada interdisciplinarmente religando os saberes o que torna possível a matemática escolar do sentido.

Aprendizagem significativa e o Programa Etnomatemática

Existem diferentes maneiras de aprender e cada estudante desenvolve a sua. Contudo existem três momentos básicos de aprendizagem. O primeiro, entendido como a situação de aprendizagem em que o estudante enfrenta uma exigência externa (social) ou interna (individual), gerando o interesse em aprender, já que percebe conhecer parte daquilo que é ensinado. O segundo momento, a aprendizagem propriamente dita ocorre quando o estudante está estimulado e já selecionou em sua estrutura cognitiva uma estratégia para aprender, autoconstruindo a aprendizagem de um conceito, o que leva a organização e integração da informação na estrutura cognitiva. Por último, ocorre o aprendizado, que é o resultado das etapas anteriores e ancoragem final na estrutura cognitiva.

Uma das formas mais adequada de ajudar o estudante a aprender e facilitar aprendizagem significativa é dar possibilidades para que possa explicar, argumentar, mostrar caminhos para buscar a solução e estabelecer relações entre os conceitos. “Se a matemática escolar precisa ser contextualizada e isso é essencial para que o aluno aprenda, deve-se ou pode-se contextualizar com algo que o aluno já sabe, que está em sua cultura e por isso mesmo, está em sua estrutura mental como um saber adquirido” (MATTOS; MATTOS, 2019, p. 106).

Nessa lógica, ratificamos ser profícua a articulação entre a aprendizagem significativa e o Programa Etnomatemática, devido ao estabelecimento de pontes cognitivas – organizadores prévios para Ausubel (1968) – que tem a finalidade de estimular a comunicação e o entendimento sobre os conceitos matemáticos escolares. Cabe ressaltar que o foco na aprendizagem significativa recai, também, sobre os materiais que serão utilizados pelo educador matemático, para que esse seja potencializador da aprendizagem dos estudantes.

A função desses materiais é despertar o interesse, promover a criatividade e assegurar a argumentação. Uma mente curiosa é afetada afetivamente diante do conhecimento, provocando indagações e o redescobrimento de novos conhecimentos. Essa relação com o saber é uma relação de sentido, consequentemente, é subjetiva e social, ao mesmo tempo, pois é apropriação de conhecimentos acumulados no decorrer da história humana no mundo.

A dimensão afetiva: relação de sentido com o Programa Etnomatemática

Primeiro temos que explicar o que entendemos por dimensão. Etimologicamente dimensão tem a ver com uma extensão que se pode medir, mas no sentido figurado é um aspecto, uma característica de algo ou algum tema, portanto uma dimensão é um grau ou uma direção que se dá a um termo, algo ou alguma coisa e se que pode conduzir para novos estudos. Como a afetividade envolve a pessoa, então a dimensão afetiva está relacionada com as outras dimensões propostas pelo Programa Etnomatemática, tendo em vista que esse programa está relacionado aos conhecimentos produzidos pelas pessoas.

A dimensão afetiva complementa a dimensão cognitiva, favorecendo as dimensões pedagógica e educacional. A teoria walloniana considera a pessoa completa com suas dimensões cognitiva, afetiva, motora e a própria pessoa, com ênfase na constituição do eu. A afetividade, na visão walloniana, envolve a emoção, o sentimento e a paixão como expressão da evolução da afetividade, sendo resultante dos fatores orgânicos e sociais. A dimensão afetiva envolve a capacidade da pessoa ser afetada pelo outro, pelo meio e pelo mundo.

A emoção consiste em um sistema de atitudes em resposta a uma situação. É a exteriorização da afetividade expressa pelo corpo. Já o sentimento consiste em uma ativação representacional em que a pessoa tende a reprimir e controlar sua emoção frente à uma situação. A paixão constitui a ativação do autocontrole em resposta a uma situação, ocultando reações emocionais e sentimentais. É o amadurecimento das ligações afetivas (WALLON, 2005). Quando os estudantes se sentem afetados, a participação dos mesmos é ativa, causando envolvimento na aula, pois entendem-se como parte integrante da mesma.

A dimensão afetiva dá possibilidades ao docente em acreditar que os estudantes são capazes de aprender e apreender significativamente os conceitos matemáticos escolares. Para Mattos (2020, p. 119) “a dimensão afetiva aliada aos aspectos socioculturais auxilia os alunos a obterem resultados escolares positivos pela autoeficácia e pelo reconhecimento de que aquilo que já sabe e conhece é importante”. Wallon (1986a) acredita que o desenvolvimento intelectual tem a ver com o meio social. Diante disso, é necessário observar a maneira de como falamos e como nos expressamos em nossas escritas – linguagem oral e escrita – e os diferentes sistemas – biológico, psicológico, sociocultural etc. – que envolvem a realidade a qual os estudantes têm pertencimento.

Entendendo que os estudantes são afetados afetiva e cognitivamente, é compreensível que desenvolvam os conceitos matemáticos escolares com tonalidades agradáveis ou desagradáveis. As tonalidades desagradáveis são estabelecidas mediante as barreiras de aprendizagem. Segundo Gómez Chacón (2003) essas barreiras de aprendizagem ocorrem devido as reações emocionais despertadas e provocadas pela discrepância entre aquilo que o aluno espera e aquilo que realmente acontece em sala de aula. Cabe ao educador matemático reverter essas barreiras, desenvolvendo tonalidades agradáveis para o mesmo conceito. Assim sendo, deve atuar de maneira dinâmica com aulas mais agradáveis para que os estudantes queiram ali estar e despertem o desejo em aprender, que sejam autônomos e consigam argumentar, questionar, investigar e descobrir novos caminhos para aprender.

Ressignificar conceitos matemáticos escolares, ancorando de acordo com aquilo que os estudantes têm conhecimento, é dar significado e sentido aos mesmos, estabelecendo conexões entre a cultura dos estudantes e os conhecimentos compartilhados pela humanidade. Há que se estabelecer interrelações entre professor, estudantes e o conhecimento, constituídas pelas relações vividas cotidianamente e experienciadas entre o eu, os outros e o mundo. Observar o mundo em sua totalidade permite-nos compreender o saber/fazer matemático no caminhar histórico da humanidade, como estratégias de matematizar o mundo para suprir demandas e necessidades.

Ao fazer aulas, o educador matemático assume a postura de permitir aos estudantes aprenderem. Fazer aulas é uma maneira de ousar, de transgredir e de insurgir criativamente, ao mesmo tempo, que dá possibilidades aos estudantes aprenderem criativa e afetivamente. Desse modo, reiteramos que o Programa Etnomatemática é um percurso promissor para despertar a dimensão afetiva e suas tonalidades agradáveis frente aos conceitos matemáticos escolares. Reiteramos, ainda, que aprender envolve o querer, estar pré-disposto para redescobrir o conhecimento.

Insistimos que o Programa Etnomatemática veio para romper com a mesmice que, muitas vezes, está posta em nossas salas de aula. Esse rompimento provoca aprendizagem. De acordo com Mattos (2020, p. 23):

> Isso ocorre devido ao entendimento que cada aluno é visto em sua completude e, ao mesmo tempo, em seu inacabamento. Ambos – completude e inacabamento - demonstram que os alunos têm conhecimentos advindos de suas culturas tal qual necessitam apreender os conhecimentos gerados e difundidos pela academia científica.

Podemos, ainda, afirmar que todo conhecimento tem uma carga afetiva inerente a sua construção pela humanidade e que, o inacabamento humano está sempre em busca de novos conhecimentos com novas cargas afetivas, devido ao espaço e ao tempo em que se constrói esse conhecimento.

Considerações finais

Diante do exposto nesse artigo, vemos que a dimensão afetiva é um caminho para fortalecer o Programa Etnomatemática. Acreditamos que as práticas docentes inovadoras e insurgentes contribuem para aproximar docentes e estudantes, reafirmando uma ligação de amorosidade entre eles e deles com o conhecimento matemático escolar. Continuar pesquisando sobre a dimensão afetiva, o ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos escolares são maneiras de tornar as reações afetivas desagradáveis em tonalidades agradáveis. Superar as mesmices vivenciadas ao longo dos tempos, inovando para atingir, no sentido de tocar afetiva e amorosamente os estudantes é gratificante e enriquecedor para o educador matemático.

Caminhamos nesse percurso com a certeza de que coadunamos com o professor Ubiratan D'Ambrosio (2020, p. 10) quando afirma que há certos obstáculos à apropriação do conhecimento matemático como metodologias ultrapassadas, o que pode desencorajar os estudantes para a apropriação da matemática formal. Segundo o autor: "essa apropriação não pode excluir a matemática natural e espontânea praticada pelos alunos no seu dia a dia. Deve haver uma flexibilidade, uma ponte". É essa ponte que buscamos com a dimensão afetiva, como maneira de flexibilizar a aprendizagem significativa dos estudantes, simplesmente pelo fato de quererem aprender.

Os educadores matemáticos ao fazerem mudanças criativas, transgredindo a realidade e ultrapassando as barreiras impostas à aprendizagem de cada estudante, vivenciam o compromisso e a responsabilidade com o ensino e a aprendizagem. Ensinar virou sinônimo de aprender, mas aprender de maneira prazerosa e criativa, envolvendo os estudantes a serem autônomos e ativos no que diz respeito às ações a serem desenvolvidas para chegar à solução satisfatória.

Cabe ressaltar, o entendimento de que existem variadas maneiras de alcançar a solução e que cada uma é um trajeto construído pelo estudante, de acordo com a maneira de pensar e de atuar na realidade em que vive. Todo conhecimento, ao ser adquirido pelo estudante, traz a cotidianidade vivenciada e experienciada por cada um e por todos, ao mesmo tempo, na interação com os membros da comunidade pertencente.

A pandemia modificou lógicas estabelecidas e tidas como um aspecto de segurança e praticidade para o educador matemático. Entretanto, mudanças criativas foram necessárias, apesar de não terem sido previstas, tampouco pensadas sobre de quem seriam as responsabilidades exigidas por tamanha transformação, apesar de entendermos que quase sempre recai para o educador. Insurgir criativamente foi o caminho de possibilitar o ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos escolares.

Referências

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Tradução Ligia Teopisto. Lisboa: Plántano Edições Técnicas, 2000.

AUSUBEL, David P. **Educational psychology**: a cognitive view. Nova York: Holt, Rinehart and Winston lnc, 1968.

BHABHA, Homi. **O Local da Cultura**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1998.

BRASIL. SENADO FEDERAL. **Lei nº 10.040/2020**. Estabelece normas educacionais excepcionais a serem adotadas durante o estado de calamidade pública reconhecido pelo Decreto Legislativo nº 6, de20 de março de 2020; e altera a Lei nº 11.947, de 16 de junho de 2009, 2020.

BRASIL. MEC. [Recurso online]. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 12 maio 2021.

BRASIL. MEC. SEB. Fixa as **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica** - DCN. Brasília: MEC/SEB, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 12 maio 2021.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Tradução Bruno Magne. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. *In*: MATTOS, Sandra M. N. **O sentido da matemática e a matemática do sentido**: aproximações com o Programa Etnomatemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. p. 7-10.

D'AMBROSIO, Ubiratan. O Programa Etnomatemática e a crise da civilização. **Hipátia**. São Paulo, v. 4, n. 1, p. 16-25. 2019.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática** – elo entre as tradições e a modernidade. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. [Coleção Tendências em Educação Matemática].

GEERTZ, Cliffort. **A interpretação das culturas**. 13. reimp. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

GÓMEZ CHACÓN, Inés M. **Matemática emocional**: os afetos na aprendizagem matemática. Tradução Daisy V. Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

HALL, Stuart. **Cultura e representação**. Tradução Daniel Miranda e William Oliveira. Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio, 2016.

MATTOS, Sandra M. N. **O sentido da matemática e a matemática do sentido**: aproximações com o Programa Etnomatemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

MATTOS, Sandra M.N. **O sentido de matemática ou a matemática do sentido**: um estudo com alunos do ensino fundamental II. 2016. 274 f. Tese (Doutorado em Educação: Psicologia da Educação) - Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, São Paulo/Universidade Católica do Porto, Porto, Portugal, 2016.

MATTOS, Sandra M.N.; MATTOS, José R.L. Etnomatemática e prática docente indígena: a cultura como eixo integrador. **Hipátia**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 102-115, 2019.

SANTOS, Boaventura de Souza. **Pela mão de Alice**: o social e o político na pós-modernidade. São Paulo: Cortez, 2010.

WALLON, Henri. **A evolução psicológica da criança**. Tradução Cristina Carvalho. Lisboa: Edições 70, 2005.

WALLON, Henri. Os meios, os grupos e a psicogênese da criança. In: WEREBER, Maria J.G.; NADEL-BRULFERT, Jacqueline (org.). **Henri Wallon**. Tradução Elvira Souza Lima. São Paulo: Ática, p.168-178, 1986a. [Coleção Grandes Cientistas Sociais, n. 52].

WALLON, Henri. O papel do outro na consciência do eu. In: WEREBER, Maria J.G.; NADEL-BRULFERT, Jacqueline (org.). **Henri Wallon**. Tradução Elvira Souza Lima. São Paulo: Ática, p.158-167, 1986b. [Coleção Grandes Cientistas Sociais, n. 52].

Concepções de cultura em teses de etnomatemática: Um estado da arte

Conceptions of culture in ethnomathematics theses: A state of the art

Claudia de Jesus Meira
Universidade Federal Fluminense
Claumeira1976@gmail.com

Maria Cecilia Fantinato
Universidade Federal Fluminense
mc_fantinato@id.uff.br

Resumo

Este artigo objetiva apresentar nossa pesquisa doutoral de abordagem qualitativa com caráter bibliográfico como um Estado da Arte. Onde objetivamos analisar as concepções de cultura presentes nas teses de etnomatemática concebidas sob as vertentes da etnografia e defendidas nos Programas de Pós-Graduação Brasil, no período de 1992 e 2019. A coleta do material empírico foi realizada no Catálogo de Teses da CAPES. O levamento das teses, a delimitação da pesquisa física e temporal, os níveis do estudo foram baseados nas elaborações teórico-metodológicos de autores envolvidos em estudos bibliográficos e estado da arte e nas análises do material utilizamos a Análise de Conteúdo. Teoricamente dialogamos com referenciais do campo da Antropologia, Etnografia e Cultura. Nas 14 teses selecionadas que atendiam nosso recorte, buscamos relacionar as possíveis concepções/noções de cultura com a concepção de etnomatemática assumida pelo autor da tese e identificamos uma carência de uma revisão teórica no campo antropológico sobre as concepções de cultura assumida por seus autores. Concluímos afirmando que nossa pesquisa pode contribuir para área diretamente nas bases conceptivas da própria etnomatemática. Destacamos que é o início de um debate, que assim como cultura é dinâmico e diverso, demandado dentro da própria área e que pode ser considerado uma contribuição para legitimação da etnomatemática.

Palavras-chave: Cultura; Etnografia; Etnomatemática; Estado da Arte

Abstract

This article aims to present our doctoral research with a qualitative bibliographic approach as a State of the Art. Where we aim to analyze the conceptions of culture present in the ethnomathematics theses conceived under the ethnographic perspectives and defended in the Postgraduate Programs in Brazil, in the period of 1992 and 2019. The collection of empirical material was carried out in the CAPES Theses Catalog. The taking of theses, the delimitation of physical and temporal research, the study levels were based on the theoretical-methodological elaborations of authors involved in bibliographic studies and state of the art, and in the analysis of the material we used Content Analysis. Theoretically, we dialogue with references from the field of Anthropology, Ethnography and Culture. In the 14 selected theses that met our clipping, we sought to relate the possible conceptions/notions of culture with the conception of ethnomathematics assumed by the author of the thesis, and we identified a lack of a theoretical review in the anthropological field about the conceptions of culture assumed by its authors. We conclude by stating that our research can contribute to the area directly on the conceptual bases of ethnomathematics itself. We emphasize that it is the beginning of a debate, which, like culture, is dynamic and diverse, demanded within the area itself and which can be considered a contribution to the legitimacy of ethnomathematics.

Keywords: Culture; Ethnography; Ethnomathematics; State of Art

Introdução

Este trabalho vem apresentar nossa pesquisa de doutorado em pleno período pandêmico, que apresenta como objetivo analisar qualitativamente as concepções de cultura apresentadas nas pesquisas de etnomatemática, em nível de Doutorado, que declaravam em seu conteúdo características etnográficas inseridas no período compreendido entre 1992 e 2019.

A temática da pesquisa está voltada para *cultura* que sob o olhar da etnografia enquanto categoria antropológica possui estreitas relações com a etnomatemática e pesquisas nesta área.

Se por um lado a etnomatemática "investiga as raízes culturais das ideias matemáticas a partir da maneira como elas se dão nos diferentes grupos sociais" (FANTINATO and LEITE, 2021, no prelo) por outro lado suas conexões com a Antropologia "estimulou o desenvolvimento de pesquisas que buscavam identificar os conhecimentos matemáticos" (*idem*) desses grupos sociais. por meio de trabalhos de campo etnográficos que buscam de uma forma geral desmistificar e compreender a cultura do *outro* sob a perspectiva deste.

Neste sentido frases do tipo - "algo da cultura humana", "cultura marginalizada", "destruição da cultura", "interação entre culturas", "valorização da cultura", "conhecimento matemático como algo próprio da cultura", "práticas matemáticas da cultura" - estão constantemente presentes nas produções acadêmicas em etnomatemática, sejam em artigos, resumos, dissertações, teses, monografias etc.

Apesar dos diversos usos do termo cultura, poucos são os autores que apresentam em seus trabalhos uma concepção ou noção a respeito deste termo, que é considerado polissêmico, plural e complexo.

Após esta breve apresentação da temática da pesquisa, seguiremos neste artigo apresentando a problemática e justificativa, posteriormente apresentaremos nossa discussão teórica que permeou o campo antropológico sob o olhar das pesquisadoras em etnomatemática, ainda apresentaremos os procedimentos metodológicos assumidos na pesquisa e finalmente seguiremos apresentando alguns resultados da pesquisa e conclusões deste artigo.

Problema e Justificativa

Nossa inquietação para a pesquisa doutoral se situou entre afirmar que não há um único conceito ou concepção para o termo cultura em etnomatemática e entre a busca de concepções ou noções para o termo cultura em pesquisas de teses de etnomatemática assumidamente de características etnográficas, gerando os questionamentos para pesquisa: Quais concepções de cultura são apresentadas nas teses
elencadas para este estudo? Como as concepções de cultura estão associadas às concepções de etnomatemática?

Em um olhar para as distintas concepções de etnomatemática de alguns autores reconhecidos nacional e internacionalmente na área (BARTON, 2006; D´AMBROSIO, 1999; FERREIRA, 1991; GERDES, 1989; KNIJNIK, 1996). Percebemos que apesar de algumas concepções seguirem por teorizações distintas o termo cultura e as vertentes relacionadas ao termo embasam suas concepções de etnomatemática.

Em leitura de algumas produções em etnomatemática foi possível identificar revisões teóricas sobre a concepção de etnomatemática, o uso do termo cultura e suas variantes mencionados como relevante para proposta etnomatemática, mas nenhum apontamento para a concepção ou noção de cultura assumida pelo autor, inferindo que cultura é algo dado ou de simples entendimento ou até mesmo de senso comum.

Como justificativa para a pesquisa nos apoiamos em demandas ora apontadas em produções da área de etnomatemática, ora indicada no principal evento brasileiro da área[1].

Miarka (2011) nas conclusões de sua tese aponta carência de uma discussão ampliada sobre a concepção de cultura em etnomatemática, afirmando que "o modo como se concebe cultura pode dar indicações importantes sobre como agir metodologicamente em um estudo cultural" (p.348). Em convergência no debate sobre como os etnomatemáticos concebem cultura, Alangui (2010) afirma que "quanto mais consciência tivermos dos debates dentro da Antropologia em torno desse conceito, melhor" (p.47).

O 1º Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEm1) realizado no ano de 2000 na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP) apresentou um colóquio sob o título *A Noção de Cultura*, dirigido por Eduardo Sebastiani, que ao introduzir seus convidados afirma que cultura é muito trabalhado em etnomatemática e seu conceito "...é

[1] CBEm-Congresso Brasileiro de Etnomatemática

básico, é dinâmico, tanto a cultura é dinâmica como o conceito é dinâmico e para nós, para ser sincero, ficamos às vezes 'pisando em ovos' ao se falar de cultura" (CBEm1).

No 2º Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEm2), realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, em mesa redonda intitulada de *Etnomatemática e trabalho de campo*, Ribeiro (2004) para a relevância das contribuições da Antropologia Cultural para "a teoria e pesquisa em Etnomatemática" (p. 60) e afirma

> Também são culturais as várias representações sociais sobre a Matemática, seus profissionais, o papel que ela desempenha no cotidiano encontrados nos diferentes grupos culturais. E para melhor entendermos isto, torna-se necessário discutir o que é cultura (p. 62).

E assim nossa pesquisa buscou dialogar com esta demanda emergida dentro da área, discutindo sobre as concepções de cultura assumida por outros etnomatemáticos apontada como lacuna no campo de estudo da etnomatemática.

Aportes Teóricos

Ao considerarmos as justificativas e os recortes assumidos na pesquisa, nossa revisão teórica abordou sobre as estreitas relações entre a etnomatemática e o campo antropológico. Podemos afirmar que dialogam ao utilizarem bases teórico-metodológicas formuladas pela Antropologia para compreender a realidade sociocultural que permeia a realidade investigada, buscando, assim, o significado do conhecimento construído ao longo do tempo.

Domite (2012) e D´Ambrosio (1998) concordam com o estreitamento/confluência entre as áreas investigativas, entendendo que estudos etnomatemáticos buscam também identificar problemas, a partir do sentido de compreensão do conhecimento do "outro" tal qual alguns estudos antropológicos. Concordamos que, neste sentido

> [...] a etnomatemática está relacionada ao entendimento do significado de cultura - o qual tem passado por inúmeras interpretações ao longo do último século - o contexto dentro do qual os comportamentos, acontecimentos e organizações sociais vão sendo escritos e as estruturas de significado vão sendo socialmente estabelecidos. (DOMITE, 2012, p.114).

Para Gerdes (1996), a Etnomatemática pode ser entendida como uma Antropologia Cultural da Matemática e da Educação Matemática e objetiva, enquanto área de investigação, "contribuir com estudos que permitam iniciar o reconhecimento de ideias matemáticas" (p. 3). Barton (2006) afirma no que diz respeito à conceituação, "a etnomatemática não é um estudo matemático, é mais como antropologia..." (p. 54).

Os estudos em etnomatemática, principalmente os que utilizam a pesquisa de campo "procuram de algum modo trilhar os caminhos da Antropologia, buscando identificar problemas a partir do conhecimento do "outro" no sentido do conhecimento do outro" (DOMITE, 2012, p.114).

Vandendriessche e Petit (2017) apresentam o interesse de etnólogos, pioneiros no estudo de grupos socioculturais não-ocidentais, em analisar as práticas utilizadas por esses grupos (medir, contar, agrupar entre outras) e estão relacionadas com a matemática ocidentalmente construída, apontando para uma antropologia das práticas matemáticas. No que diz respeito a possibilidade de enunciar um caminho histórico/documental para etnomatemática, esta estaria intrinsecamente entrelaçada no fazer de alguns antropólogos, obviamente não com esta nomenclatura, mas se desvelando através das chamadas "práticas matemáticas" durante o trabalho de campo.

Geertz (2008) enfatiza que para compreensão da análise antropológica como forma de conhecimento requer reflexão e entendimento sobre a prática etnográfica. Ou seja, os resultados não estão atrelados a sistemas controláveis e métodos, mas ao tipo de esforço intelectual investido na pesquisa. Entendemos que os procedimentos existam, mas o êxito na *descrição densa* está intrínseco a outros fatores. Para Geertz (2008)

> [...] a etnografia é uma descrição densa. O que o etnógrafo enfrenta, de fato — a não ser quando está seguindo as rotinas mais automatizadas de coletar dados — é uma multiplicidade de estruturas conceituais complexas, muitas delas sobrepostas ou amarradas umas às outras, que são simultaneamente estranhas, irregulares e inexplícitas, e que ele tem que, de alguma forma, primeiro apreender e depois apresentar. E isso é verdade em todos os níveis de atividade do seu trabalho de campo, mesmo o mais rotineiro: entrevistar informantes, observar rituais, deduzir os termos de parentesco, traçar as linhas de propriedade, fazer o censo doméstico ... escrever o seu diário. Fazer a etnografia é como tentar ler manuscrito estranho, desbotado, cheio de elipses, incoerências, emendas suspeitas e comentários tendenciosos, escrito não com os sinais convencionais do som, mas com exemplos transitórios de comportamento modelado (p. 7).

Neste sentindo, cada indivíduo, cada ação, cada contexto, cada situação precisa ser considerada no registro etnográfico. Para Velho (2008), o uso da etnografia possibilita ao pesquisador a percepção de características culturais não explicitadas em entrevistas objetivas, exigindo deste uma maior dedicação, inclusive no que diz respeito à análise dos dados produzidos em campo.

Fantinato (2003), baseada em pesquisadores etnógrafos, elenca algumas características da abordagem etnográfica que embasaram a sua pesquisa, onde a etnografia

> •utiliza a observação participante, a entrevista aberta, o contato direto, pessoal, com o universo investigado como técnicas de investigação (VELHO, 1978);
> •busca conhecer o desconhecido, documentar o não documentado, escutar e ver o "outro" (ROCKWELL, 1987);
> •procura transformar o "exótico" no familiar e/ou transformar o familiar em "exótico" (DA MATTA, 1978);
> •implica um contato longo no campo, sempre com dois momentos indissociáveis articulados: o "estar aqui" e o "estar lá", ou seja, entre a familiaridade e o estranhamento (D'OLNE CAMPOS, 2001);
> •procura fazer uma "descrição densa" de outra cultura (GEERTZ, 1989). (apud FANTINATO, 2003, p.46).

Após refletir sobre o exposto levantamos a seguinte questão: um pesquisador em etnomatemática, que entende que, no trabalho de campo, é viável a assunção de uma postura etnográfica, para melhor compreender os saberes fazeres de um grupo sociocultural que está investigando, também não deveria viabilizar para seus pares, e demais leitores, qual concepção de cultura se baseia, (ou o que concebe por cultura)?

Se o autor assume a perspectiva de valorização da cultura, permanência da cultura, reforço da identidade cultural do grupo pesquisado, reconhecimento de seus artefatos e práticas advindas da interação indivíduo, grupo e contexto ao longo do tempo, seria premissa a apresentação de uma concepção ou entendimento de cultura afim de seguir em uma empreitada investigativa.

Em nossa tese dialogamos com autores que revisaram o conceito de cultura em suas obras que são clássicos nesta temática: A Cultura no Plural (CERTEAU, 2008), Cultura um Conceito Antropológico (LARAIA, 2009), A Interpretação das Culturas (GEERTZ, 2008), e Ensaios Sobre o Conceito de Cultura (BAUMAN, 2012). A seguir apresentamos algumas convergências entre as ideias sobre cultura de tais autores.

No que diz respeito à questão da importância da cultura para o ser humano: Geertz (2008) e Laraia (2009) percebem que o homem necessita da cultura para a sua subsistência. Geertz (2008) e Bauman (2012) explicam que os recursos culturais são comumente regras, que moldam determinados indivíduos e comunidades. Concomitantemente, Certeau (2008) e Geertz (2008) perpassam a ideia de cultura como significância, os autores confluem preconizando cultura como uma estrutura social que dá significado à nossa existência.

Laraia (2009) propõe que a cultura não é estática, mas sim dinâmica e está em constante mutação, uma visão compartilhada também por Bauman (2012). Estas mudanças culturais podem ser advindas do contato com outras culturas, onde acontece a hibridização cultural, nenhuma cultura é totalmente pura, mas todas, ou quase todas, possuem alguma interface com outras culturas.

Os autores discutidos trazem contribuições diversas sobre o conceito de cultura, alguns pensamentos confluem pela similaridade enquanto outros totalmente distintos contribuem para a compreensão de que o conceito de cultura, assim como todos os conceitos afetos à vida humana, está em permanente construção. A seguir apresentaremos os procedimentos utilizados em nossa tese.

Procedimentos Metodológico

Os procedimentos adotados para a execução da investigação foram baseados no levantamento/mapeamento bibliográfico de teses acadêmicas, frutos de produções que foram elaboradas sistematicamente e aprovadas por outros pesquisadores, conferindo a estas um elevado grau de consistência e relevância (MEGID NETO, 1990). As buscas foram realizadas no banco de teses da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior,

Metodologicamente nossa investigação assume abordagem qualitativa de caráter bibliográfico como um estado da arte, onde nos propomos realizar a revisão de estudos, utilizando como material documentos escritos e garimpados em arquivos de bancos de dados. "Essa modalidade de estudo compreende tanto os estudos tipicamente históricos, ou estudos analítico descritivos de documentos [...] quanto os do tipo "pesquisa do estado-da-arte" (FIORENTINI & LORENZATO, 2007, p. 71).

Nossas escolhas metodológicas para a tese assumiu o compromisso de "entrar" em um campo de pesquisa, repleto de textos, apresentar as falas (seus conteúdos) dos sujeitos (autores) como estão apresentadas em suas teses, entendendo que cada um autor é/foi um contribuinte para o desenvolvimento da etnomatemática enquanto área de pesquisa.

A pesquisadora Picheth (2007) nos auxiliou apontando alguns itens delimitadores fundamentais em pesquisas tipificadas como estado da arte: delimitação de períodos; seleção de documentos; leituras orientadas e criteriosas dos documentos selecionados; organização de unidades de análise dos materiais; e análise final dos documentos a partir das unidades identificadas.

Por sugestão da banca qualificadora limitamos o período temporal de buscas entre ano de 1992, marca o período inicial das teses em etnomatemática apresentadas no catálogo da CAPES e o ano de 2019 como o limite mais recente, entendendo ser esta a maior abrangência possível, para os prazos definidos para a pesquisa.

Nossos descritores de busca foram: Etnomatemática, ETNOMATEMÁTICA e Etnomatemático. Chegamos a um total de 100 teses distribuídos temporalmente conforme quadro 1.

Quadro 1: Quantitativo de Teses Defendidas entre 1992 e 2019

Ano	Qt Teses	Ano	Qt Teses	Ano	Qt Teses
1992	1	2002	0	2012	2
1993	0	2003	4	2013	7
1994	0	2004	1	2014	8
1995	1	2005	3	2015	13
1996	1	2006	2	2016	17
1997	0	2007	3	2017	5
1998	1	2008	3	2018	10
1999	1	2009	2	2019	4
2000	2	2010	4	-	-
2001	1	2011	4	-	-

Fonte: A autora

Por meio do quadro é possível verificar um crescimento expressivo a cada década no número de pesquisadores em nível doutoral com interesse em pesquisas na área da etnomatemática.

Romanowski (2002), apresenta alguns procedimentos para a realização de uma pesquisa do tipo estado da arte, tais como: definição dos descritores; localização dos bancos de pesquisas; estabelecimento de critérios para a seleção do material que compõe o corpus do estado da arte; leitura das publicações; análise e elaboração das conclusões preliminares. Acreditamos que tais procedimentos podem colaborar de forma eficaz na organização de um estudo do tipo Estado da Arte. Mas concordamos com Freitas e Palanch (2015) ao afirmarem:

> [...] que tais caminhos metodológicos tornaram-se restritos demais, e já não abarcam as diferentes possibilidades e formas de conhecimento de um tema de estudo, que vão bem além da revisão bibliográfica ou catalográfica. Além disso, destacamos a fragilidade verificada em tais considerações ao não levarem em conta os avanços e retrocessos que compõem qualquer tipo de pesquisa qualitativa, durante todo o seu processo de construção, que, no caso dessa modalidade, nunca cessa (p.786).

Em concordância com a dupla de autores, durante nosso processo de investigação nos deparamos com dificuldades e possibilidades outras, não contemplada nas orientações de Romanowski (2002).

Desta forma foram utilizados alguns critérios delimitadores nas 100 pesquisas encontradas para chegarmos às pesquisas que seriam analisadas: apresentar conceitos/concepções de etnomatemática; disponibilidade para acesso ao arquivo integral no Catálogo de Teses da Capes; autodeclaradas de características etnográficas e finalmente apresentar concepção/noção/conceito de cultura assumida para a tese.

Ressaltamos que cada delimitação foi em assumida em convergência com os objetivos e justificavas definidos para a tese e em diálogo com nossos autores referenciais metodológicos em Estado da Arte (FREITAS & PALANCH, 2015; ROMANOWSKI, 2002). Com esses recortes foram levantadas 14 pesquisas de teses que foram analisadas, conforme quadro 2.

Quadro 2: Teses analisadas

Ano	Autor	Título	Orientador
1998	MONTEIRO, Alexandrina	ETNOMATEMÁTICA: as possibilidades pedagógicas num curso de alfabetização para trabalhadores rurais assentados	Eduardo Sebastiani Ferreira
2003	FANTINATO, Maria Cecilia de Castello Branco	Identidade e sobrevivência no Morro do São Carlos: representações quantitativas e espaciais entre jovens e adultos	Maria do Carmo Domite
2007	CARDOSO, Walmir Thomazi	O Céu dos Tukano na escola Yupuri construindo um calendário dinâmico	Ubiratan D´Ambrosio
2010	LORENZONI, Cláudia Alessandra Costa de Araújo	Cestaria guarani do espírito santo numa perspectiva etnomatemática	Circe Mary Silva da Silva Dynnikov

2010	BARROS, Osvaldo dos Santos	Objetiva(ação) da medida e contagem do tempo em práticas socioculturais e educativas.	Iran Abreu Mendes
2011	JESUS, Elivanete Alves de	O lugar e o espaço na constituição do ser kalunga	Pedro Paulo Scandiuzzi
2014	MACHADO, Vania Lucia.	Modernização agrícola no médio norte goiano: a feira como estratégia de sobrevivência do pequeno produtor rural	Jadir de Morais Pessoa.
2015	FILHO, João Severino	Marcadores de tempo Apyãma: A solidariedade entre os povos e o ambiente que habitam	Ubiratan D´Ambrosio
2015	COSTA, Lucelida de Fatima Maia da	VIVÊNCIAS AUTOFORMATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: vida e formação em escolas ribeirinhas	Isabel Cristina Rodrigues de Lucena
2016	CUNHA, Aldrin Cleyde da	A contribuição da Etnomatemática para a manutenção e dinamização da cultura Guarani e Kaiowá na formação inicial de professores indígenas	Ubiratan D`Ambrosio
2016	FERNANDES, Alcione Marques	Louceiras de Arraias: do olhar etnomatemático à ecologia de saberes na Universidade Federal do Tocantins'	Leila Chalub Martins
2016	MONTEIRO, Hélio Simplicio Rodrigues	O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO ESCOLAR INDÍGENA: (Im)Possibilidades de Tradução	José de Alencar Simoni
2016	CASTRO, Raimundo Santos	Jogos de linguagem matemáticos da comunidade remanescente de quilombos da agrovila de espera, município de Alcântara, Maranhão	Ademir Donizeti Caldeira
2018	NETO, Antônio Ferreira	Ensino e aprendizagem da matemática na educação escolar indígena paiter surui	José Roberto Linhares de Mattos

Fonte: A autora

A seguir apresentaremos algumas análises e resultados apresentados na pesquisa.

Análise e discussão dos resultados

No que diz respeito aos autores das 14 teses selecionadas, a maioria tem formação inicial em Matemática. Apenas duas autoras foram identificadas com formação inicial em Pedagogia. Observamos que apesar do equilíbrio de gênero entre os autores, percebemos que as orientações desses trabalhos foram predominantemente oferecidas por professores homens.

Da totalidade dos trabalhos de tese analisados, 50% foram dedicados ao contexto indígena, os demais se dividem entre contextos rurais, quilombolas, ribeirinhos e uma em contexto propriamente urbano.

Conforme nosso recorte, todas as pesquisas assumem características etnográficas, ressaltamos que encontramos pesquisas que expuseram tais características não só a nível exclusivamente metodológico, conforme apontado por Fantinato (2003)

> O texto etnográfico vai sendo construído a partir das reflexões do pesquisador sobre suas experiências no campo, as quais vão mudando à medida em que o estranho passa a ser mais *familiar* e à medida em que se consegue estranhar o que de início parecia *familiar*. (p.42).

Tais reflexões estão relacionadas com o embasamento teórico antes da chegada ao campo e são confrontadas mediante as experiencias adquiridas no campo de pesquisa. Entendemos que para um pesquisador que não pertença a área da antropologia se faz necessário um diálogo com autores mais experientes para fins de embasamento teórico. Destacamos que alguns autores das teses elencadas para a pesquisa não apresentam nenhum debate teórico reflexivo sobre sua opção em relação a etnografia, apresentando frases genéricas como: “utilizei registro etnográfico” ou “se caracteriza com a modalidade etnográfica” e nada mais.

A seguir apresentamos o quadro 3 onde desejamos apresentar como foram feitas as análises do ponto de vista conceitual, onde apresentamos os objetivos/concepção de etnomatemática/concepção de cultura.

Quadro 3: Quadro analítico de análise do conteúdo

IDENTIFICAÇÃO	**O Céu dos Tukano na escola Yupuri construindo um calendário dinâmico**'
AUTOR	CARDOSO, WALMIR THOMAZI

OBJETIVOS	"Construir um calendário juntamente com os índios Tukano do Alto do Rio Negro e que ele fosse reflexo de uma construção conjunta na comunidade" (p.23).
CONCEITO DE ETNOMATEMÁTICA	O conjunto desses instrumentos se manifesta nas maneiras, nos modos, nas habilidades, nas artes, nas técnicas, nas **ticas** de lidar com o ambiente, de entender e explicar fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, que é o **matema** próprio ao grupo, à comunidade, ao **etno**. O conjunto de *ticas* de *matema* num determinado *etno* é o que chamo etnomatemática (D´AMBROSIO, 2002, p.35). (p.37)
CONCEPÇÃO DE CULTURA	A cultura, que é o conjunto de comportamentos compatibilizados e de conhecimentos compartilhados, inclui valores. Numa mesma cultura, os indivíduos dão as mesmas explicações e utilizam os mesmos instrumentos materiais e intelectuais no seu dia a dia. (D´AMBROSIO, 2002, p.35). (p.37)

Fonte: A autora

Podemos observar que o autor da pesquisa analisada, inserida em contexto indígena propõem como objetivo construir um artefato que reflita a cultura do contexto estudado e para tal se apropria da concepção dambrosiana de etnomatemática e na mesma citação apresenta uma concepção de cultura apresentada por D'Ambrósio em um outro contexto de escrita. Não é apresentado um debate a respeito da concepção apresentada para cultura e até que ponto, cultura pode ser reduzida a comportamentos harmoniosos, em se tratando de contexto indígena Tukano que habitam a região do alto do Rio Negro (grupo investigado) que ultrapassa as fronteiras brasileiras até a Colômbia. As explicações dos instrumentos materiais e intelectuais seriam as mesmas para os Tukanos de uma forma geral?

Conclusões

Acreditamos nas diversas possibilidades de pesquisas na área da etnomatemática, nosso viés para a atual pesquisa esteve voltado em analisar as teses conforme os recortes já apresentados, mas que de alguma forma visavam conhecer, analisar e/ou entender saberes/fazeres como estratégias desenvolvidas na cultura do grupo estudo estudado, para entender, explicar, manejar e conviver com a realidade do ponto de vista sensível e perceptível e com o imaginário inserido no contexto estudado, o que D'Ambrosio (2005) chama de etnomatemática. Acreditamos que pesquisas com voltadas em entender tais estratégias poderia apontar ou dar indícios, ainda que subjetivos de que está considerando como cultura.

Neste sentido nossa pesquisa evoca das teses analisadas quais suas concepções de cultura? Das teses analisadas, dentro de nosso recorte, uma grande maioria dos autores basearam sua concepção de cultura em Geertz (1978). Entendendo cultura como uma teia de significados e a etnografia como uma forma de desvelar/interpretar tais significados. O que dialoga com uma proposta de etnomatemática que busca "dar sentido a modos de saber e de fazer das várias cultura" (D'AMBROSIO, 2008, p.4).

Concluímos este artigo, afirmando resumidamente que nossa pesquisa de tese propõe um debate na área no que diz respeito a apresentação de uma concepção de cultura.

Reiteramos que, em nossa pesquisa, não pretendemos apontar para uma concepção absoluta de cultura para as produções em etnomatemática, mas refletir com base no que está expresso nas teses, a amplitude da concepção, o quanto tal concepção pode impactar na interpretação das pesquisas e revelar práticas etnomatemáticas no contexto em estudo. Acreditamos que, mesmo vinte anos após o CBEm1, ainda "pisamos em ovos' sobre o assunto.

Referências

ALANGUI, W. **Stone walls and water flows:** Interrogating Cultural Practice and Mathematics. 2010. Tese de Doutorado de Filosofia da Educação Matemática. University of Auckland, Auckland: 2010.

BARTON, B. **Dando sentido à etnomatemática:** etnomatemática fazendo sentido. In: RIBEIRO, J.P.M.; DOMITE, M.C.S.; FERREIRA, R. (Orgs.). **Etnomatemática**: papel, valor e significado. Porto Alegre: Zouk, 2006, p. 39-74.

BAUMAN, Z. **Ensaios sobre o conceito de cultura**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. Tradução de Carlos Alberto Medeiros.

CERTEAU, M. **A Cultura no Plural**. 5°. ed. São Paulo: Papirus. 2008.

D´AMBROSIO, U**. Etnomatemática – Elo entre tradições e modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 1999.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: Arte ou técnica de explicar ou conhecer. 5a Edição. São Paulo: Ática, 1998. 88 p. (Série Fundamentos).

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática e história da matemática. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA, 3., 2008, Niterói. **Anais** Terceiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm3. Niterói: UFF, 2008. 1 CD-ROM

DOMITE, M.C. Etnomatemática e formação de professores: no meio do caminho (da sala de aula) há impasses. **Cuadernos de Investigación y FormaciónenEducación Matemática**. Costa Rica. N. 10. 109-121. 2012.

FANTINATO, M. C. C. B. **Identidade e Sobrevivência no Morro do São Carlos:** representações quantitativas e espaciais entre jovens e adultos. 2003. Tese de Doutorado em educação. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

FANTINATO, M. C.; LEITE, K. G. Indigenous mathematical knowledge and practices: state of the art of the ethnomathematics brazilian congresses (2000-2016). No prelo.

FERREIRA, E.S. Por uma Teoria da Etnomatemática. **BOLEMA**, Rio Claro, n. 7, p. 30-35, 1991.

FREITAS, A. V.; PALANCH, W. B. L. Estado da arte como metodologia de trabalho científico na área de educação matemática: possibilidades e limitações. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso, v. 8, n. 18, 784-802, 2015. Disponível em: http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/867/983. Acesso em: 09 agosto 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

GEERTZ, C. **A Interpretação das Culturas**. 1°. ed.13°. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2008.

GERDES, P. Desenhos tradicionais na areia em Angola e seus possíveis usos na aula de matemática, **BOLEMA Especial**, Rio Claro, 1, 51-77. 1989.

______. Etnomatemática e Educação Matemática: Uma panorâmica geral, **Quadrante**, Lisboa, 5(2), 105-138. 1996.

KNIJNIK, G. **Exclusão e resistência**: Educação matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre: Artes Médicas. 1996.

LARAIA, R. B. **Cultura**: um Conceito Antropológico. 24°. ed. Rio de Janeiro: Zahar. 2009.

MEGID NETO, J. **Pesquisa em Ensino de Física do 2o. grau no Brasil**: Concepção e tratamento de problemas em teses e dissertações. Dissertação de Mestrado em Educação. 283p. Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1990.

MEIRA, C.J. **As concepções de cultura nas teses de etnomatemática:** uma presença ausente. Tese de Doutorado em Educação. 145p. Faculdade de Educação. Universidade Federal Fluminense, Niterói,2021. (prelo).

MIARKA, R**. Etnomatemática**: do ôntico ao ontológico. Tese de Doutorado em Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro: 2011.

PICHETH, F. M. **PeArte:** um ambiente colaborativo para a formação do pesquisador que atua no ensino superior por meio da participação em pesquisas do tipo estado da arte. 2007. 139 f. Dissertação de Mestrado em Educação. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2007.

RIBEIRO, S.R. Etnomatemática: opções metodológicas para a pesquisa de campo. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA. 2, 2004. Natal, RN. **Anais** Segundo Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm2. Natal, 2004. p. 60-75.

VANDENDRIESSCHE, E., & PETIT, C. 2017. Des prémices d'une anthropologie des pratiques mathématiques à la constitution d'un nouveau champ disciplinaire: l'ethnomathématique. **Revue d'histoire des sciences humaines-** RHSH 31, p.189-219.

Concepções de Modelagem Matemática nas Pesquisas em Etnomodelagem

Conceptions of Mathematical Modelling in Ethnomodelling Research

Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB)
betemadruga@ufrb.edu.br

Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar as pesquisas em Etnomodelagem no Brasil, analisando as concepções de Modelagem Matemática (MM) que as embasam. Entende-se Etnomodelagem como uma proposta metodológica que se utiliza dos pressupostos da etnomatemática, em consonância com os procedimentos da modelagem matemática, com o propósito de potencializar a aprendizagem nos diferentes níveis de escolaridade. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, na qual foi utilizado o mapeamento na pesquisa educacional como princípio metodológico para selecionar e analisar pesquisas acadêmicas que abordem a Etnomodelagem. Como base de dados, foram utilizados os seguintes repositórios: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e o *Google* Acadêmico. Destas buscas, resultaram 12 dissertações, as quais são explicitadas neste artigo e analisadas com o olhar sobre as concepções de MM que as embasam. Os resultados apontam que tais concepções apresentam duas direções: a MM na perspectiva sociocrítica, ou como estratégia⁄método de ensino. Foi possível perceber também que a concepção adotada não faz diferença quanto à aprendizagem dos estudantes e, ainda, pode-se sugerir que a própria Etnomodelagem seja uma concepção de modelagem matemática e de etnomatemática.

Palavras-chave: Etnomatemática; Mapeamento; Concepção de Modelagem.

Abstract

This article aims to present researches on Ethnomodelling in Brazil, by analyzing the concepts of Mathematical Modelling (MM) that support them. Ethnomodelling is understood as a methodological proposal that uses the assumptions of ethnomathematics, in line with the procedures of mathematical modelling, with the purpose of enhancing learning at different levels of education. This is a qualitative research in which mapping was used in educational research as a methodological principle, to select and to analyze academic research that addresses Ethnomodelling. The following repositories were used as a database: the Digital Library of Theses and Dissertations (Biblioteca Digital de Teses e Dissertações - BDTD), the Theses and Dissertations Catalog of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES), and the Academic Google. These searches resulted in 12 dissertations, which are explained in this article and analyzed with a view to the conceptions of MM that support them. The results show that such conceptions have two directions: MM in the socio-critical perspective; or as a strategy⁄ teaching method. It was also possible to notice that the adopted conception does not make a difference regarding the students' learning, and it can be suggested that the Ethnomodelling is a conception of mathematical modelling and of ethnomathematics.

Keywords: Ethnomathematics; Mapping; Modelling Conception.

Considerações iniciais

A ideia das relações entre a modelagem matemática e a etnomatemática não é nova no Brasil. Aparece pela primeira vez sugerida por Ubiratan D'Ambrosio, na década de 1990, em seu livro "Etnomatemática", no qual comenta sobre a modelagem, mostrando indícios dessa conexão (D'AMBROSIO, 1990). Posteriormente, no Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática, em 2000[1], menciona que a etnomatemática e a modelagem são como vinho e queijo, expressão utilizada em 2003 por Rosa e Orey. Bassanezi (2002, p. 208) endossa essas relações ao afirmar que:

> Diferentes concepções de ensino de Matemática é consequência de diferentes concepções sobre a própria Matemática. Quando se assume a visão de Matemática como algo presente na realidade concreta, sendo uma estratégia de ação ou de interpretação desta realidade, se está adotando o que caracterizamos como uma postura de etno/modelagem.

A partir daí, discussões acerca das relações entre essas duas tendências se intensificam no âmbito da Educação Matemática, e começam as produções, principalmente por Rosa e Orey (2006, 2014, 2017, 2018), entre outras obras. Além desses autores, outros publicaram pesquisas corroborando com essas relações, como Caldeira (2007), Madruga (2012) e Biembengut (2016). Nesse sentido, a conexão entre a modelagem matemática e a etnomatemática é denominada Etnomodelagem, definida como "uma abordagem metodológica alternativa, que tem como objetivo o registro das ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são desenvolvidas em diferentes contextos culturais" (ROSA; OREY, 2017, p. 23).

A Etnomodelagem pode ser considerada o estudo das práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de distintos grupos culturais, por meio da modelagem (ROSA; OREY, 2018). Conforme estes autores, os procedimentos da Etnomodelagem incorporam as práticas matemáticas desenvolvidas e utilizadas nas diversas situações-problema do cotidiano dos membros destes grupos.

Exemplos de investigações relevantes baseadas nessa perspectiva são as de: a) Albanese e Perales (2014), na qual os autores buscam compreender as relações entre etnomatemática e modelagem estabelecidas na prática artesanal soguera[2]; e b) Pradhan (2020), que explora as ideias matemáticas incorporadas aos artefatos culturais e avalia sua contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da matemática escolar. Tais pesquisas corroboram com a argumentação de que investigações sobre os aspectos culturais da Matemática "[...] revelam ideias e práticas matemáticas sofisticadas que incluem princípios geométricos em trabalhos artesanais, conceitos arquitetônicos e práticas de

---

[1] Disponível em http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/anais/UbiModelEtno.html
[2] Um tipo de corda artesanal de couro cru, utilizada na região de Buenos Aires, Argentina.

produção de artefatos pelos membros de grupos culturais distintos" (ROSA; OREY, 2017, p. 35).

Nesse sentido, este artigo tem como objetivo apresentar as pesquisas em Etnomodelagem no Brasil, analisando as concepções de Modelagem Matemática (MM) que as embasam, na busca por responder à seguinte questão de pesquisa: Como a Etnomodelagem aparece no cenário brasileiro e quais as concepções de modelagem matemática a embasam?

Algumas perspectivas teóricas

A modelagem matemática (MM), como ferramenta de ensino, pode contribuir com a aprendizagem dos estudantes, instigando-os a pesquisar, de preferência com temáticas que partam do contexto em que estão inseridos, e elaborar modelos. Quando se utiliza a MM para elaboração de (etno)modelos que resultem da compreensão de situações matemáticas praticadas por um grupo cultural, conecta-se com a etnomatemática. Conforme D'Ambrosio (2020), a proposta do Programa Etnomatemática é recuperar o caráter humanístico, social e cultural da matemática e de todas as áreas do conhecimento.

> Em especial, falo em sentido amplo da Matemática como as capacidades próprias do ser humano de observar, classificar e ordenar, avaliar, medir e quantificar e inferir. O objetivo maior de ativar essas capacidades é lidar com todos os problemas e situações do dia a dia e, ao mesmo tempo, compreender e explicar fatos e fenômenos da realidade no sentido mais amplo (D'AMBROSIO, 2020, p. 153).

Compreender as maneiras (ticas) com que as pessoas explicam e resolvem seus problemas cotidianos (matema), nas mais diferentes culturas (etno), é a premissa da etnomatemática, assim como a valorização das mais variadas culturas, da diversidade e a busca por uma educação para a paz. A Etnomodelagem compartilha dessas premissas, pois traz em seu bojo os pressupostos da etnomatemática na concepção de D'Ambrosio (2020), sugerindo "ticas" de "matema" a serem desenvolvidas em sala de aula.

A Etnomodelagem busca valorizar e compreender o conhecimento matemático local, traduzindo-o para uma linguagem acadêmica (global) e expandindo a abrangência desse conhecimento para pessoas de outras culturas ou espaços geográficos (glocal), podendo ser compreendida como o estudo das práticas matemáticas que os membros dos mais diversos grupos culturais desenvolvem, por meio da modelagem matemática (ROSA; OREY, 2017).

Assim, os procedimentos da Etnomodelagem envolvem práticas matemáticas utilizadas e desenvolvidas em diversas situações-problema enfrentadas no cotidiano desses grupos.

Para Rosa e Orey (2017), é preciso compreender os conhecimentos matemáticos oriundos das práticas sociais que estão enraizadas nas relações culturais. Nesse sentido, a Etnomodelagem estuda esse conhecimento matemático por meio de um "processo de interação que influencia os aspectos locais (êmico) e global (ético) de uma determinada cultura" (ROSA; OREY, 2017, p. 18).

A abordagem êmica procura compreender o comportamento dos indivíduos de determinada cultura e os seus costumes, e compreender, ainda, como essas pessoas mobilizam o conhecimento para realizar suas tarefas cotidianas. Já o aspecto ético procura analisar esse comportamento na busca por universalizá-lo por meio de um padrão.

Rosa e Orey (2017) consideram que a visão ética corresponde à visão dos observadores externos à determinada cultura e que possuem um ponto de vista considerado culturalmente universal; enquanto a visão êmica diz respeito aos indivíduos que estão imersos em um grupo cultural e possuem um ponto de vista culturalmente específico.

Para Rosa e Orey (2018), é fundamental que haja um diálogo entre as abordagens êmica e ética, denominada abordagem dialógica, por meio da qual se pode compreender as influências culturais na elaboração dos etnomodelos, evidenciando a interdependência e a complementaridade entre o 'êmico' e o 'ético', por meio do dinamismo cultural.

Percurso metodológico

Esta pesquisa é de abordagem qualitativa, conforme Bogdan e Biklen (2010). Para levantamento, organização e análise dos dados, foi utilizado o Mapeamento na Pesquisa Educacional, conforme Biembengut (2008), com o intuito de compreender o panorama atual das pesquisas em Etnomodelagem no Brasil. Para tanto, foram realizadas buscas nos seguintes repositórios: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), aparecendo quatros pesquisas quando se insere o termo "etnomodelagem", no entanto, uma delas não diz respeito à essa alternativa metodológica, obtendo-se como resultados as pesquisas de Sonego (2009), Cortes (2017) e Pimentel (2019); e Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), em que também com o termo "etnomodelagem", foram encontrados cinco estudos, dos quais um trata sobre modelagem etnoecológica, descartado da análise desta pesquisa. Foram consideradas as investigações de Sonego (2009), Reges (2013), Cortes (2017) e Santos (2020).

Por fim, o termo "etnomodelagem" foi inserido para buscas no *Google* Acadêmico, sendo nessa investigação considerados somente os resultados de pesquisas *strictu sensu*, descartando-se todos os artigos, sejam eles de eventos ou revistas, bem como as demais investigações de especialização e trabalhos de conclusão de curso que apareceram na busca. Dessa forma, foram encontradas as dissertações de Altenburg (2017), Cortes (2017), Pimentel (2019), Eça (2020), Dutra (2020), Martins (2020), Mesquita (2020), Santos (2020), Barreto (2021) e Rodrigues (2021).

Considerando que houve registro de uma mesma pesquisa em mais de um banco de dados, os resultados apontaram que, disponíveis nessas bases de dados até a escrita deste artigo, haviam 12 pesquisas, todas dissertações que tratam sobre Etnomodelagem no Brasil, conforme pode ser observado no Quadro 1, na próxima seção. Na segunda etapa, essas pesquisas foram analisadas conforme as orientações de Biembengut (2008), no que tange ao mapa de análise.

As pesquisas sobre Etnomodelagem no Brasil

O mapeamento realizado mostrou que as pesquisas sobre a temática estão crescendo no Brasil. A maioria é oriunda da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) – cinco investigações, orientadas pelos professores Milton Rosa ou Daniel Orey, seguido por duas dissertações defendidas na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). As demais foram realizadas em diferentes universidades, nos seguintes estados: Rio Grande do Sul (2), São Paulo (1), Tocantins (1) e Rio Grande do Norte (1). A seguir, no Quadro 1, apresentam-se as pesquisas resultantes do mapeamento realizado.

Quadro 1: Pesquisas em Etnomodelagem no cenário brasileiro

Autor (ano) Instituição	Título da Pesquisa	Síntese da pesquisa
Sonego (2009) UNIFRA	**As contribuições da etnomodelagem matemática no estudo da geometria**	Explorou o conteúdo de geometria espacial por meio do tema plantação de arroz. A autora conclui que o uso da Modelagem Matemática possibilitou aos estudantes tornarem-se agentes ativos na (re)construção do conhecimento.
Reges (2013) UFERSA	**O ensino da geometria com enfoque na etnomodelagem**	Explorou o conteúdo de geometria do ponto de vista da indústria de alimentos, fazendo paralelos com a produção de doces. O autor concluiu que a Modelagem Matemática e a Etnomatemática podem ser ferramentas eficazes, ao possibilitarem um ensino com significados e possível de ser aplicado no cotidiano dos estudantes.

Altenburg (2017) UFPEL	**Contextualizando Cultura e Tecnologias: Um estudo etnomatemático articulado ao ensino de geometria**	Desenvolveu o conhecimento da geometria plana a partir da cultura pomerana com o *software* GeoGebra. Os resultados apontaram que a Etnomatemática coopera para o desenvolvimento da Educação Matemática, e que o uso de computadores nas aulas de matemática favoreceu a exploração e construção de conceitos matemáticos.
Cortes (2017) UFOP	**Re-significando os conceitos de função: um estudo misto para entender as contribuições da abordagem dialógica da etnomodelagem**	Buscou identificar como a abordagem dialógica da Etnomodelagem contribui para a ressignificação do conceito de função por estudantes do Ensino Médio em suas interações com um feirante e suas práticas laborais. O autor afirma que o uso de uma abordagem dialógica para o currículo em Etnomodelagem possibilita ao estudante a compreensão mais completa do objeto matemático.
Pimentel (2019) UFT	**Etnomodelagem: uma abordagem de conceitos geométricos no cemitério de Arraias – TO**	Buscou identificar etnomodelos matemáticos presentes na construção do muro do Cemitério e sua praça de acolhimento da cidade de Arraias –TO. A autora aborda elementos do contexto histórico e os etnomodelos matemáticos presentes na construção do muro do cemitério, os quais foram observados e relacionados com modelos matemáticos existentes.
Dutra (2020) UFOP	**Etnomodelagem e café: propondo uma ação pedagógica para a sala de aula**	Procurou explicar como a aplicação da Etnomatemática, juntamente com a Modelagem, relacionada com a cultura cafeeira, pode cooperar para o desenvolvimento de uma compreensão mais ampla dos conteúdos matemáticos e geométricos, por meio de uma ação pedagógica fundamentada na Etnomodelagem. A autora afirma que os estudantes desenvolveram ferramentas matemáticas necessárias para possibilitar influenciar sua própria realidade, transformando-a com vistas a atingir um bem coletivo.
Eça (2020) UESC	**Formação continuada à luz da Etnomodelagem: implicações para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática**	Buscou investigar as possíveis implicações que uma formação continuada fundamentada na Etnomodelagem pode trazer para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática. Os resultados apontaram para a promoção de um ambiente propício à aprendizagem e ao desenvolvimento profissional dos professores que lidam com estudantes oriundos da zona rural, ao vivenciarem situações que podem ser desenvolvidas em sala de aula.
Martins (2020) UFSCAR	**Etnomodelagem: modelagem matemática no interior de uma comunidade rural sustentável**	Discutiu como a Etnomodelagem possibilitou a identificação dos saberes presentes nos modelos construídos em uma comunidade rural, bem como problematizou o discurso científico hegemônico institucionalizado pela Matemática acadêmica. Realizou uma conexão dos aspectos culturais, como a elaboração dos problemas e questionamentos que fazem parte da realidade dos indivíduos da comunidade rural.
Mesquita (2020) UFOP	**Uma análise sociocrítica da etnomodelagem como uma ação pedagógica para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos em uma comunidade periférica**	Realizou uma análise sociocrítica da Etnomodelagem enquanto ação pedagógica no desenvolvimento de conteúdos matemáticos em comunidades periféricas. Os resultados mostraram que a Etnomodelagem contribuiu para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos e um olhar crítico por parte dos estudantes, a partir do estudo da ausência de saneamento básico na comunidade.
Santos (2020) UESC	**Produção Artesanal de Chocolate e Etnomodelagem: construção do conceito de função por estudantes do Ensino Fundamental**	Analisou o desenvolvimento de uma proposta de ensino, fundamentada na Etnomodelagem para a construção de etnomodelos da produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de Funções. O autor revela que os estudantes modelaram a produção de chocolate usando etnomodelos êmicos, éticos e dialógicos, tanto de representação gráfica quanto algébrica, contribuindo para suas aprendizagens e construção da autonomia.

Barreto (2021) UFOP	**Um estudo qualitativo para entender a ação pedagógica da etnomodelagem com alunos de comunidades rurais e urbanas**	Verificou como a abordagem dialógica da Etnomodelagem poderia contribuir para o desenvolvimento de uma relação de proximidade entre os conhecimentos matemáticos locais de estudantes provenientes da zona rural e urbana. Os resultados mostraram que os estudantes se conscientizaram sobre a conexão entre os saberes e fazeres cotidianos realizados por familiares e praticados em suas comunidades com o conhecimento matemático estudado na escola.
Rodrigues (2021) UFOP	**Explorando a perspectiva de pesquisadores e participantes de trilhas de matemática sobre a (re)descoberta do conhecimento matemático fora da escola: um estudo qualitativo em etnomodelagem**	Investigou como a perspectiva de pesquisadores e participantes de trilhas de matemática poderia contribuir para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em uma perspectiva Etnomatemática por meio da Etnomodelagem. Os resultados apontaram ser necessário que os membros da comunidade escolar desenvolvam ações pedagógicas diferenciadas para que os estudantes possam compreender que os conhecimentos escolares matemáticos e geométricos estão relacionados com aspectos socioculturais das comunidades locais.

Fonte: A autora (2021).

A partir desse panorama, pode-se observar que a maioria das pesquisas apresenta uma ação ou proposta pedagógica, buscando a valorização de diferentes contextos, aliados aos princípios da modelagem matemática. Além disso, aponta para um aumento gradativo do interesse de diferentes pesquisadores sobre essa temática.

Concepções de Modelagem Matemática (MM) que embasam as pesquisas

Para verificar as concepções de MM que embasam as pesquisas em Etnomodelagem, foi realizada uma análise das dissertações, verificando o que os autores revelam nos textos, principalmente no que tange à fundamentação teórica e atividades desenvolvidas. A análise demonstrou que, no que tange à etnomatemática, todas as pesquisas se embasam nas ideias de Ubiratan D'Ambrosio. No entanto, o conceito de MM e até mesmo de Etnomodelagem varia de acordo com a base teórica elencada.

Sobre a MM, estas podem ser categorizadas em duas concepções: i) *A MM na perspectiva sociocrítica*, principalmente baseada em Barbosa (2004) ou Rosa e Orey (2007); e ii) *A MM como estratégia ou método de ensino*, fundamentada em Bassanezi (2010), Biembengut e Hein (2011) ou Biembengut (2016).

A MM na perspectiva sociocrítica

A perspectiva sociocrítica da modelagem tem como representantes Barbosa (2004), Rosa e Orey (2007), Araújo (2009), entre outros autores que embasam suas ideias principalmente na Educação Matemática Crítica (SKOSVMOSE, 2000). Araújo (2009, p. 66), ao defender essa perspectiva, afirma que procura "[...] problematizar o papel da matemática na construção do progresso [...]", preocupando-se com uma educação matemática voltada, sobretudo, para a participação crítica dos estudantes na sociedade – o que, na concepção da autora, "pode trazer contribuições para sua emancipação como cidadãos".

Nessa categoria pode-se considerar as pesquisas de Altenburg (2017), Cortes (2017), Dutra (2020), Martins (2020), Mesquita (2020), Barreto (2021) e Rodrigues (2021).

Altenburg (2017) realiza sua pesquisa com estudantes de 1º ano do Ensino Médio, enfatizando conhecimentos geométricos com a temática sobre a arquitetura regional pomerana, assumindo a Etnomodelagem na perspectiva de Rosa e Orey (2017). As atividades desenvolvidas partem do conhecimento êmico, quando os estudantes buscam fotografias da arquitetura da cidade; após, buscam informações sobre formas geométricas – conhecimento ético; e, em seguida, realizam as projeções no *software* Geogebra, fazendo identificações geométricas dessas projeções e cálculos de área e perímetro – conhecimento dialógico. Embora o autor não assuma a concepção de MM que fundamentou suas ações, a concepção sociocrítica (BARBOSA, 2004) está implícita em suas ações.

Mesquita (2020) também parte do conhecimento êmico ao desenvolver sua pesquisa com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, no desenvolvimento de conteúdos matemáticos em comunidades periféricas. A autora se embasa na concepção sociocrítica de MM defendida por Rosa e Orey (2007) e Barbosa (2004). As atividades são divididas em três blocos de atividades, partindo dos conhecimentos êmicos – pesquisa teórica sobre o tema saneamento básico e posterior entrevista com um catador de materiais recicláveis, para posteriormente propor blocos de atividades éticos e dialógicos.

Já Cortes (2017), Dutra (2020), Barreto (2021) e Rodrigues (2021) partem do conhecimento ético em suas pesquisas. O público-alvo de Cortes (2017) e Dutra (2020) são estudantes do 2º ano do Ensino Médio e de Barreto (2021) do 8º ano do Ensino fundamental, provenientes de comunidades rural e urbana. Cortes (2017) apresenta as interações dos estudantes com um feirante e as suas práticas laborais, buscando ressignificar o conceito de função (CORTES, 2017), enquanto que Dutra (2020) utiliza a temática sobre a cultura cafeeira e suas relações com os conhecimentos matemáticos e geométricos. Os autores assumem que as elaborações teóricas e filosóficas de suas pesquisas estão fundamentadas na concepção de modelagem proposta por Rosa e Orey (2003, 2007), os quais propõem a possibilidade da utilização harmoniosa do programa etnomatemática e da modelagem na Educação Matemática para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem em matemática (CORTES, 2017; DUTRA, 2020; BARRETO, 2021).

As atividades iniciam privilegiando o conhecimento ético, com atividades relacionadas ao conceito de função (CORTES, 2017), para depois fazerem uma visita a feira e demais atividades que privilegiam a transição do conhecimento ético para o êmico; seminário e outras atividades que apresentem uma abordagem dialógica; e, por fim, uma entrevista com o feirante (conhecimentos êmicos). Dutra (2020) inicia a atividade com uma reportagem para que os estudantes se familiarizem com o tema – café – (abordagem ética). Posteriormente é realizada uma visita a plantação de café, onde os estudantes se apropriam dos conhecimentos êmicos provenientes das pessoas que trabalham no local. São desenvolvidos ainda blocos de atividades que privilegiam o conhecimento dialógico. As atividades de Barreto (2021) são organizadas em três blocos, partindo do conhecimento ético para, posteriormente, privilegiar os conhecimentos matemáticos adquiridos localmente – êmico; e, por fim, relacionar o conhecimento matemático estudado na escola com as vivências e saberes de suas experiências cotidianas.

A pesquisa de Rodrigues (2021) não foi desenvolvida com estudantes, mas a autora propõe atividades para a Educação Básica. A pesquisadora entrevistou cinco pesquisadores que investigam sobre as Trilhas de Matemática, e seis participantes que são ex-alunos de mestrado que participaram da realização de trilhas. Apresenta como base teórica a perspectiva sociocrítica da MM, apoiando-se em Rosa e Orey (2007) e Barbosa (2004), inclusive mencionando a questão da MM como ambiente de aprendizagem. As atividades sugeridas por Rodrigues (2021) são divididas em estações e, embora a autora não assuma, ela parte de uma atividade que talvez possa ser classificada como ética, pois se refere à história das espirais – atividades antes da trilha. Durante a trilha e visualização da arquitetura local, considera-se que esteja sendo privilegiado o conhecimento êmico. Nas atividades da estação 3 – depois da trilha, é observado o conhecimento dialógico.

Martins (2020) desenvolve sua pesquisa com agricultores que trabalham com a produção de produtos orgânicos, sendo considerada uma pesquisa etnográfica, não havendo participação de estudantes. A concepção de MM utilizada por Martins (2020) é a de Caldeira

(2007), o qual considera a modelagem uma concepção de Educação Matemática e sistema de aprendizagem focado no processo, e não na construção do modelo.

É possível perceber que as pesquisas desta categoria não possuem uma maneira única de desenvolvimento das atividades, alternando entre início com a abordagem êmica (ALTENBURG, 2017; MESQUITA, 2020) ou ética (CORTES, 2017; DUTRA, 2020; BARRETO, 2021; RODRIGUES, 2021). De acordo com os resultados dessas pesquisas, essa alternância em iniciar pelos conhecimentos éticos ou êmicos aparentemente não tem relação direta com a aprendizagem dos estudantes, sendo que dos dois modos se pode chegar a resultados positivos. Essa é apenas uma opção do pesquisador ou professor que irá desenvolver a proposta.

A MM como estratégia ou método de ensino

Essa concepção é defendida, entre outros autores, por Bassanezi (2002), Biembengut e Hein (2011) e Biembengut (2016). Esses autores sugerem etapas para o desenvolvimento da MM. Esta deve partir, após a escolha do tema, de um período de familiarização com o assunto a ser modelado, passando por um processo de resolução e elaboração do modelo e, por fim, validação, avaliação e comunicação do modelo. Nesta categoria, pode-se considerar as pesquisas de Sonego (2009), Reges (2013), Pimentel (2019), Santos (2020) e Eça (2020).

As pesquisas de Sonego (2009) e Reges (2013) são desenvolvidas no Ensino Médio, abordando o conteúdo geometria espacial, com as temáticas: plantação de arroz (SONEGO, 2009) e indústria de alimentos (REGES, 2013). Reges (2013) não apresenta definição para Etnomodelagem, apenas menciona as relações entre etnomatemática e MM. Já Sonego (2009) fundamenta-se em Caldeira (2007), considerando a Etnomodelagem como um conjunto de ações pedagógicas desenvolvidas por meio da MM, baseando-se no contexto sociocultural e econômico dos estudantes. Sobre a concepção de MM utilizada por Sonego (2009), vem ao encontro da modelagem como estratégia de ensino (BASSANEZI, 2002), o qual define etapas para a realização do trabalho com modelagem de modo similar à concepção adotada por Reges (2013), o qual se fundamenta em Biembengut e Hein (2011).

Analisando as atividades, tanto de Sonego (2009) quanto de Reges (2013), é possível perceber que, embora não tenham nomeado dessa forma, contemplam as abordagens êmica, ética e dialógica propostas por Rosa e Orey (2017). Ambas iniciam com a escolha do tema e levantamento de dados – pesquisa exploratória realizada pelos estudantes sobre a temática, seguido por visita a um engenho de arroz no município (SONEGO, 2009) e visita a fábrica de doces (REGES, 2013) – privilegiando o conhecimento êmico. Posteriormente os estudantes realizaram uma série de atividades denominadas como situações-problema, nas quais foi formalizado o conceito referente à geometria espacial (conhecimento ético), seguido pela construção de um modelo – no caso das pesquisas foram maquetes referentes aos maquinários utilizados no engenho (SONEGO, 2009); e um tanque cilíndrico (REGES, 2013), privilegiando o conhecimento dialógico.

A pesquisa de Pimentel (2019) não foi desenvolvida com estudantes. A autora usou como base teórica para a Etnomodelagem as ideias de Rosa e Orey (2017) e para a MM utilizou a concepção de Bassanezi (2002) e Biembengut e Hein (2011), considerando as etapas para o trabalho com modelagem. Pimentel (2019) utiliza como temática a arquitetura da cidade de Arraias – TO, mais especificamente o muro do cemitério municipal. Para isso, partindo dos conhecimentos êmicos de uma pessoa que participou da construção do muro, a autora propõe etnomodelos geométricos – abordagem ética.

Santos (2020) desenvolveu sua pesquisa com estudantes do 9º ano do Ensino fundamental com a temática produção artesanal de chocolate. O autor assume a concepção de Rosa e Orey (2017) para Etnomodelagem e de Biembengut (2016) para MM. As atividades iniciam com a visita ao assentamento de produtores, indo ao encontro das ideias de Biembengut (2016) quando se refere à primeira etapa: percepção e apreensão, privilegiando os conhecimentos êmicos (ROSA; OREY, 2017). Na próxima etapa, Santos (2020) parte de dados matemáticos oriundos das respostas dos produtores às entrevistas dos estudantes para o desenvolvimento de questões sobre funções – conhecimento ético. As atividades finais propostas por Santos (2020) privilegiam uma abordagem dialógica e têm como objetivo a construção de etnomodelos por parte dos estudantes, tanto de representação gráfica quanto de representação algébrica, utilizando o conceito de função com base nos dados obtidos na fábrica de chocolates.

A pesquisa de Eça (2020) também tem a concepção de MM de acordo com Biembengut (2016), no entanto, não há desenvolvimento com estudantes da Educação Básica, sendo proposta para os professores de matemática de uma cidade da Bahia uma formação continuada, oferecida pela Secretaria de Educação do Município, com base na

Etnomodelagem. As bases teóricas da investigação de Eça (2020) vão ao encontro das ideias de Rosa e Orey (2017).

Nesta categoria, foi possível perceber que há um rigor metodológico na sequência de desenvolvimento das atividades. Isso reflete as concepções de Bassanezi (2002), Biembengut e Hein (2011) e Biembengut (2016), os quais propõem etapas para o processo de modelagem, partindo de um tema da "realidade". No olhar da Etnomodelagem, esse tema deve partir do contexto sociocultural dos membros de diferentes grupos.

Pode-se perceber ainda que todas as pesquisas elencadas nessa categoria partem da abordagem êmica – percepção e apreensão – familiarização com o assunto, para posteriormente apresentarem a 'tradução' para o olhar ético – compreensão e explicitação – resolução do problema e do modelo, e então para a relação dessas abordagens, o conhecimento dialógico – significação e expressão – validação, avaliação e comunicação do modelo.

Essa forma de organização do trabalho com Etnomodelagem, partindo do êmico, vem ao encontro das ideias de Eglash *et. al* (2006), quando afirmam que a etnomatemática faz uso da modelagem como uma ferramenta para a tradução do sistema de conhecimento local para a matemática acadêmica, de modo que essa matemática pode ser vista como decorrente do êmico. Ou seja, segundo os autores, o conhecimento matemático emerge do êmico, e não do ético.

Algumas considerações

Este artigo teve como objetivo apresentar as pesquisas em Etnomodelagem no Brasil, analisando as concepções de Modelagem Matemática (MM) que as embasam. A Etnomodelagem, como proposta metodológica ou alternativa pedagógica, tem como premissa a valorização dos saberes e fazeres de pessoas oriundas de diferentes espaços e culturas, e a posterior tradução, ou não, destes saberes para o ambiente escolar, no intuito de ensinar matemática por meio dessa valorização da diversidade e cultura local.

No entendimento da autora desta pesquisa, a Etnomodelagem é uma proposta metodológica que se utiliza dos conceitos de diversidade e cultura (etno) em consonância com a modelagem matemática (ticas) com o objetivo de potencializar a aprendizagem (matema) nos diferentes níveis de escolaridade. Dessa forma, a Etnomodelagem pode se apresentar como uma concepção de modelagem matemática e também de etnomatemática.

O panorama atual das pesquisas sobre Etnomodelagem no Brasil mostra um crescente em relação a novas publicações. Neste artigo foram destacadas apenas dissertações, visto que não existem ainda teses defendidas com esse enfoque. No entanto, há publicações referentes a monografias, tanto de especialização como de trabalhos de conclusão de curso, além de artigos em diversas revistas e anais de eventos que se utilizam da Etnomodelagem, o que mostra o avanço desta proposta nas discussões acadêmicas.

No que tange às concepções de modelagem que embasam as pesquisas, foram percebidas duas direções: a ideia da modelagem na perspectiva sociocrítica e como método ou estratégia de ensino. Por meio da análise das pesquisas que abordam diferentes enfoques e ilustram cada uma dessas concepções, ficou evidente que é possível a utilização de ambas, e que isso não influencia quanto aos resultados. Desse modo, qualquer uma dessas concepções adotadas para a Etnomodelagem pode contribuir para a aprendizagem de conteúdos de matemática por parte de estudantes de diferentes níveis de escolaridade, proporcionando uma aprendizagem fundamentada no respeito e na valorização cultural.

Referências

ALBANESE, V.; PERALES, F. J. Pensar matematicamente: una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 17, n. 3, p. 261-288, 2014.

ALTENBURG, G. S. **Contextualizando Cultura e Tecnologias**: Um estudo etnomatemático articulado ao ensino de geometria. Pelotas: UFPel, 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, 2017.

ARAÚJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul., 2009.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARRETO, F. M. **Um estudo qualitativo para entender a ação pedagógica da etnomodelagem com alunos de comunidades rurais e urbanas**. 2021. 293 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3 ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2010.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5 ed.

São Paulo: Contexto, 2011.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação.** Porto, Portugal: Editora Porto, 2010.

CALDEIRA, A. D. Etnomodelagem e suas relações com a educação matemática na infância. *In:* BARBOSA, J. C., CALDEIRA, A. D., ARAÚJO, J. L. **Modelagem matemática na educação matemática brasileira:** pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 81- 97.

CORTES, D. P. de O. **Re-significando os conceitos de função:** um estudo misto para entender as contribuições da abordagem dialógica da etnomodelagem. 2017. 226 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo, SP: Editora Ática, 1990.

D'AMBROSIO, U. Sobre as propostas curriculares STEM (ciência, tecnologia, engenharia, matemática) e STEAM (ciência, tecnologia, engenharia, artes, matemática) e o programa etnomatemático. **PARADIGMA**, [S. l.], p. 151-167, 2020.

DUTRA, É. D. R. **Etnomodelagem e café:** propondo uma ação pedagógica para a sala de aula. 2020. 319 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020.

EÇA, J. L. M. **Formação continuada à luz da Etnomodelagem:** implicações para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2020.

EGLASH, R.; BENNETT, A.; O'DONNELL, C.; JENNINGS, S.; CINTORINO, M.

Culturally situated designed tools: ethnocomputing from field site to classroom.

American Anthropologist, v. 108, n. 2, p. 347-362, 2006.

MADRUGA, Z. E. F. **A criação de alegorias de carnaval:** das relações entre modelagem matemática, etnomatemática e cognição. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, 2012.

MARTINS, R. B. G. **Etnomodelagem:** modelagem matemática no interior de uma comunidade rural sustentável. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

MESQUITA, A. P. S. de S. **Uma análise sociocrítica da etnomodelagem como uma ação pedagógica para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos em uma**

comunidade periférica. 2020. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020.

PIMENTEL, C. C. **Etnomodelagem:** uma abordagem de conceitos geométricos no cemitério de Arraias – TO. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Arraias, 2019.

PRADHAN, J. B. Artefatos culturais como uma metáfora para comunicação de ideias matemáticas. **Revemop**, v. 2, 2021.

REGES, A. M. M. **O ensino da geometria com enfoque na etnomodelagem.** 2013. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013.

RODRIGUES, J. **Explorando a perspectiva de pesquisadores e participantes de trilhas de matemática sobre a (re)descoberta do conhecimento matemático fora da escola:** um estudo qualitativo em etnomodelagem. 2021. 327 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021.

ROSA, M.; OREY, D. C. Abordagens atuais do Programa Etnomatemática: delineando-se um caminho para a ação pedagógica. **Bolema**, v. 19, n. 26, p. 1-26, 2006.

ROSA, M.; OREY, D. C. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sócio-crítica. **Revista Horizontes**, v.25, n.2, p.197-206, 2007.

ROSA, M.; OREY, D. C. Interlocuções Polissêmicas entre a Etnomatemática e os Distintos Campos de Conhecimento Etno-x. *In:* **Educação em Revista**, v. 03, n. 30, p. 63-97, 2014.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Etnomodelagem:** a arte de traduzir práticas matemáticas locais. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

ROSA, M.; OREY, D. C. Etnomatemática: investigações em etnomodelagem. **Revista de investigação e divulgação em Educação Matemática**, Juiz de Fora, v. 2, n. 1, p. 111-136, jan./jun. 2018.

SANTOS, J. **Produção Artesanal de Chocolate e Etnomodelagem**: construção do conceito de função por estudantes do Ensino Fundamental. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SONEGO, G. V. **As contribuições da etnomodelagem matemática no estudo da geometria**. 2009. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário franciscano, Santa Maria, 2009.

Desvio Positivo em Etnomatemática: Discutindo Conceitos

Positive Deviance in Ethnomathematics: Discussing Concepts

Milton Rosa
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
milton.rosa@ufop.edu.br

Daniel Clark Orey
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
oreydc@ufop.edu.br

Resumo
Atualmente, um importante foco da Educação Matemática é a sua tendência em respeitar e valorizar as orientações locais em seu paradigma de pesquisa. Assim, a busca por ações pedagógicas inovadoras é necessária para registrar as formas históricas e desenvolvidas localmente das ideias, procedimentos e práticas matemáticas desenvolvidas em contextos culturais diversos. Contudo, a Etnomatemática não é uma tentativa de substituir a matemática escolar/acadêmica globalizada, sendo necessário reconhecer a existência de *saberes* e *fazeres* locais no currículo escolar. Nesse contexto, é necessário ressaltar que o desvio positivo desencadeado pela Etnomatemática é criativo e insubordinado, pois evoca um distúrbio que causa uma revisão das regras e regulamentos no processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Desse modo, o prinicpal objetivo desse artigo é a discussão de conceitos relacionados com o desvio positivo relacionado à Etnomatemática, que busca desencadear um processo dialógico sobre a natureza do conhecimento matemático em relação aos seus aspectos culturais. Por conseguinte, esse artigo teórico visa a proposião de um diálogo entre as abordagens local e global de uma maneira glocal que promova o desenvolvimento do dinamismo cultural. Essa discussão também possibilitará que os investigadores, professores e educadores busquem uma ação pedagógica subversiva e responsável para o desenvolvimento do currículo matemático, propiciando que esses profissionais possam examinar, analisar, interpretar e buscar o respeito e a valorização do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos.

Palavras-chave: Ação Pedagógica; Conhecimento Matemático Local; Desvio Positivo; Etnomatemática; Insubordinação Criativa; Subversão Responsável.

Abstract
Currently, an important focus of mathematics education is its tendency to respect and value local orientations in its research paradigm. Thus, the search for innovative pedagogical actions is necessary to record the historical and locally developed forms of mathematical ideas, procedures and practices developed in different cultural contexts. Ethnomathematics is not an attempt to replace globalized school/academic mathematics, yet it is necessary to recognize the local knowledge and practices in the school curriculum. In this context, it is necessary to emphasize that the positive deviation triggered by ethnomathematics is creative and insubordinate, as it evokes a disorder that causes a review of rules and regulations in the teaching and learning process in mathematics. Thus, the main objective of this article is the discussion of concepts related to the positive deviation related to ethnomathematics, which seeks to trigger a dialogical process on the nature of mathematical knowledge in relation to its cultural aspects. Therefore, this theoretical article aims to propose a dialogue between local and global approaches in a glocal way that promotes the development of cultural dynamism. This discussion will also enable researchers, teachers, and educators to seek a subversive and responsible pedagogical action for the development of the mathematical curriculum, enabling these professionals to examine, analyze, interpret and seek respect and appreciation of the mathematical knowledge developed by members of distinct cultural groups.

Keywords: Pedagogical Action, Local Mathematical Knowledge; Positive Deviance; Ethnomathematics; Creative Insubordination; Responsible Subversion.

Considerações Iniciais

A Etnomatemática como um programa e, também, como um paradigma de pesquisa surgiu em oposição ao discurso eurocêntrico dominante em Educação Matemática que enfatiza um currículo escolar originalmente desenvolvido pelos países colonizadores e imposto às comunidades locais durante o processo de colonização.

Esse contexto possibilitou o surgimento da Etnomatemática que se contrastou com o discurso eurocêntrico sobre a hegemonia da Matemática, pois esse programa desafiou a percepção de que os membros de grupos culturais distintos somente desenvolveram e desenvolvem técnicas simplistas e folcloristas para resolver os problemas que enfrentam em seu cotidiano.

Nesse direcionamento, Rosa e Orey (2015) argumentam que a Etnomatemática surgiu como um programa que pode ser interpretado como uma reação ao *imperialismo cultural*[1] que se espalhou pelo mundo, juntamente, com a expansão das grandes navegações que ocorreram no século XV.

Em nosso ponto de vista, esse fato pode estar relacionado aos conceitos de *insubordinação criativa* (CROWSON; MORRIS 1982), *subversão responsável* (HUTCHINSON, 1990) ou *desvio positivo* (ZEITLIN, GHASSEMI; MANSOUR, 1990), que são conceitos equivalentes no que se refere à *adaptabilidade de regras e regulamentos*[2] a fim de alcançar o bem-estar dos membros de grupos culturais distintos.

No campo da Educação Matemática, de acordo com D'Ambrosio e Lopes (2015a), a subversão responsável refere-se às práticas de professores que, de maneira insubordinada, mas com discernimento, se opõem às prescrições sem sentido pedagógico, bem como à burocracia educacional e do poder público. Esse conceito refere-se também às ações relacionadas com as normas e regras institucionais, muitas vezes incontestáveis, que visam um melhor compromisso com as necessidades das populações escolares.

Assim, um objetivo central da Etnomatemática está relacionado em auxiliar os educadores e alunos a se tornarem colaboradores responsáveis, embora subversivos, no

---

[1]O imperialismo cultural é considerado como a hegemonia econômica, tecnológica e cultural das nações desenvolvidas, que determinou a direção do progresso socioeconômico mundial, bem como padronizou os valores culturais por meio de sua imposição internacional (SANDBACKA, 1977).

[2]Na literatura sobre enfermagem, os atos de subversão responsável estão relacionados com a flexibilização e a quebra de regras que visam o benefício dos pacientes (HUTCHINSON, 1990). Contudo, nos primeiros estudos relacionados com os gestores de escolas, na literatura educacional, a terminologia utilizada estava relacionada com a insubordinação criativa (HAYNES; LICATA, 1995).

processo de transformação social, em seus próprios contextos educacionais. Desse modo, a Etnomatemática busca valorizar e respeitar as diversas formas de aprendizagem encontradas *fora* dos ambientes educacionais formais.

Desse modo, nas instituições de ensino, a natureza colaborativa da Etnomatemática, juntamente com a reflexão sobre a prática docente dos educadores, proporcionam para esses profissionais, a confiança, a autoconfiança e a eficácia, que são necessárias para defender as múltiplas dimensões do processo de ensino e aprendizagem, que podem estar fundamentadas em atos de insubordinação criativa, por meio da implementação de estratégias alternativas de ensino que objetivam o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos (LOPES; D'AMBROSIO, 2016).

Essa abordagem na Educação é a antítese do desenvolvimento da maioria dos cursos de formação de professores de Matemática, que visam formar profissionais que sejam conscientes da presença de alunos marginalizados (baixo desempenho, classe trabalhadora, com deficiências, de diferentes etnias e raças) nas salas de aula e que buscam adotar estratégias para compreender as experiências educacionais e entender as dificuldades de escolarização dos alunos (GUTIÉRREZ, 2012).

Nesse contexto, Rosa e Orey (2015) afirmam que os educadores, administradores escolares e professores podem ser considerados subversivos responsáveis se considerarem alternativas pedagógicas que possam alcançar resultados positivos para o bem comum da comunidade escolar, que sejam constituídas por contribuições ativas de seus membros, como, por exemplo, pais, alunos e familiares.

Essas ações de insubordinação criativa são oposicionistas e, geralmente, são consideradas como um desafio à autoridade estabelecida quando se opõe ao bem comum dos membros de grupos culturais distintos, visando incluir e utilizar políticas educacionais antidiscriminatórias.

A subversão responsável significa que os membros de grupos culturais distintos se conscientizam sobre quando, como e por que é importante agir contra os procedimentos e/ou as diretrizes estabelecidas que são injustas ou que não atendem positivamente a comunidade escolar. Então, ser subversivamente responsável requer que esses membros se assumam como seres inacabados e que utilizam a curiosidade como fundamento da produção de conhecimento, tornando-a uma ferramenta de busca permanente pela paz e pela justiça social (D'AMBROSIO; LOPES, 2015a).

Nesse contexto, Rosa e Orey (2016), comentam que a Etnomatemática pode ser considerada como um programa subversivo e responsável porque, muitas vezes, causa uma ruptura na ordem existente na Matemática escolar/acadêmica, encorajando e desenvolvendo o estudo de ideias, procedimentos e práticas matemáticas locais encontradas em entornos culturais distintos e em diversos contextos que estão de acordo com as percepções locais (êmicas) de seus membros.

Por conseguinte, Rosa (2010) afirma que o Programa Etnomatemática flexibilizou as regras e as expectativas burocráticas da Matemática escolar/acadêmica, a fim de reconhecer caminhos pedagógicos diversificados com o objetivo de valorizar os diversos modos do *saber/fazer* matemático produzido em outras culturas.

Para Rosa e Orey (2015), a subversão responsável desencadeada pela Etnomatemática iniciou um distúrbio causado por uma ressignificação do conhecimento matemático, pois possibilitou o crescimento e o surgimento de novas oportunidades para a discussão da natureza da Matemática e do desenvolvimento de *saberes* e *fazeres* locais. Desse modo, a insubordinação criativa desse programa contribuiu para o enfrentamento de tabus que sugerem a Matemática como um campo universal de estudo sem tradições e raízes culturais.

Na área da Educação Matemática, Gutiérrez (2013) descreve os atos de insubordinação criativa desenvolvidos pelos professores como ferramentas necessárias para definir as ações políticas desencadeadas no ambiente escolar. Esse contexto possibilita que os professores e alunos desenvolvam as suas próprias ações, que podem resultar em atos políticos de insubordinação criativa e subversão responsável.

Os desafios contínuos, das verdades universais, que os educadores enfrentam em sua prática docente diária, podem desenvolver procedimentos metodológicos que os auxiliam na compreensão das ideias, dos procedimentos e das práticas matemáticas culturalmente vinculadas aos membros de grupos culturais distintos, sem permitir que a sua própria cultura possa interferir na formação cultural desses membros.

Dessa maneira, Orey e Rosa (2014) afirmam que esses membros desenvolveram e desenvolvem a sua própria interpretação da cultura local (abordagem êmica) em oposição à interpretação global dos observadores externos (abordagem ética) dessas culturas.

Contudo, embora estejamos discutindo aspectos importantes da insubordinação criativa e da subversão responsável, é importante destacarmos que, neste artigo, utilizaremos também o conceito de *desvio positivo*, cuja amplitude abarca as soluções inovadoras na pesquisa em Etnomatemática e a sua ação pedagógica, pois este programa também propõe a flexibilidade de normas e regras nas instituições de ensino, visando buscar a paz total e a justiça social.

Desvio Positivo no Contexto da Etnomatemática

A tomada de decisão no processo de ensino e aprendizagem contém várias condições de certeza, incerteza e risco. Por exemplo, ambientes pedagógicos diversos contêm uma variedade infinita de situações que exigem que os professores utilizem habilidades, técnicas, estratégias e um código de conduta profissional e conhecimento específico de situações de aprendizagem, pois os padrões matemáticos globalizados estão desvinculados das atividades curriculares realizadas em nível local.

Portanto, os professores se desviam das normas e regras institucionais ao reagirem de maneira criativa, responsável e subversiva no atendimento às necessidades educacionais de seus alunos. Em concordância com esse contexto, propomos que esses profissionais se conscientizem sobre o conceito de *desvio positivo* para que possam desenvolver ações pedagógicas que envolvam os atos intencionais de flexibilização de regras para viabilizar a busca pela paz e justiça social.

No entanto, é importante ressaltar que o termo desvio pode ser emocionalmente carregado, evocando uma ampla gama de imagens e interrupções, muitas das quais passíveis de serem anômalas ou suscitarem desaprovações (GARY, 2013). Nesse sentido, os desvios podem ser descritos como uma parte normal do processo de qualquer investigação (POLET, VANDERAEGEN; AMALBERTI; 2003). Assim, destacamos que o conceito de desvio positivo emergiu, na década de 1970, primeiramente, em pesquisas relacionadas com as questões de nutrição.

Os investigadores que, inicialmente, investigaram o desvio positivo em nutrição, observaram que, apesar da pobreza em certas comunidades, algumas famílias pobres tinham filhos bem nutridos (ZEITLIN, GHASSEMI; MANSOUR, 1990). Então, esses pesquisadores utilizaram as informações coletadas pelos membros dessas famílias para que pudessem planejar programas nutricionais alternativos (WISHIK; VAN DER VYNCKT, 1976).

Complementarmente, o desvio positivo é utilizado para ampliar os conceitos relacionados com a disciplina do comportamento organizacional (DODGE, 1985). Esse conceito também é empregado nos negócios, na gestão, na sociologia, na criminologia, na saúde e na enfermagem.

No entanto, como os conceitos são a base para a elaboração de uma determinada teoria, a compreensão da noção de desvio positivo pode contribuir para o desenvolvimento de conhecimentos locais e inovadores no processo de ensino e aprendizagem, que estejam vinculados ao contexto cultural dos alunos. No entanto, não há uma definição uniforme ou consistente desse conceito para contextos educacionais.

Consequentemente, entendemos que o desvio positivo está relacionado com os procedimentos, as práticas ou estratégias (*ticas*) desenvolvidas localmente, que não são prescritas, mas que produzem resultados tão bons quanto aqueles vinculados com as práticas padrões tradicionais (FIELDING, HOGG; ANNANDALE, 2006, PASCALE, STERNIN; STERNIN, 2010). Assim, essa conceituação pode estar relacionada ao processo de ensino e aprendizagem no que diz respeito à utilização de técnicas locais na resolução de problemas enfrentados por membros de grupos culturais distintos em seu cotidiano.

Nesse direcionamento, Presmeg (1998) argumentou que um aspecto importante na utilização de práticas culturais locais na afirmação da diversidade nas salas de aula de Matemática é que os professores se conscientizem sobre essas questões por meio de programas de formação de professores.

Para D'Ambrosio e Lopes (2015b), esses programas possibilitam o desenvolvimento de educadores ativos, críticos, reflexivos e responsáveis, que estejam dispostos a colaborar com seus os pares na busca coletiva de soluções para os problemas educacionais que emergem em suas práticas pedagógicas diárias. Portanto, para Gutiérrez (2015), a Educação Matemática oferece oportunidades para os professores:

1) Ampliarem e adicionarem complexidade aos seus entendimentos sobre o processo de ensino e aprendizagem em Matemática para jovens marginalizados.
2) Perceberem e desenvolverem múltiplas interpretações sobre as situações que normalmente não perceberiam, como, por exemplo, sobre a Matemática, sobre os alunos, sobre as questões de justiça social e sobre a própria profissão.
3) Desenvolverem uma postura de *advocacy*[3] no processo de ensino e aprendizagem em Matemática de alunos de grupos minoritários.
4) Responderem, crítica, reflexiva e criativamente aos *discursos subtrativos*[4] em Educação que posicionam os alunos marginalizados como incompetentes e/ou definem de maneira restrita a Matemática como uma base de conhecimento predeterminada para a aprendizagem.

De acordo com Rosa (2010), é necessário que os programas de formação de professores possam desconstruir a noção de que as ideias, procedimentos e práticas matemáticas são exclusivamente ocidentais ou europeias em sua origem, pois se baseiam em pressupostos filosóficos e valores endossados pelos poderes impostos pelas civilizações capitalistas ocidentais.

Esses pressupostos estão relacionados com as crenças de que: a) os procedimentos matemáticos eurocêntricos são únicos e superiores, b) as práticas matemáticas são iguais para todos os grupos culturais e c) os objetivos, as estratégias e as técnicas são igualmente aplicáveis por todos os seus membros em todos os lugares e situações (ROSA, 2010).

Nesse contexto, um objetivo importante do desvio positivo é desafiar e fortalecer os modelos teóricos existentes, tanto para minimizar os pressupostos de universalidade matemática quanto para reivindicar uma adequação descritiva, preditiva e explicativa das práticas matemáticas desenvolvidas localmente. Outro objetivo é entender e explicar as

[3]Nesse artigo, o termo *advocacy* (advogar) é utilizado como um sinônimo de defesa e argumentação em favor de uma causa, pois é um processo de reivindicação de direitos que tem por objetivo influir na formulação e implementação de políticas públicas que atendam às necessidades da população. Esse termo tem origem na palavra latina *advocare*, que significa auxiliar e/ou ajudar alguém que está em necessidade.
[4]As escolas tendem a subtrair os recursos dos alunos de duas maneiras principais por meio da utilização de recursos subtrativos: em primeiro lugar, rejeitando a definição de educação e, em segundo lugar, por meio de políticas e práticas assimilacionistas que minimizam a cultura e o idioma dos alunos, visando retirar os seus bens culturais ao denegrir a sua língua, história, e experiências, forçando-os a se conformarem aos comportamentos dominantes (VALENZUELA, 1999).

variações históricas existentes das ideias, procedimentos e práticas matemáticas no decorrer do tempo conforme a sua cultura de origem e as suas características socioculturais.

Dessa maneira, Gutiérrez (2015) recomenda que os professores questionem a presença da opressão no ambiente escolar, bem como promovam a justiça social no desenvolvimento de atividades curriculares que visa o combate às políticas públicas relacionadas com todas as formas de racismo e preconceitos.

Então, é importante que os professores reconheçam como as reformas educacionais em Matemática podem promover efeitos diferentes e prejudiciais nos alunos que foram, historicamente, marginalizados, pois pertencem aos grupos minoritários que compõem a sociedade contemporânea (GUTIÉRREZ, 2015).

Com relação à essa afirmação, Rosa e Orey (2015) afirmam que a ação política e o desvio positivo dos educadores matemáticos incluem a tomada de posição para se oporem ao currículo padrão e às práticas instrucionais, bem como às formas de avaliação e às regras e diretrizes impostas pelo sistema escolar.

Assim, para Tarantino (2005), quando esses elementos são desfavoráveis à aprendizagem dos alunos, as ações de desvio positivo tornam-se um comportamento intencional e honrado que se diferenciam das normas previamente estabelecidas por conter elementos de inovação, criatividade e adaptabilidade.

Por exemplo, Rosa e Orey (2017) afirmam que a Etnomatemática, a Etnomodelagem, a Etnocomputação e o Currículo Trivium são abordagens inovadoras para a Educação Matemática, pois provocam discussões sobre como os educadores podem integrar os aspectos sociais, culturais, econômicos, ambientais e políticos nas estruturas curriculares ao flexibilizarem as normas burocráticas vigentes, pois incorporam as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas locais na elaboração das atividades curriculares.

Nesse contexto, o desvio positivo propõe uma discussão sobre a inclusão das orientações locais no paradigma tradicional do processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Então, ao reconhecer o conhecimento matemático local e as suas implicações para a justiça social, para a sensibilidade e a capacitação cultural, bem como para a transformação política de uma sociedade, esse processo desencadeia uma insubordinação criativa e uma subversão responsável que incentiva o debate sobre o papel e a natureza da Matemática na sociedade contemporânea (ROSA; OREY, 2015).

Em nosso ponto de vista, esses são os principais objetivos da Etnomatemática com referência ao desvio positivo na formação inicial e continuada dos professores para o desenvolvimento de sua prática docente no ambiente escolar por meio da utilização de ações de insubordinação criativa, subversão responsável e desvio positivo.

Portanto, para Rosa e Orey (2017), o desenvolvimento de uma ação pedagógica para a Etnomatemática, bem como a condução de pesquisas relacionadas com esse programa, é possível identificar três abordagens culturais que nos auxiliam no entendimento do processo investigativo, no estudo e na compreensão das ideias, procedimentos e práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos por meio das abordagens: global (ética), local (êmica) e glocal (dialógica).

1) ***Global*** (ética, de fora da cultura) está relacionada com a visão dos observadores externos sobre as crenças, os costumes e o conhecimento científico e matemático dos membros de grupos culturais distintos. O processo de globalização reforçou a abordagem utilitarista da Matemática escolar e o preconceito ocidental nos currículos matemáticos, bem como auxiliou a globalizar as ideologias matemáticas generalizadas. Em particular, a Matemática escolar é criticada como uma força homogeneizadora cultural, um filtro crítico para a manutenção do *status quo*, uma perpetuadora de ilusões equivocadas de certezas e um instrumento de relações de poder. O currículo matemático global é fundamental para cultivar esses valores, bem como para promover a imposição desse conhecimento para os alunos. Nessa abordagem, os educadores e investigadores comparativistas buscam descrever as diferenças entre as culturas com a utilização de métricas e categorias comuns (ROSA; OREY, 2017). Esses indivíduos são considerados como *culturalmente universais* (SUE; SUE, 2003).
2) ***Local*** (êmico, de dentro da cultura) está relacionada com a visão dos observadores internos sobre as suas próprias práticas culturais, costumes, religião, sexualidade, crenças e conhecimento científico e matemático. O conhecimento local é importante porque foi testado, legitimado e validado pelos membros da cultura local. Assim, o conhecimento local cria uma estrutura a partir da qual os membros de grupos culturais distintos podem compreender e interpretar o mundo ao seu redor conforme o próprio referencial sociocultural.

Atualmente, há um reconhecimento da importância das perspectivas e contribuições locais para o desenvolvimento do conhecimento científico e matemático. Nessa abordagem, os membros de grupos culturais distintos descrevem a sua cultura em seus próprios termos (ROSA; OREY, 2017). Esses indivíduos são denominados de *culturalmente específicos* (SUE; SUE, 2003).

3) G***local*** (êmico-ético, dialógico, dinamismo cultural) representa a *glocalização* que é uma interação contínua entre a globalização e a localização ao oferecer uma abordagem por meio da qual ambas as abordagens são elementos de um mesmo fenômeno (KLOOS, 2000). A glocalização envolve a combinação, a mistura e adaptação de dois processos distintos, mas complementares. Nesse processo dialógico um dos componentes deve abordar a cultura local e os seus sistemas de valores e práticas (KHONDKER, 2004). Para D’Ambrosio (2006), em uma sociedade glocalizada, os membros de grupos culturais distintos devem estar capacitados para agirem globalmente em seu ambiente local. Nesse contexto, Rosa e Orey (2017) afirmam que é necessário que os investigadores e educadores trabalhem com diferentes ambientes culturais e, atuem como etnógrafos para descrever as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas de outras *culturas*, com o objetivo de dar sentido às essas interpretações dialógicas por meio do dinamismo cultural.

Consequentemente, é importante nos concentrarmos primeiro nos *saberes* e *fazeres* matemáticos locais para, em seguida, complementá-los por meio da integração das influências globais do conhecimento matemático e vice-versa. Dessa maneira, poderemos promover uma aprendizagem matemática enraizada em tradições e contextos culturais locais, mas também para equipar os alunos com um conhecimento global, visando a criação de uma espécie de globalização localizada ou de uma localização globalizada desses conhecimentos (CHENG, 2005) por meio da glocalização.

Nesse contexto, existe a necessidade de que os educadores e investigadores se conscientizem sobre a universalidade cultural imposta (global) do conhecimento matemático, bem como assumam as técnicas, os procedimentos e as práticas matemáticas (locais) que estão relacionadas com o próprio relativismo cultural por meio do dinamismo do encontro entre culturas e/ou conhecimentos matemáticos distintos.

Considerações Finais

Na Educação (Matemática), o desvio positivo é exemplificado pela flexibilização intencional das regras pelos professores para o cumprimento de metas específicas para os alunos ou para promover a eficiência de seu trabalho docente. Dessa maneira, a subversão responsável ocorre quando os professores se conscientizam sobre a flexibilização de regras para que esses profissionais possam atender às necessidades educacionais dos alunos.

Assim o (re)exame da educação em comunidades carentes permite o envolvimento transformador dos alunos em experiências de empoderamento e colaboração que vinculam currículo, pedagogia e avaliação à identidade, à política e à justiça social (ZYNGIER, 2009), possibilitando a promoção de ações de insubordinação criativa que visam a minimização e/ou redução de comportamentos burocráticos no sistema educacional.

Por conseguinte, o desvio positivo pode ser conceituado a partir de uma abordagem comportamental, destacando a importância dos membros de grupos culturais distintos e de seus padrões normativos como base para categorizar os comportamentos desviantes. Os critérios para definir esses comportamentos incluem aqueles que flexibilizam ou se afastam das regras e normas do grupo de referência, mas que sejam social, econômico e/ou organizacionalmente benéficos (WARREN, 2003).

Nesse contexto, especialmente, com relação à Etnomatemática, o desvio positivo pode ser considerado uma ferramenta de combate aos efeitos desumanizadores da autoridade burocrática curricular e, também, uma ferramenta para a busca da paz e da justiça social. Assim, o objetivo do desvio positivo é garantir que as burocracias curriculares não prejudiquem os alunos porque, muitas vezes, as políticas públicas e os procedimentos institucionais não têm vínculos reais com as necessidades de sobrevivência e transcendência da comunidade escolar.

Para Gutiérrez (2013), essa abordagem mostra a importância de auxiliar os professores a desenvolverem os conhecimentos matemático, pedagógico e político para que adquiram as experiências necessárias para negociar com o sistema educacional sobre as normas e regras por meio do desenvolvimento de ações de insubordinação criativa, que sejam direcionadas para a subversão responsável, bem como para o desvio positivo.

Por conseguinte, essa abordagem busca proteger os alunos e a comunidade escolar de regulamentos burocráticos que impedem a busca pela justiça social. Nesse sentido, é importante que esses profissionais desenvolvam redes de trabalho com outros educadores que compartilham as suas visões emancipatórias para debaterem ações de subversão responsável (GUTIÉRREZ, 2013).

De acordo com essa perspectiva, Zyngier (2009) argumenta que é necessário capacitar os professores a se tornarem subversivos e responsáveis ou desviantes positivos ao possibilitar o desenvolvimento do senso de esforço coletivo de uma maneira insubordinada e criativa. Assim, se os educadores estão engajados para compreenderem as origens socioculturais de seus alunos, então, é necessário que esses profissionais elaborem ações pedagógicas em salas de aula que considerem os *saberes* e *fazeres* tácitos que os alunos trazem para o ambiente escolar.

Nesse contexto, as histórias e experiências dos alunos são validadas e contabilizadas nas escolas, possibilitando a construção de pontes para a compreensão das diversas formas escolares/acadêmicas da Matemática e das Ciências. Então, o envolvimento desses alunos nas atividades propostas em salas de aula é fortalecedor porque promove o desenvolvimento de um senso crítico e reflexivo de direito, de pertencimento e de identificação com a própria cultura.

Finalmente, concluímos que o conceito de desvio positivo é útil porque oferece aos professores uma base para a tomada de decisões quando as ações normais e esperadas colidem com a sua percepção sobre a certeza, mas que devem desenvolver nas escolas para benefício de seus alunos. Esse conceito é necessário no desenvolvimento de um currículo matemático fundamentado na Etnomatemática, com o objetivo de auxiliar os professores a promoverem o aprendizado e o crescimento pessoal dos alunos.

Dessa maneira, a principal preocupação de qualquer sistema educacional deve estar relacionada ao atendimento das necessidades cognitivas, sociais e pedagógicas dos alunos ao valorizar e respeitar as raízes culturais dos alunos. Certamente, essa abordagem mostra a necessidade da inclusão de uma perspectiva sociocultural no currículo matemático para o século XXI por meio do desenvolvimento de ações pedagógicas desviantes e positivas.

Referências

CHENG, Y. C. **New paradigm for re-engineering education**. New York, NY: Springer, 2005.

CROWSON, R. L.; MORRIS, V. C. The principal's role in organizational goal attainment: discretionary management at the school site level. **Proceedings of the Annual Meeting of the American Educational Research Association**. New York, NY: AERA, 1982. pp. 19-23.

D'AMBROSIO. U. The program ethnomathematics and the challenges of globalization. **Circumscribere: International Journal for the History of Science**, v. 1, p. 74-82, 2006.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. **Creative insubordination in Brazilian mathematics education research**. Raleigh, NC: Lulu Press, 2015a.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **BOLEMA**, v. 29, n. 51, p. 1-17, 2015b.

DODGE, D. L. The over-negativized conceptualization of deviance: a programmatic exploration. **Deviant Behavior**, v. 6, p. 17-37, 1985.

FIELDING, K. S., HOGG, M. A.; ANNANDALE, N. Reactions to positive deviance: social identity and attribution dimensions. **Group Processes & Intergroup Relations**, v. *9*, n. 2, p.: 199-218, 2006.

GARY, J. C. Exploring the concept and use of positive deviance in nursing. American Journal of Nursing**, v. 113, n. 8, p. 26-34, 2013.**

GUTIÉRREZ, R. Embracing Nepantla: rethinking "knowledge" and its use in mathematics teaching. **REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education**, v. 1, n. 1, p. 29-56, 2012.

GUTIÉRREZ, R. The sociopolitical turn in mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education,** v. 44, n. 1, p. 37–68, 2013.

GUTIÉRREZ, R. Nesting in Nepantla: the importance of maintaining tensions in our work. In Russell, N. M., Haynes, C. M., & Cobb, F. (Eds.). **Interrogating whiteness and relinquishing power**: white faculty's commitment to racial consciousness in STEM classrooms. New York, NY: Peter Lang, 2015.

HAYNES, E.; LICATA, J. W. Creative insubordination of school principals and the legitimacy of the justifiable. **Journal of Educational Administration**, v. 33, n. 4, p. 21-35, 1995.

HUTCHINSON, S. A. Responsible subversion: a study of rule-bending among nurses. **Scholarly Inquiry for Nursing Practice**, v. 4, n. 1, p. 1, 3, 1990.

KHONDKER, H. H. Glocalization as globalization: evolution of a sociological concept. **Bangladesh e-Journal of Sociology**, v. 1, n. 2, p. 1-9, 2004.

KLOOS, P. The dialectics of globalization and localization. In KALB, D., VAN DER LAND, M., STARING, R., VAN STEENBERGEN, B.; WILTERDINK, N. (Eds.). **The ends of globalization**: bringing society back in. Lanham, MD: Rowman & Littlefield, 2000. pp. 281-298.

LOPES, C. E.; D'AMBROSIO, B. S. Professional development shaping teacher agency and creative insubordination. **Ciência & Educação**, v. 22, n. 4, p. 1085-1095, 2016.

OREY, D. C.; ROSA, M. How we came to use a combination of emic, etic, and dialogical approaches in the field research ethnomodeling. In TSIJLI, M. M. (Org.). **Memória IX Festival Internacional de Matemática**. Quepos, Costa Rica: CIENTEC, 2014. pp. 167-179.

PASCALE, R. T., STERNIN, J., STERNIN, M. **The power of positive deviance**: how unlikely innovators solve the world's toughest problems. Boston, MA: Harvard University Press, 2010.

POLET, P., VANDERHAEGEN, F.; AMALBERTI, R. Modelling the borderline tolerated conditions of use. **Safety Science**, v. 41, n. 1, p. 111-136, 2003.

PRESMEG, N. C. Ethnomathematics in teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 1, p. 317–339, 1998.

ROSA, M. **A mixed-methods study to understand the perceptions of high school leaders about English Language Learners (ELL) students**: the case of mathematics. Tese de Doutorado. College of Education. Sacramento, CA: California State University, Sacramento – CSUS, 2010.

ROSA, M.; OREY, D. C. Evidence of creative insubordination in the research of pedagogical action of ethnomathematics program. In D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Orgs.). **Creative insubordination in Brazilian mathematics education research**. Raleigh, NC: Lulu Press, 2015. pp. 131-146.

ROSA, M.; OREY, D. C. Ethnomodelling: exploring glocalization in the contexts of local (emic) and global (etic) knowledges. **International Journal for Research in Mathematics Education**, v. 6, p. 1, p. 196-218, 2016.

ROSA, M.; OREY, D. C. OREY. **Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemáticas locais**. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2017.

SANDBACKA, C. **Cultural imperialism and cultural identity**. Helsinki, Finland: Finnish Anthropological Society, 1977.

SUE, D. W.; SUE, D. **Counseling the culturally diverse**: theory and practice. New York, NY: John Wiley & Sons, 2003.

TARANTINO, D. P. Positive deviance as a tool for organizational change. **Physician Executive**, v. 31, n. 5, p. 62-63, 2005.

VALENZUELA, A. **Subtractive schooling**: us-Mexican youth and the politics of caring. Albany, NY: SUNY Press, 1999.

WARREN, D. E. Constructive and destructive deviance in organizations. **Academy of Management Review**, v. 28, n. 4, p. 622-632, 2003.

WISHIK S. M., VAN DER VYNCKT, S. The use of nutritional positive deviants to identify approaches for modification of dietary practices. **American Journal of Public Health**, v. 66, n. 1, p. 38-42, 1976.

ZEITLIN, M., GHASSEMI, H.; MANSOUR, M. **Positive deviance in child nutrition with emphasis on psychosocial and behavioral aspects and implications for development**. Tokyo, Japan: The United Nations University, 1990.

ZYNGIER, D. Education through elegant subversion. **Professional Voice**, v. 6, n. 3, p. 53-59, 2009.

Diálogos com Ubiratan D' Ambrosio: generosidade, respeito e humanidade (gentileza)

Dialogue with Ubiratan D' Ambrosio: generosity, respect and humanity

Helom Ávila Bento
Secretaria Municipal de Educação São Sebastião
helom.bento@gmail.com

Eulina Coutinho Silva do Nascimento
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
eulina@ufrrj.br

Resumo
O presente artigo traz o diálogo que os autores tiveram com o Professor Ubiratan D'Ambrosio. Trata-se de um recorte de uma pesquisa maior cujo objetivo foi investigar percursos e propostas do Programa em Etnomatemática que possibilitem uma prática pedagógica possível, e que permitam restaurar Sentido e Significado aos conteúdos da disciplina de matemática dentro da sala de aula, na voz de seis pesquisadores, começando pelo professor Ubiratan D'Ambrosio. O objetivo deste trabalho é apresentar o papel, valor e significado do programa em etnomatemática na voz serena, porém experiente de Ubiratan D'Ambrosio. Nosso aporte teórico básico foi o próprio D'Ambrosio. Nossa metodologia foi pautada nas possibilidades e procedimentos da História Oral. Convidamos o professor Ubiratan para a entrevista e ele aceitou com muito carinho e generosidade, mesmo estando em plena atividade em Lives nacionais e internacionais. Foi realizada entrevista semiestruturada, em outubro de 2020, em meio à pandemia de COVID19. Este trabalho se justifica pela importância que Ubiratan D'Ambrosio tem para a Educação Matemática e em especial para a Etnomatemática. Dentre os temas discutidos, o professor D'Ambrosio, com muita simplicidade e clareza falou das possibilidades e riquezas da etnomatemática no dia a dia, de como pode estar presente em coisas aparentemente tão simples, falamos também do legado da professora Domite e Paulus Gerdes para a etnomatemática e educação matemática.

Palavras-chave: Ubiratan D'Ambrosio; Etnomatemática; Educação Matemática

Abstract
This article brings the dialogue that the authors had with Professor Ubiratan D'Ambrosio. This is an excerpt of a larger research whose objective was to investigate paths and proposals of the Program in Ethnomathematics that enables a pedagogical practice that is possible, and able to restore meaning and understanding to the contents of the discipline of Mathematics within the classroom. For this analysis we have interviewed 6 researchers and we will start now with Prof. Ubiratan D'Ambrosio. The goal of this paper is to present the role, value and meaning of the program in ethnomathematics in the serene but experienced voice of Ubiratan D'Ambrosio. Our basic theoretical contribution was D'Ambrosio himself and our methodology was based on the possibilities and procedures of Oral History. We invited professor Ubiratan for the interview and he accepted it with great affection and generosity, even though he was in full activity with national and international Live interviews. A semi-structured interview was carried out in October 2020, in the midst of the COVID19 pandemic. This work is justified due to the importance that Ubiratan D'Ambrosio has in Mathematics Education, especially for Ethnomathematics. Among the topics discussed, Professor D'Ambrosio, very simply and clearly spoke of the possibilities and riches of ethnomathematics in the everyday life, and of how it can be present in apparently so simple things, we also spoke of the legacy of Professor Domite and Paulus Gerdes for ethnomathematics and mathematics education.

Keywords: Ubiratan D'Ambrosio, Etnomathematics; Mathematic Education.

Introdução

Ao propor um diálogo nosso interesse vai muito além de uma simples troca de palavras, segundo médico e escritor Mariotti (2001), diálogo é "reflexão conjunta e observação cooperativa de experiências" (MARIOTTI, 2001, p.1). A ideia central é que de encontros pessoais, individuais ou coletivos, surgem novos conhecimentos. Quando pessoas pensam juntas e compartilham experiências, dessa interação, emergem novidades. Adicionamos assim, a premissa que "[…] P*eople are competent, they have knowledge, and their life experiences have given them that knowledge.*" (GONZÁLEZ, MOLL e AMANTI, 2005, p. ix). Em outras palavras, pessoas, sem exceções, são competentes, muito capazes e têm ciência e conhecimento próprios; suas experiências são a fundação de seus conhecimentos. *"Our prior experience provides the foundation for interpreting new information*", argumenta Cummins (1996) cuja tradução livre pode ser: "nossa prévia experiência fornece a base para interpretar novas informações." (CUMMINS, 1996, p. 75 apud GONZÁLEZ, MOLL e AMANTI, 2005, p. x). Portanto, em todas as instâncias dos encontros, relacionamentos pessoais e/ou diálogos, estão riquezas dos percursos e itinerários da civilização e civilidade humanas. Esse é o ponto central para propor diálogos. Outro ponto de interesse é a sensibilidade e importância científica da metodologia oriunda na História Oral.

Segundo Freitas (2006), história oral "é um método de pesquisa que utiliza a técnica de entrevistas e outros procedimentos articulados entre si, no registro das narrativas da experiência humana" (FREITAS, 2006, p. 18). Registrar a experiência humana é mais do acumular conversas é um ato de generosidade, respeito e documentação tanto histórica quanto cientifica. É por assim dizer, a teorização de nossas histórias e práticas.

O presente artigo é um recorte de uma pesquisa maior, uma dissertação de Mestrado defendida em 2020 onde foram entrevistados(as), ao longo de 2020, seis professores e pesquisadores de Etnomatemática, a saber: Dr. Eduardo Sebastiani Ferreira, Dr. Pedro Paulo Scandiuzzi, Dra. Cristiane Coppe Oliveira, Dra. Olenêva Sanches Sousa, Dr. José Roberto Linhares de Mattos e Dr. Ubiratan D' Ambrosio. As entrevistas, que preferimos chamar de "boas conversas", podem e são referências para várias aproximações e aprofundamentos. Aproximações, por exemplo, na contextualização das realidades indígenas, das africanidades e da construção de projetos. Aprofundamentos que possibilitariam contribuições para construção de um 'retrato' do movimento do Programa em Etnomatemática no Brasil.

Conceituar Etnomatemática não é trabalho fácil. O conceito de Etnomatemática não está inerte, mas em construção. D' Ambrósio adverte que "é muito importante que não se veja a Etnomatemática simplesmente como matemáticas de etnias" (D'AMBRÓSIO, prefácio MATTOS, 2020a, p. 9). Para você leitor, o que é etnomatemática?

Ubiratan D'Ambrosio, fundador e pai da etnomatemática, desde os anos 70 começou refletir e conceituar Etnomatemática partindo da problemática "Por que ensinar Matemática?". Para Santos (2007), a reflexão de "... D'Ambrosio inaugura um novo modelo de reflexão pautado pelas questões, discussões e problemas de cunho socioculturais" (SANTOS, 2007, p. 269). E portanto, Etnomatemática é "[...] um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimentos em diversos sistemas culturais [...]" (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 7). Estudar como esses processos ocorrem na sociedade e sua organização é o interesse maior da Etnomatemática, que "tem como foco entender como a espécie humana desenvolveu seus meios para sobreviver na sua realidade natural, sociocultural e imaginária..." (D'AMBRÓSIO, 2020a, p. 9). Resumindo, D'Ambrosio afirma:

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. (D'AMBRÓSIO, 2001, p. 9)

Em outro momento, em palestras remotas durante o ano de 2020, Ubiratan D'Ambrosio nos responde que a palavra etnomatemática é um abuso etimológico, uma construção ou jogo de palavras. Na própria palavra em si, a ideia de Etnomatemática "são *ticas* de *matema* em distintos *etnos*". Ou seja, de trás para a frente: '*etnos matema ticas*'. *Ticas* são técnicas, modos ou maneiras; *matema* são reflexões, pensamentos que ocorrem em diferentes *etnos* que são ambientes naturais, sociais, religiosos, imaginários, culturais e funcionais". (D'AMBRÓSIO, 2020b).

As concepções anteriores, sobre etnomatemática, revelam os princípios do programa: respeito a dignidade, respeito a diversidade, respeito as culturas, respeito a transdisciplinaridade e respeito ao avanço natural da raça humana. Sumarizando: **Respeito**. Esse respeito é destinatário aos movimentos em educação e no interior da sala de aula. D' Ambrosio lamenta a matemática "como uma disciplina formal, seguindo regras e normas rígidas” que, segundo o educador, “causa rejeição de grande parte dos alunos” contribuindo para o “baixo rendimento escolar e mesmo a evasão [escolar]” (D’AMBRÓSIO, 2020a, p. 9). Além disso mais preocupante é “desencanto dos alunos com a matemática [na escola]” (ibidem, p. 9)

Refletimos que os resultados tão desejados de serem alcançados no ensino-aprendizagem matemáticos não podem ser esperados da aplicação de teorias distantes e ultrapassadas à realidade “mutante” de pessoas e culturas ao nosso redor. É necessário encontros, com aportes teóricos, que relacionem ações cujo fim seja valorar e valorizar pessoas. Nessa direção o artigo problematiza: Que contribuições o programa em etnomatemática preconiza como suporte teórico na voz de seu principal idealizador?

Este presente ensaio compartilha como objetivo geral o de apresentar o papel, valor e significado do programa em etnomatemática na voz serena, porém experiente de Ubiratan D’Ambrosio.

O artigo se pauta, em sua metodologia, da técnica de entrevistas e seus procedimentos articulados. A metodologia da História Oral, segundo Bento “constrói conhecimento científico por fazer uso de registro das narrativas que são transformadas em fontes de pesquisa” (BENTO, 2020, p. 42). Os preparos para entrevista se servem de pré e pós procedimentos.

A entrevista, semiestruturada[1], se utiliza de um roteiro de perguntas, gerais e específicas, a serem comunicadas ao convidado. Entrevistas semiestruturadas possibilitam a teorização das práticas realizadas com e por nossos entrevistados. A entrevista, forjada na informalidade das aproximações humanas, traz para si o caráter holístico do programa em etnomatemática. Os autores convidaram professor Ubiratan D’Ambrosio contactando-o no dia 27 de setembro de 2020, por e-mail. D’Ambrosio gentilmente aceitou nosso convite para entrevista. Os autores se (re)apresentaram e resumiram interesse de conversar sobre o programa em Etnomatemática e suas aproximações efetivas com a sala de aula. D’Ambrosio sugeriu que a entrevista acontecesse via Skype. A entrevista aconteceu numa terça-feira, no dia 06 de outubro de 2020, durante o isolamento social dentro do período da pandemia do COVID-19.

---

[1]Entrevista semiestruturada é a que se utiliza de roteiro de perguntas que não torna reféns do questionário nem informante nem entrevistador. Ou seja, o roteiro serve como base para entrevista tornando-a uma conversa.

O professor D'Ambrosio, revisou o texto da transcrição da entrevista e nos autorizou o uso de imagem e cessão gratuita sobre seu depoimento oral assinando o *Termo de Cessão Gratuita de Direitos Sobre Depoimento Oral e Uso de Imagem*.

Na entrevista que tão gentilmente nos concedeu participamos de sua vida, experiência, generosidade, respeito e humanidade. No entanto, e sem qualquer dúvida, uma boa conversa nos dá pertencimento, aproximação, identificação e informalidade. Queremos compartilhar com os(as) leitores(as) convite para que se sintam bem-vindos(as) a participarem desse bate-papo conosco.

Transcrição da Entrevista

Entrevistado: Ubiratan D'Ambrosio

Data: Terça–feira, 06 de outubro 2020

[Iniciou-se com uma conversa informal e a transcrição iniciou a partir da gravação com a fala do Dr. D'Ambrosio]

UBIRATAN: Paulo Freire dizia: "Parece que é coisa para deuses e não para homens comuns" (risos). Nós temos que pôr, claro, a matemática tem que estar ligada a realidade da pessoa. Não tem como. Você passa algumas horas da sua vida na escola e maior parte do tempo você passa fora, na comunidade, e ali tem matemática o tempo todo, em tudo. Por isso matemática é… A Etnomatemática é o reconhecimento que matemática é muito mais que a matemática escolar e acadêmica. Matemática é muito mais que isso. E a matemática escolar acadêmica, como você bem disse, é uma etnomatemática que se desenvolveu na Europa, serviu muito bem para eles, serve muito bem para muitas coisas. Impossível abdicar delas ... é impregnada dessa matemática acadêmica, mas para chegar a ela você pode usar outros caminhos que fazem com que o aluno perceba como a evolução de você olhar para o lado, ver as coisas no entorno, tentar fazer alguma coisa com aquilo que você está vendo etc., como que isso pode evoluir para uma coisa mais abstrata, mais formal etc. Esse deveria ser o caminho da educação. Por isso o problema da etnomatemática visa esse tipo de caminho. É isso que eu tenho para falar.

Entrevistador 1: Então professor, a gente entende que a etnomatemática tem seu início, suas primeiras propostas na década de 70, certo? E… os últimos dois anos têm sido muito controversos e houve uma construção do valor e do papel da Etnomatemática de lá até hoje e a gente queria refletir um pouco mais sobre esse valor… é dentro especialmente dessa questão da escola. Assim, acho até que o senhor começou a responder sobre isso e essa já era a nossa primeira pergunta em termos de qual a importância da Etnomatemática para a escola.

UBIRATAN: Olha, é muito importante, importantíssimo. Qual o sentido da Etnomatemática hoje? Ué, é isso que acabei de falar, ela mostra o que vem acontecendo matematicamente na sociedade, na comunidade. Não tenho o que mais falar sobre isso.

Entrevistador 1: A professora Maria do Carmo Domite sua dedicação e liderança especialmente na formação de professores. A gente queria ouvir um pouco mais sobre a professora Domite.

UBIRATAN: Grande colega, grande companheira, entendeu tudo sobre Etnomatemática e trabalhou enormemente em todas as áreas, em que ela atuou, dando enfoque na Etnomatemática. Saiu há pouco tempo, acabou de sair ou está para sair, o livro que fala sobre ela, fala dos 20 anos do GEPEM e conta tudo que ela fez: quais as atuações dela, os trabalhos dela. É uma pessoa muito boa e tudo que ela fez foi sintetizado, muito bem explicado num livro que foi publicado pelo GEPEM, 20 anos de GEPEM, é sobre a Maria do Carmo. Autores do livro Cristiane Coppe de Oliveira e Júlio do Valle

Entrevistador 2: A Professora Cristiane também vai ser entrevistada por entendermos que ela é da nova geração. Ela tem um papel muito importante na etnomatemática também.

UBIRATAN: Muito, ela está tendo um papel muito importante.

Entrevistador 1: Está tendo uma popularização, um crescimento, nas áreas da pesquisa com Etnomatemática. O senhor percebe um risco do programa se tornar superficial perdendo seu caráter de luta e resistência? Que caminhos se sugerem aos pesquisadores a fim de que esse caráter da luta e resistência não se dilua? O senhor acha que isso pode acontecer? Pode ter o risco da Etnomatemática se tornar um assunto superficial, irrelevante?

UBIRATAN: Não tem nada de luta e resistência. É avanço para progresso da humanidade, melhoria da educação. Resistência contra o que?

Entrevistador 1: Perdão professor, sobre a questão da diversidade, da pluralidade, do encontro dos povos, né? Tem muitos indígenas....

UBIRATAN: A Etnomatemática rejeita racismo, rejeita discriminação, rejeita desigualdades. É o avanço da etnomatemática. Vai ganhando, ganhando, no mundo inteiro. Não vai perder caráter de luta e resistência, não é luta. É progresso. É avanço. Nesse avanço o que não presta vai sendo deixado para trás. O que não presta? O sistema atual, o racismo, a discriminação, vamos deixando para trás. Não é por decreto nem por lei que você vai acabar com racismo, com discriminação, com desigualdade. Vai ser por gente que vai mudando a cabeça e percebendo que isso é uma grande bobagem.

Entrevistador 1: A gente gostaria muito de que o senhor contasse um pouco mais sobre sua trajetória pessoal. Fique à vontade para falar como foi seu desenvolvimento.

UBIRATAN: Eu fiz licenciatura em matemática pura, fiz meu doutorado em matemática pura, muita pesquisa em matemática pura e fui dando aula em vários ambientes, em vários países e aí, conhecendo outras culturas, e reconhecendo que outras culturas têm a sua maneira própria de trabalhar com matemática. E assim a minha cabeça foi se fazendo, foi se formando. Não tem muito segredo nisso. Vários trabalhos meus eu falo sobre isso. À medida que eu vou me envolvendo com grupos seja viajando, seja dando aula no exterior, seja dando aula na periferia, seja conversando com pessoas, eu vou perceber que há uma outra forma de enxergar matemática pelo povo, pela sociedade etc. e comecei a prestar atenção nisso e achei que isso tem que ser trabalhado, tem que ser estudado, tem que ser organizado para poder transmitir isso para outros. Não é a matemática do pedreiro que eu vou ensinar agora para todos os alunos. A etnomatemática do pedreiro só interessa para o pedreiro, a Etnomatemática dos xavantes só interessa para os xavantes. Então, em cada lugar, em Paraty, você deve ter alguns pescadores, deve ter muito pescador, a etnomatemática dos pescadores interessa para eles. Então não é ensinar a Etnomatemática de cada grupo, não. Mas é a ideia geral que você deve prestar atenção em cada grupo.

Entrevistador 1: Com a pandemia, as tecnologias de informação e comunicação se tornam vias de acesso para o ensino remoto e as salas virtuais se apresentam como paradigma de uma configuração híbrida na Educação Básica. Entretanto as superações aos níveis de estratificação social são alarmantes especialmente porque a maioria das pessoas que têm acesso à escola pública não tem acesso a internet, têm falta de acesso a dispositivos eletrônicos, por exemplo: smartfones ou tablets. Então a gente está vivendo mudanças muito significativas, ou ainda, mudanças de abismos sociais. O senhor poderia falar um pouco sobre isso? Sobre a possibilidade de intervenção da etnomatemática com essa situação?

UBIRATAN: Meu comentário: Terrível, lamentável! É uma realidade muito triste, muito pior que a COVID19. O que poderia fazer para melhorar isso? Uai! Os governos responsáveis perceberem também que isso é terrível, que tem que mudar, e dar o apoio para que mude. Todos deveriam ter acesso à internet, todos deveriam ter um computador. É isso. O que eu posso fazer? Falar isso que estou falando para você: terrível, lamentável… só isso. Terrível, isso é a pior coisa que pode acontecer, é ainda pior que a COVID19. Esse isolamento nos mostra como essa coisa é terrível.

Entrevistador 1: É alarmante essa questão de 10% da população brasileira, entre os mais pobres, estar dividido 1% de tudo que é produzido nesse país e 10%, dos mais ricos, estarem tomando posse de 40% do que é produzido nesse país, ou mais, segundo PNUD [*Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento*], se não me engano. E isso, dados do IBGE que confirmam essa estratificação social. Essa coisa onde os pobres são muito mais pobres que estão nessa rede e com muito menos acesso a valores, a emprego, a emprego correto e não subemprego, é muito alarmante e muito triste como o senhor falou.

UBIRATAN: É muito triste, alarmante e nós estamos fazendo a nossa parte falando contra isso. Não tenho poder para mais nada.

Entrevistador 1: Em seu livro "Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade" o senhor fala sobre a dimensão educacional. Nos fale mais sobre a dimensão educacional em etnomatemática.

UBIRATAN: É isso tudo que eu falei, quer dizer, na sala de aula você tentar mostrar para os alunos que matemática é muito mais que aquelas regrinhas, aqueles teoremas, aquelas fórmulas, que matemática está em todo lugar. Aí em Paraty, façam um passeio etnomatemático pela cidade, você vai ver que riqueza! Como fizeram aquelas calçadas, como fizeram aquelas casas? Isso tudo foi feito por gente. Não eram doutores nem mestres, nada, para fazerem tudo isso que eles fizeram. É gente que... ih, está cheio de etnomatemática ali em tudo isso que você olha para um lado, olha para o outro você vê. Se prestar atenção você vê formas, dimensões, contagem e um monte de coisa. E isso foi feito por gente comum, povo mesmo, povo verdadeiro, que não precisou ir para a escola para aprender isso. Aquilo que eles aprendem na escola vai servir para outras coisas muito importantes, não estou negando. Você deve ter bons engenheiros que façam avião voar, que façam…, mas não pode deixar de reconhecer que o povão está fazendo matemática no seu dia a dia. Sala de aula é falar sobre isso.

Entrevistador 1: Professor, o senhor me fez lembrar uma época que fazia curso técnico de construção naval e a gente trabalhava numa escola bem dentro da comunidade onde ficam a maioria dos construtores de embarcação de forma caseira, artesanal, aqui em Paraty. E a gente tinha contato com esses profissionais e eu fiquei encantado com o quanto aquele construtor sabia de trigonometria, mas não sabia que era trigonometria. Porque ele conseguia curvar uma madeira num casco e fazia aquilo com uma engenhosidade incrível, com alguns equipamentos ele ia traçando as flechas da curvatura e ele conseguia cortar a madeira de uma certa forma que ela ia encaixando e ficava uma faixa perfeita paralela a outra faixa, mas na hora que ele cortava não era paralela, ela tinha que vir toda torta para ir encaixando ali certinha.

UBIRATAN: Pois é, tudo isso que te impressionou e que você acabou de me falar dá para você escrever tudo isso, isso aí já seria uma belíssima dissertação de mestrado (risos). Meus orientandos fazem isso, aquele que defendeu mestrado dele sobre a matemática dos pedreiros, ele passou um tempo vendo como os pedreiros faziam. Outro que fez sobre a matemática dos pescadores, passou um tempo vendo como eles faziam e reconhecendo em tudo que eles faziam o componente matemático que é muito natural. Não se aprende trigonometria porque se fez um curso de trigonometria, se aprende cada vez que você está olhando e tentando ver as dimensões. Você está fazendo trigonometria, fazer trigonometria não quer dizer aprender lei dos senos, cossenos etc. E, ... a trigonometria que faz parte da humanidade. É isso aí. Escreva, escrevendo tudo isso, claro, você falou em três, quatro minutos, cinco minutos, isso aí dá para escrever uma tese inteira.

Entrevistador 1: Confesso que, vamos dizer, isso me veio aqui porque eu estava fazendo esse curso e achei interessante. Naquela época isso foi em 2011, 2012 eu não tinha a menor noção do que era Etnomatemática ... Aí comecei a graduação, hoje estou no mestrado, ... 7 para 8 anos atrás. Durante a graduação inteira, infelizmente, não tive nenhuma inspiração sobre a etnomatemática ofertada pela UFF, no consórcio CEDERJ, a gente não teve. A gente teve história da matemática, mas dentro de história matemática não teve nenhuma fala sobre a etnomatemática.

UBIRATAN: Isso está mudando, quase todas as licenciaturas estão falando sobre etnomatemática. Vai mudando

Entrevistador 1: É, espero que mude sim. E alcance as faculdades de grande porte aqui no consórcio do Rio. ..., mas tem o GETUFF, não sei se é assim que se fala, que é o grupo sob coordenação da Professora Fantinato. Que fez a última entrevista com o senhor, né? Assistimos junto com aquele antropólogo que foi a última que a gente esteve assistindo o senhor.

UBIRATAN: O Márcio Campos?

Entrevistador 1: Isso, exatamente.

UBIRATAN: É, os grupos, são vários grupos. O GETUFF, Fantinato que é muito antigo tem um monte de gente.

Entrevistador 1: Alô, professor? A última pergunta que faremos para o senhor. O senhor conheceu pessoalmente o professor Paulus Gerdes que contribui muito para a valorização da cultura africana e nos apresentou os contos ilustrados dos Sonas. O senhor poderia nos falar mais sobre as possibilidades ... Na verdade. Como rastreá-las e identificá-las dentro dos nossos polos territoriais?

UBIRATAN: É ficar olhando, observando, escrevendo. "Tá" cheio. Só aí em Paraty você não pararia, você teria umas vinte teses para fazer.

Entrevistador 1: O professor tem um olhar já bem prático para esse tipo de coisa, né? Eu leio algumas coisas no livro do Paulus Gerdes e fico encantado com e como ele consegue enxergar essa coisa. Ele parece que tem um telescópio gigante e ele coloca em cima daquela figura e vê um mundo de coisas ali. Como a gente consegue essa prática e treinamento?

UBIRATAN: Paulus Gerdes, um grande amigo, formação holandesa, uma formação clássica, acadêmica e que resolveu conhecer o mundo, conhecer outras culturas e foi conhecer outras culturas outros mundos. Um bom observador, de cabeça aberta e foi aprendendo o que ele foi vendo nos lugares que ele visitou. É isso aí, escreveu o que o povo faz. Se você perguntar, pede para um daquele que você falou ai que estava no barco que você viu, como ele constrói, pede para ele escrever isso, ele vai ser incapaz. Aí entra o acadêmico, que é capaz de escrever, isso é o que o Paulus Gerdes fez. Escreveu sobre o que ele viu. Escreveu, não é só escreveu, gravou e pronto, não. Escreveu fazendo os comentários, as observações etc. E é assim que se fazem as dissertações, os doutorados e a pesquisa procurada. Onde está? possibilidade de rastrear? É só você andar um pouco que você vai rastrear tudo.

Entrevistador 1: (risos) ou seja, o negócio é botar o pé na rua. Só que a gente tem que ficar isolado, nesse momento. Tem que esperar esse momento passar, né?

UBIRATAN: É. Isolado agora na sua própria casa. Quando eu faço conferência sobre o que acontece nesse momento, fechado na sua casa, o seu ambiente natural é a sua casa. A sua casa tem quartos, tem banheiros, faça um desenho da sua casa, vê quanto você tem de espaço para cada uma das pessoas que habitam na sua casa. O que isso representa no ponto de distribuição do espaço. Mas a gente tem notícia de gente que mora numa casa com cinco pessoas num só quarto. Quanto vai ter de espaço para cada um deles? Isso tudo é trabalho que você pode fazer. Quando der para sair, caminhar, acabando a pandemia, aí você vai descobrir outras coisas. Por enquanto, descobre o que está na sua casa. Usa o Google, vê o que está se passando pelo mundo é isso aí.

Entrevistador 1: Professor, a gente agradece muito. Muito grato.

UBIRATAN: Muito obrigado, foi um prazer conversar com você. Fique à vontade, se quiser chamar outra vez chama, eu estou sempre aqui. Tem interrupções etc., mas é natural.

Entrevistador 2: Professor Ubiratan. Professor Linhares e eu, de Matemática, somos amigos desde a época do mestrado e sempre trabalhamos juntos na pós-graduação. E aí eu conversando com ele falei: "do desejo de ter encontro com professor Ubiratan". Aí ele disse: "eu falo com ele". Eu disse: "Não acredito que ele vai aceitar". Ele falou: "O professor Ubiratan é demais!". ... E olha, vou dizer uma coisa para o senhor, nós temos te acompanhado na internet, como o senhor tem trabalhado nesta pandemia! Quantas e quantas Lives, são muitas! (Risos).

UBIRATAN: E essas coisas não sei se você repara. No projeto, para uma hora de conferência eu gasto umas quatro horas. Porque aqueles que vão me assistir merecem todo o respeito.

Entrevistador 2: É sempre enriquecedor.

UBIRATAN: Amanhã eu vou falar em Sobral, na Universidade Estadual de Sobral, no Ceará. Uma palestra lá, as 10:00. Procura aí que vocês acham.

Entrevistador 2: Amanhã?

UBIRATAN: É. Universidade Estadual do Ceará na cidade de Sobral.

Entrevistador 2: Essa eu não soube, essa eu não fiquei sabendo. Mas a gente vai procurar, pode estar certo. Vai ver a gente lá no chat. (risos)

UBIRATAN: Universidade do Vale … não sei o que… em Sobral amanhã estarei lá dando minha palestra. Na sexta-feira estou em Juiz de Fora, em Minas Gerais, fazendo a mesma coisa.

Entrevistador 2: Jesus! Que saúde!

UBIRATAN: Semana que vem vou fazer isso na Colômbia. Então, é assim.

Entrevistador 1: Esse da Colômbia o professor passou para a gente o slide da apresentação ... Muito próprio, muito apropriado.

UBIRATAN: Bom trabalho para vocês.

Entrevistador 2: Muito obrigada, professor. Que Deus te abençoe e te dê muita saúde para o senhor continuar enchendo a gente dessa cultura e mostrar o resultado disso tudo. Obrigada, professor.

Entrevistador 1: "Guenta" aí, professor. Não vai ainda, fica aí, continua firme.

UBIRATAN: Fiquem isolados porque esse é o caminho para a gente se livrar dessa pandemia terrível que está aí. Isolamento é o melhor que se pode fazer. Quem pode se isolar, fique isolado.

Entrevistador 2: Professor, só mais uma coisa. Podemos tirar uma foto sua para colocar na dissertação?

UBIRATAN: Claro que pode!

Figura 1: Entrevista com Ubiratan D'Ambrosio

Fonte: Autores (2020, p.91)

Análise e Discussão

Na aula de matemática devíamos desenvolver uma matemática ligada a realidade da pessoa do estudante. D'Ambrosio discorre sobre 'caminhos outros'. Caminhos que trabalhem com percepção e observação do próprio aluno(a). Observação e percepção de seu entorno e de sua própria realidade. Partindo de observações autônomas dos estudantes possibilitar conversas e percursos que deem sentido e significado à matemática acadêmica ou escolar. Em outras palavras, respeito ao momento de cada protagonista aos seus processos de adaptação e abstração. De fato, não há sentido no aprofundamento de saberes desconectados de fazeres. É semelhante a tentar responder uma questão da prova sem ao menos ter lido o enunciado. Se não temos a problemática como haverá condição de respondê-la?

A problemática da Etnomatemática é encontrar caminhos outros. Neste processo de encontros viabilizar aportes teóricos que deem suporte para o avanço da humanidade como também do avanço da educação. Para Ubiratan D'Ambrosio esse é o papel da educação: ser uma via expressa com possibilidades de recepcionar e viabilizar. Recepcionar, de forma abrangente, todos os caminhos outros e viabilizar novos rumos outros e jornadas outras.

As palavras do Dr. Ubiratan D'Ambrosio ecoam no sentido de se experimentar uma aventura fora da sala de aula em itinerário de imersão na comunidade do estudante. Um convite aos educadores e pesquisadores a fazerem um passeio etnomatemático. Deixar as dependências da escola, não num retrocesso de fuga, mas sim de avanço. É o programa em etnomatemática em sua essência: uma busca pelo outro. Uma busca que observa, ouve, infere, respeita, registra e produz material científico comprobatório para uma prática cujos movimentos teóricos não sejam distantes e vazios. Já basta de uma ciência humana que parece coisa para deuses como afirmou D' Ambrosio ao citar Paulo Freire. Para D'Ambrosio isso é sala de aula.

As produções em Etnomatemática são para demostrar o que vem acontecendo matematicamente na sociedade e na comunidade, afirma o Pai da Etnomatemática. Essas demonstrações não se propõem ato de desconstrução da matemática escolar. Pelo contrário, ao nos entendermos na dimensão do cotidiano estabelecemos conexões pessoais e cognitivas. Uma vez que todos tem suas experiências e por elas 'teorizam-se' novos conhecimentos. Planos de aula, partindo das matemáticas vivenciadas pelos estudantes e suas famílias, estruturados a fim de produzir sentido e significado à matemática escolar.

A progressão da vida pessoal e profissional de nosso entrevistado é por ele resumida em: "não tem muito segredo nisso". Seus saberes e fazeres têm origem nos encontros com várias culturas, povos e ambientes. Segundo D'Ambrosio, vem de (re)conhecer que "outras culturas têm à sua maneira própria de trabalhar com matemática". Os autores se confraternizam com a ideia que professor D'Ambrosio tinha 'cabeça feita' com sua trajetória pessoal. Cada um, cada povo traz seu componente matemático. Cada grupo social, étnico e civilizado tem sua própria matemática de existência. Portanto, existem matemáticas, ao nos referirmos à matemática devíamos perguntar: "matemática de onde?". A matemática acadêmica e escolar é uma matemática originada de uma construção greco-europeia, mas não é a única.

Atribuindo a formações nos cursos de graduação e pós-graduação, em D'Ambrosio, há um campo extenso e cheio de muitas possibilidades. Os currículos das faculdades de licenciatura estão mais flexíveis a ascensão da etnomatemática como disciplina em suas graduações. Entretanto, existem inúmeras possibilidades de produções acadêmicas e científicas, de teses e dissertações sobre o fazer matemático entre os grupos sociais. Segundo D'Ambrosio, é importante termos engenheiros, técnicos, astrofísicos e cientistas. Entretanto, não podemos deixar de reconhecer que o povão está fazendo matemática no seu dia a dia.

Essa matemática feita pelo povo foi registrada por exemplo nos trabalhos de seu amigo Paulo Gerdes, que escreveu o que o povo faz, segundo D'Ambrosio. O povo faz sem escrever ou registrar seus feitos. O cientista, no entanto, é capaz de registrar o que o povo faz, ele é suscetível à teorização das práticas. Nessas teorizações, decodificar realidades em abstrações, comentários, considerações e conclusões. Enfim, produção de teses e dissertações.

Finalmente, para nosso generoso convidado o programa em Etnomatemática é avanço para civilização e para a civilidade. Ubiratan D'Ambrosio é imperativo ao tratar de aspectos de valoração, valorização, reconhecimento e respeito ao outro. Não há lugar para discriminação, racismo e desigualdades. O progresso não está em decreto e leis que impõem posturas de pluralidade e respeito a diversidade. O progresso, tema da Etnomatemática, é de mudança de mentalidades. Mudança que ocorre de forma natural onde o que é obsoleto vai dando lugar à modernidade. Por moderno, queremos dizer sobre um movimento de diálogo, respeito as diferenças e legitimação do conhecimento do(s) outro(s).

Conclusões

A postura de civilidade e humanidade encontradas nas falas de Ubiratan D'Ambrosio durante a entrevista com os autores, bem como em seus livros apresentam o papel, valor e significado do programa em etnomatemática em assegurar uma educação matemática de qualidade. Tanto o programa como seu fundador inspiram generosidade, respeito e gentileza. Além disso, asseguram que a(s) realidade(s) do cotidiano de cada povo, raça, tribo ou nação são objetos de apreciação, respeito e ciência.

A ascendência do professor Ubiratan ocorrida este ano não atendeu nosso pedido ao final de nossa entrevista: "Guenta aí, professor. Não vai ainda, fica aí, continua firme". Entretanto, são permanentes e constantes seu legado, suas conversas e diálogos, gravados ou escritos nas suas obras e um coletivo de pessoas que se espelham na produção e continuidade do programa em Etnomatemática. Certamente, sua fala não se dissipará no decorrer do tempo e das estações. Sua contemporaneidade permanecerá trazendo encaminhamentos sobre os avanços e progresso da humanidade (civilidade e gentileza).

Referências

BENTO, Helom. **Diálogos entre a Etnomatemática e a Sala de Aula**. 2020. 184p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Prefácio. *In*: MATTOS, Sandra Maria Nascimento de. **O sentido da matemática e a matemática do sentido**: aproximações com o programa etnomatemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020a.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. [LIVE**] Matemática Humanista na Escola**. Organizada pela SBEM-Bahia no dia 20/05/2020b. https://youtu.be/u5w74Sta7WA

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 1).

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. 2. ed. São Paulo: Ática. 1998.

FREITAS, Sônia Maria de. **História oral:** possibilidades e procedimentos. Editora Humanitas, 2006

GONZÁLEZ, Norma, MOLL, Luis. C e AMANTI, Cathy. **Funds of knowledge:** Theorizing Practices in Households, Communities, and Classrooms. Lawrence Erlbaum Associates, publishers, London, 2005.

MARIOTTI, Humberto. Diálogo: Um método de reflexão conjunta e observação compartilhada da experiência. **Revista Thot**, n. 76: 06 - 22, 2001

SANTOS, Beneval. **P. Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrósio**: contribuições para a formação do professor de matemática no Brasil. 2007. 444f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciência e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

Diferenças culturais, diversidades e matemática nas políticas curriculares brasileiras: uma análise do ciclo 2004-2014

Cultural differences, diversities and mathematics in brazilian curriculum policies: an analysis of the 2004-2014 cycle

Andréia Lunkes Conrado
Faculdade de Educação da USP
andreialconrado@gmail.com

Resumo
Este artigo apresenta um recorte dos resultados da pesquisa de doutorado, defendida em 2019, que teve como objetivo investigar o tratamento das diferenças culturais no currículo de matemática no contexto das chamadas "políticas da diversidade", produzidas na esfera federal, no período de 2004 a 2014. São analisados os textos oficiais que sustentaram essas políticas em relação à diversidade-diferença e suas implicações para o currículo de matemática. A fundamentação teórica sustenta-se em estudos da Sociologia Pragmática, das Teorias Curriculares e da Educação Matemática em sua vertente sociocultural. Os resultados reforçam a importância de que pesquisadores e formuladores de política privilegiem os aspectos sociais e culturais na formação docente e da produção curricular em matemática, reconhecendo a ampla diversidade que marca a escola brasileira e resgatem concepções e princípios que fomentaram a produção desse ciclo de políticas.

Palavras-chave: Currículo de Matemática; Políticas da Diversidade; Cultura; Etnomatemática.

Abstract
This article presents an excerpt of the results of the doctoral research, defended in 2019, which aimed to investigate the treatment of cultural differences in the mathematics curriculum in the context of the so-called "diversity policies", produced at the federal level, between 2004 to 2014. It analyzes the official texts that underpin these policies in the curriculum field in order to identify how they deal with the issue of diversity and its implications for the mathematics curriculum. The fundamentals reference is based on the field of Pragmatic Sociology, Curricular Theories and Mathematics Education in its sociocultural aspect. The results reinforce the importance of researchers and policy makers focusing on social and cultural aspects in teacher education and curriculum production in mathematics, recognizing the wide diversity that marks the Brazilian school and rescuing conceptions and principles that fostered the production of this policy cycle.

Keywords: Mathematics curriculum; Diversity Policies; Culture; Ethnomathematics.

Problematização e Aspectos Metodológicos

Este artigo discute os resultados de uma pesquisa de doutorado que investigou sobre o lugar da diversidade cultural no currículo de matemática a partir de uma análise que relaciona as macropolíticas e a ação local dos atores da escola. Privilegiaremos aqui aspectos deste estudo acerca da análise das chamadas Políticas da Diversidade, no campo da Educação, produzidas nos governos Lula e Dilma (2004-2014), e seus efeitos para o currículo de matemática. O ponto de partida desta análise reconhece as tensões produzidas no campo do currículo em matemática em razão da presença de uma visão hegemônica, universal e eurocêntrica que vem sendo cada vez mais denunciada por uma vertente sociocultural da educação matemática que vem indicando limites e possibilidades da construção de um currículo que reconheça e valorize os diferentes modos de ser e estar na escola e na sala de aula de matemática.

Analisar o modo de produção curricular no contexto da prática e suas possíveis relações com as prescrições oficiais tem sido objeto de estudo das pesquisas sobre currículo (BALL; MAINARDES, 2011; LOPES; MACEDO, 2011) e de estudos do campo da educação matemática e seu currículo (GODOY, 2015; PALANCH, 2016). Tais estudos revelam as múltiplas dimensões que compõem o desenvolvimento de uma política curricular e seus sentidos de mudança e transformação da realidade escolar.

Os pressupostos da pesquisa partem no campo da Educação Matemática, em sua vertente sociocultural, dentre as quais podemos destacar a Etnomatemática, a Educação Matemática Crítica e os estudos que relacionam Educação Matemática e Sociedade. Tais propostas afirmam sobre o lugar central que deve ocupar a cultura quando se trata da produção do conhecimento e das relações de poder que permeiam esta produção. Tais perspectivas marcam tensões e visões presentes nas práticas docentes, assim como nas propostas curriculares, e colocam em evidência a necessidade de avançar neste debate (D'AMBROSIO, 2011; GODOY, 2015; PALANCH, 2016).

De Godoy (2015) e Palanch (2016) é possível reconhecer o aprofundamento teórico e prático já construídos pela pesquisa em Educação Matemática e seu profícuo diálogo com os estudos curriculares, assim como nos permite melhor compreender as lacunas a serem preenchidas por novas pesquisas e práticas. Tais produções revelam a riqueza das propostas em curso, assim como os desafios e dilemas ao aprimoramento dos currículos de matemática numa perspectiva cultural. Neste artigo privilegiaremos a análise dos currículos prescritos e suas implicações para o campo da Educação Matemática em sua perspectiva cultural e da valorização da diversidade-diferença.

Nas disputas que se colocam no processo de produção curricular, muitos saberes e conhecimentos, específicos de certos grupos, têm sido ocultados das propostas curriculares e das salas de aula. Com isso, muitos movimentos, de caráter identitários, têm reivindicado a afirmação de suas diferenças culturais na política educacional, no sentido de garantir uma educação mais ampla para os direitos humanos. (CANDAU, 2011). Os efeitos dos esquecimentos tem sido objeto de amplo debate e de disputas nas políticas educacionais atuais.

Diante destas reflexões, justifica-se a importância de compreender o modo como as políticas nacionais e locais têm dado espaço e voz aos saberes e conhecimentos de grupos culturalmente distintos assim como, investigar o modo como tais saberes e conflitos se manifestam na produção dos currículos prescritos. Vale também recontextualizar o tema das mudanças curriculares diante da recente história política do país, marcada por intolerâncias e deslegitimações de grupos que vem colocando em risco os inúmeros avanços alcançados em relação aos direitos humanos no campo da educação, com a defesa de propostas retrógradas e que afirmam a intolerância às diferenças, pela negação das desigualdades de gênero, raça e etnia, o que exige uma tomada de posição em razão do cenário atual emergir com ações que contestam princípios fundamentais orientadores das reformas curriculares mais recentes.

No que se refere aos métodos de investigação e análise, a pesquisa partiu da seleção de textos oficiais produzidos no ciclo das chamadas políticas da diversidade, por meio do qual foi possível caracterizar e discutir sobre o modo como a diversidade é tratada nestas diretrizes e propostas curriculares. Do ponto de vista metodológico, assumimos uma abordagem qualitativa de pesquisa, que considerou duas frentes de ação investigativa. A primeira, estrutura-se pela análise documental das diretrizes e propostas curriculares oficiais produzidas pelo governo federal e a segunda, pela análise dos documentos produzidos pela escola, tais como os planos de aula, projetos políticos pedagógicos e propostas curriculares de matemática, coletados por meio de um estudo de campo. Neste artigo, destacaremos o primeiro recorte de análise.

Em relação à emergência da diversidade nas políticas educacionais e seus desdobramentos para o currículo de matemática nos contextos de produção de texto e de prática, problematizamos os movimentos e programas construídos pela Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão – Secadi (2011-2019), no Ministério da Educação, dado o seu lugar de produção de discursos oficiais por meio de inúmeros documentos e diretrizes orientadoras das escolas e da implementação de programas destinados às áreas de alfabetização e educação de jovens e adultos, educação ambiental, educação em direitos humanos, educação especial, do campo, indígena, quilombola e educação para as relações étnico-raciais. Muitos destes programas e propostas foram elaborados em resposta às demandas destes movimentos.

Políticas da Diversidade nas Políticas Curriculares

Para melhor compreender os desdobramentos de uma política curricular voltada para a diversidade e diferença, no contexto da educação matemática, partimos da abordagem do ciclo de políticas proposto por Stephen Ball e optamos por uma análise do contexto da produção de texto para identificar as marcas da macropolítica, por meio de suas concepções e princípios. Nessa perspectiva, vale considerar que abordagens mais tradicionais do currículo, assumiam uma visão técnica, prescritiva e supostamente neutra para as propostas curriculares e tomavam como objeto a busca de respostas para as perguntas do tipo "o que?" e "como?" ensinar. A partir das teorias críticas e seus posicionamentos sobre o processo de reprodução social e cultural presente nos currículos, novas indagações são formuladas para responder aos propósitos da formação curricular com perguntas do tipo "para que?" e "por que?" ensinar, incorporando os conceitos de classe social e poder, e denunciando os mecanismos de manutenção e reprodução das desigualdades na sociedade e na escola. Por fim, com as teorias pós-críticas, ampliam-se as bases sociais epistemológicas que sustentam a visão predominante até então acerca do conhecimento e vem para o debate perguntas como "para quem?" se constrói currículo. Nesse movimento, consideramos a necessidade de incorporar o fato de que o currículo se constrói com a escola, seus atores e seus tempos, e cabe incorporar a pergunta "com quem?" produzimos currículo e que condições ofertamos para essa real participação. Por essa visão mais recente, alinhada aos pressupostos da sociologia pragmática, entendemos que as relações de poder deixam de se limitar às questões de classe ou à visão dicotômica dominante-dominado pré-definidas por uma macroestrutura como afirmado pelas teorias críticas, e passam a analisar o caráter discursivo do currículo denunciando as relações de poder que determinam a legitimidade do que deve ser considerado como conhecimento a ser disponibilizado para a escola, abrindo espaço para uma diversidade ampla de discursos e saberes, manifestos por grupos e sujeitos que se apresentam na escola e na disputa pelas macropolíticas. Compreender o currículo por esta nova base epistemológica, articuladora das noções de conhecimento-identidade-poder, exige o tratamento da cultura como central no processo de desenvolvimento curricular e permite reconhecer o modo como se constrói e se produz conhecimento, dentro e fora da escola, de forma mais plural do que fora tratado até então, em especial no que se refere ao currículo de matemática.

Candau (2016, p. 14) apresenta uma proposta intercultural crítica e emancipatória que problematiza o caráter predominantemente “padronizador, homogeneizador e monocultural da educação”, e expõe um modelo de referência para se pensar uma educação em direitos humanos em sentido mais amplo. A autora apresenta, assim, três componentes considerados prioritários a esta proposta: a formação de sujeitos de direito, o favorecimento de processos de empoderamento orientado aos atores sociais e a produção de processos de transformação necessários a construção de sociedades verdadeiramente democráticas e humanas.

Para Carreira (2017), o tratamento das intersecções e interconexões existentes entre as categorias gênero, raça, classe social, diversidade sexual e origem regional, entre outras, indicam a necessidade de reconhecer o fenômeno da multidiscriminação e o conceito de interseccionalidade se revela útil quando aplicado à realidade educacional brasileira (CARREIRA, 2017, p. 38). Nesta perspectiva de análise, tratar a diversidade implica discutir desigualdades e diferenças negadas, silenciadas ou invisibilizadas em nossa sociedade, em especial no campo da educação, nas escolas e na sala de aula de matemática. Tal compreensão amplia o foco da dimensão étnica, racial e cultural, para abarcar diversas formas de viver e estar no mundo, reconhecendo identidades e diferenças que se fazem presentes e cada vez mais visibilizadas no cotidiano escolar.

Da concepção sobre diversidade e diferenças

A expressão diversidade, frequentemente evocada com uso das aspas, tem sido afirmada a partir de um conjunto amplo, profundo, múltiplo e complexo de significados. De acordo com Rodrigues e Abramowicz (2013, p. 17), constata-se, nos últimos vinte anos, a centralidade da diversidade, e outros temas relacionados, no debate internacional e nacional sobre o desenvolvimento das pesquisas educacionais. As autoras alertam para o fato de que, se de um lado o uso do termo faz emergir uma inflexão no pensamento social moderno e uma nova forma de olhar para esta questão, por outro lado, seu uso impreciso e indiscriminado pode “restringir-se a simples elogio às diferenças, pluralidades e diversidades, tornando-se uma armadilha conceitual e uma estratégia política de esvaziamento e/ou apaziguamento das diferenças e das desigualdades". Como alertam as autoras, a diversidade colocada na esfera da cultura pode esvaziar a questão da desigualdade, "pois o que é chamado de social, que é o lugar da cultura (a cultura é uma linha do social) não se confunde e não é o setor econômico". Ao colocar a diversidade, como identidades que se relacionam, num plano social, sem considerar a questão da classe social, que determina desigualdades, corre-se o risco de produzir o apagamento destas identidades, num discurso raso que defende a tolerância ao diferente, apaziguando desigualdades e mantendo hegemonias. Sob o manto da diversidade, o reconhecimento das várias identidades e/ou culturas é atravessado pela questão da tolerância, tão em voga, já que pedir tolerância ainda significa manter intactas as hierarquias do que é considerado hegemônico.

Para Denise Carreira (2017), embora a legislação brasileira dê base à afirmação da qualidade em educação como direito de todas as pessoas, como em qualquer sociedade extremamente tolerante para com as desigualdades, pode-se afirmar que a qualidade em educação no Brasil ainda não é assumida como um direito de todos e como uma questão de justiça. Deste posicionamento, cabe analisar o modo como o termo diversidade vem sendo compreendido e suas implicações políticas pela classificação de Carreira em seis perspectivas de análise, apresentadas no quadro a seguir.

Quadro 1: Perspectivas de análise da diversidade/diferença nas políticas educacionais

Negação das diferenças	Nega o reconhecimento e chega a acusar que este afronta os interesses públicos e coloca em risco a coesão da sociedade e suas instituições.
Irrelevância das diferenças	Diferenças vividas como desigualdades são invisíveis para o processo de elaboração, implementação e avaliação das políticas educacionais, invocam uma neutralidade técnica e acabam por contribuir para o acirramento destas desigualdades.
Diferenças sem desigualdades	Assume o elogio despolitizado da diferença, abordada como diversidade, como um valor humano a ser promovido. Toma-se as diferenças vividas como experiências laterais e não hierárquicas e não se distinguem as diferentes diferenças, suas especificidades, construções sociais e históricas, sujeitos políticos e conflitividades. Valoriza-se a diversidades em reconhecer as desigualdades que as permeiam e sem propor caminhos que alterem privilégios ou hierarquias construídas.
Diferenças desiguais subsumidas à questão de renda	Diferenças são reconhecidas como desigualdades, mas se defende que investimentos em políticas universais com recortes de renda constituem uma resposta definitiva para a superação destas desigualdades.
Diferenças somente como especificidades	Diferenças são reconhecidas como desigualdades e consideradas legítimas e relevantes para as políticas educacionais. Atendem a demandas políticas específicas de grupos discriminados, muitas delas construídas como políticas de ação afirmativa, destinadas a compensar os sujeitos. Contudo, não se mexe

	com a política universal, com as chamadas "políticas duras", essa sim destinada a todos.
Reconhecimento das diferenças desiguais como condição para a garantia do direito humano à educação de todos	O reconhecimento das diferenças está articulado ao enfrentamento das desigualdades e é compreendido com base para a construção de uma sociedade democrática, ancorada nos direitos humanos. Demanda políticas específicas para grupos discriminados e pede transformações nas políticas universais, pondo em xeque padrões e referenciais dominantes e estruturais que sustentam relações sociais desiguais. Parte do entendimento de que não há como garantir uma educação de qualidade para todos e todas sem desestabilizar o universal e torná-lo aberto à diversidade humana.

Fonte: Carreira (2017) - adaptado

Deste panorama teórico-conceitual se desdobram interpretações diversas a respeito das políticas curriculares em relação à questão da diversidade-diferença. Apresentamos a seguir uma organização temporal acerca do desenvolvimento destas políticas e suas implicações para o currículo de matemática.

Marcos temporais e implicações para o currículo de matemática

De nossa análise a partir da cronologia dos documentos, diretrizes e legislações em função do tempo e das estruturas governamentais que as produziram, classificamos os movimentos e processos de produção dessas políticas curriculares em **três ciclos** temporais: 1. *O reconhecimento da pluralidade cultural*, marcado pela publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais; 2. O *tratamento das diferenças*, que emerge com a produção de políticas educacionais específicas e a criação da Secad (2004); e 3. O *combate à multidiscriminação*, dado pelo fortalecimento das políticas do ciclo anterior em prol da construção de uma política nacional de atendimento à diversidade humana de modo articulado aos sistemas públicos de ensino, a partir do momento de fusão da Secad com a Seed, criando assim a Secadi (2011). Detalhamos seguir a elementos que caracterizaram nossa análise em termos dos avanços e as lacunas em cada ciclo e aspectos que queremos privilegiar no debate com pesquisadores de uma vertente sociocultural da educação matemática, que vem assumindo os pressupostos aqui reafirmados em suas pesquisas e propostas pedagógicas.

O **primeiro ciclo** marca a incorporação do debate sobre diversidade-diferença por meio do volume específico sobre o tema da *Pluralidade Cultural* que compõe os Temas Transversais propostos como eixo integrador dos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (MEC/Brasil, 1997). Pelo nosso modo de olhar, tal proposta atuou como disparador das primeiras reflexões sobre o lugar de diversidade como categoria para pensar a produção dos currículos. O documento introdutório aos parâmetros apresenta a intenção de posicionar-se frente a questões para as quais afirma ainda não ter resposta, embora afirme a certeza de ter sido interpelado por certos desafios, para os quais indica a existência de pontos de tensão, que são destacados a partir das categorizações e justificativas reproduzidas a seguir.

Quadro 2: Tensões relativas à produção curricular e efeitos para o currículo de matemática

Global e o Local	Tornar-se pouco a pouco cidadão do mundo sem perder suas raízes, participando ativamente da vida de sua nação e de sua comunidade. Num mundo marcado por um processo de mundialização cultural e globalização econômica, os fóruns políticos internacionais assumem crescente importância. No entanto, transformações em curso não parecem apontar para o esvaziamento dos Estados-Nação. Pelo contrário, a busca de uma sociedade integrada no ambiente em que se encontra o "outro" mais imediato, na comunidade mais próxima e na própria nação, surge como necessidade para chegar à integração da humanidade como um todo. É cada vez mais forte o reconhecimento de que a diversidade étnica, regional e cultural, continuam a exercer um papel crucial e de que é no âmbito do Estado-Nação que a cidadania pode ser exercida.
Universal e o Singular	Ao mesmo tempo que é preciso considerar que a mundialização da cultura se realiza progressivamente, é preciso não esquecer das características que são únicas de cada pessoa: o direito de escolher seu caminho na vida e de realizar suas potencialidades, na medida das possibilidades que lhes são oferecidas, na riqueza de sua própria cultura.
Cultura local e Modernização de processos produtivos	Apropriar-se da modernização dos processos produtivos, fruto da evolução científica e tecnológica, assumindo papel tanto de usuário como de produtor de novas tecnologias, sem renegar os valores e o cultivo de bens culturais locais.
Instantâneo-efêmero e o Durável	Num contexto em que uma imensa quantidade de informações e de emoções atuam sem cessar, faltam espaços para maior reflexão sobre problemas e suas soluções; privilegiam-se opiniões, soluções e respostas rápidas, muito embora, para muitos problemas sejam necessárias estratégias pacientes e negociadas. Tal é o caso das políticas para a educação.
Espiritual e o Material	As sociedades, mesmo envolvidas cotidianamente com as questões materiais, desejam alcançar valores que podem ser chamados morais/espirituais; suscitar em cada um tais valores, segundo suas tradições e convicções, é uma das tarefas para a educação

Fonte: MEC/SEF (1998) – adaptado.

O documento justifica sua elaboração com um duplo objetivo: "de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras", para com isso "criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania" (BRASIL/MEC, 1998, p. 5). Cabe, portanto, perguntar quem teria o poder de reconhecer este suposto "conhecimento válido e necessário a todos"? Ao desconhecer todos os conhecimentos socialmente construídos, de que modo é possível dar crédito a este referencial comum, especialmente quando se fala em “saberes matemáticos”?

Num **segundo ciclo** das políticas curriculares da diversidade a emergência de uma tomada de consciência das políticas públicas e das políticas educacionais em relação às diferenças pela inauguração de um conjunto de ações que anunciaram uma nova visão em relação à diversidade, num movimento de problematização das diferenças, para além do paradigma da diversidade. Trata-se especialmente da criação da Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade (Secad) em 2004 o início desse período. Para Fleuri (2006), surge então um campo “híbrido, fluido, polissêmico, ao mesmo tempo promissor, da diferença, constituído nos entrelugares das enunciações de distintos sujeitos e das múltiplas identidades socioculturais”. Nota-se uma série de ações e documentos desse período[1] dirigidos ao tema da diversidade na esfera educacional e que revelam os primeiros movimentos na direção de abarcar o tratamento das diferenças culturais nas políticas educacionais. Um caso marcante neste segundo ciclo de políticas, em razão de sua complexidade, revelada num processo de produção de políticas específicas e das implicações para o currículo escolar. Trata-se da questão das políticas curriculares para a educação quilombola e de suas relações com a temática étnico-racial, em especial quando interpretadas desde a perspectiva do protagonismo do movimento negro até os desdobramentos em legislações e diretrizes produzidas como resposta às demandas das comunidades e movimentos representativos dessa população. Nesse ciclo, chama a atenção o fato de que, embora, por um lado, parte dessas políticas tenha contribuído substancialmente para a atuação do professor de matemática em territórios marcados pelas especificidades dos grupos identitários, por meio de programas de formação ou mesmo por diretrizes e referenciais curriculares. Por outro lado, as políticas pouco avançaram no sentido de oferecer propostas para o desafio da multiculturalidade presente em contextos híbridos nos quais não é possível particularizar e localizar o currículo em um contexto minoritário supostamente mais homogêneo, como é o caso das populações indígenas aldeadas ou em territórios quilombolas reconhecidos. Ao analisar a produção de documentos e diretrizes específicas para certos grupos e demandas, encontramos um campo muito vasto para problematizar e

[1] Material para formação docente: Educar na Diversidade (2005); Coleção Cadernos de EJA (2007); Orientações e Ações para a Educação das Relações Étnico-Raciais (2006); Cadernos Secad (2007).

avançar na direção de uma política curricular maior, que pudesse apresentar caminhos alternativos para o tratamento da diversidade no currículo de matemática. Para exemplificar e destacar as contribuições desses documentos para oferecer subsídios e repensar a questão do currículo de matemática, citamos as temáticas sugeridas no *documento orientador da ação para a educação das relações étnico-raciais* e os documentos produzidos no contexto da educação quilombola, que nos indicam temáticas orientadoras que suscitariam produtivas reflexões para (re)pensar o currículo de matemática, tais como identidade, espaço/território, cultura, corporeidade, religiosidade, estética, arte, musicalidade, linguagem, culinária, agroecologia, entre outros. O texto sustenta uma abordagem pós-colonialista que reescreve a história negada a essas comunidades, em especial em relação à contribuição dos africanos e afro-brasileiros, e propõe um currículo que se remeta a procedimentos que rompam com a estrutura funcionalista e eurocêntrica. Sugere abordagens de ensino que considerem os valores da cultura africana, afro-brasileira e quilombola, tais como circularidade, oralidade, energia vital (axé), corporeidade, musicalidade, ludicidade, cooperativismo, comunitarismo, memória, religiosidade, ancestralidade (SEDUC/MT, 2010 apud CASTILHO, 2016, p. 110). Tais categorias vêm sendo incorporadas aos debates do campo da etnomatemática e parecem indicar um caminho inovador para propor novos enquadramentos para o tratamento do conhecimento matemático dentro de uma perspectiva curricular voltada para o tratamento da diversidade cultural.

Esse segundo ciclo promoveu uma transição do modelo de reconhecimento da diversidade para o tratamento das diferenças, deixando lacunas em relação ao tratamento das multidiscriminações e dos entrecruzamentos de categorias tratadas de modo ainda dicotômico, como as relações étnico-raciais ou de gênero-raça. Nesse sentido, consideramos válido perguntar em que medida tais aspectos tratados de modo particular nas políticas curriculares, como no caso da educação quilombola, revelam dimensões tão próprias da condição humana vividas também em outros contextos brasileiros? De que modo esses elementos nos levariam a contribuir para outros modos de produção curricular, em especial nos contextos multiculturais, como seria o caso do contexto escolar urbano?

Esse segundo ciclo, sugere desafios que, ao nosso ver, foram sendo incorporadas ao **terceiro ciclo** de políticas, no qual se destacou o combate à multidiscriminação e o desafio da multiculturalidade, em que foram produzidos como, inúmeros documentos, políticas, programas e induziu um movimento de práticas pedagógicas voltadas para o tratamento das diferenças e da inclusão. Neste terceiro ciclo, passa a haver maior reconhecimento e aceitação das diferenças culturais por meio de propostas curriculares específicas, que produzem um movimento solidário entre os diversos grupos culturais e identitários, ao reivindicarem a garantia do direito às diferenças por meio de políticas educacionais. Desse processo, decorre o fortalecimento dessas vozes até então silenciadas, que passam também a denunciar o fenômeno das multidiscriminações, dos preconceitos e racismos que afetam a todos, e aos poucos vão exigindo a interseccção de políticas gerais e específicas em direção a uma "Educação para os Direitos Humanos", "políticas de educação antirracista", "antissexista" ou da "Educação para a Paz". Nesta perspectiva, o documento que elegemos como marco representativo deste período, as "Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica: Diversidade e Inclusão" (BRASIL/MEC/SECADI, 2013) propõe o fortalecimento de uma "Política Nacional de Atendimento à diversidade humana" articulada aos sistemas públicos de ensino, reafirmando o lugar da cultura como centro da produção das políticas curriculares e alimentando a arena de disputas em torno da função e do *papel da escola* no tratamento das diferenças e no combate às mutidiscriminações.

Dessa perspectiva, decorre uma visão de educação pautada na "ética e nos valores da liberdade, na justiça social, na pluralidade, na solidariedade e na sustentabilidade, cuja finalidade é o pleno desenvolvimento de seus sujeitos, nas dimensões individual e social de cidadãos conscientes de seus direitos e deveres, compromissados com a transformação social" (BRASIL/MEC/SECADI, 2013). Ao organizar em um único documento todas as diretrizes e orientações produzidas ao longo do ciclo anterior, a publicação oferece um amplo registro das possibilidades e complexidades que marcam a cultura escolar no Brasil naquele momento, abrindo caminhos para o surgimento de um novo enquadramento epistemológico e político para as políticas curriculares voltadas à diversidade. Como resume a apresentação do documento:

> Dessa forma, disponibiliza aos sistemas de ensino, esse documento que contém as DCNGEB e suas modalidades de ensino: Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica, Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas Escolas do Campo, Diretrizes complementares, normas e princípios para o desenvolvimento de políticas públicas de atendimento da Educação Básica do Campo, Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnico-Raciais e para o Ensino de História e Cultura Afro-Brasileira e Africana, Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial, Diretrizes Operacionais para a Educação de Jovens e Adultos nos aspectos relativos à duração dos cursos e idade mínima para ingresso nos cursos de EJA; idade mínima e certificação nos

> exames de EJA; e Educação de Jovens e Adultos desenvolvida por meio da Educação a Distância, Diretrizes Nacionais para a oferta de educação para jovens e adultos em situação de privação de liberdade nos estabelecimentos penais, Diretrizes para o atendimento de Educação Escolar para populações em situação de Itinerância, Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Indígena na Educação Básica, Diretrizes Nacionais para a Educação em Direitos Humanos, Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental, Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Quilombola na Educação Básica. (BRASIL/MEC/SECADI, 2013, p. 8).

Podemos assim reconhecer que a transição do segundo para o terceiro ciclo de políticas é marcada por diversas perspectivas teóricas que expressam polissemias, hibridismos e ambivalências no uso dos termos multiculturalidade, interculturalidade, transculturalidade, motivados por uma necessidade histórica manifestada nas diferentes práticas sociais, incluindo as práticas escolares e as proposições curriculares decorrentes do ciclo anterior. Para Fleuri (2016, p. 497) "trata-se do desafio de se respeitar as diferenças e de integrá-las em uma unidade que não as anule, mas que ative o potencial criativo e vital da conexão entre diferentes agentes e entre seus respectivos contextos". Nessa conjuntura, emergem evidentes preocupações quanto ao entendimento e enfrentamento de estereótipos, preconceitos, discriminações e racismos, assim como de processos de inclusão e exclusão social dos sujeitos no contexto escolar.

Uma resposta parcial às questões acima é aquela que reconhece que a similaridade nas demandas colocadas sob o guarda-chuva da diversidade decorre da constatação de que a persistente exclusão social no Brasil e na América Latina é resultado de séculos de exploração colonial de recursos, subalternização de povos nativos e de descendentes de africanos, trabalho forçado, etc. A persistência das profundas desigualdades entre as populações de origem europeia demonstra que, embora o histórico de exclusão social das não europeias tenha diferentes antecedentes e características singulares, elas compartilham características e mecanismos comum de exclusão. (SILVÉRIO 2005, p. 90)

Pode-se afirmar que, ao abrir o espaço escolar para o convívio com as diferenças culturais e sociais reafirmando o lugar da cultura dos grupos minoritários até então silenciados, ficam também mais evidentes os conflitos identitários que decorrem deste encontro e "torna-se inadiável trazer para o debate os princípios e as práticas de um processo de inclusão social que garanta o acesso à educação e considere a diversidade humana, social, cultural, econômica dos grupos historicamente excluídos" (BRASIL/MEC/SECADI, 2013, p. 7).

Cabe-nos, por fim, perguntar como as políticas desse último ciclo se manifestaram em relação ao currículo de matemática no sentido de oferecer uma proposta voltada ao acolhimento das diferenças culturais e ao desafio do combate às discriminações, que fazem palco na sala de aula e no interior da escola. Embora este não seja um desafio exclusivo da educação matemática, sabe-se que a matemática tem se constituído como disciplina, desde a crítica aos PCNs, no tratamento da diversidade, como simples elogio à diversidade e, quando muito, no reconhecimento do conhecimento prévio como pretexto para, então, emoldurá-lo a uma visão escolar e científica de matemática, de caráter universalista, sustentada numa cultura eurocêntrica, que silencia outras formas de produção de saberes a partir de práticas sociais e culturais.

Vale mencionar também que, com as mudanças políticas que sucederam este último ciclo e consequente alteração nas estruturas de governos, num processo de desagendamento destas ações, por meio do qual torna-se dificultoso o acesso a esses documentos por meio de links e sites anterioremente divulgados, evidenciando o risco de um apagamento dessas inúmeras e importantes ações para a constituição do parâmetro da diversidade-diferença como central na produção do currículo. Assim, torna-se urgente o desenvolvimento de iniciativas capazes de inventariar e organizar acervos desta produção, assim como o desenvolvimento de pesquisas dedicadas a analisar os discursos que marcam essas ações tanto do ponto de vista das políticas curriculares de caráter identitário quanto na direção de uma política maior de acolhimento da diversidade em contextos multiculturais. Reconhecemos assim as complexidades que afetam as relações entre o desenvolvimento de políticas da diversidade-diferença e políticas curriculares no campo da educação matemática.

Considerações Finais

Os resultados obtidos, frente ao interesse de caracterizar e compreender a produção desenvolvida pelas chamadas políticas da diversidade e seus efeitos para o currículo de matemática, indicam inúmeros avanços produzidos neste período, assim como lacunas deste processo político e pedagógico. Deste movimento, é possível reconhecer, de um lado, que o conjunto de documentos curriculares, diretrizes e programas, deixam clara a vasta produção política produzida e suas implicações para uma proposta de tratamento curricular mais inclusiva e acolhedora das diferenças culturais e regionais do país e dos sujeitos que compõem a escola. De outro lado, nota-se a pouca produção específica destinada para a formação e ação do professor de matemática, que seguem contraditoriamente pautados numa prática cultural pedagógica que trata a matemática como um conhecimento monocultural e universal, de matriz europeia, com abordagens didáticas sustentadas por referenciais curriculares que pouco problematizam essa visão há muito reelaborada e contestada por diversas pesquisas do campo da educação matemática, na defesa de uma perspectiva sociocultural - com destaque para a Etnomatemática e a Educação Matemática Crítica. Como afirmamos, em razão das mudanças e das dinâmicas na recente política brasileira, o conjunto de documentos inventariados oferece a possibilidade de novas pesquisas sobre como estas políticas curriculares promoveram induções e efeitos nas políticas locais de estados e municípios. Tratamos aqui de evidenciar as interseccionalidades que pautam a produção de um currículo com implicações para currículo de matemática, e como estudo das políticas identitárias pode contribuir para pensar novas dimensões e categorias de currículo no sentido de produzir um movimento de inovação curricular em favor de uma política nacional de atendimento à diversidade humana na escola, no sentido defendido por MEC/Secadi (2013).

Conclui-se que, a macropolítica analisada mostra-se forte e potente para se (re)pensar os desenvolvimentos futuros em relação ao acolhimento e à garantia das diferenças culturais na escola, a sala de aula de matemática, no entanto, documentos curriculares específicos da área seguem ainda com prescrições mais gerais, sem dar visibilidade aos sujeitos, suas histórias, seus modos de pensar a matemática, numa perspectiva que visa a seleção e a relevância de certos conteúdos curriculares, abrindo-se pouco para novas abordagens e outros modos de conhecer e fazer matemática, o que pede maior abertura de pesquisadores de uma vertente mais sociocultural da educação matemática para a complexidade que marca a diversidade e as diferenças no interior da escola e da sala de aula de matemática.

Referências

ABRAMOWICZ, A.; SILVÉRIO, V. R. **Afirmando diferenças:** montando o quebra-cabeças da diversidade na escola. Campinas, 3ª edição, SP: Papirus, 2010.

BALL, S.J. & MAINARDES, J. (orgs.) **Políticas Educacionais: questões e dilemas**. São Paulo: Cortez, 2011.

CANDAU, V. Educação em direitos humanos e diferenças culturais: questões e buscas. **Diferenças Culturais e Educação: construindo caminhos**. Rio de Janeiro: 7 Letras. 2011. Publicado originalmente em Metodista: Múltiplas Leituras, 2009.

CANDAU, V. Multiculturalismo e Educação: desafios para a prática pedagógica. In: CANDAU, V.; MOREIRA, A. F. **Multiculturalismo:** diferenças culturais e práticas pedagógicas. 10 ed. 4 reimp. Petrópolis, RJ: Vozes, 2016.

CARREIRA, Denise. **Igualdade e diferenças nas políticas educacionais**: a agenda da diversidade nos governos Lula e Dilma. São Paulo: Ação Educativa, 2017.

CASTILHO, Suely Dulce de. Políticas Curriculares para a educação quilombola de Mato Grosso: contexto, texto e análise. In: CASALI, A.; CATILHO, S.D. de. Diversidade na educação: implicações curriculares. São Paulo: EDUC

FLEURI, R. M. Políticas da diferença: para além dos estereótipos na prática educacional. **Educação e Socidedade**, Campinas, v. 27, n. 95, maio/ago. 2006, p. 495-520.

GODOY. E.V. **Currículo, Cultura e Educação Matemática: uma aproximação possível?** São Paulo: Editora Papirus. 2015.

LOPES, A.C., MACEDO, E. F. de. **Teorias de Currículo**. São Paulo: Cortez, 2011.

MEC/SECAD. **Orientações e ações para educação das relações étnico-raciais**. Brasília: – Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade, Secad, 2006.

MEC/SECADI. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica : diversidade e inclusão** / Org. Clélia Brandão Alvarenga Craveiro e Simone Medeiros. – Brasília : Conselho Nacional de Educação: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão, 2013.

MEC/SEF. **Parâmetros curriculares nacionais : introdução aos parâmetros curriculares nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. 126p

MEC/SEF. **Parâmetros curriculares nacionais : pluralidade cultural, orientação sexual** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. 164p.

PALANCH, W. B. L. **Mapeamento de pesquisas sobre currículos de matemática na educação básica brasileira (1987 a 2012).** Tese de Doutorado. São Paulo: PUC/SP, 2016

RODRIGUES, T. C.; ABRAMOWICZ, A. O debate contemporâneo sobre a diversidade e a diferença nas políticas e pesquisas em educação. **Educação e Pesquisa**. v. 39, n. 1, jan./mar. 2013, p. 15-30.

SILVÉRIO, V. R. A (Re)configuração do nacional e a questão da diversidade. **Afirmando diferenças: montando o quebra-cabeças da diversidade na escola**. Anete Abramowicz e Valter Silvério. Campinas, 3ª edição, SP: Papirus, 2010, p. 87-107.

Educação entre latifúndios: algumas contradições

Education among *latifundia*: some contradictions

Línlya Sachs
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
linlyasachs@yahoo.com.br

Thiago Fanelli Ferraiol
Universidade Estadual de Maringá
tfferraiol@uem.br

Resumo
Este artigo tem como objetivo apresentar contradições entre uma proposta educacional e as práticas das escolas do campo em áreas de reforma agrária, vinculadas ao Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra do Paraná. Para isso, apresentamos brevemente a proposta educacional dessas escolas, em seguida, a conceituação de contradição, sustentada no materialismo histórico-dialético, no qual fundamentamos a análise e, por fim, elucidamos as contradições expressas no movimento dessas escolas. Essas contradições podem ser atribuídas a alguns condicionantes, entre os quais destacamos dois: a precariedade na contratação de professores para atuação nas escolas e as limitações curriculares. Concluímos que ambas as situações são consequências de uma contradição anterior, entre o Estado e o Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra.

Palavras-chave: Educação do Campo; Escolas do Campo; Materialismo Histórico-Dialético; Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra.

Abstract
This paper aims to present contradictions between an educational proposal and the practices of rural schools in areas of agrarian reform, linked to the Landless Rural Workers Movement of Paraná. For this, we briefly present the educational proposal of these schools, then the conceptualization of contradiction, supported by dialectical and historical materialism, on which we base the analysis and, finally, we highlight the contradictions expressed in the movement of these schools. These contradictions can be attributed to some conditions, among which we focus on two: precariousness in hiring teachers to work in schools and curricular limitations. We conclude that both situations are consequences of a previous contradiction between the State and the Landless Rural Workers Movement.

Keywords: Rural Education; Rural Schools; Dialectical and Historical Materialism; Landless Rural Workers Movement.

Introdução

Este artigo tem como objetivo apresentar algumas contradições entre uma proposta educacional e as práticas das escolas do campo em áreas de reforma agrária (acampamentos e assentamento) no estado do Paraná, sobretudo devido à tentativa de se colocar como uma alternativa à educação tradicional vigente, que alimenta valores neoliberais típicos da sociedade capitalista em crise.

Nomeamos a educação que ocorre nesses espaços de *educação entre latifúndios*: por um lado, os latifúndios representam metaforicamente o sistema produtivo capitalista, ao qual as escolas e os camponeses estão submetidos; por outro lado, os latifúndios literalmente circundam as áreas de reforma agrária, onde se disputam a terra e um projeto de educação e de sociedade.

O estado do Paraná, assim como o Brasil de um modo mais geral, tem sua história marcada por uma estrutura fundiária concentrada, desde o período de colonização. Por meio de concessões e, posteriormente, pela compra de terras, a distribuição nunca se deu de maneira igualitária entre os habitantes do território ou entre aqueles que trabalhassem na terra. Ao contrário, objetivava-se o povoamento (desconsiderando os habitantes nativos da região), a exploração das terras (por aqueles que possuíssem meios para tal) e a sua mercantilização (ignorando o trabalho humano despendido por pessoas sem condições materiais para a compra). Assim, ao longo do tempo e por meio de políticas governamentais, constituem-se os latifúndios paranaenses.

Para atingir o objetivo proposto, apresentamos brevemente a proposta educacional das escolas vinculadas ao Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra (MST) e situadas em áreas de reforma agrária do estado e, em seguida, a conceituação de contradição, sustentada no materialismo histórico-dialético, no qual fundamentamos nossa análise. Por fim, elucidamos as contradições expressas no movimento dessas escolas, mostrando como elas têm se intensificado na atual conjuntura de retirada de condições materiais para que essas escolas realmente façam um enfrentamento à forma social hegemônica.

Proposta educacional

Entre latifúndios, há resistências, lutas pela realização de uma Reforma Agrária Popular e proposições outras de sociedade e de educação, desafiando o projeto hegemônico. Destacamos a centralidade que tem o MST nesse cenário, em âmbito nacional e particularmente no estado do Paraná.

Junto ao esforço coletivo pela efetivação de uma política de redistribuição de terras, esse movimento social defende uma modificação substantiva na sociedade, envolvendo desde o acesso pela população geral à alimentação de qualidade, até uma educação pensada a partir dos trabalhadores e para eles.

Destacamos a proposta educacional elaborada coletivamente pelo MST do Paraná, a partir de 2010 (SAPELLI, 2017). Após vários anos de experiência, em especial, com os temas geradores, de Paulo Freire, iniciou-se um processo de repensar e reelaborar os pressupostos educativos. Uma importante influência foi a pedagogia soviética, da primeira década após a Revolução de 1917. Com isso, foi desenvolvido o Plano de Estudos (MST, 2013) para o trabalho nas escolas com oferta dos anos finais do Ensino Fundamental.

Nesse documento, são apresentadas as matrizes formativas, a partir das quais é elaborada a proposta educacional para as escolas em áreas de reforma agrária no estado do Paraná, a saber: trabalho, luta social, organização coletiva, cultura e história (MST, 2013). Com essas bases, organiza-se o trabalho e os tempos escolares, que envolvem vários elementos, como os ciclos de formação humana, os núcleos setoriais, os pareceres descritivos e os complexos de estudo. De forma breve, descreveremos alguns desses elementos, para, em seguida, analisarmos as contradições presentes no movimento da realidade, a partir da implementação dessa proposta em situações concretas, *entre latifúndios*.

A partir dos estudos de Luiz Carlos de Freitas (FREITAS, 2003), que propõe a organização dos tempos escolares em ciclos que levem em conta o desenvolvimento humano (em uma perspectiva vygotskyana), repensando a lógica da escola e da avaliação, o MST adota a ideia dos *ciclos de formação humana*, sem reprovações, mas com classes intermediárias, entre um ciclo e outro, frequentadas por períodos determinados, de forma concomitante ao próximo ciclo. Os ciclos propostos são: Educação Infantil, para crianças de 4 e 5 anos; Ciclo I, para os estudantes de 6, 7 e 8 anos; Ciclo II, para os estudantes de 9, 10 e 11; Ciclo III, para os estudantes de 12, 13 e 14; e um ciclo único para todo o Ensino Médio (SAPELLI, 2017).

Os *núcleos setoriais*, como uma instância de (auto-)organização nas escolas, da qual participam todos os estudantes, tratam de aspectos da vida escolar que necessitam de intervenção. Alguns exemplos são: saúde e bem-estar; apoio ao ensino; comunicação e cultura; infraestrutura e finanças; embelezamento; produção agrícola; registro e memória (MST, 2013). As concepções da pedagogia soviética a respeito da auto-organização (PISTRAK, 2018) são fundamentais para a estruturação dos núcleos setoriais. Como afirmam Mariano e Lombardi (2019, p. 30), o núcleo setorial "pode, mediante o planejamento coletivo dos educadores ou mesmo da especificidade de cada núcleo, movimentar o trabalho socialmente necessário, articulando as bases da ciência e da arte à vida".

Os processos de avaliação, nessa proposta, visam realizar o acompanhamento dos estudantes para que, ao fim de um período (semestre, por exemplo), sejam elaborados, pelos professores, os *pareceres descritivos*, que contêm descrições detalhadas e individuais sobre o desenvolvimento dos estudantes referente aos êxitos esperados (MST, 2013). Nesse sistema, não há classificação entre estudantes e, por essa razão, em geral, não são atribuídas notas.

Por fim, a organização curricular dá-se por meio de *complexos de estudo*, que são construídos a partir de uma "porção da realidade" (definida anteriormente, com base em um estudo detalhado da realidade), de modo que cada disciplina ou área do conhecimento explora uma face de um mesmo fenômeno (MST, 2013). Está presente, nessa organização, a concepção materialista histórico-dialética, com o objetivo de "habituar as crianças a dominar a atualidade dialeticamente" (PISTRAK, 2018, p. 190).

É importante ressaltar que, nessa proposta, há a centralidade das categorias *trabalho* (o trabalho socialmente necessário), *atualidade* (as condições reais de uma época e seus determinantes históricos) e *auto-organização* (ou autogestão, em que os estudantes possuem habilidades de trabalhar coletivamente, abraçar organizadamente cada tarefa e de criatividade organizativa)[1].

Todos esses elementos compõem a proposta educacional do MST do Paraná, descrita no Plano de Estudos (MST, 2013). Esse material apresenta um detalhamento do trabalho pedagógico, organizado em complexos de estudo, de modo que cada um deles liga-se a algumas disciplinas. No Quadro 1, estão as porções da realidade desses complexos e, em negrito, aquelas em que aparece a disciplina de Matemática.

Quadro 1: Distribuição das porções da realidade

Ano	Semestre	Porções da realidade
6º	1º	• **A luta pela Reforma Agrária**; • **Produção de alimentos**; • As formas de organização coletiva dentro e fora da escola; e • A cultura camponesa.
	2º	• **A luta pela Reforma Agrária**; • **Manejo dos ecossistemas**; • Autosserviço; e • As formas de organização coletiva dentro e fora da escola.

[1] Sobre essas categorias, mais informações podem ser encontradas em Pistrak (2009; 2018).

7º	1º	• Luta pela Reforma Agrária; • **Criação de animais**; • Agroindústria; e • Organização do acampamento/assentamento e na escola.
	2º	• **Luta pela Reforma Agrária**; • **Produção de alimentos**; e • **Organização no acampamento e assentamento e na escola**.
8º	1º	• Luta pela Reforma Agrária; • **Manejo do agroecossistema**; e • Formas de organização do acampamento e da escola.
	2º	• **Luta pela Reforma Agrária**; • **Agroindústria**; e • Formas de organização do acampamento e da escola.
9º	1º	• Luta pela Reforma Agrária; • **Beneficiamento e processamento da produção**; • Agronegócio (monocultura e empresas cooperativas ou outras); e • Organização coletiva dentro e fora da escola (acampamento ou assentamento).
	2º	• **Luta pela Reforma Agrária**; • Vendas/comercialização de produtos; e • Organização coletiva dentro e fora da escola (acampamento ou assentamento).

Fonte: Adaptado de Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra (2013)

Em cada complexo de estudo, estão detalhados a porção da realidade, o ano escolar e o semestre em que deve trabalhado, a justificativa da presença da disciplina, os conteúdos, os objetivos de ensino, os pré-requisitos e os êxitos esperados.

A implementação dessa proposta educacional, contudo, ocorre em uma conjuntura de avanço do capital financeiro, da ideologia neoliberal, o que desemboca em uma das maiores crises da história do capitalismo. Nesse cenário, as contradições entre o que se propõe e o que se efetiva têm se ampliado e, por diversas vezes, tomado caminhos de síntese em favor da ideologia dominante.

Na seção seguinte, apresentamos uma conceituação sobre contradição para, posteriormente, abordarmos algumas contradições expressas no movimento dessas escolas do campo do estado do Paraná.

Sobre o conceito de contradição

Utilizamos aqui o conceito de contradição na perspectiva do materialismo histórico-dialético. Para explicar brevemente esse conceito, precisamos apontar o significado do método materialista histórico-dialético, desenvolvido por Karl Marx ao longo de toda sua trajetória. Com esse método, Marx buscou compreender a complexidade da realidade a partir das contradições existentes, sobretudo na sociedade capitalista, formulando, então, ferramentas teóricas e metodológicas para promover a superação dessa sociedade, por meio de uma efetiva transformação do mundo, no sentido da emancipação humana – a qual, segundo ele, só poderá acontecer com o fim da opressão do homem pelo homem, que estruturalmente se dá com a exploração do trabalho e das formas de produção.

Em linhas gerais, a dialética é uma lógica e uma forma de estruturar os pensamentos e de conhecer a realidade. Na lógica dialética, busca-se analisar os fenômenos, sejam eles naturais ou sociais, através do seu movimento, de suas mudanças e contradições, sendo a contradição o elemento fundamental do movimento. Só há movimento se há contradições, e a dialética é justamente a lógica utilizada para compreender esse movimento.

Além disso, no método desenvolvido por Marx, não se busca utilizar a dialética em sua forma idealista, como se a realidade fosse simples criação do pensamento, como muitos dos filósofos anteriores a ele trataram. No método materialista histórico-dialético, não se separa mecanicamente sujeito e objeto e não os trata de forma isolada. A dialética materialista, como o próprio nome diz, deve ter base material, isto é, deve compreender o pensamento a partir da realidade. Em suas palavras, Marx afirma:

> Meu método dialético, por seu fundamento, difere do método hegeliano, sendo a ele inteiramente oposto. Para Hegel, o processo do pensamento [...] é o criador do real, e o real é apenas sua manifestação externa. Para mim, ao contrário, o ideal não é mais do que o material transposto para a cabeça do ser humano e por ela interpretado (MARX, 1968, p. 16 *apud* NETTO, 2011, p. 21).

Nesse sentido, Netto (2011, p. 21) aponta que "a teoria é o movimento real transposto para o cérebro do pesquisador – é o real reproduzido e interpretado no plano ideal (do pensamento)". A realidade não existe porque o sujeito a pensa; a realidade existe independentemente do sujeito, mas o sujeito faz parte da realidade, e com suas formas de pensar e conhecer, age sobre ela, também a alterando. Daí conclui-se que existe uma contradição essencial entre sujeito e objeto, que impulsiona o movimento da realidade. Assim, no método de Marx, sujeito e objeto devem ser considerados dentro da totalidade de forma dialética, em todas as suas contradições.

Também é importante destacar o caráter histórico do método, pois busca-se compreender a realidade dentro de um contexto espaço-temporal específico, em que as formas de pensamento estão em relação com o desenvolvimento das forças sociais e produtivas da época. Em suas palavras, "os homens fazem sua própria história, mas não a fazem como querem; não a fazem sob circunstâncias de sua escolha e sim, sob aquelas com que se defrontam diretamente, legadas e transmitidas pelo passado" (MARX, 2011, p. 7).

Marx não conceituou o materialismo histórico-dialético, tampouco a ideia de contradição, mas fez uso deles em seus desenvolvimentos teóricos, em especial na obra *O Capital*. Ao analisar o capitalismo, ele parte da mercadoria, como célula da produção burguesa, que tem, em seu interior, as determinações da totalidade – trata-se do elemento inicial em seu método dialético, que evolui do mais simples ao mais complexo, chegando ao que ele chamou de concreto pensado (ROBAINA, 2013).

Nesse estudo, Marx identifica algumas importantes contradições no sistema de produção capitalista. Uma delas se dá entre capital e trabalho, ou seja, entre a classe capitalista e a classe trabalhadora; enquanto uma delas possui o capital, a outra que não o possui, tem apenas sua força de trabalho a oferecer e é justamente ela que possibilita a valorização do valor (isto é, o desenvolvimento do capital). Essa é uma contradição inerente ao capitalismo, podendo ser superada apenas com a superação do próprio capitalismo (AQUINO, 2007).

Outra contradição é aquela que se estabelece entre as forças produtivas (combinação entre as forças de trabalho e os meios de produção) e as relações de produção (determinadas pela organização social e técnica do trabalho). Juntas, elas constituem um modo de produção, que se modifica historicamente. Essa contradição, como pontua Godelier (1982 *apud* AQUINO, 2007), não é original do capitalismo, mas se desenvolve a partir de um certo estágio de maturidade do sistema. Assim, ocorrem as crises, que, como afirma Marx (2017, p. 362), "são sempre apenas violentas soluções momentâneas das contradições existentes". Por outro lado, ele pontua que "o desenvolvimento das contradições de uma forma histórica de produção constitui, todavia, o único caminho histórico da sua dissolução e reconfiguração" (MARX, 2013, p. 610).

Assim, neste trabalho, utilizamos o conceito de contradição como modo de captar o movimento do real presente nas escolas do campo em áreas de reforma agrária, vinculadas ao MST do Paraná, e nas formulações dos seus projetos. A seguir, veremos como essas contradições acabam mais explícitas na medida em que se acentuam também as contradições sociais presentes na relação entre capital e trabalho. Na medida em que o capital financeiro e a lógica neoliberal avançam como força hegemônica, a lógica do desenvolvimento das escolas do campo acaba também por sofrer abalos, e em alguma medida tenta se adaptar às condições não ideais existentes na busca de (re)construir seu projeto revolucionário.

As contradições no movimento das escolas do campo

Apresentamos aqui contradições expressas no movimento das escolas do campo em áreas de reforma agrária, vinculadas ao MST do Paraná, *entre latifúndios*. Para isso, referenciamos pesquisas realizadas e publicadas por integrantes do grupo "Educação Matemática do Campo: estudos e pesquisas"[2]. Todas essas pesquisas foram desenvolvidas, por meio de diferentes metodologias e com distintos objetivos, no contexto da Educação do Campo, em áreas de reforma agrária do estado do Paraná. Em comum, elas possuem o interesse em compreender a elaboração e a efetivação nas escolas da proposta educacional do MST do Paraná (MST, 2013).

Em Borges e Sachs (2018), as pesquisadoras investigaram a efetivação da proposta educacional do MST do Paraná (MST, 2013) em aulas de Matemática de uma escola localizada em um assentamento rural. Após um período de observação de aulas, conversas com os professores e vivências na escola, elas concluem que a proposta nem sequer é conhecida por alguns professores, que possuem tempo escasso para planejamento das aulas e para o trabalho conjunto no coletivo escolar.

A contratação temporária de professores para as escolas estaduais e municipais, prática recorrente no estado do Paraná, tem sido indicada como uma das principais razões para a impossibilidade de efetivação da proposta educacional (BORGES; SACHS, 2018; SACHS, 2019; SACHS; ALVES, 2021).

Muitas vezes, há iniciativas das escolas, das secretarias de educação ou do próprio MST para que professores, coordenadores, diretores e outros trabalhadores da educação participem de cursos ou outras formações, com vistas a implementar a proposta educacional do MST; contudo, esses profissionais, que, geralmente, possuem contratos de um ou dois anos, dificilmente têm tempo para colocar a proposta em prática.

Sachs e Alves (2021), por exemplo, realizaram a construção coletiva do inventário da realidade[3] com profissionais de duas escolas em área de reforma agrária. Para isso, foi necessário o período de cerca de dois anos. De posse desse material, os professores poderiam

[2] O grupo, registrado no Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), tem como líder a pesquisadora Línlya Sachs (da Universidade Tecnológica Federal do Paraná) e a participação de estudantes e pesquisadores.

[3] Parte da proposta educacional do MST do Paraná (MST, 2013), o inventário da realidade se constitui em um documento no qual se apresenta um registro organizado de aspectos materiais ou imateriais da comunidade (SACHS; ALVES, 2021).

elaborar suas aulas com base nos complexos de estudo, considerando a realidade do entorno das escolas. Porém, como as autoras afirmam, metade dos profissionais envolvidos no desenvolvimento do material eram temporários; assim, depois de dois anos, provavelmente não estariam mais atuando nas escolas.

Notamos uma contradição evidente entre um modelo contra-hegemônico de educação, proposto pelo MST, e a atuação do Estado, burguês em essência e que, portanto, se alia a setores dominantes da sociedade capitalista. Não há interesse, por parte do Estado, de contratação efetiva de professores[4] por diversas razões, como o custo – que, segundo Souza (2011), é bastante inferior na contratação de professores temporários, por não haver promoção e progressão na carreira e gratificações – e a possibilidade de organização coletiva, que fica fragilizada por meio da fragmentação do conjunto de professores (entre efetivos e temporários) e da não existência de estabilidade plena de parte significativa dos professores (temporários).

Como argumenta Souza (2016), o trabalho do professor temporário no estado do Paraná é precário do ponto de vista objetivo – com base em critérios como salário, direito à qualificação profissional, condições de trabalho que envolvem férias, licenças e afastamentos – e subjetivo – a partir das relações com entidades de classe, que são mais fracas pela instabilidade no trabalho, e de variáveis como lotação, transferência e remoção.

A pesquisa desenvolvida pelo INEP (2007), que indicava alta rotatividade de professores em escolas do campo, parece ser corroborada por Souza (2016), que mostra um “efeito-território na alocação de docentes” (p. 287), em que as aulas das escolas em regiões periféricas são assumidas por professores temporários, já que os professores efetivos buscam remoção para escolas em áreas mais centrais dos municípios.

Essa contradição é característica da *educação entre latifúndios*, visto que as escolas em áreas de reforma agrária, para efetivarem sua proposta educacional, dependem da contratação de profissionais pelas secretarias de educação; porém, quando isso se dá de modo precarizado, a efetivação fica comprometida.

Com relação ao currículo proposto no material elaborado pelo MST (MST, 2013), há uma subordinação aos referenciais curriculares oficiais do estado do Paraná (PARANÁ,

[4] No estado do Paraná, o último concurso público para contratação de professores efetivos ocorreu em 2013.

2008), no que se refere à disciplina de Matemática (SACHS; NOGUEIRA, 2020; NOGUEIRA, 2021).

Por meio de uma análise documental, Sachs e Nogueira (2020), mostram que os conteúdos matemáticos presentes no Plano de Estudos (MST, 2013) são muito semelhantes ao que estabelecem as Diretrizes Curriculares Estaduais da Educação Básica do Paraná (PARANÁ, 2008) e que, apesar da indicação de abordar conhecimentos etnomatemáticos por meio dos complexos de estudo, isso não se efetiva no próprio documento (MST, 2013).

Complementarmente, Nogueira (2021) realizou entrevistas com as pessoas responsáveis pela disciplina de Matemática na elaboração do Plano de Estudos e concluiu que, por ter tomado o referencial curricular do Paraná (PARANÁ, 2008) como documento mínimo a ser contemplado, as conexões entre uma porção da realidade e os conteúdos matemáticos foram elaboradas de modo artificial. Desse modo, deixa de se efetivar a concepção materialista histórico-dialética de análise dos fenômenos, esperada com os complexos de estudo.

Sobre isso, é importante ressaltar que os complexos de estudo são parte de uma proposta educacional mais ampla, desenvolvida pelo MST. Cabe, então, um questionamento, anterior à elaboração dos complexos, sobre a pertinência das disciplinas ou conteúdos que fazem parte dos currículos escolares, como faz Pistrak (2018, p. 32, grifos do autor), no contexto da Revolução Soviética:

> [...] antes de falar sobre os métodos de ensino de uma disciplina qualquer, é preciso, em primeiro lugar, demonstrar que ela é *inteiramente necessária* na escola [...], depois, *por que ela é necessária*, e com base neste esclarecimento, estudar o que *exatamente deve-se dar* desta disciplina e, só depois, examinar *com quais métodos* isso será feito. E pode-se ter certeza, de antemão, que a resposta à questão do por que e do para que uma disciplina é necessária na nossa escola será diferente daquela costumeiramente dada antes, na escola antiga.

Contudo, a inserção da proposta educacional do MST (MST, 2013) *entre latifúndios* impossibilita a realização de uma abordagem revolucionária no que se refere ao currículo escolar.

Como define Laval (2019, p. 17),

> escola neoliberal é a designação de certo modelo escolar que considera a educação um bem essencialmente privado, cujo valor é acima de tudo econômico. Não é a sociedade que garante o direito à cultura a seus membros; são os indivíduos que devem capitalizar recursos privados cujo rendimento futuro será garantido pela sociedade.

Assim, a *escola entre latifúndios* insere-se nessa lógica neoliberal, em que avaliações externas guiam políticas públicas; também, exames para acesso ao Ensino Superior ou a cargos de trabalho são preocupações reais dos egressos da Educação Básica. Nesse sentido, Sapelli (2013, p. 255) afirma, com relação às escolas em áreas de reforma agrária:

> [...] o conteúdo da escola está fortemente amarrado a sua forma atual e que, esse conteúdo se define, principalmente, na correlação de forças de diferentes classes e indica que a classe dominante tem vencido e definido, por meio de políticas públicas, em parceria com o Estado, um projeto de escola que atende a seus interesses, submetendo a escola à lógica do mercado, à tarefa de universalizar seus valores e impondo um dualismo estrutural ao ser acessada por sujeitos de diferentes classes.

Trata-se, portanto, de mais uma contradição: a proposta educacional do MST coexiste com limitações curriculares impostas e constantemente reforçadas pelo sistema de produção capitalista, em sua fase neoliberal.

Como mostra Sapelli (2013, p. 254-255), essas contradições são latentes:

> [...] a proposta indica a adoção da organização da escola em ciclos de formação humana para romper com a seriação, mas o tempo "ano letivo", com início e término bem definido, é um dos fatores que garante a sobrevivência efetiva da seriação, que se consolida na organização dos ciclos por "etapas"; indica Parecer Descritivo para registro da avaliação com o objetivo de superar a classificação, mas nas escolas, muitos pareceres que encontramos expressam a classificação na descrição que tem o mesmo conteúdo classificatório que tinham as notas; indica a preocupação em realizar práticas que contribuam para desenvolver a capacidade de organização coletiva, de tomada de decisão, mas encontramos exercícios frágeis dessas práticas nas escolas.

Nesse sentido, Marx (2012, p. 45-46) reforça a importância de uma diferenciação entre os papéis do Estado e dos trabalhadores na educação:

> Uma coisa é estabelecer, por uma lei geral, os recursos das escolas públicas, a qualificação do pessoal docente, os currículos etc. e [...] controlar a execução dessas prescrições legais por meio de inspetores estatais, outra muito diferente é conferir ao Estado o papel de educador do povo! O governo e a Igreja devem antes ser excluídos de qualquer influência sobre a escola.

O Estado, é apropriado ressaltar, atua como instrumento de dominação de classe. Sobre isso, Engels (2019, p. 222) afirma:

> Dado que o Estado surgiu da necessidade de manter os antagonismos de classe sob controle, mas dado que surgiu, ao mesmo tempo, em meio ao conflito dessas classes, ele é, via de regra, Estado da classe mais poderosa, economicamente dominante, que se torna também, por intermédio dele, a classe politicamente dominante e assim adquire novos meios para subjugar e espoliar a classe oprimida.

Assim, tanto na questão da contratação de professores para atuação nessas escolas, quanto nas limitações curriculares para a efetivação de uma proposta curricular, está latente a contradição que se estabelece entre o Estado e o movimento social (MST), que se coloca como contra-hegemônico em sua proposição de sociedade e de educação – uma *educação entre latifúndios*.

Considerações finais

Com o objetivo de apresentar contradições entre uma proposta educacional e as práticas das escolas do campo em áreas de reforma agrária, vinculadas ao MST do Paraná, descrevemos situações vivenciadas nessas escolas em pesquisas realizadas anteriormente.

Essas contradições podem ser atribuídas a alguns condicionantes, entre os quais destacamos dois: a precariedade na contratação de professores para atuação nas escolas, causando rotatividade entre esses profissionais; e as limitações curriculares, que impedem transformações maiores na implementação da proposta educacional nas escolas, e são reforçadas por referenciais curriculares e avaliações externas. Ambas as situações são consequências de uma contradição anterior, entre o Estado e o MST; afinal, trata-se de uma *educação entre latifúndios*. Os latifúndios, entendidos de maneira metafórica e literal, são resultado de políticas de um Estado burguês, que atua para manutenção da dominação de classes.

Vimos isso claramente nas situações descritas, que, por vezes, parecem impossibilitar a efetivação de uma proposta educacional contra-hegemônica. Em um movimento dialético, duas forças opostas e interdependentes coexistem: por um lado, como resultado de lutas empreendidas pelo MST, o Estado viabiliza a existência dessas escolas, que não se manteriam em funcionamento sem ele; por outro lado, as condições materiais para essa existência, que dependem do Estado, são marcadas por precariedade e por estratégias de controle, de modo a inviabilizar o desenvolvimento da proposta educacional. Está aí a contradição – que, a nosso ver, só pode ser superada com a superação do próprio capitalismo.

De todo modo, como indicou Marx, não há outro caminho para a mudança do sistema produtivo se não a agudização das próprias contradições. Assim, não se trata de abandonar um propósito até que tal mudança ocorra; ao contrário, são necessárias ações de resistência e de luta para que as mudanças aconteçam. Como afirma Leher (2015, p. 100): “[...] a educação é um desafio dos trabalhadores ainda no capitalismo. Ao se referir à educação do futuro Marx, n’O Capital, afirma que seus germes devem nascer ainda no capitalismo, na forma da educação integral”.

Referências

AQUINO, D. C. **Os desdobramentos das contradições do processo de reprodução do capital**: elementos para o entendimento das crises. 2007. 128 p. Dissertação (Mestrado em Desenvolvimento Econômico) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

BORGES, L. G.; SACHS, L. Escolas Itinerantes do Paraná: paisagem, latifúndio e complexos de estudo. **Cadernos CIMEAC**, Uberaba, v. 8, n. 1, p. 338-363, 2018.

ENGELS, F. **A origem da família, da propriedade privada e do estado**. Tradução de Nélio Schneider. São Paulo: Boitempo, 2019.

FREITAS, L. C. **Ciclos, seriação e avaliação**: confronto de lógicas. São Paulo: Moderna, 2003.

INEP. **Panorama da educação do campo**. Brasília: INEP, 2007.

LAVAL, C. **A escola não é uma empresa**: o neoliberalismo em ataque ao ensino público. Tradução de Mariana Echalar. São Paulo: Boitempo, 2019.

LEHER, R. Conjuntura nacional sobre o tema da educação: Educação popular e luta de classes: um tema do século XXI. *In*: BAIDES, B. C.; GASPARIN, G. J.; MOURA, L. H. G.; RIBEIRO, M. A. B. (Org.). **Escolas itinerantes de formação**. São Paulo: Outras Expressões, 2015. p. 98-121.

MARIANO, A. S.; LOMBARDI, J. C. Ensaios da Escola do Trabalho nas Escolas Itinerantes dos acampamentos do MST no estado do Paraná. **Revista Debates Insubmissos**, Caruaru, v. 2, n. 6, p. 9-37, mai./ago. 2019.

MARX, K. **Crítica do Programa de Gotha**. Seleção, tradução e notas de Rubens Enderle. São Paulo: Boitempo, 2012.

MARX, K. **O 18 de brumário de Luís Bonaparte**. Tradução e notas de Nélio Schneider. São Paulo: Boitempo, 2011.

MARX, K. **O Capital**: crítica da economia política. Livro I: o processo de produção do capital. Tradução de Rubens Enderle. São Paulo: Boitempo, 2013.

MARX, K. **O Capital**: crítica da economia política. Livro III: o processo global da produção capitalista. Edição de Friedrich Engels e tradução de Rubens Enderle. São Paulo: Boitempo, 2017.

MST. **Escola Itinerante**: Plano de Estudos. Cascavel: Unioeste, 2013.

NETTO, J. P. **Introdução ao estudo do método de Marx**. São Paulo: Expressão Popular, 2011.

NOGUEIRA, A. A. C. **Temas matemáticos nos complexos de estudo**: uma análise do Plano de Estudos do Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra. 75 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2021.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares Estaduais da Educação Básica**. Curitiba: SEED, 2008.

PISTRAK, M. M. (Org.) **A Escola-Comuna**. Tradução de Luiz Carlos de Freitas e Alexandra Marenich. São Paulo: Expressão Popular, 2009.

PISTRAK, M. M. **Fundamentos da Escola do Trabalho**. Tradução de Luiz Carlos de Freitas. São Paulo: Expressão Popular, 2018.

ROBAINA, C. R. S. **O conceito de contradição em Hegel e seu desdobramento na obra de Marx**. 2013. 108 p. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

SACHS, L. Multiplicidade de Conhecimentos Matemáticos na Educação do Campo. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 12, n. 1, p. 9-29, mai. 2019.

SACHS, L.; ALVES, W. L. L. A construção coletiva do inventário da realidade na Educação do Campo. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 42, p. 1-17, 2021.

SACHS, L.; NOGUEIRA, A. A. C. An analysis of the subjection of (ethno)mathematical knowledge in the Study Plan of Brazil’s Landless Workers’ Movement. *In*: ROSA, M.; OLIVEIRA, C. C. (Org.). **Ethnomathematics in Action**: Mathematical Practices in Brazilian Indigenous, Urban and Afro Communities. Cham: Springer, 2020. p. 211-226.

SAPELLI, M. L. S. **Escola do campo** – espaço de disputa e de contradição: análise da proposta pedagógica das escolas itinerantes do Paraná e do Colégio Imperatriz Dona Leopoldina. 2013. 448 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

SAPELLI, M. L. S. Ciclos de Formação Humana com Complexos de Estudo nas Escolas Itinerantes do Paraná. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 38, n. 140, p. 611-629, jul./set. 2017.

SOUZA, M. N. **Condições de trabalho e remuneração docente**: o caso do professor temporário na Rede Estadual de Ensino do Paraná. 2011. 200 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

SOUZA, M. N. **Políticas públicas de educação no Paraná**: as condições de trabalho de professores temporários e o efeito-território na alocação de docentes como variáveis de análise. 2016. 323 p. Tese (Doutorado em Sociologia) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

Etnomatemática Maia: Como auxiliar na construção do conceito de número e nos processos de adição e subtração

Mayan Ethnomathematics: How to assist in the construction of the concept of number and in the process of addition and subtraction

João Antonio Lima de Souza
Licenciando em Matemática da UFRRJ
jomt513@gmail.com

Eulina Coutinho Silva do Nascimento
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
eulina@ufrrj.br

Resumo

O presente artigo é um recorte de uma pesquisa maior, que no momento está em desenvolvimento pelos autores, sobre a Etnomatemática Maia com a finalidade de propor correlações com as técnicas utilizadas em processos etnomatemáticos eurocêntricos, encontrados nas escolas. Como estudo primário, o objetivo deste trabalho é apresentar as potencialidades da Etnomatemática do povo Maia como suporte para facilitar e auxiliar no processo de construção de número, bem como promover o respeito aos diferentes tipos de saber/fazer matemático. A pesquisa se justifica na problemática acerca da má construção do conceito de número, levantada por Lopes e Leivas (2017), e nas reflexões acerca das potencialidades da Etnomatemática Maia como auxiliar nos processos de adição e subtração. A metodologia utilizou procedimentos bibliográficos, com objetivos exploratórios, descritivos e explicativos e, como público alvo, os estudantes do curso normal ou professores do Ensino Fundamental I. Recorreu-se a D'Ambrosio como principal referencial teórico em Etnomatemática, auxiliando na problemática apresentada por Lopes e Leivas (2017) e na perspectiva de Kamii (2012) sobre as metodologias de ensino e formação de professores que possam contribuir para amenizar equívocos no processo de ensino. Ao final, o estudo, baseou-se no relato de Maia e Santos (2016) e nas análises de Faoro (2012), para refletir e enfatizar as potencialidades da Etnomatemática Maia.

Palavras-chave: Etnomatemática; Número; Cultura Maia.

Abstract

This paper is an excerpt of a larger study on Mayan Ethnomathematics currently being conducted by the authors, with the aim of proposing correlations with the techniques used in Eurocentric ethnomathematics processes found in schools. As a primary study, the goal of this study is to present the potential of Ethnomathematics of the Mayan people as a support to facilitate and assist in the number construction process, as well as to promote respect for different types of mathematical know-how. The research is justified in the problematic that surrounds the bad construction of the concept of number, raised by Lopes and Leivas (2017), and in the reflections about the potentialities of Mayan Ethnomathematics as an aid in the processes of addition and subtraction. As a methodology we used bibliographic procedures, with exploratory, descriptive, and explanatory goals. The target audience consists of students of the teacher training course and/or elementary school teachers. I. D'Ambrosio was used as the main theoretical reference in Ethnomathematics, as a support for the questions presented by Lopes and Leivas (2017) and the perspective of Kamii (2012) concerning the teaching methodologies and teacher training in the attempt to the alleviate mistakes in the teaching process. In the end, the study was based on the report of Maia and Santos (2016) and on the analyzes of Faoro (2012), to reflect and emphasize the potential of Maia Ethnomathematics.

Keywords: Ethnomathematics; Number; Mayan Culture.

Introdução

Todo ser humano possui conhecimento e desenvolve técnicas para sobreviver dentro de um contexto. Este fato pode ser observado desde os povos antigos até os dias atuais, diferenciando-se apenas pelas demandas e necessidade de sobrevivência que cada povo e contexto exige. Segundo D'Ambrosio

> Todo indivíduo vivo desenvolve conhecimento e tem um comportamento que reflete esse conhecimento, que por sua vez vai-se modificando em função dos resultados do comportamento. Para cada indivíduo, seu comportamento e seu conhecimento estão em permanente transformação, e se relacionam numa relação que poderíamos dizer de verdadeira simbiose, em total interdependência.(D'AMBROSIO, 2013, p.16)

Neste processo, um indivíduo, que não está sozinho, tem a possibilidade de compartilhar seus conhecimentos/comportamentos com outros, como a linguagem, mitos, cultos, culinária, costumes, saberes matemáticos e outros comportamentos. Ainda segundo o pensamento de D'Ambrosio (2013, p.17), quando um grupo "têm seus comportamentos compatibilizados e subordinados a sistemas de valores acordados pelo grupo, dizemos que esses indivíduos pertencem a uma cultura".

O ato de produzir comportamentos, conhecimentos e compartilhá-los com outros, que pode ser caracterizado com cultura, está intrínseco ao instinto que resolve a questão da sobrevivência, pois D'Ambrosio (2013) diz que:

> Em todas as espécies vivas, a questão da sobrevivência é resolvida por comportamentos de resposta imediata, aqui e agora, elaborada sobre o real e recorrendo a experiência prévias [conhecimento] do indivíduo e da espécie [incorporada no código genético]. O comportamento se baseia em conhecimentos e ao mesmo tempo produz novo conhecimento. essa simbiose de comportamentos e conhecimento é o que denominamos instinto que resolve a questão da sobrevivência do indivíduo e da espécie.(D'AMBROSIO, 2013, p.22)

Para Orey e Rosa (2004), a matemática é uma forma distinta de cultura, que se origina quando um indivíduo utiliza "quantidades, medidas, formas, classificações, operações e relações geométricas", e a inter-relação dos padrões geométricos e aritméticos, conceitos e dos símbolos, é que consiste esta cultura (Orey e Rosa, 2004, p. 29). Neste contexto, ainda segundo Orey e Rosa (2004) não há um grupo cultural que resolva melhor as necessidades do que outro, pois cada grupo busca solucionar e adaptar-se melhor às demandas do seu contexto.

Por essa perspectiva é possível notar que os comportamentos e conhecimentos de um grupo estão associados ao nível de necessidade que a sobrevivência lhes exige, dessa forma, ter uma matemática que solucione os problemas do cotidiano já é o suficiente. Dentro desse pensamento, sobre cultura e conhecimentos matemáticos do cotidiano, D'Ambrosio diz que,

> [...] o cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de alguma modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura (D'AMBROSIO, 2013, p.20).

Note que, o cotidiano é uma forma de compreender e fazer matemática que, segundo D'Ambrosio (2013), não é "apreendida nas escolas, mas no ambiente familiar, no ambiente dos brinquedos e de trabalho, recebida de amigos e colegas". Orey e Rosa (2004), ao se referirem ao Brasil, descrevem relatos de pessoas que, mesmo sem ter acesso ou frequência na escola, utilizam a matemática constantemente e com facilidade na vida diária, reforçando a ideia de que todo indivíduo desenvolve suas estratégias para resolver seus problemas matemáticos. Carraher, em sua pesquisa com mestres-de-obra, considera que

> Uma contribuição fundamental deste estudo a demonstração de que o trabalho em uma profissão como a de mestre-de-obras, de baixo prestígio social, e na ausência de escolaridade pode resultar no desenvolvimento de estratégias gerais de solução de problemas que recorrem ao esquema de proporcionalidade, característico do raciocínio formal.(CARRAHER, 1995, p. 121).

Neste sentido, a matemática apresentada por D'Ambrosio (2013) pode ser definida como Etnomatemática do cotidiano, pois visa abordar e estabelecer a conexão do saber/fazer matemático, de um indivíduo, dentro do contexto ou cultura que ele está inserido. É crucial a relação da Etnomatemática com a cultura do local, para que o fazer matemático, de um povo ou indivíduo, não se dissocie do significado ou sentido do que é matemática para este indivíduo ou povo.

Para Orey e Rosa (2004), a reflexão e a análise da produção de conhecimentos são associadas ao contexto e vida de um indivíduo, gerando assim, sentido e aplicação clara dentro de sua cultura. Neste contexto, D'O (2013), expressa uma definição etimológica e assertiva sobre o que é a Etnomatemática, dizendo que:

> Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos materiais e intelectuais [que chamo **ticas**] para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer [que chamo **matema**] como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais [que chamo **etnos**]. Daí chamar o exposto acima de Programa Etnomatemática.(D'AMBRSIO, 2013, p.20)

O uso do termo Programa Etnomatemática, caracteriza o movimento de melhorias e caráter não fechado, pois a Etnomatemática não é considerada uma disciplina finalizada, visto que os povos continuamente produzem ticas de matema de acordo com o seu contexto e necessidade, aplicando diferentes signos e símbolos para expressarem sua forma de fazer matemático. Para D'Ambrosio, não é certo apenas fazer a junção de Etnia + Matemática, pois, segundo o autor, a matemática como disciplina emergiu de uma cultura específica e hoje é apresentada como algo fechado e eurocêntrico, concluindo que:

> Em diferentes etnias não foi desenvolvido tal sistema de conhecimento. Mas, em todos os sistemas culturais, em todas as partes do mundo, grupos de indivíduos com mitos e valores comumente aceitos e comportamentos compatíveis [ethnos] desenvolveram technés apropriadas [maneiras, artes, técnicas] de mathema [explicar, compreensão, aprendizagem]. Foi dessa maneira que o nome Etnomatemática surgiu no meu pensamento. (D'AMBROSIO, 2018, p.30)

A utilização de outras formas de fazer e saber matemático expande e aprimora a própria Etnomatemática de um indivíduo, possibilitando outras formas e caminhos de resolução de problemas matemáticos, associados a uma cultura, e o questionamento da matemática dominante presente no ambiente escolar. Bento (2020), ao refletir sobre "Etnomatemática, para quê?", levanta os seguintes questionamentos:

> Mas há uma só matemática?! Isso é possível? Não é de estranhar que para toda a humanidade, para todas as diversidades de povos e culturas se tenha uma, e somente uma, matemática? Em uníssono com a autora, não estamos a questionar se é certa ou errada, mas sua finalidade. Nem questionando sua praticidade e aplicação, mas sua universalidade.(BENTO, 2020, p.20)

Neste contexto, a proposta do trabalho é apresentar uma parte das potencialidades da Etnomatemática do povo Maia como inspiração e auxiliadora em potencial no processo de construção do conceito de número e nas operações de soma e subtração. Para atingir este objetivo a metodologia desta pesquisa classifica-se quanto à abordagem como qualitativa e de natureza básica. Quanto aos objetivos classifica-se por exploratória pois segundo Gil (2001, p.41) "Embora o planejamento da pesquisa exploratória seja bastante flexível, na maioria dos casos assume a forma de pesquisa bibliográfica ou estudo de caso.". Por ser desenvolvida com base em material como livros e artigos científicos, trata-se de uma pesquisa bibliográfica. Buscou-se além do aprofundamento em Etnomatemática, pesquisar sobre a Etmomatemática Maia dando destaque neste artigo as operações de soma e subtração. Os Maias usavam a base vinte, que apresentamos neste trabalho, porém, foi trazida uma proposta de atividade na base decimal inspirada na Etnomatemática Maia.

Embora Magaña (2012) apresente em seu trabalho os processos operatórios da soma, subtração, multiplicação, divisão e raiz quadrada da Etnomatemática Maia, aqui só será apresentada a soma e a subtração, como exemplos da potencialidade deste sistema numérico aplicado na base 10, como dito anteriormente.

Outro assunto trabalhado neste artigo é o cuidado no “processo para a abstração cognitiva, ou seja, a criança necessita ter contato com meios concretos, para prover bases para sua concepção intelectual na construção do número.” (LOPES, LEIVAS, 2017. p.172). Quando este processo não é saudável, a criança pode ter sérias complicações nos processos cognitivos, tornando-se uma problemática associada à matemática dominante que desloca ou elimina as raízes culturais da criança, construindo uma má compreensão do conceito de número, implicando negativamente nas operações futuras.

Um Pouco da Etnomatemática Maia

Segundo Gendrop (2014), o povo Maia desenvolveu sua civilização entre a América do Norte e a América Central, tendo por eixo a península Yucatán, há mais de 3000 anos. Para Orey e Rosa (2004), “essa civilização é reconhecida pelos padrões encontrados nas observações que fizeram sobre o universo, no desenvolvimento das relações matemáticas e no sistema simbólico e sagrado que desenvolveram para representar estes padrões.” No entanto, com a conquista dos espanhóis à América Central, por volta de 1500 d.C, os artefatos e livros do povo Maia foram totalmente destruídos, escapando apenas poucos textos como o chamado códice de Dresden (Orey e Rosa, 2004, p.31). Faoro (2012), ao relatar sobre o mito do desaparecimento do povo Maia, diz que:

> Ao contrário do mito popular, o povo Maia nunca desapareceu, pois, estima-se que existem 1,2 milhões de Maias vivendo no sul do México e que aproximadamente 5 milhões deles estão espalhados na península de Yucatán e em comunidades urbanas e rurais em Belize, Guatemala, Honduras e El Salvador.(FAORO, 2012, p.4)

A cultura Maia era repleta de misticismo e conceitos matemáticos facilmente identificados em suas construções e ritos. Segundo Orey e Rosa (2004), os Maias, nas suas possíveis observações “de uma das espécies da Cascavel *Crotalus durissus*”, construíram uma série de padrões geométricos e numéricos que, foram repassados para as gerações futuras, utilizados em construções e estampas de tecidos, tornando-se sagrados para este povo. Essas cascavéis “simbolizam o nascimento, a mudança e a vida, pois segundo os maias, elas se movimentam e rastejam através do tempo” (Orey e Rosa, 2004, p.31).

De acordo com Gendrop (2014), todos os grandes povos presentes na mesoamérica, incluindo os Maias, sentiram-se atraídos pelos conhecimentos e mistérios acerca do cosmo, no que se referem aos astros, ciclos da vida e da morte, fases culturais dos milhos, o ciclo das estações, dias e noites, bem como a existência de deuses e seres transcendentes.

Segundo Magaña (2012), a cultura Maia é uma das mais admiráveis do mundo, por causa das suas conquistas e contribuições para os avanços do conhecimento humano, devido ao seu bom sistema de cálculo numérico, fundamentado na base 20 e contendo apenas pontos e barras. Magaña (2012), referindo-se aos escritos de Diego de Landa (1973), *"Relación de las cosas de Yucatán"*, enfatiza que:

> Primeiro é bem claro que Diego de Landa menciona sucessivamente os poderes de 20. Assim, é claro que os maias usaram os poderes de 20 para seu sistema de contando, ou seja, eles usaram a base 20. Em segundo lugar, eles usaram esta forma de cálculo nos seus contratos comerciais de cacau. Temos certeza de que ele tinha este sistema de cálculo, uma aplicação no dia a dia dos comércios Maias do século XVI. (MAGANÃ, 2012, p.147-148)

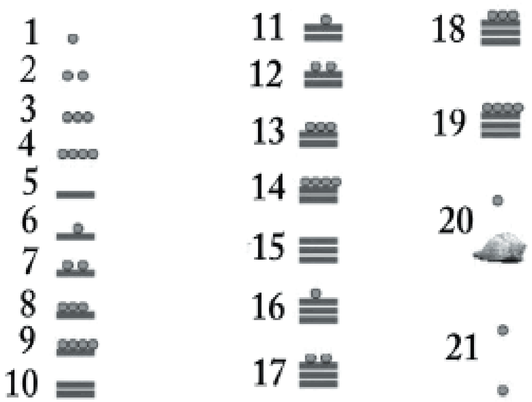
Neste contexto, é possível notar que as implicações da Matemática Maia na cultura e seu significado para este povo foram claramente aplicados nos comércios, nas plantações, nos padrões geométricos utilizados em construções e estampas de roupas, bem como nas profecias, na forma como lidavam com o sagrado e, segundo Magaña (2012) e Gendrop (2014), nos calendários (um civil e outro religioso) além do desenvolvimento do conceito do "Zero" em seu sistema numérico.

Por essa perspectiva, a Matemática utilizada pelo povo Maia é considerada uma Etnomatemática, pois, de acordo com D'Ambrosio (2013, p.19), "[...] A geometria e os calendários são exemplos de uma Etnomatemática associada ao sistema de produção, resposta à necessidade primeira das sociedades organizadas de alimentar um povo". O saber/fazer matemático Maia buscava solucionar as necessidades da civilização.

Dentro da Etnomatemática Maia, o sistema numérico foi o que mais chamou a atenção dos autores. De acordo com Magaña (2012), é o sistema ideal para as necessidades desse povo. O sistema numérico Maia utiliza a base vinte e poucos símbolos para descrever os números, facilmente associados a objetos concretos, como paus e pedras.

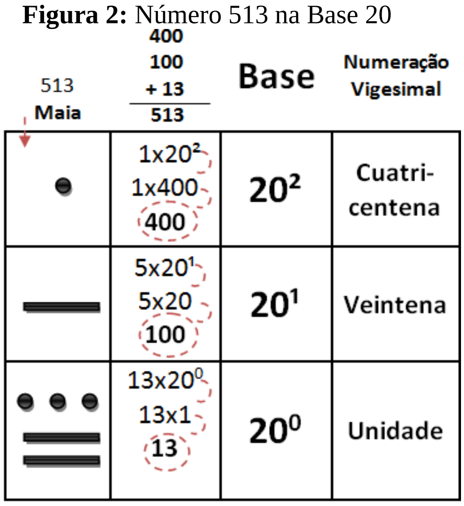
A construção dos números Maias de um até o quatro utiliza apenas pontos, ao chegar a cinco pontos eles são substituídos por uma barra. Depois disto, os números são escritos por pontos e barras, respeitando a lógica de substituir cinco pontos por uma barra. A partir do número 20 os números começam a ser escritos em níveis. Quando temos um número com quatro barras (no caso das unidades será o número 20) este número é substituído por um ponto no nível superior e o nível inferior é substituído por "zero", que para os Maias era simbolizado pela concha, como se pode ver na figura 1.

Figura 1: Números Maias - Base 20



Fonte: MAGANÃ, 2012, p.157

Figura 2: Número 513 na Base 20

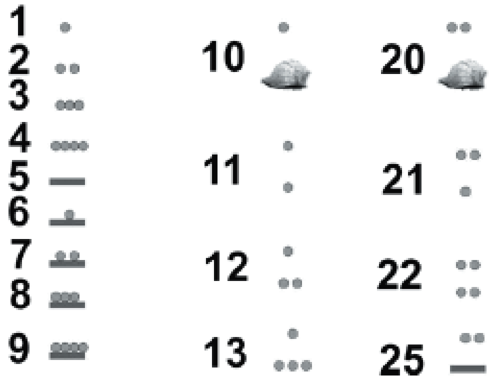


Fonte: Autores.

Na Figura 2 apresentamos como é a representação do número 513 na base 20 da numeração Maia.

Para este trabalho, utilizou-se os elementos da etnomatemática Maia para representar os números, porém, adaptados para a base decimal (neste caso duas barras equivalem a um ponto no nível superior), pois o objetivo é aplicar a Etnomatemática numérica Maia como auxiliar nos processos operatórios. Na figura 3 apresentamos como seria esta representação adaptada para a base 10.

Figura 3: Representação números na base 10 adaptados da numeração Maia



Fonte: MAGANÃ, 2012, p.158.

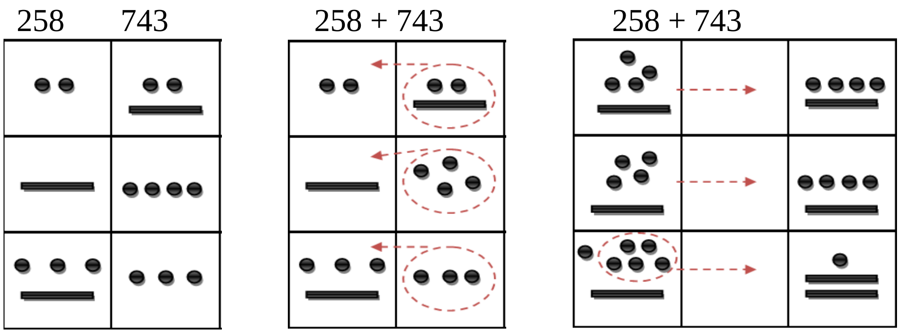
Para exemplificar, na figura 4 representou-se o número 2015 com os elementos Maia e a mesma forma de representar em níveis, porém adaptado à base 10.

Figura 4: Número 2015 na Base 10

Fonte: MAGANÃ, 2012, p.158.

Como exemplo de soma, será utilizado a operação 258 + 734, dividiu-se em duas etapas, que serão apresentadas respectivamente nas figuras 5 e 6.

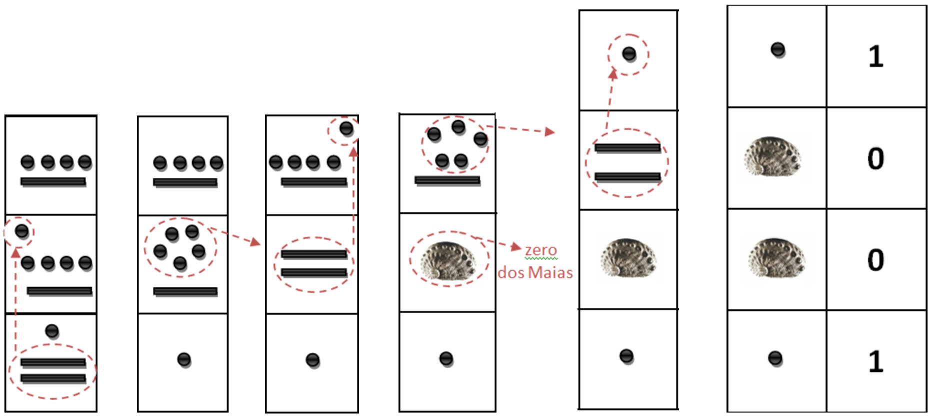
Figura 5: 1ª Etapa da Operação Soma: 258 + 743



Fonte: Elaborada pelos Autores

Quando somados dois ou mais números, primeiro é importante unir os elementos de cada nível (ou andar, se imaginarmos os níveis como o andar de uma casa, para facilitar o entendimento de uma criança), depois aplicar as regras estabelecidas anteriormente, começando pelo nível inferior e subindo gradativamente: cinco pontos equivalem a uma barra, duas barras equivalem a um ponto no nível superior, como é possível visualizar na figura 6:

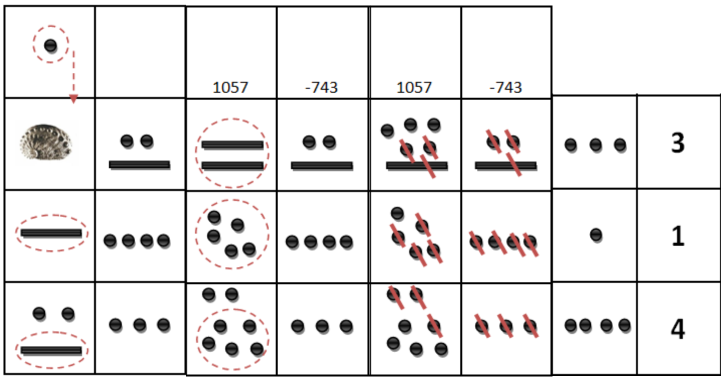
Figura 6: 2ª Etapa e Conclusão da Soma: 258 + 743 = 1001



Fonte: Elaborado pelos Autores

No caso da subtração, será utilizado como exemplo, 1057 - 743. Primeiro é importante analisar se o minuendo é maior que o subtraendo, caso não seja, é necessário utilizar a técnica do "pedir emprestado" ao nível de cima, começando esta análise pelo nível inferior e subindo gradativamente, depois é só subtrair os elementos de cada nível, lembrando que: uma barra equivale a cinco pontos, um ponto equivale a duas barras no nível inferior, como é possível visualizar na figura 7:

Figura 7: Operação Subtração: 1057 - 743



Fonte: Elaborado pelos Autores

Estas ticas de matema Maia são ricas em detalhes e clareza, possibilitando a sua aplicação no ambiente escolar, por meio de atividades e jogos. A inclusão dessa Etnomatemática, em uma sala de aula, deve funcionar como uma ponte ou uma auxiliadora na construção do conceito de número, valorizando as percepções e autonomia das crianças, desta forma, agregará as raízes culturais de cada aluno e proporcionará um ambiente de ensino construtivo.

Segundo D'Ambrosio (2013), o contato com novas Etnomatemáticas expandem o nosso fazer/saber matemático, ampliando a visão e o respeito pelos diferentes tipos de culturas. Para D'Ambrosio (2013):

> O domínio de duas etnomatemáticas e, possivelmente, de outras, oferece maiores possibilidades de explicações, de entendimentos, de manejo de situações novas, de resolução de problemas. Mas é exatamente assim que se faz boa pesquisa matemática - e, na verdade, pesquisa em qualquer outro campo do conhecimento. O acesso a um maior número de instrumentos materiais e intelectuais dão, quando devidamente contextualizados, maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação.(D'AMBROSIO, 2013, p.60-61)

Neste sentido, o contato com Etnomatemáticas diferentes expande o saber/fazer matemático de um indivíduo, quando devidamente aplicados e contextualizados ao cotidiano das culturas.

Etnomatemática Maia como um Potencial Auxiliador no Ensino e na Construção do Conceito de Número e Operações Soma e Subtração

Quando refletimos sobre as metodologias de ensino para crianças, é crucial levar em consideração que o ambiente familiar é o primeiro contato delas com os conhecimentos do mundo, inclusive a matemática, para que no encontro da criança com o ambiente escolar não ocorra uma desvalorização dos conhecimentos prévios dela, que é classificado por D'Ambrosio (2013) como suas raízes culturais.

> Como explicar o que se passa com povos, comunidades e indivíduos no encontro com o diferente? Cada indivíduo carrega consigo raízes culturais, que vêm de sua casa, desde que nasce. Aprende dos pais, dos amigos, da vizinhança, da comunidade. O Indivíduo passa alguns anos adquirindo essas raízes. Ao chegar à escola, normalmente existe um processo de aprimoramento, transformação e substituição dessas raízes. Muito semelhante
> ao que se dá no processo de conversão religiosa. (D'AMBROSIO, 2013, p.33)

Neste sentido, há um choque no encontro da criança e as metodologias de ensino da escola, que podem gerar resultados negativos ou positivos. Segundo D'Ambrosio (2013), geralmente, os resultados são negativos e as metodologias podem oprimir, eliminar e excluir boa parte dos conhecimentos da criança, em outras palavras o dominado ou em processo de conversão. Para D'Ambrosio (2013, p.32), "a conversão depende do indivíduo esquecer e mesmo rejeitar suas raízes", Kamii (2012, p.34) diz que "[...] as escolas ensinam tradicionalmente a obediência e as respostas 'corretas'. Assim, sem perceber, elas evitam o desenvolvimento da autonomia das crianças reforçando sua heteronomia. A heteronomia reforçada por recompensa ou sansão". Neste contexto, Lopes e Leivas (2017, p.159) enfatizam "que a escola suprime a autonomia da criança".

A supressão das raízes culturais ocorre quando a metodologia do professor (ou da escola) não aproveita ou desvaloriza os conhecimentos prévios de uma criança, levando-a a considerar os ensinos anteriores como errados ou inadequados e os "novos", do ambiente escolar, como "certo". Este fato pode ocasionar em má compreensão ou não construção de conceitos matemáticos, como aponta Lopes e Leivas (2017, p.158) ao se depararem com situações envolvendo alunos do Ensino Médio "que apresentavam dificuldades cognitivas para resoluções de sentenças ou problemas aritméticos que deveriam ser competências das séries iniciais do Ensino Fundamental". Isto levanta o questionamento sobre o uso ou excesso das metodologias que se baseiam em ensinamentos mecânicos e exaustivamente repetitivos (KAMII, 2012), não explorando o pensamento, mas apenas a mecânica do fazer matemático, desassociando assim, o sentido de fazer matemática no cotidiano. Desta problemática desencadeia uma série de perguntas e questionamentos por parte dos alunos, como: "Por que preciso aprender isto?" ou "Onde vou usar esse conhecimento na minha vida?". Tais perguntas são normais e contínuas em uma aula de matemática não contextualizada ou que não se importa com o cotidiano e os conhecimentos prévios dos alunos.

Nesse contexto, a tarefa do professor, segundo Kamii (2012, p.41), "[...] é a de encorajar o pensamento espontâneo da criança, o que é muito difícil, porque a maioria de nós professores foi treinada para obter das crianças a produção de respostas 'certas'". Ou seja, a existência de metodologias que valorizem as raízes culturais de um aluno está relacionada ao processo de formação dos futuros professores, que só serão possíveis se os ambientes formativos proporcionarem reflexões e capacitações apropriadas, utilizando o cotidiano e o concreto nos processos metodológicos. Freire, afirma

> Pensar certo, do ponto de vista do professor, tanto implica o respeito ao senso comum no processo de sua necessária superação quanto o respeito e o estímulo à capacidade criadora do educando. Implica o compromisso da educadora com a consciência crítica do educando, cuja "promoção" da ingenuidade não se faz automaticamente. (FREIRE, 2021, p. 31)

Um episódio comum nas aulas de matemática do Ensino Fundamental, quando se fala do concreto nos processos cognitivos, é a utilização da contagem nos dedos ou dos famosos "pauzinhos", por parte dos alunos, para auxiliar nos cálculos operatórios básicos, como os da adição e subtração.

Diante disto, é importante que "o professor tenha consciência de que o fato de contar nos dedos é um modo de transição do material para o abstrato celebrado pela criança" (LOPES e LEIVAS, 2017, p.173), que tende à maturação da aritmética e das capacidades operatórias convencionais, sendo considerado um processo passageiro. Para Lopes e Leivas (2017, p.172) a construção de número pela criança é "um fundamento necessário para que se possa estudar a construção da adição" e a contagem nos dedos assume o papel de concretizar e efetivar os cálculos. Para Mattos

> É importante entender que concretizar é tornar conceitos matemáticos escolares abstratos compreensíveis aos alunos, aqueles que ainda não conseguem abstrair ou não alcançaram a maturidade para abstrair. Essa estratégia não significa que estes alunos não vão aprender tais conceitos ou que tenham algum problema. A questão é dar sentido, facilitando a difusão e produção dos saberes e dos fazeres envolvidos dentro e fora da escola. (MATTOS, 2020, p.65)

Ao expor isso, o desejo não é invalidar tais métodos alternativos (LOPES, LEIVAS, 2017, p.158) e nem desmerecer os ambientes formativos, mas apresentar o problema existente. D'Ambrosio (2013), ao se referir a Frei Vicente do Salvador, relata sobre a aritmética dos indígenas brasileiros:

> O historiador explica que contavam pelos dedos das mãos e, se necessário, dos pés. Com isso satisfaziam perfeitamente todas as necessidades de seu cotidiano [de sobrevivência] e de seus sistemas de explicações [de transcendência]. Não conheciam outros sistemas porque não havia razão para tal. Hoje, o indígena quer calculadoras, porque elas são essenciais para suas relações comerciais. (D'AMBROSIO, 2013, p.24)

Neste sentido, o ato de contar nos dedos ou associar a contagem a objetos concretos é uma Etnomatemática utilizada por diversos povos, inclusive os Maias, que utilizavam apenas paus e pedras (FAORO, 2012, p.12). Este fato possibilita a elaboração de atividades utilizando materiais recicláveis para auxiliar nos processos operatórios, de forma dinâmica e simples, sem a necessidade de decorar tabelas de multiplicação ou recorrer a exercícios exaustivamente repetitivos. Faoro enfatiza que

> A análise dos dados apontou que as operações da matemática do povo Maia podem ser demonstradas no ensino juntamente com a matemática escolar, apontando a importância de inserir nas escolas o conhecimento e a interculturalidade de outros povos. A matemática desse povo indígena nos mostra um interessante sistema de numeração e operações, representando conteúdos que podem ser levados para a sala de aula, como um material modelo a ser estudado, configurando aspectos da etnomatemática, pois engloba a arte ou técnica de entender, conhecer, explicar os diversos contextos. (FAORO, 2012, p.15)

Maia e Santos (2016) reforçam o pensamento de Faoro (2012), ao sintetizar uma experiência com graduandos da UFSB. Enfatizando que

> Em síntese, acredita-se que a maior relevância da experiência obtida neste relato – elaborado na percepção de um graduando – além das contribuições de

> aprendizagem em torno dos conteúdos sobre os sistemas de numeração, está na importância de se articular propostas metodológicas em que a Matemática possa ser trabalhada de modos não convencionais, apresentando outras formas de abordá-la. [...] Assim, permite-se que o aluno veja os saberes matemáticos por novos olhares – possibilitados por outras estratégias metodológicas e organização curricular – desmistificando a visão errônea na qual muitos concebem a Matemática como uma ciência complexa e de difícil compreensão sem associação ou conexão com a realidade, taxando-a como a pior das disciplinas do currículo escolar. (MAIA e SANTOS, 2016, p.8)

Por essas perspectivas, a utilização dos números e operações da Etnomatemática Maia, como uma auxiliadora nos processos de construção do conceito de número, é algo possível e acredita-se que pode vir a produzir resultados satisfatórios quando explorados de forma consciente e adaptados para à realidade dos alunos. No caso, alternar para o sistema de base dez, como apresentado no relato de experiência de Maia e Santos (2016) e nas análises de Faoro (2012), respeitando as raízes culturais de cada indivíduo e as necessidades de suas culturas.

Considerações Finais

O conhecimento é algo comum a todo o ser humano e deve ser valorizado, independentemente se oriundo do ambiente escolar ou não. É objetivo da Etnomatemática reconhecer e valorizar tais conhecimentos/comportamentos, incentivando suas potencialidades dentro de um contexto cultural, de forma que os indivíduos estejam aptos para a vida em comunidade, respeitando as normas culturais estabelecidas.

Infelizmente, segundo o pensamento de D'Ambrosio (2013), Lopes e Leivas (2017) e Kamii (2014), o que ocorre geralmente no ensino tradicional não é uma potencialização dos conhecimentos ou mediação para que o aluno alcance seu desempenho máximo, mas sim uma dominação e limitação das autonomias, que conduz os alunos a um padrão que suprime ou substituir às suas raízes culturais.

Neste contexto, os estudos e correlações da Etnomatemática Maia são potenciais auxiliadores no processo de ensino, explorando a mediação dos conhecimentos matemáticos. Estamos elaborando atividades com materiais recicláveis (como palitos de picolé e tampinhas de garrafas) baseadas na fundamentação da construção dos números para trabalhar com crianças. Não pretendemos substituir as raízes culturais dela, mas sim potencializar os conhecimentos prévios e ampliar a visão do aluno em relação às diferentes ticas de matema, produzindo respeito, criatividade e autonomia no desenvolvimento.

Referências

CARRAHER, T. N. Passando da Planta para a Construção: um trabalho de mestres. SCHIELMANN, A. L., CARRAHER, D. W., CARRAHER, T. N. (Orgs). **Na Vida Dez na Escola Zero**. 10 ed, São Paulo, Ed Cortês, 1995.

BENTO, H. A.. **Diálogos entre a Etnomatemática e a Sala de Aula.** 2020. 184p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, UFRRJ, Seropédica, RJ, 2020.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática:** Elo Entre as Tradições e a Modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

D'AMBROSIO, U. Como foi gerado o nome etnomatemática ou alustapasivistykselitys. *In*: FANTINATO, M. C.; FREITAS, A.V. (orgs.). **Etnomatemática:** Concepções, dinâmicas e desafios. Jundiaí: Paco Editorial, 2018.

FAORO, V.; POZZOBON, M. C. C.. **Matemática Escolar e Matemática Materna:** Números e Operações do Povo indígena Maia. 2012. (Programa de rádio ou TV/Mesa redonda).

FAORO, V. ; POZZOBON, M. C. C. . Sistema de numeração e operações do povo maia em duas coleções didáticas. *In*: Jornada Nacional de Educação Matemática, 4 e Jornada Regional de Educação Matemática, 17. 2012, Passo Fundo. **Anais[...]**. A complexidade na sala de aula na contemporaneidade, 2012. v. 1. p. 1-14.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 68ª ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra, 2021.

GENDROP, P. **A Civilização Maia**. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2014. tradução autorizada da terceira edição francesa, publicada em 1985, por Presses Universitaires de France, de Paris, França, na série "Que sais-je?".

GIL, A. C., Como Elaborar Projetos de Pesquisa. 4ªed. São Paulo. Editora Atlas 2002.

KAMII, C. **A criança e o número:** implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos. Tradução de Regina A. de Assis. 39. ed. Campinas: Papirus, 2012.

LOPES, T. B.; LEIVAS, J. C. P.. Contar nos Dedos: a contextualização de número e a operação da adição. **Revista Pedagogia em Foco**, v. 12, p. 157-174, 2017.

MAIA, R. M. C. S.; SANTO, Bruno Rocha. Um relato de experiência sobre o sistema de numeração maia no componente matemática e cotidiano: dialogando com os pressupostos da etnomatemática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. São Paulo, SP, 2016. **Anais[...]**, São Paulo, 2016.

MAGANÃ, L. F. **Permanencias y Huellas Comprender un mundo global en la identificación del patrimonio novohispano** (pp.149-165) Edition: 1 Chapter: VI Publisher: Universidad de Murcia, España. Editors: Oscar Mazín, Ana Díaz, José Javier Ruiz.

OREY, D. C.; ROSA, M. Um estudo etnomatemático das esteiras (pop) sagradas dos maias. **Horizontes** (EDUSF), Bragança Paulista, SP, v. 22, n.1, p. 29-41, 2004.

Etnomatemática na Licenciatura em Matemática: práticas pedagógicas e suas marcas

Ethnomathematics in Mathematics Degree: pedagogical practices and their marks

Gisele Américo Soares
AEDB e Universidade Estácio de Sá
giseleamerico@hotmail.com

Maria Cecilia Fantinato
Universidade Federal Fluminense
mc_fantinato@id.uff.br

Resumo
Este estudo teve como objetivo analisar as marcas deixadas, entre futuros professores, por uma disciplina de Etnomatemática na Licenciatura. A pesquisa fundamentou-se em referenciais da Etnomatemática e da Formação de Professores. Foram identificados cinco cursos que apresentavam, em 2018, alguma disciplina com a palavra Etnomatemática no título, por meio de consulta à plataforma e-MEC. Os 37 participantes da pesquisa foram os 5 professores de tais disciplinas, assim como 32 estudantes que já a haviam cursado. A produção dos dados se deu por meio da análise das ementas e dos planos de curso de cada componente curricular, das entrevistas com os professores e do questionário eletrônico respondido pelos estudantes. Nesse texto apresentamos os resultados parciais no que tange a percepção dos sujeitos da pesquisa em relação ao currículo vivenciado na disciplina. Os resultados evidenciaram que as experiências vivenciadas nas aulas influenciaram na forma como os estudantes concebem e visualizam a sua prática docente no futuro. Os dados sinalizam que há grande resistência dos discentes para as leituras acadêmicas e que existe na visão dos docentes e discentes a necessidade de esses componentes curriculares ofertarem experiências fora da escola, como o objetivo de ir ao encontro do *"outro"*.

Palavras-chave: Etnomatemática; Formação inicial de professores; Prática pedagógica.

Abstract
This study aimed to analyze the marks left, among future teachers, by a discipline of Ethnomathematics in the Licentiate Degree. The research was based on references from Ethnomathematics and Teacher Education. Five courses were identified that presented, in 2018, some discipline with the word Ethnomathematics in the title, by consulting the e-MEC platform. The 37 research participants were the 5 professors of these disciplines, as well as 32 students who had already taken the course. Data production took place through the analysis of the syllabuses and course plans for each curricular component, interviews with teachers and an electronic questionnaire answered by students. In this text, we present the partial results regarding the perception of the research subjects regarding the curriculum experienced in the discipline. The results showed that the experiences lived in the classes influenced the way students conceive and visualize their teaching practice in the future. The data indicate that there is great resistance from students to academic readings and that there is, in the view of teachers and students, the need for these curricular components to offer experiences outside the school, with the objective of meeting the "other".

Keywords: Ethnomathematics; Initial teacher training; Prática pedagógica.

Introdução

Nesse artigo apresentamos resultados parciais da tese intitulada "Etnomatemática e suas marcas na Formação Inicial dos futuros professores de Matemática", cujo objetivo é analisar como um componente curricular que traz no seu título a palavra Etnomatemática pode contribuir para a construção dos saberes dos futuros professores no curso de Licenciatura em Matemática. É preciso destacar logo no início desde texto que não entendemos a Etnomatemática como uma disciplina, mas entendemos a importância dos futuros professores de Matemática terem um espaço oportunizado para a reflexão tendo como fundamento os pressupostos da Etnomatemática.

Para facilitar a compreensão teórico-metodológica dos caminhos dessa pesquisa, realizamos três movimentos nesse texto. No primeiro, apresentamos algumas reflexões sobre a Licenciatura em Matemática, pois nos ajudam a pensar e a refletir as questões que estão envolvidas na formação inicial dos futuros professores de Matemática. No segundo, apresentamos os caminhos da pesquisa como um modo de delinear os caminhos metodológicos percorridos ao longo do estudo. No terceiro, apresentamos considerações que emergiram das análises das entrevistas com os professores e dos questionários respondidos pelos estudantes.

Reflexões sobre a Licenciatura em Matemática e a Etnomatemática

Muitos pesquisadores da área de Educação Matemática vêm discutindo a formação inicial dos futuros professores de Matemática. Segundo Moreira (2004), os professores de Matemática tiveram em sua grande maioria a experiência com o processo de ensino-aprendizagem associado ao modelo tradicional; ela esclarece que "isto é, as suas aprendizagens formais basearam-se essencialmente na memorização, no treino de procedimentos rotineiros e, enquanto estudante, não foi na generalidade envolvido na construção da sua própria aprendizagem" (CRAWFORD; ALDER, 1996, apud MOREIRA, 2004, p. 32). Essa realidade também é observada por Domite (2004, p. 419) ao afirmar que "o educando não tem estado de todo fora das propostas de formação de professores, mas também não está dentro". O curso de Licenciatura em Matemática vem sofrendo muitas críticas como essa; segundo Fiorentini e Oliveira (2013), essas críticas são referentes aos

> currículos, sobretudo às disciplinas específicas, às metodologias de ensino de aulas, ao distanciamento ou desconexão entre a prática de formação e as práticas

> de ensinar e aprender na escola básica, à falta do diálogo ou inter-relação entre as disciplinas específicas e as de formação didático-pedagógica, ao isolamento do estágio, entre outras (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 920).

Entendemos que outra crítica pertinente está associada ao exagero na formação teórica da Matemática em detrimento de uma formação holística e mais pautada na prática social. Fiorentini (2005), apoiado nas ideias de Shulman (1986), é enfático ao dizer que:

> saber Matemática para ser matemático não é a mesma coisa que saber Matemática para ser professor de Matemática. Ele não defende que o licenciado deva ter uma Matemática inferior ou mais simples que o bacharel. Se, para o bacharel, é suficiente ter uma formação técnico-formal da Matemática – também chamada de formação sólida da Matemática –, para o futuro professor, isso não basta (FIORENTINI, 2005, p. 109).

A formação de professores é um processo complexo, segundo Serrazina (2012, p. 267); a autora esclarece que “ser professor sempre foi uma profissão complexa. Essa complexidade tem tendência a acentuar-se com a incerteza e a imprevisibilidade que caracterizam este início do século XXI”. Essa complexidade é visível nos cursos de Licenciatura, pois o professor é um profissional que se forma no mesmo espaço em que irá atuar futuramente – a sala de aula. Para Tardif (2002), os futuros professores já vivem nas salas de aulas das escolas e das universidades em torno de 16 anos imersos no processo de ensino-aprendizagem, e essa experiência é formadora, pois esses futuros professores internalizam “crenças, valores, representações e certezas sobre a prática do ofício de professor” (TARDIF, 2002, p. 20), o que torna a formação desse profissional ainda mais complexa.

Segundo Fiorentini (2005), nos cursos de Licenciatura em Matemática percebemos algumas desconexões entre os professores responsáveis pelas disciplinas voltadas para os elementos da Matemática e aqueles responsáveis pelas disciplinas de cunho pedagógico; com isso, muitas vezes os estudantes da Licenciatura vivenciam no dia a dia da sua formação, modelos e estratégias pedagógicas diferentes das teorias educacionais. Outro aspecto que foi evidenciado tanto por Freire (2005) quanto por D’Ambrosio (1993) é a certeza de que a educação é um ato político; isso implica que o educador tenha plena consciência das possibilidades políticas de sua prática. Contudo, a

formação deficiente dos educadores é um problema apontado pelos dois autores. Nessa direção, D’Ambrosio (1993) faz duras críticas ao sistema de formação docente, principalmente dos professores de Matemática, que, a seu ver, são

> Faz-se necessário um outro professor, formado de outra maneira e com a capacidade de renovar seus conhecimentos como parte integrante de sua

> preparação profissional. Além disso, um professor conscientizado do seu papel tem sua ação bem mais ampliada é certamente mais empolgante do que a de um mero transmissor de informação na função de professor (D'AMBROSIO, 1993, p. 49).

Um educador "conscientizado" precisa ser formado de "outra maneira"; acreditamos que a Etnomatemática, por seu caráter libertador, pode trazer inúmeras contribuições aos futuros professores de Matemática nesse processo de formação.

Alguns autores da Etnomatemática, como Gerdes (1996), Stillman e Balatti (2001), Domite (2004), Moreira (2004) e Monteiro (2004), sinalizam algumas possibilidades de contribuição da Etnomatemática para a formação inicial dos professores de Matemática. Segundo Gerdes (1996, p. 126), é essencial incluir na formação inicial do professor o desejo e a preocupação deles em

> investigar as ideias e as práticas das suas próprias comunidades culturais, étnicas e linguísticas e procurar formas de construir o seu ensino a partir delas (...) e para construir, para entendimento mútuo, o respeito e a valorização das (sub)culturas e atividades (GERDES, 1996,p.126).

Esse autor enfatiza a necessidade de desenvolver nos futuros professores a busca por conhecer as práticas matemáticas locais e o contexto sociocultural em que estão inseridos. A Etnomatemática pode fornecer aos futuros professores de Matemática elementos para ajudá-los no diálogo dos diversos saberes. Enfim, nós concordamos com Moreira (2004) quando ela afirma que,

> na sua especificidade, o enfoque situa-se ao nível da inclusão do conhecimento etnomatemático na formação inicial de professores e de um desenvolvimento profissional em torno da ideia do professor investigador etnomatemático, isto é, um professor apto a investigar as práticas matemáticas fora da escola e a enquadrá-las e desenvolvê-las pedagogicamente, sendo essencial uma visão transdisciplinar do conhecimento e uma discussão em torno do papel social da escola e da construção do conhecimento escolar (MOREIRA, 2004, p. 9).

Nesse sentido, a autora sinaliza que trazer reflexões acerca do papel social da escola e da construção do conhecimento escolar na formação inicial pode ampliar a visão de educação dos futuros professores. Diante dessa perspectiva, é necessário que os futuros professores de Matemática possam ter contato com todas as possibilidades, inquietações e fundamentações que emergem da Etnomatemática; reconhecendo-a como elemento potente para uma formação de professores que fomente uma postura e uma prática mais criativas, críticas e reflexivas e voltadas para a especificidade sociocultural dos estudantes, D'Ambrosio (2005), Domite (2004) e Ribeiro (2006) inquietam a todos ao questionar se essas dimensões de fato vêm sendo abordadas nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Caminhos metodológicos

Nossa pesquisa se debruçou nas disciplinas relacionadas a Etnomatemática de algumas Universidades públicas do Brasil, durante a formação inicial dos futuros professores de Matemática, mas sem deixar de considerar o todo que envolve essa temática. Esse processo se iniciou com muitas leituras de teses e dissertações na busca por meios e procedimentos técnicos que nos ajudassem a compreender melhor a realidade.

Inicialmente realizamos um levantamento das Universidades públicas do Brasil que possuíam ativo o Curso de Licenciatura em Matemática, por meio de consulta à base de dados do e-MEC . Esta escolha deu-se pelo fato do e-MEC ser a base de dados oficial de informações relativas às Instituições de Educação Superior – IES e cursos de graduação do Sistema Federal de Ensino no Brasil. Neste site é facultativo as IES do Sistema Estadual de Ensino fazer parte do cadastro do e-MEC. Após esse levantamento, buscamos identificar que cursos possuíam disciplinas que apresentavam no nome a palavra Etnomatemática. Para essa identificação foi feita uma busca por meio das matrizes curriculares ou Projeto Pedagógico do Curso de cada IES, ressaltando que para as IES que possuem cursos de Licenciatura em Matemática em campi diferentes, acessamos a matriz curricular disponibilizada na página eletrônica de cada campus. As IES que não disponibilizaram o Plano Pedagógico do Curso ou a matriz curricular foram desconsideradas, devido à ausência de informações. Optamos por estabelecer como critério que a disciplina de Etnomatemática fosse ofertada aos alunos nos anos de 2018 ou 2019. A partir desses parâmetros fixados, encontramos cinco Cursos de Licenciatura em Matemática de universidades públicas do Brasil que possuíam em sua matriz curricular uma disciplina com a palavra Etnomatemática no título. Apresentamos a seguir as universidades que foram identificadas nesse levantamento. Universidade Federal de Uberlândia (campus Pontal)- disciplina Matemática e cultura: Etnomatemática; Universidade Estadual do Rio de Janeiro (campus Duque de Caxias)- disciplina Cultura e Etnomatemática; Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita (campus Ilha Solteira)-disciplina Etnomatemática; Universidade Federal de São João del Rei (campus São João del Rei) – disciplina Etnomatemática e Universidade Federal Fluminense (campus Santo Antônio de Pádua) -disciplina Educação Matemática e Etnomatemática.

Para a produção de dados ouvimos os professores que ministraram a disciplina de Etnomatemática e os alunos que já cursaram essa disciplina. Nesse sentido, de cada curso, elegemos como sujeitos da pesquisa o professor atual da disciplina e alunos que já cursaram essa disciplina. Tivemos ao todo 37 sujeitos para pesquisa: 5 professores que lecionam a disciplina Etnomatemática e 32 alunos que já cursaram a mesma. A Análise Textual Discursiva, foi a metodologia usada para a análise dos dados, pois esse processo nos possibilita visualizar novas conexões e relações aos fenômenos estudados (MORAES, 2003).

Os professores participantes foram chamados pelos nomes fictícios de Carla, Denise, Fábia, Georgia e Joaquim. Optamos por representar os sujeitos da pesquisa como Estudante 1, Estudante 2... de acordo com a ordem que responderam o questionário, e atribuímos a primeira letra do nome do seu professor após o número; por exemplo, Estudante 1 G significa o primeiro estudante que respondeu o questionário e é aluno da professora Georgia. Nesse artigo apresentaremos apenas uma síntese parcial das entrevistas feitas com os professores participantes da pesquisa, assim como das respostas do questionário realizados com os estudantes.

Práticas pedagógicas dos docentes participantes da pesquisa

Abordamos nesse tópico do texto, as questões relacionadas à organização das aulas e à dinâmica utilizada durante o percurso na disciplina. Posteriormente apresentamos o processo avaliativo de cada professor. Começamos com o relato pela professora Georgia que ressalta que a perspectiva crítica é a essência dessa disciplina, segundo a professora. Diante desse contexto, ela reconhece a importância de olhar a comunidade escolar e o contexto sociocultural dos discentes, no mesmo sentido que Giardinetto (1999), quando alerta que "o professor pode e deve utilizar o conhecimento cotidiano como ponto de apoio para o processo de ensino-aprendizagem" (p. 68). Georgia assume que teve dificuldade no início quando começou a ministrar a disciplina, pois os discentes da graduação em Matemática não davam a importância necessária que as disciplinas pedagógicas requerem.

Do discurso da professora, podemos inferir que muitos discentes da graduação em Matemática, futuros docentes, ainda trazem arraigada a concepção de que as disciplinas pedagógicas são ministradas pelos professores que não sabem Matemática e que, para ser um bom professor de Matemática, é necessário saber apenas a Matemática pura. Nesse sentido, Ball (1990) aponta que aumentar o conhecimento matemático na Licenciatura em Matemática impactando a formação dos futuros professores não garante a melhoria da aprendizagem matemática. A professora enfatiza ainda a dificuldade que ela sente em trazer discussões sobre a escola e a prática docente na graduação em Matemática, quando afirma que "trabalhar a Etnomatemática é tentar afirmar a Educação na Matemática, e a gente, ainda hoje, tem muitos entraves" (Entrevista com Georgia, 2019).

Georgia apoia academicamente suas aulas nas leituras de Ubiratan D'Ambrosio, Paulo Freire, Ole Skovsmose e Gelsa Knijnik, assim como em teses recentes relacionadas à Etnomatemática. A dinâmica das aulas está baseada na leitura e discussão dos textos e apresentação de vídeos com entrevistas dos próprios autores dessas referências teóricas. Para finalizar a disciplina, a professora propõe um trabalho na perspectiva da Etnografia, pois identifica que as discussões da disciplina e esse trabalho etnográfico podem contribuir para a modificação da concepção de cultura dos discentes. Na concepção da professora, "Os saberes elementares das pessoas estão muito desprestigiados e a Etnomatemática resgata isso, resgata essa potência das pessoas". Ela afirma que "Educar é um ato político" (Entrevista com Georgia, 2019), sinalizando que essa disciplina é um espaço fértil para a formação política dos próprios futuros professores de Matemática. O Estudante 7 G revela que "foi bom ter todos os textos, as dinâmicas e conversa. Poderia trabalhar com uma pesquisa de campo". Propostas de realização de pesquisa de campo ou trabalhos práticos também aparecem nos discursos dos Estudantes 1 G e 14 G.

Nesses discursos, está explicito o desejo de participar e realizar uma pesquisa de campo, dando a entender que os estudantes não realizaram essa atividade. Tais falas contrastam com a afirmação da professora, de que o trabalho final da disciplina foi um trabalho na perspectiva etnográfica. Essa divergência pode estar relacionada ao fato de os estudantes estarem abordando "pesquisa de campo" como estudos atrelados a grupos sociais identificados como indígenas ou quilombolas, entre outros, e por esse motivo não reconhecem o trabalho etnográfico desenvolvido no ambiente urbano como uma pesquisa de campo.

Para Carla, a inserção do componente curricular da Etnomatemática na matriz curricular do curso não trouxe muitas resistências por parte dos professores responsáveis pelas disciplinas relacionadas à Matemática pura. Segundo a professora, existe um grande respeito pela produção dos educadores matemáticos do curso. Inicialmente a proposta era um componente curricular obrigatório, porém, devido à sua carga horária, 60 horas, foi necessário ofertá-lo como optativo. Carla relata que ela participou ativamente do processo de criação do referido componente curricular. Ela foi responsável por escrever a ficha da disciplina, apresentá-la ao Núcleo Docente Estruturante do Curso para aprovação, além de assumir a responsabilidade de ministrar tal componente curricular. A professora revela ainda que tem receio em relação à permanência da disciplina no curso, quando afirma que "eu não sei se um dia, eu saindo daqui, ou me aposentando ou saindo antes, se essa disciplina vai permanecer" (Entrevista com Carla, 2019). Segundo ela, o componente curricular está apoiado academicamente nas leituras de Ubiratan D'Ambrosio, Gelsa Knijnik, Paulus Gerdes e alguns textos de sua própria autoria. A dinâmica das aulas está baseada na leitura e discussão dos textos e produção de ficha de trabalho e textos simples.

Já Fábia relata que o componente curricular em sua universidade foi reformulado em 2019 para entrar em vigor em 2020. A carga horária da disciplina passou de 36h para 72h, pois no decorrer das atividades ela percebeu a necessidade de mais tempo para as discussões e reflexões. Outra mudança sinalizada pela professora é a alteração no nome do componente curricular, em 2019 intitulado Etnomatemática; a partir de 2020 será intitulado Etnomatemáticas. Segundo a professora, essa mudança ocorreu por terem sido incorporadas à disciplina questões relacionadas à cultura afro-brasileira e à Educação para relações étnico-raciais. Fábia sinalizou que, durante o processo de reformulação, havia apenas 10% de professores da Educação Matemática no curso de Matemática, o que pode ter limitado a oferta de disciplinas nessa área.

A professora Fábia apoia academicamente sua disciplina nas leituras de Ubiratan D'Ambrosio, Paulus Gerdes, Claudia Zalasvky e Iran Abreu Mendes. Ela propõe que em suas aulas, após a leitura dos textos, seja feito um trabalho chamado por ela de "reflexão" no formato escrito. Os estudantes da professora Fábia mencionaram ter uma expectativa muito grande de vivenciar uma pesquisa de campo ou de realizar uma visita para o encontro com um grupo social. Observamos esse desejo quando eles afirmam: "Acho que seria interessante a possibilidade de conhecer ao vivo uma outra etnia" (Estudante 15 F, 2019); "Poderia ser uma disciplina mesclada com textos e filmes e, se possível, visitas aos grupos de pessoas que desenvolvem a Matemática de uma forma diferente" (Estudante 21 F, 2019); a estudante 8 F revela ainda que seria interessante conhecer "Projetos sociais que venham apresentar aos discentes realidades diferentes daquela na qual estão inseridos, pesquisas sobre as diferentes 'Matemáticas' exercidas em sua região. Estes são trabalhos que eu acharia bem interessantes, e preciso dividir o curso em uma parte prática e outra teórica" (Estudante 8 F, 2019).

O professor Joaquim afirma que a disciplina Etnomatemática é desenvolvida há pelo menos dez anos e já está bem consolidada no curso. O componente curricular está apoiado academicamente em Ubiratan D'Ambrosio, Paulus Gerdes, Marilyn Frankenstein e Maria Cecilia Fantinato. Ele revela que a ementa é "bem ampla e adaptável" (Entrevista com Joaquim, 2019), o que proporciona alterações no decorrer das aulas. Segundo Joaquim, a dinâmica das aulas se inicia com uma "avaliação diagnóstica", na qual ele busca conhecer "seus discentes, as suas limitações etc.; eu vou adequando esses textos a cada período que essa disciplina é oferecida" (Entrevista com Joaquim, 2019). As discussões realizadas nessa disciplina permitiram aos alunos conhecer conceitos relacionados à Etnomatemática, como afirma a estudante 10 J:

> A disciplina foi estruturada por discussões e reflexões que permitiram aos alunos a absorção de conceitos sobre Etnomatemática, Programa Etnomatemática, Cultura, Educação Multicultural, Ciclo do Conhecimento etc. Além disso, permitiu aos alunos o entendimento sobre a Matemática acadêmica como sendo uma das diversas etnomatemáticas existentes (Estudante 10 J, 2019).

A professora Denise relata que a inserção da disciplina de Etnomatemática foi unânime no curso de sua universidade, tendo cabido exatamente aos professores vinculados às disciplinas pedagógicas delinear as características e definir quais disciplinas na área da Educação Matemática seriam interessantes serem inseridas no curso. A disciplina ministrada por Denise se apoia nas leituras de Ubiratan D'Ambrosio e seus orientandos, Gelsa Knijnik, Sebastiani e Roger Miarka. A dinâmica das aulas está baseada no formato de mesa-redonda. Segundo ela, "a gente discutiu o conceito de mesa-redonda, no que se diferencia de um seminário; eles teriam que se colocar muito mais a partir do material que eles tinham lido (...) eles teriam que se colocar e fazer uma reflexão" (Entrevista com Denise, 2019), enfatizando que na disciplina a dinâmica é discutida e acordada com os discentes. Nesse discurso, percebemos que Denise está tentando desenhar outras propostas pedagógicas para sua disciplina, visando o engajamento e a participação dos discentes. Ela adverte:

> Eu acho que a disciplina de etnomatemática, eu até brinco, falo eu não sei se "etno é uma disciplina, porque ela deveria causar na gente uma certa indisciplina",

> porque eu acho que é essa a função que tem a etnomatemática em um curso de Licenciatura em Matemática, acho que é escapar um pouco daquele paradigma que é muito racionalista e positivista, que tem em todo curso de formação de professor de Matemática, por mais que a gente queira quebrar a gente ainda está a anos-luz de tentar quebrar uma norma que é vigente. Então eu acho que a etno tem essa coisa de trazer o lado humano, trazer as emoções, trazer aquilo que é contraditório, de estar a todo momento lá, batendo na porta dos matemáticos dizendo "olha, isso que vocês fazem é importante, mas não é o mais importante. Isso que vocês fazem é matemática, mas é uma das matemáticas" (Entrevista com Denise, 2019).

Os estudantes da disciplina também sinalizaram a necessidade de vivenciar uma pesquisa de campo ou uma visita a determinado grupo social, como afirma a Estudante 24 D, ao dizer: "Foi muito bom entender e conhecer um pouco da Etnomatemática. Acho que poderia melhorar as experiências práticas" (Estudante 24 D, 2019). A necessidade de realizar uma pesquisa de campo com grupos sociais identificáveis foi evidenciada nos discursos dos estudantes das professoras Georgia, Fábia e Denise, pois os professores Joaquim e Carla já desenvolvem essa prática.

Processo de avaliação das disciplinas

Nesta etapa do texto apresentamos o processo avaliativo de cada professor. A professora Carla sinaliza que o trabalho final é uma proposta de imersão no campo, em uma perspectiva etnográfica crítica. Ela propõe "momentos de ouvir o processo etnográfico" que está sendo desenvolvido, na busca por criar "um espaço favorável onde todos os discentes, assim com ela, possam conhecer os caminhos que estão sendo trilhados por todos e possam assim contribuir com seu trabalho final, no formato de orientação coletiva". A professora ressalta ainda que, "em geral, os alunos não participam muito do trabalho todo, nas outras disciplinas eles fazem um trabalho, entregam ao professor, só querem saber de apresentar, lá a gente acompanhou o processo de evolução daquele trabalho" (Entrevista com Carla, 2019).

Na concepção de Carla, a Etnomatemática "seria uma postura, uma filosofia de vida, que me ajuda a compreender o mundo e me ajuda a lutar pelos direitos humanos" (Entrevista com Carla, 2019), inspirando novos olhares para o mundo, para a escola, para as diversidades e desigualdades sociais. Pelo fato de a professora Carla não ter conseguido o número mínimo de alunos matriculados para abrir a turma em 2019, não obtivemos relatos de seus alunos, sobre a disciplina.

O trabalho final da disciplina de Joaquim é um trabalho de campo individual apoiado na metodologia de projetos. O estudante escolhe um grupo cultural, se aproxima desse grupo para entender a dinâmica e depois relatar a "Etnomatemática desse grupo social" (Entrevista com Joaquim, 2019), gerando um relatório que é apresentado na disciplina. Nesse sentido, o estudante 12 J revela que "durante o período o professor nos instruiu sobre o programa etnomatemática, e tivemos contato com textos e artigos sobre grupos culturais e sociais e suas ticas de matema, além de uma pesquisa de campo" (Estudante 12 J , 2019). Já a estudante 22 J percebe a complexidade do trabalho e solicita que seja destinado mais tempo para essa etapa da disciplina. "Minha sugestão é que os trabalhos possam ser desenvolvidos com mais tempo. É uma pesquisa longa, por isso o ideal seria começar logo" (Estudante 22 J, 2019). Segundo Joaquim, os discentes escolhem, na grande maioria, grupos culturais relacionados a trabalhadores, tais como: costureiras, pedreiros, eletrotécnicos, dentistas e cabouqueiros (pessoas que quebram pedras artesanais). Alguns trabalhos se tornam produções acadêmicas de autoria do estudante e do professor. Esse desdobramento também ocorre com a professora Carla.

O trabalho final da disciplina ministrada por Denise no segundo semestre de 2019 foi um vídeo no qual os discentes poderiam elaborar uma narrativa, um documentário, uma entrevista ou uma produção de imagens (sons e cores) que pudessem apresentar a Etnomatemática para as pessoas. Essa dinâmica foi tão marcante que a estudante 21 D afirmou que "foi muito boa a ideia da produção de vídeo, conseguir fazer algo que possa transmitir o que entendemos, foi uma experiência nova para mim" (Estudante 21 D, 2019). Os discentes exibiram o vídeo na sala de aula para a avaliação da disciplina e fizeram uma sessão para a comunidade escolar em um cinema antigo da cidade. A professora Denise enfatiza o caráter experiencial da Etnomatemática e a necessidade de promover um movimento de "desassossego" no curso de Licenciatura em Matemática. Esse movimento chamado de desassossego foi percebido pelos estudantes. O estudante16 D afirma que a disciplina "foi estruturada de forma diferente das tradicionais disciplinas da graduação, inclusive das disciplinas de Educação. Teve mesas-redondas, resumos expandidos, debates e elaboração de vídeos" (Estudante 16 D, 2019).

A professora Fábia realiza uma prova semestral na tentativa de fomentar o estudo da sua disciplina. Assim como Georgia, Fábia também relata que, por estar relacionado à

Educação Matemática, os discentes têm a crença de que não é necessário estudar esse componente curricular, já que ele faz parte das disciplinas pedagógicas.

Quando estamos trabalhando com formação inicial de professores de Matemática, independente da disciplina que lecionamos, devemos atentar para as palavras de Fiorentini (2004), que sinaliza:

> O professor de cálculo, álgebra ou análise acredita que ensina apenas conceitos e procedimentos matemáticos; ele geralmente não percebe que ensina também um jeito de ser professor, isto é, um modo de conceber e estabelecer relação (de questionar, tratar, significar...) com a Matemática e de ensiná-la e avaliar sua aprendizagem. Pesquisas tem mostrado que essas disciplinas influenciam mais a prática do futuro professor do que as disciplinas didático-pedagógicas, se estas forem acentuadamente prescritivas (FIORENTINI, 2004, p. 1).

Segundo esse autor, a forma como o professor que atuam na formação inicial de Matemática organiza suas aulas e seus processos avaliativos, pode influenciar os futuros professores, pois esses acabam por conceber as dinâmicas e processos vivenciados por eles como legítimos e replicáveis. Ter uma disciplina que aprofunda os pressupostos da Etnomatemática se mostrou promissora na visão da estudante 10 J. A mesmo afirma que seria interessante ter "mais disciplinas que seguem a perspectiva da etnomatemática nos currículos de formação em matemática, inclusive nos cursos de bacharelado também" (Estudante 10 J, 2019).

Considerações finais

Entre os professores que participaram da pesquisa, há uma forte tendência para basear as aulas dessas disciplinas nas leituras e discussões de textos acadêmicos. Essa dinâmica pode estar relacionada com as marcas das experiências vivenciadas por eles nos grupos de pesquisa durante sua trajetória na pós-graduação stricto sensu, tendo em vista que todos eles fizeram mestrado e doutorado. Eles sinalizam que há grande resistência dos discentes para as leituras acadêmicas e reconhecimento da importância das disciplinas relacionadas à Educação, esse fato pode estar relacionados ainda a uma perspectiva de uma formação na qual para ser um bom professor de Matemática basta ter apenas o domínio do conhecimento Matemático, conforme sinalizado por Fiorentini e Oliveira (2013).

Ao apresentar a diversidade de propostas curriculares e pedagógicas desse grupo de professores que ministram a disciplina de Etnomatemática em cursos de Licenciatura em Matemática, reconhecemos que o trabalho com a Etnomatemática fomenta atividades de caráter vivencial que atuam como forte componente no processo de ensino-aprendizagem como apontado pelos estudantes. Esse movimento leva os graduandos a irem ao encontro do *"outro"* se tornarem mais aberto ao diálogo com o outro e para saberes outros .

Com base em nossas análises, verificamos a importância de ter na Licenciatura em Matemática um componente curricular intitulado de Etnomatemática, cuja potência identificamos em possibilitar aos futuros professores de Matemática o encontro com diversos saberes. Isto é, uma forma de garantir aos futuros professores de Matemática um espaço fértil de diálogo e de aproximações com outras áreas de conhecimento.

Referências

BALL, D. L. The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: challenging the myths. In: HOUSTON, W. R. (Ed.). **Handbook of research on teacher education**. New York: Macmillan, 1990. p. 437-449.

CRAWFORD, K. & ADLER, J. (1996), "Teachers as Researchers in Mathematics Education", in BISHOP, A. et al. (1996), **International Handbook of Mathematics Education,** (pp. 1187-1208). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

D' AMBROSIO, U. A Transdisciplinaridade como acesso a uma história holística, In WEIL, P., D'AMBROSIO, U. E CREMA, R. **Rumo à Nova Transdisciplinaridade:** sistemas abertos de conhecimento. São Paulo: Summus, p.75-124, 1993.

_____________. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2ª Edição. 2005. p.09-83.

DOMITE, M. C. S. Da compreensão sobre formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In: KNIJNIK, G., WANDERER, F. & OLIVEIRA, C. J. (orgs.) **Etnomatemática:** currículo e formação de professores. Santa Cruz do Sul: EDUNISC. 2004. p.419-431.

FERNANDES, M. Métodos de avaliação pedagógica. In ABRANTES, Paulo; ARAÚJO, Filomena (Coord.). **Reorganização curricular do ensino básico. Avaliação das aprendizagens. Das concepções às práticas**. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica, p. 67-74, 2002.

FERNANDES, D. Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens. **Estudos em avaliação educacional**, v. 19, n. 41, p. 347-372, set/dez. 2008. Disponível em: http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1454/1454.pdf . Acesso em: 25 maio de 2021.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas, n. 18, p. 107-115, 2005.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e práticas formativas? **Bolema,** Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**, 29a edição [1a ed. 1970], Rio de Janeiro, Ed. Paz e Terra, 2005. p. 09 -165.

GERDES, P. **Etnomatemática e Educação Matemática:** Uma panorâmica geral, in Quadrante, Vol. 5, n° 2, pp. 105 -138. 1996.

GIARDINETTO, J. R. B. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana.** Coleção polêmicas do nosso tempo, autores associados, Campinas – São Paulo, 1999, 128p.

MONTEIRO, A. A Etnomatemática em cenários de escolarização: alguns elementos de reflexão. In KNIJNIK, G., WANDERER, F. & OLIVEIRA, C. J. (orgs.) **Etnomatemática:** currículo e formação de professores. Santa Cruz do Sul: EDUNISC,2004. P. 420-432.

MORAES, R. **Uma tempestade de luz:** a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. Ciência & Educação: Bauru, SP, v. 9, n. 2,2003 p. 191-210.

MOREIRA, D. **A Etnomatemática e a formação de professores**. Discursos. Série: Perspectiva em Educação. 2004.p.27-38.

RIBEIRO, J. P. M. **Etnomatemática e a Formação e Professores Indígenas**: Um Encontro necessário em meio ao diálogo intercultural. DOUTORADO NA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, FACULDADE DE EDUCAÇÃO, 2006.

SERRAZINA, M.L.M. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, maio 2012.Disponível em: http://dx.doi.org/10.14244/19827199355 . Acesso em 15 de maio 2021.

SHULMAN, L. S. **Those who understand:** knowledge growth in teaching. Educational, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

STILLMAN, G. & BALATTI, J. "Contribution of Ethnomathematics to Mainstream Mathematics Classroom Practice", in ATWEH, B. et al. (Eds.), (2001), **Sociocultural Research on Mathematics Education.** An International Perspective (pp. 313-328), Londres: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2001.

TARDIF, M**. Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, R.J. Editora Vozes, 2002.

Etnomodelagem como uma Ação Pedagógica para a Lei 10.639/03

Ethnomodelling as a Pedagogical Action for the Brazilian Federal Law 10.639/03

Daniel Clark Orey
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
oreydc@ufop.edu.br

Milton Rosa
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
milton.rosa@ufop.edu.br

Resumo
Este artigo teórico apresenta argumentações que relacionam o conhecimento matemático com a cultura, por meio de sua conexão com a Etnomodelagem e a Lei 10.639/03, que são necessárias para a compreensão da evolução do conhecimento matemático local das culturas africanas e afro-brasileiras. Essa abordagem visa promover uma compreensão holística das práticas matemáticas desenvolvidas localmente pelos membros desses grupos culturais. Assim, um dos principais objetivos desse artigo teórico é discutir a importância da Etnomodelagem e a sua relação com a Lei 10.639/03, que objetiva estudar as práticas matemáticas locais que são consideradas como construtos culturalmente enraizados.

Palavras-chave: Ação Pedagógica; Cultura Africana; Cultura Afro-Brasileira; Etnomodelagem; Etnomodelos; Lei 10.639/03.

Abstract
This theoretical article presents arguments that relate mathematical knowledge to culture, through its connection with Ethnomodelling and Brazilian Federal Law 10.639/03, which are necessary for understanding the evolution of local mathematical knowledge in African and Afro-Brazilian cultures. This approach aims to promote a holistic understanding of locally developed mathematical practices by the members of these cultural groups. Thus, one of the main objectives of this article is to discuss the importance of ethnomodelling and its relationship with Law 10.639/03, which aims to study local mathematical practices that are considered culturally-rooted constructs through the elaboration of ethnomodels.

Keywords: Pedagogical Action; African Culture; Afro-Brazilian Culture; Ethnomodelling; Ethnomodels; Law 10.639/03.

Considerações Iniciais

O parágrafo 1 do artigo 26-A da Lei nº. 10.639, assinada em 09 de Janeiro de 2003, estabeleceu que, nas instituições de ensino fundamental e médio, oficiais e particulares torna-se obrigatório a inclusão do estudo da “história da África e dos africanos, a luta dos negros no Brasil” (BRASIL, 2003, p. 1), a cultura negra brasileira e o negro na formação da sociedade nacional, resgatando a contribuição do povo negro nas áreas social, econômica e política pertinentes à História do Brasil. O parágrafo 2 dessa lei também salienta que os conteúdos referentes à História e Cultura Afro-Brasileira devem ser ministrados no âmbito do conteúdo programático do currículo escolar.

Contudo, para que essa abordagem seja desenvolvida de uma maneira bem sucedida, é necessário que haja uma valorização da história, da linguagem e da cultura dos membros desses grupos culturais. Um exemplo anterior dessa abordagem foi fornecido por Otto Raum (1903-2002) que, em 1938, escreveu o livro intitulado *Arithmetics in Africa*, no qual apresentou situações-problema aritméticas retiradas das práticas e experiências matemáticas vivenciadas pelos alunos africanos no próprio contexto cultural.

Assim, a Lei 10.639 (BRASIL, 2003) incluiu no currículo da rede de ensino a obrigatoriedade do ensino da *História e Cultura Afro-Brasileiras e Africanas*. Um exemplo anterior da inclusão dessa perspectiva no processo de ensino e aprendizagem em Matemática foi fornecido por Gay e Cole que, em 1967, escreveram o livro intitulado *The New Mathematics and an Old Culture*, no qual propuseram uma educação matemática inclusiva para os membros do grupo cultural *Kpelle* da Libéria, na África.

Consequentemente, Rosa (2010) afirma que, nessa proposta educacional, os investigadores e educadores podem utilizar as ideias matemáticas desenvolvidas pelos membros de culturas distintas como elementos pedagógicos relevantes para a elaboração de atividades curriculares matemáticas contextualizadas em salas de aula.

Dessa maneira, o advento da Lei 10.639 (BRASIL, 2003) promoveu significativas alterações na Lei 9.394 (BRASIL, 1996), promulgada em 20 de dezembro de 1996, que estabeleceu as diretrizes e bases da educação nacional, pois determinou que os conteúdos inerentes à *História e Cultura Africana e Afro-brasileira* sejam estudados, de uma maneira positiva, em todas as áreas do currículo escolar.

Os principais objetivos da Lei 9.394 (BRASIL, 1996) são: a) alterar as relações étnico-raciais no ambiente escolar, b) promover a superação de preconceitos e discriminações, c) resgatar a autoestima dos alunos, em especial da parcela negra (pretos e pardos) da população brasileira e d) possibilitar que todos os alunos independente de seu pertencimento étnico-racial, tenham ampliada sua visão de mundo.

Então, é importante valorizar a inclusão das temáticas afro-brasileiras e africanas nos currículos de matemática do Ensino Fundamental e Médio. Nesse direcionamento, existe a necessidade de buscar, de uma maneira fundamentada, nos campos da Educação Matemática e, particularmente, da pedagogia culturalmente relevante e da Etnomatemática, os *saberes* e *fazeres* que possam contribuir para que esse objetivo possa ser atingido.

Por exemplo, em 1973, Zaslavsky publicou o livro intitulado *Africa Counts: Number and Patterns in African Culture* por meio do qual estuda o pensamento matemático, as medidas de tempo, a arquitetura, os padrões musicais e a manipulação de dinheiro desenvolvidos pelos povos africanos da região do subsaara africano.

Assim, a Lei 10.639 (BRASIL, 2003) propõe o desenvolvimento de ações pedagógicas que buscam promover a conscientização do desenvolvimento do conhecimento matemático e a sensibilização cultural, que estão relacionadas com a importância e a relevância das diferentes comunidades negras para a humanidade.

Essa abordagem visa, especialmente, a valorização e o respeito do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros de grupos culturais brasileiros negros, bem como de seus *saberes* e *fazeres* matemáticos, científicos, sociais, religiosos, tecnológicos, econômicos e políticos, que são desenvolvidos localmente (ROSA; OREY, 2017).

Nesse sentido, as características e as especificidades desenvolvidas pelos membros de grupos socioculturais negros devem ser valorizadas como uma herança cultural, bem como um bem público, que têm uma parcela significativa na formação da identidade do povo brasileiro.

Dessa maneira, é importante que todas as discussões relacionadas com essa temática avancem na valorização das diferenças socioculturais, que devem ser concretizadas por meio de ações pedagógicas educacionais, como, por exemplo, a Etnomodelagem, nas instituições educacionais responsáveis pela difusão do conhecimento, inclusive o matemático.

Etnomodelagem e a Lei 10.639/03

Em virtude da obrigatoriedade legal da inclusão da *História e Cultura Afro-Brasileira* no âmbito do currículo escolar, surgiu a necessidade da inserção de conhecimentos matemáticos de raiz africana e de métodos didáticos e ações pedagógicas de desenvolvimento de atividades curriculares direcionadas para esse campo de estudo (ROSA; OREY, 2016).

Como a Etnomodelagem também busca estudar a evolução do conhecimento matemático a partir de uma consciência multicultural, por meio da elaboração de etnomodelos, esse programa pode contribuir para que os objetivos da Lei 10.639 (BRASIL, 2003) possam ser atingidos no sistema escolar.

Nesse contexto, as *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnico-raciais e para o Ensino de História e Cultura Afro-brasileira e Africana* (BRASIL, 2004) orientam que os sistemas de ensino e os estabelecimentos de Educação Básica, nos níveis de Educação Infantil, Educação Fundamental, Educação Média, Educação de Jovens e Adultos precisam considerar as contribuições africanas para o desenvolvimento da Matemática que, também, podem ser identificadas e descritas pela Etnomodelagem.

De acordo com essa perspectiva, um dos principais objetivos da Etnomodelagem está relacionado com o estudo da Matemática e da História da Matemática a partir de uma consciência multicultural. Nesse contexto, Rosa e Orey (2010) afirmam que o multiculturalismo está se tornando uma característica mais marcante de uma *sociedade glocalizada* e a Etnomodelagem se enquadra nessa concepção multicultural e holística da educação.

Nesse contexto, a Etnomodelagem propicia uma releitura da História da Matemática para demonstrar a importância dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos, acumulados e difundidos pelos membros de culturas distintas, bem como a sua influência na formação do pensamento matemático da humanidade. Essa abordagem possibilita o desenvolvimento de uma ação pedagógica que também considera a utilização da *Afroetnomatemática*, que busca estudar os:

> (...) aportes de africanos e afrodescendentes à matemática e à informática, como também desenvolve [o] conhecimento sobre o ensino e o aprendizado da matemática, da física e da informática nos territórios da maioria dos afrodescendentes (CUNHA, 2005, p 1).

De acordo com essa asserção, existe a necessidade de que a Educação Matemática reencontre a sua africanidade por meio da recuperação dos *saberes* e *fazeres* que possibilitaram o desenvolvimento das matemáticas, das ciências e das tecnologias.

Essa ação pedagógica pode contribuir para o desenvolvimento sociocultural dos membros de grupos culturais distintos que compõem a sociedade brasileira, pois amplia o estudo da história africana com a elaboração de atividades curriculares baseadas nos conhecimentos matemático e religioso, nos mitos populares, nas construções, nas artes, nas danças, nos jogos, na astronomia desenvolvidos pelos membros de grupos culturais africanos.

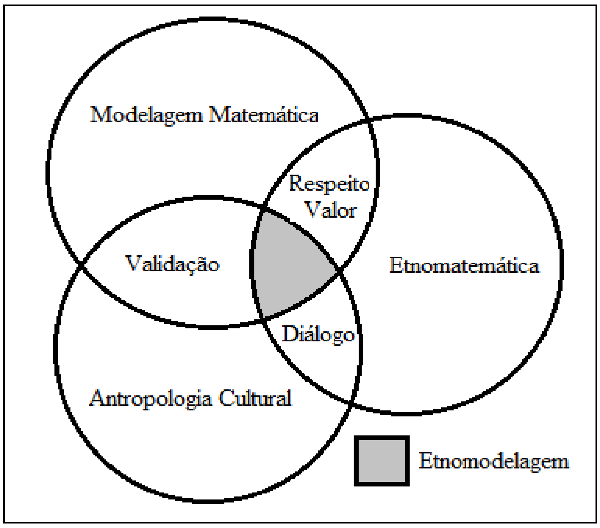
Contextualizando a Etnomodelagem na Lei 10.639/03

A Etnomodelagem possibilita a exploração de ideias, procedimentos e práticas matemáticas distintas por meio da valorização e do respeito aos conhecimentos adquiridos quando os membros de grupos culturais distintos interagem com o próprio ambiente. Então, a Etnomodelagem é considerada como a região de intersecção entre a Antropologia Cultural, a Etnomatemática e a Modelagem Matemática (ROSA; OREY, 2010).

Nesse direcionamento, para Rosa e Orey (2010), a Etnomodelagem está relacionada com o estudo das ideias, procedimentos e técnicas utilizados nas práticas matemáticas desenvolvidas localmente pelos membros de grupos culturais distintos. Assim, é importante reconhecer que o conhecimento matemático se origina nas práticas culturais que estão enraizadas nas relações sociais locais.

Nesse processo, a Etnomodelagem transforma a carência matemática conceitual através de um processo conceitualmente enriquecido por meio da elaboração de etnomodelos. No entanto, esse processo somente será positivo se os sistemas de conhecimento desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos não forem idealizados por investigadores e educadores, que podem aprisioná-los em maneiras antiquadas e dominantes de pensar (ROSA; OREY, 2017). A figura 1 mostra a Etnomodelagem como uma região de intersecção entre esses três campos de investigação.

Figura 1: Etnomodelagem como a intersecção entre três campos de investigação



Fonte: Adaptado do de Rosa e Orey (2017)

Dessa maneira, a abordagem êmica da Etnomodelagem é constituída por sistemas lógico-empíricos que são considerados apropriados para os membros de grupos culturais distintos enquanto a abordagem ética é constituída pelas ferramentas que são utilizadas para a obtenção de dados sobre as ideias, procedimentos e práticas matemáticas locais, que foram observados pelos observadores externos.

Conforme essa abordagem, Rosa e Orey (2018) afirmam que a Matemática é um empreendimento cultural, que está enraizada na tradição, pois os membros de cada grupo cultural desenvolveram um sistema de ideias matemáticas e modos distintos de lidar com a realidade por meio da evolução de técnicas relacionadas com a medição, a quantificação, a comparação, a classificação, a inferência e a modelagem.

Esses procedimentos, estratégias e técnicas são os principais elementos antropológicos utilizados pela Etnomodelagem para a tradução de uma determinada situação-problema entre as abordagens êmica e ética e vice-versa, pois esse processo busca o entendimento das práticas matemáticas locais e globais por meio do dinamismo cultural (OREY; ROSA, 2018).

As investigações que buscam conectar a Etnomodelagem com a Lei 10.639 (BRASIL, 2003) estão relacionadas com o entendimento das práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros dos grupos culturais africanos e afro-brasileiros, que visam organizar e apresentar as suas práticas matemáticas, possibilitando a sua comunicação, transmissão e difusão através das gerações (abordagem êmica) (ROSA; OREY, 2014).

A representação do conhecimento matemático local por meio de métodos científicos pode auxiliar os investigadores e educadores na construção e compreensão do mundo (abordagem ética) com a utilização de pequenas unidades de informação denominadas *etnomodelos*, que compõem a representação dos sistemas retirados da própria realidade (ROSA; OREY, 2014).

Nesse direcionamento, para Rosa e Orey (2014), os etnomodelos auxiliam a vincular o desenvolvimento das práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos com o seu patrimônio cultural. Nesse contexto, existe a necessidade de:

> Conhecer, entender e explicar um modelo [ético] ou mesmo como determinadas pessoas ou grupos sociais utilizaram ou utilizam-no [êmico], pode ser significativo, principalmente, porque nos oferece uma oportunidade de ‘penetrar no pensamento’ de uma cultura e obter uma melhor compreensão de seus valores, sua base material e social, dentre outras vantagens (BIEMBENGUT, 2000, p. 137).

Essa asserção mostra que os membros de grupos culturais distintos detêm a informação necessária para que possam resolver as situações-problema descritas nesses sistemas (ROSA; OREY, 2014), pois na “maioria dos objetos, técnicas, tecnologias de quase todas as culturas sociais, a matemática se faz presente, em maior ou menor grau de complexidade, [de uma maneira] implícita ou explícita" (BIEMBENGUT, 2000, p. 137). Nesse contexto, a Etnomodelagem busca estudar os processos matemáticos locais desenvolvidos pelos das culturas africanas e afro-brasileiras.

Do ponto de vista da Etnomodelagem, os construtos êmicos são as narrativas, as descrições e as análises das ideias, noções, procedimentos, técnicas e práticas matemáticas que são expressas em termos dos esquemas e categorias conceituais consideradas apropriadas e significativas pelos membros do grupo cultural sob estudo (ROSA; OREY, 2014). Conforme essa asserção, esses construtos estão de acordo com as percepções, as compreensões e os entendimentos considerados adequados pelos membros de um determinado grupo cultural (ROSA; OREY, 2017).

A abordagem ética utiliza como ponto de partida os conceitos, as teorias e as hipóteses que foram desenvolvidas externamente aos membros do grupo cultural sob estudo. Essas perspectivas teóricas e conceituais foram desenvolvidas pelos investigadores e educadores, devendo ser precisas, lógicas, compreensivas, replicáveis, abrangentes e independentes dos observadores e pesquisadores (ROSA; OREY, 2014).

Nesse direcionamento, a Etnomodelagem enfatiza a organização e a apresentação das ideias e procedimentos matemáticos desenvolvidos pelos membros de grupos culturais distintos a fim de facilitar a sua comunicação e transmissão através das gerações. Nesse sentido, os membros desses grupos elaboram etnomodelos de práticas matemáticas encontrados em sistemas socioculturais, que conectam o patrimônio e a herança cultural com o desenvolvimento de práticas matemáticas (ROSA; OREY, 2014).

Em nosso ponto de vista, essa abordagem possibilita a utilização dos aspectos êmico e ético do conhecimento matemático por meio do desenvolvimento e da construção de etnomodelos em uma perspectiva dialógica.

Etnomodelos

Frequentemente, os modelos matemáticos tradicionais desconsideram as implicações dos aspectos socioculturais desenvolvidos pelos membros de outros grupos culturais.

Assim, no processo da Etnomodelagem, o componente cultural é de fundamental importância, pois as narrativas orais e escritas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos enfatizam a unidade da cultura, vendo-a como um todo coerente e um conjunto de práticas e valores que são incompatíveis com a racionalidade da elaboração de modelos matemáticos tradicionais (ROSA; OREY, 2017).

Considerando a natureza do conhecimento matemático, o que se entende por componente cultural é amplamente diversificado, variando do desenvolvimento dos procedimentos matemáticos que são socialmente produzidos, aprendidos e acumulados pelos membros de grupos culturais distintos às práticas acadêmicas compostas por sistemas simbólicos abstratos, que possuem uma lógica interna capaz de organizar a própria estrutura matemática (READ, 2004).

Por outro lado, existem modelos matemáticos éticos, que são construídos de acordo com a visão dos observadores externos sobre as ideias, procedimentos e práticas matemáticas desenvolvidos pelos membros desses grupos. Então, os etnomodelos éticos representam a maneira pela qual os etnomodeladores entendem como o mundo desses membros funciona enquanto que os etnomodelos êmicos representam a maneira pela qual os membros que vivem nesses grupos culturais entendem como o seu mundo realmente é (ROSA; OREY, 2017).

Nessa perspectiva, Cortes e Orey (2020) afirmam que os etnomodelos são descritos como artefatos culturais que são ferramentas utilizadas para possibilitar o entendimento e a compreensão dos sistemas retirados do cotidiano dos membros de grupos culturais distintos. Então, os etnomodelos podem ser considerados como representações que são precisas e consistentes com o conhecimento científico e matemático que é socialmente construído, desenvolvido e compartilhado pelos membros desses grupos.

Por conseguinte, o principal para a elaboração dos etnomodelos é traduzir os construtos êmicos, como, por exemplo, as ideias, as noções, os procedimentos e as práticas matemáticas para o estabelecimento de relações entre o conhecimento conceitual local e as práticas matemáticas embutidas nesses construtos (ROSA; OREY, 2010).

De acordo com essa asserção, Read (2004) afirma que existem representações culturalmente construídas por fenômenos matemáticos externos que podem propiciar a sua organização interna. Porém, a maneira utilizada nessa representação emerge por meio da elaboração de uma estrutura abstrata e conceitual que fornece a forma e a organização para os fenômenos externos de um modo que não precisa ser consistente com a maneira e a padronização desses fenômenos como ocorrências externas.

Etnomodelos Êmicos dos Artefatos Culturais Mangbetu

Os etnomodelos êmicos estão baseados nas características que são importantes para os sistemas retirados do cotidiano dos membros, cujas atividades estão sendo modeladas. Por exemplo, com relação à cultura Mangbetu, os ângulos múltiplos de 45 graus são utilizados nos *designs* desenvolvidos pelos seus membros para a produção dos próprios artefatos culturais. A criação dos *designs* Mangbetu mostra como esses membros utilizam esses ângulos para embelezar esses artefatos, mostrando o desenvolvimento de sue processo criativo (SCHILDKROUT; KEIM, 1990).

Assim, ao restringirem a utilização da medida dos ângulos que são múltiplos de 45 graus, os artesãos desse grupo cultural exibem os seus *saberes* geométricos, que são empregados em vários *designs* Mangbetu, demonstrando sua engenhosidade na produção desses artefatos (EGLASH, 2002). A figura 2 mostra um penteado adornado com pinos de marfim que estão geometricamente dispostos no gorro Mangbetu.

Figura 2: Penteado Mangbetu adornado com pinos de marfim dispostos em um gorro

Fonte: Rosa e Orey (2017)

Para Rosa e Orey (2017), nessa figura há um pino de marfim com o formato de flecha, que está direcionado horizontalmente (zero graus) na cabeça. Nesse penteado, existe outro pino de marfim que termina com um disco e que forma um ângulo de 135 graus com o pino que tem o formato de seta. Observa-se também que o nó na parte de cima do gorro forma uma ângulo de 90 graus com o pino que termina em disco.

É importante ressaltar que um dos pinos do gorro tem um disco em sua extremidade que é perpendicular à sua haste, estando inserido perpendicularmente ao gorro. À sua direita, há um pequeno pino em formato de flecha marfim presa horizontalmente ao gorro, formando, então um ângulo de 135 graus com o gorro (ROSA; OREY, 2017).

Cada parte do conjunto foi alinhado por um ângulo múltiplo de 45 graus. Este estilo de adorno inclui um alongamento artificial da cabeça, que foi realizado por meio do envolvendo uma faixa de tecido ao redor da cabeça. Assim, o alongamento da cabeça resultou em um ângulo de 135 graus entre a parte de trás da cabeça e o pescoço (ROSA; OREY, 2017).

outro artefato cultural desenvolvido pelos africanos está relacionado com os instrumentos musicais, pois a música está frequentemente associada com a Matemática. Assim, em alguns grupos culturais africanos existem casos de repertório musical por meio dos quais pode-se evidenciar estruturas musicais que são comparáveis às construções matemáticas (ROSA; OREY, 2017).

Por exemplo, essas estruturas estão presentes no acompanhamento musical realizado com a harpa de cinco cordas (figura 3) utilizada pelos poetas e músicos *nzakara* e *zande*, que vivem em um território entre a República Centro-Africana, a República Democrática do Congo e o Sudão.

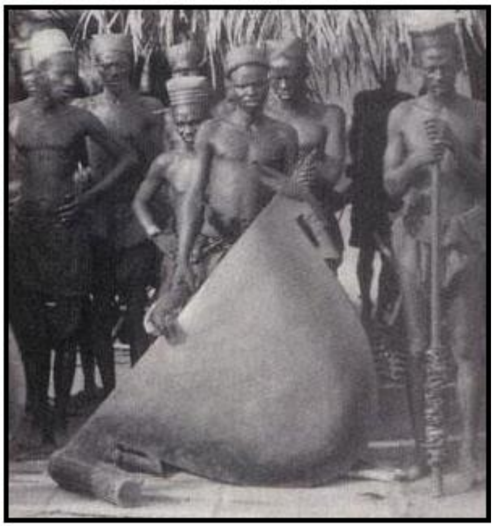
Figura 3: Harpa de 5 cordas do povo *nzakara* e *zande*

Fonte: Rosa e Orey (2017)

Esse instrumento de cordas possui um braço (haste) que forma um ângulo de 135 graus em relação ao corpo do instrumento. As cabeças entalhadas na parte superior da harpa formam um ângulo de 90 graus entre a parte de trás e o pescoço da escultura, produzindo uma afinação musical ressonadora. A distorção observada no corpo da harpa evidencia um pensamento geométrico ativo ao invés de uma reflexão anatômica passiva em relação ao conhecimento angular (ROSA; OREY, 2017).

Similarmente, os objetos desenvolvidos pelo povo *Mangbetu* utilizam ângulos múltiplos de 45 graus, como os ângulos de 135 graus e de 90 graus na construção de seus artefatos culturais (EGLASH, 2002). A figura 4 mostra o tambor confeccionado pelos membros desse grupo cultural, que é um instrumento musical cujo corte realizado em sua superfície superior forma um ângulo de 45 graus em relação à vertical.

Figura 4: Tambor Mangbetu



Fonte: Rosa e Orey (2017)

Assim, o conhecimento desenvolvido pelos membros desses grupos culturais africanos revela o desenvolvimento de pensamentos matemáticos, que refletem o conhecimento angular utilizado na confecção dos artefatos culturais.

Etnomodelos Êmicos da Escultura de Marfim Mangbetu

A análise das ideias matemáticas implícitas nos alfinetes de chapéus, que são considerados esculturas de marfim desenvolvidas pelos membros da tribo Mangbetu, que habitam uma região do Rio Uele no nordeste da República Democrática do Congo, na África, revela os procedimentos matemáticos relacionados com os algoritmos geométricos envolvidos em sua produção (ROSA; OREY, 2017).

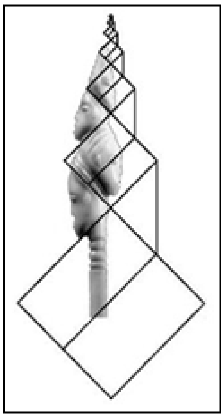
Nesse sentido, esses algoritmos fornecem instruções explícitas para a geração de um conjunto particular de padrões geométricos, que mostram a aplicação da *isometria* composta pelas três transformações no plano: a reflexão, a translação, a rotação e, também, o emprego da *homotetia* representada pela redução. Por exemplo, a figura 5 mostra um alfinete de chapéu de marfim decorativo que é composto por um design homotético de redução (ROSA; OREY, 2017).

Figura 5: Escultura Mangbetu de Marfim

Fonte: Adaptado de Rosa e Orey (2017)

Essa escultura é composta por quatro cabeças similares, cujos tamanhos são reduzidos de baixo para cima, mostrando a existência de um padrão geométrico subjacente a esse artefato cultural (ROSA; OREY, 2017). Nesse sentido, Eglash (2001) afirma que a combinação da técnica da construção do ângulo de 45 graus com a aplicação das propriedades da homotetia de redução pode revelar a estrutura matemática subjacente da escultura de marfim (figura 6) que possui três características geométricas relevantes.

Figura 6: Estrutura matemática subjacente da escultura de marfim



Fonte: Rosa e Orey (2017)

Conforme Eglash (2002), a figura 6 mostra as três características geométricas da escultura de marfim Magbetu:

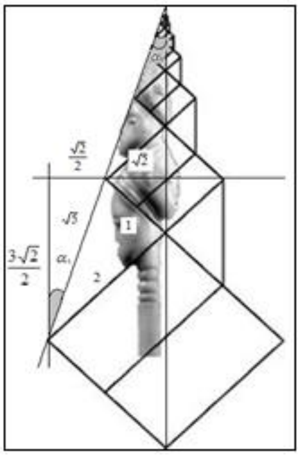
a) Cada cabeça na posição superior é maior em comparação aquela situada na posição inferior, sendo que as suas faces estão posicionados em sentido oposto.

b) Cada cabeça pode ser moldada por duas semiretas, que se interceptam formando um ângulo de aproximadamente 90 graus. Uma semireta passa pela mandíbula equanto que a outra passa acima da testa de cada cabeça.

c) Existe uma assimetria nesse artefato cultural, pois o lado esquerdo mostra um ângulo distinto que mede aproximadamente 20 graus em relação à vertical.

De acordo com Rosa e Orey (2018), nesse contexto, a análise geométrica da escultura de marfim por meio da qual a sequência de quadrados reduzidos pode ser construída por meio de um processo iterativo que bissecta um quadrado para determinar o comprimento do lado do quadrado seguinte (figura 7).

Figura 7: Relações geométricas na estrutura iterativa da escultura de marfim



Fonte: Rosa e Orey (2017)

No entanto, não é possível afirmar com certeza se esta construção iterativa de quadrados está relacionada com a ideia matemática subjacente à confecção dessa escultura. Contudo, essa iteração corresponde com as características da matemática acadêmica que foram identificadas nesse processo (EGLASH, 2002; ROSA; OREY, 2017). De acordo com esse diagrama, como α_1 e α_2 são ângulos alternos internos formados por uma transversal que intersecta duas retas paralelas, assim, temos que:

$\alpha_1 = \alpha_2$. Assim, se a $tg\,\alpha_1 = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \dfrac{1}{3}$, então $\alpha_1 = arctg\dfrac{1}{3} \cong 18°$.

Na escultura de marfim, o lado esquerdo mede cerca de 20 graus em relação à vertical, enquanto que na estrutura quadrada iterativa esse lado mede aproximadamente 18 graus (EGLASH, 2002).

Esse algoritmo de construção pode ser continuado indefinidamente, sendo que a estrutura resultante pode ser empregada em uma ampla variedade de aplicações no processo de ensino e aprendizagem em matemática, de construção processual simple à trigonometria

(ROSA; OREY, 2017). Assim, os etnomodelos com base nas culturas africana ou afro-brasileiras podem ser utilizados em sala de aula conforme proposto pela Lei 10.639/03.

Considerações Finais

Com a existência de uma lei específica para a inserção do conhecimento do histórico, social e científico dos membros de grupos culturais afro-brasileiros e africanos, existe a necessidade da inserção efetiva das culturas africanas e afro-brasileiras em todos os componentes do currículo escolar. Assim, em virtude da composição étnica da maioria da população brasileira e, particularmente, dos alunos da rede pública educacional, existe a necessidade da adoção da Lei 10.639 (BRASIL, 2003) em todos os níveis e modalidades de ensino.

Nesse direcionamento, essa lei também deve ser implementada nas aulas de Matemática em conjunção com outras propostas didático-pedagógicas, como, por exemplo, a Etnomodelagem e os seus etnomodelos, que visam ressaltar os *saberes* e *fazeres* matemáticos africanos e afro-brasileiros relacionados com os conhecimentos de matriz africana.

Então, ao se realizar um estudo mais detalhado sobre essa lei e as suas diretrizes, verifica-se a existência de um espaço significativo para que sejam realizadas reflexões, discussões e debates sobre a utilização do Programa Etnomatemática e da Pedagogia Culturalmente Relevante no ensino e aprendizagem em matemática.

Nesse contexto, os estudos referentes às práticas matemáticas realizadas no continente africano podem revelar possibilidades de inserção da cultura africana na elaboração das atividades curriculares propostas em salas de aula. O principal objetivo dessa abordagem é contribuir para a valorização das ideias, dos procedimentos e das práticas matemáticas relacionadas com as raízes das culturas ancestrais africanas que auxiliaram na formação do povo brasileiro.

Referências

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem & etnomatemática: pontos (in)comuns. In DOMITE, M. C. S. (Ed.). **Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm1**. São Paulo, SP: FE-USP, 2000. pp. 132-141.

BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional.** Brasília, DF: MEC, 1996.

BRASIL. **Lei no. 10.639, de 9 de Janeiro de 2003.** Brasília, DF: Casa Civil, 2003.

BRASIL. ***Re*solução CP/CNE nº 1, de 17 de Junho de 2004**. Diretrizes curriculares nacionais para a educação das relações étnico-raciais e para o ensino de história e cultura afro-brasileira e africana. Brasília, DF: MEC, 2004.

CORTES, D. P. O.; OREY, D. C. Connecting ethnomathematics and modelling: a mixed methods study to understand the dialogic approach of ethnomodelling. **Revemop**, v. 2, n. 2, p. 1-25, 2020.

CUNHA, H. JR.. Africanidade, afrodescendência e educação. **Revista Educação em Debate**, v. 23, n. 2, p. 5- 15, 2005.

EGLASH, R. **African fractals**: modern computing and indigenous design. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press, 2002.

GAY, J.; COLE, M. **The new mathematics and an old culture**: a study of learning among the Kpelle of Liberia. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston, 1967.

Orey, D. C.; Rosa, M. (2018). Explorando a abordagem dialógica da etnomodelagem: traduzindo conhecimentos matemáticos local e global em uma perspectiva sociocultural. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, V. 11, n. 1, 179-210, 2018.

RAUM, O. **Arithmetic in Africa**. London, England: Evans Brothers, 1938.

READ, D. W. Mathematical modelling issues is analytical representations of human societies. **Cybernetics and Systems: An International Journal**, v. 35, n. 2-3, p. 163-172, 2004.

ROSA, M. **A mixed-method study to understand the perceptions of high school leaders about English Language Learners (ELL):** the case of mathematics. College of Education. Doctorate Dissertation. Sacramento, CA: California State University, 2010.

ROSA, M.; OREY, D. C. Ethnomodeling: an ethnomathematical holistic tool. **Academic Exchange Quarterly**, v. 3, p. 14-23, 2010.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Etnomodelagem**: a abordagem dialógica na investigação de saberes e técnicas êmicas e éticas. Contexto & Educação, v. 2, n. 94, p. 132-152, 2014.

ROSA, M.; OREY, D. C. A etnomatemática, a pedagogia culturalmente relevante e a lei 10.639/03: uma perspectiva sociocultural no ensino e aprendizagem em matemática. In: BANDEIRA, F. A.; GONÇALVES, P. G. F. (Orgs.). **Etnomatemáticas pelo Brasil: aspectos teóricos, *ticas de matema* e práticas escolares.** Curitiba, PR: Editora CRV, 2016.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Etnomodelagem**: a arte de traduzir práticas matemáticas locais. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2017.

SCHILDKROUT, E.; KEIM, C. A. **African reflections**: art from northeastern Zaire. New York, NY: AMNH, 1990.

ZASLAVSKY, C. **Africa counts: number and pattern in African culture.** Boston, MA: Prindle, Weber & Schmidt, 1973.

Hassan Ahmed Abdel Rahman Muhammed Al-Banna: contribuições para a construção do pensamento matemático do Magrebe

Hassan Ahmed Abdel Rahman Muhammed Al-Banna: contributions to the construction of mathematical thought in the Maghreb

Sheila de Jesus Costa Soares[1]
UFOP
sheilasoares54@gmail.com

Davidson Paulo Azevedo Oliveira
CEFET MG
davidsonmat@yahoo.com.br

Resumo
O pensamento matemático islâmico medieval viveu seu apogeu entre os séculos IX e XV, entretanto, esse é um período ainda pouco historiado no Brasil. Os primeiros estudos que estão surgindo, ainda se restringem à Badgá e Samarcanda. Frente ao exposto, lançaremos luz, mais especificamente, na Região do Magrebe, berço de grandes estudiosos, dentre eles, Hassan Ahmed Abdel Rahman Muhammed al-Banna, mais conhecido simplesmente como al-Banna (1256 - 1321). Nesse sentido, o presente trabalho, de cunho bibliográfico e documental, visa realizar uma breve exposição de como se desenvolveu o pensamento matemático nessa região e apontar as supostas contribuições desse sábio magrebino. Para tanto, tomaremos como base os levantamentos históricos de Djebbar (1995; 2016), Berggren (2016), Aissani (2019) articulando com as considerações de Oliveira, Rosa e Viana (2014) relacionados às possibilidades e limites da História da Matemática na sala de aula.

Palavras-chave: Matemática Islâmica Medieval; História da Matemática; História e Ensino de Matemática.

Abstract
Medieval Islamic mathematical thinking reached its peak between the ninth and fifteenth centuries, however, this is a period that has not been historized in Brazil. The first studies that are emerging are still restricted to the cities of Baghdad and Samarkand. Considering this, we will shed light, more specifically, in the Maghreb Region, the birthplace of great scholars, among them, Hassan Ahmed Abdel Rahman Muhammed al-Banna, better known simply as al-Banna (1256 - 1321). In this sense, the present article, of bibliographic and documentary nature, aims to make a brief exposition of how mathematical thinking developed in this region and point out the supposed contributions of this wise from Maghreb. In order to do that we will take as a basis the historical surveys of Djebbar (1995; 2016), Berggren (2016), Aissani (2019) articulating with the considerations of Oliveira, Rosa and Viana (2014) related to the possibilities and limits of the History of Mathematics in the classroom.

Keywords: Medieval Islamic Mathematics; History of Mathematics; History and Mathematics Teaching.

[1]Agradeço à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) pela oportunidade e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por financiar meus estudos.

Introdução

Da medida do tempo à compreensão do espaço, da posição do sol à posição do homem no universo, das invenções humanas mais antigas às mais avançadas tecnologias, das classificações na tabela de um campeonato de futebol à altura máxima que a bola atinge até entrar na trave, a Matemática tem sido o sustentáculo do qual dependem as evoluções e as descobertas humanas. Almeida (2013, p. 19) estima que os primeiros passos da jornada matemática foram dados pelos povos antigos da Mesopotâmia, Egito, Índia, Grécia e África, "com conotações sociais: Pinturas corporais, adornos, tatuagens, etc., com características geométricas, podem ser sinais distintivos de clãs, de tribos, de posições sociais e de outros atributos importantes para a vida em conjunto". Foram nessas culturas que nasceram as primeiras linguagens básicas de números e cálculos, sendo essa uma concepção consensual entre alguns historiadores da Matemática, tais como Boyer (2003), Eves (2011) e Roque (2012).

Todavia, quando se aponta para os processos de construção do pensamento matemático medieval, percebe-se uma tendência em restringi-los a um caráter eurocêntrico que dão ênfase ao Renascentismo Europeu, que permitiu novas descobertas em várias áreas de conhecimento, incluindo a Matemática, em detrimento das descobertas de outras culturas como os islâmicos, por exemplo.

Fazendo uma breve busca nos principais catálogos de teses e dissertações da Capes, identifica-se que vários estudos foram produzidos no Brasil relacionados à cultura islâmica. Porém, no que se referem à História da Matemática, os estudos se apresentam ainda bem escassos. Embora nos últimos anos a temática vem, mesmo que de forma tímida, ganhando espaço na academia. Constata-se que os trabalhos no Brasil estão em ascensão. Podendo citar, por exemplo, o *Simpósio de Estudos sobre as Matemáticas Islâmicas* ocorrido em Junho de 2020 e organizado pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática das Universidades Estadual do Ceará e Federal do Rio Grande do Norte. Os trabalhos tinham por foco apresentar alguns sábios e suas respectivas contribuições para o desenvolvimento científico matemático, e que ainda estão ocultos dos relatos históricos, principalmente em Bagdá e Samarcanda[2]. Portanto, esse artigo pretende apresentar os primeiros estudos de uma

[2] Os sábios que foram apresentados no *Simpósio de Estudos sobre as Matemáticas Islâmicas* são: Al-Khwarizmi (780-850), Abu Kamil (940-998), Al-Biruni (973-1048), Al-Khayyam (1048-1131), Sharaf al-Tusi (1135-1213), Nasir al-Tusi (1202-1274), Kazi-Zade (1364-1436), Al-Kashi (1380-1429).

região ainda pouco explorada, a saber, Magrebe, situada na região ocidental do norte do continente africano.

Morey (2017) salienta que no Brasil, embora sejam propagadas, de forma bem restrita, algumas contribuições dos estudiosos islâmicos medievais à Matemática e às Ciências de modo geral, constata-se a existência de uma lacuna de bibliografia sobre essa temática, e essa lacuna deve-se ao fato de que há bem pouco tempo a comunidade acadêmica reavaliou a importância das ciências islâmicas na formação do pensamento científico moderno.

Nesse sentido, concordamos com Morey, Oliveira e Nascimento (2021, p. 9) quando afirmam que “sendo a História da Matemática um campo vastíssimo que comporta uma infinidade de enfoques, a falta de diversidade bibliográfica é um obstáculo a ser vencido”,

Por conseguinte, no presente artigo, que é o recorte de uma pesquisa de Mestrado em andamento, propomo-nos, como objetivo geral, apresentar as considerações iniciais de como se deu o desenvolvimento do pensamento matemático na região do Magrebe, e, especificamente, apresentar as primeiras considerações relacionadas ao estudioso magrebino, Hassan Ahmed Abdel Rahman Muhammed al-Banna, mais conhecido por Ibn al-Banna (1256 - 1321).

Esse trabalho justifica-se pela necessidade de levantarmos cada vez mais produções relacionadas a essa temática, a fim de contribuirmos para a difusão desse conhecimento na academia brasileira. Acreditamos que esse tem muito a contribuir para a Educação Matemática, no sentido que, estaremos rompendo com o eurocentrismo, ainda predominante no meio e, consequentemente, refletido no chão da sala de aula, tendo em vista que a principal função das produções é impactar o dia a dia de alunos e professores, uma vez que, conforme argumentam Oliveira, Rosa e Viana (2014), a utilização da História da Matemática figura como uma aliada da metodologia de ensino, que procura auxiliar os professores e estudantes no ensino e na aprendizagem em Matemática.

Sendo assim, julgamos como necessário e contributivo, levantar o véu[3] sobre essa região, o Magrebe, que goza de uma diversidade cultural, política, religiosa e cientifica, que

[3] Essa expressão faz referência ao manuscrito, que será analisado posteriormente na dissertação de Mestrado que motivou a escrita desse artigo. Intitulado *Raf al-hijab (O levantando o véu sobre nas operações de cálculo) por Ibn Al-Banna*, datada por volta de 1321 e traduzida do árabe para o francês em 1988, por Mohamed Aballagh, em tradução da edição crítica e estudo filosófico e análise matemática, para sua tese de doutorado pela Universidade de Paris- I-Pantheon-Sorbonne-Paris.

produziu grandes sábios, como al-Banna, e muito colaborou para a construção do pensamento matemático da humanidade – que serão apresentados nas duas seções, respectivamente, logo após os referenciais teóricos- metodológicos.

Referenciais teóricos –metodológicos

O presente artigo apresenta-se como sendo um estudo de cunho bibliográfico e documental de caráter expositivo. De acordo com Oliveira (2007, p. 69), a pesquisa documental caracteriza-se como sendo "um estudo e análise de documentos de autoridade científica tais como livros, periódicos, enciclopédias, ensaios críticos, dicionários e artigos científicos". Já a pesquisa bibliográfica caracteriza-se por remeter para os aportes de diferentes autores sobre o tema, apontando para as fontes indiretas, ou seja, a diferença está na natureza das fontes. Enquanto a primeira prioriza as fontes diretas, a segunda utiliza-se das fontes indiretas.

Embora, sabemos que, de acordo com a historiográfica atualizada – ou contemporânea –, é importante que a análise de um texto histórico esteja orientada pelas três esferas de análise, a saber: a epistemológica, a historiográfica e a contextual, contudo, a priori, não abordaremos essas questões, tendo em vista que esse é o primeiro contato com os dados. Ressaltamos, de antemão, que não é pretensão desse texto esgotar o tema – ao contrário. As primeiras impressões aqui registradas serão devidamente aprofundadas.

Sad e Silva (2008) ressaltam que para qualquer investigação, é necessária a escolha de um referencial teórico-metodológico para embasamento. Sendo assim, esse trabalho se vincula à exposição proposta e baseia-se em documentos que tratam das construções científicas do pensamento matemático islâmico medieval, e para tanto, privilegia as considerações de Djebbar (1995; 2016), Berggren (2016) e Aissani (2019).

Levantando o véu sobre a tradição matemática do Magrebe

Geograficamente, o extremo ocidental do mundo islâmico, designando-se uma região do Noroeste da África, composta por cinco países: Marrocos, Tunísia, Argélia, Mauritânia e Saara Ocidental, como podem observar no mapa a seguir (figura 1):

Figura 1: Mapa da região do “Grande Magrebe”.

Fonte: Google Maps (2012).

Apoiados em Djebbar (1995), ressaltamos que, no que diz respeito às construções dos conhecimentos científicos, e mais particularmente, ao pensamento matemático que se desenvolveu no quadro da civilização islâmica, não nos é possível falar de uma tradição específica do Magrebe, como adverte Djebbar (1995):

> Quando se trata do conteúdo das atividades científicas, e mais particularmente da Matemática, que ocorreu dentro da estrutura da civilização árabe-islâmica, não é possível falarmos sobre uma tradição específica no Magrebe (em oposição à da Espanha muçulmana ou do Oriente). Na verdade, só podemos falar de uma grande tradição, a Matemática árabe[4] - isto é, aquelas que foram pensadas, escritas e ensinadas em Língua árabe (também chamada de Matemática dos países do Islã) -, que se desenvolveu no Oriente desde o final do século VIII, e que foi parcialmente transmitida às cidades do Ocidente Muçulmano e da Ásia Central, depois para o sul da Europa, por meio de traduções (principalmente latim e hebraico). (DJEBBAR, 1995, p. 2, tradução nossa).

Destarte, essa tradição, conforme explica Djebbar (1995), foi assimilada, revivida e enriquecida pelos círculos científicos dos diferentes países do Islã e não somente no Magrebe. Por conseguinte, era descentralizada e não se caracterizava como uma corrente linear.

Djebbar (1995) ainda afirma que Magrebe estreitou relações e firmou alianças com a Espanha muçulmana durante toda a Idade Média. Considerando os laços econômicos, políticos e culturais muito estreitos que foram forjados entre essas duas regiões, e dada à importância quantitativa e qualitativa da transmissão da produção científica de cada uma destas duas regiões é que consideramos estar alicerçada essa construção de conhecimento.

---

[4] Contudo, não compactuamos com a colocação dos termos usados por Djebbar (1995) ao referir-se á construção do pensamento matemático islâmico como sendo “Matemática árabe” por dois motivos: i) Não podemos falar em uma Matemática, se considerarmos que a Matemática, nessa época, ainda não gozava de status unitário ou como disciplina especifica como concebemos hoje. ii) O “árabe”, refere-se à língua e/ou etnia, ou seja, pode ser que alguém fale árabe, mas não pertença ao povo árabe Em contrapartida, o termo “islâmico”, refere-se à sociedade, as leis, crenças e cultura, que pode ou não ter relação com a religião Muçulmana. Sendo o conhecimento matemático parte da cultura científica, julgamos mais apropriado o termo Matemática Islâmica, nesse contexto.

Segundo Djebbar (1995), as atividades matemáticas no Magrebe durante o século X são pouco conhecidas. Pouco daquilo que foi produzido e ensinado naquela época chegou até nós. Os biógrafos mantiveram apenas alguns nomes de pessoas que se deram a conhecer por sua atividade em matemática ou por seus interesses em outras disciplinas. O que temos como certo no que diz respeito às atividades científicas desta região são os testemunhos que chegaram aos especialistas sobre estas atividades entre os séculos IX e XI, que permitiu concluir que o primórdio da Matemática, nesta região da África.

Porém, Djebbar (2016) enfatiza que mesmo que pouca escrita matemática produzida no Magrebe durante este período tenha chegado até nós, sabemos, a partir das fontes históricas que os califas desta dinastia incentivaram atividades científicas e até mesmo as financiaram, como fez, por exemplo, o califa al-Mucizz (953 - 975), um entusiasta da ciência e, mais particularmente da astronomia.

Aïssani (2019) assegura que, o início das atividades científicas no Magrebe, deu-se em Kairouan, local onde pode ser considerado como o primeiro centro intelectual do Magrebe, a partir do final do século IX. Foi esta cidade que recebeu os primeiros exemplares de traduções de textos gregos: os Elementos de Euclides, o Almagest de Ptolomeu, assim como as primeiras obras muçulmanas, a exemplo do livro sobre aritmética indiana de al-Khawarizmi (falecido em 850) e foi também nesta cidade que uma grande escola de medicina foi criada no século X.

Conforme explica Aïssani (2019), entre os primeiros estudiosos matemáticos deste período estava Shuqran Ibn Ali, um especialista em ciência do cálculo. “No entanto, o cientista mais famoso de Kairouan é Ibn Abi Ridjal (1034), tutor do Zirid amir al-Muizz, que era um astrólogo e astrónomo de renome, conhecido na Europa como Albohazen (ou Aben Rajel)”. Diz-se que ele esteve presente nas observações astronômicas feitas em Bagdá em 989.

Corroborando com essa afirmação, Djebbar (1995) também confirma a importância desse estudioso na construção do pensamento matemático de Magrebe. Esse autor ainda afirma que Abi Ridjal (1034) publicou obras em Matemática e astronomia, que não chegaram até nós, e que esse também era interessado em Astronomia, inclusive, graças a essa última citada que o levou a ser conhecido na Europa do século XII, com seu livro al-Brifak-mannujm (O livro Brilhante sobre os julgamentos das estrelas), que foi traduzido, do árabe para o latim, por Constantino.

Porém, poucas obras islâmicas medievais foram traduzidas para outros idiomas. Quanto a isso, Morey (2017) afirma que “alguns períodos da História da Matemática não são muito bem historiados devido à escassez de documentos”; e de acordo com a autora, essa falta de documentos pode ter sido um fator fundamental que fez com que a Idade Média Islâmica tenha sido pouco historiada. Consequentemente, as contribuições dos estudiosos dessa época e civilização não foram tão difundidas no ocidente, como as contribuições de al-Banna.

Ao falar sobre as contribuições de al-Banna no cenário cultural magrebino, Djebbar (2016) afirma que essas são raras de serem encontradas, mas que são importantes para o desenvolvimento local. O autor afirma que esse estudioso “publicou trabalhos sobre a Ciência do Cálculo, Geometria de medição e álgebra. Ele também teve uma contribuição original na Análise Combinatória que segue o trabalho de Ibn al-Muncim”.

Levantando o véu sobre a contribuição de Ibn al-Banna

Foi em Magrebe, mais especificamente na cidade de Fez, a convite do Sultão, que Hassan Ahmed Abdel Rahman Muhammed al-Banna (1256 – 1321) solidifica-se como um famoso estudioso do pensamento matemático.

Segue-se a isso, a construção do pensamento matemático do Magrebe é então identificada a partir de um conhecimento estabilizado. Na verdade, foi durante os séculos XIII a XIV que o conteúdo desta construção e sua pedagogia, sob a influência decisiva da escola de Marraquexe com, à sua frente, o famoso estudioso Ibn al-Banna, que será retransmitido por seus alunos, depois por seus comentadores. Vários deles são, de fato, da Argélia e da Tunísia, segundo afirma Aïssani (2019).

Al-Banna surge nesse cenário, historicamente falando, como professor na universidade de Fez. Conforme Djebbar (1995), ele nasceu e cresceu em Marraquexe e lá adquiriu excelente formação em vários campos científicos e quando adulto, foi lecionar na cidade de Fez, que se tornará, após a queda dos Almóadas, a capital da dinastia Merinide, e que tentará competir, no plano intelectual, com Marraquexe, única cidade que teve o privilégio de ter sido, durante quase dois séculos (1062-1248), a capital do Magrebe na sua totalidade, incluindo grandes áreas subsaarianas. (DJEBBAR, 1995).

Conforme afirma Aïssani (2019, p. 25), “Abu l'Abbas Ahmed, um descendente direto os príncipes Hamaditas foi discípulo direto de al-Banna. O Idjaza (diploma) que lhe emitiu pelo seu mestre foi encontrado na cópia do Talkhis, na coleção de manuscrito da Escorial (Espanha)”.

Segundo Aïssani (2019), o Talkhis (*Resumo das Operações de Cálculo*), escrito por al-Banna, foi um dos tratados de ciências mais famosos do Magrebe. O tratado é um curso de quarenta páginas ditado aos seus alunos relativo às operações de cálculo. Ele desempenhou um papel fundamental no ensino, como evidenciado por muitos de seus comentários. Na verdade, ele vai iniciar a tradição científica do Magrebe do século XIV, que será baseado no Sharh (comentários) e no Ikhtisar (abreviado). Houve mais de quinze Sharh (comentários) dedicados à explicação ou ao desenvolvimento e, às vezes, até mesmo a crítica do Talkhis. Esses comentários são diferenciados uns dos outros pelo uso ou não do simbolismo algébrico e pelo recurso ou não à crítica de certas definições e a demonstração de proposições e algoritmos. O principal comentário dos Talkhis, o Rafc al-Hijāb *(O levantamento do véu nas operações de cálculo*) foi escrito pelo próprio Ibn Al-Banna por volta de 1302.

Em relação a estes comentários escritos por al-Banna, Aïssani (2019) expõe que:

> De acordo com o Sr. Aballagh, este comentário não deve ser classificado entre os comentários clássicos. Na verdade, Ibn Al-Banna não queria compô-lo para explicar o conteúdo matemático dos Talkhīs, mas sim, para defender o seu projeto matemático e explicar algumas das formulações contidas no Talkhis que foram criticadas. Deve, portanto, ser considerado como um complemento teórico dos Talkhīs. (AÏSSANI ,2019, p. 25, tradução nossa).

Conforme afirma Djebbar (1995), al-Banna teria sido o último estudioso de Magrebe que foi ativo na investigação, na medida em que resolveu problemas que eram novos para a época e que lhes trouxeram soluções originais ou que ele apresentou novas ideias. Mas, apesar das suas qualidades excepcionais, mencionadas por todos os biógrafos, a importância e o prestígio de al-Banna não provêm unicamente das suas obras com conteúdos matemáticos. De fato, o nosso estudioso distingue-se dos seus predecessores magrebinos pela riqueza e diversidade da sua produção.

Djebbar (1995) ainda estima que existem mais de 100 títulos escritos que lhe foram atribuídos, dos quais apenas 32 dizem respeito à Matemática e Astronomia, os outros, sendo dedicadas a disciplinas muito distantes umas das outras, tais como Linguística, Retórica, Astrologia, Gramática e Lógica.

Contudo, se partirmos do pressuposto que não existia essa fragmentação das disciplinas específicas como concebemos na atualidade, logo, se considerarmos a análise historiográfica textual, afirmar que essas disciplinas eram distantes umas das outras seria uma inadequação anacrônica.

Dejbbar (1995) afirma que entre os seus escritos científicos, são os relacionados com a Ciência do Cálculo que parecem ter assegurado a fama científica de al-Banna. Ele também tratou de questões no campo das frações, da álgebra, dos polinômios, das equações e análise combinatória.

Quando lançamos luz, particularmente, sobre as questões discutidas por al-Banna relacionadas com à Análise Combinatória, Oliveira (2021, p. 682) observa que esse sábio deu significativa contribuição para a construção do conhecimento relativo a essa temática apresentando um dos problemas em que “ele calcula o número de combinações de n elementos tomados p a p sem o uso de tabelas, por meio de raciocínio aritmético e recursivo”.

Além disso, al-Banna também apresentou questões relacionadas com uma grande variedade de situações cotidianas, tais como a encomenda de medicamentos, o cálculo do fluxo de água, e assim por diante. Em seus tratados também contém respostas matemáticas precisas a perguntas numa grande variedade de áreas da vida diária, tais como de um verso do Alcorão relativo à herança, à determinação do tempo da terceira oração diária, à explicação das fraudes relacionadas com os instrumentos de medição, à contagem do cálculo exato do imposto legal para um pagamento diferido deste imposto, etc. Por fim, chegou a publicar um livro original cujo conteúdo podia ser ligado, em alguns aspectos, à Etnomatemática. (DJEBBAR, 1995).

Considerações Finais

Nesse artigo, buscamos apresentar as considerações preliminares relacionadas aos primeiros dados colhidos do pensamento matemático islâmico medieval da região do Magrebe e lançando luz sobre o estudioso magrebino, al-Banna, um personagem que contribuiu, não só com a construção do pensamento matemático islâmico medieval, mas com o pensamento matemático da humanidade.

Consideramos que o objetivo inicial de romper com o eurocentrismo, que permeia a História da Ciência como um todo e em particular, a História da Matemática foi alcançado em alguma medida, pois, através de uma perspectiva não-eurocêntrica, apontamos que, o pensamento matemático islâmico propiciou diversos avanços durante a Idade Média contrariando o termo "idade das trevas", que ficou conhecido ao longo dos séculos em que o mundo teria estado imerso no obscurantismo e na ignorância.

Quanto a isso, Goldfard (1991, p. 33) assevera que, "esse termo torna-se obsoleto quando passamos analisar o período sob uma perspectiva que não se restringe à Europa Medieval". Essa autora afirma que, ainda que seja real o aparente marasmo durante séculos no Ocidente Europeu, isto não reflete em outras culturas como: o mundo árabe, chinês e hindu e outros.

Diante disso, defendemos que esse entendimento não fique restrito a produções acadêmicas, mas que reflita no ensino e aprendizagem das aulas de Matemática. Uma vez que compartilhamos do ponto de vista de Oliveira, Rosa e Viana (2014, p. 115) quando afirmam que "a História da Matemática pode servir como um instrumento para contextualizar as atividades curriculares matemáticas elaborados pelos professores de acordo com o contexto social, econômico e cultural".

Referências

AÏSSANI, D. **Les mathématiques maghrébines (XIe – XIXe siècles)**. "Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", Supplemento n.3, 2019.

ALMEIDA, M. C. **Origens da matemática: o nascimento da matemática**. XI Encontro Nacional de Educação Matemática Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013.

BERGGREN, J. L. **Episodes in the mathematics of medieval islam**. New York: Springer-Verlag Inc, 2016.

DJEBBAR, A. **Les Mathématiques dans l'espace méditerranéen: l'exemple d'al-andalus et du Maghreb**. Université Lille 1, Cité Scientifique, 59650 Villeneuve-d'Ascq Cedex, France, 2016.

DJEBBAR, A. **Les mathématiques dans le Maghreb medieval.** BULLETIN de l'AMUCHMA n° 15. Maputo (Mozambique), Institut Supérieur Pédagogique 1995.

GERDES, P. **Ideias matemáticas originárias da África e a educação matemática no Brasil**. Tópicos Educacionais, Recife,v. 18, n.1-2, jun./dez. 2012. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/viewFile/22335/18535

GERDES, P; DJEBBAR, A. ***African Mathematical Union Commission on the History of Mathematics in Africa.*** Universidade Pedagógica (UP), Maputo (Mozambique), 15.9.1995.

GOLDFARD, A. M. A. **Atanores, cimitarras, minaretes: Cultura árabe como tecido do saber sob o céu “medieval”.** Revista da SBHC, v. 5, p. 33-40, 1991.

GROS & DELETTREZ. **Livres & Manuscrits Orientalistes**. 17 Décembre 2014. Disponível em: https://www.bibliorare.com/wp-content/uploads/catalogue/pdf/G&D_17122014_bd.pdf acessado em 23 de abril de 2021.

MOREY, B. **A historiografia em russo sobre a matemática islâmica.** In Seminário Nacional de História da Matemática, XII. Itajubá, XII Seminário Nacional de História da Matemática, São Paulo: Livraria da Física. 2017, p. 6-15.

MOREY. B. B; OLIVEIRA, D. P. A; NASCIMENTO, A. P. P. **Tópicos de história da matemática islâmica medieval.** Histórias da Matemática em Estudos e no Ensino; 1. ed. – São Paulo: Livraria da Física, 2021.

OLIVEIRA, D. P, A; ROSA, M; VIANA, M. **A perspectiva sociocultural da História da Matemática na sala de aula: Possibilidades e limites.** REMATEC, Natal, RN, ano 9, n-16, maio-ago, 2014, p.107-129.

OLIVEIRA, D. P. A. **Notas de Análise Combinatória na Matemática Islâmica.** Número Especial –I Encontro Cearense de Educação Matemática Boletim Cearense de Educação e História da Matemática–Volume 08, Número 23, 677–690, 2021.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa.** Petrópolis, Vozes, 2007.

SAD, A. L; SILVA, S. C. M. **Reflexões Teórico-metodológicas para Investigações em História da Matemática.** Boletim de Educação Matemática, vol. 21, núm. 30, 2008, pp. 27-46 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro, Brasil.

Horta familiar com implicações no ensino e na aprendizagem de conteúdos matemáticos escolares

Family garden with implications for teaching and learning school mathematical content

Cintia Vieira de Paz dos santos
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
danyecintia@gmail.com

Sandra Maria Nascimento de Mattos
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
smnmattos@gmail.com

José Roberto Linhares de Mattos
Universidade Federal Fluminense
jrlinhares@gmail.com

Resumo
Este artigo tem como objetivo central apresentar uma proposta pedagógica, utilizando a etnomatemática por meio de hortas familiares, buscando a interdisciplinaridade e a contextualização dos conteúdos matemáticos escolares com os conhecimentos cotidiano dos alunos. A proposta pedagógica visa trabalhar pequenas hortas familiares com formatos variados. Esse projeto foi iniciado em 2020 na escola Municipal CIEP 401 Lucimar de Souza Santos, com trinta alunos do oitavo ano do ensino fundamental II, tendo sua continuação em 2021 com os mesmos alunos, agora no nono ano. Há, ainda, uma aproximação com as práticas docentes inovadoras e o fazer/saber da cultura dos alunos, os quais propiciem uma mudança criativa no ensino remoto em tempos de pandemia da Covid. Diante disso, a utilização de mini maquetes foi um atrativo para que os alunos, em ação coletiva com os familiares, desenvolvessem canteiros com formas geométricas. A supervisão da professora atuou como uma estratégia para emancipar ou dar autonomia aos alunos na busca dos diferentes conhecimentos, os quais foram necessários para a compreensão e estabelecer relação entre a teoria e a prática. Assim, podemos concluir que as hortas familiares se apresentam como uma ferramenta pedagógica com potencial para promover várias possibilidades de ensino e de aprendizagem, além de despertar o interesse dos alunos pela busca do conhecimento.

Palavras-chave: Etnomatemática; práticas inovadoras; ensino remoto; afetividade.

Abstract
The main objective of this article is to present a pedagogical proposal, using ethnomathematics through family gardens, seeking interdisciplinarity and the contextualization of school mathematical content with the students' daily knowledge. The pedagogical proposal aims to work small family gardens with different formats. This project was initiated in 2020 at the Municipal School CIEP 401 Lucimar de Souza Santos, with thirty students from the eighth grade of elementary school II, having its continuation in 2021 with the same students, now in the ninth grade. There is also an approximation with the innovative teaching practices and the know/do of the students' culture, which provide a creative change in remote education in times of the Covid's pandemic. Therefore, the use of mini models was an attraction for students, in collective action with their families, to develop flowerbeds with geometric shapes. The supervision of the teacher acted as a strategy to emancipate or give autonomy to students in the search for different knowledge, which were necessary for understanding and establishing a relationship between theory and practice. Thus, we can conclude that family gardens are

presented as a pedagogical tool with the potential to promote various teaching and learning possibilities, in addition to arousing students' interest in the search for knowledge.

Keywords: Ethnomathematics; innovative practices; remote teaching; affectivity.

Introdução

Na realidade de incertezas existentes no mundo atual, houve um fato global, atípico, que mudou de forma brusca o modo de viver de todos. A pandemia da Covid demanda o isolamento social, afetando todos os setores, sem exceção. Ressaltamos que a educação brasileira sofreu um grande impacto e, também, foi afetada de forma direta e indiretamente, tendo que fechar as escolas, fazendo com que os alunos ficassem sem aulas presenciais. Em princípio os professores se sentiram deslocados e impotentes, não podendo mais usar de forma direta suas ferramentas para exercerem suas atividades pedagógicas.

No entanto, foi necessário buscar novas possibilidades de ensino para que nesse cenário pandêmico não fossem interrompidas as possibilidades de aprendizagem. O governo impôs a realização de aulas remotas, com utilização de recursos tecnológicos e digitais e uso da internet, como solução imediata e cabível para o momento. Diante disso, duas situações foram visibilizadas: a primeira foi manter a segurança para docentes e discentes e a segunda foi a precariedade e a dificuldade para os processos de ensino e de aprendizagem, principalmente para os alunos, no que diz respeito aos aspectos socioeconômicos.

O presente artigo propõe uma discussão de como a etnomatemática pode inovar o ensino e a aprendizagem em aulas remotas, evidenciando que a mesma é apresentada como uma possibilidade pedagógica para trabalhar horta familiar. Além disso, o auxílio das aulas virtuais proporciona uma visão mais ampla dos conhecimentos matemáticos escolares para a construção dos mesmos. Ressaltamos, ainda, que a etnomatemática oportuniza que diferentes culturas sejam trazidas para o debate em sala de aula, com seus variados métodos de aprendizagens e maneiras de matematizar o mundo, tendo como propósito desenvolver a aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2000).

O conhecimento adquirido por meio da prática diária consolida os conteúdos matemáticos escolares apresentados nas aulas virtuais, já que este surge da necessidade de resolver problemas cotidianos. A etnomatemática por si só é um aspecto inovador na busca de novos métodos de conhecimentos matemáticos locais e, com auxílio das hortas familiares, é um instrumento pedagógico de fundamental importância no ensino da matemática escolar. Os alunos desenvolvem a aprendizagem significativa, dando sentido aos conhecimentos matemáticos escolares. Assim sendo, as hortas familiares permitem que esses conhecimentos sejam trabalhados na prática, envolvendo as relações diárias com os familiares.

A proposta metodológica de ensino faz-se interdisciplinar e contextualizada. O ensino remoto híbrido torna-se uma inovação nesse processo de ensino, trazendo a ousadia dos educadores para que os discentes que não estão em sala de aula virtual possam absorver os conhecimentos matemáticos escolares com ajuda presencial dos familiares e de forma remota com os educadores. O auxílio das hortas familiares contribui de forma significativa para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos escolares, já que facilita seu entendimento na prática. Diante do exposto, concluímos que para inovar é necessário fazer uma mudança criativa na prática docente, bem como, a maneira que os alunos aprendem, despertando o interesse em aprender.

Um breve panorama histórico do CIEP 401

A escola Municipal CIEP 401 Lucimar de Souza Santos localiza-se na Rua Marapendi, 13 – Parque Mucajá – Engenheiro Pedreira, Japeri/RJ. O município de Japeri está localizado geograficamente na região metropolitana do estado do Rio de Janeiro, fazendo parte da Baixada Fluminense. A escola foi mantida pelo estado até o ano de 2015, mas em 2019 foi municipalizada. Seu nome, Lucimar de Souza Santos, faz referência a uma aluna da rede, que segundo relatos, em um passeio na Quinta da boa vista foi pisoteada. É a 34ª escola no município de Japeri/RJ e foi municipalizada para atender as demandas do município.

O Projeto Político Pedagógico – PPP da Escola Municipal CIEP 401 Lucimar de Souza Santos – Educação infantil e Ensino Fundamental leva em conta a Lei de Diretrizes e Bases da Educação- LDB 9394/96 (BRASIL, 1996), a Constituição Federal Brasileira (BRASIL, 1988), o Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA (BRASIL, 1990) e demais deliberações e diretrizes vigentes. O PPP traz no seu teor que a comunidade escolar investigue e reflita sua realidade, repense e reorganize sua prática e preveja ações para um futuro melhor, buscando eliminar relações competitivas, corporativas e autoritárias. O PPP é o fruto da interação entre as finalidades da educação brasileira e o que se espera da coletividade escolar, em que, por meio da reflexão, estabelece ações necessárias para a transformação da realidade.

A horta escolar é um projeto pedagógico que faz parte do PPP da escola para contribuir de forma significativa na compreensão dos conhecimentos escolares desenvolvidos em sala de aula. Todos os professores são envolvidos nesse projeto, pois visa movimentar não só a comunidade escolar interna, como externa também, objetivando que os alunos carreguem para fora dos muros da escola as ideias de reciclagem, cuidados com a horta, compostagem, dentre outras ações, possibilitando a compreensão de que aquilo que aprendem, tem utilidade na vida diária deles.

Dificuldades e ousadia no acesso à aprendizagem

Na atual conjectura de pandemia, as medidas restritivas, criadas por meio de decretos impostos pelos governantes, são estabelecidas como garantia de prevenção e de segurança para os brasileiros. A solução, em caráter emergencial e excepcional, para dar continuidade aos processos de ensino e de aprendizagem foi o ensino remoto, estabelecido pela lei 14.040/2020 (BRASIL, 2020). Algumas das dificuldades trazidas pela pandemia para as escolas brasileiras, principalmente às públicas, foram reorganizar o calendário escolar e despertar o interesse dos alunos com aulas virtuais.

Ressaltamos que o município de Japeri possui grandes desigualdades sociais. Diante disso, podemos afirmar que, se existe falta de interesse por parte dos alunos, ocorre porque o ensino remoto apresenta um grande obstáculo para a aprendizagem, já que alguns não possuem recursos tecnológicos, tampouco internet para que possam interagir e acompanhar às aulas remotas. Assim, é necessário que os educadores estimulem e acompanhem os alunos no processo de aprendizagem de forma que os mesmos não desistam de estudar.

> As dificuldades enfrentadas por professores de escolas públicas acirram, ainda mais, a importância de ensinar. A maneira como ensinar, o acréscimo e acúmulo de atividades diárias, a necessidade de manter os estudantes ativos e aprendendo, impulsionam estes professores a desenvolverem práticas docentes decoloniais (MATTOS, 2020a). Cabe ressaltar que entendemos práticas docentes decoloniais como aquelas que buscam a justiça social com equidade de oportunidades e intervêm para que os estudantes desejem aprender e desenvolveram uma aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2000) com a interação de transcender aos aspectos da colonialidade impostos pela cultura hegemônica e opressora. (MATTOS; MATTOS, 2021, p. 14)

As mudanças ocorridas no âmbito escolar, com a introdução do modelo remoto de ensino, têm precarizado e dificultado a atuação dos educadores do CIEP 401. Por um lado, no que diz respeito à difusão dos conhecimentos aos discentes, eles foram afetados de forma crucial na aquisição dos mesmos que, muitas vezes, os levam a desistir de estudar. Por outro lado, pelas condições socioeconômicas que se tornaram mais um obstáculo ao ensino e à aprendizagem. Nessa perspectiva, os professores assumiram a incumbência de intervenção, apresentando novas possibilidades de ensino para manter os estudantes interagindo e participando.

É nessa ótica que a etnomatemática surge como um recurso pedagógico, trazendo a cultura de um determinado grupo sociocultural para propiciar o desenvolvimento intelectual dos indivíduos. Corroborando esse entendimento, recorremos a D'Ambrosio quando afirma que:

> Assim, poderíamos dizer que etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais. Nessa concepção, nos aproximamos de uma teoria de conhecimentos ou, como é moderadamente chamada, uma teoria de cognição (D'AMBROSIO, 1998, p. 5-6).

Ressaltamos que a etnomatemática assume relevância porque dá oportunidade de apresentar aquilo que é do conhecimento dos alunos e, ao mesmo tempo, religá-los aos conhecimentos matemáticos escolares. A percepção dessa relevância possibilita ao educador refletir sobre a importância de utilizar aspectos culturais, trazidos pelos alunos, em sala de aula para contextualizar os conteúdos matemáticos escolares. Knijnik *et al*. alertam-nos de que:

> O pensamento etnomatemático está centralmente interessado em examinar as práticas de fora da escola, associadas a racionalidades que não são idênticas à racionalidade que impera na Matemática Escolar, com seus estreitos vínculos com a razão universal instaurada pelo Iluminismo. Mas é preciso que se diga: olhar para essas outras racionalidades, sem jamais se esquecer do que está no horizonte, é pensar outras possibilidades para Educação Matemática praticada (KNIJNIK *et al*., 2020, p. 17-18).

Por outro lado, utilizar a etnomatemática não significa rejeitar o currículo acadêmico escolar, que é de fundamental importância na formação intelectual do aluno. Sua utilização mostra-nos que existe necessidade de mudança na forma de ensinar para a promoção da aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2000). Fazer a interação das aulas remotas, para ensinar a matemática escolar, com a matemática do cotidiano dá oportunidade de driblar os obstáculos e as barreiras à aprendizagem. Para Mattos e Brito (2012) é relevante que o educador busque conhecimentos cotidianos que interajam com os escolares. Os autores, ainda, afirmam que:

> O trabalho do campo é repleto de saber matemáticos, dando-nos a oportunidade de atravessarmos as fronteiras da sala de aula, para conhecermos a realidade do nosso aluno e, assim, compreendermos as dificuldades que eles enfrentam na escola, quando da aplicação dos conteúdos distanciados de seu contexto (MATTOS; BRITO. 2012, p. 969-970).

É importante ressaltar que uma metodologia pedagógica com a etnomatemática e criação das hortas familiares é de fundamental importância no processo educacional do aluno, em que o mesmo passa a refletir sobre as vivências de seu cotidiano de forma construtiva, fazendo um paralelo com os conceitos e conteúdos matemáticos escolares. Assim, norteamos uma inovação para às aulas remotas, isso é, aliamos prática à teoria.

Hortas escolares: caminhos para ensinar e aprender

As hortas escolares/familiares apresentam-se como uma ferramenta pedagógica com potencialidades múltiplas, ou seja, realiza uma educação interdisciplinar e contextualizada que envolve afetivamente docentes e discentes. Com a crise pandêmica acirrou mais ainda às necessidades socioeconômicas e alimentares entre os estudantes de escolas públicas, moradores de periferia e comunidades. Orientar o ensino por meio das hortas escolares/familiares possibilita a cooperação, a solidariedade e a empatia em relação às dificuldades enfrentadas no dia a dia dos estudantes brasileiros. Aproxima os docentes da realidade deles, bem como, cria hábitos alimentares saudáveis, além de desenvolver o ensino e a aprendizagem de forma significativa. Segundo Trentin e Pereira:

> A horta inserida no ambiente escolar torna-se um laboratório vivo de possibilidades no desenvolvimento de diversas atividades pedagógicas, unindo a teoria e a prática. É necessário que os educandos busquem relacionar os conhecimentos matemáticos com a realidade, dando sentido ao aprendizado dos conceitos apresentados, como ferramenta importante para compreender a realidade que vivem (TRENTIN; PEREIRA, 2014, p. 1-2)

As ações educativas, realizadas pelos docentes com hortas escolares, possibilitam repensar práticas pessoais no trato com as mesmas. Nessa lógica, utilizar na prática hortas escolares/familiares é uma estratégia interdisciplinar, envolvendo educação ambiental, alimentação saudável e elementos de outras disciplinas, como a matemática escolar. Consequentemente, é parte do nosso entendimento de que promover a teoria aliada à prática é uma mudança criativa e insurgente. Além do que traz a dimensão afetiva na ancoragem dos conhecimentos matemáticos escolares, implementando o interesse já que as aulas se tornam as mais prazerosas. Mattos ressalta que:

> Optamos por utilizar estratégias didático pedagógicas como aqueles recursos utilizados pelo professor para fazer aulas, mas que, de alguma maneira, foquem o interesse dos alunos e não os dele. Talvez assim consigamos promover a felicidade em sala de aula. O que significa promover a felicidade? Ao nosso ver, significa facilitar a aprendizagem e que esta seja prazerosa, crítica e libertadora. Além disso, que seja intercalada com a cultura (MATTOS, 2020, p. 125).

Em consonância ao exposto, consideramos que desenvolver hortas escolares/familiares em meio à crise pandêmica é uma opção dinamizadora para a aula virtual, tal qual, é uma influência afetiva no resgate de valores éticos, socioculturais e ambientais. Variar metodologias para ensinar matemática escolar é essencial e forte influenciador de um movimento alternativo para atrair os alunos às salas de aula virtuais.

Semeando os conteúdos matemáticos através do ensino híbrido

A pesquisa em andamento trata de um projeto chamado "Horta na Escola" que a Escola Municipal CIEP 401 Lucimar de Souza Santos iniciou em 2020 em suas instalações (Figura 1). Participaram desse projeto trinta (30) alunos do oitavo ano em 2020 e este ano, 2021, eles estão no nono ano do ensino fundamental II.

Figura 1: Horta da escola

Fonte: Professora de matemática.

Com a pandemia e a necessidade do ensino remoto, o prosseguimento envolveu os alunos e suas famílias, com construções de hortas em suas residências de modo que os conteúdos que seriam ministrados em sala de aula e praticado no laboratório de hortas da escola fossem revertidos para os quintais residenciais, com a participação da família e norteados pela professora de matemática de maneira virtual. Esse procedimento é reverberado por Mattos e Mattos:

> Com as escolas fechadas e todos os estudantes sem aula, foi necessário buscar possibilidades para que continuassem suas aprendizagens. Os professores, momentaneamente, sentiram-se deslocados, desamparados e impotentes. Entretanto, reinventar-nos é um componente que está presente em nossa bagagem profissional (MATTOS; MATTOS, 2020, p. 14).

A professora de matemática ao reinventar sua estratégia de ensino, refletiu sobre sua prática. Primeiro, houve a mudança das hortas escolares para hortas familiares. Segundo, possibilitou aos estudantes continuarem as atividades já iniciadas na escola, transladando-as para as residências, mas continuando com a produção das hortas. Dessa maneira, foi incentivado a construção de pequenas hortas com formatos variados.

O projeto da horta escolar, modificado para horta familiar, ficou dividido em 4 etapas para dar sequência às atividades. A primeira e a segunda etapa já foram concluídas. A terceira e quarta etapa encontram-se em andamento (Quadro 1).

Quadro 1: Divisão das etapas para elaboração da horta escolar/familiar

Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4
Observação	Conversação	Participação	Interpretação
Planejando a semeadura	**Plantando amor**	**Regando empatia**	**Ceifando alegria**
Concluída	Concluída	Em andamento	Em andamento

Fonte: Elaborado pela professora de matemática.

Etapa 1: Planejando a semeadura

A primeira etapa foi focada na observação e no levantamento das famílias que possuíam algum tipo de plantio nos quintais de suas residências. Por meio do programa Google Meet, foi realizada uma reunião com os alunos e seus responsáveis, para salientar alguns pontos importantes sobre o plantio e criação das hortas nas residências, onde foram entrevistados para dar continuidade ao programa hortas escolares passando para hortas familiares com acompanhamento acadêmico por meio das mídias sociais e com o apoio dos familiares em relação ao momento pandêmico. Foi instituído que fotos, mídias e material em PDF, seriam usados para dar continuidade à aprendizagem dos alunos.

Após a reunião foi elaborado um parecer técnico prévio sobre o perfil cultural dos alunos e familiares que participaram do programa com hortas familiares, como um instrumento na construção dos conhecimentos matemáticos em relação aos saberes locais de cada participante. Cabe ressaltar que existem alunos que vivem economicamente da agricultura, e o objetivo foi buscar aspectos cognitivos, sendo o alvo principal uma aprendizagem de qualidade. Feito esse levantamento, a professora, junto com os alunos, estabeleceu como proposta de avaliação final do projeto a elaboração de uma maquete dos canteiros construídos. Ficou estabelecido, ainda, que eles apresentariam, por meio do WhatsApp, um vídeo explicando como fizeram e quais conteúdos matemáticos escolares continham. Constatamos que essa primeira etapa foi um reconstruir caminhos, tanto docentes quanto discentes, como adaptação às vivências frente a pandemia da Covid.

A maquete, quando utilizada como recurso didático, tem como objetivo nortear os educandos, a partir de sua construção, para a visualização das formas de maneira tridimensional. Além disso, possibilita inferir, interpretar, observar e calcular com base na aproximação real do espaço. A elaboração de maquete auxilia na construção dos conceitos de geometria euclidiana, possibilitando ao docente ter a visão dos caminhos seguidos pelos alunos para construir o conhecimento matemático escolar e como foi aplicado para resolver a tarefa e encontrar solução satisfatória no seu dia a dia.

Etapa 2: Plantando amor

A segunda etapa foi realizada por meio de conversas, realizadas no WhatsApp com os alunos e os responsáveis envolvidos no projeto. Além disso, houve um diálogo sobre os conceitos envolvidos na construção dos canteiros, realizados em maquetes, com as turmas por meio do Google Meet e de WhatsApp. Foi apresentado aos alunos uma maquete de algumas hortas em formas geométricas (Figura 2); uma apostila explicativa envolvendo os conteúdos matemáticos a serem trabalhados na horta familiar e a solicitação de que cada aluno criasse as suas maquetes de acordo com o espaço disponível em suas residências. Os alunos, com apoio dos familiares, puderam relacionar os conhecimentos matemáticos culturais de seu cotidiano, como construção dos canteiros, cálculo da quantidade de adubos para o tipo de plantio, medidas de massa e capacidade, com os conteúdos escolares, como medir, contar e identificar formas geométricas. Além de criar e resolver situações-problemas de comercialização dos produtos cultivados. As estratégias de natureza matemática relacionadas com suas tarefas diárias, possibilitam uma aprendizagem significativa da matemática escolar.

Figura 2: Maquete de hortas com formas geométricas

Fonte: Professora de matemática.

Segundo Simielli *et al*. (2017, p. 19) “a maquete contribui para a representação tridimensional”, além do que “no momento em que os alunos estejam trabalhando com a maquete consigam, de acordo com seu nível, produzir conhecimento”. Essa foi a intenção com essa proposta de tarefa. Temos, ainda, de acordo com D’Ambrosio (1989, p. 17), que:

> Propõe-se uma maior valorização dos conceitos matemáticos informais construídos pelos alunos através de suas experiências, fora do contexto da escola. No processo de ensino propõe-se que a matemática, informalmente construída, seja utilizada como ponto de partida para o ensino formal.

Há, portanto, a valorização dos conhecimentos do cotidiano dos estudantes, adquiridos fora da escola, mas que são trazidos para o interior escolar como uma maneira de contextualizar os conhecimentos matemáticos escolares.

Etapa 3: Regando empatia

Na terceira etapa, ainda em andamento, ocorre a participação da professora com a turma, mantendo todas as medidas necessárias de saúde pública referentes aos cuidados sobre a pandemia da Covid. Havendo, ainda, conformidade com os responsáveis de cada discente. As visitas são agendadas e para aqueles que não possuem hortas em suas residências é entregue um “kit de plantio” (Figura 3), no qual os alunos e seus responsáveis são orientados em como realizar e trabalhar as diversas temáticas utilizando maquetes de hortas. Alguns são orientados sobre algumas técnicas agrícolas e como implantar uma horta familiar em suas residências, de modo que consigam explorar os conhecimentos matemáticos por meio de uma construção coletiva.

Figura 3: Entrega do “Kit de plantio”

Fonte: professora de matemática

Com a introdução e produção das maquetes houve a possibilidade de trabalhar de forma objetiva e compreensiva os conteúdos. Para além das maquetes, foram apresentados alguns tipos de folhas de espécies vegetais que são idênticas, trabalhando simetria, translação, reflexão e rotação, em que a maior contribuição para a construção dos conhecimentos partiu dos alunos.

Também foi possível realizar operações com os triângulos, utilizados nas construções de canteiros, aplicando medidas angulares, possibilitando maior compreensão da figura e identificação de suas particularidades quanto aos lados e aos ângulos. Foi calculada a quantidade de terra adubada de acordo com o volume do prisma triangular que foi construído na maquete do canteiro triangular.

No que diz respeito às formas circulares, desenvolvidas nas maquetes dos canteiros, foi possível estabelecer diferenças entre círculo e circunferência, apesar de conter alguns elementos em comum, o que possibilitou achar o diâmetro, o raio, o comprimento da circunferência e a área do círculo (Figura 4). Também foi possível calcular a quantidade de terra adubada necessária para colocar no canteiro, utilizando o volume do cilindro.

Figura 4: Calculando comprimento da circunferência e área do círculo

Fonte: professora de matemática.

No momento do plantio foram abordadas algumas técnicas agrícolas simples, como semeadura com medidas reguladas, medição realizada com fita métrica, espaçamento entre cultivos com modelo pré-moldado entre fileiras horizontais e verticais, o preparo da terra com o adubo adequado através de vasilhames graduados para melhor medição dos adubos e outras técnicas básicas na cultura local. Essas técnicas de plantio foram apresentadas pelos estudantes e seus familiares conforme os saberes culturais de cada família, proporcionando diferentes formas de aprendizagem, tendo em vista, que cada família apresenta desigualdades sociais entre si.

O projeto por meio de horta familiar busca promover um crescimento cultural e acadêmico, pela relação entre os conhecimentos acadêmicos e os saberes familiares. Com orientação e monitoramento dos professores, os conhecimentos abordados contribuíram de forma positiva para aprendizagem de conteúdos da matemática escolar. Por outro lado, cada saber familiar proporcionou aprender como cultivar e cuidar das hortaliças e temperos plantados, bem como, a importância dessas hortaliças para uma alimentação saudável.

Ceifando alegria

A quarta etapa do projeto está em fase inicial e, ao concluirmos, essa etapa terá como avaliação uma análise comparativa e qualitativa, em que haverá um questionário e uma entrevista com os discentes que participaram do programa. A finalidade é obter dados que esclareçam como eles iniciaram o projeto, com suas dúvidas e dificuldades, e como eles estarão ao realizar o trabalho dos conteúdos por meio do uso da horta familiar e os conteúdos que estão sendo ministrados de maneira virtual em decorrência do ensino híbrido. Saberemos se essas dificuldades foram sanadas e como eles se sentiram ao participar do projeto, se foi importante para o desenvolvimento na construção de conceitos matemáticos. É importante ressaltar que o projeto, com ênfase no Programa Etnomatemática, apresentando a horta familiar como um instrumento pedagógico para dar continuidade a aprendizagem dos alunos em tempo de pandemia da Covid-19, iniciou-se em 2020, com a participação de 30 alunos do 8° ano e com apoio de seus familiares. Como não houve desistência, o projeto teve continuidade com os mesmos alunos e seus familiares no 9° ano, no qual apresentou aspectos positivos para o desenvolvimento cultural e intelectual dos envolvidos.

Considerações Finais

Esta pesquisa, em andamento, tem como objetivo estabelecer uma proposta pedagógica e etnomatemática por meio de hortas familiares. Iniciado em 2020 no CIEP 401, no município de Japeri/RJ, tinha o foco em hortas escolares, mas com a pandemia e com uma iniciativa e compromisso com a continuação do processo educativo dos alunos, passou para hortas familiares. O diferencial desse projeto é despertar o interesse dos alunos com a introdução de mini maquetes em formatos geométricos variados, além de conhecer técnicas agrícolas simples e promover a alimentação saudável. Nessa lógica, buscamos a aprendizagem significativa por intermédio do fazer/saber dos alunos que implicasse em uma reflexão e uma mudança de comportamento educacional, ou seja, o desejo em aprender.

O projeto foi construído com a professora de matemática e os alunos, proporcionando a construção do conhecimento em estreita relação entre a teoria e a prática. Em pequenos espaços, no quintal das residências dos alunos, foram construídas as maquetes com formas geométricas e, com a participação da família, os conteúdos matemáticos escolares foram abordados, tanto na teoria, virtualmente, quanto na prática, na construção dos canteiros.

Constatamos que a iniciativa do projeto com hortas familiares teve adesão participativa dos alunos que ficaram estimulados por verem que aquilo que aprendem de matemática escolar pode ser utilizado na prática. Para além disso, houve a contextualização naquilo que alguns dos alunos já conheciam e, para aqueles que não tinham conhecimento sobre práticas agrícolas, foi providenciado os devidos esclarecimentos. Dessa maneira, o projeto contou ainda com o diferencial de trabalhar de maneira interdisciplinar, aliando conhecimentos escolares de matemática e de outras áreas disciplinares, como ciências.

Entendemos que a prática docente foi inovadora para uma época em que a pandemia da Covid está matando vários brasileiros. Entendemos, ainda, que para superar as dificuldades oriundas nesse momento pandêmico foi uma alternativa que possibilitou a continuação do processo educativo dos alunos. Entretanto, cabe ressaltar que as dificuldades socioeconômicas de alguns alunos foram maximizadas, mas que a professora procurou reverter com idas às residências e entregando o “kit de plantio”, o que deu a oportunidade desses alunos não ficarem relegados à margem do sistema educacional.

A introdução da etnomatemática fortaleceu a aprendizagem significativa e valorizou conhecimentos do cotidiano dos alunos que já desenvolviam hortas familiares, o que permitiu para os outros alunos terem acesso a esses conhecimentos. Vemos que valorizar a cultura dos alunos é um aspecto relevante, tanto para o ensino quanto para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos escolares. Por fim, vislumbramos caminhos de ensino que dão suporte necessário para uma aprendizagem mais prazerosa, que despertem tonalidades agradáveis e estimulem os alunos a persistirem em aprender.

Referências

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Trad. Ligia Teopisto. Lisboa: Edições Técnicas, 2000.

BRASIL. Senado Federal. **Lei nº 10.040/2020**. Estabelece normas educacionais

excepcionais a serem adotadas durante o estado de calamidade pública reconhecido pelo Decreto Legislativo nº 6, de20 de março de 2020; e altera a Lei nº 11.947, de 16 de junho de 2009, 2020.

BRASIL. Senado Federal. **Lei nº 9.394/1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. Senado Federal. **Lei 8069/1900**. Dispõe sobre o Estatuto da criança e do adolescente. Brasília: Senado Federal, 1990.

BRASIL. Senado Federal. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília: Senado Federal, 1988.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II. n. 2, p. 15-19,1989.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática arte ou Técnica de Explicar e conhecer**.5. edição. Editora Ática, 1998.

KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; GIONGO, Ieda M.; DUARTE, Claudia G. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. [Coleção Tendências em Educação Matemática, 25].

MATTOS, José R. L.; BRITO, Maria L. B. Agentes rurais e suas práticas profissionais: elo entre matemática e Etnomatemática. **Ciência & Educação**, v. 18, n. 4, p. 965-980, 2012.

MATTOS, Sandra M. N. **O sentido da matemática e a matemática do sentido**: aproximações com o programa etnomatemática. 1. ed. Editora Livraria da Física, 2020.

MATTOS, Sandra M. N.; MATTOS, José R. L. Práticas docentes inovadoras:

caminhando na incerteza momentânea entre o status quo e a ousadia. **Teias**, v. 22, n. 65, p. 12-25, 2021.

SIMIELLI, Maria E. R.; GIRARDI, Gisele; BROMBERG, Patrícia; MORENO, Rosemeire; RAIMUNDO, Silvia L. Do plano ao tridimensional: a maquete como recurso didático. **Boletim Paulista De Geografia**, n. 70, p. 5–22, 2017.

TRENTIN, Eldiamir S.; PEREIRA, Luciana B. C. Escola do campo: ensinando e aprendendo no contexto da horta métrica. ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPREM, 12, 2014, Universidade Estadual do Paraná, Campos Mourão. **Anais** [...], Campos Mourão: UEPR, 2014, p. 1-13.

Inquietações quanto aos processos de EtnoModelagem: a questão da linguagem e da insurreição dos saberes locais e suas relações com a Matemática acadêmica disciplinar

Concerns about the EthnoMmodeling processes: the issue of language and the uprising of local knowledge and its relations with the academic discipline

Rafael Bida Guabiraba Martins
Universidade Federal de São Carlos
rafael.bida.martins@gmail.com

Ademir Donizeti Caldeira
Universidade Federal de São Carlos
mirocaldeira@gmail.com

Resumo
Este ensaio teórico tem como objetivo discutir algumas inquietações surgidas durante os processos de EtnoModelagem, quando relacionados ao ambiente escolar, bem como as suas relações com a Matemática acadêmica. Para isso, utilizamos alguns deslocamentos de conceitos filosóficos das obras de Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein para o campo da Educação Matemática, no intuito de entender as relações disponíveis nos modelos que emergem nos processos de EtnoModelagem. A fundamentação nas ideias de Foucault, a partir da insurreição de saberes, nos possibilitou compreender que os diferentes saberes matemáticos estão sujeitados a uma cientificidade hegemônica; enquanto Wittgenstein nos possibilita olhar a Matemática acadêmica como um jogo de linguagem de diferentes formas de vida e suas semelhanças de família. O conjunto destas ideias direcionou a uma complexa rede de conhecimentos, saberes e práticas que fazem com que outras matemáticas, denominadas aqui de etnomatemáticas, que não aquelas legitimadas, ressurjam nos processos de modelagem de saberes socioculturais, denominados aqui de Etnomodelagem.

Palavras-chave: Etnomatemática; Foucault; Wittgenstein.

Abstract
This theoretical essay aims to discuss some concerns that arose during the EthnoModelling processes, when related to the school environment, as well as its relations with academic mathematics. For this, we use some shifts of philosophical concepts from the works of Michel Foucault and Ludwig Wittgenstein to the field of Mathematics Education, not intending to understand the relationships available in the models that emerge in the EthnoModelling processes. The foundation on Foucault's ideas, from the insurrection of knowledge, allowed us to understand that the different mathematical knowledges are subject to a hegemonic scientificity; while Wittgenstein allows us to look at academic mathematics as a language game of different ways of life and their family resemblances. The set of these ideas led to a complex network of knowledge, knowledge and practices that cause other mathematics, here called ethnomathematics, other than those legitimated, to re-emerge in the processes of modeling sociocultural knowledge, called here Ethnomodeling.

Keywords: Ethnomathematics; Foucault; Wittgenstein.

Iniciando o diálogo

Partimos do pressuposto de que a EtnoModelagem pode ser entendida como a construção de modelos etnomatemáticos advindos das relações culturais, tomados como ferramentas para organizar e facilitar o entendimento de sistemas criados a partir da realidade de cada grupo específico para sua sobrevivência e, no contexto escolar, como instrumento para facilitar a entrada de conhecimento étnicos na escola. Tal processo possui, em sua essência, o interesse de se trabalhar em resistência à perspectiva dualista do conhecimento, que postula o que é certo ou errado, se o saber é válido ou neutro; ao contrário, busca-se, na perspectiva aqui assumida, ir além da mera transmissão dos conhecimentos hegemônicos – aqueles que têm sido usualmente chamados de conhecimentos universais, acumulados pela humanidade –, possibilitando, assim, a insurreição de outros saberes matemáticos.

Uma vez que a EtnoModelagem organiza e estuda os saberes locais desenvolvidos em ambientes culturalmente diferentes – ou seja, as etnomatemáticas –, é necessário entender como os conceitos matemáticos dialogam, conceitualizam e adaptam-se aos saberes desenvolvidos nesses grupos, através de um processo comparativo de semelhanças e diferenças, que surgem das linguagens utilizadas.

O processo de EtnoModelagem destes grupos requer certo cuidado, já que se trata do olhar de um membro pertencente a uma cultura distinta do pesquisador, o que pode ocasionar deslocamentos ou distorções quanto aos dados levantados. Grupos culturais diferentes desenvolvem maneiras pessoais de fundamentar seus saberes, estando ligados à dependência de seus ambientes culturais e estruturas políticas e sociais.

Assim, entendemos os processos de EtnoModelagem como formas de organizar os saberes, que são resultantes de práticas que procedem de relações culturais e, sob o ponto de vista pedagógico, estabelecer a insurreição desses saberes, com o intuito de acrescentá-los aos conhecimentos escolares, não no sentindo de compará-los, mas de dar visibilidade ao que foi ignorado por meio da normalização, destacando novas formas de entendimento do que denominamos de Matemática acadêmica. Defendemos, dessa forma, a EtnoModelagem como uma prática que se contrapõe à universalização da Matemática acadêmica como absoluta, única e que resiste à legitimação das práticas matemáticas de um saber local.

Do ponto de vista pedagógico, vemos a Matemática acadêmica apoiada em um ambiente interno à sala de aula, sendo gerada como conhecimento único, verdadeiro e abstrato. Desta forma, este ensaio teórico busca problematizar, a partir de saberes de uma comunidade específica, relacionados à Matemática acadêmica, as inquietações que envolvem os processos de EtnoModelagem, o que se faz com fundamentação em Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein[1], utilizando o deslocamento de algumas das ideias do primeiro autor, tais como o conceito de *insurreição de saberes*, e do segundo autor, como os *jogos de linguagem*, *semelhanças de famílias* e *formas de vida*.

O processo de EtnoModelagem como insurreição de saberes

Utilizamos um deslocamento filosófico do pensamento de Michel Foucault para discutir sobre os processos que envolvem a EtnoModelagem e sua relação com o ambiente escolar. Diante disso, olhar para estes processos nos permite vê-la sobre uma outra ótica.

Foucault destaca a crítica ao conhecimento e sua multiplicidade de objetos enquanto processo de produção e fabricação de novos saberes, sendo estes gerados a todo momento, refletindo nas particularidades do sujeito, ora se distanciando, ora se aproximando do conhecimento pré-fabricado pelos meios de sistematizações e controle, como exemplo, a escola e a disciplinarização da Matemática escolar (FOUCAULT, 1999b). Nesse sentido, ao trabalhar com a modelagem de saberes locais, o cuidado com a disciplinarização do conhecimento deve estar em destaque.

Foucault ressalta que a ideologia da reprodução do conhecimento configura-se como o apagamento ou silenciamento de alguns saberes e é neste ponto que a crítica se estabelece. A partir desta crítica, então, é que observamos algumas reviravoltas, ou o que Foucault também chamará de “insurreição dos saberes” (FOUCAULT, 1999a).

O filósofo apresenta, em um primeiro ponto, que os “saberes sujeitados” relacionam-se a conteúdos históricos que foram esquecidos, ou disfarçados de científicos através dos sistemas formais. Sob esta visão, tais saberes ressurgem através dos meios da própria erudição. O que vai de encontro à formação da Matemática, enquanto disciplina, como a conhecemos hoje.

A Matemática foi constituída por inúmeros “saberes sujeitados”, gerados durante o processo de desenvolvimento da humanidade em suas características transversais como religião, moral, língua, entre outras atividades desenvolvidas em contextos culturais diferentes. Ao ser desenvolvida no ocidente como disciplina, é formada por um conjunto de saberes locais, que possui sua disseminação no processo da colonização europeia, sendo influenciada por outras civilizações como a indiana e a islâmica, e imposta como uma verdade única, hegemônica e homogênea (D'AMBROSIO, 2005).

Já no segundo ponto os saberes são descritos por Foucault como sendo possivelmente desqualificados ou insuficientemente elaborados, ao ter como ponto de partida os parâmetros estabelecidos na ciência. É na insurreição destes saberes, ora dominados, ora rejeitados por um conhecimento hegemônico, que a crítica a essa universalização da Matemática se estabelece (FOUCAULT, 1999a).

Não que esta insurreição trabalhe em favor da desinformação, nem da negação do científico, mas trata-se de um saber adquirido, não de uma experiência imediata, mas baseada em práticas perpassadas culturalmente por diferentes momentos. É sob a lente da insurreição destes saberes que observamos a EtnoModelagem, que se configura não contra os conceitos da ciência, mas contra os efeitos normalizadores das instituições presentes na sociedade, que negam outros saberes por julgarem-nos como sendo insuficientes cientificamente. A insurreição dos saberes se dá contra a hierarquização dos conhecimentos e os efeitos de poder por eles gerados. Agem contra a recolonização, pelo poder destes discursos unitários e universais.

A inserção destes saberes no ambiente escolar parte da ideia de torná-los livres, capazes de se opor e tornarem-se autônomos quanto ao discurso formal e unitário. A sujeição e a insurreição dos saberes só são possíveis devido à relação de poder que existe entre os saberes locais e os conhecimentos escolares, pois é mediante esta relação de poder que a insurreição acontece (FOUCAULT, 2005).

Tais discursos formais e unitários significam a ação de regras e leis a que estamos submetidos, como no caso da escola e da disciplinarização da Matemática como um conhecimento universal. Não se trata apenas de uma formulação de frases e ordens que

ressignificam os objetos e as palavras organizadas para produzir um sentido. Ao contrário, os discursos são práticas que originam sistematicamente os objetos de que falam.

Assim, é importante destacar que as práticas discursivas põem em atividade os discursos que estão envoltos no jogo da verdade para compor um olhar sobre o mundo e as coisas. A Matemática, como prática discursiva, não é senão uma visão, isto é, um modo de observar as coisas e o mundo, em que muitos outros discursos estão em jogo. Entretanto, no momento em que a ciência conseguiu a tal ponto analisar anatomicamente o homem, muitos saberes foram excluídos dessa prática discursiva, o que ocorre com os diferentes saberes que emergem das diferentes comunidades não escolares (FOUCAULT, 2005).

Nessa exclusão, surge um momento de resistência, uma relação de forças entre saberes científicos e não científicos. Eis porque a Matemática, enquanto disciplina, perde por ter excluído os saberes, que em certo momento histórico, saem das margens dos ambientes escolares. Sobre esta perspectiva destaca-se a visão de Foucault (1999a), ao descrever que:

> No domínio especializado da erudição, tanto como no saber desqualificado das pessoas, jazia a memória dos combates, aquela, precisamente, que até então tinha sido mantida sob tutela. E assim se delineou o que se poderia chamar uma genealogia, ou, antes, assim se delinearam pesquisas genealógicas múltiplas, a um só tempo redescoberta exata das lutas e memória bruta dos combates; e essas genealogias, como acoplamento desse saber erudito e desse saber das pessoas, só foram possíveis, e inclusive só puderam ser tentadas, com uma condição: que fosse revogada a tirania dos discursos englobadores, com sua hierarquia e com todos os privilégios das vanguardas teóricas. Chamemos, se quiserem, de 'genealogia' o acoplamento dos conhecimentos eruditos e das memórias locais, acoplamento que permite a constituição de um saber histórico das lutas e a utilização desse saber nas táticas atuais (FOUCAULT, 1999a, p. 13).

A EtnoModelagem traria, então, a visibilidade, a oportunidade de insurreição dos saberes aos conhecimentos escolares. Esta relação entre o saber local e o conhecimento matemático escolar efetua-se não com o intuito de legitimar um e desqualificar outro, mas de ativar os saberes individuais e subjetivos de cada indivíduo, juntando-se aos saberes coletivos. Foucault (2005, p. 15-16) corrobora este entendimento ao descrever que:

> [...] a inserção dos saberes na hierarquia do poder próprio da ciência, é uma espécie de empreendimento para dessujeitar os saberes históricos e torná-los livres, isto é, capazes de oposição de luta contra a coerção
> de um discurso teórico unitário, formal e científico. A reativação dos saberes locais - "menores", talvez dissesse Deleuze - contra a hierarquização científica do conhecimento e seus efeitos de poder intrínsecos [...].

O uso da EtnoModelagem como mecanismo de insurreição destes saberes traz luz a esta forma de trabalhar com os saberes em sala de aula, não com o intuito de recodificá-los, compará-los, validá-los ou sujeitá-los novamente ao conhecimento escolar, mas de propor uma oposição a esta institucionalização, mostrando que existem outras formas de saber e de fazer, para além da Matemática enquanto disciplina acadêmica.

EtnoModelagem e a relação com a linguagem Matemática acadêmica disciplinar

Qual tipo de prática estaríamos valorizando ao tomar a Matemática como prática discursiva? Aquela que surge do saber local? Ou este saber, decorrente destas práticas, seria apenas uma nova forma de legitimar o ensino da Matemática acadêmica, agora de forma contextualizada? Esta inquietação vem com a hipótese de que estaríamos utilizando o conhecimento escolar para explicar ou justificar um saber local. Tal hipótese é confirmada ao se observar a forma como os saberes emergem nas diferentes comunidades.

Utilizar práticas locais como forma de modelar um saber local através de uma linguagem acadêmica significa subjugá-lo novamente à dominação do que é colocado como verdade única e aceitável. É dizer que o saber local só é validado mediante a comparação e descrição da racionalidade da Matemática acadêmica e universal. O que vai ao encontro do que é descrito por Duarte (2011, p. 80):

> Situações como esta indicam que impor uma determinada racionalidade através da Matemática acadêmica significa muito mais do que dar primazia a um modo de pensar, a uma lógica específica: significa a possibilidade de destruir os valores e significados que acompanham a racionalidade de outras culturas.

A EtnoModelagem repensada sob a perspectiva desta inquietação faz com que venhamos a realizar a inserção destes saberes locais nos ambientes da ciência, visibilizando-os, de forma que se tornem mecanismo de oposição e autonomia quanto ao discurso formal e unitário. Sobre esta concepção, compreendemos a sua aplicação não como justificativa de contextualizar o ensino da Matemática, mas de dar visibilidade a outros saberes. Duarte (2011, p. 74) nos alerta que

> seria algo como se a Matemática escolar, depois de se afastar do mundo social – pelas exigências do formalismo e da abstração que a caracterizam – necessitasse retornar à "vida real", ou seja, realizar-se através da correspondência do conteúdo ensinado com sua "aparição" na "realidade", que funciona como um "pano de fundo" subordinado à primazia dos conteúdos escolares.

Utilizar a linguagem da Matemática acadêmica para explicar um termo da Etnomatemática local contrapõe-se ao princípio de fidelidade de sentido, o que pode se passar como ingênuo ao se supor que possa haver semelhanças exatas entre uma linguagem e outra, como se fosse possível extinguir as características de cada língua.

Pensar em usar a EtnoModelagem por meio de mecanismos de tradução pode ocasionar uma visão subjugada do saber local. Vasconcellos (2011) nos alerta que o processo de tradução parte da ideia de fidelidade do sentido original, o que é insustentável, já que a correspondência de sentido não será a mesma, independentemente das semelhanças existentes entre as linguagens, não sendo possível extinguir as diferenças de cada língua. Isto se deve ao fato de que a linguagem é dotada de sentido circunscrito pela cultura, pelo tempo e local. Ainda que as linguagens possuam semelhanças no processo de tradução, o sentido só será assertivo no contexto em que se originou.

Vilela (2016, p. 49) ainda nos alerta que,

> Ao focar o modo de expressão do conhecimento, isto é, a prática da linguagem, a busca não é mais pela realidade em si ou pela forma da estrutura mental que identificaria uma essência verdadeira, mas pelo modo como a linguagem, entendida como um sistema de símbolos, que depende de regras de uso, expõe o mundo. Os significados encontram-se na prática da linguagem, nos usos, mas, ao mesmo tempo, não são arbitrários, isto é, não podem ser quaisquer, pois, para fazerem sentido, eles estarão modulados pelas formas regulares da gramática – complexos de regras da linguagem – e condicionados por formas de vida, que direcionam para o que pode ou não ser empregado ou entendido; determinam as condições de sentido, mas não preestabelecidas definitiva e universalmente: há uma regularidade, mas não um regulamento rígido.

Pensar na tradução, dentro da EtnoModelagem, leva-nos a entender que o tradutor lê o original e interpreta-o para, assim, a partir dessa interpretação, recriar em sua própria linguagem aquilo que é posto. Isso acontece em razão da influência da cultura e do momento no qual o pesquisador está inserido. É no mínimo arriscado tratar a tradução como reprodução fiel do sentido, o que leva a criticarmos a ideia de traduções entre formas de vida diferentes.

Considerar toda tradução como recriação de um saber local carrega consigo a vantagem de abandonar qualquer ideia de reprodução fiel da sua origem, não olhando somente as suas semelhanças, mas também as diferenças existentes (VASCONCELLOS, 2011).

Veiga-Neto e Lopes (2007, p. 22) apontam que

> O pensamento e o conhecimento não espelham, numa mente, uma suposta realidade que estaria fora e independente dessa mente; ao contrário, toda forma de pensamento e conhecimento é, necessariamente, uma relação entre mente e coisa.

Assim, não há uma linguagem por trás de outra linguagem que carrega uma essência, mas existe apenas o que é dito, constituído pelas formações históricas, políticas, sociais e culturais que oferecem condições de possibilidades para dizer e compreender sobre as coisas do mundo (WITTGENSTEIN, 2004).

Pensar na EtnoModelagem a partir desta inquietação é pensar na/pela linguagem da qual nos utilizamos para produzir significações sobre as coisas do mundo, portanto, os diferentes jogos de linguagem que envolvem não apenas a língua, mas também as ações. Porém, esses jogos não possuem uma característica única que os mantenha desconectados, nem existe uma característica comum a todos, mas alguns parentescos, o que Wittgenstein (2004) denomina de "semelhanças de família".

Por semelhanças de família compreende-se não um fio único que perpassa todos os jogos de linguagem, mas fios que se entrecruzam, como em uma corda, constituindo tais jogos. Assim, os jogos de linguagem de diferentes formas de vida podem ou não apresentar semelhanças de família entre si (KNIJNIK et al., 2018).

Condé (2004, p. 57) afirma que "ainda que uma semelhança de família possibilite analogias, ela também permite perceber as diferenças. E é dentro desse jogo de semelhanças e diferenças que nos situamos, estabelecendo nossa racionalidade". Desta maneira, será possível estabelecer semelhanças e diferenças entre os jogos de linguagem da forma de vida dos grupos que originam os modelos propostos e as formas de vida nas quais se desenvolvem os jogos de linguagens da Matemática acadêmica escolar. De acordo com Caldeira (2009), a Matemática escolar será um desses jogos de linguagem, assim como a linguagem desenvolvida na forma de vida da comunidade a ser modelada.

A Matemática desenvolvida nos ambientes escolares e não escolares, embora possuam pontos convergentes, divergem em muitos outros. Olhamos para estas matemáticas como pertencentes a diferentes jogos de linguagem, ligados diretamente à forma de vida a qual estão inseridos. Enquanto uma matemática trabalharia com um jogo de linguagem específico, como as formas de vida pertencentes ao ambiente escolar, a outra olharia, preliminarmente, para as formas de vida por meio das quais o modelo se origina, atendendo, assim, a jogos de linguagem do grupo a ser estudado.

Assim, a Matemática vista enquanto linguagem afeta o modo como a entendemos. Enquanto essa se prende a regras específicas da linguagem da Matemática escolar, aquela se dá em outras formas de vida, em outras matemáticas, em outros jogos de linguagem, logo, outras regras devem ser consideradas, que não aquelas específicas das formas de vida escolares.

Desta maneira, ainda que a Matemática desenvolvida nos saberes locais possuam semelhanças de famílias com aquelas desenvolvidas na escola, estas possuem outros usos, ligados a outras formas de vida, ou seja, a culturas distintas, grupos distintos e práticas específicas, devendo estes serem respeitados e aceitos.

Considerações finais

Pesquisar as relações entre o saber local ao investigar o saber produzido pela comunidade e suas relações com o conhecimento matemático acadêmico nos leva ao conceito de EtnoModelagem, o qual busca problematizar o conhecimento hegemônico, permitindo entender a possibilidade de insurreição de saberes locais que foram sujeitados por verdades hegemônicas.

Consideramos, assim, a EtnoModelagem como um processo de ensino desenvolvido a partir dos modelos matemáticos que se formam fundamentando-se em práticas de determinados grupos sociais. Tais modelos se mostram como ferramentas para organizar e facilitar o entendimento da realidade de cada grupo, possuindo como característica principal, sob o ponto de vista pedagógico, ir além de uma mera transmissão de conhecimentos, o que tem sido usualmente considerado como conhecimentos matemáticos universais e hegemônicos acumulados pela humanidade, possibilitando, assim, a insurreição de outros saberes. Aceitar somente esta universalização da Matemática como absoluta e única é negar a construção de um múltiplo saber ligado ao ambiente sociocultural de uma determinada comunidade.

Sob o ponto de vista pedagógico, vemos, na maioria das vezes, a Matemática apoiada em um ambiente interno à sala de aula, sendo gerada como um conhecimento abstrato. A ideia do estudo do ensino da Matemática pautado numa perspectiva cultural tenta ir além deste conhecimento, dando início à ideia de EtnoModelagem.

Assim, pensamos e repensamos a EtnoModelagem no intuito de nos aprofundarmos quanto à modelagem de saberes e práticas culturais, visto a partir destes pressupostos. Assumir na EtnoModelagem o olhar da Matemática enquanto linguagem e insurreição de saberes possibilita-nos alguns deslocamentos. Um deles é justamente empreender o deslocamento da Matemática enquanto linguagem, não mais como meramente o processo de modelar saberes retirados de práticas de grupos culturais distintos, mas olhar a Matemática ou para as matemáticas, no intuito de entender os usos que estas possuem, logo, valorizar não somente o ensino da Matemática escolar e suas aplicações, mas os conhecimentos e as práticas não comuns ao ambiente escolar.

O deslocamento da obra de Wittgenstein e Foucault foi útil na formulação da perspectiva de EtnoModelagem quanto à ideia de que a Matemática, enquanto linguagem e relação de forças, é constituída através da atividade humana, localizada na cultura e na história, possibilitando um aprofundamento quanto ao entendimento das análises dos modelos destacados.

Finalmente, com estas inquietações, propomos que a EtnoModelagem possa ser pensada mais como campo de experimentação e menos como instrumentalização para ensinar mais Matemática. Estas inquietações nos convidam a pensar a EtnoModelagem como uma possível multiplicidade de saberes, práticas e novas possibilidades, tornando se, assim, centros de força que impulsionam novas conexões, opondo-se à hierarquização e compatibilização de uma matemática única e hegemônica.

Referências

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33-54, 2009.

CONDÉ, M. L. L. **As teias da Razão: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna**. Belo Horizonte: Argumentum Editora, 2004.

D'AMBROSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, mar. 2005. p. 99-120

DUARTE, C. G. **Produzindo fissuras nas "verdades" da matemática**. In: HENNING, Paula Corrêa et al. (Orgs.) Perspectivas de investigação no campo da educação ambiental & educação em ciências. Rio Grande, RS: FURG, 2011. p. 72-83

FOUCAULT, M. **Em defesa da sociedade**. Curso no Collège de France (1975 - 1976). São Paulo: Ed. Martins Fontes, 1999a.

FOUCAULT, M. **Vigiar e punir**. Petrópolis: Vozes, 1999b.

FOUCAULT, M. **Microfísica do Poder**. 21 ed. São Paulo: Editora Graal, 2005.

KNIJNIK, G.; GIONGO, I. M.; DUARTE, C. G. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

VASCONCELLOS, P. S. A tradução poética e os Estudos Clássicos no Brasil de hoje: algumas considerações. **Scientia traductionis**, n. 10, p. 68-79, 2011.

VEIGA-NETO, A.; LOPES, M. C. Inclusion and governmentality. **Educação & Sociedade**, v. 28, n. 100, p. 947-963, 2007.

VILELA, D. S. Etnomatemática e virada linguística: práticas educacionais. **Encontro de Etnomatemática do Rio de Janeiro**. Niterói, v. 25, p. 62-78, 2016.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Tradução: José Carlos Bruni. São Paulo: Editora Nova Cultural Ltda., 2004.

Ohe para isto! O que você vê?

Look for this! What do you see?

Carolina Tamayo
Universidade Federal de Minas Gerais
carolinatamayo@ufmg.br

Resumo

Esta comunicação pretende esboçar caminhos terapêutico/decoloniais de ser pesquisadora e fazer pesquisa acadêmica e intelectual em educação [matemática], em especial na Etnomatemática. Um modo que considera outras vozes e formas políticas de nomear que resistem a ser capturadas pela epistemologia da *tribo europeia*. Para isso, se estabelece um diálogo entre pensadores latino-americanos, como Patrício Guerrero Arias, e estudos da Educação Matemática articulados ao pensamento de Ludwig Wittgenstein (s/d), procurando desaprender para aprender. Esta escrita performada de forma ficcional propõe uma postura intelectual, acadêmica e política de luta decolonial a partir do *corazonamiento* do saber, do poder e do ser.

Palavras-chave: Etnomatemática; Decolonialidade; Jogos de linguagem.

Abstract

This writing intends to outline therapeutic/decolonials paths to be a researcher and do academic and intellectual research in [mathematics] education, especially in Ethnomathematics. One way it considers other voices and political forms of naming that resist being captured by the epistemology of the European tribes. For this, a dialogue is established between Latin American thinkers such as Patrício Guerrero Arias and articulated studies in mathematics education as the second thought of Ludwig Wittgenstein trying to unlearn to learn. This writing performed in a fictional way proposes an intellectual, academic, and political stance of decolonial struggle from the core of knowledge, power and being.

Keywords: Ethnomathematics; decoloniality; Language Games.

¥

TC– OLHE PARA ISTO! O que você vê?[1]

CT[2] – Bom início para esta nossa conversa. Entendo que, ao nos colocar diante da cruz andina ou *chacana*, você já está nos provocando para transitarmos pelos tempos andinos, para trafegarmos por outras formas de construção de conhecimentos. Tempos da vida vinculados ao cosmos e à Mãe Terra, que se interligam a todos os seres que habitam a pele da Mãe Terra. A *chacana* enquanto escrita andina registra as experiências de povos que habitaram territórios de Abya-Yala, povos andinos que organizaram seu sistema social observando as constelações e registrando-as na *chacana*. Esse instrumento, por sua vez, era usado em práticas de localização espacial, sendo que os caminhantes do altiplano marcavam com ele a direção sul com diferentes propósitos. De acordo com sua posição na esfera

[1] Fonte: Imagem disponível em: https://threadreaderapp.com/thread/1389325118694993931. Acesso em: 20/03/2020.

[2] TC e CT dão início ao nosso *teatro terapêutico desconstrucinista de vozes*. Assumimos este modo de escrita ficcional, em que diferentes personagens interagem, pois "a abrangência e o poder do discurso ficcional – do discurso do "*como se*" - estão baseados na abrangência e poder das comparações analógicas ou, para usarmos uma expressão wittgensteiniana, das associações por "semelhanças de família" que podemos estabelecer entre dois ou mais jogos de linguagem distintos. Assim, o poder de subversão performática do discurso ficcional reside no poder dos efeitos de analogias discursivas inusitadas e surpreendentes para se lidar com problemas postos em diferentes campos de atividade humana, neles incluídos os campos ditos "*teóricos*" de investigação acadêmica" (MIGUEL, 2016, p. 379). Esta escrita individual faz parte de projeto de pesquisa desenvolvido junto ao Prof. Dr. João José R. L. de Almeida (UNICAMP); Profa. Dra. Elizabeth Gomes Souza (UFPA); Prof. Dr. Antonio Miguel (UNICAMP); Prof. Dr. Amos Nascimento (Univeridade de Washington, Tacoma) e Dr. Josue Sathler.

celeste, diferentes períodos agrícolas também podiam ser determinados, assim como os solstícios de inverno e verão.

JL[3] – Como você decidiu partir desse lugar, nós podemos ver que: a *chacana* constitui basicamente um quadrado e um círculo com o mesmo perímetro; mas, além disso, outro símbolo geométrico surge dessa operação e, como símbolo, é mais completo, pois representa o método para atingir aquela proporcionalidade: uma cruz que também tem o mesmo perímetro, isto é, este quadrado-cruz representa a proporcionalidade e a complementaridade entre o círculo e o quadrado. Essa cruz andina é a *Tawapaqa* que surge da cruz-ponte ou do vínculo de compromisso ou amarre entre um e outro cosmos par, ou mesmo: a existência é um duo-verso ou pari-verso, que é um conceito diferente do universo da cultura ocidental.

CT – JL, essa sua leitura da *chacana* é recorrente em muitos registros historiográficos. Eu vejo nessa sua leitura um certo negligenciamento, como você mesmo já disse em outra ocasião[4]. Dito negligencimento está vinculado ao fato de se privilegiar um olhar Matemático do conteúdo das formas da *chacana* – vendo Matemática[5] como conteúdo. Eu entendo que essa atitude condiz com o binarismo "forma vs. Conteúdo", que tem sustentado a epistemologia eurocêntrica da qual a Matemática disciplinarmente organizada participa: uma disciplina que opera pelos objetos de conhecimento formatados em conteúdos disciplinares. Essa lógica disciplinar nos foi apresentada como "o modo de ver", mas acabou limitando o nosso olhar. Por exemplo, neste caso particular, a leitura das formas da *chacana* deveria estar vinculada a um modo de vida – o modo com que os povos andinos lidavam com as formas nesse instrumento –, formas que podem não ser chamadas de círculos, nem de quadrados, nem de figuras geométricas. Esses sentidos e significados das formas não necessariamente correspondem ao olhar da Geometria euclidiana, ainda que possamos encontrar semelhanças.

LW[6] – Em todas essas práticas, certamente vê-se algo que *se assemelha* à associação de ideias e lhe é aparentado. Poder-se-ia falar de uma associação de práticas.

---

[3] LAJO, 2003, p. 92.
[4] LAJO 2003.
[5] Nesta escrita diferenciamos as palavras 'Matemática' com 'M' maiúsculo e 'matemáticaS' com 'S' maiúsculo como parte de "um movimento desconstrutivo que opera na amplificação da significação, o "S" também tensiona o desejo de manter um sistema explicativo universal e totalizante, vinculado à palavra Matemática com "M" maiúsculo" [...] - compreendida enquanto disciplina acadêmica". (TAMAYO, MENDES, 2018, p. 209).
[6] WITTGENSTEIN, 2007, p. 206.

CT – LW, é isso mesmo! É nesse sentido que estou falando. Entendo que se *assemelham*, porém elas também se *diferenciam* entre si, pois não há algo essencial que as perpasse. O que acreditamos que vemos na *chacana* o vemos porque podemos fazer analogias com aquilo que nos é conhecido, pela nossa participação em certos tipos de *jogos de linguagem*[7], sejam eles acadêmicos ou não, isto é, não apenas com o jogo geométrico euclidiano de linguagem. Somos direcionados para estabelecer relações de *semelhança* entre aquilo que conhecemos e aquilo que se nos apresenta, porém, vale a pena notar que se manifestam elementos que escapam da nossa compreensão de mundo. Aqui o desafio está no seguinte: entender que perceber *semelhanças* não significa que aqueles conhecimentos são comparáveis, pois nem todas as *formas de vida* organizam a vida do mesmo modo. Precisamos estar atentos, pois uma atitude colonizadora de saberes tem como tendência alienar os conhecimentos de outras *formas de vida*.

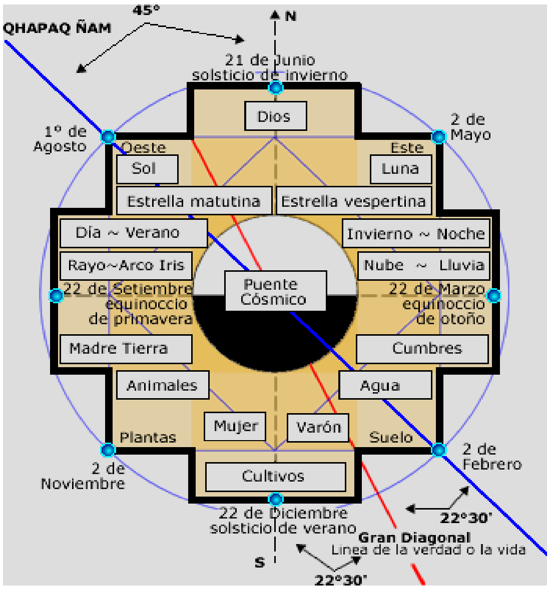
TC – O que você está entendendo como "tendência a alienar os conhecimentos de outras *formas de vida*"?

CT – Quando falo em uma tendência em alienar os conhecimentos de outras *formas de vida*, estou me referindo a fazer operar a *colonialidade do saber*[8], isto é, olhar para esses saberes de forma comparativa e procurando essenciais, buscando criar identificações, conceitualizações daquilo que se assemelha aos *jogos de linguagem* dos quais se participa. Isso se apresenta algumas vezes de forma sutil, mas exclui as diferenças.

[7] Wittgenstein (2017) Rompendo com o desejo de se apreender a essência da linguagem, "inventa a expressão jogos de linguagem para se referir aos ilimitados usos praxiológico-corporais que fazemos dos signos de qualquer tipo de linguagem no contexto de uma atividade que se realiza em uma forma de vida." (MIGUEL, TAMAYO, 2020, p. 29).

[8] "[...] a colonialidade do saber refere-se ao rol da epistemologia e as tarefas gerais da produção de conhecimento na reprodução dos regimes de pensamento colonial [...]" (MALDONADO-TORRES, 2007, p. 130).

LW[9] – Como foi dito: não pense, veja![10]



CT – A *Chacana* significa o ponto para o alto. Constitui a síntese das estações do ano. É usada para dar suporte à estrela e é a história viva, formas que significam uma concepção filosófica e científica da cultura andina. Ainda poderíamos falar muito mais sobre estas formas, adentrando naquilo que escapa aos nosso jogo geometrico euclideano de linguagem e nos permitindo *ver* do modo em que nos convida LW.

EL[11] – Sobre este aspecto me gustaria decir algo. Por formación y por costumbre, solemos situarnos en las matemáticas académicas, darlas por su-puestas (es decir, puestas debajo de nosotros, como suelo fijo) y, desde ahí, mirar las prácticas populares, en particular, los modos populares de contar, medir, calcular... Así colocados, apreciamos sus rasgos por referencia a los nuestros. Medimos la distancia que separa esas prácticas de las nuestras, es decir, de la matemática (así, en singular) y, en función de ello, consideramos que ciertas matemáticas están más o menos avanzadas o juzgamos que en cierto lugar pueden encontrarse 'rastros', 'embriones' o 'intuiciones' de ciertas operaciones o conceptos matemáticos. Las prácticas matemáticas de los otros quedan así legitimadas – o deslegitimadas- según su mayor o menor parecido con la matemática que hemos aprendido en las instituciones académicas.

---

[9] WITTGENSTEIN, 2017, §66.
[10] Fonte: Imagem disponível em: https://omarpal.blogspot.com/2013/04/cosmovision-andina-la-chakana.html. Acesso em: 29/03/2021
[11] LIZCANO, 2002, p. 1.

TC – Considerando essa sua colocação, EL, me veio agora uma nova remissão. OLHEM PARA ISTO! O que vocês vêm?

RP[12] –

CT [13] – Eu vejo um mapa do velho mundo, nele se abre intencionalmente uma fresta que o rasga em preto e vermelho-sangue. A fresta atravessa o mapa de Lopo Homem II, cartógrafo e cosmógrafo português, uma das primeiras imagens do novo mundo em 1519. A fresta/intervenção, de Adriana Varejão, divide o globo em duas partes. A ferida é mais profunda em África que em outros espaços geográficos e essa ferida também atinge uma região oceânica onde as águas dos oceanos Atlântico, Pacífico e Índico já não se distinguem. As manchas vermelho-sangue também se estendem por todo o litoral das terras destacadas no mapa, indicando possíveis territórios explorados pelos europeus nos processos de colonização. O que eu vejo não é nada essencial a essa obra de arte, pois a obra de arte não possui uma essência em si, nem seria legítimo supor que a ocultasse. A pintura, como nós, é multiplicidade, e é como tal que arregimenta para si muitos territórios de poder, entendendo como poder não só aquilo que a fotografia exerce sobre o mundo, sobre nós, mas também, e principalmente, as potências dela para pensar sobre o mundo.

EL – Eu gostaria que você falasse sobre como você vê essa pintura.

---

[12] Mapa de Lopo Homem II, de Adriana Varejão: feridas abertas na história (da arte). “A grande utopia sempre foi chegar ao controle perfeito na projeção gráfica; o realismo na representação, de modo que um bom mapa desse conta de tudo aquilo que não se conseguisse ver com os olhos. Por isso, mapas sempre se comportaram como documentos ideológicos, uma vez que corresponderam não só aos desenhos, mas também às projeções políticas das nações que os encomendavam” (SCHWARCZ, VAREJÃO, 2014, p. 308). Fonte da imagem: ENCICLOPÉDIA Itaú Cultural de Arte e Cultura Brasileiras. São Paulo: Itaú Cultural, 2020. Disponível em: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra4123/mapa-de-lopo-homem-ii>. Acceso em: 07/02/2020

[13] Fala inpirada em Miguel e Tamayo (2020).

CT – EL, então, ao me permitir ser afetada pela pintura, entendo-a como um corpo vivo de memória, de vida, me faz pensar como a fresta impressa no Atlântico liga dois pontos, África e América. Territórios em que populações negras e indígenas foram submetidas à escravidão e à dominação epistemológica[14] por meio do uso bélico da ciência e da religião em nome do "progresso", em nome de um certo "clube da humanidade"[15]. Assim, há uma imbricação entre saber/poder/dominação como armas fundamentais para as empreitadas colonizadoras europeias. Essas imagens naturalizadas são efeito da colonialidade[16], como, por exemplo, a imagem de uma única forma de conhecer [Matematicamente] restrita a campos disciplinares. No que diz respeito à ciência e ao conhecimento matemático da tribo europeia[17], vejo como os territórios geográficos dessa pintura estão unidos pela forma como essas estruturas epistemológicas foram utilizadas para a manutenção de um padrão mundial de conhecimento, de verdade, de sujeitos, de humanidade. Tudo isso criou uma certa história que liga vários pontos dos lados do Atlântico: relações de saber/poder e seus dispositivos de ação, que institucionalizam certas formas de governos sobre os corpos, negligenciando certos conhecimentos.

LW[18] – [...] é uma luta contra o enfeitiçamento do nosso entendimento pelos meios da nossa linguagem.

CT – Como entender esse enfeitiçamento à luz desses dispositivos que são criados para negligenciar sujeitos e suas experiências?

PA[19] – "Las profecías[20] *amáwticas* de los Andes anunciaban un tiempo en que llegaría la noche en la mitad del día‖. Este tiempo de obscuridad que se instaura desde el momento mismo de la conquista con el arribo de Cristóbal Colón, es el tiempo de la llegada

---

[14] Refere-se à imposição de uma forma de olhar, de conhecer, como única e universal.
[15] A expressão '*clube da humanidade'* faz referência à idealização do conceito de humanidade analisado por Krenak (2019).
[16] Há uma distinção entre colonialismo e colonialidade. *Colonialismo* refere-se aos processos de dominação política e militar de países que foram colonizados. E *colonialidade* é um conceito mais complexo, diz de um padrão de poder que opera com a naturalização das hierarquias raciais, epistêmicas e culturais. É um padrão de poder mais profundo e não termina com o fim do colonialismo. Inclui experiências que duram até o presente. (DUSSEL, 2005; GROSFOGUEL, 2008; MIGNOLO, 2009). A colonialidade é combatida por meio da reconstrução das histórias apagadas, das subjetividades suprimidas, das linguagens e dos conhecimentos subalternizados devido à premissa totalizante da modernidade e da racionalidade (MIGNOLO, 2010).
[17] LIZCANO, 2006.
[18] WITTGENSTEIN, 2017, §109.
[19] ARIAS, 2016, p. 23.
[20] Uma das profecias disponíveis em: https://www.youtube.com/watch?v=4gN0RsFUSVk

de la colonialidad, que en términos materiales y simbólicos, hace posible la planetarización de la dominación, pues la colonialidad y la modernidad que emergen de dicho proceso, y que se sustentan en la implementación de una matriz colonial-imperial de poder, le posibilita a occidente, instaurar por primera vez en la historia de la humanidad, un nuevo patrón global, — universal de poder que dará inicio a la organización colonial del mundo, en torno a una narrativa local, particular, que por razones de poder se construye con un carácter de universalidad radicalmente excluyente (LANDER, 2000, p. 18-9), que tiene como eje constitutivo una nueva perspectiva colonial eurocéntrica, una subjetividad, un —ego conquistador que se sustenta en la radical negación, dominación, colonización de la alteridad (DUSSEL, 1994, p.10)".

CT – Nessa sua fala, PA, pode-se ver muito claramente como foi negada a humanidade aos sujeitos submetidos a padrões de poder coloniais aos quais lhes foi negada sua capacidade de produzir conhecimentos, sua capacidade de pensar. Isso me faz pensar na importância da luta contra o *enfeitiçamento* das empreitadas coloniais que se manifestam na nossa linguagem, que nos enredam especialmente quando procuramos por explicações em que apenas poder-se-ia ver a própria vida. Por exemplo, somos enfeitiçados por uma imagem de Matemática que toma posse de nós e nos faz acreditar que ela está em tudo e que é com ela que podemos ver tudo.

LW[21] – Uma imagem nos mantinha presos. E não podíamos sair, pois ela estava na nossa linguagem, e esta parecia somente repeti-la inexoravelmente.

CT – Isso mesmo LW. Encontramo-nos nesse movimento de imposição de um saber/poder colonizador em que, uma imagem de Matemática nos enfeitiça e nos impede, por vezes, de ver a diferença no movimento das semelhanças. O problema do qual estamos falando aqui é que procuramos transformar as semelhanças em identidades, em igualdades. Estudos da Etnomatemática têm nos permitido perceber que alimentamos uma única imagem de Matemática, o que significa que ela age na nossa linguagem como um princípio dogmático, como uma crença que não poderia ser contestada. Crença que é pregada por uma certa *forma de vida* nas suas instituições para ser seguida pelos seus membros'. Uma imagem que nos faz agir de maneira dogmática, ao considerar impossível, na academia, *ver* modos de vida não unicamente por lentes acadêmicas.

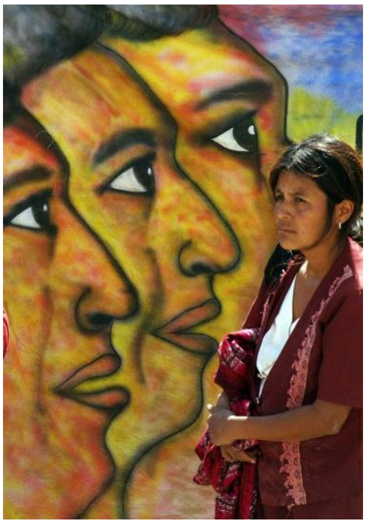
---

[21] WITTGENSTEIN, 2017, §109.

TC – Como desmitificar esses feitiços?

CT – Esses feitiços podem vir a ser desmistificados de forma *terapêutico/decolonial* ao se produzirem investigações que nos permitam *ver*, também, para conhecimentos que se escapam a essas crenças, a essas imagens institucionalizadas na forma/moderno colonial de vida. Movimentos analógicos que encontram diálogos com movimentos de contracondutas que nascem desse lugar discursivo que conhecemos como Etnomatemática[22], que procuram ir além das relações causais do tipo “se... então que”, tão comuns na ciência moderna.

TC – O que você quer dizer com “olhar terapêutico/decolonialmente na Etnomatemática”? OLHE PARA ISTO! O que você vê?[23]



CT – Vestígios, rastros e rostos marcados pela colonialidade que nos convidam a corazonar[24], isto é, sentipensar[25], como resposta insurgente à colonialidade do poder, do saber, do ser e da natureza que nos enfeitiça e nos impede de ver de outros modos. O que chamo de olhar *terapêutico/decolonial* é uma atitude, uma opção que encontra inspiração nos estudos decoloniais em dialogia com o modo de fazer pesquisa e filosofia de Ludwig

[22] Nesta escrita entendemos a Etnomatemática como um movimento de contraconduta no sentido proposto por Monteiro e Mendes (2019).
[23] Fonte da fotografia: https://www.kichwahatari.org/blog/2015/10/12/12-de-octubremanta-por-fabian-muenala. Acceso em: 20/03/2021
[24] No sentido de Arias (2011).
[25] *Sentipensar* é um conceito que o sociólogo colombiano Orlando Fals Borda aprendeu com um pescador do estado de Sucre (Colômbia). Sentimento e pensamento se apresentam como uma unidade. Essa concepção implica uma virada fundamental com respeito a boa parte da tradição filosófica ocidental, que se desenvolveu a partir da consideração do sentimento e do pensamento como opostos. Dessa forma, esse conceito nos obriga a compreender, sentir e pensar não como duas atividades independentes, mas como dois momentos da mesma atividade: a atividade de sentir e pensar.

Wittgenstein. Vemos, na terapia gramatical praticada por Wittgenstein, um aspecto decolonial que pode nos ajudar a praticar pesquisas no campo da Etnomatemática[26] que promovam outras formas de conceber as matemáticaS que não possuam como centro de referência, ou como campo enunciativo, a Matemática disciplinar. Uma Etnomatemática que, ao se dispor a ir ao encontro de outras *formas de vida*, desaprende para aprender com outras formas de vida e se desprende da epistemologia da tribo europeia num movimento dialogico.

AMCV[27] – Ver a Matemática como um conjunto discreto de jogos de linguagem é passar a vê-la não mais como um domínio estático e definido de saberes em si, independentes das práticas e dos jogos de linguagem que os mobilizam, mas como um conjunto de ações e interações que humanos estabelecem com outros seres naturais, visando atingir propósitos normativos. Assim, um saber é sempre uma prática interativa híbrida que envolve seres humanos e outros seres naturais –, o mesmo podendo ser dito de problemas considerados matemáticos e de práticas normativo-interativas híbridas, isto é, de máquinas projetadas e/ou materializadas por humanos para resolverem tais problemas. Nessa perspectiva, práticas matemáticas não se resumem a práticas discursivas ou verbais, mas envolvem também certas atividades interativas que humanos estabelecem entre si e com os demais seres naturais, sendo produtoras de artefatos tecnológicos ou máquinas.

CT – Esse modo inusual de entender as matemáticaS, no plural, como jogos de linguagem que realizam aquilo que prometem, ou como jogos de linguagem orientados por propósitos normativos, nos permite ampliar nosso olhar para outras práticas que, em outras *formas de vida*, assumem não só outros nomes, mas também outras formas de ser corpo/mundo/espiritual, isto é, há muitas formas de se jogarem jogos de linguagem orientados por propósitos normativos – em diferentes *formas de vida*.

AMCV[28] – Isso mesmo. A matemática não é somente aquilo que faz o matemático profissional, no mundo acadêmico, em nome da matemática. Este fazer está muito além dos campos de atividade de pesquisa ou daquilo que a escola ensina a ver como matemática na disciplina escolar Matemática. Jogos de linguagem matemáticos são realizados em quaisquer

---

[26] Ubiratan D'Ambrosio já nos alertava sobre a manuntenção dessa única imagem de Matemática e como as pesquisas em Etnomatemática precisam considerar as categorias próprias de cada cultura.
[27] MIGUEL; VIANNA, 2019, p. 25.
[28] MIGUEL, VIANNA, 2019, p. 32.

campos de atividade humana em que práticas orientadas por propósitos normativos sejam realizadas.

CT – Eu entendo essa sua fala como a possibilidade de começamos a *corazonar* com a vida de forma diferente, *sentipensar* como um ato insrugente na educação.

KITU KARA[29] – Corazonar: pensar con el corazón liberado, nutrir el pensamiento con el impulso de la vida poniendo voluntad.

CT – Então, c*orazonar* com as matemáticaS nos permitriria colocar nosso olhar na própria vida, nas práticas socioculturais das diversas formas de vida, colocando-as como eixo articulador da educação e da pesquisa. Isso nos possibilitaria alimentar outras imagens de matemáticaS, outras práticas matemáticas, tais como aquelas próprias de grupos específicos, que passariam a ser consideradas por educadores com a intenção de estudá-las nas escolas e nas universidades como parte do acervo cultural de uma outra concepção de humanidade que se concebe *corazonando* com todos os seres da Mãe Terra. *sentipensar terapeutico/decolonialmente* como opção para nos conectar de outros modos com a vida, nos conectar com outras formas de se fazerem/sentirem/pensarem as matemáticaS.

EL – Você está dizendo que devemos considerar a existência de outras matemáticas, de MatemáticaS? Mas, já fazemos isso na Etnomatemática.

CT – O que busco ver e te convido para ver também é, o que fazemos na relação com essas outras matemáticaS e o que dizemos sobre elas. Convido você a *corazonar*, para *ver* e se fazer pesquisas e não apenas academizar as praticas socioculturais. Este é um convite que não busca ser a *verdade*.

PA[30] – No se trata de negar todo lo que Occidente ha construido, y creer que dentro de este no se han dado expresiones de espiritualidad, que también quieren apuntalar la vida, sino de entrar en un diálogo fecundo y en una mutua fecundación (Panikkar, 1993, p. 316) entre lo mejor y más espiritual de Occidente, con las sabidurías y tradiciones espirituales de otras partes del mundo, puesto que, ninguna, sociedad, cultura, religión o espiritualidad está en capacidad de dar respuesta por sí sola a la grave crisis civilizatoria que enfrenta la humanidad, y que está llegando a su límite; por ello, si queremos continuar tejiendo la sagrada trama de la vida, se torna necesario juntar múltiples manos y corazones, y tejer otra

---

[29] Consejo de Governo Pueblo Kitu Kara em Arias (2011, p. 28).
[30] ARIAS, 2011, p. 28.

urdimbre de la existencia, con hilos de colores diferentes, en los que se refleje la luz de la diversidad y la diferencia, que habita en el espíritu de la propia vida; es impostergable empezar a construir, un diálogo intercultural de espiritualidades que comprenda que para salvar la vida nos necesitamos los unos a los otros; pues la interrogante que ahora importa es ¿qué mundo vamos a dejarles a nuestras hijas e hijos, y a las niñas y niños que aún no nacen?

CT – Concordo com você, PA. Nesses diálogos é preciso que tomemos cuidado com a *imposição do olhar*, pois a imagem de Matemática que temos alimentado, muitas vezes, captura esses saberes dando-lhes nome como eco e reflexo das sociedades colonizadoras, que subalterniza outros saberes, que constrói políticas de nomeação e discursos de verdade para a usurpação da enunciação dos povos submetidos à colonialidade.

PA[31] – Eso dices es la lucha por “distintas *políticas del nombrar*[32], como forma de combatir la *colonialidad del saber*; y por ello hablamos desde el potencial insurgente de Abya-Yala como ese locus otro de enunciación no sólo político, sino sobre todo de posibilidades de un horizonte diferente de existencia”.

CT – O olhar *terapêutico/decolonial* se pauta, entre outras coisas, no exercício de decolonização do saber como uma política antidogmática centrada na vida que, ao propor problematizar as práticas socioculturais, dialoga com outras “*políticas del nombrar*”, usando suas palavras, que permitem que os próprios sujeitos praticantes de uma certa *forma de vida* falem a partir de si próprios, de seus próprios lugares e com suas próprias palavras, a partir das potencialidades das sabedorias insurgentes. Essa atitude nos oferece possibilidades não só de nos aproxima de diferentes saberes, mas também de diferentes sentidos de existência, daí a necessidade de que a academia comece a aprender com o seu potencial não só epistêmico, mas sobretudo ético, estético e político. PA, você nos contava, em uma das suas escritas, a seguinte narrativa do Yachak Ricardo Taco:

YTR[33] – lo que sí tienes que hacer –me decía mi abuela es jugar con las plantas, jugar con los animales, con el agua, con el sol, con tu sombra, tienes que jugar con todo lo que vibra a tu lado, con todo lo que tiene vida; tienes que cuidar tu tierra, porque ella es la que te da la mantequilla, te da la leche, la tierra, te da el pan, es la que te alimenta; la tierra

[31] ARIAS, 2010, p. 483.
[32] Política de nomear, de dar nome.
[33] ARIAS, 2011, p. 23.

es la mamá, la tierra cuando estés agotado te dará agua, cuando estés triste te dará tranquilidad, cuando estés alegre reirá contigo… De ahí me llevaba con ella, me enseñaba de las plantas medicinales, cuando caminábamos y pisaba las plantas, me decía: "no pises ahí no ves que las plantas sufren para poder envolver a la vida, lo que estás haciendo es quitándoles el cogollo, el *ñahui*, la energía; a las plantitas tienes que cuidarles porque tienen vida, tienen un tono, tienen un sentimiento, tienen espíritu; esta planta, por ejemplo, el *tigrisillo*, el *guanto*, el *chamico* son plantas superiores, porque te ayudan a revitalizarte, a limpiarte a nivel espiritual…

CT – Nessa fala que você compartilha conosco, vejo um ser/fazer/sentir/pensar vinculado a uma forma de aprender que não separa forma/conteúdo, jogos de linguagem normativamente orientados que dão conta de uma *forma de vida*, práticas orientadas por propósitos normativos, que podemos entender como práticas matemáticaS, no plural, de modo a que esta última palavra, para nós não indígenas, por exemplo, adquira outros sentidos, não só aquele restrito a um campo disciplinar, ou inclusive, abra margem para outras *políticas de nomear*. Esta nossa conversa abre o desafio de um "abandono ativo das formas de conhecimento que nos sujeitam, e que moldam ativamente nossas subjetividades nas fantasias das ficções modernas"[34].

EL – Reivindicar, la racionalidad de otras aritméticas, la legitimidad de otras matemáticas, parece, implicar también, por tanto, la racionalidad y legitimidad de otras formas de gobierno que no pasen por las votaciones que suman individuos, la racionalidad y legitimidad de otras formas de gestión y organización que no pasen por las oficinas y despachos. Lo decisivo es la forma en que tanto la aritmética, como la democracia censitaria, como la racionalidad abstracta burocrática han llegado a percibirse en buena parte del planeta como ideales, como las únicas maneras legítimas de contar, de tomar decisiones colectivas y de organizar los asuntos comunes"[35] […] Por ejemplo, la que hemos llamado aritmética *yoruba* revela con especial nitidez la excepcionalidad de la 'aritmética democrática', aunque de esa excepción haya hecho regla el poder expansivo de la ideología ilustrada. Para quienes hablan *yoruba* (unos 30 millones de personas, contadas democráticamente, una a una), la unidad usada para contar no es ese 'uno' *indivisible* que se corresponde con el *individuo* que

[34] MIGNOLO, 2014, p. 7.
[35] LIZCANO, 2002, p.4.

cuentan los censos a partir de Napoleón. La unidad aritmética se corresponde más bien con la unidad social, la cual, en un régimen comunal como el suyo, es una unidad colectiva. Los números *yoruba* no son adjetivos o adjetivos sustantivizados, como los nuestros (hijos del sustancialismo griego), sino verbos. Verbos cuya actividad proyecta lo comunitario sobre los objetos a contar. Así, su sistema numeral tampoco comienza por el uno, pero por razones bien distintas a las chinas o las platónicas. Su sistema numeral comienza con agregados, en los que sólo después, por un proceso de desagregación o sustracción, se van produciendo fracturas, mediante el uso concurrente de las bases veinte, diez y cinco. Nada que ver, pues, con el proceso conjuntista-identitario de construcción de la serie numérica de los números naturales: 1, 1+1, 1+1+1, ... Los que, desde pequeños, hemos llamado 'números naturales' son tan poco naturales como el individuo, el mercado o la e-vidente salida del sol cada mañana. Es decir, su naturalidad es el refinado producto de una construcción social muy determinada[36].

[36] LIZCANO, 2002, p. 3.

TC – OLHE PARA ISTO! O que você vê?

REFERÊNCIAS

ARIAS, P. G. **Corazonar.** Una antropología comprometida con la vida: Miradas otras des de Abya-Ya la para la decolonización del poder, del saber y del ser. 1ed. Equador: Abya Yala, 2010.

ARIAS, P. G. Corazonar la dimensión política de la espiritualidad y la dimensión espiritual de la política ALTERIDAD. **Revista de Educación**, Equador, v. 6, n. 1, p. 21-39, Jan.-Jun., 2011.

ARIAS, P. G. **Colonialidad del saber e insurgencia de las sabidurías otras:** Corazonar las epistemologías hegemónicas, como respuesta de insurgencia (de)colonial. 2016, f. 372. Tese (Doutorado) – Universidad Andina Simón Bolívar, 2016.

DUSSEL, E. Europa, modernidade e eurocentrismo. In: LANDER, E. **A Colonialidade do Saber**: eurocentrismo e ciências sociais, perspectivas latino-americanas. Buenos Ayres: Clacso, 2005. p. 24-49.

GROSFOGUEL, R. Para descolonizar os estudos de economia política e os estudos pós-coloniais: Transmodernidade, pensamento de fronteira e colonialidade Global. **Revista Crítica de Ciências Sociais**, v. 80, mar., p. 115-147, 2008.

KRENAK, A. **Ideias para adiar o fim do mundo**. São Paulo: Companhia das Letras, 2019.

LAJO, J. **Filosofía indígena Inka**. LA Tawachakana. Livre aceso, 2003. Dispoivél em: http://www.wiphala.org/tawachakana.pdf

LIZCANO, E.. Las matemáticas de la tribu europea: un estudio de caso. En II **Congresso Internacional de Etnomatemática**, Ouro Preto (MG), Brasil, 2002.

LIZCANO, E. **Metáforas que nos piensan:** sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones. Madrid: Traficantes de Sueños, 2006.

MALDONADO-TORRES, N. Sobre la colonialidad del ser: contribuciones al desarrollo de un concepto. *In:* CASTRO-GOMEZ, S.; GROSFOGUEL, R. (eds.). **El giro decolonial**: reflexiones para una diversidad epistémica más allá del capitalismo global. Bogotá: Siglo del Hombre Editores, 2007. p. 127-168.

MIGUEL, A. Historiografia e Terapia na Cidade da Linguagem de Wittgenstein. **Bolema: Boletim de Educação Matemática** [online]. 2016, v. 30, pp. 368-389.

MIGUEL, A.; VIANNA, C. R. Tigres, talos e deuses ex machina. In: MIGUEL, A., VIANNA, C.; TAMAYO, C. **Wittgenstein na Educação**. São Paulo: Ed. Navegando, 2019.

MIGUEL, A.; TAMAYO, C. Wittgenstein, Terapia e Educação Escolar Decolonial. **Educação & Realidade**, v. 45, n. 3, p. 1-40, 2020.

MIGNOLO, W. Epistemic Disobedience, Independent Thought and De-Colonial Freedom. **Theory, Culture & Society**, v. 26, n. 7-8) p. 1-23, 2009.

MIGNOLO, W. **Desobediencia epistémica:** Retorica de la modernidad, logica de la colonialidad y gramatica de la descolonialidad. Buenos Aires: Del Signo, 2010.

MIGNOLO, W. Aiesthesis decolonial. In: MIGNOLO, W. (Org). **Arte y estética em la encrucijada descolonial II**. Ciudad autónoma de Buenos Aires: Del Signo, 2014. p. 31-54.

MONTEIRO, A.; MENDES, J. R. Saberes em práticas culturais: condutas e contracondutas no campo da Matemática e da Educação Matemática. **Horizontes,** [S.l.], v. 37, p. 1-14, 2019.

SCHWARCZ, L. M.; VAREJÃO, A. **Pérola imperfeita:** a história e as histórias na obra de Adriana Varejão. Rio de Janeiro: Cobogó, 2014.

TAMAYO, C.; MENDES, J. Aspectos: o problema na matemática escolar e o dilema como acontecimento. **Revista Alexandria**, v. 11, n. 3, p. 207-221, 2018.

WITTGENSTEIN, L. Observações sobre o Ramo de Ouro de Frazer. Tradução e notas comentadas por João José R. L. Almeida. **Revista Digital Ad Verbum**, v. 2, n. 2, p. 186-231, dez., 2007.

WITTGENSTEIN, L. **Philosophische Untersuchungen/Investigações filosóficas**. Tradução de João José R. L. Almeida. Edição Bilíngue Alemão-Português. s/d.

Pescando jogos de linguagem e semelhanças de família em uma comunidade ribeirinha do Xingu

Fishing language games and family similarities in a riverside community of the Xingu

Marcos Marques Formigosa
Universidade Federal do Pará
e-mail: mformigosa@ufpa.br

Ieda Maria Giongo
Universidade do Vale do Taquari
e-mail: igiongo@univates.br

Resumo
O artigo em tela tem como objetivo assinalar a existência de outros *jogos de linguagem* que emergem nos modos de vida ribeirinho em uma comunidade no Rio Xingu, no Estado do Pará. Foi desenvolvido com inspirações etnográficas, por meio da Cartografia Social construída pelas crianças da escola multisseriada, onde a pesca foi a atividade mais destacada pelas mesmas. Os dados produzidos a partir dessa ferramenta foram analisados tendo como aportes pressupostos teóricos e metodológicos de Ludwig Wittgenstein, em sua obra de maturidade, e ideias de Michel Foucault por convergirem na problematização do uso da linguagem. Por meio da Cartografia Social foi possível identificar *jogos de linguagem* mobilizados pelas crianças a partir da atividade da pesca, e que muitos deles possuem *semelhanças de famílias* com aqueles praticados na Matemática Escolar. Em adição, mostrou que as crianças daquela escola, mesmo em condições adversas, sinalizam ter domínio de conteúdos inerentes ao ciclo da alfabetização matemática, quando expressam por meio dos seus desenhos ou de forma oral as ideias atinentes à lateralidade, maior e menor, grande e pequeno, sabem se localizar no espaço onde vivem, conseguem tratar de processos de comercialização e sistema monetário, etc.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Etnomatemática; Cartografia Social.

Abstract
The article on screen aims to point out the existence of other language games that manifest themselves in the riverine ways of life of a community on the Xingu River, in the State of Pará. It was developed with ethnographic inspirations, through the Social Cartography built by the children of multigrade school, where fishing was the activity most highlighted by them. The data produced from this tool were analyzed using theoretical and methodological assumptions from Ludwig Wittgenstein, in his mature work, and ideas from Michel Foucault for converging on the problematization of the use of language. Through Social Cartography, it was possible to identify language games mobilized by children from fishing activities, and that many of them have family similarities with those practiced in School Mathematics. In addition, it showed that children from that school, even in adverse conditions, signaled that they mastered the contents inherent to the cycle of mathematical literacy, when they expressed, through their drawings or orally, the ideas related to laterality, greater and lesser, great and small, they know how to locate themselves in the space where they live, they manage to deal with commercialization processes and the monetary system, etc..

Keywords: Teaching of Mathematics; Ethnomathematics; Social Cartography.

Partindo...

O artigo é um recorte de uma tese de Doutorado em Ensino, desenvolvida na Universidade do Vale do Taquari (Univates). O lócus da pesquisa que desencadeou esta tese foi a Comunidade Cachoeira do Jabuti, que está localizado às margens do Rio Xingu em Altamira (PA) e, assim como outras, sofreu profundas mudanças a partir da implantação da Usina Hidrelétrica Belo Monte (UHEBM)[1]. Muitas dessas que ocorreram nos modos de vida dos sujeitos que constituem esses espaços, bem como na fauna e na flora, estão expressas em pesquisas de Lopes e Parente (2017), Miranda Neto (2016), Calvi (2019), Scabin et al. (2017), Magalhães (2017).

Nestas pesquisas, apenas as de Lopes e Parente (2017) fazem relação mais acentuada das mudanças sofridas pelos ribeirinhos que foram impactados pela perspectiva da educação, apontando, inclusive, as diversas escolas que foram demolidas por recomendação técnica sob risco de inundar quando pleno funcionamento da hidrelétrica. Por esse motivo, muitos alunos precisaram ser remanejados compulsoriamente de uma escola para outra e alguns deles também foram remanejados para a área. Dessa forma interessou-nos assinalar a existência de outros *jogos de linguagem* que se manifestam nos modos de vida ribeirinho de uma comunidade no Rio Xingu, no Estado do Pará. Assim, além desta introdução, o artigo se estrutura em três seções, a saber: a primeira traz uma breve discussão sobre a constituição da escola ribeirinha no contexto amazônico como forma de garantia de direitos, permanência e manutenção dos modos de vida; a segunda aponta as discussões sobre a problematização da linguagem a partir das concepções de Foucault e Wittgenstein (em sua obra de maturidade) pelo prisma da Etnomatemática. Na terceira os trata sobre *jogos de linguagem* e *semelhanças de famílias* a partir de um dos instrumentos presentes na atividade da pesca e, por fim, as considerações finais.

A escola como forma de permanência e manutenção da vida ribeirinha

Os rios são elementos constituintes do cenário amazônico e por eles há distintos modos de vida que se manifestam de diferentes formas, mostrando a existência de outras 'amazônias'.

> Navegar por entre os rios, igarapés e furos que "cortam" essa região é entrar num universo de uma diversidade sociocultural que se renova de acordo com a geografia desses rios, igarapés e furos ou a cada comunidade ribeirinha que surge ao longo das suas margens ou a cada curva que o rio dá, quando aparece uma casa isolada ou algum outro elemento natural, ou ainda no vai e vem das pessoas, que

[1] Sobre a linearidade histórica do projeto, recomendamos o *site* da ONG Xingu Vivo Para Sempre: http://www.xinguvivo.org.br/x23/?page_id=3012. Acesso em: 22 set. 2018.

> por esses "caminhos d'água" vão atravessando suas vidas (FORMIGOSA; LUCENA; SILVA, 2017, p. 3).

É nesse ir e vir que nos deparamos com comunidades ribeirinhas povoadas por muitas famílias onde as relações culturais e de vivências têm o rio, ou seja, as águas como fio condutor de suas atividades. No entanto, os distintos processos de ocupação e constituição desses territórios[2] amazônicos foram e são construídos por distintas formas. No caso das comunidades ribeirinhas do Rio Xingu, além da presença marcante de povos originários como os indígenas, há também influências dos negros, portugueses e nordestinos, que ocorreram por diferentes formas de exploração da floresta amazônica (FORMIGOSA; GIONGO, 2019).

Entretanto, há um elemento demarcador dentro desse cenário: a escola, pois em algumas delas é possível localizar pequenas ou médias, por vezes, denominadas de escolas ribeirinhas. Mesmo que muitas delas encontrem-se em situação degradante, elas acabam se tornando a única presença do Estado nesse cenário historicamente marcado por negação de direitos (HAGE, 2005; 2014). Nesse sentido, manter a escola em funcionamento, mesmo em condições adversas, é uma das formas de manter o Estado presente e, por conseguinte, as famílias se manterem no lugar, pois "[...] quando uma escola fecha, há uma comunidade que morre um pouco mais" (VENDRAMINI, 2015, p. 63). As assertivas da autora apontam que os pais sempre buscam estabelecer moradias em locais que tenham escolas ou em locais próximos a elas.

Além disso, entre a escola e a comunidade há uma relação afetiva e dialógica, por isso a luta permanente dos povos do campo para a manutenção dessas escolas dentro desses contextos, porque garante a permanência das famílias nesse lugar e, por conseguinte, a manutenção dos modos de vida (LOPES; PARENTE, 2017). É na escola que muitas comunidades se mantêm firmes para a garantia de ocupação de seus territórios de pertença; perdê-la é sinônimo de fragilidade no seu modo de organização social e comunitária, e a escola do campo tem sido protagonista nessa luta, pois ela é "[...] quase sempre a segunda frente de batalha, logo após a concretização da ocupação do lugar, acima de tudo porque a

---

[2] Sobre as ideias de território, espaço e lugar recomendo a leitura de TUAN, Yi-Fu. Espaço, tempo, lugar: um arcabouço humanista. **Geograficidade**. v. 1, n. 1, 2011. p. 4-15 e CABRAL, Luís Otávio. Revisitando as noções de espaço, lugar, paisagem e território, sob uma perspectiva geográfica. **Revista de Ciências Humanas**. Florianópolis, v. 41, n. 1 e 2. abr./out. 2007. p. 141-155.

luta pela terra se consolida também pela conquista da escola” (LOPES; PARENTE, 2017, p. 415).

Nesse sentido, a sua forma de organização pedagógica destoa daquelas situadas nos centros urbanos: enquanto na cidade as escolas se organizam por séries/anos, nas comunidades rurais, incluindo as ribeirinhas, onde o número de alunos é reduzido, essa organização ocorre no formato multiano/multisseriado, com crianças de diferentes anos/séries estudam na mesma turma. Cabe pontuar ainda que muitas dessas escolas são constituídas por apenas uma turma, funcionando em um único turno. A luta pela manutenção da escola se justifica ainda para evitar que as crianças se desloquem diariamente por longos períodos para outra escola por meio de transporte escolar, que geralmente são precarizados.

No entanto, mesmo que busquemos traçar um ‘perfil’ das escolas do campo, em particular das escolas ribeirinhas, nos deparamos com as mais variadas, pois, como apontamos anteriormente, há várias ‘amazônias’ nesse cenário, o que não nos permite afirmar que os modos de vida que se manifestam nas distintas comunidades sejam iguais, mesmo desenvolvendo atividades como a caça, a pesca e a agricultura, por exemplo. Dessa maneira, percebemos que há muitas outras linguagens presentes num mesmo contexto que, por vezes, têm relação com a linguagem dita universal e, por outras, não, mas são capazes de mostrar a existência de outras racionalidades e, por conseguinte, nos permitem problematizar tais circunstâncias, geralmente excludentes, conforme observaremos a seguir.

Problematizando a linguagem

O Programa de Pesquisa Etnomatemática pensado por D’Ambrosio enquanto programa de pesquisa nos trouxe, nesses mais de 50 anos, reflexões e importantes contribuições não apenas para o ensino de Matemática nos diversos níveis e modalidades de ensino, como também para a educação de forma geral. O programa tem ajudado a pensar (e a fazer) uma educação que seja pautada na valorização da diferença, buscando conhecer e compreender as diferentes formas com que os grupos sociais produzem conhecimento, considerando que “[...] visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais” (D’AMBROSIO, 1990, p. 9). Dessa maneira, passou-se a vislumbrar a discussão sobre outras racionalidades que são desenvolvidas por outras culturas e que podem contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

É a partir desse prisma que Knijnik *et al.* (2019) passam a problematizar, apoiadas nas concepções filosóficas de Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein, em sua obra de maturidade, considerando que ambos os filósofos têm a linguagem como fio condutor de suas concepções. Knijnik *et al*. (2019, p. 28) denominam o aporte desses filósofos como sendo uma "caixa de ferramentas" que tem a finalidade de "[...] analisar os discursos que instituem as Matemáticas Acadêmica e Escolar e seus efeitos de verdade e examinar os *jogos de linguagem* que constituem cada uma das diferentes Matemáticas, analisando suas *semelhanças de família* que emergem dos diferentes contextos sociais.

Ainda segundo as autoras, há sinais implícitos de uma aproximação em torno do pensamento dos filósofos, mesmo que não tenham sido contemporâneos, pois ambos têm questionado a construção da ideia de linguagem universal (KNIJNIK *et al*., 2019). Foucault (1990), por exemplo, evidencia que o processo de "disciplinarização dos saberes", como forma dessa universalização da linguagem, se deu a partir da construção da ideia da racionalidade científica como parâmetro, o que desencadeou na desqualificação dos saberes considerados inúteis, falsos ou não-saberes.

Esses procedimentos foram essenciais para construção da ciência moderna, pois criaram as condições necessárias para o disciplinamento como mecanismo de exclusão, considerando que as disciplinas "[...] são criadoras de aparelhos de saber e de múltiplos domínios [...] que definirão um código que não será o da lei, mas da normalização" (FOUCAULT, 1998, p. 189). Um exemplo desse disciplinamento se materializa nas práticas imbuídas nos sistemas escolares, que apenas delimitam aquilo considerado ser verdadeiro ou falso, delimitando o que seria necessário para se aprender, pois são consideradas como verdades únicas, em demérito a outros saberes que não são considerados úteis.

Seguindo nessa direção, Wittgenstein, em sua obra de maturidade, problematiza também a ideia de uma única linguagem padronizada, que desconsidera outras existentes. Para esse filósofo, cada modo de vida existente nos distintos contextos vai construindo sua própria linguagem, que vai sendo determinada conforme o seu uso.

> Em vez de indicar algo que é comum a tudo aquilo que chamamos de linguagem, digo que não há uma coisa comum a esses fenômenos, em virtude da qual

> empregamos para todos a mesma palavra, – mas sim que estão *aparentados*[3] uns com os outros de muitos modos diferentes. E por causa desse parentesco ou desses parentescos, chamamo-los todos de "linguagens" (WITTGENSTEIN, 1999, p. 52, grifos nossos).

A partir desse prisma é possível considerar a existência de diferentes linguagens, e que os conceitos que são construídos, inclusive pela Matemática, por exemplo, devem ter uma funcionalidade, pois estas emergem de diferentes contextos "[...] o que permite que se questione a noção de uma linguagem matemática universal e [consequentemente][4] as implicações educacionais desse posicionamento epistemológico" (KNIJNIK, 2016, p. 21). Até porque, considerando os apontamentos feitos na citação anterior de Wittgenstein (1999), é possível perceber que a linguagem não pode ser considerada universal, mas o que há é apenas graus de parentesco entre elas, o que o filósofo nomeia como *semelhanças de famílias*. Segundo ele, ao olharmos para determinados jogos (que por vias da linguagem universal possuem regras) como os de tabuleiro de cartas, por exemplo, teremos entre eles regras que possuem algumas semelhanças e até parentescos.

Seguindo, ele explana que mesmo que modifiquemos o jogo, alguns traços de um desaparecem e surgem novos no outro, no entanto, mantém-se algumas similaridades. Isso se estende, segundo ele, para outros jogos, incluindo aqueles que são apenas atinentes às crianças, como os brinquedos de roda: a diversão se manteve (como nos demais jogos), mas outras características, presentes em outros jogos, desaparecem.

Tais jogos, para o filósofo, nada mais são do que regras que precisam ser seguidas. Dessa maneira, ao nos reportamos à Matemática, percebemos que a mesma criou suas regras, acabou por construí-las como linguagem universal imbuída de formalismo e como única forma de traduzir o mundo. Ancorados em Wittgenstein (1999), problematizamos o modelo vigente que propaga a existência de uma única linguagem matemática, desconsiderando outras racionalidades matemáticas diferentes e que está permeada por diferentes *jogos de linguagem*.

O filósofo sinaliza ainda para a existência de diferentes *jogos de linguagem* que emergem dos saberes produzidos por sujeitos que constituem distintos espaços e que precisam ser considerados, buscando entender os significados existentes nessa construção e a forma como isso ocorre, pois há outras racionalidades em uma mesma forma de vida

---

[3] Grifos conforme o original
[4] Inserção nossa.

(KNIJNIK, 2017, p. 51). Portanto, há diferentes *jogos de linguagem* que precisam ser investigados e que estão impregnados nessas formas de viver, de existir "[...] que podem ser consideradas como 'matemáticos', porque identificamos semelhanças de famílias entre tais jogos e aqueles com os quais fomos escolarizados no mundo ocidental" (Ibidem, p. 51). Ao fazer uso da expressão *jogos de linguagem*, Wittgenstein faz analogias, pois o que determina as regras da linguagem é a forma como a mesma está sendo usada, considerando que não há, para o filósofo, a existência de uma linguagem universal.

Como já apontado nesse texto foi necessário (des)embarcar para desvendar outros elementos constituintes da cultura ribeirinha, que eram próprios daquela do Rio Xingu. A ferramenta que foi utilizada para tal baseou-se na Cartografia Social para mapear os possíveis *jogos de linguagem* presentes dentro daquele contexto que tinham *semelhanças de famílias* com aqueles manifestados na matemática escolar.

Pescando *jogos de linguagem* e *semelhanças de famílias* na comunidade Cachoeira do Jabuti

A pesquisa foi desenvolvida com inspirações etnográficas, por meio da Cartografia Social construída pelo prisma dos alunos dos anos inicias da escola ribeirinha multiano/multisseriada da comunidade. Segundo Oliveira (2018), a Cartografia Social tem ajudado, metodologicamente, a desenvolver pesquisas no campo da educação intercultural, em especial no contexto amazônico, com o intuito de "[...] procurar compreender a organização social dos lugares, saberes, práticas, relações e configurações socioespaciais que são produzidas e/ou que se reproduzem nos territórios existenciais" (SILVA et al., 2011, p. 72). Dessa forma, a Cartografia Social é um instrumento metodológico que contribui para o levantamento de informações sobre os saberes que determinado grupo social possui sobre seu lugar de pertença, seu território e suas diferentes formas de manifestações existentes – sejam culturais, religiosas, econômicas e sociais (LADIN NETO; SILVA; COSTA, 2016). Para esses autores, ela "[...] visa a construção de mapas levando-se em consideração múltiplas dimensões a saber, coletiva e participativa, necessárias para a produção do conhecimento presente no território" (Idem, p. 57). Assim, essa ferramenta ajuda a construir, em conjunto com a comunidade, as que os moradores da mesma possuíam sobre o local, com o intuito de ampliar as informações e construir ou sugerir estratégias de possíveis intervenções na comunidade.

A cartografia social construída pelas crianças não teve a intenção de fazer intervenções na comunidade, mas nos permitiu conhecer qual significado e sentido são atribuídos aos signos que surgiriam nos mapas. Por meio deles foi possível conhecer a comunidade pelo olhar delas, apontando quais semelhanças os seus *jogos de linguagem* possuem com os conteúdos matemáticos, fugindo da construção pragmática encontrada nas aulas, ditas convencionais, de Matemática.

Na construção da Cartografia, dentre as atividades desenvolvidas pelos moradores da comunidade apontadas pelas crianças, como a agricultura a caça e a pesca, foi dado ênfase para a última, pois foi a mais recorrente no processo, o que nos permitiu evidenciar a existência de vários jogos de linguagem que se manifestam nessa prática. No processo de imersão na comunidade Cachoeira do Jabuti, percebemos que a casa dos ribeirinhos não se resume apenas a uma estrutura física:

> A casa, neste caso, vai para além disso... estende-se ao rio, porque é no rio que o sujeito ribeirinho vê sua vida passar e é esse rio que mantém sua vida pulsante, pois é dele que grande parte do sustento da família é garantido. É com esse rio que ele navega! É nessa continuidade da casa que ele se correlaciona e busca mantê-la sempre organizada e arrumada, com as poucas coisas materiais no devido lugar (mas, cheias de simbolismos e significados), como quando aguardamos uma visita. É nesse rio que ele vive, pois esse rio é a sua casa, a sua morada (FORMIGOSA, 2021, p. 29).

Essa ligação com o rio se manifesta pelo leque ampliado de apetrechos inerentes à pesca, frente aos da caça e da agricultura, que as crianças apontaram quando fazíamos o levantamento das atividades desenvolvidas na comunidade. Nesse sentido, discorremos a seguir um desses apetrechos, com seus distintos *jogos de linguagem* e suas possíveis *semelhanças de família* com a matemática escolar, a partir do prisma de uma das crianças:

> “[...] o remo a gente usa aqui pra ir pescar na canoa pequena. Mas só pesca nela quando é perto da casa, porque pra longe tem que ir na voadeira[5] ou no rabudinho[6]. Mas, se for pra longe tem que levar também o remo, porque tem lugar que não dá pra funcionar a voadeira por causa das pedras e também se funcionar o motor vai fazer barulho e espantar os peixes. Lá em casa cada um tem um remo... eu sei remar... <u>eu uso quando é preciso ir na casa de alguém que mora perto, porque pra longe tem que ir só de voadeira, se não demora muito pra chegar</u>. Mas ele só vai

[5] Meio de transporte feito de alumínio e com motor centrado na traseira e que funciona à gasolina.
[6] Meio de transporte feito de alumínio ou madeira com motor centrado na traseira que funciona à diesel.

> pra longe quando ele precisa pescar peixe grande, que é pra ele vender" (Aluna K, grifos nossos).

O remo é um dos primeiros instrumentos com os quais as crianças têm contato e é indispensável para o desenvolvimento da atividade de pesca, pois é ele que contribui no deslocamento no rio. Além disso, permite que o pescador chegue aos locais de pesca fazendo pouco barulho, ao contrário do que ocorre quando precisa se deslocar na voadeira, ou em outra embarcação motorizada. Ele permite também que as crianças desenvolvam outras habilidades, como equilíbrio e um certo domínio de como navegar pela água corrente do rio e por entre as pedras. Assim, as crianças demonstram um amplo conhecimento que possuem do lugar enquanto espaço de vida e de diferentes relações,

As descrições feitas pelas crianças acerca desse apetrecho de pesca e de alguns dos instrumentos, bem como os desenhos por elas realizados, sinalizam que nos seus *jogos de linguagem* há *semelhanças de famílias* matemáticas com aquelas que estão apontadas tanto no plano dos anos iniciais, quanto da matriz do 4º ano do ensino fundamental, presentes nos documentos oficiais da SEMED/Altamira, pois elas conseguem:

> - Identificar ordem de eventos em programações diárias, usando palavras como: antes, depois.
> - Identificar e descrever a localização e a movimentação de objetos no espaço, identificando mudanças de direções e considerando mais de um referencial.
> - Comparar comprimento de dois ou mais objetos por comparação direta (sem o uso de unidades de medidas convencionais) para identificar: maior, menor, igual, mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo etc. (ALTAMIRA, 2015, p. 15).

Percebemos que as crianças evidenciam ainda um grande domínio das atividades que são desenvolvidas no lugar, a exemplo da pesca artesanal. Os *jogos de linguagem* que manifestam sobre a prática da pesca vão ganhando sentido conforme vemos o uso que elas demonstram ter daquilo que lhes é dado (WITTGENSTEIN, 1999). As narrativas das crianças mostram que elas conseguem saber quais apetrechos usar em diferentes situações e finalidades, tomando como referência aquilo que trará melhor retorno para quem desenvolve a pesca, tanto na perspectiva da quantidade, quanto da qualidade/tamanho, conforme a necessidade a que se destina aquela pesca: se para consumo da própria família ou para comercialização. Há entre os moradores da comunidade, a comercialização ou troca de produtos alimentícios, mas também conseguem vender peixe para pessoas de fora da comunidade, que estão de passagem pelo rio ou mesmo para atravessadores, ou ainda quando vão até a cidade, conforme observamos na fala de uma das crianças a seguir:

> "O papai vende peixe aqui mesmo ou ele vai pra rua vender. Aqui ele vende mais barato quando é pra algum vizinho ou parente e, às vezes, até troca por carne ou frango, porque comer peixe todo dia enjoa... Ele também vende pra gente que passa aqui no rio e quer comprar... basta colocar o isopor na frente de casa que eles já sabem que tem peixe [para vender][7]... só que aí <u>ele vende mais caro</u> e também troca por outras coisa que falta na casa, como óleo, arroz, feijão... <u>e quanto maior o peixe, maior o preço</u>, por isso que é bom pescar peixe grande...só que só tem pra longe... dá umas 4 ou 5 horas daqui... e quando ele vai, ele fica muitos dias pra lá, porque não dá para ir e voltar. <u>Ele vai pra lá porque a barragem matou muito peixe aqui e só tem pra lá</u>" (Aluno G, grifos nossos).

Nesses *jogos de linguagem*, verifica-se que as crianças conhecem as estratégias não apenas para a pesca, mas para outras atividades, como a comercialização do peixe. Os saberes que possuem se assemelham, por diversas vezes, com as famílias dos conteúdos da Matemática escolar, referente à ideia de grandezas e medidas, além de conseguirem ter domínios de elementos inerentes ao sistema monetário quando conseguem atribuir valores aos peixes a partir do seu tamanho e/ou espécie.

Na comercialização, em uma das práticas desenvolvidas no interior da atividade da pesca, por exemplo, as crianças vão se apropriando de saberes que visualizam e em alguns casos, já desenvolvem com os pais, seja trocando os peixes por outros produtos entre as próprias famílias ou com pessoas de outros lugares que estão de passagem pela comunidade, ou pela atribuição de valores diferentes ao peixe vendido, a depender da cara do freguês, ou seja, de onde seja o freguês. Além disso, fica evidente que as crianças conhecem que o espaço onde estão inseridas passou por transformações em decorrência da UHEBM, quando afirmam que não há mais peixe grande no local e que é preciso ir pescar mais longe, onde os pais precisam ficar por alguns dias pescando sem virem dormir em casa, cabendo à mãe a organização da vida diária da família no âmbito da comunidade.

Tais conteúdos não se distinguem daqueles destinados às escolas urbanas, considerando que o acesso à Matemática Escolar, na perspectiva da ideia de linguagem universal, é um direito também que as crianças das escolas de comunidades ribeirinhas possuem. Nessa direção, Knijnik *et al*. (2019, p. 83) asseguram que é necessário problematizar sobre quais são os impactos da produção científica e das "novas tecnologias", por exemplo, em populações tradicionais como as ribeirinhas, no que tange os seus benefícios refletidos na qualidade de vida desses sujeitos que não podem ficar alheios tanto

[7] Inserção nossa.

do processo de construção quanto do uso daquilo que é construído historicamente pela sociedade.

Apoiados em Wittgenstein (1999), percebemos que há sinais da existência de outras gramáticas que transcendem aquilo que tem valor material, passando a ser demarcadas pelo sentido das ações associadas ao fato ocorrido, por meio dos *jogos de linguagem* daquele modo de vida, que também é utilizado por outros. Essa forma de atribuir sentido e significado, a partir das suas experiências, configura-se por valores que se entrelaçam em suas ações e nas ações dos outros sujeitos com os quais se relacionam, que vão consolidando os *jogos de linguagem* praticados naquele contexto, pois como pontua Condé (1998, p. 101), "[...] os jogos de linguagem encontram sua sustentação no contexto da vida".

Chegando...

A pesquisa nos permitiu corroborar as ideias de Wittgenstein de que há uma teia de múltiplas formas de vida construídas no contexto amazônico, a partir de diferentes frentes de ocupação, em marcos históricos distintos. Tais teias imbricam as crianças daquela comunidade e as tornam também produtoras de culturas, que vão se emaranhando nas teias que se diluem como as águas do rio, não no sentido de desaparecer, mas se constituindo como parte daquele lugar, portanto, produtoras de saberes. Ao partirmos dessa afirmação, coloca-se em xeque o modelo de construção de saber hegemônico existente, que desconsidera outras formas de saberes, como aponta Foucault (2006; 2008), e a própria linguagem universalizante da matemática, a partir das ideias tanto de Foucault quanto de Wittgenstein (1999).

As estratégias adotadas pelos ribeirinhos que estão sendo apreendidas pelas crianças da comunidade mostram critérios de racionalidade construídos conforme o contexto, vislumbrando outras linguagens, inclusive matemáticas, em contrapartida à linguagem universal propagada nos sistemas escolares, incluindo aqui as escolas instaladas em espaços insulares, como as ribeirinhas do Rio Xingu e tantas outras presentes no contexto amazônico. Desse modo, podemos afirmar que os diferentes *jogos de linguagem* que se materializam nas práticas desenvolvidas no interior da pesca dos ribeirinhos, que são vivenciadas desde muito cedo pelas crianças, possuem grau de parentesco, ou seja, *semelhanças de família* com a Matemática Escolar desenvolvida na escola e que se apresentam por meio dos conteúdos nos programas curriculares da SEMED/Altamira.

Isso fica evidenciado quando as crianças demonstram conhecer valor monetário, conseguem relacionar a ideia de menor e maior, atribuindo valores ao peixe, bem como pela espécie capturada. Além disso, mostram conhecer a dinâmica do tempo e do espaço, a partir de um dado referencial, além de dominarem ideias de comparação sem as medidas convencionais da Matemática Escolar. Tais domínios nos permitem aferir que a escola, mesmo em situações adversas, permite que as crianças mobilizem os seus distintos *jogos de linguagem*. No entanto, passamos a refletir sobre como, para além da inserção das práticas cotidianas inerentes aos modos de vida delas no contexto escolar, tais práticas lhes permitiam ter acesso a outros jogos de linguagem.

Referências

ALTAMIRA. **Plano de ensino unificado do ciclo de Alfabetização** (anos iniciais do Ensino Fundamental). Secretaria Municipal de Educação, Altamira (PA), 2015.

CALVI, Miquéias Freitas. **(Re)Organização produtiva e mudanças na paisagem sob influência da hidrelétrica de Belo Monte**. Tese (Doutorado em Ambiente e Sociedade) Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Campinas, SP: [s.n.], 2019.

FORMIGOSA, M. M.; LUCENA, I. C. R.; SILVA, C. A. F. Um navegar pelos saberes da tradição na Amazônia ribeirinha por meio da Etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática, v. 10, n. 1, 2017.

FORMIGOSA, M. M. GIONGO, I. M. As práticas etnomatemáticas de alunos ribeirinhos do rio Xingu como sinais de resistência à hidrelétrica Belo Monte. **Margens** - Revista Interdisciplinar, v. 13, n. 21, 2019.

FORMIGOSA, M. M. **As etnomatemáticas de alunos ribeirinhos do rio Xingu**: jogos de linguagem e formas de resistência. 2021. 263f. Tese (Doutorado em Ensino). Universidade do Vale do Taquari, Lajeado (RS), 2021.

FOUCAULT, Michel. **As palavras e as coisas**. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

FOUCAULT, Michel. O sujeito e o poder. DREYFUS, H. L.; RABINOW, P. **Michel Foucault, uma trajetória filosófica**: para além do estruturalismo e da hermenêutica. (Tradução: Vera Portocarrero). Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

FOUCAULT, Michel. **A ordem do discurso**: aula inaugural no College d'e France, pronunciada em 2 de dezembro de 1970 (Tradução: Laura Fraga de Almeida Sampaio). 3. ed. São Paulo: Edições Loyola, 1996.

FOUCAULT, Michel. **Microfísica do poder**. 13. ed. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1998.

FOUCAULT, Michel. **Vigiar e punir**. 21. ed. Petrópolis: Vozes, 1999.

FOUCAULT, Michel. Poder e saber. MOTTA. Manoel B. (Org.). **Estratégia, poder-saber** (Tradução: Vera Lúcia Aavellar Ribeiro). 2 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006 (Coleção Ditos & Escritos).

FOUCAULT, Michel. **A arqueologia do saber** (Tradução de Luiz Felipe Baeta Neves). 7. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2008.

HAGE, S. M. Transgressão do paradigma da (multi)seriação como referência para a construção da escola pública do campo. **Educ. Soc. [online]**, v. 35, n. 129, p. 1165-1182, 2014.

HAGE, S. M. (Org.). **Educação do campo na Amazônia**: retratos de realidades das escolas multisseriadas no Pará. 1. ed. Belém: M. M. Lima, 2005.

KNIJNIK, Gelsa *et al*.. **Etnomatemática em movimento**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

LADIM NETO, F. O.; SILVA, E. V.. COSTA, N. O. Cartografia social instrumento de construção do conhecimento territorial: reflexões e proposições acerca dos procedimentos metodológicos do mapeamento participativo. **Revista Casa de Geografia de Sobral**. v. 18, n. 2, 2016, p. 56-70.

LIMA, M. V. Costa. COSTA, S. M. G.. Cartografia social das crianças e adolescentes ribeirinhas/quilombolas da Amazônia. In: **Revista Geografares**, n. 12, p. 76-113, 2012.

LOPES, R.S.; PARENTE, F.A. Recomendações para a educação escolar dos ribeirinhos: entre o rio e a rua. MAGALHÃES, Sônia B.; CUNHA, Manuela Carneiro. **A expulsão de ribeirinhos em Belo Monte**: relatório da SBPC. São Paulo: SBPC, 2017.

MAGALHÃES, S. B. Introdução: a voz dos ribeirinhos expulsos. MAGALHÃES, S. B. CUNHA, M. C. **A expulsão de ribeirinhos em Belo Monte**: relatório da SBPC: São Paulo: SBPC, 2017.

MIRANDA NETO, J. Q. **Os nexos de re-estruturação da cidade e da rede urbana**: o papel da Usina Belo Monte nas transformações espaciais de Altamira-PA e em sua região de influência. Tese (Doutorado em Geografia) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente (SP), 2016.

SILVA, M. G. *et al.*. Cartografias e método(s): outros traçados e caminhos metodológicos para a pesquisa em educação. MARCONDES, M. I.; OLIVEIRA, I. A.; TEIXEIRA, E. (Orgs). **Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação**. Belém: EDUEPA, 2011.

SCABIN, Flávia *et al*.. A violação de direitos dos ribeirinhos no contexto de Belo Monte e os processos de assistência jurídicas na DPU, em Altamira. MAGALHÃES, S. B. CUNHA, M. C. **A expulsão de ribeirinhos em Belo Monte**: relatório da SBPC. São Paulo: SBPC, 2017.

VENDRAMINI, C.R. Qual o futuro das escolas do campo? **Educação em Revista**, v. 31, n. 3, p. 49-69, jul./set. 2015.

WITTGENSTEIN, L.. **Investigações filosóficas**. Tradução: José Carlos Bruni. São Paulo: Editora Nova Cultural, 1999.

Pesquisa e Referenciais do Campo da Etnomatemática: possibilidades e limitações para práticas pedagógicas em cursos de engenharia

Research and Frameworks of the Field of Ethnomathematics: possibilities and limitations of teaching practices in engineering programs

Marli Teresinha Quartieri
Universidade do Vale do Taquari – Univates
mtquartieri@univates.br

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Universidade do Vale do Taquari – Univates
mrehfeld@univates.br

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo examinar as contribuições dos referenciais teórico-metodológicos do campo da etnomatemática, na perspectiva de Knijnik et al (2019), para os processos de ensino e de aprendizagem nas disciplinas vinculadas ao Cálculo, em cursos de Engenharia. Os materiais de pesquisa estão constituídos por um e-book - cujos capítulos evidenciam resultados de uma investigação que teve como objetivo problematizar os jogos de linguagem expressos por um grupo de engenheiros, em suas atividades laborais - e enunciações de estudantes que, no primeiro semestre de 2021, cursaram Cálculo II em uma Instituição de Ensino Superior Gaúcha. A turma estudou os capítulos e, após, ocorreu a socialização via apresentações viabilizadas por cinco grupos. Os materiais foram escrutinados em consonância com a análise do discurso na perspectiva de Michel Foucault (2005), evidenciando que os estudantes compreenderam que os jogos de linguagem matemáticos emergem nas diversas formas de vida e fazem sentido a partir de seu uso. O resultado aponta a produtividade de investir em práticas pedagógicas que unam pesquisa e ensino, a partir do acompanhamento de atividades laborais de egressos.

Palavras-chave: Etnomatemática, ensino superior, pesquisa.

Abstract

This study aims to examine the contributions of the theoretical and methodological frameworks of the fields of ethnomathematics as per Knijnik et al (2019) to the teaching and learning processes in the courses connected with Calculus in Engineering programs. The research materials are constituted by an e-book – whose chapters show results of an investigation that aimed to problematize the language games expressed by a group of engineers in their working activities – and enunciations of students who attended Calculus II in the first semester of 2021 in a Higher Education Institution in RS, Brazil. This class studied the chapters and subsequently, shared them through presentations of five groups. The materials were examined based on Michel Foucault's (2005) discourse analysis, which showed that the students understood that mathematical language games emerge from the various forms of lives, and they make sense with their use. The outcome highlights how productive it is to promote teaching practices that combine research and teaching by following alumni's working activities.

Keywords: Ethnomathematics, higher education, research

A pesquisa e os referenciais teóricos

O presente texto tem como objetivo examinar as contribuições dos referenciais teórico-metodológicos do campo da etnomatemática para os processos de ensino e de aprendizagem, nas disciplinas vinculadas ao Cálculo, sobretudo em cursos de Engenharia. A pesquisa ocorreu no primeiro semestre de 2021, em Cálculo II, envolvendo estudantes de seis cursos, numa Universidade comunitária, do interior do Rio Grande do Sul. A referida disciplina tem oitenta horas de duração, divididas em vinte encontros, sendo dezoito presenciais e dois destinados aos assim chamados estudos independentes, espaço reservado aos estudantes realizarem tarefas extraclasse. Estas podem constituir atividades diversas, tais como exercícios, trabalhos em grupos, individuais, pesquisa, dentre outros.

No primeiro semestre de 2021, em razão da pandemia, as aulas foram virtualizadas, havendo a necessidade de se pensar em tarefas para os estudos independentes que não implicassem deslocamentos e aglomerações. Assim, inicialmente, optou-se por dividi-los em duas partes. Na primeira, foi solicitado que os estudantes realizassem, individualmente, tarefas alusivas aos conteúdos ministrados que, de acordo com a ementa, eram relativas a funções de várias variáveis, derivadas parciais, integração múltipla e equações diferenciais de primeira ordem. Para a segunda, apresentou-se aos alunos um *e-book*, disponível na editora da Instituição, que versava sobre os resultados de uma investigação, efetivada em anos anteriores, por um grupo de pesquisadoras vinculadas a dois Programas de Pós-Graduação em Ensino. Em pequenos grupos, os discentes deveriam estudar os cinco capítulos e, por meio de um sorteio, problematizar no grande grupo um deles. A obra apresenta atividades matemáticas para os cursos de Engenharia que foram selecionadas a partir do acompanhamento sistemático, durante um ano, de práticas laborais de um grupo de engenheiros (civis, da produção, controle e automação e de software) egressos da Instituição. Em síntese, o *e-book* teve o propósito de

> [...] apresentar alguns referenciais teóricos que embasaram a pesquisa, bem como materiais instrucionais que podem ser utilizados nas disciplinas de Introdução às Ciências Exatas, Fundamentos de Matemática, Cálculo I, Cálculo II e Cálculo Numérico. Assim, no capítulo I são descritos os aportes teóricos que sustentaram a pesquisa. Problematizam-se algumas ideias relacionadas aos conhecimentos matemáticos, à existência de diferentes matemáticas, entre elas os jogos de linguagem matemáticos usados pelos engenheiros. Ao final, são expostas as ações da pesquisa que foram planejadas e executadas ao longo de dois anos (REHFELDT e QUARTIERI, 2015, p. 5).

Cabe nesse momento destacar o entendimento dado ao termo problematizar. Apoiada nos estudos de Michel Foucault, Toledo (2017, p. 13) afirma que buscou, em sua tese, "identificar linhas de força de diferentes naturezas que, de diferentes modos, produzissem, em seus entrelaçamentos, tensionamentos". Nessa ótica, para a pesquisadora, é um processo que identifica como diferentes aspectos (econômicos, sociais, culturais) se cruzam e entrecruzam, apresentando intersecções e tensionamentos, com o intuito de transformar algo em um problema a ser tratado e retificado (Ibidem, p.12). Nesse sentido, os referenciais teórico-metodológicos que sustentaram a investigação - e a escrita da obra à época - são relativos ao campo da etnomatemática. Este, como já apontado por Knijnik (2002), é vasto e heterogêneo, não permitindo que se faça uma simplificação, "impossibilitando a enunciação de generalizações no que diz respeito a seus propósitos investigativos ou a seus aportes teórico-metodológicos" (KNIJNIK et al, 2019, p. 23). Ainda para as autoras, a perspectiva de D'Ambrósio tem amplo enfoque, "permitindo que sejam consideradas, dentre outras, **como formas de Etnomatemática: a matemática praticada por categorias profissionais específicas**" (KNIJNIK et al, 2019, p.23 grifos nossos).

Nesse sentido, é importante salientar que a heterogeneidade do campo não exime que os pesquisadores optem por uma perspectiva. Nesta pesquisa, a opção deu-se, precisamente, pela conceituação expressa por Knijnik et al (2019), que intersecta ideias da maturidade de Ludwig Wittgenstein e de Michel Foucault. Portanto, essa perspectiva etnomatemática é concebida "como uma `caixa de ferramentas` que possibilita analisar os discursos que instituem as Matemáticas Acadêmica e Escolar e seus efeitos de verdade e examinar os jogos de linguagem que constituem cada uma das diferentes Matemáticas, analisando suas semelhanças de família" (KNIJNIK et al, 2019, p. 28).

Cumpre enfatizar que aqui ecoam as ideias da maturidade de Wittgenstein e alguns conceitos de Foucault. Em efeito, Wittgenstein rechaça a ideia de um fundamento último para a linguagem, apostando na existência de linguagens, no plural, que assumem caráter contingente mediante seu uso. "Dessa forma, sendo a significação de uma palavra gerada por seu uso, a possibilidade de essências ou garantias fixas para a linguagem é posta sob suspeita, levando-nos a questionar também a existência de uma linguagem matemática única e com significados fixos" (KNIJNIK et al, 2019, p. 22). Por conta disso, nesse referencial teórico, não há produtividade em se apostar numa matemática que, decorrente da acadêmica, poderia ser aplicada nos mais variados contextos.

Na contramão dessa ideia, emergem os jogos de linguagem propostos por Wittgenstein. Em efeito, "A expressão jogo de linguagem deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida" (WITTGENSTEIN, 2004, p. 27). A esse respeito, o citado autor alude que “pode-se, para uma grande classe de casos de utilização da palavra ‘significação’ – se não para todos os casos de sua utilização – explicá-la assim: a significação de uma palavra é seu uso na linguagem” (WIITGENSTEIN, 2004, p. 28) [grifos do autor]. Assim, a forma de vida estabelece a gramática com a qual interagimos, e “os jogos de linguagem estão imersos em uma rede de semelhanças que se sobrepõem e se entrecruzam, podendo variar dentro de determinados jogos ou de um jogo para outro” (KNIJNIK et al, 2019, p. 31). Nessa ótica, “a noção de semelhanças de família pode ser compreendida não como um fio único que perpasse todos os jogos de linguagem, mas como fios que se entrecruzam” (Ibidem, p.31).

Por sua vez, Moreno (2000, p. 62-63) expressa que, ao olharmos para aquilo que é denominado “um jogo”, “veremos que não é possível encontrar uma propriedade característica que seja comum a todas as situações de jogos (...) tudo o que podemos encontrar são semelhanças e diferenças entre essas diferentes situações”. Precisamente, tais semelhanças, em maior ou menor grau, observadas pelos estudantes dos cursos de Engenharia, pode ser produtiva para que compreendam como os profissionais operam com as regras matemáticas em suas práticas laborais. Em efeito, cumpre destacar que Condé (2004) argumenta que Wittgenstein concebe as semelhanças de família a partir da diferença, uma vez que, ao estabelecer as analogias no interior de um jogo de linguagem ou entre vários jogos, o filósofo não está buscando uma essência ou identidade, “mas a diferença que, apesar de existir, ainda permite compreender aquela atividade como um jogo de linguagem no interior do qual os usos das palavras estabelecem significações” (Ibidem, p.57).

Munidos desses referenciais teóricos, na próxima seção, descrevemos os procedimentos metodológicos da investigação com os estudantes.

O processo de investigação

Ao propormos a tarefa aos estudantes, havia a preocupação da docente com a possibilidade de baixa adesão deles à proposta, tendo em vista a necessidade de os grupos se reunirem virtualmente e o fato de a tarefa demandar leitura de teorizações e estudo de como os profissionais fizeram uso das regras matemáticas em suas atividades laborais. Em efeito, alguns exemplos expostos na obra não apresentavam, na sua resolução, conteúdos em consonância com os da ementa da disciplina. Por conta disso, ocorreu um diálogo com a turma visando expor a pesquisa efetivada, a metodologia empregada e a apresentação da obra. Também se examinaram, com detalhes, os capítulos que compunham a obra: o primeiro destinado a uma reflexão teórica acerca do campo da etnomatemática, seguido do uso do *software Geogebra*, da calculadora HP 50G e, por fim, um designado a um extenso conjunto de atividades laborais geradas no campo empírico, ou seja, no acompanhamento das atividades laborais. Esse último, por ser extenso, foi dividido em dois grupos. Assim, formaram-se cinco, sendo os capítulos para a problematização sorteados. Durante a explanação da professora, alguns estudantes citaram nomes de colegas que participavam como bolsistas de iniciação científica em projetos de pesquisa na Universidade, questionando se uma das tarefas destes seria acompanhar grupos de engenheiros em seus locais de trabalho.

Nesse momento da discussão, o grupo a quem coube problematizar o capítulo 1, tido como teórico, expressou seu descontentamento, evidenciando a preferência por "coisas que os engenheiros fazem no seu dia a dia". A professora problematizou o posicionamento dos estudantes, mencionando a importância, na pesquisa, de referenciais teóricos consistentes para auxiliar na análise dos dados gerados. Expressões atinentes a investigações - dentre elas, materiais de pesquisa, metodologia e referencial teórico - também foram problematizadas. Alguns estudantes que já tinham participado, como ouvintes, de sessões de defesa de trabalhos de conclusão de curso, comentaram que estas ideias estavam presentes nas apresentações e nas arguições dos componentes da banca examinadora. Alguns, inclusive, lembraram situações nas quais houve críticas ou elogios a tais aspectos nas defesas.

Após argumentações da professora e dos colegas, os integrantes concordaram em seguir com a ideia inicial, enfatizando, porém, que "os outros grupos terão coisas mais interessantes para apresentar". Por fim, combinamos como se dariam as apresentações, bem como o tempo destinado e os recursos que poderiam ser utilizados. Os alunos optaram por fazer uso de slides e compartilhamento de telas, considerado por eles como a melhor estratégia para a exposição em tempo de ensino virtualizado. Ademais, cada um deles deveria relatar, em no máximo duas laudas, suas experiências com o trabalho, evidenciando possibilidades e limitações, sobretudo relativas ao entendimento acerca dos modos de operar matematicamente dos engenheiros acompanhados pelo grupo de pesquisa. Por conta disso, integrantes de alguns grupos questionaram se deveriam apenas evidenciar as práticas laborais pesquisadas cujas atividades envolvessem os conteúdos presentes na ementa do Cálculo II. Afinal, segundo um deles, "neste semestre estamos estudando derivadas e integrais de funções de várias variáveis. Por que deveríamos nos importar com outros conteúdos?" Novamente, a professora interveio explicando que, numa pesquisa dessa natureza, frequentemente os resultados encontrados abordam conteúdos para além de determinada ementa.

Neste momento, também cabe destacar os materiais de pesquisa que compuseram a investigação, quais sejam os capítulos problematizados pelos estudantes e as suas enunciações expressas durante as apresentações. Estas foram escrutinadas em consonância com a Análise do Discurso na perspectiva foucauliana. Para esse filósofo, é preciso compreender que a verdade não pode ser pensada desconectada da noção de poder. Na obra Microfísica do Poder (FOUCAULT, 1979, p. 12), ao se distanciar das definições convencionais de poder e discutir suas conexões com saber e verdade, Foucault expressa que “a verdade é deste mundo; ela é produzida nele graças a múltiplas coerções e nele produz efeitos regulamentados de poder”. Nesse sentido, cada sociedade tem seu regime de verdade, ou, para usar uma expressão do citado filósofo, uma “política geral” de verdade, isto é,

> (...) os tipos de discurso que ela acolhe e faz funcionar como verdadeiros; os mecanismos e as instâncias que permitem distinguir os enunciados verdadeiros dos falsos, a maneira como se sanciona uns e outros; as técnicas e os procedimentos que são valorizados para a obtenção da verdade; o estatuto daqueles que têm o encargo de dizer o que funciona como verdadeiro (FOUCAULT, 1979, p. 12).

O filósofo ainda salienta que “verdade” não quer dizer “o conjunto das coisas verdadeiras a descobrir ou a fazer aceitar”. Trata-se, para ele, de examinar “o conjunto das regras segundo as quais se distingue o verdadeiro do falso e se atribui ao verdadeiro efeitos específicos de poder” (Ibidem, p.13). Ao reforçar essa posição, Foucault assinala que “não se trata de um combate ‘em favor’ da verdade, mas em torno do estatuto da verdade e do papel econômico-político que ela desempenha" (Ibidem, p.13). Assim, os discursos da matemática são estudados levando-se em conta as relações de poder-saber que os instituem e são por eles instituídos.

Veiga Neto (2003, p.113), apoiando-se em Foucault, sustenta que o enunciado "não é nem uma proposição, nem um ato de fala, nem uma manifestação psicológica de alguma entidade que se situasse abaixo ou mais por dentro daquele que fala". Para o autor, o enunciado não necessita estar restrito a uma verbalização e suas regras gramaticais. Wanderer e Knijnik (2007, p.3) inferem que, nessa concepção foucaultiana, os discursos da matemática podem ser pensados como regimes de verdade, "uma vez que algumas técnicas e procedimentos – praticados pela academia – são considerados como os mecanismos (únicos e possíveis) capazes de gerar conhecimentos". Para as autoras, tal processo acaba por excluir outros saberes que, por não se servirem das mesmas regras que aquelas tidas como "corretas", "são sancionados e classificados como 'não matemáticos'" (Ibidem, p. 7).

Desse modo, ao descrever e analisar alguma formulação, não se trata de verificar as relações entre o autor e o que ele disse, mas "determinar qual é a posição que pode e deve ocupar todo indivíduo para ser seu sujeito" (FOUCAULT, 2005, p.109). Importa também destacar que Foucault entende que a análise de enunciados "só pode se referir a coisas ditas, a frases que foram realmente pronunciadas ou escritas" (Ibidem, p.126). Não significa perguntar o que estaria supostamente "oculto" nas enunciações, mas sim analisar "de que modo existem, o que significa para elas o fato de se terem manifestado, de terem deixado rastros (...) o que é para elas o fato de terem aparecido – e nenhuma outra em seu lugar" (Ibidem, p.126).

Por questões vinculadas à ética em pesquisa, as identidades dos estudantes foram preservadas, sendo identificados, genericamente, por Aluno A, B e assim sucessivamente. Assim, na próxima seção, relatamos alguns resultados da investigação.

Sobre alguns resultados

A análise efetuada sobre o material de pesquisa permitiu que se evidenciassem algumas unidades de análise. A primeira diz respeito ao entendimento que os estudantes explicitaram acerca do campo da etnomatemática. Em efeito, o grupo que, inicialmente, havia mostrado descontentamento com o sorteio do capítulo teórico, expressou que, após a leitura, compreendeu alguns elementos comuns desse campo.

Aluno A: Ademais, as autoras evidenciam sua preocupação no que diz respeito ao ***pensamento etnomatemático que entende que a matemática escolar é uma disciplina vinculada à produção de subjetividades. Essa subjetividade é causada pelos problemas da modernidade que formam um indivíduo unificado, centrado e de uma racionalidade única. Assim, nos ciclos da história, cada sociedade buscou uma melhor adaptação das descobertas matemáticas de acordo com suas necessidades reais*** *e assim foram desenvolvendo sistemas de numeração, alternativas para operações e desenvolvendo a técnica de análise para o aperfeiçoamento e melhoria do conhecimento científico e empírico dentro dos campos da matemática [excerto escrito, grifos dos autores].*

Na esteira dessas discussões, os estudantes também fizeram menção aos tempos em que eram discentes da escola básica e, segundo eles, não compreendiam a necessidade de estudar determinados conteúdos de matemática embora tivessem apreço pela disciplina. Em especial, um deles comentou o fato de a calculadora ser proibida em sala de aula:

Aluno B: ***Por possuir várias funcionalidades, alguns professores proíbem o uso dela em provas devido à facilidade de salvar as chamadas "colas" em suas configurações e aplicações.*** *Esta calculadora possui infinidades de configurações e mais de 2.300 funções, chegando a deixar os seus usuários perdidos em um primeiro contato. Conta ainda com gráficos e tabelas que auxiliam muito na hora de resolver um problema específico ou para demonstrar os resultados de forma que simplifique o entendimento. Decorrente de tantas formas de usar a calculadora, a grande maioria das pessoas que a utilizam não usam metade de sua capacidade e ainda podem-se instalar programas dedicados a determinados assuntos, como: finanças, cálculo numérico, elétrica, resistência dos materiais, topografia entre muitos outros [grifos dos autores].*

Nesse momento da discussão, enveredou-se pela problematização dos conteúdos matemáticos necessários para que um engenheiro possa desenvolver suas tarefas cotidianas. Nesse sentido, "se a mesma expressão linguística for usada de outra forma ou em outra situação, sua significação poderá ser outra, isto é, poderá ter uma significação totalmente diversa da anterior, dependendo de seu uso na nova situação" (CONDÉ, 2004, p. 48). Ao fazer menção às (tarefas) abordadas no capítulo, um dos estudantes expressou que estas mostravam

Aluno C: [...] algumas situações-problema que engenheiros das mais diversas áreas podem enfrentar em seu cotidiano profissional [...] ***os alunos necessitam lidar com problemas e situações reais do cotidiano em suas áreas, podendo, assim, dar uma maior proximidade do real junto à teoria, situações que em um laboratório controlado não enfrentam*** *[excerto escrito, grifos dos autores].*

No entanto, é interessante pontuar que os estudantes também mencionaram a importância dos conteúdos previstos para a disciplina, pois alguns problemas foram resolvidos pelos engenheiros usando ideias atinentes à derivação. Ao acompanhar o que um dos (engenheiros) entrevistados dissera, um estudante evidenciou que "ninguém mais faz derivada e integral no braço, ainda bem que nós, em Cálculo II, já podemos usar o *Symbolab*" (referindo-se a um *software* gratuito para resolução de derivadas e integrais). E completou afirmando a "importância da aprendizagem prática dos cálculos de derivadas e integrais, utilizando a calculadora para conferência dos resultados encontrados, também como foi constatado na entrevista feita com engenheiros já formados". Por fim, expressou que "a maioria [dos engenheiros] não faz cálculos a mão pois utilizam a calculadora para agilizar seu trabalho e garantir a precisão do resultado".

Os excertos até aqui transcritos permitem concluir que os estudantes questionaram as "verdades" instituídas no âmbito da educação matemática, que apregoam uma suposta matemática universal que poderia ser aplicada em múltiplas situações. Na contramão dessa ideia, emergem os jogos de linguagem propostos por Wittgenstein. Em efeito, "A expressão jogo de linguagem deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida" (WITTGENSTEIN, 2004, p. 27). A esse respeito, o citado autor alude que “pode-se, para uma grande classe de casos de utilização da palavra ‘significação’ – se não para todos os casos de sua utilização – explicá-la assim: a significação de uma palavra é seu uso na linguagem” (WITGENSTEIN, 2004, p. 28) [grifos do autor]. Assim, a forma de vida estabelece a gramática com a qual interagimos, e “os jogos de linguagem estão imersos em uma rede de semelhanças que se sobrepõem e se entrecruzam, podendo variar dentro de determinados jogos ou de um jogo para outro” (KNIJNIK et al, 2019, p. 31). Nessa ótica, “a noção de semelhanças de família pode ser compreendida não como um fio único que perpasse todos os jogos de linguagem, mas como fios que se entrecruzam” (Ibidem, p.31).

Já Moreno (2000, p. 62-63) expressa que, ao olharmos para aquilo que é denominado “um jogo”, “veremos que não é possível encontrar uma propriedade característica que seja comum a todas as situações de jogos (...) tudo o que podemos encontrar são semelhanças e diferenças entre essas diferentes situações”. Como bem apontou o estudante D, “**As práticas utilizadas e os conteúdos abordados durante as disciplinas são analisados “in loco”, como forma de aferir a efetiva utilização e domínio das técnicas no trato de problemas reais”** [grifos nossos]. Ao concluir, declarou que as especificidades de cada engenharia fazem “frente às necessidades de resolução incumbidas ao engenheiro na moderna estrutura de produção, na qual o profissional está inserido”. Nessa perspectiva, outro estudante argumentou que:

Aluno E: Com o avanço das tecnologias, a utilização de novas ferramentas cresce significativamente no mercado de trabalho e em nosso cotidiano. Com isso, ganha-se tempo e segurança em relação às formas tradicionais de resolver todos os tipos de cálculos. Além disso, estas também podem ser utilizadas para conferência e maior precisão dos resultados. A calculadora HP 50G é uma das melhores ferramentas *disponíveis para engenheiros, pois esta é uma calculadora gráfica, com boa duração de bateria, memória de armazenamento interno e troca de arquivos.* ***Chegando a ser comparada a um mini computador devido suas diversas funções, sua eficiência e seu benefício para os usuários. Sua única desvantagem é seu preço, que é significativamente alto em relação ao das calculadoras tradicionais encontradas no mercado [...]*** *[grifos dos autores]*

Nesse sentido, questões vinculadas ao custo das tecnologias também passaram a ser problematizadas. O elevado custo, por exemplo, das calculadoras, tidas como essenciais à formação dos engenheiros, foram repetidamente elencadas pelos estudantes. Nesse sentido, caberia questionar, "como a produção científica e as `novas tecnologias` estão sendo utilizadas, que interesses têm orientado as pesquisas que lhes dão suporte, que parcelas da população têm se beneficiado" (KNIJNIK et al, 2019, p. 83). Não se trata, no entanto, de termos uma posição saudosista, como se o retorno aos "bons tempos de antigamente" fosse o remédio para as mazelas sociais, mas sim evitar "a glorificação de tais avanços, não assumindo uma posição ingênua sobre a vasta trama de interesses que orientam a produção e a disseminação da ciência e das tecnologias na contemporaneidade" (Ibidem, p.83). É importante demarcar que Wittgenstein

> [...] compreende as semelhanças de família a partir da diferença, isto é, ao estabelecer essa analogia entre diversas características no interior de uma linguagem ou entre vários jogos, o autor das Investigações não está propriamente buscando a identidade, a igualdade de um jogo para outro, mas a diferença que, apesar de existir, ainda permite compreender aquela atividade como um jogo de linguagem no interior do qual os usos das palavras estabelecem as significações (CONDÉ, 2004, p. 56-57).

As ideias expostas neste artigo permitem que se façam algumas inferências, a seguir destacadas na seção Considerações Finais?

Considerações Finais?

Haveria múltiplas considerações a serem feitas a partir do que até aqui foi exposto. No entanto, este texto contém apenas três. A primeira diz respeito às possibilidades de explorar trabalhos investigativos nos estudos independentes. Inicialmente, os estudantes se mostraram preocupados e contrariados em problematizar resultados de uma investigação que, segundo um deles, "está muito longe do nosso dia a dia, pois nós seremos técnicos, chão de fábrica". No entanto, as apresentações evidenciaram que, paulatinamente, foram compreendendo que formas de vida geram distintas matemáticas, cada uma delas fazendo sentido de acordo com o seu uso. Entre elas, está a forma de vida dos engenheiros. Entretanto, existiu a compreensão, por parte dos alunos, de que as distintas engenharias geram jogos de linguagem matemáticos que têm, em diferentes gradientes, semelhanças e diferenças de família. Como bem apontou um deles ao iniciar a exposição, "os exercícios que posteriormente serão apresentados refletem uma pequena parcela da realidade dos engenheiros".

A segunda consideração emerge da primeira. Por conta da problematização da obra, os estudantes aceitaram o desafio de, para a terceira parte dos estudos independentes, apresentarem, em pequenos grupos, jogos de linguagem matemáticos expressos em disciplinas específicas de seus cursos. O imediato aceite permite inferir a produtividade de operar, também nas disciplinas de Cálculo, com jogos de linguagem matemáticos diretamente vinculados às formas de vida dos engenheiros. Tal operação nos remete às ideias de Knijnik et al (2019, p.85) quando afirmam que os alunos resistem ao que denominaram "novo", porque "a eles foi ensinado - de múltiplas formas - que a aula de Matemática é um território neutro, em que a exatidão, o resultado único, a abstração, reinam soberanas e seu reinado não pode ser perturbado pelas coisas 'mundanas'". As coisas mundanas de que falam as autoras podem ser pensadas como os problemas que, no referido *e-book*, apresentam, como bem apontou um discente, " valores reais, como vamos encontrar na empresa".

Por fim, cabe ressaltar que restringir as aulas de Cálculo às "coisas mundanas" pode ser problemático. "Assim, embora a linguagem nos permita elaborar um modelo de racionalidade, ela também se assenta em eventos mundanos, isto é, os fatos têm sua importância no contexto dos jogos de linguagem" (CONDÉ, 2004, p. 67). Os referenciais teóricos alusivos à pesquisa evidenciam a necessidade de compreender os "processos envolvidos nas práticas da Educação Matemática [...] atravessados por relações de poder [...] constituindo um terreno instável, marcado pela disputa (sem fim) por imposição de significados" (KNIJNIK et al, 2019, p. 82). Por isso, é produtivo "estarmos cientes da necessidade de democratizar o acesso ao conjunto de jogos de linguagem que tem sido nomeado por Matemática" (Ibidem, p.82). São esses jogos aliados às tecnologias, ainda segundo as autoras, que têm permitido potencial qualidade de vida dos indivíduos embora também tenham intensificado a distância entre os que podem e não usufruir desses avanços.

Pelo exposto, entende-se a produtividade de pensar os próximos passos na docência da disciplina em questão. Assim, há a ideia de que, com o arrefecimento da pandemia e a volta da presencialidade das aulas, os estudantes possam, nos estudos independentes dos próximos semestres, acompanhar práticas laborais de egressos com o intuito de produzir, no campo empírico, elementos de pesquisa a serem discutidos em sala de aula. Esse movimento, talvez, promova "pequenas 'revoluções cotidianas'' práticas 'mal comportadas' [produzindo] algumas fissuras no tecido curricular hoje dominante [nos fazendo] "pensar o impensável"' (KNIJNIK et al, 2019, p. 85) também nas aulas de Cálculo.

Referências

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **As teias da razão: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna**. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2004.

FOUCAULT, Michel. **Microfísica do poder.** Rio de Janeiro: Graal, 1979.

FOUCAULT, Michel. **A verdade e as formas jurídicas.** Rio de Janeiro: Nau, 2005.

KNIJNIK, Gelsa. Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. In: KNIJNIK, Gelsa, WANDERER, Fernanda, OLIVEIRA, Cláudio José de (orgs). **Etnomatemática, currículo e formação de professores.** Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2002, p. 214-138.

KNIJNIK et al. **Etnomatemática em movimento**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

MORENO, Arley. **Wittgenstein: os labirintos da linguagem: ensaio introdutório**. São Paulo: Moderna, 2000.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp; QUARTIERI, Marli Teresinha (orgs). **Atividades matemáticas para os cursos de engenharias.** Lajeado: Editora da Univates, 2015.

TOLEDO, Neila de Toledo e. **Educação matemática e a formação do técnico agrícola: entre o "aprender pela pesquisa" e o "aprender a fazer fazendo"**. Tese. (Doutorado em Educação). São Lepoldo: Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2017.

VEIGA NETO, José Alfredo. **Foucault e a educação.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

WANDERER, Fernanda; KNIJNIK, Gelsa. Discursos produzidos por colonos do sul do país sobre a matemática e a escola de seu tempo. In: ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 30. 2007. **Anais...** Caxambu, 2007. Apresentação oral.

WITTGENSTEIN, Ludwig. I**nvestigações filosóficas**. São Paulo: Nova Cultural, 2004.

Tensionamentos no fazer pedagógico: "A gente explica todo o conteúdo e depois faz as atividades"

Tensioning in pedagogical action: "We explain all the content and do the activities afterwards"

Denise Cristina Ribeiro da Silva
Universidade do Vale do Taquari – Univates
denise.silva2@universo.univates.br

Ieda Maria Giongo
Universidade do Vale do Taquari – Univates
igiongo@univates.br

Resumo
Este trabalho tem por objetivo explicitar tensionamentos no fazer pedagógico, expressos por um grupo de docentes não-indígenas que atuam em escolas localizadas em territórios indígenas no Município de Ourilândia do Norte, PA. Qualitativa, a investigação contou com a participação de quatro docentes que, por meio do google-meet, em razão da Pandemia da Covid-19, participaram de cinco encontros de discussão. Os referenciais teóricos que sustentaram a investigação estão em consonância com ideias relativas ao campo da etnomatemática na perspectiva de Knijnik et al (2019). As enunciações produzidas foram analisadas tendo como pressuposto a Análise Textual Discursiva (ATD) conforme preconizam Moraes e Galiazzi (2007). A análise efetuada sobre o material de pesquisa evidenciou que os docentes, embora façam alusão à importância de considerar aspectos culturais nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, consideram, em seu fazer pedagógico, os modos de operar usualmente presentes na matemática escolar, primando, sobretudo, pela abstração e linearidade dos conteúdos.

Palavras-chave: Etnomatemática. Educação indígena. Ensino fundamental.

Abstract
This study aims to present the tensioning in pedagogical actions expressed by a group of non-indigenous teachers who teach in schools located in indigenous territory in the municipality of Ourilândia do Norte, PA, Brazil. This qualitative investigation was carried out with four teachers who participated in five discussion-meetings through google-meet, due the Covid-19 Pandemic. The theoretical framework supporting this investigation is in consonance with the ideas of the field of Ethnomathematics according to Knijnik et al (2019). The enunciations produced were analyzed through the Discursive Textual Analysis as supported by Moraes and Galiazzi (2007). The analysis of the research material showed that even though the teachers allude to the relevance of taking into consideration cultural aspects in the math learning and teaching processes, in their pedagogical action they choose the operating ways usually present in school mathematics, mainly content abstraction and linearity.

Keywords: Ethnomathematics. Indigenous education, Primary school.

A PESQUISA E O CAMPO DA ETNOMATEMÁTICA

O presente texto, excerto de uma pesquisa finalizada de Mestrado, tem como objetivo explicitar tensionamentos no fazer pedagógico, expressos por um grupo de docentes não-indígenas que atuavam em escolas localizadas em territórios indígenas no Município de Ourilândia do Norte, PA. Os sujeitos da pesquisa eram professores do Município de Ourilândia do Norte, no Sudeste do Pará, no qual 88,64% eram/ são denominadas terras indígenas kayapó, homologadas por meio do decreto presidencial 316 de 30 de outubro de 1991. O restante são áreas destinadas à urbanização, agricultura, atividades mineradoras, agropecuárias e outras. Segundo o último censo do IBGE, em 2018, a população ourilandense estimada era de vinte e sete mil, trezentas e cinquenta e nove pessoas. O local foi elevado à categoria de município com a denominação de Ourilândia do Norte, pela lei estadual nº 5449, de 10-05-1988.

O relato sobre a história de Ourilândia do Norte está baseado nos estudos de Alencar e Farias (2008), para quem o Município surgiu agregando as famílias que não passavam da guarita de segurança da CONSAG, por não terem credenciamento para a compra de lotes em função da falta de condições financeiras ou por resistência. “Gurita” foi o primeiro nome de Ourilândia, denominada, pelos imigrantes, de Guarita. Estes, vindos de diversos estados brasileiros, foram responsáveis pela formação do Município e eram, principalmente, garimpeiros, madeireiros, pequenos empresários e prestadores de serviços em variadas atividades.

Os referenciais teóricos que sustentam e investigação são atinentes ao campo da etnomatemática, que pode ser interpretada como “[...] (techné) de explicar, conhecer, entender, lidar, conviver (matema) com a realidade natural e sociocultural (etno) no qual o indivíduo está inserido” (D’AMBRÓSIO, 2001, p.16). Nessa definição, percebe-se a preocupação do pesquisador com o social do aluno, o contexto no qual ele está inserido, suas lutas diárias, o grupo social e étnico do qual faz parte e o seu conhecimento prévio da matemática praticada, de alguma forma, em seu cotidiano. Nesse sentido, Monteiro (2011, p.18) relata que a “Etnomatemática surgiu de preocupações educacionais, ou seja, sua gênese ocorreu por motivações do campo escolar, mas sua dinâmica lhe imprimiu características que permitiu infiltrar-se por outras áreas como a história e a antropologia”. Isso lhe facultou novos conceitos e possibilidades pedagógicas, abrindo espaço para a pluralidade e o multiculturalismo na sala de aula.

Assim, o papel de mediador do conhecimento destinado ao docente é um importante trabalho que se desenvolve pela convivência em sala de aula, permeando os saberes pré-existentes. Ademais, proporciona construções sólidas e torna o discente protagonista de sua própria história, levando-o a assumir lideranças e alcançar objetivos a partir da relação professor – aluno. “A formação do professor exige um contato mais amplo e efetivo com a prática, com as questões sociais e culturais que envolvem o processo educativo” (MONTEIRO, 2011, p. 31). Esse processo, possivelmente, ocorre, de forma gradativa, por intermédio da reflexão da prática diária, em que o professor procura reinventar o espaço de trabalho e criar um ambiente de investigação e descobertas. Neste sentido, a perspectiva Etnomatemática mostrou potencial favorável à sala de aula, haja vista ser desafiadora e despertar o envolvimento e a curiosidade embora o currículo e o tempo tenham se mostrado fatores de limitação. A prática pedagógica, alicerçada na Etnomatemática, oportunizou, assim, outros modos de ensinar e aprender Matemática.

A necessidade de comunicação e sociabilidade é inerente aos seres humanos, possibilitando novos aprendizados, que são os conhecimentos prévios carregados na “bagagem” que se transformam cotidianamente e estão presentes de maneira significativa na sala de aula. Knijnik *et al*. (2019, p.26) sustentam essa ideia ao declararem que,

> Para a Etnomatemática, a cultura passa a ser compreendida não como algo pronto, fixo e homogêneo, mas como uma produção, tensa e instável. As práticas matemáticas são entendidas não como um conjunto de conhecimentos que seria transmitido como uma “bagagem”, mas que estão constantemente reatualizando-se e adquirindo novos significados, ou seja, são produtos e produtores da cultura.

Por isso, na conjuntura atual, com a tecnologia em ascensão e as mudanças de comportamento do indivíduo no convívio familiar, escola, comunidade e sociedade, a transformação é inevitável, mas precisa estar carregada de significados e sentidos para se tornar conhecimento. O fato é que há uma evidente preocupação da escola quanto à conclusão dos conteúdos programáticos que, por vezes, aprisiona o professor à teoria e exercícios de fixação, impossibilitando, não raro, aprofundar as relações interpessoais dos alunos. Conforme Ribeiro *et al*. (2004, p. 49), “A matemática culta é um corpo fechado de conhecimento e muda através da atividade dos matemáticos. E a Etnomatemática tem uma interação contínua com todos os membros da sociedade”. Em efeito, a Matemática Escolar, embora seja estudada com exemplos e criações que apresentam situações do cotidiano, sempre retoma a ideia fundamentada e, de certa forma, codificada, de resolver os problemas por meio de uma fórmula. Por sua vez, “A Etnomatemática possibilita averiguar essas distintas formas de aprendizagem, uma vez que, apesar de diferentes, estão corretas e também produzem conhecimento” (CIMADON; GIONGO, 2019, p.58). Dessa forma, ela promove o surgimento de mudanças sociais, pois leva a diferentes matemáticas, praticadas por diversos grupos culturais que não seguem regras-padrão, mas sim as advindas da sua cultura, construída pelos seus antepassados. Portanto, este trabalho está alicerçado nas perspectivas de Kinijnik et al. (2019) que possibilita uma reflexão sobre as leituras de vida e das diversas matemáticas nelas existentes.

Segundo Almeida (2020), Wittgenstein também conceituou "formas de vida", que se referem à nossa cultura, jeito de falar, vestir-se, conversar, o modo como executamos as atividades no dia a dia, a forma como interagimos com a sociedade e a natureza. Por exemplo, no Pará, o vocábulo manga, dependendo do contexto em que é inserido, tem significados diferentes, podendo ser uma fruta, parte de uma camisa, ou até mesmo uma forma de caçoar de alguém. É o emprego de uma mesma palavra em diversas formas de vida, que Wittgenstein intitula como **jogos de linguagem**. Dessa forma, Conrado e Fonseca (2020, p. 129) entendem que a "perspectiva da fase de maturidade de Wittgenstein no ensino de Matemática reflete sobre a importância dos exemplos, da observação das práticas matemáticas e da clareza das regras", orientando-nos a não esperar que "os estudantes descubram relações ou significados matemáticos nos temas de estudo, antes ensina e incentiva a aplicá-lo em contextos que sua gramática permite" (*Ibidem*, 2020, p. 129).

Argumenta Knijnik *et al.* (2019), para quem a Etnomatemática pode ser entendida como uma "[...] caixa de ferramentas teóricas que possibilita analisar os jogos de linguagem matemáticos de diferentes formas de vida e suas semelhanças de famílias; e examinar os discursos da matemática acadêmica e da matemática escolar e seus efeitos de verdade" (KNIJNIK *et al.*, 2019, p. 22). A definição das autoras levou a analisar as ferramentas teóricas e utilizá-las na pesquisa, além de buscar e conhecer as particularidades de cada grupo e identificar suas semelhanças. Assim "[...] se compreendam as Matemáticas produzidas por diferentes formas de vida como conjuntos de jogos de linguagem que possuem semelhanças entre si" (KNIJNIK *et al.*, 2012, p. 31), possibilitando uma reflexão sobre as leituras de vida das culturas e as diversas matemáticas nelas existentes.

ACERCA DA METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO, RESULTADOS E DISCUSSÕES

Ao seguir nessa linha, nomeamos os professores de acordo com suas respectivas escolas visando ao contexto das suas enunciações. Na aldeia “A”, o professor I (licenciado em Matemática, com mais de oito anos de experiência nas aldeias) trabalhava no Fundamental II; na “B”, professor II (licenciado em Pedagogia e Matemática, com mais de doze anos de atuação nas aldeias) atuava no Fundamental Completo. Já na “C”, o professor III (licenciado em Pedagogia, três anos de atuação nas aldeias) exercia atividades no Fundamental II; na “D”, a professora IV (licenciada em História e Normal Superior, havia mais de oito anos, ministrava aulas nas aldeias no Fundamental I e disciplinas afins no Fundamental II.

Posto isso, com o propósito de responder aos princípios da ética em pesquisa, intitulamos as escolas indígenas de aldeia “A”, aldeia “B”, aldeia “C”, aldeia “D”. Todas de Níveis Fundamental Indígena, pertencem ao Município de Ourilândia do Norte – PA. Por estarem afastadas da zona urbana, o acesso às nomeadas “A” e “B” ocorria apenas por meio aéreo ou fluvial; ambas não possuíam energia elétrica, sendo, portanto, difícil a comunicação com a cidade, e faziam parte do regime modular (trabalhando sessenta dias, folgando quinze). A primeira atendia cerca de trezentos alunos; a segunda, setenta. Por sua vez, “C” e “D”, situadas no entorno da zona urbana, com acesso terrestre, conviviam continuamente com a cidade e seguiam o calendário escolar desta. Nelas, estudavam, respectivamente, em média, cento e cinquenta e cento e trinta estudantes.

Dentre os conteúdos diversos para problematizar, optamos pela passagem do tempo, pois, diariamente, consultamos o relógio, agendamos compromissos a serem executados em dias e horários específicos; enfim, cumprimos uma rotina que nós mesmos estabelecemos. Em síntese, somos orientados pelo calendário gregoriano, utilizado pela maioria dos povos. De fato, para os ocidentais, esse artefato constituiu uma importante ferramenta de compreensão de tempo e mundo. Sendo assim, nesse momento, pensamos em dois direcionamentos: De que forma os indígenas operam com o tempo em suas lidas diárias? Quais práticas pedagógicas os professores indígenas estão utilizando para ensinar a passagem do tempo?

Iniciamos o relato dos encontros desta pesquisa discorrendo os caminhos traçados para que se enveredem a essa finalidade. Inicialmente, o estudo visava a uma intervenção na sala de aula; sendo impossível em função da pandemia, concentramo-nos em trabalhar com os professores *Kubem*. Estes, embora não sejam indígenas, têm convivido diretamente com essas comunidades e participado ativamente no processo de ensino. Nesse momento, acreditamos que suas experiências seriam fundamentais ao aprofundamento e ampliação de nossos conhecimentos sobre o assunto e, consequentemente, favoreceriam o trabalho.

Em efeito, Blanco-Álvarez e Oliveiras (2017) sustentam que a pesquisa qualitativa possui um outro diferencial, que é a sua interpretação nata a partir de duas visões: o pesquisador que busca explicações, prepara ou une ao referencial teórico o seu material explorado; o pesquisador que almeja fazer uso dos sentidos e significados dos envolvidos por meio de suas experiências e percepção do mundo. Por sua vez, Sandín Esteban (2010) sugere que é preciso um olhar atento para o investigador, reconhecer a literatura e o posicionamento pessoal que permeia a sua prática, assim como o engajamento com os envolvidos no projeto e na comunidade na qual se realiza a pesquisa.

Nessa perspectiva, os encontros com os professores aconteceram por meio da plataforma do Google meet e gravados para as devidas transcrições. A investigação iniciou no final de agosto e terminou no fim setembro; as reuniões, ocorridas uma vez por semana, duravam, aproximadamente, uma hora e meia. É imprescindível salientar que este trabalho não buscou comparar os ambientes escolares, tampouco as práticas pedagógicas dos participantes. O interesse era conhecer seus pensamentos sobre o âmbito educacional, a Matemática praticada na sala de aula e o processo desenvolvido para o ensino e a aprendizagem dos alunos indígenas. Para tanto, foi-lhes proposto que elaborassem exercícios que já haviam trabalhado nas respectivas escolas e os explanassem ao grupo a aula elaborada.

No que se refere à análise dos dados produzidos, o material de pesquisa foi elaborado mediante a *Análise Textual Discursiva*, ferramenta analítica de Moraes e Galiazzi (2006, p.118), na qual descrevem que "a fase de análise de dados e informações constitui-se em um momento de grande importância para o pesquisador especialmente numa pesquisa de natureza qualitativa". Bogdan e Biklen a definem como sendo um

> [...] processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. A análise envolve o trabalho

> com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos impactos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 205).

Moraes e Galiazzi (2006, p. 118) conceituam que "uma abordagem de análise de dados" caminha pelas áreas importantíssimas de pesquisas qualitativas "que são análise de conteúdos e análise de discursos". Os autores citam três etapas de grande importância. A primeira é a "unitarização", cujos textos são selecionados em "unidades de significados" realizadas de maneira concentrada, em que é possível surgirem novas unidades advindas das contextualizações. Na segunda etapa, são feitos os estabelecimentos de relações chamados de categorização, pois constroem relações entre as unidades de base. Por fim, a terceira consiste na captação de novas possibilidades emergentes a partir dos materiais de análises vindas das etapas anteriores, trazendo novas compreensões do processo.

Acreditamos que elas foram extremamente valiosas à pesquisa, pois essa metodologia é uma estratégia que oportuniza um olhar mais amplo sobre a análise dos dados coletados. Mas, em função da pandemia, que nos impôs o distanciamento, o material para a pesquisa se concentrou nos encontros virtuais (para a segurança de todos os envolvidos), gravados com os professores e, posteriormente, transcritos, a fim de promover trocas de experiências e estratégias para as ações pedagógicas, bem como a busca de possíveis jogos de linguagem nos diferentes modos de saber/fazer presentes na Matemática das distintas aldeias, dos quais destacamos:

Professor I*: Agora a questão do relógio digital para eles é novidade né, o analógico, a gente tenta colocar na lousa e explica desde o 4º e 5º ano, para eles pegarem noção.** *A maioria deles, quando chegar no quinto ano, mesmo que não tenha relógio, eles já sabem olhar as horas. Se a gente colocar em questão de jogos, eles gostam muito de disputa, para gente fica mais fácil trabalhar, porque eles interagem mais, tanto os homens quanto as mulheres. [...]. Em uma partida de futebol, o tempo normal é de 90 minutos, responda: quantas horas é gasto em dois jogos de futebol? Quer dizer, eles vão transformar esses minutos em horas, ok?* ***Aí, logo mais embaixo tem, aí, nesse caso aí, vão ter que multiplicar os minutos, no caso de uma hora e meia ou adição de 90 + 90, correto? Aí está, letra a, quantas horas são gastas em dois jogos? Se num jogo é uma hora e meia, no caso 90 minutos, vou somar 90 com 90 que dá 180 e dividir em horas, certo? A letra b, quantos segundos equivalem 4 horas? Aí já vai a parte da multiplicação, vou ter que multiplicar os segundos em minutos, depois os minutos em hora, correto? Ah, 2, se cinco horas tem 300 minutos. Letra a: Quantos minutos contabilizam 2 horas? Aí a questão não quer saber de cinco horas, mas sim duas horas. A letra b, 720 minutos equivale a quantas horas? Nesse caso aí, vamos ter que dividir os minutos por hora para saber quanto é que dá. Porque, nesse caso, é o seguinte, para gente trabalhar com as quatro operações ao mesmo tempo, correto? *[grifos nossos].*

Professor II: *Olha, a atividade que eu fiz aqui, eu já trabalhei na sala de aula com meus alunos não índios e índios também, mebêngôkre e kubem. Uma aula para turma de 6º ano. Agora, quando eu vou para sala de aula fazer uma atividade dessas, quer que eu tenho que fazer primeiro?* ***Fazer perguntas. Por exemplo: você sabe o que é hora? Sim, sabemos o que é hora. Minuto? – Sim. Segundos? Às vezes, eles têm uma dificuldade na questão dos segundos. Eles não entendem muito bem, aí o que acontece?! Eu explico que o tema é hora, minutos e segundos.*** *Bem, depois dessa explicação, uma explicação geral, eu faço outras perguntas para ver se realmente eles assimilaram esse conteúdo, se eles entenderam o que eu falei. Horas, minutos e segundos,* *certo? Aí o que acontece? Eu vou passar exercícios para eles. Atividadezinha de 5 itens.* ***Aí o primeiro item, eu coloquei aqui para eles responderem (compartilha um material), vão fazer uma continha dentro da operação multiplicação.*** *Eu passo no quadro, eles vão copiar. Se uma hora tem 60 minutos, quantos minutos têm 12 horas? 6 horas? 24 horas? Aí o que acontece, depois eles vão com certeza me perguntar: como é que vou fazer isso aqui, professor? Me explique.* ***Eu vou explicar: basta eles multiplicarem 12 vezes 60. Eles vão fazer a continha aí 12x60. Vai dar um resultado aí.*** *[...] se um 1 minuto tem 60 segundos, quantos segundos têm 10 minutos? 45 minutos? E uma 1hora? Bom, o que se deve fazer pra saber quantos segundos tem 10 minutos? O que se deve fazer hein? É só multiplicar 10 x 60.*

Professor III*: E nós estamos trabalhando esse tema aqui [tempo], nossa disciplina é matemática, e o nosso tema é medida de tempo. Nós medimos o tempo de várias formas, pelo relógio, o calendário, etc.* ***Eu comecei aqui um trabalho introdutório né, nessa questão do tempo com o relógio [****...] E aí eu gosto geralmente de introduzir pequenos comentários como está aí, o relógio né, e falo né, no cotidiano, é necessário saber a hora que o relógio está marcando para cumprir nossas tarefas diárias. E aí eu vou explanar né, quais são essas tarefas, horário de ir para escola, horário de ir trabalhar, horário de almoçar e aí eu levo isso pra dentro da aldeia né, falando das atividades deles, se eles forem olhar tem o horário do futebol que eles gostam de jogar do voleibol, o horário das aulas. O horário que começa as aulas na escola. Então a gente faz toda essa relatividade né. [****...] Então, observe que essa primeira parte da introdução é muito rica para interação com os alunos, porque aí a gente vai colocando exemplo, vai trabalhando, interagindo com eles, aqui é apenas a ponta do iceberg né, o tema não se encerra só nisso aqui, né. Eu gosto de utilizar a metodologia, faço uma exposição geral depois eu vou voltando e detalhando, né.*** *Eu gosto muito de qualquer probleminha que tenha nomes, gosto de colocar nomes dos alunos, etc. que eles acham legal isso. O Bararox foi comprar um relógio na cidade, entrou na loja avistou vários relógios com horários diferentes, qual era o horário? E aí vocês estão assistindo esse primeiro relógio aqui. Ele é um relógio digital ou um relógio de pulso? Que horas ele está marcando aqui? Quantos segundos? É 28. Mas eu considero colocar só horas e minutos né, porque essas coisas de segundos, até mesmo na cidade, ficam muito confusas. Tendo noção que o relógio mede o tempo em horas, minutos e segundos. Eu faço exemplo, vão escrever aqui a hora 12h e 21 minutos né, se quiser colocar segundos coloca, mas se não colocar eu vou desconsiderar entendeu?*

Professora IV*: Também não é diferente da aula do Professor III. A minha também, o relógio, a gente trabalha o tempo com os meninos na aldeia. Começando, aí explicando para eles, quantos minutos têm uma hora, quantos segundos, e aí a gente vai pra essas questões aí, levantando, dando exemplos, que horas vocês levantam? Que horas vocês dormem? Que horas vocês almoçam? Qual o horário da janta de vocês? Que horas vocês vão para escola? E assim sucessivamente, como são várias né, e aí a gente vai explicando, faz o desenho do relógio, coloca lá na parede para gente trabalhar a questão das horas dos minutos dos segundos [...] O sol sai, está claro. E a noite? Quando escurece o sol se põe.* ***E assim sucessivamente, até porque trabalhar com criança de 1º ano, o processo é bem mais devagar, mais lento né, não é esse processo mais elevado aí dos meninos do 6º ano.*** *Aí a gente mostra lá, fala para eles que o ponteiro menor indica as horas, o ponteiro maior os minutos, e o ponteiro bem fininho, os segundos e assim sucessivamente, né, como eu coloquei na minha atividade aí.* ***A gente explica todo o conteúdo depois faz a atividades*** *[grifos nossos].*

As enunciações dos professores evidenciam a existência de tensionamentos no fazer pedagógico em sala de aula, expressando a inquietude no desenvolvimento da construção do conhecimento, pautado nos jogos de linguagem da forma de vida da comunidade da qual fazem parte. Entretanto, as atividades demonstraram que os jogos de linguagem da Matemática Escolar ainda estavam fortemente presentes na execução das tarefas. Wanderer (2014, p. 310) corrobora essa afirmação ao declarar que “uma das ressonâncias do discurso etnomatemático, recorrentemente expressa pelas educadoras, é a relevância de trabalhos, em sala de aula, com a cultura, a vivência e os saberes das formas de vida dos alunos”. Nessa perspectiva, as atividades propostas pelo grupo de professores apontaram que eles “compreendem e praticam a inclusão de aspectos do mundo social nas aulas de matemática (a chamada contextualização) evidenciamos que, diferentemente do que propõe a etnomatemática, há um trabalho que usa os elementos" (*Ibidem*, 2014, p. 310), ou possíveis "situações do contexto dos alunos apenas como forma de "exemplificar" conteúdos escolares" (*Ibidem*, 2014, p.310). Em efeito, as práticas pedagógicas apresentadas, embora "contextualizadas", muitas vezes, acabam por reforçar as regras que conformam a matemática escolar: registros escritos, formalização e abstração" (*Ibidem*, 2014, p. 310).

É comum o professor usar o cotidiano para exemplificar o tema que está trabalhando; entretanto, a prática ainda está enraizada nos métodos ensinados na escola tradicional na qual ele aprendeu. Acreditamos que não é intencional hoje repetir esses mecanismos em sala de aula com os alunos; isso acontece pelo fato de haver uma predominância das regras e exatidão da Matemática implantada na escolarização desse profissional, sendo difícil dissipá-las. Dessa maneira, Knijnik *et al*. (2019, p. 30) consideram que os conjuntos de linguagem se formam por intermédio dos múltiplos usos, e a "Matemática Acadêmica, a Matemática Escolar, as Matemáticas Camponesas, as Matemáticas Indígenas, em suma, as Matemáticas geradas por grupos culturais específicos podem ser entendidas como conjuntos de jogos de linguagem". Estes estão "engendrados em diferentes formas de vida, agregando critérios de racionalidades específicos" (*Ibidem*, 2019, p. 30). Entretanto, é possível afirmar que "esses diferentes jogos não possuem uma essência invariável que os mantenha completamente incomunicáveis uns dos outros, nem uma propriedade comum a todos eles, mas algumas analogias ou parentescos" (*Ibidem*, 2019, p. 30), que podemos chamar de semelhanças de famílias.

De acordo com Vilela (2009, p.104) "as práticas matemáticas da rua, da escola, da academia, de um grupo profissional, etc. representam um conjunto variado de *jogos de linguagem* ou diferentes usos de conceitos matemáticos em práticas específicas". Dessa forma, não devem ser vistas como "edifício único de saber chamado *matemática*, mas esquemas teóricos específicos, que indicam as condições de sentido, significado e inteligibilidade de diferentes situações, épocas e lugares da vida" (*Ibidem*, 2009, p.104, grifos meus).

Neste sentido, o profissional da educação indígena, não raro, sensibiliza-se diante das particularidades da comunidade da qual está fazendo parte e tenta utilizar os elementos da sua (da comunidade) cultura visando facilitar o ensino. Entretanto, sabemos que ele não dispõe de tempo para leituras e pesquisas na área, fazendo uso apenas da observação e, do mesmo modo que os "jogos que conhecemos, se fizermos um exercício para encontrar qual a essência que os caracterizam, sempre podemos encontrar um outro, que, apesar de ser também um jogo, não compartilha da essência anteriormente determinada" (VILELA, 2016, p. 104). Dessa maneira "os jogos, assim como outros termos da linguagem, possuem não uma essência, mas no máximo *semelhanças de famílias*, isto é, se parecem uns com os outros, ora pela feição dos olhos, ora pela cor do cabelo etc." (*Ibidem*, 2016, p.104, grifos da autora), ou seja, "as práticas não convergem para um sentido único, mas apontam para diferentes sentidos em função dos *jogos de linguagem* de que participam" (*Ibidem*, 2016, p. 104, grifos nossos).

Giongo, Peransoni e Quartieri (2019), em seu artigo "Formação de grupos de estudos com professores dos anos iniciais do ensino fundamental na perspectiva da etnomatemática", desenvolveram uma pesquisa na Univates – RS com o objetivo de investigar as implicações pedagógicas ocasionadas pelas discussões efetivadas em dois grupos de estudos com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A partir do material de análise, concluíram que os docentes participantes estavam preocupados com os cálculos desenvolvidos pelos alunos, apontando a existência do formalismo no âmbito escolar. Por esse motivo, destacaram a importância da formação continuada, assim como o acesso aos variados jogos de linguagem, de forma que não ficassem restritos apenas à forma de vida escolar. Os autores observaram que, conforme os pesquisados avançavam na compreensão de que a Matemática Escolar, com suas regras e racionalidades, é também uma Etnomatemática, inferiam não ser preciso excluí-la dos currículos, mas lhes proporcionar – e depois a seus estudantes - o acesso aos diversos jogos de linguagem presentes nas diferentes formas de vida.

Ainda para os citados pesquisadores, a "falta do estabelecimento de relações entre os jogos de linguagem escolares e os presentes nas formas de vida não escolares tem produzido nos estudantes uma ojeriza pela disciplina" (GIONGO; PERANSONI; QUARTIERI, 2019, p. 8), dificultando o ensino. Além do mais, "a ênfase excessiva em métodos quantitativos na resolução de atividades em sala de aula parece excluir possibilidades da emergência do raciocínio qualitativo" (*Ibidem*, 2019, p. 8), desestimulando a curiosidade e a expectativa do aluno diante um determinado assunto. No trabalho desenvolvido pelos referidos autores, "emergiam declarações de procedimentos estruturados em sala de aula que buscavam relações com o cotidiano dos alunos" (*Ibidem*, 2019, p.8) como fizeram o grupo de professores desta pesquisa. Ademais, mostraram que "os modos adotados para o desenvolvimento dos cálculos consideravam apenas os jogos de linguagem matemáticos usualmente presentes na escola" (*Ibidem*, 2019, p.8).

Nesse sentido, Vilela (2016, p. 49) relata que, "ao focar o modo de expressão do conhecimento, isto é, a prática da linguagem, a busca não é mais pela realidade em si ou pela forma da estrutura mental que identificaria uma essência verdadeira, mas pelo modo como a linguagem", podendo ser compreendida como um "sistema de símbolos, que depende de regras de uso, expõe o mundo. **Os significados encontram-se na prática de linguagem**, nos usos, mas, ao mesmo tempo, não são arbitrários, isto é, não podem ser quaisquer" (*Ibidem*, 2016, p.49, grifos nossos). Sendo assim, "para fazerem sentido, eles estarão modulados pelas formas regulares da gramática – complexos de regras da linguagem – e condicionados por formas de vida, que direcionam para o que pode ou não ser empregado ou entendido" (VILELA, 2016, p. 49) e estabelecem "condições de sentido, mas não preestabelecidas definitiva e universalmente: há uma regularidade, mas não um regulamento rígido. A gramática, nesse contexto, não tem seu significado usual" (*Ibidem*, 2016, p.49); compreende a "estrutura da linguagem e indica como podem ser usadas as expressões nos diferentes contextos em que aparecem. A gramática indica as regras de uso das palavras, aponta o que faz sentido e o que é certo ou errado" (*Ibidem*, 2016, p.49).

Vilela (2016, p. 50) acrescenta que "considerar a prática da linguagem como foco é uma possibilidade que se colocou a partir da pergunta: 'Como é usada esta palavra na linguagem?'. A mudança de foco de uma essência para a prática da linguagem apresenta desdobramentos diversos". Assim, acarreta em "termos epistemológicos, digamos assim, deslocar-se de uma filosofia da ciência que julga verdadeiro e o falso para uma que não opera no âmbito da verdade dos modelos fixos a respeito do funcionamento social" (*Ibidem*, 2016, p.50), além de "elaborar teorias e conceitos com propósito de ampliar os modos de interpretá-la" (*Ibidem*, 2016, p. 50). Vilela (2016, p. 51) enfatiza também que

> A filosofia de Wittgenstein não seria uma "filosofia científica", entendida como uma filosofia que avança rumo a soluções definitivas de problemas (SPANIOL, 1989, p. 115). Não se trata, portanto, de uma filosofia que faz a crítica das ciências e dos seus métodos, ou seja, de um tribunal da razão que teria o poder de julgar o que é ciência, como tradicionalmente foi o papel da epistemologia. Por exemplo, diante da Etnomatemática, não seria o caso de emitir julgamentos tais como "isto

> é matemática" ou "matemática errada", e, sim, de observar que matemática é praticada.

Ainda segundo Vilela (2016, p. 50), o filósofo austríaco Wittgenstein (1979), em sua obra *Investigações Filosóficas* - com formato de álbum e manuscritos em parágrafos breves, considerados um fragmento de traçados de paisagens - indica novas possíveis imagens incompletas e, seguidamente, interrompidas. A autora acrescenta que ele relativiza visões plenas, não reconhece a propriedade de uma tese, tampouco se preocupa com soluções absolutas, além de não ter a pretensão de mostrar um caminho ou ditar verdades. Entretanto, movimenta-se no relativismo das verdades, tenta transformar a partir do "respeito de concepções referenciais de linguagem, de significados únicos ou privilegiados" (*Ibidem*, p. 50).

Desse modo, Knijnik *et al.* (2019, p.30) afirmam que, a partir da caixa de ferramentas teóricas, é possível analisar que os "jogos de linguagem estão imersos em uma rede de semelhanças que se sobrepõem e se entrecruzam, podendo variar dentro de determinados jogos ou de um jogo para outro", permitindo conhecer os jogos de linguagem de outras formas de vida. "A noção de semelhanças de família pode ser compreendida não como um fio único que perpassasse todos os jogos de linguagem, mas como fios que se entrecruzam, com em uma corda" (*Ibidem*, 2019, p.30-31), formando os jogos de linguagem em contextos diversos. Assim, infere-se ser inevitável o acesso das comunidades indígenas aos jogos de linguagem existentes na Matemática Escolar e, dessa forma, interagirem com a sociedade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As experiências adquiridas nesse período de resiliência e investigação oportunizaram nossa (re) construção enquanto seres humanos, professores - pesquisadores e produtores de conhecimentos. Para tanto, nosso alicerce foi erguido no campo da Etnomatemática, amparada nas ideias de D'Ambrósio (2013, p.18): "o fato de ser necessário estarmos sempre abertos a novos enfoques, a novas metodologias, a novas visões do que é ciência, e da sua evolução, o que resulta de uma historiografia dinâmica".

Blanco-Álvarez (2016, p. 231) afirma que "**é essencial fazer uma reflexão em torno da aprendizagem de matemática dos povos indígenas"** [grifos nossos] se desejado valorizar equitativamente o conhecimento produzido dentro da forma de vidas dos povos ancestrais e não assumi-los como elemento cultural", que está integrado ao "folclore nacional, é muito importante estabelecer relações entre o estudo de línguas e culturas do povo nativo e outras áreas de estudo. Mas para estabelecer que o diálogo é necessário romper com a relação hierárquica" (*Ibidem*, 2016, p. 231) no que diz respeito aos "conhecimentos científicos e o conhecimento indígena que coloca o conhecimento científico acima dos demais e despreza o conhecimento de povos ancestrais. É vital entender esse conhecimento, são produções socioculturais que sofrem variações" (BLANCO-ÁLVAREZ, 2016, p. 231) em conformidade com as "culturas e ambientes em que ocorrem, e esse conhecimento científico é um tipo de conhecimento produzido pela academia, grupo sociocultural cujo referente é a cultura ocidental" (*Ibidem*, 2016, p. 231).

Sendo assim, permitimo-nos afirmar que o grupo de estudo formado pelos profissionais da educação indígena pode ajudar na quebra do tensionamento no fazer pedagógico dos professores, uma vez que estes podem refletir, em conjunto, direcionamentos que viabilizem a construção do conhecimento dos estudantes, garantindo a prática dos jogos de linguagem que lhes são próprios. Nesse sentido, Blanco-Álvarez e Castellano (2017, p. 16, grifos nossos) propõem algumas características a partir de intervenções que fazem parte da formação de docentes reflexivos, a saber:

> - Considerar os elementos das atividades e implementação da classe que precisa ser redesenhada tem contribuído com a **co-avaliação** para dar conta da terceira condição do professor reflexivo. Portanto, o confronto com colegas e especialistas permite eliminar aqueles elementos que condicionam a forma de conceber as situações da prática de ensino.
> - Talvez a condição que especifica o processo reflexivo explica a formação reflexiva de professores é o redesenho das atividades. Isso é perceptível quando os professores interpretam seu desempenho e recorrem a outras fontes para **compreender sua prática** e procurar por novas alternativas.

Essas e outras características são potencializadas quando trabalhadas em grupo, pois provocam discussões, observações e, principalmente, novas perspectivas de ensino. Dessa forma, as atividades terão abordagens pertinentes ao contexto inserido. Por sua vez, o ensino da Matemática poderá alcançar perspectivas socioculturais, com práticas concebidas a partir de aportes teóricos e metodológicos que evidenciem a existência de diversas matemáticas presentes na Etnomatemática. Por isso, propomos grupos de estudos baseados também na dissertação do mestrado de Peransoni (2015, p. 98), intitulado "Formação de grupos de estudos com professores dos anos iniciais do ensino fundamental na perspectiva da Etnomatemática". Em seu estudo, o autor destaca que o objetivo foi investigar as implicações pedagógicas advindas das discussões do grupo de professores, alicerçando a prática nos aportes teóricos da Etnomatemática, que problematiza os aspectos sociais, políticos e culturais no âmbito do ensino da Matemática. Por intermédio da análise dos dados coletados, foi possível inferir que houve

> a) Apego ao Formalismo Matemático por parte dos professores integrantes do grupo de estudo; b) Reconhecimento, desses docentes, da existência de jogos de linguagem matemáticos não escolares; c) Reconhecimento, por parte dos professores e alunos, da forma de vida na emergência dos jogos de linguagem (PERANSONI, 2015, p. 2).

Peransoni relata também que buscou "destacar a importância de proporcionar aos professores e alunos o acesso ao exame de variados jogos de linguagem em distintas culturas, e não apenas àqueles usualmente presentes na forma de vida escolar" (PERANSONI, 2015, p. 119). Evidencia-se, assim, que as implicações encontradas pelo autor não estão distantes do nosso contexto, de maneira que precisamos conhecer outras formas de vida para refletirmos nossas práticas. Sobre o papel docente nesse cenário, Knijnik *et al.* (2019, p.84) acrescentam que "Professores e professoras se sentem pressionados por 'cumprir o programa'. Resistem ao 'novo', não porque avaliem que seu trabalho docente usual esteja produzindo tão bons resultados, mas porque temem se aventurar por caminhos" desconhecidos e, muitas vezes, preferem continuar na segurança que suas atividades rotineiramente praticadas lhes proporcionam. Por outro lado, a "família [dos alunos] pressiona a escola para que prepare suas crianças e jovens para os exames, para os concursos públicos, para que possam prosseguir seus estudos e ter acesso a postos de trabalho" (*Ibidem*, p. 84-85). Todas essas informações enfatizam a necessidade da formação de grupo de estudos, com a qual pretendemos continuar com o intuito de, em conjunto, buscarmos outros modos de ensinar Matemática, assim como instigar que professores, em suas comunidades, experimentem esse encontro de (re)construção do conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, A. R.; FARIAS, W. G. **Ourilândia do Norte:** grandes projetos, garimpos e experiências sociais na construção do município. Belém, PA, Açaí, 2008.

ALMEIDA, J. J. R. L. de. Alguns Pensamentos a Respeito de Wittgenstein e Educação. **Educ. Real.**, [*s.l.*], v. 45, n. 3, 2020. ISSN 2175-6236.

ÁLVAREZ, H. B.; OLIVERAS, M. L. Etnomatemática: uma ferramenta política para a América latina. **RIPEM**, [*s.l.*], v. 6, n. 1, p. 112-126, 2016.

ÁLVAREZ, H. B.; OLIVERAS, A. F.; OLIVERAS, M. L. Formação de Professores de Matemática a partir da Etnomatemática: estado de desenvolvimento. **Bolema:** Boletim de educação mathematica, [*s.l.*], v. 31, n. 58, p. 564-589, 2017.

ÁLVAREZ, H. B.; CASTELLANOS, M. T. **Formação reflexiva de professores sobre sua própria prática e estudo de classe**. 2017.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. [*s.l.*]: Porto editora, 1994.

CIMADON, E.; GIONGO, I. M. Geometria e educação infantil: um estudo de inspiração etnomatemática. **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [*s.l.*], v. 15, n. 33, p. 56-74, jan./jun. 2019.

CONRADO, G. D. R.; FONSECA, M. S. Os jogos de linguagem e a compreensão de sistemas de duas equações de 1º grau com duas incógnitas no ensino fundamental. **Ensino da Matemática em Debate**, [*s.l.*], v. 7, n. 2, p. 108-130, 2020.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

D'AMBRÓSIO, U. **Transdisciplinaridade**. 2. ed. São Paulo: Palas Arthenas, 2001.

GIONGO, I. M.; PERANSONI, A. C. M.; QUARTIERI, M. T. Formação de grupos de estudos com professores dos anos iniciais do ensino fundamental na perspectiva da etnomatemática. **Imagens da Educação**, [*s.l.*], v. 9, n. 2, p. 01-15, 2019.

KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; GIONGO, I. M.; DUARTE, C. G. **Etnomatemática em movimento**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

MONTEIRO, H. **Magistério indígena:** contribuições da etnomatemática Para a formação dos professores indígenas do estado do Tocantins. 2011. Tese de Doutorado (Tesis de maestría no publicada) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. [*s.l.*], 2006.

PERASONI, A. C. M. **"Formação de grupos de estudos com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental na perspectiva da etnomatemática"**. 2015. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari – Univates, Lajeado, 30 de maio de 2015. Disponível em: <HTTP://hdl.handle.net/10737/972>.

RIBEIRO, J. P. M.; DOMITE, M. do C. S.; FERREIRA, R. **Etnomatemática:** papel, valor e significado. São Paulo: Zouk, 2004.

ESTEBAN, M. P. S. Bases conceituais da pesquisa qualitativa. **Pesquisa qualitativa em educação:** fundamentos e tradições. Tradução de Miguel Cabrera. Porto Alegre: AMGH, 2010. p. 122-144.

VILELA, D. S. Etnomatemática e virada linguística: práticas educacionais. **Boletim do LABEM**, [*s.l.*], v. 7, n. 12, p. 45-59, 2016.

WANDERER, F. **Educação matemática, jogos de linguagem e regulação**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

Tessituras no Ensino de Surdos no Contexto Educacional Bilíngue: possibilidades etnomatemáticas em foco

Interlocutions in The Teaching of Deaf People in a Bilingual Educational Context: ethnomathematic possibilities in focus

Francisca Melo Agapito
Universidade Federal do Maranhão (UFMA)
Francisca.agapito@ufma.br

Ieda Maria Giongo
Universidade do Vale do Taquari (Univates)
igiongo@univates.br

Resumo
O artigo objetiva analisar jogos de linguagem que emergem a partir de práticas discentes e docentes com a operação multiplicação nos 4° e 5° Anos Iniciais de uma Escola Bilíngue para Surdos no município de Imperatriz/MA. As lentes teóricas são atinentes à perspectiva Etnomatemática em seus entrecruzamentos com Ludwig Wittgenstein e Michel Foucault. O material empírico foi composto de observações, registros fotográficos, materiais produzidos pelos alunos surdos, diário de campo das pesquisadoras e filmagens das aulas de Matemática. A analítica desses materiais, inspirada nas teorizações da Etnomatemática e na análise de discurso foucaultiana, mostrou que: a) a emergência de distintos jogos de linguagem com semelhanças de família entre aqueles vinculados à Matemática Escolar e os praticados pelos alunos surdos cujas especificidades se mostraram produtivas para a compreensão do conteúdo estudado; c) uma amálgama entre as matemáticas postas na escola bilíngue para surdos, aspecto que transcendeu o formalismo da Matemática Escolar, propiciou o uso dos jogos de linguagem dos alunos surdos por parte das professoras e oportunizou outros modos de matematizar.

Palavras-chave: Jogos de linguagem; Semelhanças de família; Escola bilíngue.

Abstract
The article aims to analyze language games that emerge from student and teacher practices with the multiplication operation in the 4th and 5th Initial Years of a Bilingual School for the Deaf in the city of Imperatriz/MA. The theoretical lenses are related to the Ethnomathematics perspective in its intersections with Ludwig Wittgenstein and Michel Foucault. The empirical material consisted of observations, photographic records, materials produced by deaf students, field diaries of the researchers and footage of Mathematics classes. The analysis of these materials, inspired by the theories of Ethnomathematics and Foucault's discourse analysis, showed that: a) the emergence of distinct language games with family resemblances between those linked to School Mathematics and those played by deaf students whose specificities proved to be productive for the understanding of the studied content; c) an amalgamation between the mathematics put into the bilingual school for the deaf, an aspect that transcended the formalism of School Mathematics, enabled the use of language games by deaf students by the teachers and provided opportunities for other ways of mathematizing.

Keywords: language games; Family resemblances; Bilingual school.

Iniciando os enlaces

Este texto busca refletir sobre as matemáticas postas em ação nos Anos Iniciais de uma Escola Bilíngue para Surdos, tendo como base as lentes teóricas de Knijnik et al. (2019). Conforme as autoras, este campo da educação matemática é entendido como uma caixa de ferramentas teóricas que possibilita investigar os discursos sobre a matemática escolar e acadêmica, além do exame sobre os jogos de linguagem e suas semelhanças de família (Ibidem, 2019). Incorporada a uma pesquisa maior, a discussão aqui empreendida focaliza possibilidades de emergência de outros modos de matematizar de um grupo cultural específico, qual seja, alunos surdos de um contexto educacional bilíngue.

Ademais, transformações ocorridas no cenário mundial em decorrência da pandemia da Covid-19, vem incitando reflexões sobre a educação e a necessidade de mudanças que são evidentes. Martins e Almeida (2020, p. 219) enunciam que a despeito da pandemia, "É problema de como muitos de nós temos entendido e praticado o funcionamento das escolas há bastante tempo". Logo, diante de questões que já ocupavam pautas de debates e que nesse momento tornaram-se mais visibilizadas, neste texto refletimos sobre a relevância de se buscar mecanismos que proporcionem outras formas de ensino e aprendizagem de matemática.

Assim sendo, considerando as características do citado grupo cultural passamos a indagar sobre possibilidades outras para a construção de conhecimentos matemáticos. Nas palavras de Corazza (2002, p. 120), a constituição de uma pergunta ocorre quando nos deixamos impregnar pelas reflexões que, por sua vez, nos levam "[...] a criar um problema, a problematizar o que não era tido como problemático, ou a (re)problematizar, com outro olhar, o já problematizado". Enfim, quando, no universo de investigação, imbui-se o objeto de pesquisa a um novo lugar, a uma nova rede de significação. Seguindo este raciocínio a indagação orientadora que sustentou a investigação foi: Que jogos de linguagem emergem a partir de práticas discentes e docentes com a operação multiplicação nos 4° e 5° Anos Iniciais de uma Escola Bilíngue para Surdos no município de Imperatriz/MA? Com o intento de buscar respostas, ainda que provisórias a esta questão, realizamos filmagens nas aulas de Matemática, observações, registros em diário de campo, além de materiais produzidos pelos alunos surdos e suas professoras.

Isto posto, inicialmente discorremos sobre alguns aspectos que se remetem a perspectiva Etnomatemática que baliza nossas investigações, trazendo em particular, alguns apontamentos sobre os jogos de linguagem. Galgamos ainda interlocuções com a educação bilíngue para surdos e este campo da Educação Matemática. Em seguida, descrevemos os caminhos metodológicos que nos possibilitaram realizar as análises aqui expressas. Na continuidade traçamos alguns achados da pesquisa, evidenciando a emergência de práticas matemáticas realizadas no campo empírico da pesquisa e finalizamos focando possibilidades de construções de conhecimentos matemáticos a partir de outros modos.

Etnomatemática e a educação bilíngue para surdos: em busca de interlocuções

Na busca por interlocuções sobre outros modos de pensar matematicamente nos embasamos na perspectiva Etnomatemática que encontra sustentação a partir dos ensinamentos de Ludwig Wittgenstein em seu período de maturidade. A produtividade das investigações do filósofo reside nas ideias difundidas sobre a ocorrência de linguagens, suplantando assim, o pensamento de que haja uma única linguagem universal. Em efeito, como bem expressam Knijnik et al. (2019, p. 29) "O "Segundo" Wittgenstein concebe a linguagem não mais com as marcas da universalidade, perfeição e ordem, como se preexistisse às ações humanas".

Veiga-Neto (2017, p. 90) auxilia nessa compreensão quando explica que:

> O segundo Wittgenstein - das *Investigações Filosóficas* - entende que a linguagem é atributiva, isto é, que não há qualquer correspondência estrita (necessária, em termos filosóficos) entre as palavras (linguagem) e as coisas (mundo), mas que é pela linguagem que damos sentido às coisas (mundo) [grifos do autor].

O sentido dado por meio do 'uso' assenta então o cunho essencial para se entender o posicionamento de Wittgenstein sobre linguagem. Sobre esse aspecto Giongo (2008, p. 150) descreve que "[...] a significação de uma palavra emerge do uso que delas fazemos nas mais variadas situações. Portanto, a mesma expressão, quando usada em contextos diferentes, passará a ter outras significações". De igual modo, Condé (2004, p. 52) contribui explicando que "[...] as significações surgem do uso das palavras, mediadas por regras, a partir das nossas práticas sociais, dos nossos hábitos, na nossa forma de vida". O citado autor ainda alude que, a depender da situação que se apresenta, o entendimento acerca de tais significações poderá assumir outra conotação. Nessa lógica pode ocorrer "[...] a infinita possibilidade de criação de significações linguísticas a partir de um grupo finito de fonemas ou signos está atrelada às possibilidades dos usos e dos seus diversos contextos” (Ibidem, p. 48).

A análise de Junior (2017, p. 970) sobre como Wittgenstein concebe a pragmática da linguagem, nos permite trazer à luz a seguinte analogia:

> (1) A linguagem é por ele considerada como uma caixa de ferramentas, onde as palavras são equiparadas ao martelo, ao alicate, à serra, à chave de fendas, aos pregos etc. Seu objetivo, com isso, é o de ressaltar que as funções das diferentes palavras são tão distintas quanto as diferentes funções exercidas por essas ferramentas.

Deste modo, mais relevante do que perguntar sobre o significado das palavras é buscar compreender o modo como elas são usadas, isto é, como operamos em contextos efetivos, pois, importa mais compreender seu uso na linguagem. Pautada nas investigações do filósofo sobre não haver garantias fixas de que a linguagem seja única, Knijnik (2016, p. 21) indaga “[...] também a existência de uma matemática única e com significados fixos”. Sendo assim, os estudos de Wittgenstein tem sido potentes “[...] para seguir pensando as coisas da Etnomatemática” (Ibidem, p. 19), visto que esse campo da Educação Matemática propicia uma variedade de usos, suscitando que distintas matemáticas possam emergir e assim novas possibilidades sejam consideradas no ensino e na aprendizagem desta disciplina.

No tocante ao posicionamento de Wittgenstein, evocamos também a produção de múltiplas linguagens, conforme o contexto que se apresenta. Segundo o filósofo, “[...] essa variedade não é algo fixo, dado de uma vez por todas; mas, podemos dizer, novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem surgem, outros envelhecem e são esquecidos” (WITTGENSTEIN, 2014, p. 27). De posse desse entendimento, podemos inferir que, no ensino de Matemática, algumas atividades que são particulares, se enquadram em processos que configuram-se como jogos de linguagem.

Nesse cenário, as práticas culturais dos distintos grupos adquirem centralidade e se mostram extremamente produtivas, pois “A Etnomatemática, assim como a entendemos está interessada em examinar a diferença cultural” (KNIJNIK et al., 2019. p. 26), além das potencialidades desta nas formas de vida em que estão imersas. Logo, com estes apontamentos nosso olhar direciona-se para o contexto educacional bilíngue para surdos.

A Educação bilíngue para surdos visa a aprendizagem destes sujeitos tendo como base suas especificidades linguística e cultural. Ademais, os discursos presentes valorizam a diferença surda, que é utilizada como propulsora para as aprendizagens. A Libras flui de modo amplo, as trocas entre semelhantes que partilham a mesma condição são constantes, a visualidade está presente nos processos de ensinar e aprender. Aspectos estes que vão ao encontro do que expressam Nascimento e Costa (2014, p. 165), ao explicitarem que a "[...] educação oferecida para pessoas visuais deve contemplar um currículo visual, uma pedagogia visual, uma metodologia visual".

Seguindo esta linha de raciocínio, reiteramos a visualidade do sujeito surdo – um marcador cultural – que lhe permite adquirir informações, conhecimentos, aquisição linguística, enfim, compreender o mundo em que está envolto. Aditado a isto, Witchs e Lopes (2018, p. 8) analisam que "[...] o significado atribuído à palavra "olhar" é completamente outro do que para aqueles cuja palavra é impensada ou usada apenas para representar uma ação de um sentido". Diante da relevância deste marcador é imprescindível pensarmos em espaços que promovam sua valorização, neste sentido, ratificamos a Escola Bilíngue para Surdos como ponte para a efetivação destes e outros marcadores culturais igualmente importantes para seu processo formativo.

Nessa lógica, com o alicerce das teorizações aqui expressas e nos processos que ocorrem numa Escola Bilíngue para Surdos, entendemos que alunos surdos dos Anos Iniciais realizam ações que podem ser configuradas como jogos de linguagem matemáticos. Consideramos que, estes como um grupo cultural específico, usuários de uma língua própria, isto é, a Libras, realizam práticas matemáticas que ganham sentido no interior de suas formas de vida. Logo, buscamos aproximações com a perspectiva Etnomatemática como discute Knijnik et al. (2019) e fomos ao campo de pesquisa com o intuito de visualizar práticas que possivelmente convergissem com nossas teorizações. Para tanto, destacamos inicialmente os caminhos metodológicos para dar conta de encontrar respostas à nossa questão orientadora.

Enlaces metodológicos

Compreendemos que para se iniciar a incursão e engendrar um caminho em prol da realização de uma pesquisa, não poderia fazê-lo sem direcionamento. A pesquisa ganha forma a partir de "[...] desconfortos mais ou menos profundos em relação a crenças que, em algum momento, julgamos inabaláveis. Ela se constitui na inquietação" (BUJES, 2007, p. 16). Nesta lógica, com uma postura curiosa e um olhar analítico, passamos a desnaturalizar aquilo que parecia naturalizado, como ensina Foucault (2016, p. 31), é necessário colocar em suspenso continuidades e “[...] sacudir a quietude com a qual as aceitamos” para então analisar o fenômeno que galgamos pesquisar. Assim, posicionamos nosso objeto de investigação.

Nessa meada, em termos teórico-metodológicos, esta investigação sustenta-se na caixa de ferramentas teóricas da Etnomatemática, conforme propõe Knijnik et al. (2019). Temos o aporte dos estudos de Michel Foucault, em especial, a análise de discurso. Para o filósofo os discursos podem ser determinados como conjuntos que se apoiam em formações a partir das quais é possível pensar em diferentes discursos. Como o próprio filósofo evidencia, “[...] é assim que poderei falar do discurso clínico, do discurso econômico, do discurso da história natural, do discurso psiquiátrico” (FOUCAULT, 2016, p. 131). E aqui registramos as possibilidades de examinar os discursos sobre a Matemática Acadêmica e a Escolar e seus efeitos de verdade.

As ideias de Ludwig Wittgenstein nutrem as possibilidades de analisar jogos de linguagem e suas semelhanças de família, presentes nas matemáticas que emergem nas diferentes formas de vida. Em efeito, “[...] dar visibilidade às matemáticas geradas em atividades específicas também é um processo que pode ser significado como uma rede de jogos de linguagem” (KNIJNIK et al., 2019, p. 30). Assim, nosso intento foi visualizar as linguagens matemáticas que emergiram naquele contexto investigativo. Para tanto, o empreendimento inicial foi a solicitação de liberação da pesquisa na Secretaria de Educação do município que a referida escola se situa. Em seguida a proposta foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa para apreciação e após a aprovação, conforme CAAE 07336819.9.0000.5310, os demais passos foram sendo traçados. A escola pesquisada tem a proposta educacional bilíngue para surdos como base para os processos de ensino e aprendizagem. Criada em 2012, é a primeira instituição do estado do Maranhão/Brasil a utilizar tal proposta. Atualmente funciona em período integral atendendo alunos surdos da Educação Infantil, Anos Iniciais (1° ao 5°) e Educação de Jovens e Adultos (EJA), primeira fase. Possui em seu quadro funcional professores bilíngues – surdos e ouvintes –, com formação específica na área da surdez, como determina o Decreto municipal n° 1.453/2012, que trata da criação da referida instituição e além outras providências (IMPERATRIZ, 2012).

Realizamos os convites às professoras e aos pais dos alunos surdos que prontamente assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Para os alunos foram assinados os Termos de Assentimento de Menor. Este aspecto foi necessário pois todos os alunos eram menores de idade dado o momento da realização da investigação. Participaram da investigação as duas professoras das turmas do 4° e 5° Anos Iniciais e oito alunos surdos, sendo quatro de cada ano, totalizando dez participantes.

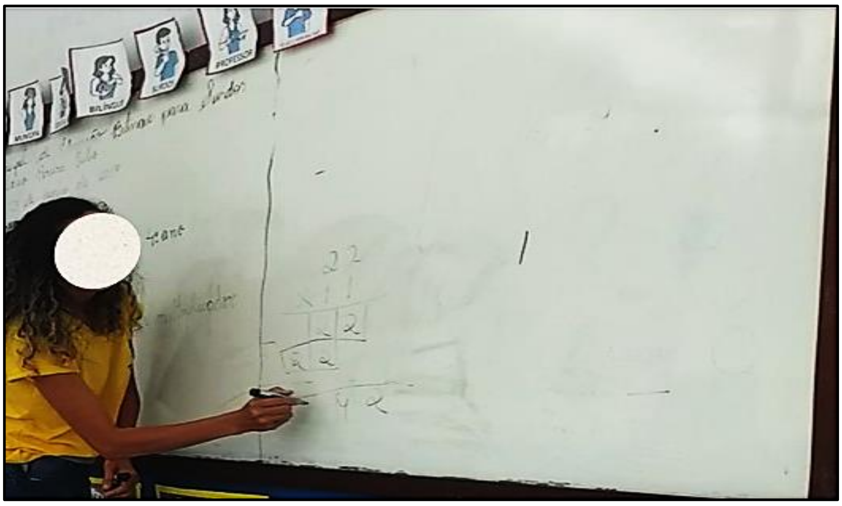
A geração dos dados ocorreu no primeiro e segundo semestre de 2019; a composição ocorreu por meio de observações e filmagens das aulas de Matemática. Como explicita Loizos (2008), a gravação de vídeo pode oportunizar o exame acerca do fenômeno pesquisado, proporcionando riqueza de detalhes e possibilidades de uma maior aproximação com o objeto do estudo. No caso específico dos alunos surdos tornou-se ainda mais propício, visto que, estes usam uma língua visuoespacial. Inspiradas em investigações do campo da Etnomatemática (KIPPER, 2015; SCHEFER; WANDERER, 2016), usamos ainda excertos do diário de campo das pesquisadoras, registros fotográficos, captura de tela em momentos de pausa e materiais produzidos pelos alunos surdos.

Em síntese, com o olhar analítico delineado, e tendo a articulação das lentes teórico-metodológicas aqui anunciadas, buscamos "[...] dar respostas, mesmo que sempre provisórias, [...] especialmente nos processos de escolarização dos grupos culturais que temos estudado" (KNIJNIK et al., 2019, p. 34). Na seção seguinte, destrinchamos alguns achados da pesquisa.

Modos de operar com a multiplicação: em foco alunos surdos e professoras

Na imersão ao campo empírico da pesquisa buscamos compreender as práticas matemáticas que ali emergiam. Neste sentido, com base no escrutínio do material gerado foi possível identificar a ocorrência de distintos jogos de linguagem matemáticos. Assim, ilustramos a explicação inicial da professora referente às multiplicações por dois algarismos, cuja sequência seguiu as regras propostas no livro didático com o uso do cálculo direto. A Figura 1, seguida de excerto do diário de campo, apresenta o evidenciado.

Figura 1: Explicação da professora conforme proposto no livro didático



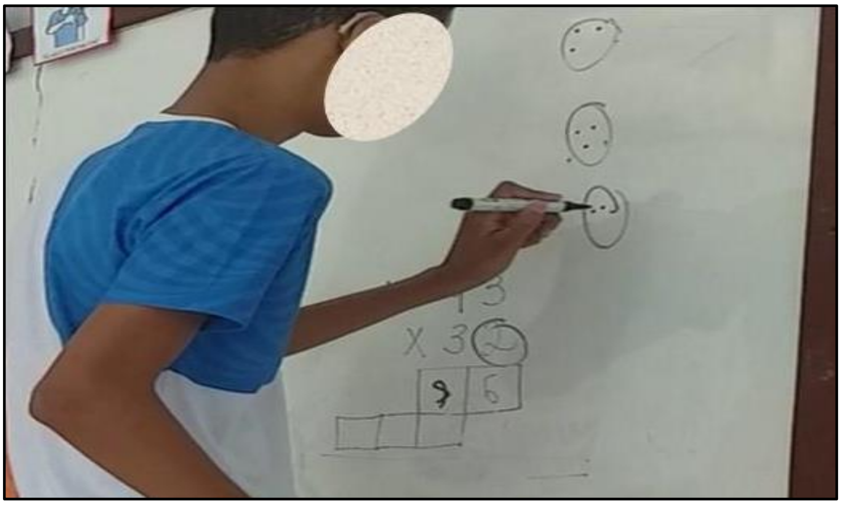
Fonte: Das autoras (2019)

Ao dar início a explicação referente ao conteúdo de Multiplicação por dois multiplicadores a professora solicitou aos alunos que estivessem com seus livros didáticos. Logo em seguida escreveu no quadro branco o título do referido conteúdo, uma frase introdutória e dois cálculos de multiplicação que constavam no livro dos alunos surdos. Interessante notar que a escrita do cálculo seguiu exatamente o exposto no livro, isto é, a professora desenhou os quadrados para separar o local onde o resultado de cada multiplicação deveria ser escrito; é possível verificar este aspecto (na Figura 1- quadro com o fundo branco, cálculo de multiplicação 21x11= e outros escritos na cor preta e a docente ao lado esquerdo desenvolvendo o citado cálculo). Com base nas observações foi possível notar que esse momento inicial foi marcado pelas regras expressas no livro didático e que a professora as seguiu sem nenhuma alteração, a priori.

(Diário de campo, 20 de maio de 2019).

Conforme o excerto selecionado é possível argumentarmos acerca do formalismo da Matemática Escolar, com regras que ditam a assepsia e ainda com a presença marcante do livro didático na mediação do ensino. Em efeito, conforme Wanderer (2014, p. 264) argumenta a matemática escolar foi constituída como "[...] um campo do conhecimento linear, sequencial e sustentado por pré-requisitos capazes de garantir a aprendizagem de desenvolver uma suposta razão transcendental nos sujeitos escolares". Logo, é plausível afirmarmos a presença de jogos de linguagem matemáticos oriundos da forma de vida escolar. Já os alunos desenvolveram os cálculos propostos de outra forma; importante pontuar que conforme a análise realizada com base nas observações e filmagens, esse processo partiu dos próprios alunos. Estes calculavam as multiplicações com o uso de círculos, assim, ficou perceptível a diferença entre a estratégia usada pela professora e o modo como os alunos fizeram os cálculos. O detalhamento está expresso visualmente por meio da Figura 2.

Figura 2: Cálculo de multiplicação do aluno por meio de estratégia própria



Fonte: Das autoras (2019)

O processo de calcular com o uso de círculos foi identificado no 4°ano, tendo sido realizado por todos os alunos da referida turma, conforme identificado na Figura 2 – quadro com o fundo branco, cálculo de multiplicação 13x32=, círculos com pontos no seu interior na cor preta e um aluno ao lado esquerdo. Tal aspecto denota um compartilhamento de saberes, principalmente porque ficou confirmado nas observações que os alunos que desconheciam esta forma, *a posteriori* passaram a incorporá-la nos demais cálculos. Já na turma do 5° ano, as recorrências foram mínimas e a utilização se deu por parte de dois alunos.

Ao apurar os dados gerados sobre as práticas dos alunos surdos ficou nítida a conformação de outra gramática, com uso de regras específicas, como o uso de círculos com ou sem pontos, além de agrupamentos. Aspectos estes que nos permite aludir a constituição de critérios de racionalidade distintos daqueles presentes nos jogos de linguagem praticados pelas professoras investigadas na escola bilíngue. Zanon, Giongo e Munhoz (2016, p. 21) enuncia que a "Racionalidade é vista por Wittgenstein como produto das interações entre os jogos de linguagem, uma "construção" que permite a articulação da linguagem dentro de uma forma de vida". E deste produto é possível "[...] se definir o que é correto ou não de acordo com os jogos de linguagem e sua gramática" (Ibidem, p. 21). Seguindo este raciocínio, a linguagem passa então a ter "[...] um caráter contingente e particular, adquirindo sentido mediante seus diversos usos" (KNIJNIK et al., 2019, p. 29).

Na análise sobre esse modo de calcular, foi identificado que há semelhanças de família com os jogos de linguagem matemáticos próprios da Matemática Escolar, isto porque os alunos se serviram da decomposição, adição e de agrupamentos em pares para calcularem as multiplicações. Sobre tal aspecto Condé (2004, p. 55) salienta que os jogos de linguagem “[...] não possuem uma propriedade comum, mas simplesmente estão ‘aparentados’ uns com os outros através de ‘semelhanças de família’” [grifos do autor].

Outro ponto interessante foi a diversidade na utilização de círculos. De fato, alguns alunos realizaram esse processo utilizando círculos com pontos no seu interior, agrupamentos dos círculos em pares, entre outros. O fato de desenhar o círculo aparentemente já produziu a visualidade de que o aluno necessitava naquele momento, para realizar a soma e obter o resultado da multiplicação. É oportuno aludir que a utilização de círculos por parte dos alunos vai ao encontro do artefato *experiência visual*, propiciando a forma de ação visual que estes podem ensejar e necessitar em alguns momentos para alcançar a compreensão, como discutem Perlin (2012) e Witch e Lopes (2018).

Além disso, é salutar pontuar que após verificar os modos próprios dos alunos calcularem as multiplicações, houve diferentes momentos em que as professoras agregaram ao desenvolvimento de suas explicações – referente a este e outros conteúdos –, as estratégias utilizadas pelos alunos surdos. Isto é, em alguns momentos incorporando os círculos às suas explicações, agrupamentos e os demais processos, conforme demonstra a Figura 3.

Figura 3: Incorporação de círculos e agrupamentos em pares à explicação da professora

Fonte: Das autoras (2019)

Constatamos que na Escola Bilíngue para Surdos houve momentos em que as professoras incorporaram às suas explicações as estratégias expressas pelos alunos surdos. (Conforme exposto na Figuras 3- quadro com fundo branco, desenhos de círculos e algarismos na cor preta e a professora em frente ao quadro escrevendo). Foi possível identificar no decorrer da explicação a utilização de círculos por parte da professora para otimizar o desenvolvimento dos *cálculos. O acréscimo de estratégias próprias dos alunos também foi confirmado no desenvolvimento dos cálculos de multiplicação na turma do 5° ano. Ao verificar que as professoras pesquisadas incorporaram os modos próprios dos alunos ao operarem com a multiplicação – isto é, o uso dos círculos ou da decomposição, agrupamentos em pares e adição – em diferentes momentos de suas explicações, foi possível inferir que no campo empírico pesquisado, há a valorização das práticas realizadas pelos alunos surdos.*

(Diário de campo, 25 de novembro de 2019).

Tendo as marcas da valorização cultural deste grupo específico, tais como as experiências visuais e a Libras como língua de instrução (CAMPELLO; REZENDE, 2014), a Escola Bilíngue para Surdos mostra-se produtiva para a construção de aprendizagens dessa natureza. Neste ponto, traçamos a possibilidade de interlocuções entre as diferentes matemáticas postas em ação. Sendo assim, ao agregarem os modos próprios dos alunos ao seu fazer pedagógico, as professoras mostraram-se flexíveis e abertas às possibilidades outras que tal *lócus* pode propiciar.

> [...] pensar sobre o próprio pensamento e sobre os jogos de linguagem utilizados nas práticas escolares podem possibilitar a compreensão sobre como os jogos de linguagem são produzidos e como podem contribuir com a manifestação de outros critérios de racionalidade na matemática escolar (ZORZI, 2018, p. 219).

Relevante ainda pontuar que os jogos de linguagem realizados pelas professoras, cuja configuração é específica da Matemática Escolar e aqueles praticados pelos alunos surdos, puderam ser entremeados otimizando os processos de matematizar. Ao ponderar sobre como os alunos desenvolveram suas estratégias e a incorporação das professoras é coerente pontuarmos que a valorização de outras formas de pensar pode proporcionar maior engajamento por parte do aluno. Estando em ambiente diferente da sala de aula, poderá verificar que suas proposições, seus modos de pensar, que estão atrelados a sua cultura, podem ser aceitos e vinculados aos saberes da Matemática Escolar. Tal postura em tempos de pandemia e pós-pandemia da Covid-19 poderá fomentar estratégias diferentes que, para além do ensino hierárquico e asséptico, promovam uma ressignificação, transformações no que concerne alguns processos pedagógicos realizados.

O evidenciado é anunciado por Condé (2004, p. 29) ao expor que “A gramática de uma forma de vida não é fechada e é a partir desse aspecto que ela possui, em medidas diversas, ramificações que se constituem como “semelhanças de família””. Logo, existe a viabilidade de “[...] interconectar-se com gramáticas de outras formas de vida” (Ibidem, 30), tais como a interligação constatada no campo empírico desta pesquisa.

Sobre alguns arremates

Ao adentrarmos no território investigativo, qual seja, a Escola Bilíngue para Surdos, buscamos distintas práticas matemáticas. Nesse intento, as lentes teóricas da Etnomatemática como discutem Knijnik et al. (2019) foram muito produtivas, em particular, no que concerne à análise acerca dos jogos de linguagem e suas semelhanças de família. Neste rastro, as práticas sociais e negociações que emergem neste espaço educacional e que contemplam as especificidades do grupo cultural dos surdos proporcionaram uma amálgama entre os distintos jogos de linguagem que ali emergiram.

Referente aos alunos surdos, identificamos estratégias próprias para calcular multiplicações. Neste sentido, o uso de círculos de modos diversificados ficou nítido no desenvolvimento de diferentes cálculos. A estes identificamos o adendo de pontos no interior, decomposição e agrupamentos como forma de alcançar os resultados. Estes modos próprios podem ser entendidos como jogos de linguagem nesta forma de vida, pois, como assevera Júnior (2017, p. 878) "[...] referem-se a atividades linguísticas específicas, isto é, a certos modos de aplicação e instrumentalização funcionais da linguagem. Referem-se, assim, a qualquer um dos muitos e variados usos que fazemos dela".

No que tange às professoras, registramos a presença de jogos de linguagem da forma de vida escolar, com o destaque para o uso do livro didático. Contudo, também ficou perceptível que algumas de suas práticas se entrelaçaram com outras estratégias que perpassavam o formalismo identificado na Matemática Escolar. Dessa forma, ao agregarem o uso de círculos com ou sem pontos, entre outros, presentes na forma de vida surda, aos seus fazeres, estas se mostraram-se abertas a usar estratégias que ultrapassassem aquelas contidas nos livros didáticos.

O evidenciado no campo empírico de pesquisa revelou que há a valorização dos jogos de linguagem específicos praticados pelos alunos surdos, mas também o contato com os jogos provenientes da escola, usualmente presentes nos livros didáticos. Sobre essa questão, acreditamos ser relevante pontuar que a articulação entre os saberes da escola e os que emergiram na forma de vida dos alunos surdos pesquisados potencializou o ensino realizado pelas professoras. Nas palavras de Knijnik et al. (2019, p. 18): "[...] olhar para essas outras racionalidades, sem jamais se esquecer do que está no horizonte, é pensar outras possibilidades para a Educação Matemática praticada na escola" [grifos das autoras].

Em suma, os resultados gerados também permitem realizar uma reflexão sobre situações impostas pela pandemia da Covid-19 acerca do ensino de diferentes disciplinas, tais como a matemática. Repensar, discutir e possivelmente concretizar ações que transcendam certas práticas ainda arraigadas no contexto educacional, cuja transposição para o ensino remoto incitaram mudanças e possibilidades de inserção de outros modos de buscar conhecimentos matemáticos. Ou seja, a incorporação de distintas formas de mediá-los pode contribuir para minimizar as fronteiras existentes, pois, ao serem exploradas em sala de aula, podem potencializar a emergência de diferentes racionalidades matemáticas, favorecendo, assim, ensino e aprendizagem.

Referências

BUJES, M. I. E. Descaminhos. In: COSTA, M. V. (org). **Caminhos investigativos II:** outros modos de pensar e fazer pesquisa em educação. 2. Ed. Rio de Janeiro: Lamparina editora: 2007. p. 13-34.

CAMPELLO, A. R. e S.; REZENDE, P. L. F. Em defesa da escola bilíngue para surdos: a história de lutas do movimento surdo brasileiro. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, Edição Especial n. 2/2014, p. 71-92.

CONDÉ, M. L. L. **As teias da razão:** Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: Argvmentvm Editora, 2004.

CORAZZA, S. M. Labirintos da pesquisa, diante de ferrolhos. In: COSTA, M. V. (org). **Caminhos investigativos:** novos olhares para a pesquisa em educação. 2. Ed. Rio de Janeiro: DP&a, 2002. p. 105-131.

FOUCAULT, M. **A arqueologia do saber.** – 8 ed. – Rio de Janeiro: Forense universitária, 2016.

GIONGO, I. M. **Disciplinamento e Resistência dos Corpos e Saberes:** um estudo sobre a educação matemática da Escola Estadual Técnica Agrícola Guaporé. 2008, 206 f. Tese (Doutorado em Educação), Unisinos, São Leopoldo, 2008.

IMPERATRIZ (município). Prefeitura de Imperatriz/MA, gabinete do prefeito. **Lei ordinária n° 1.453, de 19 de março de 2012**. Dispõe sobre a criação da Escola Bilíngue no âmbito do Sistema Municipal de ensino e dá outras providências.

KIPPER, D. **Práticas matemáticas visuais produzidas por alunos surdos**: entre números, letras e sinais. 2015, 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade de Santa Cruz do Sul, Santa Cruz do Sul, 2015.

JÚNIOR, G. F. de A. **10 lições sobre Wittgenstein**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2017. (Edição digital).

KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; GIONGO, I. M.; DUARTE, C. G. **Etnomatemática em movimento.** – 3 ed. –Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

KNIJNIK, G. Um modo de teorizar no campo da pesquisa em educação matemática. In: WANDERER, F.; KNIJNIK, G. (Orgs). **Educação matemática e sociedade.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016. p. 21-35.

LOIZOS, P. Vídeo, filme e fotografias como documentos de pesquisa. In: BAUER, M. W.; GASKELL, G. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som.** 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 137-155.

MARTINS, V.; ALMEIDA, J. Educação em tempos de pandemia no brasil: saberes fazeres escolares em exposição nas redes e a educação on-line como perspectiva. **Revista Docência e Cibercultura.** Rio de Janeiro, v. 4 n. 2, 2020. p. 215-224.

NASCIMENTO, S. P. de F. do; COSTA, M. R. Movimentos surdos e os fundamentos e metas da escola bilíngue de surdos: contribuições ao debate institucional. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, Edição Especial n. 2/2014, p. 159-178.

PERLIN, G. Identidades Surdas. In: SKLIAR, C. **A surdez**: um olhar sobre as diferenças. 3. ed. Porto Alegre: Editora Mediação, 2012. p. 51-74.

SCHEFER, M. C. WANDERER, F. Metodologias de pesquisa na área de Educação (Matemática). In: WANDERER, F.; KNIJNIK, G. (Orgs). **Educação matemática e sociedade.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016. p. 33-49.

VEIGA-NETO, A. **Foucault e a Educação**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2017.

WANDERER. F. **Educação, jogos de linguagem e regulação.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

WITCHS, P. H.; LOPES, M. C. Forma de vida surda e seus marcadores culturais. **Educação em revista**, Belo Horizonte. v. 34, p. 1-17, 2018.

WITTGENSTEIN, L**. Investigações filosóficas**. Tradução Marcos G. Montagnoli. 9 ed. – Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista Universitária São Francisco, 2014.

ZANON, R.; GIONGO, I. M.; MUNHOZ, A. V. Educação matemática, formas de vida e alunos investigadores: um estudo na perspectiva da etnomatemática. **Educação matemática em revista.** RS. Ano 17. n. 17, v.1, p. 18-27, 2016.

ZORZI, F. Educação Matemática, formação tecnocientífica e docência na educação básica. In: WANDERER, F; KNIJNIK, G. (Orgs). **Educação e tecnociência na contemporaneidade.** São Paulo: Pimenta Cultural, 2018. p. 214-246.

Um Olhar Sobre a Produção Científica em Etnomatemática da FEUSP

A Look into the FEUSP Ethnomathematics Scientific Production

Marília Prado
Faculdade de Educação - USP
mariliap@usp.br

Ana Paula dos Santos
Faculdade de Educação - USP
pauladossantos.79@gmail.com

Rodrigo Tadeu Pereira da Costa
Secretaria municipal de Educação de Londrina
costa_tadeu_rodrigo@hotmail.com

Resumo
Este artigo apresenta dados referentes ao mapeamento das produções científicas realizadas produzidas na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo que abordam a Etnomatemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa cujo objetivo é identificar, a partir das dissertações e teses realizadas na FEUSP, a maneira como contribuem *na/para* Educação. Para isso, foi realizado um levantamento das dissertações e teses constantes no banco de dados bibliográficos da USP (Sistema *Dedalus)* que contêm a palavra *etnomatemática*, o que resultou em 13 dissertações e 13 teses. Através da análise de seus resumos, optamos pela categorização em *na Educação* e *para a Educação*. A análise das pesquisas nos mostrou a importância de as discussões da Etnomatemática estarem presentes na Educação. Além disso, pela diversidade de possibilidades, as pesquisas evidenciam o caráter dinâmico e abrangente do Programa Etnomatemática, contribuindo para o seu desenvolvimento.

Palavras-chave: Etnomatemática; Educação; Mapeamento.

Abstract
This article shows data about mapping of scientific researches produced at the Faculdade de Educação of the University of São Paulo (FEUSP). It is a qualitative research that aims to identify how dissertations and theses produced at the FEUSP contributes in/for Education. For this, a bibliographic survey of dissertations and theses with de word *etnomatemática* contained in the bibliographic database of USP was carried out (Dedalus System). The results was 13 dissertations and 13 theses. Analyzing their abstracts we categorized the researches as *in the Education* or *for the Education*. The analysis of the surveys showed us the importance of discussions on Ethnomathematics being present in Education. In addition, due to the diversity of possibilities, the researches show the dynamic and comprehensive character of the Ethnomathematics Program, contributing to its development.

Keywords: Ethnomathematics; Education; Mapping.

Introdução

A perspectiva da Etnomatemática levou para a Educação Matemática discussões sobre o caráter social e cultural da Matemática. Ao lançar o Programa Etnomatemática, o professor Ubiratan D’Ambrosio reconheceu a existência de várias matemáticas, o que significa compreender que diferentes grupos, em diferentes ambientes, são capazes de adquirir conhecimento por meio de uma maneira própria de lidar com determinada situação sem, necessariamente, fazer uso da matemática dominante, a matemática acadêmica.

As obras de Ubiratan D'Ambrosio são tão importantes que são consideradas clássicos da Educação Matemática por ainda influenciar diversos pesquisadores da área, além de contribuir para discussões do ponto de vista histórico, social e pedagógico da Matemática. Por esse motivo, entende-se que o Programa Etnomatemática não se restringe a uma teoria fechada, ou metodologia específica, mas que se encontra em movimento, sempre com a possibilidade de desenvolvimento.

Motivados por essas considerações, apresentamos neste texto, um mapeamento das dissertações e teses defendidas no programa de pós-graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP). Nosso objetivo com esta investigação foi o de identificar, a partir das pesquisas realizadas na FEUSP, as contribuições da Etnomatemática na/para Educação.

Desta forma, o mapeamento se estabelece como um caminho para analisar a dinâmica da pesquisa em Etnomatemática, de modo a contribuir com as discussões e fortalecer seu desenvolvimento.

Do Programa Etnomatemática no contexto da investigação

O Programa Etnomatemática foi "lançado", em 1984, por Ubiratan D'Ambrósio no 5º Internacional Congress on Mathematical Education. Na ocasião, reconhecendo os aspectos culturais e sociais da educação matemática, que já vinham sendo discutidos há algum tempo, o autor apresentou considerações teóricas, reflexões e motivações que o levaram ao entendimento, na época, da ideia de Etnomatemática.

Segundo o autor, a combinação dos termos utilizados na palavra se explica etimologicamente: ticas, para maneiras, técnicas, artes; matema, para explicar, conhecer, entender; etnos, para ambientes naturais, sociais, culturais. Sendo assim, em resumo, o Programa Etnomatemática reconhece que sempre, em todas as culturas, os seres humanos

> têm seu comportamento alimentado pela aquisição de conhecimento, de fazer (es) e de saber (es) que lhes permite sobreviver e transcender através de maneiras, de modos, de técnicas e artes de explicar, de conhecer, de entender, de lidar com, e conviver com a realidade natural e sociocultural na qual está inserida. (D'AMBROSIO, 2017, p. 60)

Logo, ao contrário do que a palavra pode sugerir, para D'Ambrósio, Etnomatemática não trata da “matemática de etnias”. O conhecimento que hoje identificamos como matemática está associado à matemática acadêmica, mas manifestações desse conhecimento – processos de organização, de contagem, de medição – podem ser encontradas em todas as culturas. Por isso, “é um erro olhar para um ambiente cultural por ideias e categorias de conhecimento que são próprias de um ambiente cultural diferente” (D’AMBROSIO, 2016, p. 10, tradução nossa).

Por um lado, o autor afirma que os diversos sistemas de conhecimento gerados pela tentativa de lidar com diferentes situações podem ser chamados de etnomatemáticas e, por isso, o objetivo do Programa Etnomatemática está relacionado às “reflexões mais amplas sobre a natureza do pensamento matemático, do ponto de vista cognitivo, histórico, social, pedagógico” (D’AMBROSIO, 2017, p. 17).

Por outro lado, para D'Ambrósio (2017), não se deve tentar construir uma epistemologia para a Etnomatemática, já que assim estar-se-ia propondo uma explicação final para a mesma, o que na sua visão, iria contrapor-se à ideia central do programa, que é entender a aventura da espécie humana na busca de conhecimento e na adoção de comportamentos. Desse modo, o autor considera que, “em essência, o Programa Etnomatemática é uma proposta de teoria do conhecimento” (D’AMBROSIO, 2005, p. 102).

De acordo com o que mostra Miarka (2011), outros pesquisadores não têm o mesmo entendimento sobre o tema. Em sua pesquisa, ele entrevistou grandes referências da área de Etnomatemática — Bill Barton, Eduardo Sebastiani, Gelsa Knijnik, Paulus Gerdes e Ubiratan D'Ambrosio —, tendo como um dos objetivos discutir temas presentes na comunidade que pesquisa em Etnomatemática.

Em sua análise, o autor destaca que, diferente da maneira abrangente que D’Ambrósio propõe o Programa Etnomatemática, Sebastiani considera que “a matemática deve ser nuclear, e etnomatemática é o estudo da matemática de grupos específicos” (MIARKA, 2011, p. 240). Além disso, ele admite a possibilidade de se falar em etnomatemáticas, “enfatizando a existência de matemáticas interiores a determinados grupos” (p. 393).

Já para Gerdes, a etnomatemática é um modo de expandir a matemática, pela observação de práticas culturais. Concebendo a matemática de um ponto de vista universalizante, ele não vê sentido em falar em matemática no plural.

Ainda que existam diferentes modos de compreensão de etnomatemática, Miarka (2011) considera que todos os discursos "possuem uma base comum: o respeito e a necessidade ética de compromisso com o outro estudado" (p. 393). Além disso, tais discursos

> apontam para uma etnomatemática como uma ferramenta de compreensão histórica, social e da própria matemática; como um instrumento de criação de novas ideias e conceitos; como possibilidade de auxílio ao sistema educacional e como forma política de combate e de fortalecimento de grupos (ibid.).

Nesse contexto, percebemos ainda o caráter dinâmico da pesquisa em etnomatemática. Não se trata de uma teoria finalizada, ou de uma metodologia de ensino e pesquisa. Está em constante desenvolvimento/movimento e pode tomar caminhos variados, de acordo com o ambiente em que o estudo é proposto, não se limitando a determinadas etnias.

Conforme apontam Passos e Vieira (2021), no Brasil, a primeira pesquisa em que constava Etnomatemática no título foi produzida em 1987. Desde então, a quantidade de pesquisas na área aumentou a cada década, chegando a um total de 525 teses e dissertações identificadas até 2019. Isso indica que há inúmeras possibilidades de pesquisa em etnomatemática, assumindo a perspectiva abrangente de Ubiratan D'Ambrósio e as dimensões — conceitual, histórica, cognitiva, epistemológica, política e educacional — propostas pelo autor.

Explorando a dimensão educacional da etnomatemática, D'Ambrosio (2017) destaca que, numa abordagem pedagógica com enfoque etnomatemático, há sempre uma questão maior envolvida, vinculada com outras manifestações culturais. "A etnomatemática se enquadra perfeitamente numa concepção multicultural e holística de educação" (p. 45).

Segundo Vergani (2007), as obras de Paulo Freire e de Ubiratan D'Ambrósio se relacionam pela "mesma consciência crítica, o mesmo carisma criador de vias alternativas, o mesmo profundo desejo de justiça autenticamente abrangente" (p. 24).

Além disso, a autora reconhece que o potencial pedagógico da etnomatemática está em ser uma metodologia culturalmente dinâmica, com enraizamento na realidade social, uma observação vivificante das práticas comportamentais e uma ação autenticamente sócio-siginificativa. Portanto,

> A educação etnomatemática é um processo antropológico que veicula todas as componentes do nosso conceito de cultura: aspectos semióticos, simbólicos e comunicacionais; aspectos sócio-políticos, de relações do trabalho, de relações com o poder; aspectos cognitivos, modos de saber; aspectos tecnológicos (VERGANI, 2007, p.34)

Nesse movimento de desconstrução de uma educação engessada e desconectada dos interesses e realidade dos estudantes, que desconsidera sua vivência e relações com o mundo, a proposta/postura etnomatemática se apresenta na contramão em relação às hegemonias e privilégios de uma cultura sobre a outra e de descarte dos seres aprendentes/ensinantes nesse processo de construção do saber.

Para a efetivação do direcionamento educacional que envolve todos os participantes desse processo, deve-se considerar o desenvolvimento de uma ação pedagógica e de pesquisa de maneira holística, valorizando os saberes que também acontecem fora do ambiente acadêmico e possibilitam estímulos do pensamento criativo, reflexivo e crítico, bem como a utilização das diversas matemáticas que se apresentam nesse espaço.

Assim, entendemos que todas as produções acadêmicas em Etnomatemática podem contribuir para uma mudança de perspectiva na Educação. Consideramos que essas produções adentram no cotidiano dos territórios educacionais e se tornam realmente instrumentos de mudanças teóricas e práticas por onde elas caminharam, caminham e caminharão, não se limitando aos “muros” da Universidade.

Caminhos da investigação

De acordo com o exposto, entendemos que a análise de pesquisas seja um dos caminhos para se obter informações de práticas e investigações no campo da Etnomatemática para fortalecer nossa postura, intensificando e contribuindo para a expansão do Programa, bem como para manter seu lugar de importância na Educação e na Educação Matemática.

Assim, o objetivo deste trabalho foi o de buscar, a partir das produções realizadas na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, a maneira como as pesquisas em Etnomatemática contribuem *na/para* Educação.

Para realizarmos a busca das teses e dissertações produzidas pelo Programa de Educação da FEUSP foram utilizadas as informações fornecidas pelo Catálogo Coletivo das

Bibliotecas da USP (SIBiUSP), consultando o Sistema *Dedalus*. Pela página, fizemos a pesquisa pela palavra "etnomatemática" na base da FEUSP, utilizando "tipo de material: TESE" como filtro de busca.

Nesta busca, obtivemos 26 resultados de pesquisas realizadas na FEUSP. Dentre eles, estão 13 dissertações e 13 teses, em que a palavra "etnomatemática" aparece. A partir desses dados, fizemos a leitura dos resumos para identificar a maneira como a Etnomatemática é abordada no contexto da pesquisa.

Para análise inicial dos dados, optamos pelo processo de categorização, com categorias pré-definidas, a saber:

1) *Na Educação* que foram realizados em um ambiente específico, por meio de observações, estudos etnográficos, estudos de caso; que propuseram atividades e/ou oficinas práticas que contemplaram uma proposta na Educação.

2) *Para a Educação*, que foram realizados por meio de revisão e/ou análise bibliográfica/documental ou de narrativa e ensaios teóricos a respeito do Programa Etnomatemática, onde o pesquisador indica uma possibilidade de mudança e/ou um suporte teórico trazendo discussões para a Educação.

Nesses termos, apresentamos, a seguir, a organização e análise dos dados obtidos.

Apresentando e Analisando os Dados

Organizamos os trabalhos encontrados, de acordo com a sua natureza, tese (T) ou dissertação (D), ano, título, autor e o eixo classificado, tal como apresentado no Quadro 1:

Quadro 1: Teses e Dissertações em Etnomatemática da FEUSP

Natureza	Ano	Título	Autor (a)	Etnomatemática como subsídio:
D	2002	A etnomatemática e suas possibilidades pedagógicas: algumas indicações pautadas numa professora e em seus alunos e alunas de 5ª série	SANTOS, Benerval Pinheiros	Na educação
D	2003	Etnomatemática: possibilidades num contexto de formação de professores	MARTINS, Berlane Silva	Na educação
T	2003	Identidade e sobrevivência no morro de São Carlos: representações quantitativas e espaciais entre jovens e adultos	FANTINATO, Maria Cecília de Castello Branco	Na educação

D	2005	A pesquisa brasileira em etnomatemática: desenvolvimento, perspectivas, desafios	CONRADO, Andreia Lunkes	Para a Educação
T	2005	As concepções de lógica e a educação matemática: reflexões e práticas	MORAIS, Adilson de	Para a Educação
T	2005	Educação escolar indígena e etnomatemática: a pluralidade de um encontro na tragédia pós-moderna	FERREIRA, Rogério	Para a Educação
D	2006	A etnomatemática das práticas cotidianas no contexto de formação de profissionais indígenas no Xingu	JESUS, Cláudio Lopes de	Na educação
D	2006	Interpretações do papel, valor e significado da formação do professor indígena do Estado de São Paulo	DOMINGUES, Kátia Cristina de Menezes	Na educação
T	2006	Etnomatemática e formação de professores indígenas: um encontro necessário em meio ao diálogo intercultural	RIBEIRO, José Pedro Machado	Para a Educação
D	2006	História da matemática na educação matemática: espelho ou pintura?	MOTTA, Cristina Dalva Van Berghem	Para a Educação
T	2007	A etnomatemática da alma A'uwe-xavante em suas relações com os mitos	COSTA, Wanderleya Nara Gonçalves	Na educação
D	2007	Formação continuada dos professores e professoras do município de Barueri: compreendendo para poder atuar	SOUZA, Régis Luíz Lima de	Na educação
T	2008	A sombra do arco-íris: um estudo histórico/mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan	OLIVEIRA, Cristiane Coppe de	Para a Educação
D	2008	A cultura negra na escola pública: uma perspectiva etnomatemática	SILVA, Vanisio Luiz da	Na educação
T	2008	Em busca do diálogo entre duas formas distintas de conhecimentos matemáticos	SILVA, Aparecida Augusta da	Na educação

D	2009	Do conhecimento (matemático) primeiro: grandezas e medidas no centro das atenções	FREITAS, Regina Santana Alaminos de	Na educação
D	2009	O professor de matemática na periferia: acertando o passo para o conhecimento (primeiro) do educando	BEZERRA, Keli Mota	Na educação
T	2010	Currículo, cultura e educação matemática: uma aproximação possível?	GODOY, Elenilton Vieira	Para a Educação
T	2010	Formação superior de professores indígenas de Matemática em Mato Grosso do Sul: acesso, permanência e desistência	LEME, Helena Alessandra Scavazza	Na educação
T	2010	A busca pela aprendizagem além dos limites escolares	SABBA, Claudia Georgia	Na educação
T	2014	Africanidade, matemática e resistência	SILVA, Vanisio Luiz da	Para a Educação
D	2015	Insubordina-te, educação matemática! Responsabilidade e paz em Bertrand Russell	VALLE, Júlio César Augusto do	Para a Educação
D	2017	Uma história oral da etnomatemática: caminhos para a dimensão educacional	ABREU, Rodrigo Guimarães	Para a Educação
T	2020	Nhande reko mbo'e: busca de diálogos entre diferentes sistemas de conhecimentos no contexto das práticas de professores de matemática Guarani e Kaiowá	OLIVEIRA, Maria Aparecida Mendes de	Na Educação
T	2021	Formação inicial de professores e professoras que ensinam Matemática: olhares e movimentos a partir da Etnomatemática	COSTA, Rodrigo Tadeu Pereira da	Para Educação
D	2021	Uma proposta etnomatemática por meio de raizes africanas para um currículo descolonizado	SANTOS, Ana Paula dos	Na Educação

Fonte: Banco de dados bibliográficos da USP

A partir da análise dos trabalhos percebemos que os *para a Educação* mostram contribuições válidas para a compreensão da teoria em Etnomatemática, como as pesquisas de Conrado (2005) e Abreu (2017), que estão diretamente ligadas a aspectos históricos do desenvolvimento da Etnomatemática como campo de pesquisa. Oliveira (2008) e Valle (2017) utilizam a análise bibliográfica para relacionar as ideias da Etnomatemática com teorias de autores que não tratam explicitamente do assunto. Já Godoy (2010) e Motta (2011) utilizam a Etnomatemática como uma das aproximações possíveis para a discussão de currículo em matemática e História da Matemática, respectivamente.

As pesquisas de Morais (2005), Ferreira (2005), Ribeiro (2006) e Silva (2014), mesmo sendo de caráter teórico, propuseram a reflexão sobre contextos específicos: formação de professores, formação de professores indígenas e sobre a cultura afro-brasileira.

Com relação aos trabalhos *na Educação*, percebemos que a obtenção de dados se diversifica, e que nesses procedimentos, tem-se a possibilidade de "dar voz" aos sujeitos, o que pode ser visto como um dos princípios da Etnomatemática. Além disso, vemos dois contextos predominantes em que as pesquisas são propostas: na escola pública e em comunidades indígenas.

De acordo com D'Ambrosio (2017), a Etnomatemática aparece fortemente nas culturas nativas remanescentes das Américas. Isso explica o motivo desses trabalhos serem predominantemente em contextos indígenas. No entanto, considera-se que o campo da Educação Matemática ainda carece de mais pesquisas relacionadas à diversidade cultural do país, como por exemplo, em escolas de regiões ribeirinhas, da educação do campo e de comunidades quilombolas.

A partir da criação das categorias, percebemos como igualmente importantes tanto os trabalhos classificados como *na Educação* — aqueles que propuseram atividades ou desenvolveram estratégias sobre/com a Etnomatemática na prática — quanto nos trabalhos classificados como *para a Educação*, ou seja, nos quais o pesquisador indica uma possibilidade de mudança, em que a Etnomatemática atuou como suporte teórico ou então promoveu reflexões, apontamentos e discussões.

Notamos contextos diversificados onde ocorrem as pesquisas em Etnomatemática realizadas na FEUSP, porém com certa concentração em ambientes específicos. Apesar disso, podemos supor que essa concentração se dá na medida em que os pesquisadores defendem a Etnomatemática como possibilidade de articulação entre a matemática acadêmica e a escolar, levando em consideração o contexto social em que o estudante está inserido. Da mesma forma, as pesquisas com foco em povos indígenas, valorizam e reconhecem o conhecimento gerado em outras culturas, o que também se faz quando se adota uma postura etnomatemática.

É importante observar que todas as pesquisas analisadas foram realizadas a partir de 2002, o que pode ter relação com a criação do Grupo de Estudos e Pesquisas em Etnomatemática (GEPEm), em 1998, na FEUSP. Além disso, acrescentamos que tais pesquisas são, em sua maioria, desenvolvidas por membros do referido grupo. Sendo assim, acreditamos que a formação do GEPEm na FEUSP se caracteriza como um marco no desenvolvimento de pesquisas em Etnomatemática.

Considerações

A Etnomatemática surgiu num contexto de discussão do caráter social e cultural da Matemática, e ampliada abarcando suas dimensões conceitual, histórica, cognitiva, epistemológica, política e educacional. Com essa abrangência, observamos as possibilidades de apoio na Etnomatemática para a estímulos na mudança de perspectivas da Educação.

Nesse contexto, neste trabalho, buscamos identificar as contribuições de produções acadêmicas em Etnomatemática *na/para* Educação. Para isso, utilizamos como base o mapeamento de teses e dissertações produzidas na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

Após levantamento de dados e análise das pesquisas, verificamos que as ideias de Ubiratan D'Ambrosio são em sua maioria direta ou indiretamente utilizadas pelos pesquisadores. Isso nos coloca num movimento contínuo de pesquisas e entendimento de uma educação que compreende as verdades individuais, considerando propostas sem amarras e definições fechadas, e que valorizam e respeitam os contextos sócio-culturais dos indivíduos ou comunidades envolvidos no processo.

Desse modo, encontramos nessas pesquisas a base comum do discurso de grandes pesquisadores da Etnomatemática identificada por Miarka (2011): "o respeito e a necessidade ética de compromisso com o outro estudado" (p.393).

A pluralidade de vozes envolvidas nas pesquisas reforça, ainda, que "é necessário estarmos sempre abertos a novos enfoques, a novas metodologias, a novas visões do que é ciência e da sua evolução, o que resulta de uma historiografia dinâmica" (D'AMBROSIO, 2017, p. 18).

A realização desta investigação, procurando explorar e encontrar a Etnomatemática em diferentes contextos, nos emerge da importância de expressar as diferentes formas de se indagar sobre a Educação. Isso nos leva à reflexão de como reconhecer e valorizar — sendo registrando ou verbalizando — as variadas necessidades de se caracterizar, ver e entender o processo que surge durante o percurso do desenvolvimento educacional de cada indivíduo, considerando seus valores e vivências com sua cultura e entendimento de mundo.

É inegável que ainda há necessidades de muitas pesquisas que promovam a articulação que propõe o Programa Etnomatemática. É preciso que as discussões continuem sendo geradas e as produções continuem inspirando novas pesquisas, que efetivem, constituam e construam a prática do Programa. Esperamos que estas pesquisas, a partir do que foi exposto, recebam o espaço e incentivo devido para que haja reflexões e transformações no processo de produção de conhecimento, evidenciando e contribuindo *na/para* a Educação, incluindo formação de pessoas conscientes da sua importância no processo educacional de si e de outrem.

Referências

ABREU, R. G. **Uma história oral da Etnomatemática:** caminhos para a dimensão educacional. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

BEZERRA, K. M. **O professor de matemática na periferia:** acertando o passo para o conhecimento (primeiro) do educando. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

CONRADO, A. L. **A pesquisa brasileira em etnomatemática:** desenvolvimento, perspectivas, desafios. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

COSTA, R. T. P. **Formação inicial de professores e professoras que ensinam Matemática:** olhares e movimentos a partir da Etnomatemática. 2021. 288 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021.

COSTA, W. N. G. **A etnomatemática da alma A'uwe-xavante em suas relações com os mitos.** 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

D'AMBROSIO, U. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. In: Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 1, jan./abr. 2005, p. 99-120

———. One overview of the History of Ethnomathematics. In: ROSA, M.; D'AMBROSIO, U.; ORAY, D. C.; SHIRLEY, L.; ALANGUI, W. V.; PALHARES, P.; GAVARRTE, M. E. (Org.). **Current and future perspectives of Ethnomathematics as a program**. 1. ed. Hamburg: Springer Open, 2016. p. 5-10.

———. **Etnomatemática:** Elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

DOMINGUES, K. C. M. **Interpretações do papel, valor e significado da formação do professor indígena do Estado de São Paulo**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

FANTINATO, M. C. C. B. **Identidade e sobrevivência no morro de São Carlos:** representações quantitativas e espaciais entre jovens e adultos. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

FERREIRA, R. **Educação escolar indígena e etnomatemática:** a pluralidade de um encontro na tragédia pós-moderna. 2005. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

FREITAS, R. S. A. **Do conhecimento (matemático) primeiro:** grandezas e medidas no centro das atenções. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

GODOY, E. V. **Currículo, cultura e educação matemática:** uma aproximação possível? 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

JESUS, C. L. **A Etnomatemática das práticas cotidianas no contexto de formação de profissionais indígenas no Xingu**. 2006. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

LEME, H. A. S. **Formação superior de professores indígenas de Matemática em Mato Grosso do Sul:** acesso, permanência e desistência. 2010. 185 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

MARTINS, B. S. **Etnomatemática:** possibilidades num contexto de formação de professores. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

MIARKA, R. **Etnomatemática**: do ôntico ao ontológico. 2011. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2011.

MORAIS, A. **As concepções de lógica e a educação matemática:** reflexões e práticas. 2005. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

MOTTA, C. D. V. B. **História da matemática na educação matemática:** espelho ou pintura? 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

OLIVEIRA, C. C. **A sombra do arco-íris:** um estudo histórico/mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

OLIVEIRA, M. A. M. **Nhande reko mbo'e:** busca de diálogos entre diferentes sistemas de conhecimentos no contexto das práticas de professores de matemática Guarani e

Kaiowá. 2020. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

PASSOS, C.M; VIEIRA, M.J.I. Itinerários Etnomatemáticos: 35 Anos de Pesquisas em um Movimento Temático pelas Diferentes Regiões do Brasil. **Journal of Mathematics and Culture**, v.15, 2021. Disponível em: https://journalofmathematicsandculture.wordpress.com/2021/05/27/may-2021/. Acesso em: 27 ago.2021.

RIBEIRO, J. P. M. **Etnomatemática e formação de professores indígenas:** um encontro necessário em meio ao diálogo intercultural. 2006. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

SABBA, C. G. **A busca pela aprendizagem além dos limites escolares.** 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

SANTOS, B. P. **A etnomatemática e suas possibilidades pedagógicas:** algumas indicações pautadas numa professora e em seus alunos e alunas de 5ª série. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

SANTOS, Ana Paula dos. **Uma Proposta Etnomatemática Por Meio de Raizes Africanas Para Um Currículo Descolonizado**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo 2021.

SILVA, A. A. **Em busca do diálogo entre duas formas distintas de conhecimentos matemáticos.** 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

SILVA, V. L. **A cultura negra na escola pública:** uma perspectiva etnomatemática. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

SILVA, V. L. **Africanidade, matemática e resistência.** 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

SOUZA, R. L. L. **Formação continuada dos professores e professoras do município de Barueri:** compreendendo para poder atuar. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

———. **Etnomatemática e formação de professores**: caminhos e possibilidades. In: OLIVEIRA, C. C.; MARIM. V. (Org.). *Educação Matemática:* contextos e práticas docentes. Campinas: Alínea, 2014.

VALLE, J. C. A. **Insubordina-te, educação matemática!** Responsabilidade e paz em Bertrand Russell. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015

VERGANI, T. **Educação Etnomatemática:** o que é? Natal: Flecha do Tempo, 2007.

Uma análise dos docentes e dos espaços escolares quilombolas no Amapá: Mitos, tradições e a cosmogonia

An analysis of teachers and quilombola school spaces in Amapá: Myths, traditions and cosmogony

Romaro Antonio Silva
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá - Ifap
romaro.silva@ifap.edu.br

Pedro Manuel Baptista Palhares
Instituto de Educação - Universidade do Minho
palhares@ie.uminho.pt

Resumo
Motivados pelo processo histórico e social presente na formação de mais de cento e cinquenta comunidades remanescentes de quilombos no estado do Amapá, e, como parte de um estudo macro de doutoramento que tem como temática: “A apropriação das práticas de numeramento na EJA/PROEJA em comunidades quilombolas no Estado do Amapá – Brasil.” é que este trabalho se alicerça, objetivando compreender uma análise do perfil dos docentes e dos espaços escolares quilombolas localizados geograficamente no estado Amapá, uma das vinte e sete unidades federativas do Brasil, no extremo norte do país, e que compõem a Amazônia Ocidental. A metodologia adotada foi a pesquisa de campo, realizada através da aplicação de questionários e da observação direta da realidade social em que os sujeitos presentes na pesquisa estão inseridos. Os resultados aqui apresentados, evidenciam a percepção dos professores e dos membros das comunidades entrevistadas, no que tange os aspectos dos mitos, tradições e da cosmogonia. Tais percepções apontam para a necessidade de um estudo que valorize os aspectos históricos, sociais e culturais das comunidades quilombolas e que os currículos levem em consideração o disposto previsto na Lei 10.639/2003. Espera-se que os dados aqui apresentados contribuam com novas produções que discorram sobre a realidade das comunidades quilombolas, que gere reflexões sobre o conteúdo presente no currículo escolar e que fortaleça as pesquisas em etnociências no país.

Palavras-chave: Comunidades quilombolas; etnociências; currículo; cultura; realidade social.

Abstract
Motivated by the historical and social process present in the formation of more than one hundred and fifty remaining quilombo communities in the state of Amapá, and, as part of a macro doctoral study whose theme is: “The appropriation of numeracy practices in EJA/PROEJA in quilombola communities in the State of Amapá – Brazil.” is that this work is based, aiming to understand an analysis of the profile of teachers and quilombola school spaces geographically located in the state of Amapá, one of the twenty-seven federative units in Brazil, in the far north of the country, making up the Western Amazon. The methodology adopted was field research, carried out through the application of questionnaires and direct observation of the social reality in which the subjects present in the research are inserted. The results presented here show the perception of teachers and members of the interviewed communities regarding aspects of myths, traditions and cosmogony, such perceptions point to the need for a study that values the historical, social and cultural aspects of quilombola communities , that the résumés take into account the provisions of Law 10.639/2003. It is expected that the data presented here contribute to new productions that discuss the reality of quilombola communities, that generate reflections on the content present in the school curriculum and that strengthen the Ethnosciences programs in the country.

Keywords: Quilombo communities; ethnosciences; resume; culture; social reality.

Introdução

O Brasil, sendo um país com dimensões continentais que é, possui em cada uma das suas cinco regiões, especificidades e peculiaridades únicas, oriundas das vivências, do processo de integração entre os povos que migraram para tais regiões em diversos períodos da história.

Alinhando o pensamento das especificidades e peculiaridades de cada grupo, de cada região, apontamos a realidade do estado do Amapá, uma das 27 (vinte e sete) unidades federativas do Brasil, localizado no extremo norte do país, compondo a Amazônia Ocidental com acesso às suas limitações geográficas sendo possível apenas de forma aérea ou fluvial.

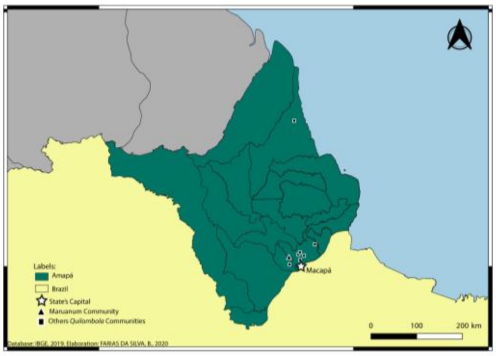
Figura 1: Mapa do Estado do Amapá

Fonte: Acervo dos Autores

De acordo com Sarney e Costa, (2004), Em 1637, a região que é hoje o estado de Amapá foi disponibilizada a um homem português, cujo nome social é destacado como Bento Manuel Parente, e neste mesmo período histórico ao término do século, a região foi invadida pelos ingleses e holandeses. A região, com imensos recursos naturais e minerais e banhada pelo Rio Amazonas, foi ao longo dos anos território de disputas no processo de colonização.

Ainda em observação às informações apresentadas por Sarney e Costa, (2004), desde 1580 estavam unidos os reinos, e, portanto, não havia a questão do limite entre suas terras na América, não se examinou se este limite estava aquém ou além da linha de Tordesilhas. Bento Manuel Parente logo começa a fazer a ocupação efetiva de sua Capitania.

Figura 2: Mapa do Estado do Amapá



Fonte: Acervo dos Autores

Determinado o território, começou a crescer no século XIX, devido ambos pela descoberta de ouro na área e por ocasião do ciclo da Borracha que naquele momento, tinha alcançado preços internacionais altos. A descoberta de recursos ricos, não obstante, causou novas disputas territoriais e deu lugar à invasão francesa, em maio de 1895.

Em 1 de janeiro de 1900, a Comissão de Arbitragem, em Genebra, deu posse da região ao Brasil e o território foi incorporado ao estado de Pará, sob o nome de Amapá. Em 1945, a descoberta de grandes jazidas de manganês na Serra do Navio tremeu a economia local. Por uma divisão territorial nova, a porção norte do Amapá do Rio de Cassiporé se tornou a Municipalidade de Oiapoque. Foi desmembrado novamente em dezembro de 1957, com o estabelecimento da municipalidade de Calçoene.

Nota-se que a região sempre esteve pautada em conflitos e interesses e de poder, especialmente o poder político, baseado nas riquezas minerais e na posição estratégica da região. Estudos apontam que Hitler realizou dezenas de expedições pelo estado, com o intuito de estabelecer, também na América, uma Guiana dominada pela Alemanha.

Diante do exposto, e levando em consideração os dados da Fundação Cultural dos Palmares - FCP, no estado do Amapá existem atualmente mais de 150 (cento e cinquenta) comunidades remanescentes de quilombos catalogadas. Essas comunidades tiveram sua origem em dois principais movimentos de ocupação do território, sendo eles: a fuga da escravidão e a migração de núcleos familiares em busca de novas áreas para agricultura e trabalho.

Os quilombos ou comunidades quilombolas são conceitos que têm sido discutidos frequentemente na contemporaneidade, e consequentemente abordam diferentes interpretações, contudo, segundo (SANTOS, 2010), esses termos trazem definições de grupos étnicos constituídos por população eminentemente negra, neste sentido, estão em linhas gerais relacionados à cultura e espaço territorial afro-brasileiro.

Diante do exposto, este trabalho se propõe a divulgar a realidade das comunidades quilombolas do Amapá, evidentemente oculta nos princípios registros do estado, evidenciando os mitos, as tradições e a cosmogonia presente nesses espaços. Essa análise surge da percepção dos educadores e das lideranças das comunidades, observadas pelos pesquisadores a partir da aplicação de um questionário e o foco está em gerar discussões sobre o currículo escolar da educação básica e a necessidade da valorização cultural nos ambientes escolares.

Embasamento teórico

Três tópicos compõem a estrutura macro deste estudo, sendo elas: 1) As comunidades quilombolas, 2) O Programa Etnomatemática e 3) O Currículo escolar. Assim, procura-se clarificar cada um dos termos listados anteriormente e debater as possíveis conexões entre eles.

Para Fonseca, (2012):

> "[...] não podemos tratar a cultura de outros povos, de outros grupos sociais, de outras classes sociais, como algo sem relevância científica, considerando que apenas nós, brancos, ocidentais, "civilizados", desenvolvidos tecnologicamente, podemos construir conhecimento científico válido." (FONSECA, 2012, p. 2-3).

Assim, faz-se necessário uma conexão entre os três tópicos no intuito de compreender a percepção dos educadores, das lideranças da comunidade e a forma como a realidade desses povos são compreendidas e apontadas no currículo escolar.

De acordo com Schmitt e Carvalho (2002), os grupos considerados remanescentes quilombolas foram constituídos por diversas formas, como mencionado anteriormente, especificamente no caso do Amapá este movimento se pautou na fuga do trabalho escravo, com destaque na construção do Forte de São José, na ocupação de terras livres e em sua maioria isoladas, e isso se dá até os dias de hoje, especialmente em virtude dos programas da Reforma Agrária na perspectiva de resultados com a agricultura familiar.

Paralelo a essa concepção, vale mencionar que, o quilombo que vem do termo "ochilombo", representa núcleos de resistência à escravidão. Isso, em especial, pelo movimento contrário ao sistema escravocrata e uma resistência de fuga e auto-organização em grupos quilombolas, e que ao longo das últimas décadas tem ocupado um cenário primário nas pesquisas que envolvem questões relacionadas à organização e cultura de grupos sociais, especialmente as que refletem aspectos voltados à etnociências.

Munanga e Gomes (2006), evidencia o destaque da história escravocrata, em que se converte uma história, marcada por muita luta e organização, atos de coragem que caracterizaram o que se convencionou chamar de "resistência negra" cujas formas variam de insubmissão às condições de trabalho, revoltas, organizações religiosas, fugas, até aos chamados mocambos ou quilombos. De inspiração africana, os quilombos brasileiros constituíram-se em estratégias de oposição.

Da mesma forma, segundo Silva (2012):

> Atualmente, a partir dos anos 70, a questão quilombola foi recolocada no contexto nacional com a "descoberta das comunidades quilombolas", graças, em grande parte, ao movimento negro contemporâneo [...]. Ao lado disso, é importante mencionar a mobilização política que culminou na publicação de um artigo das Disposições Transitórias (68), da Constituição de 1988, que dá direito à titulação das terras ocupadas. (SILVA, 2010, p. 02).

No campo científico e social, destacamos o avanço na Educação Matemática com o surgimento do Programa da Etnomatemática na segunda metade da década de 70.

Clarifica-se que *etno*, vem de etnia, cultura, sendo assim, em linhas gerais, o Programa Etnomatemática pode ser visto como um ensino de matemática pautado na valorização dos aspectos socioculturais dos sujeitos preceptores desses conhecimentos, ou seja, um ensino pautado na valorização dos saberes, dos conhecimentos empíricos de determinados grupos sociais. Observa-se que, obrigatoriamente, esse ensino precisa ter um elo em sala de aula com os saberes do dia a dia. A proposta foi lançada, inicialmente, por Ubiratan D'Ambrosio em meados da década de 1970.

Para D'Ambrósio (2013);

> (...) etno, e por etno entendo os diversos ambientes (o social, o cultural, a natureza, e todo mais); matema significando explicar, entender, ensinar, lidar com; e tica, que lembra a palavra grega techne, que se refere a artes, técnicas, maneiras, etc. Portanto, sintetizando essas três raízes, temos Etnomatemática, que seria, portanto, as ticas de matema em distintos etnos, isto é, o conjunto de artes e técnicas [ticas] de explicar, de entender, e de lidar [matema] com o ambiente social, cultural e natural, desenvolvido por distintos grupos culturais [etno]. (D'AMBROSIO, 2013).

No livro "Da Realidade à Ação Reflexões sobre Educação e Matemática" D'Ambrosio (1986, p.42) escreve que a incorporação de etnomatemática à prática de educação matemática exige, naturalmente, a liberação de alguns preconceitos sobre a própria matemática.

Diante das contribuições é possível afirmar que valorizar matematicamente a cultura do aluno é valorizá-lo pelo reconhecimento e respeito às suas raízes culturais. Nesta mesma linha de discussão, trazemos como ponto de analogia, as observações realizadas por Mendes, (2009):

> A noção de etnomatemática tem implicações claras e evidentes para a Educação Matemática, visto que pessoas diferentes produzem diversas formas de matemáticas, o que se contrapõe ao princípio da uniformidade processual de ensino-aprendizagem para diversos grupos socioculturais. As experiências dos alunos muitas vezes são despercebidas pela visão formalista que o rigor matemático impõe a esta disciplina. Quando o aluno é estimulado a manifestar as suas experiências proporcionadas pela sua cultura, pela diversidade de histórias que são encontradas na sala de aula, os preconceitos matemáticos são deixados de lado e identificamos em suas culturas a riqueza de idéias que podem ser exploradas. Portanto, conforme afirma Mendes (2009, p.68).

Diante do exposto, reforça-se as contribuições de D'Ambrosio, quando apresenta o Programa Etnomatemática, como um subconjunto da Educação, que contém a Matemática como subconjunto. Essa mesma percepção é validada por Dias (2016) ao afirmar que a A etnomatemática e a educação matemática constituem as grandes temáticas de estudos que valorizem a realidade social, que são respostas à diversidade cultural, em prol de maior equidade na aprendizagem de uma matemática com significado para os grupos sociais, tal afirmação foi embasada em um estudo de caso realizado em Angola.

Dias, Costa e Palhares, (2017) em um estudo semelhante com grupo étnico Nyaneka-nkhumbi do Sudoeste de Angola. Aplicações à Educação Matemática no contexto da Etnomatemática reforça que O estudo da matemática imbuída na arte dos grupos e povos permite-nos indagar e saber com mais profundidade as técnicas utilizadas pelos mesmos, não só na funcionalidade dos cestos e outros objetos, mas também avaliar a capacidade das manufaturadoras. No mesmo texto eles destacam que são apologistas em difundir tais conhecimentos sobretudo para as sociedades multiculturais. Havendo necessidade de implantar o ensino para todos, ideia defendida e divulgada pelas Nações Unidas neste contexto, trazemos a luz a necessidade um currículo que contemple a realidade dos sujeitos, e nesse currículo, que pensemos a matemática em suas diversas formas e as possibilidades por meio dela atuar no fortalecimento da Lei 10.639/2003, que versa, em seu artigo 26, que nos estabelecimentos de ensino fundamental e médio, oficiais e particulares, torna-se obrigatório o ensino sobre História e Cultura Afro-Brasileira.

Aspectos Metodológicos

Os dados aqui apresentados compõem uma pesquisa de campo realizada com profissionais da educação e lideranças quilombolas do estado do Amapá, na qual os pesquisadores analisaram com a aplicação de um questionário on-line, por meio do Aplicativo do Gmail Google Forms. à profissionais da educação e lideranças quilombolas do estado do Amapá. O questionário foi aplicado nos meses de outubro e novembro de 2020, durante a pandemia e logo após o apagão causado pela crise energética no estado.

A pesquisa de campo foi conduzida, de acordo com Marconi e Lakatos (1996) e o desenvolvimento da pesquisa se deu em etapas, sendo elas:

Primeira etapa: Um estudo do contexto regional onde estão inseridas as comunidades quilombolas no Amapá, parte do estudo compõem o referencial teórico deste trabalho;

Segunda etapa: Aplicação de um questionário *on-line*, por meio do Aplicativo do Gmail *Google Forms*, com 17 perguntas a profissionais da educação e a lideranças quilombolas do estado, o questionário foi aplicado nos meses de outubro e novembro de 2020 e contou com a adesão de 36 (trinta e seis) pessoas.

Terceira etapa: Tabulação e divulgação dos dados para a comunidade científica.

Para Mattos (2020), faz-se importante realizar uma reflexão sobre a condução das pesquisas, alguns aspectos que podem inviabilizar algumas pesquisas e, portanto, devem ser considerados no contexto do desenvolvimento da pesquisa.

> Desenvolver uma pesquisa envolve procedimentos com os quais o pesquisador assume seu compromisso com a veracidade, credibilidade e confiabilidade para com os resultados encontrados. “Envolve, ainda, o planejamento minucioso de um projeto de pesquisa com o qual o pesquisador se orientará, com o rigor necessário, para a implementação da investigação” (MATTOS, 2020, p. 131).

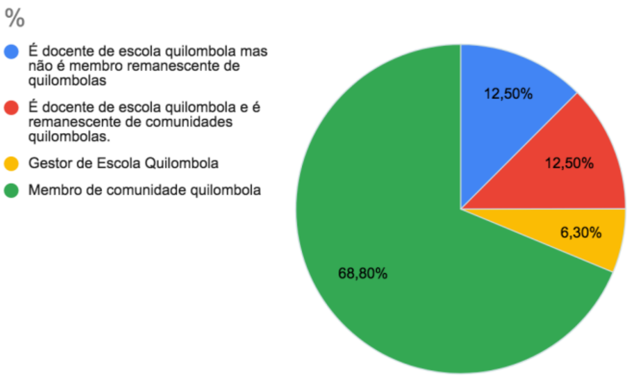
Diante das considerações apresentadas por Mattos, (2020), destacamos nesta pesquisa um cenário que, embora ocupe um espaço secundário nas principais discussões educacionais, representam grupos sociais que estão em constante resistência e na luta por melhores condições de ensino e especialmente, um ensino que leve em consideração a forma de vida, respeitando seus modos, costumes, crenças e pautando tais temáticas no currículo escolar.

Resultados e discussões

Aqui evidenciaremos as questões formuladas aos sujeitos observados neste estudo destacando os objetivos dos pesquisadores e as análises diagnosticadas nas respostas. Ao todo foram dezessete perguntas e o retorno de trinta e seis sujeitos.

A primeira questão objetivou analisar o perfil do entrevistado e sua relação com as comunidades quilombolas, com os espaços educacionais e em qual grupo estaria inserido, assim, as respostas para os demais questionamentos refletem a percepção dos entrevistados, respeitando as seguintes proporções.

Gráfico 1: Perfil dos entrevistados



Fonte: Acervo dos Autores

Nota-se que a maior parte dos entrevistados são membros da comunidade quilombola, tal proporção faz-se necessária para termos exatamente um panorama de resposta proporcionalmente a realidade dos envolvidos. Perguntamos aos entrevistados sobre as principais atividades econômicas desenvolvidas nas comunidades em que estava vinculado, e em ordem de maior frequência, observamos as seguintes atividades: Agricultura (com foco no cultivo do açaí, mandioca e verduras), Pecuária (com foco em animais de pequenos porte como porcos e aves), Artesanato (Cerâmica), Extrativismo e a captura do pescado nos rios da região. Neste sentido, é possível compreender que a maioria dos grupos quilombolas do Amapá, oriundos das comunidades, estão diretamente ligados à agricultura familiar.

Buscamos evidenciar o potencial artístico cultural das comunidades remanescentes de quilombos no Amapá, questionamos os entrevistados sobre quais manifestações artísticas e culturais mais se destacam nas comunidades em que eles estavam inseridos, assim, obtivemos como resposta, os seguintes movimentos e 100 % dos entrevistados destacaram a presença do Batuque e Marabaixo.

O Batuque é uma festividade folclórica de origem africana presente em comunidades quilombolas do estado do Amapá (entre elas, Curiaú, Igarapé do Lago e Mazagão Velho). Ligado à religião católica apostólica romana, no batuque existe a face religiosa (onde Jesus e os santos da comunidade são venerados com missas, novenas, ladainhas rezadas em latim e procissões) e a face profana (almoços, bailes e festejos que incluem a dança do batuque).

O Marabaixo é uma festividade folclórica de origem africana, realizada pelas comunidades negras do estado do Amapá. Consiste em homenagear o Divino Espírito Santo e a Santíssima Trindade com missas, novenas, ladainhas (parte sagrada dos festejos) e danças de roda (parte profana dos festejos) puxada pela batida de tambores chamados de "caixas de marabaixo". Supõe-se que o nome venha do vocábulo árabe "marabut" (louvar) ou do fato dos negros terem sido trazidos mar abaixo, da África para o Amapá.

Figura 3: Grupo Batuque no Amapá

Fonte: Grupo Raízes do Bolão divulgação da música tradicional do quilombo do Curiaú há mais de 20 anos — Foto: Paulo Rocha

Figura 4: Tambores utilizados no marabaixo

Fonte: Acervo dos autores

Considera-se que mito é uma narrativa que evolui com as condições históricas relacionadas a uma dada cultura e que procura explicar a origem das coisas. Assim, considerando a forte cultura das comunidades, questionamos aos entrevistados quais são os mitos mais fortes nas comunidades quilombolas do Amapá. As respostas estão dispostas no quadro a seguir.

Quadro 1: Mitos presentes na comunidade

Cobra grande	Andarilho	Feitiçaria
Iara	Cabeça de fogo	Pajelança
Poços e entidades	Boto	Cavalo bravos

Fonte: Acervo dos autores

Os mitos apresentados pelos entrevistados evidenciam um retrato forte da cultura Afro-brasileira, onde mitos africanos, indígenas e religiosos proveniente da forte presença da igreja católica na colonização, se entrelaçam.

No que tange a Cosmogonia, (seres divinos, espíritos malignos, superstições, ou seja, se refere a religiosidade são frequentemente mencionados pela comunidade e existem inúmeras histórias comumente replicadas pela comunidade, destacamos algumas mencionadas pelos entrevistados.

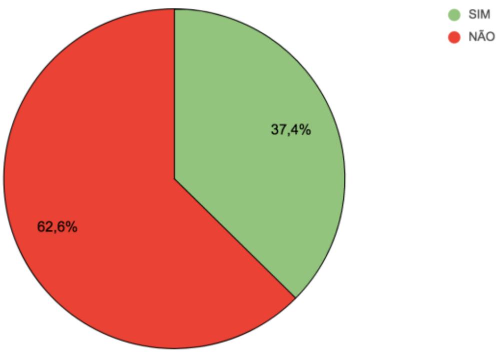
Entrevistado 1: *"A história da Vovó do Barro (Orixa Nanã) uma senhora a dona barreiro de onde as grandes mulheres artesã tiram o barro mataria prima para fazer louças,essa Mulher segundo as histórias não gosta de barulho, de nada de metal, não pode ir de corpo sujo(menstruada ou ter mantido relação sexual) quando se vai ao ritual da tiragem de barro ela tem grande culto junto as Louceiras do Maruanum um fazer ancestral de mulher.*"

Entrevistado 2: *"A Cabeça de Fogo: é uma bola de fogo, quando os pescadores e caçadores saem para suas atividades, ela aparece seguindo-os, chegando a persegui-los até os mesmos irem pra casa."*

Entrevistado 3: *"Existe o mito da Irara.contado pela D.Iracema que ensinou as suas filhas que as mesmas ao caminhar pela floresta e avistar ou sentir o perfume da flor jasmim, deveriam voltar pra casa imediatamente ou buscar abrigo, para não serem atraídas pela irara para o centro da floresta e desta perder o caminho e nunca mais retornar para o seu lar. / 2. O mito do sem perna; era um senhor de idade que não tinha uma perna, porta uma muleta rústica feia de um galho de arvore e que saia caminhando do centro espiritual que ficava localizado no jari e caminhava por toda a comunidade chegando ate casa da D. Paulina e depois ele volta.O som de sua muleta rústica e seu caminhar fazia com que os cães anunciassem o momento da sua passagem pelas ruas dos vilarejo, e minguem deve olhar para o sem perna porque pode adoecer. /Mito 3 Existe uma porca que ataca as pessoas que insistem em ficar na rua ate tarde da noite;/Mito 4. Um bode chifrudo ataca as pessoas na noite lua cheia;/Mito 5,Uma tocha de fogo flutua no ar e ataca as pessoas que permanece na rua a meia noite;/Mito 6, Matinta pereira, um pássaro que quando canta próximo as* *janelas casa das residências da vila, anunciavam coisa ruins e que só quem pode conversar com ela para ameninar os problemas vindouros e o page, o líder espiritual da comunidade; / Mito 7 Um Cavalo branco que ainda hoje as pessoas escutam ele comer capim e relinchar; / Mito 8 Varias pessoa que ainda hoje afirmam que viram um Minotauro passeando pela comunidade."*

Também questionamos os entrevistados se diante da grandeza apresentada por eles no descrever dos mitos, das crenças e das tradições da comunidade, se acreditam que as escolas levavam em consideração a realidade da comunidade nas atividades de ensino, observamos que 78% dos docentes entrevistados afirmaram que sim, enquanto 22% informaram que poderiam ser melhor contemplado nos planos de ensino. Para as lideranças quilombolas da comunidade, 100% informaram que as escolas não levam em consideração a realidade da comunidade nas atividades diárias. Também observamos que entre todos os entrevistados, 40% informaram não conhecer a Lei 10.639/2003, tal informação gera preocupação, considerando especialmente que essa lei é uma importante conquista para a comunidade quilombola e após quase duas décadas de homologada, deveria ser do conhecimento de todos, especialmente os diretamente ligados às comunidades.

Gráfico 2: Os professores que atuam nas escolas na localidade, são oriundos da comunidade em sua maioria?



Fonte: Acervo dos Autores

Evidenciando a preocupação anterior, questionamos os docentes entrevistados se eles eram oriundos de comunidades quilombolas e o resultado aponta um cenário onde a maioria dos professores não têm suas origens nas comunidades, tal fator, pode ter impactos nas discussões em sala de aula e consequentemente inviabilizar um trabalho que leve em consideração essa realidade cultural.

Obviamente que o Programa Etnomatemática encontra neste cenário um terreno fértil, sendo uma estratégia para valorização da comunidade e a construção de um ambiente com foco

Considerações finais

Os dados aqui evidenciados, refletem as riquezas culturais das comunidades quilombolas do Amapá, ao ponto que nos chamam a atenção para um ensino que possa levar em consideração as especificidades de cada grupo social.

Observamos que existe uma necessidade dos ambientes escolares, os docentes dialogar com a comunidade e coletivamente realizar um resgate histórico e cultural dentro dos planejamentos educacionais, também avaliamos extremamente necessário que o Programa Etnomatemática ganhe maior engajamento entre os educadores, tal ação, talvez inserida dentro dos cursos de formação de professores, poderiam possibilitar um olhar mais humanizado para as realidades e para os saberes envolvidos na diversidade dessas comunidades.

Esperamos que este trabalho gere reflexões e contribua com novos trabalhos que discutam a valorização dos aspectos regionais das comunidades quilombolas, que discuta a aplicação da Lei 10.639/2003 e que possibilite novos estudos através do Programa de Etnomatemática.

Referências Bibliográficas

D’AMBROSIO, U. **Reflexões sobre Etnomatemática.** Grupo Internacional de estudos Etnomatemática. 1987. p. 5.

D’AMBROSIO, U. **Da Realidade à Ação reflexões sobre educação e matemática.** Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1986

D’AMBROSIO, U. **Educação Matemática:** Da Teoria à Prática**.** 10ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2003.

D’AMBROSIO, U. **Etnomatemática –** elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção em Educação Matemática, vol. 1).

DIAS, D. **Estudo etnomatemático sobre o grupo étnico Nyaneka-nkhumbi do Sudoeste de Angola. Aplicações à Educação Matemática**. 2016. 519 fls. Tese de Doutorado em Ciência da Educação – Instituto de Educação - Universidade do Minho, Braga, 2016. Disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/42586. Acesso em: 05 de maio de 2021.

DIAS, D. COSTA, C. PALHARES, P. Sobre os cestos tradicionais manufaturados pelas mulheres Nyaneka-nkhumbi de Angola. 2017. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v. 10, n. 1**, 2017 Universidad de Nariño Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274048277007 >. Acesso em 22 de maio de 2021.

FONSECA, A. Etnomatemática num Projeto Interdisciplinar. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA, 4., 2012, Belém. **Anais [...]**. Belém: UFPA, 2012. p. 2 - 3. Disponível em <acesso em 05 de maio de 2021>.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **População do estado do Amapá,** 2010. Disponível em: ww2.ibge.gov.br/home. Acesso em: 05 fev. 2021.

MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa:** planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados. 3.ed. São Paulo: Atlas, 1996.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas de aprendizagem. Ed. rev. e aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MUNANGA, K.; GOMES, N. L. **O Negro no Brasil de Hoje.** São Paulo: Editora Global, 2006.

MATTOS, S. M. N. de. **Conversando sobre metodologia da pesquisa científica.** [recurso eletrônico], Porto Alegre: Editora Fi, 2020, p. 131.

SANTOS, I.A.A. **Direitos humanos e as práticas de racismo.** Brasília. Centro de Informação e Documentação (Cedi). 2010.

SARNEY, J. COSTA, P. **“Amapá:** Terra onde o Brasil começa.” Brasília: Biblioteca do Senado Federal, 1999.

SILVA, M. G da. **Territórios Quilombolas no Estado do Amapá:** Um Diagnóstico. *In:* XXI ENCONTRO NACIONAL DE GEOGRAFIA AGRÁRIA. Uberlândia. **Anais [...].** Uberlândia: UFB, 2012. p. 3-4. Disponível em acesso em: 05 de maio de 2021.

SCHMITT, A.; TURATTI, M. C.; CARVALHO, M. C. **A Atualização do Conceito Quilombo:** Identidade e Território nas definições teóricas. Ambiente e Sociedade, 2002.

GT 06 - Educação Matemática: Tecnologias Digitais e Educação a Distância

VIII SIPEM
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Sociedade Brasileira de Educação Matemática

A Produção de Conhecimento Matemático e a Programação Computacional: possíveis aproximações

The production of mathematical knowledge and the computational programming: possible aproximations

Daniel Tebaldi Santos
Instituto Federal de São Paulo
danieltebaldi@ifsp.edu.br

Silvana Claudia dos Santos
Universidade Federal de Viçosa
silvana.santos@ufv.br

Sueli Liberatti Javaroni
Univesidade Estadual Paulista
sueli.javaroni@unesp.br

Resumo
Nesse artigo é feita uma análise sobre quais estratégias de produção de conhecimento matemático com programação computacional são desenvolvidas por duas participantes em ações formativas, a partir da análise de dois episódios recortados do conjunto dos dados de uma pesquisa de doutorado. Como fundamentação teórica, nos apropriamos do conceito de amanualidade, de Álvaro Vieira Pinto, uma vez que tal conceito nos ajuda a pensar as estratégias na produção de conhecimento matemático vinculada ao uso de tecnologias digitais. Ademais, para compreender a participação dessas tecnologias na mediação de ações de produção de conhecimento pelos participantes, tomamos também como base de nossas análises o construto teórico Seres humanos-com-mídia. O percurso metodológico percorrido na produção e análise dos dados, teve como base os preceitos do materialismo histórico e dialético, na perspectiva marxista. Como cenário de investigação, desenvolvemos ações formativas associadas a um projeto de extensão, de forma remota, a professores que ensinam matemática na educação básica e licenciandos de matemática, nas quais atividades sobre conteúdos matemáticos foram propostas para serem desenvolvidas utilizando tecnologias digitais relacionadas à programação computacional. Como resultados, os dados apontam viabilidades, a partir da apropriação de práticas de programação computacional, para o desenvolvimento de ações potentes que podem favorecer a produção de conhecimentos matemáticos. Concluímos, ainda, que manusear artefatos tecnológicos como formas de pensar a realidade, compreendendo que eles a materializam, envolve um processo histórico das relações sociais de produção. Além disso, as experimentações, elaboradas pelas duas participantes para alcançar o que havia sido proposto em uma das atividades planejadas no âmbito das ações de formação do projeto de extensão, corroboraram a ideia de que a relação do ser humano com artefatos e objetos na produção de conhecimentos sempre se deu ao longo da história, constituindo aspecto fundamental para desencadear processos de reorganização do pensamento.

Palavras-chave: Tecnologias digitais; Scratch; ensino de matemática; experimentação com tecnologias; reorganização do pensamento.

Abstract
In this article an analysis of which strategies for the production of mathematical knowledge with computational programming are developed by two participants in formative actions, from the analysis of two episodes cut from the data set of a doctoral research. As a theoretical foundation, we appropriated the concept of handiness, by Álvaro Vieira Pinto, since this concept helps us to think about strategies the production of mathematical

knowledge linked to the use of digital technologies. Additionally, in order to understand the participation of these technologies in the mediation of knowledge production actions by the participants, we also use the theoretical construct humans-with-media as the basis for our analysis. The methodological path taken in the production and analysis of data, it was based on the precepts of Dialectical Historical Materialism, in the marxist perspective. As a research scenario, we develop formative actions associated with an extension project, remotely, to teachers who teach mathematics in basic education and mathematics undergraduates, in which activities on mathematical content were proposed to be developed using digital technologies related with computational programming. As a result, the data point to viability, based on the appropriation of computational programming practices, for the development of powerful actions that can favor the production of mathematical knowledge. We also conclude that handling technological artifacts as ways of thinking about reality, understanding that they materialize it, involves a historical process of social relations of production. In addition, the experiments carried out by the two participants to achieve what had been proposed in one of the activities planned within the scope of the extension project formative actions, corroborated the idea that the human being's relationship with artifacts and objects in the production of knowledge it has always taken place throughout history, constituting a fundamental aspect to trigger thought reorganization processes.

Keywords: Digital technologies; Scratch; teaching mathematics; experimentation with technologies; reorganization of thought.

Introdução

A temática das tecnologias digitais na educação tem ganhado destaque em todo mundo e, ainda com mais intensidade agora, durante o estado de pandemia que estamos vivendo causada pela covid-19, uma vez que a manutenção de muitas das demandas educacionais, em diferentes níveis, têm sido atendidas por meio delas, apesar de todos os limites que o ensino, denominado de remoto, possa apresentar (ARRUDA, 2020).

No que se refere ao campo da educação matemática, o mesmo movimento é percebido, mas com algumas especificidades características da área. Nessa direção, notamos que muitos conteúdos matemáticos, antes trabalhados a partir de tecnologias do século passado (lousa e giz; papel e lápis, por exemplo), passaram a ser apresentados sob uma nova roupagem. Contudo, mesmo com a presença marcante e recorrente de tecnologias digitais no atual contexto, a abordagem pedagógica e, sobretudo, o paradigma educacional nem sempre tem se mostrado inovador. É inegável, embora de modo bastante desafiador, que o intenso uso de tecnologias digitais por professores e estudantes tem gerado inúmeras oportunidades de aprendizagem e reflexão sobre/na prática pedagógica. No entanto, nesse cenário educacional pandêmico, se mostrou igualmente evidente a necessidade de formação docente para um uso das tecnologias digitais que vá além da simples transposição didática que, agora, conta também (no sentido de complemento) com recursos tecnológicos digitais como auxiliares da prática docente.

Nesse sentido, consideramos relevante investigar situações que possam explorar como conhecimentos e recursos tecnológicos digitais podem contribuir para a realização de ações educativas que promovam a produção de conhecimentos nas diversas áreas de ensino. Para tanto, este trabalho visa discutir situações que propiciam a articulação da programação computacional com a produção de conhecimentos matemáticos, realizado por professores.

Mais identificada com a ciência da computação, a programação computacional tem se mostrado um recurso, tanto do ponto de vista do conhecimento como da prática, potente para ações que envolvem a produção de conhecimentos matemáticos. Tal potência pode ser explicada pela associação entre a matemática e a programação computacional, pois ambas possuem estruturas lógicas semelhantes (GADANIDIS, 2015). Diante disso, neste artigo buscou-se discutir e refletir sobre as estratégias de produção de conhecimento matemático articuladas com programação computacional.

Para tanto, este trabalho, fruto de uma pesquisa de doutorado em andamento, apresenta dois episódios recortados dos dados produzidos por meio de ações formativas associadas a um projeto de extensão universitária, oferecidas de forma remota, sobre o uso de programação computacional e da robótica como uma alternativa para o desenvolvimento de ações articuladas ao ensino de conteúdos matemáticos, nas quais participaram professores que ensinam matemática e licenciandos em matemática. Nesse sentido, o objetivo é analisar quais estratégias de produção de conhecimento matemático com programação computacional podem ser desenvolvidas por professores a partir da análise de dois episódios pertencentes ao conjunto dos dados produzidos na referida pesquisa.

Referencial teórico

Considerando o homem enquanto humanidade e tomando como referência o que diz Vieira Pinto (2005, p. 2: 700, grifo do autor), “[...] ao dizermos “o homem”, precisamos logo acrescentar que nos referimos ao universal concreto, e não à abstração individual”, encontramos nas elaborações desse filósofo brasileiro argumentos que nos possibilitam fundamentar nossas discussões na direção de compreender e refletir de forma crítica o papel social e histórico das tecnologias nas relações humanas e, em especial, na educação. Para nós, torna-se fundamental que possamos pensar de forma ampla a participação das tecnologias digitais nas ações educativas, no sentido de compreender o processo de produção de conhecimentos matemáticos mediado por elas.

Na sua produção filosófica, direcionada a uma compreensão dialética do conceito de tecnologia, o autor considera a tecnologia como resultado da produção da existência do homem. O autor argumenta sobre a impossibilidade de pensar a tecnologia ou qualquer de suas manifestações materiais como produtora da história, cabe ao homem essa tarefa (VIEIRA PINTO, 2005).

A tecnologia tem o papel de mediar as relações do homem com a natureza e entre eles, sendo que essa mediação é controlada, pelo homem, de acordo com suas intencionalidades. Qualquer transformação social advém das atividades de criação dele e que se manifestam guiadas por finalidades voltadas para garantir a sua existência (VIEIRA PINTO, 2005). O autor é crítico de concepções que atribuem à tecnologia aspectos fetichizados e de características humanas, que imputam nela aspectos negativos ou positivos, tais quais conduzem a um processo que esconde objetivos que visam manter uma relação de dominação e de concentração, em classes sociais privilegiadas, dos benefícios possibilitados pelo advento do desenvolvimento tecnológico.

Na sua extensa obra, ele nos contempla com o conceito de amanualidade, que foi apropriado e recriado por ele a partir do existencialismo heideggeriano (FREITAS, 2005; GONZATTO, 2014). Tal conceito, a partir da sua obra, se revela bastante original para nossas discussões neste artigo e se mostrou apropriado para nossas análises na busca de compreender os processos de produção de conhecimento ensejado pelo uso das tecnologias digitais, mais especificamente, as associadas com programação computacional.

O conceito de amanualidade considera que os artefatos não aparecem de forma natural, mas são resultados do trabalho que o homem realiza. Tal constatação constitui o processo de produção da existência do homem e da formação da sua consciência, de modo que "[...] o pensamento, ao tentar elaborar a compreensão do mundo, tem de fazê-lo entendendo por 'mundo' cada vez mais o conjunto de objetos artificiais, filhos da técnica, que lhes estão ao alcance da mão e, por essa via, da reflexão" (VIEIRA PINTO, 2005, p. 1:224).

A produção desses objetos representa um processo histórico e contínuo associado a uma dinâmica social dialética, caracterizada pela produção da existência de indivíduos em coletividade, mediada pelas circunstâncias do seu entorno. Nesse sentido, Vieira Pinto (2005, p. 1:225) nos adverte que:

> O homem que por essência está destinado a procurar a natureza, para, sobre ela, se constituir a si mesmo, encontra em lugar dela cada vez mais a obra de outros

homens. A perniciosidade desta situação reside não no fato em si mesmo, mas em não se saber interpretá-lo dialeticamente, no curso de um processo objetivo em que a realidade do ser humano se constitui em função da mobilidade dos suportes históricos.

Os suportes históricos estão à mão ou ao alcance da mão dos indivíduos a depender da realidade que os envolve. O conceito de amanualidade nos dá suporte para identificar as formas de representação do mundo no pensamento, o qual se constitui pelo manuseio dos objetos (VIEIRA PINTO, 2005). Esse conceito nos ajuda a pensar sobre as ações dos professores de matemática na produção de conhecimento de forma articulada com o uso de tecnologias digitais. Tais ações realizadas pelos professores implicaram no manuseio ou apropriação por eles de conhecimentos e artefatos que estão à mão ou ao alcance dela.

Aliado à essa concepção de tecnologia como resultado da produção da existência do homem, em particular para a analisar o uso das tecnologias digitais, associadas à programação computacional, na Educação Matemática na mediação de ações de produção de conhecimento por professores, nos apropriamos do construto teórico seres-humanos-com-mídia (S-H-C-M) de Borba e Villarreal (2005). Segundo esses autores, a busca por entender o processo de produção de conhecimento, que pode ocorrer no coletivo de seres humanos com as tecnologias, se dá a partir de

> […] metáforas que podem levar a insights sobre como a produção do conhecimento ocorre. […] Essa metáfora sintetiza uma visão da cognição e da história da tecnologia que possibilita analisar a participação dos novos "atores" da tecnologia da informação nesses pensamentos coletivos de uma forma que não julgamos se há "melhoria" ou não, mas sim identificar transformações na prática (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 23).

O construto teórico S-H-C-M nos permite entender o uso das tecnologias digitais em Educação Matemática, pois pode orientar o modo de atuar em sala de aula ou o desenvolvimento de pesquisas e, também, na exploração, não somente de recursos inovadores de uma tecnologia educacional, mas a forma de uso de suas potencialidades com base em uma perspectiva educacional (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014). Ademais, de acordo com o construto, uma tecnologia não substitui a outra, porém, se colocam em posições distintas com relação às suas potencialidades no processo de desenvolvimento do pensamento.

> Os seres humanos, ao interagirem com as mídias, reorganizam o pensamento de acordo com múltiplas possibilidades e restrições que elas oferecem. A presença ou a ausência delas influencia o tipo de conhecimento produzido, e o uso ou o surgimento de uma determinada mídia não invalida ou extingue outra, embora a coloque, muitas vezes em uma posição distinta da que ocupava em momento anterior (SOUTO; BORBA, 2016, p. 222).

Partindo das fundamentações teóricas apresentadas, analisamos como os professores que ensinam matemática mobilizam e articulam seus conhecimentos com a programação computacional e identificamos outras formas específicas de produção de conhecimento condicionadas pela mediação desse recurso. Além disso, observar, a partir da apropriação de conhecimentos de programação pelos professores, ou seja, a sua amanualidade ou o estar a mão deles, elementos que possam apontar para uma reorganização do pensamento, ao desenvolverem atividades utilizando-se desses conhecimentos, durante o processo de produção de conhecimentos matemáticos.

Metodologia

O caminho metodológico que possibilitou a produção empírica desta pesquisa tomou como método de orientação os preceitos ontológicos, epistemológicos e lógicos do materialismo histórico e dialético (MHD), na perspectiva marxista (GONÇALVES, 2005).

O referido método possui potência para conduzir o processo de apreensão do nosso objeto de estudo: as estratégias de produção de conhecimento matemático com programação computacional desenvolvidas pelos professores, participantes de ações formativas associadas a um projeto de extensão universitária sobre programação computacional e robótica no ensino de matemática, oferecido de forma remota. Para esse artigo, apresentamos e analisamos dois momentos ocorridos durante as ações formativas, que estamos denominando por episódios.

O MHD compreende o homem como produtor da sua existência e que, para isso, é preciso transformar o ambiente natural ou social que está inserido e produzir as condições materiais e imateriais que vão possibilitar satisfazer as suas necessidades (LEONTIEV, 1984). A sua episteme oferece caminhos que permitem ao pensamento alcançar uma compreensão da realidade, a qual nos propusemos investigar, mais próxima possível da sua totalidade. Seus fundamentos ontológicos, epistemológicos e lógicos compõem um todo interdisciplinar que possibilita apreender essa realidade a partir da análise imediata do dado, aparência, por meio de categorias de análises que permitem alcançar a essência do fenômeno investigado e, em seguida, elaborar o caminho inverso. Significa dizer que, o concreto é ponto de partida e ponto de chegada, concreto pensado. Segundo Marx (2008, p. 249), "[...] o método que consiste em elevar-se do abstrato ao concreto não é senão a maneira de proceder do pensamento para se apropriar do concreto, para reproduzi-lo mentalmente como coisa concreta.”

Diante das breves considerações sobre o MHD, neste trabalho nos apropriamos do fenômeno tal qual nos interessa, de forma a se aproximar o quanto possível da sua totalidade, para compreendê-lo, explicá-lo e transformá-lo. Para tanto, a produção empírica dos dados se deu por um cenário de investigação possibilitado por meio de um projeto de extensão universitária desenvolvido junto a professores que ensinam matemática e licenciandos em matemática.

O projeto teve como objetivo promover ações formativas, as quais tiveram como conteúdos alguns conhecimentos de programação computacional e as possíveis relações ou articulações que podem ser estabelecidas com o ensino de conteúdos de matemática. As ações foram conduzidas por meio da apropriação pelos participantes de conhecimentos de programação, usando o software Scratch, e de robótica com a simulação, por meio do aplicativo web gratuito Tinkercad, de circuitos elétricos através da placa de microprocessamentos Arduíno.

Dadas as exigências de distanciamento social, em virtude da pandemia da covid-19, as ações do projeto de extensão foram realizadas de forma remota com a utilização da plataforma Google Meet, para as atividades síncronas, e do Google Classroom, para as atividades assíncronas. Tivemos treze encontros síncronos durante o período de setembro a dezembro de 2020. Cada encontro teve duração de duas horas. As atividades assíncronas tiveram como intenção a disponibilização de materiais, aplicação de tarefas e o compartilhamento e discussão de dúvidas que, porventura, fossem surgindo com o desenvolvimento dos encontros síncronos. No primeiro encontro síncrono tivemos a presença de doze participantes, destes: quatro estudantes de licenciatura em matemática, sete professores da rede pública estadual e um da rede privada. No entanto, apenas cinco conseguiram participar de forma efetiva das ações até o final.

As atividades foram planejadas e postadas no ambiente semanalmente e com uma semana de antecedência do encontro síncrono, no qual a atividade seria discutida. O objetivo era que os participantes se envolvessem na elaboração antes do encontro e que postassem a atividade realizada no Google Classroom até uma hora antes de acontecer o encontro, para que durante a sua realização fossem compartilhadas as dificuldades e possíveis situações de articulação com o ensino de matemática.

Assim, seguiremos para a apresentação do processo de análise dos dados produzidos, tomando como referência as concepções teóricas consideradas nesta pesquisa como princípios que vão conduzir a um movimento de apreensão do fenômeno na sua totalidade. Para analisarmos o que nos propusemos a investigar utilizamos, um processo de análise de acordo com as concepções teóricas e metodológicas assumidas. Tais concepções estão enraizadas no paradigma filosófico MHD. Na intenção de dar coerência e lógica a esse processo de análise e interpretação dos dados, tomamos como instrumento analítico a hermenêutica-dialética. Este instrumento é um caminho analítico que considera a realidade no movimento dinâmico-lógico-histórico das relações sociais que visa contemplar suas múltiplas dimensões econômicas, sociais e culturais (MINAYO, 2014).

O caminho de pensamento que a hermenêutica-dialética permite abordar vai ao encontro dos "[...] sentidos das falas dos sujeitos, em seus consensos e dissensos, face ao contexto histórico onde e pelo qual foi produzido" (CARDOSO et al, 2014, p. 83). A princípio, estabelecemos a identidade com os dados empíricos, tomando a hermenêutica como processo reflexivo e, em seguida, buscamos as contradições por meio da dialética, promovendo a análise crítica do objeto (CARDOSO et al, 2014).

Nesse sentido, a abordagem hermenêutica-dialética, conforme Minayo (2004), opera como instrumento de apreensão da realidade tomando as relações sociais nas suas determinações históricas e que considera os movimentos dinâmicos e contraditórios. Entendemos que a hermenêutica-dialética possibilita momentos que favorecem o desenvolvimento de um processo de análise, que conduz à produção de uma racionalidade que considera as circunstâncias sociais, como critérios de compreensão e transformação.

Análise de dados

Para este artigo, consideramos dois episódios de um dos encontros ocorridos durante a realização do projeto, no qual identificamos, a partir da leitura, aspectos significativos para compreensão do nosso objeto de estudo, a saber: as estratégias de produção de conhecimento matemático com programação computacional desenvolvidas pelos professores. Nesse momento, realizaremos um movimento analítico, pautado pela hermenêutica, visando interpretar o contexto e as falas dos participantes no referido encontro.

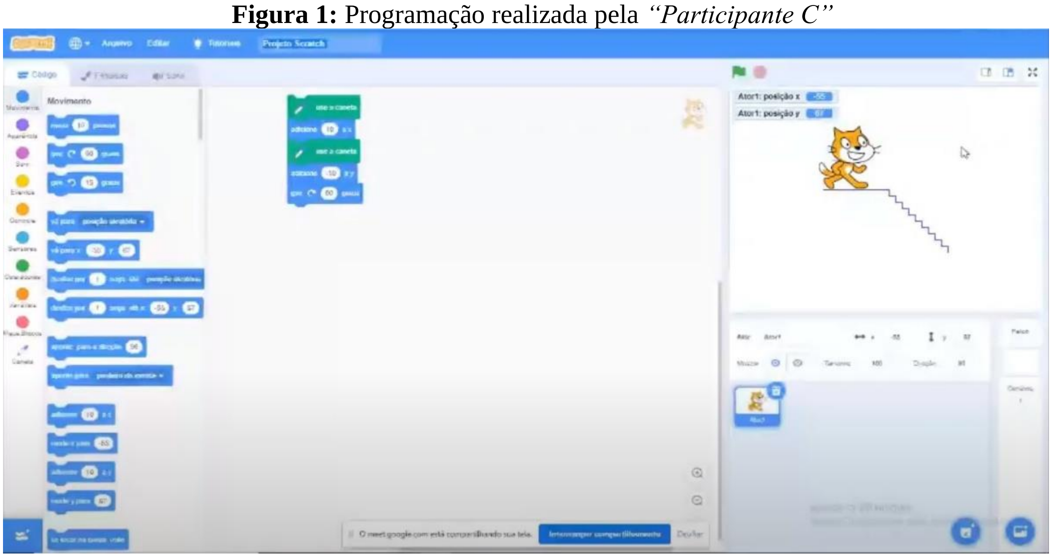
Os dois episódios foram produzidos durante uma atividade de construção de um polígono regular com mediação da programação, por meio do uso do software Scratch. As discussões partiram de duas participantes do projeto, sendo uma professora da rede pública de ensino estadual no interior paulista, formada em licenciatura matemática e que atua nas disciplinas de matemática e tecnologias e a outra é estudante de licenciatura em matemática. Ambas relataram, durante a participação no projeto, que não tinham nenhuma experiência significativa com programação.

Apresentaremos os excertos na sequência cronológica das falas, conforme ocorridas no encontro. As falas, a seguir, são da professora e usaremos o codinome *"Participante C"* para identificá-la. Os escritos entre cochetes representam explicações de trechos de fala.

- Eu tava na intenção de fazer um quadrado.

- Eu coloquei pra ele [programa elaborado no Scratch] *usar a caneta adicionar 10 do X e tirar -10 do Y, sem esses dois* [blocos de códigos que não estavam sendo considerados]. *E aí eu coloquei pra ele usar a caneta de novo, não sei por quê. Aí, quando eu comecei a clicar ele foi fazendo isso* (ver Figura 1).

Figura 1: Programação realizada pela *"Participante C"*



Fonte: Dados da pesquisa, 2020.

- É, eu tô mandando ele ir para frente e descer, ir pra frente e descer. O certo eu mandar agora ele voltar e depois subir. Aí dava certo. Agora eu acho que eu vou conseguir fazer certo.

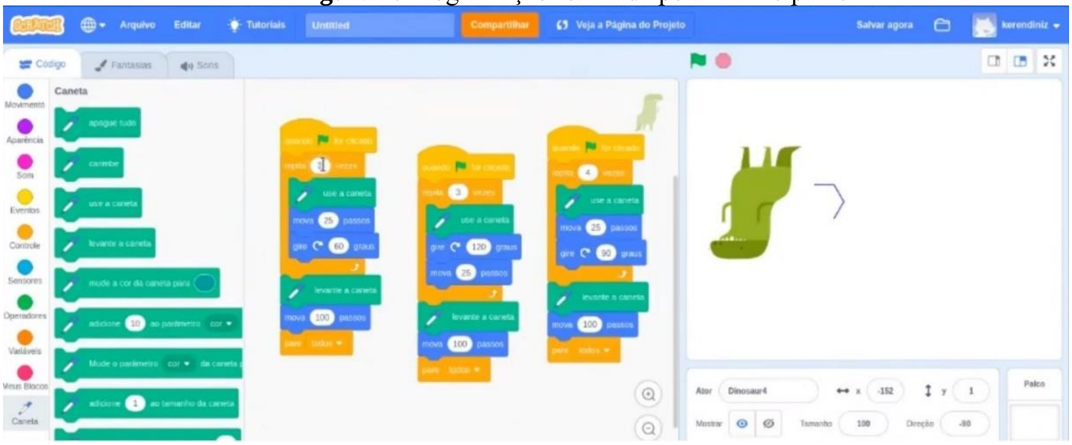
- Ah... Eu coloquei aqui use a caneta, aí eu queria fazer um quadrado, aí eu coloquei ele para andar 50 na direção X - 50 na Y - 50 na X e 50 na Y. Aí fez o quadrado.

As próximas falas são da estudante de licenciatura em matemática, a qual será identificada pelo codinome *"Participante K"*.

- Então, eu queria fazer um triângulo. Eu acabei fazendo um hexágono. Eu tive que mexer nas coisas pra virar um hexágono. Eu usei um dinossauro. Eu coloquei o negócio de repetir e aí usar caneta e moveu um tanto de passo, girar 90 graus e repetir e levantar a caneta e ir pro outro lado. Aqui eu tinha colocado três vezes, porque na minha cabeça dava um triângulo, mas aí a hora que eu coloquei três vezes, ele deu só isso (ver Figura 2). *Falei assim, tem algo errado kkk, calculei o ângulo errado. Aí eu coloquei seis para virar um*

hexágono. Mas, foi essa lógica que eu usei em todos eles. E fui testando outras formas.

Figura 2: Programação realizada pela "Participante K"



Fonte: Dados da pesquisa, 2020.

- O tanto de lados. O tanto de vezes que ele repetiu. Na verdade, cada repetição é um lado né?

- É, e também os ângulos, os graus aqui [...] Se bem que esse aqui tá ao contrário também. No fim eu calculei errado os graus de cada ângulo...

- É porque um triângulo tem 180 graus no total, aí dividido por três cada ângulo interno teria 60 graus.

- Eu lembrei que o referencial não é a forma que eu quero construir, é o círculo como um todo.

- Ah... É o ângulo externo...

Considerando nossa hermenêutica para compreender as estratégias utilizadas pela *"Participante C"* ao construir o seu polígono regular, percebemos que a sua ação para manusear e produzir a sua programação possibilitou que ela reorganizasse seu pensamento. Essa ação corrobora o que diz Vieira Pinto (1969) a respeito do processo dialético que se estabelece entre a ação prática. Segundo o filósofo, o manusear é fundamental para que se possa produzir as compreensões necessárias dos objetos que fazem a mediação com o mundo e a produção de conhecimentos. No nosso caso, se referem a conhecimentos matemáticos produzidos mediados a partir da programação. Sobre esse aspecto, Vieira Pinto (1969, p. 342) nos diz que: "[...] somente na tentativa humana a ação se torna fonte de ideias, e por isso representa um modo de experimentar, de palpar, de descobrir aquilo em que consiste o mundo.".

Essa perspectiva é também convergente com o que é preconizado pelo construto S-H-C-M, no que confere à maneira com que as tecnologias, em particular as digitais, são empregadas, tentativa humana, e os diferentes conhecimentos que são produzidos. Isso nos permite afirmar que os conhecimentos produzidos das tentativas empregadas só se concretizaram considerando que, na ação da *"Participante C"* com a programação, ocorreu um processo de reorganização do seu pensamento (BORBA; VILLARREAL, 2005). Além disso, as tentativas só foram possíveis devido a uma mudança de tecnologias, dado que a *"Participante C"* estava produzindo conhecimentos articulados com programação computacional. Essa análise corrobora as afirmações de Borba e Villarreal (2005) sobre a produção de diferentes conhecimentos matemáticos a partir de diferentes tecnologias, o que vai constituir diferentes coletivos de S-H-C-M.

Na situação do segundo episódio da *"Participante K"*, podemos perceber que as programações realizadas no software não resultaram no que ela esperava como solução do que era solicitado. No entanto, ao analisar o que ocorreu com sua construção, ela pode refletir sobre o resultado, isso fez com que ela modificasse o que foi programado para, deste modo, chegar em outro resultado. Porém, não o que ela estava pretendendo inicialmente. No primeiro momento, ela esperava construir um triângulo, verificando que o resultado obtido era parte de um hexágono, modificou seu programa para que pudesse concluir a construção do hexágono.

Podemos apontar, ao analisar a forma que a *"Participante K"* desenvolveu a sua programação, que ela considerou os conhecimentos que são mais evidenciados no ensino de matemática. Neste caso, parece ter usado o fato da soma dos ângulos internos de um triângulo, na geometria euclidiana plana, ser igual a 180°. Isso fez com que ela, na sua programação, considerasse a quantidade de lados de um triângulo e o valor do ângulo interno que ele teria.

Por outro lado, a lógica que o ambiente de programação leva em consideração é da construção a partir dos seus ângulos externos. Isso nos permite apontar que há uma mudança na forma de discutir a construção de um triângulo, pois na situação apresentada pela *"Participante K",* está se evidenciando essa construção a partir do ângulo externo. Esse fato novamente nos remete a amanualidade ocorrida com a ação da *"Participante K"*, pois sintetiza a natureza dialética da ideia e a do trabalho (VIEIRA PINTO, 1969). Este segundo episódio sugere como a ideia se constitui a partir da ação prática e com isso possibilita a transformação da própria prática.

Deste modo, sintetiza a produção da existência do homem, que no nosso caso se refere à produção da existência do professor de matemática-com-programação. O que também corrobora as ideias do construto S-H-C-M ao pensarmos na reorganização do pensamento da *"Participante K"* ao identificar que era necessário considerar outros conhecimentos matemáticos para poder produzir uma programação que tivesse como resultado um triângulo equilátero.

Considerações

Este artigo apresentou dois episódios dos dados empíricos de uma pesquisa de doutorado, em andamento, com o objetivo de evidenciar aspectos envolvendo a produção de conhecimentos matemáticos articulados com programação computacional. Tais dados foram produzidos a partir da realização de uma atividade matemática desenvolvida por duas participantes de ações formativas vinculadas a um projeto de extensão.

Diante das perspectivas teóricas que embasaram as nossas análises, foi possível identificar viabilidades, a partir da apropriação de práticas de programação computacional, para o desenvolvimento de ações que se revelaram potentes no sentido de favorecer situações que venham contribuir para a produção de conhecimentos matemáticos. Outrossim, manusear os conhecimentos e artefatos tecnológicos como formas de pensar a realidade, compreendendo que esses que a materializam, não são naturais, mas sim produzidos num processo histórico que se constitui nas relações sociais de produção.

O manusear dos artefatos e objetos por meio da amanualidade proposta por Vieira Pinto (1960, p. 1:70), é a maneira de conhecer o mundo no qual "[...] o objeto é sempre o produto da mão que o faz, dado a mão que o conhece." Para nossas análises, o conhecer representou a ação das participantes produzindo conhecimentos matemáticos com programação computacional.

Conforme também indica o construto S-H-C-M, para Borba e Villarreal (2005), a relação do ser humano com artefatos e objetos na produção de conhecimentos sempre se deu ao longo da história, constituindo aspecto fundamental para desencadear processos de reorganização do pensamento. Isso pode ser observado por meio das experimentações elaboradas pelas participantes para alcançar o que havia sido proposto em uma das atividades planejadas no âmbito das ações de formação do projeto de extensão.

Por fim, consideramos que as discussões possibilitadas pelos episódios que apresentamos neste artigo nos indicam potentes articulações entre a programação computacional e a produção de conhecimento matemático. O que pode colaborar com estratégias de ensino que considerem a utilização de tecnologias digitais como mediação dos processos de aprendizagem. Dessa forma, desencadear novas práticas docentes para a incorporação dessas tecnologias na sala de aula e favorecer o manusear de artefatos tecnológicos como formas de pensar a realidade, compreendendo que eles a materializam num processo histórico das relações sociais de produção.

REFERÊNCIAS

ARRUDA, E. P. Educação Remota Emergencial: elementos para políticas públicas na educação brasileira em tempos de Covid-19. **EmRede - Revista De Educação a Distância**, 7(1), 257-275. Disponível em: <https://www.aunirede.org.br/revista/index.php/emrede/article/view/621>. Acesso em: 20 fev. 2021.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking:** information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática:** sala de aula e internet em movimento. Autêntica Editora, 2014. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

CARDOSO, M. F. et al. **Sujeito, Linguagem, Ideologia, Mundo:** Técnica Hermenêutico-dialética para Análise de Dados Qualitativos de Estudos Críticos em Administração. Revista de Administração FACES Journal, v.14, n. 2, 2015.

FREITAS, M. C. O conceito de Tecnologia: O quarto quadrante do círculo de Álvaro Vieira Pinto. In: PINTO, A. V. **O Conceito de tecnologia.** 1. ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005. cap. Introdução, p. 1 – 25.

GONÇALVES, M. G. M. O método de pesquisa materialista histórico e dialético. In A. A. Abrantes, N. R. Silva, S. T. F. Martins (Orgs.), **Método Histórico-Social na Psicologia Social** (pp. 86-104). Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

GONZATTO, R. F.. **Design de Interação e a amanualidade em Álvaro Vieira Pinto**. 2014. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política.** 2. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2008.

MINAYO, M. C. S. **O desenvolvimento do conhecimento:** Pesquisa qualitativa em saúde. 14. ed. São Paulo: HUCITEC, 2014.

LEONTIEV, A. V. **Actividad, Conciencia y Personalidad.** [S.I.]: Cartago de México, 1984.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. **Seres humanos - com - internet ou internet - com - seres humanos:** uma troca de papéis?. **Relime**, México, v. 19, n. 2, p. 217-242, jul. 2016. Acessado em 16 jun. 2021. Disponível em

<http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362016000020217&lng=es&nrm=iso>

VIEIRA PINTO, Á. B. **O Conceito de Tecnologia.** v. 1. Contraponto Editora, 2005.

VIEIRA PINTO, Á. B. **Ciência e Existência.** [S.I.]: Paz e Terra,1969.

VIEIRA PINTO, Á. B. **Consciência e Realidade Nacional.** v. 1. ISEB. Rio de Janeiro, 1960.

A Responsabilidade Social na Cyberformação com Professories[1] de Matemática: uma discussão sobre racismo

The Social Responsibility in the Cybereducation with Mathematics Teachers: a discussion about racism

Maurício Rosa
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
mauriciomatematica@gmail.com

Resumo
Na atualidade, visto a polarização de visões de mundo, a formação com professories de matemática precisa evidenciar as dimensões política e social dessa forma/ação, de modo que a matemática seja recurso reflexivo, linguagem ou campo de estudo articulada/o com as Tecnologias Digitais (TD) e com questões correlativas a essas dimensões. Assim, investigamos como se mostra o processo de compreensão/constituição da responsabilidade social de professoras/es/ies de matemática em Cyberformação por meio da análise de produtos cinematográficos. A perspectiva vincula-se ao racismo estrutural que habita nossa realidade, inclusive educacional. Nesse sentido, tomando por base a concepção de Cyberformação com professories de matemática, a qual é definida como a formação vista sob diferentes dimensões e que assume o trabalho com TD sob a perspectiva do ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-TD, analisamos uma participante da disciplina/curso de extensão "Macro/micro Exclusões/inclusões na Educação Matemática com Tecnologias Digitais" realizada em 2021 no modo ERE (Ensino Remoto Emergencial) na UFRGS. Entendemos que as TD, no caso, produtos cinematográficos, potencializaram a compreensão/constituição da responsabilidade social da professora de matemática envolvida, ou seja, de seu lugar de fala como professora preta, ela sendo-com-o-filme apresenta a expressão do compreendido sobre a filosofia "ubuntu", sem dicotomizar, no sentido de não conceber a existência de um ser independente do outro, mas de um "ser" que pensa, age e vive com os outros.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação de Professores; Tecnologias Digitais; Racismo; Ubuntu.

Abstract
Currently, given the polarization of worldviews, education with mathematics teachers needs to highlight the political and social dimensions of this form/a(c)tion, so that mathematics would be a reflective resource, language or field of study articulated with Digital Technologies (DT) and with questions related to these dimensions. Thus, we investigate how the process of understanding/constituting the social responsibility of mathematics teachers in Cybereducation is shown itself through the analysis of cinematographic products. The perspective is linked to the structural racism that inhabits our reality, including the educational one. In this sense, based on the concept of Cybereducation with mathematics teachers, which is defined as education seen under different dimensions and which assumes the work with DT from the perspective of being-with, thinking-with and knowing-how-to-do-with-DT, we analysed a participant of the subject/extension course "Macro/micro Exclusions/Inclusions in Mathematics Education with Digital Technologies" held in 2021 in ERE mode (Emergency Remote Education) at UFRGS. We understand that DTs, in this case, cinematographic products, enhanced the understanding/constitution of the social responsibility of the mathematics teacher

[1] Essa concepção (Cyberformação) assume um posicionamento político de enfrentamento à discriminação de gênero e à "heterossexualidade compulsória" (BUTLER, 2020), isto é, visão social de que a heterossexualidade pode ser adotada de maneira independente das possíveis orientações sexuais de cada pessoa e aqueles que diferirem desta adoção são considerados desviados e depravados. Logo, embora esse texto não traga esse marco na sua redação, a concepção da Cyberformação já é um marco de posicionamento político ao utilizar o gênero neutro, conforme Cassiano (2019), em sua escrita, pois empodera "todes", "desviades e depravades".

involved, that is, from her place of speech as a black teacher, she being-with-the-movie presents the expression of the understood about the "ubuntu" philosophy, without dichotomizing, in the sense of not conceiving the existence of a being independent of the other, but of a "being" that thinks, acts and lives with others.

Keywords: Mathematics Education; Teachers' Education; Digital Technologies; Racism; Ubuntu.

Cenas[2] Iniciais

Na atualidade, a sociedade enfrenta uma pandemia (Covid-19) e nesse ínterim acreditamos que a pandemia trouxe à tona a necessidade da educação como alicerce para a conscientização da responsabilidade social de cada um sobre o "todo" e da indispensabilidade de uma postura política coerente com o bem comum. Assumir a responsabilidade, enquanto educadores matemáticos, pode permitir de antemão que se entenda que "Tentar resolver um problema de matemática em uma casa lotada em uma favela é muito diferente de fazer isso em um apartamento espaçoso e luxuoso com varanda" (BORBA, 2021, tradução nossa[3]).

Nessa perspectiva, esse estudo assume o termo "responsabilidade" como descrito no dicionário de filosofia Abbagnano (2007, p.855), ou seja, "Possibilidade de prever os efeitos do próprio comportamento e de corrigi-lo com base em tal previsão" e, respectivamente, seu adjetivo, o termo "social" como o "Que pertence à sociedade ou tem em vista suas estruturas ou condições" (ABBAGNANO, 2007. p.912). Assim, a possibilidade de prever os efeitos de seu comportamento em relação à sociedade, tendo em vista suas estruturas ou condições, e corrigi-los é o que se busca em termos educacionais, especificamente, educacionais matemáticos.

No entanto, a necessidade de responsabilidade social não surge com a pandemia, mas somente é enfatizada por ela. Isto é, há tempo que parte da sociedade se questiona em relação a essa compreensão/constituição, antes mesmo da pandemia, porém, agora, sobressai-se: qual a responsabilidade da educação matemática em relação à formação de uma/um cidadã/ão[4] que permite que determinados corpos tenham acesso ou sucesso em certos espaços ou não (exclusão/inclusão)? Qual a responsabilidade que temos/assumimos

[2] "Na prática da realização audiovisual, o conceito de cena é importante desde a concepção do roteiro, que normalmente é escrito prevendo a divisão da ação em cenas" (WIKIPEDIA, 2020). Utilizamos essa metáfora como articuladora e como forma de divisão entre as seções do projeto.
[3] "*Trying to solve a mathematics problem in a crowded house in a slum is very different than doing so in a spacious, luxurious apartment with a veranda*".
[4] "Indivíduo que, por ser membro de um Estado, tem seus direitos civis e políticos garantidos, tendo de respeitar os deveres que lhe são conferidos". (DICIO, 2009).

na educação matemática em relação ao racismo (também evidenciado na pandemia)?

Nessa perspectiva, assumimos a educação matemática como o ato de educar(-se) matematicamente ou educar(-se) pela matemática (ROSA, 2008), o qual não suprime e tampouco desloca os sujeitos envolvidos nesse ato/processo. Isto é, educadoras/es, professoras/es, estudantes e demais envolvidos/as nesse ato/processo fazem educação matemática, agem em relação à educação matemática e tornam-se educação matemática. Assim, precisam se questionar sobre a responsabilidade social da educação matemática (FRISKE; ROSA, 2021), ou seja, da sua própria responsabilidade social. Nesse sentido, todas/os (eu, o grupo de pesquisa que coordeno, você, professor/a, pesquisador/a em educação ou educação matemática, que lê esse artigo) se inserem nisso. Nós, como professoras/es de matemática, precisamos perceber essa responsabilidade como primado do conhecimento.

Também, devemos refletir como os segmentos formativos da educação matemática se inserem nesse contexto, inclusive em relação ao papel das TD frente à dimensão social de cada formação proporcionada. Por isso, nesse estudo, a formação, entendida como forma/ação pelo constructo da Cyberformação com professories de matemática perpassa por transformações desde sua origem (ROSA, 2018, 2017, 2015a, 2015b, 2015c, 2010) e assume que o trabalho com TD não se caracteriza como uso pelo uso de TD, mas um ato articulador sob uma intencionalidade que concebe o recurso tecnológico como partícipe da constituição do conhecimento, também do/a professor/a em sua forma/ação. Isso significa que constituímos conhecimento com o mundo, com as Tecnologias Digitais que se encontram no mundo, e não sobre o mundo, sozinhas/os, de forma que essas tecnologias simplesmente nos auxiliam a pensar sobre algo.

Nesse sentido, investigar o processo de análise de produtos cinematográficos, os quais são Tecnologias Digitais, também, disponíveis na internet, é algo que se articula com a concepção de Cyberformação com professories de matemática, pois os/as/es professores/as/ies participantes desse estudo tiveram a tarefa de articular questões sócio-políticas à aula de matemática por meio de TD, de forma a apresentar, por meio do desenvolvimento dessas análises, reflexões sobre como desenvolver uma aula de matemática que tratasse de racismo, por exemplo.

Porto e Gonçalves (2013) que investigam produções cinematográficas afirmam que elas

"[...] agem sobre nós com o poder de nos emancipar do pensamento conceitual. Quer dizer, desenvolvem em nós um pensamento através e a partir da imagem" (PORTO; GONÇALVES, 2013, p.165). Assim, essa pesquisa envolve a seguinte pergunta diretriz:
"Como se mostra o processo de compreensão/constituição da responsabilidade social de professoras/es/ies de matemática em Cyberformação por meio da análise de produtos cinematográficos envolvendo racismo?"
Nessa perspectiva, investigamos uma professora em um grupo de 18 professoras/es de matemática participantes de uma disciplina do Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática (PPGEMAT) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), intitulada "Macro/micro Exclusões/inclusões na Educação Matemática com Tecnologias Digitais". A disciplina foi totalmente a distância e tinha entre seus objetivos: refletir por meio de Tecnologias Digitais (produtos cinematográficos, softwares, aplicativos) *héxis* política e responsabilidade social frente à exclusão/inclusão. Além disso, promovemos o aumento do número de participantes à disciplina, pois, em paralelo a transformamos em curso de extensão, de forma que professores/as com mestrado na área também pudessem participar. Cabe, então, discutirmos as bases dessa formação, inicialmente, apresentando o constructo teórico que a fundamenta.

Cena 1: Cyberformação com professories de matemática

A Cyberformação com professories de matemática, enquanto concepção de formação-docente-com-Tecnologias-Digitais, em termos teórico-filosóficos, busca o entendimento do "ser", do "mundo" e de tudo que os per/fazem. Também, em termos educacionais, particularmente, teoriza o trabalho com TD, na atual sociedade do conhecimento, focalizando aspectos, dimensões e possibilidades da educação matemática *online* e/ou com-TD. Ou seja, essa concepção de formação pode ser concebida como uma iniciativa de inovação da prática docente, no sentido de "não reprodução" de atividades já executadas com outros instrumentos (livros didáticos, materiais manipulativos, sequências didáticas, ...) e que possuem uma nova roupagem. Isto é, aquelas atividades que utilizam os recursos tecnológicos somente para dar um "novo colorido" à própria atividade matemática, mas que podem ser perfeitamente realizadas sem a inserção desses recursos. Para a Cyberformação, essa reprodução é denominada como domesticação das Tecnologias

Digitais e, assim, essa concepção advoga pelo movimento contrário a isso. Ela defende o trabalho com ambientes cibernéticos e com todo aparato tecnológico que a eles se vinculam e/ou produzem como fator proeminente dessa formação, fator de reflexão a ocorrer consigo mesmo, com os outros, com o mundo.

Além disso, a Cyberformação, enquanto constructo teórico, discute principalmente três de suas dimensões: a específica (matemática), a pedagógica e a tecnológica (ROSA, 2018, 2017, 2015a, 2015b, 2015c, 2010). No entanto, não desvincula e nem esquece que a Cyberformação imbrica diversos fluxos que perpassam diversas dimensões: a cultural, a econômica, a religiosa, a psicológica, a estética, a política, a social... Todas elas não se configuram como dimensões estanques, pelo contrário, se atravessam, se perpassam, formam uma amálgama de fluxos, de cores, de sabores, de devires que, por vezes, se aproximam de modo a não percebermos a distinção entre eles, mesmo mantendo suas características.

Entre as dimensões da Cyberformação, a dimensão tecnológica assume como característica específica vivenciar as informações e as formas de comunicação possíveis, assim como, constituir conhecimento sendo-com-TD, pensando-com-TD e sabendo-fazer-com-TD, ao se plugar, intencionalmente, aos aparatos tecnológicos. Dessa forma, nos situamos em ambientes cibernéticos por meio do movimento, da cor, da imagem e de todas as relações e/ou *links* que se abrem para que se constitua conhecimento. Assim, ser-com-TD, concebe a ideia deste "ser" que se manifesta com o mundo, com o seu entorno, e as TD, então, se fazem no mundo, são mundo. Ou seja, são o meio pelo qual o "ser" se percebe e se desvela ao mostrar-se. As TD não são mera extensão da pessoa. A mídia está envolvida no próprio pensar. Neste caso, ao nos referirmos às TD como meios de constituição do conhecimento, falamos do "pensar-com-TD", de forma a nos perceber com elas, assim como de constituir conhecimento nas relações com o mundo e com os outros. Por sua vez, o pensar-com-TD potencializa a constituição de conhecimento "[...] nas relações com o mundo e com os outros" (ROSA, 2008, p. 106), que abrangem as (trans)formações das ideias (também matemáticas) possíveis com os meios tecnológicos (computador, *smartphone*, *tablet*, software, vídeo etc.) que estão/são mundo. Logo, há um lançar-se, um "plugar-se", no qual cada um projeta-se ao meio tecnológico, de forma a fazer-com, isto é, saber-fazer-com-TD, o qual "[...] é manifestado pelas ações intencionais efetuadas com o mundo, comigo mesmo e com os outros. Nesse sentido, ações desempenhadas na atividade, na construção de um produto, na prática [...]" (ROSA, 2008, p. 136). Ou seja, "saber-fazer-com" é a expressão cunhada para identificar o ato de agir com TD, de forma que, ao fazer, cada um/a se perceba fazendo e reflita sobre isso, de forma a constituir conhecimento ao mesmo tempo em que se constitui como ser. Desse modo, agir com vontade e senso de realização na construção de um produto, em um micromundo específico, nos faz estar-com e ser-com esse mundo particular, pensando-com, que acontece com as TD.

Cena 2: Ubuntu – uma filosofia antirracista

Vislumbramos uma concepção de mundo, na verdade, uma filosofia que, a nosso ver, rompe com a ideia eurocêntrica e colonial de individualidade e meritocracia. Trazemos à tona a filosofia ubuntu, a qual se torna uma postura pedagógica e que evoca a ideia de ser, de forma a se lançar à existência antes mesmo de materializá-la, no entanto, já lançando-se a essa materialidade. Ou seja, há o movimento direcionado às pessoas e às relações entre estas. Torna-se um ser-sendo (RAMOSE, 2002), o qual é marcado pela incerteza, uma vez que se ancora na busca pela compreensão do cosmos numa luta constante em prol de harmonia. Esta harmonia cósmica, engloba a política, a religião e o direito, os quais se assentam na experiência e no conceito relativo a essa harmonia.

Conforme, Noguera (2011, p.147)

> Sem dúvida, a ideia de ubuntu ficou amplamente conhecida através do software livre para computadores, caracterizado principalmente pela proposta de oferecer um sistema operacional que possa ser utilizado facilmente por qualquer pessoa. Este ensaio não trata disso; mas, de ubuntu como uma maneira de viver, uma possibilidade de existir junto com outras pessoas de forma não egoísta, uma existência comunitária antirracista e policêntrica.

Do mesmo modo, nossa pesquisa, mesmo englobando Tecnologias Digitais, não trata especificamente do software livre com esse nome, mas a filosofia que retrata uma maneira de viver, uma possibilidade de existir, ser-sendo sem racismo, buscando se livrar de quaisquer formas de discriminação, preconceito e/ou egoísmo, assim como, de perspectivas embasadas em uma única forma de ser, de se mostrar, em termos únicos e absolutos. Essa é a percepção de educação matemática que professores/as precisam assumir. Ela está também vinculada ao livrar-se de uma "Matemática" única, acabada, disciplinar, assim como, de uma única forma de ver o mundo e os outros (uma visão eurocêntrica, a qual toma como sujeito adequado: "[...]um ser de civilização, heterossexual, cristão, um ser de mente e razão" (LUGONES, 2014, p. 936).

O racismo, por exemplo, trata de suas origens por meio de uma visão eurocêntrica que, historicamente, compreendeu o/a africano/a e o/a indígena como não-humanos ou menos do que um/a humano/a. Isso caracteriza uma das primeiras violências epistêmicas, pois os/as percebiam como seres ausentes de cultura, vivendo enquanto seres mais próximos dos animais (MORAES; BITETI, 2019). Atualmente, é notório que

> [...] o *racismo é sempre estrutural*, ou seja, de que ele é um elemento que integra a organização econômica e política da sociedade [...] fornece o sentido, a lógica e a tecnologia para a reprodução das formas de desigualdade e violência que moldam a vida social contemporânea (ALMEIDA, 2021, p.20-21, grifo do autor).

Na contramão, refletir sobre a filosofia ubuntu torna-se ação de assimilar o lugar do "ser" descentralizado no contexto global e buscar abandonar as heranças de um discurso dominante, compreendendo/ constituindo um saber que entende que as pessoas não estão sozinhas no planeta, muito menos que existam sociedades privilegiadas em termos cognitivos, devido à colonialidade.

O que constitui a filosofia ubuntu é a alteridade e, dessa forma, é o que,

> [...] constitui minha relação com o outro, na qual se descentraliza o lugar do homem, o retirando do lugar central, demarcando suas relações com outros seres. Assim, o ubuntu não seria uma ética humanista concentrada no homem, mas um modo de ser/com o outro, com a natureza, com a vida. (MORAES; BITETI, 2019, p.138).

Também, se faz necessário compreender que:

> O ubuntu é um ser-sendo, um vir-a-ser sendo, que promove uma transformação na realidade a partir de seu agenciamento com outrem. Em sua estrutura, o ubuntu se faz no tempo, promovendo manutenções e transformações na medida em que faz-fazendo, agindo em constante continuidade no seu estar no mundo. (MORAES; BITETI, 2019, p.138).

Ou seja, esperamos que haja uma abertura para uma nova aula de matemática desenvolvida por um/a professor/a que reconheça o/a outro/a como a si mesmo e que incentive esse mesmo reconhecimento por parte de seus/suas alunos/as, de forma a trabalhar com a matemática como um modo de evidenciar isso, de se educar matematicamente e, principalmente, de se educar pela matemática (ROSA, 2008) frente às situações de racismo, por exemplo.

Cena 3: Processualidade Metodológica[5]

Essa pesquisa vincula-se a um paradigma de pesquisa qualitativo. O "como" da pergunta implica respostas descritivas, o que trata, então, das possibilidades formativas que possam dar indícios de compreensões/constituições da responsabilidade social. Nesse sentido, os/as participantes da pesquisa, professoras/es de matemática, no decorrer do processo formativo forneceram esses indícios, por meio dos discursos, textos e da própria videoaula desenvolvida por eles/elas como produto final da disciplina/curso (SOUZA; ROSA, 2021). Os discursos se atrelaram à análise de filmes e episódios de séries que retratam macro/micro exclusões/inclusões como, no caso desse estudo, o racismo e frente a textos científicos e à proposição de aulas de matemática.

Este artigo, em particular destaca uma professora que participou da Cyberformação proposta. A forma/ação assumiu a exploração de produtos cinematográficos, os quais em termos de "*streaming*[6]" já estão digitalmente compostos. Além disso, o cinema há tempo já vem sendo discutido no cenário da educação e, conforme Pires e Silva (2014, p. 611) que,

> Essa virada no papel que o cinema possa vir a desempenhar na produção do saber escolar está profundamente atrelada ao seu uso didático, onde este atua como uma "ferramenta na construção do saber" ou ainda como "campo de experimentação onde o conhecimento é vivenciado" (MAUAD, 2009, p. 247). Ao invés de assisti-lo como uma forma de mimetização da vida social, propomos uma "desorganização" escolar das imagens produzidas pelo cinema reificado, de modo que retomemos a capacidade de ver e pensar diante da crescente inflação de imagens. [...] Em segundo lugar, é relevante considerar ainda o desenvolvimento de um aprendizado cultural que favoreça a expansão de uma análise visual crítica dos filmes cinematográficos. Crítica no sentido de chamar a atenção para as significações culturais produzidas pelos filmes, as relações de poder aos quais estariam articulados e, finalmente, quais as práticas sociais que promovem e produzem.

A disciplina/curso ocorreu entre fevereiro e junho[7] de 2021. As temáticas: gênero, homossexualidade, transexualidade, senilidade, deficiências, empoderamento, assim como, racismo, ageismo, preconceito, discriminação, injúria, calúnia e difamação (promulgadas

[5] Parte desta seção já se configura em outros capítulos/artigos por configurar a mesma metodologia abarcada na análise de dados produzidos sobre outras temáticas de exclusão/inclusão, mas que também foram discutidas nessa disciplina/curso.

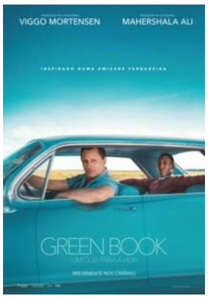
[6] "[...] a tecnolgoia de transmissão de conteúdo online que nos permite consumir filmes, séries e músicas" (GOGONI, 2019).

[7] Os encontros síncronos foram até maio de 2021, mas esclarecimentos, entrega de atividades atrasadas como forma de recuperar o tempo de realização das análises dos filmes e a finalização de edição das videoaulas foi até junho de 2021.

especificamente pelas *fake news*), bullying e cyberbullying, por exemplo, foram debatidas por meio de produtos cinematográficos, textos científicos e o trabalho com Tecnologias Digitais (edição da videoaula, por exemplo). No entanto, nesse artigo, trazemos somente um pequeno recorte sobre a temática racismo, com referência à filosofia ubuntu em contraproposta. A partir da distribuição do termo de consentimento livre e esclarecido às/aos participantes e a aceitação em participar da pesquisa, por parte destes/destas, gravamos todos os encontros síncronos com o Microsoft Teams (plataforma de comunicação a distância licenciada pela UFRGS).

Com isso, passamos à análise do excerto selecionado para esse artigo. É um recorte do encontro da Semana 6: 22/03/2021, cuja temática foi: "**Educação Matemática, Ubuntu e Exclusão/inclusão de Raça – racismo"**, o qual teve como textos de apoio Maldonado-Torres (2007), Ramose (2002) e Noguera (2012). Além disso, o filme selecionado para essa semana foi:

Figura 1: Green Book (2018)



EUA, 1962. Desempregado desde o encerramento da discoteca onde trabalhava como segurança, Tony Lip (Viggo Mortensen) está disposto a aceitar qualquer trabalho. Um dia, conhece Don Shirley (Mahershala Ali), um famoso pianista negro que procura alguém que, durante a digressão de oito semanas que está prestes a fazer pelo Sul do país, ocupe simultaneamente os cargos de motorista e de segurança. Mas o temperamento de cada um, diametralmente oposto, vai transformar aquela viagem num verdadeiro desafio.

Fonte: Cinecartaz (2021)

Cena 4: Responsabilidade social da professora de matemática: sendo-com-o-filme

Trazemos, então, a análise do que foi proferido pela professora Katherine Johnson[8] que ocorreu no encontro síncrono da Semana 6 (Vídeo 00:04:41 – 00:13:23), o qual tratou do filme Green Book.

[8] O nome da participante que foi apresentado neste texto (pseudônimo) foi escolhido por ela com a condição de ser uma pessoa preta pública, com alguma contribuição social, cultural, artística, científica ou intelectual. "**Katherine Coleman Goble Johnson** foi uma matemática, física e cientista espacial norte-americana. Ela fez contribuições fundamentais para a aeronáutica e exploração espacial dos Estados Unidos, em especial em aplicações da computação na NASA" (WIKIPÈDIA, 2021, grifo nosso).

Figura 2: Excerto professora Katherine Johnson

Katherine Johnson: *...fui para o segundo texto que achei mais fácil, mais, assim, objetivo, entendi, assim, com mais clareza, talvez, o que seja a filosofia Ubuntu. [...] Na verdade, eu escolhi uma cena sem diálogo. [...] esse filme me tocou por várias questões de vivência pessoal, na na verdade, essa filosofia também acabou fazendo muito sentido. [...] a primeira vez que eu vi uma pessoa negra falar essa palavra foi o Emicida, ele tem uma música com essa, essa [palavra], [...] o nome da música é Ubuntu. Então, eu fiquei me questionando muito sobre essa apropriação, né? E o filme traz um pouco isso, para mim, porque ele já começa retratando [...] até anotei o nome, o nome do ator principal, né? O Tony, Tony Lip como uma pessoa racista, né? Um italiano de origem, de família de origem italiana, né? Nascido, crescido nos Estados Unidos, ããã... super racista e tal, eee.. por um bom tempo do filme, eu me prendi muito na relação deles, né? Tentando acreditar que era essa a relação humana entre duas pessoas de realidades diferentes, né? Que ia, que ia me fazer entender o que seria a filosofia, né? De fato, eu sei que, que essa relação perpassa por algumas, por alguns pontos que o texto apresenta, né? Mostrando muito forte essa... a existência de uma pessoa, né? Depende da outra, né? Então, essa, eu não sou humano se, como é que eu vou dizer? Acho que é isso, eu não posso, eu não vou ser tratado como um ser humano, né? De forma decente, se tu também não for tratado. Então, só que essa leitura, para mim, ela fica um pouco forçada, né? Porque eu não vejo essa intenção do Tony Lip em relação ao Don Shirley. Eu não vejo isso, né? Então, talvez seja uma, uma interpretação a partir da filosofia, né? De que essa relação se explicasse assim ããã... Na cena que eu escolhi, na verdade, não é deles dois, mas é quando eles param o carro. O carro estragou e o Don Shirley desce do carro e tem muitos negros na... numa plantação, acho que talvez de algodão, arroz, não sei, e aquela cena me chama muita atenção porque... eu, sinto que uma das origens dessa filosofia tem a ver com reconhecimento e, para mim, o reconhecimento, para mim, na minha trajetória, né? Eu pensei no reconhecimento como pessoa negra e esse reconhecimento, na minha trajetória, se deu por outras pessoas negras. No caso, alunos que eu tinha no cursinho popular. Eu nunca, questionei a minha negritude, mas eu também não afirmava isso, então, eu escolhi essa cena porque de alguma forma quando aqueles negros que estavam no campo e o Don Shirley trocaram olhares, eu senti muito mais a questão da humanidade que o texto me propôs, assim, do que em relação ao [...] Tony Lip. Eu consegui entender a relação do Tony Lip a partir da filosofia Ubuntu, mas eu não sei se era uma coisa... ããã... sem o texto eu acho que eu jamais pensaria isso, porque eu achei um pouco forçado, assim, ôh! Essa visão do branco... e a pessoa pessoa branca tirando a pessoa negra de algumas enrascadas e mudando o comportamento, assim, às vezes... eu achei um pouco superficial, mas eu entendo que é um filme, mesmo retratando uma história real, tem a sua questão, assim, hollywoodiana, né? Mas, eu não sei, eu escolhi essa cena...ããã... para mim aquela troca de olhares representou uma, um reconhecimento de humanidades, sabe? É curioso que o Don shipley ele não convive, não mostra muito ele convivendo em espaços com pessoas negras, né? Ele tá tocando para pessoas brancas e todas as cenas que acontece alguma, algum desconforto, sempre tem um garçom negro, um motorista negro, alguém para fazer esse contraponto, de que mesmo estando em posições diferentes, eles passam pela mesma coisa, né? Essa, esse não reconhecimento de humanidade, né? Da pessoa negra naquela época e ainda hoje em dia. Então, me tocou muito essa questão de comunidade, né? E até me lembrou...tem um... eu me interessei pela filosofia fui pesquisar algumas coisas, né? E essa questão do eu sou porque nós somos, né? Como, como humano, assim, no indivíduo, mas formando uma comunidade, né? E aí, eu me lembrei de um poema que eu lia muito para esses alunos do cursinho popular que é o "Gota do que não se esgota" que fala sobre a cota. E lá no final ele diz que a cota é uma vitória coletiva, né? Então se um alcançou, todos alcançaram E esse texto e até um pouco pensar o filme, me fez pensar muito na educação popular, nessa coletividade, assim, nessa conquista, no grupo, né? No coletivo, assim, e enfim... E é isso, só acho que essa questão da responsabilidade, né? E mesmo sendo pessoas diferentes, nós temos responsabilidade com o outro, com bem-estar e se tu não tá bem, eu também não estou bem. Principalmente com esse momento de pandemia é uma reflexão, assim, e não tá tudo bem, né? Então, eu tava, [...] até ontem ninguém da minha família tinha se aproximado de alguma pessoa que tinha morrido de COVID, aí, ontem, isso, essa corrente se quebrou, né? Porque era uma falsa ilusão, de que tava tudo bem, na verdade, não tá! Então, eu fiquei pensando muito nisso, assim, que o que essa formação, assim, longe dessa filosofia, a gente tem uma coisa muito do individual, né? Isso é bonito é bonito a conquista individual, né? O esforço, a merotocracia e tal... [fala com ironia] e me fez pensar nessas coisas, assim, eu achei essa filosofia bem interessante...*

Fonte: a pesquisa.

Entendemos que ao analisar o filme Grren Book a professora Katherine Johnson manifesta sua identificação com o filme ao revelar que "*[...] esse filme me tocou por várias questões* *de vivência pessoal, na na verdade, essa filosofia também acabou fazendo muito sentido. [...]"* e isso concebe a ideia deste "ser" que se manifesta com o mundo, com o seu entorno, com as TD (ROSA, 2008, 2018), ou seja, com-o-filme. Ela relaciona suas vivências com o próprio filme, sentindo-se representada, sentindo-se, talvez, no próprio enredo do filme. Então, ela se percebe e se desvela ao mostrar-se por meio de vivências, pois ela é uma professora preta, e se entende no papel das personagens do próprio filme. Devido a isso, o cinema desempenha na produção do saber um papel proeminente, profundamente atrelado ao seu uso didático, pois este atua como "campo de experimentação onde o conhecimento é vivenciado" (PIRES; SILVA, 2014, p.611).

Do mesmo modo, quando Katherine revela que se prendeu por um bom tempo do filme na relação Tony e Don Shirley (*por um bom tempo do filme, eu me prendi muito na relação deles*), ela manifesta seu movimento de plugar-se, intencionalmente, ao aparato tecnológico, ou seja, ao *streaming* e ao próprio filme. Dessa forma, ela se situa no ambiente do filme por meio do movimento, da cor, da imagem e de todas as relações e/ou *links* que se abrem para que ela constitua conhecimento (ROSA, 2018), no caso, da compreensão da filosofia ubuntu (*eu sei que, que essa relação perpassa por algumas, por alguns pontos que o texto apresenta, né? Mostrando muito forte essa... a existência de uma pessoa, né? Depende da outra, né? Então, essa, eu não sou humano se, como é que eu vou dizer? Acho que é isso, eu não posso, eu não vou ser tratado como um ser humano, né? De forma decente, se tu também não for tratado*). Nessa perspectiva, então, a professora manifesta por meio da compreensão da ubuntu uma possibilidade de projetar o comportamento das pessoas, em termos das estruturas e condições dadas pela sociedade, se a filosofia fosse assumida de forma geral (*eu não vou ser tratado como um ser humano, né? De forma decente, se tu também não for tratado*).

Além disso, cabe a nós assumirmos uma postura de evidência à fala preta, uma postura de inversão, conforme Giraldo e Fernandes (2019)[9]. Logo, destacar a perspectiva de Katherine como professora preta, também é um ato político e de responsabilidade social. Precisamos, então, entender o que estudantes e professores/as

---

[9] "[...] propomos neste ensaio assumir um giro epistêmico, materializado por uma inversão nos protagonismos de narrativas hegemônicas – em lugar de *Terra à vista!*, bradamos *Caravelas à vista!*. Assim, nos desafiamos a desaprender as versões da história do olhar único do colonizador que vislumbra a terra bruta a ser civilizada, para passar a narrá-la do ponto de vista dos povos e dos grupos colonizados e subalternizados – *é deles a primeira pessoa desta narrativa*" (GIRALDO; FERNANDES, 2019, p. 470, grifos dos autores).

pretos/as pensam, sentem. Nessa perspectiva, a professora nos diz "*aquela cena me chama muita atenção porque... eu, sinto que uma das origens dessa filosofia tem a ver com reconhecimento e, para mim, o reconhecimento, para mim, na minha trajetória, né?[...] Eu pensei no reconhecimento como pessoa negra e esse reconhecimento, na minha trajetória, se deu por outras pessoas negras"*, ou seja, Katherine assume uma postura ubuntu, a qual se apresenta "[...] como uma maneira de viver, uma possibilidade de existir junto com outras pessoas de forma não egoísta, uma existência comunitária antirracista e policêntrica" (NOGUERA, 2011, p.147). No entanto, para ela ainda perpassa o reconhecimento com aqueles que vivem a mesma perspectiva (*quando aqueles negros que estavam no campo e o Don Shirley trocaram olhares, eu senti muito mais a questão da humanidade que o texto me propôs*). Para Katherine é suscetível ser forçada a ideia de um branco, como Tony Lip (racista), assumir uma postura ubuntu (*porque eu achei um pouco forçado*). Essa interpretação se dá, pois "[...] o *racismo é sempre estrutural*, ou seja, [...] fornece o sentido, a lógica e a tecnologia para a reprodução das formas de desigualdade e violência que moldam a vida social contemporânea (ALMEIDA, 2021, p.20-21, grifo do autor). Dessa forma, é fácil compreender que o movimento de compreensão/constituição de responsabilidade social da professora se mostra sob uma perspectiva do sujeito colonizado (preto/preta), a qual é revelada quando Katherine afirma: "*Essa visão do branco... e a pessoa, pessoa branca, tirando a pessoa negra de algumas enrascadas e mudando o comportamento, assim, às vezes... eu achei um pouco superficial"*, no sentido daquilo não acontecer diariamente, uma vez que o racismo é estrutural e, devido a isso, ela parte a criticar a própria obra "hollywoodiana" como ato de responsabilidade de uma professora. Isto é, o desenvolvimento da aprendizagem cultural que venha a favorecer a expansão de uma análise visual crítica dos filmes cinematográficos é primordial em termos de consciência antirracista e de uma ética humanista centrada no ser-com-o-outro (*mas eu entendo que é um filme, mesmo retratando uma história real, tem a sua questão, assim, hollywoodiana, né?*). Katherine, então, faz um "Crítica no sentido de chamar a atenção para as significações culturais produzidas pelos filmes, as relações de poder aos quais estariam articulados e, finalmente, quais as práticas sociais que promovem e produzem" (PIRES; SILVA, 2014, p.611).

Também, a professora em relação ao planejamento da aula de matemática sobre racismo mostra que já o havia feito e desenvolvido em sua prática, conforme Figura 3.

Figura 3: Aula de matemática sobre racismo da professora Katherine

Fonte: a pesquisa – email enviado em 25 de junho

A professora Katherine era uma dos/das poucos/poucas professores/professoras pretas da disciplina/curso e provavelmente por isso já havia desenvolvido a temática em sua aula, buscando refletir com os estudantes sua abjeção sobre a própria cor (*Alguns alunos fenotipicamente negros disseram que eram brancos*...). Ela desenvolveu com seus alunos de 5º ano uma pesquisa estatística baseada na autodeclaração racial e na cor da pele dos/das estudantes de 5º ao 9º ano da escola, de modo que eles/elas escolhessem a cor do giz encontrado na primeira caixa de giz de cera em tons de pele produzida no Brasil (uma parceria entre o UNIAFRO/UFRGS e a Koralle) que os representasse. Entendemos que o processo de compreensão/constituição da responsabilidade social de Katherine em Cyberformação, por meio da análise de produtos cinematográficos envolvendo racismo, parte de uma oportunidade de fala, uma vez que ela foi incentivada a manifestar/criar aulas com a temática racismo, além de permitir sua compreensão sobre ubuntu, uma vez que, "Em sua estrutura, o ubuntu se faz no tempo, promovendo manutenções e transformações na medida em que faz-fazendo, agindo em constante continuidade no seu estar no mundo" (MORAES; BITETI, 2019, p.138), ou seja, Katherine manteve sua prática, mas reconheceu conceitualmente/teoricamente a filosofia ubuntu (...*fui para o segundo texto que achei mais fácil, mais, assim, objetivo, entendi, assim, com mais clareza, talvez, o que seja a filosofia Ubuntu...eu me interessei pela filosofia fui pesquisar algumas coisas[...] eu achei essa* *filosofia bem interessante...*), a qual, no fundo, ela já vivenciava, pois promovia a percepção de seus/suas alunos/as pretos/as, o reconhecimento entre os pares, em comunidade, a prática de sala de aula para esclarecer o que ela e eles vivem (racismo estrutural)... isto é, a própria vivência da ubuntu.

Considerações Finais

Por meio do descompasso entre as expectativas e a experiência de um sujeito enquanto professor/a que analisa filmes sob uma égide do racismo, por exemplo, passa pelo lugar de fala que cada um/a assume (RIBEIRO, 2020). Logo, tratar do racismo é ato/fato que acontece, na maioria das vezes, por parte de quem vive esse racismo estrutural (ALMEIDA, 2020) (embora não seja regra). Entretanto, criar formações e promover aulas que venham a potencializar a percepção e/ou manutenção da responsabilidade social de todas/todos/todes, em relação ao racismo, também nas aulas de matemática, versa pelo comprometimento da própria educação matemática e pela sua crítica em se questionar: por que isso não é uma constante? Como nos revela a própria Katherine ao compreender a filosofia ubuntu, "*E é isso, só acho que essa questão da responsabilidade, né? E mesmo sendo pessoas diferentes, nós temos responsabilidade com o outro, com bem-estar e se tu não tá bem, eu também não estou bem*".

Precisamos, então, destacar que o movimento de compreensão/constituição da responsabilidade social se mostra, no caso dessa forma/ação, embasada intencionalmente na filosofia ubuntu como movimento teórico, uma vez que a própria filosofia se apresenta como um ser-sendo, um vir-a-ser sendo, promovendo transformações no/com o agenciamento com outrem e isso se dá no tempo, mantendo e transformando a medida em que faz-fazendo, em que se age na continuidade em se estar no mundo (NOGUERA, 2011). Ademais, ao ser-com-filme, pensar-com-o-filme e saber-fazer-com-filme ao se projetar aula em que esse pode estar inserido, o cinema como ambiente de *streaming I* atual age sobre nós de modo a emancipar nosso pensamento conceitual, como também fez com Katherine. Isto é, ela potencializou sua forma de ver/pensar o mundo amarrando conceitualmente a teoria (filosofia ubuntu) com a imagem do filme (PORTO; GONÇALVES, 2013). A nosso ver, então, a compreensão/constituição da responsabilidade social de professoras/es de matemática, parte do pressuposto de identificar e experienciar questões/situações que permitam a cada um/a perceber e refletir sobre o papel individual e coletivo frente às questões sociais e políticas de grande intensidade. No caso dessa pesquisa, experienciando/revivendo sob base filosófica questões/situações que permitem ser-com-TD, ou seja, um possível caminho de desenvolvimento da empatia/reconhecimento de pessoas que vivenciam processos exclusivos/inclusivos, também na educação matemática.

Referências

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2007. Disponível em: <https://marcosfabionuva.files.wordpress.com/2012/04/nicola-abbagnano-dicionario-de-filosofia.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2021.

ALMEIDA, S. L.de. **Racismo Estrutural.** São Paulo: Sueli Carneiro; Editora Jandaíra, 2021. 264 p.

BORBA, M. C. The future of mathematics education since COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things. **Educ Stud Math,** 2021. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10043-2

CINECARTAZ. **Green Book - Um Guia Para a Vida.** Disponível em: <https://cinecartaz.publico.pt/Filme/391645_green-book-um-guia-para-a-vida>. Acesso em: 10 mar 2021.

FRISKE, A.; ROSA, M. Memes, Matemática e formação com professores/professoras: uma perspectiva sociopolítica. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. e021019, 7 abr. 2021.

GIRALDO, V.; FERNANDES, F. S. Caravelas à Vista: Giros Decoloniais e Caminhos de Resistência na Formação de Professoras e Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 30, p. 467-501, 17 jan. 2020. Disponível em: < https://periodicos.ufms.br/index .php/pedmat/article/view/9620>. Acesso em: 26 jun. 2021.

LUGONES. Rumo a um feminismo decolonial. **Estudos Feministas,** Florianópolis, v. 22, n. 3, p. 935-952, set./dez. 2014.

MALDONADO-TORRES, N. Sobre la colonialidad del ser: contribuciones al desarrollo de un concepto. In: CASTRO-GÓMEZ, S.; GROSFOGUEL, R. (Coordmaldona.) **El giro decolonial:** reflexiones para uma diversidad epistêmica más allá del capitalismo global. Bogotá: Siglo del Hombre Editores/Instituto Pensar, p. 127-167, 2007. Disponível em: <http://ram- wan.net/restrepo/decolonial/17-maldonado-colonialidad%20del%20ser.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2020.

MORAES, M. J. D.; BITETI, M. Ontologia Ubuntu: Natureza ser-com Homem. In.: MENDES, J. R.; SYLLA, B. J. ENCONTRO IBEROAMERICANO DE ESTUDOS DO ANTROPOCENO, 10. Braga, 2019. **Atas...** Braga: Universidade do Minho, 2019. p.131-146. Disponível em: < http://ceps.ilch.uminho.pt/static/publications/eibea 2019_atas.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2020.

NOGUERA, R. Ubuntu como Modo de Existir: elementos gerais para uma ética afroperspectivista. **Revista da ABPN.** Uberlância: Associação Brasileira de Pesquisadores/as Negros/as, v. 3, n. 6, p. 147-150, 2012.

PIRES, M. C. F.; SILVA, S. L. P. da. O cinema, a educação e a construção de um imaginário social contemporâneo. **Educ. Soc.**, Campinas, v. 35, n. 127, p. 607-616, 2014. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_ arttext&pid=S0101-73302014000200015&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 09 Jul. 2020. https://doi.org/10.1590/S0101-73302014000200015.

PORTO, A. C. S.; GONÇALVES, F. Considerações sobre o culto à imagem em Game of Thrones: experiência estética e recepção. **Revista GEMInIS**, v. 4, n. 1, p. 159-175, 2013.

RAMOSE, M. B. A ética do ubuntu. Tradução Éder Carvalho Wen. In: COETZEE, P. H.; ROUX, A. P. J. (eds). **The African Philosophy Reader**. New York: Routledge, 2002. p. 324- 330.

RIBEIRO, D. **Lugar de Fala.** São Paulo: Sueli Carneiro; Editora Jandaíra, 2021. 112 p.

ROSA, M. Tessituras teórico-metodológicas em uma perspectiva investigativa na Educação Matemática: da construção da concepção de Cyberformação com professores de matemática a futuros horizontes. In: OLIVEIRA, A. M. P. de; ORTIGÃO, M. I. R. (Org.). **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática**. 1ed. Brasília: SBEM, 2018, p. 255-281.

________. Insubordinação Criativa e a Cyberformação com professores de Matemática: desvelando experiências estéticas por meio de tecnologias de Realidade Aumentada. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 4, p. 157-173, 21 dez. 2017. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1500>. Acesso em: 08 jun. 2021.

________. Inovação na Prática Docente: iniciando pela concepção da Cyberformação com professores de matemática – a formação-docente-com-Tecnologias-Digitais. In. ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., Porto Alegre, **Anais...** Porto Alegre: PUC-RS/SBEM-RS, 2015a. Disponível em: <https://ebooks.pucrs.br/edipucrs/anais/anais-do-egem/assets/2015/73605875068P.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2021.

________. Cyberformação com Professores de Matemática: interconexões com experiências estéticas na cultura digital. In.: ROSA, M. BAIRRAL, M. A. AMARAL, R. B. **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância:** pesquisas contemporâneas. Natal (RN): Editora da Física, 2015b, p.57-93.

________. Cyberformação com Professores de Matemática: a formação docente para o trabalho-com-Tecnologias-Digitais. In.: **FÓRUM DE DISCUSSÃO "PARÂMETROS BALIZADORES DA PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA", 3., São Paulo, Anais... São Paulo: PUC – SP, 2015c. Disponível em:** <https://www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD6-Resumo-Estendido-Cyberformacao.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2021.

________. Cyberformação: a formação de professores de Matemática na Cibercultura. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA –Salvador. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010. Disponível em: < https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/artigos/MR/MR8_Rosa.pdf>. Acesso em: 08 jun. 2021.

________. **A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game:** relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso á distância. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP, Rio Claro, 2008. Disponível em:<http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/rosa%20m%20doutadodo.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2021.

SOUZA, M. F. de; ROSA, M. Cyberformação, produtos cinematográficos e produção de aulas de matemática: em busca de uma educação matemática libertadora. **Educação Matemática em Revista**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), v.26, n.71, p. 72-95, 2021. Disponível em: < http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/2876>. Acesso em: 03 set 2021.

WIKIPÉDIA. **Cena.** Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Cena>. Acesso em: 02 ago. 2020.

WIKIPÉDIA. **Katherine Johnson**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Katherine_Johnson>. Acesso em: 02 ago. 2021.

Aprendizagens Docentes De Uma Professora Durante Um Processo De Cyberformação Com Vídeos Do *Youtube*

Learnings Of A Teacher During A Cybereducation Process With Youtube Videos

Marília Franceschinelli de Souza
Universidade Estadual de Campinas/Instituto Federal de São Paulo
marilia@ifsp.edu.br

Resumo

A proposta da Cyberformação se mostra como uma concepção que compreende o trabalho com as Tecnologias Digitais (TD), o que inclui os vídeos, como partícipes da constituição do conhecimento. As ações formativas baseadas nessa concepção visam possibilitar às/aos docentes vivenciar as TD nas diferentes especificidades de sua prática, a partir do entrelaçamento contínuo das dimensões matemática, pedagógica e tecnológica, o que pode estimular a constituição de comunidades de aprendizagem. O objetivo deste texto é analisar a experiência das/dos docentes ao participarem de um contexto de Cyberformação focado no trabalho com vídeos, para assim compreender suas aprendizagens durante o processo formativo. Para isso, seguindo a metodologia de Pesquisa Narrativa, apresento a trajetória de aprendizagem de uma das professoras participantes do curso de extensão 'Vídeos do *Youtube* no Ensino de matemática', que ocorreu no IFSP, câmpus Hortolândia. A participação no processo formativo permitiu que a professora iniciasse um movimento de reflexão de sua própria prática, desenvolvendo novas intencionalidades frente ao trabalho com vídeo e acerca de sua postura em sala de aula, colocando a/o estudante em um papel central no processo de aprendizagem. Além disso, as aprendizagens situadas no curso de formação dão indícios de possíveis reverberações em suas práticas de sala de aula.

Palavras-chave: Formação de professores; Vídeos Digitais; Educação Matemática; Comunidades de aprendizagem.

Abstract

The Cybereducation proposal is shown as a conception that comprises the work with Digital Technologies (DT), which includes videos, as participants in the constitution of knowledge. Training actions based on this conception aim to enable teachers to experience DT in the different specificities of their practice, from the continuous intertwining of mathematical, pedagogical and technological dimensions, which can stimulate the constitution of learning communities. The objective of this text is to understand the learning of teachers situated in a Cybereducation context with mathematics teachers focused on the work with videos. For this, following the methodology of Narrative Research, I present the learning trajectory of one of the teachers participating in the extension course 'YouTube Videos in Mathematics Teaching'. Participation in the training process allowed the teacher to initiate a movement of reflection on her own practice, developing new intentions in relation to working with video and about her posture in the classroom, placing the student in a central role in the process. of learning. Furthermore, the learnings located in the training course give clues to possible reverberations in their classroom practices.

Keywords: Teacher training; Digital Videos; Mathematical Education; Learning communities.

Introdução

O uso de vídeos nos processos de ensino e de aprendizagem têm ocorrido no Brasil há muitas décadas, porém, tecnologias como o *Youtube*, trouxeram para o cenário educacional inúmeras possibilidades que alteraram as formas como estudantes e professoras/professores[1] se relacionam entre si, com o conhecimento e com as formas de aprender. Mas para que os processos de aprendizagem mudem de forma qualitativa, mudanças nas posturas e papeis das/dos docentes são primordiais (LÉVY, 1999), colocando em destaque ações que estimulem a constituição de conhecimento pelas/pelos estudantes. Nesse sentido, a constante formação docente se faz necessária, possibilitando que o trabalho com as tecnologias (o que inclui o vídeo) faça sentido para o processo educacional.

A discussão sobre o trabalho com vídeos e como inseri-los efetivamente em atividades matemáticas ainda é pouco oportunizada em ações de formação docente. Pesquisas recentes (SILVA, 2018; MORAIS, 2019; GOMES, 2019) destacam que trabalhar com vídeos nas aulas de matemática não se resume a decidir se o vídeo deverá introduzir ou encerrar um conteúdo, mas sim, de que é necessário desenvolver atividades com eles, de forma que coloquem as/os estudantes em uma posição ativa, para que reflitam sobre as ideias matemáticas desenvolvidas nos vídeos. Porém, também apontam a dificuldade das/dos professoras/professores em selecionar vídeos que consideram de qualidade e, principalmente, em elaborar propostas pedagógicas que integrem os vídeos de forma que eles possam potencializar os processos de ensino.

Entendo que as ações de formação podem dar condições para que as/os docentes se sintam encorajadas/encorajados em adentrar na zona de risco trazidas pelas Tecnologias Digitais (TD) (BORBA; PENTEADO, 2016), para que assim seja possível sua integração nas atividades de sala de aula, de forma a explorar suas potencialidades para os processos de ensino e de aprendizagem. Para isso, a formação pode oportunizar às/aos docentes situações de aprendizagem por meio de reflexões sobre suas próprias práticas, valorizando assim seu contexto no desenvolvimento de atividades.

No entanto, para que possamos compreender como as/os professoras/professores aprendem em diferentes contextos, é preciso explorar essa temática nas pesquisas (VILAS BOAS; BARBOSA, 2016), o que não aconteceu em nenhum dos trabalhos considerados.

Frente a isso, este texto busca analisar a experiência das/dos docentes ao participarem de um contexto de Cyberformação focado no trabalho com vídeos, para assim compreender

[1] Visto que a linguagem neutra (que inclui as pessoas que não se identificam com o gênero feminino ou masculino) pode não ser totalmente compreendida pela leitura digital por pessoas com deficiência visual, optei pela utilização da linguagem inclusiva de gênero. Além disso, o fato de colocar os termos femininos antes dos masculinos (que estão separados por barras) busca dar mais ênfase à participação feminina e reforçar a luta pela igualdade de gênero.

suas aprendizagens durante o processo formativo, a partir da experiência de uma das professoras participantes de um curso de extensão ocorrido no ano de 2020, que desenvolveu caraterísticas de comunidade de aprendizagem. Ou seja, busco responder a seguinte pergunta diretriz: *que aprendizagens docentes são evidenciadas por uma professora durante sua participação em um curso de extensão com professoras/professores que ensinam matemática focado no trabalho com vídeos?* Para tal, apresento o referencial teórico utilizado seguido da trajetória de aprendizagem dessa professora.

A Cyberformação com professoras/professores que ensinam matemática

A Cyberformação é uma concepção de formação que entende as tecnologias como partícipes na constituição do conhecimento matemático, não se valendo de seu uso como ferramenta para agilizar os processos de ensino e de aprendizagem ou como motivação para tais (ROSA, 2018). Esse entendimento se torna a base dessa concepção, não como uma proposta de formação docente que apenas discute o uso dessas TD em seu contexto, mas uma formação *com* professoras/professores (NACARATO, 2005), em que elas/eles possam vivenciar e refletir sobre o trabalho com essas TD nas diferentes especificidades de sua prática.

O termo Cyberformação diz respeito às duas ideias principais de sua concepção. A primeira relacionada com os aspectos das TD por meio do vocábulo "cyber", e a segunda enfatizando a ideia de "forma/ação" com professoras/professores, no sentido de conceber as TD como fator principal dessa formação. Essa forma/ação é apresentada por Bicudo (2003) como o processo de constante formação com professoras/professores, em busca da sua forma ideal, não como uma forma perfeita, mas como uma direção do movimento a ser efetuado. Esse processo envolve não somente elementos técnicos da formação, mas a constante evolução pessoal, social, cultural, cognitiva, entre outras. Nesse sentido, a Cyberformação se constitui em uma complexidade de dimensões que perpassam o ser professora/professor. Dimensões filosófica, social, temporal, cultural, pedagógica, matemática, tecnológica, entre outras, compõem a imagem desejada da/do docente, que se movimentam e se conectam mutuamente.

A dimensão matemática é compreendida como a matemática que é constituída pelas reflexões e discussões das/dos docentes acerca das múltiplas relações com suas práticas, relacionadas principalmente com os ambientes e recursos tecnológicos que participam do processo de ensino. A dimensão pedagógica busca promover reflexões e discussões acerca das transformações que os processos de ensino sofrem quando as tecnologias são incorporadas, sendo um de seus pontos importantes propiciar às/aos docentes situações para que elas/eles elaborem atividades (ou qualquer outro material de ensino) que tomem as TD como meios de transformar e/ou potencializar a constituição do conhecimento matemático. Já a dimensão tecnológica é caracterizada pela compreensão de que os recursos tecnológicos podem fazer parte do processo cognitivo e é evidenciada pelos atos de *ser-com-TD*, *pensar-com-TD* e *saber-fazer-com-TD* (ROSA, 2018).

O *ser-com-TD* está na vivência com o ambiente virtual ou com os recursos tecnológicos, sendo eles o meio para a constituição do conhecimento matemático. Quando a pessoa atua com as TD e se percebe no mundo com elas, de tal forma que fica imersa no ambiente virtual ou conectada aos recursos tecnológicos, eles se tornam parte do processo cognitivo, promovendo então um *pensar-com-TD*. E, ao agir com tecnologias, de forma que, ao fazer, se perceba fazendo e reflita sobre isso, ocorre um *saber-fazer-com-TD*.

Aprendizagem docente em comunidade

Uma das formas de compreender a aprendizagem é a partir da perspectiva social, que ocorre por meio da participação em práticas sociais de comunidades e da construção de identidades em relação a elas (WENGER, 1998). Especificamente em relação à aprendizagem docente, podemos dizer que as/os professoras/professores aprendem na prática e em suas diversas outras relações com o mundo, particularmente em contextos de formação (FIORENTINI, 2020). Vilas Boas e Barbosa (2016) definem a aprendizagem docente como a mudança nos padrões de participação da/do professora/professor na prática pedagógica escolar, além de mudanças nos padrões de participação em outras práticas, que podem repercutir na prática pedagógica escolar. Sendo assim, a aprendizagem docente seria composta por duas formas: a aprendizagem *na* docência e a aprendizagem *para a* docência.

Fiorentini (2020) apresenta como terceira forma a aprendizagem *da* docência, baseada na concepção de conhecimento da prática de Cochran-Smith e Lytle (1999). A aprendizagem *da* docência ocorre, geralmente em comunidades de aprendizagem, quando as/os docentes tomam suas próprias práticas como objetos de estudo, pesquisa e sistematização, tendo como objetivo a constituição de conhecimento, a transformação e mudança histórica das pessoas na comunidade em questão.

Embora tenhamos entendimentos muito amplos acerca do termo comunidade, Cochran-Smith e Lytle (2002) assumem que comunidades de aprendizagem docente (CAD) se referem a configurações intelectuais, sociais e organizacionais, que apoiam o crescimento profissional contínuo das/dos professoras/professores, a partir de oportunidades para elas/eles pensarem, falarem, lerem e escreverem sobre suas rotinas de trabalho, incluindo seus contextos social, cultural e político, de forma intencional e planejada. Apesar de as CAD serem muito variadas, algumas características são fundamentais, como: as formas de organização do tempo, a estrutura adotada para falar e escrever textos no trabalho conjunto, os propósitos ou compreensões compartilhadas. Nesse sentido, entendo que ações de formação baseadas na Cyberformação podem levar os grupos formados a se constituírem como CAD.

Como forma de compreendermos as aprendizagens docentes ocorridas em CAD, Cristóvão e Fiorentini (2018) apresentam quatro eixos de análise, construídos a partir dos componentes da teoria social de aprendizagem proposta por Wenger (1998): aprendizagem como participação; aprendizagem como fazer; aprendizagem como pertencimento; e aprendizagem como transformação.

A *aprendizagem como participação* diz respeito aos significados[2] que são negociados e construídos no grupo de docentes a partir da prática compartilhada por cada uma/um. A *aprendizagem como fazer* é retratada nas produções compartilhadas com o grupo, como uma forma de 'reificar'[3] tudo o que foi negociado. A *aprendizagem como pertencimento* se refere a um 'modo de ser' professora/professor retratado nas falas, textos e produções, evidenciando sua identificação com as práticas da comunidade. E *aprendizagem como transformação*, que está intimamente relacionada com as transformações de identidade (WENGER, 1998), e é evidenciada por meio de falas sobre as

[2] Para Wenger (1998) o significado está relacionado com uma experiência na vida cotidiana, como sendo a capacidade de experimentar e nos envolver com o mundo como algo significativo, por meio de um processo chamado de negociação de significados. Nesse processo os sentidos pessoais são colocados a prova, a partir dos contextos em que as pessoas estão inseridas e das histórias de vida de cada uma/um, possibilitando assim a construção de novos significados para aqueles contextos.
[3] O conceito de reificação pode ser entendido como um processo de dar forma a experiência, produzindo objetos que 'congelam' essa experiência em 'coisa', criando um ponto de foco em torno do qual a negociação de significados se organiza, sendo, portanto, central nas práticas da comunidade (WENGER, 1998).

transformações da prática de sala de aula, a partir da identificação com a comunidade (CRISTÓVÃO; FIORENTINI, 2018).

Metodologia da pesquisa

Este texto apresenta um recorte de uma pesquisa mais ampla, de natureza qualitativa, que segue a metodologia da Pesquisa Narrativa (CLANDININ; CONELLY, 2011). Essa metodologia, segundo Cristóvão e Fiorentini (2018, p. 15), se apresenta como "[...] uma forma de compreender a experiência, vivida em colaboração entre pesquisador e participantes ao longo de um tempo, em um lugar e em interação com todos os eus de cada pessoa", criando assim um espaço tridimensional em que a investigação narrativa se define.

A pesquisa investigou a experiência das/dos docentes que iniciavam seus processos de Cyberformação, proporcionada pela participação em um curso de formação com o foco no trabalho de vídeos, e da formadora-pesquisadora, que ao mesmo tempo vivenciou e fez parte da experiência. O cenário constituiu-se de um curso de extensão de 40 horas/aula intitulado 'Vídeos do *Youtube* no Ensino de matemática', oferecido em 2020, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP, campus Hortolândia[4], contando com a participação de nove professoras/professores que ensinam matemática. Entre seus objetivos estavam: promover uma formação com TD de maneira integrada, possibilitando discussões a respeito da prática pedagógica com TD, em especial com vídeos do *Youtube*; e proporcionar condições para que as/os docentes elaborassem suas próprias atividades-matemáticas-com-vídeos-digitais[5].

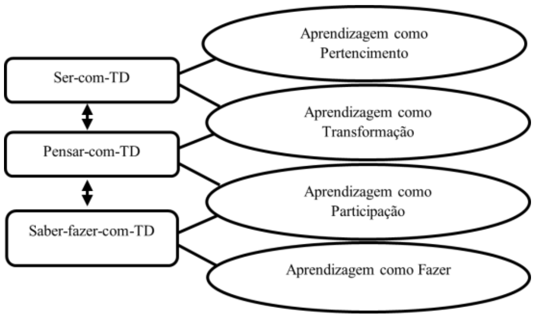
Apesar do curso de formação não ser considerado uma CAD em sua totalidade, o grupo de docentes ali constituído e, principalmente, os subgrupos de trabalho que se formaram para desenvolver as atividades, foram assumindo características de CAD, a partir da maneira como todas as atividades foram planejadas, tendo em vista as dimensões da Cyberformação, as ações desenvolvidas pela formadora e a forma como as/os docentes se engajaram nas atividades, se reconheceram mutuamente e se identificaram com as práticas. Isso permitiu que o grupo fosse analisado como uma CAD.

[4] O IFSP - HTO autorizou a realização e divulgação de seu nome na pesquisa.
[5] Os hifens indicam que se trata de atividades que não existem sem a presença do vídeo, "o que amplia o leque de possibilidades de sentido para a matemática produzida" (MUSSATO; ROSA, 2015, p. 41).

Os textos de campo[6] produzidos foram compostos por questionários aplicados durante o curso; transcrições das gravações dos encontros; registros das atividades realizadas; relatos escritos pelas/pelos docentes no decorrer do curso; e anotações no diário de campo da pesquisadora. A partir de um processo sistemático de descobrir e construir sentidos dos textos de campo, alguns eixos de análise emergiram, a partir daqueles propostos por Cristóvão e Fiorentini (2018) e pelos atos de *ser-com-TD*, *pensar-com-TD* e *saber-fazer-com-TD* (ROSA, 2018). Foram eles que guiaram o processo de escrita das narrativas analíticas, não sendo únicos e engessados.

Foi considerado na construção dos eixos de análise que, ao *ser-com-TD* as/os docentes experenciam e vivenciam os recursos tecnológicos. Esse *ser-com-TD* evidencia a intencionalidade ao estar com as TD, compreendendo-as como meios de constituição de conhecimento matemático, o que pode levar a uma *aprendizagem como transformação* na maneira de entender e agir com as TD, além de uma *aprendizagem como pertencimento*, ao se identificar com essa nova maneira. Ao experenciarem esse mundo-com-TD, as/os docentes se dispõem a *pensar-com-TD*, de forma que se percebem com elas e manifestam suas intenções (de forma oral ou por escrito) e transformações, evidenciando uma *aprendizagem como participação e transformação.* As atividades produzidas pelas/pelos docentes, possibilitadas pelo agir intencionalmente com as TD, de forma que se percebem fazendo e refletem sobre aquilo, revela um *saber-fazer-com-TD*, evidenciando *aprendizagens como fazer*, ao mesmo tempo que o próprio ato de elaborar uma atividade destaca as *aprendizagens como participação*, por meio dos significados que são negociados.

Figura 1: Eixos de análise



Fonte: Produzido pela autora

[6] Na Pesquisa Narrativa, os dados da pesquisa são chamados de textos de campo.

Na busca por indícios de respostas para a pergunta *que aprendizagens docentes são evidenciadas por uma professora durante sua participação em um curso de extensão com professoras/professores que ensinam matemática focado no trabalho com vídeos?*, apresento, a seguir, uma narrativa analítica sobre a trajetória de aprendizagem da professora Valéria[7]. No decorrer da narrativa, dado o limite de espaço, os excertos curtos de falas das participantes serão apresentados entre aspas duplas no corpo do texto, sem identificação entre parênteses. Já os excertos com mais de três linhas, serão apresentados de acordo a recomendação do *template*, seguidos da identificação: (Professor, Identificação da Atividade, Local que ocorreu, data).

Novos olhares que podem levar a novas práticas – a trajetória da professora Valéria

Valéria iniciou o curso por influência de sua colega Daniela, que trabalha com ela em uma escola estadual de tempo integral[8]. Era seu primeiro ano naquela escola, que possuía uma boa infraestrutura, contando, inclusive, com um laboratório de matemática. Daniela, que já estava na escola desde 2012, dizia que pela própria ideia da escola de tempo integral, sentia a "necessidade de trazer coisas diferentes para os alunos", e para isso estava sempre buscando por novas oportunidades de formação. Foi então que Valéria também começou a sentir essa necessidade, pois a própria prática instituída naquela comunidade escolar levava as/os docentes a fazer "coisas diversificadas" nas aulas, incluindo o uso de tecnologias, algo que não tinha "facilidade de trabalhar". Ela acreditava que o vídeo poderia atuar como um aliado, como "um recurso para chamar a atenção do aluno [...] [para] contextualizar e mostrar as aplicações da matemática". Além disso, para ela

> *[...] os recursos tecnológicos podem ser usados para diversificar as aulas e torná-las cada vez mais atrativas, [...] é preciso tentar usar a tecnologia com softwares ou jogos matemáticos como um auxílio na aprendizagem, porém acredito que o tradicional não pode ser descartado, e os recursos tecnológicos devem servir apenas como apoio* (VALÉRIA, Discussão sobre Tecnologias na sala de aula, Registro no Moodle, 19/03/2020).

Valéria iniciou o curso em busca de renovações para suas aulas, acreditando que o vídeo, assim como todas as tecnologias, seria capaz de fazer com que as/os estudantes se interessassem mais pela matemática, pois deixava as aulas "mais atrativas", e assim atuariam

[7] Todas/todos as/os professoras/professores participantes do curso autorizaram a divulgação de seus nomes.
[8] O Programa de Ensino Integral (PEI) oferece às/aos estudantes uma jornada diária de até nove horas e meia, com orientação de estudos, preparação para o mundo do trabalho e auxílio na elaboração de um projeto de vida, além de disciplinas eletivas, que são escolhidas de acordo com seu objetivo. As/os docentes que fazem parte do PEI atuam em regime de dedicação exclusiva (SÃO PAULO, 2019).

como um auxílio na aprendizagem. Seu entendimento acerca das tecnologias não condizia com a concepção da Cyberformação, que toma as tecnologias como partícipes na produção do conhecimento matemático (ROSA, 2018).

Apesar disso, desde o primeiro encontro do curso, Valéria se mostrou aberta para conhecer diferentes concepções e práticas, e iniciou um processo de reflexão sobre a sua própria prática, a partir do que estava sendo vivenciado ali.

A primeira atividade desenvolvida no curso consistia em pesquisar e escolher um vídeo no *Youtube* de forma livre e propor uma maneira de trabalhar com ele em sala de aula. Nessa ocasião, Valéria escolheu um vídeo[9] em que um professor apresenta um modelo matemático que poderia ser utilizado para controlar a pandemia de COVID-19, na forma de uma aula expositiva. Valéria afirma que utilizaria o vídeo em uma aula sobre o Corona vírus, em que

> *[...] mostraria para o aluno a importância de saber utilizar a matemática para ajudar a controlar essa situação, [pois] o vídeo explica que não se pode apenas olhar para o percentual e sim para a situação e, para explicar essa situação trabalhamos uma função, o número de infectados em função do tempo, [ou seja, se trata de] uma contextualização de função* (VALÉRIA, Atividade 1, Encontro presencial 1, 14/03/2020).

Apesar de ter escolhido um vídeo que apenas reproduz o que ela mesma poderia fazer em suas aulas, Valéria mostra como valoriza as aplicações da matemática, de forma a fazer com que as/os estudantes tivessem uma visão crítica a respeito dela, não se limitando apenas ao cálculo e à resolução de exercícios. O vídeo escolhido por ela permite aliar uma aplicação de conteúdos matemáticos com uma situação real na qual estamos vivendo, possibilitando que as/os estudantes atribuíssem sentido aos conteúdos matemáticos.

O segundo encontro do curso foi para Valéria um momento importante, sendo a atividade desenvolvida na ocasião a sua preferida. A atividade em questão consistia na análise e discussão de duas propostas didáticas que abordavam conceitos de função utilizando para isso um mesmo vídeo, um trecho do filme Os Normais 2[10] (SEIDEL, 2013). Nesse trecho do filme, a personagem Vani, ao entrar no banheiro feminino de um restaurante e se deparar com outras três mulheres, propõe a elas uma enquete sobre quantas vezes por ano cada uma tinha relações sexuais com seus parceiros e há quanto tempo elas estavam junto com eles. Com as informações obtidas a personagem constrói um gráfico cartesiano, desenhando-o com um batom no espelho do banheiro. Em seu gráfico o eixo horizontal

[9] https://www.youtube.com/watch?v=zpW_S2Oqlrs.
[10] https://www.youtube.com/watch?v=30W8sqcQ_Ek&feature=youtu.be.

representava o tempo que o casal estava junto (em anos), e o eixo vertical representava a quantidade de vezes que eles mantinham relações sexuais por ano. Analisando os dados ela faz uma projeção, afirmando que, como aqueles pontos representavam uma "curva descendente", em quinze anos de relação com seus parceiros, todas elas chegariam ao "zero sexo", como ela mesma diz.

A primeira proposta apresentada utilizava o vídeo de maneira domesticada[11] (BORBA, PENTEADO, 2016), em que as/os estudantes deveriam organizar os dados apresentados no vídeo em uma tabela e elaborar um gráfico no Excel. A segunda proposta, por sua vez, utilizava o vídeo como disparador para uma discussão não apenas matemática, promovendo uma reflexão em torno da frase 'Precisamos de uma DR (Discutir a relação)!'. Juntamente com o vídeo, era apresentado um link do IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - contendo dados sobre nupcialidades, uma reportagem de jornal sobre o tema e algumas questões que levavam as/os estudantes a ler, interpretar e relacionar as diferentes informações contidas nessas mídias, além de propor uma pesquisa de campo.

Na ocasião, as/os docentes discutiram as duas propostas didáticas e puderam refletir sobre o papel do vídeo (e das TD em geral) em cada uma, e de que forma poderíamos utilizá-lo nos processos de ensino.

A atividade fez com que Valéria percebesse o quanto estava presa aos livros didáticos e apostilas, e que desenvolver uma proposta de aula como a segunda que foi apresentada exigia criatividade, dedicação e tempo das/dos docentes, afirmando que "jamais elaboraria uma atividade como [aquela], onde o aluno é protagonista do seu aprendizado".

> *Ao trabalhar um vídeo com o aluno, você pode propor uma atividade em que o aluno faça novas pesquisas, selecione dados, busque o maior número de informações possíveis, e a partir daí criar suas próprias conclusões, criando assim um novo conhecimento. Acredito que a atividade proposta [...] segue essa linha, pois os alunos tiveram acesso a uma informação através de um vídeo e foram em busca de evidências através de pesquisas feitas pelo IBGE e também pesquisas do meio em que eles vivem, para assim juntar os dados e chegarem a uma conclusão fazendo, no fim, um gráfico em que deveriam analisar se estava de acordo com a informação passada no vídeo* (VALÉRIA, Reflexões sobre o Construcionismo, Moodle, 27/03/2020).

A atividade apresentada buscava fazer com que a/o estudante se transportasse para a situação vivida pelas personagens do vídeo, através de questões que possibilitassem um *pensar-com-o-vídeo*, estabelecendo relações entre as informações apresentadas, fazendo com que, por meio de reflexões e discussões, se produzissem significados (SEIDEL, 2013).

[11] O termo 'domesticada' se refere ao uso que acontece de forma acrítica, como uma simples troca de tecnologia, sem incorporar o que pode ser feito de diferente com a nova tecnologia (BORBA, PENTEADO, 2016).

Conhecer e refletir sobre essa atividade, juntamente com as leituras e discussões que estavam sendo feitas durante o curso, fizeram Valéria questionar e repensar suas próprias concepções e práticas. Ela não menciona mais utilizar o vídeo como motivação ou para auxiliar a aprendizagem, mas sim, de forma que as/os estudantes possam interagir com a mídia “criando assim um novo conhecimento”, ou melhor, possibilitando a constituição de conhecimento matemático pelas/pelos estudantes, que agora são “protagonistas” do processo de aprendizagem, diferente do que costumava ocorrer em suas aulas.

As duas atividades seguintes do curso traziam propostas em que a contextualização dos conteúdos matemáticos se destacava. Para Valéria essas atividades foram difíceis devido à sua característica de atividade aberta, que demandava mais tempo e dedicação no seu desenvolvimento. Apesar disso, ela foi percebendo que trabalhar com vídeos que apresentam uma contextualização do conteúdo matemático poderia “fazer com que o aluno relacione mais a matemática com a sua realidade”, dando mais sentido à sua aprendizagem. Isso fez com que suas propostas de aula a partir daí buscassem uma forma de contextualizar os conteúdos matemáticos com práticas que fossem possíveis aos estudantes, sendo “importante pensar em qual maneira trabalhar com o vídeo e um roteiro de atividades que o explore da melhor forma possível, [...] em que o aluno interage, busca informações, processa e chega ao conhecimento”.

Nesse momento Valéria começa a apresentar uma nova intencionalidade frente ao uso de vídeos, enxergando-o não apenas como uso, mas como um trabalho com vídeos, possibilitada pelo seu engajamento nas atividades propostas no curso. Ela evidencia a importância do uso do vídeo de forma que ele participe do processo cognitivo, por meio de um roteiro de atividades que possibilite às/aos estudantes interagir com a mídia, potencializando a constituição de conhecimento matemático. Essas novas concepções foram tomando forma a partir das experiências vividas no curso, possibilitadas pelas negociações de significados entre todas/todos as/os participantes. Valéria, ao *ser-com-vídeos*, se lança à intencionalidade de conceber o trabalho de vídeos como meios para a constituição do conhecimento (ROSA, 2018), evidenciando sua *aprendizagem como transformação*. Ao compreender os vídeos como partícipes e *pensar-com-eles* Valéria manifesta essa nova postura frente à essas mídias em seus textos e falas, evidenciando suas *aprendizagens como transformação* e *como participação.*

Quando as/os professoras/professores começaram a elaborar suas próprias atividades com vídeos durante o curso, Valéria se deparou com uma zona de risco (BORBA; PENTEADO, 2016), sendo para ela "a parte mais difícil, porém mais gostosa do curso", em que poderia colocar em prática suas aprendizagens. Foram elaboradas três atividades, das quais destaco a terceira delas, que foi a atividade final do curso.

As/os docentes, em grupos, elaboraram uma atividade com um vídeo escolhido por elas/eles e a desenvolveram com suas turmas. De forma coletiva, foi decidido que a atividade seria realizada de forma remota, uma vez que estávamos vivendo o início da pandemia de COVID-19 no Brasil e nos adaptando a uma nova maneira de atuar. Não eram elas/eles que estavam ministrando as aulas expositivas, agora padronizadas para todas/todos as/os estudantes da rede estadual de São Paulo, transmitidas em um aplicativo do governo, no *Youtube* e no Facebook. Nesse cenário, as/os docentes passaram então a elaborar atividades e avaliações para o acompanhamento personalizado de suas turmas, de forma remota.

Valéria formou um grupo com Erika e Daniela, que já eram suas colegas de trabalho, e juntas, elaboraram uma atividade com o vídeo 'Bombons a granel'[12], do canal 'M^3 Matemática Multimídia', para as segundas séries do ensino médio, com o objetivo de "trabalhar o conceito e o método de multiplicação de matrizes". O vídeo escolhido apresenta uma situação que, para Valéria, tinha a ver com o cotidiano da/do estudante, em que a personagem Dona Ioná, uma pequena empresária que produzia bombons caseiros, apresenta sua dificuldade em colocar preços em diferentes kits compostos por bombons variados. Ela é auxiliada por Jorge, um especialista em administração e finanças, que, utilizando multiplicação de matrizes, explica como ela poderia proceder para chegar em um valor para seus kits.

Elas elaboraram uma atividade com o vídeo "em forma de *Quiz*", com questões acerca das discussões matemáticas tratadas pelas personagens do vídeo, que levava as/os estudantes a "compreender o significado de matrizes e das operações entre elas". A atividade foi desenvolvida no formato de formulário, utilizando o Google Forms[13], pois, além de ser uma plataforma que "dá para gente colocar o vídeo com as questões embaixo", estava sendo utilizada pelas/pelos docentes de sua escola nas práticas de atividades remotas e apresentava

[12] https://www.youtube.com/watch?v=3nOqZWYU5rk
[13] https://www.google.com/forms/about/

bons resultados. Além disso, grande parte das/dos estudantes acessavam os conteúdos das atividades pelo celular, e como o acesso para o formulário se dava através de um link que poderia ser enviado pelo próprio aparelho “fica mais fácil para eles participarem”.

A experiência de elaborar e desenvolver em sala de aula uma atividade-com-vídeo pela primeira vez se apresentou como um desafio para Valéria, porém, o trabalho em grupo foi fundamental para superá-lo, de forma que

> *[...]a elaboração da atividade foi feita com a contribuição de todo o grupo, pois tivemos uma ótima comunicação, depois vieram as contribuições dos colegas e da professora [formadora], e essa troca de ideias e experiências foi uma prática que enriqueceu nosso trabalho e nos proporcionou um melhor aproveitamento do curso. A aplicação da atividade foi muito tranquila, atingimos quase 50% dos nossos alunos e pedimos um retorno para [eles] que nos deixou bem felizes pois foram todos muito positivos* (VALÉRIA, Segundo Relato, Registro Moodle, 18/07/2020).

Especialmente no processo de elaboração dessa atividade, Valéria destaca o quanto o trabalho colaborativo foi importante, em que as negociações aconteceram a todo momento, por meio de uma boa comunicação. Além disso, Valéria, Daniela e Erika, levaram essa prática para o dia a dia de sua comunidade escolar, em que as/os docentes da área compartilhavam e colaboravam com as atividades desenvolvidas por cada uma/um.

Por fim, a partir dos relatos das/dos estudantes, Valéria não esconde sua satisfação, alegria e orgulho do trabalho realizado. Ao adentrar em uma zona de risco por meio do trabalho com vídeos, ela encarou seu “medo de trabalhar com algo novo”, e com a colaboração, respeito e compreensão de todas/todos que estavam envolvidos na formação, percebeu que “trabalhar com recursos tecnológicos não é tão difícil quanto imaginava”.

Valéria demonstra, portanto, que o *saber-fazer-com-vídeos* foi um processo coletivo e colaborativo, a partir da vontade das/dos participantes em tomarem o vídeo também como partícipe do processo cognitivo, e assim conseguirem elaborar atividades-matemáticas-com-vídeos que fossem significativas para elas/eles, o que mostra sua *aprendizagem como fazer*.

> *[...] o curso me proporcionou um outro olhar para minhas práticas, pretendo trabalhar mais com recursos tecnológicos quando retornarmos ao presencial, como vídeos, atividades práticas, GeoGebra e outros softwares matemáticos, elaborando atividades que deem mais significado a matemática. Quando iniciei esse curso tinha acabado de entrar no programa de Ensino Integral, e foi muito importante para mim, pois as ideias vieram bem ao encontro com a proposta do programa, onde devemos formar jovens autônomos, protagonistas* (VALÉRIA, Formulário sobre influências das práticas na comunidade, Google Forms, 09/04/2021).

Por meio do reconhecimento e identificação das práticas desenvolvidas no curso com as práticas de sua comunidade escolar, Valéria colocou “outro olhar para [suas] práticas”, dando sentido para o uso das TD em suas aulas, e revelando indícios de uma *aprendizagem como participação* naquela comunidade.

Considerações finais

Valéria, ao iniciar o curso, não utilizava tecnologias em suas aulas e não escondia seus medos em encarar situações desconhecidas. Com isso, manifestava uma visão de que as tecnologias, incluindo os vídeos, podiam atuar apenas como ferramentas ou como atrativos para o ensino de matemática. Porém, ao conhecer diferentes propostas de atividades com vídeos, refletir e discutir sobre o trabalho com ele com um grupo de professoras/professores que estavam abertos ao diálogo e a conhecer e desenvolver novas práticas, ela foi assumindo uma nova postura e intencionalidade frente aos vídeos. Assim, ao *ser-com-vídeos* ela pôde *transformar* sua postura frente aos vídeos e *se sentir pertencente* àquele grupo. Suas manifestações evidenciam essa nova postura, possibilitada pelo *pensar-com-vídeos.*

A *aprendizagem como fazer* se mostrou ao *saber-fazer-com-vídeos* suas próprias atividades, que destacavam novos papeis de professora/professor e estudantes, colocadas/colocados em um lugar central e de protagonistas no processo de aprendizagem. Ao tomar seu próprio contexto como objeto de estudo para o desenvolvimento de atividades, foi possível que as aprendizagens da professora Valéria, evidenciadas e situadas no curso, se configurassem como aprendizagens da sua prática docente (FIORENTINI, 2020), além de estarem reverberando em suas outras práticas escolares, ocasionando aprendizagens para a prática (VILAS BOAS; BARBOSA, 2016).

As práticas desenvolvidas durante o curso favoreceram que Valéria olhasse para suas próprias práticas de outra forma, incentivando-a a se 'jogar' na zona de risco (BORBA; PENTEADO, 2016) proporcionada pelo trabalho com TD, não se limitando aos vídeos, mas também às atividades práticas, o GeoGebra e outros softwares. Sua participação no curso a colocou em um movimento de forma/ação (BICUDO, 2003), em um movimento de busca constante pela sua formação enquanto professora.

Destaco, por fim, que, olhar para a trajetória da professora Valéria no curso de formação permitiu compreender como ocorreu seu processo de aprendizagem docente situado naquele contexto de Cyberformação, e que desenvolver contextos formativos com essa concepção de formação pode favorecer as aprendizagens docentes e suas possíveis reverberações.

Referências

BICUDO, M. A. V. A formação do professor: um olhar fenomenológico. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Formação de Professores?** Da incerteza à compreensão. Bauru: EDUSC, 2003a. 160 p.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G.P. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed; 2. reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

CLANDININ, D. J., CONNELLY, F. M. **Pesquisa narrativa:** experiência e história em pesquisa qualitativa. Tradução: Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores ILEEI/UFU. Uberlândia: EDUFU, 2011.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of Knowledge and Practice: teacher learning in communities. *In:* **Review of Research in Education.** USA, 24, p. 249-305. 1999. Tradução: GEPFPM (Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática (FE/Unicamp).

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Teacher Learning Communities. In: **Encyclopedia of Education 2nd Edition**. J. Guthrie (ed.). New York: Macmillan, 2002.

CRISTÓVÃO, E. M.; FIORENTINI, D. Eixos para analisar a aprendizagem profissional docente em comunidades de professores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 52, p. 11 – 33, abril 2018.

SÃO PAULO, 2019. **Educação publica resolução com diretrizes para expansão do Programa Ensino Integral**. Governo do Estado de São Paulo. 2019. Disponível em: https://www.educacao.sp.gov.br/educacao-publica-resolucao-com-diretrizes-para-expansao-programa-ensino-integral/

SILVA, V. D. P. P. D. **Ensino de Matemática com uso de vídeos na Educação Básica do Rio Grande do Sul**. 2018. p. 144. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

FIORENTINI, D. **Formação de professores de e que ensinam matemática:** o que necessitamos fazer Hoje para melhorar o Amanhã. I Conferência Virtual CIEspMat. Canal do CIEspMat no YouTube, 2020. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=91dUsvus7wI. Acesso em :11 jul. 2020.

GOMES, A. C. **Planejamento da prática pedagógica utilizando o vídeo como recurso didático no ensino de matemática**. 2019. p. 117. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora (MG), 2019.

LÉVY, P. **Cibercultura.** Tradução de Carlos Irineu da Costa. 2. ed. São Paulo: Editora 34, 1999. (Coleção TRANS).

MORAIS, T. R. **Anos iniciais em foco:** desafios e possibilidades da utilização do vídeo didático no processo de ensino de Geometria, 2019. p. 93. (Mestrado em Educação Matemática- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2019.

NACARATO, A. M. A escola como locus de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos de colaboração. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática.** São Paulo: Musa Editora e GEPFPM-Prapem-FE/Unicamp, 2005. p. 175-195.

ROSA, M. Tessituras teórico-metodológicas em uma perspectiva investigativa na Educação Matemática: da construção da concepção da Cyberformação com professores de matemática a futuros horizontes. In: OLIVEIRA, A. M. P. de; ORTIGÃO, M. I. R. (Org). **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em Educação Matemática.** 1ª ed. Brasília: SBEM, 2018. V.1, p. 255-281.

ROSA, M. MUSSATO, S. Atividade-matemática-com-tecnologias-digitais-e-contextos-culturais: investigando o design como processo de Cyberformação com professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática.** v.8, n. 4, p. 23-42, 2015.

SEIDEL, D. J. **O professor de Matemática Online percebendo-se em Cyberformação.** 2013, p. 276. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, Canoas, 2013.

VILAS BOAS, J. BARBOSA, J. C. Aprendizagem do professor: uma leitura possível. **Ciências & Educação**, Bauru, v. 22, n. 4, p. 1097-1107, 2016.

WENGER, E. **Comunities of pratices:** learning, meaning, and identity. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

Atividades Didáticas Individuais com *Feedback* Automático no *Moodle* Usando o Pacote “exams” do *R*

Individual Learning Activities with Automatic Feedback in *Moodle* Using *R*/exams

Luzia Pedroso de Oliveira
Universidade Federal de São Paulo
luzia.oliveira@unifesp.br

Denise Helena Lombardo Ferreira
Pontifícia Universidade Católica de Campinas
lombardo@puc-campinas.edu.br

Resumo
Durante a pandemia de Covid-19 a educação em nível superior no Brasil tem ocorrido de forma remota diante da necessidade de distanciamento social. Nesse novo cenário, o uso das tecnologias de informação e comunicação passou a ser um requisito e não somente um auxílio para o processo de ensino e aprendizagem. A grande quantidade de recursos disponíveis na *web* tem favorecido a readequação das práticas pedagógicas. No ensino remoto, as questões com *feedback* automático favorecem o acompanhamento semanal continuado do aprendizado dos alunos, podendo ser uma boa opção especialmente quando as questões são geradas com valores diferentes não havendo necessidade de restringir o número de tentativas. Nessa abordagem, o aluno é motivado a identificar o seu erro e refazer as questões de forma correta. Ao contabilizar apenas as questões com as notas máximas espera-se aumentar o engajamento dos alunos no seu processo de aprendizado. Quanto ao professor, as análises continuadas das notas individuais e conjuntas dos alunos contribuem para identificar as dificuldades dos alunos e criar estratégias para revisão dos conteúdos. Este trabalho visa apresentar um exemplo de aplicação do pacote “exams” do *software R* para a elaboração de questões com *feedback* automático no *Moodle*. O exemplo apresentado requer que o aluno compreenda os conteúdos de coordenadas de vetores e de combinação linear. Atividades envolvendo questões individuais com *feedback* automático foram aplicadas em uma turma de reoferecimento da unidade curricular de Geometria Analítica em conjunto com outras atividades didáticas em uma Universidade Federal do Estado de São Paulo.

Palavras-chave: *Software R*; *RStudio*; Geometria Analítica; Ensino remoto; Vetores.

Abstract
During the Covid-19 pandemic, higher education in Brazil has taken place remotely in view of the need for social distancing. In this new scenario, the use of information and communication technologies became a requirement and not just an aid to the teaching and learning process. The large amount of resources available on the web has favored the readjustment of pedagogical practices. In remote learning, questions with automatic feedback favor the continued weekly monitoring of student learning, which can be a good option, especially when the questions are generated with different values, with no need to restrict the number of attempts. In this approach, the student is motivated to identify his error and redo the questions correctly. By counting only the questions with the maximum grades, it is expected to increase the students' engagement in their learning process. As for the teacher, the continuous analysis of the individual and joint grades of the students helps to identify the students' difficulties and create strategies for reviewing the content. This work aims to present an example of application of the “exams” package of the *R* software for the elaboration of questions with automatic feedback in *Moodle*. The example presented requires the student to understand the contents of vector coordinates and linear combination. Activities involving individual questions with automatic feedback were applied in a reoffering class of the Analytical Geometry curricular unit together with other teaching activities in a Federal University of the State of São Paulo.

Keywords: *R* software; *RStudio*; Analytical Geometry; Remote teaching; Vectors.

Introdução

Diante da necessidade de isolamento social devido à pandemia de Covid-19 o ensino presencial passou a ser realizado de forma remota sendo, portanto, mediado pelas tecnologias digitais. Como destaca Borba (2021) a agenda da educação matemática sofreu mudanças no tocante a pandemia de Covid-19 com a imposição da necessidade do aprendizado online.

Pesquisadores já afirmavam sobre a necessidade de se realizar pesquisas referentes à temática tecnologia digital (ENGELBRECHT et al., 2020a, 2020b). Essa abordagem é ainda mais recorrente no ensino remoto.

O acelerado crescimento das tecnologias digitais tem gerado modificações no ambiente escolar, como assinala Borba (2009), a internet favorece a produção de conhecimento em um formato colaborativo e uma nova ideia de sala de aula que rompe os muros da escola física tradicional. Pecegueiro e Teixeira (2017) alertam para a necessidade de uma integração entre os alunos e as tecnologias. Entretanto, as mesmas autoras afirmam que o mundo tecnológico exige dos professores um aperfeiçoamento frente a essas tecnologias.

A abordagem da inserção das tecnologias digitais em sala de aula está em concordância com a Lei 9394 de 1996 de Diretrizes e Bases LDB, que incentiva a utilização das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação para auxiliar na formação do estudante (BRASIL, 1996).

Pecegueiro e Teixeira (2017) concordam que incorporar as tecnologias digitais na sala de aula auxilia na construção de novos saberes e competências e ampliam possibilidades entre professores e alunos. Nessa linha, Kenski (2004) destaca que as ferramentas digitais possibilitam novas interações que são capazes de se renovar e melhoram a comunicação interpessoal no plano emocional, cognitivo ou intuitivo.

Como destacam Ferreira, Branchi e Sugahara (2020), no ensino presencial, a sala de aula representa um espaço físico, entretanto, no ensino remoto há a necessidade da reconstrução do espaço da sala de aula, o que pode ser um grande desafio aos docentes e alunos.

As avaliações no ensino presencial comumente são realizadas sem consultas e em dias pré-agendados. Entretanto, no ensino remoto, essa forma de avaliação deixa de ser possível exigindo novas estratégias para acompanhar e avaliar o desempenho dos alunos. Conforme Sobrinho (2003), os sistemas de avaliação podem ser provenientes da combinação de diversos enfoques, a depender das necessidades e das circunstâncias.

Na presente universidade, estabeleceu-se a recomendação de não aplicar provas online em horários pré-definidos nos cursos de graduação, buscando evitar que os alunos com menos recursos de internet e com computadores mais lentos pudessem ser prejudicados. As atividades de acompanhamento e avaliativas passaram a ser semanais e realizadas de forma assíncrona.

O ensino remoto requer uma maior autonomia por parte dos alunos, sendo eles os responsáveis pela programação de seus horários de estudo. Geralmente os alunos não têm um ambiente silencioso em seus lares e horários específicos para estudo como teriam, por exemplo na biblioteca e nas salas de aula. Nesse cenário, a motivação torna-se ainda mais importante para o bom desempenho acadêmico do aluno.

No aprendizado dos conteúdos das disciplinas básicas de Matemática quando se compreende o sentido prático, é esperado que os alunos passem a ter maior entusiasmo, ainda que necessitem de um maior tempo para a compreensão dos conteúdos. Dessa forma, o aprendizado pode ser aprimorado no momento em que os alunos compreendem a necessidade dos pré-requisitos, quais as competências e quais habilidades a serem adquiridas.

O acompanhamento continuado do desempenho do aluno e o *feedback* são etapas importantes no processo de ensino e aprendizagem. Entre outros fatores contribuem para manter os alunos engajados e propiciam ao professor uma visibilidade tanto individual como global da evolução dos alunos.

Para que o *feedback* seja mais efetivo o retorno aos alunos deve ser o mais breve possível. Entretanto, o processo de correção de uma atividade demanda tempo e esforço, ainda quando as turmas são pequenas, uma vez que o objetivo não é atribuir apenas certo ou errado em cada questão a partir do seu resultado final, mas sobretudo compreender o raciocínio usado pelo aluno. É necessário que o professor pontue os acertos, mas aponte os erros cometidos pelos alunos na realização das atividades.

Conforme Ludvigsen et al. (2015, p. 49) “as tecnologias digitais representam novas oportunidades e abordagens de ensino, aprendizagem e avaliação”. Adicionalmente, as tecnologias de informação e comunicação podem possibilitar que os alunos se sintam mais autônomos e ativos, sobretudo com a disponibilidade de *feedbacks* imediatos.

Especialmente para os conteúdos da área de Ciências Exatas, a aplicação de atividades com prazos de entrega semanais, *feedback* automático e com possibilidade de refazer a questão com novos valores torna-se uma boa opção, não apenas como processo contínuo de avaliação, mas também como processo de ensino e aprendizagem. Nessa nova abordagem, o próprio aluno identifica o seu erro, e tem a oportunidade de refazer as questões de forma correta, e como estímulo contabiliza-se apenas a avaliação de maior nota. Quanto ao professor, essa abordagem possibilita identificar as notas em cada uma das questões, realizar análise conjunta dos dados e criar estratégias para revisão de conteúdos quando necessário.

Diante desse contexto, o presente trabalho visa apresentar um exemplo ilustrando as etapas necessárias para se obter questões com *feedback* e correção automáticos a partir do pacote "exams" do *R* e do *Moodle*. Como apontado anteriormente, esses recursos são considerados importantes para o acompanhamento continuado dos alunos.

O Pacote "exams" do R e o Moodle

O *R* é um *software* livre, de código aberto e a sua linguagem de programação é orientada a objetos. O *software R* conta com a colaboração de um grupo imenso de usuários de vários países que contribuem desenvolvendo pacotes que ficam disponíveis no repositório do CRAN (*Comprehensive R Archive Network*). Cada pacote é formado por um conjunto de funções prontas que foram checadas e documentadas de acordo com um mesmo padrão. Dessa forma, o *R* permite uma ampla diversidade de aplicações em diversas áreas, sendo amplamente utilizado para análises estatísticas de dados.

O *RStudio* é uma plataforma que oferece um ambiente integrado ao *R* e possibilita a edição, compilação, visualização das saídas em forma de texto e gráfica a partir de uma tela única, que também contém vários menus para acesso a outras funcionalidades, como por exemplo, a importação e visualização da(s) planilha(s) de dados e a gravação de arquivos com os gráficos. O *RStudio* apresenta versão de código aberto para *Linux*, *Windows* e *Mac* e, também pode ser usada na nuvem (*R-Cloud*), sem necessidade de instalação.

O *Moodle* é um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) que oferece vários recursos de apoio ao ensino a distância (EaD). A plataforma possibilita propor vários tipos de atividades, entre elas a atividade Questionário que permite criar e configurar diversos formatos de questões, incluindo questões de múltipla escolha e respostas curtas. Dessa forma, o professor pode permitir múltiplas tentativas a partir de questões selecionadas aleatoriamente de uma categoria do banco de questões. Além disso, as questões são corrigidas de forma automática de acordo com os critérios estabelecidos e as notas ficam armazenadas, podendo ser exportadas para uma planilha do *Excel*.

No *software R*, o pacote "exams" (ZEILEIS et al., 2020) possibilita gerar exercícios que podem ser importados e corrigidos de forma automática no *Moodle*. Os autores do pacote mantem o *site* http://www.r-exams.org/. Neste *site* são apresentados tutoriais para uso da ferramenta e vários exemplos, incluindo questões e múltipla escolha com uma ou várias alternativas corretas, questões com respostas numéricas, entre outras.

Método

Na presente universidade o acesso ao *Moodle* é liberado para as unidades curriculares individualmente a partir da indicação de interesse do docente no prazo especificado. A equipe de Tecnologia de Informação é responsável pelo cadastro dos estudantes.

Na turma de reoferecimento da unidade curricular de Geometria Analítica tem-se utilizado o *Moodle* como ferramenta de apoio.

A Geometria Analítica une a Geometria e a Álgebra (elementar e vetorial), tornando possível descrever analiticamente por meio de equações os lugares geométricos como retas, planos, cônicas, superfícies quádricas e vice-versa (LIMA, 2011). Quando se trata de problemas em espaços de até três dimensões, a parte visual torna-se um complemento importante para auxiliar na compreensão desses conteúdos.

Na elaboração da questão apresentada como exemplo neste trabalho, além do pacote "exams", foram utilizados o pacote "matlib" (FRIENDLY, 2020) contendo funções matriciais úteis para o estudo de Álgebra Linear e o pacote "rmarkdown" que possibilita gerar um arquivo Rmd. Este tipo de arquivo possibilita incluir fórmulas matemáticas no mesmo formato do *LaTeX*, mas de uma forma mais simples. No pacote "exams" as questões/soluções podem ser escritas no formato Rmd ou Rnw.

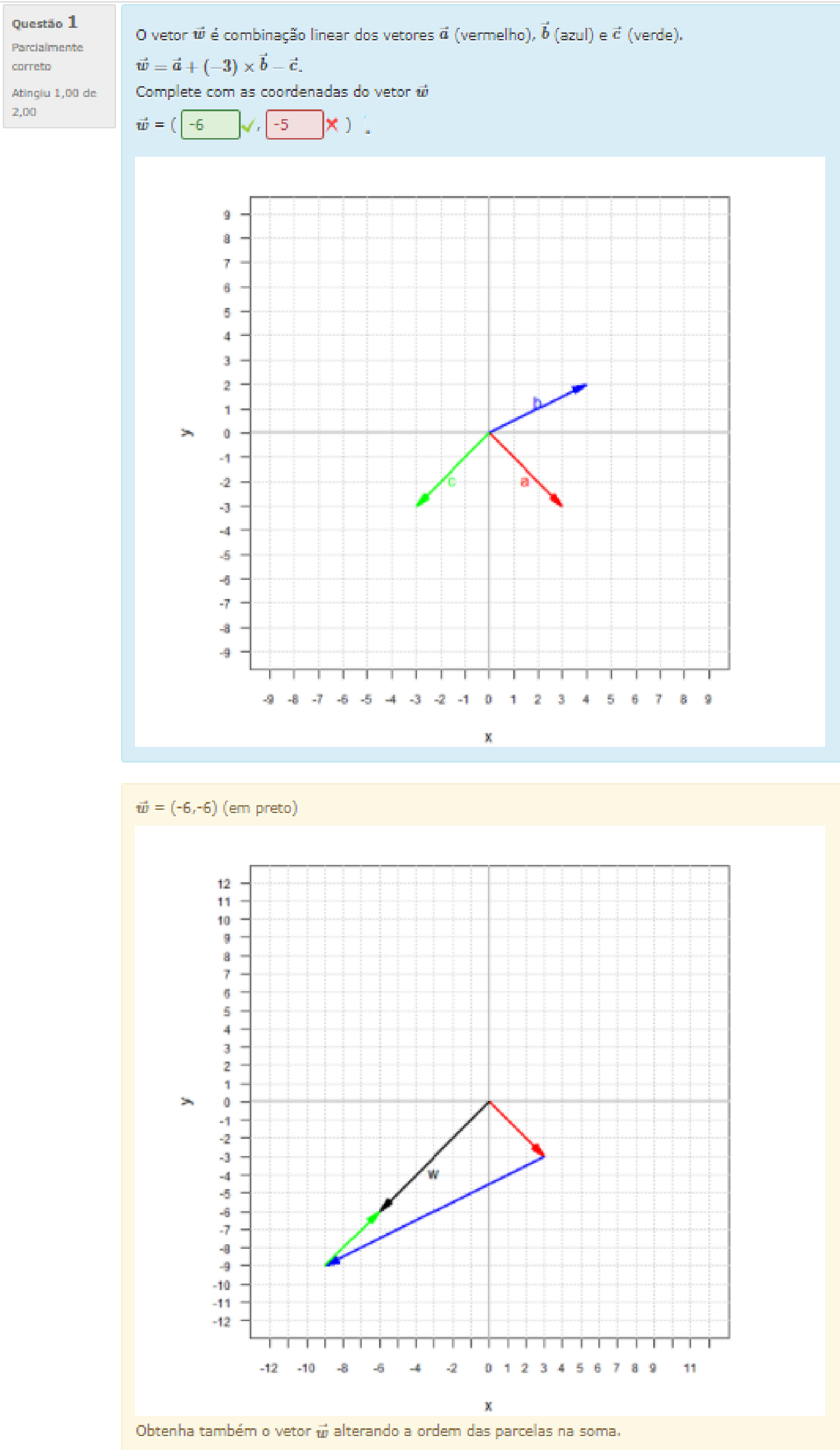
As etapas necessárias para a elaboração de uma questão com *feedback* automático no *Moodle*, utilizando o pacote "exams" do *R* são: (1) Criar no *R/RStudio* as linhas de comandos para obtenção da questão; (2) Obter o arquivo no formato XML contendo as questões geradas com diferentes valores de entrada; (3) Importar o arquivo XML para uma categoria no banco de questões do *Moodle* e (4) Criar a atividade Questionário no *Moodle* para selecionar de forma aleatória uma das questões a cada tentativa do aluno. Para exemplificar essas etapas um exemplo é apresentado na seção Resultados e discussões. Foram utilizadas as versões *RSudio Desktop* 1.4.1717 e *R* 4.1.0 para *Windows*.

Resultados e discussões

A questão escolhida para ilustrar as etapas descritas na seção anterior requer do aluno conhecimentos sobre os conteúdos: coordenadas de vetores e combinação linear. Embora o exemplo ilustrado envolva apenas vetores no R^2, a questão possibilita abordar a representação geométrica dos vetores, uma vez que o aluno precisa primeiramente obter as coordenadas dos vetores a partir do gráfico e na sequência obter a combinação linear requerida. Como destacam Souza et al. (2019), a interação com as tecnologias digitais enriquece a comunicação de ideias matemáticas, ou seja, a coparticipação da tecnologia digital auxilia na produção de conhecimento matemático.

A Figura 1 apresenta o *print* da tela que é visualizada pelo aluno após o envio de uma tentativa finalizada. Inicialmente o aluno visualiza apenas a parte em azul que apresenta o enunciado da questão, um gráfico contendo três vetores com pontos iniciais
na origem e dois espaços em branco a serem preenchidos com as coordenadas do vetor requerido. A parte em amarelo é exibida ao aluno somente após o envio de uma tentativa finalizada. Neste exemplo, foi considerado o valor correto da abcissa e um valor errado para a ordenada do vetor, visando ilustrar a saída no caso de acerto e erro em cada item. Como havia sido considerado valor igual a 2 para a questão, o *Moodle* informa que a questão estava parcialmente correta sendo atingida nota 1 de 2 (Janela menor no canto superior esquerdo na Figura 1). A saída foi programada para exibir os valores corretos da questão juntamente com um gráfico ilustrando que a combinação linear pode ser obtida a partir da soma de vetores usando a regra do triângulo.

Figura 1: Exemplo de questão no *Moodle* elaborada com o pacote “exams” do *R*



Fonte: as autoras.

As etapas descritas na seção anterior necessárias para a elaboração de uma questão são apresentadas a seguir de forma detalhada considerando o exemplo abordado.

1. Criar no R/RStudio as linhas de comandos para obtenção da questão

No Apêndice estão apresentadas as linhas de comando para a obtenção do exemplo ilustrado, possibilitando reproduzi-lo.

O pacote “exams” possibilita vários tipos de questões. Diversos *templates* de questões estão disponíveis no *site* *R*/exams com acesso pelo link http://www.r-exams.org/templates/. Para escolher o formato de questão mais apropriado é interessante consultar os arquivos HTML disponíveis no *site*, pois apresentam as saídas dos *templates*.

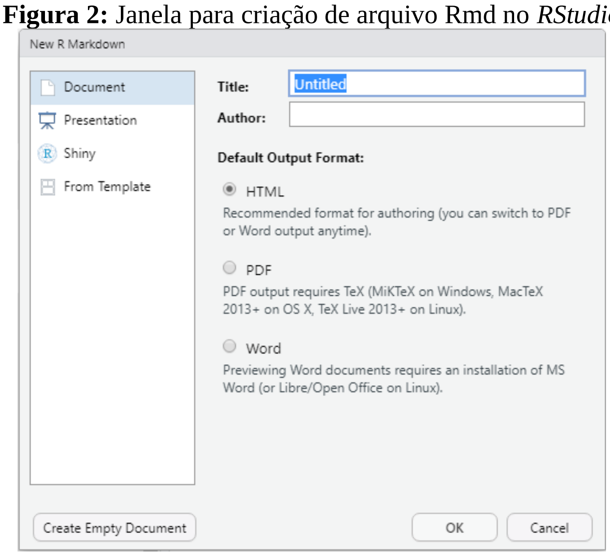
Nesta etapa as linhas de comandos são escritas em um arquivo Rmd a partir da janela de edição do *RStudio*. Um novo arquivo Rmd pode ser criado selecionando as opções: File > New file > *R* markdown, clicando em *“Create Empty Document”* e *“ok”* na tela que será aberta, ilustrada na Figura 2.

No exemplo apresentado, optou-se pelo formato numérico de questão, sendo adaptado o arquivo *dist2.Rmd* disponível no *site R*/exams.

2. Para obter o arquivo XML contendo as questões geradas com valores diferentes

Essa etapa também é realizada utilizando o *RStudio*, mas nesse caso as linhas de comandos são escritas em um arquivo *R* e não Rmd. Um novo arquivo *R* pode ser criado selecionando as opções: File > New file > *R*.

Figura 2: Janela para criação de arquivo Rmd no *RStudio*



Fonte: as autoras.

O primeiro passo é realizar a instalação dos pacotes “exams”, “rmarkdown” e “matlib”. A instalação de um pacote é necessária apenas uma vez e depois de instalado no computador será necessário apenas carregá-lo. As linhas de comandos para gerar o arquivo XML, contendo as versões da questão com valores distintos, são apresentadas a seguir.

```
# para instalar os pacotes exams, rmarkdown e matlib no computador
install.packages(“exams”, repos = “http://R-Forge.R-project.org”)
install.packages("rmarkdown")
install.packages("matlib")
# para carregar os pacotes exams, rmarkdown e matlib
library(exams)
setwd("C:\\artigo") # para definir o local com os arquivos (duas barras invertidas \\)
dir() # para visualizar os arquivos na pasta artigo
myexam <- c("questao.Rmd")
# para gerar o arquivo exemplo.xml
exams2moodle(myexam, n = 40, name = "exemplo", encoding = "UTF-8", dir = "saida",
edir = "C:\\artigo")
```

No exemplo, o arquivo Rmd criado foi salvo com nome *questao.Rmd* e o arquivo XML gerado está sendo salvo com nome *exemplo.xlm*, na pasta *“saida”*, contida na pasta *“artigo”* em *“C:\”*, sendo necessário, portanto, que estas pastas tenham sido criadas a priori. Também é conveniente que o arquivo *R* esteja salvo na mesma pasta, neste caso em *“C:\artigo”*. O número de versões é especificado pelo usuário, sendo igual a 40 neste exemplo.

3. Importar o arquivo XML para uma categoria no banco de questões do Moodle

No *Moodle* estando o curso selecionado, a janela *“Importar questões do arquivo”* pode ser acessada a partir das opções Administração > Banco de questões > Questões. Na janela exibida é necessário optar pelo *“formato Moodle XML”*, *“selecionar o arquivo”* e clicar em *“Importar”*. Na janela posterior clicar em *“Continuar”*. Dessa forma, o banco de questões conterá a categoria *“Exemplo”* contendo a subcategoria *“Exercise 1 (40)”* que conterá as 40 versões com valores distintos da questão.

4. Criar a atividade questionário no Moodle e selecionar uma questão aleatória

O primeiro passo nessa etapa é criar uma atividade Questionário para que o aluno tenha acesso a questão, sendo necessário atribuir um nome para a atividade e definir a sua duração (ao menos habilitar a data de abertura do questionário).

O *Moodle* tem a opção de selecionar uma ou mais questões aleatórias a partir de categorias e subcategorias criadas no banco de dados. No caso do exemplo, como as questões foram criadas na subcategoria *"Exercise 1 (40)"* é necessário selecionar a categoria *"Exemplo"* e habilitar a opção *"Incluir também as questões das sub-categorias"* na janela para adicionar questões aleatórias. Dessa forma, uma atividade será selecionada aleatoriamente da categoria e subcategoria escolhida em cada nova tentativa.

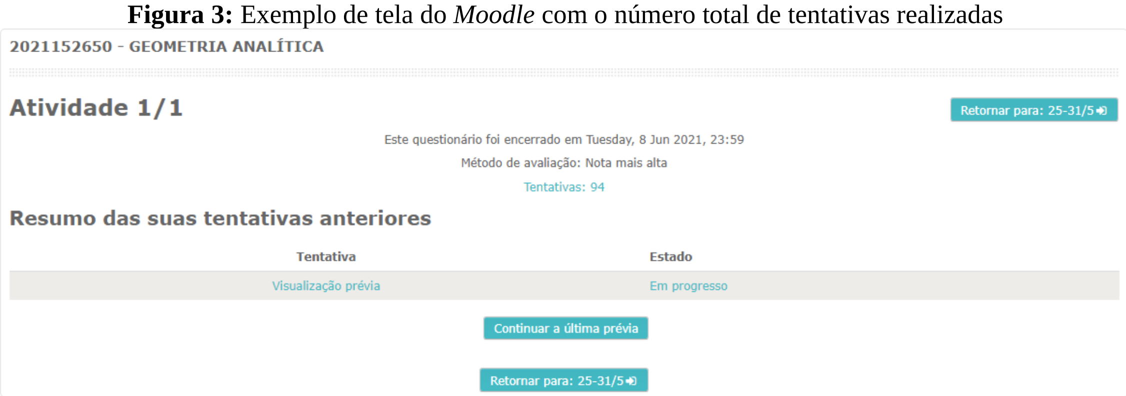
Nessa etapa também é definido o valor total da questão. No caso de questão numérica com vários itens a nota é dividida de forma proporcional. No exemplo, a questão apresenta dois itens, sendo atribuído a cada um deles metade da nota da questão.

De acordo com Santos e Paz (2013) a associação de tentativas sucessivas com questões aleatórias permite que o aluno identifique os tópicos que necessitam de maior atenção, o que facilita a regulação da sua aprendizagem. Os mesmos autores consideram a utilização da tentativa de maior nota uma forma de encorajar a aprendizagem, visto que os alunos perdem o medo de errar.

As versões do professor e do aluno apresentam resumos diferentes na atividade Questionário. Ao clicar na atividade, na versão do professor, o *Moodle* apresenta uma tela com o número total de tentativas realizadas pela turma (Figura 3), possibilitando uma análise mais rápida. Na versão do aluno o *Moodle* apresenta na tela o resumo das tentativas do aluno.

As notas geradas nas atividades Questionário são armazenadas no banco de Notas do *Moodle* e podem ser analisadas de forma individual e conjunta, possibilitando um acompanhamento do desempenho dos alunos. Como aponta Perrin (2009), a avaliação deve auxiliar o aprendizado e a identificar as necessidades e os ajustes necessários.

Figura 3: Exemplo de tela do *Moodle* com o número total de tentativas realizadas



Fonte: as autoras.

Vale destacar que o *feedback* retornado na realização das atividades permite aos alunos e/ou professores definir mais desafios, e, dessa forma é possível estabelecer condições de continuidade do aprendizado (HATTIE; TIMPERLEY, 2007).

Ganda e Boruchovitch (2018) assinalam a aprendizagem como um processo de autorreflexão e ação no qual o aluno tem condições de estruturar, monitorar e avaliar o seu próprio aprendizado possibilitando melhor retenção do conteúdo, maior envolvimento com os estudos e melhor desempenho acadêmico.

Espera-se que o estudo realizado possa contribuir para futuras pesquisas e para outros professores no preparo de suas atividades de docência, assim como ocorreu com Lopes e Souza Júnior (2018) ao usar os recursos tecnológicos *Moodle*, *GeoGebra* e superfícies produzidas em impressora 3D no ensino de Geometria Analítica.

Conclusões

A programação em *R* é facilitada uma vez que se tem disponível na web, além da documentação dos pacotes, uma ampla quantidade de materiais didáticos. Também devido ao grande número de usuários há muita informação em *sites* de perguntas e respostas para programadores como, por exemplo, o *Stack Overflow*.

O pacote “exams” do *R* possui várias funções implementadas que facilitam a elaboração de vários tipos de questões, por exemplo, as respostas numéricas e de múltipla escolha que podem ser corrigidas de forma automática pelo *Moodle*. Essa ferramenta possibilita o *feedback* automático e pode ser bastante útil no processo de acompanhamento individual continuado dos alunos. No caso em que são possíveis várias tentativas, é interessante que o *feedback* não seja muito detalhado para incentivar o aluno a identificar o erro revendo a teoria.

Uma vez que os valores de entrada nas questões são gerados de forma aleatória, o pacote “exams” do *R* possibilita obter várias questões com valores numéricos diferentes que são importadas no *Moodle* a partir de um único arquivo de saída. Usando recursos do *Moodle* é possível configurar uma questão de modo que o aluno tenha várias tentativas, sendo contabilizada apenas a de maior nota. Essa prática visa propiciar ao aluno motivação e engajamento, visto que novas chances implicam em oportunidade de rever a teoria, identificar os erros e atingir nota máxima na questão.

No *Moodle* a pontuação das questões é definida pelo professor e o pacote “exams” faz a divisão desta nota de acordo com o número de itens com acertos e erros. O relatório de notas disponível no *Moodle* é um recurso útil que possibilita o acompanhamento individual e global da turma.

Além das atividades de questionário com *feedback* automático outras formas de acompanhamento do aprendizado também estão sendo utilizadas na turma de reoferecimento da unidade curricular de Geometria Analítica, como por exemplo, atividades no *GeoGebra*, trabalhos de pesquisa discutindo aplicações, questionários em atividades e vídeos interativos preparados com o recurso H5P do *Moodle*, entre outras. As atividades de pesquisa são realizadas geralmente em duplas e ficam disponíveis para consulta em fóruns criados no *Moodle* para repositórios. Além da professora os alunos também avaliam as pesquisas dos colegas por meio de rubricas pré-definidas. Essas atividades em conjunto têm demostrado resultados positivos conforme o aproveitamento dos alunos.

Referências

BORBA, M. C. Potential Scenarios for Internet use in the Mathematics Classroom. **ZDM - International Journal on Mathematics Education**, v. 41, n. 4, p. 453–465. 2009. DOI 10.1007/s11858-009-0188-2.

BORBA, M. C. The future of mathematics education since COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things. **Educational Studies in Mathematics. Springer**, p. 1-16, 2021. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10043-2

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9394/96, 20 de novembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996.

ENGELBRECHT, J.; BORBA, M. C.; LLINARES, S.; KAISER, G. Will 2020 be remembered as the year in which education was changed? **ZDM - International Journal on Mathematics Education**, v. 52, n. 2, p. 821–824, 2020a.

ENGELBRECHT, J.; LLINARES, S.; BORBA, M. C. Transformation of the mathematics classroom with the internet. **ZDM - International Journal on Mathematics Education**, v. 52, n. 2, p. 825–841, 2020b.

FERREIRA, D. H. L.; BRANCHI, B. A.; SUGAHARA, C. R. Processo de ensino e aprendizagem no contexto das aulas e atividades remotas no Ensino Superior em tempo da pandemia Covid-19. **Revista Práxis**, v. 12, n. 1, p. 19-28, 2020.

FRIENDLY, M.; FOX, J. **Solving Linear Equations.** 2020. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/matlib/vignettes/linear-equations.html>. Acesso em: 02 jun. 2021.

GANDA, D. R.; BORUCHOVITCH, E. A autorregulação da aprendizagem: principais conceitos e modelos teóricos. **Psicologia da Educação**, v. 46, p. 71-80, 2018. DOI: 10.5935/2175-3520.20180008.

HATTIE, J.; TIMPERLEY, H. The Power of Feedback. **Review of Educational Research**, v. 77, n. 1, p. 81-112, 2007. DOI: 10.3102/003465430298487

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância,** 2. ed. Campinas: Papirus, 2004.

LIMA, E. L. **Geometria Analítica e Álgebra Linear**. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.

LOPES, E. M. C; SOUZA JÚNIOR, A. J. de. Trabalho colaborativo: em busca da integração de tecnologias digitais ao ensino de Geometria Analítica. **Anais do VII SIPEM**, 2018.

PECEGUEIRO, C. M. P. A.; TEIXEIRA, C. M. S. Tecnologias digitais: desafios e possibilidades na sala de aula. **REBECIN**, v. 4, n. esp., p.146-154, 2017. Disponível em: <http://abecin.org.br/portalderevistas/index.php/rebecin> . Acesso em: 02 jun. 2021.

PERRIN, B. Monitoring? Evaluation? Impact Evaluation? Appreciating and Taking Advantages of the Differences. **Workshop at the Cairo conference on Impact Evaluation**, 2009. Disponível em: <http://www.3ieimpact.org/userfiles/file/41_1%20Perrin%20Cairo%20Workshop%20M&E.ppt>. Acesso em: 13 mai. 2021.

SANTOS, F. L.; PAZ, J. O módulo de testes no Moodle como ferramenta de aprendizagem matemática. **Educação e Matemática**, v. 124, p. 38-41. Lisboa: APM, 2013.

SOBRINHO, J. D. **Avaliação**: políticas educacionais e reformas da educação superior. São Paulo: Cortez, 2003.

SOUZA, M. B.; FONTES, B. C.; BORBA, M. C. A coparticipação da tecnologia digital na produção de conhecimento matemático. **SISYPHUS Journal of Education**, v. 7, n. 1, p. 62-82, 2019. DOI: https://doi.org/10.25749/sis.15795.

ZEILEIS, A.; GRUEN, B.; LEISCH, F.; UMLAUF, N.; BIRBAUMER, M.; ERNST, D.; KELLER, P.; SMITS, N. STAUFFER, R.; SATO, K. Exams: Automatic Generation of Exams in R. Version: 2.3-6. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/exams/index.html>. Acesso em: 13 mai. 2021.

APÊNDICE

Print da janela de edição do *RStudio* com as linhas de comandos utilizadas

RStudio

File Edit Code View Plots Session Build Debug Profile Tools Help

exemplo_artigo.Rmd

````
```{r data generation, echo = FALSE, results = "hide"}
library(matlib)
seq<-c(-4,-3,-2,-1,1,2,3,4)
seq2<-c(-3,-2,2,3)
x1 <- sample(seq,1);x1
x2 <- sample(seq,1);x2
x3 <- sample(seq,1);x3
x4 <- sample(seq,1);x4
x5 <- sample(seq,1);x5
x6 <- sample(seq,1);x6
mult<-sample(seq2,1);mult
a<-c(x1,x2);a
b<-c(x3,x4);b
c<-c(x5,x6);c
w<- a+mult*b-c; w
sol <- w
```

Question
========
O vetor $\vec{w}$ é combinação linear dos vetores $\vec{a}$ (vermelho), $\vec{b}$ (azul) e
$\vec{c}$ (verde).

$\vec{w}=\vec{a}+(`r mult`)\times \vec{b} - \vec{c}.$

Complete com as coordenadas do vetor $\vec{w}$

$\vec{w}$ = (\#\#ANSWER1\#\#\,\#\#ANSWER2\#\#\ )

```{r, echo = FALSE, fig.height=6, fig.width=7, results = "hide", fig.path = "", fig.cap = ""}
a1<--9
b1<-9
x <- c(a1:b1); x
y <- c(a1:b1); y
{par(mar=c(4, 6, 2, 5) + 0.1)
plot(x,y, type="n", yaxt="n", xaxt="n", xlab="x", ylab="y",  asp=1)
axis(2, at=x,labels=x, col.axis="black",cex.axis=0.7, las=2)
axis(1, at=y,labels=x, col.axis="black",cex.axis=0.7, las=1)
abline(h=seq(a1,b1,1),v=seq(a1,b1,1),lty=3,col="gray")
abline(h=0,v=0,lwd=2,col="gray")
vectors(a, col="red", lty=1)
text(a[1]/2,a[2]/2+0.15*a[2], "a", col="red")
vectors(b, col="blue", lty=1)
text(b[1]/2,b[2]/2+0.15*b[2], "b", col="blue")
vectors(c, col="green", lty=1)
text(c[1]/2,c[2]/2+0.15*c[2], "c", col="green")
}
```

```{r questionlist, echo = FALSE, results = "asis"}
answerlist(rep("", length(sol)), markup = "markdown")
```

Solution
========
$\vec{w}$ = (`r w[1]`,`r w[2]`) (em preto)

```{r, echo = FALSE, fig.height=6, fig.width=7, results = "hide", fig.path = "", fig.cap = ""}
a1<--12
b1<-12
x <- c(a1:b1); x
y <- c(a1:b1); y
{par(mar=c(4, 6, 2, 5) + 0.1)
plot(x,y, type="n", yaxt="n", xaxt="n", xlab="x", ylab="y", asp=1)
axis(2, at=x,labels=x, col.axis="black",cex.axis=0.7, las=2)
axis(1, at=y,labels=x, col.axis="black",cex.axis=0.7, las=1)
abline(h=seq(a1,b1,1),v=seq(a1,b1,1),lty=3,col="gray")
abline(h=0,v=0,lwd=2,col="gray")
vectors(a, col="red", lty=1)
vectors(a+mult*b, origin=a, col="blue", lty=1)
vectors(a+mult*b-c, origin=a+mult*b, col="green", lty=1)
vectors(a+mult*b-c, col="black", lty=1)
text(w[1]/2,w[2]/2+0.15*w[2], "w", col="black")
}
```

Obtenha também o vetor $\vec{w}$ alterando a ordem das parcelas na soma.

Meta-information
================
extype: cloze
exsolution: `r paste(sol, collapse = "|")`
exclozetype: num|num
exname: combinação linear
extol: 0|0
````

84:11 Meta-information R Markdown

Festival de Vídeos e Educação Matemática na Pandemia

Video Festival and Mathematics Education in the Pandemic

Geciara da Silva Carvalho
UEFS
geciara@uefs.br

Marcelo de Carvalho Borba
UNESP
marcelo.c.borba@unesp.br

Resumo
As tecnologias digitais possibilitam formas diversificadas e inovadoras para construir e produzir conhecimentos. Seu uso tem se intensificado em tempos de pandemia no âmbito educacional. Entretanto, tal experiência tecnológica nem sempre é efetiva e, por vezes, constitui o que Paulo Freire chama de *efeito Cavalo de Troia* da tecnologia. O Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática (https://www.festivalvideomat.com/), tem sido um ambiente online, no qual alunos, professores e comunidade, na sua própria voz, concretizam narrativas, expressam e comunicam ideias matemáticas com humor, motivação e empenho. Este artigo descreve a 4ª edição desse festival e discute ideias de um subprojeto do projeto E-licm@t-Tube, com destaque para o *corpus* da pesquisa, seu desenho metodológico e analítico. Por fim, analisa o vídeo *A Torta Diofantina*, a partir de uma visão de tecnologia apoiada no construto Seres-humanos-com-mídias e na Semiótica Social, cujos fundamentos teóricos estabelecem diálogos com a *Pedagogia da Autonomia*, de Paulo Freire, e Educação Matemática Crítica, representada, principalmente, por Ole Skovsmose e Marcelo Borba. Conclui-se, por meio da Análise do Discurso Multimodal que a paisagem semiótica da comunicação do vídeo em pauta compõe um discurso que advém da apreensão da realidade, fruto da curiosidade epistemológica, a qual torna o vídeo um potencial agente de deslocamento do saber na ação educativa.

Palavras-chave: Vídeos Digitais; Seres-humanos-com-mídias; Discurso; Multimodalidade; Semiótica Social

Abstract
Digital technologies enable diversified and innovative ways to construct and produce knowledges. If I use them it intensified at the time of the pandemic in the educational field. Though, this technological experiment is always effective, and at times it constitutes what Paulo Freire calls the *Trojan Horse effect* of technology. The Digital Videos Festival and Mathematics Education (https://www.festivalvideomat.com/), has been an online environment, in which students, teachers and the community, in their own voice, concretize narratives, express and communicate mathematical ideas with humor, motivation and commitment. This article describes a 4th edition of the festival and discusses ideas from a subproject of the E-licm@t-Tube project, highlighting the research corpus, its methodological and analytical design. Finally, it analyzes the video *A Torta Diofantina*, from a view of technology supported by the construct Humans-with-media and Social Semiotics, theoretical foundations establish dialogues with the *Pedagogy of Autonomy*, by Paulo Freire, and Critical Mathematics Education, represented mainly by Ole Skovsmose and Marcelo Borba. It is concluded, through the Multimodal Discourse Analysis, that the semiotic landscape of the video communication in question composes a discourse that comes from the apprehension of reality, the result of epistemological curiosity, which returns or video a potential unhealthy educational agent displacement.

Keywords: Digital Videos; Humans-with-media; Discussed; Multimodality; Social Semiotics

Introdução

Em tempos pandêmicos, o uso de vídeos tem se intensificado no campo educacional, seja para videoaula ao vivo, seja para gravação de aula assíncrona ou, ainda, para consulta, visando um aprofundamento de conceitos em plataformas digitais. Nessa esfera, embora as tecnologias possibilitem o ensino remoto, essa modalidade de ensino se configurou apenas como meio digital de transferência das práticas de sala de aula da modalidade presencial para o formato online, sem a adequação ao potencial alcance do modelo online. Amargou-se o *efeito cavalo de troia*[1] (GUIMARÃES; FREIRE, 2013): a tecnologia poderia dar condições ao educador de impactar positivamente o conhecimento de aula, por meio das mídias e artefatos digitais, além de encurtar caminhos de aprendizagem mas resultou em ação contrária, como elemento excludente de acesso ao conhecimento, ampliando mais as desigualdades e reduzindo o acesso à Educação de qualidade no Brasil.

Em direção contrária, O IV Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática (FVDEM) propõe a produção de vídeos em âmbito nacional, numa ação externa à escola, contudo que a tangencia através de redes sociais, comunidades educacionais e grupos de pesquisas. Devido, então, ao surto do Covid 19, iniciado em 2020, o referido evento manteve virtualmente todo o seu planejamento e execução, inclusive com a cerimônia de premiação, visando fomentar a produção de vídeo como espaço para a comunidade escolar e universitária e outros interessados expressarem e criarem narrativas matemáticas.

O FVDEM está vinculado a um projeto maior, inicialmente intitulado “Vídeos Digitais na Licenciatura em Matemática a Distância (E-licm@t-Tube)”, o qual, atualmente, passou por alterações ampliando seus objetivos. A partir dessa alteração, é denominado “Festivais de Vídeos Digitais, Educação Matemática e a Sala de Aula em Movimento: Entre o Presencial e o Virtual”[2].

A investigação que se apresenta aqui, metodologicamente, diz respeito a uma pesquisa baseada em vídeo, enquanto fenômeno de produção a ser pesquisado e tem por objetivo compreender criticamente como está sendo expresso, em termos de matemática e multimodalidade, o discurso matemático dos vídeos do FVDEM. As lentes teóricas estão

[1] Paulo Freire chama de "efeito cavalo de Tróia" o processo de introdução de um novo instrumento tecnológico articulado ao currículo na escola. O resultado é a "sofisticação" do ensino autoritário e tradicional por meio de uma nova tecnologia.
[2] Coordenado pelo professor Dr. Marcelo de Carvalho Borba, da UNESP, apresentação e aprovação no Edital Produtividade em Pesquisa (Processo nº 303326/2015-8 e Protocolo nº 7991582020937549) do CNPq.

pautadas no construto Seres-humanos-com-mídias (S-H-C-M) e na Semiótica Social (SS), estabelecendo diálogos com a Pedagogia da Autonomia (PA) de Paulo Freire e Educação Matemática Crítica (EMC).

Neste artigo, numa perspectiva qualitativa, será discutido o que é o vídeo do FVDEM sob a égide do projeto E-licm@t-Tube. Também, são submetidos à apreciação analítica, alguns dados importantes do IV FVDEM e, por fim, é apresentado sucintamente o subprojeto *O discurso digital no Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática: uma perspectiva crítica* de uma pesquisa de doutorado em desenvolvimento, integrado ao projeto E-licm@t-Tube, abordando resultados parciais da análise do vídeo *A Torta Diofantina*.

O que é o vídeo do FVDEM?

O vídeo do FVDEM é um produto digital de ideia matemática que perpassa o pacote integrado por conhecimento de mundo, de sociedade, de história e em alguns casos, de transdisciplinaridade, de estudantes e professores, dentre outros envolvidos na sua proposição. Na maioria das situações, tal produção "nasce" a partir do estímulo do professor em sala de aula, presencial ou remota. Isso ocorre quando o profissional em questão opta por participar do FVDEM, que é uma ação externa à escola, mas que a tangencia, moldando a sala de aula, assim como a sala de aula molda o FVDEM (DOMINGUES, 2020).

Os vídeos assumem várias características e propósitos diferentes, haja vista que podem ser utilizados para gravação de aulas, a fim de explorar uma reflexão sobre a prática ou como recurso didático em sala, além da própria produção de vídeos por estudantes e professores, segundo Borba e Oechsler (2018). No entanto, o FVDEM, na perspectiva da produção, fomenta a cultura de criação de vídeos digitais voltados para a Educação Matemática (EM) que, para investigá-los, abarca uma diversidade de enfoques teóricos que abre possibilidades à complexidade da interface entre vídeos digitais e EM.

O vídeo digital, no projeto em pauta, é entendido como uma mídia multimodal e como meio para a produção de significado. Conforme defendem Domingues (2020) e Oechsler (2018), as mídias são meios materiais (instrumentos, ferramentas, coisas) e imateriais (oralidade, escrita, informática, pensamento) utilizados para a produção de significado. No rol das mídias, podemos citar: câmeras digitais, celulares inteligentes, computadores, editores de imagem, internet, lápis e papel, redes sociais como Facebook, Instagram e WhatsApp, dentre outras.

Diante disso, instaura-se a necessidade de um arcabouço teórico amplo para fundamentação do projeto E-licm@t-Tube pautado na noção de S-H-C-M (BORBA; VILLARREAL, 2005), em que as tecnologias moldam a produção de significados e a reorganização do pensamento matemático, que ora se correlaciona com a Teoria da Atividade da Terceira Geração (ENGESTRÖM, 2001; ENGESTRÖM; SANNINO; 2010), ora com a SS (KRESS; VAN LEUWEEN, 2006; O'HALLORAN, 2011), dentre outros campos de estudos.

A este projeto maior se encontram integrados subprojetos, os quais apontam para o vídeo como uma mídia multimodal que articula recursos e modos semióticos para a comunicação matemática (NEVES, 2020). Tais subprojetos também revelam Potencialidade Didática e Potencialidade Pedagógica (SILVA, 2018). Ademais, mostra que o processo de produção do vídeo é dialógico e sofre influência do contexto dos seus produtores (FONTES, 2019) e da visão sociocultural da matemática na sociedade (OLIVEIRA, 2018), além de dar indícios de aprendizagem no seu processo de produção (OESCHELER, 2018). Tudo isso serve de base para o estudo de movimentos críticos, como a PA de Paulo Freire e a EMC com preocupação fundamental com os aspectos políticos da EM, como o posicionamento crítico, a formação democrática e cidadã e a justiça social (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

No entanto, nenhum desses subprojetos objetivaram analisar o discurso atrelado à paisagem semiótica (signos e significados) dos vídeos do FVDEM, numa perspectiva crítica. Em linhas gerais, o Quadro 1 elucida as características principais e contribuições dos subprojetos já concluídos, mostrando a diversidade epistemológica do projeto "Festivais de Vídeos Digitais, Educação Matemática e a Sala de Aula em Movimento: Entre o Presencial e o Virtual":

Quadro 2: Síntese de Subprojetos do Elicm@t-Tube

Sub Projeto	Cenário	Teorias	Método de análise	Contribuições sobres a produção de vídeos
Balizador da visão de conhecimento: S-H-C-M				
Oechsler (2018)	Educação Básica/ Presencial; Estudantes e Professor.	Semiótica Social da Multimodalidade	Na análise dos vídeos, destacam-se aspectos da multimodalidade, linguagem cinematográfica e linguagem Matemática.	Favorece comunicação dos produtores, culminando em sinais de suas aprendizagens.

Oliveira (2018)	Educação Básica/ Presencial; Estudantes e professor.	Educação Crítica de Paulo Freire. Multimodalidade	Triangulação dos dados.	Expande, através do diálogo, da comunicação e da construção da autoestima em relação ao conhecimento matemático, freireanamente.
Silva (2018)	Educação Superior/ Online.	Saberes Docentes: a Construção da Formação Profissional Construto S-H-C-M Teoria Fundamentada nos Dados	Microanálise ou análise linha por linha; a construção de memorando; o uso de questionamentos e a realização de comparações constantes.	Propicia potencialidade didática e pedagógica.
Fontes (2019)	Educação Superior/ Online; Licenciando em Matemática.	Construto S-H-C-M Comunicação na Educação Matemática	Método Documentário-Adaptado.	Detecta tons de domesticação da mídia na produção do vídeo. Ao comunicarem a matemática, os licenciados se amparam nas próprias visões sobre a matemática, métodos de ensino e de aprendizagem, conhecimentos tecnológicos, desenvolvidos e vivenciados em seus contextos inseridos.
Domingues 2020)	Educação Básica e Superior.	Sistemas S-H-C-M	Sistema S-H-C-M, das derivações desenvolvidas a partir do constructo S-H-C-M, as quais foram entrelaçadas com as noções de situação corrente, imaginada ou arranjada.	Manifesta a linguagem matemática presente nos vídeos e no discurso dos participantes como algo flexível, com certa plasticidade e humor, podendo favorecer a transformação da Imagem Pública da Matemática.
Neves (2020)	Educação Superior/ online e Licenciando em Matemática.	A Abordagem Sistêmico Funcional – Análise do Discurso Multimodal	Sistêmico Funcional – Análise do Discurso Multimodal (SF-MDA).	Possibilita realizar intersemioses entre os recursos semióticos presentes no discurso matemático tradicional e outros recursos específicos da linguagem cinematográfica. Essas combinações potencializaram as possibilidades de expansão semântica.

Fonte: elaborado pelos autores.

Diante disso, os subprojetos do projeto E-licm@t-Tube têm apontado a mídia-vídeo, no contexto da comunicação matemática, como produto potencialmente expansivo de conhecimentos.

O IV Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática

O IV FVDEM foi organizado em parceria com professores de Matemática da Universidade Federal Pelotas, Rio Grande do Sul. A realização do evento e a cerimônia de premiação ocorreu entre os dias 27 e 28 de agosto de 2020, de forma online, devido ao isolamento decorrente da pandemia. No quadro 2, constam os dados que ajudam a compreender como foi a participação nesse evento.

Quadro 2: Dados do IV FVDEM e Educação Matemática

Vídeos/categorias	E. Fundamental II	E. Médio	E. Superior	Outros	Professores em Ação	Total
Submetidos	35	31	33	20	8	127
Aceitos/classificados	26	15	27	12	5	85
Finalistas	6	6	6	6	5	29
Desclassificados	8	11	0	8	7	34
Qtde. de professores	29	23	21	13	9	95
Qtde. de alunos	100	125	98	31	0	354
Total de participantes	129	128	119	44	9	429

Fonte: elaborado pelos autores.

Destaca-se: 429 participantes, estudantes e professores, com 127 vídeos submetidos, sendo 85 vídeos classificados com base nos critérios definidos no Regulamento do evento. Foi observado uma leve redução de participantes em comparação aos números dos FVDEM anteriores. Mesmo assim, verificou-se a participação de 17 estados brasileiros distribuídos da seguinte forma: São Paulo (32); Rio de Janeiro (11); Minas Gerais (9), Rio Grande do Sul (9); Mato Grosso (4); Bahia (3); Acre (2); Ceará (2); Goiás (2); Mato Grosso do Sul (2); Pernambuco (2); Rio Grande do Norte (2); Espirito Santo (1); Paraíba (1); Piauí (1); Rondônia (1); Santa Catarina (1). As temáticas que emergiram nos vídeos submetidos, pautaram-se nos conceitos matemáticos da Educação Básica (Funções, Álgebra, Probabilidade e Estatística, Geometria), conforme Figura 1. Na sua grande maioria, inseridos em cenários de referência à matemática sem e com referência à semirealidade ou ao mundo real (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 57). Na
categoria Ensino Superior, boa parte dos vídeos tiveram uma abordagem interdisciplinar e foram produzidos por licenciandos em Matemática.

Figura 2: Temáticas Matemáticas do IV FVEM

Fonte: elaborado pelos autores.

Ao analisar tais vídeos, observa-se que os *produtores-com-mídias* mobilizaram seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e – apresentando discussões e validações conjuntas, quando possível – desenvolvem entendimentos de conceitos e suas representações. Competências essas, relacionadas à comunicação, argumentação e representação (distintas linguagens e registros), foram cruciais para o *corpus* da pesquisa do subprojeto que visa compreender o discurso matemático dos vídeos do FVDEM quando articulado à EMC, sendo esta última vista como uma tendência.

A partir da próxima seção, dispõe-se informações do subprojeto "*O discurso digital no Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática: uma perspectiva crítica*", que analisa o discurso dos vídeos do FVDEM, numa perspectiva crítica.

Fundamentos teóricos do subprojeto: algumas noções

No caso deste subprojeto, faz-se necessário compreender a Matemática como discurso multisemiótico (O'HALLORAN, 2005) e de semiose multimodal (O'HALLORAN, 2015).

O'Halloran (2005, p.10, tradução nossa) investigou as relações entre linguagem, símbolos e imagens no discurso matemático, compreendendo a Matemática "como construções multissemióticas, ou seja, discursos formados por meio de escolhas dos sistemas de signos funcionais da linguagem, simbolismo matemático e exibição visual". Esses discursos nos vídeos do FVDEM não apenas usam a fala e a ação corporificada, mas, também, simbolismo matemático, diagramas e imagens, trazidos para o discurso por meio de referências verbais e gestuais, a fim de conferir significado ao vídeo.

A abordagem multimodal se consolida na articulação dos diversos modos utilizados nas práticas sociais com o objetivo de se comunicar. Neste estudo, o termo "semiótica" se refere a recursos semióticos (RS), como linguagem, imagens visuais e simbolismo matemático e, o termo modo é usado "para se referir ao canal (auditivo, visual ou tátil, por exemplo) através do qual ocorre a atividade semiótica" (O'HALLORAN, 2005, p.10). Portanto, o vídeo do FVDEM é um texto digital multimodal e multissemiótico (TDMM), pois envolve mais de um recurso semiótico e mais de um modo.

Mais especificamente, O'Halloran *et al*. (2016) compreendem os RS como sistemas de significados ideacional, interpessoal e textual, que cumprem, respectivamente, funções diferenciadas da sociedade: estruturar a experiência e fazer conexões lógicas no mundo; estabelecer relações sociais; criar uma posição em relação ao mundo; e organizar esses significados (experienciais, lógicos e interpessoais) em multimodais. Assim, todo exemplo de comunicação matemática é, "portanto, concebido para envolver não apenas significados [...] matemáticos, mas também significados, atitudes e crenças interpessoais" (MORGAN, 2006, p. 220, tradução nossa).

Na perspectiva freiriana, por meio da realidade pode se apreender o discurso dos seres humanos. No âmbito educacional, Paulo Freire discute discurso como uma codificação a ser decodificada, buscando seu significado social. Nessa lógica, o autor relacionou o processo de descodificação, dentre outros aspectos, à desmitificação das ciências e tecnologias, em oposição ao modelo de Educação que serve às elites dominantes que relega a criticidade e reflexividade sobre o mundo, com o objetivo de manter seu status quo. Essas compreensões coadunam com preocupações de estudo da EMC (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

Para Freire (1996, p.118), é necessário, na prática educativa, "efetivar a comunicação que se acha na própria compreensão ou inteligência do mundo". Consequentemente, o autor defende que ao respeitar a leitura de mundo do educando para ir além dela, o educador deve deixar claro que a curiosidade fundamental à inteligibilidade de mundo é histórica, aperfeiçoa-se, muda qualitativamente e se faz metodicamente rigorosa. O papel do educador é preparar ou refinar a curiosidade ingênua do educando até torná-la em curiosidade epistemológica, não domesticada, até que ele se reconheça “arquiteto da sua prática cognosticitiva”. Para Freire (1996, p.31),

> Na verdade, a curiosidade ingênua que, “desarmada”, está associada ao saber do senso comum, é a mesma curiosidade que, criticizando-se, aproximando-se de forma cada vez mais metodicamente rigorosa do objeto cognoscível, se torna curiosidade epistemológica. Muda de qualidade, mas não de essência.

Nesse sentido, o FVDEM possibilita autonomia para estudantes e professores expressarem “sua própria palavra”, ora influenciada pelo currículo escolar, ora pelo livro didático e pelos seus contextos e artefatos socioculturais. Espera-se que o vídeo expresse deslocamentos que favoreçam a curiosidade epistemológica dos seus produtores-com-mídias, construída pelo exercício crítico da capacidade de aprender e que não seja limitado ao senso comum.

O *corpus* da pesquisa e seu desenho metodológico e analítico

A princípio, foi feito o levantamento dos vídeos do III e do IV FVDEM, classificando-os, baseado em Soares (2008), dentro dos seguintes temas associados à EMC: Contexto Social e Político: cultura, diversidade e gênero; Poder e Opressão x Democracia, Autonomia e Justiça Social; Modelos Matemáticos na Sociedade; Diálogos, Ambiente Problematizador e Investigativo. Após esse mapeamento, dois desses temas foram objetos da análise: Poder e Opressão x Democracia, Autonomia e Justiça Social; e Diálogos, Ambiente Problematizador e Investigativo, conforme figura 2.

Figura 3: Corpus da Pesquisa

Fonte: elaborado pelos autores.

O modelo metodológico da pesquisa se encontra na figura 3 e inicia pela observação do vídeo com conteúdo que se baseia na EMC, como tendência. Ao identificar ideias e fenômenos, busca-se uma correlação com a pergunta de pesquisa do subprojeto: *de que forma os vídeos do festival, cujos conteúdos se embasam na EMC, expressam matemáticas?* Investiga-se, na SS e no construto S-H-C-M, as compreensões dos fenômenos tecendo diálogos com a PA de Paulo Freire e EMC.

Figura 4: Desenho metodológico

Fonte: elaborado pelos autores.

A metodologia contempla a análise de quadros do vídeo, conforme propõem Bezemer e Jewitt (2010) ao descrever os passos em uma abordagem SS à pesquisa multimodal: coletar e registrar dados; visualizar e reunir amostragem; e transcrever e analisar dados. A técnica utilizada foi baseada na transcrição multimodal de Taylor (2013) que envolve inserção de imagens de quadros estáticos e descrições meta-textuais em uma tabela, de modo a estabelecer sentido em um texto multimodal. Esse processo favorece a identificação de relações que ocorrem à medida que as informações são modificadas nas legendas na tela, narração de voz e o diálogo dos participantes do vídeo.

A Análise do discurso multimodal-Funcional Sistêmica (SF-MDA) norteia a nossa análise de vídeos, consoante figura 4. Tal análise se preocupa com a teoria e a prática de analisar o significado decorrente do uso de múltiplos RS em discursos que variam de textos escritos, impressos e eletrônicos à realidade material vivida (O'HALLORAN, 2005). O principal foco dos fundamentos do referido autor é o princípio metafuncional de Halliday (1978), que fornece uma plataforma de integração para teorizar como os RS interagem para criar significado (KRESS; VAN LEEUWEN, 2006).

Figura 5: Análise do Discurso Multimodal

Método/ dados: foca os modos e RS na construção dos discursos para a seleção, coleta e análise.

ABORDAGEM FUNCIONAL SISTÊMICA

Linguagem, Discurso/Ideologias e Expressão com foco nas matemáticas expressas/comunicadas nos vídeos, correlacionando com aquelas apresentadas em outras mídias: livro didático, livro científico e sites.

A abordagem do discurso matemático do SF-MDA envolve matemática, linguística, semiótica, estudos de visualização e ensino de matemática. A abordagem SF-MDA é bastante promissora para conceituar e analisar a semiose multimodal (O'HALLORAN, 2005).

Fonte: elaborada pelos autores.

O princípio metafuncional (PM) é o princípio de que os RS fornecem, simultaneamente, as ferramentas para a construção de significado ideacional (ou seja, significado experiencial e relações lógicas) e para a promulgação de relações sociais (ou seja, significado interpessoal). Essas metafunções são proporcionadas pela organização do discurso, que é a metafunção textual da semiose (significado). O PM fornece uma base para examinar as funcionalidades dos RS e analisar as maneiras pelas quais as escolhas semióticas interagem nos discursos multimodais, a fim de atingir objetivos específicos.

Análise do vídeo *A Torta Diofantina*

O vídeo *A Torta Diofantina*, premiado do IV FVDEM, vincula-se à temática "Diálogos e Aprendizagem, Ambiente Problematizador e Investigativo". Tal vídeo se configura em um cenário para investigação com referência ao mundo real. Seus autores são licenciados em Matemática em supervisão do professor, também, são autores do vídeo de temática Equações Diofantinas (ED). O vídeo *A Torta Diofantina* traz dois estudantes que desejam obter 100g de chocolate com teor de 80% de cacau, dispondo de dois pacotes de 100g de chocolates contendo 70% e 85% de cacau, adquiridos numa rede de supermercado. No desenrolar do vídeo, os discentes observam que cada pacote contém 12 tabletes contendo 70% e 80% de cacau, respectivamente. Como se deseja obter a partir deles 100 gramas de chocolate 80% de cacau, os alunos buscam encontrar quantidades x e y de tabletes de 70% e 85% que satisfazem a equação:

$$x \cdot 0{,}7 + y \cdot 0{,}85 = 12 \cdot 0{,}80 \quad \textbf{EQ01}$$

Visando trabalhar com coeficientes inteiros, multiplicou-se a equação **EQ01** por 20, obtendo:

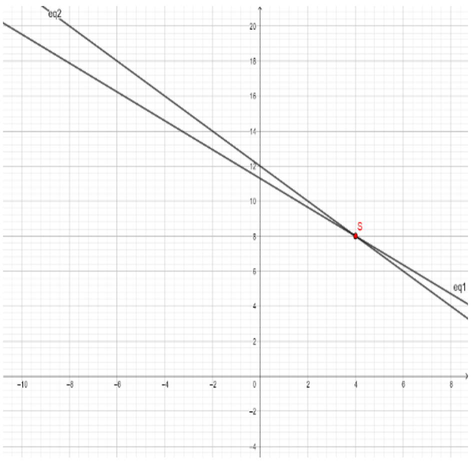
$$14x + 17y = 192; \quad x, y \in Z \quad \textit{Equação Diofantina} \quad \textbf{EQ02}$$

Em análise ao discurso do vídeo, observa-se que os seus produtores – premiados na categoria Ensino Superior – utilizaram ferramentas matemáticas da cultura matemática universitária em que estavam inseridos, utilizando resultados da Teoria dos Números na solução-problema apresentada. A saber: O Algoritmo de Euclides / Teorema de Bézout / Teorema de Gauss, que consiste em: buscar o MDC (a, b) a partir de uma tabela chamada algoritmo de Euclides; usar o teorema de Bézout para achar uma solução particular da equação diofantina dada; e usar o teorema de Gauss para achar a solução geral.

O contexto do ensino superior pode ter condicionado à escolha: pelas ED, ao invés da técnica *tentativa e erro*, que consiste em dar um valor inteiro à x e buscar o valor de y em **EQ02**; ou de um processo de identificação do ponto de coordenadas inteiras e positivas da reta **EQ02** numa perspectiva visual, não algébrica, no GeoGebra; ou, ainda, ao uso do método de sistemas lineares de duas variáveis.

No âmbito da Educação Básica, a solução do problema seria obtida por representação visual, no GeoGebra, ao encontrar o ponto de interseção das retas $14x + 17y = 192 \ e \ x + y = 12$, ou por meio da resolução do sistema equações lineares em R: $\begin{cases} 14x + 17y = 192 \\ x + y = 12 \end{cases}$, em que x e y, são as quantidades de tabletes de teor 70% e 85% de cacau, respectivamente. No gráfico 1, consta o ponto S (4,8) como solução.

Gráfico 1: Intersecção de retas



Fonte: elaborado pelos autores.

Segundo Paulo Feire, o educador é o estimulador da curiosidade do educando, mas o vídeo, nesse contexto, também assume essa função, ou seja, sujeito na produção de conhecimento, conforme também constatou Domingues (2020). Ao produzir o vídeo, os produtores podem ter sido influenciados pelo contexto do ensino superior para obtenção da solução do problema exposto, entretanto o protagonismo da mídia-vídeo, por ser multimodal, propiciou a atribuição de novos significados às ED associados ao contexto de mundo natural com integração de RS para além das linguagens escrita ou falada e simbolismo matemático. Nesse sentido, ao mesmo tempo que os produtores moldaram o uso da mídia-vídeo quanto aos RS e modos usados para a produção de sentidos, a mídia-vídeo, com suas potencialidades, também moldou a organização do pensamento dos produtores para expressar suas ideias e conhecimentos.

As imagens no vídeo (ver 2ª cenário no quadro 3) não foram utilizadas para apropriação do significado matemático das ED. Diferentemente disso, foram empregadas para dar sentido ao seu processo histórico e social. A este processo de mudança de significados de um contexto para outro, de uma cultura para outra, de uma mídia para outra, O'Halloran *et al.* (2016) conceituam como tradução intersemiótica, tema abordado nos próximos passos da pesquisa.

No quadro 3, quatro cenários/cenas são identificados e organizados de acordo com as funções/significados que assumem no vídeo: instalação da curiosidade investigativa; apropriação da curiosidade epistemológica; apresentação do método-conhecimento epistemológico e aplicação do conhecimento no contexto de situação. Nesse sentido, percebe-se que o discurso matemático transdisciplinar, presente no vídeo, pode ser concebido como cultura matemática em implementação no contexto educativo, abarcando cenários investigativos que, segundo Freire (1996), favorecem a autonomia do educando quando ele passa de um estágio de curiosidade ingênua (1ª cena) – pautada no seu conhecimento de mundo e em seus domínios sociais – para uma curiosidade epistemológica (até a 4ª cena).

Quadro 3: Quadros do vídeo *A Torta Diofantina*

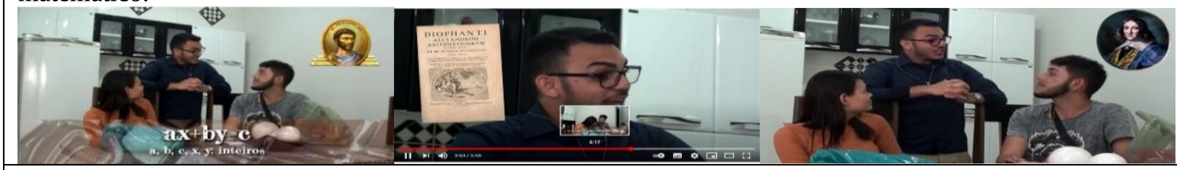
1ºCenário em que a curiosidade investigativa é instalada – significado ideacional (experimental e lógico)

Contextualização utilizando linguagem amalgamada na situação problema em contexto real
que torna o vídeo potencial agente de deslocamento do saber na ação educativa

Constituição do cenário investigativo e modelação do problema utilizando linguagens (escrita e falada) e simbolismo matemático

2ºCenário de apropriação da curiosidade epistemológica – significado interpessoal

Historização do conhecimento das ED, utilizando linguagens e imagens de personagens históricos e artefato (capa do livro). Observa-se a presença marcante de gestos, olhares e diálogos que adensam o discurso matemático.



3ºCenário de apresentação do Método – conhecimento epistemológico – significado experiencial

Apresentação do método de resolução das ED que consiste em buscar o MDC (a, b) a partir de uma tabela chamada algoritmo de Euclides e usar o teorema de Bézout para achar uma solução particular da ED dada e usar o lema de Gauss para achar a solução geral.

4ª Cenário de aplicação do conhecimento no contexto de situação – significado experiencial

Retorno à situação-problema, concluindo que são necessários tomar 4 tabletes de teor 70% de cacau mais 8 tabletes de 85% de teor de cacau para se obter 100 gramas de chocolate com teor de 80%. E, assim, fazer a chamada torta diofantina!!!!!

Fonte: elaborado pelos autores.

Observa-se, ainda, que o discurso matemático do vídeo está impregnado de humanidade, ou seja, gestos, imagens, olhares, fotografia, expressões faciais, vícios de linguagem proporcionados pelas atuações das mídias ao possibilitar a multimodalidade. Isso torna o TDMM potencializador de significados, captando uma realidade de caráter não científico, do mundo natural, até torná-lo conhecimento científico, o que torna o vídeo potencial agente de deslocamento do saber na ação educativa. As reflexões realizadas por meio da preliminar SF-MDA apontam que a paisagem semiótica da comunicação do vídeo compõe um discurso que advém da apreensão da realidade, fruto da curiosidade epistemológica, expressa por diálogos para a produção e expressão de conhecimento.

Considerações finais

Borba (2021) desenvolve um ensaio no qual o construto S-H-C-M articula três tendências, dentro do contexto da pandemia da COVID-19: Tecnologias Digitais em Educação Matemática, Filosofia da Educação Matemática e Educação Matemática Crítica. Nesse sentido, o IV FVDEM se constituiu como um espaço transdisciplinar, cuja concepção se contrapõe ao *efeito cavalo de troia* da tecnologia, isso porque estudantes e professores constroem narrativas matemáticas por meio das potencialidades da mídia-vídeo com perspectiva crítica. Situação semelhante, também, ocorreu na 3ª edição do Festival, mas não nas duas primeiras, salvo raras exceções. Neste artigo, analisa-se o vídeo *A Torta Diofantina*, que também foca no aspecto crítico. Entende-se que diversas acepções do que é ser crítico devem ser consideradas, desde aquelas que denunciam desigualdades sociais (conforme outros vídeos) até aquelas contextualizada nesse vídeo.

Diante disso, uma análise multimodal preliminar foi realizada, enquanto provocação inicial, a partir de lente freiriana, permitindo reconhecer e abarcar uma diversidade epistemológica, a qual favorece a autonomia do educando quando ele passa de um estágio de curiosidade ingênua – pautada no seu conhecimento de mundo e em seus domínios sociais – para uma curiosidade epistemológica, criando um ambiente em que os participantes expressam e criam suas próprias ideias matemáticas articuladas à realidade. Isso torna o vídeo um potencial agente de deslocamento do saber na ação educativa.

Referências

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, **O Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BEZEMER, J.; JEWITT C. Multimodal Analysis: Key issues. In: L. Litosseliti (ed), Research Methods in Linguistics. London: **Continuum**, p. 180-197,2010.

BORBA, M. C. The future of mathematics education since COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things. **Educational Studies in Mathematics**, v. 107, p. 1-16, 2021.

BORBA, M. C.; OECHSLER, V. Tecnologias na educação: o uso de vídeos em sala de aula. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**. 2018. No prelo.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001. cap. 5. p.127-148.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. New York: Springer, 2005.

DOMINGUES, N. S. *Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática: uma complexa rede de Sistemas Seres-Humanos-Com-Mídias*. 2020. 273p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro (SP), 2020.

ENGESTRÖM, Y. Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. Journal of Education and Work, v.14, n. 1, 2001. p. 133 – 156.

ENGESTRÖM, Y; SANNINO, A. Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. Educational Research Review, v. 5, n. 1, p. 1–24, 2010.

FONTES, B. C. *Vídeo, comunicação e Educação Matemática: um olhar para a produção dos licenciandos em matemática da educação a distância*. 2019. 187 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro (SP), 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 27. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GUIMARÃES, S; FREIRE. **Educar com a mídia**: novos diálogos sobre educação. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.HALLIDAY, M.A.K. **Language as Social Semiotic.** London, Arnold, 1978.

KRESS, G.; VAN LEEUWEN, T. **Reading Images:** The Grammar of Visual Design. London; New York: Routledge, 2006.

MORGAN, C. What does Social Semiotics have to Offer Mathematics Education Research? **Educational Studies in Mathematics,** p. 219–245, 2006.

NEVES, N. X. Intersemioses em vídeos produzidos por licenciandos em Matemática da UAB. 2020. 304 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro (SP), 2020.

O'HALLORAN K. L. Multimodal Discourse Analysis. In K. Hlland and B. Paltridge. Primary English Teaching Association (e:lit). 2011. **Companion to Discourse**. London and New York: Continuum, 2011.

O'HALLORAN K. L.; TAN S.; WIGNELL P. Intersemiotic translation as resemiotisation: a multimodal perspective. **Signata,** 2016, p. 199-229.

O'HALLORAN, K. L. **Mathematical Discourse: Language, Symbolism and Visual Images**. London and New York: Continuum, 2005.

O'HALLORAN, K. L. Mathematics as multimodal semiosis. In: DAVIS, E.; DAVIS, P. (eds) Mathematics, Substance and Surmise. **Springer**, 2015. https://doi.org/10.1007/978-3-319-21473-3_14.

OECHSLER, V. Comunicação Multimodal: produção de vídeos em aulas de Matemática. 2018. 311 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro (SP), 2018.

OLIVEIRA, L. P. Paulo Freire e produção de vídeos em Educação Matemática: uma experiência nos anos finais do Ensino Fundamental. 2018. 106 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro (SP), 2018.

SILVA, S. R. P. Vídeos de conteúdo matemático na formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância. 2018. 247 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro (SP), 2018.

SOARES, D. A. Educação Matemática Crítica: contribuições para o debate teórico e seus reflexos nos trabalhos acadêmicos. In: EBRAPEM, XII, 2008, Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: 2008. p. 1-20.

TAYLOR, C. J. Multimodality and Audiovisual Translation. In: GAMBIER, Y.; VAN DOORSAER, L. (eds.), **Handbook of Translation Studies**, v. 4, p. 98-104, 2013.

Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a Presença das Tecnologias Digitais

Continuing Education of Teachers in the Early Years of Elementary School and the Presence of Digital Technologies

Karla Helena Ladeira Fonseca
Universidade Federal de Viçosa
karlaladeira1@gmail.com

Silvana Claudia dos Santos
Universidade Federal de Viçosa
silvana.santos@ufv.br

Resumo
O presente artigo tem como intuito apresentar os resultados de um levantamento bibliográfico que analisou pesquisas sobre formação continuada de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a respeito da temática tecnologias digitais. Esse levantamento representa o esforço para situar essa dissertação junto a outras que se assemelham, visualizando aspectos convergentes e divergentes. Para isso, foram coletados dados no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), considerando o período de 2010 a 2020. Identificamos que as pesquisas selecionadas e analisadas têm foco principal em identificar como a prática docente pode ser influenciada pelo uso das tecnologias digitais. Nossa pesquisa de Mestrado se insere neste contexto com o diferencial de abarcar essa temática na etapa dos anos iniciais do Ensino Fundamental, além de pensar nas relações entre a Matemática e as tecnologias digitais, aspectos que apareceram como lacunas dentre as pesquisas encontradas. Diante disso, consideramos ser pertinente o desenvolvimento de pesquisas que realizem cursos de formação continuada para as docentes e que considerem a realidade das escolas em que as mesmas atuam, deixando de ser feitas apenas formações gerais, em formatos prontos e produzidos de maneira externa à escola.

Palavras-chave: Estado do Conhecimento; Educação Básica; GeoGebra.

Abstract
This article aims to present the results of a bibliographic survey that analyzed research on the continuing education of teachers from the early years of elementary school, on the subject of digital technologies. This survey represents the effort to place this dissertation together with others that are similar, visualizing converging and divergent aspects. For this, data were collected from the Theses and Dissertations Catalog of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES), considering the period from 2010 to 2020. We identified that the selected and analyzed surveys are mainly focused on identifying how teaching practice can be influenced by the use of digital technologies. Our Master's research is part of this context with the differential of covering this theme in the early years of elementary school, in addition to thinking about the relationship between Mathematics and digital technologies, aspects that appeared as gaps among the research found. Therefore, we consider it pertinent to develop researches that carry out continuing education courses for teachers and that consider the reality of the schools in which they work, no longer just general training, in ready-made formats and produced outside the school.

Keywords: State of Knowledge; Basic Education; GeoGebra.

Sobre a formação docente para o uso de tecnologias digitais

O presente artigo integra uma pesquisa de Mestrado, cujo objetivo foi "[...] *investigar as possibilidades de uso do software GeoGebra para a Alfabetização Matemática, na perspectiva das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em uma experiência formativa*." (FONSECA, 2021, p. 16). Consideramos importante situar nosso contexto de estudo em outro mais amplo, por meio da compreensão acerca dos processos de formação continuada docente, visualizando como e se as tecnologias digitais estão inseridas neste âmbito.

Por vezes, as discussões sobre as tecnologias digitais não fazem parte dos cursos de formação inicial docente, o que, por si só, interfere na forma com que se relacionam com esses recursos. Kenski (2012, p. 57), há quase dez anos já apontava que um dos grandes desafios dos professores para utilizar as tecnologias no processo educativo deve-se à sua falta de conhecimento, reiterando que eles "[...] não são formados para o uso pedagógico das tecnologias". Ao que parece, essa inferência tem se mantido nos dias atuais. Quer dizer, mesmo com as mudanças sociais caminhando a passos largos, seus reflexos no campo educacional se mostram tímidos, sobretudo, em espaços como o contexto em que nossa pesquisa se localiza: os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A falta de formação docente adequada para o uso das tecnologias digitais nas escolas, vem acompanhada de outras questões que podem limitar a sua presença e, principalmente, os diferentes usos em tais espaços. A carência dos recursos tecnológicos digitais é observada em muitas instituições escolares, mas torna-se necessário considerar ainda que, nas que os têm, pode haver uma falta de preparo para o uso, dificuldade de organização do tempo para realização das atividades, limitação das possibilidades de uso, etc. (CASTRO, 2020).

Neste sentido, Moran (2013, p. 12) argumenta que, apesar de a sociedade se modificar a todo momento, "[...] a educação formal continua de maneira geral, organizada de modo previsível, repetitivo, burocrático, pouco atraente", o que pode prejudicar a relação a ser construída entre a escola e os estudantes que a frequentam. Isso porque fora da instituição escolar as tecnologias digitais estão presentes na vida de parte significativa de docentes e estudantes, levando a um distanciamento entre o que ocorre dentro e fora dela.

Diante disso, levando em consideração que as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes em nossa vida, acreditamos que a sua presença nas escolas pode abrir possibilidades para o ensino e a aprendizagem. Entretanto, conforme é colocado por Kenski (2012, p. 87), apenas o "[...] simples uso de tecnologias não altera significativamente os espaços físicos das salas de aula e nem as dinâmicas utilizadas para ensinar a aprender". Ou seja, não basta que a escola tenha a infraestrutura adequada e que as professoras e estudantes saibam manusear minimamente os equipamentos, faz-se necessário discutir de que formas é possível desenvolver a integração das tecnologias digitais na sala de aula.

Nesse sentido, acreditamos que torna-se propício destacar a diferença que consideramos entre *inserir* ou *integrar* as tecnologias digitais no dia-a-dia das escolas. Bittar (2011) aponta que, na maioria das vezes, as tecnologias são apenas *inseridas* nestes espaços, sendo utilizadas de maneira desconectada do ensino, em atividades esporádicas, ou seja, os recursos tecnológicos digitais simplesmente estão dentro das escolas, mas não se pensa sobre as possibilidades de uso. O ideal seria a *integração* das tecnologias, que precisam fazer parte "[...] do arsenal de que o professor dispõe para atingir seus objetivos", contribuindo com os processos de ensino e aprendizagem que são realizados (BITTAR, 2011, p. 159).

Embora haja relevância nestas diversas questões ligadas ao uso tecnológico digital nas escolas, neste artigo, nosso foco é a formação docente continuada neste contexto. Imbernón (2010) destaca que os processos de formação continuada de professores no Brasil têm a tendência de seguir modelos prontos, padronizados, ignorando as mudanças sociais e as particularidades dos docentes. E o que defendemos em nossa pesquisa é justamente o contrário desta perspectiva: uma formação que tenha origem na realidade dos docentes e que atenda às suas necessidades formativas, para que possa ser verdadeiramente significativa para eles. Indo ao encontro desta ideia, Imbernón (2010, p. 9) reitera que

> Não podemos separar a formação do contexto de trabalho, porque nos enganaríamos em nosso discurso. Ou seja, tudo o que se explica não serve para todos nem se aplica a todos os lugares. O contexto condicionará as práticas formadoras, bem como sua repercussão nos professores e, sem dúvida, na inovação e na mudança.

Mais especificamente no contexto da formação continuada voltada para o uso das tecnologias digitais, Libâneo (2011) destaca que elas são importantes para suprir as demandas formativas do corpo docente, visando a constante atualização que se faz necessária em sua prática. Além disso, defende-se que essa temática passe a estar presente também na formação inicial, o que, segundo Kenski (2012), é necessário para que as professoras possam saber utilizar as tecnologias digitais de maneira adequada ao ensino e à aprendizagem. Sobre isso, é válido ressaltar que consideramos a necessidade de que a formação de professores voltadas para essas tecnologias seja feita para além de um simples treinamento docente para uso dos recursos disponíveis na escola. Faz-se necessário refletir criticamente sobre a presença das tecnologias digitais no dia-a-dia e quais podem ser as suas implicações no ambiente escolar, o que vai muito além de simplesmente aprender a usar determinado aparato.

Desta forma, o presente artigo tem como objetivo apresentar os resultados de um levantamento bibliográfico que analisou pesquisas sobre formação continuada de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a respeito da temática tecnologias digitais. Nos tópicos que se seguem, apresentamos nossa metodologia e os procedimentos adotados, além da apresentação e análise dos dados obtidos e nossas considerações finais.

Procedimentos Metodológicos

Realizamos este levantamento bibliográfico com o intuito de situar nosso estudo junto a outros cujas temáticas se assemelham, de maneira que possam se complementar, além de identificar aspectos convergentes e divergentes, e lacunas que podem ser supridas com a realização de novas pesquisas. Podemos dizer que este estudo de caráter bibliográfico se inscreve no que Ferreira (2002, p. 258) denomina Estado do Conhecimento, como os estudos que têm "[...] o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento", notando como vem sendo abordado o tema com o qual deseja-se trabalhar. Romanowski e Ens (2006) complementam ao destacar que o Estado do Conhecimento se trata de um estudo no qual não é analisada uma área do conhecimento como um todo, mas algumas das suas publicações em determinado setor da área selecionada.

Desta forma, visando localizar as pesquisas de Mestrado e Doutorado que têm sido feitas sobre formação continuada com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo as tecnologias digitais, fizemos uma busca, em setembro de 2020, no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)[1]. Consideramos as pesquisas realizadas no período de 2010 a 2020, que correspondessem, ao mesmo tempo, aos termos de busca: "formação continuada com professores", "tecnologias" e "anos iniciais". Aplicamos, ainda, os filtros referentes às áreas

[1] Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/> Pesquisa realizada em: 08 set. 2020.

de conhecimento com as quais se relacionam os trabalhos, tendo sido selecionadas as áreas da Educação e da Educação Matemática, campos dos quais nossa pesquisa se aproxima.

É importante destacar que este banco de dados não fornece como resultados apenas as pesquisas que contemplem todos os termos utilizados na busca, mas sim as que tenham pelo menos um deles, de maneira que obtivemos um grande número de trabalhos, sendo mil oitocentos e setenta e dois, entre teses e dissertações. Dessa forma, pela quantidade de pesquisas encontradas, sentimos a necessidade de continuar o processo de refinar a busca. Esse refinamento foi feito por meio da análise dos títulos dos trabalhos encontrados, uma vez que notamos que muitos deles não correspondiam a todos os termos da busca inicial. Selecionamos, então, apenas aqueles cujos títulos remetessem, ao mesmo tempo, à formação continuada de professores e às tecnologias digitais, o que nos levou a quarenta trabalhos.

No entanto, somente pelos títulos, em muitos destes trabalhos não conseguimos identificar a etapa de atuação dos docentes considerados e, sendo nosso intuito analisar as pesquisas com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, passamos por mais uma etapa de refinamento. Desta vez, fizemos a leitura dos resumos para identificar o público docente considerado e, quando tal informação não estava presente nesta parte, a buscamos no corpo do trabalho. Sendo assim, finalizamos nossa busca com um total de quatorze pesquisas, sendo onze dissertações e três teses, todas de Programas de Pós-Graduação em Educação, de Mestrado ou Doutorado acadêmicos.

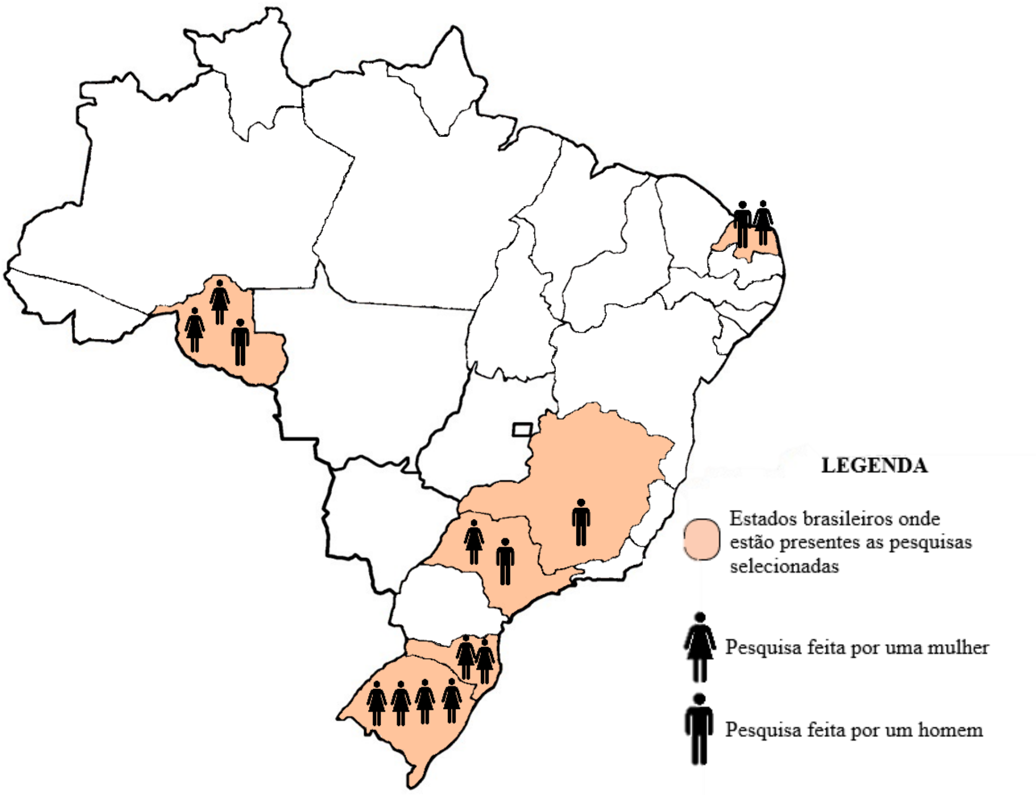
Finalmente, tendo sido identificados os trabalhos correspondentes aos critérios utilizados na busca, após a leitura na íntegra, definimos temas em comum entre eles, para que pudéssemos realizar uma análise de tais produções. As temáticas elencadas foram: *1) O uso das tecnologias digitais nas escolas*; *2) A influência do uso das tecnologias digitais na prática docente*; e *3) Análises de propostas de formação continuada docente*.

Torna-se pertinente destacar que a divisão das pesquisas entre as mencionadas temáticas, representam uma das possibilidades de organização dos dados para análise, visto que elas poderiam ser encaixadas em mais de uma temática, se fosse pertinente. Entretanto, ao considerar a delimitação destes temas, tivemos o cuidado de relacionar a cada um deles, as pesquisas que acreditamos se encaixar melhor em uma das discussões. Isso diz muito sobre o papel assumido pelas pesquisadoras durante a construção da investigação. Envolvidas com as discussões que constituem o estudo, podemos dizer que são os nossos olhares e as escolhas que fizemos no decorrer do processo, que nos levaram, tanto à delimitação de temáticas para favorecer a análise das pesquisas, quanto aos resultados que aqui apresentamos.

A presença das tecnologias digitais na formação continuada de docentes atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Tendo em vista as dissertações e teses selecionadas e visando uma apresentação de algumas das suas características gerais, inicialmente, identificamos em quais espaços essas pesquisas relacionadas às tecnologias digitais vêm sendo feitas. O Mapa 1 apresenta a disposição geográfica dessas pesquisas, de acordo com os estados brasileiros, destacando ainda, a sua distribuição pelo gênero dos pesquisadores.

Figura 1: Mapa da distribuição das pesquisas por estados brasileiros e pelo gênero dos pesquisadores

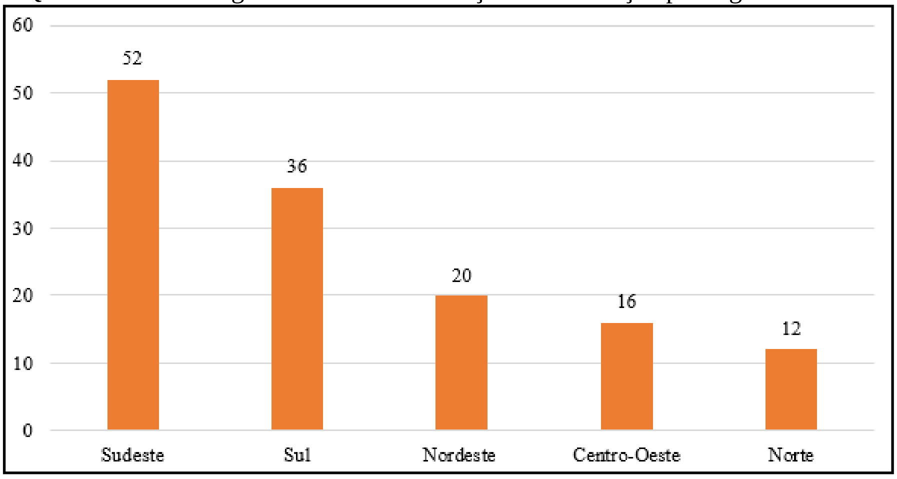


Fonte: Autoria própria.

Na região Sul foram desenvolvidas seis pesquisas: duas dissertações feitas na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), uma na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e uma na Universidade Regional de Blumenau (FURB), além de duas teses na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Já no Sudeste foram feitas três dissertações, uma em cada instituição: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) e Universidade do Vale do Sapucaí (UNIVÁS). Por sua vez, na região Norte, três dissertações foram realizadas na Universidade Federal de Rondônia (UNIR) e, na região Nordeste, duas pesquisas foram desenvolvidas na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), sendo uma dissertação e uma tese.

Com as informações constantes na Figura 1, podemos perceber que há uma predominância das pesquisas nas regiões Sul e Sudeste, que abarcam nove dos quatorze trabalhos selecionadas em nosso levantamento. Tomando como base os dados disponíveis no Sistema de Informações Georreferenciadas da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (GeoCapes), podemos relacionar esta constatação ao fato de que estão nas regiões Sul e Sudeste a grande maioria dos Programas de Pós-Graduação em Educação do Brasil, totalizando oitenta e oito entre Mestrados e Doutorados Acadêmicos, enquanto as outras três regiões têm, juntas, quarenta e oito Programas (dados de 2019).

Gráfico 1: Quantitativo de Programas de Pós-Graduação em Educação por regiões brasileiras



Fonte: Autoria própria. Elaborado com base nos dados disponíveis no GeoCapes, a respeito da distribuição dos Programas de Pós-Graduação em Educação no Brasil, a nível de Mestrado e Doutorado Acadêmicos. Dados de 2019.

Outro destaque que podemos fazer sobre os dados da Figura 1, se refere ao gênero dos pesquisadores responsáveis pelos trabalhos que selecionamos, que, em sua grande maioria são mulheres, representando dez do total de quatorze. No estudo exploratório elaborado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), com base nos dados do Censo Escolar da Educação Básica de 2007, destaca-se que, dentre os docentes atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental, 91,2% são mulheres, enquanto que apenas 8,8% são homens (BRASIL, MEC/INEP, 2009). Ataide e Nunes (2016) reiteram, além do fato de que as mulheres são maioria na docência dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que os homens tendem a estar mais presentes como professores em níveis mais elevados de ensino.

Pensando na distribuição que fizemos das pesquisas encontradas, entre as temáticas definidas para análise, om relação às discussões tecidas em tais trabalhos, verificamos que metade deles abordam assuntos referentes às influências do uso das tecnologias digitais na prática docente, enquanto quatro se preocupam em analisar propostas de formação continuada de professores e três em abordar o uso desses recursos nas escolas.

A primeira temática elencada foi "*1) O uso das tecnologias digitais nas escolas*", à qual relacionamos as pesquisas de Spagnolo (2013), Nascimento (2017) e Paiva (2017). De maneira geral, estes trabalhos tiveram o intuito de investigar o modo como as tecnologias digitais eram vistas e utilizadas nessas escolas, sem focar em alguma disciplina. Duas destas pesquisas (NASCIMENTO, 2017; PAIVA, 2017) abarcaram a realização de cursos de formação continuada com as professoras e gestoras, e a outra (SPAGNOLO, 2013) levou em consideração um curso que já havia sido realizado anteriormente. Nessas pesquisas, com as discussões realizadas junto aos profissionais atuantes nas instituições, os pesquisadores visaram construir propostas para uma integração tecnológica mais efetiva, de maneira reflexiva e próxima dos conteúdos trabalhados por eles em seu dia-a-dia escolar.

Identificamos, de modo geral nestas pesquisas, que as professoras e gestoras participantes veem nos recursos tecnológicos digitais uma forma de proporcionar um ensino dinâmico e que seja agradável para os estudantes. No entanto, é importante levar em consideração de que forma e com que objetivos eles são utilizados, já que, conforme bem pontua Kenski (2012, p. 87), "[...] o simples uso de tecnologias não altera significativamente os espaços físicos das salas de aula e nem as dinâmicas utilizadas para ensinar e aprender".

Ademais, foi apontada a necessidade da realização de mais ações formativas para as professoras (PAIVA, 2017; NASCIMENTO, 2017), o que os pesquisadores consideram como sendo importante para que seja feito um uso mais proveitoso dos recursos tecnológicos digitais. Uma boa formação para o uso de tais recursos possibilita, também, de acordo com Kenski (2012, p. 54), a tentativa de evitar eventuais problemas no decorrer do manuseio, que ocorrem, geralmente, quando os profissionais que desejam fazer esta "[...] utilização com fins educacionais não consideram a complexidade que envolve essa relação". É importante que as professoras compreendam as possibilidades de uso dos recursos tecnológicos, visando utilizá-los de maneira efetiva e não apenas reproduzindo à mesma forma de aprender e de ensinar que é feita sem esses recursos, o que Borba e Penteado (2017) denominam como domesticação dos recursos tecnológicos digitais, ao subestimar o seu potencial.

Já as pesquisas que mais se aproximam da temática "*2) A influência do uso das tecnologias digitais na prática docente*", são as de Herpich (2013), Quintela (2013), Burlamaqui (2014), Mesquita Júnior (2014), Tedesco (2015), Rodrigues (2018) e Silva (2018). Elas têm em comum o intuito de buscar a verificação de que maneira as tecnologias digitais podem influenciar as práticas das professoras. Quatro destas pesquisas se pautam em ações de formação continuada docente que foram feitas anteriormente, sendo duas sobre o Projeto Um Computador por Aluno[2] (BURLAMAQUI, 2014; TEDESCO, 2015), uma com discussões sobre a lousa digital (RODRIGUES, 2018) e outra sobre jogos digitais (SILVA, 2018). As três pesquisas restantes (HERPICH, 2013; QUINTELA, 2013; MESQUITA JÚNIOR, 2014) trazem cursos de formação feitos especificamente para tais estudos.

Identificamos nas pesquisas que tratam desta temática, a discussão sobre a possibilidade de que as tecnologias digitais propiciem processos de ensino e aprendizagem mais criativos e dinâmicos (QUINTELA, 2013; BURLAMAQUI, 2014; SILVA, 2018). Contudo, conforme já destacamos, faz-se necessário refletir acerca de como esses recursos são utilizados pelas professoras e em que instâncias eles alteram as suas práticas. Apesar de Libâneo (2011, p. 67) destacar que "[...] é certo que as práticas docentes recebem o impacto das novas tecnologias da comunicação e da informação, provocando uma reviravolta nos modos mais convencionais de educar e ensinar", existem professoras que não consideram essas tecnologias em suas práticas, logo, não ocorrem mudanças significativas. Há, ainda, nas pesquisas que integram esta temática, discussões sobre a presença das tecnologias na sociedade em geral e a necessidade de que estejam presentes também nas escolas (HERPICH, 2013; QUINTELA, 2013; BURLAMAQUI, 2014). Kenski (2012) traz questões neste sentido, avaliando que os recursos tecnológicos ocasionam mudanças no cotidiano das pessoas, alterando suas formas de agir, se comunicar e se informar, o que pode interferir, também, na educação, sendo válido que a escola se abra para essas mudanças.

[2] O Projeto Um Computador Por Aluno teve como objetivo principal a inclusão digital nas escolas públicas municipais, estaduais e federais, por meio da aquisição de equipamentos de informática, *softwares* para os computadores e assistência técnica para o uso (BURLAMAQUI, 2014).

Ainda nesta segunda temática de análise, mais uma questão nos chama a atenção, se refere a como acontecem, geralmente, os cursos de formação continuada docente, os quais costumam ser padronizados e voltados para questões mais gerais e, em sua maioria, técnicas (MESQUITA JÚNIOR, 2014; TEDESCO, 2015; RODRIGUES, 2018; SILVA, 2018). Como um meio de superar esse tipo de formação, Libâneo (2011, p. 50) destaca que "[...] seria fundamental que em cada escola os professores formassem uma equipe unida, centrando a organização dos professores no local de trabalho". Além da necessidade de organização entre as docentes, complementamos com a relevância do apoio da equipe gestora, para que as professoras possam ter mais oportunidades formativas significativas.

Fonseca (2021) traz justamente a importância que há na articulação entre corpo docente e gestão escolar com vistas à efetivação da integração tecnológica digital, acrescentando a relevância de outras questões, como: escolas bem equipadas com os recursos tecnológicos, boas oportunidades para capacitação docente, professores dispostos à formação e apoio profissional no decorrer do trabalho com os recursos.

Nesse sentido, a Dissertação da qual este artigo faz parte traz a realização de uma ação formativa que pode ser compreendida como um exemplo que parte da realidade docente e de suas necessidades formativas. Desde o começo da formulação da oficina que foi feita com as docentes para nossa pesquisa, estivemos em contato constante com as gestoras da escola, de maneira a identificar os interesses e necessidades das professoras, visando que as discussões proporcionassem reflexões realmente válidas para a sua prática (FONSECA, 2021).

Por fim, com a temática "*3) Análises de propostas de formação continuada docente*", relacionamos as pesquisas de Silva (2014), Divieso (2017), Carneiro (2017) e Oliveira (2019), que analisaram cursos de formação continuada de professoras, no que se refere à sua formulação, relação com a prática docente, etc. Silva (2014) discutiu sobre um curso voltado para o já mencionado Programa Um Computador Por Aluno. Como principais destaques, a pesquisadora aponta a precariedade de recursos em algumas escolas, o que descaracteriza a relação entre o proposto pelo Programa, a formação oferecida às professoras e a realidade da escola. Além disso, a autora destaca que o uso dos computadores nestas escolas não trouxe mudanças significativas, pois eram utilizados nos mesmos moldes do uso de livros didáticos, sendo possível dizer que seria um jeito diferente de fazer igual. Mais uma vez destacamos o que apontam Borba e Penteado (2017), ao dizerem que, por vezes, é feito um uso domesticado das tecnologias digitais, que são utilizadas de forma superficial, repetindo o que poderia ser feito sem esses recursos, de maneira que não são compreendidas as suas reais possibilidades dentro dos processos de ensino e aprendizagem.

Carneiro (2017) e Divieso (2017) analisaram cursos voltados para o uso pedagógico das tecnologias digitais, sendo o primeiro em uma visão geral do ensino e o segundo relacionado ao ensino de Matemática. Destaca-se nestas pesquisas a ideia de que o uso dos recursos tecnológicos digitais alterou algumas características das práticas docentes, sendo apresentada pelos pesquisadores a necessidade de que as formações envolvam as professoras e toda a equipe da escola, possibilitando compartilhamento de saberes e aprendizagens, voltados para um uso crítico e reflexivo das tecnologias digitais. As principais dificuldades apontadas nestas pesquisas foram a falta de tempo das docentes para o planejamento e de infraestrutura escolar, principalmente de equipamentos e internet.

A dissertação de Divieso (2017) é a única pesquisa que encontramos nesta busca que abarca a formação continuada de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no âmbito da Matemática. O autor teve como objetivo "Analisar uma experiência de formação em serviço de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para integração das TDIC em suas práticas pedagógicas ao ensinar Matemática." (DIVIESO, 2017, p. 65). Para tal, foram realizados 10 encontros com um grupo de professores, abordando temas relacionados à sala de aula e tecendo reflexões que os relacionassem com o uso das tecnologias digitais em tal contexto. Como conclusões, o autor traz que acredita que há possibilidades de trabalho com as tecnologias digitais na escola em que atuam os professores que participaram da pesquisa, destacando a necessidade de que ocorram formações constantes, com vistas a discussões críticas e reflexivas sobre as temáticas levantadas. Com base nas falas dos participantes da pesquisa, Divieso (2017, p. 123) aponta a tecnologia digital como "[...] mais um recurso didático facilitador do processo ensino aprendizagem", que pode trazer contribuições para a educação, mas não resolver todos os seus problemas.

Por fim, Oliveira (2019), analisou políticas de formação continuada no âmbito do que denomina tecnologias inovadoras, com foco na Robótica Educacional. O pesquisador também destacou como uma dificuldade na realização da ação formativa a falta de infraestrutura tecnológica das escolas, além da falta de tempo disponível das professoras.

Sobre esta falta de tempo das docentes para participarem de ações formativas, Kenski (2012) considera que este é sim um problema existente, de forma que não é possível impor a elas que se formem continuamente sem lhes garantir as condições necessárias, como melhor remuneração, o tempo e os recursos necessários, o oferecimento de cursos, entre outros.

Considerações Finais

Com a realização do presente levantamento bibliográfico, é visível que ainda há muitos caminhos a serem percorridos no que diz respeito aos estudos referentes à formação continuada envolvendo as tecnologias digitais, com professoras atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Isso fica claro ao observarmos a quantidade de trabalhos obtidos conforme a busca foi sendo refinada: mil oitocentos e setenta e duas pesquisas relacionadas à formação continuada, passando a quarenta que atrelavam essa formação às tecnologias digitais e, finalmente, as quatorze investigações aqui analisadas, que tratam deste contexto com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Notando os pontos gerais das pesquisas analisadas neste artigo, podemos dizer que as investigações voltadas para a formação continuada de professoras atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental, têm como principal intuito notar a influência que as tecnologias digitais exercem na sua prática e como elas são utilizadas nas escolas. Dentre os pontos destacados em tais pesquisas, tem ênfase a necessidade de formações que considerem a realidade do corpo docente, sem reproduzir modelos prontos e generalizantes. Além disso, é recorrente a preocupação com a falta de infraestrutura tecnológica em muitas escolas.

Pensando no contexto abordado em nossa pesquisa, apenas uma das investigações encontradas e analisadas se refere ao campo da Matemática. Pelo levantamento realizado inicialmente, notamos que a discussão sobre a formação do professor que ensina Matemática associada às tecnologias digitais está mais presente quando são considerados os anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Superior. Ao filtrarmos para pesquisas com foco em docentes dos anos iniciais, o número desses estudos diminuiu significativamente.

Refletimos sobre isso pensando no lugar que a Educação Matemática ocupa na formação das professoras atuantes nos primeiros anos do Ensino Fundamental. O notamos é que as pedagogas, de modo geral, na formação inicial, não têm muitas experiências específicas no campo da Matemática, o que acaba levando a um pensamento negativo ligado à esta área do conhecimento, decorrente da sua experiência estudantil e potencializada pela formação superficial na área. Pode ser que, por isso, não sejam desenvolvidos tantos trabalhos pensando no ensino da Matemática nos anos iniciais, de maneira que as pesquisas acabem sendo mais voltadas para os anos finais, além do fato de que essas professoras são polivalentes, não atuando apenas com a área da Matemática.

Ademais, esperamos que nossa pesquisa de Mestrado possa complementar algumas das lacunas presentes nos estudos que selecionamos e discutimos neste levantamento bibliográfico. A dissertação se relaciona com as pesquisas aqui analisadas e se insere neste campo como uma oportunidade de discutir a formação continuada voltada para a realidade das professoras, ligada às condições das escolas em que atuam, respondendo às suas demandas formativas. Sendo assim, nosso estudo se inscreve no campo do ensino e da aprendizagem de Matemática, de forma que reconhecemos sua pertinência à medida em que propiciamos discussões referentes à Educação Matemática nos anos iniciais, sobretudo por abarcar as tecnologias digitais neste contexto, temáticas estas que foram pouco notadas neste levantamento. Além disso, tais discussões estão em pauta atualmente, além de refletir sobre o papel das professoras nas formações das quais participam, valorizando que este seja ativo, com oportunidades para refletir acerca da sua realidade e suas práticas docentes.

Agradecimentos

Agradecemos ao Grupo de Atenção às Tecnologias na Educação (GATE) pela parceria e apoio na condução desta pesquisa e construção este artigo. Agradecemos, ainda, à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio financeiro à pesquisa.

Referências

ATAIDE, P. C.; NUNES, I. M. L. Feminização da Profissão Docente: as representações das professoras sobre a relação entre ser mulher e ser professora do Ensino Fundamental. **Revista Educação e Emancipação**, São Luís, v. 9, n. 1, p. 167-188, jan./jun. 2016.

BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática. **Educar em Revista**, Curitiba: Editora UFPR, N. especial 1/2011, p. 157-171. 2011.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. **Informática e Educação Matemática.** 5. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2017. Coleção Tendências em Educação Matemática.

BRASIL/MEC/INEP. **Estudo exploratório sobre o professor brasileiro com base nos resultados do Censo Escolar da Educação Básica 2007.** Brasília: Inep, 2009. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/estudoprofessor.pdf. Acesso em: 05 jan. 2021.

BURLAMAQUI, A. A. R. S. S. **Formação de professores, saberes, reflexividade e apropriação da cultura digital no projeto Um Computador por Aluno (UCA).** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

CARNEIRO, G. **Uso pedagógico das TDIC:** estudo de caso da formação continuada de professores em serviço, em uma escola municipal da zona leste de São Paulo. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2017.

CASTRO, S. B. **Entrelaçamentos entre a formação docente para o ensino de Matemática e o uso das tecnologias digitais nos cursos de Pedagogia.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2020.

DIVIESO, L. H. I. **Formação em serviço de professores dos anos iniciais no Ensino Fundamental para utilização de Tecnologias Digitais no ensino de Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2017.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas "Estado da Arte". **Educação & Sociedade.** Campinas, ano XXIII, n. 79, p. 257-272, ago. 2002.

FONSECA, K. H. L. **Tecnologias digitais na educação:** possibilidades para a formação de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2021.

HERPICH, L. I. **Nos mares da formação continuada de professores:** navegando nos letramentos digitais. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2013.

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores.** Porto Alegre: Artmed, 2010.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias:** o novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas: Papirus, 2012.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus professor, adeus professora?** Novas exigências educacionais e profissão docente. 13. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MESQUITA JÚNIOR, S. P. **Formação Continuada para o Letramento Digital e sua influência na prática pedagógica dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental:** um estudo na Rede Municipal de Educação de Manaus-AM. Dissertação (Mestrado em Educação) – Fundação Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2014.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com apoio de tecnologias. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** 21. ed. Campinas: Papirus, 2013.

NASCIMENTO, S. M. S. **Formação de professores na cultura digital:** construção de concepções de uso das tecnologias na escola e a produção coletiva de propostas de ações para sua integração ao currículo. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

OLIVEIRA, D. S. **Formação continuada de professores para inovação pedagógica por meio da robótica educacional na Escola Estadual Presidente Kennedy.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

PAIVA, W. L. D. **Desafios na formação continuada dos professores e o uso de ferramentas digitais no Ensino Fundamental I.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Vale do Sapucaí, Pouso Alegre, 2017.

QUINTELA, A. J. F. **Mídias na educação:** práticas formativas e trabalho docente - Vale do Rio Madeira (2009 - 2012). Dissertação (Mestrado em Educação) – Fundação Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2013.

RODRIGUES, A. L. O. **Formação continuada de professores e as contribuições para a utilização da lousa digital como ferramenta didático-pedagógica:** um estudo no município de Ji-Paraná/RO. Dissertação (Mestrado em Educação) – Fundação Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2018.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo "Estado da Arte" em Educação. **Revista Diálogo Educacional.** Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, set./dez. 2006.

SILVA, A. P. P. **Formação continuada de professores para o Projeto UCA:** análise dos processos formativos prescritos, vivenciados e narrados. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

SILVA, G. A. **Formação de professores para o uso de jogos digitais:** um estudo com os egressos do Curso de Especialização em Educação na Cultura Digital. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

SPAGNOLO, C. **Formação continuada de professores e projeto PROUCA:** reflexões acerca do prazer em ensinar apoiado por tecnologias digitais. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

TEDESCO, S. **Formação continuada de professores:** experiências integradoras de políticas educacionais – PNAIC e PROUCA – para alfabetização no Ensino Fundamental de uma escola pública. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

Potencialidades da Realidade Mista para Simulação de Práticas Docentes: um caso no curso de Licenciatura em Matemática

Potentialities of Mixed Reality for Simulating Teaching Practices: a case in the Licentiate Degree in Mathematics course

Maura Pauletto Taschetto
Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC
maurataschetto@gmail.com

Luciane Mulazani dos Santos
Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC
luciane.mulazani@udesc.br

Elisa Henning
Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC
elisa.henning@udesc.br

Resumo

Este artigo apresenta potencialidades tecnológicas e pedagógicas da utilização de um ambiente de realidade mista na formação inicial de professores para simulação de práticas docentes em disciplinas de estágio curricular. Os dados analisados foram coletados em uma pesquisa qualitativa de um curso de doutorado em Educação junto a estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do sul do Brasil, no segundo semestre de 2019, que cursavam uma disciplina de estágio curricular supervisionado. Os participantes ministraram aulas em um laboratório de realidade mista chamado TeachLivE™, onde simularam práticas docentes para gestão de uma sala de aula de oitavo ano do Ensino Fundamental. Como resultados, destacam-se as potencialidades tecnológicas e pedagógicas de utilização de um ambiente que permite a realização de variadas experimentações que podem ser adaptáveis, de modo seguro, imersivo e interativo, a diversas necessidades da formação inicial de professores em cursos de licenciatura. Dessa forma, concluiu-se que esse ambiente de realidade mista amplia as possibilidades de construção de conhecimentos, por parte de estagiários de cursos de licenciatura, sobre temas teóricos e práticos relacionados à formação docente.

Palavras-chave: formação inicial de professores; estágio curricular; tecnologias digitais; realidade virtual.

Abstract

This paper presents technological and pedagogical potentialities of the use of a mixed reality environment in initial teacher education to simulate teaching practices in curricular internship subjects. The analyzed data were collected in a qualitative research of a doctoral course in Education with students of a Licentiate Degree in Mathematics at a public university in southern Brazil, in the second half of 2019, who were attending a supervised curricular internship subject. Participants taught classes in a mixed reality laboratory called TeachLivE™, where they simulated teaching practices for managing an eighth grade elementary school classroom. As a result, the technological and pedagogical potential of using an environment that allows the realization of various experiments that can be adaptable, in a safe, immersive and interactive way, to different needs of the initial training of teachers in undergraduate courses, stand out. Thus, it was concluded that this mixed reality environment expands the possibilities of knowledge construction, on the part of undergraduate course interns, on theoretical and practical topics related to teacher education.

Keywords: initial teacher training; curricular internship; digital technologies; virtual reality.

Introdução: contexto da pesquisa e suportes teóricos

Muitos estudos da área da Educação discutem os saberes docentes, como Shulman (2014), que nos põe a pensar sobre a base do conhecimento para o ensino ao indagar o que os professores sabem (deveriam saber) e como sabem (deveriam saber) a respeito daquilo que ensinam (deveriam ensinar). Ao teorizar sobre a base de conhecimento para o ensino, o autor nos provoca com a questão "como é possível aprender tudo que é preciso saber sobre o ensino durante o breve período destinado à formação de professores?" (SHULMAN, 2014, p. 205). Essa pergunta é uma motivação para reflexões sobre os objetivos, o currículo e as metodologias das disciplinas de estágio dos cursos de licenciatura.

Nos estágios curriculares supervisionados, os futuros professores constroem conhecimentos sobre o ensino ao participarem de práticas que os fazem experimentar situações da profissão e ao discutirem teorias sobre o tema. Dessa forma, o estágio é um componente teórico-prático para experimentar o "ser" professor e o "fazer" acadêmico nas relações estabelecidas com o ambiente escolar (PICONEZ, 2001). Pimenta e Lima (2005, p. 20) destacam que os estágios envolvem "o conhecimento, a utilização e a avaliação de técnicas, métodos e estratégias de ensinar em situações diversas" e Pimenta (2012) acrescenta que é durante o estágio que professores em formação têm a oportunidade de conhecer a realidade em que atuarão e repensar a teoria em vez de observar e reproduzir técnicas e práticas sem a reflexão.

No âmbito da Educação Matemática, desde que iniciadas as discussões sobre relações que podem ser estabelecidas entre a Educação e as tecnologias, a Educação Matemática voltou seu olhar para diferentes aspectos. Resumimos o conjunto de produções na área com esta citação de Borba, Almeida e Chiari (2015):

> [...] a pesquisa em Educação Matemática vale ainda mais, a nosso ver, em virtude de possibilitar que seus resultados, bem como outros aspectos, possam influenciar a atuação do professor em sala de aula, na preparação e desenvolvimento de atividades, na formação continuada, entre outros fatores (BORBA; ALMEIDA; CHIARI, 2015, p. 1136).

É no contexto das relações entre Educação Matemática, tecnologias digitais e formação de professores que apresentamos, neste artigo, resultados parciais de uma pesquisa de doutorado em educação que está em andamento em uma universidade pública do sul do Brasil, com o objetivo de investigar a utilização da realidade mista em atividades de formação de professores em disciplinas de estágio curricular. Relatamos uma prática realizada com cinco acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da mesma universidade, que simularam sua atuação como professores de matemática em um ambiente virtual de realidade mista e evidenciamos potencialidades tecnológicas e pedagógicas desse tipo de tecnologia para a formação de professores.

Conceitos fundamentais: realidade virtual, aumentada e mista

Realidade virtual, realidade aumentada e realidade mista são termos que se tornaram presentes no discurso emitido e nos recursos utilizados no dia a dia contemporâneo, muito em razão do avanço e da popularização das tecnologias digitais. É fácil exemplificar esse cenário se lembrarmos dos consoles de jogos que respondem aos movimentos do corpo, dos aplicativos que promovem visitas não presenciais a museus, dos softwares de treinamento de médicos para realização de procedimentos cirúrgicos em pacientes virtuais e dos recursos digitais que possibilitam a visualização de objetos em 3D nas aulas de matemática.

Tori e Kirner (2006) explicam que a **realidade virtual**:

> Permite ao usuário retratar e interagir com situações imaginárias, cenários de ficção, envolvendo objetos virtuais estáticos e em movimento. Permite também reproduzir com fidelidade ambientes da vida real como a casa virtual, a universidade virtual, o banco virtual, a cidade virtual, etc, de forma que o usuário possa entrar nesses ambientes e interagir com seus recursos de forma natural (TORI; KIRNER, 2006, p. 3).

Para caracterizar a **realidade aumentada**, Kirner e Tori (2006, p. 22) explicam que "diferentemente da realidade virtual, que transporta o usuário para o ambiente virtual, a realidade aumentada mantém o usuário no seu ambiente físico e transporta o ambiente virtual para o espaço do usuário, permitindo a interação com o mundo virtual".

A **realidade mista** é caracterizada por Milgram e Kishino (1994) como um caso particular de realidade virtual, que mistura mundo real com mundo virtual em algum ponto da realidade/virtualidade que conecta ambientes completamente reais a ambientes completamente virtuais. Kirner e Tori (2006) complementam:

> Ao misturar cenas reais com virtuais, a realidade misturada [mista] vai além da capacidade da realidade virtual concretizar o imaginário ou reproduzir o real. [...] a realidade misturada [mista] incorpora elementos virtuais ao ambiente real ou leva elementos reais ao ambiente virtual, complementando os ambientes. [...] a meta de um sistema de realidade misturada [mista] é criar um ambiente tão realista que faça com que o usuário não perceba a diferença entre os elementos virtuais e os reais participantes da cena, tratando-os como uma coisa só (KIRNER; TORI, 2006, p. 23).

Como exemplo de utilização da realidade mista para fins educacionais, as pesquisas de Dieker et al. (2008), Whittren (2013), Billingsley e Scheuermann (2014) e García, Ortega e Zednik (2017) apresentam resultados no âmbito da formação de professores, pertinentes ao foco da nossa pesquisa.

Procedimentos da pesquisa: do desenvolvimento à análise de uma prática

A pesquisa aqui relatada é qualitativa, portanto desenhada para "compreender e aprofundar os fenômenos, que são explorados a partir da perspectiva dos participantes em um ambiente natural e em relação ao contexto" (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 376) "sem medição numérica para desvendar ou aprimorar questões da pesquisa" (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 41), que "proporciona profundidade aos dados, dispersão, riqueza interpretativa, contextualização do ambiente ou entorno, detalhes e experiências únicas" (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 45). Os dados foram coletados em uma prática, realizada em novembro de 2019 com um grupo de cinco acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de estágio curricular supervisionado, ministrada por uma das pesquisadoras. Os participantes utilizaram um laboratório virtual chamado TeachLivE™ para ministrarem aulas de matemática de Educação Básica. Neste artigo, apresentamos interpretação de parte desses dados, relacionados à avaliação dos acadêmicos sobre a atividade.

O TeachLivE™ é um laboratório virtual de realidade mista voltado à formação de professores[1] que promove a interação do participante com um ambiente que simula, de modo remoto e em tempo real, uma sala de aula (da Educação Infantil ao Ensino Superior) com a presença de alunos (avatares). Esses avatares possuem nomes, enredos de histórico escolar e familiar e são desenhados com características físicas, comportamentos e perfis para representarem humanos que podem ser configuradas de acordo com a etapa escolar e com os objetivos da simulação. Sua manipulação é uma mistura de controle humano com programação específica, feita por um profissional que comanda as ações e reações, combinando técnicas de atuação com recursos computacionais.

A Figura 1 ilustra a tela de interação com o TeachLivE™, da forma como utilizada no dia da prática, mostrando o cenário da sala de aula virtual e os alunos-avatares: da esquerda para a direita, Ed e Sean sentam-se nas duas carteiras da frente e Maria, CJ e Kevin

[1] É gerenciado pelo Centro de Pesquisa em Tecnologia de Simulação Educacional (CREST) da Universidade da Florida Central (UCF), localizada nos Estados Unidos.

sentam-se nas carteiras de trás. A Figura 2 mostra uma das pesquisadoras interagindo com o TeachLivE™ no dia da prática. Nas Figuras 1 e 2, pode ser observada a estrutura de equipamentos que utilizamos (computador conectado à internet, webcam, microfone, caixa de som e TV).

Figura 1: Tela de interação com o TeachLivE™

Fonte: registro das autoras (2019)

Figura 2: Espaço físico preparado para a prática

Fonte: registro das autoras (2019)

Na preparação que antecedeu a prática, os participantes receberam da professora de estágio orientações para elaborarem um plano de ensino para a aula que ministrariam, como se fosse um primeiro dia de aula de matemática, que incluísse sua apresentação como professores, o pedido para que todos os alunos se apresentassem e a comunicação do planejamento das aulas da turma. No dia da prática, cada um dos estagiários utilizou o TeachLivE™ de forma on-line e síncrona por cerca de dez minutos, de modo individual. Essas aulas foram registradas em vídeo e observadas pelas pesquisadoras. As percepções dos estudantes sobre a atividade foram registradas em um formulário eletrônico que eles preencheram depois que encerraram suas interações com o TeachLivE™. Todos assinaram termos de consentimento livre e esclarecido de participação na pesquisa e de autorização do uso de imagem, como previsto no projeto aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos. Para garantia do seu anonimato, os cinco participantes da pesquisa foram identificados pelos pseudônimos QUITEN, HIKIKE, NAUBEM, RAMARO e BRISAN.

A discussão será feita a partir da análise dos dados resultantes da prática e da literatura pesquisada a partir de uma meta-análise (BICUDO, 2014).

Resultados e discussão

O primeiro participante, QUITEN, é do sexo masculino e cursava a quinta fase da Licenciatura em Matemática. Desempenhava atividade profissional como professor de matemática em escola da rede pública municipal de ensino com contrato de prazo determinado de 10 horas semanais. Já tinha integrado o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Sua aula teve duração de nove minutos e quarenta e dois segundos, aparentou estar calmo e seguro. Seguiu um roteiro que elaborou para contemplar aquilo que foi proposto pela professora de estágio. Interagiu com todos os avatares e manteve diálogo com cada um deles, perguntando nome, idade e o que pensavam sobre a disciplina. Conversou com os alunos sobre seus sentimentos em relação à matemática, sobre o currículo que deveriam cumprir ao longo do ano, sobre o funcionamento das aulas, sobre os instrumentos de avaliação da aprendizagem e sobre atividades diferenciadas, tais como jogos e filmes. Despediu-se dos alunos da seguinte forma: “Então, muito prazer em conhecer vocês, tudo de bom durante esse ano que a gente vai trabalhar, beleza?”. Depois da prática, na avaliação, QUITEN declarou que nunca tinha participado de interação em ambiente digital de simulação, que se sentiu confortável ao usar o simulador, mas que “inicialmente foi estranho, algo diferente, mas com o tempo eu fui me sentindo cada vez mais confortável”. Respondeu afirmativamente quando perguntado se recomendaria a experiência a outros acadêmicos justificando que “ajuda as pessoas que estão se preparando para lidar com situações inesperadas, mas de forma mais tranquila”. Disse que gostaria de utilizar o ambiente de simulação TeachLivE™ em outras oportunidades justificando que “durante as atividades podem ser oportunizadas várias situações que podem aparecer no cotidiano de um professor, assim posso me preparar para várias ações que irão ocorrer”. Sugeriu que em futuras sessões de simulação fosse utilizada “sala com alguns alunos a mais, e com várias conversações”.

A segunda participante, HIKIKE, é do sexo feminino e cursava a quinta fase. Desempenhava atividade profissional como professora particular de uma disciplina diferente da matemática em curso privado de ensino. Sua aula teve a duração de oito minutos e quarenta e sete segundos, utilizou linguagem bastante objetiva com os alunos. Fez parecer que demorou a se sentir à vontade com o ambiente e evidenciou certa pressa em terminar a atividade. No início da aula, impôs um ritmo baseado em perguntas objetivas para esperar respostas diretas por parte dos alunos. Essa postura mudou quando precisou explicar para os alunos o porquê aprender matemática: nesse momento, HIKIKE pareceu imersa na prática e mais aberta ao diálogo. Conversou com os alunos sobre seus sentimentos em relação à matemática e sua utilidade e sobre atividades atrativas que seriam feitas nas aulas, como por exemplo, jogos. Despediu-se dos alunos da seguinte forma: “Então tá, pessoal. Hoje foi só um primeiro dia, eu vim para me apresentar para vocês, vim para conhecê-los. Foi um prazer ter estado com vocês e espero que a gente trabalhe bem juntos. Tá joia?”. Depois da prática, na avaliação, HIKIKE declarou que nunca tinha participado de interação em ambiente digital de simulação, que se sentiu confortável ao usar o simulador, afirmando “eu não sinto muita dificuldade em interagir, então foi tranquilo por esse motivo”. Respondeu afirmativamente quando perguntada se recomendaria a experiência a outros acadêmicos justificando “acredito que essa seja uma boa experiência para os acadêmicos, principalmente para quem ainda não leciona”. Disse que gostaria de utilizar o ambiente de simulação TeachLivE™ em outras oportunidades. Disse que “seria interessante ter uma simulação dando uma aula com mais tempo” e sugeriu que em futuras sessões de simulação o objetivo fosse “dar uma aula com explicação de conteúdo”.

O terceiro participante, NAUBEM, é do sexo masculino e estava na quarta fase do curso. Não realizava atividade profissional como professor, mas ministrava aulas particulares de matemática, sem vínculo empregatício. Sua aula teve a duração de quatorze minutos e trinta segundos, com uma pausa intermediária de cinquenta e dois segundos. Foi um dos mais empolgados e motivados durante a simulação. A entonação da sua voz e sua postura corporal demonstrou que estava confortável ao utilizar o sistema. Conversou com os alunos sobre seus sentimentos em relação à matemática e sua utilidade, sobre atividades atrativas que seriam feitas nas aulas, como por exemplo aulas-passeio, sobre as avaliações da aprendizagem, esclarecendo que deveria cumprir os conteúdos do ano. Despediu-se dos alunos da seguinte forma: “Então pessoal, muito obrigado, tá bom? Essa foi nossa aula de hoje, eu espero que vocês tenham gostado da minha pessoa, da minha docência, tá bom? Eu espero que a gente consiga olhar para matemática com olhares mais positivos, trazendo ela para nossa realidade, para aquilo que a gente quer fazer, fazendo com que ela resolva os problemas não somente na sala de aula, mas na nossa vida. Tá bom? É para isso que serve a matemática e é para isso que ela surgiu na verdade, não só pra gente fazer conta na carteira”.

Foi o único participante que pediu para pausar a simulação; percebemos que ele ficou tão empolgado com sua apresentação aos alunos que, em certo momento, se esqueceu da sequência planejada e, para lembrar o caminho a seguir, pediu a pausa e conversou com a professora de estágio. Depois disso, retomou a simulação exatamente do ponto em que havia parado e deu continuidade à aula sem qualquer dificuldade. Depois da prática, na avaliação, NAUBEM declarou que nunca tinha participado de interação em ambiente digital de simulação, que se sentiu confortável ao usar o simulador, afirmando "a sensação não é de desconforto, mas sim de realidade, pois quanto mais praticava o simulador, mais parecia estar em sala de aula". Respondeu afirmativamente quando perguntado se recomendaria a experiência a outros acadêmicos justificando "é muito importante sair das aulas teóricas que dizem respeito à prática docente e executar esses tipos de aulas". Disse que gostaria de utilizar o ambiente de simulação TeachLivE™ em outras oportunidades justificando: "penso que, quanto mais envolvido com um sistema como esse, mais perto da realidade da sala de aula estou". Sugeriu que em futuras sessões de simulação houvesse "maior número de alunos em sala de aula".

O quarto participante, RAMARO, é do sexo masculino, cursava a quinta fase e era integrante do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Não realizava atividade profissional como professor. Sua aula teve a duração de onze minutos e nove segundos e nos pareceu bastante cético e desconfiado em relação à simulação e à tecnologia envolvida na simulação. Trouxe consigo uma folha com anotações, como um suporte para sua aula. No início de sua aula, aparentava nervosismo e insegurança. Com o andamento da simulação, foi demonstrando maior tranquilidade e pareceu se sentir mais confortável. Na maior parte do tempo, dialogou com os alunos utilizando perguntas diretas e objetivas e sem dar continuidade à conversa depois das respostas dos alunos. Conversou com os alunos, essencialmente, sobre o planejamento das avaliações da aprendizagem, pedindo suas opiniões sobre o que poderia ser feito. Despediu-se dos alunos da seguinte forma: "Valeu! Vamos encerrar a aula.". Cabe ressaltarmos que "encerrar a aula" era o código combinado com o *interactor* para saber quando a sessão estava terminada, portanto a fala do participante foi mais na direção de encerrar sua participação do que, efetivamente, se despedir dos alunos. Depois da prática, na avaliação, RAMARO declarou que nunca tinha participado de interação em ambiente digital de simulação, que se sentiu confortável ao usar o simulador, afirmando "Os alunos não eram agitados, não saiam do lugar, não falavam ao mesmo tempo. Respondiam as perguntas que eu fazia (geralmente, exceto CJ na resposta sobre a avaliação)". Respondeu afirmativamente quando perguntado se recomendaria a experiência a outros acadêmicos justificando "Considerando a utilidade sim, considerando benefício/custo não sei". Disse que gostaria de utilizar o ambiente de simulação TeachLivE™ em outras oportunidades porque "permitiu presenciar situações possíveis que eu ainda não tinha presenciado. Por exemplo, gostei do rapaz do youtube, nunca tinha visto". Sugeriu: "Diversidade maior de alunos. Conversa entre os alunos. Algum aluno rebelde. Mais tempo, que poderia ser dividido em apresentação inicial, uma primeira aula como esta, e uma aula de conteúdo".

O quinto participante, BRISAN, é do sexo masculino, cursava a quarta fase e era integrante do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Não realizava atividade profissional como professor. Sua aula teve a duração de onze minutos e vinte e seis segundos, pareceu estar muito à vontade no simulador, entusiasmado e confiante. Dialogou muito com os alunos, andou e gesticulou bastante enquanto conversava. Não teve pressa para finalizar as conversas com os alunos e buscou conhecer os interesses deles e relacioná-los com os objetivos da disciplina de matemática. Conversou com os alunos sobre seus sentimentos em relação à matemática e sua utilidade e sobre as avaliações da aprendizagem. Despediu-se dos alunos da seguinte forma: "E aí, então, era mais ou menos isso, é uma aula de introdução. Para a gente, para eu ter uma ideia de como fazer uma aula para vocês. Algo que tente atrair vocês mais. Porque, eu concordo que o ensino de matemática não é legal. Ela, muitas vezes, pode ser chata, maçante, cansativa e repetitiva. Isso são coisas que eu não quero. Então, nas próximas aulas, a gente vai discutir mais sobre isso, entre outros assuntos, está ok?". Depois da prática, na avaliação, BRISAN declarou que tinha participado de interação em ambiente digital de simulação na autoescola, que se sentiu confortável ao usar o simulador, afirmando "foi realmente uma atividade de imersão, então me senti dentro de uma sala de aula.". Respondeu afirmativamente quando perguntado se recomendaria a experiência a outros acadêmicos justificando "foi bom interpretar o papel do professor, é como ser um professor o que nos prepara parcialmente para a sala de aula". Disse que gostaria de utilizar o ambiente de simulação TeachLivE™ em outras oportunidades porque "adoraria praticar muito mais, já que nos apresenta situações inusitadas”. Sugeriu que, em atividades futuras houvesse “mais tempo para a aula” e o objetivo de “trabalhar um assunto específico”.

A análise dos dados coletados na avaliação da prática nos levou a concluir que todos os participantes se sentiram confortáveis com a utilização do TeachLivE™, que todos gostariam de participar novamente em outra oportunidade e que todos recomendariam a outros acadêmicos a sua utilização. Além disso, concluímos que todos se sentiram imersos e presentes durante a experiência, como se estivessem lidando com um ambiente real. Destacamos as opiniões dos participantes que se referiram à vantagem proporcionada pela simulação de experimentarem situações inesperadas com alunos de diferentes comportamentos. Os dados também nos mostraram sugestões dadas pelos participantes para serem levadas em conta em atividades futuras no ambiente de realidade mista: proporcionar aos participantes uma interação-teste com o ambiente antes da aula, para que o conheçam previamente; realizar aulas com tempo maior de duração; realizar aulas para trabalhar conteúdos específicos de matemática; ter uma sala com uma quantidade maior de alunos, com perfil mais diversificado, que conversem entre si. Além dessas conclusões, no Quadro 1, apresentamos as respostas dadas pelos participantes às afirmações que propusemos a respeito das potencialidades do ambiente de realidade mista na prática realizada.

Quadro 1: Avaliação da prática pelos participantes

Afirmação	Estagiário/a	Resposta
A simulação de gestão de sala de aula no laboratório TeachLivE™ me permitiu experimentar situações semelhantes àquelas que fazem parte da prática real de professores da Educação Básica.	QUITEN HIKIKE NAUBEM BRISAN	**Concordo** totalmente
	RAMARO	**Concordo** parcialmente
Durante a simulação de gestão de sala de aula realizada no laboratório TeachLivE™, experimentei situações que já conhecia em teoria, como por exemplo pelos estudos realizados em disciplinas do curso de licenciatura.	QUITEN HIKIKE NAUBEM RAMARO	**Concordo** totalmente
	BRISAN	**Concordo** parcialmente
Durante a simulação de gestão de sala de aula realizada no laboratório TeachLivE™, experimentei situações que já conhecia na prática, por ter feito atividades semelhantes em disciplinas do curso de licenciatura ou em outros projetos (PIBID, projeto de extensão etc.).	QUITEN HIKIKE NAUBEM RAMARO	**Concordo** totalmente
	BRISAN	**Discordo** parcialmente
Durante a simulação de gestão de sala de aula realizada no laboratório TeachLivE™, experimentei situações que já conhecia na prática, por ter feito atividades profissionais (aula particular, aula em escola etc.).	QUITEN HIKIKE NAUBEM RAMARO	**Concordo** totalmente
	BRISAN	**Concordo** parcialmente

A participação na atividade de simulação de gestão de sala de aula realizada no laboratório TeachLivE™ irá ajudar na minha preparação para o exercício da prática de docência.	QUITEN BRISAN	**Concordo** parcialmente
	HIKIKE NAUBEM RAMARO	**Concordo** totalmente

Fonte: as autoras (2019)

Analisamos as informações do Quadro 1. A respeito das percepções dos participantes sobre a prática realizada no TeachLivE™ para simularem uma aula de matemática para uma turma de oitavo ano do Ensino Fundamental, concluímos que todos eles concordaram que: experimentaram situações que são semelhantes àquelas que fazem parte do trabalho docente de professores da Educação Básica; experimentaram situações que conheciam teoricamente, estudadas em disciplinas do curso; experimentaram situações que anteriormente já tinham vivenciado na prática, por terem trabalhado na docência, mesmo informalmente; a experimentação os ajudará em suas preparações para o exercício da docência.

Concluímos, também, que a maioria dos participantes experimentou, na simulação, situações que anteriormente já tinham vivenciado na prática, em outras disciplinas ou atividades do curso. Um único participante discordou, parcialmente, dessa afirmação.

Discussão dos resultados

As potencialidades tecnológicas e pedagógicas da utilização de um ambiente de realidade mista como o TeachLivE™ foram colocadas em evidência a partir da análise de uma prática realizada com futuros professores de matemática em seu curso de formação inicial e a partir de meta-análise realizada.

De acordo com Bautista e Boone (2015), o ambiente proporciona aos participantes experiências personalizadas, em um ambiente seguro, onde diferentes estratégias podem ser testadas sem riscos, já que os avatares não são alunos reais; as simulações podem aumentar a confiança dos participantes no seu processo de preparação para assumirem salas de aulas reais; a personalização das sessões de simulação permite que os participantes entrem em contato com perfis, comportamentos e reações típicas de estudantes daquela faixa etária de uma forma mais diversificada do que se realizada em uma sala de aula real ou, ainda, mais realista do que se realizada com colegas adultos do próprio curso. Para Dieker et al. (2017), a dinâmica possibilita que os participantes interrompam a aula quando sentirem necessidade de discutir, por exemplo, qual a melhor atitude a tomar perante uma situação, e recebam imediatamente *feedbacks* de seus orientadores, ou ainda, que revisem uma atitude e refaçam a prática. Isso é relevante, uma vez que, de modo geral e em uma situação real, regências de estágio não permitem que o estagiário tenha um retorno imediato logo após a sua prática em sala de aula, pois nem sempre o orientador está presente. Segundo Hayes, Hardin e Hughes (2013), os participantes da simulação agem como se a experiência fosse real. De acordo com Spencer e Lasky (2015), a prática no ambiente permite aos participantes o desenvolvimento de habilidades de colaboração e comunicação com apoio da tecnologia de uma forma que não é frequentemente realizada em cursos de formação de professores. Para Dieker et al. (2008), a formação docente necessita dessas maneiras inovadoras de formação que utilizam realidade mista porque elas que permitem que situações cotidianas, críticas ou desafiadoras do contexto escolar sejam testadas ou ensaiadas em um ambiente de sala de aula virtual, para que, depois, os professores construam, com essa experiência, conhecimentos que os ajudarão a lidar com as situações reais ligadas ao ensino.

Participar de simulações da prática docente pode ajudar os futuros professores a superarem a dicotomia entre teoria e prática existente nos cursos de formação inicial de professores. Há potencialidades tecnológicas e pedagógicas na utilização de tecnologias de realidade mista, em ambientes virtuais, para proporcionar tais simulações.

No caso analisado na pesquisa aqui discutida, as potencialidades foram alcançadas e há evidências de que ambientes de realidade mista para simulação de práticas docentes, como o TeachLiveTM, podem apoiar a formação inicial professores. Isto é possível pois, esse tipo de tecnologia virtual oferece oportunidade para que futuros professores, antes de iniciarem na docência, façam e refaçam práticas que simulam a realidade da gestão de sala de aula, se enxerguem nesse exercício e reflitam sobre elas. Isso lhes possibilita a ampliação de conhecimentos sobre a profissão (conteúdos, pedagogia, relacionamento com os alunos etc.), com a vantagem de que em ambientes virtuais simulados podem interromper e retomar a aula sempre que acharem necessário, sem que isso impacte os alunos que “assistem” a sua aula. Assim, durante o estágio, os alunos de licenciatura têm a oportunidade de conhecer a realidade em que atuarão, experimentar ações de docência para aplicarem as teorias aprendidas e testarem propostas pedagógicas antes de colocá-las em prática em um ambiente real. Os cenários e dinâmicas das aulas virtuais, por serem adaptáveis ao objetivo da prática, podem ser planejados para discutirem necessidades específicas, como por exemplo, lidar com situações de indisciplina, *bullying*, dificuldades na aprendizagem de um determinado conteúdo e exercitar uma determinada metodologia.

Considerações finais

Este artigo apresentou potencialidades tecnológicas e pedagógicas da aplicação de um ambiente de realidade mista na formação inicial de professores. A síntese da análise resulta, como conclusão, na explicitação de potencialidades de ambientes de realidade mista como o TeachLivE™, na formação inicial de professores, para simular ações para: fazer a gestão de sala de aula; ensinar conteúdos; conhecer os interesses dos alunos, tanto os ligados à disciplina e à escola quanto os pessoais; compreender os alunos, conhecer o histórico escolar e o contexto familiar que estão inseridos, conhecer as necessidades físicas e emocionais que interferem em seu desempenho escolar; fazer mediação de conflitos e diagnósticos de aprendizagem. Além disso, as sessões no simulador permitem que os futuros professores vivenciem de forma segura o que encontrarão no ambiente real de ensino, compreendendo que não basta o domínio do conteúdo ou de técnicas pedagógicas, mas também conhecer como lidar com diferentes perfis e comportamentos dos alunos, impactados pela realidade de dentro e de fora da escola.

Referências

BAUTISTA, N. U.; BOONE, W. J. Exploring the Impact of TeachME™ Lab Virtual Classroom Teaching Simulation on Early Childhood Education Majors' Self-Efficacy Beliefs. **Journal of Science Teacher Education**, v. 26, n. 3, p. 237-262, 2015.

BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 9, p. 7-20, jun., 2014.

BILLINGSLEY. G. M; SCHEUERMAN, B. K. Using Virtual Technology to Enhance Field Experiences for Pre-Service Special Educations Teachers. **Teacher Education and Special Education**, v. 37, n. 3, p. 255-272, 2014.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; CHIARI, A. S. S. Tecnologias Digitais e a relação entre teoria e prática: uma análise da produção em trinta anos de BOLEMA. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1115-1140, dez., 2015.

DIEKER, L. et al. Using simulated virtual environments to improve teacher performance. **School University Partnerships (Journal of the National Association for Professional Development Schools)**: Special Issue: Technology to Enhance PDS, v. 10, n. 3, p. 62-81, 2017.

DIEKER, L.; HYNES, M.; HUGHES, C.; SMITH, E. Implications of mixed reality and simulation technologies on special education and teacher preparation. **Focus on Exceptional Children**, v. 40, n. 6, p. 1, 2008.

GARCÍA, C. L.; ORTEGA, C. A. C.; ZEDNIK, H. Realidades Virtual e Aumentada: estratégias de Metodologias Ativas nas Aulas sobre Meio Ambiente. **Informática na Educação**: teoria e prática. Porto Alegre, v.20, n.1, jan./abr. 2017.

HAYES, A. T.; HARDIN, S. E.; HUGHES, C. E. Perceived Presence's role on learning outcomes in a mixed reality classroom of simulated students. **Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics**), v. 8022 LNCS, n. PART 2, p.142-151, 2013.

KIRNER, C.; TORI, R. Fundamentos de Realidade Amentada. In: TORI, R.; KIRNER, C.; SISCOUTTO, R. (Org.). **Fundamentos e tecnologia de realidade virtual e aumentada:** livro do pré-simpósio VIII Symposium on Virtual Reality. Porto Alegre: Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, p. 2-21, 2006.

MILGRAM, P.; KISHINO, F. A taxonomy of mixed reality visual displays. **IEICE Transactions on Information and Systems**, v. 77, n. 12, 1994.

PICONEZ, S. C. B. (org.). **A prática de ensino e o estágio supervisionado**. 7. ed. Campinas: Papirus, p. 15-38, 2001.

PIMENTA, S. G. **O estágio na formação de professores:** unidade, teoria e prática? São Paulo: Cortez, 2012.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. Estágio e docência: diferentes concepções. **Revista Poíesis**, v. 3, n. 3, p. 5-24, 2005.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de Pesquisa**. 5ed.São Paulo: McGraw-Hill. 2013.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 196-229, dez. 2014.

SPENCER S.; LASKY, B. Using TeachLivE Across the Developmental Continuum for New Teachers. Proceedings from the 3rd National TLE TeachLivE TM Conference University of Central Florida: Dissecting Education. **Anais** [...]. Orlando: University of Central Florida, 2015.

TORI, R.; KIRNER, C. Fundamentos de Realidade Virtual. In: TORI, R.; KIRNER, C.; SISCOUTTO, R. (Org.). **Fundamentos e tecnologia de realidade virtual e aumentada:** livro do pré-simpósio VIII Symposium on Virtual Reality. Porto Alegre: Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, p. 22-38, 2006.

WHITTEN, E. et al. Study of a Mixed Reality Virtual Environment used to Increase Teacher Effectiveness in a Pre-service Preparation Program. In: 1 st National TLE TeachLivE™ TM Conference University of Central Florida. **Anais** […]. Orlando, p. 38-43, 2013.

Quando o Vídeo Digital Propõe Problemas de Modelagem: Seres-humanos-com-mídias, Teoria da Atividade, Multimodalidade

When Digital Video Proposes Modelling Problems: Humans-with-media, Activity Theory, Multimodality

Neil da Rocha Canedo Junior
Universidade Estadual Paulista 'Julio de Mesquita Filho' – Campus de Rio Claro
neilcanedo@gmail.com

Marcelo de Carvalho Borba
Universidade Estadual Paulista 'Julio de Mesquita Filho' – Campus de Rio Claro
marcelo.c.borba@unesp.br

Resumo
Este artigo discute resultados de uma pesquisa de doutorado desenvolvida a partir da pergunta: Como o vídeo digital participa das práticas de modelagem quando o problema é proposto com essa mídia? A investigação foi desenvolvida no contexto de um curso online voltado para formação continuada de professores e teve como foco uma prática de modelagem na qual um problema é proposto com a mídia vídeo digital (videoproblema de modelagem) que, além de expor um tema, trazer informações e lançar indagações, desafia os alunos a produzirem um outro vídeo como resposta (videorresposta de modelagem). Trata-se de uma investigação qualitativa que tomou como lentes teóricas o construto Seres-humanos-com-mídias, a Teoria da Atividade e a Análise Multimodal. Os resultados mostram que a maneira como os recursos comunicativos são organizados nas cenas do videoproblema pode moldar o fazer modelagem, o que tende a contribuir com o design de futuras práticas de modelagem apoiadas no uso de vídeos digitais, ressaltando o cuidado a tomar no sentido de não limitar (domesticar) as possibilidades multimodais dessa mídia. Além disso, a investigação traz contributos para a Educação Matemática, enquanto campo de conhecimentos, ao explorar princípios teóricos emergentes e discuti-los a partir da própria análise dos dados.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Vídeo Digital; Seres-humanos-com-mídias; Teoria da Atividade; Multimodalidade.

Abstract
This article discusses the results of a doctoral research developed from the question: How does digital video participate in modelling practices when the problem is proposed with this media? The investigation was carried out in the context of an online course aimed at continuing teacher education and focused on a modelling practice in which a problem is proposed with digital video (modelling videoproblem) which, in addition to exposing a theme, brings information and launches questions, challenges students to produce another video as a response (modelling videoresponse). This is a qualitative investigation that took as theoretical lenses the construct Humans-with-media, Activity Theory and Social Semiotic. The results show that the way in which communicative resources are organized in the videoproblem scenes can shape the modelling process, which tends to contribute to the design of future modelling practices supported by the use of digital videos. In addition, the investigation contributes to Mathematics Education, as a field of knowledge, by exploring emerging theoretical principles and discussing them from the data analysis itself.

Keywords: Mathematical Modelling; Digital Video; Humans-with-Media; Activity Theory; Multimodality.

Introdução

Este artigo traz resultados de uma pesquisa desenvolvida no Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM). A investigação foi realizada no âmbito de um curso online, voltado para a formação continuada de professores. O foco investigativo foram os trabalhos com modelagem desenvolvidos em uma das dinâmicas propostas para o curso, na qual um problema é apresentado por meio de um vídeo digital (videoproblema de modelagem) que, além de expor um tema, trazer informações e lançar perguntas, convida os espectadores a produzirem um outro vídeo em forma de resposta (videorresposta de modelagem). Os participantes do curso se dividiram em duplas e cada uma delas escolheu um dos quatro videoproblemas que lhes foram apresentados, a partir do qual as práticas de modelagem se desenvolveram.

A pesquisa delineou-se a partir da pergunta: Como o vídeo digital participa das práticas de modelagem quando o problema é proposto com essa mídia? Os objetivos apontados por essa questão diretriz deixam claro que, embora a prática pedagógica tomada como cenário de inquérito inclua a produção de vídeos pelos alunos, o foco da pesquisa se volta para a participação da mídia vídeo digital na proposição de problemas de modelagem.

A concepção de modelagem assumida nesta investigação traz consigo a visão de conhecimento presente no construto teórico Seres-humanos-com-mídias, pela qual se assume que o conhecimento é produzido nas inter-relações entre humanos e tecnologias (ou mídias) no âmbito de coletivos pensantes seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005). Nesse sentido, compreendemos a modelagem como uma prática pedagógica em ressonância com a presença de diferentes tecnologias, que envolve um processo de produção de conhecimentos em que se busca, com a Matemática, respostas para situações não necessariamente matemáticas (BORBA; CANEDO JUNIOR, 2020). Compreendemos as tecnologias, apoiados nessa visão de conhecimento, como tendo *agency* (poder de ação), e essa compreensão já se reflete na própria pergunta de pesquisa.

A pesquisa foi desenvolvida a partir de um viés qualitativo e assumiu como lentes teóricas a visão de conhecimento subjacente ao construto Seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), a Teoria da Atividade (ENGESTRÖM, 2001; ENGESTRÖM; SANNINO, 2010; SOUTO, 2013; BORBA; SOUTO, 2018), e alguns princípios da Analise Multimodal, essa última na perspectiva da Semiótica Social (KRESS,

2009; BEZEMER; JEWITT, 2010; JEWITT; KRESS, 2010; OECHSLER, 2018; NEVES, 2020).

Ao focar na participação do vídeo digital em práticas de modelagem, esta investigação acompanha a tradição de quase trinta anos do GPIMEM em compreender a dialética modelagem-com-tecnologias. Ao mesmo tempo, reflete os interesses mais recentes do grupo, cujas ações têm contemplado os objetivos do projeto de pesquisa Vídeos Digitais na Licenciatura em Matemática a Distância, denominado E-licm@t-tube[1].

A revisão da literatura das pesquisas publicadas de 2015 a 2019, dedicadas às potencialidades dos vídeos digitais em Educação Matemática, revela um cenário ainda incipiente, que reflete esforços concentrados em alguns grupos de pesquisa. No caso específico da modelagem, esse cenário se reduz a quatro publicações. Em Alfke (2017), o vídeo digital é usado na filmagem das práticas de modelagem dos alunos, no intuito de subsidiar as intervenções do professor. Orey e Rosa (2018) investigam as contribuições das tecnologias dos ambientes virtuais, dentre elas o vídeo digital, no desenvolvimento de trabalhos de modelagem. Paraizo (2018) analisa as influências da produção de vídeos nas práticas de modelagem, quando os resultados são apresentados na forma de vídeos digitais. E Domingues e Borba (2017) tematizam a participação dos vídeos digitais em projetos de modelagem desenvolvidos por alunos, a partir de temas escolhidos por eles próprios. Nenhuma dessas investigações tematiza a participação do vídeo digital na proposição de problemas de modelagem, da forma que esta pesquisa se propõe a fazer.

Seres-humanos-com-mídias, Teoria da Atividade e Multimodalidade

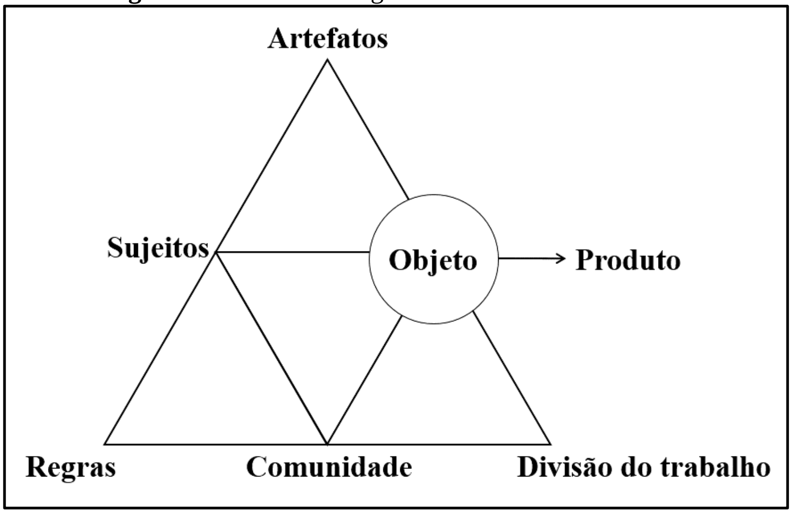
A perspectiva epistemológica assumida no construto Seres-humanos-com-mídias considera a produção de conhecimentos como um processo coletivo que envolve a participação de autores humanos e as distintas tecnologias (mídias). Essa visão de conhecimento pode ser entendia a partir da metáfora seres-humanos-com-mídias, na qual os hifens não determinam uma separação, mas uma dialética que torna esses coletivos a unidade básica que produz conhecimentos. (BORBA; VILLARREAL, 2005).

[1] É um projeto apoiado pelo CNPq, aprovado nos editais Produtividade em Pesquisa (Processo: 303326/2015-8) e Universal (Processo: 400590/2016-6).

As referências teóricas desta pesquisa tomam essa visão de conhecimento como espinha dorsal e incluem princípios da Teoria da Atividade (ENGESTRÖM, 2001; ENGESTRÖM; SANNINO, 2010), e da Analise Multimodal, essa última na perspectiva da Semiótica Social (KRESS, 2009; BEZEMER; JEWITT, 2010; JEWITT; KRESS, 2010). É a partir dessas lentes teóricas que procuramos perseguir objetivo, apontado pela questão diretriz, de compreender como o vídeo digital participa do fazer modelagem, quando o problema é apresentado com essa mídia.

A Teoria da Atividade, em sua versão atual, toma como base analítica o conceito de sistema atividade, representado na estrutura triangular da Figura 1. Os sujeitos são aqueles que compartilham o objeto da atividade. Esse objeto consiste em um espaço problema coletivamente compartilhado, para o qual as ações se dirigem no sentido de transformá-lo em um produto. Os artefatos mediadores são as ferramentas técnicas e psicológicas, que medeiam as inter-relações sujeitos-objeto A comunidade representa os indivíduos que participam dos sistemas atividades, e também mediam as inter-relações entre os sujeitos e o objeto, mas que não compartilham diretamente esse último. Entre os sujeitos, a comunidade e o objeto se interpõem regras, que podem ser explícitas (leis, contratos assinados, currículos escolares, etc.) ou implicitamente estabelecidas, e uma divisão do trabalho, que pode refletir históricas relações de poder, ou configurar uma atribuição de tarefas emergente da própria dinâmica das ações. (ENGESTRÖM, 2001).

Figura 6: Estrutura triangular dos sistemas atividades.



Fonte: Engeström (2001, p. 135)

A Teoria da Atividade assume, ainda, cinco princípios analíticos. O primeiro deles se refere, justamente, à assunção do sistema atividade como unidade analítica. O segundo destaca a historicidade desses sistemas, de forma que mudanças significativas acontecem em intervalos de tempo relativamente longos. O terceiro diz respeito à multivocalidade, que implica considerar as diferentes vozes que se fazem ouvir na dinâmica do sistema, de maneira a não negligenciar aquelas que, por razões diversas, podem se tornar menos proeminentes. O quarto princípio contempla o papel das contradições, que são vistas como conflitos que podem refletir descontentamento, mas que incluem possibilidades de mudanças. O quinto consiste das transformações expansivas, que são reconfigurações que acontecem nos sistemas de atividades no sentido de superar contradições e explorar novas possibilidades. (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010).

Souto (2013) inclui a esses princípios a noção de que as mídias têm *agency* –sempre presente no conceito de seres-humanos-com-mídias – e reapresenta este construto teórico combinado com a Teoria da Atividade de terceira geração, ou seja, a desenvolvida pela escola finlandesa, moldada no diagrama da Figura 1. Consiste em uma expansão dos sistemas atividade no sentido de considerar a possibilidade das mídias atuarem não apenas como artefatos mediadores, como previsto no escopo original da Teoria da Atividade, mas em outras posições na estrutura triangular (SOUTO; BORBA, 2018).

A presente pesquisa toma a referida expansão teórica como ponto de partida e dá destaque ao princípio da multivocalidade, ao considerar as práticas de modelagem em estudo como sistemas atividade em que a voz do vídeo digital ganha destaque dentre as múltiplas vozes aí presentes. A proposta é analisar essa voz pela ótica da Semiótica Social, o que consiste em considerar não apenas o que a referida voz comunica, mas também a maneira como os recursos semióticos (imagens, filmagens, animações, escrita, oralidade, sons diversos, etc.) se organizam nos modos presentes nessa comunicação (KRESS, 2009; BEZEMER; JEWITT, 2010; JEWITT; KRESS, 2010).

A Semiótica Social propõe uma análise dos processos e comunicação e produção de significados centrada na noção de modo, que se refere a um conjunto organizado de recursos semióticos mobilizados para dar sentido (imagem, gesto, escrita, etc.) ao que é comunicado (JEWITT; KRESS, 2010). Dessa perspectiva, o modo se torna a unidade básica de análise dos processos de comunicação e produção de significados (KRESS, 2009).

Nesse sentido, esta investigação focou na maneira como o vídeo digital participou das práticas de modelagem em estudo como sistemas atividade, destacando a maneira como a voz dessa mídia se faz presente no fazer modelagem. E essa voz foi considerada em uma perspectiva que incluiu as influências de sua multimodalidade na produção de significados e nas ações dos sujeitos.

O design metodológico

A investigação assumiu um viés qualitativo, em que os dados produzidos no próprio ambiente online do curso tomado como contexto foram analisados de forma indutiva, destacando mais os processos que os resultados (BOGDAN; BIKLEN, 1994). O curso contou com aulas síncronas realizadas em um grupo do Facebook; a escrita de diários de bordo individuais pelos alunos, referentes a cada uma das aulas, em documentos de textos compartilhados no Google Drive; além de interações assíncronas no próprio grupo do Facebook.

O foco analítico foram as práticas de modelagem desenvolvidas no âmbito de uma dinâmica em que um problema é proposto por meio de um vídeo digital (videoproblema de modelagem), que também desafia os alunos à produção de um outro vídeo em forma de resposta (videorresposta de modelagem). Quatro videoproblemas foram apresentados aos alunos, que se dividiram em duplas, de forma que cada uma escolheu um dos vídeos a partir do qual desenvolveram seus trabalhos.

Os objetivos delineados neste artigo põem em primeiro plano a produção de uma dessas duplas (Ari/Vera), que escolheu desenvolver suas práticas de modelagem a partir do videoproblema 'Água: por um consumo consciente', o qual pode ser acessado a partir de seu link no Youtube (<https://youtu.be/fgMnFokq0fY>). Os dados considerados na análise foram produzidos pelo primeiro autor deste texto, que atuou como membro da equipe docente do referido curso, no âmbito do próprio ambiente online em que as práticas de modelagem se desenvolveram.

Os procedimentos elencados nessa produção incluíram a observação participante nas aulas e demais instâncias do curso; a leitura dos diários de bordo; leitura multimodal dos videoproblemas e videorrespostas; e entrevistas com as duplas, por meio do Whatsapp. Em coerência com os olhares teóricos assumidos e com o objetivo apontado na questão diretriz, a análise desses dados procurou evidenciar como a multimodalidade da voz do videoproblema molda a produção de significados e as ações desenvolvidas no âmbito das práticas de modelagem, essas últimas vistas como sistemas atividade.

Análise dos dados e discussões

A análise foi desenvolvida a partir de temas emergentes dos próprios dados. Os temas considerados neste artigo são: (1) Entre a problematização e o jogo de perguntas e respostas e (2) A domesticação da multimodalidade dos videoproblemas. Esses temas analíticos consistem em maneiras distintas de perseguir o objetivo de compreender como o vídeo digital participa do fazer modelagem, quando o problema é proposto com essa mídia.

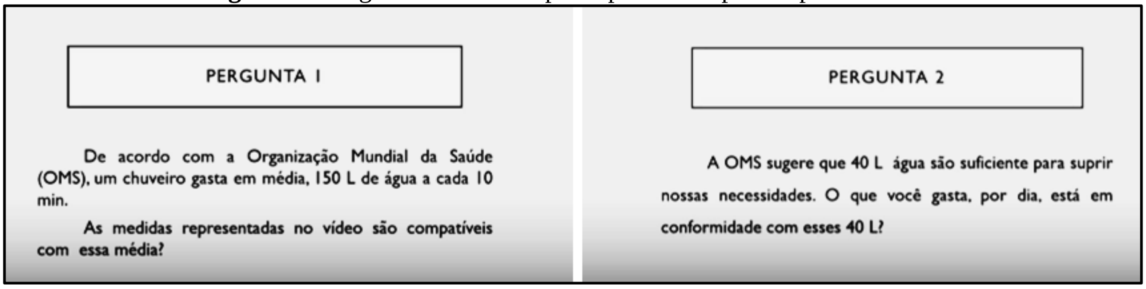
(1) Entre a problematização e o jogo de perguntas e respostas.

Os significados produzidos pela dupla Ari/Vera sinalizam para uma tendência em interpretar o que é proposto no videoproblema 'Água: por um consumo consciente' como uma espécie de questionário. Essa produção de significados se refletiu nos trabalhos desenvolvidos por essa dupla, de forma que o fazer modelagem se mostrou permeado por uma espécie de jogo de perguntas e respostas.

Essa tendência emergiu da forma como algumas questões, que são apresentadas ao longo das cenas do videoproblema, com o intuito de suscitar reflexões, foram compreendidas pela dupla, que as considerou como se fosse um questionário, ou seja, uma lista de perguntas a serem respondidas uma a uma. As referidas questões aparecem no vídeo em número de três: (1) De acordo com o ministério do meio ambiente, um chuveiro gasta, em média, 150 litros, a cada 10 minutos. Nossas medidas são compatíveis com essa média? (2) E o seu chuveiro, quanto gasta a cada 10 minutos? (3) A Organização Mundial de Saúde sugere que 40 litros de água são suficientes para suprir nossas necessidades diárias. A água que você consome, por dia, está em conformidade com esses 40 litros?

A presença desse jogo de perguntas e respostas pôde ser observada na videorresposta produzida por Ari e Vera, a qual pode ser assistida a partir do link (<https://youtu.be/X8L-U0WHXyc>). A Figura 2 mostra que as referidas perguntas chegam a ser mencionadas nas cenas da videorresposta da dupla. É possível perceber que a denominação PERGUNTA 1 diz respeito às duas primeiras questões apresentadas no videoproblema, enquanto que a pergunta anunciada na videorresposta como PERGUNTA 2 se refere à terceira das questões que o videoproblema traz.

Figura 7: Imagens da videorresposta produzida pela dupla Ari/Vera.



Fonte: Corpo de dados da pesquisa.

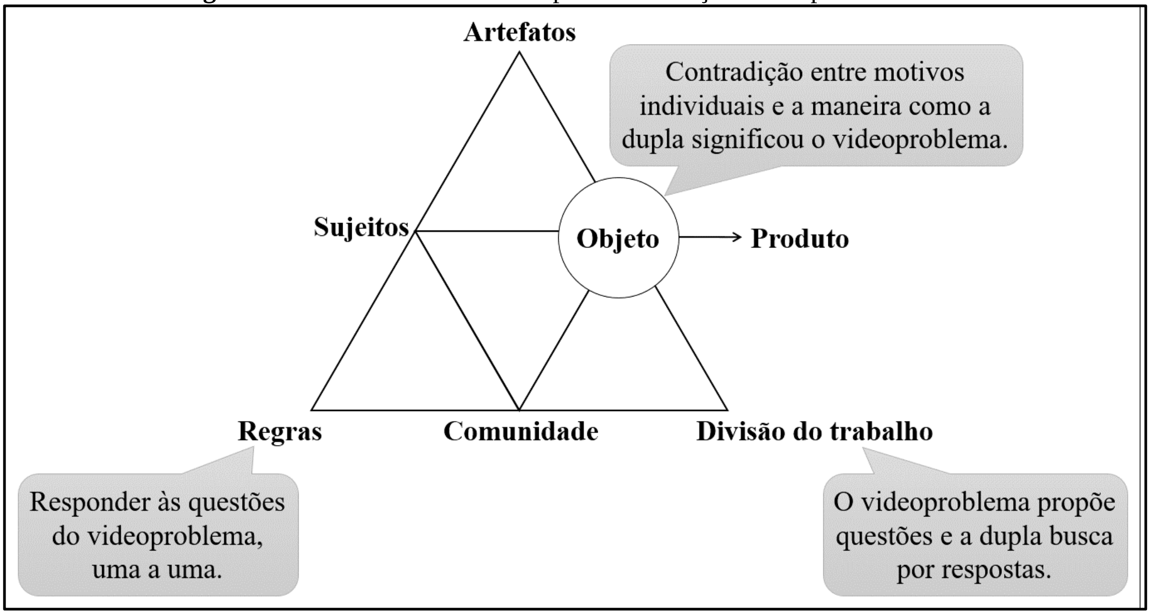
A dúvida apresentada por Vera, em um de seus diários de bordo, corrobora nosso entendimento de que a dupla interpretou as questões apresentadas no videoproblema como uma lista de perguntas a serem respondidas, uma a uma. E que essa produção de significados fez com que um jogo de perguntas e respostas permeasse o fazer modelagem desses participantes.

> *Estou com [...] dúvidas com relação a esta atividade. [...] - É PARA RESPONDERMOS POR MEIO DE UM VÍDEO QUANTO QUE GASTAMOS DE ÁGUA EM NOSSO CHUVEIRO A CADA 10 MINUTOS? SE A ÁGUA QUE GASTAMOS ESTÁ EM CONFORMIDADE COM A OMS DE 40 LITROS POR DIA? OU PODEMOS PRODUZIR UM VÍDEO COM O TEMA CONSUMO CONSCIENTE DA ÁGUA COM TEMA LIVRE? (Vera – Escrita do diário de bordo)*

Esse trecho do diário de Vera aponta para um dilema entre as intenções da dupla em trabalhar o tema referente ao consumo de água de forma mais ampla, e a necessidade de responder às perguntas do vídeo. Vera faz menção à questão (2) e (3), respectivamente, ao indagar, primeiro, se "[...] é para responder por meio de um vídeo quanto que gastamos de água em nosso chuveiro a cada 10 minutos" e, em seguida, "[...] se a água que gastam está em conformidade com a OMS de 40 litros por dia". (Vera – Escrita do diário de bordo).

Considerando as práticas de modelagem de Ari e Vera como um sistema atividade (Figura 3), o mencionado dilema pode ser interpretado como uma contradição entre os motivos da dupla, relacionados a ampliar suas ações em direção a novas problematizações que se voltam para questões ambientais, e a maneira como compreenderam a proposta do videoproblema, que remete a responder às perguntas como se fosse um questionário. O objeto desse sistema comporta, de um lado, os motivos da dupla em abordar questões ambientais de forma mais ampla e, de outro, a obrigação tácita de responder às questões do videoproblema, sendo essa última um desdobramento da produção de significados desses participantes mediante o texto digital dessa mídia. Configura-se um conflito entre a problematização e o jogo de perguntas e respostas, que reflete o dilema entre os motivos da dupla e a forma como significaram o videoproblema. Essa contradição fez emergir nesse sistema a regra implícita de **responder as questões do vídeo uma a uma**, e uma divisão do trabalho pela qual **o videoproblema propõe questões e a dupla busca por respostas**.

Figura 8: Sistema atividade correspondente às ações da dupla Ari e Vera.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Em termos das perspectivas de conhecimento e modelagem assumidas nesta pesquisa, a presença desse jogo de perguntas e respostas nas ações da dupla pode ser vista uma degeneração do fazer modelagem, ao incluir fragmentos de uma prática pedagógica em que a mídia vídeo digital assume o papel docente de propor questões e os alunos se limitam a responder o que lhes é proposto. Por outro lado, entendemos que a presença desse jogo permeou, mas não limitou o fazer modelagem da dupla a ele. Problematizações relacionadas ao consumo consciente de água foram levantadas e abordadas, por meio de estimativas e comparações, conduzindo a atitudes referentes ao consumo consciente da água. Inclusive, a dupla encerra sua videorresposta propondo um problema, que conduz a uma reflexão sobre a equidade relacionada à distribuição desse bem vital, ao comparar a quantidade de água que uma pessoa gasta, por dia, com aquela necessária para encher uma piscina.

(2) A domesticação da multimodalidade dos videoproblemas.

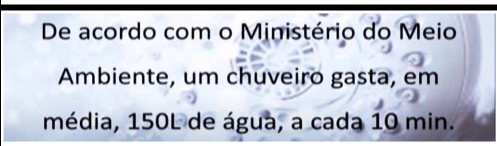
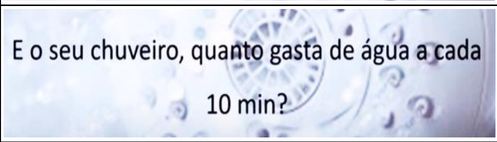
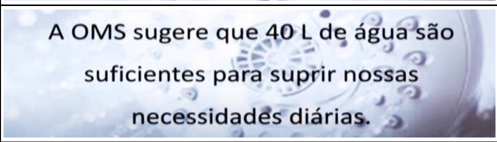
Um olhar multimodal, de uma perspectiva da Semiótica Social (KRESS, 2009; BEZEMER; JEWITT, 2010; JEWITT; KRESS, 2010), permite-nos aprofundar compreensões a respeito da produção de significados da dupla Ari e Vera, com relação às questões expostas no videoproblema, que influenciou a ocorrência do mencionado jogo de perguntas e respostas. Isso implica considerar essa produção de significados tendo em vista não apenas o que é comunicado, mas também os modos envolvidos nessa comunicação, e como essas significações influenciam as ações no âmbito do sistema atividade em estudo. Tomemos a resposta dada por Ari, em uma das entrevistas, como ponto de partida dessa análise.

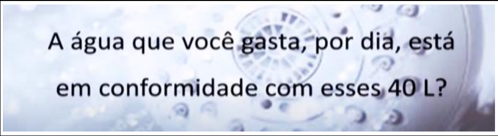
> ***Ari:*** *A forma como [...] foi gravado aquele vídeo, [...] ela deixa claro algumas perguntas. [...] Eu acho que influencia nesse sentido. [...]Por mais que a gente dê um direcionamento ambiental, a própria estrutura em que o vídeo foi gravado nos conduziu a responder certas questões que são fixas, pontuais. (Ari – Entrevista via Whatsapp – transcrição de áudio)*

Ari expõe, primeiramente, que a maneira como o videoproblema foi produzido põe em destaque as referidas perguntas que deram origem ao jogo de perguntas e respostas. Isso fica claro quando ela afirma que: "a forma como foi gravado aquele vídeo [...] ela deixa claro algumas questões". Mais adiante, ele menciona como a estrutura do referido vídeo direcionou-os a responder às tais perguntas, como se fosse um questionário, ao dizer que: "[...] a própria estrutura em que o vídeo foi gravado nos conduziu a responder certas questões que são fixas, pontuais". (Ari – Entrevista via Whatsapp – transcrição de áudio)

Em vistas das considerações de Ari, vamos direcionar um olhar multimodal para a estrutura do videoproblema. Mais especificamente, para os modos que compõem as cenas do trecho (1min 45seg a 2min 27seg) em que as referidas questões são apresentadas. O Quadro 1 procura retratar essa multimodalidade, ao dispor, lado a lado, as imagens das cenas e a transcrição das falas a elas referentes.

Quadro 3: Trecho do videoproblema 'Água: por um consumo consciente' - 1min 45seg a 2min 27seg.

	Imagens das cenas	**Transcrição das falas**
1		*De acordo com o ministério do meio ambiente, um chuveiro gasta, em média, 150 litros, a cada 10 minutos.*
2		*Nossas medidas são compatíveis com essa média?*
3		*E o seu chuveiro, quanto gasta a cada 10 minutos?*
4		*A Organização Mundial de Saúde sugere que 40 litros de água são suficientes para suprir nossas necessidades diárias.*

5		*A água que você consome, por dia, está em conformidade com esses 40 litros?*

Fonte: Corpo de dados da pesquisa.

O Quadro 1 mostra que os recursos comunicativos presentes nos modos das cenas em que as tais perguntas são apresentadas se reduzem ao texto escrito e estático, acompanhado de uma narração que repete, quase que na íntegra, o que está escrito. As considerações apresentadas por Ari no trecho de entrevista supracitado, combinadas ao olhar multimodal que o Quadro 1 permite, sugerem que o jogo de perguntas e resposta pode ter sido influenciado pela maneira como os modos foram organizados nas cenas do videoproblema, nas quais as referidas questões são apresentadas. Esse resultado é coerente com os pressupostos da Análise Multimodal, na perspectiva assumida nesta pesquisa, pois, a Semiótica Social considera que “modos diferentes moldam os significados a serem produzidos de maneiras específicas do modo” (BEZEMER; JEWITT, 2010, p. 183 – tradução nossa[2]).

Mas quais as especificidades dos modos presentes nas cenas onde as perguntas são expostas no videoproblema? A oralidade combinada ao texto escrito e estático constituem recursos comunicativos que remetem aos modos específicos da tradição da sala de aula, onde a lousa e o giz são mídias que predominam há pelo menos duzentos anos, conforme discutido em Villarreal e Borba (2010). Essa redução das possibilidades multimodais do vídeo digital ao texto estático combinado à oralidade pode ser vista como uma domesticação dessa mídia, que consiste em uma tentativa de repetir com ela práticas e resultados específicos a outra mídia (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

Frente ao exposto, entendemos que a análise dos dados empíricos desta investigação permite avançar a compreensão a respeito da noção de domesticação ao considerá-la de um ponto de vista multimodal. Dessa perspectiva, domesticar uma mídia implica em limitar os recursos comunicativos que ela permite, promovendo uma domesticação da sua multimodalidade.

[2] […] different modes shape the meanings to be realized in mode-specific ways, so that meanings are in turn differently realized in different modes.

Considerações finais

Neste texto, apresentamos uma investigação que explorou as potencialidades do vídeo digital no desenvolvimento de trabalhos de modelagem, em uma prática pedagógica em que um problema é proposto e respondido com essa mídia, que foi realizada no âmbito de um curso online voltado para a formação continuada de professores. Mais especificamente, buscamos compreender como o vídeo molda o fazer modelagem quando o problema é proposto com essa mídia.

Os resultados apontam para uma tendência em interpretar o problema proposto com o vídeo digital (videoproblema) – mais especificamente as perguntas que essa mídia apresenta, com o intuito de suscitar reflexões – como se fosse um questionário a ser integralmente respondido, fazendo com que os as práticas de modelagem se degenerassem em um jogo de perguntas e respostas. Um olhar multimodal para o texto fílmico do videoproblema, combinado à análise da produção de significados dos sujeitos, sugere que essa tendência é influenciada por uma limitação da multimodalidade que o vídeo possibilita, pois, nas cenas onde as perguntas aparecem os recursos comunicativos se reduzem ao texto estático acompanhado da oralidade que o repete na íntegra.

Da perspectiva de conhecimento aqui assumida, essa limitação das potencialidades multimodais do vídeo digital configura uma domesticação dessa mídia, pois consiste em uma subutilização dos recursos audiovisuais que essa mídia oferece, além de remeter a uma reprodução dos modos que caracterizam a lousa e do giz, mídias que marcam a tradição da Educação Matemática escolar. Acrescentamos que esse resultado, além de permitir discutir a domesticação de uma perspectiva da multimodalidade, traz contributos para o design de futuras práticas pedagógicas, das quais o vídeo digital se faz presente, no sentido de se evitar a limitação das suas potencialidades multimodais.

Entendemos que a presente pesquisa, ao analisar os dados empíricos a partir de uma combinação teórica da visão de conhecimento subjacente ao construto Seres-humanos-com-mídias, com princípios analíticos da Teoria da Atividade e da Semiótica Social, descortina possibilidades analíticas que podem ser exploradas em futuras pesquisas. Consiste em um passo adiante no esforço investigativo do GPIMEM, no sentido de compreender os papéis desempenhados pelas mídias na dinâmica dos sistemas atividades, que converge para o entendimento da estrutura triangular como uma instância povoada por coletivos seres-humanos-com-mídias, em todos os seus vértices.

Não há como falar das contribuições desta pesquisa para o campo da Educação Matemática sem mencionar as contingências impostas pela situação de pandemia que vivenciamos. O necessário isolamento social tem forçado as instituições de todos os níveis de ensino a promoverem uma Educação online, que tem se mostrado a única forma segura dela acontecer, e sem o tempo necessário para um planejamento adequado (BORBA, 2021). Nesse sentido, embora os objetivos e a metodologia desta investigação tenham sido pensados antes desse caos sanitário se estabelecer, entendemos que ela pode trazer respostas para a Educação Matemática que só tem sido possível a distância, e não se sabe por quanto tempo. Isso porque ela aconteceu no âmbito de um curso totalmente online, com foco em uma prática pedagógica na qual professores que atuam em diversos níveis e contextos educacionais desenvolveram trabalhos de modelagem, com o apoio de vídeos digitais, trabalhando em duplas que, em sua maioria, interagiram totalmente à distância.

Por fim, reiteramos que esta pesquisa avança compreensões sobre a dialética modelagem-com-tecnologias que é tema de pesquisas e ações educacionais ao longo dos vinte e sete anos de História do GPIMEM. O foco na participação do vídeo digital traz para o fazer modelagem as potencialidades multimodais de uma mídia que se torna cada vez mais presente nos mais diversos contextos sociais, inclusive os educacionais. Os resultados obtidos têm o potencial de contribuir com a modelagem, em específico, e com a Educação Matemática, em geral, ao oferecer, ao mesmo tempo, subsídios ao design de futuras práticas pedagógicas em que o vídeo digital esteja presente, além de possibilidades teóricas e analíticas a serem exploradas em futuras pesquisas.

Referências

ALFKE, D.S. **Mathematical modelling with increasing learning aids:** a video study. In: Stillman G., Blum W., Kaiser G. (eds.). Mathematical Modelling and Applications. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Cham (SZ): Springer, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-62968-1_2

BEZEMER, J; JEWITT, C. **Multimodal analysis: key issues.** In: LITOSSELITI, L. (ed.) Research Methods in Linguistics. London: Continuum International Publishing Group, 2010. p. 180-197.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação:** fundamentos, métodos e técnicas. In: Investigação qualitativa em educação. Portugal: Porto Editora, 1994. P. 15-80.

BORBA, M. C.; CANEDO JUNIOR, N. R. **Modelagem Matemática com Produção de Vídeos Digitais:** reflexões a partir de um estudo exploratório. **Com a Palavra, o Professor,** v. 5, n. 11, p. 176-189, 2020.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática:** sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BORBA, M.C. The future of mathematics education since COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things. **Educ Stud Math**, 2021. DOI: https://doi.org/10.1007/s10649-021-10043-2

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking:** information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. v. 39, New York: Springer, 2005.

DOMINGUES, N. S. D.; BORBA, M. C. Vídeos Digitais nos Trabalhos de Modelagem Matemática. **Educação Matemática em Revista,** v. 22, p. 38-50, 2017.

ENGESTRÖM, Y. Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. **Journal of Education and Work,** v.14, n. 1, p. 133-156, 2001. DOI: http://dx.doi.org/10.1080/13639080020028747

ENGESTRÖM, Y; SANNINO, A. Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. **Educational Research Review,** v. 5, n. 1, p. 1–24, 2010. DOI: 10.1016/j.edurev.2009.12.002

JEWITT, C.; KRESS, G. **Multimodality, literacy and school English.** In: The Routledge International Handbook of English, Language and Literacy Teaching. WYSE, D.; ANDREWS, R.; HOFFMA, J. London: Taylor & Francis e-Library, 2010. p. 342-356.

KRESS, G. **Multimodality:** a social semiotic approach to communication. London: Routledge Falmer, 2009.

NEVES, L. X. **Intersemioses em vídeos produzidos por licenciandos em Matemática da UAB**. 2020. 304f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020.

OECHSLER, V. **Comunicação Multimodal: produção de vídeos em aulas de Matemática.** 2018. 311f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

OREY, D.C.; ROSA, M. Developing a mathematical modelling course in a virtual learning environment. **ZDM Mathematics Education**. v. 50, n. 1-2, p.173-185, 2018. DOI: https://doi.org/10.1007/s11858-018-0930-8

PARAIZO, R. F. **Aprendizagem pela modelagem matemática associada a questões ambientais num contexto de produção de vídeos no ensino médio.** 2018. 344f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Humans-with-internet or internet-with-humans: a role revisall? **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – RIPEM**, v. 8, n. 3, p 2-23, 2018.

SOUTO, D. L. P. **Transformações expansivas em um curso de educação matemática a distância online.** 2013. 281f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

VILLARREAL, M., BORBA M. C. Collectives of humans-with-media in mathematics education:notebooks, blackboards, calculators, computers and … notebooks throughout 100 years of ICMI. **ZDM - Mathematics Education**, v. 42, p 49-62, 2010. DOI: https://doi.org/10.1007/s11858-009-0207-3

Tecnologias digitais, criatividade e formação de professores: reflexões a partir das publicações do VII SIPEM

Digital technologies, creativity and teacher education: reflections from the VII SIPEM publications

Priscila Gleden Novaes da Silva
Universidade Federal da Integração Latino-Americana
priscila.silva@unila.edu.br

Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
rodolfovertuan@yahoo.com.br

Clodis Boscarioli
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
boscarioli@gmail.com

Resumo
Neste estudo investigamos como as temáticas criatividade, tecnologias digitais e formação de professores figuravam na edição de 2018 do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), a partir da pergunta: *Como a criatividade e as tecnologias digitais têm figurado no contexto das pesquisas que tratam da formação de professores?* Para tanto, realizamos um mapeamento dos artigos publicados nessa edição do evento relativos à formação de professores e que tiveram como foco o estudo de tecnologias digitais ou criatividade. Dos 226 estudos distribuídos em quinze Grupos de Trabalho, foram identificados 84 artigos que tratavam da formação de professores. Destes, 12 artigos compuseram o corpus de análise, nenhum deles envolvendo as duas temáticas, 9 sobre tecnologias digitais e 3 sobre criatividade. No que diz respeito às tecnologias digitais, identificou-se uma ênfase das pesquisas na avaliação da integração desses recursos no ensino, na formação do professor para utilização dos softwares em sala de aula, como parte importante do conhecimento profissional docente e uma defesa pela formação de professores deva ir além da instrumentação e privilegiar a autonomia docente na proposição de práticas pedagógicas. Evidencia-se também a lacuna de pesquisa sobre as relações que podem ser estabelecidas entre criatividade e tecnologias digitais, a partir da formação de professores de Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Mapeamento; Formação docente.

Abstract
We investigate how the themes creativity, digital technologies and teacher education figured in the 2018 edition of the International Seminar on Research in Mathematics Education (SIPEM), from the question: How creativity and digital technologies have figured in the context of research dealing with teacher education? Therefore, we mapped the articles published in the edition of the event related to teacher training, and which focused on the study of digital technologies or creativity. Of the 226 studies distributed in fifteen Working Groups, 84 articles related to teacher training were identified. Of these, 12 articles composed the corpus of analysis, none of them involving the two themes, 9 on digital technologies and 3 on creativity. With regard to digital technologies, an emphasis of research was identified on the evaluation of the integration of these resources in teaching, in teacher training for the use of software in the classroom, as an important part of professional teaching knowledge and a defense for teacher training should go beyond instrumentation and privilege teaching autonomy in proposing pedagogical practices. It also highlights the research gap on the

relationships that can be established between creativity and digital technologies, from the training of Mathematics teachers.

Keywords: Mathematics Education; Mapping; Teacher Education.

Introdução

Avanços tecnológicos e científicos produzem mudanças em várias esferas da sociedade e, por conseguinte, na educação, fazendo emergir questionamentos aos educadores, dentre eles o de pensar um ensino que prepare cidadãos e profissionais aptos para viver e produzir em um mundo em constante mudança (LIBÂNEO, 2011; BACICH; MORAN, 2018). Aliado a isso, a criatividade tem sido apontada na literatura, a exemplo de Alencar e Fleith (2009), Lubart (2007) e Gontijo *et al.* (2019), como habilidade fundamental para lidar com os desafios sociais, econômicos e tecnológicos que emergem na atualidade, demandando soluções criativas e inovadoras para problemas tanto do âmbito pessoal quanto social.

De acordo com Berg *et al.* (2020), num século já marcado por mudanças, a Pandemia causada pelo SARS-Cov-2 acelerou algumas delas, nas relações humanas, na ciência, tecnologia e cultura, fazendo emergir motivos e interesse para gerar novas soluções tanto no âmbito escolar quanto na sociedade, local e globalmente. Diante do afastamento social imposto em março de 2020, as aulas tiveram que ser repensadas a partir do uso de recursos tecnológicos, o que trouxe aos professores o desafio de reinventar suas práticas para dar conta do ensino, no formato remoto, de modo a não prejudicar os processos de ensino e de aprendizagem.

Para Berg *et al*. (2020), foi aí revelada a carência e a importância do que chama de aprendizagem criativa, que resultaria "em mentes flexíveis e em plenitude das capacidades e habilidades úteis para o bem-estar vocacional e social, contribuindo significativamente para a aquisição da informação e do conhecimento" (p. 16).

Tendo em vista o exposto e considerando a busca por relações que possam ser estabelecidas entre criatividade e a utilização de tecnologias digitais (TD), atentamos para o VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)[1], última edição realizada em 2018, buscando compreender como essas temáticas eram abordadas nas

[1] VII SIPEM (2018, Foz do Iguaçu, PR). Mais informações sobre o SIPEM podem ser consultadas em http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/sipem.

práticas docentes e na formação de professores em Educação Matemática naquele momento, a partir da pergunta: *Como a criatividade e as tecnologias digitais têm figurado no contexto das pesquisas que tratam da formação de professores?*

Neste artigo, contextualizamos o uso de tecnologias digitais e a criatividade, olhando especialmente para suas relações com a prática docente e a formação do professor de matemática. Em seguida, apresentamos os encaminhamentos metodológicos dessa pesquisa, para então discutir os resultados à luz da nossa interrogação e da fundamentação teórica. Enfim, expomos as considerações finais juntamente às perspectivas da pesquisa.

Tecnologias Digitais, Criatividade e Formação de professores

O avanço tecnológico é impulsionado pela criatividade humana, ao passo que as tecnologias fornecem novos contextos e ferramentas à produção criativa e, de acordo com Henriksen, Mishra e Fisser (2016), essa relação carece de ser enfatizada e explorada no contexto da educação. Corroborando com a afirmação, a Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019[2] apresenta como uma das competências gerais docentes: “Pesquisar, investigar, refletir, realizar a análise crítica, usar a criatividade e buscar soluções tecnológicas para selecionar, organizar e planejar práticas pedagógicas desafiadoras, coerentes e significativas” (p. 15).

Pelo exposto, e conforme Libâneo (2011), entendemos que a formação de professores deve se pautar pela atividade criadora, reflexiva, crítica e compartilhada, e que se faz necessário que os professores reconheçam a variedade de maneiras pelas quais as TD podem apresentar um conteúdo, permitir exploração, interatividade e colaboração e reflitam sobre como implementar isso em suas aulas.

Além de Henriksen, Mishra e Fisser (2016), alguns estudos têm discutido a relação entre criatividade e a utilização de tecnologias digitais no contexto da Educação (BURKHARDT; LUBERT, 2010; JACKSON *et al.*, 2012; VILARINHO-REZENDE, 2017), porém, especificamente, no que diz respeito à Educação Matemática, essa relação tem sido pouco explorada. No Brasil, encontramos a tese de Oliveira (2016), voltada ao estudo da importância das TD no incremento da criatividade e do conhecimento matemático

[2] Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e que institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação).

de estudantes do Ensino Fundamental e a pesquisa de Rosa e Dantas (2020) sobre o processo criativo de professores de matemática na construção de atividades com TD buscando evidenciar aspectos sobre o que denominam criatividade tecnológica[3].

Voltando-nos às temáticas em separado, segundo Gontijo *et al.* (2019), estudos sobre criatividade em Matemática vêm, aos poucos, ganhando espaço nas pesquisas e apontam a uma pluralidade de definições do que é concebido como criatividade. Nesse sentido, apoiamo-nos em Lubart (2007) ao afirmar que "a criatividade é a capacidade de realizar uma produção que seja ao mesmo tempo nova e adaptada ao contexto na qual ela se manifesta" (p. 16), assim entendemos, de acordo com Vieira (2019), que a criatividade está relacionada ao desenvolvimento da "capacidade de solucionar problemas, compreender o mundo e intervir a partir de novas leituras na realidade vivida" (p. 28).

A importância de estudos sobre criatividade, em especial no âmbito da formação de professores, conforme Alencar e Fleith (2009), é que a atuação dos professores desempenha papel fundamental na promoção da criatividade dos alunos, mas salientam, é preciso que estes compreendam e vivenciem sua própria criatividade. Portanto, é necessário capacitá-los sobre a necessidade e o significado da criatividade para o campo educacional e para a sociedade. Nesse sentido, a "criatividade docente está relacionada à habilidade do educador em construir para si e seus educandos espaços nos quais seja possível vivenciar a liberdade de criar e a autoria do pensar" (VIEIRA, 2019, p. 29).

Miskulin (2003) aponta que uma forma de tornar as aulas mais criativas e possibilitar melhora no desempenho acadêmico dos alunos é a utilização das (TD), tendo em vista que sua inclusão coaduna com o ambiente tecnológico que integra a paisagem do lado de fora das escolas. Cabe salientar que, referimo-nos às TD para designar os dispositivos mais atuais como o computador, o tablet, o smartphone e qualquer outro dispositivo que permita a navegação na Internet (CORRÊA; BRANDEMBERG, 2021).

Embora a discussão sobre a utilização de TD no ensino não seja recente e que há muitos estudos voltados à temática (MISKULIN, 2003), e que Rosa *et al.* (2018), ao tratarem sobre a pesquisa realizada no âmbito do grupo Educação Matemática: novas tecnologias e

[3] O ato de atualizar produtos e/ou processos com TD, que ainda não foram atualizados, utilizando para isso a intencionalidade de ir além do que subjetivamente se reconhece nas dimensões matemática, pedagógica e tecnológica, de forma a não se reproduzir total ou parcialmente aquilo que for atualizado (ROSA, DANTAS, 2021, p. 10).

educação a distância da SBEM, considerando o VI SIPEM, realizado em 2015, apontam que as pesquisas na formação de professores têm evoluído em termos de pensar essa formação em consonância com o uso de recursos tecnológicos para não mais caracterizar e investir na prática reprodutiva, mas na que expande e transforma o pensamento matemático, Ragoni e Chiari (2021) citam que ainda faltam subsídios, "sejam eles estruturais, formativos ou mesmo estímulos pessoais para que possamos olhar para as tecnologias digitais como recursos mediacionais no ensino" (p. 261).

Corrêa e Brandemberg (2021) corroboram com essa afirmação ao relatar que na situação ocasionada pelo distanciamento social imposto pela pandemia, a transferência das aulas para plataformas *online* e o uso de TD como recurso para mediação do processo de aprendizagem, fez evidente que

> [...] boa parte dos professores brasileiros não se encontra, efetivamente, capacitada para desenvolver atividades que integram as tecnologias digitais ao processo de ensino e aprendizagem, seja por não estar inclusa no currículo da disciplina estudada na graduação, seja por falta de investimentos ou mesmo incentivos na formação continuada nas políticas educacionais (CORRÊA, BRANDEMBERG, 2021, p. 39).

Assim, entendemos, conforme Miskulin (2003) a necessidade de um redimensionamento na concepção da formação docente, para que esta transcenda a formação tradicional, que prioriza a técnica de ensino em detrimento de uma reflexão consciente e crítica sobre a utilização das TD no processo educativo. Destarte, expomos na seguinte seção os encaminhamentos metodológicos da pesquisa.

Encaminhamentos metodológicos

Este estudo parte de um mapeamento dos artigos publicados no VII SIPEM relativos à formação de professores e que tinham como foco o estudo de tecnologias digitais ou criatividade. Utilizamos uma metodologia do tipo Estado do Conhecimento, pois de acordo com Fiorentini *et al*. (2016) pesquisas desse tipo envolvem muitos trabalhos e buscam descrever aspectos gerais em um determinado campo de conhecimento, destacando seus principais resultados e conclusões. Ferreira (2002) relata que essas pesquisas também são reconhecidas por adotarem um caráter inventariante e descritivo sobre o tema investigado, o que vem ao encontro de nosso objetivo, o de investigar como essas temáticas conversavam na referida edição do evento.

O SIPEM é um evento internacional estruturado no formato de Grupos de Trabalho (GT)[4]. Neste estudo, optamos por inicialmente considerar todos os 226 trabalhos publicados na VII edição, distribuídos nos quinze GT. Em seguida, identificamos que deste total, 84 artigos tinham como sujeitos das pesquisas professores em formação ou em exercício e/ou discutiam a formação docente.

A fim de selecionar os artigos, partimos à identificação das publicações com foco de interesse em criatividade ou tecnologias digitais. Cada um dos resumos foi lido e, em muitos casos, fez-se necessário ler o texto completo, sendo excluídos os não relacionados à temática. Assim, chegamos a 12 artigos para comporem o corpus de análise, nenhum deles envolvendo as duas temáticas: 9 sobre tecnologias digitais e 3 relativos à criatividade/criação, sendo distribuídos nos GT conforme Quadro 1.

Quadro 1: Distribuição dos artigos publicados no VII SIPEM por GT

rupo de Traba lho	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**otal**
rtigos public ados	5	7	8	3	2	0	7	4	0	7		8	4		7	**26**
ormaç ão de profes sores							7									**4**
ecnolo gias Digita is																
riativi dade																

Fonte: Os autores, 2021.

[4] GT1 - Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; GT2 - Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio; GT3 - Currículo e Educação Matemática; GT4 - Educação Matemática no Ensino Superior; GT5 - História da Matemática e Cultura; GT6 - Educação Matemática: novas tecnologias e educação a distância; GT7 - Formação de professores que ensinam Matemática; GT8 - Avaliação em Educação Matemática; GT9 - Processos cognitivos e linguísticos em Educação Matemática; GT10 - Modelagem Matemática; GT11 - Filosofia da Educação Matemática; GT12 - Ensino de probabilidade e estatística; GT13 – Diferença, inclusão e Educação Matemática; GT14 – Didática da Matemática e o GT15 – História da Educação Matemática.

Os artigos selecionados foram lidos e analisados seguindo etapas de anotações de percepção geral das informações; reflexão sobre os significados; revisão dos propósitos da pesquisa e, por fim, da identificação de questões-chave para a análise. O Quadro 2 traz os artigos separados por temática, identificados com T1 até T9 os relativos às tecnologias digitais e com C1 a C3 os relativos à criatividade.

Quadro 2: Identificação dos artigos

Ident.	GT	Referência
		Tecnologias Digitais
TT1	GGT06	BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. Uma lente para analisar a integração de tecnologias digitais ao ensino exploratório de matemática. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
TT2	GGT06	DANTAS, S. C.; BALDINI, L. A. F. Produção de conhecimentos matemáticos e tecnológicos na resolução de problemas com o Geogebra. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
TT3	GGT12	FIGUEIREDO, A. C. Ensino de estatística: discussão sobre sequências didáticas aplicadas por estudantes de licenciatura em pedagogia em ambiente virtual. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
TT4	GGT04	LOPES, E. M. C.; SOUZA JUNIOR, A.J. Trabalho colaborativo: em busca da integração de tecnologias digitais ao ensino de geometria analítica. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
TT5	GGT10	MENEZES, R. O.; BRAGA, R. M. O papel da informática no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
TT6	GGT04	MOTA, J. F.; PINTO, R. L. Desenvolvimento do pensamento geométrico em atividades com o uso de mídias digitais. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
TT7	GGT06	RENK, P. R.; ROSANA, N. L. Representações dinâmicas de funções: o software Simcalc e a análise de pontos máximos e mínimos. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.

TT8	GGT11	SANTOS, R. S.; BICUDO, M. A. V. Intencionalidade e empatia na elaboração de recursos. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
TT9	GGT07	STORMOWSKI, V. Formação de professores e uso de tecnologia: experiência com o Geogebra na modalidade EaD. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
Criatividade/Criação		
CC1	GGT13	ROSA, E. A. C. Deficiência é.... Um olhar de professores que ensinam matemática em ambientes ditos inovadores e criativos. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
CC2	GGT02	SOUZA, J. C. S.; FONSECA, M. G. O jogo além do jogar: o potencial do desenvolvimento de um jogo para o processo de aprendizado em matemática. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.
CC3	GGT10	VERTUAN, R. E.; SETTI, E. J. K. Criatividade e modelagem matemática: o que dizem alunos egressos de um curso de licenciatura em matemática sobre suas formações iniciais. In: Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, 2018.

Fonte: Os autores, 2021.

Dessa forma, considerando nossa interrogação de pesquisa, estruturamos a análise em três partes: na primeira, tecemos considerações sobre as tecnologias digitais na formação de professores, na segunda, a criatividade na formação de professores e, enfim, apresentamos como considerações finais uma possibilidade de convergência entre criatividade, tecnologias digitais e formação de professores, bem como, as perspectivas da pesquisa.

As tecnologias digitais na formação de professores

Considerando o VII SIPEM, no contexto das pesquisas que tratam da formação de professores, identificamos dois focos principais de análise: a formação docente com TD e as TD como possibilidades pedagógicas. Referente ao primeiro foco, a pesquisa T2 objetivou compreender o processo realizado por professores de Matemática ao utilizarem o GeoGebra na resolução de um problema, de modo que o interesse principal era identificar conhecimentos matemáticos e tecnológicos manifestados. Além dessa pesquisa, a T9 apresentou um estudo sobre a formação de professores de matemática para incorporação de recursos tecnológicos (GeoGebra) em sala de aula, no contexto da Educação a Distância (EaD).

As pesquisas com foco nas TD como possibilidade pedagógica relacionaram seu uso: a uma proposta de ensino de Matemática com tarefas de natureza exploratória (T1), ao desenvolvimento da habilidade de visualização e do pensamento geométrico (T6), ao estudo do comportamento de funções (T7) e à análise do papel da Internet no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática (T5).

Embora não apresentem diretamente como objeto de pesquisa as TD, as pesquisas T3, T4 e T8 constituem nosso material de análise, pois abordam a integração de GeoGebra e Moodle para ensinar e aprender Geometria Analítica (T4), uma possibilidade de prática de ensino compartilhada no Moodle (T3) e a elaboração de recursos didáticos para o ensino de matemática na Internet (T8).

Figuram como objeto de estudo no corpus predominantemente softwares de representação dinâmica, como GeoGebra (T1, T2, T4, T9), Winplot (T6) e SimCalc (T7). Além disso, a Internet (T5, T8) e ambientes virtuais de aprendizagem (AVA), em específico o Moodle, (T3, T4). Assim, identificamos uma ênfase nas pesquisas em avaliar a integração das TD no ensino e na formação do professor para utilização dos softwares em sala de aula.

Percebemos também, relativo à emergência da necessidade causada pela pandemia de que as aulas fossem realizadas pela Internet, pouca discussão acerca de aulas por videoconferência ou AVA. Esses ambientes sendo vistos como complemento às aulas presenciais, relacionados à possibilidade de maior acompanhamento dos diferentes tipos de interação dos estudantes durante a realização das tarefas, como em T4 e como possibilidade na formação EaD, na pesquisa T9, porém, T3 relata que a carência de pesquisas sobre a formação docente a distância se configuraria como um dos maiores desafios para a sua realização.

Além disso, fica evidenciado que as TD têm figurado principalmente como meio de acesso ao conhecimento e como possibilidades pedagógicas. De acordo com T1 “As tecnologias constituem meio para o aluno acessar o conhecimento” (p. 10). Nesse sentido T5 afirma que “buscas na internet ensejaram nas alunas acesso a informações [...] que refletiram em suas decisões [...]” (p. 10) e a pesquisa T8, ao abordar as motivações de sujeitos que elaboram recursos na internet para o ensino de matemática, cita que uma delas é o desejo de “divulgar o conhecimento matemático e expandir os limites de acesso a ele por meio das possibilidades abertas com e pela internet” (p. 10).

As TD como possibilidades pedagógicas estão atreladas à ideia de que seus usos permitem romper com o ensino tradicional, como em T4: “alguns recursos tecnológicos [...] foram incorporados ao modelo pedagógico tradicionalmente utilizado para o ensino de Geometria Analítica na universidade. O trabalho desenvolvido por esse grupo abriu novas possibilidades pedagógicas para os professores que ministram a disciplina nessa universidade” (p. 11).

A pesquisa T7 corrobora com essa noção, pois afirma que por meio do software SimCalc “[...] é possível colocar diante de crianças conceitos elaborados dos estudos de funções sem dizer que estamos estudando funções, e, ainda mais, dizer apenas que estamos olhando um “foguetinho” indo e vindo no espaço, um carro levando a família para passeios, pessoas indo e vindo em suas rotinas.” (p. 11). Segundo seus autores, “a versatilidade dessa ferramenta permite aos professores criarem atividades diversas que podem ser relacionadas à situação do cotidiano”. Nesse sentido, T6 considera que as tecnologias “possibilitam aos estudantes experiências diferentes daquelas obtidas no ensino tradicional” (p. 3).

Fica evidenciado também o uso das TD como parte importante do conhecimento profissional dos professores, a exemplo de T9 quando afirma que “a compreensão da maneira com que o software GeoGebra apresenta o conhecimento matemático [...] é essencial para o professor que pretende utilizar o software para promover a aprendizagem em matemática” (p. 6). E é corroborado por T6 ao afirmar que cabe ao professor “buscar procedimentos metodológicos que utilizem essas novas tecnologias, a fim de propiciar uma maior interação e envolvimento com as múltiplas possibilidades existentes, buscando a apropriação de novos conhecimentos, habilidades e atitudes advindas dessa nova realidade” (p. 5).

Ainda nesse viés, as TD podem ser vistas como um meio para interagir e colaborar com outros professores e parceiros educacionais, como observado em T8 ao citar como motivação para o desenvolvimento de recursos de ensino na Internet uma “atenção ao professor de matemática, colega de ensino aprendizagem que está em sala de aula, e sua prática, na perspectiva do auxílio e das trocas, frente à promoção do ensino e da aprendizagem matemática” (p. 10).

Acerca da formação de professores, T7 reflete que essa necessita ir "além do que apenas instrumentalizar para o uso das tecnologias, mas que contribua para que o professor desenvolva suas próprias atividades didáticas", pois esse uso estaria "limitado à criatividade do professor e do aluno que a utilizam em seus estudos". Nesse viés, a pesquisa T9 considera necessário que os professores desenvolvam suas próprias atividades didáticas, que enquanto "professores-alunos pensem matemática com o software" e afirma que, para isso, é "essencial que a formação vá além do que apenas considerar instruções técnicas de uso das ferramentas do software" (p. 9).

Nesse sentido, Miskulin (2003) ao refletir sobre um necessário redimensionamento da formação de professores, afirma que a inserção da Tecnologia na Educação deve ser compreendida e orientada para proporcionar o desenvolvimento de uma inteligência crítica, mais livre e criadora, embasada numa "dimensão que concebe o "aprender fazendo", ou seja, a ação educativa como um processo de construção, no qual os sujeitos, futuros professores, serão aprendizes e construtores de sua própria formação" (p. 6).

A criatividade na formação de professores

Em relação às pesquisas que versam sobre criatividade, tecemos algumas considerações a respeito de seus objetivos e da relação manifestada nesses trabalhos entre a criatividade, a atuação e a formação de professores. Quanto aos objetivos, apenas a pesquisa C3 apresenta estudo diretamente relacionado à criatividade, analisando as manifestações de alunos egressos de um curso de licenciatura em Matemática sobre suas formações iniciais, ao refletirem sobre os temas modelagem matemática e criatividade.

A pesquisa C2 analisou o processo de criação de jogos matemáticos como estratégia de atividade didática, justificando que propiciar aos alunos que eles desenvolvam os próprios jogos pode "estimulá-los a se verem como criadores e não apenas jogadores" e que isso "pode contribuir para que adquiram um outro olhar sobre o material produzido, e com isso, aprimorem suas percepções críticas e criativas" (p. 4).

Já a pesquisa C1 elaborou uma compreensão sobre como é visto o estudante com deficiência, transtorno global do desenvolvimento, altas habilidades e superdotação por professores que ensinam Matemática em ambientes escolares ditos inovadores e criativos. No entanto, C1 não apresenta uma discussão sobre o perfil dessas escolas, apenas uma explicação de que essa nomenclatura se refere às escolas “que possuem uma metodologia diferenciada da que comumente é utilizada na educação básica, tais como: possuir uma gestão democrática com participação ativa de todos os sujeitos envolvidos no cotidiano escolar, que sejam abertas a parcerias com a comunidade, que o currículo seja focado na formação integral dos estudantes, e que o ambiente escolar seja mais acessível e acolhedor a todos os envolvidos” (p. 3), ou seja, a relação com os termos inovadores e criativos parece se estabelecer baseada principalmente no “diferente do comum”, tradicional.

Concernente à relação manifestada nesses trabalhos entre criatividade, atuação e formação docente, identificamos a importância de possibilitar ao educador a experiência de criar em prol do desenvolvimento da criatividade, tanto docente quanto discente, como afirma Vieira (2019). Nesse viés, segundo C2, o professor, quando investe na criação, “atua como um mediador do aprendizado, ao propor situações didáticas que favoreçam o aprendizado do aluno” (p. 5). Justificam a proposição de atividades que envolvam criação afirmando que nesse processo alunos (e alunos-professores) “além de se aprofundarem no conteúdo” (p. 5), pois mobilizam diversos conceitos matemáticos, desenvolvem “autonomia e criatividade, ao passo que realizam um trabalho colaborativo com potencial em se aprender com seus pares” (p. 5). Assim, para os professores, vivenciar a dinâmica de criação dos jogos significaria um “aprender ‘fazendo’ e assim incrementar sua formação no que tange à prática pedagógica” (p. 10).

Nesse sentido, para os autores da pesquisa C3 “a criatividade pode ser desenvolvida e para isso é necessário que haja estímulos e ambiente propício” (p. 2). Ademais, salientam que o ambiente, o clima em sala de aula e a postura do professor têm papel importante no desenvolvimento da criatividade nos estudantes e também no processo criativo, corroborando com Alencar e Fleith (2009).

Também em C3, os aspectos de criatividade manifestados pelos sujeitos nas entrevistas “para os alunos” diferem dos apontados “para os docentes”. Para os autores, essa diferenciação realizada pelos egressos pode estar relacionada ao que compete a um e a outro no ambiente escolar. Enquanto apontam que um aluno criativo “é aquele que busca criar e inovar frente aos problemas que precisa resolver” (p. 7), consideram um professor criativo “aquele que utiliza de diferentes modos de mediar o conhecimento, principalmente por meio de metodologias diferenciadas e da construção e utilização de materiais alternativos nas aulas" (p. 8). Ou seja, no que se refere aos docentes "os aspectos de criatividade não incidem no ato de resolver um problema matemático, mas no âmbito das práticas docentes que empreendem" (p. 8).

Considerações finais e perspectivas da pesquisa

Tendo em vista nosso objetivo de investigar como a criatividade e as tecnologias digitais figuravam no contexto das pesquisas que tratam da formação de professores em Educação Matemática na edição de 2018 do SIPEM, evidenciamos, a respeito dos estudos que versavam sobre TD, um destaque na avaliação da integração desses recursos no ensino e na formação do professor para sua utilização em sala de aula.

As TD figuram como meio de acesso ao conhecimento e como possibilidades pedagógicas que se abrem por meio de sua utilização e, acerca dos desdobramentos que essa discussão enseja na prática docente, identificamos as TD como parte importante do conhecimento profissional do professor. Acerca da formação de professores com TD evidenciamos que deve ir além da instrumentação e privilegiar a autonomia docente. Entendemos que tal formação coaduna com uma que possibilite o desenvolvimento da criatividade docente, em que o professor se reconheça como autor, ampliando sua capacidade de solucionar problemas, compreender o mundo e intervir a partir de novas leituras na realidade vivida, tal qual afirmado por Vieira (2019).

Ademais, das três pesquisas que versavam sobre criatividade, apenas uma tinha como objetivo direto seu estudo na formação de professores, o que aponta a carência de estudos na área. Fica-nos evidente no corpus, em prol do desenvolvimento da criatividade, a importância dada às práticas docentes e à possibilitar ao educador a experiência de criar.

Na edição investigada do SIPEM, não encontramos pesquisas que estudassem ambas as temáticas, criatividade e utilização de tecnologias digitais, ou as relações que possam ser estabelecidas entre elas, no âmbito da formação de professores. Todavia, considerando que muitas das TD utilizadas atualmente no ensino não foram projetadas para fins educacionais, ficando a cargo da criatividade e da proposição metodológica de uso, conforme Henrikssem, Mishra e Fisser (2016), faz-se necessário uma formação que promova a criatividade dos educadores na concepção de novas formas de pensar sobre as TD no ensino, e que possibilite aos professores o reconhecimento das formas com que as TD proporcionam novas maneiras de construção, representação, comunicação e compartilhamento do conhecimento, oportunizando o desenvolvimento da criatividade tanto docente, quanto discente.

Concluímos, a partir da discussão acerca da importância e lacuna de estudos que integrem criatividade e tecnologias digitais na formação de professores que ensinam matemática, que é imprescindível o desenvolvimento de pesquisas que preencham essa lacuna e que estabeleçam um modo de pensar as tecnologias digitais no contexto da formação de professores, com um viés de criação e criatividade e, porque não dizer, de crítica e com autonomia.

Referências

ALENCAR, E. S.; FLEITH, D. S. **Criatividade:** múltiplas perspectivas. 3 ed. 2ª reimpressão -Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

BURKHARDT, J. M., LUBART, T. Creativity in the age of emerging technology: some issues and perspectives in 2010. **Creativity and Innovation Management**, v. 19, n. 2, p. 160-166, 2010.

BERG, J., VESTENA, C. L. B., ZWIEREWICZ, M., COSTA-LOBO, C. Pandemia 2020 e Educação. **Revista Brasileira De Educação Ambiental (RevBEA)**, v. 15, n. 4, p. 470-487, 2020.

CORRÊA, J. N. P.; BRANDEMBERG, J. C.. Tecnologias digitais da informação e comunicação no ensino de matemática em tempos de pandemia: desafios e possibilidades. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, n. 22, p. 34-54, 2021.

FERREIRA, N. S de A. As pesquisas denominadas "estado da arte". **Educação & Sociedade**, 23 (79), p. 257-272, 2002.

FIORENTINI, D.; GRANDO, R.C.; MISKULIN, R. G. S.; CRECCI, V.M.; LIMA, R. C. R., Costa, M. C. O professor que ensina matemática como campo de estudo: Concepção do projeto de pesquisa. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B., LIMA, R. C., R. (orgs.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática**. Campinas: FE/UNICAMP, p. 17-42, 2016.

GONTIJO, C. H, CARVALHO, A. T.; FONSECA, M. G.; PINHEIRO, M. P. **Criatividade em Matemática**: conceitos, metodologias e avaliação. Brasília: UNB, 2019.

HENRIKSEN, D.; MISHRA, P.; FISSER, P. Infusing Creativity and Technology. In 21st Century Education: A Systemic View for Change. **Educational Technology & Society**, v. 19, n. 3, p. 27–37, 2016.

JACKSON, L. A., WITT, E. A, GAMES, A. I., FITZGERALD, H. E., EYE, A., ZHAO, Y. Information technology use and creativity: Findings from the Children and Technology Project. **Computers in Human Behavior**, v. 28, p. 370–376, 2012.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus professor, adeus professora?**: novas exigências educacionais e profissão docente. São Paulo: Cortez, 2011.

LUBART, T. **Psicologia da criatividade**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

MISKULIN, R.G. S. As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de Professores de Matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das Letras, p. 217-248, 2003.

OLIVEIRA, A. N. **Projetos de conhecimento acoplados as tecnologias digitais para promover a criatividade em matemática**. 183f. Tese (Doutorado em Informática na Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

RAGONI, V. F.; CHIARI, A. S. S. Smartphone e a produção do conceito de integral: visualização, mobilidade e geogebra. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 21, p. 259-276, 2021.

ROSA, M.; DANTAS, D. M. Criatividade Tecnológica: um estudo sobre a construção de Atividades-Matemáticas-com-Tecnologias-Digitais por professores/as em Cyberformação. **Zetetike**, v. 28, p. 1-21, 2020.

ROSA, M.; BAIRRAL, M.; GITIRANA, V.; BORBA, M. Digital technologies and mathematics education: interlocutions and contributions based on research developed in Brazil. In: **Mathematics education in Brazil**. Springer, Cham, p. 129-147, 2018.

VIEIRA, C. N. M. **Criatividade como espaço de escuta e reflexão na formação docente**. 330f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

VILARINHO-REZENDE, D. **Uso criativo das tecnologias da informação e comunicação na educação superior:** atuação de professores e percepção de estudantes. 238 f. Tese (Doutorado em Processos de Desenvolvimento Humano e Saúde). Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

Trilhas Matemáticas Por Meio Do MathCityMap: apontamentos iniciais acerca da proposta piloto em Pato Branco

Mathematical Trails Through MathCityMap: initial notes of the pilot proposal in Pato Branco

Edinéia Zarpelon
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
ezarpelon@utfpr.edu.br

Gilberto Souto
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
souto@utfpr.edu.br

Janecler A. A. Colombo
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
janecler@utfpr.edu.br

Resumo
Este trabalho apresenta as potencialidades e limites na utilização das trilhas matemáticas, apoiadas pelo recurso tecnológico do MathCityMap (MCM), para a aprendizagem de matemática "fora" da sala de aula, em uma proposta piloto desenvolvida em um município localizado na região sul do Brasil. A investigação partiu do seguinte questionamento: "o que revelam as percepções dos participantes de uma trilha matemática com a utilização do MCM?" Para tanto, inicialmente realizou-se uma revisão bibliográfica com o intuito de descrever a ideia inovadora das trilhas matemáticas e o recurso tecnológico, para em seguida apresentar e avaliar o estudo de caso. Essa pesquisa assume pressupostos metodológicos de caráter qualitativo e exploratório e está amparada pelos relatos de seis participantes do estudo piloto. Os resultados revelam que há mais possibilidades do que limitações para o desenvolvimento das trilhas e que este tipo de tarefa promove uma verdadeira interação e cooperação entre os participantes; motiva o estudante a buscar respostas e promove sua participação ativa no aprendizado da matemática.

Palavras-chave: tecnologias digitais, ensino de matemática, aprendizagem ativa.

Abstract
This work presents the potentials and limits in the use of mathematical trails, supported by the technological resource of MathCityMap (MCM), for learning mathematics "outside" the classroom, in a pilot proposal developed in a municipality located in southern Brazil. The investigation was based on the following question: "what do the participants' perceptions of a mathematical path with the use of the MCM reveal?" For that, initially, a bibliographical review was carried out to describe the innovative idea of the mathematical trails and the technological resource and then present and evaluate the case study. This research is qualitative and exploratory and is supported by the reports of six participants in the pilot study. The results reveal that there are more potentials than limitations for the development of the trails and that this type of task promotes a real interaction and cooperation between the participants; motivates students to seek answers and promotes their active participation in math learning.

Keywords: digital technologies, math teaching, active learning.

Introdução

Neste trabalho apresentamos as potencialidades e limites na utilização das trilhas matemáticas, apoiadas pelo recurso tecnológico do MathCityMap (MCM), para a aprendizagem de matemática “fora” da sala de aula. A partir do estudo descritivo e avaliativo da proposta piloto desenvolvida e aplicada no município de Pato Branco, localizado no Sudoeste do Paraná, pretendemos aperfeiçoar e ampliar o projeto, por meio da oferta de cursos de formação para docentes da Educação Básica e para estudantes de cursos de Licenciatura em Matemática.

Segundo Shoaf, Pollak e Schneider (2004) uma trilha de matemática é uma caminhada para descobrir a matemática e a mesma pode ser criada em diversos lugares (por exemplo: ruas da vizinhança, estacionamentos, bairros, shoppings, parques, zoológico, bibliotecas, prédios governamentais). O mapa ou guia da trilha matemática indica os locais onde as atividades foram formuladas e os caminhantes deverão coletar os dados necessários, formular e testar hipóteses para a resolução, discutir e resolver problemas matemáticos interessantes. Qualquer um pode percorrer uma trilha matemática e esse caminhar pode ser individual, com a família ou com outro grupo de pessoas. Nos casos em que a trilha é realizada em grupos, os caminhantes cooperam ao longo do percurso enquanto conversam sobre os problemas estabelecidos.

Factualmente, as trilhas matemáticas estão estabelecidas como ambientes de aprendizagem há mais de trinta anos (ZENDER; LUDWIG, 2016) e surgiram com Blane e Clark em 1985, em Melbourne na Austrália. Naquela época, Blane e alguns colegas elaboraram uma trilha nas redondezas do centro da cidade com o intuito de que fosse uma atividade de férias para as famílias. Dentre os problemas propostos estavam investigar um padrão circular de tijolos no pavimento (para descobrir a invariância de pi), observar o reflexo de uma catedral em um lago (para estimar sua altura), estimar a velocidade da água correndo por um vertedouro, contar o número de janelas na parede de um arranha-céu, estudar os horários numa estação de trem e procurar padrões no número de caixas postais (SHOAF; POLLAK; SCHNEIDER, 2004).

Após essa primeira proposta, educadores matemáticos australianos propuseram novas trilhas, com questões matemáticas instigantes; algumas delas com diferentes possibilidades de resposta. Milhares de australianos percorreram essas trilhas e atestaram sua popularidade. Ademais, dada a grande demanda pela trilha de Blane, os organizadores a mantiveram por alguns meses, prolongando o período proposto inicialmente, que era de uma semana (SHOAF; POLLAK; SCHNEIDER, 2004).

Destaca-se que naquela época, Blane e seus colaboradores tinham como objetivo popularizar a matemática e não estavam preocupados em atender as necessidades das aulas de matemática da escola. As tarefas eram apresentadas no formato físico, isto é, em folhas de papel a serem preenchidas pelos estudantes. Posteriormente, o professor analisava as soluções apresentadas e, em caso de necessidade, ajustava as tarefas em cada uma das folhas e para cada uma das trilhas.

Ao destacar algumas características das trilhas matemáticas, Shoaf, Pollak e Schneider (2004) pontuam, inicialmente, que elas não são destinadas apenas para amantes da Matemática ou estudantes graduados; ao contrário, devem ser direcionadas principalmente para aquelas pessoas que não praticam a matemática conscientemente e cujas memórias da matemática escolar não sejam tão positivas. Assim, os autores reforçam que elas devem ser elaboradas para todo público, haja vista também que a matemática faz parte do cotidiano de qualquer cidadão. Ao discutir como abordar determinado problema, os participantes da trilha comparam seus pensamentos; essa discussão sobre matemática ajuda a trazê-la com maior evidência à vida e a construir, nos participantes, maior confiança em suas habilidades (SHOAF; POLLAK; SCHNEIDER, 2004).

Para além dos conceitos matemáticos, as trilhas têm o intuito de proporcionar diversão aos participantes e, consequentemente, contribuem para a popularização da Matemática e da Educação Matemática informal que, na visão de Shoaf, Pollak e Schneider (2004, p. 6) "têm sido cada vez mais reconhecidas como auxiliares valiosos para melhorar a educação matemática nas escolas."

Além do aspecto de diversão, Zender e Ludwig (2016) reforçam que, no contexto escolar, ao percorrerem as trilhas matemáticas, os estudantes desenvolvem a habilidade de cooperação, pois a sugestão é que elas sejam realizadas em pequenos grupos (com, no máximo, 3 integrantes). Ademais, a matemática sai do livro e passa a entrar na vida real dos estudantes, que explorarão seus cotidianos com olhares matemáticos, sendo assim, uma experiência bastante motivadora (ZENDER; LUDWIG, 2016).

Destaca-se ainda que, há tempos a Matemática é retratada como uma área do conhecimento praticamente inacessível, para a qual poucos estudantes apresentam afinidade e conseguem realmente compreendê-la. Neste sentido, parte da população possui ressalvas em relação à Matemática, o que pode ser fruto de experiências traumáticas (DE CARVALHO; GONTIJO, 2020; TYTECA, 2012). Na contramão do exposto, alguns estudos sugerem que a aprendizagem fora da sala de aula, em geral, está associada a emoções positivas e a um maior interesse e compreensão do significado pessoal relacionado aos assuntos matemáticos estudados (CAHYONO; LUDWIG, 2019; CAHYONO; MIFTAHUDIN, 2018), evidenciando um caráter mais afetivo.

Por fim, salienta-se o desenvolvimento da autonomia estudantil (ZENDER; LUDWIG, 2016). A característica da autonomia, aliada à participação efetiva na resolução dos problemas, promovem o que denominamos como aprendizagem ativa, uma tendência cada vez mais forte na educação. Existem estudos empíricos demonstrando que o uso das trilhas matemáticas ao ar livre leva os estudantes a estabelecerem melhor relação com a matemática e, consequentemente, melhorar seu desempenho na disciplina (CAHYONO; LUDWIG, 2016; CAHYONO; LUDWIG, 2019).

MathCityMap

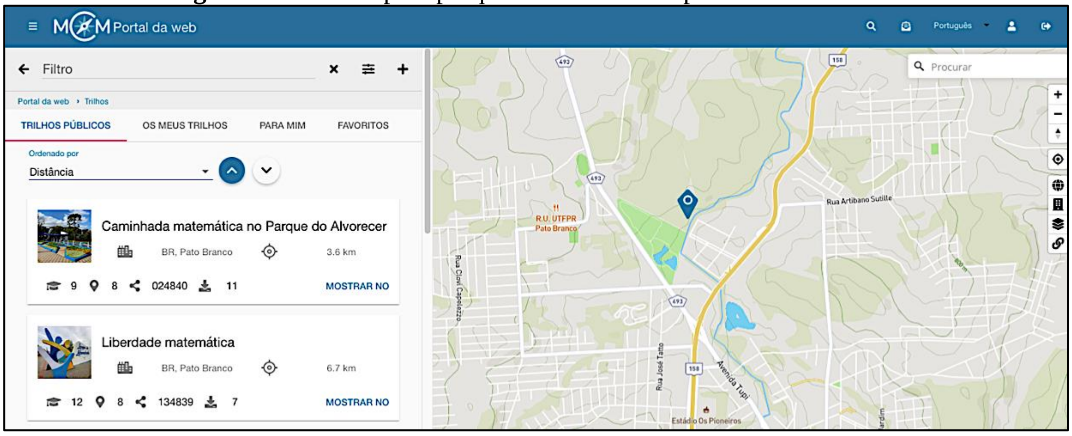
A idealização das trilhas matemáticas ao ar livre amparadas pela tecnologia aconteceu com Matthias Ludwig, professor do Instituto de Educação Matemática na Universidade de Goethe, em Frankfurt (Alemanha) e coordenador do projeto MaSCE³ (*Math Trails in School, Curriculum and Educational Environments of Europe*). Em colaboração com outros pesquisadores foi projetada uma plataforma online e um aplicativo para smartphones, batizado de MathCityMap (MCM).

O sistema MCM oferece um meio digital simples de criar e compartilhar tarefas e trilhas matemáticas, por meio das possibilidades que a tecnologia moderna propicia. Destaca-se que, atualmente, estão cadastradas no sistema MathCityMap, 7873 usuários e 23462 tarefas.

De modo geral, o projeto MCM pode ser dividido em 2 componentes: o portal web e o aplicativo para dispositivos móveis.

A plataforma web do MCM destina-se à criação, ao compartilhamento das tarefas e trilhas e ao acompanhamento pelo docente, em tempo real, do desenvolvimento das atividades durante a realização da trilha. O portal web também conta com uma ferramenta de busca a qual permite que o usuário identifique, por exemplo, as trilhas que estão localizadas mais próximas do ponto em que ele se encontra, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1: Interface para pesquisa das trilhas no portal web do MCM



Fonte: os autores (2021)

Por sua vez, os usuários acessam as atividades através do aplicativo móvel do MCM no smartphone (ver Figura 2), o qual serve como guia e direciona-os para os locais nos quais as tarefas foram elaboradas. Ressalta-se que, para a realização das tarefas disponíveis no sistema, é necessário o participante estar na frente do referido objeto ou local, os quais são indicados via satélite (GPS) e/ou imagem pelo aplicativo móvel.

Figura 2: Interfaces iniciais do aplicativo MCM para dispositivos móveis

Fonte: os autores (2021)

Como alternativa, por meio do app MCM, gera-se um arquivo em formato pdf da trilha e, assim as atividades podem ser executadas completamente sem acesso à internet.

Além disso, para evitar que os usuários fiquem bloqueados ou desmotivados, é possível que eles solicitem pistas para realizar as tarefas.

Ademais, ao ser inserida a resposta para uma determinada atividade, esta é imediatamente verificada pelo aplicativo que fornece pronto feedback aos usuários sobre sua solução. E, após validá-la, os usuários têm acesso ao “Exemplo de solução” fornecida no MCM, que permite a comparação das respostas e das estratégias utilizadas na resolução da respectiva atividade.

Outra possibilidade prevista no aplicativo é atribuir pontos para a resolução das tarefas, ou seja, a gamificação está incluída no pacote do MCM.

Há de se mencionar ainda que, de acordo com Zender e Ludwig (2016), quando as tarefas são criadas pelos estudantes, elas constituem-se como verdadeiras tarefas de modelagem, pois os discentes poderão perceber a conexão entre a matemática e o mundo real. Além disso, eles realizam todas as etapas do processo de modelagem, o que, geralmente, não é possível nas aplicações dos livros didáticos, que, na sua maioria já traduzem os dados do mundo real num modelo, deixando para os estudantes apenas a tarefa de realizar cálculos.

O contexto dos dados e os pressupostos metodológicos

As trilhas foram elaboradas, no formato de um projeto piloto, por dois professores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ambas estão localizadas na cidade de Pato Branco e são constituídas por oito tarefas, englobando conceitos matemáticos do sexto ano do Ensino Fundamental ao terceiro ano do Ensino Médio.

Uma delas está no Parque do Alvorecer, conta com um percurso que totaliza 1,8 km e tem tempo estimado para a execução de 3h. A outra localiza-se no Largo da Liberdade, tem um percurso de 400 m e tempo estimado para a realização de 2h30min.

Dois professores universitários e quatro estudantes do quarto ano de um curso técnico integrado em nível médio constituem a amostra deste estudo. Destaca-se que o número reduzido de participantes se deve à situação atual do país perante a pandemia do COVID-19 e às restrições sanitárias impostas.

Cabe mencionar ainda que, os discentes supracitados eram maiores de idade e a concordância em relação ao projeto piloto foi formalizada por meio da assinatura de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Os dados para este estudo foram produzidos em dois momentos específicos. Numa primeira etapa, os participantes percorreram as duas trilhas matemáticas supracitadas. Cabe mencionar que eles foram organizados em três duplas e a execução das atividades se deu em diferentes dias da semana, sempre acompanhadas pelos proponentes.

Na segunda etapa, após a conclusão das trilhas, os participantes foram convidados a escrever um relato destacando suas percepções quanto ao desenvolvimento da experiência que tiveram ao participarem da proposta.

A presente pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso descritivo e avaliativo (MOREIRA, 2011), pois buscamos maior familiaridade e compreensão sobre a elaboração, aplicação e desenvolvimento das trilhas matemáticas, buscando estabelecer fundamentos para uma investigação posterior, mais ampla e sistemática.

Nossas análises partem de pressupostos metodológicos de caráter qualitativo (GOLDENBERG, 2004) e exploratório, pautados na análise de relatórios envolvendo a resolução dos problemas que compunham trilhas matemáticas fora da sala de aula.

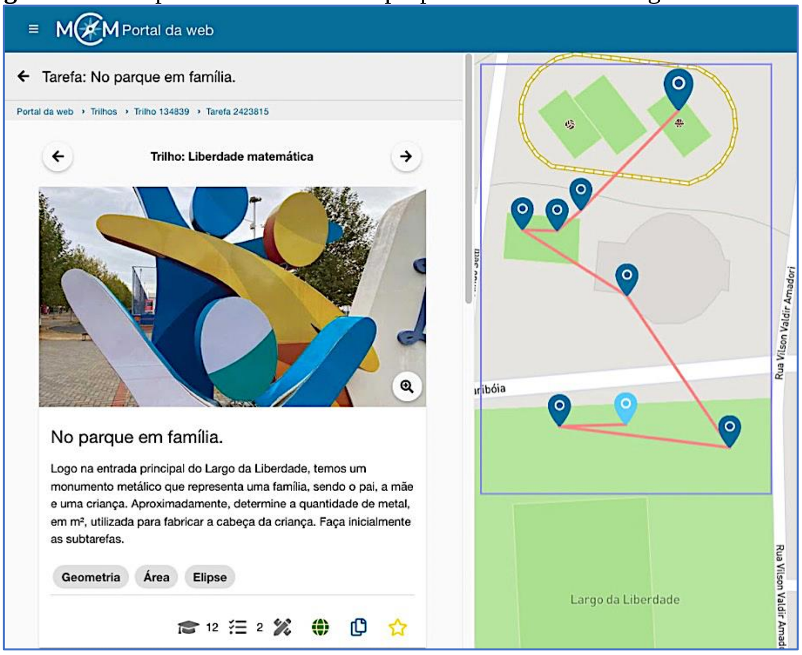
Estas trilhas[1] tiveram como objetivos: (1) verificar a aceitação ou não da proposta de "aprender matemática ao ar livre" por parte dos participantes, (2) familiarizar os proponentes e os participantes com o aplicativo móvel do MCM, (3) verificar a interação entre o aplicativo móvel MCM e o portal da web, (4) identificar possíveis falhas na formulação das tarefas, fornecimento das dicas, descrição das soluções e dos tipos de respostas, bem como na utilização do MCM, (5) avaliar a adequação do tempo estipulado para a realização das trilhas, (6) verificar se as ferramentas de apoio indicadas para a resolução dos problemas eram adequadas e se foram utilizadas pelos participantes.

A título de exemplificação, numa das atividades propostas na trilha do Largo da Liberdade (ver Figura 3), observou-se que o conteúdo matemático necessário para solucionar a questão proposta não era de conhecimento dos estudantes que realizaram o percurso. Esse é um dos pontos que os professores, ao planejarem utilizar as trilhas com seus estudantes, devem estar atentos: seleção ou elaboração de atividades que estejam em consonância com o conhecimento discente. No caso da prática relatada neste estudo, houve a interferência do

[1] Disponíveis em: https://mathcitymap.eu/pt/portal-pt/#!/trail/024840 e https://mathcitymap.eu/pt/portal-pt/#!/trail/134839

proponente no sentido de auxiliar os estudantes na resolução da referida atividade, através de dicas sobre o conteúdo pré-requisito.

Figura 3: Exemplo de uma atividade proposta na trilha do Largo da Liberdade



Fonte: os autores (2021)

No que diz respeito à prática das trilhas, foi fornecido para cada uma das duplas ferramentas de apoio que pudessem auxiliá-los na resolução das atividades propostas, tais como: prancheta, folhas de papel, lápis, borracha, caneta, calculadora, transferidor, trena, nível, fita métrica e barbante.

Os proponentes das trilhas acompanharam as duplas, porém mantiveram uma distância razoável, de modo a permitir que eles discutissem as atividades com maior autonomia e liberdade. Em caso de dificuldades, havia intervenções no sentido de auxiliar os participantes (quer seja na coleta das informações e manuseio dos instrumentos, quer seja na compreensão dos conteúdos envolvidos nas atividades).

As resoluções foram registradas pelos participantes nas folhas e a resposta final foi inserida no aplicativo do MCM. As percepções dos participantes a respeito da proposta foram posteriormente relatadas e enviadas aos proponentes da pesquisa.

Os dados produzidos a partir deste estudo piloto foram analisados por meio da metodologia da Análise de Conteúdos de Bardin (1977, p. 31) que a define como “um conjunto de técnicas de análise das comunicações”. Segundo a autora, não se trata de um único instrumento de análise, mas sim de um leque de opções marcados por uma grande disparidade de formas e adaptável ao vasto campo das comunicações. Este tipo de análise se mostra bastante relevante nas pesquisas em educação e também nas que tratam sobre o ensino e aprendizagem da Matemática.

A organização da análise seguiu em torno dos três polos sugeridos pela autora: (a) a pré-análise, na qual foi realizada a organização dos relatos, a leitura flutuante e escolha dos documentos que fariam parte da segunda fase; (b) a fase de exploração do material que consiste na categorização das informações, apresentada no quadro 1 e (c) a última fase que trata da interpretação e atribuição de significados aos resultados brutos, ou seja, a discussão das categorias. O Quadro 1 apresenta a síntese das categorias e subcategorias emergentes dos dados analisados.

Quadro 1: Categorias produzidas nas fases 1 e 2 da Análise

Questão de Pesquisa	Categorias de Análise	Subcategorias de Análise
O que revelam as percepções dos participantes de uma trilha matemática por meio do MCM?	Potencialidades	Estilo de tarefa motivadora
		Cooperação
		Competição saudável
		Local de desenvolvimento
		Dinamicidade do aplicativo
	Limites	Conteúdo das questões
		Falhas no aplicativo

Fonte: os autores (2021)

Trilhas Matemáticas em Pato Branco: apontamentos sobre a proposta piloto

Os dados produzidos e analisados revelaram duas grandes categorias a respeito das percepções dos participantes do estudo: as potencialidades e os limites. A primeira categoria, demonstra os pontos que mereceram destaques positivos e que poderão servir como norte para as novas pesquisas, e a segunda categoria, indica as limitações da proposta e aspectos que podem ser repensados e melhorados.

Em se tratando da categoria "As potencialidades", foi possível identificar 5 subcategorias, a saber: a) estilo da tarefa motivadora; b) cooperação; c) competição saudável; d) local de desenvolvimento da tarefa; e) dinamicidade do aplicativo.

O "estilo da tarefa motivadora" esteve presente nos relatos de todos os participantes. Destacamos o texto da Dupla A: *"a atividade despertou o interesse pelos próximos exercícios e conteúdos que poderiam aparecer (...)"* que representa ao nosso ver este aspecto.

Conforme Silva e Teixeira (2008), o "querer fazer" relaciona-se diretamente com o aspecto afetivo, e é independe, ao menos aparentemente do "saber fazer". Ou seja, quanto mais motivado e interessado pela realização de uma tarefa estiver o estudante, mais forte será o seu "querer fazer". Ele pode não ter o conhecimento necessário naquele momento, mas terá a motivação necessária para buscar aquele conhecimento. Nesse sentido Chacón (2003), em suas pesquisas envolvendo a emoção e a matemática, coloca que grande parte das dificuldades do processo de ensino-aprendizagem desta disciplina reside nas emoções (positivas ou negativas), nas atitudes e nas crenças envolvidas nesse processo.

A subcategoria "cooperação" destaca uma potencialidade para o uso das trilhas também observada por Zender e Ludwig (2016). De certa forma, podemos dizer que a cooperação está associada também ao "estar motivado" para o fazer a trilha, uma vez que poder contar com a colaboração e a possibilidade de discussão com o parceiro (já que as trilhas são realizadas em pequenos grupos) traz a sensação de completude, conforto e segurança.

Parecendo estar na contramão da subcategoria anterior, aparece a "competição saudável" como um fator potencial para a utilização de trilhas matemáticas. No entanto, neste caso específico, a possibilidade de competição promovida pela ludicidade inerente à atividade e ao uso do aplicativo, é denotada como um fator positivo. Pois, ao mesmo tempo que se tem a cooperação entre os parceiros nas duplas, se tem a competição entre as duplas. O fato de o MCM possibilitar a utilização da gamificação como estratégia na elaboração e uso das trilhas já mostra também que a competição é vista como um elemento que pode estar inserido no desenvolvimento das tarefas.

O "local de desenvolvimento da tarefa" mostrou-se como outra potencialidade das trilhas. O comentário da Dupla B ilustra este fato: "*o 'tour' pelo Parque e Largo, além de incorporar elementos históricos da cidade foi uma experiência cativante*". Não é usual aprender matemática em ambientes fora da sala de aula padrão e uma possibilidade amparada ao uso de tecnologias e problemas reais, parece ser um elemento altamente positivo para o processo de ensino e aprendizagem.

Por fim, o estudo mostrou o aplicativo MCM em si também como uma potencialidade, por apresentar-se com uma proposta esteticamente agradável e permitir uma certa interatividade e dinamismo.

No entanto, alguns fatos surgiram como limitações ao uso das trilhas, ao menos neste estudo de caso: o conteúdo utilizado nas questões e algumas falhas que ocorreram no desenvolvimento das trilhas. Estas limitações podem ser consideradas bem pontuais, mas atentam para o fato de que ao elaborar as trilhas, é preciso sempre considerar o público-alvo para elas ou até mesmo indicar níveis para as trilhas caso se queira destinar para um público em geral.

Considerações

Identificar a matemática oculta em diferentes locais e objetos que fazem parte da realidade estudantil, mas que estão fora das paredes da sala de aula, é uma forma motivadora e de grande potencial tanto para ensinar, quanto para aprender Matemática.

A combinação das trilhas matemáticas com as tecnologias móveis (que estão cada vez mais presentes em nossa vida e dão a impressão de serem inseparáveis dos estudantes) é um dueto que, a nosso ver, possibilita a realização de experiências de ensino exitosas.

Este trabalho vai na direção da perspectiva supramencionada, uma vez que teve por objetivo apresentar as percepções dos participantes de uma proposta piloto, envolvendo a prática de trilhas matemáticas com o suporte do aplicativo móvel para smartphones MCM.

Os resultados deste estudo revelaram que em termos de potencialidades e limitações para o desenvolvimento das trilhas matemáticas, há mais possibilidades do que obstáculos. As tarefas proporcionadas pelas trilhas promoveram interações cooperativas entre os participantes e uma competição saudável entre eles, instigando e motivando ainda mais a busca pelas respostas. Além disso, as tarefas realizadas em ambientes diferentes da sala de aula e externos a ela motivou a participação ativa e o "querer fazer" dos participantes do estudo.

Em síntese, o MCM possibilita que professores e estudantes vivenciem a matemática fora da sala de aula de uma forma bem estruturada. Em relação ao trabalho docente despendido, sinaliza-se que o esforço para criar uma trilha matemática é relativamente baixo devido ao suporte tecnológico do MCM. Um exemplo para ilustrar essa afirmação é a oferta do "Assistente de Tarefas", um conjunto de atividades genéricas ou padrão, vinculadas ao aplicativo, as quais exigem apenas que o docente insira os dados relacionados às medidas dos objetos, sem a necessidade de especificar, por exemplo, o enunciado da atividade que, por sua vez, é gerado automaticamente.

Como campo de pesquisa, especialmente na área de Educação Matemática, almeja-se ampliar e aprofundar o escopo deste projeto e investigar como essa proposta de aplicar a Matemática em situações reais e autênticas por meio das trilhas matemáticas, relaciona-se com: (a) a modelagem matemática, (b) a resolução de problemas, (c) o raciocínio e a demonstração, (d) a comunicação, as conexões e as representações, (e) colaboração, (f) a emoção, motivação e interesse, (g) aprendizagem ativa.

Esses serão os próximos passos a serem delineados pelos pesquisadores e autores do trabalho em tela. A ampliação e continuidade do projeto, enfatizando novas perspectivas, permitirá que outras leituras e novos focos de análise sejam apresentados e discutidos visando contribuir para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Referências

CAHYONO, A. N.; LUDWIG, M. MathCityMap: Exploring mathematics around the city. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburg. International Congress on Mathematical Education. **Anais**...Hamburg (Germany): 2016. p. 24 –31.

CAHYONO, A. N.; LUDWIG, M. Teaching and Learning mathematics around the city supported by the use of digital technology. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 15, n. 1, p. 2-8, 2019.

CAHYONO, A. N.; MIFTAHUDIN, M. Mobile technology in a mathematics trail program: how does it works? **Unnes Journal of Mathematics Education**, v. 7, n. 1, p. 24-30, 29 mar. 2018.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

DE CARVALHO, A. T.; GONTIJO, C. H. Discursos nas aulas de matemática e a construção de barreiras para o desenvolvimento da criatividade compartilhada. **Cenas Educacionais**, v. 3, p. e7469, 24 ago. 2020.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar:** como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

MOREIRA, M.A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

SILVA, M. M.; TEIXEIRA, R.R.P. Diagrama afeto-performance (DAP): uma ferramenta para inclusão da afetividade no processo de ensino-aprendizagem da matemática. **Zetetiké** – Cempem. Unicamp. v. 16. n. 30, p.45-62. jul./dez. 2008.

SHOAF, M. M.; POLLAK, H.; SCHNEIDER, J. **Math Trails**. COMAP, 2004. ISBN: 0-912843-76-4.

TYTECA, P. P. **La ansiedad matemática como centro de un modelo causal predictivo de la elección de carreras**. 2012. Tese (Doutorado) – Departamento de Didática da Matemática, Universidade de Granada, Granada, 2012. Disponível em: https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/23293/2108144x.pdf?s. Acesso em: 26 ago. 2021.

ZENDER, J.; LUDWIG, M. MathCityMap (MCM): from paper to smartphone – a new approch of an old concept. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 13., 2016, Hamburg. International Congress on Mathematical Education. **Anais**...Hamburg (Germany): 2016. p. 24 –31.

Um olhar das Metodologias Ativas por meio da prática docente

A view of the Active Methodologies through teaching practices

Wellington de Lima Modelski
IFRS - Campus Caxias do Sul
wellington.modelski@caxias.ifrs.edu.br

Kelen Berra de Mello
IFRS - Campus Caxias do Sul
kelen.mello@caxias.ifrs.edu.br

Resumo
O presente artigo visa mapear a produção acadêmica acerca de práticas docentes baseadas em Metodologias Ativas, analisando o uso das tecnologias digitais. Partindo do conceito de Metodologias Ativas, realizou-se uma revisão bibliográfica de revistas científicas na área de Matemática sobre a utilização dessas metodologias em práticas na Educação Básica e na formação de professores de Matemática. Assim, estabelecidos os parâmetros de mapeamento, foram selecionados oito artigos para análise, sendo quatro no Ensino Fundamental, três no Ensino Médio e um acerca de formação docente. Foi possível observar que todos os relatos consideraram as práticas bem-sucedidas, outrossim com publicações predominantemente entre os anos de 2018 e 2020, assim como demonstrando algumas ações baseadas no uso de tecnologias digitais como ferramentas de aplicação das Metodologias Ativas.

Palavras-chave: Matemática; Tecnologias digitais; Revisão bibliográfica.

Abstract
This article aims to map the academic production about the teaching practices based on Active Methodologies, analyzing the use of digital technologies. Leaving from the concept of Active Methodologies, was realized a literature review from scientific magazines on Mathematics area about use of these methodologies in Basic Education practices and in the mathematics teacher training. In this way, mapping parameters were established, eight articles were selected for the analysis, being four from the Elementary School, three from High School and one about teacher training. It was possible to observe that all reports considered successful practices, likewise with predominantly publications between the years of 2018 and 2020, thus demonstrating some actions based on the use of digital technologies as application tools for Active Methodologies.

Keywords: Math; Digital Technologies; Literature Review**.**

1- Introdução

As, chamadas hoje, Metodologias Ativas têm seus primeiros relatos desde o final do século XIX, com autores como William James (1842 - 1910), John Dewey (1859 - 1952), Adolphe Ferrière (1879 - 1960) e Édouard Claparède (1873 - 1940), tendo base nos ideais do movimento Escola Nova (ARAUJO, 2015). Segundo Paiva *et al* (2016, p. 145), considerando as transformações advindas das mudanças sociais, tem-se a ideia de que as Metodologias Ativas

> [...] rompem com o modelo tradicional de ensino e fundamentam-se em uma pedagogia problematizadora, onde o aluno é estimulado a assumir uma postura

> ativa em seu processo de aprender, buscando a autonomia do educando e a aprendizagem significativa.

Apesar do ensino e a aprendizagem serem processos independentes, eles têm intersecções e não acontecem de forma linear, se relacionando durante toda a trajetória educacional, e as Metodologias Ativas servem como orientação para a forma como esses processos se relacionam. Com relação à aprendizagem de Matemática, cujos relatos de dificuldade e não compreensão são recorrentes, é necessário um esforço docente no processo de ensino para potencializar a aprendizagem. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que está em processo de implementação, visa a garantia de aprendizagens essenciais na Educação Básica e se baseia em algumas ações, dentre elas:

> - contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas;
> - [...]
> - selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização etc.;
> - conceber e pôr em prática situações e procedimentos para motivar e engajar os alunos nas aprendizagens; (BRASIL, 2018, p. 16 - 17)

Tais tópicos elencados na BNCC mostram um ideal de educação centrado no aluno, pensando na multiplicidade de indivíduos integrantes do ambiente escolar, bem como incentivando o aperfeiçoamento contínuo da formação docente. O processo de aprendizagem é baseado na ação do estudante, demandando do professor a mediação de um ambiente propício às relações entre o conhecimento acadêmico e universo singular em que os estudantes se situam. Assim, este artigo visa trabalhar com seguinte questionamento: o uso de Metodologias Ativas está relacionado ao uso de tecnologias digitais? Logo, almeja-se mapear a produção acadêmica acerca de práticas docentes em Matemática baseadas em Metodologias Ativas e verificar de que maneira as Metodologias Ativas usada pelos professores na Educação Básica e formação de professores estão relacionadas com as tecnologias digitais.

2- Fundamentação Teórica

A trajetória da Educação Básica compreende um espaço no qual ocorrem processos de ensino e de aprendizagem por meio de diferentes métodos, estratégias e ações. Esses processos abarcam estilos distintos de aprender e ensinar, diferentes formas de participação e diversos perfis temperamentais e de personalidades (BELLOTTO, 2019).

De acordo com Moran (2018, p. 37), "as metodologias predominantes no ensino são as dedutivas: o professor transmite primeiro a teoria e depois o aluno deve aplicá-la a situações mais específicas". Essa concepção de educação, normalmente, é baseada em um ensino centrado no professor, tornando o aluno um mero receptor e reprodutor de conteúdos. As Metodologias Ativas de ensino, por sua vez, pressupõem a aprendizagem a partir do protagonismo do aluno.

Para Almeida (2021), as Metodologias Ativas modificam as relações entre alunos e professores, considerando a velocidade das mudanças geradas pelas novas tecnologias e os ambientes culturais e sociais. Dessa forma, as práticas são construídas com base no conhecimento prévio e situações significativas para os estudantes. Essas metodologias costumam envolver investigação e problematização de situações a fim de gerar um desenvolvimento individual por meio de processos, em grande parte, coletivos e colaborativos. Assim, para essa autora, bons métodos ativos possuem algumas características, como o incentivo de debates para construção coletiva e colaborativa do conhecimento, consideração da individualidade e da coletividade, diversificação de estratégias e formas de comunicação e apoio em situações para elaboração de uma atividade investigativa, desafiadora e interativa. Algumas das principais Metodologias Ativas são: Aprendizagem Baseada em Problemas, Aprendizagem Baseada em Projetos, Aprendizagem Criativa, Aprendizagem por Pares, Ensino Híbrido (Rotação por Estações, Laboratório Rotacional e Sala de Aula Invertida) e Gamificação.

Contudo, de acordo com Ferrarini, Saheb e Torres (2019), é necessário que Metodologias Ativas não sejam confundidas com tecnologias digitais. As tecnologias são equipamentos, instrumentos, recursos, produtos, processos e ferramentas que progridem com os avanços da mente humana. Na área educacional, elas variam desde livros didáticos, quadros e cadernos a lousas digitais, computadores e softwares. As tecnologias digitais englobam tecnologias que suportam a linguagem binária, principalmente envolvendo o uso da internet. Os autores afirmam que, mesmo em metodologias concebidas bem antes do desenvolvimento das tecnologias digitais, essas tecnologias atuam como ferramentas de facilitação e potencialização do processo de aprendizagem. Com elas, é possível desenvolver meios de construção do conhecimento baseando-se na participação mais ativa do estudante, bem como elaborar bancos de dados que podem ser compartilhados com outros docentes. Na sequência, serão apresentados os procedimentos metodológicos realizados para analisar a relação de Metodologias Ativas e tecnologias digitais na produção acadêmica.

3- Metodologia

Foi utilizada a metodologia de revisão bibliográfica baseada no mapeamento da pesquisa, que, conforme o entendimento de Fiorentini, Passos e Lima (2016, p. 18), trata-se de

> [...] um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos.

Assim, foram estabelecidos quatro parâmetros para o mapeamento da pesquisa: período, veículos de publicação, metodologia de ensino utilizada e público alvo. Definiu-se o período do último quinquênio, ou seja, meados de 2015 até meados de 2020 para análise da produção científica sobre o tema. Logo, foram selecionados periódicos brasileiros voltados para a Ensino de Matemática, com base na classificação do Qualis Periódicos[1]. A seleção ocorreu entre periódicos de classificação A1, A2, B1 e B2 na área de Ensino, pois apresentam os níveis mais elevados de qualidade segundo a última avaliação publicada (Quadriênio 2013 - 2016). As revistas selecionadas foram: BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (A1); Educação Matemática em Revista (A2); Educação Matemática em Revista - RS (A2); Educação Matemática Pesquisa (A2); REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática (A2); Boletim GEPEM (B1); Boletim Online de Educação Matemática (B1); Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática (B1); Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (B1); Perspectivas da Educação Matemática (B1); Revista Paranaense de Educação Matemática (B1); Caminhos da Educação Matemática em Revista (B2); REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura (B2); RIPEM: Revista Internacional de Pesquisa

[1] "O Qualis afere a qualidade dos artigos, a partir da análise de qualidade dos veículos de divulgação (periódicos científicos), além de outros tipos de produção, como a Artística." (CAPES, 2016).

em Educação Matemática (B2); Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática (B2).

Com esses periódicos selecionados, foram utilizados, inicialmente, os termos "Metodologias Ativas" e "Metodologia Ativa" para delimitação de trabalhos, visto que culminaram em resultados distintos dentro dos repositórios das revistas. Não houve busca por terminologias de Metodologias Ativas específicas para que fosse possível compreender relatos em que os docentes considerassem dentro desse tema, incluindo possíveis equívocos. Assim foi possível analisar o conteúdo dos resultados, buscando por relatos de utilização das Metodologias Ativas na Educação Básica, com ênfase nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, bem como propostas de formação de professores voltadas para o desenvolvimento de habilidades para a prática docente dessas metodologias. Em um segundo momento, foi utilizado o termo "Pedagogias Ativas" para delimitação de trabalhos, entretanto, os resultados coincidiram com a pesquisa anterior ou não houve retorno de resultados. O mesmo ocorreu com a adição do termo "Formação de Professores" aos demais termos de busca. Não há o interesse, para o presente estudo, de relatos de Metodologias Ativas no Ensino Superior que colocam os professores em formação somente no papel de estudantes, uma vez que o enfoque está nos processos formativos relacionados às habilidades para sua prática docente. Para isso, a análise se baseou nos resumos dos artigos, recorrendo a uma leitura prévia dos procedimentos metodológicos dos trabalhos nos quais o resumo não explicita tais informações.

4- Resultados

Algumas revistas não possuíam artigos dentro dos parâmetros estabelecidos. Assim, na revista BOLEMA, dentre os 18 resultados da busca, destacou-se um artigo. O mesmo acontece com a revista Caminhos da Educação Matemática em Revista, dentre 26 resultados. Os periódicos Boletim Online de Educação Matemática e REMATEC mostraram apenas um resultado cada, que contemplavam as características buscadas. As revistas Educação Matemática Pesquisa e REVEMAT retornaram, respectivamente, dois e cinco resultados, contudo, apenas a um trabalho em cada periódico cumpria com os critérios da pesquisa. Ainda, o periódico Educação Matemática em Revista teve dois artigos selecionados dentre os três resultados. Os trabalhos selecionados dentro dos parâmetros estabelecidos estão apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Artigos Selecionados

Revista	Termos de Busca	Título	Autores	Ano	Foco da pesquisa
BOLEMA [A1]	Metodologia Ativa.	Comunidade de Prática de Professores que Ensinam Matemática como Espaço de Negociações de Significados sobre a Resolução de Problemas	RAMOS, W. R.; MANRIQUE, A. L.	2015	Formação docente
Educação Matemática em Revista [A2]	Metodologias Ativas	Investigando Teoremas em Ação Mobilizados por Alunos diante do *Game Calculator* em Cenários Inclusivos	MORAIS, T. M. R.; SALGADO, T. F. A. A.	2019	Ensino Fundamental
		Métodos Combinados: Sala de Aula Invertida e *Peer Instruction* como facilitadores do Ensino da Matemática	FREIRE, H. V. D.; ROMÃO, E. C.	2020	Ensino Médio
Educação Matemática Pesquisa [A2]	Metodologia Ativa.	Rotação por Estações no Trabalho com Equações do 2º Grau: uma experiência na perspectiva do Ensino Híbrido	GUIMARÃES, D. S.; JUNQUEIRA, S. M. S..	2020	Ensino Fundamental
REVEMAT [A2]	Metodologia Ativa.	Khan Academy: uma possibilidade para as aulas de Matemática	ARAÚJO, V. S.; MOLINA, L. P. P.; NANTES, E. A. S.	2020	Ensino Fundamental
Boletim Online de Educação Matemática [B1]	Metodologias Ativas.	Produções Criativas de Matrizes e de Transformações Geométricas com Metodologias Ativas	AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.	2019	Ensino Médio
Caminhos da Educação Matemática em Revista [B2]	Metodologia Ativa.	Batalha Naval Matemática: um elo entre o jogar e o conhecimento matemático	SANTOS, J. E. B.; OLIVEIRA, D. B.	2018	Ensino Fundamental
REMATEC - [B2]	Metodologia Ativa.	Etnomatemática no Garimpo: contribuições para o Ensino de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas	LIMA, F. D.; BANDEIRA, F. A.	2018	Ensino Médio

Fonte: Autor (2021)

Como citado, os trabalhos foram selecionados com base em três focos de pesquisa: anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e formação docente. Assim, os artigos serão agrupados com base nesses focos de pesquisa, visando a melhor comparação entre os estudos semelhantes.

4.1- PRÁTICAS DOCENTES NO ENSINO FUNDAMENTAL

O trabalho redigido por Morais e Salgado (2019) versa sobre a utilização do jogo digital *Calculator The Game* em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, em cenário inclusivo. Eles basearam essa prática na metodologia Ensino Híbrido, com alguns elementos de Gamificação, apoiado na mobilização de Teoremas em Ação (proposições consideradas verdadeiras) e de Conceitos em Ação (proposições consideradas pertinentes) pelos estudantes. Houve a articulação de momentos em sala de aula e a distância, nas três etapas propostas (familiarização com o jogo, busca por estratégias e programação do jogo). Os autores identificaram que a utilização de um recurso digital cativou o interesse dos estudantes para o estudo dos números inteiros. A aplicação desse jogo possibilitou analisar as concepções e estratégias dos estudantes com relação às operações e relações dentro desse conjunto numérico, bem como de diferentes algoritmos de resolução dos desafios matemáticos do jogo. O uso dessa metodologia permitiu a discussão e a problematização dos desafios realizados. Ainda, demonstrou a possibilidade de criação de um ambiente inclusivo no qual estudantes com necessidades especiais ou que não apresentavam padrões semelhantes de tentativas, erros e acertos. Por fim, destacaram que é necessário mobilizar os estudantes para se tornarem autores do conhecimento, por meio de práticas diferenciadas e desafiadoras.

Guimarães e Junqueira (2020) descrevem os resultados advindos de uma experiência do Ensino Híbrido em uma turma dos anos finais do Ensino Fundamental, para o estudo de equações do 2º grau. Utilizou-se a Rotação por Estações, no qual as estações foram, também, baseadas em Cenários de Investigação. As atividades foram registradas por meio de diário de campos e rubricas de avaliação. A partir da mobilização das atividades com o Ensino Híbrido, os autores relataram o desenvolvimento de autonomia interdependente, na qual os estudantes não necessitam de indicações e orientações diretas sobre o que deveriam fazer a cada momento. Isso também refletiu na proatividade dos alunos, característica que gerou momentos não planejados a partir de propostas dos estudantes e que, junto da autonomia, mostrou que eles se colocaram em suas funções com interesse e motivação. Ainda, destacaram a criatividade no processo de criação de recursos explicativos e desenvolvimento de características coletivas/sociais, indicando uma metodologia ampla de acordo com as necessidades do docente e que torna os estudantes protagonistas da própria aprendizagem.

Os autores Araújo, Molina e Nantes (2020) relatam em seu estudo uma prática com base em jogos digitais em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, mesclando elementos de Ensino Híbrido e Gamificação. A proposta foi fundamentada na plataforma online Khan Academy, uma vez que proporciona o acesso a recursos com explicação do conteúdo e questões que o trazem de forma lúdica. Após isso, realizou-se uma avaliação com questões semelhantes às da plataforma, a fim de verificar a compreensão do assunto trabalhado. Os autores descrevem que, ao final da experiência, os estudantes passaram a participar mais ativamente. Ademais, o uso dos jogos digitais possibilitou retornos imediatos de necessidades e dificuldades com relação ao tema estudado, assim como colaborou para a melhoria da aprendizagem dos estudantes.

O trabalho de Santos e Oliveira (2018) relata o processo de elaboração e aplicação de um jogo em duas turmas de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da zona rural no litoral alagoano. Por meio da atividade em sala de aula com o jogo Batalha Naval Matemática para revisar os conteúdos e conceitos matemáticos trabalhados, almejavam mostrar que é possível ensinar Matemática de forma prazerosa e que o jogo poderia atuar como articulador com os conhecimentos matemáticos. Embora não seja especificada uma determinada Metodologia Ativa, utilizam muitos elementos de Gamificação. A atividade com a Batalha Naval Matemática foi baseada em questões de múltipla escolha, para resolver mentalmente, para solucionar com auxílio do quadro e desafios sobre o conteúdo de ângulos, triângulos, quadriláteros e suas propriedades. Utilizar jogos foi uma estratégia de retomar conteúdo já trabalhados de modo que os estudantes participassem ativamente do processo, com interesse e motivação. De fato, os autores relatam que esse objetivo foi alcançado, chamando a atenção de outras turmas e professores para a prática realizada. Os autores concluíram que a utilização de jogos melhora a relação mútua entre alunos, professores e o conhecimento matemático, bem como aumenta o empoderamento da atuação docente como forma de despertar o interesse dos estudantes no processo de construção do conhecimento.

4.2- PRÁTICAS DOCENTES NO ENSINO MÉDIO

Freire e Romão (2020) relatam os resultados de um estudo realizado em três turmas de 2º ano do Ensino Médio, uma em 2017 e duas em 2018. Uma das turmas de 2018 serviu como grupo de comparação, tendo os 1º e 2º bimestres baseados no ensino tradicional. As demais turmas foram os grupos experimentais, nas quais o 1º bimestre foi baseado no ensino tradicional e o 2º bimestre, na combinação das metodologias Sala de Aula Invertida e *Peer Instruction*. Para a análise dos resultados, foram comparados tanto os desempenhos dos grupos experimentais com o do grupo de comparação, por meio do fator “d” de Cohen, quanto o desempenho em cada bimestre de cada turma, com o fator “g” de Gery. Embora as turmas possuíssem inúmeros fatores que dificultavam a análise, como turno das aulas (tendo turmas diurnas e noturnas), números de alunos e disponibilidade (estudantes que trabalhavam ou não), os resultados foram consideráveis. Na comparação entre os bimestres, as turmas experimentais possuíam ganhos nos índices de aprendizagem enquanto que a turma de controle obteve perda na aprendizagem dos alunos. Na comparação entre os grupos experimentais com o de controle, os efeitos foram médio e grande para as turmas de 2018 e de 2017, respectivamente. Os autores observaram aumento na homogeneidade de aprendizagem nas turmas experimentais, bem como um amadurecimento pessoal dos estudantes. Assim, o uso combinado dessas metodologias demonstrou bons desempenhos no processo de aprendizagem, ainda possibilitando maior tempo em sala de aula para discussão e reflexão dos conteúdos.

O artigo de Azevedo e Maltempi (2019) relata uma prática sobre o assunto de matrizes e transformações geométricas, desenvolvida com uma turma de 2º ano do Ensino Médio do Instituto Federal Goiano. Os autores visaram compreender o processo de aprendizagem desses estudantes utilizando Metodologias Ativas para revigorar e revalidar a tradição construcionista. Registram, por meio de diário de campo, fotografias e filmagens, a produção criativa de matrizes e suas transformações geométricas com base na metodologia Aprendizagem Criativa, "como processo inventivo caracterizado pela imaginação, originalidade e criação-produção de artefatos curiosos, que não obedecem a uma lógica linear de passos prefixados" (AZEVEDO; MALTEMPI, 2019, p. 104). Em sala de aula, os alunos foram separados em pequenos grupos e utilizaram o software Geogebra, quadro branco e papel quadriculado para executar as propostas. Com isso, os autores observaram que os estudantes aplicam diversos conhecimentos anteriores nas deduções, testes e raciocínios na utilização das matrizes. As discussões entre os alunos demonstraram engajamento para mobilização e compreensão dos significados. O processo de argumentação e exploração de conceitos mais específicos dentre os grupos culminou na formalização de conceitos de forma prazerosa e cativante. Assim, os autores ressaltam que a metodologia empregada possibilitou a aprendizagem por meio de gostos e interesses dos estudantes, garantindo a participação e interação nos processos propostos e valorizando a formação discente.

O trabalho de Lima e Bandeira (2018) apresenta uma proposta de elaboração de questões e aplicação da Resolução de Problemas com base na Etnomatemática em uma turma do 3º ano do Ensino Médio, na cidade Parelhas (RN). As questões foram elaboradas a partir da pesquisa de campo realizada em dois garimpos e síntese das técnicas e relações observadas para realizar medições. Os autores relatam que as discussões em sala de aula demonstraram uma boa dedução dos métodos usados pelos garimpeiros por parte dos estudantes, mas que outros não compreenderam a proposta da atividade. Contudo, ressaltaram que, ao aguçar a curiosidade dos discentes, foi possível observar a participação mais ativa e interessada. Assim, destacaram também que, apesar de incipiente a Etnomatemática na Educação Matemática, é uma rica fonte de situações a serem utilizadas na problematização gerada. Ainda, atrelando ambas metodologias em sala de aula, buscou-se capacitar os estudantes quanto ao pensamento crítico e desenvolvimento de estratégias intelectuais para resolução de situações e problemas.

4.3- PRÁTICAS PARA A FORMAÇÃO DOCENTE

Ramos e Manrique (2015) apresentam resultados acerca de uma pesquisa junto a uma Comunidade de Prática (grupo de pessoas com mesmo conjunto de problemas, preocupações e interesses, aprofundando seu conhecimento na área) de professores que ensinam Matemática, no ano de 2013, inseridos no contexto do Programa Observatório da Educação (Obeduc/Capes). Nesse âmbito, buscavam esclarecer as negociações de significados (processo de interação contínua que visa a conquista gradual de determinados conceitos a partir de vivências) relacionados à Resolução de Problemas. Utilizaram, para a coleta de dados, a transcrição de gravações dos encontros, e diários de campo com anotações realizadas durante e após as reuniões, bem como a realização de observação participante, na qual os observadores são, também, sujeitos da pesquisa. Dessa forma, partindo de uma etapa de estudo históricos e teóricos, e outra de aplicação, os autores relatam dúvidas e inseguranças acerca da Resolução de Problemas. Dentre elas, equívocos conceituais, preocupação com a própria compreensão em aplicações anteriores, apego a práticas tradicionais e à necessidade de todos os estudantes acertarem tudo, bem como elaboração de questões pouco ou demasiadamente abertas à interpretação. Por fim, destacam a importância do compartilhamento e discussão de experiências na formação inicial e continuada de professores. A Metodologia Ativa atua nesse grupo como uma perspectiva de melhoria na qualidade no ensino de Matemática, possibilitando evolução profissional e aprendizagens coletivas e individuais.

5- Conclusão

Dentre os oito artigos que cumpriam os parâmetros estabelecidos, sete foram publicados entre os anos de 2018 e 2020, evidenciando o aumento das discussões acerca de Metodologias Ativas. Contudo, todos esses fazem referência às práticas em turmas do Ensino Fundamental e Ensino Médio. O único artigo que versava sobre propostas de formação de professores voltadas para o desenvolvimento de habilidades para a prática docente em Metodologias Ativas é datado de 2015, sendo o trabalho mais antigo no período pesquisado. Os principais temas abordados nesses relatos foram Ensino Híbrido, Gamificação e Resolução de Problemas. Contudo, também foram citadas a Aprendizagem Criativa e a *Peer Instruction*.

Com relação ao Ensino Híbrido, foram relatadas três perspectivas distintas. Além dos submodelos Sala de Aula Invertida e Rotação por Estações, também foi construída uma proposta baseada na ideia geral de mescla de aulas expositivas e recursos digitais. Na abordagem da Resolução de Problemas também houve duas perspectivas: a primeira foi baseada na Etnomatemática para os discentes enquanto que a segunda, no estudo histórico e teórico por um grupo de professores, resultando na aplicação da metodologia.

Todos os artigos culminam em um ponto de concordância: as práticas realizadas foram consideradas bem-sucedidas, levando os autores a uma reflexão sobre as relações em sala de aula entre docentes, discentes e o conhecimento. No Ensino Fundamental, os relatos de Morais e Salgado (2019), Guimarães e Junqueira (2020), Araújo, Molina e Nantes (2020) e Santos e Oliveira (2018) evidenciam que a dependência da figura docente esteve presente inicialmente, mas a participação discente passou a ser mais ativa com o desenvolvimento das atividades. Morais e Salgado (2019), atendendo uma turma com estudantes com necessidades especiais, observaram um ambiente inclusivo no qual todos os estudantes tinham as mesmas oportunidades de experimentação, obtendo soluções semelhantes mesmo com estratégias distintas. Assim, Guimarães e Junqueira (2020) relatam o aumento de soluções criativas e proatividade, tanto com relação à participação em sala de aula como na busca de conhecimento. Em consonância a isso, os demais autores similarmente afirmam que as atividades foram bem recebidas e contribuíram para construir o conhecimento matemático de forma inclusiva e colaborativa.

Nos artigos referentes ao Ensino Médio, as reflexões foram semelhantes. Freire e Romão (2020) afirmam que a combinação de Metodologias Ativas potencializa a aprendizagem por meio de trocas de vivências, bem como que os métodos adotados possibilitaram o aproveitamento do tempo do professor em sala de aula. Ainda, agregar essas metodologias a outros métodos de abordagem da Matemática, conforme abordam Lima e Bandeira (2018) com a Etnomatemática, possibilita propostas de ações que exploram a diversidade cultural baseada em múltiplas realidades escolares e sociais. Por outro lado, Azevedo e Maltempi (2019) relatam aumento no engajamento discente mediante atividades desafiadoras baseada em elementos de criatividade e que demandam tomadas de decisões, assim como seu compartilhamento e análise. O relato da prática exercida para a formação docente serviu como um ambiente de reflexão e vivência. Ramos e Manrique (2015) visaram abordar o tema por diversas óticas, havendo a possibilidade de momentos de discussão, compartilhamento de experiências, criação de vínculos afetivos e construção da identidade de professor.

Portanto, é possível ressaltar que as Metodologias Ativas não contribuem somente para o processo de ensino e aprendizagem baseado na participação ativa do estudante. Ao utilizá-las, o docente tem mais maneiras de compor uma avaliação do seu próprio trabalho, refletindo e criando estratégias de atuação, em colaboração também com outros professores. Outrossim, em 50% dos artigos, recursos digitais e/ou tecnológicos são utilizados como ferramenta auxiliadora do processo de ensino e aprendizagem. Os resultados obtidos convergem para a perspectiva de Ferrarini, Saheb e Torres (2019), Metodologias Ativas e tecnologias digitais não se confundiram na aplicação das práticas docentes, havendo o reconhecimento das tecnologias como recurso pedagógico, mas sem fim em si mesmo. Assim, as Metodologias Ativas também demandam do docente um trabalho de adaptação e aperfeiçoamento às tecnologias, uma vez que seu ofício, na maioria dos casos, depende da interação com indivíduos que nasceram e cresceram diante das tecnologias digitais. Aperfeiçoar-se para disponibilizar, como docente, um ambiente de inclusão digital pode fazer com que estudantes de realidades sociais mais carentes também passem por um processo de letramento digital, possibilitando almejar uma situação de equidade social.

Referências

ALMEIDA, S. G. **Aprendizagem ativa:** inove e dinamize sua aula. 1. ed. São Paulo: Síntese Editoração, 2021. *E-book*.

ARAUJO, J. C. S. Fundamentos da metodologia de ensino ativa (1890-1931). *In*: **Reunião Nacional da ANPEd**, 37., out. 2015, Florianópolis: UFSC, 2015. Disponível em: http://www.anped.org.br/sites/default/files/trabalho-gt02-4216.pdf. Acesso em: 7 abr. 2020.

ARAÚJO, V. S.; MOLINA, L. P. P.; NANTES, E. A. S. Khan Academy: uma possibilidade para as aulas de Matemática. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 1 - 19, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e65814. Acesso em: 28 jun. 2020.

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Produções Criativas de Matrizes e de Transformações Geométricas com Metodologias Ativas. **Boletim Online de Educação Matemática**, Joinville, v. 7, n. 13, p. 100 - 119, jul./ago. 2019. Disponível em: http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/15321. Acesso em: 28 jun. 2020.

BELLOTTO, V. B. **O ensino de matemática e o processo de construção da autonomia do aluno através das Metodologias Ativas e híbridas**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Federal da

Fronteira Sul, Chapecó, 2019. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=170890605. Acesso em: 24 mar. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** A educação é a base. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 4 mar. 2020.

CAPES. Plataforma Sucupira. **Qualis**. 2016. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/index.xhtml. Acesso em: 25 jun. 2020.

FERRARINI, R.; SAHEB, D.; TORRES, P. L. Metodologias Ativas e tecnologias digitais. **Revista Educação em Questão**, v. 57, n. 52, 2019. Disponível em: https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/15762. Acesso em: 28 abr. 2021.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Orgs.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática:** período 2001 – 2012.

Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016. E-book. Disponível em: https://econtents.bc.unicamp.br/omp/index.php/ebooks/catalog/view/978-85-7713-198-3/34/121-1. Acesso em: 26 jun. 2020.

FREIRE, H. V. D.; ROMÃO, E. C. Métodos Combinados: Sala de Aula Invertida e *Peer Instruction* como facilitadores do Ensino da Matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 25, n. 66, p. 153 - 168, jan./mar. 2020. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/1968. Acesso em: 28 jun. 2020.

GUIMARÃES, D. S.; JUNQUEIRA, S. M. S. Rotação por Estações no Trabalho com Equações do 2º Grau: uma experiência na perspectiva do Ensino Híbrido. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 708 - 730, 2020. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/42253. Acesso em: 28 jun. 2020.

LIMA, F. D.; BANDEIRA, F. A. Etnomatemática no Garimpo: contribuições para o Ensino de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas. **REMATEC - Revista de Matemática**, Ensino e Cultura, v. 13, n. 29, p. 35 - 49, set./dez. 2018. Disponível em: http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/145. Acesso em: 28 jun. 2020.

MORAIS, T. M. R.; SALGADO, T. F. A. A. Investigando Teoremas em Ação Mobilizados por Alunos diante do Game Calculator em Cenários Inclusivos. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 64, p. 71 - 87, set./dez. 2019. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/1941. Acesso em: 28 jun. 2020.

MORAN, J. Metodologias Ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, L.; MORAN, J. (Orgs.). **Metodologias Ativas para uma educação inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 35 - 76. E-book. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1KnuV-LxytOlWcB8dHCidPO6bZELJI47l/view. Acesso em: 22 abr. 2020.

PAIVA, M. R. F.; PARENTE, J. R. F.; BRANDÃO, I. R.; QUEIROZ, A. H. B. Metodologias Ativas de ensino-aprendizagem: revisão integrativa. **SANARE-Revista de Políticas Públicas**, Sobral, v. 15, n. 2, p. 145 - 153, jun./dez. 2016. Disponível em: https://sanare.emnuvens.com.br/sanare/article/view/1049. Acesso em: 12 abr. 2020.

RAMOS, W. R.; MANRIQUE, A. L. Comunidade de Prática de Professores que Ensinam Matemática como Espaço de Negociações de Significados sobre a Resolução de Problemas. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 979 - 997, dez. 2015. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/9935. Acesso em: 28 jun. 2020.

SANTOS, J. E. B.; OLIVEIRA, D. B. Batalha Naval Matemática: um elo entre o jogar e o conhecimento matemático. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 8, n. 1, 2018. Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/153. Acesso em: 28 jun. 2020.

GT 07 - Formação de Professores que Ensinam Matemática

A Escrita Como Um Meio Para Mobilizar O Conhecimento Matemático Docente

Writing As A Way To Mobilize Teachers' Mathematical Knowledge

Henrique Rizek Elias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
henriqueelias@utfpr.edu.br

Resumo
O objetivo desta pesquisa é identificar subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino mobilizados por meio da prática de escrita realizada por professores em uma disciplina de um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática. As práticas de escrita analisadas se deram em um fórum de discussões realizado em um ambiente virtual de aprendizagem e em uma atividade de autoavaliação realizada pelos professores participantes. Com base no quadro teórico do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), proposto por Deborah Ball e colaboradores, foi possível identificar diferentes subdomínios do MKT mobilizados durante as discussões no fórum, entre eles o Conhecimento Especializado do Conteúdo e o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes. No caso da autoavaliação realizada por uma professora, identificou-se uma atenção em relação ao Conhecimento do Conteúdo no Horizonte. Conclui-se que as atividades assíncronas, especialmente o fórum, permitem que os participantes, além de praticarem a escrita, organizem seus pensamentos antes de escrever, busquem referenciais teóricos para fundamentar suas afirmações e consultem seus alunos para enriquecer as discussões.

Palavras-chave: Conhecimento Matemático para o Ensino, práticas de escrita, fórum de discussões, autoavaliação

Abstract
The objective of this research is to identify subdomains of Mathematical Knowledge for Teaching mobilized through the writing practice performed by teachers in a discipline of a professional master's course in Mathematics Teaching. The writing practices analyzed were carried out in a discussion forum held in a virtual learning environment and in a self-assessment activity carried out by the participating teachers. Based on the theoretical framework of Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) proposed by Deborah Ball et al., it was possible to identify different subdomains of MKT mobilized during the forum discussions, including Specialized Content Knowledge and Knowledge of Content and Students. In the case of self-assessment carried out by a teacher, attention to Horizon Content Knowledge was identified. It is concluded that asynchronous activities, especially the forum, allow participants, in addition to practicing writing, to organize their thoughts before writing, to seek theoretical references to support their statements and consult their students to enrich the discussions.

Keywords: Mathematical Knowledge for Teaching, writing practices, discussion forum, self-assessment

Introdução

O tema escolhido para o VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) – *Educação Matemática, pandemia, pós-pandemia e a atualidade: implicações na pesquisa e nas práticas de ensinar e aprender* – revela a preocupação e a urgência de se discutir e divulgar pesquisas realizadas durante e impactadas por esse momento histórico que estamos vivenciando em decorrência da pandemia da Covid-19. Mas, mais do que isso, o SIPEM, um dos principais eventos da área da Educação Matemática brasileira, se configura como um importante espaço para se debater a respeito do futuro da pesquisa e das práticas de ensinar e aprender Matemática, levando em conta não só os impactos causados pela pandemia do novo coronavírus, mas, também, considerando as consequências do momento político atual que preocupa a todos nós.

No que se refere especificamente ao GT 07 - *Formação de professores que ensinam Matemática*, é sabido que a pandemia exigiu adaptações aos diversos cursos de formação inicial e de formação continuada de professores Brasil afora. No entanto, é preciso investigar e problematizar essas adaptações para o modelo remoto, por vezes bem-sucedidas, para que não sejam imediatamente tomadas como regra, abrindo caminho para que os cursos de formação de professores presenciais (principalmente as Licenciaturas) se transformem em grandes cursos padronizados a distância. Vale lembrar que, junto à questão da pandemia, temos outras discussões urgentes, como a Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019 que, entre outras coisas, propõe uma preocupante base nacional comum para a formação inicial de professores da Educação Básica. Estamos, portanto, diante de um delicado período que exige resistência por parte de professores, estudantes, pesquisadores e sociedades científicas.

Nesse contexto de incertezas e preocupações, esta pesquisa apresenta uma experiência que envolveu minha prática enquanto docente de um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática em uma universidade federal durante o período de pandemia da Covid-19. A experiência aqui analisada ocorreu em uma disciplina de nome Conhecimento Matemático do Professor, lecionada ao longo do ano de 2020. A disciplina teve início no dia 5 de março de 2020, mas, após duas aulas, houve a suspensão das atividades letivas presenciais no dia 16 de março por conta da pandemia, sendo as duas próximas aulas desenvolvidas por atividades não presenciais, via plataforma Moodle. Após essas duas semanas de atividades não presenciais, as atividades letivas foram completamente interrompidas, retornando apenas no dia 9 de julho de 2020 em uma modalidade denominada pela universidade de Regime Letivo Especial (RLE), realizado de modo totalmente remoto.

Nessa mudança para o RLE, todo o planejamento elaborado para a disciplina precisou ser adaptado e uma das atividades avaliativas consideradas no novo formato foi o fórum de discussões da Plataforma Moodle. A proposta foi utilizar essa ferramenta (fórum) como um ambiente propício para discussões matemáticas considerando que, nesses fóruns, os participantes, divididos em grupos, "estabelecem interações, comunicam-se pela escrita" (PASSOS, 2013, p. 232). Como o objetivo da disciplina é discutir o conhecimento profissional docente, os fóruns de discussão foram utilizados para que cada professor/professora participante pudesse propor um tema ou uma questão matemática de seu interesse e que, por meio da interação possibilitada pela escrita matemática nos fóruns, subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) pudessem ser mobilizados. Em um momento posterior aos fóruns, outra atividade avaliativa pautada na prática de escrita foi proposta aos professores participantes. Foi solicitada a escrita individual de um texto, chamado de autoavaliação, em que o professor/professora participante deveria refletir e escrever sobre seu envolvimento ao longo da disciplina, inclusive nos fóruns.

Diversos autores (NACARATO, 2013; FREITAS, 2013; PASSOS, 2013; POWELL, 2013; POWELL; BAIRRAL, 2014) apontam para as potencialidades da prática de escrita nas aulas de Matemática. Alguns desses (FREITAS, 2013; PASSOS, 2013; POWELL, 2013; POWELL; BAIRRAL, 2014) também indicam os ambientes virtuais de aprendizagem, como é o caso da Plataforma Moodle, como um local possível para se trabalhar com a escrita no desenvolvimento do conhecimento matemático de estudantes da Educação Básica ou de professores em formação inicial ou continuada.

Assim, o presente artigo tem por objetivo identificar subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino mobilizados por meio da prática de escrita realizada por professores em uma disciplina de um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática.

Discussão teórica

Conforme apontam Powell e Bairral (2014, p. 27), "A escrita força os interlocutores a refletir, diferentemente, sobre sua experiência matemática. Enquanto examinamos nossas produções, desenvolvemos nosso senso crítico. A escrita suporta atos de cognição e metacognição". Nessa linha, diferentes pesquisadores têm aprofundado o debate acerca da importância da leitura e da escrita no desenvolvimento do pensamento matemático. Para tanto, diversas estratégias têm sido utilizadas. Nacarato (2013, p. 78), por exemplo, cita "a escritura de cartas, a produção de tirinhas e de histórias em quadrinhos, a produção de relatórios, poemas, crônicas, criação de regras de jogo, autobiografias, elaboração de problemas, dentre outros".

Em contextos virtuais, a prática da escrita pode ser desenvolvida em diferentes espaços comunicativos, por meio de interações síncronas ou assíncronas (POWELL; BAIRRAL, 2014). No caso das interações assíncronas, Powell e Bairral (2014) apontam como possibilidades, por exemplo, os fóruns de discussão e autoavaliações ao final de uma unidade didática. Sobre o uso dos fóruns, Passos (2013) e Freitas (2013) apresentam experiências com seu uso em contextos de formação inicial de professores que ensinam Matemática. Freitas (2013) considera que o aspecto assíncrono permite que o debate não se encerre precipitadamente, pois a discussão pode permanecer mesmo depois de finalizada uma aula. Outro benefício apontado por Freitas (2013, p. 274) é que, nas interações assíncronas, "mais tempo pode ser dedicado para reflexão, antes da elaboração do registro".

Tais benefícios da prática de escrita também podem favorecer o desenvolvimento do conhecimento profissional docente em processos de formação continuada de professores. A esse respeito, a presente pesquisa assume como fundamentação o quadro teórico do Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching* - MKT) proposto por Deborah Ball e colaboradores. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), o MKT envolve conhecimentos matemáticos necessários para que o professor possa exercer seu papel de ensinar matemática, tratando-se, portanto, de uma teoria baseada na prática docente, com base nas demandas matemáticas para o ensino.

O MKT é estruturado em seis subdomínios, a saber: (i) Conhecimento Comum do Conteúdo, que é o conhecimento do conteúdo necessário, mas não exclusivo ao ensino; (ii) Conhecimento Especializado do Conteúdo, que é o conhecimento matemático necessário especificamente para fins de ensino. Avaliar rapidamente a natureza de um erro, especialmente um erro não familiar, é um exemplo desse subdomínio; (iii) Conhecimento de Conteúdo e dos Estudantes, que é o conhecimento que combina saber sobre os estudantes e saber sobre matemática. Os professores devem antecipar a forma como seus alunos podem pensar e as dificuldades que eles podem encontrar. Ter familiaridade com os erros comuns e saber a razão disso fazem parte desse tipo de conhecimento; (iv) Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, que é o conhecimento que combina saber sobre o ensino e saber sobre matemática. Professores precisam estabelecer uma sequência específica do conteúdo para o ensino, escolher que exemplos são mais pertinentes para introduzir um conceito e que exemplos levam os alunos a se aprofundarem no conteúdo; (v) Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, que é o conhecimento sobre a maneira como a matemática está organizada ao longo do currículo; (vi) Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, que é um conhecimento matemático que permite ao professor ter uma consciência de como temas matemáticos estão relacionados ao longo da matemática incluída no currículo. São esses seis subdomínios do MKT que embasam as análises feitas nesta pesquisa.

O contexto da pesquisa e os procedimentos metodológicos

A proposta da disciplina Conhecimento Matemático do Professor é apresentar e discutir, a partir de artigos científicos, quadros teóricos como o MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) ou o *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK) (CARRILLO *et al*., 2018). Junto a essa parte teórica e considerando que se trata de um mestrado profissional em que a maioria dos professores participantes está atuando em sala de aula, a disciplina também propõe uma parte voltada à prática docente, visando aprofundar discussões matemáticas relevantes para o ensino nas escolas.

Após a interrupção por conta da pandemia e com o retorno no modelo RLE, o planejamento teve que ser alterado[1]. Com isso, as leituras e conversas pautadas em artigos científicos ficaram mantidas (via Google Meet) e a parte prática, de discussões matemáticas, passou a se dar nos fóruns da Plataforma Moodle. As orientações feitas pelo professor formador aos professores participantes foram: as atividades no Moodle envolveriam discussões coletivas nos fóruns, a partir de questões de/sobre matemática trazidas por eles; essas discussões deveriam envolver questões relacionadas aos conhecimentos matemáticos necessários para ensinar de um determinado tópico; cada participante será responsável por conduzir um fórum de discussão, que terá como disparador algum tema/tarefa/dúvida/inquietação a respeito da matemática que pratica com suas turmas; cada participante deverá participar ativamente de pelo menos dois fóruns de outros participantes;

[1] Em 2020, no planejamento inicial da disciplina, antes da interrupção por conta da pandemia, essa parte prática da disciplina estava organizada em uma atividade em grupo que considerava planejar coletivamente uma aula, desenvolver a aula na turma de um dos professores participantes da disciplina, relatar/apresentar na disciplina os detalhes das aulas desenvolvidas por cada grupo, ressaltando elementos teóricos de textos lidos durante a disciplina, e organizar essas informações em um texto coerente a ser entregue ao professor formador.

o envolvimento de cada um nestas discussões também será avaliado; cada participante deveria entregar um arquivo com comentários e sínteses das discussões do fórum sob sua responsabilidade. Também foi solicitada a escrita livre de um texto contendo uma autoavaliação[2], momento em que os participantes deveriam refletir sobre seu envolvimento e sobre seu aprendizado durante a disciplina, articulando as discussões teóricas (artigos) e as discussões realizadas nos fóruns.

A turma de 2020 era comporta por 10 professores participantes, a maioria com formação inicial em Licenciatura em Matemática (ou com Habilitação em Matemática), mas havia também participantes com formação em Licenciatura em Pedagogia. Foram, portanto, 10 fóruns diferentes, que ficaram abertos para debate do dia 20 de julho até o dia 10 de setembro. Os temas foram diversos, por exemplo: o ensino de potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental; o radiano como unidade de medida de arcos de circunferência; a construção do pensamento algébrico nos anos iniciais; raciocínio matemático.

Antes de iniciar os fóruns, o professor formador designou os dois participantes que deveriam participar ativamente dos fóruns sob responsabilidade de outro. O professor formador participou dos 10 fóruns. Dessa maneira, cada fórum contou com um participante responsável (que tinha o papel de criar o tema disparador e estimular a discussão, fazendo perguntadas e provocações), pelo menos dois participantes ativos e o professor formador.

Para este artigo, foi selecionado apenas um dos fóruns para análise. A escolha pelo fórum cujo tema foi Raciocínio Matemático se deu por ter sido um fórum com boa interação entre os participantes e por ter possibilitado discussões relevantes para o desenvolvimento do MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Esse não foi o único com essas características, mas, por questões de limite de espaço, foi necessário delimitar a quantidade de dados a serem analisados.

Os nomes dos professores participantes aqui utilizados são fictícios, visando preservar o anonimato deles. Nas análises dos dados, foram feitas descrições de fatos que ocorreram no fórum denominado Raciocínio Matemático e utilizados fragmentos de interações entre a professora responsável pelo fórum, Bethânia, duas professoras debatedoras, Elza e Nara, e o professor formador (autor deste trabalho). A professora Elza

[2] Assume-se autoavaliação de um indivíduo como “um processo de metacognição, entendido como um processo mental interno através do qual o próprio toma consciência dos diferentes momentos e aspectos da sua actividade cognitiva” (SANTOS, 2002, p. 2).

teve uma participação relevante no fórum sob responsabilidade de Bethânia. Em sua autoavaliação, Elza fez reflexões pertinentes a respeito desse fórum que participou. Por isso, a atividade de autoavaliação de Elza também foi objeto de análise neste artigo.

As análises desses dados (o fórum sobre Raciocínio Matemático de Bethânia e a autoavaliação de Elza) foram realizadas sob a perspectiva do quadro teórico do MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Buscou-se identificar os subdomínios mobilizados nas interações escritas decorrentes da postagem inicial proposta pela professora Bethânia e na reflexão feita por Elza em sua autoavaliação.

Análises

O Fórum sob responsabilidade de Bethânia teve 34 postagens e envolveu oito pessoas diferentes. A Figura 1 ilustra a primeira postagem feita pela professora Bethânia, isto é, a postagem disparadora da discussão do fórum, cujo tema (escolhido por ela) foi Raciocínio Matemático. É possível perceber que Bethânia abre seu fórum com uma tarefa matemática e propõe algumas questões.

Figura 9: postagem disparadora do fórum Raciocínio Matemático

Raciocínio Matemático
por Bethânia - quinta, 6 ago 2020, 14:37

Leiam a situação-problema:

Para o aniversário de Ana foram convidados 50 pessoas, sabendo que cada pessoa consome em média 600 ml de refrigerante. Quantos refrigerantes de 2 litros Ana terá que comprar para a festa?

Agora vamos analisar:

1- para que ano escolar poderá ser aplicado esta questão?

2- Quais serão as dificuldades que os alunos encontrarão para resolver?

3- como poderá ser a condução do professor para desenvolver o raciocínio matemático dos alunos?

Fonte: dados da pesquisa (2020)

Após a postagem, cinco outros professores participantes interagiram e todos foram na mesma direção: a dificuldade estará na conversão de litros. A Figura 2 ilustra uma dessas postagens, feita pela professora Nara.

Figura 10: postagem da professora Nara

Re: Raciocínio Matemático
por Nara - domingo, 9 ago 2020, 19:13

Olá Bethânia, concordo com a Elis . Essa tarefa poderia ser visual, acredito que realmente a maior dificuldade dos alunos será a conversão de ml em litros. Além de se realizar uma atividade visual, o professor deverá conduzir a atividade em primeiro momento de maneira prática, assim facilitando a visualização dos alunos.
O primeiro passo, o professor deverá também levantar primeiramente as possíveis dúvidas que o discente poderá ter, tais como: 1L correspondem a quantos ml? Quantos litros será suficiente para a festa? (antecipação por parte do professor)
A partir dessas ideias, os professor deverá conduzir os alunos a perceberem que há mais de uma pergunta na atividade, logo haverá mais de uma operação para chegar no resultado final... como por ex.:
1 L correspondem quantos ml?
2 L correspondem a quantos ml?
Se o valor "x" correspondem a "y" ml, partindo de que 600 ml é consumido por cada convidado, quantos L correspondem ao valor "y" ml? (espero que não tenha ficado confuso hahahaha)
(penso que no 4º ano ainda há muitas dificuldades em relação a interpretação, pelo menos meus alunos têm bastante, eles não conseguem realizar a percepção de mais uma situação-problema no mesmo "problema" hahaha).

Fonte: dados da pesquisa (2020)

Na postagem apresentada na Figura 2, é possível ver que Nara concorda com outra professora (Elis) com relação às possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolverem a tarefa proposta. Também houve uma certa convergência entre os participantes a respeito de como superar essas dificuldades: propondo uma “atividade visual” (nas palavras de Nara) ou “utilizando material concreto” (nos termos de outra professora). Nesse momento, é possível perceber que as professoras participantes estão mobilizando o Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, na medida em que identificam possíveis dificuldades dos estudantes, e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, quando propõem formas de superar essas dificuldades.

Também foi mencionado pelos professores participantes do fórum que a tarefa matemática poderia ser trabalhada no 4º ou 5º ano do Ensino Fundamental, se fosse utilizado material concreto. Outros professores mencionaram que seria mais adequado de se trabalhar no 6º ano, desde que fosse feita uma revisão de conversão de unidades de medida. Nesse sentido, pode-se considerar que os participantes estão discutindo como as ideias matemáticas possíveis de serem trabalhadas com a tarefa matemática proposta aparecem ao longo dos anos escolares, manifestando o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte.

Na Figura 3, é apresentada uma intervenção feita pelo professor formador, com o intuito de evidenciar qual foi o papel deste durante as interações no fórum.

Figura 11: uma interação do professor formador

Re: Raciocínio Matemático
por **professor formador** - terça, 11 ago 2020, 20:56

Olá, pessoa!
Concordo com as colocações dos demais.

Fique com algumas dúvidas:
1) Em que ano se trabalha a conversão de unidades de medidas de volume?
2) Quem costuma trabalhar com o ensino dessa conversão, como costuma trabalhar? Poderia compartilhar com a gente?
3) Os alunos têm mais facilidade em converter de litros para mililitros ou de mililitros para litros? Pergunto isso, pois vendo a resposta do **Chico** , fiquei pensando que a proposta dele pode ser um pouco mais complicada para determinados alunos. É possível trabalhar esse problema sem usar vírgulas, não?
Acho que podemos pensar nas diferentes formas de resolver esse problema e discutir a especificidade de cada uma dessas formas...

Fonte: dados da pesquisa (2020)

O professor formador buscava, a todo momento, levantar questionamentos para incentivar o debate. A resolução proposta por Chico, problematizada pelo professor formador, era conduzir o estudante a fazer a transformação de 600 ml para 0,6 L e fazê-lo chegar na ideia de que, como eram 50 pessoas, bastava fazer a multiplicação de 50 por 0,6 para chegar no consumo total de 30 litros que, em seguida, poderia ser divido por 2 (uma vez que a garrafa de refrigerante era de 2 litros) e resultar em 15 garrafas de refrigerante.

No dia seguinte a essa postagem do professor formador, Bethânia traz uma novidade. Ela apresentou a tarefa matemática para seu filho, que cursava no 5º ano do Ensino Fundamental, resolver. Diferentemente do que os participantes do fórum cogitavam, o filho de Bethânia não teve problemas com a conversão de unidades, mas, sim, com a divisão. A Figura 4 ilustra isso.

Figura 12: postagem da professora Bethânia

Re: Raciocínio Matemático
por **Bethânia** - quarta, 12 ago 2020, 21:32

O meu filho está no quinto ano, acabei de falar para ele esse problema. Ele pensou assim 50 convidados, 600 ml cada um, e colocou 2000 ml representando os dois litros ao lado, após ele fez o cálculo 50X600=30.000, então ele falou vai precisar de 30.000 ml, agora tenho que dividir 30.000 por 2000 e tentou fazer mas se perdeu, foi abaixando os zeros, mas não concluiu. Então percebi que ele consegue transformar Litro em mililitros, pensou de forma correta, mas teve dificuldade no cálculo de divisão para concluir.

Link direto Marcar como não lida Mostrar principal Editar Interromper Excluir Responder

Re: Raciocínio Matemático
por **Bethânia** - quarta, 12 ago 2020, 21:36

Após a segunda tentativa, ele conseguiu chegar a resposta de 15 litros.

Fonte: dados da pesquisa (2020)

A partir dessa intervenção de Bethânia, os participantes do fórum passaram a discutir o algoritmo da divisão. Por iniciativa própria, Bethânia disponibilizou um vídeo em que seu filho realizava a resolução, o que possibilitou uma compreensão maior, por parte do grupo, a respeito da dificuldade apresentada. Diferentes aspectos da divisão puderam ser discutidos, como, por exemplo, quando o professor formador perguntou no fórum "*Sobre a divisão, quais os motivos da dificuldade dele? Que outra orientação poderia ter sido dada, diferente da que a* [Bethânia] *deu no segundo vídeo, para fazê-lo resolver a situação?*", ao que Elza respondeu "*Acho que a seguinte pergunta poderia ajudá-lo a refletir sobre o erro cometido: quantas garrafas de 2000 ml podemos encher com 10 000 ml de refrigerante?*". Nesse caso, a possibilidade de utilizar o significado de divisão como medida (quantas vezes cabe?) para levar a criança a superar aquela dificuldade indica a manifestação do Conhecimento Especializado do Conteúdo, uma vez em que a professora Elza mostra ir além de conhecer o algoritmo da divisão, mas, também, seus diferentes significados.

Depois de algumas postagens nessa direção (conversão de unidades de medida e dificuldades com a divisão), a professora Elza surge com outra novidade, conforme a Figura 5.

Figura 13: primeiro relato sobre o raciocínio da aluna Maria Rita

Re: Raciocínio Matemático
por Elza - quinta, 20 ago 2020, 19:23

Colegas,
Pedi para minha aluna do 4o ano resolver esse problema, em uma aula pelo meet utilizando o Google Docs para ela resgistrar o raciocínnio dela.
Mas ela também utilizou o caderno para fazer alguns desenhos.
Ela fez o seguinte raciocínio que vou descrever aqui copiando algumas partes das justificativas dela:
Maria Rita:
"Quantos refris de 2 litros?
50 pessoas - 600 ml de refri para cada pessoa.
1 litro precisa de quantos ml? "
Eu:
Pode pesquisar no Google.
Maria Rita: pesquisou no Google e me disse:
"1L é 1000 mililitros.
E continou:
"600ml...quantos faltam até chegar no 1000?
6 + 4 = 10
Então faltam 400 ml."

Fonte: dados da pesquisa (2020)

Elza propôs a tarefa para uma aluna de 4º ano do Ensino Fundamental que fazia aulas particulares de Matemática com ela, utilizando o Google Meet. Essa aluna é aqui chamada de Maria Rita. Conforme Elza descreve, Maria Rita pôde pesquisar no Google como transformar litro em mililitro, fazendo com que essa conversão de unidades não fosse um problema para ela, permitindo que seu raciocínio fluísse. A Figura 5 indica que Elza descreveu o raciocínio apresentado por Maria Rita. Como a descrição foi longa e para reduzir o espaço que seria ocupado por uma figura com toda a postagem, apresenta-se uma síntese do raciocínio apresentado pela jovem Maria Rita.

Maria Rita considerou, a todo momento, que 1000 ml equivale a 600 ml + 400 ml. Esse pensamento permitiu que Maria Rita tirasse a seguinte conclusão: "*10 litros vão dar para 10 pessoas beberem. 20 L vão dar para 20 pessoas*". Em seguida, vem a intervenção da professora Elza: "*10 L dá para 10 pessoas beberem refri, aí este caso vai dar exatamente ou vai sobrar refri?*". Disso veio a resolução de Maria Rita, apresentada na Figura 6.

Figura 14: continuação da descrição do raciocínio da aluna Maria Rita

Maria Rita:
1L = 600 ml + 400ml
2L = 600 ml + 400ml + 600 ml + 400ml
Aí sobra 800 ml
Tira 200 ml, aí fica 600 ml que dá para mais uma pessoa beber.
1 garrafa de 2 litros dá para 3 pessoas beberem refrigerante. E sobra 200 ml.
Eu: Então para 50 pessoas beberem 600 ml de refri cada uma, quantas garrafas vai precisar?
Ela fez o seguinte esquema de palitinhos, | representa 1 garrafa de 2L.
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
| = 3 pessoas e sobra 200 ml
Maria Rita foi juntando 200ml + 200ml + 200ml e concluiu que dava para mais uma pessoa beber.
Então daria para 33 pessoas beberem e ainda sobrava 200 ml.
E adicionando de 3 em 3 pessoas ao 33 pessoas. A cada vez que ela somava 3 pessoas, ela aumentava uma garrafa.
E aí ela ia juntando 200ml +200ml +200ml para formar 600ml e para contar mais uma pessoa. Até chegar em 50 pessoas e verificar a quantidade de garrafas.

E seguindo este raciocínio ela conseguiu chegar ao resultado final. Levou tempo, claro! rs

Fonte: dados da pesquisa (2020)

A forma de resolver descrita por Elza, com base no raciocínio de Maria Rita, foi o ponto alto das discussões no fórum. Todos os professores pareciam convergir para alguns consensos a respeito das dificuldades com a conversão e com a divisão de números grandes. Propor essa tarefa a alunos de 4º ano? Os participantes pareciam concordar que seria possível somente com o auxílio de materiais concretos. De fato, materiais concretos são importantes para a aprendizagem da Matemática (principalmente) nos anos iniciais, mas, neste caso específico, Maria Rita parece ter provocado o Conhecimento Matemático para o Ensino daqueles participantes do fórum e, em particular, o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes.

A professora Elza propôs uma reflexão, por meio de sua escrita no fórum, a esse respeito quando afirmou: "*Quero colocar isso em foco aqui para pensarmos: muitas vezes optamos em não explorar certas tarefas matemáticas, pois o aluno ainda não aprendeu tal conteúdo ou porque ainda não sabe fazer a conversão, como neste problema. Ficamos pensando em uma ordem de conteúdos necessários para depois abordar outros conteúdos. Podemos refletir sobre essa necessidade que temos, e aparece nos livros didáticos, de primeiro trabalhar as 4 operações, depois passamos um tempo trabalhando unidade de medidas de tempo, depois só unidade de medidas de comprimento e assim vai. O que pensam a respeito?*". A professora parece problematizar e manifestar aspectos do Conhecimento do

Conteúdo no Horizonte, quando coloca em discussão a maneira como o professor percebe a relação entre temas matemáticos ao longo da matemática escolar.

A contribuição trazida por Elza, a partir do raciocínio de Maria Rita, desencadeou discussões teóricas no fórum a respeito do que se entende por raciocínio matemático, trazendo para o debate o texto de Araman e Serrazina (2020).

Dias depois, após novo encontro com Maria Rita, a professora Elza trouxe novas informações, por meio de sua escrita no fórum, sobre o raciocínio da aluna. A Figura 7 mostra a escrita de Elza sobre as novas descobertas de Maria Rita.

Figura 15: segundo relato sobre o raciocínio da aluna Maria Rita

Re: Raciocínio Matemático
por Elza - sexta, 28 ago 2020, 20:40

Bom, na quinta feira agora me encontrei com ela novamente.
Como havia passado uma semana eu comecei relembrando o problema com ela e o processo do raciocínio que ela tinha me apresentado com a intenção de articular com as operações de multiplicação e divisão.

Antes de eu terminar a minha fala sobre o prórpio raciocínio dela....ela me interrompeu e me disse o seguinte: 20 garrafas vão dar.

Aí ela me explicou: se cada um vai beber 600 ml e 10 garrafas dá para 33 pessoas....olha 20 garrafas vai dar para (fez um monte de calculo oralmente - errou, achou o erro, corrigiu)...66 pessoas. Como vão 50 pessoas na festa, já vai dar.

Aí eu me atentei ao enunciado do problema: Para o aniversário de Ana foram convidados 50 pessoas, sabendo que cada pessoa consome em média 600 ml de refrigerante. Quantos refrigerantes de 2 litros Ana terá que comprar para a festa?

Disse a ela então que eu iria reformular o problema: Para o aniversário de Ana foram convidados 50 pessoas, sabendo que cada pessoa consome em média 600 ml de refrigerante. Quantos refrigerantes de 2 litros, **no mínimo**, Ana terá que comprar para a festa para que todos possam beber 600 ml cada um?
Aí ela retomou o raciocínio dela, mas desta vez pensando de 3 em 3 garrafas que daria para 10 pessoas. E chegou ao número 15 de garrafas.
Masss... Maria Rita me disse que não poderia ser 15 garrafas, pois ela iria comprar refrigerante para uma festa e ela mesma não iria beber? Só os convidados? Ela ficou satisfeita com a reposta de pelo menos 16 garrafas. Eu aceitei. Essa guerra não lutarei!
E fim...acabou nosso tempo.

Fonte: dados da pesquisa (2020)

Nessa postagem, Elza descreve como Maria Rita a surpreendeu e fez com que modificasse o rumo do que havia planejado. Inicialmente, Elza pensava em retomar a tarefa matemática para articular com as operações de multiplicação e divisão. No entanto, Maria Rita apresentou um raciocínio que não havia sido antecipado nas discussões no fórum: o enunciado da tarefa não dizia nada sobre um mínimo de garrafas de refrigerante. Elza foi pega de surpresa e precisou agir no improviso, sugerindo reformular o enunciado.

Em seguida, Elza escreve como Maria Rita, com seu raciocínio desprendido de qualquer regra ou algoritmo, a surpreendeu novamente. Dessa vez, Maria Rita percebe que, ao invés de fazer as contas considerando 50 pessoas convidadas, era necessário considerar 51 pessoas, pois a aniversariante também beberia refrigerante. Com isso, a aluna fica satisfeita com a resposta de pelo menos 16 garrafas e Elza fica sem reação.

Apesar de parecer ser uma mera descrição do que ocorreu em seus encontros com a aluna Maria Rita, a escrita de Elza revela mais do que isso, pois se trata de uma escrita intencional, uma organização e seleção dos fatos ocorridos e registrados por ela no fórum. Nessa postagem (Figura 7), percebe-se a manifestação do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, na medida em que se nota a preocupação com o enunciado de uma tarefa que se deseja trabalhar com o raciocínio matemático.

Outras postagens aconteceram após essas. No entanto, para este artigo, consideramos oportuno apresentar trechos do texto escrito por Elza em sua autoavaliação, pois evidenciam reflexões sobre o fórum.

Quando cita o fórum criado por Bethânia, em sua escrita, Elza relembra discussões teóricas feitas nas aulas síncronas. Nas palavras de Elza: "*discutimos em aula sobre a importância do professor compreender como determinado conteúdo que está trabalhando é desenvolvido nos anos seguintes e anteriores. Como por exemplo, no fórum da* [Bethânia] *foi interessante ver esta situação*". Em seguida, após descrever brevemente as diferentes formas de resolver a tarefa matemática que surgiram no fórum, Elza escreve: "*Acho que com isso tivemos uma pequena visão longitudinal do conteúdo, será? Para um professor que trabalha, por exemplo, com o 6º ano (fundamental II) é importante saber como professores e alunos trabalham a conversão de unidades de medidas nos anos iniciais e também para o professor dos anos iniciais é interessante ter uma visão sobre o conteúdo nos anos seguintes para guiarmos nossas discussões em sala de aula. Acho que um aluno do 5º ano pode chegar na resolução que o* [Chico] *propôs, mas antes talvez este aluno precisará percorrer outros caminhos como alunos que colocamos no fórum*". Nesses trechos da autoavaliação feita por Elza, uma escrita reflexiva, é evidente a compreensão do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte enquanto um aspecto importante para o conhecimento matemático do professor.

Considerações Finais

O presente artigo teve como objetivo identificar subdomínios do MKT mobilizados por meio da prática de escrita realizada por professores em uma disciplina de um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática. Para tanto, foram analisados dados produzidos em duas atividades avaliativas com base na prática de escrita: o fórum de discussões no Moodle e uma autoavaliação.

Das análises, foi possível perceber que a prática de escrita realizada nos fóruns, cujos temas foram escolhidos pelos próprios participantes, possibilitou a mobilização de diferentes subdomínios do MKT. Do mesmo modo, a prática de escrita solicitada por meio de uma autoavaliação também permitiu a manifestação de subdomínios, neste caso, aquele que a professora Elza reconheceu como o principal em sua reflexão a partir das discussões no fórum, o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte.

Destaca-se o fato de que uma interação assíncrona entre os participantes, por meio da escrita, permitiu, entre outras coisas, que os participantes organizassem seus pensamentos antes de escrever, que exercitassem a prática de escrita, que buscassem referenciais teóricos para fundamentar algumas afirmações e que consultassem seus alunos para enriquecer as discussões.

Também houve pontos negativos tanto nos fóruns como nas autoavaliações. Alguns professores relataram dificuldades em conduzir boas discussões no fórum sob suas responsabilidades, muitas vezes, por participações pouco produtivas dos demais, com comentários com poucas problematizações, principalmente quando o tema matemático escolhido pelo responsável não era um tema em que o professor participante do fórum estava trabalhando em sua prática. No caso das autoavaliações, nem todos os professores participantes articularam as descrições feitas com os artigos estudados na disciplina, como fez Elza.

Enquanto uma experiência pessoal, de um modo geral, considero o fórum de discussões no Moodle uma boa ferramenta para complementar as interações que ocorrem em sala de aula no modelo presencial.

Referências

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, Brasil, v.9, n.18, p.118-136, 2020. Disponível em: http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/649. Acessado em: 23 jun. 2021.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, n. 59, p. 389-407, 2008.

CARRILLO, J. et al. The mathematics teacher’s specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

FREITAS, M. T. M. A escrita em ambientes virtuais: um caminho promissor na formação do professor de Matemática e outras áreas. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática**. 1ª ed. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. p. 255–278.

NACARATO, A. M. A escrita nas aulas de Matemática: diversidade de registros e suas potencialidades. **Leitura: Teoria e Prática**, v. 31, p. 63-79, 2013. Disponível em: https://ltp.emnuvens.com.br/ltp/article/view/196. Acessado em: 23 jun. 2021.

PASSOS, C. L. B. Ler e escrever é preciso: a formação matemática de professores dos anos iniciais na modalidade a distância. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática**. 1ª ed. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. p. 221–254.

POWELL, A. Desafios e tecnologias nas escritas e nas leituras em Educação Matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática**. 1ª ed. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. p. 149–168.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A Escrita e o pensamento matemático**: interações e potencialidades. Papirus Editora, 2014. Edição do Kindle.

SANTOS, L. **Auto-avaliação regulada**: porquê, o quê e como? Ministério de Educação de Portugal. Departamento do Ensino Básico, 2002. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/4884. Acessado em: 8 jun. 2021.

As marcas da matemática do processo de escolarização e suas influências na prática docente

The marks of mathematics of the schooling process and its influences on teaching practice

Rayane de Jesus Santos Melo
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar

Carmen Lúcia Brancaglion Passos
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar[1]

Resumo
Este artigo surge no contexto de uma atividade de extensão e apresenta como objetivo identificar, a partir de narrativas escritas, as marcas da Matemática do processo de escolarização e como elas influenciam/influenciaram a prática docente. A pesquisa possui uma abordagem qualitativa e os dados foram construídos por meio de um convite à escrita de uma narrativa, proposta aos 20 participantes. As narrativas foram analisadas a partir de dois focos: 1) As práticas de ensino vivenciadas no processo de escolarização; e 2) As influências das marcas da Matemática escolar na prática docente. Em relação ao uso das narrativas, consideramos que o convite à escrita possibilitou aos participantes o movimento de olharem para si, rememorarem suas experiências, produzirem histórias e refletirem sobre seus processos de formação e constituição. Espera-se que este artigo contribua para que professores em atuação e/ou licenciandos percebam o quanto a escrita de narrativas e o rememorar e compartilhar experiências em grupo de estudos podem tornar-se um momento formativo para a ampliação do seu repertório de conhecimento e para reflexão da sua prática docente.

Palavras-chave: Educação Matemática; Narrativas; Relação com a Matemática; Prática docente.

Abstract
This article appears in the context of an extension activity and aims to identify, from written narratives, the marks of Mathematics in the schooling process and how they influence/influenced teaching practice. The research has a qualitative approach and the data were built through an invitation to write a narrative, proposed to the 20 participants. The narratives were analyzed from two focuses: 1) The teaching practices experienced in the schooling process; and 2) The influences of the marks of school Mathematics on teacher training and practice. Regarding the use of narratives, we believe that the invitation to write enabled the participants to look at themselves, recall their experiences, produce stories and reflect on their formation and constitution processes. It is expected that this article will contribute to actively working teachers and/or undergraduates realize how writing narratives and remembering and sharing experiences in a study group can become a formative moment for expanding their repertoire of knowledge and for reflection of their teaching practice.

Keywords: Mathematics Education; Narratives; Related to Mathematics; T.eaching practice.

[1] A Profa. Dra Keli Cristina Conti, organizadora da Aciepe juntamente com a Profa. Carmen Passos, também contribuiu na escrita deste artigo.

Introdução

Inúmeras são as marcas que carregamos conosco durante nossas vidas e são elas que nos fazem ser o que somos. Algumas delas são deixadas por diferentes indivíduos, sejam eles do ambiente familiar, da trajetória escolar e acadêmica e/ou da convivência no ambiente de trabalho; outras, são impressas por nós mesmos. Assim como Moura (2018), acreditamos que "as marcas deixadas pelas pessoas em nossa trajetória de vida, de alguma maneira, impactam nossas escolhas, atitudes e tomadas de decisões, e podem ser vistas em nossas ações" (p. 209). É preciso rememorar e refletir sobre as marcas deixadas para percebermos suas influências em nossa maneira de agir e pensar no tempo presente e em nossas perspectivas futuras.

Concebemos a narrativa como uma possibilidade de reviver um passado que deixou marcas, buscando não somente relembrar fatos, mas atribuir sentidos as experiências que vivenciamos e que ressignificam em nossas vidas. Nacarato e Passeggi (2013) afirmam que quando produzimos narrativas não trazemos apenas os sentidos que atribuímos ao vivido, mas também a história de uma comunidade, as ideias de uma coletividade, e isso contribui para compreendermos como fomos nos constituindo ao longo do tempo.

Em relação a formação docente, Nacarato e Passeggi (2013, p. 291) afirmam que "diferentes autores têm discutido o quanto os professores são influenciados por modelos de docentes com os quais conviveram durante a trajetória estudantil [...]", ou seja, quando chegamos aos cursos das Licenciaturas já carregamos conosco uma cultura de aula e uma tradição pedagógica que foram incorporadas a partir dos nossos professores do período de escolarização.

Para Cunha (1997), quando o professor organiza narrativas de experiências vividas, sejam elas referentes a professores que os marcaram ou às práticas pedagógicas vivenciadas durante seu período de escolarização, ele tem a possibilidade de viver um processo profundamente pedagógico e formativo, pois "através da narrativa ele vai descobrindo os significados que tem atribuído aos fatos que viveu e, assim, vai reconstruindo a compreensão que tem de si mesmo" (p. 189).

Oliveira (2011), corroborando com a concepção sobre a importância da utilização da escrita no processo formativo do professor, afirma que existem diferentes tipos de registros que podem ser utilizados como recurso na formação docente, tais como: "as narrativas de professores, as autobiografias ou histórias de vida escolar, trabalho etnográfico da sala de aula e casos de ensino e explicitação e reflexão sobre o que chamamos de episódios marcantes" (p. 291). A autora ainda acrescenta que:

> Esses instrumentos passam a exercer um forte papel de mediador na formação e no desenvolvimento profissional do professor, servindo de elemento de reflexão para as práticas futuras dos licenciandos, ajudando a minimizar a angústia que se estabelece nos profissionais do ensino, sobretudo, nos primeiros anos da docência. Nesse sentido, é inegável o papel autoformador desses instrumentos pelo fato de os professores produzirem conhecimento e compartilhar o conhecimento produzido por outros grupos. (OLIVEIRA, 2011, p. 291-292)

Passos, Oliveira e Gama (2013, p. 333) destacam a importância dos professores que ensinam matemática escreverem sobre o que chamam de "vivências com a Matemática". Segundo as autoras, ao escreverem os professores "revelam como concebem suas aprendizagens e determinadas atuações didáticas enquanto estudantes da educação básica". Complementando também que "esse processo de reflexão pedagógica lhes permite compreender as consequências em sua atuação docente" (p. 333) e "permite ainda que eles projetem novas estratégias de ensino e revela indícios da ampliação do repertório de conhecimentos necessários para a prática profissional" (p. 333).

Portanto, nosso objetivo neste artigo é identificar, a partir de narrativas escritas, as marcas da Matemática do processo de escolarização e como elas influenciam/influenciaram a prática docente. Especificamente, tendo como base Nacarato e Passeggi (2013), nos interessou ouvir dos professores o que tinham a dizer "sobre sua escolarização – quais eram as formas de ensino de matemática em suas salas de aula; quais os materiais utilizados e quais as práticas lembradas" (p. 289).

Esperamos, portanto, que este artigo contribua para que professores em formação ou em atuação profissional percebam o quanto a escrita de narrativas e o rememorar e compartilhar experiências em um grupo de estudos podem tornar-se um momento formativo para a ampliação do seu repertório de conhecimento e para reflexão da sua prática docente.

O contexto e os participantes da pesquisa

A proposta deste artigo surge no contexto de uma Atividade Curricular de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão (Aciepe), intitulada "Processos de Ensino e Aprendizagem: Estatística na Educação Infantil e Anos Iniciais" vinculada a Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, organizada pelas Professoras Keli Cristina Conti e Carmen Lúcia Brancaglion Passos. As Aciepe's são atividades curriculares complementares inseridas nos currículos de graduação, com duração semestral de 60 horas. Podem participar professores da Educação Básica, licenciandos e pós-graduandos da UFSCar e de outras instituições, com direito a certificação.

O desenvolvimento da Aciepe ocorreu no período de 09/11/2020 a 16/01/2021, com encontros semanais e de forma on-line, e teve como objetivo dar protagonismo aos professores que ensinam matemática, com destaque para o ensino e aprendizagem da Estatística na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Não foi um curso para professores, mas a constituição de um espaço de formação continuada com professores em exercício, licenciandos e pós-graduandos.

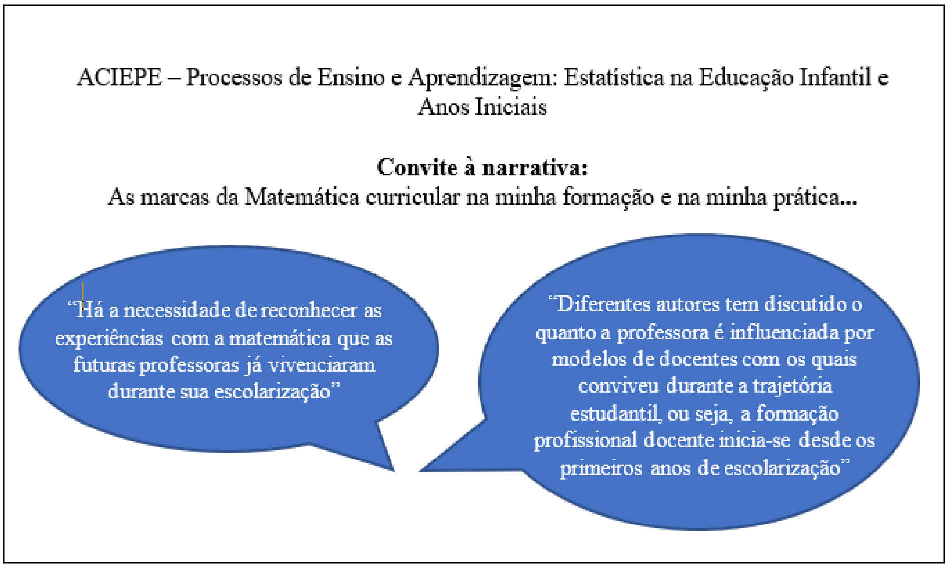
O público alvo da Aciepe foram licenciandos do Curso de Pedagogia, Matemática, Educação Especial e outros interessados: Professores da Educação Infantil, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Professores de Matemática de Redes Pública e Particular e pós-graduandos. Em especial, devido à realização dos encontros ser de forma remota, interessados de outros Estados puderam se inscrever e participar, fato antes impossível em tempos de encontros presenciais.

Concluíram as atividades 20 participantes: quatro estudantes da UFSCar e 16 participantes externos. Sendo: 19 do sexo feminino e um do sexo masculino; 15 participantes residiam no estado de São Paulo, três no estado de Minas Gerais, um no estado do Espírito Santo e uma participante no estado do Maranhão. Cabe salientar que todos os participantes são apresentados no artigo com nomes fictícios.

Quanto à formação inicial, tínhamos um grupo bem variado: quatro participantes cursavam Pedagogia e três cursavam Licenciatura em Educação Especial na UFSCar, sete participantes tinham graduação em Pedagogia e quatro em Matemática e dois participantes possuíam duas graduações: Pedagogia e Matemática.

Durante os encontros on-line, via plataforma "Google - Meet", ocorreram debates e estudos que levaram a discussões sobre a importância de graduandos, professores e pesquisadores participarem de um grupo como o que foi organizado para discutir a Estatística no início da escolarização. Um dos temas que emergiram logo no início do encontro foi justamente as marcas da Matemática na formação e na atuação dos professores e com isso, fizemos nosso primeiro convite à escrita de uma narrativa (Figura 1). Nosso foco nessa atividade foi justamente um convite para narrar sobre as marcas da Matemática escolar na formação e na prática docente.

Figura 16: Convite à escrita[2]



Fonte: Elaborada pelas autoras

Esta pesquisa possui uma abordagem qualitativa e os dados foram constituídos por meio de narrativas escritas sobre as Marcas da Matemática deixadas no processo de escolarização. Cabe salientar, com base em Moura (2013, p. 203), que nossa preocupação em trazer narrativas de professores "não está relacionada à busca da verdade ou à legitimação desta ou daquela assertiva teórica", pois, segundo Benjamin (2012), a arte da narrativa está em evitar explicações sobre o dito.

Apoiando-nos ainda em Benjamin (2012) quando afirma que "o narrador retira o que ele conta da experiência: de sua própria experiência ou da relatada por outros. E incorpora, por sua vez, as coisas narradas à experiência dos seus ouvintes" (p. 217), procuramos aqui utilizar as narrativas com um caráter pedagógico e formativo, pois acreditamos que ao ler o relato dos professores narradores, o leitor (sujeito receptivo) poderá refletir sobre as experiências dos outros e de si durante o período de escolarização, relembrar fatos que, sem perceber, influenciam sua prática, e atribuir sentidos a cada experiência, buscando apropriar-se daquelas que precisam ser valorizadas ou desconstruir e ressignificar as que trazem elementos que não agregam em sua formação.

[2] As citações deste convite foram retiradas de Nacarato, Mengali e Passos (2011, p. 23) e Nacarato e Passeggi (2013, p. 291).

Para análise das narrativas elegemos como foco: 1) As práticas de ensino vivenciadas no processo de escolarização; e 2) As influências das marcas da Matemática escolar na prática docente. Passamos a apresentá-los juntamente com as narrativas dos participantes nas seções subsequentes.

Práticas de ensino de matemática vivenciadas no processo de escolarização

Segundo Valente (2008, p. 12), "o ofício de ser professor de matemática, como a maioria das profissões, é herdeiro de práticas e saberes que vêm de diferentes épocas." Práticas amalgamadas, reelaboradas, descartadas e transformadas, elas constituem, segundo o autor, a herança "da qual é possível a produção de novos saberes e a criação de novas práticas presentes no cenário pedagógico atual". Com base nisso, buscamos nesta seção identificar práticas de ensino de matemática vivenciadas pelos participantes da Aciepe durante o processo de escolarização.

Em quase todas as narrativas escritas identificamos indícios de tendências pedagógicas desenvolvidas no Brasil ao longo do tempo e que foram herdadas pela forte influência das experiências vivenciadas e do contexto social em que as ações de ensinar foram desenvolvidas. As tendências pedagógicas são aqui compreendidas, com base em Fiorentini (1995, p. 3), como:

> um saber funcional, isto é, uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, criada na prática pedagógica quotidiana e que se alimentam não só das teorias cientificas (Psicologia, Antropologia, Sociologia, Filosofia, Matemática), mas também de grandes eixos culturais, de ideologias formalizadas, de pesquisas, de experiências de sala de aula e das comunicações quotidianas.

A Professora Lúcia rememorou em sua narrativa os testes de verificação da tabuada e a ausência de um professor que propusesse trabalhos em grupos e observasse como os alunos estavam resolvendo as atividades. Ela conta que o modelo de prática de ensino que perdurou durante sua escolarização foi a do docente sempre a frente, transmitindo o conhecimento, realizando a exposição das aulas e aplicando testes com vastas listas de exercícios.

> *As vagas lembranças que tenho da 1ª a 4ª série referem-se aos cálculos orais e aos constantes testes de verificação da tabuada.*
> *[...] Fiz uma volta ao meu passado com essas memórias e percebi que nelas não tem a imagem de uma professora ou um professor que propunha trabalhos em grupo, que passeava pela sala observando como estávamos fazendo as atividades, apesar de sempre olharem os cadernos dando "visto". O modelo que perdurou nessas experiências foi do mestre sempre à frente, explicando através das aulas*

> *expositivas e nos testando com uma vasta lista de exercícios.* (Profa. Lúcia, 38 anos)

A Professora Nara rememora a prática de ensino de três professores do seu processo de escolarização, cada um com características distintas. A narrativa elaborada sobre a professora da antiga 5ª série, traz indícios da figura de uma professora autoritária; em relação a outra professora, Nara apresenta a figura de uma professora mais flexível e que permitia o desenvolvimento de atividades em duplas, porém apresentava os conteúdo de forma tradicional, valorizando a exposição dos conceitos e resolução de muitos exercícios; e a figura do seu primeiro professor de matemática do sexo masculino, considerado por ela divertido, porém tinha uma abordagem do conteúdo engessada, com utilização de apostilas e muitos exercícios, com foco no vestibular.

> *Eu não tenho muitas lembranças de minha trajetória com a Matemática nos anos iniciais. Já a memória da professora que tive na antiga 5ª série é bem vívida: antes de adentrar na sala de aula, ela parava na porta, olhava para a turma e dizia "Atenção! Postura!" e todos nós nos assentávamos corretamente na carteira. Não me recordo dos conteúdos e nem da abordagem utilizada, apenas que sentia muito medo de conversar durante essas aulas de Matemática.*
> *Me lembro de uma outra professora desse período que não era tão rígida quanto a da 5ª série. Ela era um pouco mais flexível com relação aos barulhos que uma sala de aula produz. Me lembro de me sentar em duplas por diversas vezes em suas aulas e também de ir em carteiras para ajudar meus colegas. A maneira de abordar os conteúdos era tradicional – introduz e define o tema, passa exemplos e exercícios (muitos!) para a turma.*
> *Quando fui para a escola particular, tive aula com um professor. Foi a primeira vez que tive aulas com um homem como professor de Matemática. Ele era bem divertido, fazia questão de contar uma piada em cada aula. A abordagem era ainda mais engessada que da escola pública, com muitas apostilas para serem dadas, muitos exercícios em cada tópico e com foco muito forte para os exercícios de vestibular. (*Profa. Nara, 33 anos)

A Professora Mirian narra sobre a prática de ensino de seus professores de matemática quanto ao uso do computador e do celular em sala de aula, sendo eles os primeiros a permitir a utilização. A jovem professora apresenta fatos marcantes relacionados ao uso de tecnologias digitais e investigações, destoando de experiências negativas apresentadas por outras participantes. Ela recorda de uma atividade de matemática que visava o desenvolvimento de uma pesquisa para descobrir o funcionamento da calculadora no celular e as diferenças de uma calculadora normal.

> *[...] os meus professores de matemática, foram os primeiros a perceberem o quanto o uso dos celulares em sala poderia ser útil e que não adiantava proibir. Foram eles, que passaram a permitir o uso dos aparelhos em atividades em sala de aula (lembro de uma atividade específica, onde tínhamos que usar os computadores ou outras formas de pesquisa, para descobrir o funcionamento da calculadora no celular e as diferenças de uma calculadora normal).* (Profa. Mirian, 24 anos)

Na narrativa da Professora Carolina identificamos em seu processo de escolarização uma prática de ensino voltada para utilização do livro didático, de tal modo que contribuiu para ela ter, atualmente, certo "repúdio" em sua utilização em sala de aula. Na 2ª série (atualmente 3º ano) do Ensino Fundamental, Carolina rememora a prática de sua professora com uso de material dourado e de uma técnica para aprender a tabuada de multiplicação sem "decorar" a tabuada. Carolina narra ainda que no Ensino Médio a prática utilizada pelos seus professores de matemática era a de copiar no quadro, resolver exercícios de fixação e a concepção de avaliação que prevalecia era a somativa.

> *Durante minha trajetória na Educação Infantil (incluindo o 3º período) recordo-me da minha professora preocupada em "completar" o livro didático e dizendo para a turma "só vai 'formar' (formatura) quem finalizar o livro". Como isto ficou marcado, de forma negativa, para mim; acho que é por causa desta vivência que tenho um certo "repúdio do livro didático. Além de termos que completar o livro, ela trazia conteúdos descontextualizados: família silábicas e pontilhadas; quanto à matemática, acho que nem abordava... uma prática bem tradicional.*
> *[...] nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, na 2ª série, recordo-me de uma professora que tentava realizar práticas mais contextualizadas: trabalhamos com o material dourado, além disso, ela nos ensinou uma forma de realizar a multiplicação, sem ter que 'decorar a tabuada', por meio dos dedos (brinco que é a calculadora humana).*
> *[...] No ensino médio só me recordo de copiar conteúdo do quadro e de fazer exercícios de fixação.*
> *Ao rememorar minha trajetória na educação básica, percebo que a prática descontextualizada da realidade do estudante era o que prevalecia. Isto sem falar no modelo de avaliação, que priorizava somativa.* (Profa. Carolina, 30 anos)

Com base nas narrativas dos participantes, dentre as diferentes tendências pedagógicas que perpassam o ensino de matemática ao longo das últimas décadas no Brasil, é possível observar que as práticas de ensino desenvolvidas pelos seus professores de escolarização sofreram influenciadas da tendência formalista clássica, formalista moderna e tecnicista, pois, conforme salientado por Valente (2008), as práticas desenvolvidas pelos professores de matemática são heranças de diferentes épocas e contextos.

Segundo Fiorentini (1995), a tendência formalista clássica, que prevaleceu até o final 1950, "caracterizava-se pela ênfase às ideias e formas da Matemática clássica, sobretudo ao modelo euclidiano[3] e à concepção platônica de Matemática[4]" e *didaticamente*, o ensino nesta tendência foi, segundo Fiorentini (1995, p. 7):

---

[3] O modelo euclidiano caracteriza-se pela sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos (definições, axiomas, postulados). Essa sistematização é expressa através de teoremas e corolários que são deduzidos dos elementos primitivos.

[4] Na concepção platónica de Matemática, essa área não é inventada ou construída pelo homem, ele apenas pode pela intuição e reminiscência, descobrir as ideias matemáticas que preexistem em um mundo ideal e que estão adormecidas em sua mente.

> [...] acentuadamente livresco e centrado no professor e no seu papel de transmissor e expositor do conteúdo através de preleções ou de desenvolvimentos teóricos na lousa. A aprendizagem do aluno era considerada passiva e consistia na memorização e na reprodução (imitação/ repetição) precisa dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelos livros.

A tendência formalista moderna, iniciada na década 1950, retorna à tendência formalista clássica, porém "sob um novo fundamento as estruturas algébricas e a linguagem formal da Matemática contemporânea" (FIORENTINI, 1995, p. 14). Quanto a relação professor-aluno e ao processo ensino-aprendizagem, não houve grandes mudanças. O ensino continua centrado e acentuadamente autoritário na figura do professor e o aluno, considerado ser passivo, continua tendo de reproduzir a linguagem e os raciocínios lógico-estruturais ditados pelo docente.

A tendência tecnicista, segundo Fiorentini (1995), foi a pedagogia "oficial" do regime militar pós-64. Nesta tendência, a aprendizagem da Matemática consiste no desenvolvimento de habilidades e atitudes e na fixação de conceitos e princípios e, segundo o autor, "isso pode ser reforçado através de jogos e outras atividades estimulantes que facilitam a memorização dos fatos e o exercício operante para desenvolver tais habilidades e atitudes". E, ainda com base no autor, a pedagogia da tendência tecnicista não estava centrada no professor e nem no aluno, mas nos *objetivos* instrucionais, nos recursos (materiais instrucionais, calculadoras, etc.) e nas técnicas de ensino que garantiriam o alcance dos mesmos.

Portanto, os trechos das narrativas das Professoras Lúcia, Nara e Carolina selecionadas para a análise das práticas de ensino vivenciadas no processo de escolarização, evidenciam que as tendências formalistas clássica, moderna e a tecnicista refletiram nas práticas de ensino de seus professores no processo de escolarização, ocorrido por volta da década de 80 e 90, na qual, é possível observar que elas vivenciaram a postura de professores autoritários e aluno como ser passivo, memorização do conteúdo, imitação/reprodução da linguagem e raciocínios lógico-estruturais ditados pelos professores, extensas listas de exercícios de aplicação e utilização, prioritariamente, da lousa e do livro didático.

Destacamos ainda na narrativa da Mirian e da Nara a ênfase da tendência tecnicista. A primeira quando aborda que seus professores de matemática começaram a utilizar aparelhos tecnológicos em sala de aula, pouco utilizados até então, e a segunda quando narra que a prática de seu professor de matemática estava voltada para um ensino engessado e enfadonho, com uso predominante de apostila e resolução de muitos exercícios, pois a aula oferecida estava centrada nos objetivos instrucionais, neste caso, boa preparação para as provas de vestibular.

As influências das marcas da matemática escolar na formação e prática docente

Segundo Kenski (1996), desenvolver com professores o trabalho de rememoração pode apresentar a eles indícios importantes sobre sua prática docente, fornecendo com isso elementos outros para compreensão dos vários aspectos constitutivos de sua vida profissional. A autora acrescenta ainda que o rememorar possibilita ao professor

> [...] tomar medidas no sentido de superar determinados problemas, reformular concepções pessoais sobre sua maneira de ensinar, seu relacionamento com a disciplina, as formas que utiliza para avaliar seus alunos etc. além de resgatar a imagem pessoal do bom professor, construída a partir dos contatos efetuados durante toda a trajetória escolar (KENSKI, 1996, p. 106-107).

Com base nisso, nesta seção, nosso objetivo é apresentar como as marcas da matemática deixadas no processo de escolarização influenciam/influenciaram as práticas docentes dos participantes e como eles ressignificam essas experiências vivenciadas em sua atuação profissional, acreditando, com base em Tardif (2014, p. 230), que:

> um professor de profissão não é somente alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros, não é somente um agente determinado por mecanismos sociais: é um ator no sentido forte do termo, isto é, um sujeito que assume sua prática a partir dos significados que ele mesmo lhe dá, um sujeito que possui conhecimentos e um saber-fazer provenientes de sua própria atividade e a partir dos quais ele a estrutura e orienta.

A Professora Lúcia trouxe em sua narrativa diversas experiências vivenciadas em seu processo de escolarização, dentre elas a lembrança dos testes de verificação da tabuada, das características de professores, das práticas de ensino utilizadas, etc., e reflexões acerca dessas experiências. Dentre as reflexões, ela narra como as práticas de ensino utilizadas pelos seus professores (aqueles que estavam sempre à frente da turma, que passavam testes com vasta lista de exercícios de fixação) influenciaram nos primeiros anos de sua atuação e prática docente, conforme podemos observar no enxerto:

> *[...] percebi que foi esse modelo que tentei seguir em 2016 e 2017, dois primeiros anos em que atuei como professora de matemática. Na minha cabeça, eles [as crianças] deveriam chegar ao 4º ano sabendo várias coisas e tendo facilidade em resolver problemas. De 2018 para cá vejo que não é bem assim. Realmente eles chegam sabendo várias coisas, mas isso não quer dizer que sabem e aí vem o desafio de avançar e retroceder no processo de ensino-aprendizagem com equilíbrio, tentando atender tanto os alunos com facilidade quanto os que apresentam dificuldade, de maneira que possam evoluir em comparação a eles mesmos.* (Profa. Lúcia, 38 anos)

Na narrativa da Professora Maria identificamos experiências traumáticas com a aprendizagem da Matemática. Conforme narra, ela não conseguia memorizar os fatos fundamentais ensinados por seus professores, o que tornou seu aprendizado um caos. Mais tarde, foi diagnosticada com dificuldade de aprendizagem e as experiências ruins vivenciadas despertou seu interesse em cursar o Magistério e depois Pedagogia. Hoje, ela afirma que tende a se aproximar dos alunos que apresentam dificuldade de aprendizagem, tentando evitar que eles passem pelos mesmos traumas e sofrimento que passou durante seu processo de escolarização.

> *Começo relatando que não tenho lembranças de todas as etapas da minha escolarização, mas o que consigo recordar não são de momentos agradáveis. Fui muito penalizada, não conseguia memorizar os fatos fundamentais, isso tornou minha trajetória um caos, tinha em mente, se não sabia de cor os fatos fundamentais, logo não conseguiria fazer boas provas, minhas notas eram sempre vermelhas, fiquei por vários anos de recuperação e reprovei por duas vezes.*
> *[...] A minha vida escolar foi a tranco e barrancos, me diagnostiquei com dificuldade de aprendizagem. Foi a partir desta trágica experiência que quis fazer o Magistério, depois Pedagogia. Tenho uma grande tendência a me aproximar de alunos com dificuldades de aprendizagem. [...] Meus traumas me fortalecem. Tenho certeza que todos são passíveis de aprendizagem, depende de como você trabalha.* (Profa. Maria, 54 anos)

O Professor Marcos narra sobre sua experiência no Projeto "Fominhas da Matemática" promovido pela sua escola para aqueles alunos que gostavam da Matemática. Segundo ele, sua participação neste projeto, apesar de gostar de matemática, mas não ter tanta facilidade com a disciplina, é considerada por ele atualmente como uma experiência polarizada, pois, por um lado, vivenciou agressões verbais por parte do professor de matemática, o que lhe causava medo e poderia ter motivado aversão a disciplina, e por outro, contribuiu para que hoje, ao recordar esta experiência, ele consiga perceber o tipo de professor quer ser aos seus alunos.

> *Lembro-me que a escola onde estudava tinha um projeto denominado "Fominhas de Matemática" onde, para aqueles alunos que gostassem da Matemática podiam aprofundar alguns conhecimentos e resolver certos desafios. Entretanto, acredito que minha permanência nesse projeto – que foi voluntário – não fez muito bem à minha formação.*
> *Ao participar deste projeto, recordo que realmente gostava de Matemática, mas isso não significava que havia uma facilidade com a disciplina. Deste modo, satisfazia metade do perfil que parecia ser o ideal para a participação dessa atividade extracurricular. Algumas agressões verbais se faziam constantes por parte do professor, perguntando "por qual razão eu estava ali" ou "porque insistia tanto em permanecer no projeto, tendo dificuldades na Matemática".*
> *Mesmo comparecendo com medo à escola, nos dias em que havia aula do projeto, persisti em ficar (realmente não entendo até hoje a razão disso, mas talvez por querer ficar menos tempo em casa e pelo gosto na Matemática mesmo). Resumo a experiência neste projeto como algo que foi extremamente ruim e difícil de superar.*

> *Reconheço, de fato, que sobretudo a experiência ruim durante minha permanência no projeto "Fominhas de Matemática" é incessantemente recordada. Considero isso "positivo" (entre aspas, claro), pois me tornou um professor de Matemática mais humano – por saber exatamente como não ser um professor de matemática, pelo exemplo que tive à época como estudante.* (Prof. Marcos, 27 anos)

A Professora Nara ao rememorar sua experiência com a Matemática no processo de escolarização apresenta as características de alguns de seus professores e explicita as práticas de ensino utilizadas por ele. Ela conta que, atualmente, a prática docente que desenvolve tem influência em alguns aspectos das práticas utilizadas pelos seus professores, porém tenta usar outras metodologias de ensino, saindo da metodologia tradicional, na qual foi ensinada.

> *[...] os professores que tive usavam a abordagem tradicional da Matemática, eram bons professores e bastante abertos para diálogo. Isso influenciou minha prática docente, em alguns aspectos. Eu tento sair um pouco da ideia de definir o conceito matemático primeiro, gosto de iniciar com uma pergunta disparadora e construir com a turma o conceito para, enfim, fazermos exercícios. Mas tento ser uma professora em que os alunos possam confiar para falar de suas dúvidas de modo geral, não apenas matemática.* (Profa. Nara, 33 anos)

Ao analisarmos as narrativas dos participantes da Aciepe percebemos como as experiências vivenciadas com a Matemática nos tempos passados, ou seja, durantes seus processos de escolarização, influenciam suas atuações e práticas docentes no tempo presente, indo de encontro com a concepção de Dubar (2005) quando afirma que "cada um dos atores tem uma história, um passado que também pesa em suas identidades de ator", ou seja, as experiências vividas durante a trajetória escolar contribuem na constituição da nossa identidade docente.

Com salientado por Passos, Oliveira e Gama (2013), realizar essa reflexão pedagógica contribui para que professores em atuação ou estudantes em formação nas licenciaturas perceba o quanto são influenciados pelas culturas escolares e práticas de ensino de seus professores e o quanto vamos nos constituindo ao longo do tempo a partir das ressignificações que fazemos das experiências vividas. Nas narrativas, percebemos esse movimento dos professores, rememorar experiências passadas, refletir sobre o vivido e atribuir sentidos e novos significados.

Algumas considerações

O olhar para as narrativas, enquanto pesquisadoras, reforçou a importância dessa problematização junto aos participantes da Aciepe; também pudemos identificar, a partir dessas narrativas escritas, as marcas da Matemática do processo de escolarização e como elas influenciam/influenciaram a prática docente.

Quando destacamos as práticas de ensino vivenciadas no processo de escolarização dos participantes, reforçamos que encontramos marcas que nos remetem às tendências formalista clássica, moderna e tecnicista e o quanto professores autoritários e estudantes passivos ficou evidenciado, assim como a memorização dos conteúdos, exercícios de aplicação e o uso prioritário de lousa, giz e livro didático. Quando destacamos as influências das marcas da matemática escolar na prática docente, notamos que os professores atualmente, tentam não reproduzir os modelos que tiveram, tentam se constituir professores diferentes, oferecendo experiências diferentes aos seus estudantes.

Em relação ao uso das narrativas, no contexto da pesquisa e da Aciepe, consideramos que o convite à escrita possibilitou aos participantes o movimento de olharem para si, rememorarem suas experiências, produzirem histórias e também que refletissem sobre seus processos de formação e constituição.

Do ponto de vista formativo, consideramos que o desenvolvimento desta pesquisa possibilitou a ampliação da competência teórica e metodológica das pesquisadoras, mas também possibilitou aos participantes da Aciepe, professores ou futuros professores que ensinam Matemática, compreensões, ressignificações, ações e reflexões que se inseriram no Ensino, na pesquisa e na extensão.

Referências

BENJAMIN, Walter. **Obras escolhidas I – Magia e técnica, arte e política. Ensaios sobre literatura e história da cultura**. 8. ed. São Paulo: Brasiliense, 2012.

CUNHA, Maria Isabel. Conta-me agora! As narrativas como alternativas pedagógicas na pesquisa e no ensino. **Rev. Fac. Educ.**, São Paulo, v. 23, n. 1/2, p. 185-195, jan./dez. 1997.

DUBAR, Claude. **A socialização: construção das identidades sociais e profissionais**. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, Campinas, Ano 3º, n. 4, 1995.

KENSKI, Vani Moreira. Memória e Prática Docente. In: BRANDÃO, Carlos Rodrigues (org.). **As Faces da Memória**. Campinas: Centro de Memória-Unicamp, 1996.

MOURA, Jónata Ferreira. Narrativas de professoras da educação infantil: marcas da matemática escolar na trajetória de formação. *In*: NACARATO, Adair Mendes. **Pesquisas (com) narrativas: a produção de sentidos para experiências discentes e docentes**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

______. As aulas de ontem ajudando a (re)construir as aulas de hoje: uma experiência a partir das narrativas de estudantes do curso de pedagogia. In: Encontro Nacional de

Educação Matemática. 2013, Curitiba. **Anais...** Guarapuava: Sociedade Brasileira de Educação Matemática Regional do Paraná, 2013, p. 1-9.

NACARATO, Adair Mendes; PASSEGGI, Maria da Conceição. Narrativas autobiográficas produzidas por futuras professoras: representações sobre a matemática escolar. **Rev. Educ. PUC-Camp**., Campinas, n. 18, v. 3, p. 287-299, set./dez., 2013.

OLIVEIRA, Rosa Maria M. Anunciato. Narrativas: contribuições para a formação de professores, para as práticas pedagógicas e para a pesquisa em educação. **Revista de Educação Pública** (UFMT), v. 20, p. 289-305, 2011.

PASSOS, Cármen Lúcia B.; OLIVEIRA, Rosa Maria M. Anunciato; GAMA, Renata Prenstteter. Narrativas em grupo de professores e licenciandos: ressignificando a aprendizagem da matemática. **Rev. Educ. PUC-Camp**., Campinas, n. 18, v. 3, p. 327-339, set./dez., 2013.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes: 2014.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Quem somos nós, professores de Matemática? **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008

Conhecimentos Especializados evidenciados por futuros professores de Matemática na proposta do Jogo "Frações com dominós" para a inclusão de alunos com deficiência auditiva ou surdez

Specialized Knowledge evidenced by future Mathematics teachers when proposing the Game "Fractions with dominoes" for the inclusion of students with hearing impairment or deafness

Jean Carlos Lemes
Universidade Federal de Itajubá
jnlemes8@gmail.com

Eliane Matesco Cristovão
Universidade Federal de Itajubá
limatesco@unifei.edu.br

Resumo

Este artigo, fruto de uma pesquisa de mestrado em andamento, analisa indícios de conhecimentos especializados evidenciados por futuros professores em um contexto de práticas formativas na perspectiva inclusiva. Reconhecendo o modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, proposto por Carrillo *et al*. (2013), como um dispositivo analítico dos conhecimentos docentes, neste artigo objetiva-se apresentar e analisar os conhecimentos evidenciados pelo grupo de licenciandos que desenvolveu uma proposta de atividade sobre operações com frações, pautada no uso do Jogo "Frações com dominós", cujo intuito é favorecer a inclusão de alunos com surdez ou com deficiência auditiva em turmas regulares de ensino. A pesquisa, de cunho qualitativo, foi realizada de maneira remota devido a pandemia de Covid-19. A fase de campo da investigação deu-se em uma disciplina com enfoque em práticas formativas na perspectiva inclusiva, do curso de Matemática Licenciatura de uma universidade federal. Os dados considerados no processo analítico indicam evidências de todos os subdomínios do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo e, também, de um dos subdomínios do Conhecimento Matemático, relativo aos tópicos. O Conhecimento das Características de Aprendizagem da Matemática é explicitado na preocupação dos futuros professores acerca das possíveis fontes de erros e dificuldades conceituais por parte dos discentes. Já o Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem em Matemática, expressa-se nas ponderações dos licenciandos sobre os documentos curriculares e suas orientações. O Conhecimento do Ensino da Matemática mostrou-se como o subdomínio mais recorrente nas falas dos futuros professores, sobretudo, nas reflexões acerca das possibilidades da utilização do Jogo no contexto de ensino da Matemática na perspectiva inclusiva.

Palavras-chave: Formação de professores; Ensino da Matemática na perspectiva da Educação Inclusiva; Pesquisa-formação.

Abstract

This article, the result of an ongoing master's research, analyzes evidence of specialized knowledge evidenced by future teachers in a context of training practices in an inclusive perspective. Recognizing the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge model proposed by Carrillo *et al*. (2013), as an analytical device of teaching knowledge, this article aims to present and analyze the knowledge evidenced by future Mathematic's teachers when developing an activity proposal on operations with fractions, based on the use of the Game "Fractions with dominoes", whose purpose is to favor the inclusion of deaf or hearing impaired students in regular teaching classes. The qualitative research was carried out remotely due to the Covid-19 pandemic. The field phase of the investigation took place in a discipline with a focus on training practices in an inclusive perspective, from the Licentiate Mathematics course at a federal university. The data considered in the analytical process indicate evidence of all subdomains of Pedagogical Content Knowledge and also of one of the subdomains of Mathematical Knowledge, related to the topics. The Knowledge of the Features of Mathematics Learning is explained in the concern of future teachers about possible sources of errors and conceptual difficulties on the part of students. The Knowledge of the Features of Mathematics Learning, on the other hand, is expressed in the considerations of the undergraduates about the curricular documents and their guidelines. Knowledge of Mathematics Teaching was shown to be the most recurrent subdomain in undergraduates' speeches, especially in reflections on the possibilities of using the Game in the context of teaching Mathematics from the perspective inclusive.

Keywords: Initial Training Teachers; Teaching of Mathematics from the perspective of Inclusive Education; Research-training.

Introdução

Este artigo apresenta análises parciais de uma pesquisa de mestrado[1], ainda em andamento, a qual tem como objetivo investigar os conhecimentos evidenciados por licenciandos no contexto de uma prática formativa com enfoque inclusivo. Busca-se, na investigação como um todo, responder a seguinte questão: Que conhecimentos, em específico os domínios e subdomínios do modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (CARRILLO *et al.*, 2013), são evidenciados por futuros professores ao desenvolverem propostas de atividades pautadas no uso de Jogos e Materiais para o ensino da disciplina na perspectiva da Educação Inclusiva?

Ressalta-se que a investigação completa contemplará a análise de produções de seis grupos de licenciandos que cursaram a disciplina, contudo, para este artigo, foram considerados os dados de apenas uma das equipes. Dessa forma, busca-se *apresentar e analisar os conhecimentos evidenciados por futuros professores ao desenvolveram uma proposta de atividade sobre operações com frações, pautada no uso do Jogo "Frações com dominós", elaborada com o intuito de favorecer a inclusão de alunos com surdez ou com deficiência auditiva em turmas regulares de ensino.*

Reconhecendo que a profissão docente contempla uma atribuição específica, que se caracteriza pela articulação de conhecimentos didáticos e conhecimentos disciplinares, aliados as possibilidades para o ensino e a aprendizagem dos estudantes, entende-se que o processo de formação de professores é um espaço propício ao desenvolvimento e a articulação de tais conhecimentos (GATTI, 2017, 2019).

[1] O projeto da pesquisa de mestrado foi submetido à apreciação do Comitê de Ética em Pesquisa, com a aprovação sob o número de Certificado de Apresentação de Apreciação Ética 30353520.2.0000.5094.

No âmbito formativo da Matemática faz-se necessário que os conhecimentos próprios da docência sejam considerados, de modo a compreender a formação de professores como um agente de desenvolvimento profissional dos futuros educadores, na qual sejam possibilitadas vivências formativas que contemplem os conhecimentos específicos da docência da Matemática (PATRONO; FERREIRA, 2021).

Neste contexto, é fundamental que os espaços de formação de professores subsidiem o desenvolvimento da ampla gama de conhecimentos necessários a estes profissionais para o exercício da docência, visto a pluralidade com a qual tem-se caracterizado a realidade de ensino. Aos cursos de formação de professores apresenta-se a necessidade de contemplar as necessidades educacionais de todos os alunos, tendo em vista a promoção de uma Educação Inclusiva (GATTI, 2019).

Sublinha-se, assim, a importância da busca pelo ensino na perspectiva da Educação Inclusiva, ou seja, de uma proposta que garanta o acesso, a permanência e o desenvolvimento de todos os estudantes no contexto da educação regular, reconhecendo suas necessidades educacionais e provendo suporte para a superação de barreiras de aprendizagem e de participação (CARVALHO, 2019).

Nesse sentido, destaca-se que a formação de professores de Matemática para a promoção do ensino inclusivo supõe o remodelamento dos currículos e práticas formativas, bem como, o desenvolvimento de propostas pedagógicas e metodológicas capazes de garantir o atendimento as diferenças e as necessidades de aprendizagem de todos os alunos (VIANA; MANRIQUE, 2018; MOREIRA, 2015). Na busca por tais alternativas, os Materiais e Jogos são vistos como possibilidades que contribuem para o ensino da Matemática na perspectiva inclusiva.

Os Materiais são considerados como recursos que contribuem para o ensino da disciplina com sentido e significado (SILVA, 2018), mediando o processo de aprendizagem e abstração de conceitos matemáticos (MORGADO; SANTOS; TAKINAGA, 2016). Estas mesmas potencialidades também são atribuídas aos Jogos, os quais são reconhecidos como recursos lúdicos que favorecem a assimilação conceitual da Matemática e que contribuem para o desenvolvimento motor, cognitivo e socioafetivo dos estudantes nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática na perspectiva inclusiva (ALVARENGA, 2020; SOUZA; CUNHA; ANDRADE, 2019).

Diante destas relações entre a formação docente e a utilização de Jogos e Materiais no ensino inclusivo da Matemática, buscou-se, na pesquisa em questão, propiciar à futuros professores a experiência de desenvolver propostas de atividades pautadas no uso de Jogos e/ou Materiais para o ensino da Matemática na perspectiva inclusiva.

Para tanto, a fase de campo da investigação foi realizada entre os meses de Abril e Junho do ano de 2020, de maneira remota devido a pandemia de Covid-19, em uma disciplina ministrada para o curso de Matemática Licenciatura, de uma universidade federal do estado de Minas Gerais. Com carga horária destinada à prática como Componente Curricular, a disciplina aborda diversos temas da docência, assumindo como um de seus principais referenciais norteadores as reflexões de Lorenzato (2010).

Por opção da professora responsável, orientadora da pesquisa, de maneira transversal a ementa da componente, foi proposto um enfoque inclusivo nas práticas formativas, realizando discussões teóricas e vivências práticas acerca de algumas Necessidades Educacionais Especiais (NEE) (BRASIL, 2001).

Este recorte apresenta os primeiros indícios de quais conhecimentos poderão ser evidenciados pelos licenciandos, a partir da análise das produções e das transcrições de gravações em vídeo das discussões conduzidas por um dos grupos de futuros professores que participaram da disciplina. Para isso, no próximo tópico, apresenta-se o referencial teórico utilizado. Nos seguintes são apresentadas as descrições do percurso metodológico, as análises e discussões dos resultados, além de considerações parciais da pesquisa.

Conhecimento Especializado do professor de Matemática

O modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK: do inglês, *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*), é um dispositivo analítico acerca dos conhecimentos que são necessários aos docentes de Matemática para/na prática escolar da disciplina, assumindo um caráter especializado no ensino da Matemática (CARRILLO *et al*., 2013).

O MTSK apresenta-se como uma possibilidade analítica "[...] para melhor compreender o conhecimento do professor sobre Matemática (o que você sabe, como, o que permite, o que você precisa), o que nos permitiria projetar propostas de formação (inicial e continuada) de acordo com as necessidades" (CLIMENT *et al*., 2014, p. 43).

O modelo do MTSK é caracterizado por dois domínios principais, Conhecimento Matemático (MK: do inglês, *Mathematical Knowledge*) e Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK: do inglês, *Pedagogical Content Knowledge*), cada um deles subdividido em três subdomínios. Ao centro do modelo situam-se as crenças dos professores de Matemática sobre o conteúdo disciplinar e sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

O domínio do Conhecimento Matemático se divide nos subdomínios: (I) Conhecimento dos Tópicos (KoT: do inglês, *Knowledge of Topics*); (II) Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM: do inglês, *Knowledge of the Structure of Mathematics*); e (III) Conhecimento das Práticas em Matemática (KPM: do inglês, *Knowledge of Practices in Mathematics*).

No subdomínio do KoT são contemplados os conhecimentos relativos à fundamentação teórica e conceitual da Matemática e suas formas de representação. No KoT inclui-se o entendimento de definições, teoremas, demonstrações, exemplos, contraexemplos, procedimentos algorítmicos, modelos, usos e aplicações da Matemática, bem como a compreensão do professor acerca das relações entre conceitos da própria disciplina e das formas de representação e visualização dos conteúdos matemáticos (FLORES-MEDRANO *et al*., 2014; MORIEL JUNIOR; CARRILLO, 2014).

O KSM contempla o conhecimento do docente sobre as relações entre conteúdos e estruturas matemáticas de diferentes níveis de aprofundamento. Assim, este subdomínio refere-se ao entendimento docente acerca das conexões que podem se estabelecer do conteúdo ensinado como potencializador para aprendizagens conceituais futuras, do conteúdo ensinado ser potencializado por conceitos prévios, das articulações entre conteúdos transversais e da utilização de diferentes aspectos conceituais como auxiliares na abordagem de certo conteúdo (FLORES-MEDRANO *et al*., 2014).

Já o KPM se trata do entendimento das características do trabalho matemático, das formas de entender e produzir conhecimento na Matemática. Este subdomínio abrange a compreensão do docente da disciplina sobre como são elaboradas e utilizadas as definições, generalizações, validações e a linguagem matemática, assim como são estabelecidas relações, correspondências e equivalências na disciplina (FLORES-MEDRANO *et al*., 2014).

Por outro lado, PCK é subdividido em outros três subdomínios: (IV) Conhecimento das Características de Aprendizagem da Matemática (KFLM: do inglês, *Knowledge of the Features of Mathematics Learning*); (V) Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT: do inglês, *Knowledge of Mathematics Teaching*); e (VI) Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática (KMLS: do inglês, *Knowledge of the Features of Mathematics Learning*).

O subdomínio do KFLM se refere a compreensão dos professores de Matemática sobre os processos de ensino e aprendizagem da disciplina, tanto acerca dos modelos teóricos relacionados ao desenvolvimento cognitivo e as formas de aprendizagem dos alunos, quanto ao entendimento das possíveis fontes de erros, facilidades e dificuldades de assimilação dos conceitos matemáticos pelos discentes (MORIEL JUNIOR; CARRILLO, 2014; FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014). Além disso, são contempladas pelo KFLM as estratégias e a linguagem desenvolvida pelos alunos na disciplina, bem como as expectativas e concepções particulares destes sobre a Matemática (FLORES-MEDRANO *et al*., 2014).

Já o KMT refere-se ao conhecimento que os docentes da disciplina possuem sobre as possibilidades, estratégias e abordagens de ensino que podem facilitar a aprendizagem conceitual da Matemática pelos alunos. Este subdomínio contempla as estratégias didáticas mais adequadas adotadas pelos professores na discussão de determinado aspecto conceitual, o entendimento dos recursos e materiais que podem contribuir para a abordagem da disciplina, bem como a compreensão das suas possibilidades e limitações. Compõem, ainda, o KMT, a intencionalidade pedagógica do educador manifestada na escolha de determinadas estratégias e/ou recursos como potencializadores da aprendizagem da Matemática (FLORES-MEDRANO *et al*., 2014; MORIEL JUNIOR; CARRILLO, 2014).

Finalmente, no subdomínio do KMLS são contemplados os conhecimentos sobre os documentos e orientações curriculares acerca dos conteúdos, dos objetivos de ensino traçados a determinados níveis escolares e do sequenciamento dos assuntos matemáticos. Observa-se, ainda, a preocupação com o entendimento do professor acerca das pesquisas acadêmicas relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, as formas de avaliação e progressão dos alunos, bem como os agentes institucionais que influenciam os métodos programáticos da disciplina (FLORES-MEDRANO *et al*., 2014; MORIEL JUNIOR; CARRILLO, 2014).

Assim, ainda que o MTSK não apresente uma correspondência direta com as discussões sobre o ensino da Matemática na perspectiva inclusiva, ao reconhecer o modelo como um dispositivo analítico capaz de contribuir para as discussões acerca dos conhecimentos dos docentes de Matemática, sobretudo, no contexto da formação de professores, considera-se importante buscar estabelecer tais articulações.

Dessa forma, propõe-se neste artigo, *apresentar e analisar quais Conhecimentos Especializados do Professor de Matemática são evidenciados por licenciandos ao desenvolverem uma proposta de atividade sobre operações com frações, pautada no uso do Jogo "Frações com dominós", elaborada com o intuito de favorecer a inclusão de alunos com surdez ou com deficiência auditiva em turmas regulares de ensino.*

Percurso metodológico

Com abordagem qualitativa (CRESWELL, 2007), ao situar-se no contexto de formação de professores e reconhecendo que a experiência investigada contribuiu para o processo formativo tanto dos futuros professores, quanto do pesquisador e da formadora, considera-se adequado caracterizar esta investigação como uma pesquisa-formação. Reconhecida como um tipo de pesquisa que possibilita a mudança das práticas e dos sujeitos em formação (PRADA; LONGAREZI, 2012), entende-se que a pesquisa-formação, no contexto formativo inicial de professores, tem o intuito de investigar as práticas pedagógicas, bem como, os conhecimentos desenvolvidos e os objetivos traçados para esta formação (PEREIRA, 2013).

Na prática formativa investigada, os licenciandos matriculados desenvolveram propostas de atividades pautadas no uso de Jogos e/ou Materiais para o ensino da Matemática na perspectiva inclusiva. Para isso, foi estabelecido que tais propostas deveriam ser direcionadas a turmas com alunos com Necessidades Educacionais Especiais (BRASIL, 2001), contemplando, ao menos, um(a) deficiência, síndrome, transtorno ou superdotação, mas que se mostrassem como uma possibilidade fértil para os processos de ensino e aprendizagem da disciplina de toda a turma, no contexto regular de ensino.

Essas atividades deveriam ser realizadas em grupos de dois ou três licenciandos, organizados a critérios dos mesmos, e apresentados no formato de seminários, explicitando, uma descrição do Jogo e/ou Material, o modo de construção e utilização do recurso, o nível escolar ao qual era recomendado, bem como, os conteúdos e objetivos de ensino contemplados pela proposta, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) e o Currículo Referência de Minas Gerais (CR/MG) (MINAS GERAIS, 2021). Por fim, deveriam ser destacadas as possibilidades inclusivas atribuídas a atividade.

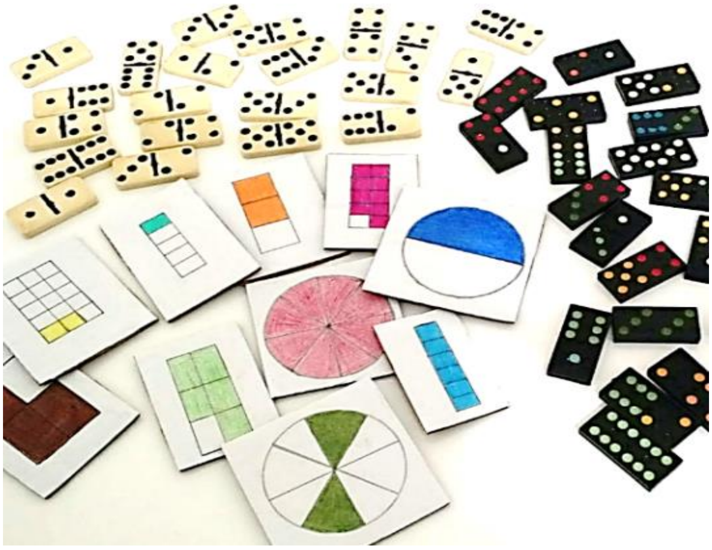
Foram utilizados como instrumentos de produção de dados gravações em vídeo do processo de planejamento, reuniões extraclasse com o grupo acompanhadas pelo pesquisador, e da apresentação do seminário, com a explicação da proposta de atividade a turma. O processo analítico buscou por excertos nas transcrições das falas e nas produções dos licenciandos participantes que expressassem indícios de Conhecimentos Especializados do Professor de Matemática (CARRILLO *et al*., 2013). Identificados nos excertos, os conhecimentos são aqui indicados em negrito.

Dessa forma, é apresentado neste artigo parte do processo analítico já realizado, referente a um dos seis grupos participantes. A equipe em questão foi composta por dois licenciandos e uma licencianda, matriculados no quinto período do curso de Licenciatura em Matemática e participantes da pesquisa, concordando com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Estes são aqui identificados pelos nomes fictícios de Alan, Breno e Luana, a fim de garantir o anonimato dos participantes.

Conhecimentos evidenciados por futuros professores de Matemática ao proporem o Jogo "Frações com dominós" para turmas com alunos com deficiência auditiva ou com surdez

A proposta de atividade desenvolvida pelo grupo analisado contemplava o conteúdo de operações com frações, por meio do Jogo "Frações com dominós", e buscava contribuir para a inclusão de alunos com deficiência auditiva ou com surdez em turmas regulares de ensino. No Quadro 1, a seguir, apresenta-se o modo de jogar o Jogo "Frações com dominós".

Quadro 1: Jogo "Frações com dominós"



Modo de Jogar:

Serão até 10 rodadas, realizadas da seguinte forma:

Será levantado um cartão, com a representação de uma fração. Os alunos deverão encontrar uma representação da fração do cartão com as peças de dominó, podendo utilizar em uma mesma rodada quantas peças forem necessárias. As duas partes de uma peça de dominó representarão, a cargo do aluno, o numerador e o denominador de uma fração. Poderão ser utilizadas as operações da adição, subtração ou multiplicação entre duas ou mais frações dos dominós, a fim de representar a quantidade da figura no cartão. Ainda assim, pode-se utilizar somente um dominó que represente a fração. Por cada solução correta os alunos marcam dez pontos. Se não encontrarem ou se a resposta estiver incorreta, os jogadores não pontuam na rodada. Além disso, a quantidade de peças de dominós utilizadas nas rodadas também será pontuada, de forma que cada peça significará a soma de um ponto.

Fonte: dados da pesquisa

Com o processo analítico desenvolvido a partir do planejamento e da apresentação do seminário, foi possível observar indícios de conhecimentos relativos aos subdomínios do KoT, do KFLM, do KMT e do KMLS.

O Conhecimento dos Tópicos (KoT) foi evidenciado em cinco excertos, por Luana e Breno, todos relacionados aos conceitos de frações e operações com frações. Observou-se indícios do KoT quando o grupo expressou a compreensão de frações a partir da ideia de parte-todo e ao se referirem a sua definição formal em que o denominador é não nulo (SILVA; ALMOULOUD, 2008). Além disso, foram identificados conhecimentos relativos a este subdomínio quando os futuros professores exemplificaram a relação matemática de equivalência entre frações e, sobretudo, quando os mesmos demonstraram conhecer os procedimentos algorítmicos relacionados ao cálculo de adição entre frações.

Exemplificando este último aspecto, na fala de Luana, excerto 31, observa-se um indício do KoT quando a licencianda expressa o entendimento sobre a adição de duas frações, ao afirmar, corretamente, que a soma entre 2/4 e 3/6 resulta na fração 12/12.

> *Excerto 31 - Luana: "A* ***soma das frações*** *que o Jean colocou* ***dá 12/12****". (Dados da pesquisa).*

Já o Conhecimento das Características de Aprendizagem da Matemática (KFLM) foi identificado em quatro excertos referentes às falas de Alan e Breno, as quais demonstravam preocupação com possíveis fontes de dificuldades e/ou obstáculos de aprendizagem aos estudantes. Os indícios de conhecimentos contemplados pelo KFLM foram observados quando os futuros professores, ao refletiram sobre a prática pedagógica, afirmaram que esta deve contemplar as necessidades de aprendizagem de todos os alunos, a fim de não apresentar obstáculos para o entendimento dos discentes. Além disso, o KFLM foi identificado quando, ao expressarem suas preocupações com os alunos, os licenciandos consideravam que as dificuldades de aprendizagem do conceito de frações podem se refletir, tanto na prática com o Jogo como no domínio que os alunos possuem sobre os números fracionários.

Exemplificando este último aspecto, destaca-se que no excerto 23, a seguir, o KFLM é evidenciado por Breno ao reconhecer que um possível obstáculo de aprendizagem dos alunos acerca das operações com frações acontece devido aos saltos de etapas que podem ocorrer ainda durante o ensino do conceito de fração, pelo professor (MONTEIRO; GROENWALD, 2014).

> *Excerto 23 - Breno: "Esses* ***saltos*** [de etapas] *podem* ***trazer problemas futuros****. Muitas vezes* ***se eles*** [alunos] ***não aprendem corretamente os conceitos de frações****, possivelmente,* ***no futuro, eles vão ter muitas dificuldades em fazer operações com frações****". (Dados da pesquisa).*

O Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT) foi o subdomínio evidenciado com maior recorrência no desenvolvimento da proposta pelo grupo, sendo observado treze vezes nos posicionamentos de Alan e Breno. Ressalta-se que na maioria das situações em que foi evidenciado, o KMT se relacionava as possibilidades e a intencionalidade pedagógica para o ensino da Matemática que os licenciandos atribuíam às ações pautadas no uso de Jogos (GRANDO, 2015; MUNIZ, 2010). Sobretudo, os futuros professores apresentaram ponderações sobre as contribuições e os limites do Jogo "Frações com dominós" para a discussão sobre as operações com frações e para o ensino da disciplina na perspectiva inclusiva.

Foram observados, ainda, indícios de conhecimentos relativos ao KMT quando os licenciandos refletiram sobre as abordagens de ensino que podem contribuir para a aprendizagem dos alunos (LORENZATO, 2010), ao se referirem as formas de gestão da sala de aula nas práticas com Jogos e quando destacaram a importância do planejamento, da definição dos objetivos de ensino e da problematização matemática, pelo professor, a partir das ações desencadeadas no uso destes recursos (GRANDO, 2015; MUNIZ, 2010).

Exemplificando o subdomínio do KMT, destaca-se o posicionamento de Alan no excerto 36, a seguir, no qual o licenciando considera que o Jogo “Frações com dominós” pode ser um atrativo aos alunos e, mais ainda, pode contribuir para o ensino da Matemática na perspectiva inclusiva, na medida que favorece a superação de algumas dificuldades de comunicação entre os estudantes ouvintes e não ouvintes (ROSE, 2021).

> *Excerto 36 - Breno: “A partir do momento que* ele [aluno com deficiência auditiva ou com surdez] *vê que é* ***um recurso que ele pode manipular acho que já atrai um pouco mais*** *quem tá acostumado com um tipo só de situação.* ***E a valorização dos recursos visuais, não só quebrar a barreira da língua mas tentar comunicar com eles da forma que eles se entendem melhor*** *como a primeira língua deles que é a Libras* [Língua Brasileira de Sinais]*”. (Dados da pesquisa).*

De maneira oposta ao KMT, o Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática (KMLS) foi o subdomínio menos recorrente, identificado em apenas um posicionamento de Alan. A mobilização de conhecimentos relativos ao KMLS, pelos futuros professores, depende de ações formativas que contemplem o estudo de documentos que orientam a atuação docente em sala de aula. Assim, o cenário apresentado pode ser um indício da falta de um aprofundamento em relação ao estudo destes documentos, por parte do grupo, ou mesmo, da falta de exigência deste aprofundamento no âmbito da proposta da própria disciplina.

No excerto 39, referente ao indício em questão, quando o licenciando pondera sobre o conteúdo e as habilidades de ensino da Matemática contempladas pelo Jogo, segundo a BNCC (BRASIL, 2018) e o CR/MG (MINAS GERAIS, 2021), observa-se o conhecimento de documentos curriculares relacionados a disciplina, os quais orientam o direcionamento da proposta, pelo grupo, ao sexto ano do Ensino Fundamental.

> *Excerto 39 – Alan: “Uma atividade para o sexto ano em que você tenta instigar a multiplicação e a soma de frações, pode parecer meio difícil, pode parecer meio cedo, mas de acordo com a* ***BNCC es****tá na unidade temática, nas atividade de* ***compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias, resultados de***

> ***divisão, adição e subtração****, enfim, tem até mais competências relacionadas a essa unidade. [...] A parte do* ***CBC*** [Sigla referente ao Currículo Básico Comum, equivalente ao atual CR/MG] *eram iguais as da* ***BNCC****, as habilidade eram iguais. [...]* ***Ambas tratam desse assunto no sexto ano****".*

A organização dos indícios de conhecimentos relativos aos subdomínios do MTSK, identificados no desenvolvimento da proposta de atividade sobre operações com frações, pautada no uso do Jogo "Frações com dominós", para turmas com alunos com deficiência auditiva ou com surdez, são apresentados a seguir, no Quadro 2.

Quadro 2: Distribuição dos Conhecimentos Especializados do Professor de Matemática evidenciados na proposta de atividade com o Jogo "Frações com dominós"

Domínio	Subdomínios	Excertos
MK	KoT	28, 29, 31, 32 e 33
PCK	KMLS	39
	KFLM	22, 23, 24 e 33
	KMT	25, 26, 28, 30, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 41 e 42

Fonte: dados da pesquisa

Considerações Finais

Com o desenvolvimento da proposta observa-se que o KoT foi o único subdomínio do Conhecimento Matemático (MK) evidenciado pelos licenciandos, e sempre que identificado se referia aos focos conceituais abordados no Jogo proposto, ou seja, os conteúdos de frações e de operações entre frações.

No que se refere ao domínio do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK), nota-se indícios de todos os seus subdomínios. O KFLM é explicitado na preocupação dos futuros professores acerca das possíveis fontes de erros e dificuldades conceituais por parte dos discentes. Já o KMLS, no único excerto em que foi expressado, refere-se ao conhecimento de documentos curriculares e de suas orientações, os quais possibilitaram ao grupo direcionar a proposta de atividade ao sexto ano do Ensino Fundamental, visto as habilidades e conceitos abordados no Jogo.

Finalmente, o KMT mostrou-se como o subdomínio mais recorrente, sobretudo, nas reflexões dos licenciandos acerca das possibilidades didáticas da utilização do Jogos no contexto de ensino da Matemática na perspectiva inclusiva. Considerando que as ações respaldadas por estes recursos sejam planejadas e problematizadas pelos educadores a partir dos objetivos de aprendizagem, os futuros professores do grupo demonstram conhecimento acerca destes recursos, reconhecendo a prática com o Jogo "Frações com dominós" como uma alternativa que contribui para o interesse e o envolvimento dos alunos nas atividades propostas e que favorece a superação de algumas barreiras de comunicação entre os alunos ouvintes e não ouvintes.

Dessa forma, sendo orientado pelo modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, o processo analítico acerca do desenvolvimento da proposta de atividade sobre operações com frações, pautada no uso do Jogo "Frações com dominós", para turmas com alunos com deficiência auditiva ou surdez, mostrou-se como uma possibilidade formativa aos futuros professores investigados, na medida em que foram evidenciados importantes conhecimentos docentes.

Observou-se na etapa analítica que os subdomínios referentes ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo foram mais recorrentes, sobretudo, nas reflexões dos licenciandos acerca das ações com Jogos no ensino da Matemática na perspectiva inclusiva. Tal indicativo sublinha o potencial da prática formativa em questão, uma vez que, além de possibilitar aos futuros professores uma experiência capaz de contemplar o caráter do Conhecimento Matemático, foi capaz de promover um ambiente formativo favorável à discussão da prática de ensino da Matemática a partir da perspectiva inclusiva.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES).

Referências Bibliográficas

ALVARENGA, M. M. S. C. Jogos e o lúdico em sala de aula: recursos didáticos Como mediadores do saber. **Interdisciplinary Scientific Journal**, v.7, n.1, p.129-149, Jan-Mar, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 23 jun. 2021.

BRASIL. **Resolução CNE/CEB nº 2**, de 11 de setembro de 2001. Estabelece as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf >. Acesso em: 28 jun. 2021.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; MUÑOZ-CATALÁN, M.C. Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In: **Proceedings of the CERME**. 2013. p. 2985-2994.

CARVALHO, R. E. **Educação Inclusiva:** com os pingos nos "is". 13 ed. Porto Alegre: Mediação, 2019.

CLIMENT, N.; ESCUDEIRO-ÁVILA, D.; ROJAS, N.; CARRILLO, J.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C; SOSA, L. El conocimiento del profesor para la enseñanza de la matemática. In: MONTES, M. A.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A.; CARMONA, E.; CARRILLO, J. **Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas.** Espanha, 2014. 93 p.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa:** métodos qualitativos, quantitativo e misto. Tradução Luciana de Oliveira Rocha. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDEIRO-ÁVILA, D.; MONTES, M.; AGUILAR, A.; CARRILLO, J.; In: MONTES, M. A.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A.; CARMONA, E.; CARRILLO, J. **Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas.** Espanha, 2014. 93 p.

GATTI, B. A; BARRETTO, E. S. S.; ANDRÉ; M. E. D. A.; ALMEIDA, P. C. A. **Professores do Brasil:** Novos Cenários de Formação. Brasília: UNESCO, 2019. 351 p.

GATTI, B. A. Formação de professores, complexidade e trabalho docente. **Rev. Diálogo Educ**., Curitiba, v. 17, n. 53, p. 721-737, 2017.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na Educação Matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 5, n. 02, 2015.

LORENZATO, S. O. **Para aprender matemática**. Autores Associados, 2010.

MINAS GERAIS. **Currículo Referência de Minas Gerais.** 2021. Disponível em: https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br. Acesso em: 28 jun. 2021.

MONTEIRO, A. B.; GROENWALD, C. L. O. Dificuldades na aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, p. 103-135, 2014.

MOREIRA, G. E. A Educação Matemática Inclusiva no contexto da pátria educadora e do novo PNE: reflexões no âmbito do GD7. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.17, n.3, pp.508-519, 2015.

MORGADO, A. S.; SANTOS, R. S.; TAKINAGA, S. S. Sugestões de alguns materiais para o ensino e aprendizagem para inclusão. In: MANRIQUE, A. L.; MARANHÃO, M. C. S. A.; MOREIRA, G. E. (Org.). **Desafios da Educação Matemática Inclusiva:** Práticas. v. 2. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016, p. 85-98.

MORIEL JUNIOR, J.G.; CARRILLO, J. Explorando indícios de Conhecimento Especializado para Ensinar Matemática com o modelo MTSK. In: Anais do XVIII SEMINÁRIO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 2014, Salamanca: SEIEM, Espanha, 2014. p. 465-474.

MUNIZ, C. A. **Brincar e jogar:** enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Autêntica, 2010.

PATRONO, R. M.; FERREIRA, A. C. Levantamento de pesquisas brasileiras sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino e Formação de Professores. **Revemop,** Ouro Preto, Brasil, v. 3, e202102, p. 1-24, 2021.

PEREIRA, A. Currículo e formação de educadores sociais na pedagogia social: relato de uma pesquisa formação. **Revista Profissão Docente**, Uberaba, v. 13, n.29, p. 9-35, Jul-Dez, 2013.

PRADA, L. E. A.; LONGAREZI, A. M. Pesquisa-formação de professores nas dissertações, teses: 1999-2008. **Revista Pedagógica**, UNOCHAPECÓ, Ano 16, n. 29, v. 02, jul./dez. 2012.

ROSE, R. R. B. Prática pedagógica de professores que ensinam matemática para alunos surdos. **Saberes y prácticas. Revista de Filosofía y Educación**, v. 6, n° 1, 2021.

SILVA, F. C. A matemática inclusiva e a Deficiência Intelectual. In: **III Congresso Internacional de Educação Inclusiva e III Jornada Chilena Brasileira de Educação Inclusiva.** Campina Grande, Paraíba, 2018.

SILVA, M. J. F.; ALMOULOUD, S. A. As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. **Boletim de Educação Matemática**, v. 21, n. 31, p. 55-78, 2008.

SOUZA, A. A.; CUNHA, K. M. M. B.; ANDRADE. O lúdico na educação inclusiva: o processo de aprendizagem a partir dos jogos e brincadeiras. **Gestão & Tecnologia**. Faculdade Delta, ano VIII, v. 1, 28 ed., Jan/Jun 2019.

VIANA. E. A; MANRIQUE. A. L. A educação matemática na perspectiva inclusiva: investigando as concepções constituídas no Brasil desde a década de 1990. **Perspectivas da Educação Matemática**. INMA/UFMS, v. 11, n. 27. Ano 2018.

Contribuições da Etnomatemática na Formação Continuada de Professores e Professoras Quilombolas que Ensinam Matemática

Contributions of Ethnomathematics in Continuing Education of Quilombola Teachers and Teachers who Teach Mathematics

Hélio Rodrigues dos Santos
Universidade de Brasília (PPGE/UnB)
rodrigueshelio75@gmail.com

Geraldo Eustáquio Moreira
Universidade de Brasília (PPGE/UnB)
geust2007@gmail.com

Resumo
Este trabalho tem como finalidade dialogar a respeito das experiências desenvolvidas no contexto da formação continuada, que se deu no formato de oficina, na perspectiva da Etnomatemática, de professores/as quilombolas da Secretaria de Educação do Estado de Goiás (SEDUC). A pergunta de partida foi "como construir em sala de aula práticas pedagógicas contextualizadoras na perspectiva da Etnomatemática?" O objetivo geral foi ofertar formação e reflexões sobre o ensino e aprendizagem da Matemática em escolas quilombolas na perspectiva da Etnomatemática e os objetivos específicos foram : 1) refletir sobre a formação de professores/as que ensinam Matemática; 2) apresentar a Educação Matemática, Etnomatemática e a Educação Escolar Quilombola; 3) realizar oficinas como práticas pedagógicas contextualizadoras na perspectiva da Etnomatemática e 4) oportunizar formação para as professoras e os professores que trabalham com essas comunidades. A oficina proporcionou tecer reflexões a respeito da Educação Quilombola, formação inicial e continuada, Educação Matemática e como um dos seus braços, a Etnomatemática. Foram utilizadas práticas pedagógicas de cunho audiovisual, trabalho em grupo e atividades lúdicas. A metodologia baseou-se na abordagem qualitativa e a coleta dos dados foi feita mediante a observação participante. Os resultados apontaram que há necessidade de investir na formação inicial e continuada dos/as professores/as quilombolas, bem como na busca por ações metodológicas que dialoguem com a realidade da Educação Quilombola. Concluímos que, após a proposta realizada e avaliação oral, a Etnomatemática mostra-se como um programa de instrumento formativo de ensino e aprendizagem que permite o/a professor/a apropriar-se de elementos do cotidiano e trabalhar em sala de aula na perspectiva socioetnocultural.

Palavras-chave: Educação Quilombola; Educação Matemática; Etnomatemática; Oficina; Formação de Professores.

Abstract
This work aims to discuss the experiences developed in the context of continuing education that took place in the format of a workshop in the perspective of Ethnomathematics of teachers/quilombolas from the Department of Education of the State of Goiás (SEDUC). The starting question was "how to build contextualizing pedagogical practices in the classroom from the perspective of Ethnomathematics?" The general objective was to offer training and reflections on the teaching and learning of mathematics in quilombola schools from the perspective of Ethnomathematics and the objectives were based on: 1) reflecting on the training of teachers who teach mathematics; 2) present Mathematics, Ethnomathematics and Quilombola School Education; 3) carry out workshops as contextualizing pedagogical practices from the perspective of Ethnomathematics and 4) provide training opportunities for teachers who work with these communities. The workshop provided reflections on Quilombola Education, initial and continuing education, Mathematics Education and, as one of its arms, Ethnomathematics. Pedagogical practices of an audiovisual nature, group work and recreational

activities were used. The methodology was based on a qualitative approach and data collection was carried out through participant observation. The results showed that there is a need to invest in the initial and continuing education of quilombola teachers, as well as in the search for methodological actions that dialogue with the reality of Quilombola Education. We conclude that after the proposal and oral evaluation, Ethnomathematics is shown as a formative instrument for teaching and learning that allows the teacher to appropriate everyday elements and work in the classroom in a sociocultural perspective.

Keywords: Quilombola Education; Mathematics Education; Ethnomathematics; Workshop; Teacher training.

Introdução

Este texto é uma contribuição para a formação de professores/as[1] quilombolas que ensinam Matemática, conduzida em um encontro de formação continuada que se deu no formato de oficina na cidade de Pirenópolis/GO, entre os dias 24 e 28 de junho de 2018, na perspectiva da *Etnomatemática como Estratégia contextualizadora das Práticas Pedagógicas em Escolas Quilombolas*. Categoricamente, procuramos assentar a proposta de formação continuada na Educação Matemática, bem como trazer para os/as professores/as quilombolas os fundamentos da Etnomatemática e das práticas contextualizadoras em sala de aula, ofertando formação e reflexões sobre o ensino e aprendizagem da Matemática em escolas quilombolas.

O interesse pela formação de professores/as quilombolas e, concomitantemente, a Etnomatemática, vem a partir das vivências enquanto professores na modalidade de Educação Básica na Educação Quilombola na Secretaria de Educação do Estado de Goiás (SEDUC). Assim, destacamos que não estamos discutindo uma simples participação nas discussões referentes à formação de professores/as, mas, sim presentes numa temática com implicações para a atuação significativa que possa dar maior qualidade à prática docente destes/as professores/as, que, como nós, atuam em escolas quilombolas.

Como destacam Sandes e Moreira (2019), é fato que a formação inicial dos/as professores/as que ensinam Matemática não consegue responder todas as demandas sociais, políticas, tecnológicas e culturais requeridas pela sociedade atualmente. Por isso que a formação continuada não deve estar em uma perspectiva de suprir as necessidades da formação inicial, mas sim, na busca de uma prática reflexiva que permita o/a professor/a tornar-se investigador da própria prática.

---

[1] Como forma de valorização da cultura quilombola; caracterização do traço de quem investiga as minorias; por fazermos parte do *Dzeta* Investigações em Educação Matemática – DIEM, grupo de pesquisa composto pela diversidade intelectual da UnB, bem como reforçar a importância das mulheres professoras, sempre que nos referirmos ao grupo de docentes, vamos usar os/as professores/as.

Entre os esforços no sentido de compreender a Etnomatemática e a suas contribuições na formação continuada de professores/as por meio de práticas contextualizadoras, a indagação que nos motivou a tratar dessa temática de formação para esses profissionais que ensinam Matemática, sustentou-se em como construir, em sala de aula, práticas pedagógicas contextualizadoras na perspectiva do Programa Etnomatemática.

Para o presente texto, tivemos como objetivo geral ofertar formação continuada e reflexões sobre o ensino e aprendizagem da Matemática em escolas quilombolas na perspectiva da Etnomatemática. Os objetivos específicos da formação foram: 1) refletir sobre a formação de professores/as que ensinam Matemática; 2) apresentar a Educação Matemática e ao Programa Etnomatemática; 3) realizar oficinas como práticas pedagógicas contextualizadoras na perspectiva da Etnomatemática e, 4) oportunizar formação para as professoras e os professores que trabalham com comunidades quilombolas e/ou marginalizadas, como defende o Programa Etnomatemática.

Dessa maneira, organizamos as temáticas trabalhadas em tópicos. No primeiro tópico, apresentamos a Educação Matemática e a Etnomatemática como programa de pesquisa e área de conhecimento que vem, cada vez mais, ganhando terreno no campo de pesquisa e da educação. No segundo item, discutimos e apresentamos a modalidade de Educação Escolar Quilombola, bem como as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação retratam tal temática. No terceiro, para finalizarmos, demonstramos as experiências e atividades desenvolvidas com os/as professores/as quilombolas que participaram da formação, caminhando para nossas considerações finais.

Por que Etnomatemática?

Não poderíamos continuar a nossa discussão sem promovermos a Etnomatemática como colaboradora da Educação Matemática. Para Moreira (2019), a Educação Matemática é uma área interdisciplinar de produção de conhecimento que vem se consolidando na interseção entre a Antropologia, Filosofia, Pedagogia, Educação, Matemática, Sociologia, entre outras áreas do conhecimento.

Segundo esse investigador, a Educação Matemática surgiu no século XIX, em consequências dos múltiplos questionamentos do ensino de Matemática. Chegou ao Brasil na década de 1950, como resposta ao retrocesso do ensino de Matemática. No entanto, somente em 1988 a Educação Matemática consolidou-se como área de pesquisa e formação, ano da fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Mas o que é Educação Matemática? É uma área autônoma de conhecimento alicerçada, principalmente na Educação e na Matemática, mas contextualizada em outras áreas do conhecimento. Entendemos como área de concentração com referenciais teóricos próprios que possibilitam/apontam e propõem alternativas diferenciadas para o ensino de Matemática. Se buscarmos em outros referenciais:

> É uma área de estudos e pesquisas que possui sólidas bases na Educação e na Matemática, mas que também está contextualizada em ambientes interdisciplinares. Por este motivo, caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática (FLEMMING, 2005, p. 13).

Dialogando com a Educação Matemática, é possível perceber que ela tem um campo interdisciplinar e transdisciplinar de ação e investigação, que constitui um grande arco de pesquisas e de produção de trabalhos. Dentre as proposituras que vem compondo o campo da Educação Matemática, destacamos para o nosso encontro de oficina a Etnomatemática.

Retomando o tema da nossa discussão, inquirimos: por que Etnomatemática? Porque a Etnomatemática, no sentido de provocação e valorização aos processos constituintes de grupos sociais que historicamente foram aviltados, seja por imposição dos colonizadores, seja para resistência do modelo de pensamento eurocêntrico europeu, representa o fortalecimento de espaços sociais e de grupos antes colocados em situação de marginalização.

Idealizado pelo Professor Ubiratan D'Ambrosio, que é considerado um dos maiores educadores matemáticos do mundo, o Programa Etnomatemática surge após o Movimento da Matemática Moderna da década de 1960. Moreira (2019), aponta que o termo Etnomatemática foi construído com o objetivo de descrever e compreender as práticas matemáticas desencadeadas por múltiplos povos que balizam os conhecimentos matemáticos com o contexto sociocultural. Para isso, descreve D'Ambrosio (2013, p. 04) que:

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos[...] é embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano. (D'AMBROSIO, 2013, p. 04).

A Etnomatemática não pode e não deve ser encarada como uma ideia simplista ou matemática das etnias dos diversos grupos. Moreira (2019), esclarece que Etnomatemática é a consideração que cada grupo social possui a respeito de sua identidade; do pensar e agir. Ademais, é a sua maneira genuína de produzir conhecimentos matemáticos, assentados em sua realidade.

Levando em consideração o seu caráter crítico, Monteiro (2015) fala que a Etnomatemática tem profundas raízes com a realidade quilombola, indígena, ciganos, ribeirinhas, entre outros grupos sociais, cuja falta de políticas públicas educacionais os deixam à própria sorte. Por isso que o/a professor/a ao entrar em contato com tais comunidades na função de socializador do conhecimento, necessita ter uma atitude "interdisciplinar ou mesmo transdisciplinar na medida em que, se reconhece que apenas o conhecimento do conteúdo da disciplina matemática não é suficiente para possibilitar ao aluno uma aprendizagem que lhe seja significativa" (MONTEIRO, 2015, p. 4).

Para que ocorra uma aprendizagem significativa, isto é, que tenha respaldo na realidade do educando, é preciso ter em mente que, "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção"(FREIRE, 1996, p. 13), somente partindo dessa lente que o/a professor/a infundido conscientemente com a Etnomatemática possa possibilitar "aos alunos a construção do conhecimento matemático como algo dinâmico e em constante construção, histórico e temporal" (MONTEIRO, 2015, p. 5). Sob essa dimensão, Moreira (2018), vem salientando que o profissional deve estar em constante formação e que é preciso estar apto a investigar. Por outro lado,

> Se, na experiência de minha formação, que deve ser permanente, começo por aceitar que o *formador* é o sujeito em relação a quem me considero o *objeto*, que ele é o sujeito que *me forma* e eu, o *objeto* por *ele formado*, me considero como um paciente que recebe os conhecimentos conteúdos- acumulados pelo sujeito que sabe e que são a mim transferidos. Nesta forma de compreender e de viver o processo formador, eu, objeto agora, terei a possibilidade, amanhã, de me tornar o falso sujeito da "formação" do futuro objeto de meu ato formador (FREIRE, 1996, p. 14).

Em síntese, com base na discussão proposta, sustentada nos pensamentos de Freire (1996), Moreira (2019), Monteiro (2015), D'Ambrósio (2002; 2013), entre outros, defendemos, desde o princípio, um rompimento com as práticas tradicionais e a adoção de práticas progressistas, pois ao formar, também somos formados e, ao nos formarmos passamos a nos (re)formar, ampliando nossa visão de mundo. Portanto, não se configura em ouvir e repetir, mas, sim, da tomada de consciência crítica emancipatória que emana do pensamento de que, quem ensina aprende e quem aprende ensina e, ao realizar essa troca de forma horizontal, essa percepção se complementa, pois, “ensinar inexiste sem aprender e vice-versa” (FREIRE, 1996, p. 15).

Conforme os estudos de Monteiro (2015) e Moreira (2019), essa é a atitude que o/a professor/a deve tomar em sua prática alicerçada na Etnomatemática e na interdisciplinaridade para responder às necessidades de determinados grupos sociais, sobretudo no momento em que diversos direitos estão sendo caçados.

Nessas considerações, não estamos na ilusão de que apenas elencar o cotidiano do aluno será possível sair da condição de transmissor para receptor, mas sim, propor práticas pedagógicas intencionais e interativas que construam significados e significantes em conjunto com as práticas sociais, desenvolvendo o pensamento crítico, inclusivo, moral, social e de respeito à vida e aos Direitos Humanos.

Educação escolar quilombola

Para situarmos o processo de escolarização da modalidade de Educação Escolar Quilombola, é preciso fazer referência à Constituição Federal de 1988 e à Lei de Diretrizes e Bases da Educação (1996). Para chegar de fato ao termo “Educação Quilombola”, alçamos algumas perguntas aos professores: *O que significa quilombo? O que é Educação Escolar Quilombola? O que entendem por Quilombola?* Certamente, encontramos resistência por parte de algumas pessoas, mas, também, serviu para se ter de base o local de onde nós deveríamos tecer a nossa discussão.

Conforme os estudos de Cunha e Albano(2017), os africanos tiveram a sua liberdade retirada pelos brancos europeus e submetidos a trabalhar em lavouras, garimpos e minas na condição de escravizados (obrigados a trabalhar sem contestação), seguido das maiores atrocidades já cometidas pela humanidade no período colonial e imperialista no Brasil. Marquese (2006) relata que esses sujeitos eram tratados de forma desumana, restritos ao acesso à educação, assistência médica, saneamento básico e a comida de qualidade. Os escravizados trabalhavam em excesso, sofrendo maus tratos e sobreviviam amontoados em senzalas.

Com a crescente violência aos negros escravizados, as rebeliões passaram a ser uma das maneiras de se defender da opressão e de resistir às práticas de açoites advindas dos senhores de engenho. Cunha e Albano (2017, p. 64), relatam que a “fuga e formação de comunidades se tornou estratégia de resistência dos escravizados perante o sistema que os subjugava". A fuga e a resistência foram um movimento que ocorreu por toda a América Latina. No "Brasil, os grupos foram chamados de mocambos e quilombos, onde se reuniam quilombolas, calhombolas e mocambeiros" (CUNHA; ALBANO, 2017, p. 64).

O termo quilombo surge, então, pela primeira vez na literatura em 1642, por meio do conselho ultramarino que definia como "toda habitação de negros fugidos que passem de cinco, em parte despovoada, ainda que não tenham ranchos levantados e nem se achem pilões levantados" (SCHIMITT; TURATTI; CARVALHO, 2002, p. 2). Essa definição na visão de Soares (2017), é "atrasada" e denota retrocesso.

Nesse sentido, como reforça Soares (2017), nos apoiaremos na definição "recente", que vem ao encontro com a Constituição Federal de 1988, no artigo 68, onde não só evidencia, mas, ressignifica a luta, identidade e território, ao ratificar que, "aos remanescentes das comunidades dos quilombos que estejam ocupando suas terras é reconhecida a propriedade definitiva, devendo o Estado emitir-lhes os títulos respectivos" (BRASIL, 1988, Art. 68).

A garantia dos direitos, à terra, à moradia, ao saneamento, à educação, entre outras, abriram espaços para a busca de uma educação do/no para quilombolas. Nessa eminente busca, consideramos como avanço na Educação Escolar Quilombola a publicação do livro "Uma História do Povo Kalunga", Pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), no ano de 2002, por meio da pesquisa etnográfica para localizar e compreender a realidade das escolas no interior das comunidades quilombolas ao norte do Estado de Goiás.

Em meio à imposição das políticas neoliberais, enxergamos como um passo adiante a aprovação da Lei Federal 10.639/2003, que tornou obrigatório na Lei de Diretrizes e Bases (1996), a inclusão obrigatória dos estudos da História e Cultura Afro-brasileira nos currículos. Para consolidar, no ano de 2012, obtivemos a aprovação da resolução CNE/CEB 8/2012, quando o Ministério da Educação e Cultura (MEC), traz a educação escolar quilombola definindo "o atendimento das populações quilombolas rurais e urbanas em suas mais variadas formas de produção cultural, social, política e econômica" (BRASIL, 2013, p. 459).

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais, a Educação Quilombola compreende "Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio, Educação do Campo, Educação

Especial, Educação Profissional Técnica de Nível Médio, Educação de Jovens e Adultos, inclusive na Educação a Distância" (BRASIL, 2013, p. 460), e deve garantir que os alunos se apropriem dos conhecimentos científicos e tradicionais.

A proposta da Educação Quilombola é repensar, à luz das experiências dos povos quilombolas o papel social da escola como fonte de constituição da identidade e da valorização da sua cultura. Para isso, é preciso repensar em meio ao espaço pedagógico da escola, a participação do/a professor/a de diálogos que proporcionem a valorização da identidade, da cultura, bem como alcançar melhorias necessárias.

Por tudo isso, entendemos que a educação, mais especificamente a Matemática deve ser colocada, na perspectiva *etno*, como forma de resistência e persistência frente às políticas educacionais neoliberais. Deve-se devolver a voz a quem mais precisa: as minorias, que, no conjunto, se tornam maioria, buscando "fortalecer o senso de criticidade, seja por suas variadas pesquisas, seja pela leitura, debate e reflexão de elementos não só filosóficos, mas, também, matemáticos, que podem libertar os jovens da hegemonia doentia que tenta tomar a voz e vez para si!" (MOREIRA, 2020, p. 14).

O percurso metodológico

Discutimos esse trabalho na perspectiva da pesquisa qualitativa, pois tal abordagem, tem caráter descritivo e exploratório. Para Gil (2008, p. 28), tem como "objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis", sem que o pesquisador interfira na realidade dos envolvidos.

A construção dos dados partiu da observação em meio à realização das atividades, aplicação dos materiais manipuláveis e por meio da troca de diálogos com os/as professores/as quilombolas. Assim, os dados dessa formação foram descritivos pois visam retratar o maior número de elementos presentes na realidade de inserção dos envolvidos, "porém, isso não elimina a existência de um quadro teórico que direcione a coleta, a análise e interpretação dos dados" (JESUS; SOUZA, 2018, p. 1069).

A oficina ocorreu com 35 professores/as quilombolas que tinham graduação diversificada, por exemplo, Pedagogia e Educação do Campo com Habilitação em Ciências da Natureza e Matemática, no ano de 2018. Procuramos dividir a oficina pedagógica em três momentos: 1) discussão coletiva; trocas de experiências sobre como ensinar geometria plana e utilização do Tangram; 2) utilização do Geoplano em sala de aula, como material concreto e de apoio, e, 3) confecção do Tangram com a turma. Dessa maneira, a seguir trazemos o resultado e a participação dos envolvidos em cada atividade desenvolvida com/para os/as professores/as quilombolas.

Resultados e análises

Nesta seção, são apresentados os resultados e as análises alcançadas por meio da realização das atividades pedagógicas contextualizadoras na perspectiva da Etnomatemática, que se deu no formato de oficina com os professores e professoras quilombolas que ensinam Matemática.

Atividade 1 desenvolvida com os professores quilombolas: Tangram

A primeira atividade desenvolvida teve como objetivo geral compreender o Tangram como instrumento significativo no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Os objetivos específicos foram para a atividade foram identificar e classificar figuras por meio do Tangram e compor e decompor figuras com o auxílio do Tangram.

Para realizar as atividades, dividimos a aula em três momentos para que pudéssemos, de uma forma direta ou indireta, interagir melhor com os/as professores/as. Com exceção do primeiro momento, realizamos atendimento individual e coletivo, de acordo com a demanda que surgia em meio à oficina.

Iniciamos a atividade exibindo o longa metragem "Donald no País da matemática",[2] uma animação que demonstra as descobertas de Donald com relação a Pitágoras, o pentagrama, a regra de ouro, o corpo humano, a natureza, os jogos e a música. O intuito foi fazer uma demonstração filosófica da Matemática. *A matemática realmente está em todo lugar? Que matemática é essa que oprime e produz desigualdades sociais? Como ela pode mudar determinadas injustiças sociais?*, foram alguns disparadores que utilizamos para provocar os participantes.

Em seguida, questionamos sobre a natureza, a música, as formas geométricas, o símbolo do pentagrama, entre outros elementos matemáticos presentes. Fizemos uma breve discussão sobre o filme e os seus elementos, discutimos sobre o Tangram, que é um quebra cabeça com distintos recursos pedagógicas de origem chinesa, composto por sete peças.

[2] Curta metragem encontrado no YouTube.com pelo *link*: www.youtube.com/watch?v=wbftu093Yqk.

Essas peças são: “cinco triângulos - sendo dois grandes, um médio e dois pequenos - e duas figuras geométricas: um quadrado e um paralelogramo, ambos com área equivalente aos dois triângulos pequenos ou ao médio” (MACEDO *et al*., 2015, p. 14).

Trabalhamos com os/as professores/as quilombolas, o conceito e origem do Tangram; exploramos as figuras, os elementos que constituem as figuras; a constituição do triângulo, a quantidade das figuras, os lados dessas figuras, os quadriláteros, não quadriláteros, entre outros tantos. Também trabalhamos, a relação do triângulo retângulo, ou seja, a junção de dois triângulos retângulos conglomera em um quadrado; o triângulo médio pode ser montado com a junção de triângulos pequenos; o paralelogramo pode ser a junção de dois triângulos menores; o triângulo maior pode ser construído com dois triângulos pequenos e um quadrado, além de diversas outras atividades.

Para essa atividade, os/as professores/as utilizaram réguas, tesouras e cola. Em meio às construções, discutimos sobre a importância de propor em sala de aula o manuseio dos materiais e a interação com o colega, pois em sala de aula, é preciso construir propostas pedagógicas que possibilitem os estudantes a desafiarem-se, resolverem as situações-problema de forma convencional ou por meio de suas próprias estratégias de trabalho.

Figura 1: Professores/as construindo as figuras

Fonte: Acervo dos autores (2018).

Nesse segundo momento, percebemos que os/as professores/as realizaram as atividades bem empenhados, e em meio aos recortes e dobraduras, foi possível captar falas como: *“Não sabia que era possível trabalhar o tangram com folha A4”*. E também indagações como: “É *possível utilizar para trabalhar porcentagem? Perímetro? Área?”* A descoberta bem como a indagação, nos permitiu analisar que despertou algo significativo e motivador nos/as professores/as.

Entendemos que socializar experiências com os/as professores/as na perspectiva da Etnomatemática e, apontar possibilidades para uma prática significativa que esteja contextualizada com a realidade, é um ato político-social necessário, pois é preciso experimentar novas formas de aprender e ensinar matemática para que a prática docente não se assente em "velhos valores pedagógicos" (MOREIRA, 2019, p. 45).

Atividade 2 desenvolvida com os professores quilombolas: Geoplano

A segunda atividade teve como objetivo geral trabalhar o geoplano como possibilidade de desenvolver ações pedagógicas diferenciadas. Os objetivos específicos foram: apresentar o geoplano como material pedagógico; construir diferentes figuras no geoplano e calcular área e perímetro e identificar vértices, arestas e faces no geoplano.

A apresentação iniciou com disparadores temáticos sobre vários objetos na tela. Em meio à apresentação dessas imagens perguntamos aos/às professores/as se reconheciam aquelas imagens. Foi possível captar *"O que é isso? Como utilizar para ensinar matemática? Só trabalha perímetro e área? Tem como trabalhar a tabuada?"* Buscamos responder essas perguntas para os/as professores/as de forma geral, enfatizando que essa ferramenta para o ensino de matemática pode ser utilizada em múltiplos contextos, permite que os/as professores/as explorarem os conteúdos de matemática por diferentes lentes, inclusive refletindo a realidade quilombola.

O geoplano é um manipulador matemático que permite manusear de forma rápida e eficiente, e é "um excelente recurso, onde o professor pode fazer a construção do conhecimento, fazendo com que o aluno consiga trabalhar o mesmo conteúdo em diversos contextos, desenvolvendo assim o seu raciocínio" (BARROS; ROCHA,2004, p. 3).

Após a apresentação do geoplano, dividimos os participantes em duplas, e com linguinhas de cores diferentes, passamos a construir figuras no geoplano por meio dos conceitos alçados no projetor. Algumas perguntas direcionadas foram: *"Qual é o polígono que é um quadrilátero, tem 4 ângulos reto, e os lados opostos são paralelos?"*. Inicialmente, percebíamos que muitos/as professores/as se encontravam empolgados, e logo comentavam: "*É um losango! Paralelogramo? Quadrado, calma o quadrado tem todos os ângulos iguais, mas é do mesmo tamanho, então pode ser, é o retângulo!"* O nome da atividade era "Meu Tangram". Os/as professores/as construíram todas as figuras que compõem o Tangram sob esse sistema, pois assim trabalhamos a classificação, a compreensão e a identificação das figuras.

Após finalizarmos a atividade, iniciamos o terceiro momento da proposta pedagógicas, que foi construir o Tangram no geoplano com pequenas liguinhas. Em duas equipes, os/as professores/as dividiram-se para realizar com a turma atividades envolvendo área e perímetro, conforme podemos ver a seguir nas imagens da Figura 2.

A turma do perímetro nos apresentou sobre como trabalhar de forma dinâmica as medidas no geoplano. Os/as professores/as demonstraram que determinadas figuras de tamanhos diferentes podem ter o mesmo perímetro. Com relação à outra turma, demonstraram cálculo de áreas de forma convencional, sem se limitar a fórmulas. Nos dois casos, apresentaram formas de explorar os conceitos levando em consideração a realidade quilombola em que estão inseridos.

Figura 2: Professores/as realizando as atividades no geoplano

Fonte: Acervo dos autores (2018).

Para nós, ao finalizarmos as atividades pedagógicas com os/as professores/as quilombolas, concluímos que toda e qualquer prática necessita ser intencional, desafiadora e conectada com a realidade, pois é preciso levar em consideração o seu contexto social, despertar o desejo de ensinar e aprender matemática em uma perspectiva socioetnocultural. Ademais, é preciso que professores/as e demais profissionais da Educação “compreendam que é na diversidade da sala de aula que temos a possibilidade de desenvolver as melhores estratégias para se trabalhar prazerosamente a Matemática”, principalmente quando temos a oportunidade de levar em consideração a realidade escolar quilombola (MOREIRA, 2019, p. 59).

Considerações finais

As oficinas na perspectiva da Etnomatemática com os/as professores/as quilombolas foram de suma importância para quebrar a ideia de formação continuada baseada no eurocentrismo e, evidenciar que é possível pensar uma formação, que estamos reforçando como continuada "específica", porque pensamos em metodologia, caminho, didática, baseados na realidade para os/as professores/as quilombolas. A formação não pode ser imposta, mas uma construção de trocas em meio à realidade do participante.

As atividades baseadas na Etnomatemática fazem com que os/as professores/as "reconheçam e valorizem suas culturas e costumes. O ensino não ocorre apenas dentro da sala de aula, no quadro ou no livro didático" (JESUS; SOUZA, 2018, p. 1081). Por isso, as políticas de formação devem levar em consideração a realidade, bem como proporcionar a utilização de elementos do cotidiano, que favoreçam, entre outros elementos, a criticidade atual e a realidade (MOREIRA; ORTIGÃO e PEREIRA, 2021).

Concordamos com Moreira (2020) que a Matemática não pode ser dura e unidirecional e deve dar lugar à subjetividade e à interdisciplinaridade. Ora, "se ela pode flertar com os pensamentos educacionais, filosóficos, artísticos, políticos e, principalmente, com a promoção dos Direitos Humanos, ela é *libertadora*!", principalmente porque a "matematização deve, também, ser um ato subjetivo, interdisciplinar e pensante! Há, obviamente, a ideia de retroalimentação de todos esses constituintes!" (MOREIRA, 2020, p. 14, destaque nosso). É preciso que a Matemática esteja à disposição de todas e todos, como atividade crítica e de prática social, buscando contribuir para a libertação de distintas amarras a que o povo brasileiro está submetido!

Neste sentido, é preciso uma prática docente significativa (MOREIRA; MANRIQUE, 2019), que rompa com o paradigma de uma educação cuja formação de professores/as seja tradicional, que desvaloriza os saberes e o cotidiano. Ao contrário do exposto, para Mantoan (2003), é preciso resgatar a função de educação criativa, emocional, subjetiva e emancipatória para fortalecer a prática docente. Assim, entendemos a Matemática como uma prática social e étnica.

Concordamos com Moreira, Ortigão e Pereira (2021, p. 8) que as "diferenças culturais, sociais e econômicas, que afetam os resultados médios de estudantes são ignoradas, assim como se preterem as desigualdades estruturais das instituições escolares", cujas críticas "sobre as tentativas de imposição de um modelo único de formação das crianças e dos jovens, pautado na ideia da existência de um sujeito ideal, situado em um mundo globalizado", parecem não reconhecer que as diferenças são negadas e silenciadas em tempos atuais!

Agradecimentos

Ao Grupo de Pesquisa *Dzeta* Investigações em Educação Matemática (DIEM); à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF); à Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (FE/UnB); à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes, Códigos de Financiamento 001); aos Programas de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília (PPGE/UnB – Acadêmico e Profissional) e ao DPI/UnB e ao DEX/UnB.

Referências

ARRUTI, J. M. Da 'Educação do campo' à 'Educação quilombola'. **Raízes:** Revista de Ciências Sociais e Econômicas, v. 31, n. 1, 13 jun. 2011.

BARROS, A. L. S; ROCHA, C.A. O Uso do Geoplano com o Material Didático nas Aulas de Geometria. **Anais do VIII ENEM** – Minicurso GT 2 – Educação Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/MC03069646433.pdf. Acesso em: 17 abr. 2021.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 12 maio2021.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da Educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 de dezembro de 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm. Acesso em: 23 abr. 2021

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica/ Ministério da Educação**. Secretária de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. – Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

CUNHA, F. G; ALBANO, S. G. Identidades Quilombolas: Políticas, Dispositivos e Etnogênes. **Latinoamérica**: Revista de Estudios Latinoamericanos, México, n. 61, maio 2017. Disponível em: https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/. Acesso em 13 maio 2021.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade** 6. ed.- Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

D'AMBRÓSIO, U. **Uma história concisa da Matemática no Brasil**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

FLEMMING, D. M. **Tendências em Educação Matemática**. Diva Marilia Flemming, Elisa Flemming Luz, Ana Cláudia Collaço de Mello; instrucional designer Elisa Flemming Luz. 2. ed. Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz E Terra, 1996.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

JESUS, É. L. F; SOUZA, R. B. Formação de professores quilombolas e o Programa Etnomatemática: repensando processos de ensino da Matemática. **Rev. Bras. Educ. Camp**. Tocantinópolis, v. 3, n. 3, set./dez.2018.

MACEDO, L; PETTY, A. L; CARVALHO, G. E; SOUZA, M. T. C. C. Intervenção com jogos: estudo sobre o Tangram. **Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, SP. vol.19, n. 1, jan./abr. de 2015.

MANTOAN, M. T. E. **Inclusão escolar**: o que é? por quê? como fazer?. São Paulo: Moderna, 2003.

MARQUESE, R. B. A dinâmica da escravidão no Brasil: resistência, tráfico negreiro e alforrias, séculos XVII a XIX. **Novos Estudos,** ed. 74, n. 1, mar. 2006. Disponível em: https://www.scielo.br/j/nec/a/xB5SjkdK7zXRvRjKRXRfKPh/?format=pdf&lang=pt. Acesso em 19 jun. 2021.

MIRANDA, S. A. Quilombos e Educação: identidades em disputa. **Educ. Rev.** Curitiba, v. 34, n. 69, jun. 2018. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602018000300193&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 18 maio 2021.

MONTEIRO, H. S. R. **Magistério indígena**: contribuições da Etnomatemática para a formação dos professores indígenas do Estado do Tocantins. Dissertação (Mestrado em Educação). Belém: UFPA, 2011.

MOREIRA, G. E. Tendências em Educação Matemática com enfoque na atualidade. *In*: NEVES, Regina da Silva Pina; DÖRR, Raquel Carneiro. (Orgs.). **Formação de Professores de Matemática:** Desafios e perspectivas. 1. ed. Curitiba, PR: Appris, 2019.

MOREIRA, G. E. (Org.). **Práticas de Ensino de Matemática em Cursos de Licenciatura em Pedagogia**: Oficinas como instrumentos de aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

MOREIRA, G. E; MANRIQUE, A. L. **Educação Matemática Inclusiva***:* Diálogos com as Teorias da Atividade, da Aprendizagem Significativa e das Situações Didáticas. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2019.

MOREIRA, G. E.; ORTIGÃO, M. I. R.; PEREIRA, C. M. M. da C. (Orgs.). **Políticas de avaliação e suas relações com o currículo de Matemática na Educação Básica**. 1. ed., v. 16, Coleção SBEM. Brasília/DF: SBEM Nacional, 2021.

MOREIRA, G. E; VIEIRA, L. B; FRAZ, J. N; FERREIRA, W. C; TEIXEIRA, C. J. Formação Inicial e Continuada de Professores que Ensinam Matemática: Socializando Experiências Exitosas do DIEM. **Revista Prática Docente**, v. 6, n. 1, e001, 2021.

MOURA, E. M. B; FRAZ, J. N; SANTOS, K. V. G; MOREIRA, G. E. Grandezas e Medidas no contexto da inclusão: a Educação Matemática na formação do professor. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros (MG), Brasil, v. 5, n.11, p. 1-25, 2021.

SANDES, J. P.; MOREIRA, G.E. Educação matemática e a formação de professores para uma prática docente significativa. **Revista @mbienteeducação**. São Paulo: Universidade Cidade de São Paulo, v. 11, n. 1, p. 99-109, jan./abr. 2018.

SCHMITT, A; TURATTI, M. C. M; CARVALHO, M. C. P. A Atualização do Conceito de Quilombola: Identidade e Territórios nas Definições Teóricas. **Ambiente & Sociedade.** Ano V, n. 10, 1º Semestre de 2002. Disponível em: https://www.scielo.br/j/asoc/a/3zsW4C3r6CFYcnx8sPSDrdk/?format=pdf&lang=pt. Acesso em :19 jun. 2021.

SOARES, E. G**.** Educação escolar quilombola**:** reafirmação de uma política afirmativa**.** **Reunião Cientifica Regional da ANPED**. Educação, Movimentos Sociais e Políticas Governamentais. 2016. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dissertacoes_teses/artigo_edimara_goncalves_soares.pdf. Acesso em: 17 jun. 2021.

Contribuições da participação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais em grupos de estudos: uma revisão

Contribution of the participation of teachers who teach mathematics in the early years in study groups: a review

Thais Helena Guilherme
Universidade Federal de Juiz de Fora
thaishelenaguilherme0@gmail.com

Reginaldo Fernando Carneiro
Universidade Federal de Juiz de Fora
reginaldo.carneiro@ufjf.edu.br

Resumo
A participação de professores em grupos de estudos é uma possibilidade de formação e de reflexão sobre a prática docente. Tivemos como objetivo, neste trabalho, identificar contribuições da participação em grupos de estudos para a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais. Para isso, realizamos um levantamento dos trabalhos sobre a temática publicados em três eventos importantes da área: Reunião Nacional da ANPED, Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM – e Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM – no período compreendido entre 2010 a 2019. Encontramos 19 trabalhos sobre o tema que foram categorizados em: conteúdo matemático, formação inicial, análise de tarefas, formação de formadores, parceria universidade-escola e, mudança de prática no contexto escolar. As análises evidenciaram que foram abordados conceitos e conteúdos matemáticos nesses grupos e que permitiram aos professores planejarem e analisarem em conjunto atividades para serem desenvolvidas em sala de aula. Também possibilitou o compartilhar experiências, a ajuda mútua, a colaboração, a discussão sobre desafios da prática que auxiliaram no desenvolvimento profissional docente.

Palavras-chave: Formação de professor. Grupo de estudos. Matemática. Anos iniciais.

Abstract
The participation of teachers in study groups is a possibility for education and reflection on teaching practice. In this work, we aimed to identify contributions from participation in study groups to the teacher education who teach mathematics in the early years. For this, we carried out a survey of works on the subject published in three important events in the area: National Meeting of ANPED, National Meeting of Mathematics Education - ENEM - and International Seminar on Research in Mathematics Education - SIPEM - in the period from 2010 to 2019. We found 19 works on the subject that were categorized into: mathematical content, initial education, task analysis, trainers education, university-school partnership, and change of practice in the school context. The analyzes showed that mathematical concepts and contents were addressed in these groups and that they allowed teachers to plan and analyze together activities to be developed in the classroom. It also made it possible to share experiences, mutual help, collaboration, discussion of challenges in the practice that helped in the professional development of teachers.

Keywords: Teacher education. Study group. Mathematics. Early years.

Introdução

A formação do professor que ensina matemática nos primeiros anos de escolarização tem sido abordado em muitas pesquisas da área de Educação Matemática, assim como formas de contribuir com essa formação. Consideramos que um âmbito formativo seja os grupos de estudos em que diferentes participantes podem compartilhar e trocar ideias, expor suas opiniões, ouvir e apoiar o outro, etc.

Dessa forma, temos como objetivo, neste trabalho, identificar contribuições da participação em grupos de estudos para a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais. Para tanto, realizamos um levantamento dos trabalhos sobre a temática publicados em três eventos importantes da área: Reunião Nacional da ANPED, Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM – e Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM – no período compreendido entre 2010 a 2019.

Os grupos de estudos na formação de professores que ensinam matemática

Mesquita, Formosinho e Machado (2009) mencionam a tendência do trabalho docente ocorrer muitas vezes de forma isolada e, com isso, enfatizam a importância de uma "(re)criação" da cultura de colaboração em detrimento da cultura de isolamento, como forma de contribuir com o desenvolvimento profissional dos professores e das instituições escolares. O trabalho colaborativo fortalece, alimenta e enriquece a prática docente, porém, segundo os autores, aderir a uma prática colaborativa deve partir do próprio professor e isso requer tempo. É um longo caminho a ser percorrido de forma a ultrapassar o individualismo.

As práticas colaborativas, segundo esses autores (2009, p. 11), "implicam momentos de partilha de experiências e entreajuda entre pessoas, permitindo refletir sobre a experiência de cada um e a experiência de todos, sobre modelos convencionais, sobre o que os outros pensam e fazem, sobre opiniões e interpretações de conceitos".

Fiorentini (2006) traz grandes contribuições quanto aos sentidos que são dados aos termos: trabalho cooperativo, trabalho colaborativo e pesquisa colaborativa. Muitas vezes, tais termos são confundidos ou interpretados com vários sentidos, o que pode dificultar o modo de organização, desenvolvimento do grupo colaborativo e também a forma de investigar tal grupo.

É importante ter em mente tais diferenciações, as quais auxiliam na compreensão da natureza de um grupo. Segundo Fiorentini (2006, p. 55), grupos que se iniciam cooperativos podem se tornar colaborativos à medida que "adquirem e produzem conjuntamente conhecimentos, os participantes adquirem autonomia e passam a auto-regular-se e a fazer valer seus próprios interesses". Estar em um grupo colaborativo é uma ação voluntária em que todos têm responsabilidades pelo grupo, todos tomam decisões em grupo, procuram resolver os problemas conjuntamente e o desenrolar das atividades não advém de ordens de outrem. As relações no grupo tendem a ser espontâneas, como anuncia Fiorentini (2006), contudo, também podem ser apoiadas e mediadas por alguém do grupo.

O desejo de participar de um grupo, por parte dos professores(as), é entendido sob a ótica das necessidades advindas da profissão. Muitos docentes buscam apoio, soluções para seus problemas profissionais, formas de lidar com um novo desafio e até mesmo enriquecimento para sua formação. Assim, tendem a escolher grupos conforme a afinidade do tema e suas necessidades, criando-se uma verdadeira rede de apoio, ajuda mútua, de maneira a contribuir com seu desenvolvimento profissional.

A respeito da pesquisa colaborativa no âmbito da educação, Ibiapina (2008, p. 31) afirma que ela pode ser compreendida como a "atividade de co-produção de saberes, de formação, reflexão e desenvolvimento profissional, realizada interativamente por pesquisadores e professores com o objetivo de transformar determinada realidade educativa". E assim sendo, a junção de pesquisadores e de professores em uma pesquisa colaborativa traz muitas vantagens com relação a produção do conhecimento acerca da prática docente.

Fiorentini (2006) disserta a respeito de características que diferem da pesquisa cooperativa. A pesquisa colaborativa deve ser totalmente desenvolvida pelos integrantes do grupo, incluindo também a parte escrita a qual não deve ser redigida individualmente, desenvolvendo assim, o caráter de colaboração. Com isso, a modalidade de pesquisa que considera as práticas e os grupos colaborativos ou cooperativos como objeto de investigação, na maioria das vezes não são pesquisas ditas colaborativas, como é destacado por Fiorentini (2006), como as dissertações e teses.

Os grupos de estudo na formação de professores são uma forma de reunir interessados em discutir questões referentes à determinada temática e contribuir para a formação de todos os participantes.

A investigação de Gama (2007, p. 188), que teve como objetivo compreender o processo de iniciação a docência e de desenvolvimento profissional a partir da participação em grupos colaborativos, apontou que os professores "construíram, nesse âmbito, amigos críticos de confiança que os apoiaram nos momentos difíceis e os ajudaram a desenvolver estranhamentos e aprendizagens sobre o processo de ensinar e aprender Matemática na escola e sobre seu próprio processo de aprendizagem e descoberta da profissão", configurando-se como um espaço não alocado na escola, mas que também possibilitou o desenvolvimento profissional.

A pesquisa de Azevedo (2012) buscou investigar quais são os conhecimentos matemáticos e metodológicos produzidos, reconhecidos e ressignificados por professoras da Educação Infantil, quando se reúnem em um grupo de estudos sobre a Educação Matemática na infância. Os resultados desse estudo evidenciaram que os conhecimentos matemáticos e as estratégias metodológicas são produzidos e ressignificados em um processo formativo em um grupo de estudo colaborativo. Além disso, a participação nesse grupo em que não havia uma hierarquia pré-determinada entre os membros, a ajuda mútua, a confiança, a negociação, o respeito, a tomada de decisões conjunta e a busca por conhecimentos a partir das necessidades das professoras possibilitou o fortalecimento e que o grupo se tornasse colaborativo.

Modificar as práticas docentes não é um processo fácil. É um desafio que exige esforço pessoal e profissional. Uma das formas que isso pode ser efetivado é por meio dos grupos de estudos que podem contribuir com os docentes no cenário educacional acerca dos problemas que aflige a educação.

Caminhos da pesquisa...

Para alcançar o objetivo da pesquisa de identificar contribuições da participação em grupos de estudos para a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais, realizamos uma análise documental que buscou trabalhos relacionados à temática nos três principais eventos brasileiros da área.

O primeiro passo dado foi a busca por trabalhos relacionados ao tema no site da Reunião Nacional da ANPED, no Encontro Nacional de Educação Matemática e no Seminário Internacional em Educação Matemática no período entre 2010 a 2019.

Na ANPEd, foi realizada a busca no GT 19 - Educação Matemática, nas reuniões científicas nacionais 33ª até a 39ª reunião. Como forma de seleção dos trabalhos, direcionamos o olhar, primeiramente, para os títulos e os resumos dos trabalhos. Foram encontrados um total de sete trabalhos: um na 33ª reunião, dois na 35ª, um na 36ª, um na 37ª e, por fim, dois trabalhos na 38ª.

Com relação ao SIPEM, a busca realizada considerou os trabalhos dos anais a partir do quinto tendo como parâmetro o GT 7 – Formação de Professores. Encontramos dois trabalhos que se enquadravam no tema da busca.

Após a apresentação do resultado ao orientador, o mesmo relatou a necessidade de ampliação da busca devido ao número reduzido de trabalhos encontrados. Com isso, foi realizado o levantamento também nos anais do ENEM, direcionando o olhar aos trabalhos relacionados ao eixo formação de professores das comunicações científicas do XI, XII, XIII ENEM. Contudo, os trabalhos do XII ENEM não estavam divididos por eixo, com isso o levantamento demorou um prazo mais longo, visto que foi necessário analisar todos os trabalhos do encontro.

Diante do novo levantamento, ocorreu um aumento na quantidade de trabalhos selecionados. Assim, 18 novos trabalhos foram encontrados de acordo com o tema: 9 pertencentes ao XI, 4 ao XII e 5 trabalhos do XIII ENEM. A realização do primeiro levantamento com o segundo, totalizou em 27 trabalhos.

O próximo passo dado foi a discussão dos trabalhos encontrados com o professor orientador, a fim de excluir da lista possíveis trabalhos que não se encaixassem ao tema em questão. Alguns trabalhos selecionados, abordavam os grupos de estudos de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental, porém o foco do levantamento era os anos iniciais, então, eles foram excluídos. Assim, do total de 27 trabalhos encontrados (no primeiro e no segundo levantamento), 8 foram excluídos pelo motivo relatado, logo, finalizou-se o levantamento com 19 trabalhos.

Na perspectiva de Laville e Dionne (1999, p. 167), documento é toda fonte de informação que já existe e esse instrumento auxilia o pesquisador, pois “aportam informação diretamente: os dados estão lá, resta fazer sua triagem, criticá-los, isto é, julgar sua qualidade em função das necessidades da pesquisa, codificá-los ou categorizá-los".

Para Lüdke e André (1986, p. 38) apoiadas em Caulley, a análise documental tem como objetivo identificar informações factuais nos documentos a partir de questões e hipóteses de interesse.

Segundo Calado e Ferreira (2004, p. 2), os documentos em uma pesquisa podem ter importância central, ou seja, "os documentos são alvos de estudos por si próprios" ou como forma de complementar as informações obtidas por outros instrumentos como questionário ou entrevistas. Neste estudo, os documentos tiveram papel central.

Ainda para essas autoras (2004), a pesquisa documental refere-se basicamente a dois momentos – recolha dos documentos e análise – em que a primeira pode ser descrita como natureza dos dados, localização e seleção dos documentos. Na localização dos documentos é determinada pela própria investigação que orienta o pesquisador para determinadas fontes. Os documentos que foram utilizados neste estudo são denominados como fontes primárias, pois essa categoria abrange as leis, manuscritos, atas de reuniões, memorandos, filmes, entre outros. A seleção dos documentos é determinada por alguns fatores, como por exemplo, o tempo para o desenvolvimento da pesquisa.

O segundo momento foi a análise propriamente dita dos dados obtidos nos documentos que, de acordo com Flores (1994, apud Calado e Ferreira, 2004, p. 3), "implica um conjunto de transformações, operações e verificações operadas a partir dos mesmos [documentos] com a finalidade de lhes ser atribuído um significado relevante em relação a um problema de investigação".

Assim, os trabalhos relacionados à participação de professores dos anos iniciais que ensinam matemática foram selecionados e analisados com o intuito alcançar o objetivo proposto.

Apresentação e análise dos dados

Diante dos trabalhos selecionados, é possível perceber certa semelhança entre eles, com isso, serão analisados a partir das categorias a saber: conteúdo matemático, formação inicial, análise de tarefas, formação de formadores, parceria universidade-escola e, mudança de prática no contexto escolar.

A categoria *conteúdo matemático* diz respeito aos trabalhos que se referem aos grupos colaborativos que têm o intuito de auxiliarem os professores dos anos iniciais quanto a algum conteúdo matemático em específico. Assim, cinco trabalhos constituem essa categoria.

No trabalho de Megid e Almeida (2017), é discutido como a participação de professores dos anos iniciais no grupo de estudos do tipo colaborativo auxilia na aprendizagem e na modificação da prática docente sobre grandezas e medidas. O grupo em estudo permitiu a discussão e a elaboração de propostas, a partir da narrativa de uma professora da educação infantil sobre sua prática em sala que envolveu grandezas e medidas.

Barbosa e Ferreira (2012) buscaram analisar os saberes adquiridos pelos professores em um grupo de estudo sobre o pensamento geométrico nos anos iniciais. É destacado na produção o relato de uma professora de nome fictício Marta sobre lacunas em sua formação para o ensino da geometria. Os saberes advindos da participação no grupo possibilitaram à professora repensar sua prática e, principalmente, o vocabulário para o ensino da geometria.

Já no trabalho de Vieira e Costa (2013) é analisado as aprendizagens constituídas no grupo de estudo sobre tecnologia e o ensino de geometria. As autoras denunciam a formação dos professores que, na maioria das vezes, não aborda o uso das tecnologias digitais, as quais podem auxiliar no ensino, por exemplo, da geometria no que se refere à visualização, experimentação e manipulação das figuras geométricas. Com isso, a função do grupo diante dessa situação foi a de compreender e discutir os desafios e formas utilizadas pelas professoras no ensino da geometria e, assim, ajudá-las quanto a apropriação de conceitos geométricos e do manuseio de *softwares* que auxiliassem na compreensão desses conceitos e, sobretudo, no ensino da geometria.

Paiva e Brandão (2016) tiveram como objetivo refletir sobre os saberes constituídos pelos docentes a partir de discussões no grupo de estudos com a temática grandezas e medidas e também a partir da resolução de situações propostas pelo grupo. A resolução despertou a atenção dos docentes para elaborar os enunciados, pois são fundamentais na resolução dos problemas. A ideia do grupo foi reunir professores dos anos iniciais e finais do ensino fundamental para que compartilhassem suas experiências.

A análise de práticas docentes a partir do grupo colaborativo também foi o foco da pesquisa de Müller e Quartiere (2019). O grupo desenvolvido no contexto escolar, mostrou-se propício a atividade de colaboração onde os docentes compartilharam suas experiências, seus planos de aula e se ajudaram mutuamente. Essa dinâmica fez com que os docentes compreendessem melhor os conceitos matemáticos a partir de jogos relacionados, principalmente, a multiplicação e a divisão.

Nesses trabalhos, percebemos a insegurança dos professores quanto ao ensino dos conteúdos relatados. Contudo, o envolvimento e a participação nos grupos de estudos fez com que ampliassem seus conhecimentos e desenvolvessem bases mais consolidadas para proporem atividades na sala de aula que envolvessem os temas. Ademais, observamos nos trabalhos que a utilização de recursos variados como jogos e tecnologias são aliados dos professores na sala de aula, uma vez que permitem a abordagem dos conceitos matemáticos de uma forma diferente da que estão habituados e também despertam o interessante e o envolvimento do aluno.

A categoria *formação inicial* diz respeito ao papel dos grupos de estudos na complementação dessa formação dos professores que ensinam matemática. Temos três trabalhos que discutem o assunto.

Megid (2012) investiga a prática inicial de duas professoras recém formadas, buscando compreender distanciamentos e aproximações entre os saberes constituídos na graduação em pedagogia e os saberes necessários ao ato de lecionar. Ambas as professoras pesquisadas reconheceram o importante papel e a contribuição da graduação para sua prática em sala de aula. Entretanto, em sua narrativa, uma das professoras expõe certo abandono do que fora aprendido na faculdade, desenvolvendo uma prática mais tradicional devido à demandas de agentes externos e à pressão no ambiente de trabalho. A participação no grupo de estudos e pesquisa permitiu que as professoras planejassem atividades conjuntamente, revigorando o trabalho docente.

Já Nascimento (2013) teve como objetivo discutir a formação de cinco estudantes do curso de pedagogia quanto a matemática vivenciada na graduação e relacionar a contribuição que os grupos de estudos tiveram em promover outros conhecimentos à essa formação. A matemática presente no curso deixou a desejar por ser de caráter muito teórico e se distanciar da realidade e de situações vividas na sala de aula.

A inserção dos graduandos no grupo, trouxe uma insegurança no início por não conhecerem e não estarem habituados com certos termos matemáticos, porém relataram que com os encontros se sentiram mais envolvidos e confiantes quanto ao ensinar matemática e também problematizaram os mitos que carregavam sobre a disciplina. O grupo suscitou discussões que buscaram romper concepções acerca do uso de calculadora em sala de aula, a aprendizagem matemática de crianças não alfabetizadas e a matemática vista como bicho de sete cabeças. Toda a contribuição do grupo, segundo os graduandos, foi maior que a própria formação inicial e os estágios realizados.

Rodrigues (2019) apresenta um objetivo semelhante à Nascimento ao investigar a forma como o grupo auxilia o pedagogo em formação quanto ao ensino de matemática, contribuindo com a ampliação dos conceitos e propiciando uma melhora da prática docente, visto que, há lacunas nessa formação inicial e que estão presentes desde a educação básica. A pesquisa ainda mostra que mesmo os graduandos tendo ciência da importância e do papel dos grupos de estudos/pesquisa para o ensino de matemática, sua procura é baixa por parte dos acadêmicos.

Nos trabalhos da categoria em questão fica evidente uma insegurança por parte dos futuros professores de ingressarem no contexto escolar. A formação inicial é vista como uma fonte de conhecimento que contribui com a prática futura dos alunos. Muitos chegam nas escolas cheios de ideias e novidades, porém são sufocados pelas pressões e demandas superiores que ditam o trabalho do docente, como expresso nos estudos. Daí é destacado o importante papel desses grupos que revitalizam as maneiras de ensinar e ajudam os professores a (re)significarem suas ações.

Contudo, é importante destacar que, sob a ótica de alguns pesquisadores e também participantes da pesquisa, a formação inicial em matemática não é suficiente havendo a necessidade de buscar por algo a mais, principalmente, por uma experiência complementar que aborde da ação docente na prática. Logo, os grupos colaborativos constituem-se uma oportunidade de continuação de estudos e enfrentamento aos problemas educacionais.

Os três trabalhos pertencentes a categoria *análise de tarefas*, apresentam a análise das tarefas escolares como meio de repensar a prática docente e de desenvolver uma ação investigativa. Jesus e Nagy (2013) objetivaram pesquisar como os grupos de estudos lidam com a análise crítica das tarefas que envolvem a matemática nos anos iniciais. Para isso, os participantes do grupo elaboravam tarefas que eram utilizadas pelos professores, que também faziam parte do grupo, em sala de aula e as caracterizava de acordo com o nível de demanda cognitiva. Os próprios professores refletiam que algumas das tarefas pouco acrescentavam aos alunos, passando a optar por tarefas de elevado nível que contribuíssem com a compreensão dos conceitos matemáticos.

Em Jesus e Cyrino (2015), é perceptível uma semelhança deste estudo com o trabalho anterior. A partir de discussões e de problematizações acerca de tarefas apresentadas pelos professores no grupo de estudo, puderam constatar que a análise culminou na mudança de atitude dos professores na sala de aula que passaram a oportunizar que seus alunos demonstrassem seu raciocínio matemático na resolução dos problemas. Neste trabalho, as pesquisadoras apresentam, por meio de tabelas, as concepções das professoras na escolha das tarefas e as mudanças ocorridas a partir das discussões no grupo.

Já Mandarino (2010) busca identificar as competências necessárias para que os professores busquem uma prática investigativa com a análise da produção dos alunos. Para isso, desenvolve a pesquisa a partir de um grupo de pesquisa composto por professores e formadores, além de olharem para um curso de formação continuada, o pró-letramento em matemática.

A escolha pelas tarefas matemáticas interfere diretamente na aprendizagem dos alunos e ainda estabelece o pensamento e o raciocínio que o aluno desenvolve para resolvê-las. Assim, surge a necessidade dos professores fazerem escolhas que permitam que o aluno raciocine, expresse suas hipóteses, sem o anseio pelo resultado "certo e errado", pois analisar questões como essa pode se constituir de "uma oportunidade ímpar de refletir sobre: concepções de didáticas, visões de avaliação, as bases que sustentam o conhecimento matemático do professor e do processo de transformação de seu conhecimento do conteúdo em conhecimento voltado para o ensino" (MANDARINO, 2010, p. 3).

Diante disso, os trabalhos mostram a grande contribuição dos grupos de estudo que oportunizam aos professores analisarem tarefas matemáticas utilizadas em sala de aula juntamente com outros professores e pesquisadores, com o intuito de refletirem sobre suas escolhas para atingirem os objetivos que anseiam com a tarefa escolhida. Assim, tem-se uma maior participação dos alunos na resolução dos problemas e o desenvolvimento de "formas de raciocínio e estratégias que permitam a ele ultrapassar a simples memorização de fatos ou procedimentos" (JESUS; NAGY, 2013, p. 4).

Dentre todos os trabalhos, há um que discute a *formação dos formadores*. Em sua pesquisa, Pereira e Nacarato (2017) buscam entender a constituição profissional dos professores formadores a partir de suas narrativas em um grupo de discussão/reflexão.

Os espaços que permitem os formadores falarem de si, de suas experiências profissionais e pessoais, suas aprendizagens profissionais, proporcionam a construção da identidade profissional desses indivíduos. Contudo, é destacado pelas narrativas dos professores que a formação dos formadores não acontece a partir de um curso por exemplo, mas em processo, no ato de formar, na troca de conhecimentos, no estudo e na pesquisa, construindo com outros professores meios de repensar as práticas na sala de aula.

Direcionando o olhar para a categoria *parceria universidade-escola*, temos duas produções que tratam da potencialidade de um trabalho desenvolvido com pesquisadores da universidade, juntamente com professores em exercício.

Betereli (2013) investiga a importância da parceria universidade-escola, a partir de um grupo de estudos que auxilia no desenvolvimento profissional de uma professora dos anos iniciais, que teve uma relação negativa com a matemática em sua escolaridade. A professora percebe, com as discussões, como as dificuldades do passado reverberaram em sua sala de aula e relembra os erros cometidos em sua prática.

Nascimento (2016) também relata uma possível parceria entre universidade e escola após verificar a produção de conhecimentos sobre alfabetização em matemática no contexto de uma pesquisa-ação de um grupo de professoras de uma escola.

A parceria universidade-escola parece promissora no que tange o desenvolvimento profissional dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Por meio dessa parceria, os docentes se munem de conhecimentos teóricos os quais se constituem como base para repensar as práticas pedagógicas. Além do mais, a relação teoria/prática supre as lacunas encontradas ao longo da formação inicial e ao longo de seu próprio trabalho em sala de aula.

Por fim a última categoria, *mudança de prática no contexto escolar*, compreende os trabalhos que buscam analisar o papel dos grupos colaborativos na mudança de prática no contexto escolar.

Azevedo (2013) busca verificar a aprendizagem matemática advinda de um grupo de estudos (Outros Olhares para a Matemática), formado por 39 professoras da educação infantil que ressignificou a prática docente. A colaboração no grupo fez com que as professoras construíssem pontes entre a matemática e os jogos, abordando os conteúdos matemáticos de uma forma lúdica na educação infantil.

Müller e Carvalho (2013) analisam os tipos de conhecimentos produzidos nos grupos colaborativos GdS (Grupo de Sábado) e GETEMAT (Grupo de Estudo e Trabalho Pedagógico de Ensino de Matemática) na perspectiva de Cochran-Smith e Lytle que abordam três concepções de conhecimentos sobre aprendizagem do professor: *conhecimento para a prática*, *conhecimento na prática* e *conhecimento da prática*.

De acordo com a análise das autoras, o GdS apresenta uma perspectiva condizente com as características de produção do *conhecimento da prática* pelo fato das professoras aprenderem colaborativamente em comunidades de investigação. O GETEMAT, em uma fase inicial, apresentava objetivos de produzir um *conhecimento para a prática*, pois as professoras procuravam, no grupo, bases teóricas para subsidiar a prática. Porém, ao final de certo período analisado pelas autoras, foi possível perceber que as docentes passaram a ver o grupo como um fortalecimento da prática e não como fornecedor de um “manual” para ensinar. Com isso, as autoras constataram o desenvolvimento de uma investigação como postura em ambos os grupos, transformando as práticas ao ensinar matemática.

Bolognani (2013) em sua pesquisa possibilitou momentos em um grupo de discussão que valorizasse a narrativa das professoras dos anos iniciais quanto as lembranças escolares das aulas de matemática e as suas práticas no ensino de matemática. Do ponto de vista da autora, as formações continuadas em formato de curso silenciam as vozes dos docentes. Com isso, o espaço de voz dado aos docentes no grupo observado, possibilitou o acesso as trajetórias e experiências marcantes no processo de aprender e também ensinar matemática dos docentes. Tais reflexões dos desafios vividos e das experiências negativas presenciadas na formação, fizeram com que os professores do grupo repensassem suas práticas no contexto escolar de forma a transformá-las.

Já Crecci e Fiorentini (2013) tiveram como objetivo investigar o processo de desenvolvimento profissional e a formação da identidade profissional de professores que participavam de comunidades investigativas. Foi possível observar, a partir dos depoimentos dos docentes, que a participação em comunidades investigativas contribui com o desenvolvimento profissional, bem como com as transformações das práticas na sala de aula optando por atividades de investigação matemática.

Brito e Araújo (2016), por sua vez, buscaram compreender em que medida o grupo coletivo (Gepeami) pode desencadear o desenvolvimento dos professores participantes e as situações de aprendizagem docente. Com essa pesquisa, as autoras concluíram que as ações do grupo promoveram experiências que colocaram em xeque a alienação do trabalho docente e proporcionaram reflexões que ressignificaram o ato de ensinar.

Nestas investigações, os grupos de estudos têm auxiliado os professores na transformação de suas práticas no que diz respeito aos conteúdos matemáticos dos anos inicias. Cria-se com o grupo de estudos ambientes propícios a aquisição de saberes e também compartilhamentos, nos quais professores expõem e refletem sobre suas práticas docentes, ajudando a superar os conflitos da aprendizagem.

Considerações finais

Ao analisar os trabalhos que tinham como temática a participação de professores dos anos iniciais que ensinam matemática em grupos colaborativos, encontramos pesquisas que abordaram diferentes conteúdos matemáticos relacionados à grandezas e medidas, à geometria e às operações de adição e subtração. No que concerne à geometria, os textos discutiram sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e a visualização, a experimentação e a manipulação de figuras geométricas.

Os grupos permitiram aos professores repensarem a prática a partir da elaboração e da análise conjuntas de propostas para serem utilizadas em sala de aula. Também promoveu a troca, o compartilhamento de experiências, a ajuda mútua entre os professores, a possibilidade de discutirem sobre os desafios da prática e a colaboração.

Em alguns trabalhos, os participantes indicaram que a formação inicial tem, muitas vezes, um caráter teórico e se distância da realidade vivenciada nas salas de aulas, por isso, a participação nos grupos fez com que os futuros professores se sentissem mais confiantes ao ensinar os conteúdos matemáticos e refletissem sobre suas concepções de matemática.

Nesse mesmo sentido, os grupos auxiliaram no desenvolvimento profissional dos participantes que tiveram relações negativas com a matemática em sua trajetória escolar e que, a partir das discussões, perceberam que essas experiências influenciavam em suas práticas docentes.

A partir do exposto, os trabalhos indicaram que os grupos de estudos contribuem para o desenvolvimento profissional dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais e também para construírem conhecimentos sobre os conceitos e conteúdos matemáticos que os deixaram mais confiantes para abordá-los em sala de aula.

Agradecimentos

Agradecemos a bolsa PIBIC/CNPq/UFJF - 2020/2021 para realização deste estudo.

Referências

ARAÚJO, E. S.; BRITO, K. D. M. A constituição do coletivo e o processo de significação docente. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**... São Paulo: 2016. p.1-12.

AZEVEDO, P. D. O conhecimento matemático na educação infantil: o processo de formação continuada de um grupo de professoras. In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPEd, 36., 2013, Goiânia. **Anais**... Goiânia: 2013. p.1-18.

AZEVEDO, P. D. **O conhecimento matemático na educação infantil**: o movimento de um grupo de professoras em processo de formação continuada. 2012. 241f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

BARBOSA, C. P.; FERREIRA, A. C. O pensamento geométrico em movimento: o caso de Marta. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. **Anais**... Petrópolis: 2012. p.1-23.

BETERELI, K. C. A parceria universidade-escola contribuindo com o desenvolvimento profissional de uma professora das séries iniciais: nos modos de ensinar matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais**... Curitiba: 2013. p.1-16.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BOLOGNANI, M. S. F. O quanto falar de si possibilita às professoras que ensinam matemática, nos anos iniciais do ensino fundamental, se formarem? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais**... Curitiba: 2013. p.1-16.

BRANDÃO, K. A.; PAIVA, M. A. V. Construindo saberes: grupo de estudos com professores formados em pedagogia e licenciados em matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**... São Paulo: 2016. p.1-12.

CALADO, S; S.; FERREIRA, S. C. R. **Análise de documentos**: método de recolha e análise de dados. 2004. 13p. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ichagas/mi1/analisedocumentos.pdf>. Acesso em: 02 set. 2011.

CARVALHO, D. L.; MÜLLER, M, C. Aprendizagem do professor que ensina e aprende matemática em comunidades investigativas: GdS e GETEMAT. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais**... Curitiba: 2013. p.1-14.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. Práticas de desenvolvimento profissional em comunidades de professores que ensinam matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais**... Curitiba: 2013. p.1-15.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Formação de professores que ensinam matemática: um repensar da prática pedagógica por meio da análise de tarefas matemáticas. In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPEd, 37., 2015, Florianópolis. **Anais**... Florianópolis: 2015. p.1-14.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

GAMA, R. P. **Desenvolvimento profissional com apoio de grupos colaborativos**: o caso de professores de matemática em inicio de carreira. 2007. 209f. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

IBIAPINA, I. M. L. M. **Pesquisa colaborativa**: investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Líber Livro Editora, 2008.

JESUS, C. C.; NAGY, M. C. Contribuições da análise crítica de tarefas para a formação continuada de professores que ensinam matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais**... Curitiba: 2013. p.1-14.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber**: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre: Artmed, 1999.

COSTA, M. N. L.; VIEIRA, E. R. Ensino de geometria e apropriação de tecnologia: trajetória de um grupo de estudos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba-PR. **Anais**... Curitiba: 2013. p.1-15.

MANDARINO, M. C. F. A análise de soluções dos alunos na formação de professores que ensinam matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPEd, 33., 2010, Caxambú. **Anais**... Caxambú: 2010. p.1-13.

MEGID, M.A.B.A. Aprendizagens em matemática construídas no curso de pedagogia e seus impactos nas práticas de professoras dos anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPEd, 35., 2012, Porto de Galinhas. **Anais**... Porto de Galinhas: 2012. p.1-14.

MEGID, M. A. B. A.; ALMEIDA, A. R. Aprendizagem do professor em grupos colaborativos que ensina matemática na infância: um olhar para grandezas e medidas. In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPEd, 38., 2017, São Luís-MA. **Anais**... São Luís-MA: 2017. p.1-16.

MESQUITA, E.; FORMOSINHO, J.; MACHADO, J. Individualismo e colaboração dos professores em situação de formação. In: SIMPÓSIO DE ORGANIZAÇÃO E GESTÃO ESCOLAR, VII., Aveiro, Portugal, 2009. **Atas**... Aveiro, Portugal, 2012.

MÜLLER, A. P. K.; QUARTIERI, M. T. Formação continuada de professores dos anos iniciais em contexto colaborativo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá-MT. **Anais**... Cuiabá-MT: 2019. p.1-9.

NACARATO, A.M.; PEREIRA, C.A.B. A formação de formadores de professores que ensinam matemática: o caso de São Luis/MA. In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPEd, 38., 2017, São Luís. **Anais**... São Luís: 2017. p.1-17.

NASCIMENTO, A. M. P. Algumas reflexões sobre a formação de professoras alfabetizadoras em matemática: a escola como espaço de pesquisa e formação. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**... São Paulo: 2016. p.1-9.

NASCIMENTO, J. C. P. Grupos colaborativos na formação do professor para ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma vivência com alunos do curso de pedagogia no âmbito do programa Observatório da Educação. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais**... Curitiba: 2013. p.1-15.

RODRIGUES, R. A. Formação matemática do pedagogo com o grupo de estudos de letramento e numeramento - GELEN. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá. **Anais**... Cuiabá: 2019. p.1-10.

Contribuições da Pesquisa Baseada em Design na formação inicial de professores de Matemática

Contributions of Design-Based Research to the initial training of Mathematics teachers

Elisângela Fouchy Schons
Instituto Federal Farroupilha – campus Júlio de Castilhos (IFFar-JC)
Universidade Franciscana (UFN)
elisangela.schons@iffarroupilha.edu.br

Eleni Bisognin
Universidade Franciscana (UFN)
eleni.bisognin@gmail.com

Resumo
O processo de ensino e aprendizagem é um complexo sistema de interações comportamentais e metodológicas e o professor é o seu principal articulador. A Pesquisa Baseada em *Design* é uma metodologia que busca colaborar com a compreensão desse processo por meio da implantação de princípios de *design* e o trabalho conjunto entre pesquisadores e professores através da constituição de um grupo de pesquisa. Nesse sentido, essa pesquisa tem por objetivo analisar as contribuições dessa metodologia na construção de conhecimentos para o ensino de Geometria Espacial por estagiários de um curso de Licenciatura em Matemática. O artefato pedagógico construído por meio dessa metodologia constitui-se de uma sequência de atividades sobre Poliedros e o seu desenvolvimento seguiu as etapas propostas por Reeves (2000). Apresenta-se aqui a atividade de exploração de prismas e pirâmides, nas suas duas iterações, a primeira no ensino presencial e a segunda no ensino remoto. As características apresentadas por cada um desses modelos de ensino fizeram com que o grupo de pesquisa planejasse e replanejasse as atividades, os materiais e os recursos utilizados. Nos dois modelos foi possível observar os conhecimentos matemáticos para o ensino mobilizados pelos estagiários. Pode-se inferir que o resultado satisfatório dessa aplicação foi fruto do trabalho em equipe, característica importante da metodologia de Pesquisa Baseada em *Design*.

Palavras-chave: Ensino de Geometria; Estágio Curricular Supervisionado; Ensino Superior

Abstract
The teaching and learning process is a complex system of behavioral and methodological interactions and the teacher is its main articulator. Design-Based Research is a methodology that seeks to collaborate with the understanding of this process through the implementation of design principles and joint work between researchers and professors through the constitution of a research group. In this sense, this research aims to analyze the contributions of this methodology in the construction of knowledge for the teaching of Spatial Geometry by interns of a degree course in Mathematics. The pedagogical artifact built through this methodology is a sequence of activities on Poliedros and its development followed the steps proposed by Reeves (2000). Here we present the activity of exploring prisms and pyramids, in its two iterations, the first in classroom teaching and the second in remote teaching. The characteristics presented by each of these teaching models led the research group to plan and re-plan the activities, materials and resources used. In the two models it was possible to observe the mathematical knowledge for teaching mobilized by the interns. It can be inferred that the satisfactory result of this application was the result of an important teamwork, characteristic of the methodology of Design-Based Research.

Keywords: Geometry Teaching; Supervised Curricular Internship; Higher Education.

Introdução

O processo de ensino e aprendizagem é um complexo sistema de interações comportamentais e metodológicas entre professores e alunos. Vasconcellos (2000) coloca que, no caso da Matemática, o professor é o principal articulador desse processo, pois é ele que decide o que pretende ensinar, as contribuições desse ato à aprendizagem dos alunos e como será o desenvolvimento desse processo.

Para Roldão (2007) essas percepções, que fazem parte da profissão docente, são construídas, através da formação, assentadas em princípios de teorização (prévia e posterior), tutorização e discussão da ação docente vinda da prática e da observação da prática de outros. Ball *et al.* (2008) colocam que, em relação à Matemática, essas percepções são importantes para que o professor consiga acompanhar o raciocínio de seus alunos, interpretar suas soluções matemáticas, explicar procedimentos e responder de forma hábil e rápida as demandas especiais do seu ensino.

Dessa forma, cabe aos professores, a partir da reflexão da sua prática perceber os interesses, motivações, dificuldades e potencialidades intelectuais de seus alunos a fim de organizar os tempos, metodologias e espaços adequados para a realização das atividades de ensino e aprendizagem.

Uma metodologia que pode ajudar na compreensão sobre o desenvolvimento, a divulgação e a validação de ambientes de aprendizagem em um sistema complexo como a sala de aula é a Pesquisa Baseada em *Design* (PBD). Segundo Reeves (2000), essa metodologia busca resolver problemas de ensino reais através da construção de princípios de *design*. Com esses princípios espera-se explicar como a aprendizagem acontece e, assim, desenvolver teorias que mostrem não só se um projeto funciona, mas como ele pode ser adaptado a novas circunstâncias e futuras aplicações.

A PBD é uma metodologia intervencionista que busca aproximar a pesquisa às práticas educacionais através da aplicação de um artefato, que não precisa ser “concreto”, mas deve ter por intenção informar sobre modelos de práticas e aprendizagem. (KELLY, 2012).

Gravemeijer e Van Eeder (2009) observam que o tipo de pesquisa proposto pela metodologia se assemelha ao que os professores fazem quando planejam, aplicam e avaliam suas lições e que os dados gerados poderiam ser utilizados por eles como um ponto de referência para pesquisar sobre os seus trabalhos, mas que muitas vezes isso não é possível por falta de tempo e recurso. Por esse motivo, os autores, propõem a combinação do trabalho dos professores com o de pesquisadores. Esse trabalho conjunto entre professores e pesquisadores fica melhor organizado quando esses constituem um grupo de pesquisa, que realize encontros frequentes para planejamento do artefato a ser aplicado, bem como o acompanhamento, observação e avaliação deste. Para Lobo da Costa e Poloni (2011) uma vantagem da metodologia de PBD é que a cada experimento pode-se fazer análise, reflexão e modificação no artefato para as próximas intervenções (*redesign*).

As reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem que acontecem nos encontros do grupo de pesquisa são importantes momentos para a formação do professor de Matemática. Através delas, eles percebem os Conhecimentos Matemáticos para o Ensino que possuem, quais podem ser melhorados, bem como, maneiras de implantar esses conhecimentos e de desenvolver habilidades para ajudar outras pessoas a instruir-se e fazer Matemática.

A pesquisa de doutorado da qual trata esse trabalho, tem por objetivo, analisar as contribuições da metodologia da Pesquisa Baseada em *Design* na construção de conhecimentos para o ensino de Geometria Espacial por estagiários de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição federal de ensino do Rio Grande do Sul, que estavam realizando seus Estágios Curriculares Supervisionados (ECS) com turmas de Ensino Médio, no conteúdo de Geometria Espacial – Poliedros e está na fase de análise dos dados coletados.

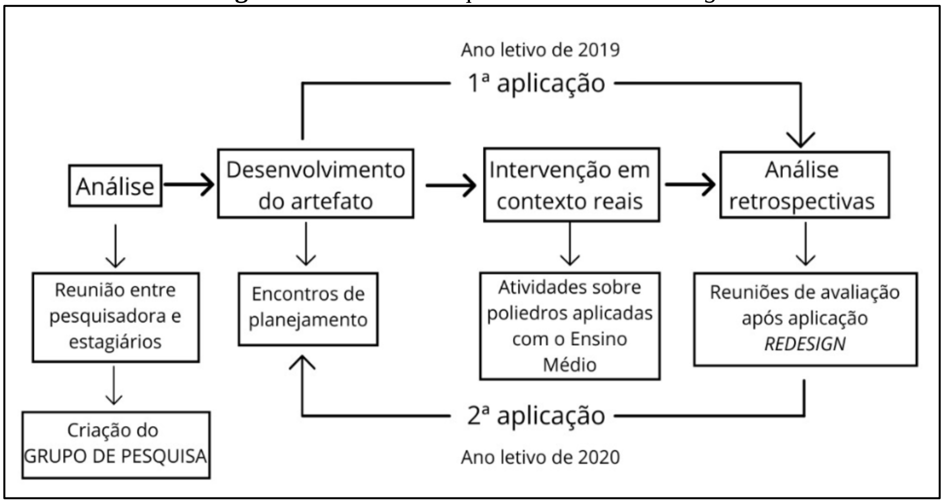
Para uma melhor observação desse processo cíclico e coleta de dados definiu-se que a pesquisa teria duas aplicações, em dois anos letivos diferentes e com estagiários diferentes. Neste artigo são relatados resultados parciais de como se deram as duas aplicações da pesquisa, destacando a relevância da metodologia de Pesquisa Baseada em *Design* para o seu desenvolvimento, pois elas aconteceram em formatos diferentes. A primeira de forma presencial, com o grupo de pesquisa trabalhando conjuntamente na elaboração da sequência de atividades (*design* do artefato), na sua aplicação junto aos alunos do Ensino Médio, na sua avaliação e proposta de *redesign*. A segunda aplicação de forma remota, pois aconteceu em um momento atípico para todo o mundo, visto que em função da pandemia causada pelo coronavírus SARS-CoV-2 (COVID-19) as atividades letivas passaram a ser realizadas de modo remoto. Essa mudança fez com que o grupo de pesquisa repensasse seus encontros e o *redesign* do artefato.

A pesquisa

Conforme Minayo (2002), a pesquisa realizada é de cunho qualitativo, pois se trabalhou com o universo de significados, processos e fenômenos que não podem ser reduzidos a operacionalidade de variáveis e os dados coletados serão interpretados e não mensurados.

Para tanto, o levantamento dos dados aconteceu por meio de entrevista, questionário e observação. O registro das observações ocorreu através de anotações na forma de um diário de bordo, gravação de audio e vídeo e fotos. A fim de responder a questão de pesquisa “a metodologia de Pesquisa Baseada em *Design* fortalece a construção de conhecimentos para ensinar Geometria Espacial pelos estagiários de um curso de Licenciatura em Matemática?”, os dados coletados foram analisados por meio da Análise por Triangulação. Aconteceu em duas aplicações que seguiram as quatro fases definidas por Reeves (2000). Na Figura 1 abaixo apresentam-se essas fases e como elas foram organizadas na pesquisa.

Figura 1: Fases da Pesquisa Baseada em *Design*



Fonte: Reeves (2000) - Adaptado pela autora

O grupo de pesquisa foi constituído pela pesquisadora, designada por P, orientadora da tese, orientadora dos estágios e estagiários designados por E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 e E_6. Os encontros de planejamento iniciaram logo após a definição do grupo de pesquisa e serviram para o levantamento do problema educativo, o planejamento das atividades que compõe o artefato pedagógico, a escolha dos recursos materiais e tecnológicos que seriam utilizados, assim como das metodologias de ensino de Matemática. O problema educativo a ser analisado foi o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial no conteúdo de Poliedros.

Na primeira aplicação, no ano letivo de 2019, participaram do grupo quatro acadêmicos: os dois que aplicaram o primeiro *design* do artefato pedagógico em suas turmas do ECS e dois que durante essa aplicação foram os observadores para que, no ano letivo de 2020, aplicassem o *redesign* do artefato.

Cada uma das atividades do artefato foi elaborada, discutida e experienciada pelos estagiários, que durante esse processo vivenciaram o papel de professor e de aluno. Professor, porque as atividades seriam aplicadas por eles nas suas aulas e eles deveriam definir como elas seriam realizadas e, aluno, porque além de estarem cursando a licenciatura, eles experimentaram as propostas, colocando-se no lugar de seus futuros alunos. Esses encontros proporcionaram momentos de reflexão sobre a prática docente e de observação, pela pesquisadora, dos Conhecimento Matemáticos para o Ensino dos estagiários.

A intervenção em contextos reais de aprendizagem aconteceu durante o Estágio de Regência dos dois estagiários. Nessa fase eles aplicaram a sequência de atividades planejada e foram observados pelos demais elementos do grupo, que fizeram anotações relativas a essa aplicação. A partir das observações feitas por todos os componentes do grupo de pesquisa e discutidas ao término de cada dia de aplicação das atividades, a análise retrospectiva foi realizada. Com essa análise os pontos positivos e o que podia ser melhorado no artefato foram apontados para a segunda aplicação, o *redesign*, que foi executado no ano letivo de 2020.

Como a primeira aplicação foi realizada de forma presencial, os encontros do grupo de pesquisa aconteceram nas dependências da Instituição de Ensino Superior e as atividades com os alunos do Ensino Médio em diferentes ambientes da escola e usando, para cada uma delas de diferentes materiais manipuláveis. Já a segunda aplicação se deu de forma remota com os encontros do grupo de pesquisa e as aulas com as turmas de Ensino Médio acontecendo via videoconferências *on-line.* O grupo de pesquisa continuou com a participação de quatro estagiários, sendo que esses foram divididos em duplas para a realização do ECS.

Como nessa prática seria aplicado o *redesign* do artefato, o grupo precisou pensar em quais adequações teriam de ser feitas nas atividades a serem aplicadas e quais recursos seriam usados. No Quadro 1, abaixo, apresenta-se a sequência de atividades e os materiais e recursos utilizados em cada uma das aplicações.

Quadro 1: Relação das atividades e materiais e recursos utilizados em cada uma das aplicações do artefato

Atividade	**Materiais e recursos – *DESIGN*** (1ª aplicação)	**Materiais e recursos – *REDESIGN*** (2ª aplicação)
Atividade 1 – Reconhecimento de prismas e pirâmides	Embalagens e sólidos geométricos em acrílico	Software GeoGebra
Atividade 2 – Exploração de prismas e pirâmides	Embalagens e sólidos geométricos (planificados e fechados)	Embalagens, software GeoGebra
Atividade 3 – Área de prisma	Situação problema e sólidos geométricos	Situação problema e software GeoGebra
Atividade 4 – Área de pirâmide	Situação problema e sólidos geométricos	Situação problema e software GeoGebra
Atividade 5 – Volume de prismas e pirâmides	Sólidos geométricos, software GeoGebra	Embalagem, situação problema e software GeoGebra
Atividade 6 – Volume – Princípio de Cavalieri	Vídeo, material manipulável	Vídeo, software GeoGebra

Fonte: Autora

Pelo quadro 1, acima, percebe-se que os materiais e recursos utilizados nas aplicações foram diferentes em função do modelo de ensino utilizado em cada uma delas. A seguir apresentar-se-á como se deu a realização da atividade de Exploração de prismas e pirâmides nas duas aplicações.

Exploração de prisma e pirâmide

Essa atividade foi planejada com o objetivo de reconhecer os sólidos geométricos planificados e montados, identificando suas características e calculando sua área. Dessa forma, durante o planejamento da atividade, para a primeira aplicação, o grupo de pesquisa definiu que os alunos do Ensino Médio seriam divididos em trios e que para cada um deles seria entregue duas embalagens (Uma embalagem de prisma e uma planificação de pirâmide ou uma embalagem de pirâmide e uma planificação de prisma) e o roteiro para realização da atividade. Essas decisões podem ser observadas na conversa realizada entre a pesquisadora e os estagiários.

P: *Para essa aula nós queremos trabalhar com a planificação das embalagens e o cálculo de área. Qual o nosso objetivo? Por que nós queremos fazer a planificação dos sólidos? De que maneira vocês querem conduzir esse trabalho.*
E_2: *Para podermos falar de área. A visualização dos sólidos é necessária.*
E_1: *Eu estava pensando, se a gente quer que eles* (alunos do Ensino Médio) *planifiquem, precisamos mostrar as embalagens para eles e cada um escolhe uma embalagem e planifica, por exemplo, escolheu um prisma e planifica esse prisma.*
E_2: *Então podemos dar duas embalagens para eles, uma planificada e outra fechada. Uma na forma de prisma e outra na forma de pirâmide.*

Para poder definir o roteiro da atividade, o grupo foi vivenciar a atividade. Para isso cada elemento pegou uma embalagem e um sólido planificado e começou o processo de exploração, analisando as faces e desenhando as planificações.

E_1: *Podemos pedir para que eles indiquem na planificação os elementos do sólido: face, aresta e vértice. Podemos pedir para que eles abram a embalagem e verifiquem se a planificação que eles fizeram realmente representa a embalagem.*
E_2: *Estou achando legal dessa forma. Eles podem verificar se desenharam certo, se não, o que faltou, o que pode ser redesenhado. Será que já podemos pedir para eles calcularem a área?*
P: *O que tu achas?*
E_2: *Eles sabem calcular a área de figuras planas, já aprenderam e nós revisamos. Então, como os sólidos estarão planificados, eles conseguirão perceber quais os polígonos que formam as suas faces e saberão calcular a área de cada um deles. Podemos pedir para que eles calculem o quanto de material foi gasto para construir a embalagem e no final da atividade conversamos sobre. Fizemos o mesmo processo com a embalagem planificada.*
E_1: *Vamos montar um roteiro que nós entregaremos para eles realizarem a atividade?*
P: *Sim e depois da exploração e da conversa entre os grupos, faremos uma discussão com toda a turma para que possamos rever os conceitos de prismas e pirâmides e começar a falar em cálculo de área.*

Após as experimentações, definiram as embalagens que seriam usadas e o roteiro que serviria para guiar a atividade. As embalagens são apresentadas na Figura 1 e o roteiro na Figura 2.

Figura 1: Embalagens utilizadas na primeira aplicação da atividade

Fonte: Relatório dos estagiários

Figura 2: Roteiro de realização da atividade

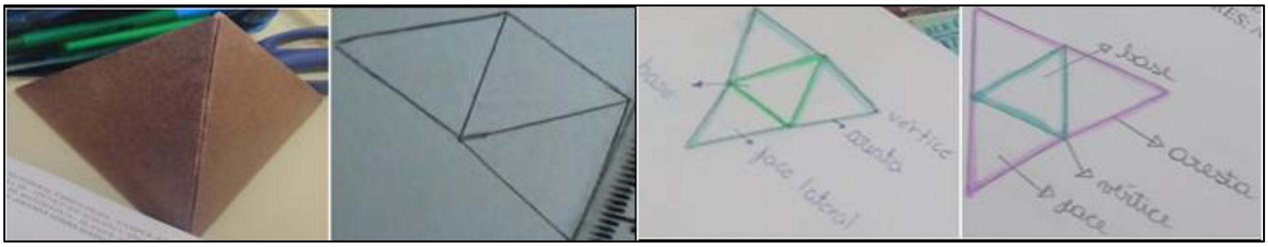
Vocês receberam duas embalagens, uma fechada e outra aberta (planificada). As questões de 1 a 4 serão realizadas com a embalagem fechada e as questões de 5 a 8 com a embalagem planificada.

1) Planifique a embalagem
2) Identifique na sua planificação os elementos do sólido representado e dê sua classificação.
3) Abra a embalagem e compare-a com a sua planificação e descreva o que observou.
4) Calcule o quanto de material foi gasto para fazer essa embalagem. (Sugestão: utilize da geometria plana para calcular as áreas das faces).
5) Desenhe como você acha que ficará a embalagem planificada quando fechada.
6) Identifique na planificação os elementos do sólido representado e dê sua classificação.
7) O sólido desenhado é semelhante ao sólido montado? Justifique sua resposta.
8) Calcule o quanto de material foi gasto para fazer essa embalagem. (Sugestão: utilize da geometria plana para calcular as áreas das faces).

Fonte: Autora

No dia da realização da atividade, após organizar os trios e entregar o material necessário para a realização da atividade, cada um dos estagiários acompanhou o seu desenvolvimento observando o trabalho dos estudantes e tirando dúvidas quando solicitado. A maioria dos alunos conseguiu realizar o que era proposto com facilidade. Na Figuras 3 é apresentada uma das planificações realizadas.

Figura 3: Embalagem na forma de tetraedro e as planificações feitas pelo grupo α [1]



Fonte: Autora

Pode-se observar na Figura 3, que na primeira planificação do tetraedro, ele está com apenas três faces. A aluna que fez essa representação foi alertada pelas colegas de que faltava uma face, mas ela preferiu deixar assim porque era assim que o enxergava, o que foi respeitado pelas demais. Após fazer a abertura da embalagem ela percebeu que na sua planificação faltava uma das faces. O estagiário E_1 aproveitou para mostrar a essa aluna, quando foram fazer a classificação, a relação entre o nome do sólido e a quantidade de faces (tetraedro – quatro faces). Nas outras planificações aparecem a indicação e nome dos elementos desse sólido.

Também foi pedido aos alunos que calculassem o quanto de material foi usado na confecção das embalagens, como uma forma de introduzir o conteúdo de área de prismas e pirâmides. A partir das observações feitas pode-se perceber que eles conseguiram calcular a área dos sólidos porque tinham acesso às medidas dos polígonos que constituíam as embalagens e sabiam como calcular a área de cada um deles.

A representação de forma fechada, das embalagens que foram entregues planificadas, foi mais fácil para os alunos porque eles já haviam feito o contrário. Então o que foi solicitado nessa etapa da atividade foi realizado de maneira satisfatória.

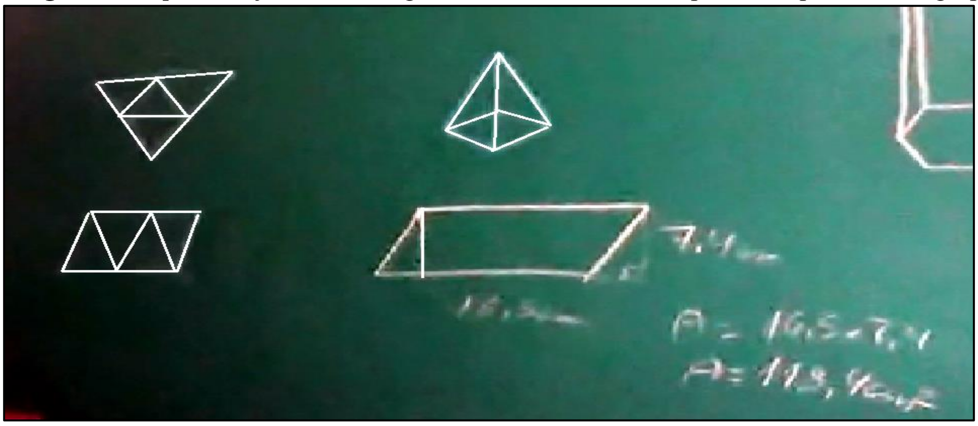
Ao término da atividade cada um dos estagiários fez a sua retomada. O estagiário E_1 solicitou que cada trio apresentasse as embalagens que haviam recebido e como realizaram a atividade, indagando-os quanto às dúvidas durante o seu desenvolvimento. Os alunos, em sua maioria, relataram não ter encontrado dificuldades.

O estagiário E_2 pediu para que cada um dos trios fosse até a frente dos colegas e apresentasse as embalagens que recebeu e colocasse no quadro os cálculos realizados para encontrar as suas áreas. As representações que um grupo fez para o tetraedro e a forma como

[1] Nesse trabalho os grupos de alunos do Ensino Médio serão representados por letras do alfabeto grego. E os alunos serão representados pela turma (A ou B) e o seu número na chamada, ou seja, o aluno A_1 é o primeiro aluno na chamada da turma A.

realizaram o cálculo da sua área, chamou a atenção do professor estagiário e demais componentes do grupo de pesquisa que observavam a aula. Na Figura 4 mostra-se os desenhos feitos por eles e a seguir a explicação dada por eles.

Figura 4: Representação da embalagem na forma de tetraedro pelos componentes do grupo γ



Fonte: Autora

Aluno B_6: *Quando nós recebemos a embalagem que era assim* (apontando para o segundo desenho apresentado na Figura 4) *achamos que a planificação dela iria ficar assim* (apontando para o primeiro desenho da Figura 4), *quando a abrimos ela ficou assim* (apontando para o primeiro desenho do paralelogramo da Figura 4). *Podíamos calcular a área do triângulo do primeiro desenho, mas achamos mais fácil calcular a área do paralelogramo e o cálculo que fizemos tá aqui* (apontando para o cálculo que estava no quadro).

A partir das colocações dos estudantes o professor estagiário comentou com a turma que, quando é possível fazer a planificação da embalagem, o cálculo da área fica mais fácil e que cada um pode fazê-lo com base no polígono que preferir.

No final das aulas o grupo de pesquisa se reuniu para avaliar a atividade realizada. Todos a acharam produtiva, pois durante a sua execução foi possível perceber que os alunos haviam entendido o conteúdo abordado na atividade anterior e o objetivo traçado para essa atividade foi atingido. Os alunos conseguiram reconhecer os sólidos geométricos planificados e montados, identificaram suas características e elementos e calcularam suas áreas. Dessa forma, para a próxima aplicação do artefato decidiu-se que essa atividade poderia permanecer com o mesmo formato.

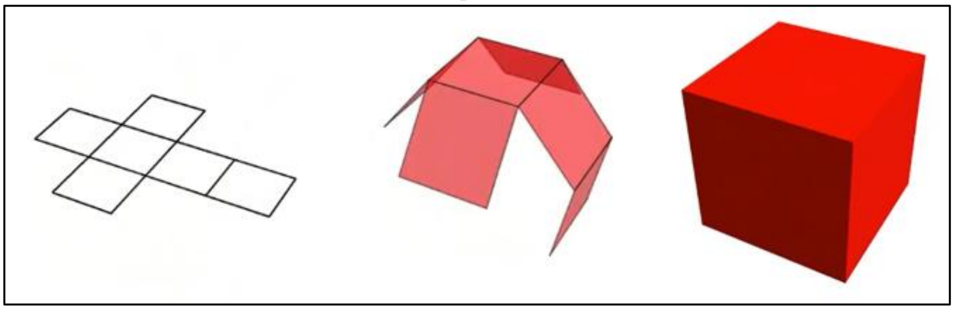
Para a segunda aplicação, durante a reunião de planejamento, os estagiários perceberam que a atividade não poderia ser realizada da mesma forma que na primeira porque eles não tinham como entregar as embalagens para os alunos do Ensino Médio. Decidiram, então, que a embalagem fechada seria na forma de prisma e nela seria feita a localização dos elementos e percepção das características, assim como a planificação.

Escolheram essa embalagem porque seria mais fácil para os alunos do Ensino Médio terem em mãos. Como sólido planificado usariam as pirâmides e o software GeoGebra para demonstrar o processo de planificação e fechamento do sólido. Decidiram, também, utilizar o mesmo roteiro (Figura 2) criado para a primeira aplicação acrescentando imagens de um prisma retangular e de uma pirâmide de base quadrada planificada. As decisões tomadas podem ser observadas na conversa apresentada abaixo, que iniciou com a pesquisadora e estagiários E_3 e E_4 relatando como aconteceu a aplicação anterior:

P*: Agora que já lembramos como aconteceu a atividade no ano passado, como iremos fazer esse ano visto que o nosso encontro com os alunos será on-line? Como vamos organizar a aula? Qual o objetivo dela?*
E_3*: Eles poderiam levar as embalagens e manuseá-las, enquanto nós vamos fazendo perguntas, conforme o roteiro que foi montado no ano passado.*
E_4*: Eu pensei em usar o GeoGebra, por isso fui pesquisar e consegui criar um controle no qual eu posso criar polígonos de 3 até 6 lados, depois eu consegui construir prismas e pirâmides nesses polígonos. Com um controle deslizante eu posso planificar e fechar esses sólidos.*
P: *Usaremos o GeoGebra então. Esse uso será para as pirâmides e para os prismas?*
E_5*: Para as pirâmides. Para os prismas pediremos que eles levem caixas vazias, porque isso provavelmente todos irão ter, daí nós também levamos uma para poder abrir.*
P: *Então ok. Pensando na aula... qual o objetivo dessa atividade? Qual a importância para os alunos em enxergar os sólidos abertos e fechados?*
E_4*: Os sólidos abertos vão facilitar, para eles, a visualização das arestas, das faces, das figuras planas que compõe o sólido e no cálculo da área.*
E_6*: Com essa aula queremos mostrar para os alunos as características dos prismas e pirâmides e como calcular a área superficial deles, para isso vamos usar de embalagem e das perguntas daquele roteiro. Vamos abrir as embalagens para mostrar como ela fica planificada, depois fizemos o contrário com a pirâmide... por fim falamos sobre a área.*
P: *Isso mesmo. Agora é colocar a atividade no plano de aula e terminar de organizá-la.*

No dia da aplicação da atividade, na turma dos estagiários E_3 e E_4 tinham apenas três alunos participando da aula. Somente uma abriu a câmera para mostrar como estava realizando o que era solicitado, os outros preferiram enviar foto via aplicativo de troca de mensagens, mesmo assim responderam às perguntas feitas e tiraram dúvidas através do ambiente virtual da aula. Os estagiários optaram, após verificar as planificações feitas pelos alunos, em demonstrar a planificação do prisma utilizando do software GeoGebra, conforme é ilustrado na Figura 5.

Figura 5: Planificação de um hexaedro utilizado pelos estagiários para demonstrar a planificação de um prisma



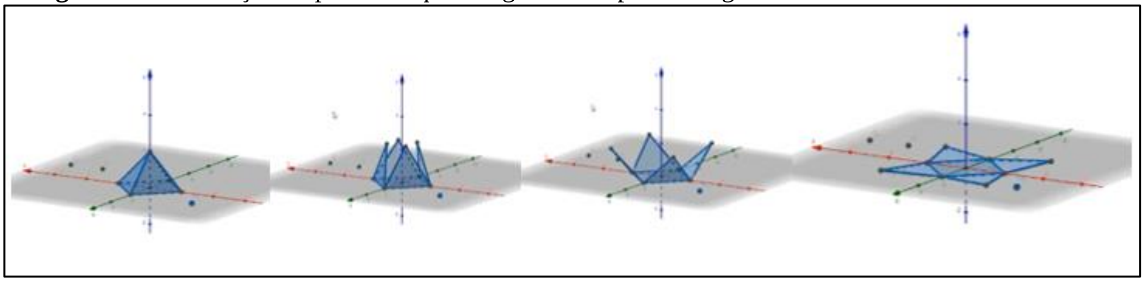
Fonte: Autora

Os alunos conseguiram identificar os elementos do prisma e fazer a planificação das embalagens. Uma aluna mostrou dificuldade em calcular a área da sua embalagem, então os professores estagiários pediram para que ela relatasse o que não estava conseguindo e juntos verificaram as medidas das faces, os polígonos que a constituía e como realizar o cálculo da área. Em relação a pirâmide, os alunos conseguiram desenhá-la fechada, mas uma das alunas se confundiu quanto a quantidade de arestas e faces.

A_3: *Eu contei 12 arestas, mas no meu desenho fechado só deu 8.*
E_4: *Por que tu achas que deu diferente? Qual será a quantidade certa de arestas?*
A_3: *Agora estou em dúvida. Acho que são 8, não sei...*
E_3: *O que acontece... quando tu fazes a planificação da pirâmide algumas arestas são contadas duas vezes. Podemos pensar assim, como é um quadrado na base e tu vais contar os triângulos, de cada vértice sobe mais uma e no final a figura montada vai ter 8 arestas, mas na planificação aparecerá 12 arestas porque as arestas laterais estão contadas duas vezes.*
A_3: *Ah, entendi. Isso vai acontecer com os vértices também, porque quando eu fechar a pirâmide aqueles quatro vértices dos quatro triângulos vão virar só um.*
E_4*: Sim. Então quantas arestas, faces e vértices tem uma pirâmide quadrangular?*
A_{12}: *São 8 arestas, 5 faces e 5 vértices.*

A dupla E_5 e E_6 decidiu por estudar os prismas utilizando de embalagens, nas quais foram verificadas as arestas, vértices, faces e os polígonos que as constituem. Após fazerem essa análise pediram para que os alunos fizessem a planificação das embalagens e a abertura delas a fim de conferir se o desenho feito reproduzia a sua planificação e solicitaram aos estudantes que calculassem a quantidade de material utilizado na fabricação destas. A atividade foi realizada por eles também com suas embalagens. Os três alunos presentes na aula conseguiram realizar com êxito o estudo dos prismas. Para estudar as pirâmides, assim como E_3 e E_4, eles utilizaram o software GeoGebra para demonstrar o movimento de abertura e fechamento do sólido e corrigir as questões do roteiro, conforme é mostrado na Figura 6.

Figura 6: Planificação de pirâmide quadrangular feita pelos estagiários utilizando o software GeoGebra



Fonte: Autora

Nas duas turmas os alunos demonstraram dificuldades em calcular a área da pirâmide, mas com a ajuda dos professores estagiários e dos conhecimentos que eles possuíam sobre área de triângulos e do teorema de Pitágoras, chegaram ao resultado.

No término da aula o grupo de pesquisa se reuniu para avaliar a atividade e todos chegaram à conclusão de que os recursos tecnológicos e materiais foram muito importantes para o seu desenvolvimento. O planejamento da atividade foi seguido pelas duas duplas, mas cada uma utilizou os recursos da maneira que achou que melhor atenderia as demandas da sua turma. Com esse fato se percebe que os estagiários mesmo, não estando presencialmente com seus alunos, eles conhecem as suas características e se preocupam com a sua aprendizagem o que demonstra que eles possuem Conhecimento Matemático para o Ensino. Uma das preocupações colocadas pelos estagiários foi a pouca participação dos alunos. Essa foi uma reflexão socializada com o grupo para encontrar estratégias para reverter essa situação. Os estagiários se colocaram à disposição para atender aos alunos em diferentes momentos para tirar dúvidas, dar explicações sobre o conteúdo e para auxiliá-los a resolverem os problemas propostos.

Conclusão

A pesquisa de doutorado teve dois momentos de aplicação da sequência de atividades. Para a primeira aplicação, o *design* do artefato pedagógico, os encontros de planejamento, aplicação e avaliação foram realizados de forma presencial, com encontros semanais do grupo. A segunda aplicação, o *redesign* do artefato, aconteceu de forma virtual, com estagiários e alunos do Ensino Médio tendo aulas na modalidade de ensino remoto. Essa forma de trabalho fez com que o grupo de pesquisa tivesse de fazer adaptações nas atividades planejadas, principalmente, nos recursos utilizados, pois agora eles não estariam fisicamente junto de seus alunos do Ensino Médio e não poderiam manusear os materiais conjuntamente.

Por esse motivo, eles precisaram utilizar mais de softwares e recursos tecnológicos, bem como solicitar aos alunos do Ensino Médio que buscassem em suas casas materiais que pudessem ser usados nas aulas à distância.

Durante a realização da pesquisa ficou inerente algumas características de cada um dos modelos de ensino. O modelo presencial mostrou como principal característica a proximidade entre professor e alunos, o que permitiu que esse percebesse se os estudantes estavam entendendo o que era proposto, assim como suas dificuldades e a suas formas de raciocínio. Permitiu, também, o contato direto entre os estudantes, o trabalho em grupo, a troca de ideias e a ajuda mútua.

Já o modelo remoto apresentou como principal característica a possibilidade do encontro entre professores e alunos, mesmo à distância e a versatilidade dos estagiários, pois esses precisaram se adaptar a um modelo de ensino até então desconhecido deles.

Para a pesquisadora nos dois modelos foi possível observar o trabalho dos estagiários, suas propostas, sugestões, dúvidas e preocupações com o processo de ensino e aprendizagem, ou seja, seus Conhecimentos Matemáticos para o Ensino. Observa-se, apenas, que os encontros no modelo presencial apresentaram uma maior riqueza de informações e dados a serem coletados e analisados.

Dessa forma, pode-se afirmar que apesar da apreensão inicial dos estagiários quanto ao desenvolvimento de seus estágios e a aplicação das atividades, percebeu-se que ao término do trabalho eles estavam satisfeitos com os resultados obtidos. Esse resultado satisfatório é fruto do trabalho em equipe e da organização desse trabalho, o que são características da metodologia de Pesquisa Baseada em *Design*.

Referências

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, 59 (5), pp. 389-407, 2008.

GRAVEMEIJER, K.; VAN EERDE, D. Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. **The Elementary School Journal**, 109(5), pp. 510-524, 2009.

KELLY, A. Design Research in Education: Yes, but is it Methodological? In: **Journal of the Learning Sciences**. 2012. Disponível em: <http://www.tandfonline.com/loi/hlns20> Acesso em: 23 de agosto de 2019.

LOBO DA COSTA, N. M.; POLONO, M. Y. Design based research: uma metodologia para pesquisa em formação de professores que ensinam matemática. **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática** - CIAEM. Recife, 2011.

MINAYO, M. C. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, Vozes, 2002.

REEVES, T. C. Socially responsible educational technology research. **Educational Technology**, v. 40, n. 6, pp. 19-28, nov./dez. 2000.

ROLDÃO, M. C. Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional. In: **Revista Brasileira de Educação**, v.12, n.34, jan/abr.2007.

VASCONCELOS, C. C. **Ensino-Aprendizagem da Matemática:** Velhos problemas, Novos desafios. Lisboa: Editora Instituto Politécnico de Viseu, 2000. Disponível em: http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20102/2015-I/listas/Texto%2023-03%20-%20MAT%20102%20-%202015-I.pdf. Acesso em: 12 mar. 2020.

Contribuições da Teoria da Objetivação para a Análise Multimodal de Vídeos na Pesquisa sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática

Contributions of Theory of Objectification to the Multimodal Analysis of Videos in Mathematics Teacher Education Research

Vanessa Dias Moretti
Universidade Federal de São Paulo -Unifesp
vanessa.moretti@unifesp.br

Luis Radford
Laurentian University, Canadá
lradford@laurentian.ca

Resumo
O texto tem por objetivo apresentar e discutir as contribuições metodológicas da Teoria da Objetivação (TO) para a análise multimodal de vídeos na pesquisa sobre formação de professores que ensinam matemática. Para isso, parte de aspectos da fundamentação teórica histórico-cultural e da teoria da objetivação e de suas implicações para a pesquisa. Nesse contexto, o uso do vídeo é apresentado como estratégia metodológica de captura e análise de dados coerente com uma compreensão de aprendizagem como atividade humana coletiva e processo de tomada de consciência dos sujeitos. A seguir, apresentamos e discutimos exemplos desse tipo de análise em dados de pesquisa desenvolvida pelos autores acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico de professores. Concluímos que a análise multimodal - imagens, registros orais e escritos, gesto etc. - proposta pela TO, na qual diferentes recursos semióticos são analisados como um todo dialético, abre uma janela para melhor compreender os processos formativos de professores, analisando de forma minuciosa os elementos que impactam a aprendizagem docente, ou seja, como vai se dando a tomada de consciência do significado matemático em jogo que, por sua vez, supera cada registro analisado de forma independente. Destacamos que, de forma geral, a TO tem sido utilizada para compreender a aprendizagem de estudantes em aula e que a transposição da metodologia da TO para a formação de professores que ensinam matemática é inédita, ainda com muito potencial a ser explorado, o que justifica a relevância da discussão e proposta de análise de vídeos que apresentamos nesse texto.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural; Processos de Objetivação; Atividade Coletiva; Registros Semióticos; Aprendizagem Docente; Significado Matemático.

Abstract
The text aims to present and discuss the methodological contributions of the Theory of Objectification (TO) for the multimodal analysis of videos in research of mathematics teachers training. The text starts highlighting some theoretical aspects of a cultural-historical approach and the TO and their implications for research. In this context, the use of video is presented as a methodological strategy for capturing and analyzing data consistent with an understanding of learning as an embodied and material process of awareness occurring in collective human activity. Next, we present and discuss examples of this type of analysis in research data developed by the authors about the development of teachers' algebraic thinking. We conclude that the multimodal analyses involving images, oral and written records, gestures, etc. proposed by the TO, analyses in which different semiotic resources are investigated as a dialectical whole, opens a window to better understand the formative processes of teachers. Indeed, these analyses allow researchers to study in a detailed way the elements that impact teacher learning, in particular how the progressive and dynamic awareness of mathematical meanings

occurs. We emphasize that, in general, the TO has been used to understand student learning in classrooms and that the transposition of the TO's methodology to the training of mathematics teachers is new, with much potential to be explored, which justifies the relevance of the discussion and proposal of video analysis that we present in this text.

Keywords: Cultural-Historical Theory; Objectification Processes; Joint Activity; Semiotic Registers; Teacher Learning; Mathematical Meaning.

Introdução

Investigar os processos de ensino e aprendizagem em sala de aula é um desafio que se coloca para a pesquisa em educação e, em particular para a pesquisa em educação Matemática. A sala de aula como fenômeno vivo e, portanto, em movimento é rica em manifestações semióticas diversas que se expressam em fala, escrita, gestos, expressões corporais e faciais e que, quando analisadas podem contribuir para a compreensão dos processos educativos que ganham vida nesse espaço.

Dada essa complexidade, o uso de vídeos como estratégia para capturar dados da realidade da sala de aula tem sido crescente uma vez que, "como fonte de dados de pesquisa, o vídeo ocupa um lugar incomum e possivelmente único na mediação entre a concepção da prática real da sala de aula e nossa capacidade de teorizar sobre as características dessa prática" (CHAN; MESITI, CLARK, 2019, p.202). Além disso, o acesso facilitado à tecnologia e o barateamento dos equipamentos de captura de imagens tem permitido que tal estratégia de coleta de dados se faça mais presente nas pesquisas uma vez que o uso de "vídeos possibilita que sejam realizadas intersemioses entre recursos como imagens, oralidade, gestos e sons com o propósito de transmitir uma ideia" (NEVES e BORBA, 2019, p. 221).

A forma de utilização dos vídeos nas pesquisas sobre a sala de aula converge com o sentido que o vídeo assume na captura e análise do fenômeno a ser investigado, bem como em sua análise decorrente. Nesse texto, discutiremos o uso de vídeos em pesquisas sobre a formação de professores que ensinam matemática, a partir de uma perspectiva histórico-cultural. Para isso, compreendemos a atividade de formação como um trabalho coletivo ou labor conjunto (RADFORD, 2016), como uma atividade em conjunto (RUBTSOV, 1996). Nesse sentido, o vídeo permite capturar o fenômeno em movimento entre os sujeitos do processo formativo em espaço coletivo. O estudo apresentado resulta de uma pesquisa no exterior, junto ao Laboratory of Research on Cultural Semiotics and Mathematical Thinking, na École d'Éducation, na Laurentian University, e que teve por objetivo a apropriação de metodologia de análise de dados de pesquisa fundamentada na Teoria da Objetivação (TO) (RADFORD, 2015).

A pesquisa que originou os dados, que foram analisados em coerência com a metodologia da TO, foi desenvolvida no Brasil e teve por objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico de professores dos anos iniciais ao se envolverem coletivamente na resolução de situações desencadeadoras de ensino de noções algébricas. Assim, embora nesse texto tragamos excertos dessa pesquisa, nosso objetivo aqui não é explorar o desenvolvimento do pensamento algébrico de professores e sim, apresentar e discutir as contribuições metodológicas da Teoria da Objetivação para a pesquisa sobre formação de professores que ensinam matemática.

Com esse objetivo, o texto parte de aspectos da fundamentação teórica histórico-cultural e da teoria da objetivação e de suas implicações para a pesquisa sobre processos de ensino e aprendizagem em sala de aula. Na sequência, apresentamos e discutimos o uso do vídeo como estratégia metodológica de captura e análise de dados em pesquisas sobre a formação de professores que ensinam matemática, trazendo alguns exemplos da pesquisa que nos forneceu os dados para a análise segundo a TO.

Em geral, a TO tem sido utilizada para compreender a aprendizagem de estudantes em aula. A transposição da metodologia da TO para a formação de professores que ensinam matemática é inédita e uma articulação metodológica ainda com muito potencial a ser explorado, o que justifica a relevância da discussão e proposta de análise de vídeos que apresentamos nesse texto.

A atividade em sala de aula: um fenômeno multimodal

As formas como entendemos a atividade em sala de aula, o papel do professor, a importância ou não das interações entre os sujeitos nesse espaço, dependem dos princípios ontológicos e epistemológicos que subsidiam a nossa concepção de sujeito e conhecimento. Evidentemente, esse não é um caminho único e não temos o objetivo de esgotar essa discussão nesse artigo.

Nesse sentido, olhamos e investigamos a atividade em sala de aula a partir de uma compreensão histórico-cultural do fenômeno educativo. Mas o que isso implica? Em primeiro lugar, implica que o conhecimento é entendido como um produto da atividade humana que se dá em um determinado contexto histórico e cultural. Tal atividade humana não equivale a simples ações desconexas, mas a atividade pressupõe um conjunto de ações, articuladas de forma intencional, que visam responder ao motivo que leva o sujeito a agir (LEONTIEV, 1983). A atividade pressupõe igualmente de atitudes e relações sociais entre os indivíduos (RADFORD, 2021). Em contextos formativos essa atividade se manifesta quando os sujeitos se engajam na resolução e discussão das propostas apresentadas, não apenas porque foi uma demanda do professor/formador, mas porque tal proposta apresenta-se para eles como motivadora e, assim, as ações que desenvolvem buscam dar conta do objetivo da atividade.

Um segundo aspecto fundamental da teoria histórico-cultural refere-se ao princípio ontológico segundo o qual o humano se constitui na relação com o outro, por meio de mediações semióticas e significadas (VIGOTSKI, 1995). Assim, uma abordagem histórico-cultural assume que "do ponto de vista filogenético, os objetos conceituais são gerados no curso da atividade humana" o que implica, em particular, que "o conhecimento [matemático] é historicamente gerado durante o curso da atividade matemática dos indivíduos" (RADFORD, 2018b, p. 4069). Nessa perspectiva, a aprendizagem pode ser compreendida como um processo de apropriação de significados culturais ou, como preferem alguns pesquisadores, como um encontro com "modos de pensar historicamente constituídos" (RADFORD, 2018b, p. 4067) no qual os estudantes atribuem sentidos pessoais a tais produtos históricos da atividade humana, de forma que

> aprendizagem é o alcance de um saber culturalmente-objetivo que os estudantes atingem através de um processo social de objetivação mediado por sinais, linguagem, artefatos e interação social à medida que os estudantes se engajam em formas culturais de refletir e agir. (RADFORD, 2018b, p. 4067).

O encontro do sujeito com esse saber cultural e historicamente produzido se dá por meio de diferentes atividades humanas. No entanto, a escola é o lugar social que é organizado de forma intencional para garantir às novas gerações o encontro com os saberes e valores éticos e estéticos que são entendidos pelo coletivo como relevantes o suficiente para serem ensinados para as próximas gerações (MOURA et al., 2010). Em particular, a sala de aula é o espaço privilegiado e intencionalmente organizado para colocar em movimento esses saberes por meio da atividade conjunta entre estudantes e professor.

O aspecto coletivo ou social da atividade humana pode ser considerado um terceiro princípio de uma abordagem histórico-cultural do fenômeno educativo e relaciona-se com a concepção da relação dialética entre o social e o individual na constituição do psiquismo humano (VYGOTSKI, 1995). A ideia de atividade coletiva também é central nas produções de Radford (2015, 2016, 2017) ao definir o conceito de labor conjunto, ou trabalho conjunto, ancorado no conceito de atividade como o próprio movimento da vida humana (MARX, 2015; LEONTIEV, 1983; RADFORD, 2017) em que agimos, pensamos e sentimos na relação com o outro. Tomando a sala de aula como unidade de análise dos processos de objetivação do conhecimento na atividade humana, esse labor conjunto, ou trabalho conjunto, é compreendido como um "trabalho de estudantes, e de professores e estudantes que trabalham lado a lado, amparados em formas não individualistas de cooperação humana e formas comunitárias de produção de saberes" (RADFORD, 2017, p. 165).

Considerando a problemática do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais em diálogo com uma perspectiva histórico-cultural de conhecimento, as pesquisas de Radford têm apontado caminhos teóricos e metodológicos para uma mais profunda compreensão desse processo (RADFORD, 2014; RADFORD, 2018a) ao acompanhar longitudinalmente estudantes dos anos iniciais na resolução de atividades que envolvem a iniciação algébrica.

Para Radford (2018a), o saber é compreendido como potencialidade que pode objetivar-se em conhecimento por meio da atividade humana. É esse processo de objetivação do saber que o autor chama de aprendizagem (MORETTI, PANOSSIAN e RADFORD, 2018). Assim, a aprendizagem é compreendida como processos de encontro com formas culturais de pensar o mundo em uma perspectiva que compreende a atividade humana como essencial no processo de objetivação do saber em conhecimento. Além da objetivação, resulta também desse encontro a transformação do sujeito, por meio de processos que o autor chama de subjetivações.

Na investigação sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico de crianças de 7 a 12 anos, Radford apoia-se na teoria materialista dialética da objetivação, entendendo que "a cognição só pode ser estudada em movimento" (RADFORD, 2018a, p. 10) o que converge com o princípio do método vigotskiano que compreende que o requisito básico do método dialético é estudar o fenômeno em movimento, suas etapas e transformações, uma vez que, "é só em movimento que um corpo mostra o que é" (VIGOTSKI, 2002, p. 86)

Para isso, Radford (2018a) toma como lócus de investigação a atividade de sala de aula, com foco no que ele chama de lições matemáticas. A atividade em sala de aula é essencial na perspectiva da teoria da objetivação, uma vez que permite o encontro do sujeito com o conhecimento (RADFORD, 2015). A atividade compreendida como suporte ontológico para a consciência (LEONTIEV, 1983) é tomada como unidade metodológica de análise na teoria da objetivação.

Nessa perspectiva teórica, a investigação da atividade do sujeito se dá por meio de uma análise multimodal (RADFORD, 2018a) com foco na análise de vídeos que permite acompanhar gestos, expressões, linguagem e a utilização de diferentes sistemas semióticos utilizados pelos sujeitos para expressar ideias matemáticas. O reconhecimento de diferentes sistemas semióticos utilizados ou produzidos pelos sujeitos no trato com situações matemáticas permite acompanhar o desenvolvimento de uma forma de pensar matematicamente dos sujeitos uma vez que cada sistema semiótico revela potencialidades e limites no trato com os conhecimentos em geral e, em particular, com os conhecimentos matemáticos uma vez que há "sempre limites para o que se pode pensar e dizer dentro de um sistema semiótico. Cada sistema semiótico tem a sua própria expressividade" (RADFORD, 2018a, p. 22).

A análise multimodal dos processos de aprendizagem em sala de aula tem marcado a pesquisa de Radford acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico. Ao investigar os processos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico na atividade de sala de aula tais pesquisas buscam evidências que demonstrem a tomada de consciência dos sujeitos acerca de significados matemáticos construídos culturalmente. Segundo Radford,

> Essa [tomada de] consciência é empiricamente investigada, através das ações sensoriais dos estudantes, na atividade perceptiva, auditiva, cinestésica, gestual, linguística e simbólica em geral. É por isso que buscamos a atividade multimodal de alunos e professores (RADFORD, 2015, p. 560).

Desta forma, a análise multimodal pode constituir-se como uma importante aliada na produção de uma metodologia de análise de dados coerente com uma compreensão de aprendizagem como atividade humana e processo de tomada de consciência dos sujeitos.

Análise do objeto em movimento: o uso de vídeos na pesquisa em formação de professores que ensinam matemática

Assim como os processos de ensino e aprendizagem, também as práticas de formação de professores, quando analisadas a partir de uma perspectiva histórico-cultural, são compreendidos como atividade coletiva, um trabalho coletivo ou labor conjunto (RADFORD, 2016) ou ainda, como uma atividade em conjunto (RUBTSOV, 1996). Assim, ao investigarmos a formação continuada de professores, entendendo esse processo como atividade humana coletiva, o vídeo permite capturar o fenômeno em movimento (VYGOTSKY, 1995) entre os sujeitos do processo formativo.

Tomando tal compreensão, desenvolvemos uma pesquisa teve por objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico de professores dos anos iniciais ao se envolverem coletivamente na resolução de situações desencadeadoras de ensino de noções algébricas, em um curso de extensão oferecido pela Universidade Federal de São Paulo no espaço da escola e que contou com uma série de 20 encontros e com a participação de 18 professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na metodologia de coleta e análise de dados da pesquisa, buscamos adequar e analisar a viabilidade das propostas apresentadas por Radford (2015, 2018a) na pesquisa em sala de aula com estudantes para a pesquisa em espaços formativos com professores em formação continuada.

Para o desenvolvimento das tarefas propostas, os pesquisadores organizaram grupos de quatro ou cinco professores dos anos iniciais, que lecionavam em diferentes anos, e que se mantiveram ao longo dos encontros. Os dados coletados contam com produções escritas dos sujeitos da pesquisa, registro de resoluções de atividades algébricas, bem como suas gravações em áudio e vídeo. Foram realizadas gravações tanto do trabalho de cada grupo, quanto do grupo todo em momentos de socializações. Para a gravação do trabalho dos grupos, utilizados uma câmera ou celular e um gravador de áudio, de modo a garantir áudio de boa qualidade. Posteriormente, os arquivos de áudio e vídeo forma sincronizados em um único arquivo de vídeo. Além disso, todas as folhas com os registros das resoluções dos professores para tarefas propostas foram digitalizadas, bem como as notas de campo dos pesquisadores.

Desse processo, resulta uma quantidade muito grande de dados que são organizados por datas e grupos de trabalho. A partir daí, inicia-se o processo de análise que tem por objetivo identificar trechos ou excertos em que os sujeitos demonstram estarem se tornando "progressivamente conscientes dos significados matemáticos culturalmente constituídos" (RADFORD, 2015, p. 560).

Segundo a metodologia propostas pela Teoria da Objetivação (RADFORD, 2015), a unidade de análise assumida é atividade (LEONTIEV, 1983) em sala de aula. Essa escolha da unidade de análise tem como base teórica a compreensão acerca da unidade dialética entre a atividade e a consciência.

> Embora tenhamos vindo de uma tradição logocêntrica, isto é, uma tradição que enfatiza o papel da linguagem e do discurso no saber, sustentamos que a consciência baseada em atividades, frequentemente, surge em um nível sensorial, pré-conceitual e pré-intencional" (RADFORD, 2015, p. 560)

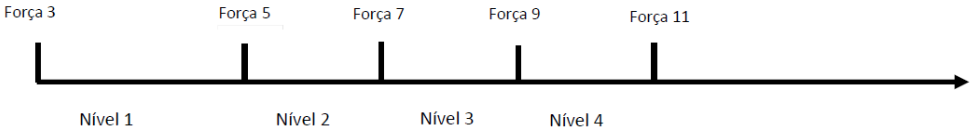
Desta forma, a análise dos dados proposta pela TO tem caráter multimodal ao considerar como dados relevantes dos processos de objetivação e subjetivação, tanto a linguagem oral e escrita, quanto gestos, expressões faciais, hesitações etc.

No caso da nossa pesquisa, tais manifestações semióticas foram selecionadas na medida em que representassem indícios do movimento de desenvolvimento do pensamento algébrico dos professores. A partir do material coletado e da compreensão das premissas teóricas que devem subsidiar o processo de análise, este se inicia com a transcrição geral dos dados e a seleção do que Radford (2015) chama de "segmentos salientes" que são compreendidos como trechos que tragam alguma evidência ou relação com o objeto a ser investigado.

Selecionados os segmentos salientes, estes foram transcritos de forma detalhada, indicando-se o tempo de início do excerto em relação ao vídeo todo e acrescentando-se observações que remetem a manifestações gestuais, expressões, pausas no discurso etc. Todos esses elementos são registrados ao lado da transcrição dos diálogos. De forma complementar, são selecionadas imagens que demonstrem o movimento de aprendizagem dos sujeitos em atividade coletiva de modo a complementar a análise com o cruzamento de dados de diferentes registros semióticos.

Para exemplificar o uso da metodologia da TO na análise de vídeos em contexto de formação de professores que ensinam Matemática, discutiremos alguns excertos de análise de pesquisa sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, no momento no qual um grupo de professoras buscava chegar à generalização de uma situação que apresentava um jogo no qual os jogadores começavam com a pontuação de três "forças" e ganhavam duas "forças" ao final de cada nível alcançado, de modo que ao final do nível 1 tinham 5 forças, ao final do nível 2 tinham 7 formas, etc. conforme a Figura 1:

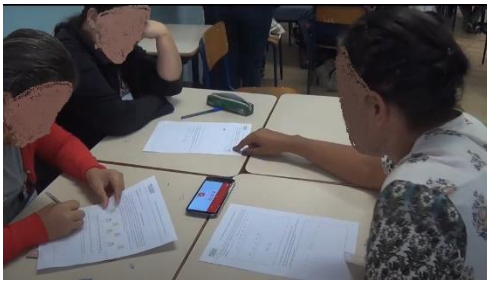
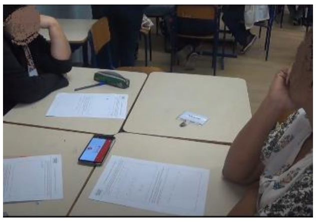
Figura 1: Esquema de ganho de forças por nível no jogo apresentado às professoras

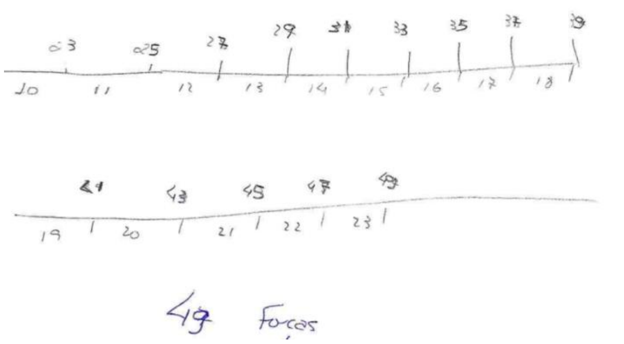


Fonte: Dos autores

No problema apresentado às professoras elas eram convidadas a ajudarem algumas crianças, que supostamente estariam jogando o jogo, a desvendarem as forças a cada nível. No trecho que tem início aos 13minutos e 43 segundos do vídeo gravado no terceiro encontro do grupo quatro (G4), as professoras Ema, Regina e Carla, discutem como fazer o registro do cálculo total das forças em cada nível (Quadro 1):

Quadro 1: Encontro 3 do Grupo 4 - Transcrição Episódio aos 13m43

1.	 **Imagem 1:** Carla, Ema e Regina durante o encontro 3.	Esquerda acima: Carla Esquerda abaixo: Ema Direita: Regina
2.	*Ema: Como ele* [aluno] *poderia registrar? Ir contando de dois em dois, né?*	Se referindo à possibilidade de calcular as forças para um nível qualquer.
3.	*Regina: É. A cada nível concluído ele ganha duas forças*	
4.	*Ema: Agora que eu entendi o raciocínio, porque estava contando a força. Não é pra contar a força, é pra contar o nível.*	Tomada de consciência de relações matemáticas subjacentes ao problema.
5.	*Regina: A cada nível duas forças. Pra mim, a única lógica para uma criança entender é que a cada nível ela ganha duas. Sempre. Agora, o valor...começando do três, eu não sei*   **Imagem 2:** Regina demonstra contrariedade **Imagem 3:** Regina pensativa	Imagem 2: Regina cruza os braços e vira o rosto, apoiando o queixo na palma da mão, demonstrando contrariedade. Imagem 3: Ela volta os olhos para a folha e fica em silêncio, com a mão na testa, indicando estar pensativa.
6.	*Regina: Ah...a não ser que você coloque sempre, pra você calcular o número do nível vezes dois, mais um*	Frase proferida após alguns segundos em silêncio.
7.	*Regina: vinte e três, mais vinte e três ...*	Apontando para a folha de registro, a professora vai testando alguns valores particulares (Imagem 4, a seguir).

	 **Imagem 4:** Registro escrito de Regina	
8.	*Carla: dá 47...*	Acompanhando o raciocínio e indicando que a regra proposta por Regina não chega ao resultado do nível.
9.	*Regina: Ah! É o dobro do nível, mais os três iniciais*	
10.	*Carla: Ahhh...tá*	Manifestando que a proposta de Regina fazia sentido para ela.

Fonte: Dos autores.

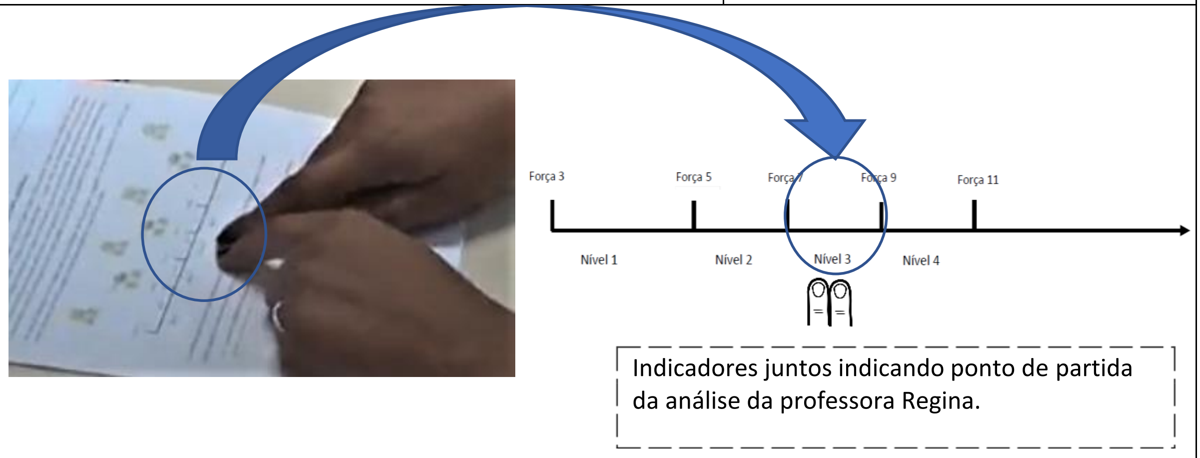
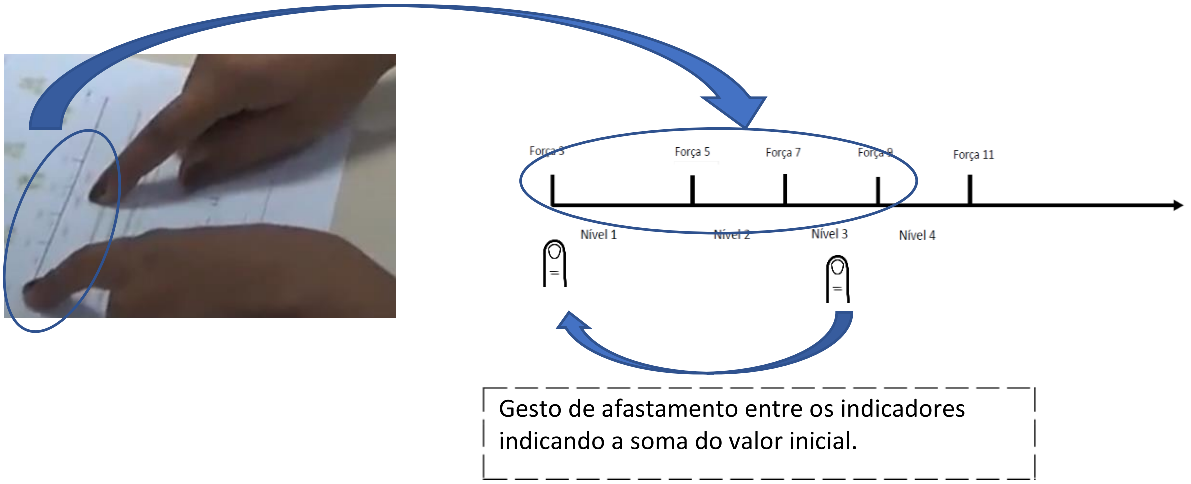
No excerto acima, o cruzamento dos diferentes registros semióticos nos permite reconhecer que ao se deparar com a dificuldade do registro de uma solução geral para o problema (linha 5), a professora Regina demonstra contrariedade (Imagem 2) que é seguida por um momento de tensão (Imagem 3) e uma proposta de solução (linha 6). Na sequência, a testagem da proposta apresentada na linha 7 tem como referência o registro escrito da solução apresentada pela professora (Imagem 4). O acompanhamento da manifestação oral, corporal, emocional e escrita da professora Regina completa o quadro de análise. É importante destacar que, apesar de neste excerto, colocarmos a lente de análise na professora Regina, suas manifestações se dão em atividade coletiva por meio do trabalho conjunto e mediado com Ema e Carla. É na interação com as colegas que há a necessidade de testar hipóteses e reorganizar argumentos, que são validados ou não pelo grupo. A fala de Carla na linha 8, ao completar o raciocínio de Regina na testagem do valor de nível vinte e três (linha 7), mostra que trabalhavam juntas na busca da solução para o problema.

Embora o objetivo desse texto não seja discutir o desenvolvimento do pensamento algébrico das professoras, tomamos os excertos dos quadros 1 e 2 como exemplos das potencialidades da análise de dados fundamentada nos princípios teóricos e metodológicos da TO, uma vez que o registro perceptual proposto no quadro 2 complementa a unidade da análise.

No quadro 1, os registros orais e escritos da professora Regina indicam uma tensão na explicação da relação entre o nível e a força. Ela reconhece que a força resulta do dobro do nível mais algum valor. Na linha 6 ela indica que esse valor seria o número 1 e, logo em seguida (na linha 9), a professora indica que o valor a ser somado seria o três afirmando “mais os três iniciais”.

A análise semiótica perceptual (gestual) apresentada no quadro 2 nos ajuda a compreender como a professora Regina supera essa tensão ao buscar responder à pergunta “mas será que dá isso sempre?”:

Quadro 2: Encontro 3 do Grupo 4 - Transcrição Episódio aos 14m56

11.	*Regina: Mas será que dá isso sempre? Pra qualquer nível?*	Segue um silêncio no grupo.
12.	*Regina: é isso mesmo, ó...o nível três vezes dois, dá seis.*	Fala ao mesmo tempo que move os dedos conforme a Imagem 5.
	 **Imagem 5:** Imagem e esquema de gestos de Regina, indicando ponto de partida.	
13.	*Regina: Mais os três iniciais, dá nove.*	Nesse momento, a professora move o indicador esquerdo e aponta o valor inicial das forças.
	 **Imagem 6:** Imagem e esquema de gestos de Regina, indicando valor inicial a ser somado.	

Fonte: Dos autores.

Ao mesmo tempo em que oraliza a análise do nível três, Regina aponta os dois indicadores para o nível (Imagem 5). Na sequência, demonstra reconhecer o valor fixo a ser somado (coeficiente linear da função afim) quando move o indicador esquerdo para o valor inicial "três" (Imagem 6) ao mesmo tempo em que afirma "Mais os três iniciais, dá nove" (linha 13).

A análise multimodal da atividade do grupo de professoras, fundamentada na TO, ao orientar a identificação e análise em unidade dialética da percepção, dos gestos, das palavras, dos registros orais e escritos, nos permite compreender o sujeito como um todo em atividade, revelando como ocorre o processo dinâmico de tomada de consciência de significados matemáticos pela professora. Assim, o quadro 2 amplia e qualifica a análise de dados possível a partir do quadro 1 uma vez que são detalhados esquemas representativos de gestos que, quando analisados em unidade com os demais registros semióticos produzidos no decorrer do trabalho conjunto das professoras, permitem reconhecermos indícios do processo de objetivação do saber algébrico em conhecimento na atividade coletiva de resolução do problema proposto envolvendo variação de grandezas.

Desta forma, a análise semiótica proposta pela TO nos permite, nestes excertos tomados como exemplo, evidenciar que as professoras produzem e tomam consciência, na atividade coletiva, de um significado matemático que perpassa registros semióticos diversos que se complementam. Enquanto o registro perceptual (gestual) recorre a uma dimensão concreta da variável, a palavra expressa a possibilidade da generalidade.

Considerações

Neste texto, apresentamos algumas das contribuições da Teoria da Objetivação para a pesquisa em sala de aula e suas potencialidades para o aprofundamento da análise de vídeos na formação de professores que ensinam matemática. Para isso, apresentamos trechos de dados de uma pesquisa que adequou as propostas apresentadas por Radford (2015, 2018a) na pesquisa em sala de aula com estudantes para a pesquisa em espaços formativos com professores em formação continuada.

Tomando como central a atividade dos sujeitos e o caráter coletivo dos processos educativos, a análise multimodal proposta pela TO, ao orientar o cruzamento de diferentes registros semióticos como imagens, registros orais e escritos, gestos etc., permite entender de forma mais aprofundada como vai se dando a tomada de consciência de relações matemáticas subjacentes à resolução do problema dado. O nível de análise semiótico abre uma janela para melhor compreender os processos formativos de professores, analisando de forma minuciosa os elementos que impactam a aprendizagem docente.

Os diferentes recursos semióticos não são tomados de forma aditiva, mas sim, são analisados como um *todo dialético* cujas manifestações permitem compreender de forma mais complexa o significado matemático em jogo que, por sua vez, supera cada registro analisado de forma independente. Assim, é possível o estudo da "cognição em movimento" (RADFORD em MORETTI, PANOSSIAN e RADFORD, 2018, p.4) na atividade coletiva o que permite o encontro do sujeito com o saber matemático.

Agradecimentos

À Fapesp - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo financiamento concedido à pesquisa no exterior e à Laurentian University, ON, Canadá, local no qual a pesquisa foi desenvolvida.

Referências

CHAN, M. C. E.; MESITI, C.; CLARKE, D. Problematising Video as Data in Three Video-based Research Projects in Mathematics Education. In: **Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education**, p. 199, 2019.

CLARKE, D. J.; CHAN, M. C. E. The use of video in classroom research: Window, lens or mirror. In: XU, L.; ARANDA, G.; WIDJAJA, W.; CLARKE, D. (Org.), **Video-based research in education: Cross-disciplinary perspectives**. New York: Routledge, 2019. p. 05-18.

GARCEZ, A.; DUARTE, R.; EISENBERG, Z. Produção e análise de vídeogravações em pesquisas qualitativas. **Educação e Pesquisa**, v. 37, n. 2, p. 249-261, 2011.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, Conciencia, Personalidad**. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo Y Educación, 1983.

MARX, K. **Manuscritos econômico-filosóficos**. Boitempo Editorial, 2015.

MOURA, M. O. et al. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, v. 10, n. 29, p. 205-229, 2010.

NEVES, L.; BORBA, M. Análise do discurso multimodal de um vídeo com conteúdo matemático. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 9, p. 220-235, 2019.

RADFORD, L. Aspectos Metodológicos da Teoria da Objetivação**. Perspectivas da Educação Matemática.** Volume 8, Número Temático. 2015.

RADFORD, L. Iconicidade e contração: Uma investigação semiótica de formas de generalizações algébricas de padrões em diferentes contextos. **ZDM**, 40(1), 83-96, 2008.

RADFORD, L. Mathematics education as a matter of labor. In: PETERS, M.A. (Org.), **Encyclopedia of Educational Philosophy and Theory. Section: Mathematics education philosophy and theory**. Singapura: Springer, 2016.

RADFORD, L. Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoria de la Objetivación. In: D'AMORE, B.; RADFORD, L. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017. p. 97-166.

RADFORD, L. The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In: **KIERAN**, C. (Org.) **Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds**. Springer, Cham, 2018a. p. 03-25.

RADFORD, L. On theories in mathematics education and their conceptual differences. In: SIRAKOV,B.; SOUZA, P.;VIANA, M. (Org.), **Proceedings of the International Congress of Mathematicians** (Vol. 4). Singapore: World Scientific Publishing Co, 2018b. p. 4055–4074

RADFORD, L. **The theory of objectification. A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning**. Leiden & Boston: Brill/Sense, 2021.

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C. et alii. **Após Vygotsky e Piaget: Perspectivas Social e Construtivista. Escolas russa e ocidental**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 129-137.

VYGOTSKI, L. S. Historia del Desarrollo de las Funciones Psíquicas Superiores. Em Lev S. Vygotski. **Obras Escogidas. Tomo III**. Madri: Visor/MEC. 1995.

Desenvolvimento profissional e saberes docentes de professores(as) de matemática ao vivenciarem o programa PARFOR/AM

Professional development and teaching knowledge of mathematics teachers when experiencing the PARFOR/AM program

Ana Acácia Pereira Valente
Universidade Federal do Amazonas - UFAM
anacaciav@hotmail.com

Gilberto Francisco Alves de Melo
Universidade Federal do Acre - UFAC
gfmelo0032003@yahoo.com.br

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar um recorte da pesquisa de doutorado em andamento cujo objetivo é compreender como os(as) professores(as) de matemática do ensino básico se desenvolveram profissionalmente e, nesse processo, produziram e/ou ressignificaram saberes docentes ao participarem do Programa PARFOR. Para cumprir esse objetivo, buscamos os aportes teóricos sobre constituição dos saberes necessários ao professor de matemática em Tardif, Fiorentini e Shulman, por serem um dos indicadores de desenvolvimento profissional docente, no qual nos referenciamos em estudos de Imbernón, Carlos Marcelo e Fiorentini. A metodologia da pesquisa é de natureza qualitativa com abordagem do estudo de caso de cinco professores(as) egressos(as) da turma PA201/2009-PARFOR do curso de licenciatura em matemática ofertado no município de Itacoatiara-AM, que já atuam há pelo menos cinco anos como professores(as) na rede pública. A análise dos dados será construída com os instrumentos: questionário online; narrativas autobiográficas; observações de aulas on-line; entrevistas semiestruturadas; cópias de planos de aulas e/ou sequências didáticas e diário de campo da pesquisadora. Os dados serão confrontados com os referenciais teóricos, visando à construção das categorias de análise no formato de triangulação. Os dados iniciais apontam indícios de que os(as) professores(as) ressignificaram e/ou construíram saberes e, se desenvolveram profissionalmente na medida que já estavam no exercício da docência. E que as contribuições do PARFOR refletiram na sua formação matemática e em suas práticas pedagógicas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação Continuada de Professores de Matemática; Programas de Formação.

Abstract

The objective of this work is to present an excerpt of the ongoing doctoral research whose objective is to understand how basic education mathematics teachers developed professionally and, in this process, produced and/or redefined teaching knowledge by participating in the PARFOR Program. In order to fulfill this objective, we searched for theoretical contributions on the constitution of knowledge necessary for mathematics teachers in Tardif, Fiorentini and Shulman, as they are one of the indicators of professional teacher development, which we refer to in studies by Imbernón, Carlos Marcelo and Fiorentini. The research methodology is qualitative in nature with a case study approach of five teachers from the PA201/2009-PARFOR class of the Mathematics Licentiate Course offered in the municipality of Itacoatiara-AM, who have been working for the past year. at least five years as teachers in the public network. Data analysis will be built with the instruments: online questionnaire; autobiographical narratives; online class observations; semi-structured interviews; copies of lesson plans and/or didactic sequences and the researcher's field diary. The data will be confronted with the theoretical references, aiming at the construction of the analysis categories in the triangulation format. The initial data point to evidence that teachers gave new meaning and/or built knowledge and developed professionally as they were already in the teaching profession. And that PARFOR's contributions reflected in their mathematical training and in their pedagogical practices.

Keywords: Mathematics Education; Continuing Education of Mathematics Teachers; training programs.

INTRODUÇÃO

Esta investigação está sendo realizada no âmbito da linha de pesquisa "Formação de Professores para o Ensino de Ciências e Matemática", do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - REAMEC, da Universidade Federal do Mato Grosso – UFMT, polo UEA. Tem como objetivo compreender como os(as) professores(as) de matemática do ensino básico se desenvolveram profissionalmente e, nesse processo, produziram e/ou ressignificaram os saberes docentes ao participar do Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica - PARFOR. E como hipótese de tese de que os(as) professores(as) de matemática do ensino básico perceberam contribuições significativas do PARFOR para o seu desenvolvimento profissional e produção e/ou ressignificação dos saberes docentes.

O PARFOR é um programa emergencial de formação de professores criado pelo Governo Federal em regime de colaboração entre a União, o Distrito Federal, Estados e Municípios, pelo decreto nº 6.755/2009, cujas diretrizes estão ancoradas no Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação, instituído pelo decreto 6.094/2007, como programa estratégico do Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE). O programa tem por objetivo ofertar de forma gratuita formação em nível superior de 1ª Licenciatura, 2ª Licenciatura e Formação Pedagógica para professores em exercício na rede pública de Educação Básica, conforme é exigido pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB).

Para cumprir o objetivo dessa pesquisa, buscamos os aportes teóricos sobre constituição dos saberes necessários ao professor de matemática em Tardif (2014), Fiorentini (2005) e Shulman (1986), por serem um dos indicadores de desenvolvimento profissional docente, no qual nos referenciamos em estudos de Imbernón (2011), Carlos Marcelo (2009) e Fiorentini (2013).

Em relação à formação dos(as) professores(as) de matemática pelo programa PARFOR, em 2020, realizamos pesquisa junto ao Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) referente às publicações de 2009-2019 e encontramos apenas cinco Dissertações: Trindade (2019) que analisou as contribuições do PARFOR para o desenvolvimento profissional dos(as) professores(as) de matemática; Vieira (2017) com os efeitos da formação nas práticas pedagógicas dos(as) professores(as) de matemática; Sena (2017) com pesquisa sobre a influência do PARFOR na (re)construção dos saberes docentes dos professores(as) de matemática; Santana (2016) com pesquisa sobre as contribuições do PARFOR para a formação do professor de matemática no período de 2009-2014 e Sousa (2015) com análise sobre as percepções dos professores-alunos da matemática sobre a sua formação e atuação teórico-prática na escola básica. O que nos abre um caminho para contribuir com nosso estudo uma vez que ele aborda a formação em matemática pelo PARFOR no interior do Estado do Amazonas.

Nossa investigação ganha maior relevância porque estamos a estudar um contexto de formação de professores(as) de matemática pelo PARFOR no interior do Estado do Amazonas, tendo em vista os princípios e metas definidos para este programa que completou 10 anos de implantação. E se constitui numa oportunidade ímpar de promover a melhoria da qualidade do ensino de matemática e de corrigir a distorção de formação no contexto amazônico, uma vez que atinge professores(as) de comunidades – indígenas e ribeirinhas – distantes e isoladas do Amazonas.

1. A problemática dos saberes docentes e desenvolvimento profissional para o professor de matemática

1.1 Saberes necessários ao professor de Matemática

De acordo com Tardif (2014), o saber docente é plural e temporal pois se compõe de vários saberes que são provenientes de diferentes fontes:

a) *Da formação profissional e disciplinares*: oriundos da formação acadêmica;
b) *Curriculares* provenientes dos saberes definidos pela instituição escolar;
c) *Profissionais e Experienciais* que são oriundos de suas experiências individuais e coletivas no exercício da profissão.

O autor atribui um grande destaque aos saberes da experiência, pois não estão prontos ou acabados, reconstroem-se ao longo do tempo e são formados por todos os demais saberes que são retraduzidos no sentido de compreender e orientar sua profissão e sua prática profissional. Também enfatiza que esse saber é complexo, existencial e social por ser adquirido no contexto de uma socialização profissional, o qual é incorporado, modificado, adaptado em função dos momentos e das fases de uma carreira, ao longo de suas vivências dentro de sua história profissional.

Segundo Fiorentini (2005), Shulman publicou em 1986 um artigo onde aponta três eixos de conhecimentos docentes que devem permear a formação do(a) professor(a) de matemática. Além dos dois eixos tradicionais (conhecimento específico e conhecimento pedagógico) ele indicou um terceiro eixo (conhecimento do conteúdo no ensino) que compreende: conhecimento sobre a matéria a ser ensinada; conhecimento didático da matéria; e conhecimento curricular da matéria.

Para Shulman *apud* Fiorentini (2005), este terceiro eixo se configura no principal eixo da formação dos saberes da docência uma vez que interliga os saberes matemáticos aos saberes didático-pedagógicos, incluindo neste eixo, o sentido formativo/educativo necessário à prática escolar, ao argumentar que "saber Matemática para ser um matemático não é a mesma coisa que saber Matemática para ser professor de Matemática" (FIORENTINI, 2005, p.109).

Nessa direção, concordamos com Fiorentini (2005) ao defender que:

> Para ser professor de Matemática não basta ter um domínio conceitual e procedimental da Matemática produzida historicamente. Sobretudo, necessita conhecer seus fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação da Matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático (FIORENTINI, 2005, p.110).

De acordo com o autor, o saber profissional do professor – ou saber docente – não se restringe às três categorias (eixos), apresentados por Shulman, de acordo com pesquisas realizadas pelo GEPFPM[1] da Unicamp que tinham como foco de estudo os saberes docentes. Para o grupo, além da *dimensão do saber acadêmico* (veiculado nas licenciaturas), há também a *dimensão subjetiva* (saber ser professor-educador) e a *dimensão da prática* (saber-fazer) na qual a formação matemática e a formação didático-pedagógica acontecem em cada uma dessas três dimensões.

Segundo o autor, o(a) professor(a) ao ensinar matemática ensina também um modo de conceber e estabelecer uma relação entre a matemática e seu ensino com o mundo. Então, para romper com a reprodução da tradição pedagógica do ensino da Matemática ele defende que as disciplinas didático-pedagógicas deveriam ter como foco as práticas e os processos

[1] GEPFPM – Grupo de Ensino e Pesquisa em Formação de Professores de Matemática.

de ensinar e aprender matemática nos diversos contextos da prática escolar, contribuindo, assim, não só para a formação didático-pedagógica do(a) futuro(a) professor(a) quanto para alterar a visão e a concepção de que o conhecimento matemático está pronto e acabado, pois o foco seria um saber em movimento, onde o saber matemático passaria a ser visto como um saber sociocultural produzido nas relações e práticas sociais.

Fiorentini e Creci (2017), em sua metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática, no período de 2001 a 2012, analisaram 13 teses que abordavam a temática com o objetivo de destacar como as pesquisas brasileiras concebem, tratam e investigam os saberes e conhecimentos profissionais do professor que ensina matemática.

Os trabalhos foram divididos em três grupos temáticos: Educação estatística, Temas específicos do ensino da matemática e Temas não específicos do ensino da matemática (onde se encontra um trabalho sobre ressignificação de saberes docentes na matemática). De acordo com os autores os estudos revisados na metassíntese mobilizaram, discutiram e problematizaram os conhecimentos profissionais a partir de estudos acadêmicos, na perspectiva[2] PARA a prática; os saberes da docência produzidos e mobilizados NA e a partir da prática; e os conhecimentos DA prática, à medida que esses conhecimentos e saberes são tomados como objetos de estudo pelos professores.

Nesse trabalho, assumiremos a concepção de Tardif (2014) de que os saberes docentes são plurais e temporais, complexos e oriundos de diversas fontes, onde são efetivados e reconstruídos no decorrer de uma trajetória profissional. E, em relação à matemática, a concepção de Fiorentini (2005), de um saber matemático em movimento, um saber sociocultural produzido nas relações e práticas sociais.

1.2 Desenvolvimento Profissional do(a) Professor(a) de Matemática

[2] Cochram-Smith e Lytle (1999) destacam três concepções de produção e aprendizagem de conhecimentos docentes que podem ser simplificadas a partir da função que elas teriam em relação ao trabalho do professor em sua prática de ensinar e aprender. Na primeira concepção – conhecimento e aprendizagem **PARA** a prática – os conhecimentos formais e as teorias são produzidos por pesquisadores acadêmicos PARA serem ensinados e aplicados na formação ou na prática escolar. Na segunda concepção – conhecimento e aprendizagem **NA** prática – pressupõem-se que muitos dos conhecimentos essenciais para a prática de ensinar são de natureza prática, e, portanto, são produzidos na própria prática, não podendo ser ensinados, mas evoluem com o tempo, tendo como principal referência os professores experientes e reflexivos. Na terceira concepção – conhecimento e aprendizagem **DA** prática – não há uma separação entre conhecimento prático e teórico. Presume-se que o conhecimento que os professores precisam para ensinar é produzido, quando eles tomam sua própria prática, como campo de investigação ou análise, e os conhecimentos produzidos por outros especialistas, como instrumento de interpretação e análise.

Ser professor(a) no século XXI exige uma mudança de pensamento e postura no que diz respeito às transformações pelas quais a educação contemporânea vem passando ao longo dos anos, significa assumir que o conhecimento e os(as) alunos(as) (no que diz respeito a comportamentos em relação às novas formas de aprendizado e acesso à informação) vêm se transformando a uma grande velocidade e, portanto, para se dá uma resposta mais adequada a esta realidade é necessário um esforço maior por parte do(a) professor(a) em continuar a aprender.

Os processos pelos quais o(a) professor(a) busca aprender e aperfeiçoar seu repertório de competências para o ensino podem ser denominados de *desenvolvimento profissional*. Por muito tempo, acreditou-se que esse desenvolvimento estava atrelado somente à sua formação inicial e continuada. No entanto, muitos(as) pesquisadores(as) ao longo dos anos vêm propondo outras definições. O conceito de desenvolvimento profissional veio se modificando à medida que foram surgindo novos estudos sobre a evolução e compreensão de como se produzem os processos de aprender e ensinar.

Segundo Imbernón (2011) a formação é um elemento importante de desenvolvimento profissional, no entanto, não é o único, de acordo com o autor: "o desenvolvimento profissional do professor pode ser concebido como qualquer intenção sistemática de melhorar a prática profissional, crenças e conhecimentos profissionais, com o objetivo de aumentar a qualidade docente, de pesquisa e de gestão." (IMBERNÓN, 2011, p.47). Para o autor, o desenvolvimento profissional vai além das práticas de formação, é um processo dinâmico e evolutivo da profissão docente que envolve também fatores não formativos e profissionais que se desenvolvem em contextos educativos e sociais.

Carlos Marcelo (2009) afirma que o desenvolvimento profissional é um processo que o(a) docente vai construindo à medida que esse vai ganhando experiência, sabedoria e consciência profissional. O autor propõe sete características para esse desenvolvimento a saber:

> 1. Baseia-se no construtivismo, e não nos modelos transmissivos, entendendo que o professor é um sujeito que aprende de forma ativa ao estar implicado em tarefas concretas de ensino, avaliação, observação e reflexão;
> 2. Entende-se como sendo um processo a longo prazo, que reconhece que os professores aprendem ao longo do tempo. Assim sendo, considera-se que as experiências são mais eficazes se permitirem que os professores relacionem as novas experiências com os seus conhecimentos prévios. Para isso, é necessário que se faça um seguimento adequado, indispensável para que a mudança se produza.
> 3. Assume-se como um processo que tem lugar em contextos concretos. Ao

> contrário das práticas tradicionais de formação, que não relacionam as situações de formação com as práticas em sala de aula, as experiências mais eficazes para o desenvolvimento profissional docente são aquelas que se baseiam na escola e que se relacionam com as atividades diárias realizadas pelos professores;
> 4. O desenvolvimento profissional docente está diretamente relacionado com os processos de reforma da escola, na medida em que este é entendido como um processo que tende a reconstruir a cultura escolar e no qual se implicam os professores enquanto profissionais;
> 5. O professor é visto como um prático reflexivo, alguém que é detentor de conhecimento prévio quando acede à profissão e que vai adquirindo mais conhecimentos a partir de uma reflexão acerca da sua experiência. Assim sendo, as atividades de desenvolvimento profissional consistem em ajudar os professores a construir novas teorias e novas práticas pedagógicas;
> 6. O desenvolvimento profissional é concebido como um processo colaborativo, ainda que se assuma que possa existir espaço para o trabalho isolado e para a reflexão;
> 7. O desenvolvimento profissional pode adotar diferentes formas em diferentes contextos. Por isso mesmo, não existe um e só um modelo de desenvolvimento profissional que seja eficaz e aplicável em todas as escolas. As escolas e docentes devem avaliar as suas próprias necessidades, crenças e práticas culturais para decidirem qual o modelo de desenvolvimento profissional que lhes parece mais benéfico (MARCELO, 2009, pp.10-11).

De acordo com o autor, o desenvolvimento profissional é um processo que visa promover mudanças nos(as) professores(as) para que esses(as) possam se desenvolver enquanto profissionais, e essas mudanças são influenciadas por suas crenças em relação à profissão docente, crenças que são oriundas de suas experiências pessoais, da formação acadêmica e de suas experiências profissionais.

Fiorentini e Creci (2013) em seu ensaio teórico sobre uso e significados do desenvolvimento profissional docente apresentam como um processo contínuo de transformação e constituição do sujeito docente, ao longo do tempo, principalmente em uma comunidade profissional. Para os autores, esse desenvolvimento tem seu processo iniciado antes do ingresso do docente na licenciatura, estendendo-se ao longo de toda sua vida profissional nos diversos espaços sociais e momentos de vida de cada indivíduo. Essa perspectiva proposta é que assumimos nesta pesquisa.

No que tange especificamente à formação do(a) professor(a) de matemática, Passos *et al*. (2006) desenvolveram uma pesquisa para discutir e analisar 11 trabalhos acadêmicos (dissertações e teses) produzidos no Brasil que tiveram como objeto de estudo as práticas promotoras do desenvolvimento profissional dos(as) professores(as) de matemática. Nesse estudo, foram identificados e analisados pelo menos três diferentes tipos recorrentes de práticas consideradas como catalisadoras do desenvolvimento profissional: as práticas reflexivas, as práticas colaborativas e as práticas investigativas.

No estudo, os processos de *reflexão sobre a prática* promovem a tomada de consciência dos processos de aprendizagem; revelam o caráter formativo de algumas práticas de sala de aula; ampliam e enriquecem a aprendizagem e os saberes docentes. Já o *trabalho coletivo/colaborativo* tem grande influência sobre a aprendizagem *na* e *sobre* a prática docente, sendo um espaço propício à reflexão compartilhada e construção coletiva de saberes.

Os *processos investigativos* correspondem a dois momentos, o primeiro diz respeito às experiências realizadas em sala de aula e compartilhadas para serem debatidas e analisadas para conhecimento "*da* prática"; o segundo momento é a pesquisa que o(a) professor(a) realiza *sobre sua própria prática*. O trabalho cita Fiorentini ao diferenciar os processos investigativos sobre a própria prática dos processos reflexivos sobre ela ao afirmar que toda pesquisa exige reflexão, mas nem toda reflexão é necessariamente uma pesquisa.

O estudo permitiu apontar indícios de que essas práticas contribuem de maneira significativa para que os(as) professores(as) num processo de reflexão sistemática possam produzir novos significados e aprendizagens sobre a prática pedagógica em matemática e, principalmente, sobre suas crenças, concepções e saberes docentes.

2. Metodologia da Pesquisa

Considerando a questão de pesquisa "Como os(as) professores(as) de matemática do ensino básico se desenvolveram profissionalmente e produziram e/ou ressignificaram os saberes docentes ao participar do Programa PARFOR?", em nosso entendimento, a metodologia proposta para esse trabalho configura-se como um *estudo de caso* uma vez que pretendemos identificar as contribuições de uma política pública de formação (PARFOR) nos saberes docentes de um grupo de cinco professores de matemática da rede básica de ensino. De acordo com André (2013), há dois traços comuns em um estudo de caso em educação: a) o caso deve ter uma *particularidade* que merece ser investigada; e b) o estudo deve considerar a *multiplicidade* de aspectos que o caracterizam, o que vai requerer o uso de múltiplos procedimentos metodológicos para desenvolver um estudo em profundidade (ANDRÉ, 2013, p.98).

Com uma abordagem qualitativa. Pois, segundo Creswell (2010):

> A pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo

> de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, só dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feita pelo pesquisador acerca dos significados dos dados (CRESWEL, 2010, p.26).

Nesse estudo, buscaremos compreender e interpretar os dados, a partir da investigação das percepções e compreensões dos(as) participantes da pesquisa, dentro do seu contexto de ação, acerca de sua formação docente.

2.1 Critérios de escolha dos(as) participantes

A escolha do Município de Itacoatiara no interior do Amazonas se deu após análise de dados disponibilizados pela secretaria geral do PARFOR/UFAM onde constam todos os municípios, nos quais foram abertas turmas de 1ª e 2ª Licenciatura em Matemática no período de 2009 a 2019. Itacoatiara-AM teve a primeira turma de 2ª Licenciatura em Matemática ofertada em 2009/2 onde dos 32 professores(as) cursistas matriculados(as), houveram 08 evadidos e 22 formados e, atualmente, é o único município onde está sendo ofertada uma turma (2019) de 1ª Licenciatura em Matemática com 39 professores(as) cursistas matriculados.

Foram convidados a participar da pesquisa os(as) professores(as) egressos(as) da turma PA201/2009 do curso de licenciatura em matemática ofertado no município de Itacoatiara-AM, que já atuam como docentes na rede básica de ensino lecionando matemática há mais de cinco anos.

2.2 Trabalho de Campo com descrição detalhada de todas as etapas

Etapa 1: Entrar em contato com a Secretaria Municipal de Educação do Município de Itacoatiara-AM, onde aproveitaremos para dar ciência e esclarecer o objeto da nossa pesquisa de doutorado e teremos acesso ao e-mail e/ou telefone dos(as) professores(as) formados(as) em matemática pelo PARFOR. O contato foi realizado em Janeiro de 2021 e o levantamento dos dados no período de 11 a 30 de Janeiro de 2021.

Etapa 2: Usaremos um questionário semiestruturado, que será enviado pelo Google Forms, assim como entrevistas individuais (no máximo 03) pelo Google Meet, com questões sobre a formação no PARFOR e sua contribuição para os saberes docente necessários à prática escolar e o seu desenvolvimento profissional.

Se necessário realizaremos pelo menos uma reunião coletiva para troca de experiências, pelo Google Meet, no intuito de coletar informações sobre o contexto de formação e as contribuições do Parfor para os saberes e prática docente.

O formulário foi enviado em Abril de 2021 pelo Link eletrônico: https://forms.gle/e6WiV2zgFyCTCw636 e o levantamento das informações no período de 10 a 30 de Abril de 2021.

Esta etapa foi iniciada após o contato inicial com a secretaria e o levantamento dos dados terá a duração de 03 meses (abril, maio e junho de 2021).

Etapa 3: Solicitaremos a apresentação de um vídeo aula de um conteúdo matemático, onde os egressos poderão utilizar metodologias e recursos didáticos que estão acostumados a utilizar no seu dia a dia com o objetivo de analisar quais metodologias e recursos são utilizados pelos egressos no ambiente escolar.

Também solicitaremos a produção de narrativas escritas e individuais, nas quais possam expressar suas crenças, concepções e práticas antes, durante e depois do PARFOR. Com o intuito de identificar como era as suas práxis antes, o que mudou com a sua formação no programa e que saberes foram levados para o ambiente escolar após esta formação.

Esta etapa será iniciada em conjunto com a Etapa 2 e terá duração de 03 meses (maio, junho e julho de 2021). Solicitamos as narrativas em maio de 2021, essas estão em processo de análise.

Etapa 4: Nesta etapa, após a triangulação de dados e confronto com os referenciais teóricos, construiremos as categorias de análise, visando responder à questão de pesquisa.
Será iniciada após a etapa 03 e terá duração de 02 meses (julho e agosto de 2021).

3. Resultados Parciais da Pesquisa

Dos 22 egressos da Turma PA201/2009 do Curso de Licenciatura em Matemática/PARFOR do município de Itacoatiara-AM, apenas 05(cinco) aceitaram participar de forma voluntária da pesquisa. Todos aceitaram e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE. A fim de preservar as identidades dos (as) participantes e por questões éticas da pesquisa, usaremos pseudônimos para designá-los, a saber professores(as) egressos(as) P1, P2, P3, P4 e P5.

Todos os participantes são da faixa etária de 39 a 64 anos de idade, atuando na rede básica de ensino há mais de 10 (dez) anos e no componente curricular de matemática há pelo menos 05 (cinco) anos, sendo 80% concursados. Quanto ao gênero, apenas um é do gênero feminino, 60% são casados, com 03 atuando na zona rural e 02 na zona urbana do município.

Todos afirmaram atuar no Ensino Fundamental II do 6º ao 9º ano, somente um leciona no Ensino Médio, com uma média de 35 alunos por turma, em turnos que variam entre o matutino e vespertino e apenas um declarou trabalhar no ensino noturno. Todos possuem uma média de 20h de carga horária semanal atuando em componentes curriculares como Geografia, Ciências, História, Física, Química e Matemática. Ademais, 02 dos professores egressos P2 e P4 afirmaram exercer outra atividade além do magistério.

Ao serem questionados sobre o curso de licenciatura ofertado pelo PARFOR/UFAM em relação ao currículo, avaliação, aprendizagem, papel na sociedade e se teriam alguma sugestão para melhoria do curso obtivemos as seguintes respostas:

> *"Curso muito bom, todos esses itens foram importantes para um bom aprendizado, um pouco difícil, mas foi muito útil para compartilhar com a nossa sociedade, a sugestão é que deveria ter mais tempo, mais dias, mais aulas para um melhor aprendizado" (P1)*
> *"Tornar os professores mais humanos..." (P2)*
> *"Bom aprendizado. Professores mais presenciais" (P3)*
> *"Gostei do currículo penso que deveríamos ter estudado mais algumas disciplinas, avaliação foi equivalente à estrutura do curso, quanto à aprendizagem devo dizer que quem se dedicou deve ter avançado muito para mim em particular foi muito gratificante e para a sociedade tem um papel transformador" (P4)*
> *"De certa forma, em relação ao currículo e avaliação foi bastante adequado e inovador, uma vez que possibilitou uma aprendizagem eficiente e que favoreceu uma forma de ensinar mais eficaz e satisfatória tanto na questão seleção e aplicação de conteúdo quanto na questão aprendizagem satisfatória" (P5)*

Segundo Tardif (2014) apesar dos cursos de formação ser idealizados segundo um modelo aplicacionista do conhecimento, a formação inicial serve de base para a formação profissional docente, uma vez que em sua prática educativa, os profissionais devem se apoiar em conhecimentos especializados e formalizados que darão suporte aos seus saberes profissionais.

Para o autor, o professor não é somente alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros, é um ator em ação, um sujeito que assume sua prática mobilizando os conhecimentos adquiridos para o saber fazer na ação do trabalho docente. No caso do programa PARFOR, os conhecimentos científicos e pedagógicos foram cruciais para a formação profissional dos professores egressos, uma vez que, de acordo com os egressos, o curso oferecido pelo programa ajudou na aquisição de conhecimentos científicos e pedagógicos de matemática que foram cruciais em sua atuação na escola básica, fato que fica evidente nas falas dos professores P1 "*me ajudou a adquirir conhecimentos novos e inovadores para compartilhar com meus alunos, métodos e técnicas com aulas na prática*", P3 "*no desenvolvimento de novas metodologias para desenvolver uma prática pedagógica* *com mais dinâmica*" e P5 "*Houve um aprimoramento na minha prática pedagógica e um melhoramento no processo de ensino aprendizagem*". Isso mostra que o programa contribuiu para os saberes docentes, uma vez que suas respostas giraram em torno de aquisição de conhecimentos novos e inovadores, métodos e técnicas com aulas práticas o que ajudou no aprimoramento das aulas de matemática, como relataram os professores citados.

Segundo Fiorentini (2005), o conhecimento matemático não pode ser construído sem a prática científica e acadêmica, essa base forma uma das três perspectivas que inferem diretamente na formação do professor, posto que a matemática escolar é constituída a partir de um processo de interlocução com a matemática científica e com a matemática produzida/mobilizada nas diferentes práticas cotidianas.

Mediante essa interlocução é que vão se construindo ou (re)construindo os saberes docentes dos(as) professores(as) de matemática, fato que fica evidente nas falas dos professores egressos P3 e P4 ao serem questionados se o programa PARFOR contribuiu para a aquisição de saberes docentes que ajudaram na sua atuação como professor(a) de matemática na escola básica, assim, P3 afirmou "*contribuiu em como saber aplicar a matemática de várias maneiras, sabendo que adquiri vários conhecimentos*" e P4 "*contribuiu na minha formação profissional, nos saberes curriculares e na minha experiência profissional".*

Apresentamos até o momento apenas dados parciais já que ainda estamos coletando informações na busca de atingir o objetivo do nosso trabalho, pois, algumas questões ainda precisam ser respondidas como: que saberes foram reconstruídos? Quais saberes os egressos tinham antes e depois da formação pelo programa? Se a formação pelo PARFOR impactou e de que forma impactou o desenvolvimento profissional desses egressos? Estamos caminhando no sentido de preencher essas lacunas e com isso completar nosso estudo.

Referências

ANDRÉ, M. O que é um estudo de caso qualitativo em educação? **Revista da FAEEBA** – Educação e Contemporaneidade, Salvador, v. 22, n. 40, p. 95-103, jul./dez. 2013.

BRASIL. **Lei n. 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União, Brasília/DF, 23 de dezembro de 1996.

BRASIL.. **Decreto nº 6.755**, de 29 de janeiro de 2009. Institui a Política Nacional de Formação de Profissionais do Magistério da Educação Básica. Ministério da Educação, Brasília/DF: MEC, 29 de janeiro de 2009.

COCHRAN-SMITH, M., & Lytle, S. L. (1999). Chapter 8: Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities. **Review of research in education**, 24(1), 249-305.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**; Tradução Magda Lopes. – 3 ed. – Porto Alegre: ARTMED, 296 páginas, 2010.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. **Revista de Educação** PUC-Campinas, Campinas, n. 18, p. 107-115, junho 2005.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. M. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação? **Revista Brasileira de Formação Docente**, Belo Horizonte, MG, v. 05, n. 08, p. 11-23, jan/jul 2013.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. M. Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 25, n. 1, p. 164-185, abr. 2017.

IMBERNÓN, F. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e incertezas**. 9ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MARCELO, C. Desenvolvimento docente e profissional: passado e futuro. **Revista de ciências da educação**. n. 8. jan/abr. 2009.

PASSOS, C. et al. Desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática: uma meta análise de estudos brasileiros. **Quadrante**, Lisboa, v. 15, n. 1 e 2, p. 193-219, 2006.

SHULMAN, L.S. Those who understand: knowledge Growth. In: **Teaching Educational Researcher**, v.15, n.2, p.4-14, 1986

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17ed. – Petróplolis, RJ: Vozes, 2014.

UFAM. **Banco de dados de Turmas no PARFOR/UFAM.** Dados obtidos pelo email: parfor@bol.com.br, enviados pela coordenadora geral do PARFOR na UFAM, em janeiro de 2020.

Experiências formativas embasadas na Matemática para o Ensino e no Concept Study

Formative experiences based on Mathematics-for-teaching and on Concept Study

Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Educimat-Ifes
vilelapaiva@gmail.com

Tatiana Bonomo de Sousa
Educimat-Ifes
tatibonomo@gmail.com

Ayandara Pozzi de Moraes Campos
Educimat-Ifes
ayandara.campos@gmail.com

Resumo

Este artigo visa discutir a concepção de Matemática para o Ensino e o Concept Study, metodologia de pesquisa e formação, propostos por Davis e seus colaboradores. Neste sentido, retrata como essas perspectivas têm embasado as pesquisas da linha de formação de professores desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Espírito Santo (Gepem-ES) vinculado ao Programa de Mestrado e Doutorado Profissional do Instituto Federal do Espírito Santo (Educimat- Ifes) no período de 2016 a 2021. As pesquisas descritas foram desenvolvidas em uma linha qualitativa no contexto da formação inicial ou continuada de professores. As ações formativas aconteceram por meio de uma estrutura colaborativa de investigação de conceitos matemáticos com vistas ao ensino, nas quais as discussões coletivas e reflexões dos professores e futuros professores em formação foram privilegiadas. As análises apresentadas ocorreram por meio das reflexões destes estudos no grupo de pesquisa e leitura dos relatórios finais. Os resultados indicam que essas formações ao valorizarem a investigação dos saberes oriundos da prática docente e social dos participantes, tendo como base os princípios da Matemática para o Ensino, contribuíram para um movimento de (re)significação/produção de saberes para o ensino.

Palavras-Chave: formação de professores; conceitos matemáticos; saberes docentes para o ensino.

Abstract

This article aims to discuss the concept of Mathematics for Teaching and the Concept Study, research and training methodology, proposed by Davis and his collaborators. In this sense, it depicts how these perspectives have supported researches in the line of teacher education developed by the research group on mathematics education of Espírito Santo (Gepem-ES) linked to the Master's and Professional Doctorate Program of the Federal Institute of Espírito Santo (Educimat-Ifes) from 2016 to 2021. The researches described were developed in a qualitative line in the context of initial or continuing teacher education. The formative actions took place through a collaborative structure of investigation of mathematical concepts with a view to teaching, in which collective discussions and reflections by in-service teachers and pre-service teachers were privileged. The analyses presented occurred through the reflections of those studies in the research group and reading of the final reports. The results indicate that those formations, by valuing the investigation of knowledge deriving from the participants' teaching and social practice, based on the principles of Mathematics for Teaching, contributed to a movement of (re)signifying/producing knowledge for teaching.

Keywords: Teacher education; Mathematical concepts; Teacher’ Knowledge for teaching.

Introdução

Estudos e pesquisas recentes destacam a necessidade de se conceber propostas para a formação de professores que ensinam matemática que enfatizem o saber da prática. Entende-se prática como espaço de produção de saberes e docência como uma atividade profissional que possui saberes próprios. O saber da prática torna-se, portanto, conteúdo da formação, o que contribui, para que os professores construam saberes próprios da profissão docente para o ensino de Matemática. Essas ideias são retratadas e enfatizadas na literatura de pesquisas internacionais e nacionais (SHULMAN, 1986, 1987; COCHRAN-SMITH, LYTLE, 1999; CHARLOT, 2005; BALL, THAMES, PHELPS, 2008; DAVIS, RENERT, 2014; RIBEIRO, 2012; PONTE, 2014; PAIVA, 2020; GIRALDO, RANGEL, MENEZES, 2017; FIORENTINI, CRECCI, 2017).

Fazendo um breve retrospecto desses estudos, trazemos as contribuições de Shulman (1986, 1987) ao retratar o conhecimento que o professor necessita para ensinar, em particular o conhecimento pedagógico do conteúdo, desenvolvido pelo professor em sua ação prática. A partir dessas ideias Ball, Thames e Phelps (2008) desenvolveram um modelo teórico do conhecimento matemático para o ensino. Trata-se de um conhecimento necessário para trabalhar o ensino da Matemática na Educação Básica. De acordo com esses autores, "existem aspectos que vão além do conhecimento pedagógico do conteúdo que precisam ser descobertos, mapeados, organizados e incluídos nos cursos de Matemática para professores" (BALL; THAMES; PHELPS; 2008, p. 398). Em relação às pesquisas na linha de formação de professor, as abordagens apresentadas por Shulman (1986, 1987), Ball, Thames e Phelps (2008) colaboram ao categorizar quais saberes são mobilizados para o ensino.

Considerando a existência de saberes para além da categorização apresentada por Shulman (1986, 1987), Ball, Thames e Phelps (2008), Cochran-Smith e Lytle (1999) pontuam distinções *do saber para a prática*, *na prática e da prática*: *o saber para a prática* refere-se ao conhecimento teórico, vinculados a pesquisadores e estudos acadêmicos, *o saber na prática* trata-se do saber incorporado na prática, por meio da vivência na ação docente; e o *saber da prática* abarca a articulação entre a teoria e a prática docente, nesta última categoria adota-se a investigação, problematização e reflexão das próprias práticas dos professores (COCHRAN-SMITH, LYTLE, 1999). Para essas autoras, é por meio da participação em comunidades que adotam a investigação sistemática e intencional do ensino e da aprendizagem que o professor aprende e se desenvolve profissionalmente, sendo, portanto, uma das formas de potencializar a construção de saberes para o ensino.

É notório, na literatura de pesquisa sobre os saberes docentes, um destaque no que o professor sabe individualmente, ao invés de considerar as relações entre o individual e o coletivo. Como se a finalidade das pesquisas fossem determinar o que um professor sabe ou não sabe individualmente, em vez de desenvolver uma cultura profissional docente de investigação de saberes próprios para o ensino (CHARLOT, 2005). Como ficam os saberes dos professores que emergem nas discussões coletivas e que o professor traz de sua prática? Como esses saberes se inserem como conteúdo da formação docente?

Nessa perspectiva, estudos recentes investigam o processo de aprendizagem docente centrado no desenvolvimento do estudo do conceito, pautado, em saberes que emergem das discussões coletivas, visando uma Matemática para o ensino (DAVIS, RENERT, 2014; DAVIS, SMMIT, 2006; GIRALDO *et al*., 2017; MENDUNI-BORTOLOTI, BARBOSA, 2018; PAIVA, 2020).

Davis (2012, p.5, tradução nossa) apresenta Concept Study como "uma estrutura colaborativa para engajar professores no exame e elaboração de entendimentos matemáticos". Dessa forma, compreende-se o Concept Study como uma estrutura de estudo coletivo que oferece aos participantes oportunidades de refletir sobre seus saberes e sobre sua própria prática, tendo como ponto de partida e objeto de análise um conceito matemático. Ao considerar a relevância do estudo coletivo e colaborativo, Davis e Renert (2014, p.33) descrevem que "A inteligência baseada em grupo não está enraizada em uma lógica de isto ou aquilo. As possibilidades do aprendiz individual e do aprendiz coletivo podem e devem ampliar um ao outro". Desse modo compreendem que o grupo possui conexão cognitiva na (re)construção, ampliação e difusão do processo de investigação do conceito matemático. Nesse sentido, consideramos a aprendizagem como um processo social e que resulta na compreensão de que a interação entre os sujeitos envolvidos tem um papel crucial em seu desenvolvimento, de modo que, "por meio do outro que o sujeito pode desenvolver-se, que as funções ainda não dominadas poderão ser internalizadas; e que formas coletivas precedem as individuais e constituem sua função de origem" (LOPES, ARAÚJO, CEDRO, MOURA, 2016, p.7). Essas ideias têm implicações tanto para o processo de ensino e aprendizagem voltado ao aluno quanto para o processo de formação do professor.

Com base nessas ideias, nos últimos anos, os membros do Gepem-ES priorizaram investigar, nas formações continuadas ou iniciais, as experiências vivenciadas coletivamente, a partir do entendimento que dessa forma saberes emergem na discussão e são (re)significados ou ampliados, contribuindo para o crescimento profissional do professor, do futuro professor e do pesquisador, embasados nos pressupostos teóricos metodológicos da Matemática para o Ensino e no Concept Study.

Pretendemos contribuir para a compreensão do processo de incorporação dos saberes emergentes da prática profissional docente em ações formativas. Deste modo, sentimos a necessidade de revisitar quatro contextos formativos, instrumentos de investigação de pesquisas desenvolvidas por este grupo.

Como forma de elucidar e teorizar os caminhos percorridos para o desenvolvimento deste artigo, as seções seguintes serão constituídas de; uma breve discussão da perspectiva teórica adotada; uma apresentação dos princípios e fundamentos que embasaram as quatro pesquisas retratadas; uma seção acerca de parte dos resultados das pesquisas no processo de investigação de conceitos matemáticos por meio de discussões coletivas, e, por fim, as considerações finais.

Matemática para o Ensino e Concept Study

Para Davis e Simmt (2006), autores do Concept Study, essa abordagem de investigação deve ser vista como uma estrutura de formação em que professores interagem, discutindo e refletindo sobre entendimentos relacionados a um determinado conceito matemático, a partir de uma questão inicial que direciona as discussões e tem como objetivo o ensino.

No estudo de Davis e Simmt (2006) temos o princípio organizador da metodologia Concept Study e uma estrutura de interpretação para discussão teórica da Matemática para o ensino embasada na ciência da complexidade (*complexity science*). A partir dessa estrutura, Davis e Simmt (2006) apresentam os principais aspectos da concepção de Matemática para o ensino, propondo uma articulação entre categorias mais estáveis, em que se enquadram os conceitos matemáticos e o currículo, e categorias descritas como mais dinâmicas compreendendo a coletividade da sala de aula e o entendimento subjetivo.

De acordo com Davis e Simmt (2006), a articulação entre essas categorias do conhecimento matemático é primordial para o ensino da disciplina e, exatamente nessa articulação é que se situa a concepção de Matemática para o ensino. Nesse sentido, verifica-se a indissociabilidade entre a matemática estabelecida, considerada uma categoria mais estável, e a matemática produzida, sendo uma categoria mais dinâmica.

A partir dessa abordagem, Davis e Renert (2014) indicam que outras características: *substructing*[1]. *emergence* e *open dispositions* têm se mostrado relevantes no desenvolvimento de um Concept Study. A seguir descrevemos suas definições e implicações.

Em linhas gerais, a noção *substructing* refere-se a um processo de exploração de um conhecimento prévio a fim de dar novos significados e, concomitantemente recorrendo a este na prática docente. Os autores descrevem que "[...] professores reelaboram conceitos matemáticos, às vezes radicalmente, enquanto continuam a utilizá-los, quase que sem interrupção, no ensino" (DAVIS, RENERT, 2014, p.43).

A característica *emergence* diz respeito à expansão e complexidade que envolve a Matemática para o ensino. Tal noção indica que a Matemática para o Ensino se constitui de diferentes sistemas co-implicados, "[...] as estruturas em evolução do entendimento pessoal dos professores; dinâmica de produção de conhecimento em grupos sociais de professores; e as dinâmicas e estruturas de um domínio do conhecimento – isto é, matemática" (DAVIS; RENERT, 2014, p.45).

Nessa linha, Davis e Renert (2014) pontuam que diante da amplitude da Matemática considera-se incoerente que individualmente alguém pudesse conhecer a Matemática de forma tão abrangente, e salientam que estudos anteriores priorizaram as formas explícitas do conhecimento disciplinar dos professores. Neste contexto, os autores descrevem o conhecimento disciplinar como disposições abertas *(open dispositions)*, e não como corpo de conhecimento estabelecido a ser incorporado. Ao abordar essa característica, Davis e Renert (2014) indicam que diante da complexidade do conhecimento disciplinar dos professores demanda-se a adoção de uma disposição aberta envolvendo as interpretações e significados matemáticos emergentes. Nesse sentido, são caracterizados três cenários: "[...]

[1] Neste artigo alguns termos serão mantidos no idioma original, ou seja, em língua inglesa. Essa escolha foi definida por ainda não haver a tradução desses termos na produção científica em língua portuguesa.

enraizados na matemática formal pré-estabelecida; selecionados e adaptados pelos professores para tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis; inventados por estudantes em esforços para tornar a matemática pessoalmente coerente" (DAVIS, RENERT, 2014, p.38).

Nessa perspectiva, para apoiar o desenvolvimento da Matemática para o ensino, Davis e Renert (2014) propõem o Concept Study, "[...] uma metodologia participativa por meio da qual professores interrogam e elaboram sua matemática" (DAVIS; RENERT, 2014, p.35), de modo que "[...] questões que emergem da prática profissional dos próprios professores são as que estruturam a construção de saberes de conteúdos matemáticos para o ensino" (PAIVA, 2020, p.63).

O Concept Study combina elementos de duas noções: a análise do conceito (*concept analysis*) e a pesquisa de aula (*lesson study*), adotando o foco no conceito matemático e na estrutura colaborativa. Nessa abordagem, cabe ao pesquisador "[...] Estruturar tarefas significativas e apropriadas para os participantes de modo a criar ambientes que permitam a interação e troca de ideias" (DAVIS; SIMMT, 2006, p. 300).

Para Davis e Renert (2014), ao investigar o conceito matemático com base em suas experiências de ensino de forma coletiva, os professores são capazes de produzir listas ricas de imagens e de analogias da Matemática para o ensino. Para essa produção coletiva, os referidos estudiosos indicam a proposição de perguntas acerca de um conceito matemático que dispare a discussão, correspondendo ao ponto de partida para a primeira ênfase do Concept Study, denominada Percepções (*Perceptions*). Além disso, Davis e Renert (2014) indicam ênfases que surgem nas discussões coletivas, envolvendo os entendimentos explícitos e implícitos:

> [...] identificar significados existentes ("Percepções") analisando o fluxo desses significados dentro do currículo ("Panoramas"), explorando suas implicações para aplicações e outros conceitos ("Vinculações"), combinando-as em construções mais poderosas ("Misturas") (DAVIS; RENERT, 2014, p. 49).

Essas ênfases podem ocorrer em diferentes momentos da interação e simultaneamente. De acordo com a proposta dos autores apenas a primeira ênfase, intitulada por "percepções", é estruturada intencionalmente, as demais emergem durante as discussões entre professores. Nessa linha, verifica-se a relevância da participação dos professores e evidencia-se, também, o entendimento de que os professores são produtores de conhecimento e não sujeitos à margem de uma matemática estabelecida.

Além disso, à medida que Davis e Renert (2014) caracterizam o conhecimento disciplinar dos professores em Matemática como vasto, complexo e evolutivo, e que este conhecimento está na comunidade dos professores, emergindo, assim, da prática –conclui-se que dificilmente é possível alcançar toda a gama de interpretações de um conceito de forma individual. Assim, pontuam a demanda da coletividade e do engajamento dos participantes como forma de ampliar esse conhecimento e apropriar-se de uma Matemática para o Ensino.

Experiências formativas e caminhos metodológicos

Nesta seção apresentamos as pesquisas que foram embasadas na teoria da Matemática para o ensino e adotaram a estrutura metodológica do Concept Study. Investigamos quatro contextos de formação que tomaram como princípios a existência de saberes próprios e necessários à docência, e que esses saberes são dinâmicos e emergentes da prática profissional e social. Discutiu-se nessas formações saberes dos participantes acerca dos seguintes conceitos matemáticos: Equações Diofantinas Lineares (EDF), Padrões e Generalizações, Proporcionalidade e Área. O quadro a seguir apresenta essas pesquisas.

Quadro 1: Pesquisas embasadas na Matemática para o Ensino e no Concept Study

Autor (Ano)	Título	Objetivo geral	Participantes e contexto
Cade (2018)	Construção coletiva de uma Matemática para o ensino de Equações Diofantinas Lineares na formação inicial de professores.	Investigar como o licenciando em Matemática constrói uma Matemática para o ensino de Equações Diofantinas Lineares por meio da articulação do saber científico e o escolar.	19 alunos do quinto período de Licenciatura em Matemática. (Formação inicial - Disciplina Teoria de Número - 5 encontros presenciais).
Sousa (2019)	Padrões e generalizações para o ensino da Álgebra: ações colaborativas na formação de professores.	Analisar os saberes docentes (re) construídos por professores do Ensino Fundamental para o ensino de Álgebra com o estudo de padrões e generalizações.	12 professores com atuação nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. (Formação continuada - curso de extensão- 6 encontros presenciais e interações no *Moodle*).
Lorenzutti (2019)	Formação continuada com professores dos anos iniciais: um estudo coletivo do conceito de proporcionalidade.	Analisar saberes do conceito de proporcionalidade para o ensino, que professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (re)significam, em uma formação continuada com ênfase em discussões coletivas.	11 professores com atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental. (Formação continuada - curso de extensão - 7 encontros presenciais e interações no *Moodle*).

Campos (2021)	Concept study na formação de professores que ensinam Matemática: um estudo colaborativo do conceito de área para o ensino.	Analisar uma formação continuada, embasada no concept study, com vistas à (re)significação de saberes docentes do conceito de área para o ensino.	10 professores com atuação na Educação infantil, nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. (Formação continuada - curso de extensão- 9 encontros presenciais e interações no *Moodle*).

Fonte: Elaborado pelas autoras (2021).

Observa-se nos objetivos das pesquisas, quadro 1, que estas conduziram um processo de discussão coletiva a partir da investigação dos entendimentos dos participantes sobre conceitos matemáticos com vistas ao ensino. Destacamos, ainda, que as pesquisas de Sousa (2019) e Cade (2018) exploraram características e alguns aspectos do Concept Study, enquanto as pesquisas de Lorenzutti (2019) e Campos (2021) contemplaram em mais profundidade as ênfases do Concept Study.

Por questões de limitação de espaço, neste artigo focamos em apresentar a primeira ênfase do Concept Study, para isso, abordamos as estratégias utilizadas no processo de identificação das percepções iniciais dos professores sobre determinados conceitos matemáticos e a ampliação/reestruturação desses conceitos nas discussões coletivas.

Cada pesquisa adotou uma estratégia para o ponto de partida das discussões coletivas, correspondendo à primeira ênfase do Concept Study, investigação das percepções iniciais dos participantes. A seguir apresentamos as estratégias de abordagem da primeira ênfase.

Para investigar os saberes prévios dos licenciandos sobre o conceito de "Equação Diofantina Linear", Cade (2018) propôs problemas com momentos de trabalho individual e em grupo, que foram resolvidos de modo livre por estudantes do 5º período de licenciatura em Matemática do Ifes. Surgiram variadas estratégias de resolução, o que tornou possível conjecturar e formalizar uma importante relação entre os coeficientes da EDL, culminando na solução geral de uma EDL, antes mesmo do teorema que aborda este tópico ser trabalhado em aula. Isso mostrou quão ricas podem ser as discussões coletivas, já que diferentes formas de resolução permitem olhares distintos sob um mesmo problema. Além disso, discutiu-se sobre a importância de se trabalhar problemas contextualizados em sala de aula. Neste contexto, a experiência formativa com os licenciandos, contribuiu com a abordagem de aspectos a serem explorados sobre o conteúdo de EDL, articulações entre o conhecimento científico e escolar e a futura prática de ensino. Esta pesquisa foi um desafio, já que o Concept Study foi proposto para formação continuada e percebeu-se que, apesar de ainda não serem professores, os saberes dos licenciandos como estudantes do ensino fundamental e médio contribuíram para que novos saberes emergissem nas discussões coletivas e fossem ampliados e (re)significados para o ensino.

Na pesquisa desenvolvida por Sousa (2019), o ponto de partida foi um *Quiz* seguido de discussões coletivas com intuito de investigar as percepções sobre conceitos da Álgebra dos professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental vinculados a Secretaria Municipal de Cariacica (SEME/Cariacica). Além do *Quiz*, Sousa (2019) utilizou a resolução de situações-problemas relacionados ao contexto escolar – o que contribuiu para a construção do saber do conteúdo de padrões matemáticos e generalizações para o ensino. Os docentes tiveram a oportunidade de apresentar aos demais colegas as suas resoluções, e discuti-las de forma coletiva. A forma com que os professores apresentaram a solução dos problemas propostos relacionados à prática em sala de aula, indicou como o conteúdo Matemático é comunicado pelo professor na prática. Além disso, observou-se interpretações mais amplas ao relacionar conceitos do conteúdo de generalizações de padrões matemáticos com aspectos do desenvolvimento do pensamento algébrico e relações ao conceito de variável. Os dados demonstraram que os professores conseguiram, em sua maioria, (re)construir múltiplos saberes relativos ao conteúdo de padrões e generalizações, pois conceitos relacionados a esses conteúdos e ideias subjacentes surgiram de seus relatos nas discussões coletivas e nas ações colaborativas dentro de um contexto histórico, social, cultural de (re)construção de novos saberes para uma Matemática para o ensino.

O curso de extensão da pesquisa de Lorenzutti (2019) foi desenvolvido no Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Cefor) do Ifes e contou com a participação de professores da rede pública, privada, majoritariamente professores dos anos iniciais do ensino fundamental. A investigação das percepções ocorreu de forma mais aproximada à proposição das ênfases de Davis e Renert (2014). Por meio da proposta “Pense e registre!” foram feitas as questões: O que é multiplicação? O que é proporcionalidade? O que é importante para o ensino e aprendizagem da multiplicação? O que é importante para o ensino e aprendizagem da proporcionalidade?

Diante dessas questões, as professoras foram convidadas a registrar individualmente suas percepções para posterior discussão no coletivo. A pesquisadora observou, então, que muitas percepções usadas para comunicar o conceito foram influenciadas, principalmente, pelos modos como as professoras tinham vivenciado o conceito na Educação Básica. Dessa maneira, diante ainda de demandas do grupo, para discussão do conceito de proporcionalidade, foram retomadas ideias do conceito de multiplicação. Assim, à medida que as percepções foram discutidas com o grupo, houve compartilhamento de dúvidas e experiências, as quais foram objeto de estudo. Por conseguinte, a partir das discussões, indagações e novos entendimentos, o grupo produziu as listas (re)significadas no coletivo, que ilustramos a seguir com a produção relacionada ao conceito de proporcionalidade.

Quadro 2: Percepções produzidas no coletivo

Proporcionalidade envolve...	O que é importante para o ensino e aprendizagem da proporcionalidade?
Relação entre duas ou mais grandezas obedecendo uma condição constante. Comparação de grandezas distintas ou não. Comparação entre razões.	Promover e analisar a relação entre quantidades. Trabalhar a lógica da relação entre grandezas. O entendimento de porção, dimensão, quantidade. Perceber regularidade entre grandezas diretamente e, inversamente proporcionais Noção de causa e consequência Perceber igualdade entre razões Saber estimar dados do cotidiano Compreensão sobre o campo multiplicativo

Fonte: Lorenzutti (2019)

O quadro 2 representa o desfecho da primeira ênfase do Concept Study do processo formativo desenvolvido por Lorenzutti (2019). A pesquisadora destaca, ainda, ao longo de suas reflexões, que a lista indica mudanças em entendimentos matemáticos e ressalta que a reflexão colaborativa conduziu à composição da lista, evidenciou questões conceituais determinantes para a pesquisa e a prática docente, apontando aspectos que as professoras entendiam como importantes para a composição de seus saberes para o ensino do conceito de proporcionalidade. Portanto, a partir de questões e entendimentos que emergiram da prática, foram estruturados saberes para o ensino, de modo que os próprios professores produziram sua matemática para o ensino de proporcionalidade.

Para o desenvolvimento da pesquisa de Campos (2021), foi ofertado um curso de extensão a partir do convênio entre Cefor-Ifes, Gepem-ES e SEME/Cariacica. Entre as pesquisas destacadas, o estudo de Campos (2021) demonstrou avanços e uma maior na apropriação dos pressupostos teóricos da Matemática para o Ensino e dos aspectos metodológicos do Concept Study. A ação formativa desenvolvida explorou três das ênfases do Concept Study e valorizou a investigação das experiências dos professores em formação. Na análise de Campos (2021), abordou-se de forma explícita os aspectos *substructing*, *open* *dispositions* e *emergence*, bem como o foco no conceito matemático e a estrutura colaborativa proposta pelo Concept Study. Neste processo, evidenciou-se um movimento de (re)significação de saberes que contribuiu para a prática docente e desenvolvimento profissional dos participantes. Apresentamos a seguir o quadro 3, referente a primeira ênfase do Concept Study referente a pesquisa de Campos (2021):

Quadro 3: Percepções produzidas no coletivo

O que é medir?	O que é essencial para o ensino e aprendizagem de área?
Definir o objeto Definir a grandeza (tempo, volume, massa, comprimento, velocidade, área, força...) Escolher a unidade de medida Comparar Encontrar um número	Recobrimento Usar unidades de medidas não padronizadas e padronizadas Definir a unidade de medida Comparar as unidades de medidas utilizadas Figuras equivalentes

Fonte: Campos (2021)

A pesquisa Campos (2021) pontua, ainda, que as percepções que compõem esta lista, quadro 3, não se caracterizam como um corpo finalizado, mas fruto da produção de conhecimento dos professores durante o processo formativo oriundas de um entendimento vindo da prática. Cabe destacar que os sujeitos dessa pesquisa foram dez professoras com formação docente inicial em: seis em pedagogia, uma em matemática, uma em educação física, uma em letras e uma em educação artística. Portanto, consideramos que a diversidade do grupo foi um fator que contribuiu para o engajamento coletivo e abertura para que os professores compartilhassem e dialogassem sobre suas experiências e saberes na investigação do conceito de área.

Para finalizar nossas discussões de como a Matemática para o ensino e as características do Concept Study têm fundamentado as experiências formativas, trazemos relatos dos participantes, recortes dos relatórios das pesquisas, que ilustram indícios de um processo de mudança e reflexões para a prática docente dos participantes envolvidos.

Quadro 4: Relatos dos participantes envolvidos nas experiências formativas

Pesquisa de Cade (2018) “Se a gente for pensar bem, a gente resolve (Equações Diofantinas Lineares) com os alunos do ensino fundamental e médio quando a gente fala de sistema e essas coisas, então as equações entram muito nessa parte” (Licencianda Paola).
Pesquisa de Sousa (2019) “A constante interação entre os colegas promoveu o aprendizado mútuo. Aspectos importantes da Álgebra eram trazidos para discussão e análise, cada encontro do curso sempre com muito planejamento, que gerava discussões e novas aprendizagens” (Profª K).
Pesquisa de Lorenzutti (2019) “No último encontro, eu fiquei pensando em meus alunos, como eu posso mudar a estratégia para chegar a um caminho com eles, quando fomos discutindo algumas ideias da multiplicação aqui na formação. Agora compartilhando com uma colega da minha escola o que estamos discutindo aqui, percebi que a estou ajudando também” (Profª Maria).
Pesquisa de Campos (2021) “A questão de a gente ter um olhar diferenciado para o aluno que erra foi muito importante para mim [...] percebi que preciso observar mais e ver por que ele pensa assim [...] Passei a

perceber que posso até não ter uma resposta pronta, mas, se compreendo o conceito, posso questionar e conduzir, para melhor entender e construir com eles" (Profª. Maria).

Fonte: Elaborado pelas autoras.

As descrições do quadro 4, nos permitem afirmar que os envolvidos no processo de investigação de conceitos matemáticos por meio de discussões coletivas conseguiram ampliar e construir saberes para o ensino da matemática, no contexto em que estão inseridos. Nos quatro contextos formativos, durante as discussões coletivas, verificou-se a valorização dos conhecimentos da prática docente, promovendo uma exploração de uma compreensão anterior visando dar novos significados e simultaneamente recorrendo a estes na prática. Consideramos que isto foi possível devido aos contextos formativos gerarem uma abertura para que tanto os conhecimentos explícitos quanto os implícitos da prática docente e social dos participantes fossem fonte de conhecimento para investigação do conceito para o ensino. Os entendimentos individuais foram compartilhados e discutidos com o grupo, de modo que foi possível problematizar, ampliar e sistematizar entendimentos acerca dos conceitos matemáticos investigados.

Conclusões

As pesquisas retratadas indicam a importância de uma perspectiva de formação voltada à prática docente, pois possibilita ao professor a compreensão do seu papel no seu próprio processo de ensino e aprendizagem e na possibilidade de significativas mudanças na forma de se comunicar matematicamente e, consequentemente, em suas atividades profissionais. Os entendimentos apresentados pelos participantes foram discutidos coletivamente em cada formação, de modo que foram valorizados e investigados os saberes emergentes da prática. Durante esse processo de investigação e aprofundamento conceitual com vistas ao ensino propôs-se situações-problema do contexto da prática desses professores a fim de gerar novas reflexões e validar suposições dos grupos.

A problematização do conceito matemático, estimulando a interação entre os professores, contribuiu para que o compartilhamento de experiências ocorresse, o que possibilitou o despontar de saberes e desenvolvimento de uma cultura matemática que emergiu das aprendizagens coletivas e individuais.

As trocas de experiências e as articulações estabelecidas entre saber e prática vivenciadas nas ações formativas nos levam a acreditar que o trabalho coletivo foi primordial, tanto na riqueza dos saberes compartilhados, quanto nos novos entendimentos dos conceitos ao longo das discussões. Justifica-se, assim, a relevância desse aspecto da coletividade, visto que os saberes individuais quando compartilhados se entrelaçam, gerando novos saberes permitindo que o indivíduo e o grupo participante (re)construam seus conceitos. Além disso, as pesquisas mostraram que o conceito matemático situado no contexto da prática docente resulta na produção e ampliação do próprio conceito, gerando uma Matemática para o ensino.

Referências

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content Knowledge For Teaching: What makes it Special? **Journal of Teacher Education**. Thousand Oaks, v.59, n.5, p. 389-407, 2008.

CADE, Nelson Victor Lousada. **Construção coletiva de uma matemática para o ensino de Equações Diofantinas Lineares na formação inicial de professores**. 2018. 106f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação do Espírito Santo, Vitória, 2018.

CAMPOS, Ayandara Pozzi de Moraes. **Concept study na formação de professores que ensinam matemática:** um estudo colaborativo do conceito de área para o ensino. 2021. 159f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação do Espírito Santo, Vitória, 2021.

CHARLOT, Bernard. **Relação com o saber, formação dos professores e globalização.** Porto Alegre, Artmed, 2005.

COCHRAN-SMITH, Marilyn; LYTLE, Susan L. Relationships of knowledge and practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, London: Sage, n.24, p.249-305,1999.

DAVIS, Brent; RENERT, Moshe. **The Math Teachers Know -** Profund Understanding of Emergent Mathematics. New York: Routledge, 2014.

DAVIS, Brent; SIMMT, Elaine. Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. **Educational Studies in Mathematics**. Canada, v. 61, n. 3, p. 293-319, 2006.

DAVIS, Brent. Subtlety and complexity of mathematics teachers' disciplinary knowledge. In: 12th INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 2012, Seoul Korea. **Anais…** Seoul Korea: ICME, 2012.

FIORENTINI, Dario; CRECCI, Vanessa Moreira Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. **Zetetiké**. v. 25, n. 1, p. 164-185, 2017.

GIRALDO, Victor; RANGEL, Letícia; MENEZES, Fábio; QUINTANEIRO, Wellerson. (Re)construindo saberes para o ensino a partir da prática: investigação de conceito e outras ideias. In: IV Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, 2017, Campinas. **Anais...** VI SHIAM. Campinas: CEPEM, p. 1-18, 2017.

LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira; ARAÚJO, Elaine Sampaio; CEDRO,Wellington Lima; MOURA, Manoel OriosvaldO. Trabalho coletivo e organização do ensino de matemática: princípios e práticas. **Zetetiké**, Campinas, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 13-28, 2016.

LORENZUTTI, Andressa de Oliveira Faria. **Formação continuada de professores dos anos iniciais:** um estudo coletivo do conceito de proporcionalidade. 2019. 159f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação do Espírito Santo, Vitória, 2019.

MENDUNI-BORTOLOTI, Roberta D'Angela; BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 20, n.1, p. 269-293, 2018.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. Formação de professor numa perspectiva de trabalho coletivo e colaborativo. In: SILVA, Joccitiel Dias da; CESAN, Andressa (org.). **Matemática no Espírito Santo:** história, formação de professores e aplicações. Vitória: Editora Mils, p. 59-80, 2020.

PONTE, João Pedro da. **Formação do professor de Matemática**: Perspetivas atuais. In: PONTE, João Pedro da. Práticas Profissionais dos Professores de Matemática. Lisboa: UIDEF, 2014. Cap.14, p. 343-360.

RIBEIRO, Alessandro. Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. **Bolema.** vol. 26. 2012.

SOUSA, Tatiana Bonomo de. **Padrões e generalizações para o ensino da álgebra:** ações colaborativas na formação de professores. 2019. 115f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação do Espírito Santo, Vitória, 2019.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**. Washington, v. 15, n, 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harward Educational Review**. Massachusetts, v. 57, p. 1-21, 1987.

Formação de Professores de Matemática na Licenciatura em Educação do Campo para Atuação na Educação Escolar Quilombola

Mathematics Teacher Education in Field Education for the Performance of those in Quilombola School Education

Aldinete Silvino de Lima
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB
aldinetelima@ufrb.edu.br

Kaled Sulaiman Khidir
Universidade Federal do Tocantins - UFT
kaled@uft.edu.br

Fernando Luís Pereira Fernandes
Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM
fernando.fernandes@uftm.edu.br

Resumo
Este artigo tem por objetivo compreender como são estruturados os núcleos formativos de cursos de Licenciatura em Educação do Campo que formam professores de Matemática. Trata-se de um recorte de um projeto de pesquisa interinstitucional, em andamento, que objetiva caracterizar os cursos de licenciatura que formam professores de Matemática para atuar nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio em contextos socioculturais específicos. Neste estudo, discutimos sobre a formação de professores de Matemática em cursos da LEdoC e apresentamos os princípios, conceitos e documentos legais que fundamentam e regulamentam a Educação Escolar Quilombola. Optamos pela análise documental, cujo *corpus* foi constituído pelas matrizes curriculares de Projetos Político-Pedagógicos de Cursos de três universidades públicas federais localizadas nas regiões Nordeste, Sudeste e Norte do país. Por meio da análise de conteúdo delineamos três categorias analíticas: formação geral e sociopolítica; formação matemática; formação pedagógica integradora. Os resultados das análises evidenciam que os núcleos formativos dos três cursos apresentam indícios de uma formação sociopolítica integrada à formação matemática. O estudo aponta possibilidades para propor componentes curriculares que estabeleçam relação com a diversidade sociocultural dos povos quilombolas, não somente no componente *Educação para as Relações Étnico-Raciais*. Diante disso, refletimos sobre as implicações da formação docente para atuação de egressos na Educação Escolar Quilombola e sugerimos a prescrição da formação sociopolítica em documentos de cursos que formam professores de Matemática para além dos contextos socioculturais investigados.

Palavras-chave: Formação de professores de Matemática; Educação do Campo; Contexto Sociocultural Quilombola; Núcleos Formativos; Análise Documental.

Abstract
This article aims to understand how the formative cores of the Field Education Teaching Degree Courses that qualify mathematics teachers are structured. This is an excerpt from an ongoing interinstitutional research project that aims to characterise the undergraduate teaching courses that qualify mathematics teachers to work in middle and high school in specific sociocultural contexts. To this end, we discussed mathematics teacher education in LEdoC courses and presented principles, concepts, and legal documents that support and regulate Quilombola School Education. We opted for documentary analysis, whose *corpus* consisted of the curriculum matrices of Political-Pedagogical Course Projects of three federal public universities located in the Northeast,

Southeast, and North regions of the country. Through content analysis, we outlined three analytical categories: general and socio-political formation, mathematical formation and integrative pedagogical formation. The results of the analyses show that the formative nuclei of the three courses present indications of a socio-political formation integrated into the mathematical formation. The study points out possibilities to propose curricular components that establish a relationship with the sociocultural diversity of quilombola peoples, not only in the *Education for Ethnic-Racial Relations* component. Therefore, we reflect on the implications of teacher education for the performance of those who majored in Quilombola School Education and suggest the prescription of sociopolitical education in the documents of courses that qualify mathematics teachers beyond the socio-cultural contexts investigated.

Keywords: Mathematics teacher education; Field education; Quilombola sociocultural context; Formative nuclei; Documentary analysis.

Introdução

Nos últimos anos, cursos que formam professores[1] de Matemática para atuar em contextos socioculturais, além das licenciaturas em Matemática e Pedagogia, a exemplo das licenciaturas Interculturais Indígenas e das licenciaturas em Educação do Campo têm despertado o interesse de pesquisadores brasileiros.

Durante a edição do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), realizado em Foz do Iguaçu - PR no período de 04 a 08 de novembro de 2018, pesquisadores do GT 07 - Formação de professores que ensinam Matemática - da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), constituíram um subgrupo de trabalho para desenvolver pesquisas sobre *outras licenciaturas* que formam professores de Matemática. A discussão impulsionou a inserção da expressão “contextos socioculturais de aprendizagem docente” na ementa do referido GT[2] (SBEM, 2018).

Em 2020, fruto da articulação do subgrupo de trabalho supracitado, foi cadastrado o projeto de pesquisa de caráter interinstitucional *Cursos de licenciaturas que formam professores para ensinar matemática nos contextos da Educação do Campo, Indígena, Quilombola... e outros,* vinculado ao Centro de Ciência e Tecnologia em Energia e Sustentabilidade da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). O projeto em andamento objetiva caracterizar os cursos de licenciatura que formam professores de Matemática para atuar nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio em

[1] Reconhecemos a relevância da identificação de gênero e das pesquisas científicas desenvolvidas nesse domínio. Cabe esclarecer, assim, que quando grafamos os termos “professores”, “formadores” e “camponeses”, estamos nos referindo a todos os gêneros.
[2] Para maiores informações ver a ementa do GT 07 disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-07 Acesso em: 10 mai. 2021.

contextos socioculturais. As atividades do projeto contam com a participação de dez pesquisadores de oito universidades públicas, localizadas nas cinco regiões do país.

Este artigo é fruto desse projeto e tem por objetivo compreender como são estruturados os núcleos formativos de cursos de Licenciatura em Educação do Campo (LEdoC). Com isso, buscamos refletir sobre as implicações dos núcleos para atuação dos egressos na Educação Escolar Quilombola.

O texto está organizado em quatro seções. A primeira seção discute os aspectos teóricos que permeiam a Licenciatura em Educação do Campo com a formação de professores de Matemática. A segunda seção trata sobre a Educação Escolar Quilombola e a formação docente. A terceira seção apresenta o percurso metodológico da pesquisa e a quarta seção discute os principais resultados do estudo. Após, apontamos implicações para a formação de professores que ensinam Matemática para além do contexto sociocultural investigado.

A formação de professores de Matemática em cursos da LEdoC

A oferta de cursos de Licenciatura em Educação do Campo vem sendo reivindicada por movimentos sociais e outros coletivos em diferentes espaços, desde a II *Conferência Nacional por uma Educação do Campo*, realizada em Luziânia-GO no ano de 2004. Com a publicação do Decreto n. 7.352 (BRASIL, 2010), o acesso de camponeses aos cursos de licenciatura tornou-se uma política pública assegurada na legislação nacional.

A Educação do Campo fundamenta-se nos estudos de Paulo Freire, essencialmente, no livro *Pedagogia do Oprimido* (FREIRE, 1987) e pressupõe que os sujeitos educativos sejam formados em uma concepção de educação emancipatória para atender as necessidades dos camponeses. Nesse sentido, Caldart (2019) destaca a luta dos sujeitos coletivos, a agricultura camponesa e a concepção de educação com finalidades emancipatórias, como sendo as três raízes de sustentação da Educação do Campo.

Assim, a formação de professores de Matemática nesses cursos é pautada nas mesmas raízes e segue o viés da perspectiva crítica. De acordo com Barbosa (2014), a Licenciatura em Educação do Campo traz estudos sobre a sociedade contemporânea que envolve outras áreas, tais como Sociologia, Economia, Psicologia e discute aspectos sobre as políticas públicas e a questão agrária que não acontece nos demais cursos de licenciatura em Matemática.

Por sua vez, Lima (2018) acentua que a LEdoC se diferencia das demais licenciaturas, de uma parte, porque é fruto da demanda dos camponeses em busca da garantia de direitos educacionais, sociais e humanos e, de outra, porque apresenta uma matriz curricular específica e adota a Pedagogia da Alternância na organização dos tempos formativos.

A Pedagogia da Alternância, segundo Gimonet (2007) e Begnami (2019), contém o ciclo de saberes constituído na ação-reflexão-ação. De acordo com Lima e Lima (2020), esse ciclo contempla a relação intrínseca entre o Tempo Universidade e o Tempo Comunidade, considerando os diferentes espaços e instituições formativas na formação docente. A alternância se caracteriza não somente por alternar tempos e espaços de aprendizagens entre universidade e comunidade, mas se configura em uma concepção teórica e metodológica que propicia o diálogo entre pessoas, instituições e comunidades.

A organização curricular de um curso da LEdoC além de apresentar os componentes curriculares aborda eixos e núcleos formativos. Os núcleos foram criados desde as primeiras experiências em 2007 com o projeto piloto nas universidades públicas: UFMG; UFBA; UFS e UnB, com a intenção de ampliar e articular os conhecimentos formativos.

Neste artigo, buscamos compreender os núcleos formativos prescritos na matriz curricular dos PPC das LEdoC, uma vez que além dos pressupostos da Educação do Campo, os cursos se propõem a atender as exigências específicas da Matemática, bem como as demais determinações contidas no arcabouço legal para a formação de professores. Além disso, refletimos sobre as implicações dessa formação para o egresso atuar na Educação Escolar Quilombola.

A Educação Escolar Quilombola e a formação docente

Na legislação educacional brasileira, o campesinato[3] negro, que inclui os quilombolas, está no escopo da Educação do Campo. Para entendermos a Educação Escolar Quilombola (EEQ), faz-se necessário compreender alguns documentos e princípios da Educação do Campo. Da mesma forma que não se pode falar de comunidades quilombolas sem entender e discutir os documentos oficiais que versam sobre a Educação para as Relações Étnico-raciais.

Nesta seção abordamos alguns princípios da EEQ passíveis de serem trabalhados na formação de professores de Matemática em cursos da LEdoC, bem como as suas implicações

[3] Campesinato é o conjunto de famílias camponesas que convivem em territórios estruturados com base no modo de fazer a agricultura com a garantia da reprodução social da família e com a utilização dos recursos da natureza sem a exploração ambiental.

na Educação Básica, particularmente, em escolas quilombolas e escolas que recebem estudantes oriundos de territórios quilombolas.

O campo, conforme consta nas Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas escolas do campo (BRASIL, 2002) constitui-se em um universo socialmente integrado ao conjunto da sociedade brasileira. O campo mantém as particularidades históricas, socioculturais e agroecológicas que o diferencia da cidade.

Desse modo, o campo é um espaço rico e diverso, que ao mesmo tempo é produto e produtor de cultura. É um espaço emancipatório, um território fecundo de construção da democracia e da solidariedade. Portanto, transforma-se em um lugar não apenas das lutas pelo direito à terra, mas também, pelo direito à educação, saúde, organização da produção, pela preservação, entre outros (CARVALHO, 2016).

O conceito de campo pode ser melhor compreendido a partir do conceito de território como o lugar marcado pelo humano. São lugares simbólicos permeados pela diversidade cultural, étnico-racial, pela multiplicidade de geração e recriação de saberes, de conhecimentos que são organizados com lógicas diferentes, de lutas, de mobilização social, de estratégias solidárias. Dessa forma, o desenvolvimento humano e social, por meio dos vínculos sociais, culturais e de relações de pertencimento a um determinado lugar, a um espaço vivido é imprescindível para o desenvolvimento territorial sustentável (CARVALHO, 2016).

A EEQ tem uma concepção de educação emancipatória que, da mesma forma que a Educação do Campo, estabelece políticas de correção de desigualdades sociais. Neste sentido, assim como a Educação do Campo, a EEQ deve ser compreendida como uma política pública que busca atender aos interesses da população quilombola na luta por justiça social.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a EEQ orientam como se deve realizar a Educação Básica para essas populações, pois, organiza-se, fundamenta-se, informa-se e alimenta-se de alguns aspectos relevantes e específicos para as comunidades quilombolas do campo e da cidade, propondo adaptações necessárias às peculiaridades da vida e do trabalho de cada região.

A EEQ, conforme dispõe as Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2012), deve dialogar com a comunidade na tentativa de aproximar ao máximo, o que na prática e na vivência histórica, política, social e cultural desses grupos por eles foram construídos, garantindo assim, o direito que esses grupos sociais têm de conhecer suas histórias, contribuindo para o reconhecimento, valorização e continuidade de suas formas de vidas.

Ainda de acordo com o referido documento, a EEQ destina-se ao atendimento das populações quilombolas e deve ser ofertada por escolas localizadas em comunidades quilombolas e, também, por escolas próximas a essas comunidades que recebam alunos oriundos das comunidades quilombolas. Em outros termos, unidades escolares que recebem alunos oriundos de territórios/comunidades quilombolas devem alterar seu projeto político-pedagógico de acordo com os termos da legislação.

As Diretrizes Nacionais para a EEQ tem por objetivos orientar os sistemas de ensino e escolas da Educação Básica, na elaboração, desenvolvimento e avaliação de seus projetos educativos; garantir a educação quilombola respeitando suas especificidades nas diferentes etapas e modalidades da educação; assegurar que as escolas considerem as práticas socioculturais, políticas e econômicas, seus processos próprios de ensino-aprendizagem e suas formas de produção e conhecimento tecnológico; zelar pela garantia do direito a EEQ, respeitando a história, a memória, a ancestralidade e os conhecimentos tradicionais dos quilombolas (BRASIL, 2012).

Para além dos objetivos, cabe ressaltar os princípios da EEQ: respeito à proteção e reconhecimento da história e da cultura afro-brasileira; direito a educação pública, gratuita e de qualidade; valorização da diversidade étnico-racial; garantia dos direitos humanos, econômicos, sociais, culturais, ambientais e do controle social das comunidades quilombolas, entre outros.

Quanto à formação inicial e continuada de professores para atuação na Educação Escolar Quilombola, em síntese, os eixos formativos do currículo estabelecidos nas Diretrizes são: a) conteúdos gerais sobre educação; fundamentos históricos, sociológicos, sociolinguísticos entre outros; c) estudos das metodologias e dos processos educativos; d) conteúdos curriculares de base nacional; e) estudo do trabalho como princípio formativo; f) estudo da memória, ancestralidade, oralidade entre outros; g) realização do estágio curricular em articulação com a EEQ; h) demais questões de ordem sociocultural, artística e pedagógica (BRASIL, 2012).

Os eixos formadores supracitados também são considerados nas Licenciaturas em Educação do Campo como núcleos formativos. É preciso compreender que a formação de professores deve estar sempre orientada e fundamentada pela legislação vigente que regulamenta a EEQ. Um docente, independentemente da formação específica na qual está sendo formado, será licenciado para atuar em instituições de ensino que ofereçam todas as modalidades de educação previstas na legislação nacional e considerar a diversidade das populações brasileiras. A seguir, apresentamos o percurso metodológico proposto para realizar o estudo.

Percurso Metodológico

O percurso metodológico adotado fundamenta-se na abordagem qualitativa de investigação, de cunho interpretativo, visto que tem por objetivo compreender como são estruturados os núcleos formativos de cursos da LEdoC.

Trata-se de um estudo documental (CELLARD, 2014), cujo *corpus* de análise foi constituído pelas matrizes curriculares dos Projetos Político-Pedagógicos de Cursos (PPC) das LEdoC, a partir do mapeamento de cursos que formam professores de Matemática para atuar em contextos socioculturais específicos.

De acordo com os dados produzidos no mapeamento, existem 44 cursos de Licenciatura em Educação do Campo no Brasil, ofertados em 33 instituições públicas com as áreas de Ciências Agrárias; Ciências Humanas; Linguagens; Ciências da Natureza e Matemática. Desse total, 13 cursos formam professores de Matemática, sendo 5 deles localizados em instituições públicas da Região Nordeste, 3 cursos na Região Norte; 2 na Região Sudeste, 2 cursos na Região Centro-Oeste e 1 curso na Região Sul.

Para produzir os dados deste estudo utilizamos dois critérios para a escolha dos cursos e das regiões brasileiras. O primeiro critério levou em conta o maior número de comunidades quilombolas certificadas por região brasileira para selecionar as três regiões. Tomamos por referência os dados publicados pela Fundação Cultural Palmares[4] (BRASIL, 2021) para identificar o número de comunidades quilombolas. Após, fizemos uso do segundo critério para selecionarmos um curso em cada região. Para tanto, consideramos os cursos vinculados às universidades federais que realizam anualmente o processo seletivo

[4] Informações disponibilizadas em: http://www.palmares.gov.br/?page_id=37551 Acesso em: 15 mai. 2021.

específico para o ingresso de estudantes da área de conhecimento em Matemática. A seguir apresentamos as regiões e os cursos selecionados com as respectivas universidades.

- Região Nordeste com 2.195 comunidades quilombolas certificadas.
  Curso de LEdoC da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), *Campus* Feira de Santana, BA;
- Região Sudeste com 544 comunidades quilombolas certificadas.
  Curso de LEdoC da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), *Campus* Uberaba, MG.
- Região Norte com 369 comunidades quilombolas certificadas.
  Curso de LEdoC da Universidade Federal do Pará (UFPA), *Campus* Abaetetuba, PA;

Os resultados da análise dos demais cursos, incluindo os cursos das regiões Centro-Oeste e Sul, serão apresentados no relatório do projeto interinstitucional e em produções científicas posteriores.

Por agora, apresentamos uma parte da produção de dados sobre a formação de professores de Matemática prescrita na matriz curricular dos cursos. Para tanto, utilizamos a análise de conteúdo, segundo Bardin (2011) e Vala (2014) para tratamento dos dados produzidos.

Na primeira leitura dos documentos buscamos perceber aspectos gerais sobre os cursos, tais como objetivos e a carga horária. A segunda leitura foi direcionada à questão: *Como estão organizados os núcleos formativos dos cursos da LEdoC?*

Na leitura seguinte selecionamos as frases e codificamos com a numeração 1, 2 e 3 para representar os núcleos formativos. Após, reunimos as partes codificadas e delineamos as categorias temáticas: *(i) formação geral e sociopolítica; (ii) formação matemática*; *(iii) formação pedagógica e integradora*. Na seção a seguir, apresentamos a análise dos resultados em cada categoria e tecemos considerações sobre as implicações dessa formação para atuação de egressos na Educação Escolar Quilombola.

Resultados e Discussões

Discutimos, nesta seção, os resultados de acordo com os núcleos formativos estabelecidos nos PPC e com os princípios da Educação do Campo (CALDART, 2019; LIMA, 2018) e da Educação Escolar Quilombola (CARVALHO, 2016; BRASIL, 2012).

Antes, porém, apresentamos a organização das matrizes curriculares e a carga horária total dos cursos.

A matriz curricular da UFRB está organizada em quatro núcleos formativos: formação geral; formação sociopolítica; formação específica em Matemática e formação pedagógica integradora. Os núcleos foram registrados no formato de um esquema que simboliza o sistema de Produção Agroecológica Integrada Sustentável[5] (PAIS), utilizado pelos camponeses. A carga horária total do curso é de 3991 horas/aula, sendo 3791 distribuídas entre os núcleos formativos e 200 horas para Atividades Complementares (UFRB, 2018).

O curso da UFTM tem uma carga horária total de 3840 horas/aula, sendo 3600 horas/aula distribuídas entre os núcleos de estudos e 240 horas para as Atividades Complementares nomeadas no documento de Atividades Acadêmico-Científico-Culturais (AACC). A matriz curricular está organizada em três núcleos: núcleo de estudos formador; núcleo de estudos específicos e núcleo de estudo integrador (UFTM, 2019).

A matriz curricular da UFPA é também formada por três núcleos: formador, específico e integrador sustentados metodologicamente pela Pedagogia da Alternância. O curso tem uma carga horária total de 3672 horas/aula, distribuídas em 3400 horas/aula para os núcleos formativos e 272 horas para Atividades Complementares (UFPA, 2016a).

Ao analisar as matrizes curriculares dos três cursos observamos que o curso da UFRB tem a maior carga horária e diferencia-se dos cursos da UFTM e da UFPA por apresentar o núcleo de formação sociopolítica. No entanto, os núcleos formadores propostos pela UFTM e UFPA apresentam indícios de uma formação sociopolítica integrada, como apresentamos a seguir.

(i) Formação geral e sociopolítica

De acordo com o PPC da UFRB, o núcleo de formação geral contempla componentes curriculares para a produção de conhecimentos sobre a docência e a formação profissional. No que se refere ao núcleo de formação sociopolítica, o objetivo do núcleo é proporcionar aos licenciandos reflexões sobre as práticas sociais e o trabalho dos camponeses por meio do estudo sobre a questão agrária e social brasileira.

[5] Cabe esclarecer que a PAIS é um ciclo produtivo integrado conhecido em algumas regiões por mandala. Não é comum encontrar esse esquema em núcleos formativos das LEdoC. O PPC da UFRB é o único dos cursos investigados que apresenta o ciclo produtivo.

O núcleo de estudos formador da UFTM se propõe ao estudo dos componentes curriculares da formação básica, dos fundamentos da educação e da Educação do Campo. Na mesma direção, o núcleo formador da UFPA tem por objetivo proporcionar ao graduando subsídios para a construção da sua própria formação, visando à reafirmação da identidade cultural, articulando aspectos da docência, memória e práticas educativas na Educação do Campo como principais elementos do percurso formativo.

Ao analisarmos os componentes curriculares ofertados em cada curso, identificamos que o componente curricular *Educação e Relações Étnico-Raciais* se insere no núcleo de formação sociopolítica da UFRB e no núcleo de estudos formador da UFTM. Não identificamos esse componente no curso da UFPA.

Reconhecemos a importância da oferta do componente *Educação e Relações Étnico-Raciais* para a atuação dos licenciados em escolas quilombolas ou em escolas que atendem estudantes oriundos dessas comunidades, conforme apresenta Carvalho (2016). Porém, lembramos que a oferta de um componente não é suficiente para atender aos eixos formativos e princípios da Educação EEQ. Para que o debate sobre a EEQ aconteça nos cursos da LEdoC, será necessário discutir a cultura, o trabalho e o modo de vida dos quilombolas em diferentes componentes.

Cabe esclarecer que identificamos nesse núcleo de formação geral e sociopolítica, componentes curriculares específicos da área de Matemática, a exemplo de *Estatística e Probabilidade; História e Filosofia da Natureza e da Matemática; Matemática na Educação Básica I e II; Aspectos Políticos e Culturais do Ensino de Matemática; Educação Matemática e Cidadania* no curso da UFRB e os componentes curriculares *Campos Numéricos; Funções e suas Aplicações no Campo Agrário*, na matriz curricular da UFTM. Não identificamos nos documentos analisados os critérios justificando os motivos pelos quais esses componentes curriculares fazem parte do núcleo formativo geral e sociopolítico e não constituem o núcleo específico em Matemática.

No que diz respeito aos componentes que tratam sobre os aspectos políticos e socioculturais do ensino de Matemática e cidadania da UFRB é possível conjecturar que tenham sido inseridos com a intencionalidade de proporcionar uma formação sociopolítica com maior ênfase. Quanto à atuação do licenciado em escolas quilombolas ou que atendem estudantes dessas comunidades, é provável que esses componentes possibilitem o estudo da cultura afro-brasileira. Da mesma maneira, que o estudo das funções aplicadas ao campo agrário apresentadas no curso da UFTM poderá tratar sobre situações aplicadas em comunidades quilombolas.

(ii) Formação específica em Matemática

O núcleo de formação específica apresenta características comuns aos três cursos. De acordo com o PPC da UFRB esse núcleo tem por objetivo:

> Proporcionar ao graduando uma sólida formação teórico-prática visando o desenvolvimento de habilidades e competência para a atuação no campo matemático de forma dialógica com a realidade do semiárido (UFRB, 2018, p. 43).

O objetivo de oferecer uma sólida formação em Matemática é, comumente, encontrado em documentos de cursos de Licenciatura em Matemática sem especificar os contextos socioculturais. Percebemos uma especificidade dos cursos da LEdoC, quando anunciam a relação dialógica com a realidade dos estudantes e seus territórios. Além disso, os trechos que versam sobre a formação específica em Matemática do curso da UFRB indicam que o núcleo se propõe ao estudo dos conhecimentos matemáticos na perspectiva da formação humana e da justiça social.

Por sua vez, o núcleo de estudos específicos da UFTM além de apresentar os componentes curriculares da área de Matemática dar ênfase a dimensão pedagógica da formação docente:

> Embora seja denominado específico é possível notar nas ementas uma intensa preocupação na relação teoria e prática dos conteúdos específicos com a dimensão pedagógica, característica e essencial para a formação do educador do campo (UFTM, 2019, p. 62).

Consideramos essencial a ênfase sobre a dimensão pedagógica no curso da UFTM, uma vez que a formação de professores de Matemática deve ser pensada e articulada às suas múltiplas dimensões. Essa articulação poderá favorecer a aproximação com a Educação Básica e com as especificidades da EEQ, conforme definidas nas Diretrizes Nacionais para a EEQ (BRASIL, 2012).

O propósito de contribuir com as dimensões que envolvem a docência é também tratado no núcleo específico da UFPA, ao esclarecer que além da formação sólida busca "o desenvolvimento de habilidades e competência para a atuação na docência" (UFPA, 2016a, p. 18).

A análise dos componentes curriculares inseridos nesse núcleo indica que os três cursos propõem componentes comuns tanto no que se refere aos componentes de nível superior como *Cálculo* e *Geometria Analítica*, quanto no que diz respeito à Educação Básica como *Funções* e *Álgebra Escolar*. Identificamos no núcleo específico da UFRB os componentes curriculares: *Metodologia do Ensino da Matemática* e *Pesquisa em Educação Matemática*. Já no núcleo da UFPA identificamos o componente curricular *Etnomatemática* (UFPA, 2016b) que poderá ser articulado ao modo de vida e cultura dos povos quilombolas.

(iii) Formação pedagógica e integradora

O núcleo de formação pedagógica integradora da UFRB indica que tem o papel de integrar a prática pedagógica com os demais núcleos formativos, bem como promover a integração das atividades do Tempo Universidade e do Tempo Comunidade.

Na mesma direção, o núcleo integrador da UFTM objetiva integrar as dimensões formativas "[...] em relação aos fundamentos da educação do campo, dos conteúdos específicos e da dimensão pedagógica característica da atuação do educador do campo." (UFTM, 2019, p. 63).

O objetivo do núcleo da UFPA é proporcionar atividades diversificadas e integradoras sobre temas educacionais e profissionais.

> [...] constitui-se de oficinas, seminários integrador e interdisciplinar sobre temas educacionais e profissionais, grupos de estudo, pesquisa e trabalho supervisionado, estudos de práticas pedagógicas, pesquisas sócio-antropológicas junto as comunidades do campo, mapeamento de realidades, atividades de iniciação à pesquisa, desenvolvimento de atividades de extensão, entre outros [...] (UFPA, 2016a, p. 18).

A *Prática Pedagógica* como componente curricular aparece no núcleo integrador da UFRB para ser ofertada em sete semestres e no curso da UFPA em oito semestres. Já os Estágios Curriculares Obrigatórios, enquanto componentes curriculares estão prescritos nos três cursos, sendo três estágios previstos para o curso da UFRB; quatro para o curso da UFTM e cinco estágios para o curso da UFPA. O núcleo integrador da UFRB e da UFTM propõe o componente curricular Seminário Integrador, um para cada semestre letivo. Além disso, o curso da UFTM prescreve o componente curricular *Espaços comunitários, territórios e integração de saberes* em três semestres.

Os componentes curriculares desse núcleo integrador e a diversidade de atividades complementares abrem possibilidades para desenvolver estudos sobre a EEQ e outros temas sociopolíticos nos três cursos. No PPC da UFPA identificamos os temas: *Educação para as Relações Étnico-Raciais* e *Contribuição Tecnológica da África na Formação Econômica do Brasil* como possibilidades de serem estudados em oficinas e seminários integradores.

Algumas Considerações

Ao retomar o objetivo deste estudo – compreender como são estruturados os núcleos formativos de cursos da LEdoC que formam professores de Matemática, tendo em vista às implicações da formação para atuação de egressos na Educação Escolar Quilombola - foi possível compreender a organização dos núcleos investigados.

Os núcleos formativos propõem a realização de *Seminários Integradores* como possibilidade de promover a articulação entre os componentes curriculares e os princípios da Educação do Campo. Sendo assim, se levarmos em conta que a Educação do Campo e a Educação Escolar Quilombola têm princípios comuns, tais como o respeito e a valorização da diversidade e da identidade cultural, o modo de vida e a luta dos povos do campo, espera-se que os futuros professores de Matemática, egressos desses cursos, possam estabelecer relação entre os conteúdos matemáticos e os aspectos sociais, culturais e políticos atinentes ao campesinato, em particular, aos povos quilombolas.

Os primeiros resultados encontrados possibilitaram identificar nos núcleos formativos uma proposta de formação sociopolítica e integradora prescrita na formação de professores que ensinam Matemática, singularidade inerente aos cursos de Licenciatura em Educação do Campo. Nesse sentido, sugerimos a prescrição da formação sociopolítica em documentos de cursos, para além dos contextos socioculturais investigados, considerando que os componentes curriculares não são vistos com um fim em si mesmos, e sim reorganizados e ressignificados mediante a presença de aspectos sociais, culturais e políticos.

Apesar da identificação da potencialidade formativa dos núcleos prescritos nos PPC, no que tange a atuação na EEQ, percebemos a ausência da legislação que regulamenta essa modalidade de estudo. Nesse sentido, recomendamos que os cursos de licenciatura atualizem os PPC e insiram as Diretrizes Curriculares Nacionais para a EEQ, possibilitando não somente o cumprimento da legislação, mas o respeito à identidade da população que ainda não se vê contemplada em cursos de formação de professores de Matemática.

Na perspectiva da continuidade desse estudo, os resultados apontam a necessidade de analisar o ementário dos componentes curriculares dos cursos de LEdoC, bem como a bibliografia indicada.

Referências

BARBOSA, L. **Entendimentos a respeito da matemática na educação do campo**: questões sobre currículo. 2014. 234f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Anterro Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2011.

BEGNAMI, J. Pedagogia da alternância em movimento. In: MOLINA, M.; MARTINS, M. (Org). **Formação de professores:** reflexões sobre as experiências da licenciatura em educação do campo no Brasil. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. p. 257-280 (Coleção caminhos da educação do campo, v. 9). Vários autores.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução n. 01 de 03 de abril de 2002**. Institui Diretrizes Operacionais para Educação Básica nas Escolas do Campo. Brasília: Conselho Nacional de Educação, 3 abr. 2002. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/ Acesso em: 20 mar. 2021.

BRASIL. Decreto-Lei nº 7.352, de 5 de novembro de 2010. Dispõe sobre a política de educação do campo e o Programa de Educação na Reforma Agrária - PRONERA. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**. Seção 1, Brasília, DF, 2010, n. 212, p. 1-2, 5 nov. 2010.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. Resolução nº 8, de 20 de novembro de 2012. Define Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Quilombola na Educação Básica. **Diário Oficial da União:** seção 1, Brasília, DF, 2012, p. 26, 21 nov. 2012.

BRASIL. Palmares Fundação Cultural. **Certificação quilombola.** Disponível em:

http://www.palmares.gov.br/?page_id=37551. Acesso em: 15 mai. 2021.

CALDART, R. Concepção de educação do campo: um guia de estudo. In: MOLINA, M.; MARTINS, M. (Org). **Formação de professores:** reflexões sobre as experiências da licenciatura em educação do campo no Brasil. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. p. 55-78 (Coleção caminhos da educação do campo, v. 9). Vários autores.

CARVALHO, R. **Identidade e cultura dos povos do campo no Brasil**: entre preconceitos e resistências, qual o papel da educação? Curitiba: Appris, 2016.

CELLARD, A. A análise documental. In: POUPART, J. et al. **A pesquisa qualitativa**: enfoques epistemológicos e metodológicos (Trad. Ana Cristina Nasser). 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014, p. 295-316.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GIMONET, J. **Praticar e compreender a pedagogia da alternância dos CEFFAs**. Tradução de Thierry de Burghgrave. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007. (Coleção Aidefa – Alternativas Internacionais em Desenvolvimento, Educação, Família e Alternância).

LIMA, A. **A relação entre conteúdos matemáticos e o campesinato na formação de professores de matemática em cursos de licenciatura em educação do campo**. 2018.

215f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

LIMA, A; LIMA, I. Pedagogia de Alternância em Cursos de Licenciatura em Educação do Campo que formam Professores de Matemática. **Revista Unión.** n. 58, p. 11-24, 2020.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Relatório do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM).** Foz do Iguaçu, 2018. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/sipem. Acesso em: 20 mai. 2021.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. **Projeto pedagógico do curso de licenciatura em educação do campo**. Abaetetuba, 2016a. Disponível em: http://fadecam.ufpa.br Acesso em: 20 mai. 2021.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. **Desenho curricular do curso de educação do campo**. Abaetetuba, 2016b. Disponível em: http://fadecam.ufpa.br Acesso em: 20 mai. 2021.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA. **Projeto pedagógico do curso de licenciatura em educação do campo nas áreas de conhecimento ciências da natureza ou matemática**. Feira de Santana, 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO. **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Educação do Campo**. Uberaba, 2019. Disponível em: http://www.uftm.edu.br/licenciatura-em-educacao-do-campo/projeto-pedagogico. Acesso: 25 mai. 2021.

VALA, J. A análise de conteúdo. In: SILVA, A.; PINTO, J. (Org.). **Metodologia das ciências sociais.** 16. ed. Porto: Edições Afrontamento, 2014, p. 100-128.

FormAção-Continuada em Modelagem Matemática na Modalidade Remota: associações entre humanos e não humanos

Training-Continued in Mathematical Modeling in Remote Mode: associations between human and non-human

Flávia Cristina de Macêdo Santana[1]
Universidade Estadual de Feira de Santana
fcmsantana@uefs.br

Resumo
Este artigo objetiva identificar e descrever que associações entre humanos e não humanos ocorrem em um contexto de um programa de formAção-continuada em modelagem matemática na modalidade remota. Para tanto, seguiu-se os caminhos propostos pela *Actor-Network Theory* (ANT), com o intuito de apresentar um olhar voltado para as práticas cotidianas, levando em conta sua hibridização. Utiliza-se a abordagem pós-qualitativa, operacionalizada por meio da observação das associações mapeadas em um curso de extensão ofertado durante o Período Letivo Extraordinário (PLE) da Universidade Estadual de Feira de Santana (Uefs) na modalidade remota, em função da pandemia causada pela COVID-19. A proposta estava vinculada a três núcleos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem), com sede em três universidades públicas no interior da Bahia. Para a análise dos dados, considerou-se a *rede* como uma "ferramenta metodológica", não apenas para descrever o que aconteceu durante o percurso, mas também para seguir os *actantes.* Tomou-se como referência os princípios do agnosticismo, da simetria generalizada e da associação livre para descrever as práticas. Os resultados indicam que associações estabelecidas entre os formadores/participantes e o *WhatsApp*, bem como entre os formadores/participantes e o *Google Meet* e *Google Forms* deram origem a novas associações que denominamos associações colaborativas internas, externas, alternativas e matemáticas. Essas associações colocaram em relevo o engajamento, a interatividade e a produtividade. Essas características são consequências de uma pluralidade de conexões e fruto dos vínculos cartografados no curso de formação.

Palavras-chave: Rede; Formadores; Professores da Educação Básica; *WhatsApp; Google Meet; Google Forms.*

Abstract
In this article, the author aims to identify and describe that associations between humans and non-humans occur in a context of a training-continued program in mathematical modeling in the remote modality. For this purpose, the paths proposed by the the paths proposed by the Actor-Network Theory (ANT) in order to present a look at everyday practices taking into account their hybridization. A post-qualitative approach is used, operationalized through the observation of associations mapped in an extension course offered during the Extraordinary School Period (PLE) of the State University of Feira de Santana (Uefs) in remote mode due to the pandemic caused by COVID-19. The proposal was linked to three centers of the Brazilian Mathematical Education Society (Sbem) based, in three public universities in the interior of Bahia. For data analysis, the network was considered as a 'methodological tool' not only to describe what happened along the way, but to follow the minutes. For this, we take as reference the principles agnosticism, generalized symmetry and free association to describe the practices. The results indicate that associations established between trainers/participants and *WhatsApp*, as well as between trainers/participants and *Google Meet* and *Google Forms* have given rise to new associations that we call internal, external, alternative and mathematical collaborative associations. These associations highlighted: (i) engagement; (ii) interactivity; (iii) productivity.

[1] Líder do Núcleo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática Nordeste da Universidade Estadual de Feira de Santana (NEMEMN/Uefs).

These characteristics are consequences of a plurality of connections and relationships resulting from the associations typed in the training course.

Keywords: Network; Instructores; Secondary Education Teachers; *WhatsApp; Google Meet; Google forms.*

Introdução

Para este artigo, tomamos como objeto a formação continuada em modelagem matemática[2] na modalidade remota[3], legitimada no contexto da pandemia de COVID-19. Entendemos a formação continuada como parte do desenvolvimento profissional[4], compreendendo-a como um *continuum* da formação inicial (GATTI *et al.*, 2019; FIORENTINI; CRECCI, 2013). Em consonância com a legislação, ela pode ocorrer pela oferta de atividades formativas e cursos de atualização, extensão, aperfeiçoamento, entre outros, que agreguem novos saberes e práticas (BRASIL, 2015).

Na área de Educação Matemática, algumas ações têm sido delineadas para a realização de formações, um exemplo disso são os resultados socializados em alguns estudos (CYRINO *et al.*, 2014; LUNA; BARBOSA, 2015; NACARATO, 2016; OLIVEIRA, BARBOSA, 2011). Estas pesquisas têm problematizado a formação continuada em modelagem argumentando que o contato com esse ambiente de aprendizagem pode oferecer subsídios para formação de docentes da Educação Básica, bem como novos entendimentos sobre matemática e ensino, o que pode afetar a prática docente.

De modo geral, o significado ideológico da modelagem está relacionado à compreensão e à resolução de situações-problema oriundas de outras áreas que não a Matemática pela constituição de modelos matemáticos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016; BASSANEZI, 2013; BIEMBENGUT, 2014). Segundo Barbosa (2009), "o uso de situações do cotidiano, do mundo do trabalho e das ciências é uma linha de corte que estabelece a especificidade da modelagem em relação a outros ambientes inovadores."

---

[2] Para evitar repetições, utilizaremos o termo modelagem para fazer referência à modelagem matemática.

[3] Neste artigo, tomamos a modalidade remota como sinônimo de ensino remoto. Neste, professores e alunos se encontram por meio da mediação digital no dia e hora da agenda presencial, o currículo é praticado com mediações audiovisuais das modernas plataformas de *webconferência*, que permitem projetar conteúdos, dialogar com *chats* acoplados na mesma plataforma; o *ciberespaço* é subutilizado como lugar de encontro, cabendo ao recurso assíncrono apenas o acesso ao material de estudo da disciplina (SANTOS, 2020).

[4] Para Diniz-Pereira (2010), a ideia de desenvolvimento profissional não dissocia a formação da própria realização da docência, o que possibilita conceber o ambiente de trabalho como *locus* privilegiado de construção coletiva de saberes e práticas, mesmo quando os professores se distanciam dele para a realização de cursos.

Embora a noção de modelagem tenha recebido atenção crescente na área nas últimas décadas, não há um consenso sobre ela.

Neste artigo, tomamos a noção de modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade (BARBOSA, 2009). De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2018), ao propor que estudantes interajam com problemas com referência na realidade, eles são desafiados a compreender o tema escolhido e responder a questões levantadas em interação com os pares, e não com problemas apresentados nos livros didáticos. Mas, para os professores, esse momento é desafiador, marcado por diferentes situações de tensão (OLIVEIRA; BARBOSA, 2011).

Entretanto, apesar de alguns esforços em acompanhar as mudanças ocorridas em decorrência da pandemia de COVID-19 no contexto educacional, ainda não há registros de narrativas que apresentem relações entre os sujeitos e os objetos, bem como entre o discurso e a prática, na formação continuada em modelagem na modalidade remota. Essa lacuna nos motivou a desenvolver uma investigação mais sistemática sobre o tema. Para atender ao propósito deste estudo, tencionamos descrever o que o curso oferecido nos ‘fez fazer'.

Na próxima seção, utilizamos alguns conceitos da *Actor-Network Theory* (ANT) para iluminar o fenômeno da hibridização, ou seja, da conexão entre humanos e não humanos, em contínua mobilidade e ação, performando a formação continuada em modelagem na modalidade remota. Mais adiante, teremos condições de reapresentar o objetivo em termos teóricos.

A rede e suas associações na formAção-continuada

Inspirados em Latour (2012), iniciaremos nossa viagem em meio às coisas, porque, para o autor, elas agem e podem autorizar, permitir, proporcionar, encorajar, sugerir, influenciar, bloquear, dificultar etc. Estamos vivendo uma situação de crise sanitária em função da pandemia de COVID-19, e a Matemática passa a ser uma ferramenta fundamental para pensar questões políticas, sociais e econômicas. Neste contexto, a modelagem na perspectiva sociocrítica pode possibilitar que estudantes e professores percebam a natureza enviesada dos modelos matemáticos e o papel que esses modelos podem exercer na sociedade (BARBOSA, 2009; LUNA; BARBOSA, 2015). Segundo Barbosa (2009), o docente pode ser corresponsável por delinear possibilidades de desenvolvimento da modelagem no contexto escolar — e do modo como fazê-la — na aula de Matemática.

Nessa perspectiva, passamos a tencionar a formAção-continuada em modelagem tomando como ponto de partida a controversa[5] modalidade remota. Inspirados em Latour (2012), grafamos a palavra *formAção* dando destaque à ação por querermos enfatizar o trabalho, o movimento, o fluxo e as mudanças no contexto atual. Da mesma forma, utilizamos o hífen na expressão *formAção-continuada* para destacar o caráter de continuidade e indistinção entre *actantes* que compõem a rede. Para Latour (2012), *actante* é qualquer entidade, elemento, coisa, pessoa ou instituição que age sobre o mundo e sobre si e tem a capacidade de produzir diferença, enredado por meio de seus diferentes mecanismos de associação que compõem a rede.

Inspirados em Latour (2019), entendemos rede como uma série de associações entre *actantes* que agem e levam outros à ação, permitindo ver as descontinuidades (associações e desassociações) necessárias para gerar uma ação contínua. Podemos tomar como exemplo os estudos de Luna e Barbosa (2015), Cyrino *et al.* (2014) e Nacarato (2016), que, apesar de não desenvolverem uma investigação na perspectiva de constituição da rede, dão-nos indícios de que foi instituída uma série de associações entre universidade, escola, formadores, professores, *e-mails*, planejamento, tarefa, ideias matemáticas, que agem e deixam marcas nas formações.

Podemos dizer que esse exemplo constitui-se uma associação de *actantes* que não paramos, em geral, para analisar a instalação da rede e suas consequências, bem como o que circula nela. Neste artigo, apoiamo-nos na ANT para examinar a formAção-continuada em modelagem na modalidade remota e sua transformação no tempo por meio dos processos de associações que produzem materialidades heterogêneas. Ao tratar das associações, Latour (2015) segue pela linha performativa que as orienta e procura pensar em termos não de "ativo" ou "passivo", mas sim daquilo que a ação faz, daquilo que ela desencadeia, uma vez que compreende por rede a sequência e o encadeamento de ações, como o que foi apresentado em alguns estudos que tematizam a modelagem (MARMITT, BONOTTO, 2020).

---

[5] Segundo Nobre e Pedro (2010, p. 53), o termo *controvérsia* pode ser definido como "[...] uma disputa em que se alegam razões pró ou contra, em que se podem evidenciar movimentos cujo desdobramento será a consecução de um objetivo comum".

Em nosso caso, tomamos como fio da rede um curso de formAção-continuada que envolve um tema específico, a modelagem, bem como uma modalidade específica, a remota, e buscamos um entendimento integrado da composição relacional de uma prática sob investigação e dos efeitos que essa composição gera. Nessa perspectiva, humanos (formadores e participantes) e não humanos (*WhatsApp*, *Google Meet* e *Google Forms*) agem e podem transformar as situações em que estão envolvidos.

Inspirada em Latour (2012), a originalidade dessa questão repousa em proporcionar uma análise das relações e descobrir padrões por meio do registro das associações em um quadro de referência instáveis e mutáveis, buscando apenas segui-los, sem tentar resolvê-los. Em termos de nosso entendimento teórico, podemos, assim, melhor identificar e descrever que associações entre humanos e não humanos ocorrem em um contexto de um programa de formAção-continuada em modelagem na modalidade remota.

Nas próximas seções, apresentaremos o método. Também descreveremos as práticas de laboratório agenciadas durante o curso de extensão.

Método

Para atender a nosso objetivo, optamos por uma abordagem pós-qualitativa em que as medidas adotadas são mais abertas, flexíveis e descritivas, tomando como referência os estudos de St. Pierre (2018). Essa lente nos permite rastrear as associações existentes no enlaçamento entre formadores/participantes e não humanos — a exemplo do *WhatsApp*, do *Google Meet* e *do Google Forms* — que interagem entre si e são definidos pela rede construída no curso na modalidade remoto de formAção-continuada. Tal perspectiva possibilita uma conexão com a pesquisa empírica, nos termos postos por Creswell (2007), visto que nosso olhar se voltou para a investigação da extensão da rede, apoiado pela suposição de que os objetos/coisas também participam e contribuem para a formação dela.

A produção dos dados deu-se mediante a observação e a análise dos documentos elaborados no curso. A observação foi registrada por meio da gravação dos encontros via plataforma do *Google Meet* e por anotações em um diário de campo, no qual foram registradas algumas informações, inquietações e *insights* surgidos durante as observações das aulas. Os documentos, como os materiais disponíveis no *Google Classroom* e postados pelos participantes, serviram para subsidiar a caracterização do curso de formação continuada e as circunstâncias dos encontros observados.

Em consonância com os argumentos de Nobre e Pedro (2010), tomamos a *rede* como uma "ferramenta metodológica" não apenas para descrever o curso de formAção-continuada, mas para analisar os elementos que criam um mundo e suas associações. Para isso, apoiamo-nos nas seguintes regras: (i) seguir os rastros dos *actantes* e, de algum modo, participar da dinâmica que seus movimentos permitiram traçar; (ii) mapear os *actantes* e suas associações (rede), a fim de delinear as relações que se estabelecem entre os diversos atores e que acabam por compor a rede; (iii) destacar os resultados, traduzindo suas realizações em termos das conexões que se estabelecem e do que obstrui esses fluxos, de modo a estabilizar os movimentos da rede.

Para a análise dos dados, apoiamo-nos em três princípios delineados por Latour (2019), a saber: agnosticismo generalizado, simetria generalizada e associação livre. No primeiro, a proposta é descrever e analisar as controvérsias rastreadas, sem atribuir certo ou errado. No segundo, usamos o mesmo vocabulário, os mesmos termos, para identificar humanos e não humanos. No terceiro, consideramos as explicações híbridas, sem separar discurso de prática e natureza de sociedade, ou seja, não há dicotomia. Esses três princípios pressupõem que devemos ouvir as vozes dos elementos não-humanos, os quais podem desenvolver papel de protagonistas numa investigação.

Na próxima seção, descreveremos o laboratório. Também discorreremos sobre as práticas selecionadas para este artigo.

Descrevendo o laboratório

Esta investigação está associada a um projeto de pesquisa interinstitucional intitulado *Modelagem Matemática na Educação Básica: efeitos de um ensino problematizador*, financiado pelo CNPq. O projeto envolveu três grupos de pesquisas que sediam a unidade regional da Bahia da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem): a Universidade Estadual de Feira de Santana (Uefs)[6]; o *campus* de Vitória da Conquista da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (Uesb); e o Centro de Formação de Professores, do *campus*

[6] Curso do Projeto de pesquisa *Modelagem Matemática na Educação Básica: efeitos de um ensino problematizador sobre violência no contexto escolar*, financiado pelo CNPq (Processo 437930/2018-1), coordenado pela Prof. ª Dra. Ana Virginia de Almeida Luna.

de Amargosa, da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (Ufrb). E contou com a participação de 47 professores da Educação Básica. A *priori*, a proposta foi elaborada para ser desenvolvida de forma presencial; entretanto, em função do contexto ocasionado pela pandemia de COVID-19, foi reestruturada para a modalidade remota, com o intuito de atender as demandas advindas do Período Letivo Extraordinário (PLE) ofertado pela Uefs. As atividades trabalhadas foram distribuídas de forma síncrona e assíncrona, computando uma carga horária total de 80 horas.

As atividades síncronas foram realizadas por meio da plataforma *Google Meet*, que constitui um serviço de comunicação para a realização de videoconferência integrada ao *Google Classroom* e ao *Google Agenda*. Todos os encontros foram gravados utilizando os recursos da própria plataforma. Para acessá-los, bastava usar o navegador de *Web* ou fazer o *download* do *app*. Os encontros assíncronos foram planejados e postados no *Google Classroom*. A proposta tematizava o *bullying*[7] em ambientes de modelagem matemática associados à formação continuada de professores da Educação Básica de diferentes municípios da Bahia.

A seguir, descreveremos práticas laboratoriais do programa de formAção-continuada em modelagem matemática na modalidade remota. Em função do limite de páginas deste artigo, apresentaremos apenas duas práticas configuradas nos experimentos realizados no ambiente de aprendizagem, com ênfase nas associações.

Associação entre os formadores/participantes e o *WhatsApp* no planejamento do ambiente de aprendizagem

A associação entre os formadores/participantes e o *WhatsApp* se deu um mês antes da realização do curso de formAção-continuada em modelagem pela necessidade de estreitar os laços para a elaboração do planejamento. Além das reuniões virtuais pelo *Google Meet*, um dos recursos para a troca de mensagens e a comunicação utilizado pelos formadores foi o *WhatsApp*. O uso do aplicativo como ferramenta de comunicação instantânea fez o administrador criar um grupo, adicionar usuários, enviar notificações, inserir, socializar e, em alguns momentos, apagar mensagens relacionadas ao curso de formação.

---

[7] O *bullying* é considerado quando as ações agressivas são intencionais, repetitivas e realizadas entre pares, e o autor escolhe um alvo frágil para agredir, ofender, maltratar, humilhar, sempre diante de um público (TOGNETTA, 2016).

Classificamos as mensagens socializadas no grupo de quatro formas, a saber: a) organizacionais, trocadas entre os formadores a fim de estruturar a formação quanto ao horário, à duração, às etapas do processo etc.; b) pedagógicas, que diziam respeito à seleção e à progressão dos materiais de apoio, das tarefas propostas e das formas de avaliação; c) informativas, a exemplo do cronograma da formação e das listas de presença e de socialização dos *links* de acesso às salas virtuais do *Google Meet*; d) direcionadas ao *marketing*, utilizadas para divulgar *lives* agendadas para a formAção-continuada em modelagem ou outros eventos da área de Educação Matemática dos diferentes núcleos participantes. Por meio desse aplicativo, formadores puderam também, mediante os áudios e as chamadas em vídeo (restritas), ter uma comunicação mais clara e objetiva, principalmente, às vésperas do início da formação.

A escolha desse caminho de comunicação para a produção de informações permitiu, pois, ajustar o planejamento da formAção-continuada em modelagem, o qual abarcava desde aspectos estruturais até questões pedagógicas envolvendo ações de selecionar, extrair, reduzir materiais que seriam utilizados na formação. Ao receber mensagens instantâneas por *WhatsApp*, os formadores começaram a mudar os estereótipos relacionados à prática e a incorporar diferentes maneiras de se relacionar não apenas com os formadores, mas também com o próprio aplicativo, dando uma nova forma à discussão. As trocas de mensagens por *WhatsApp* instauraram outra dinâmica de interação; na maioria das vezes, as respostas foram imediatas, e isso acelerou a interlocução entre formadores, bem como entre participantes da formação. As ações foram redistribuídas; o compartilhar, o postar, o enviar e o receber mensagens não se limitaram apenas ao coordenador do curso de extensão, mas se estenderam a formadores, participantes, escolas e universidades. Arquivos postados no *WhatsApp* eram compartilhados ou reencaminhados por *e-mail* ou incluídos no *drive* criando uma associação.

Muitas das mensagens, denominadas informativas ou direcionadas ao *marketing*, enviadas para o grupo de formadores foram compartilhadas não apenas entre os membros dos núcleos da Sbem que fizeram parte da formação, mas também entre os participantes do curso e sujeitos externos a ele, gerando outros comentários. Além disso, o *WhatsApp*, um lugar protegido por um sistema operacional com linguagem de programação, promoveu a realização de ações diferentes do que as que normalmente seriam desenvolvidas de forma presencial, a exemplo de acessar, selecionar, enviar, postar.

O uso do aplicativo promoveu um maior *engajamento* entre humanos (ao trocar mensagens instantâneas) e não humanos (por exemplo, usar o *WhatsApp* associado ao computador para facilitar o compartilhamento de arquivos por *e-mail*, *drive* ou *Google Classroom*) durante a realização do curso. Entretanto, o uso excessivo do *WhatsApp* gerou ansiedade, resistência e um maior controle das ações para a realização das atividades na modalidade remota, muitas vezes, ultrapassando a carga horária legalmente destinada às atividades laborais. Com efeito, podemos dizer que o ambiente criado com o uso do *WhatsApp* foi performado (feito agir) e performou (fez agir), provocando mudanças na dinâmica de organização da formAção-continuada.

Associação entre os formadores/participantes do curso e as salas simultâneas do *Google Meet* e o *Google Forms*

A associação entre os formadores/participantes do curso e o *Google Meet* se deu em função da realização semanal do curso na modalidade remota. Com o intuito de operacionalizar as ações propostas, todos os encontros síncronos foram realizados pela plataforma do *Google Meet*. Em alguns encontros, adotamos a extensão do *Google Meet* para a distribuição dos participantes em salas simultâneas (*Breakout Rooms*) por permitir criar um ambiente reservado para que pequenos grupos discutissem, refletissem e desenvolvessem a tarefa proposta, possibilitando um maior *engajamento*.

Durante todo o curso, o grande mosaico formado na tela do computador foi marcado por pequenas representações, indicando que havia uma relação entre o humano e o não humano. O *Google Meet* permitiu fazer reuniões virtuais com participantes de diversas regiões, enviar mensagens, compartilhar tela e *links*, e realizar tarefas. Muitos participantes não acionavam o compartilhamento da imagem via câmeras, o que impedia observar os gestos e as reações, poucos acessavam o áudio para enunciar alguma argumentação. O *chat* era uma das alternativas mais utilizadas para registrar alguns posicionamentos e argumentos a respeito da temática.

Apresentaremos um exemplo para ilustrar o que aconteceu quando formadores e participantes se associaram a uma das salas simultâneas do *Google Meet* e ao *Google Forms*. O formador pediu aos participantes que verificassem a tarefa de modelagem elaborada no *Google Forms*. O *link* do formulário foi disponibilizado no *chat* da sala principal e na sala simultânea para facilitar o acesso. Os participantes acessaram o formulário pelo *link* disponibilizado pelo formador. Cada ação de acessar, preencher o formulário em campos específicos, bem como realizar leitura do texto disparador, compreender a problemática apresentada no texto, mapear as ideias centrais, verificar as ideias matemáticas presentes, pensar em estratégias para a resolução da tarefa, construir um plano de ação, realizar o plano, rever os resultados confrontando com outras táticas, anexar ao relatório os registros realizados, discutir e socializar os resultados etc., incidia em outras ações, as quais, por sua vez, ocasionavam novas ações, criando uma rede, a exemplo da construção de modelos matemáticos.

Durante a realização da leitura do texto que problematiza o *bullying* no ambiente escolar (Figura 1), alguns participantes utilizaram a barra de ferramentas acionando o *ícone* de destaque, e outros negaram esses recursos e usaram papel e caneta para registrar os dados apresentados no texto, depois escanearam o registro e o compartilharam no modo *apresentação* (janela) da plataforma do *Google Meet*. Os conteúdos mobilizados foram dispostos com base em cálculos matemáticos realizados pelos humanos, que se apoiaram em dados apresentados ao final do texto para seguir o fluxo da rede, como podemos observar a seguir.

Figura 1: Trecho final do texto problematizador

O relato de sofrer bullying entre os alunos do 9º ano das capitais brasileiras aumentou de 5,4% em 2009, para 7,2% em 2012, e 7,4% em 2015, conforme Pesquisa Nacional de Saúde do Escolar (PENSE).

Segundo dados da última edição da Pesquisa Nacional de Saúde do Escolar de 2015, realizada pelo Ministério da Educação em parceria com o IBGE, (7,4%) alunos do 9º, ano afirmaram ter sofrido bullying de colegas, na maior parte do tempo ou sempre, nos 30 dias anteriores à pesquisa. Entre os alunos que se sentiram humilhados alguma vez nos 30 dias anteriores à pesquisa, os principais motivos foram a aparência do corpo (15,6% ou 30,4 mil) e do rosto (10,9% ou 21,2 mil). Por outro lado, cerca de 520,9 mil alunos (19,8%) disseram já ter praticado bullying – 24,2% deles meninos e 15,6% meninas.

Questões: a) Segundo os dados apresentados na pesquisa (PENSE), qual foi o número de alunos do 9º ano pesquisados e quantos sofreram bullying no ano de 2015?

Fonte: Dados da pesquisa.

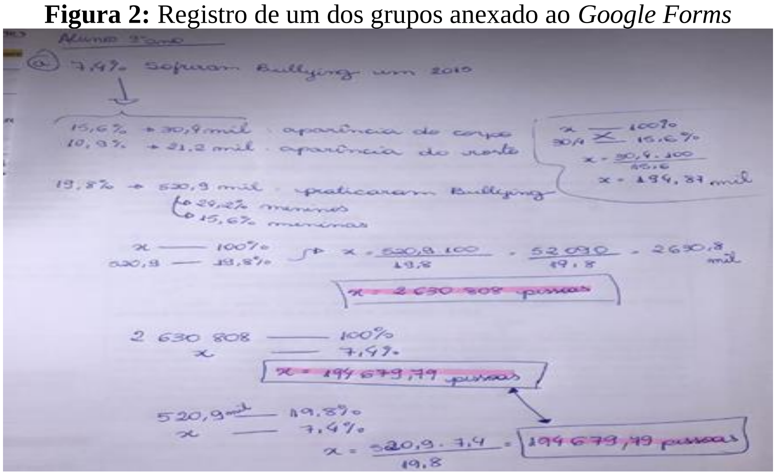
Em meio à discussão sobre a compreensão do trecho final e do que poderia ser veiculado para a realização da tarefa, diferentes ações foram mobilizadas, e pequenas interrupções ocorreram, o que pode ser constatado neste diálogo:

> João: *Vocês montaram como?* [Um formador induziu a resolver a questão por regra de três.]
> Mario: *Quinhentos e vinte mil e novecentos está para 19,8 e 100 está para x. Mas esses 520,9 mil são as pessoas que já praticaram bullying. Ou a gente pega do total 7,4%. Ao invés de 100%, colocaríamos 7,4%.* [De imediato, um dos participantes começou a realizar os cálculos utilizando lápis e papel.]
> João: *Não entendi. Você está fazendo uma regra de 3 para quem praticou o bullying e você quer saber quem sofreu? Os 520,9 mil disseram já ter praticado.* [Neste momento, o formador sugeriu usar a calculadora.]
> Mario: *Isso! Mas o 7,4% é um subgrupo ainda de todos os alunos. Então, não interfere usar a regra de três anterior, porque estou utilizando no mesmo conjunto. Conjunto do total de alunos,*

> *porque 7,4% é de todos os alunos, independente do que já praticou ou do que já sofreu.* [Uma das formadoras que provocava o grupo migrou para outra sala simultânea.]
> João: *Não entendi! Para mim, se você vai tirar 7,4% , você vai tirar 7,4% dos 19,8%, e não do todo.* [Houve vários comentários no *chat*].
> Aline: *Não, na regra de três não.*
> Bela: *Só vai tirar isso, se colocar que 520, 9 mil corresponde a 100%. Se você colocar 7,4% embaixo, você irá tirar 7,4%.* [Um dos participantes relata a dificuldade de realizar cálculos envolvendo números decimais.]
> Mario: *Se eu considerasse que 520,9 mil está para 100%, eu estaria fazendo errado. Eu estaria considerando quem já sofreu e quem já praticou ao mesmo tempo. Só que, como vou considerar 19,8%, ainda é 520, 9 mil, o que vai mudar é que, ao invés de procurar 100%, eu vou procurar 7,4%, e não vai interferir na conta.* [Registro de novas ideias no *chat*.]
> João: *Entendi.*

No trecho acima, há uma diversidade de associações que enredam possibilidades de construção de modelos matemáticos, a exemplo da regra de três, da porcentagem e das operações matemáticas mobilizadas no trecho anterior. Discutir, debater, criar conjecturas, realizar os cálculos e outras reações, compartilhar no *chat*, anexar o registro dos cálculos no *Google Forms* foram ações associadas à construção do modelo matemático para a resolução da questão proposta, como podemos observar na Figura 2:

Figura 2: Registro de um dos grupos anexado ao *Google Forms*



Fonte: Dados da pesquisa.

As associações que ocorreram entre os formadores, os participantes, o *Google Meet* e o *Google Forms* possibilitaram criar diferentes conexões entre ideias matemáticas, mas tendo como foco central a regra de três. Entretanto, os participantes, ao serem induzidos a utilizarem a regra de três, tiveram seu fazer limitado. O efeito disso é que sua atuação ficou limitada pelas ideias matemáticas aventadas pelo formador, pois os dados enunciados na tarefa apresentada no *Google Forms* poderiam dar margem a outros agenciamentos. Além disso, talvez a interação entre os formadores e os participantes da reunião realizada pelo *Google Meet*, durante o curso, tenha reduzido a possibilidade de gerar outras discussões, como geralmente ocorre no ensino presencial. Outros argumentos matemáticos poderiam ser agendados e novos resultados poderiam ser performados.

Discussão

Na seção anterior, apresentamos duas práticas que ilustram associações existentes entre os diferentes *actantes* que compõem a rede. Nossa intenção foi identificar e descrever que associações entre humanos e não humanos ocorrem em um contexto de um programa de formAção-continuada em modelagem na modalidade remota. Para isso, partimos do pressuposto de que essa controversa modalidade, que tinha uma ação limitada, ganhou visibilidade com a autorização de sua implementação pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) até o final de 2021 em função da pandemia de COVID-19, como posto no Parecer n.º 05/2020 (BRASIL, 2020). Inspirados em Latour (2012), ao descrevermos práticas instauradas no curso, colocamos em relevo movimentos em associações frágeis, incertas, controversas e maleáveis entre elementos heterogêneos que constituem a modalidade remota.

Ao seguirmos os rastros dos *actantes* que constituíram a rede, passamos a participar da dinâmica que seus movimentos permitiram traçar na realização do curso de formAção-continuada em modelagem. O que garantiu a existência da formação não foi ela mesma, mas a rede mobilizada para sua existência, que difere de tantos outros programas já realizados, socializados nos estudos de Luna e Barbosa (2015). Os núcleos da Sbem, os professores da Educação Básica e do Ensino Superior, os formadores, as plataformas digitais, os aplicativos de mensagens, os discursos, as práticas, as salas virtuais, os modelos matemáticos, entre outros *actantes*, levaram outros a agirem. Inspirados em Latour (2012, 2019), argumentamos que esses *actantes*, numa relação *flat*, horizontal e não hierárquica, atuaram de maneira conjunta, em cadeias de mediações distribuídas em rede. Soma-se a isso a compreensão de que os objetos técnicos não são meros instrumentos, ferramentas ou aparatos a serviço do humano, mas condição de sua própria existência, posto que humanos se associam a eles para executar suas ações.

O uso do *WhatsApp* como extensão da rede constituiu-se em uma *associação colaborativa interna*, em que humanos interagiram com não humanos utilizando recursos do próprio aplicativo, e em uma *associação colaborativa externa*, em que humanos interagiram com não humanos mediante instrumentos externos ao aplicativo, rompendo com a fronteira espacial e temporal. Da mesma forma, a associação entre os humanos e o *Google Meet* foi uma alternativa inovadora para a realização do curso remoto de formAção-continuada em modelagem, a qual denominamos de *associação colaborativa alternativa*.

Inscrevem-se nesse debate os resultados gerados pelas representações matemáticas resultantes do processo de modelagem, ou seja, os modelos matemáticos, como posto por Barbosa (2009) e Luna e Barbosa (2015). O modelo não foi acessado diretamente, apenas suas *performances*. Tais *performances*, entretanto, foram resultados da articulação da rede ao mobilizar diferentes discursos, práticas, cálculos e interpretações, imprimindo-lhes novas direções e conexões a partir da mobilização de ideias matemáticas, o que intitulamos *associação colaborativa matemática*. A existência do modelo matemático foi constituída pelas relações de associação com outros entes.

Considerações Finais

Neste artigo, buscamos identificar e descrever que associações entre humanos e não humanos ocorrem em um contexto de um programa de formAção-continuada em modelagem na modalidade remota. Para isso, seguimos as marcas deixadas pelos *actantes*, delineando ações e seus efeitos. Os resultados indicam que associações estabelecidas entre os formadores/participantes e o *WhatsApp*, bem como entre os formadores/participantes e o *Google Meet* e o *Google Forms*, deram origem a novas possibilidades, que denominamos de associações colaborativas internas, externas, alternativas e matemáticas. Essas relações colocaram em relevo três características: (i) engajamento; (ii) interatividade; (iii) produtividade. Esses traços são consequências de uma pluralidade de conexões e relações decorrente das conexões cartografadas.

Ao ampliarmos a extensão da rede formativa na modalidade remota, temos a possibilidade de refletir e buscar novos aliados para que a proposta seja legitimada. Entretanto, novas demandas são agenciadas para que possamos reagregar o social. A rede constituída, tendo como um dos fios a formaAção-continuada em modelagem, não está isolada nem apartada das outras, está sempre emaranhada em outras redes, a exemplo da rede de estudantes, que se encontra associada à material didático, consequentemente a de professores está vinculada à formAção-continuada, como posto por Silva *et al*. (2020).

Como contribuição, argumentamos que as associações aqui apresentadas podem servir como elementos norteadores para as práticas de modelagem na modalidade remota, devido à natureza dos grupos, dos objetos, das ações e dos fatos. Pensarmos em ações de formação pós-pandemia significa refletirmos sobre o emaranhado de conexões e relações construídas na controversa modalidade remota. Diante disso, abre-se um leque de possibilidades de agendamento de novas pesquisas que investiguem a descontinuidade e a continuidade das ações formativas nessa estrutura.

Agradecimentos

Ainda que não sejam responsáveis pelas posições adotadas neste artigo, agradecemos ao Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa (Ufba) e à Prof.ª Dra. Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti (Uesb) pelas contribuições.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2016.

BARBOSA, J. C. Modelagem e modelos matemáticos na Educação Científica. **Alexandria:** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 65-85, 2009.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem no Ensino Fundamental**. Blumenau: Edifurb, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Nacional de Educação. **Parecer nº 05/2020**. Reorganização do Calendário Escolar e da possibilidade de cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual, em razão da Pandemia da COVID-19. Brasília, DF: CNE/MEC, 2020.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Resolução CNE/CP n. 02/2015. **Diário Oficial União**, Brasília, seção 1, n. 124, p. 8-12, 02 de julho de 2015.

CRESWELL, J. W. **Qualitative inquiry and research design**: Choosing among Five approaches. Thousand Oaks: Sage, 2007.

CYRINO, M. C. C. T.; GARCIA, T. M. R.; OLIVEIRA, L. M. C. P.; ROCHA, M. R. (org.). **Formação de professores em Comunidades de Prática**: frações e raciocínio proporcional. Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2014.

DINIZ-PEREIRA, J. E. Formação continuada de professores. *In*: OLIVEIRA, D. A.; DUARTE, A. C.; VIEIRA, L. F. **Dicionário de Trabalho, profissão e condição docente.** Belo Horizonte: FaE/UFMG, 2010.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação**? Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores,** v.5, n.8, p. 11-23, jan./jun. 2013.

GATTI, Bernardete Angelina; BARRETTO, Elba Siqueira de Sá; ANDRE, Marli Eliza Dalmazo Afonso de; ALMEIDA, Patrícia Cristina Albieri de. **Professores do Brasil**: novos cenários de formação. [S.l: s.n.], 2019.

LATOUR, Bruno. **Investigação sobre modos de existência**: uma antropologia dos modernos. Tradução Alexandre Agabiti Fernandez. Petrópolis: Vozes, 2019.

______. **Reagregando o social**: uma introdução à teoria do Ator-Rede. Bauru: Edusc, 2012.

LUNA, A. V. de A.; BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os textos produzidos em um programa de formação continuada. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 44, p. 347-376, jul./dez. 2015.

MARMITT, R. K. R.; BONOTTO, D. de L. Modelagem Matemática na Educação Matemática e Formação Continuada de Professores: caminhos para o desenvolvimento profissional. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, p. 1-24, 2020.

MEYER, J. F.; CALDEIRA, A.; MALHEIROS, A. P. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

NACARATO, A. M. A parceria universidade-escola: utopia ou possibilidade de formação continuada no âmbito das políticas públicas? **Revista Brasileira de Educação**, Itatiba, v. 21, n. 66, p. 699-716. jul./set. 2016.

NOBRE, J. C. A.; PEDRO, R. M. L. R. Reflexões sobre possibilidades metodológicas da Teoria Ator-Rede. **Cadernos UniFOA**., Rio de Janeiro, v. 14, n. 1, p. 47-56, dez. 2010.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e situações de tensão na prática pedagógica dos professores. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 265-296, abr. 2011.

SANTOS, E. Notícias: EAD, palavra proibida. Educação online, pouca gente sabe o que é. Ensino remoto, o que temos para hoje. Mas qual é mesmo a diferença? #livesdejunho... **ReDoc**: Revista Docência e Cibercultura, Rio de Janeiro, ago. 2020.

SILVA, P.; PRETTO, N. de L.; LIMA, D. M. Relações sociotécnicas do movimento escola sem partido a partir de uma análise pós-qualitativa. **Interfaces Científicas**, Aracajú, v. 10, n. 2, p. 80-94, 2020. Número Temático.

ST. PIERRE, E. A. Uma história breve e pessoal da pesquisa pós-qualitativa: em direção à "pós-investigação". **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 13, n. 3, p. 1044-1064, set./dez. 2018.

TOGNETTA, L. R. P. ***Bullying***: quem tem medo? Uma proposta de implantação de um programa em que a convivência entre as crianças na escola seja um valor. 1. ed. Americana: Adonis, 2016.

Habilidades Necessárias Para o Professor de Matemática Durante o Período de Pandemia: Um Estudo Exploratório-Qualitativo

Skills needed by the math teacher during the pandemic period: an exploratory-qualitative study

Paulo Augusto Caixeta Borges
Instituto Federal de Brasília
paulodf13@gmail.com

Wembesom Mendes Soares
Instituto Federal de Brasília
wembesom@gmail.com

Adriana Barbosa de Souza
Instituto Federal de Brasília
Adriana.souza@ifb.edu.br

Resumo

Este artigo elenca algumas habilidades necessárias para os professores, em específico de matemática, durante o período de ensino remoto, além de produzir uma breve reflexão sobre a formação de professores de matemática no Brasil. Para levantar essas habilidades, foi feita uma pesquisa exploratória em temas como: competências para utilização de tecnologias digitais da informação e comunicação (TDICs), competências da educação a distância (EaD), capacitação de professores para o ensino remoto, dicas para docentes e ensino de matemática durante a pandemia. A reflexão relativa à formação de professores de matemática foi possível mediante a leitura de documentos e diretrizes que norteiam os cursos de licenciatura em matemática. Os resultados obtidos revelam a necessidade de uma formação de professores de matemática que contemple habilidades referentes à EaD e à utilização de TDICs.

Palavras-chave: Ensino remoto; Tecnologias digitais da informação e comunicação; EaD; formação de professores de matemática.

Abstract

This article lists some skills necessary for teachers, specifically in mathematics, during the period of remote teaching, in addition to producing a brief reflection on the training of mathematics teachers in Brazil. To survey these skills, exploratory research was carried out on topics such as: skills for the use of digital information and communication technologies (TDICs), competences in distance education (EaD), teacher training for remote teaching, tips for teachers in the period of pandemic and mathematics education during the pandemic. The reflection on the formation of mathematics teachers was made possible by reading documents and guidelines that guide the mathematics degree courses. The results obtained reveal the need for training mathematics teachers that includes skills related to distance learning and the use of TDICs

Keywords: Remote education; Digital information and communication technologies; EaD; training of mathematics teachers.

1. Introdução

A vivência da Pandemia nos últimos meses fez com que todo o mundo passasse por situações de *lockdown* (confinamento), incentivo ao isolamento social, suspensão das aulas presenciais e muitas outras ações como forma de tentar combater a velocidade de contágio do vírus. No Brasil, as escolas foram obrigadas a cancelar as aulas presenciais, sem uma previsão de retorno. O Parecer nº5 do CNE definiu as diretrizes para a reorganização do Calendário Escolar e da possibilidade de cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual, em razão da Pandemia da COVID-19. Atualmente, depois de mais de 200 dias de aulas presenciais suspensas, temos: um aumento da evasão escolar, diminuição no rendimento de aprendizagem e a implementação das aulas definidas como remotas.

Para Behar (2020), o ensino remoto é definido como uma modalidade de ensino que pressupõe o distanciamento geográfico de professores e alunos e foi adotada, de forma temporária, nos diferentes níveis de ensino por instituições educacionais do mundo inteiro para que as atividades escolares não fossem interrompidas.

Diversos alunos e professores passaram por dificuldades nesse repentino processo de adaptação, diante das novas demandas aderentes à novidade, conforme Santos (2020) e Gomes (2020). Na América Latina, três quartos dos docentes não se percebiam preparados para incorporar ferramentas digitais exigidas no ensino remoto (ARIAS et al., 2020, apud AMARAL, 2020).

Vários docentes, para contornar as dificuldades adaptativas para o ensino remoto, juntamente com o apoio das escolas e dos centros de ensino, buscaram capacitação para executar o ensino remoto. Sobre o uso de TDICs, Mussolini (2009) diz que:

> Não basta o professor saber usar essa ou aquela TIC, ele deve refletir sobre aspectos como a escolha do conteúdo e dos softwares adequados à atividade que irá desenvolver na aula, a disposição dos alunos frente a esta nova situação e a maneira de utilizar tal software. (MUSSOLINI, apud MARIN, 2009, p.51).

Alguns dos diversos problemas enfrentados por professores e alunos neste momento são, provavelmente, reflexos de uma formação que não preparou os docentes para trabalhar com tecnologias ou mesmo com metodologias para o ensino a distância (EaD). Essa reflexão gerou, por ocasião de um Trabalho de Conclusão de Curso da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília, a seguinte questão: Como preparar os professores de matemática, em formação ou já formados, quanto às habilidades para planejar e executar aulas remotamente? No entanto, para responder este questionamento é necessário primeiro elencar quais seriam as habilidades imprescindíveis para o docente de matemática trabalhar no ensino remoto. No presente artigo, procuramos responder a esta última questão, tendo como pano de fundo o objetivo de realizar uma breve reflexão sobre a formação dos professores de matemática para o ensino remoto.

2. Metodologia

Primeiramente, serão elencadas habilidades gerais, importantes para os professores de qualquer disciplina e, posteriormente, serão expostas algumas habilidades específicas necessárias para o professor de matemática. Para isto, decidiu-se dividir as habilidades da formação geral do Professor em 3 eixos: as competências para o uso de TDICs, competências para a EaD e competências para o ensino remoto.

Para realizar esta reflexão, foi feita uma revisão bibliográfica das produções acadêmicas sobre o ensino remoto e de documentos oficiais que norteiam a formação de professores no âmbito geral e específico de matemática.

Esta pesquisa começou a ser executada em agosto de 2020 e, por conta da recente implementação do ensino remoto, observou-se uma carência de trabalhos ligados a essa temática. Logo, cerca de 20 trabalhos, que apareciam nos repositórios (Google Scholar e o Scielo) e aparentavam ter alguma relação com o ensino remoto.

As palavras-chave utilizadas foram: ensino remoto, formação de professores, ensino de matemática na pandemia, habilidades para o professor na EAD e habilidades para utilizar tecnologias. Além disso, decidiu-se filtrar os resultados pela data (aceitando somente trabalhos que foram publicados a partir de 2020) em função da relevância que a temática do ensino remoto assumiu após a pandemia.

Primeiramente, os trabalhos norteadores foram: (SANTOS, 2020), (SALDANHA, 2020) e (AMARAL, 2020), pois mostraram a importância das três grandes áreas necessárias para o ensino remoto, sendo o último mais focado nas habilidades necessárias para o enfrentamento dos desafios no ensino remoto.

A partir deles, foi possível perceber uma espécie de “divisão” das habilidades, pois, em alguns deles, existe a presença de vários sinônimos de EAD e TDICs. Mais precisamente, (SANTOS, 2020) possui aproximadamente 111 palavras em seu texto ligadas a EAD e 8 ligadas a TDICs. Já (SALDANHA, 2020) tem 110 ligadas a EAD e 39 ligadas a TDICs. Foi feita uma revisão de literatura narrativa, modalidade na qual a busca pelos estudos não requer o esgotamento das fontes de informação, nem o uso de buscas sofisticadas e exaustivas.

3. Competências para o uso de tecnologias digitais da informação e comunicação

A Resolução Nº 2/2015 do CNE/CP, que define as diretrizes curriculares nacionais (DCNs) para a formação inicial em nível superior e para a formação continuada, afirma que a sólida formação dos docentes da educação básica requer o domínio e o manejo de diversas tecnologias que contribuem para o aprimoramento da prática pedagógica e a ampliação da formação cultural dos professores e estudantes (BRASIL, 2015). Além dos conhecimentos pedagógicos, referentes à utilização dessas tecnologias para o ensino e a aprendizagem dos seus alunos, os docentes devem possuir um conjunto de habilidades, necessárias, para que eles consigam utilizar as TDICs.

Utilizou-se o Currículo de Referência em Tecnologia e Computação, inspirado na BNCC e nos referenciais de formação para Educação Básica da Sociedade Brasileira de Computação (SBC), elaborado pelo Centro de inovação para a Educação Brasileira (CIEB), que é uma associação sem fins lucrativos, criada em 2016, com o intuito de promover a cultura de inovação na educação pública brasileira e defende o uso das TDICs como forma de realizar uma transformação sistêmica nos processos de aprendizagem.

O currículo possui várias habilidades distribuídas em toda a educação básica. Apresentamos aqui algumas que consideramos mais relevantes para os professores durante o período de ensino remoto. Que são:

- Utilizar *softwares* para edição de áudio e vídeo;
- Analisar criticamente a informação disponível na internet;
- Aplicar técnicas de planejamento e produção audiovisual;
- Avaliar diferentes soluções algorítmicas para um mesmo problema em termos de desempenho e complexidade de tempo e espaço;
- Realizar análises exploratórias descritivas para descobrir padrões, tendências e extrair informações a partir de conjuntos de dados, utilizando-se de técnicas de estatística descritiva em um conjunto de dados obtidos por coleta direta ou indireta;

● Utilizar plataformas, ferramentas e recursos digitais para criar protótipos de jogos digitais aplicando conscientemente técnicas, elementos, mecânicas e mecanismos de acordo com a intencionalidade desejada.

Cabe ressaltar que, segundo De Oliveira (2020), o uso das TDICs deve ir além da mera adoção de aplicativos e *softwares*, que permitam não a transposição do conteúdo analógico e da aula expositiva para as telas dos computadores, tablets e smartphones, mas que fomentem o engajamento nas atividades didáticas, a interação e a interatividade, com o conteúdo das aulas. Por conta disso, é necessário que os professores, além de conseguirem utilizar as TDICs, possuam um conjunto de saberes pedagógicos que os permita elaborar e executar aulas mediante a utilização dessas tecnologias.

4. Competências para a Educação a Distância (EaD)

A educação a distância (EaD) é a modalidade de ensino mais semelhante ao ensino remoto, visto que ambas possuem o distanciamento geográfico entre professores e alunos, possibilitado pelo uso das TDICs. Nesse sentido, CODEIC (2020) sugere que os docentes aprendam mais sobre a educação a distância para que, através disso, se tornem mais preparados para o ensino remoto.

Litto (2012) e sua equipe listaram diversas competências necessárias para o professor da EaD. Segundo o autor, as matrizes propostas no projeto da Associação Brasileira de Educação a Distância (ABED) constituem referenciais que expressam as competências necessárias para o desenvolvimento de projetos na modalidade e para a mediação educacional com vistas à qualidade das práticas em EaD.

Para a elaboração das matrizes, buscou-se respeitar a diversidade de tecnologias usadas e as múltiplas configurações de cursos que poderiam ser adotadas. Aqui estão alguns exemplos das habilidades, conforme o trabalho de Litto (2012), que são:

● Planejar a seleção, o desenvolvimento e o acompanhamento da produção dos meios educacionais propiciando interatividade ao educando, adequando meios, conteúdo e princípios que orientam o modelo pedagógico;

● Adotar postura humanista nas relações educador/educando, tendo o educando como foco nas suas dimensões física, cognitiva, emocional, religiosa e usar os recursos disponíveis para superar a distância física, enriquecer a relação educacional e construir vínculos;

● Planejar ações para estimular participação dos educandos, a aprendizagem colaborativa com a interação entre eles, a busca e o compartilhamento de diversas fontes de informações na construção do conhecimento;

● Monitorar a aprendizagem dos educandos, indicando de forma personalizada os pontos fortes e fracos na avaliação da aprendizagem, sugerindo estratégias para consolidar o que foi aprendido e/ou para superar as dificuldades encontradas.

Algumas das principais habilidades que o educando desenvolve, na modalidade EaD, são a autonomia e a capacidade de se organizar diante do desafio de aprender. Para que seja possível desenvolver essas habilidades, o professor deve estar capacitado em metodologias de ensino e aprendizagem restritas a esse universo, onde não cabe improviso. E, além disso, deve estar preparado para ensinar o estudante a trabalhar em equipe. Ou seja, mesmo não estando fisicamente próximo, o estudante pode estar em um processo de interação e construção do seu conhecimento de forma coletiva, através de transmissões síncronas, atividades pedagógicas *online* em grupo e participação em fóruns, por exemplo.

5. Habilidades relatadas em artigos sobre o Ensino Remoto

Poucas publicações tratam das habilidades para professores no ensino remoto, o que dificultou o levantamento dessas habilidades. Alguns conhecimentos, necessários ao professor durante este período de pandemia, foram comentados nos trabalhos de Amaral (2020), CODEIC (2020), De Oliveira (2020), Domingues e De Souza (2020), Fabris e Pozzobon (2020), Sandars (2020), Scalabrin e Mussato (2020).

● Possuir conhecimento sobre as tecnologias digitais adotadas para realização das aulas;

● Reconhecer as potencialidades e as fragilidades de tecnologias empregadas nas atividades;

● Saber a adequação e a inadequação de uma determinada tecnologia em relação ao tipo de conteúdo da disciplina;

● Dividir o conteúdo em unidades de aprendizagem menores, organizado por módulos;

● Tomar consciência da restrição da linguagem corporal e de expressões na comunicação com os estudantes e ênfase na voz;

● Adotar estratégias centradas no estudante, com flexibilidade frente ao inesperado;

● Combinar o ensino remoto e a autor regulação da aprendizagem nos momentos *off-line* com *feedback* do professor;

● Ter a capacidade de implementar habilidades e comportamentos exigidos (incluindo prática de dar e receber *feedback*);

● Saber utilizar um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) para estruturar o currículo, monitorar a realização das atividades, identificar os alunos que precisam de orientação e apoio, transmitir o alinhamento construtivo dos resultados de aprendizagem e os métodos educacionais para atingir esses resultados;

● Conseguir priorizar as metas de aprendizagem, de forma a garantir que os estudantes aprendam os conteúdos que são fundamentais para a sua formação, seja por relevância ou pela prática profissional futura;

● Promover habilidades de autogestão e aprendizagem autônoma;

● Saber utilizar atividades variadas e não excessivas, mantendo a motivação discente;

● Compreender as condições de infraestrutura dos seus estudantes, para planejar atividades de modo a garantir o ensino e aprendizagem, até daqueles que não possuem acesso à tecnologia;

● Reconhecer como fundamental a relação com as redes de ensino neste período;

● Conhecer e utilizar recursos digitais durante e após a sua aula;

● Conseguir revisar o plano de ensino de acordo com os resultados adquiridos, para minimizar fatores que podem influenciar negativamente a aprendizagem;

● Conhecer e utilizar cursos *online* durante as suas aulas;

● Produzir *slides* e gravação de videoaulas, ou indicar vídeos do *YouTube* para auxiliar os alunos na compreensão dos conteúdos;

● Evitar o uso demasiado de diferentes aplicativos e plataformas, para não confundir e desestimular o estudante;

● Reconhecer a importância do diálogo entre professor e aluno durante este período de isolamento social para permitir que os estudantes se sintam acolhidos.

Cabe ressaltar, que nem todos os professores estavam em um cenário ideal. Ou seja, nem todos os estudantes e professores possuíam recursos tecnológicos (para participar do ensino remoto), ou mesmo, internet para acompanhar aulas síncronas ou assíncronas. Nesses casos, o professor deveria elaborar um material que seria impresso/copiado e disponibilizado para os pais do aluno buscarem na escola. Através disso, é possível ver que alguns professores, durante o período de pandemia, tiveram que desenvolver, em pouco tempo, algumas práticas pedagógicas que antes não eram recorrentes em seu trabalho.

O ensino remoto, de forma geral, apresenta algumas vantagens em comparação com o ensino presencial, a saber: gravação de aulas (para serem assistidas posteriormente pelos estudantes), a possibilidade dos alunos organizarem o próprio tempo de estudo, além de trazer o ambiente discursivo da prática docente à importância das tecnologias para educação e das metodologias da modalidade EaD.

Algumas desvantagens se apresentaram durante este período: menor poder de diagnóstico por parte dos professores (não ocorre mais o contato físico com os estudantes para o professor notar pelas expressões dos alunos se eles possuem alguma dúvida, se entenderam a explicação ou se estão perdidos), falta ou pouco tempo de treinamento prévio para os professores se prepararem para o ensino remoto (nem todos os professores tiveram um treinamento prévio e, aqueles que tiveram, foram feitos de forma “apressada” logo grande parte dos professores tiveram que assimilar essas habilidades no período em que ocorriam as aulas no ensino remoto).

Nesse cenário, portanto, os docentes tiveram que reinventar suas práticas, com uma mente aberta, pois a capacitação (nos casos em que ela existiu) e as mudanças didático-pedagógicas foram demandadas simultaneamente e de forma emergencial.

Algumas habilidades, além das habilidades técnicas, foram naturalmente demandadas tais como: habilidades relacionadas à inteligência emocional, à automotivação, enfrentar os medos individuais e coletivos relacionados ao desenvolvimento da pandemia e ao seu papel profissional. Essas percepções partiram da prática e da observação dos autores deste artigo neste período. Para validá-las como resultado, naturalmente, seria necessário um estudo mais aprofundado, que não estava no escopo de nosso trabalho.

6. Habilidades específicas dos professores de Matemática no Ensino Remoto

Serão expostas, nesta seção, algumas habilidades específicas do docente de matemática que, antes mesmo do cenário de pandemia, já eram importantes, mas durante o ensino remoto se tornaram extremamente necessárias para que esse profissional conseguisse planejar e ministrar aulas.

Rosini (2007) comenta sobre a importância da interdisciplinaridade para uma formação geral com base em conhecimentos mais integrados, articulados e atualizados. Para isso, algumas habilidades importantes para o professor de matemática seriam:

● Ser capaz de aplicar *softwares* e aplicativos da matemática na realização de suas aulas;

● Reconhecer as potencialidades e as fragilidades de *softwares* e aplicativos matemáticos;

● Saber qual *software* ou aplicativo matemático se adequa melhor a determinado conteúdo.

Alguns exemplos de *softwares* e aplicativos que podem ser utilizados são: o *GeoGebra*, o *Kahoot*, *Khan Academy* e a plataforma de matemática digital *Matific* que é uma plataforma com diversos jogos que possuem foco no ensino de operações matemáticas básicas.

No caso da matemática, é necessário um conhecimento mais aprofundado em programas para criação/edição e exibição de apresentações gráficas, por conta da especificidade da linguagem matemática. Editores de texto mais específicos da área de exatas (por exemplo, o LaTeX) visam cumprir as habilidades citadas a seguir que são relevantes.

● Conhecer e conseguir utilizar programas para criação/edição de textos e exibição de apresentações gráficas que possibilitem a escrita de termos e operações matemáticas;

● Reconhecer as potencialidades e as fragilidades de programas para criação/edição de textos e exibição de apresentações gráficas, que possibilitem o bom uso da linguagem matemática.

Ana Maria Mota e Solange Mussato (SCALABRIN; MUSSATO, 2020) realizaram uma pesquisa bibliográfica para compreender o termo "ensino remoto". Para que essa pesquisa fosse cumprida, elas notaram a necessidade de aprofundar os seus conhecimentos em relação a metodologias ativas. Logo, outra habilidade importante para os professores de matemática, durante o ensino remoto, seria:

● Conhecer e utilizar metodologias ativas na disciplina de matemática.

Paiva (2016) destacou três metodologias ativas que apresentam ótimos resultados no ensino de matemática, a saber: Aprendizagem Baseada em Problemas – AB; Modelagem matemática; Aprendizagem pelos colegas – ApC.

Todas as habilidades, citadas nesta seção, como dito anteriormente, já eram necessárias para os professores de matemática antes mesmo do período de ensino remoto. Porém, a realização de aulas mediante o uso de TDICs, durante a pandemia, reforçou ainda mais a importância dessas habilidades para a formação/capacitação dos professores de matemática.

A especificidade técnica da matemática implica que os estudantes necessitam de uma vivência intensificada de situações nas quais ele possa treinar práticas e técnicas que precisem de uma ação. Nesse sentido, o contato presencial com o professor em atividades de fixação e de resolução de problemas torna-se quase indispensável. Num cenário de ensino remoto, as habilidades elencadas nesta seção se mostraram essenciais para a efetivação do ensino e da aprendizagem, tarefas que já eram um desafio na modalidade presencial. É interessante notar que as habilidades aqui dispostas são, usualmente, um grande facilitador para professores e alunos no delicado processo de desenvolver as linguagens e raciocínios matemáticos.

Mais que isso, essas habilidades possibilitam, na modalidade remota, o permanente desenvolvimento das habilidades que já eram esperadas para um professor de matemática desde as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (BRASIL, 2002) em sua segunda seção.

O professor de matemática precisa ter sua formação orientada pela perspectiva técnica (fazer cálculos, contas em um processo repetitivo); pela perspectiva da matemática como uma linguagem que interpreta e lê o mundo e se expressa nesse mesmo mundo; e na perspectiva crítica e criativa que constrói modelos aperfeiçoados de um mundo que já está posto. Esse é o caminho que prepara tal docente para o satisfatório exercício profissional. À luz dessas perspectivas, é notável que as habilidades aqui dispostas são altamente adequadas ao desafio da docência matemática no período de ensino remoto.

7. Análise dos Documentos Norteadores para Elaboração dos PPC's de Licenciaturas em Matemática.

Mediante a revisão bibliográfica feita em alguns textos que discorrem sobre a formação dos professores de matemática, foi possível destacar as seguintes habilidades como sendo indispensáveis para o planejamento e a execução de aulas durante o ensino remoto:

- Utilizar e compreender as TDICs de forma crítica, reflexiva e ética;

- Ser capaz de utilizar um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) ou outro sistema de monitoramento, registro, avaliação e acompanhamento das aprendizagens dos estudantes;
- Ser empático ao solicitar as atividades e flexível na preparação e entrega das mesmas.

Os documentos analisados foram: as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (BRASIL, 2002); as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada (BRASIL, 2015); às Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) (BRASIL, 2019); e o instrumento de avaliação ENADE e seu documento norteador (BRASIL, 2017).

Grande parte das Licenciaturas em Matemática do Brasil se baseia no ENADE para construir os seus PPC's e, consequentemente, definir as competências e as habilidades que os formandos devem possuir. A tabela a seguir indica a presença ou a ausência das habilidades elencadas neste trabalho nos documentos analisados.

Quadro 1: Habilidades vistas em documentos norteadores

Documentos \ Habilidades	TDICs	EAD	Relatadas em Artigos	Específicas do professor de matemática
Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Licenciatura em Matemática (BRASIL, 2002).	X			
Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores (BRASIL, 2015).	X		X	
Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores (BRASIL, 2019).	X	X	X	
ENADE da licenciatura em matemática (BRASIL, 2017a).				

X: o documento tem **algumas** das habilidades

Fonte: Elaborado pelos autores.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (BRASIL, 2002) apresenta um conjunto insuficiente de habilidades para lidar com a situação que temos passado. Uma das possíveis justificativas dessa ausência de conhecimentos ligados ao ensino remoto se dá pelo ano de publicação desse documento (que não é atualizado há quase duas décadas). Porém, como se trata da última versão disponibilizada para os cursos de Licenciatura em Matemática, ainda é utilizada para a elaboração dos PPCs de todos os cursos de formação inicial de professores de matemática do país.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior e para a formação continuada (BRASIL, 2015) apresenta um número maior de habilidades citadas neste trabalho. Entretanto, o documento ainda carece de alguns conhecimentos ligados à EaD, que são importantes para se garantir um ensino e aprendizagem de qualidade para os estudantes durante o ensino remoto. A pesquisa de Abreu et al (2020) intensifica o pensamento sobre a falta de habilidades ligadas à EaD nos cursos de formação inicial de professores, visto que:

> Considerando o universo pesquisado, é possível concluir que a formação acadêmica clássica não contempla ou reconhece como potencialidade o ensino a distância. Tal fato gera para os professores que atuam nessa modalidade uma dificuldade extra, uma vez que o ensino a distância é realidade instalada na Educação Nacional. Uma formação que não inclua nenhum elemento nas discussões formais nas Universidades dos cursos de licenciatura sobre o ensino em EAD não instrumentaliza adequadamente o fazer do profissional. Com isso, dado o exposto foi possível notar que entre os professores pesquisados a grande maioria teve que recorrer a outros meios para complementar sua formação, embora a EAD faça parte da realidade mais imediata de alocação profissional. (ABREU ET AL, 2020, p.20-21).

Já as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BRASIL, 2019) contempla grande parte das habilidades, se não todas, citadas neste trabalho, inclusive algumas presentes nas competências da EaD.

O ENADE avalia se os concluintes do curso de Licenciatura em Matemática desenvolveram as seguintes competências:

> I. formular conjecturas e generalizações, estabelecendo relações entre os aspectos formais e intuitivos; II. elaborar e validar argumentações e demonstrações matemáticas; III. utilizar diferentes representações para um conceito matemático, transitando por representações simbólicas, gráficas e numéricas, entre outras; IV. analisar dados; V. resolver problemas; VI. elaborar modelos matemáticos; VII. relacionar diferentes aspectos da evolução do conhecimento matemático; VIII. analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a Educação Básica; IX. analisar criticamente e utilizar diferentes processos de avaliação; X. elaborar e avaliar propostas e metodologias de ensino-aprendizagem de Matemática para a Educação Básica; XI. analisar, selecionar e produzir materiais didáticos. (BRASIL, 2017, p.2).

Nota-se que nenhuma dessas competências abarca as habilidades necessárias para o professor utilizar TDICs. Logo, esse exame, em seu último ano de aplicação no curso de Licenciatura em Matemática, não avaliou no professor habilidades que seriam indispensáveis para planejar e ministrar aulas durante o ensino remoto. E como essa prova norteia a elaboração de diversos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, fica evidenciado o despreparo de vários professores para o ensino que ocorreu durante o período da pandemia.

Esse fato, aliado à ausência de habilidades nas diretrizes dos cursos de Licenciatura em Matemática (BRASIL, 2002), intensifica o pensamento de que os professores de matemática não estão sendo formados e avaliados a possuir os saberes citados no decorrer deste trabalho. Países, como, por exemplo, Singapura já vem formando professores para planejar aulas por meio da internet há alguns anos (SANTOS, 2020). E, portanto, não se eximiu de tentar prevenir seus professores para cenários de exceção e para tendências sócio-pedagógicas que ainda se descortinam no horizonte.

Enfatizamos que, mesmo documentos orientadores antigos, como (BRASIL, 2002), poderiam levar em conta os movimentos que a sociedade já vinha fazendo no sentido da instrução remota mediada por TDICs, para acompanhar a dinâmica de ensino recente no mundo e, também, se preparar para situações de excepcionalidade, como a que estamos vivenciando.

8. Considerações Finais

As habilidades levantadas neste trabalho e a comparação com documentos e diretrizes que norteiam os cursos de Licenciatura em Matemática evidenciam, claramente, a necessidade de a formação de professores contemplar o uso de TDICs e as metodologias e as pedagogias para a EaD. Como foi visto, ocorreu uma espécie de "progressão" dos documentos analisados, de acordo com o ano de publicação. Isso, aliado ao fato de que as Diretrizes de 2019 (BRASIL, 2019) contêm grande parte das habilidades citadas neste trabalho, nos leva a crer que a formação de professores caminha para um momento de melhor preparo. Cabe ressaltar que, a despeito de ser essa uma Resolução que ainda é alvo de controvérsias, consideramos que ela está bem adequada quanto ao desenvolvimento das habilidades na perspectiva do uso de TDICs, do desenvolvimento de habilidades relacionadas ao EaD e, consequentemente, do ensino remoto para os professores de Matemática.

Foi possível constatar a necessidade de uma atualização das diretrizes que norteiam os cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática, visto que a última versão disponível está há quase 2 décadas sem ser atualizada e, além disso, existem algumas habilidades específicas do professor de Matemática, citadas na seção 6 deste trabalho, que não foram visualizadas em nenhum dos documentos norteadores lidos.

Pode-se relativizar a necessidade de certas habilidades numa formação voltada para a Educação Básica em tempos não excepcionais mas, mesmo em tempos normais, as habilidades ligadas à EaD e à utilização de TDICs ainda dialogam com as novas tendências de ensino adequadas às mudanças funcionais da sociedade.

Portanto, há motivação para uma continuidade desta Pesquisa (que foi executada por ocasião de um Trabalho de Conclusão de Curso na Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília), no sentido de analisar, de forma aprofundada, os PPCs de Licenciatura em Matemática para verificar se os futuros professores estarão mais preparados para situações como esta que estamos vivenciando. Mas os PPCs estão sendo atualizados conforme as diretrizes de 2019 (BRASIL, 2019). Por conta disso, realizar este levantamento agora talvez seja prematuro. É preciso esperar mais um tempo para que os sistemas de ensino das licenciaturas tenham um pouco mais de atualizações, sobre essa diretriz de 2019, em particular.

9. Referências

ABREU, Enoque Teixeira; NOVAES, Maria Angelica; ZARRO, Maria Izadora Mendonça. Desafios na Formação de Professores para atuação na EAD. **Revista Paidéi@- Revista Científica de Educação a Distância**, v. 12, n. 21. 2020.

AMARAL, Eliana; POLYDORO, Soely. Os desafios da mudança para o ensino remoto emergencial na graduação na Unicamp–Brasil. **Linha Mestra**, n. 41a, p. 52-62, 2020.

BEHAR, Patricia Alejandra. O ensino remoto emergencial e a educação a distância. **Jornal da Universidade**, v. 6, 2020.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Parecer CNE/CES 1.302/2001**. Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura. Diário Oficial da União, Brasília, 05 mar. 2002, Seção 1, p. 15. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf >. Acesso em: 10 de dezembro de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. CNE/CP. **Resolução Nº 02, de 1º de julho de 2015**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Brasília, 2015.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Portaria n°508, de 06 de junho de 2017**. Diário Oficial, Brasília, 8 jun. 2017. Seção 1, p.40. Disponível em:

<https://download.inep.gov.br/educacao_superior/enade/legislacao/2017/matematica_licenciatura_-_portaria_n_508_de_6_de_junho_de_2017.pdf>. Acesso em: 03 de março de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **PARECER CNE/CP Nº 22/2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília, 2019. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=133091-pcp022-19-3&category_slug=dezembro-2019-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 03 de dezembro de 2020.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **PARECER CNE/CP Nº: 5/2020**. Distrito Federal: Ministério da Educação, 28 abr. 2020. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=145011-pcp005-20&category_slug=marco-2020-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 03 de outubro de 2020.

BORGES, Paulo Augusto Caixeta; **Habilidades necessárias para o professor de matemática durante o período de pandemia: um estudo exploratório-qualitativo.** 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática), Instituto Federal de Brasília *Campus* Estrutural, Brasília, 2021.

CIEB. Centro de Inovação para a Educação Brasileira. **Currículo de Tecnologia e Computação**. 2018. Disponível em: <https://curriculo.cieb.net.br/curriculo>. Acesso em: 03 de janeiro de 2021.

CODEIC. **Recomendaciones para la transición a la docencia no presencial**. México: CODEIC, UNAM. 2020. Disponível em:

<https://www.codeic.unam.mx/index.php/recomendaciones-para-la-transicion-a-la-docencia-no-presencial/#autores>. Acesso em: 05 de janeiro de 2021

DE OLIVEIRA, Raquel Mignoni; CORRÊA, Ygor; MORÉS, Andréia. Ensino remoto emergencial em tempos de covid-19: formação docente e tecnologias digitais. **Revista Internacional de Formação de Professores**, v. 5, p. e020028-e020028, 2020.

DOMINGUES, Rosângela Ferreira; DE SOUZA, Wedna Mineira. OS DESAFIOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA E FÍSICA NO ENSINO REMOTO. **Seminário de Formação do Cefapro**, v. 2, n. 1, p. 355-364, 2020.

FABRIS, Elí Terezinha Henn; POZZOBON, Marta Cristina Cezar. Os desafios da docência em tempos de pandemia de covid-19: um "soco" na formação de professores. **Revista Educar Mais**, v. 4, n. 2, p. 233-236, 2020.

GOMES, Francisco Xavier. Rondônia: **A pandemia, as aulas remotas e os devaneios de Suamy Lacerda**. 2020. Disponível em:

<https://www.tudorondonia.com/noticias/rondonia-a-pandemia-as-aulas-remotas-e-os-devaneios-de-suamy-lacerda,49227.shtml>. Acesso em: 02 de setembro de 2020.

LITTO, F. M. (Coord.) **Competências para Educação a Distância: Matrizes e Referenciais Teóricos.** São Paulo. ABED, 2012.

MARIN, Douglas. **Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior**. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, São Paulo, 2009.

PAIVA, Thiago Yamashita. **Aprendizagem Ativa e Colaborativa: uma proposta de uso de Metodologias Ativas no ensino da Matemática.** Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

SALDANHA, Luis Cláudio Dallier. O discurso do ensino remoto durante a pandemia de COVID-19. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, v. 17, n. 50, p. 124-144, 2020.

SANDARS, John et al. Twelve tips for rapidly migrating to online learning during the COVID-19 pandemic. **MedEdPublish**, v. 9, 2020.

SANTOS, Gislaina Rayana Freitas. ENSINO DE MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES SOBRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E A RESSIGNIFICAÇÃO DO MÉTODO DE ENSINO EM TEMPOS DE PANDEMIA. **Culturas & Fronteiras**, v. 2, n. 2, p. 40-57, 2020.

SCALABRIN, A. M. M. O.; MUSSATO, S. Estratégias e desafios da atuação docente no contexto da pandemia da Covid-19 por meio da vivência de uma professora de matemática. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. e020051, 8 nov. 2020.

Insubordinação Criativa na Prática de uma Educadora Matemática

Creative Insubordination in the Practice of a Math Educator

Patrícia Corrêa Santos
Instituto Federal Baiano – IF Baiano
pro.patricia@hotmail.com

Resumo
Este texto apresenta recortes de uma pesquisa de doutorado que teve como objetivo identificar e analisar o movimento das ações de insubordinação criativa de uma educadora matemática, a partir da sua narrativa. O estudo foi pautado na abordagem qualitativa, especificamente na vertente da pesquisa biográfica, e fez uso da entrevista narrativa como instrumento metodológico na constituição dos dados da pesquisa. A análise do movimento das ações foi realizada sob a perspectiva do conceito de insubordinação criativa apresentado por D'Ambrosio e Lopes. Os resultados revelam elementos que constituem o movimento das ações de insubordinação criativa da educadora matemática, colaboradora do estudo. Entre eles, a autonomia e a criatividade docente constituem um processo emancipatório na tomada de decisões; e que a ética moral, a justiça social e o comprometimento com a prática educativa legitimam a tomada de decisões subversivamente responsáveis de educadores quando esses se mobilizam para ofertar aos seus alunos melhores condições para que aprendam uma matemática mais criativa e significativa para sua realidade de vida, quando as condições atuais não estão alinhadas com o bom andamento do processo educacional.

Palavras-chave: Insubordinação Criativa; Formação de Professores; Narrativa; Educação Matemática.

Abstract
This text presents excerpts from a doctoral research that aimed to identify and analyze the movement of creative insubordination actions of a mathematical educator, based on her narrative. The study was based on a qualitative approach, specifically in the field of biographical research, and used the narrative interview as a methodological instrument in the constitution of the research data. The analysis of the movement of actions was carried out from the perspective of the concept of creative insubordination presented by D'Ambrosio and Lopes. The results reveal elements that constitute the movement of the actions of creative insubordination of the mathematical educator, who collaborated in the study. Among them, teaching autonomy and creativity constitute an emancipatory process in decision-making; and that moral ethics, social justice and commitment to educational practice legitimize the subversively responsible decision-making of educators when they mobilize to offer their students better conditions for them to learn more creative and meaningful mathematics for their life reality. , when current conditions are not aligned with the good progress of the educational process.

Keywords: Creative Insubordination; Teacher training; Narrative; Mathematics Education.

Introdução

Recentemente investigações da área da Educação Matemática vêm ampliando o discurso sobre o universo de temas[1] geradores de situações críticas educacionais por entenderem que requerem mais atenção em seu tratamento. Mais precisamente, discursos que tratam do lugar onde se encontram os professores que são consumidos, direta ou

[1] Para Paulo Freire(1981), o universo temático é constituído na interação de temas originados em determinada época e contexto.

indiretamente, por situações consideradas como desafios a serem enfrentados. Vale ressaltar que determinadas ocorrências não são vistas como desafiadoras para todos que as vivenciam, enquanto que para um determinado grupo de pessoas essas situações se apresentam como ocasiões onde suas ações são requeridas de forma autônoma e criativa. Segundo Freire (2016), para esse segundo grupo de pessoas, essas situações são identificadas como fronteiras entre ser e não ser. No contexto da docência, é presumido que o desafio posto aos professores está em agir de maneira crítica para alcançar uma realidade possível em sua percepção. Mais precisamente, essas são situações em que os docentes se percebem em meio ao conflito entre as normas e os desafios da sua função, entre suas concepções profissionais e a inércia dos costumes educacionais engessados. Muitas vezes, são circunstâncias conflituosas em que são postos os interesses dos alunos e as reais condições para atendê-los, em que há um embate entre o ideal e a realidade.

A partir dessa perspectiva, D'Ambrosio e Lopes (2014) utilizam o conceito de insubordinação criativa ao se referirem às ações de ruptura assumidas por professores de Matemática quando se contrapõem às normas ou regras institucionais, ao perceberem que essas não são suficientes para atender as necessidades dos seus alunos. Segundo as autoras, esses docentes criam alternativas criativas para proporcionar o bem-estar dos estudantes. É notado o quão integrador é esse conceito, pois envolve concepções importantes a serem consideradas quando se discute sobre o fazer pedagógico de professores diante de situações educativas críticas.

Tendo em vista o exposto sobre a dialética dos desafios da prática pedagógica de professores, foi questionado sobre como professores agem diante dos dilemas profissionais e como é constituído o movimento das ações de insubordinação criativa.

Para tanto, o estudo que originou este texto assumiu a abordagem com narrativa na perspectiva da pesquisa biográfica (FERRAROTTI, 2014), por entender que a narrativa é um meio legítimo de acessar a forma pela qual os professores pensam sociologicamente ao agirem em determinadas circunstâncias (BERTAUX, 2010). Além disso, a narrativa permite identificar os mecanismos e processos pelos quais os professores chegaram à dada situação.

O conceito de Insubordinação Criativa na literatura

Inspiradas em D'Ambrosio e Lopes (2014), assumimos o conceito de insubordinação criativa como uma ação de inconformismo e irreverência com o *status quo*, na busca por reconstruir a realidade de um contexto contemporâneo. Requer acreditar no novo, nos benefícios do diferente, nas possibilidades de soluções. Trata-se de criar meios capazes de tornar o mundo mais justo. O que não quer dizer que seja fácil, pois um ato criativo é, antes de tudo, um ato de insubordinação diante de um estado de irreflexão. E desse fato devemos considerar que, para sua realização, faz-se necessário, muitas vezes, destruir ou desestruturar bases sólidas, o que nem todos estão dispostos a realizar.

O termo insubordinação criativa foi inicialmente apresentado no início da década de 1980 em um minucioso relatório etnográfico como resultado de uma pesquisa realizada em 16 escolas públicas de Chicago, nos Estados Unidos da América (EUA) (MORRIS et al., 1981). O foco desse estudo foi estudar a vida cotidiana de diretores escolares do Ensino Fundamental e Médio. Nesse estudo o termo insubordinação criativa foi cunhado quando os autores perceberam que alguns dos profissionais pesquisados apresentavam postura de oposição ao lidar com a burocracia educacional autoritária advinda da Secretaria de Educação local. Para esses autores, a postura de oposição é vista como consequência do sistema burocrático em que os diretores se encontravam.

Essa percepção traz à tona as consequências negativas que certas normas, se executadas com rigor, podem trazer a quem no sistema está inserido. No estudo de Morris et al.(1981) a postura de inconformismo apresentada pelos diretores baseava-se na identificação de possíveis consequências que certas indicações institucionais, determinadas pela Secretaria de Educação, poderiam causar ao bem-estar escolar caso fossem executadas. Por esse motivo, os diretores acabavam tomando decisões que não atendiam às expectativas de seus supervisores, praticando, ao sentirem necessidade, desobediência às ordens expressas em prol do bem comum escolar.

Os autores concluem que esses diretores afetaram suas escolas proporcionando equilíbrio ao apresentarem uma melhoria organizacional e estabilidade escolar, transformando atitudes de oposição à política escolar em aliadas na reconstituição do ambiente, sempre com o objetivo de promover aprendizagem significativa aos alunos.

> É importante lembrar que a forma de desobediência aqui apresentada não se origina em meros ressentimentos pessoais. O diretor pode ou não estar

> confortável com alguma instrução de seu superior, mas o que faz da desobediência uma opção viável é a percepção de que essa instrução, se realizada, é prejudicial ao bem-estar da escola. Se essa avaliação do impacto de uma ordem revelar danos potencialmente significativos à organização, então o diretor começa a revisão de como desobedecer à ordem da maneira mais cuidadosa, ou seja, menos invasiva1 (MORRIS et al., 1981, p. 142, tradução nossa).

Além desse estudo, outros trataram da insubordinação criativa na gestão escolar. Em 1985, Morris e Crowson observaram descritiva e analiticamente o paradoxo do controle/não controle do sistema escolar de uma cidade grande. Outro pesquisador que também traz o termo em seus estudos é Keedy (1992). Ao evidenciar a autonomia de quatro diretores do Ensino Médio como um importante componente na conquista do sucesso em suas profissões, o autor aplica o conceito de insubordinação criativa na descrição do comportamento dos diretores que, com habilidade de gerenciamento e liderança, melhoraram as condições das escolas ao trabalharem com independência na execução de ações, sem o apoio político dos superintendentes e de seus supervisores. Esses estudos, assim como outros (CROWSON, 1989; HAYNES; LICATA, 1995; MCPHERSON; CROWSON, 1993; MORRIS; CROWSON, 1985; ROCHE, 1999) proporcionaram um novo olhar sobre a atuação de diretores escolares ao revelar que os investigados obtiveram sucesso quando não se limitaram a apenas gerenciar instruções advindas de seus superiores, atuando com independência no desenvolvimento de seu papel no ambiente escolar.

Na área da Educação Matemática o conceito surge quando Gutiérrez (2013), professora e pesquisadora norte-americana, com um viés exclusivamente político, relaciona o termo com a postura de professoras de Matemática ao encontrarem brechas nas políticas educacionais que as possibilitaram interpretarem regras e/ou procedimentos de maneira a lhes permitirem advogar por seus alunos, em contextos que envolvem questões de racismo, de classe e de linguagem. Seu estudo também retrata os riscos assumidos pelos docentes ao desafiarem as normas e regras em seu ambiente de trabalho. Em um estudo recente, a autora descreve seis estratégias, baseadas nas experiências das professoras pesquisadas em seu estudo, facilitadoras na constituição de ações de insubordinação criativa.

Em 2014, o conceito de insubordinação criativa foi apresentado à Educação Matemática brasileira pelas professoras pesquisadoras Beatriz D'Ambrosio e Celi Lopes. Inspiradas pelo pensamento freireano, as autoras focam seus estudos em quem executa a ação de insubordinação criativa e no contexto da ação, não apenas na ação em si. Elas apresentam um discurso voltado para a ética moral que nós, mulheres e homens, precisamos ao realizarmos grandes ações (D'AMBROSIO; LOPES, 2014).

D'Ambrosio e Lopes (2014) buscam, em suas reflexões, potencializar as consequências dessa dessas ações e libertar de qualquer (pré)conceitos e/ou normas o profissional da Educação que se opõe a regras em seu ambiente de trabalho quando buscam fazer o melhor para seus alunos. A ação de insubordinação criativa de professores de Matemática advém de múltiplas situações que lhes são apresentadas, para as quais não encontram respostas preestabelecidas. Esses momentos requerem que "esses profissionais coloquem em movimento conhecimentos construídos ao longo de suas carreiras, considerando elementos como origem social, política e cultural e também aspectos do foro pessoal e contextual" (D'AMBROSIO; LOPES, 2014, p. 25).

O contexto e o método da pesquisa

Com o objetivo de identificar e analisar, a partir da narrativa de uma professora de Matemática, o movimento das ações de insubordinação criativa, o estudo assumiu a perspectiva da pesquisa biográfica, enquanto uma das vertentes da investigação qualitativa, por apresentar abordagens metodológicas pertinentes ao que foi proposto. Junto a isso, a pesquisa biográfica tem por objetivo investigar o meio pelo qual a concepção e o devir das pessoas se constituem no contexto social, explora como os indivíduos representam suas experiências e como atribuem significado à conjuntura dos acontecimentos de sua existência (DELORY-MOMBERGER, 2012).

No estudo foram consideradas não apenas as ações insubordinadamente criativas, mas também aspectos do contexto em que essas ações se revelaram e o perfil de quem as executou, foi o que chamamos de movimento das ações de insubordinação criativa. A fim de realizar um estudo que proporcionasse maiores detalhes desse movimento, foi investigada a vida profissional e social, dentro e fora do ambiente escolar, de uma educadora matemática, identificada como Alice (pseudônimo escolhido pela professora). Para tanto, e, considerando as possibilidades de estudo de narrativas autobiográficas (NACARATO, 2010), foi reforçada a importância de também ser discutido sobre como a professora protagonista do estudo fundamenta sua profissão.

Com isso, foi admitido que a pesquisa biográfica e as narrativas autobiográficas são pressupostos metodológicos que contribuem significativamente com o desenvolvimento da Educação e, em especial, da Educação Matemática nas escolas. Pois se apresentam como meios de clarificar os pormenores do ensino e da aprendizagem de Matemática quando o envolvido no processo, neste caso, a professora Alice, pronuncia-se possibilitando que sejam feitas novas interpretações sobre a prática docente, quando se encontra limitada pelas condições do próprio sistema educacional ou por costumes educativos engessados.

Breve discussão sobre alguns dados da pesquisa

Nesta seção, são apresentados excertos que evidenciam algumas dimensões que constituem o movimento de uma das ações de insubordinação criativa revelada na narrativa da professora colaboradora do estudo. Numa seção do trabalho, intitulada *Meu calcanhar de Aquiles*..., a professora expõe suas angustias e sentimentos quanto ao processo avaliativo escolar. Ao mesmo tempo, são reveladas quais das suas crenças e concepções foram mobilizadas para que ela agisse diante do desafio de enfrentar o dilema de seguir o esperado pela coordenação e colegas de trabalho e, o que realmente ela acreditava ser o ideal no atendimento aos seus alunos.

A avaliação escrita, falo que é meu calcanhar de Aquiles. Tenho muita dificuldade em avaliar, sei quais são as potencialidades e carências de cada um deles, agora sobre quantificar a avaliação, tenho muita dificuldade. Ter que mensurar uma nota que represente o aluno é muito difícil. [...] Todas as vezes que faço o planejamento de um conteúdo, fico pensando na maneira que irei avaliar tal conteúdo. Não gosto desse tipo de avaliação.

Notamos no excerto acima que a aplicação da avaliação escrita e o ato de quantificá-la também se apresentam como dilemas profissionais para a professora Alice, dilemas esses que já se manifestam na hora de planejar suas aulas. Sobre as habilidades e o conhecimento do aluno, a docente pondera:

Às vezes, o aluno não é bom com a Matemática, mas é bom com desenho. Às vezes, ele tem dificuldade com gramática, mas é um excelente poeta. Por conta disso, tenho muita dificuldade em avaliar. As pessoas não têm só um tipo de inteligência, são múltiplas as inteligências. Eu tento enxergar o aluno a partir disso. [...] Acredito que não posso deixar de lado o conhecimento que, de certa forma, o aluno já possui.

A concepção avaliativa da professora reflete sua percepção crítica e sua consciência dos limites do processo avaliativo tradicional. Mediante sua criticidade, ela se opõe ao tipo de avaliação concebida apenas para medir o saber do aluno por intermédio de provas e testes que visam a examinar e classificar e ignoram a individualidade e seu conhecimento de vida.

A partir dessa percepção, a professora cria alternativa a seu dilema com a avaliação escrita e à cobrança feita pela coordenação e colegas de trabalho, pois, segundo a professora, *nas escolas, todos os coordenadores questionam dizendo que, se não tem uma avaliação escrita no trimestre, é como se a forma pela qual os alunos foram avaliados não tivesse valor*.

Na mesma passagem em que a professora fala sobre o que pensa acerca da avaliação escrita, argumenta sobre como seus pares avaliam os alunos:

Tem professor que aplica uma avaliação valendo cinco pontos de um total de dez pontos a serem distribuídos durante o trimestre. Sou contra isso, mas a gente vive em um sistema educacional que cobra certa porcentagem do total da média final em avaliação escrita.

Sua percepção sobre o método utilizado pelos colegas revela sua oposição ao método aplicado por eles, dando a entender que acha injusto que metade da média trimestral do aluno seja obtida por meio de uma única avaliação escrita. Além dessa concepção, a professora Alice responsabiliza o sistema educacional pelo processo avaliativo tradicional adotado pelos colegas professores.

Após findar espontaneamente a narração central da entrevista, durante a fase das perguntas, a professora colaboradora revela:

Já trabalhei um trimestre inteiro sem aplicar avaliação escrita, e a coordenação não foi previamente informada. Quando resolvi trabalhar sem aplicar uma única avaliação escrita, não vou mentir, deu muito trabalho. Porque, no momento de socializar com os alunos, eles questionam muito. A partir daí, planejamos juntos outra forma de avaliação. Tudo isso requer um planejamento antecipado bem preparado, eles sugerem muitas coisas, eles opinam muito, não me incomoda.

Nesse excerto, são expostas, em meio a uma mistura de sentimentos, duas ações movidas pela insatisfação de ter que trabalhar com um instrumento avaliativo que, segundo seu entendimento, causa prejuízo aos alunos. A primeira se opõe a cobrança da comunidade escolar, aplicar avaliação escrita durante o trimestre. A segunda inclui o aluno na execução do planejamento da sua aprendizagem, cria oportunidade para que ele opine como ser avaliado, o torna protagonista do processo ensino e aprendizagem. Sua postura é resultado de uma atitude reflexiva pautada na necessidade de apresentar e realizar novas propostas para o processo avaliativo.

A fim de concretizar suas reflexões e de resolver sua apreensão sobre o instrumento avaliativo convencional, Alice não aplicou a avaliação escrita durante um trimestre. Ela rompeu com o *status quo* do contexto ao criar dinâmica em seu desenvolvimento. Sua postura autônoma foi além, com o objetivo de proporcionar um processo avaliativo participativo, ela possibilitou que os alunos assumissem o papel de coautores da nova forma de avaliação, promovendo um contexto colaborativo entre professora e discentes, no qual, juntos, planejaram outros meios de avaliação.

A partir dessa perspectiva, compreendemos a postura da professora Alice como uma ação autônoma e empoderada por suas concepções, seus valores e seus princípios profissionais. É certo que ela não apresenta nenhuma ação inovadora diante de um processo tão questionado. Por outro lado, fica evidente seu movimento ao acreditar que sua ação pode beneficiar a aprendizagem matemática de seus alunos, ao agir criativa e colaborativamente. Sua postura constitui um contexto emancipatório de parceria entre docente e estudantes.

Ainda na fase das perguntas, solicitamos à Alice que falasse sobre sua postura em relação ao processo discutido quando estava no início de sua carreira docente. Ela argumenta:

No começo da minha carreira, trabalhava só com prova escrita e ponto final. Eram os dez pontos da unidade distribuídos em duas provas escritas. Primeiro, eu não concebia que pudesse ter outro tipo de avaliação. O motivo? Eu fui formada assim, tanto em minha vida escolar como na acadêmica. Então, quando comecei a trabalhar, eu não entendia como poderia trabalhar com meu aluno de uma maneira diferente, eu não concebia que meu aluno poderia produzir sua própria avaliação ou sugerir o que iria ser cobrado dele ou como vai ser avaliado. Demorou muito tempo para que eu pudesse aceitar e colocar em prática essa questão.

Sobre essa perspectiva, Canário (2005) ressalta que a maneira como os professores se formam influencia, decisivamente, a forma como eles organizam o trabalho escolar de seus educandos. A professora Alice justifica sua antiga postura a partir do argumento de que aprendeu, em sua vida escolar e acadêmica, que a avaliação de matemática é realizada mediante prova escrita. Ao mesmo tempo, narra que, durante a Graduação, desenvolveu aversão a esse instrumento de avaliação por presenciar momentos de angústia sofridos por uma colega de turma:

Lembro-me de uma colega da turma de Graduação que sofria muito durante as provas, a ponto de passar mal. Quando me lembro dela, fico com o pé atrás em relação à prova escrita. Ao mesmo tempo, penso no aluno ao sair daqui para outro nível de ensino. Por outro lado, oportunizo que esse aluno tire suas próprias conclusões.

Esse é mais um motivo pelo qual Alice foi levada a posicionar-se contra o valor dado à avaliação escrita tradicional, evitar que seus alunos sofram como sua colega. Ao mesmo tempo, é revelada sua preocupação em relação ao preparo dos alunos para a participação em processos seletivos de ingresso na Graduação, demonstrando seu compromisso profissional e sua compreensão sobre a complexidade educativa.

A atitude de Alice ao não aplicar avaliação escrita durante o trimestre em uma escola onde essa tradição é posta como método avaliativo essencial e de ter o objetivo de proporcionar aos alunos um processo avaliativo mais justo, é uma ação de insubordinação criativa que, sob a perspectiva de sua realidade, revelou os seguintes elementos caracterizadores:

- ✓ Tema/fenômeno gerador: O processo avaliativo escolar; avaliação escrita.
- ✓ Características da Professora Alice: Autônoma, criativa, responsável.
- ✓ Princípios profissionais: Compromisso com a prática e a complexidade educativa, percepção crítica e consciente, ética moral.
- ✓ Obstáculo: Cobrança da coordenação escolar, críticas de seus pares.
- ✓ Objetivos: Proporcionar aos alunos um processo avaliativo mais justo e participativo; evitar que os alunos sofram durante a avaliação.

Esses elementos delineiam o movimento da ação insubordinadamente criativa de Alice quando, sem aviso prévio a sua coordenadora escolar, rompeu com o *status quo* de seu contexto profissional ao realizar uma prática subversiva e responsável de não aplicar avaliação escrita. Sustentada por princípios éticos profissionais, sua postura teve por objetivo beneficiar os alunos em um processo avaliativo colaborativo.

A experiência da professora Alice nos orienta no entendimento de que os dilemas profissionais nem sempre são assim considerados por todos. Essa constatação nos faz compreender que, para os professores citados por Alice, a avaliação escrita pode não ter se configurado como um problema. Ao confirmar ou não essa possibilidade, afirmamos que a ação de insubordinação criativa está também condicionada às características e aos princípios de quem a executa. Ao mesmo tempo, entendemos que os valores morais e profissionais são fortes condutores desse movimento e, no caso de Alice, estão ligeiramente associados a suas crenças.

Vale ressaltar que a atual Lei de Diretrizes e Bases (LDB) define, em seu art. 24, inciso V, e em suas respectivas alíneas, que a verificação do rendimento escolar deve observar alguns critérios. Entre eles, segue que, na avaliação contínua e cumulativa do desempenho do aluno, devem prevalecer os aspectos qualitativos aos quantitativos e que os resultados ao longo do período devem se sobrepor às eventuais provas finais (BRASIL, 1996). No entanto, a realidade predominante nas escolas, no Ensino Fundamental e no Médio, não se aplica à regra comum indicada, justamente a que possibilita considerar a realidade individual dos alunos.

Algumas considerações a mais

Alice revelou ser uma professora com forte tendência a desenvolver ações de insubordinação criativa em sua prática. Sua narrativa apresenta reflexões sobre o sistema de suas ações (PERRENOUD, 2002) ao fazer questionamentos reflexivos sobre alguma ação realizada por ela. Seus argumentos não se limitam a sua prática pedagógica; o sistema político educacional e tradicional assim como sua formação inicial são constantemente mensurados quando é relatada uma ação de inconformismo. As características que mais se destacaram no movimento das ações de Alice foram: autônoma, responsável, comprometida, criativa, cuidadora, sensível aos problemas do outro e crítica do processo educativo. Arriscamo-nos em dizer que, no geral, esses são traços encontrados em pessoas que tendem a desenvolver ações de insubordinação criativa, umas latentes e outras evidenciadas, a depender da pessoa que executa a ação.

Quanto ao estudo do contexto das ações de insubordinação criativa, foram revelados os fenômenos que originaram as ações de Alice. Neste texto são apresentados os fenômenos do tema processo avaliativo. Esse é um dos dilemas da realidade de Alice que, comprometemo-nos a dizer, não é assim apresentado para todos que se encontram no mesmo ambiente escolar. Ou seja, para muitos dos colegas de trabalho de Alice, a saída para esses casos específicos foi ignorá-los. Permeados pela resistência à mudança, o contexto da ação de insubordinação criativa de Alice, apresentada aqui, foi envolvida por sua autonomia em uma dinâmica de relações entre professora e alunos, professora e professores, e professora e coordenadora.

Em virtude do caráter sociopolítico de uma ação de insubordinação criativa no ensino de Matemática, ratificamos que, ao agirem em consonância com esse conceito, os professores de Matemática aumentam, substancialmente, sua contribuição para a construção da cidadania dos alunos e para a forma como se relacionam com essa disciplina. Além de promover uma prática de ensino que mantém a solidariedade e o comprometimento, a perspectiva sociopolítica assegura discernimento na tomada de decisão de professores, quando buscam ofertar a seus alunos possibilidades de ensino e aprendizagem com diversidade, respeito e eticidade.

Referências

BERTAUX, D. Narrativas de vida: a pesquisa e seus métodos. Natal, UFRN: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Lei de Diretrizes e Bases nº 9394/96. Brasília, DF: CNE/MEC,1996.

CANÁRIO, R. Prefácio. In: PRADO, G. do V. T.; SOLIGO, R. (org.). Porque escrever é fazer história: revelações, subversões, superações. Campinas: Graf. FE/UNICAMP, 2005. p. 11-15.

CROWSON, R. L. Managerial ethics in educational administration. The rational choice approach. Urban Education, [S. l.], v. 23, n. 4, p. 412-435, 1989.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). Trajetórias profissionais de educadoras matemáticas. Campinas: Mercado de Letras, 2014.

DELORY-MOMBERGER, C.Abordagens metodológicas na pesquisa biográfica. Tradução de Anne-Marie Milon Oliveira. Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, v. 17, n. 51, p. 523-536, set./dez. 2012. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v17n51/02.pdf. Acesso em: 23 jul. 2018.

FERRAROTTI, F. História e histórias de vida: o método biográfico nas Ciências Sociais.Tradução de Carlos Eduardo Galvão e Maria da Conceição Passeggi. Natal: EDUFRN, 2014.

FREIRE, P. Conscientização. Tradução de Tiago José Risi Leme. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2016.

FREIRE, P. Educação e mudança. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

GUTIÉRREZ, R. Mathematics teachers using creative insubordination to advocate for student understanding and robust mathematical identities. In: MARTINEZ, M.; CASTRO SUPERFINE, A. (ed.). Proceedings of the 35th annual meeting of the North American Chapter of the Inter-national Group for the Psychology of Mathematics Education. Chicago: University of Illinois, 2013a. p. 1.248-1.251.

HAYNES, E.; LICATA, J. W. Creative insubordination of school principals and the legitimacy of the justifiable. Journal of Educational Administration, Bingley, v. 33, n. 4, p. 21-35, 1995.

KEEDY, J. L. Creative Insubordination: Autonomy for School Improvement by Successful High School Principals. The High School Journal, Chapel Hill, v. 76, n. 1, p. 17-23, 1992. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/40364566. Acesso em: 4 jul. 2018.

MCPHERSON, R. B.; CROWSON, R. L. The principal as mini-superintendent under Chicago School Reform. In: ERIC. Reports-research. Washington, DC: Institute of Education Science, 1993. Disponível em: http://eric.ed.gov/?id=ED373432. Acesso em: 31 ago. 2018.

MORRIS, V. C.; CROWSON, R. L. Administrative Control in Large-City School Systems: An Investigation in Chicago. Educational Administration Quarterly, East Lansing, v. 21, n. 4, p. 51-70, 1985.

MORRIS, V. C.; CROWSON, R. L.; HURWITZ JR., E.; PORTER-GEHRIE, C. The urban principal.Discretionary decision-making in a large educational organization.In: ERIC. Reports-research. Washington, DC: Institute of Education Science, 1981.Disponível em: http://eric.ed.gov/?id=ED207178. Acesso em: 25 abr. 2018.

NACARATO, A. M. Narrativas (auto)biográficas: artes de conhecer como professores de matemática se constituem profissionalmente. In: SILVA, V. L. G.; CUNHA, J. L. (org.). Práticas de formação, memória e pesquisa (auto)biográfica. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. p. 131-148.

PERRENOUD, P. A prática reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica. Tradução de Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed, 2002.

ROCHE, K. Moral and ethical dilemas in Catholic school settings. In: BEGLEY, P.T. (ed.).Values and educational leadership. Albany: SUNY Press, 1999. p. 255-272.

Matemática dos anos iniciais na Licenciatura em Matemática: percepções de futuros professores

Mathematics in the first years of Elementary School in the Mathematics Degree: perceptions of future teachers

Flávia Cristina Figueiredo Coura
Universidade Federal de São João del-Rei
flaviacoura@ufsj.edu.br

Resumo
O objetivo deste artigo é identificar percepções de estudantes da Licenciatura em Matemática sobre os anos iniciais do Ensino Fundamental e sobre os processos de ensinar e aprender Matemática nessa etapa da escolarização. Este texto se insere na discussão sobre a formação de professores de Matemática centrada no pressuposto de que o docente precisa saber mais do que o conteúdo que vai ensinar. Os participantes são 24 estudantes de uma Licenciatura em Matemática que cursaram a unidade curricular obrigatória *Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental*. O estudo tem por base 48 perguntas, elaboradas por esses futuros professores de Matemática, sobre os anos iniciais, que se referem a: alunos, professores, currículo, Matemática e métodos para ensinar. Os resultados mostram um elevado interesse em como ensinar Matemática nos anos iniciais e indicam que esses discentes se colocam na condição de professores para interrogar sobre o ensino de Matemática, ainda que em uma etapa da escolarização em que não serão licenciados para ensinar.

Palavras-chave: Formação de professores de Matemática. Licenciatura em Matemática. Anos iniciais do Ensino Fundamental

Abstract
The aim of this article is to identify the perceptions of undergraduate students in Mathematics about the early years of elementary school and about the processes of teaching and learning mathematics at this stage of schooling. This text is part of the discussion on Mathematics teacher education, centered on the assumption that teachers need to know more than the content they are going to teach. The participants are 24 students of a Degree in Mathematics who attended the compulsory Mathematics course in the early years of elementary school. The study is based on 48 questions, prepared by these future Mathematics teachers, about the initial years, which refer to: students, teachers, curriculum, Mathematics and teaching methods. The results show a high interest in how to teach Mathematics in the early years and indicate that these students place themselves in the condition of teachers to ask questions about the teaching of Mathematics, even though at a stage of schooling in which they will not be licensed to teach.

Keywords: Mathematics teacher education. Degree in Mathematics. Elementary school.

Introdução

É comum que professores de Matemática mencionem dificuldades em avançar nos estudos dos conteúdos matemáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. Entre as causas apontadas por eles, estão certas lacunas e incompreensões quanto aos conteúdos matemáticos estudados até o quinto ano, que os estudantes levariam consigo para a referida etapa escolar. Apesar dessa queixa, confirmada em estudos como o de Huf *et al.* (2019), o professor de Matemática nem sempre retoma o ensino desses conteúdos, seja por falta de conhecimento e de formação para isso, seja por limitação de tempo, seja por considerar que esse é um trabalho que já deveria ter sido feito nos anos iniciais. Fato é que esse docente tem pouco conhecimento acerca dos anos iniciais do Ensino fundamental e do ensino-aprendizagem em Matemática nessa etapa da Educação Básica, tal como Silva e Ribeiro (2014) destacam.

A formação inicial do professor de Matemática no Brasil usualmente não contempla o estudo da Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental nem de seu ensino. Isso se verifica pela presença de unidades curriculares com esse foco em somente 3[1] dos 172 cursos de Licenciatura em Matemática oferecidos presencialmente em universidades públicas e institutos federais cujos projetos pedagógicos foram analisados por Zaidan *et al.* (2021). Essa ausência é marca de uma concepção de formação docente segundo a qual basta ao professor saber (e estudar) o conteúdo que ensinará (VAILLANT, 2003). Tal concepção se sustenta na ideia de que saber mais (mais conteúdo, mais teorias de educação, mais pedagogia, mais estratégias de ensino, por exemplo) leva diretamente a uma prática mais efetiva no ensino (COCHRAN-SMITH; LITTLE, 1999).

Procurando superar essa concepção, ou seja, considerando que o professor precisa saber mais do que o conteúdo que ensinará, este estudo centra-se em questões formuladas por 24 estudantes de uma Licenciatura em Matemática na unidade curricular *Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental*. O objetivo é identificar percepções de estudantes da Licenciatura em Matemática sobre os anos iniciais do Ensino Fundamental e sobre os processos de ensinar e aprender Matemática nessa etapa da escolarização.

Neste texto, o referencial teórico está presente na discussão dos resultados do estudo. Ainda que fosse necessário discorrer sobre a Matemática nos anos iniciais e seu ensino, destacando as orientações curriculares nacionais, o modo como são efetivadas — o que e como se estuda — e as dificuldades decorrentes dessas prescrições e de sua implementação, o volume dos dados tomou boa parte do espaço disponível. Então, na próxima parte, o contexto da pesquisa será descrito, assim como os aspectos metodológicos segundo os quais

[1] As disciplinas oferecidas e seus respectivos cursos são: Ensino de Matemática nos Anos Iniciais, no curso do *campus* de Bragança Paulista do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP); Matemática nos anos iniciais, na Licenciatura do *campus* Santo André, da Universidade Federal do ABC (UFABC); e Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental no curso da Universidade Federal de São João del Rei (UFSJ).

ela foi realizada. Os resultados são apresentados à medida que são analisados, relacionando-se com documentos curriculares nacionais (BRASIL, 2017) e com construtos da Educação Matemática. Ao final, há uma breve discussão sobre a pertinência de estudar a Matemática dos anos iniciais e seu ensino na Licenciatura em Matemática.

Contexto de pesquisa e aspectos metodológicos

Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental é uma unidade curricular obrigatória de uma Licenciatura em Matemática oferecida em uma universidade pública federal situada no estado de Minas Gerais. Com 66 horas de carga horária integralmente dedicadas à Prática como Componente Curricular (PCC), a disciplina foi criada no bojo da reforma curricular realizada no ano de 2019, em decorrência das diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores publicadas na Resolução CNE/CP n.º 02/2015 (BRASIL, 2015). Foi incluída no quarto de nove períodos do curso e tem como objetivos:

> Revisitar as unidades temáticas Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística que constam dos programas dos anos iniciais do Ensino Fundamental;
> Estabelecer relação entre os conteúdos matemáticos estudados durante a sua formação inicial e a prática docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental;
> Saber utilizar as tecnologias digitais e diferentes tipos de materiais didáticos no ensino dos conteúdos matemáticos nos anos iniciais.
> Ter uma leitura crítica sobre os livros didáticos escolares e sobre as orientações curriculares vigentes para os anos iniciais do Ensino Fundamental.
> Elaborar abordagens didáticas para o ensino dos conteúdos matemáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, contemplando diferentes tipos de tarefas, sua sequenciação e objetivos visados, nomeadamente as que envolvem o uso de tecnologia ou outros recursos. (UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI, 2019, p. 72)

Os dados do presente estudo foram produzidos no oferecimento da disciplina, ocorrido no ano de 2021, pela via do ensino remoto, devido à emergência sanitária decorrente da pandemia de Covid-19. Apesar dos desafios impostos por essa conjuntura, que impossibilitou a interação *in loco* com professores e estudantes dos anos iniciais, foi possível acessar o contexto do ensinar e aprender Matemática nessa etapa da Educação Básica por meio de entrevistas com professoras e análise de material didático utilizado nesses anos escolares, nomeadamente videoaulas e material didático de apoio do Programa de Estudos Tutorados (PET), desenvolvido pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais[2].

[2] Para maiores informações, acesse: https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets.

Além de autora do artigo, fui a docente responsável por essa unidade curricular, que contou com 29 estudantes matriculados, todos da Licenciatura em Matemática. A maioria (19) entrou no curso nos anos de 2018 e 2019; com colegas de períodos posteriores (com ingresso em 2015, 2016 e 2017), estudou a partir de textos sobre o ensino de conteúdos matemáticos pertencentes ao currículo dos anos iniciais — dentre os quais destaco os de Van de Walle (2009) —, produziu relatórios de observação de videoaulas e análise de entrevistas com professores, além de elaborar e apresentar planos de aula dedicados ao ensino de conteúdos do currículo de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com o objetivo de identificar percepções de estudantes da Licenciatura em Matemática sobre os anos iniciais do Ensino Fundamental e sobre os processos de ensinar e aprender Matemática nessa etapa da escolarização, foi desenvolvido um estudo de caso de caráter qualitativo (STAKE, 2009). Com isso, tenciono compreender a experiência humana por meio da interpretação de uma situação particular, conhecer melhor um fenômeno de espectro mais amplo (ALVES-MAZZOTTI, 2006).

A produção de dados ocorreu por meio de um fórum *on-line*, em que, no primeiro dia de aula, os estudantes deveriam registrar duas perguntas — sobre os anos iniciais do Ensino Fundamental e sobre a Matemática e/ou o ensino de Matemática nessa etapa da Educação Básica — para que fossem respondidas por meio dos estudos propostos na disciplina. Foram enviadas 48 questões por 24 dos 29 estudantes matriculados, as quais constituem o *corpus* de análise do estudo em tela. Entendo que essas questões podem revelar o que eles pensam sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais, além de algo que se interessam em saber, o que é usualmente anunciado em uma pergunta.

A análise de dados envolveu duas formas estratégicas de os investigadores chegarem a novos significados sobre os casos, conforme Stake (2009): a interpretação direta da circunstância individual e a agregação de situações até que se possa dizer algo sobre elas como uma classe. Para tanto, foi feita uma primeira leitura das 48 perguntas procurando identificar o que predominava, o assunto a que cada pergunta se referia para, em seguida, agrupá-las em categorias emergentes dos dados, que foram 5: (i) alunos; (ii) professores; (iii) currículo; (iv) Matemática; (v) métodos. Uma pergunta foi separada dessas categorias por se referir à formação do professor de Matemática. É em torno dessas categorias que os resultados do estudo são apresentados e analisados na próxima seção[3].

Apresentação e análise dos dados

Para analisar os dados, foi feita uma organização a partir da quantidade de perguntas associadas a cada categoria (Quadro 1).

Quadro 1: Categorização das perguntas

Nome da categoria	Inclui perguntas sobre	Quantidade de perguntas
Alunos	Os alunos dos anos iniciais, suas especificidades e implicações para aprenderem Matemática	2
Professores	A formação dos professores que atuam nos anos iniciais e seu conhecimento matemático	5
Currículo	O lugar dos anos iniciais na Educação Básica e a organização dos conteúdos matemáticos no currículo	6
Matemática	Características dos conteúdos estudados nos anos iniciais, dificuldades e desafios	9
Método	Como ensinar Matemática nos anos iniciais, quais recursos didáticos usar e como escolhê-los	25
Outro	A formação do professor de Matemática	1

Fonte: Elaborado pela autora.

O Quadro 1 sintetiza os temas de interesse dos futuros professores de Matemática no que se refere aos anos iniciais do Ensino Fundamental e aos processos de ensinar e aprender Matemática nessa etapa da escolarização. Há uma relevante concentração de perguntas associadas à *categoria método*, denotando forte interesse em saber como ensinar conteúdos matemáticos para crianças de 6 a 11 anos de idade.

Na *categoria alunos*, as duas perguntas expressam interesse em conhecer sobre o estudante dos anos iniciais e as implicações decorrentes das características desse alunado para o trabalho do professor:

> *Qual a diferença entre ensinar para uma criança e ensinar para um adolescente?* (P19)
> *Pessoalmente costumo me relacionar bem com crianças e pré-adolescentes, acredito que relacionaria bem, mas gostaria de saber, para você, o que considera o maior obstáculo?* (P12)

A primeira questão revela a percepção da necessidade de dedicar à criança formas de ensinar que sejam mais adequadas a suas necessidades, que, conforme menciona esse futuro professor, são diferentes das demandas do adolescente, público com o qual usualmente

[3] As questões estão grafadas em itálico a fim de demarcar a autoria dos estudantes. Para preservar suas identidades, cada pergunta está associada à sigla Pn, com *n* sendo o número atribuído a cada estudante de 1 a 24. Assim, P1 designará as duas questões enviadas pelo aluno 1, por exemplo.

trabalhará a partir dos anos finais do Ensino Fundamental. A segunda denota ainda uma preocupação com o relacionamento entre professor e alunos, também vista no seu lugar de criança. Essas percepções vão ao encontro das orientações curriculares atualmente vigentes, as quais destacam especificidades dos estudantes e sua relação com o conhecimento nos anos iniciais, uma vez que, nesse "período da vida, as crianças estão vivendo mudanças importantes em seu processo de desenvolvimento que repercutem em suas relações consigo mesmas, com os outros e com o mundo." (BRASIL, 2017, p. 56).

As cinco perguntas vinculadas à *categoria professores* referem-se à formação da docente que atua nos anos iniciais, sendo que estas três tratam do conhecimento matemático oriundo dessa formação:

> *Muitos professores da Educação Básica parecem ter dificuldade em matemática, provavelmente devido à formação e à escassez de disciplinas no curso de Pedagogia direcionados à Matemática. Há a possibilidade de trabalharmos com os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental futuramente? Seria esta uma boa solução?* (P19)
> *Qual nível de conhecimento matemático deve ter o professor dessa etapa do EF? É preciso conhecer conteúdos aprofundados como os licenciados?* (P6)
> *Gostaria de saber sobre o conhecimento matemático que os professores têm para que eles tenham capacidade para ensinar os alunos a matemática nos anos iniciais e por onde e qual disciplina da faculdade que eles aprendem a metodologia de ensino de matemática?* (P18)

Essas perguntas carregam consigo a percepção — já confirmada em pesquisas sobre a formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, como a relatada em Curi (2006) — de que "os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, na sua grande maioria, provêm de cursos de formação que deixam sérias lacunas conceituais para o ensino de Matemática." (PASSOS; NACARATO, 2018, p. 120). Contudo, registro outra questão que orientou o desenvolvimento da disciplina: o professor egresso da Licenciatura em Matemática tem o conhecimento matemático necessário para ensinar nos anos iniciais do Ensino Fundamental?

Duas perguntas dos licenciandos focalizam a formação do professor quanto a aspectos mais específicos. Uma menciona a inclusão de alunos com necessidades especiais: "*Ainda pensando neste tema, existe algum suporte pedagógico para o professor com o intuito de incluir esses alunos?*" (P23). A outra indaga sobre o uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação:

> *Com o grande desenvolvimento tecnológico, acabou que as crianças quase não brincam mais, ficando reféns do mau uso que se faz da tecnologia. Acredito que não fomos preparados para fazer um bom uso dela. Creio que, num futuro próximo, precisaremos usar as Tecnologias de Informação e Comunicação nos*

> *anos iniciais de Ensino (em específico, de matemática). Minha dúvida é: será que já se falam sobre a preparação dos professores quanto o uso das tecnologias nos anos iniciais do ensino de Matemática?* (P3)

Além de se interessar pelo conhecimento necessário para ensinar Matemática nos anos iniciais, as duas questões indicam que os estudantes percebem os desafios enfrentados pelos docentes nessa etapa de escolarização e a necessidade de uma formação para isso. Essa percepção converge com a afirmação feita por Passos e Nacarato (2018, p. 120), pois esses professores

> anseiam por programas de formação continuada que lhes deem subsídios para suprir essas lacunas e formadores que se coloquem à sua escuta, com propostas que partam de suas necessidades, num diálogo reflexivo com a teoria, e não apenas oferta de modelos prontos de aula.

A *categoria currículo* soma seis perguntas. Duas delas versam sobre os documentos curriculares que normatizam o ensino de Matemática nos anos iniciais. Uma parte do ponto de vista da elaboração do documento: "*Quem delimitou a estrutura dos anos iniciais em relação aos conteúdos (matemática, linguagens e ciências outras), ao que uma criança na faixa etária de 5-10 anos aprende/deve aprender?*" (P13). A outra se refere à implementação do atual documento curricular nacional na escola: "*Como são organizados os currículos escolares, com referência na BNCC, tendo em vista que são a base para se aprofundar em novos conteúdos futuramente?*" (P10).

Com outras quatro questões, os futuros professores intentam saber quais são os conteúdos matemáticos que compõem o currículo dessa etapa do Ensino Fundamental:

> *Que habilidades de matemática, o aluno deverá desenvolver ao longo dos anos iniciais do ensino de matemática?* (P9)
> *Quais conteúdos matemáticos que os alunos deverão aprender no ensino dos anos iniciais para que eles entrem nos anos finais do ensino fundamental com conhecimento adequado?* (P18)
> *Existem alguns conceitos que a criança deve conhecer ao ingressar no primeiro ano do ensino fundamental? A criança tem de fazer alguma série antes de começar no primeiro ano do ensino fundamental?* (P14)
> *Quais são os conteúdos ensinados?* (P21)

As seis questões indicam que esses estudantes não conheciam quais conteúdos são estudados nem as habilidades a serem desenvolvidas no âmbito do ensino de Matemática na etapa de escolarização imediatamente anterior à qual eles poderão lecionar quando forem professores, isso é esperado para estudantes da Licenciatura. Entretanto, se não houvesse uma unidade curricular em sua formação inicial que discutisse o currículo (e o ensino de Matemática) dos anos iniciais, quando e como eles constituiriam um saber, relativo aos anos iniciais, sobre a matéria a ser ensinada e o conhecimento didático e curricular da matéria, originalmente chamado por Shulman (1986) de conhecimento pedagógico do conteúdo?

Sem este último, como eles poderiam atuar para mitigar possíveis lacunas e dificuldades que os alunos da Educação Básica teriam em relação aos conteúdos matemáticos dos anos iniciais?

As nove perguntas associadas à *categoria Matemática* voltam-se às características dos conteúdos matemáticos estudados nos anos iniciais, às dificuldades em seu ensino ou à visão que lhe é atribuída. Em três dessas questões, os estudantes mencionam a relação *concreto-abstrato*, usando o termo *concreto* para se referir aos objetos manipuláveis — entendidos como objetos ou coisas que o estudante é capaz de sentir, tocar manipular e movimentar (NACARATO, 2005) — e às abstrações das ideias matemáticas, literalmente intocáveis:

> *A Matemática nessa etapa da Educação Básica é totalmente e apenas concreta? Ou seja, a Matemática ensinada nessa etapa deve estar totalmente relacionada a objetos físicos?* (P13)
> *É possível que o aluno realize abstrações nessa etapa? Por exemplo: o objetivo nessa etapa é que o aluno apenas saiba realizar uma operação ou ainda entenda o porquê da operação assim o ser?* (P6)
> *Trabalhos manuais e jogos são "investidas" que considero (quase sempre) infalíveis, mas qual a maior dificuldade que posso encontrar ao focar mais na matemática concreta que na abstrata?* (P12)

Outras três perguntas dessa categoria retratam uma visão da Matemática como disciplina que pode gerar estigmas, especialmente na transição para os anos finais:

> *Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as brincadeiras em sala de aula começam a dar lugar a atividades mais intensas e cobranças. Na passagem da Educação Infantil para o Ensino Fundamental, é necessária uma adaptação dos alunos, que consiste em uma tarefa complexa. Como tornar a transição mais amena da Educação Infantil para o Ensino Fundamental?* (P7)
> *Tendo em vista que a matemática é vista por muitas pessoas e estudantes como "a matéria mais difícil", será que o bom trabalho do(a) professor(a) nos anos iniciais do ensino fundamental pode ajudar a mudar esse pensamento para a pessoa nos anos posteriores?* (P15)
> *Como tratar a matemática nos anos iniciais para que ela se torne mais "leve" ao 6º ano? Com minha experiência no Residência, eu percebi que os alunos têm certo receio com a matemática ao chegar no 6º ano.* (P4)

Seja por suas vivências na Educação Básica, inclusive como alunos da Licenciatura, seja pelo modo como *a Matemática é vista por muitas pessoas*, os discentes percebem os desafios de "superar as rupturas que ocorrem na passagem não somente entre as etapas da Educação Básica, mas também entre as duas fases do Ensino Fundamental: Anos Iniciais e Anos Finais." (BRASIL, 2017, p. 55). Notam ainda que há desafios específicos para ensinar Matemática nos anos iniciais, o que manifestam em outras três perguntas, também associadas à *categoria Matemática*:

> *Quais são os maiores desafios de ensinar matemática para crianças de 6 a 11 anos?* (P15)
> *Quais os maiores empecilhos no ensino de Matemática durante os anos iniciais?* (P11)
> *Muitas das dificuldades de aprendizagem apresentadas são decorrentes do ambiente no qual o aluno está inserido, em sua cultura familiar. Nesse momento é muito importante a relação família-escola, juntamente com intervenções pedagógicas. Até onde o professor pode intervir diante das dificuldades de aprendizagem da matemática, visto que isso interfere de uma forma significativa no desenvolvimento escolar da criança e também no seu cotidiano?* (P22)

Mais da metade (25) das perguntas referem-se a como ensinar Matemática nos anos iniciais, quais recursos didáticos usar e como escolhê-los. Por isso, foram associadas à *categoria métodos*. Por conta da quantidade de indagações, elas foram reagrupadas em subcategorias, sendo: 12 sobre como ensinar Matemática de modo *geral*; 5 sobre algum *conteúdo* específico (os licenciandos abordam exclusivamente a unidade temática *Números*); 4 sobre a motivação do *interesse* dos alunos; 3 sobre o uso de *recursos didáticos* como jogos, brincadeiras, materiais manipuláveis/ como *atividades lúdicas*; e 1 sobre *estudantes com necessidades especiais*.

A pergunta "*Como introduzir a matemática para alunos que têm comprovadamente alguma deficiência cognitiva?*" (P23) revela a percepção do estudante sobre certa dificuldade no início dos estudos de conceitos matemáticos, especialmente quando a criança tem alguma deficiência cognitiva. As três questões voltadas ao uso de *atividades lúdicas* denotam que os estudantes as percebem como "se compreende, no senso comum cotidiano, que se está fazendo referência às denominadas 'atividades lúdicas', tais como brincadeiras infantis" (LUCKESI, 2014, p. 13):

> *Essa primeira etapa do ensino requer explorar a criatividade e desenvolver habilidades nos alunos e, por isso, trabalhar com a metodologia lúdica é importante, acredito que estimula a imaginação do aluno. Gostaria de saber como é feita a seleção das atividades lúdicas (como brincadeiras e jogos) que o professor propõe, se é oferecido algum suporte a ele com atividades pré-estabelecidas.* (P3)
> *Seria interessante abordar a matemática para os alunos deste período por meio de metodologias mais lúdicas ou atividades práticas com algum jogo ou objeto manipulável?* (P24)
> *Usar o ensino relacionando tudo com o cotidiano das crianças, jogos lúdico ou ensino com materiais é muito melhor para eles compreenderem a matéria? Como, quando tem o ensino de adição e subtração, pedir que usem lápis de cor para fazer as contas ou os dedos da mão?* (P5)

Com o foco em estabelecer e/ou manter um *interesse* das crianças com a Matemática, identificamos quatro questões:

> *Sabemos da enorme importância da matemática do ensino fundamental, mas nem sempre é fácil conseguir a atenção dos alunos. Como abordar o aluno de uma forma que seja interessante para ele?* (P4)

> *Como fazer com que os alunos tenham interesse e foco no conteúdo?* (P16)
> *Gostaria de me aprofundar mais em questões que abrangem o cotidiano dos alunos. Quais são as mais corretas a se utilizar? E quais despertam mais o interesse das crianças dessa faixa etária?* (P17)
> *A questão do ensino da matemática nesse período. Como são crianças ainda, o que mais chamaria a atenção deles na matemática, no quesito de atividades relacionadas a ela?* (P17)

Essas indagações manifestam percepções dos futuros professores quanto às "características dessa faixa etária [que] demandam um trabalho no ambiente escolar que se organize em torno dos interesses manifestos pelas crianças, de suas vivências mais imediatas." (BRASIL, 2017, p. 56). Denotam ainda certa conformidade com o documento curricular vigente, segundo o qual, no "Ensino Fundamental – Anos Iniciais, deve-se retomar as vivências cotidianas das crianças com números, formas e espaço, e também as experiências desenvolvidas na Educação Infantil, para iniciar uma sistematização dessas noções." (BRASIL, 2017, p. 274).

Todas as cinco questões voltadas a como ensinar algum *conteúdo* referem-se à unidade temática *Números*. Esse resultado sinaliza que, entre os futuros professores de Matemática, ocorreu o que Passos e Nacarato (2018) identificam no docente dos anos iniciais: embora eles reconheçam a necessidade de abarcar as diferentes dimensões da área, como indicado nos documentos curriculares, o foco, quase sempre, recai em números e operações. Vejamos as perguntas:

> *Como ensinar à criança os números a partir do momento que a associação aos objetos fica difícil conforme os números ficam maiores. Por exemplo, até 10 a criança associa aos dedos da mão. E para apresentar números maiores, como devo fazer?* (P14)
> *Quais são os métodos adotados pelos professores dos anos iniciais para o ensino do cálculo mental?* (P20)
> *Sobre o Ensino Fundamental, eu gostaria de compreender como a tabuada é apresentada para as crianças. Penso que, quando é obrigatório decorar a tabuada, os fatos básicos se tornam quase um jogo de memória e não operações que fazem sentido. Inclusive, tenho pensado em outros conteúdos de outras matérias estudadas por eles, como Português, por exemplo, que exijam decorar tanto quanto a tabuada em matemática. Seguindo esse pensamento, cheguei à conclusão de que eles também devem decorar o alfabeto no Fundamental 1, mas ainda penso que decorar a tabuada seja muito mais complicado, em razão da quantidade de fatos básicos. Portanto, seguindo esse meu raciocínio, concluo que é compreensível eles terem apatia à tabuada.* (P2)
> *Com relação ao ensino de Matemática no Ensino Fundamental, eu gostaria de compreender como é construída a ponte entre a operação de multiplicação com a soma. Pergunto isso pois vi alguns jogos de dominó de soma, subtração e multiplicação. Tenho tentado pensar em uma possível forma de usá-los para trabalhar o conteúdo.* (P2)
> *Sobre o ensino das frações, os professores dos anos iniciais do ensino fundamental começam explicando o conceito geral de fração? Pois a defasagem dos alunos ao chegar no sexto ano para entender fração é muito grande, e isso*

> *pode ser um dos quesitos que contribua com isso. E o ensino sobre fração, envolve resolvê-los quando o resultado dá um número decimal?* (P5)

Embora, em certa medida, representem uma percepção dos estudantes de que a Matemática se resume ao ensino de números, essas perguntas indicam também que o foco do ensino não estaria limitado aos algoritmos das quatro operações. Ao inquirir sobre cálculo mental, *ponte* entre multiplicação e soma, e sobre o conceito de fração, os licenciandos manifestam uma percepção de que

> as habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas "quatro operações", apesar de sua importância. No que diz respeito ao cálculo, é necessário acrescentar, à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo. (BRASIL, 2017, p. 274)

A preponderância de perguntas sobre que estratégias e abordagens, marcadas pelo uso do advérbio "como" em 6 das 12 questões, manifesta interesse dos futuros professores em aprender de que *modos* podem ensinar Matemática nos anos iniciais. É possível observar esse aspecto nestas indagações:

> *Que estratégias o professor de matemática pode utilizar nos anos iniciais do ensino fundamental?* (P9)
> *Como estimular os alunos a pensar matematicamente fugindo dos procedimentos mecânicos e automáticos usados no ensino de matemática nas salas de aula?* (P7)
> *Como incentivar e manter críticos os alunos dos anos iniciais?* (P20)
> *Como trabalhar para que os alunos não temam a Matemática desde cedo, mas desde os anos iniciais já comecem a entender a importância de se estudar Matemática?* (P11)
> *Diferentes abordagens para o primeiro contato com a matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.* (P8)
> *Por que grande parte da educação nos anos iniciais é padronizada, por exemplo, com o uso do material dourado? Não há outras formas tão eficientes quanto ou melhores que poderiam ser aplicadas?* (P8)
> *Qual/Quais métodos de abordagem/metodologias utilizar com os alunos dessa faixa etária?* (P10)
> *Qual o método que o professor usa para começar a matemática nos anos iniciais?* (P16)
> *As dificuldades de aprendizagem apresentam-se como falhas no processo de aprender principalmente, no que diz respeito à incapacidade da aprendizagem da escrita, cálculo, convívio social e leitura. Algumas dificuldades fazem parte do aprendizado do aluno, a cada assunto novo abordado pelo professor surgem dúvidas e questionamentos. Como o professor pode intervir nesse momento de forma a induzir o pensamento e aprendizado do aluno de uma forma que não seja apenas memorização, mas compreensão?* (P22)
> *Como é proposto que esses conteúdos sejam ensinados?* (P21)
> *Qual seria o processo que o professor deve desenvolver na construção das habilidades dos alunos durante os Anos Iniciais do Ensino Fundamental?* (P1)
> *Ao se pensar no ensino da Matemática na Educação Básica, como seria a estruturação para o pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico no aprendizado matemático dos alunos?* (P1)

Embora a maioria das questões se direcionem ao como ensinar, sem qualificar esse ensino, indicando percepção da existência de um modo único para trabalhar com a Matemática, em algumas perguntas, há um interesse em aprender como ensinar *a pensar matematicamente, de forma a induzir o pensamento e o aprendizado do aluno de uma maneira que não ocorra apenas memorização, mas também compreensão, desenvolvimento do raciocínio lógico*. Ainda que seja incipiente, essas perguntas denotam outra percepção: a da Matemática mais como uma ciência de padrões e de ordem do que como uma série de regras arbitrárias transmitidas pelo professor (VAN DE WALLE, 2009).

Considerações finais

Os resultados deste estudo indicam elevado interesse dos futuros professores de Matemática em saber como ensinar nos anos iniciais e revelam que suas percepções se assemelham ao que a literatura retrata quanto aos que ensinam a crianças de 6 a 11 anos. Uma análise das questões como um todo mostra também que esses estudantes se colocam na condição de professores para interrogar sobre o ensino de Matemática, ainda que em uma etapa da escolarização para a qual não serão licenciados para ensinar.

Focalizando a pertinência de estudar conteúdos que não estão entre os que o professor de Matemática leciona, discuto a pergunta feita por um discente, não incluída nas cinco categorias do estudo: "*Por que estudaremos, na disciplina, a matemática desde o 1º ano do ensino fundamental? Pois não daremos aulas para esses anos.*" (P24). Usando o mesmo raciocínio, eu poderia perguntar: por que estudar Cálculo diferencial e integral se não vamos ensiná-los no Ensino Superior? A resposta para as duas questões reside na concepção que atualmente tem orientado os estudos do campo da formação de professores, inclusive na Educação Matemática: porque o professor precisa saber mais do que o conteúdo que vai ensinar.

Para ensinar tendo em vista a superação de possíveis lacunas e dificuldades na Matemática que os estudantes provenientes dos anos iniciais do Ensino Fundamental e para se valer dos conhecimentos estabelecidos nessa etapa para ensinar nos anos finais, o professor de Matemática precisa constituir um conjunto de conhecimentos sobre os anos iniciais, a Matemática a ser ensinada e o saber didático e curricular da matéria, denominado por Shulman (1986) de conhecimento pedagógico do conteúdo. A Licenciatura em Matemática necessita contemplar isso.

Referências

ALVES-MAZZOTTI, A. J. Usos e abusos dos estudos de caso. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 36, n. 12, p. 637-651, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

______. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. Resolução nº 2/2015, de 02 de julho de 2015. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, p. 8-12, 2 jul. 2015.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, Washington, v. 24, p. 249-305, 1999.

CURI, E. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamerica de Educación**, Madrid, v. 37, n. 5, p. 1-9, 2006. Disponível em: http://www.rieoei.org/deloslectores/1117Curi.pdf. Acesso em: 30 jun. 2021.

HUF, V. B. S.; HUF, S. F.; PINHEIRO, N. A. M.; BURAK, D. Avaliação diagnóstica no 6º ano: o que ela mostra em relação aos conteúdos matemáticos. **Braz. J. of Develop.**, Curitiba, v. 5, n. 12, p. 30600-30613, 2019.

LUCKESI, C. C. Ludicidade e formação do educador. **Revista entreideias**: educação, cultura e sociedade, Salvador, v. 3, n. 2, p. 13-23, 2014.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018.

SHULMAN, L. S. Knowledge growth in teaching. **Education Research**, [*S. l.*], v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, T. H. I.; RIBEIRO, A. J. O sinal de igualdade e seus diferentes significados: buscando rupturas na transição entre os Ensinos Fundamental I e II. **REnCiMa**, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 75-90, 2014.

STAKE, R. E. **A arte da investigação com estudos de caso**. 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2009.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. São João del-Rei: UFSJ, 2019.

VAILLANT, D. **Formación de formadores**. Estado de la práctica. Buenos Aires: Preal, 2003.

VAN de WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZAIDAN, S.; FERREIRA, A. C.; DE PAULA, E. F.; SANTANA, F. C. M.; COURA, F. C. F.; PEREIRA, P. S.; STORMOWSKI, V. (org.). **A Licenciatura em Matemática no Brasil em 2019**: análises dos projetos dos cursos que se adequaram à Resolução CNE/CP 02/2015. Brasília, DF: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2021. No prelo.

Movimentos Formativos no Clube de Matemática: o projeto orientador de atividade

Teacher Education Movement in the Mathematics Club: the activity guiding Project

Halana Garcez Borowsky
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
halana.borowsky@gmail.com

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
Universidade Federal de Santa Maria
anemari.lopes@gmail.com

Resumo
O presente trabalho é resultado de uma pesquisa de doutoramento que teve como principal objetivo investigar as relações essenciais do movimento de formação docente no projeto Clube de Matemática – na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Como sujeitos, participaram da investigação: acadêmicas de graduação, professoras da educação básica e estudantes de pós-graduação que atuavam no projeto. Os dados foram produzidos a partir do acompanhamento do trabalho do Clube de Matemática durante um ano e apresentados a partir de episódios de formação, que constituíram as unidades de análises: o conhecimento científico, a organização do ensino e a formação humana. A análise dos achados leva à compreensão de que as relações essenciais do movimento de formação estabelecidas em um projeto, ao promoverem nos sujeitos envolvidos um motivo que gere sentido à atividade de formação docente, tendo como premissa a coletividade, permitem compreendê-lo como um projeto orientador de atividade.

Palavras-chave: Clube de Matemática; Projeto Orientador de Atividade; Formação de Professores.

Abstract
The present work is the result of a doctoral research whose main objective was to investigate the essential relationships in the teacher education movement in the Mathematics Club project – from the perspective of Cultural Historical Theory. Participated as subjects in this investigation: undergraduate students, basic education teachers and graduate students whom worked on the project. The data were produced from monitoring Mathematics Club work for one-year and were obtained from training episodes, which constituted the units of the analysis: the scientific knowledge, the teaching organization and human development. Data analysis allowed us to understand that the essential relationships of the training movement established in a project, by promoting in involved subjects a reason that gives meaning to the teaching education activity, having as a premise the collectivity, allow us to understand it as an activity guiding project.

Keywords: Mathematics Club, Activity Guiding Project, Teaching Education.

Considerações Iniciais

O presente trabalho tem como objeto a formação de professores que ensinam matemática no projeto que denominamos de Clube de Matemática (CluMat), desenvolvido na perspectiva do compartilhamento, como um projeto formativo. O CluMat é composto por acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Pedagogia, Licenciatura em Matemática, de Pós-Graduação em Educação e Educação Matemática, professores da Educação Básica e do

Ensino Superior. Neste espaço os participantes planejam, desenvolvem e avaliam ações de ensino que são desenvolvidas em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas parceiras.

Estas ações são pautadas pelos princípios teóricos e metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 1996,2001). A partir desta perspectiva, a organização do ensino tem como pressuposto a importância de que o professor se aproprie do conhecimento teórico e das significações sociais acerca do seu trabalho. Assumimos como basilar do trabalho ora apresentado a Teoria Histórico-Cultural e, portanto, que todo conhecimento é uma síntese da história humana e está inserido no movimento das formações sociais. Leontiev (1978, p.268) considera que "a expressão da história verdadeira da natureza humana é o saldo da sua transformação histórica".

A partir dos dados empíricos de uma investigação em nível de doutorado realizada nesse contexto, o principal objetivo desse artigo é apresentar os resultados da pesquisa que teve como intenção investigar as relações essenciais do movimento de formação docente no projeto Clube de Matemática.

Uma breve conceituação de projeto

O sentido que atribuímos, atualmente, ao projeto é recente, Boutinet (2002) considera que o termo "projeto" surge no decorrer do século XV, sob as formas de *pourjet* e *project*, tendo como conotação a ordenação espacial e um vínculo com a etimologia latina do verbo *projicio* (lançar para a frente).

A partir dos escritos de Boutinet sobre a Cultura do Projeto, Moura (2013) considera que o conceito de projeto nos leva a compreender que o sujeito que projeta o faz com o intuito de organizar suas ações e, está sujeito a múltiplas determinações "e que o próprio modo de exercê-las, ou executá-las, são ao mesmo tempo determinadas e determinantes da ação que objetiva um determinado fim" (MOURA, 2013, p.3). Esse autor, ao discutir, a partir da Teoria Histórico-Cultural sobre o que constitui um projeto, caracteriza-o como sendo "constituído por atividades realizadas por sujeitos que têm uma individualidade, mas que ao interagirem com outros também mobilizados pela mesma atividade, vão moldando cada indivíduo, dando-lhes qualidade nova" (MOURA, 2013, p.10).

Moura (2013) buscou na compreensão da "cultura do projeto" uma interface com o conceito de atividade, pois, ao assumirmos o projeto como uma das criações do homem para organizar suas ações com vistas a uma determinada finalidade, uma objetivação, e que o faz em um contexto que é histórico e cultural. Desse modo, fica claro que, para concretizá-lo, deve-se sujeitar à possibilidade que os sujeitos que o concretizam tenham suas ações orquestradas para um fim idealizado.

Desse modo, podemos considerar que se os atores que participam do projeto são sujeitos em atividades, assim, a realização do projeto é a execução de um sistema de atividades, que pode ser considerado como "unidades de satisfação de necessidades de cada sujeito que constitui a comunidade do sistema de atividades" (MOURA, 2013, p.4).

Leontiev (1983) explica que o surgimento na atividade de ações e os processos orientados a um objetivo têm sido historicamente consequência do trânsito do homem na vida em sociedade. Para o autor, a atividade dos participantes de um trabalho conjunto é estimulada pelo produto, que, em um primeiro momento, responde de forma distinta à necessidade de cada um; e, por sua vez, a divisão técnica do trabalho conduz necessariamente à existência de resultados parciais, intermediários, que são alcançados pelos distintos participantes da atividade coletiva, que em si não são capazes de satisfazer suas necessidades.

Considerar o projeto composto por atividades realizadas por sujeitos que, ao interagirem com outros, também, mobilizados pela mesma atividade, ganham qualidade nova, é também compreender que o compartilhamento das ações permite o processo de mudança da qualidade de cada sujeito que, "ao fazer, aprende o modo geral de realizar ações adequadas a novas atividades que tenham por finalidade a satisfação da necessidade dos sujeitos envolvidos nessa atividade" (MOURA, 2013, p.10). É nessa perspectiva que o Projeto Clube de Matemática é desenvolvido, conforme apresentaremos a seguir.

Encaminhamentos Metodológicos

Durante o percurso metodológico da investigação, os dados foram obtidos a partir do sistemático acompanhamento das ações do Clube de Matemática, tendo como instrumentos: observações, gravações dos encontros; questionário com as participantes; planejamento, desenvolvimento e avaliação de ações de ensino; caderno de registro das acadêmicas. Como sujeitos, participaram: acadêmicas de graduação, professoras da educação básica e estudantes de pós-graduação que atuavam no projeto. Todas (mulheres) assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e escolheram nomes fictícios.

A partir dos dados produzidos, foram constituídos episódios formativos, com suas respectivas cenas. Os episódios não retratam todo o processo que é desenvolvido pelo projeto, mas apresentam situações em que unidades de análise podem ser evidenciadas, com certa regularidade, em um processo dinâmico dos encontros realizados. De acordo com Moura (2001) os episódios poderão ser frases escritas ou faladas, que constituídos de cenas definidoras, caracterizam-no, sendo reveladores sobre a natureza e qualidade das ações.

O olhar sobre os dados foi conduzido pelos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural que baliza não somente esta pesquisa, mas, igualmente, o próprio projeto investigado, a por meio dos escritos de Vigotski (2010), Leontiev (1978, 1983), Moura (2001) e pesquisadores que neles se apoiam. Assim, três unidades de análise (VYGOTSKY, 2010) emergiram da realidade formativa que foi vivenciada no âmbito do projeto: o conhecimento científico, a organização do ensino e a formação humana.

Um olhar para os dados produzidos

Para revelar o movimento formativo no contexto do CluMat e suas relações essenciais, apresentaremos neste artigo recortes de cenas de episódios formativos que compõe cada uma das unidades de análise.

Na ação de acompanhar a busca pela produção de conhecimento, a partir de elementos que constituem a pesquisa na perspectiva que adotamos, surgiu a unidade de análise sobre o conhecimento científico. Os episódios ilustraram esse movimento por um viés da teoria e do método. Assim, foram evidenciados momentos de estudo sobre a Teoria Histórico-Cultural, relacionados com elementos da prática pedagógica que é vivenciada no projeto CluMat, com discussões e sínteses que foram possibilitadas pela inserção dos sujeitos no projeto, expostas de forma oral e escrita.

A seguir destacamos uma cena decorrente de uma discussão sobre a escrita de um relato de experiência de uma ação de ensino sobre medida de tempo, a ser submetido a um evento.

> ***Coordenadora:*** *Tem uma parte [da escrita] aqui "por esse motivo, levamos para sala de aula o brinquedo bilboquê. Organizamos as crianças em círculos, mostramos o*

> *brinquedo e apresentamos a regra 'todos devem brincar', assim, cada criança brincou e passou o brinquedo para o colega ao lado... Novamente, propusemos um momento de discussão coletiva a fim de levá-los a perceber sobre a necessidade de medir.". Uma coisa: o tempo a gente não controla, o tempo passa independente do nosso controle, o que a gente faz é medir a passagem dele. Depois, deem uma revisada no texto. (...)*
> ***Mary (graduanda):*** *Mas foi isso que, na hora, a gente chegou a perguntar. Por que brincamos e, no final, perguntamos "será que todo mundo brincou igual?"*
> ***Coordenadora:*** *Então, é uma questão de modificar na escrita.(...) . Então, talvez a gente possa reescrever isso.*

A reflexão que segue nessa cena acerca da escrita envolvendo uma situação desencadeadora de aprendizagem (MOURA, 2001), nos leva à consideração sobre a importância de ir além da descrição dos fatos e fenômenos, em especial em momentos coletivos de reflexão. Destacamos, também, que a produção compartilhada (LOPES, 2009) de um artigo para um evento científico tem seu escopo nos elementos de iniciação à ciência que são vivenciados pelas acadêmicas nesse processo de escrita. As aprendizagens não se limitam ao texto produzido, mas desencadeiam-se na oportunidade de apropriação de aspectos que são essenciais para uma atividade investigativa e, principalmente, para o trabalho docente, que vai da dimensão interpsíquica para a intrapsíquica (VIGOTSKI,2010).

A aprendizagem em reflexões na escrita de um artigo pautado em um referencial teórico, como apresentado na cena, bem como em outras referentes a esta unidade, indicam elementos derivados das relações estabelecidas que consideramos determinantes sobre o conhecimento científico em um projeto:

- Relação entre os elementos teóricos e a organização do ensino;
- Conhecimento em múltiplas dimensões;
- Apropriação de um referencial teórico;
- Olhar investigativo para a atividade pedagógica;
- Constante elaboração de sínteses.

Quanto à ação investigativa de compreender o movimento de significação do trabalho docente a partir da organização do ensino no projeto CluMat, foi construída a unidade de análise relacionada à organização do ensino. Nessa, foram apresentados episódios que visaram demonstrar a organização do ensino no contexto do CluMat na perspectiva dos conteúdos que a compõem, bem como das condições operacionais para o desenvolvimento das ações de ensino.

A partir das relações essenciais que se destacaram nessa unidade, a forma e o conteúdo, entendeu-se que a organização do ensino perpassa a apropriação de conhecimentos relativos à docência que decorrem dos conhecimentos do conteúdo a ser ensinado, bem como a apropriação de conhecimentos pedagógicos, no sentido de assumir uma proposta teórico-metodológica que oriente as ações na busca pelo desenvolvimento dos estudantes. Porém, tais conhecimentos, quando se deparam com a realidade do trabalho do professor, também, estão condicionados aos modos operacionais para a realização dessas ações. Assim, surge a cenas que ocorreu em uma das reuniões em que é discutido sobre as dificuldades das professoras participarem mais das reuniões, apresentada a seguir:

> ***Profa. Adelina:*** *Eu acho que a gente [professoras] deveria participar mais do processo de planejamento, mas não tem como, é impossível de ser resolvido, mas acho um ponto negativo. (...)*
> ***Coordenadora:*** *Na verdade, não sei se são pontos negativos, mas são limitações, algumas coisas que eu queria que funcionassem e não funcionam; uma das coisas é em relação às professoras, eu gostaria que estivessem mais aqui, mas, assim, se a escola desse para vocês um dia, uma tarde para vocês virem.*

A cena inicia com a professora Adelina destacando seu desejo de ter mais oportunidade de participar do planejamento junto com as acadêmicas. Ao idealizar essa vontade, já traz, também, a impossibilidade para que isso ocorra devido às limitações de tempo decorrentes das condições objetivas (LEONTIEV, 1978) de seu trabalho.

Esta cena, acrescida das demais que compuseram esta unidade, permitem evidenciar elementos importantes que se constituem na aprendizagem da docência a partir das relações estabelecidas pela ótica da apropriação de um modo geral de organização do ensino.

- Influência das condições objetivas no desenvolvimento do trabalho docente;
- Apropriação de procedimentos para o ensinar;
- Interdisciplinaridade nas ações de ensino;
- Sólida proposta teórico-metodológica;
- Conhecimento sobre o desenvolvimento humano a partir de uma base teórica;

Por fim, da ação investigativa de entender a relação entre universidade e escola na formação docente, emergiu a unidade de análise sobre a formação humana. O projeto CluMat em sua organização prima pela formação docente a partir do desenvolvimento de ações de ensino de matemática nas escolas de Educação Básica, entendendo-as como possibilidades de humanização, na perspectiva de Leontiev (1978). Os episódios que emergiram, contribuem para refletirmos sobre uma dimensão do projeto que vai além dessa finalidade, como podemos ver em uma das cenas, trazidas a seguir, que faz parte do relato de uma das professoras sobre a visita de seus alunos do CluMat para a Universidade:

> ***Profa. Adelina:*** *Os alunos esperaram ansiosos pela visita ao Laboratório de Matemática. Foram recebidos pelas acadêmicas e a doutoranda que acompanha o trabalho realizado na turma. Todos exploraram vários jogos e materiais didáticos, sendo atendidos pelas gurias, que explicavam as regras, acompanhavam as rodadas, mostravam para que servia cada material. Tivemos a oportunidade de caminhar pelo Centro de Educação, onde os alunos conheceram as dependências e foram cumprimentados por professores e acadêmicos que cruzavam pelo grupo. (...) Os alunos se manifestaram sobre vários episódios da sala de aula, sobre as personagens das histórias virtuais e jogos que foram propostos.*

Como apresentado no relato, a visita ao laboratório foi apenas um dos momentos do passeio, os estudantes interagiram com vários espaços e sujeitos. Por muitas vezes, é tomado como pressuposto que o espaço da academia é somente para um seleto grupo de sujeitos e os conhecimentos que ali se produz são supervalorizados. É importante refletir acerca da relação que há entre a comunidade e a universidade e as reais possibilidades de interação e aprendizagens na perspectiva da construção de um coletivo (PETROVSKI, 1986).

A partir das relações estabelecidas, elenca-se elementos que emergem quando os limites da universidade e da escola se rompem e há um encontro genuíno entre esses espaços primordiais para nossa sociedade.

- Inserção nos espaços da universidade;
- Potencialidade da universidade como um meio de promoção de humanização;
- Quebra do paradigma de uma universidade elitista;
- Discussão sobre o papel do conhecimento científico na constituição dos sujeitos;
- Inserção na realidade escolar;
- Partilha entre Educação Básica e Ensino Superior.

Em outras palavras, quando a universidade e a escola deixam seus próprios muros para trás e partilham conhecimentos (de diferentes naturezas), a sociedade beneficia-se a partir dessa relação.

Considerações Finais

As sínteses apresentadas a partir das unidades podem ser consideradas para refletir sobre um projeto orientador de atividade, ou seja, um projeto que promova nos sujeitos envolvidos um motivo que gere sentido à atividade de formação docente. Pensar no conceito de atividade, na perspectiva de Leontiev (1978), de igual modo leva-nos a considerar a dimensão do projeto e as relações essenciais do movimento de formação nele estabelecidas. A atividade humana tem um caráter consciente no qual se formula “um resultado ideal, ou fim a cumprir, como ponto de partida, e uma intenção de adequação, independentemente de como se plasme, definitivamente, o modelo ideal originário” (SÁNCHEZ VÁZQUEZ, 2007, p.221). Assim, um projeto orientador de atividade permite-nos pensar em um modelo formativo, pautado na coletividade, que prima por: conhecimentos científicos, organização do ensino e relações suficientes para que haja formação humana para além das dimensões do próprio projeto.

Nessa perspectiva, a atividade só se efetiva a partir de uma organização que promova uma dimensão coletiva. Essa coletividade alcança-se quando a atividade realizada pelos sujeitos se dirige à realização de objetivos traçados pelo grupo e cada um contribui, com seu esforço pessoal, para alcançá-los. Na coletividade, tal qual nos aponta Petrovski (1986) os objetivos são socialmente valiosos, ou seja, não se encerram no próprio grupo e essa deve ser uma premissa de projeto orientador de atividade, como um modo geral de formação docente na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural.

Agradecimentos

Agradecemos à CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pela bolsa concedida para a realização da pesquisa de doutorado.

Referências

BOUTINET, J-P. **Antropologia do projeto**. 5. ed. Porto Alegre: ArtMed, 2002.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia e personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educacion, 1983.

LEONTIEV, A.N. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LOPES, A. R. L. V. **Aprendizagem da docência em matemática: o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores**. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2009.

MOURA, M. O. A Atividade de Ensino como ação formadora. In. CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de (orgs). **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média.** São Paulo: Pioneira Thompson Learning, p. 143-162, 2001

MOURA, M. O. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Bolema, Rio Claro, n.12, p.29-43, 1996.

MOURA, M. O. Teoria da Atividade: contribuições para a pesquisa em Educação Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais**... 2013. ISSN 2178-034X.

PETROVSKI. P**sicologia general: manual didáctico para los institutos de pedagogía**. Moscú: Editorial Progresso. 1986

SÁNCHEZ VÁZQUEZ, A.. **A filosofia da práxis**. São Paulo: Expressão Popular, 2007.

VIGOTSKI, L.S. **A construção do pensamento e da linguagem.** São paulo: Martins Fontes, 2010.

O Que Caracteriza uma Pesquisa em Formação Continuada?

What does Characterize Research in Professional Development?

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
Universidade Estadual de Londrina
marciacyrino@uel.br

Rita Santos Guimarães
Universidade Estadual de Campinas
rita@ime.unicamp.br

Andréia Maria Pereira de Oliveira
Universidade Federal da Bahia
ampo@ufba.br

Resumo
Neste artigo são discutidas características de investigações brasileiras sobre formação continuada de professores que ensinam matemática (PEM) publicadas entre 2014-2018 em periódicos classificados pela CAPES como A1, A2 ou B1 nas áreas de Ensino e/ou Educação. Este estudo é parte de uma pesquisa realizada por um subgrupo do GT07 da SBEM que se debruçou no mapeamento de artigos sobre formação continuada de PEM. Foram analisados os objetivos dos 218 artigos que constituíram o *corpus*. Na análise desse *corpus* foram identificados artigos que assumem a pesquisa em formação continuada de PEM como *objeto de investigação* ou como *contexto para investigação*. Os resultados apontam que pesquisas que assumem a formação continuada como *objeto de investigação*, têm preocupação em compreender *como o processo de formação pode promover o desenvolvimento profissional*, e as que assumem como *contexto para investigação* de aspectos da profissionalização docente, preocupam-se em compreender *o quê pode ser aprendido no processo de formação para o desenvolvimento profissional*, com impacto na prática em sala de aula.

Palavras-chave: Mapeamento; Pesquisa sobre Formação Continuada; Formação de Professores; Professores que ensinam matemática

Abstract
This paper discusses the characteristics of articles that investigated professional development of mathematics teachers in Brazil and were published between 2014-2018 in journals classified as A1, A2 or B1 by CAPES in the fields of Ensino (teaching) and/or Educação (education). We present here part of a study developed by a subgroup of GT07 from SBEM that focused on mapping articles about professional development. The corpus of our study was composed of 218 articles, in which we considered the goal presented on each of them. Our analysis identified articles that assumed professional development of mathematics teachers as *objects of research* or as a *context for research*. The results suggest that studies assuming professional development as object of research have, as their main concern, *how an initiative in which teachers are engaged promotes professional development* and, that studies assuming professional development as context for research have, as their main focus of investigation, *what can be learned in the process of professional development* with impact on teachers' classroom practices.

Keywords: Mapping; Research in Professional Development; Teacher Education; Mathematics Teachers

Introdução

Discussões a respeito das características que definem um estudo sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática (PEM) fizeram parte de várias reuniões do GT 07 – Formação de professores que ensinam matemática, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM.

No VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM (2018), foi identificada a necessidade de atualizar a ementa do GT7 com uma caracterização, mesmo que provisória, do objetivo do grupo, de modo a delimitar o escopo das investigações nele discutidas. Atualmente, temos que

> O GT tem por escopo a pesquisa sobre a formação inicial ou continuada, bem como outros processos constitutivos da docência, de professores que ensinam matemática, inclusive de seus formadores, em todos os níveis e modalidades de ensino e contextos socioculturais de aprendizagem docente. (SBEM – GT7)

No referido evento, assumimos o compromisso de investigar a formação continuada de PEM. Para tanto, realizamos um mapeamento de artigos na área de formação de PEM publicados em periódicos (nacionais e internacionais), no período 2014-2018, avaliados pela CAPES com *Qualis*[1] A1, A2 e B1 (quadriênio 2013-2016) nas áreas de Educação e/ou Ensino. O recorte temporal abrange publicações periódicas dos últimos cinco anos, sendo 2018 o ano de início da pesquisa, cujo foco foi definido na reunião do GT 07, ocorrida durante o VII SIPEM.

Nesse contexto, no presente estudo, reunimos esforços na busca de discutir características de pesquisas sobre a formação continuada de PEM, tendo em conta a análise dos objetivos dos artigos que constituíram o *corpus* do referido mapeamento. Antes de adentrar nos detalhes deste estudo, discorremos sobre a nossa concepção de formação continuada de professores.

Gatti (2008), ao produzir um panorama das políticas públicas para formação continuada no Brasil, sugere que não há um consenso sobre o conceito de educação continuada e que o termo pode ser entendido

> [...] de modo amplo e genérico, como compreendendo qualquer tipo de atividade que venha a contribuir para o desempenho profissional [...] tudo que possa oferecer ocasião de informação, reflexão, discussão e trocas que favoreçam o aprimoramento profissional, em qualquer de seus ângulos, em qualquer situação. (GATTI, 2008, p. 57)

[1]https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/veiculoPublicacaoQualis/listaConsultaGeralPeriodicos.jsf

Desse modo, entendemos a formação continuada como qualquer ação de desenvolvimento profissional na qual professores se envolvem e assumem o protagonismo de seu processo de formação. Esta concepção de formação continuada pode ser vista como desenvolvimento profissional em geral, incluindo ações de diversos formatos e de naturezas distintas.

Nas próximas seções, apresentamos como foi constituído o *corpus* do presente estudo, os procedimentos metodológicos, uma descrição das características identificadas com exemplos de objetivos de trabalhos do *corpus*, uma discussão dessas características e, por fim, nas considerações finais, sinalizamos questionamentos para futuras investigações nesse campo.

Definição do *corpus* e procedimentos metodológicos

Nossa pesquisa teve início com a indicação do foco para o subgrupo, o qual foi decidido na reunião do GT 07 durante o VII SIPEM (2018). O foco do subgrupo foi o mapeamento de estudos sobre a formação continuada de PEM. Para realização do mapeamento, além dos critérios já descritos na introdução, selecionamos artigos que tinham, no título, no resumo ou nas palavras-chave, as seguintes palavras de busca: formação continuada, formação contínua, matemática, educação continuada, professores.

O estudo ocorreu em três etapas: na primeira etapa, selecionamos os periódicos para buscar os artigos. Na segunda etapa, definimos os artigos que se enquadram nas palavras de busca. Na terceira etapa, realizamos o fichamento dos artigos a partir de uma ficha no *Google Forms*, com cerca de 25 campos referentes à identificação do artigo e a diversos aspectos referentes à pesquisa em si (pela limitação de espaço no presente artigo não especificamos cada campo).

Na busca de identificar as características de pesquisas sobre a formação continuada de PEM, focamos nossa atenção no campo em que foram transcritos os objetivos dos 218 artigos que compuseram o *corpus* final.

Descrição das características identificadas nas pesquisas em formação continuada

No processo de análise do *corpus*, identificamos artigos que assumem a pesquisa em formação continuada de PEM como *objeto de investigação* ou como *contexto para investigação*.

Os trabalhos que têm a pesquisa em formação continuada de PEM como ***objeto de investigação*** preocupam-se em identificar e compreender elementos potencializadores do processo de formação; conhecimentos, saberes e aprendizagens profissionais de professores que ensinam matemática; ações, papéis e conhecimentos de formadores; percepções e expectativas de participantes a respeito do processo de formação. Essas subcategorias se interrelacionam e não são excludentes.

Os estudos que investigaram *elementos potencializadores do processo de formação* focaram em diferentes aspectos da formação continuada, nomeadamente: ações, dispositivos ou ferramentas que potencializam ou contribuem para o processo de formação continuada; elementos da formação continuada que favorecem as interações entre participantes; ambientes potenciais para formação de PEM, organizados por meio de programas, projetos, grupos de estudos, como o Programa Observatório em Educação (OBEDUC), projetos de extensão que articulam a universidade e a escola, projetos que envolvem grupos colaborativos com diferentes referenciais teóricos (Teoria da Atividade, Comunidades de Prática, Análise Narrativa, Teoria dos códigos de Bernstein, dentre outros), mestrados profissionais, programas que articulam a formação inicial com a formação continuada (Programa a Residência Pedagógica – RP, Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID). A seguir, apresentamos, como exemplo, objetivos de pesquisas que têm elementos potencializadores como foco.

> "identificar, descrever e analisar tipos de conflitos entre/nos textos de professores de matemática e acadêmicos em um trabalho colaborativo." (SANTANA; BARBOSA, 2016, p. 895)
>
> "[...] analisar interações de docentes em fóruns de discussão de formação continuada em matemática para a Educação de Jovens e Adultos (EJA)." (XAVIER; BAIRRAL, 2017, p. 102)
>
> "[...] investigar se os encontros e trabalhos do PGP [Pequeno Grupo de Pesquisa] do polo Unemat têm contribuído com a construção dos conhecimentos profissionais do professor." (ANDRADE; KOCHHANN, 2015, p. 284)
>
> "[...] investigar como professoras orientadoras de estudos podem construir seu desenvolvimento profissional, em uma formação continuada em serviço em Educação Matemática nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, interseccionados

> por processos formativos colaborativos e cooperativos." (GIUSTI; REUWSAAT, 2018, p. 10)

Há pesquisas em formação continuada de PEM, como *objeto de investigação*, que se preocuparam em analisar *conhecimentos e saberes* mobilizados pelos professores no processo de formação; *aprendizagens profissionais* ocorridas nesses processos, e *como os conhecimentos e saberes se articulam* na formação continuada. Apresentamos, a seguir, exemplos de objetivos de pesquisas que têm *conhecimentos, saberes e aprendizagens profissionais* como foco.

> "[...] investigar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública de Pelotas, em um processo de formação continuada, na perspectiva do Enfoque Ontossemiótico." (SOARES; KAIBER, 2016, p. 442)

> "[...] identificar e descrever aprendizagens docentes evidenciadas no estágio potencial da CoP OBEDUC PUC-SP, considerando o estudo realizado por Tinti (2016)" (TINTI; MANRIQUE, 2016, p.13)

Ações, papéis e conhecimentos de formadores nos espaços de formação também foram foco de estudos que têm a formação como *objeto de investigação*. Há trabalhos que, para além desses aspectos, consideram as trajetórias de formação do(a) formador(a). Citamos, como exemplos, os trabalhos que têm como objetivo:

> "[...] investigar os conhecimentos revelados por tutores de um curso de formação continuada para professores de Matemática na modalidade a distância" (ESQUINCALHA; ABAR, 2016, p. 54)

> "[...] identificar as ações da formadora e a dinâmica de uma Comunidade de Prática de Formação de Professores de Matemática - CoP-FoPMat que contribuíram para a constituição/mobilização de Conhecimentos Tecnológicos e Pedagógicos do Conteúdo – TPACK." (CYRINO; BALDINI, 2017, p.25)

As *percepções e expectativas dos participantes* a respeito do processo de formação foram investigadas na busca de se identificar as contribuições de alguma ação/dispositivo utilizado na formação continuada e as expectativas/motivações para sua participação na formação continuada. Os exemplos, a seguir, ilustram essa subcategoria.

> "Como os professores que ensinam Matemática no 2º ciclo de formação da Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte que cursaram a especialização em Educação Matemática do Curso de Pós-Graduação Lato Sensu em Docência na Educação Básica – LASEB percebem e narram as contribuições do curso?" (GINO; GOMES, 2014, p. 473)

> "[...] identificar o perfil dos professores e aspectos que, segundo eles, devem nortear os processos de formação contínua que os municípios oferecem, como subsídio para a construção desses processos, buscando criar condições para que a instância municipal ofereça uma adequada formação aos seus professores." (FÜRKOTTER, 2014, p. 850)

Os trabalhos que têm a pesquisa em formação continuada de PEM como ***contexto para investigação*** preocupam-se em analisar o impacto da formação continuada na prática em sala de aula; o papel de ações, dispositivos, materiais de apoio, metodologias/abordagens de ensino para a sala de aula, dentre outros; como PEM lidam com conteúdos específicos de matemática e com processos de ensino e de aprendizagem desses conteúdos; e as compreensões que professores(as) em formação têm a respeito de diferentes temáticas. Essas subcategorias também se interrelacionam e não são excludentes.

Os estudos sobre o *impacto da formação continuada na prática em sala de aula* dizem respeito aos trabalhos que investigaram as mudanças da prática e as mudanças no modo de (re)pensar a prática, decorrentes da participação na formação continuada. Citamos como exemplo:

> "[...] o foco deste trabalho é mostrar como uma formação continuada de 80 horas em educação ambiental e matemática, desenvolvida para oito professores de matemática das escolas públicas do município de São Sebastião do Caí, RS, influenciou nas práticas de sala de aula sobre a temática ambiental desses professores e contribuiu para o desenvolvimento da consciência ambiental nos alunos." (LIELL; BAYER, 2018, p. 456-457).

As pesquisas que focaram no papel de *ações da formação continuada para a sala de aula* envolvem trabalhos que investigaram:

- ações de formação para a organização do ensino: estudos de aula, planos de ações articuladas, leituras, análise de tarefas, construção de material pedagógico, oficina, resolução de problemas, enfoque ontosemiótico, modelagem matemática, dentre outros;

- materiais de apoio: uso de livros didáticos, cadernos de alfabetização, projeto folhas, análise de vídeos;

- avaliação: análise de erro, significações da avaliação, instrumentos de avaliação, avaliação em modelagem;

- metodologias/abordagens de ensino: resolução de problemas, jogos, aprendizagem por projetos, modelagem matemática, interdisciplinaridade, dentre outras;

- uso de tecnologias na prática pedagógica: para elaboração de tarefas; para analisar seu impacto na sala de aula; para estudar saberes que podem ser mobilizados por meio dela; como recurso.

A seguir, apresentamos exemplos de objetivos de pesquisas.

> "[...] estudar que aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras são considerados por professoras de Matemática, participantes de uma comunidade de prática." (JESUS, CYRINO; OLIVEIRA, 2018, p.21)

> "Esta pesquisa teve como objetivo principal compreender as contribuições do Projeto Folhas para a formação continuada de professores de Matemática. Desenvolveu-se mediante análise de trinta Folhas, material com fins didáticos produzido pelos professores da rede estadual de ensino, sobre o conteúdo estruturante Funções." (PARCIANELLO, 2016, p. 57)

> "[...] verificar as possibilidades do estabelecimento de um processo de desenvolvimento profissional com um grupo de professores tendo como tema central a reflexão sobre os erros cometidos por seus alunos." (COSTA; PAVANELLO, 2016, p. 174).

> "[...] apresentamos reflexões acerca da utilização de jogos como alternativa didático-pedagógica para os professores do Ciclo de Alfabetização em um programa de formação continuada implementado pelo governo federal." (VIEIRA; OGLIARI, 2017, p. 101)

> "O presente trabalho faz parte de uma pesquisa relacionada a um curso de formação continuada intitulado A Utilização De Tecnologias Digitais na Formação de Professores de Matemática, que teve como objetivo realizar uma análise de como os docentes de Matemática da educação básica, e que estão em processo de formação, podem aprimorar sua prática docente, levando em consideração o impacto das tecnologias digitais na sociedade e na educação, especialmente em relação à mudança do papel do professor nos processos de ensino e aprendizagem." (MENEGAIS, 2018, p. 455)

Nos trabalhos que investigaram como professores que ensinam matemática lidam com *conteúdos específicos de matemática e com processos de ensino e de aprendizagem desses conteúdos*, observamos a utilização de conteúdos matemáticos de diferentes unidades temáticas: Geometria, Números e Operações, Álgebra, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Os conteúdos envolvidos na unidade temática de Geometria foram os seguintes: Teorema de Pitágoras; Geometria Espacial (esferas); Geometria Plana (homotetia, quadriláteros, paralelogramos, pontos notáveis de um triângulo); Desenho geométrico; Geometria dinâmica, envolvendo uso de tecnologias, de tarefas investigativas, de materiais manipuláveis, de situações cotidianas (pavimentação, associação de formas geométricas a objetos do dia a dia, da natureza, etc.). O objetivo, a seguir, ilustra isso.

> "A pesquisa teve por objetivo compreender como a execução e discussão de tarefas investigativas, desenvolvidas em um processo de formação continuada de professores de matemática, voltada para o ensino de Geometria Espacial de Posição, com o uso de software Cabri 3D, pode impulsionar a construção de conhecimentos pelos participantes e a integração de tecnologia à prática docente." (COSTA, PRADO; KFOURIB, 2017, p. 122)

Os pontos de enfoque assumidos nas pesquisas que envolveram números e operações estão associados às frações, às quatro operações fundamentais (estrutura aditiva, campo multiplicativo, divisão, estimativa), ao raciocínio proporcional, à Educação Financeira. Assim, a proposta de formação continuada foi assumida como um espaço para analisar abordagens metodológicas utilizadas nos processos de ensino desses conteúdos, como exemplificado a seguir.

> "Para este artigo escolhemos apresentar parte desse estudo no qual investigaremos diferentes aspectos relacionados à reflexão de um grupo de professores, tomando como base suas observações sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações verificada na prática desses profissionais." (SILVA, SERRAZINA; CAMPOS, 2014, p 1506)

A unidade temática Álgebra faz-se presente por meio de trabalhos que investigaram os conceitos de limite, de polinômio, de equações, dentre outros, tendo em conta a organização curricular e diferentes abordagens metodológicas.

> "[...] buscar compreender como os professores concebem o conceito de polinômio antes e depois de participarem de um processo de formação, bem como verificar se há movimento entre as concepções estrutural e operacional do conceito de polinômio antes e depois desse processo de formação continuada." (LAUTENSCHLAGER, RIBEIRO; ZANA, 2017, p. 200).

Há estudos que investigaram medidas como comprimento e tempo, por meio da análise da prática pedagógica de professores, na temática Grandezas e Medidas.

> "Com o objetivo de discutir as reverberações das aprendizagens dos estudos em colaboração nas práticas docentes a respeito do tema Grandezas e Medidas, o texto foca, especificamente, as práticas de dois dos participantes em relação à medida das grandezas, comprimento e tempo." (DE ALMEIDA; ANDRADE-MEGID, 2018, p. 106)

Os trabalhos que tiveram como ponto de enfoque a probabilidade e estatística, buscaram compreender o papel da análise de tarefas, da construção de modelos matemáticos, das representações gráficas, dentre outros, nos processos de ensino e de aprendizagem em contextos de formação que consideraram grupos colaborativos, uso da modelagem matemática como metodologia de ensino, dentre outros. Por exemplo: "[...] comparar as situações-problema de combinatória, elaboradas pelos professores dos anos iniciais antes e depois de uma formação continuada." (SANTOS; MERLINI, 2018, p.22)

Em contextos de formação continuada de professores também foram investigadas *compreensões que professores(as)* em formação têm a respeito de temas como: Educação Matemática Crítica, uso de tecnologias, potencialidades da Modelagem Matemática, representações sociais e precarização da educação, como ilustrado no seguinte objetivo:

> "Este artigo tem por objetivo compreender como um grupo de professores de matemática de uma escola pública pensa e se apropria das tecnologias digitais móveis, mais especificamente do tablet, durante o processo de formação continuada." (PRADO, DIAS; PADILHA, 2018, p. 47)

Há artigos de cunho bibliográfico que realizaram *mapeamentos* de trabalhos (em dissertações, teses, artigos científicos) que analisaram a formação continuada de PEM como *objeto de investigação* ou como *contexto para investigação*. A seguir, apresentamos o objetivo de uma pesquisa que realizou um mapeamento de trabalhos que analisaram a formação continuada como objeto de investigação.

> "[...] compreender o grupo colaborativo, suas potencialidades e seus limites para a formação do professor que ensina Matemática, através das pesquisas que têm o grupo como objeto e foco principal de estudo, mapeadas no período de 2001 a 2012." (COELHO, 2017, p. 346)

Como exemplo de pesquisa que realizou um mapeamento de trabalhos que assumiram a formação continuada como o contexto para investigação, temos:

> "[...] apresentar algumas práticas de pesquisa em Educação Matemática por meio do desenvolvimento de um mapeamento de pesquisas acadêmicas nesta área que investigaram aspectos inerentes à Formação de Professores que ensinam Matemática e a EaD online. Assim, este mapeamento visa elucidar as principais tendências temáticas e teórico-metodológicas que têm sido privilegiadas pelos pesquisadores, na intenção de sistematizar práticas de pesquisas relacionadas à EaD online e à Formação de Professores." (VIOL; MISKULIN, 2015, p. 1085-1086)

Discussão das características de pesquisas em formação continuada e implicações

Na seção anterior, apresentamos e ilustramos duas características de pesquisas em formação continuada de PEM que inferimos a partir da análise dos objetivos das investigações do *corpus*, nomeadamente pesquisas que assumem a formação continuada como *objeto de investigação* e as que assumem essa formação como *contexto para investigação* de aspectos da profissionalização docente.

As pesquisas que assumem a formação continuada como *objeto de investigação* têm preocupação em compreender *como o processo de formação pode promover o desenvolvimento profissional*. Essas pesquisas buscam identificar e discutir a aprendizagem de professores, a mobilização de conhecimentos e saberes e aspectos intrínsecos (centrais) da formação continuada, como ações, elementos, dispositivos ou ferramentas que potencializam o processo de formação; fatores que promovem as interações ou relações entre participantes; dispositivos de programas e projetos de formação institucionalizados; papéis e ações de formadores que contribuem para compreensão do que acontece no processo de formação continuada. As pesquisas que têm como foco as percepções e expectativas de professores em formação também apontam o que acontece no processo de formação, mas sob o ponto de vista de participantes e não de investigadores.

Essas pesquisas podem fomentar a elaboração de políticas públicas de formação continuada de PEM, pois apresentam reflexões sobre práticas de formação e seus elementos estruturantes.

Em outras pesquisas, a formação continuada de PEM é assumida como *contexto para investigação* de aspectos da profissionalização docente, ou seja, se preocupam em compreender *o quê pode ser aprendido no processo de formação para o desenvolvimento profissional* com impacto na prática em sala de aula, como o papel de ações, dispositivos, materiais de apoio; metodologias/abordagens de ensino para a sala de aula; como professores que ensinam matemática lidam com conteúdos específicos de matemática e com processos de ensino e de aprendizagem desses conteúdos; e as compreensões que professores em formação têm a respeito de diferentes temáticas.

Essas pesquisas são potenciais para promover reflexões em torno de conhecimentos e de requisitos para ação dos professores no exercício de sua atividade profissional. São fomentados processos reflexivos que auxiliam os participantes na análise e na tomada de decisões *na* e *sobre a* prática profissional.

Considerações finais

A questão proposta no título desse texto – O que caracteriza as pesquisas em formação continuada? – soa como um convite aos participantes do GT 07 – Formação de professores que ensinam matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM para discutirmos o que define uma pesquisa em formação continuada. Qual é a natureza da pesquisa em formação continuada?

As características apresentadas, a partir da análise dos objetivos dos artigos que constituíram o *corpus* deste estudo, podem ser um ponto de partida para construção de uma sistematização do que caracteriza uma pesquisa em formação continuada de PEM, nomeadamente, formação continuada *como objeto de investigação* ou *como contexto para investigação*. Assim, trazemos uma contribuição para o debate sobre como o processo de formação continuada pode promover o desenvolvimento profissional e o quê pode ser aprendido no processo de formação continuada para o desenvolvimento profissional com impacto na prática em sala de aula.

Com esse texto, esperamos fomentar discussões sobre o tópico no GT07 e, para isso, encerramos com algumas questões: Que elementos podem definir uma caracterização de pesquisa em formação continuada? Que aspectos de uma investigação, para além dos objetivos, podem possibilitar a busca desses elementos?

Agradecimentos

Agradecemos aos colegas do subgrupo do GT 07 pela colaboração no mapeamento e, em especial, à Cirléia Pereira Barbosa e ao Vinícius Pazuch que também participaram da etapa do fichamento dos artigos do *corpus*.

Referências

ANDRADE, J. S.; KOCHHANN, M. E. R. O pequeno grupo de pesquisa e a construção dos saberes docentes dos pós-graduandos participantes do polo UNEMAT. **Revista Eventos Pedagógicos**, Cuiabá, v. 6, n. 2, p. 282-300, jun./jul., 2015

COELHO, M. A. V. M. P. Grupos colaborativos na formação de professores: uma revisão sistemática de trabalhos brasileiros. **Zetetiké**, Campinas (SP), v. 25, n. 2, p. 345-361, maio-ago., 2017.

COSTA, J. R.; PAVANELLO, R. M. Uma investigação sobre as possibilidades de uma formação continuada de professores de matemática envolvendo a análise de erros e o desenvolvimento profissional docente. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão (PR), v. 5, n. 8, p. 168-188, jan.-jun., 2016.

COSTA, N. M. L. da; PRADO, M. E. B. B.; KFOURIB, S. F. Tecnologia na Formação Continuada: uma Experiência com Tarefas Investigativas para Ensino de Geometria. **Revista Ensino Educação Ciências Humanas**, v. 18, n.2, p. 119-125, 2017.

CYRINO, M. C. C. T.; BALDINI, L. A. F. Ações da formadora e a dinâmica de uma comunidade de prática na constituição/mobilização de TPACK. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.19, n.1, p. 25-48, 2017.

DE ALMEIDA, A. R.; ANDRADE MEGID, M. A. B. Reverberações de aprendizagens sobre medidas na prática de professores que ensinam matemática. **Cadernos de Pesquisa**, v. 24, n. esp., p. 106, set./dez. 2018.

ESQUINCALHA, A. C.; ABAR, C. A. A. P. Componentes Afetivo-atitudinais na Prática de Tutores em um Curso a Distância para Professores de Matemática. **EaD em Foco**, v. 6, n. 1, p. 54-68, 2016.

FÜRKOTTER, M. et al.. O que a formação contínua deve contemplar?: o que dizem os professores. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 3, p. 849-869, jul./set. 2014.

GATTI, B. A. Análise das políticas públicas para formação continuada no Brasil, na última década. **Revista Brasileira de Educação**, v. 13, n. 37, p. 57–70, abr. 2008.

GINO, A. S.; GOMES, M. L. M. Professoras dos anos iniciais da educação básica: aproximações e afastamentos em relação à Matemática. **Educação**, Porto Alegre, v. 37, n. 3, p. 471-481, set.-dez. 2014.

GIUSTI, N. M. R.; REUWSAAT, J. C. Educação Matemática e desenvolvimento profissional de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Iberoamericana de Educación**, Madri, v. 76, n. 2, p. 9-28, 2018.

JESUS, C. C.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa,** São Paulo, v.20, n.2, p. 21-46, 2018.

LAUTENSCHLAGER, E.; RIBEIRO, A. J.; ZANA, Y. Investigando a construção do conceito de polinômio: uma abordagem envolvendo teorias das ciências cognitivas. **Vidya**, Santa Maria (RS), v. 37, n. 1, p. 199-219, jan.-jun., 2017.

LIELL, C. C.; BAYER, A. A matemática e a inter-relação com a educação ambiental: um projeto de formação de professores. **Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 25, n. 2, p. 455-471, maio/ago., 2018.

MENEGAIS, D. A. F. N. et al. Formação Continuada: Integração das Tecnologias Digitais na Prática Pedagógica de Professores de Matemática. RENOTE - **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 16, n. 2, dez. 2018.

PARCIANELLO, J. Formação continuada de professores de Matemática no estado do Paraná a partir do Projeto Folhas. **Formação Docente**, Belo Horizonte, v. 09, n. 15, p. 57-78, ago./dez. 2016.

PRADO, M. E. B. B.; DIAS, F. A. da S.; PADILHA, W. R. O processo de apropriação das tecnologias digitais móveis: uma experiência na formação continuada do professor de matemática. **Educação & Linguagem**, v. 21, n. 1, p. 41-58, jan.-jun, 2018.

SANTANA, F. C. M; BARBOSA, J. C. Tipos de conflitos entre/nos textos de professores de matemática e acadêmicos em um trabalho colaborativo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.18, n.2, p.895-921, 2016.

SANTOS, J. S. S.; MERLINI, V. L. Situações-problema elaboradas por professores dos anos iniciais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.20, n.1, p. 021-040, 2018.

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. GT 07 – Formação de professores que ensinam matemática. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-07. Acesso em: 30 jun. 2021.

SILVA, A. F. G.; SERRAZINA, M. L.; CAMPOS, T. M. M. Formação Continuada de Professores que Lecionam Matemática: desenvolvendo a prática reflexiva docente. **Bolema** (Rio Claro), v. 28, p. 1505-1524, 2014.

SOARES, M. E. S.; KAIBER, C. T. Conhecimentos Didático-Matemáticos Mobilizados por Professores dos Anos Iniciais: uma Análise sob a Perspectiva do Enfoque Ontosemiótico. **Acta Scientiae**, v. 18, n. 2, p. 435–455, maio/ago., 2016.

TINTI, D.S.; MANRIQUE, A. L. Análise de aprendizagens de professores de Matemática evidenciadas no estágio potencial de uma Comunidade de Prática, **UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 47, set. p.09-22, 2016

VIEIRA, E. R.; OGLIARI, E. PNAIC no Estado do Rio de Janeiro: jogos matemáticos na prática de professores do Ciclo de Alfabetização. **BOLETIM GEPEM** (ONLINE), v. 1, p. 4, 2017.

VIOL, J. F. P.; MISKULIN, R. G. S. Educação a Distância Online e Formação de Professores: práticas de pesquisas em Educação Matemática no estado de São Paulo. Boletim de Educação Matemática. **BOLEMA**, v. 29, p. 1084-1114, 2015.

XAVIER, G. P. D. O.; BAIRRAL, M. A. FÓRUM DE DISCUSSÃO ONLINE: experiências e formação continuada em matemática. **Cadernos de Pesquisa**, v. 24, n. 1, p. 101, 24 maio 2017.

O trabalho em parceria como instrumento de desenvolvimento profissional de professoras que ensinam matemática

Working in partnership as an instrument for the professional development of teachers who teach mathematics

Iris Aparecida Custódio
Colégio Bom Jesus/Itatiba/SP
irisapcustodio@gmail.com

Adair Mendes Nacarato
Universidade São Francisco – Itatiba/SP
ada.nacarato@gmail.com

Resumo
O presente texto, recorte de uma investigação de doutorado, na modalidade pesquisa narrativa, visa discutir o desenvolvimento profissional de professoras que ensinam matemática. Essa investigação foi realizada numa sala de aula de 3.º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública municipal, em que a pesquisadora, professora de matemática, estabeleceu uma parceria com a professora pedagoga, responsável pela turma. Numa perspectiva colaborativa, elas planejaram, desenvolveram, registraram, avaliaram, replanejaram e refletiram sobre tarefas voltadas às noções espaciais. Tomando referenciais da perspectiva histórico-cultural, das ideias bakhtinianas e da pesquisa narrativa, assume-se o desenvolvimento profissional como decorrente de aprendizagens construídas de forma alteritária, nas diferentes interações que o professor estabelece no exercício da profissão. O texto, a partir de um episódio, aponta indícios de como os processos interativos e reflexivos das professoras parceiras promoveram aprendizagens e desenvolvimento profissional.

Palavras-chave: Noções espaciais; práticas colaborativas; aprendizagens docentes; pesquisa narrativa.

Abstract
This text, part of a doctoral research, in the narrative research modality, aims to discuss the professional development of teachers who teach mathematics. This investigation was carried out in a classroom of the 3rd year of Primary School, of a municipal public school, in which the researcher, a mathematics teacher, established a partnership with the pedagogue teacher, responsible for the class. From a collaborative perspective, they planned, developed, registered, evaluated, replanned and reflected on tasks related to spatial notions. Taking references from the historical-cultural perspective, Bakhtinian ideas and narrative inquiry, professional development is assumed as a result of learning constructed in an alterity way, in the different interactions that the teacher establishes in the exercise of the profession. The text, from an episode, points to evidence of how the interactive and reflective processes of the partner teachers promoted learning and professional development.

Keywords: Spatial notions; collaborative practices; teacher learning; narrative research.

Introdução

Há alguns anos a temática do desenvolvimento profissional vem protagonizando as pesquisas no campo da formação de professores que ensinam matemática. Nosso objetivo com este texto é corroborar com tal discussão, tomando o desenvolvimento profissional a partir de uma perspectiva histórico-cultural[1]. Para isso, selecionamos como objeto de discussão, um recorte de uma pesquisa de Doutorado realizada pela primeira autora do texto e orientada pela segunda.

A investigação[2], com apoio financeiro da Capes[3], focalizou a tese: "a escrita de si mediante a tessitura de narrativas produzidas *a partir da* relação com o outro e *por meio dela* como prática de (auto)formação e de desenvolvimento profissional". Para sua realização, a pesquisadora (licenciada em Matemática) assumiu uma parceria com uma professora pedagoga dos anos iniciais – aqui nomeada professora parceira –, em virtude da participação de ambas em grupos de natureza colaborativa, com foco na Educação Matemática.

Tendo a pesquisa narrativa como dispositivo para narrar a experiência em (trans)formação e tomando pressupostos da perspectiva histórico-cultural para discutir o papel do outro nos processos de ensino, de aprendizagem e de desenvolvimento, a autora buscou identificar e compreender os instrumentos que podem promover o desenvolvimento profissional. A análise narrativa modulou a tessitura de narrativas pedagógicas – narrativas produzidas na e da prática de se ensinar matemática – que entrelaçaram diferentes textos de campo, com o objetivo de refletir e interpretar as experiências de aprender e de ensinar noções espaciais nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para este texto, focalizamos o trabalho em parceria como instrumento de desenvolvimento profissional de professoras que ensinam matemática. Para isso, tomamos um recorte da referida pesquisa, destacando o movimento de pensar colaborativamente, estabelecido entre professora parceira e pesquisadora.

Para melhor organização do presente texto, traremos na primeira seção nossa perspectiva teórica, apresentando brevemente de que forma o trabalho em colaboração, proveniente de uma parceria, pode promover o desenvolvimento profissional. Em seguida, traremos a construção metodológica da discussão, apresentando como os dados foram produzidos e de que forma foram analisados. Na seção seguinte, faremos a discussão interpretativa-analítica. E, por fim, traremos algumas de nossas considerações.

---

[1] Mais adiante discutiremos nossa compreensão sobre o desenvolvimento profissional.
[2] O projeto de pesquisa foi submetido e aprovado em 2017 pelo Comitê de Ética da USF: Projeto de n.º 69595717.2.0000.5514.
[3]O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

O trabalho em parceria como instrumento de desenvolvimento profissional: alguns pressupostos teóricos

Para iniciarmos nossa discussão sobre como o trabalho em colaboração, proveniente de uma parceria, pode atuar como instrumento de desenvolvimento profissional, precisamos primeiro destacar nossa concepção sobre desenvolvimento.

Em uma perspectiva vigotskiana, o desenvolvimento humano é social e cultural, pautado na díade *indivíduo-social*, na qual se busca compreender de que maneira o meio social atua no desenvolvimento das funções psicológicas e não o contrário, como demarcado pelas demais teorias. A questão é pensada a partir de três relações: entre o social e o cultural; entre o social e o simbólico; e entre o social e as funções psicológicas (PINO, 2000).

Da primeira relação, temos que tudo que é cultural é social; por outro lado, o contrário não é verdade. Já na segunda relação, a atividade simbólica (sígnica) é o marco de ligação entre o plano biológico e o plano cultural — tanto na história pessoal quanto na história da espécie humana. A atividade sígnica atua na dimensão da consciência, uma vez que, ao dirigir uma palavra a alguém, ela mobiliza e produz alterações também no locutor. Por outro lado, mas não de forma conflitante, em uma perspectiva bakhtiniana, na atividade sígnica, o signo é interpretado, assumindo dinamicidade, mobilidade e dependência com relação ao contexto enunciativo (BAKHTIN, 2011). A última relação – entre o social e as funções psicológicas – é a que diz respeito às funções psicológicas superiores. Na perspectiva vigotskiana, elas são, por natureza, sociais, já que: "todas as formas de comunicação verbal do adulto com a criança tornam-se mais tarde funções psicológicas. [...] Todas as funções superiores constituíram-se na filogênese, não biologicamente, mas socialmente [...]" (VIGOTSKI, 2000, p. 26).

Desta forma, podemos afirmar que a centralidade do desenvolvimento cultural reside em, apesar de possuírem a mesma natureza, a forma como relações sociais operam no mundo interpessoal difere da maneira como elas atuam no mundo intrapessoal (PINO, 2000). Assim, o desenvolvimento humano está atrelado ao cultural e pode ser compreendido como um acontecimento social, já que tanto os "*processos de domínio dos meios externos do desenvolvimento cultural e do pensamento*" quanto "*os processos de desenvolvimento das funções psíquicas superiores*" são, primeiramente, relações entre pessoas, ou seja, relações intersubjetivas (VIGOTSKI, 1995, p.15, tradução e grifos nossos).

A apropriação das formas culturais de comportamento compreende a transformação da atividade psicológica e se baseia no emprego de signos, dos quais o signo por excelência é a palavra. Tal apropriação envolve a transformação de uma atividade que, primeiramente, é externa em interna, num processo em que a atividade interpessoal modifica o funcionamento intrapessoal. Essas transformações são fruto de um longo desenvolvimento mediado pelo outro e pelos signos.

Dessa forma, "*o aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças* [ou adultos] *penetram na vida intelectual daqueles que as cercam.*" (VIGOTSKI, 2007, p.100, grifos do autor).

Compreendemos que o desenvolvimento no âmbito profissional também está atrelado ao penetrar na vida intelectual daqueles que nos cercam e isso ocorre por meio das relações e reflexões inter e intrapessoais que, embora sejam processos distintos, formam um par indissociável. Tais relações e reflexões são provenientes das interações entre: professores (no caso deste texto, entre pesquisadora e professora parceira); os objetos de conhecimento; os alunos; os documentos oficiais e não oficiais; a comunidade escolar; etc. Acreditamos que "não é o que o indivíduo é, a *priori*, o que explica seus modos de se relacionar com os outros, mas são as relações sociais nas quais ele está envolvido que podem explicar seus modos de ser, de agir, de pensar, de relacionar-se" (SMOLKA, 2000, p. 30, destaque da autora).

Portanto, o desenvolvimento profissional é decorrente dessas relações, reflexões e, consequentemente, das aprendizagens construídas de forma alteritária, quando elas partem de uma parceria, uma vez que "[...] os conhecimentos veiculados a processos colaborativos são formativos na sua própria essência, já que criam zonas de desenvolvimento potencial [...]" (IBIAPINA, 2008, p. 50).

Na seção seguinte, descrevemos de que forma se deu a produção dos dados e como eles passarão pelo processo analítico-interpretativo neste texto.

Procedimentos metodológicos

A produção dos dados, para o desenvolvimento da pesquisa, ocorreu de março a julho de 2017, período em que pesquisadora e professora parceira estudaram juntas; (re)planejaram e desenvolveram em sala de aula, tarefas voltadas às noções espaciais (lateralidade, localização e deslocamento, análise e construção de gráficos de localização); analisaram vídeos elaborados ao longo das aulas e registros produzidos por crianças de um 3.º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior do estado de São Paulo.

Para este texto, iremos focalizar a relação estabelecida entre pesquisadora e professora parceira, para discutir o papel do trabalho em colaboração – proveniente de uma parceria – como instrumento de desenvolvimento profissional. Faremos isso, tomando um excerto de transcrição de um momento de (re)planejamento das tarefas (episódio[4]), nos quais conceitos espaciais estavam em discussão. Tais recortes foram considerados por nós, como textos de campo (CLANDININ; CONNELLY, 2015).

Os procedimentos analítico-interpretativos são pautados na exploração de um episódio que evidencia o movimento de replanejamento, realizado em colaboração, de uma tarefa, que foi proposta às crianças. Esse olhar vai ao encontro da análise narrativa, em que o foco está na perspectiva interpretativa, na qual o centro são as significações produzidas pelos atores da investigação (BOLÍVAR, 2002).

Para a construção da análise narrativa, entrecruzamos os diversos textos de campo. Dado o limite de páginas deste texto, optamos por analisar apenas um dos diferentes textos de campo. Esse movimento se deu por meio dos fios teóricos que auxiliaram na reflexão, na interpretação, na compressão e na (re)significação das experiências vividas em sala de aula.

Na seção seguinte, discutimos, por meio dos dados empíricos, de que forma a parceria pode se construir como instrumento de desenvolvimento profissional.

O trabalho em parceria como instrumento de desenvolvimento profissional

Quando o trabalho com noções espaciais se iniciou em sala de aula, a professora parceira e a pesquisadora elaboraram, em colaboração, uma sequência de tarefas, que visava a exploração de tais noções. Era de conhecimento, que a sequência não seria rigidamente seguida, pois o movimento das crianças em sala de aula conduziria a reformulações. Isso porque, após cada aula, pesquisadora e professora retornavam aos registros produzidos, às vezes, às videogravações; e esse movimento conduzia a reformulações.

[4] Um episódio deve compor-se por início, meio e fim, não sendo relevante a duração dos momentos de interação. Eles foram organizados em turnos (T) e numerados em ordem crescente (01, 02, 03...) para facilitar a identificação das interações verbais, que aparecerão com a fonte em itálico. As explicações serão redigidas entre colchetes e com a fonte sem itálico.

Após o início do trabalho em sala de aula, a professora parceira identificou que muitas das tarefas que foram planejadas inicialmente, também apareceriam na disciplina de Geografia. Por isso, ela apresentou o livro adotado pela escola (SIMIELLI, 2014) à pesquisadora, para que a mesma analisasse as propostas e juntas pensassem em uma reformulação para a sequência de tarefas planejada de início. Esse movimento acabou articulando o conteúdo da disciplina de Geografia com o trabalho realizado nas aulas de Matemática, mostrando que o conhecimento não precisa, necessariamente, ser fragmentado, ele pode ocorrer de forma a articular os diferentes campos de saber.

O diálogo entre professora parceira e pesquisadora apresentado no Episódio destaca parte desse movimento de reformulação da sequência de tarefas:

Episódio: Reformulando a sequência de tarefas
T01 Professora: *Então, e aí você gostou do livro?*
T02 Pesquisadora: *Gostei! Eu achei as tarefas bem legais. E, como você falou, tem coisas que a gente já fez, né?! E aí, assim, aquela lá, o desafio, como você tinha começado a trabalhar a parte das vistas e a gente já tinha visto alguma coisa naquelas tarefas...*
T03 Professora: *Ali na página 18!* [O livro faz a proposta de recortar diferentes figuras que representam as vistas vertical, lateral, oblíqua e frontal]. *Eu não fiz a 14, a 15, a 16 e a 17.* [Tarefas que envolvem o trabalho com as referidas vistas com o uso de fotografias].
T04 Pesquisadora: *Uhum...*
T05 Professora: *Aí eu vou fazer essa semana.*
T06 Pesquisadora: *Uhum...*
T07 Professora: *Aí, a 18, eu achei legal o negócio da fotografia.*
T08 Pesquisadora: *Sim, porque daí o que eu pensei: como aquelas lá a gente já tinha trabalhado alguma coisa, você já pode ir trabalhando durante a semana pra não te atrasar.*
T09 Professora: *Não tem problema!*
T10 Pesquisadora: *Aí, na sexta, se desse pra gente fazer na sexta...*
T11 Professora: *Então, dá!*
T12 Pesquisadora: *Na sexta, a gente faz a da foto, porque daí dá tempo de chegar na da foto.*
T13 Professora: *Legal!*
T14 Pesquisadora: *Porque, quando eu vi aquele desafio, eu pensei: a escola não tem o material, a gente vai ter que levar.*
T15 Professora: *Não! Não tem.*
T16 Pesquisadora: *Aí eu pensei: é muito mais legal a gente dar a câmera pra eles...* [Quando vi a proposta do livro, logo pensei em fornecer a máquina fotográfica para que os próprios alunos produzissem fotografias com as vistas vertical, lateral, oblíqua e frontal].
T17 Professora: *Pra que eles saiam pela escola...*
T18 Pesquisadora: *É!*
T19 Professora: *Em diferentes ângulos, né?!*
T20 Pesquisadora: *A gente dá uma câmera para cada grupo, e eles fazem a...*
T21 Professora: *Mas o que você pensou? Você pensou em, por exemplo, tirar a foto de uma mesma coisa em diferentes ângulos ou não? Três fotos e depois... Ou o desafio é fotografar uma coisa, mas em diferentes ângulos?*
T22 Pesquisadora: *Então, isso que eu fiquei pensando e na hora não fechei, falei: "Vou conversar com ela..."*
T23 Professora: *Tá!*
T24 Pesquisadora: *Porque, primeiro, a hora que pensei, a primeira coisa que me veio na cabeça era propor que cada grupo fizesse um. Então, um grupo fizesse a vista de frente, o outro a de cima e o outro a oblíqua, né?!*
T25 Professora: *Certo!*

T26 Pesquisadora: *Só que aí agora, você falando, é verdade, às vezes, um mesmo grupo fazer de um objeto as três vistas...*
T27 Professora: *É, porque daí que a gente vai perceber se eles estão entendendo o que é essa visão...*
T28 Pesquisadora: *É... Verdade*!
T29 Professora: *Porque daí eles têm que se arrumar com o corpinho... E aí que a gente vai entender se eles estão entendendo.*
T30 Pesquisadora: *Sim. É verdade... Então, eles escolhem alguma coisa e fazem as três.*
T31 Professora: *O desafio é escolher alguma coisa ou alguém e tirar dos três ângulos.*
T32 Pesquisadora: *Uhum... Sim!*
T33 Professora: *Da mesma coisa!*
T34 Pesquisadora: *Sim, é verdade! Vai ficar mais legal...*
T35 Professora: *Porque, daí, pode ser que eles venham com um monte de coisa igual. Tirar três fotos iguais, porque não entendeu o ângulo.*
T36 Pesquisadora: *Sim... É verdade!*
T37 Professora: *Porque está trabalhando ângulo aí, não é? São ângulos diferentes, visões diferentes... a visão frontal...*
T38 Pesquisadora: *É... Aham... Na verdade, a questão das vistas não é diretamente ângulo. Você não vai dizer que é ângulo, mas para posicionar a câmera, né?! A angulação que você coloca a câmera é a vista que vai aparecer a foto, né?!*
T39 Professora: *Sim... é a vista que vai aparecer!*

O diálogo, apresentado no episódio, revela indícios do movimento criado entre a professora parceira e a pesquisadora. Embora já tivessem uma sequência previamente organizada, a professora, ao ver que as propostas se aproximavam do trabalho que seria desenvolvido na disciplina de Geografia, sensivelmente levou o livro para a pesquisadora confrontar as tarefas e para que, juntas, pensassem em algo que articulasse as aulas de Matemática e as de Geografia. Esse movimento revela pistas de como a professora parceira se preocupava não só com a aprendizagem de seus alunos, mas também com os desdobramentos da investigação da pesquisadora e com as aprendizagens desencadeadas por meio da parceria.

A pesquisadora, ao ver a proposta do livro com as vistas (lateral, oblíqua, vertical e frontal), por meio de fotografias, pensou imediatamente em fornecer a máquina fotográfica às crianças (T16) para que elas mesmas produzissem as fotografias que representariam as quatro vistas.

Acreditamos que o trabalho em parceria, o estudar e o pensar de forma conjunta também proporciona grandes contribuições para a formação do professor, do pesquisador. Tal questão aparece um excerto de um registro reflexivo produzido pela pesquisadora, ainda em 2015, quando pesquisadora e professora parceira se conheceram e deram início ao trabalho em parceria:

> *enquanto professora de Matemática, me deparei, em diversos momentos, ressignificando conceitos próprios da minha área de atuação e que acreditava já tê-los elaborado. Isso se tornava possível graças à leitura, análise e reflexão dos episódios de aula, selecionados pelas professoras. Olhar para o movimento de*

> *significação dos alunos, quando colocados em situações investigativas, permitia que eu pudesse começar a compreender a dinâmica de uma sala de aula dos anos iniciais de escolarização. Analisar as discussões e os diálogos estabelecidos entre professora e alunos, ou mesmo entre alunos e alunos, refletir sobre suas dúvidas e questionamentos, me colocava em embate com meus próprios conhecimentos.* [Registro reflexivo da pesquisadora, 2015]

Esse movimento de pensar junto é explicitado no T21, quando a professora parceira questionou sobre o que a pesquisadora pensava com relação a propor que os alunos fotografassem algum objeto, local ou pessoa por meio das diferentes vistas: "*Mas o que você pensou? Você pensou em, por exemplo, tirar a foto de uma mesma coisa em diferentes ângulos ou não? Quatro fotos e depois... Ou o desafio é fotografar uma coisa, mas em diferentes ângulos?*". Esse questionamento trouxe à tona duas questões importantes. A primeira delas se refere à pesquisadora, que buscava respeitar não apenas o ambiente da sala de aula da professora, mas também toda sua bagagem como docente e também pesquisadora. Em nenhum momento, as decisões foram tomadas de forma solitária ou autoritária. Ainda que a investigação fosse realizada pela pesquisadora, o trabalho acontecia em parceria; era uma coconstrução.

O segundo fator que emergiu do questionamento da professora é que: as trocas entre pesquisadora e professora foram se mostrando muito frutíferas. Elas tinham olhares diferentes para uma mesma proposta. A pesquisadora, enquanto professora de Matemática e iniciante na pesquisa, tinha um olhar mais voltado aos conceitos de sua área de formação. A professora parceira, pedagoga, pesquisadora e professora há mais tempo, estava extremamente preocupada com a forma como esses conceitos seriam desenvolvidos com as crianças e a maneira como as propostas poderiam ser geradoras de maiores discussões e aprendizagens.

Quando pensou em propor a fotografia, a primeira ideia da pesquisadora era que cada grupo ficasse responsável por registrar uma das vistas de um dado objeto, local ou pessoa. Mas a professora parceira, sensivelmente, identificou que propor a um mesmo grupo que registrasse as quatro formas de vistas de um mesmo objeto, local ou pessoa seria uma estratégia potencializadora de mais discussões. Isso se destaca no T27, no T29 e no T35: "*É, porque daí que a gente vai perceber se eles estão entendendo o que é essa visão...*"; "*Porque daí eles têm que se arrumar com o corpinho... E aí que a gente vai entender se eles estão entendendo*"; "*Porque, daí, pode ser que eles venham com um monte de coisa igual. Tirar três fotos iguais, porque não entendeu o ângulo*".

Por fim, surgiu uma questão, no T37: estávamos ou não trabalhando com ângulos quando propomos tarefas que exploram as diferentes vistas de um mesmo objeto, local ou pessoa? Questionou a professora parceira. E a pesquisadora respondeu, no T38: "*É... Aham... Na verdade, a questão das vistas não é diretamente ângulo. Você não vai dizer que é ângulo, mas para posicionar a câmera, né?! A angulação que você coloca a câmera é a vista que vai aparecer a foto, né?!*". Acreditamos que apenas a partir de relações pautadas no respeito, na confiança, e por meio delas, o outro se sente seguro para realizar questionamentos, expor suas dúvidas e ideias. E isso acontecia nessa relação de parceria. A professora se sentia segura com a presença da pesquisadora, pois sabia que a inserção dela na dinâmica de sua aula de Matemática não visava à avaliação de seu trabalho, mas à análise dos conhecimentos produzidos a partir das e por meio das relações intersubjetivas e dialógicas estabelecidas entre as duas e entre elas e as crianças. Dessa forma, a produção de conhecimento ocorria de forma muito mais intensa, pois não havia medo de expor dúvidas e de pensar conjuntamente sobre elas. Concordamos que,

> a reflexão interpessoal e a intrapessoal, embora representem momentos distintos, formam unidades indivisíveis no processo de desenvolvimento profissional e na formação da consciência reflexiva, uma vez que um nível auxilia na construção do outro. Nesse sentido, eles não se constituem em processos díspares, ao contrário, formam uma unidade indissociável. (IBIAPINA, 2008, p. 46-47)

O diálogo desse episódio revela indícios do quanto as trocas entre professora parceira e pesquisadora eram produtivas. Terem formações distintas e atuarem em segmentos diferentes, bem como terem tempo de carreira distintos, produzia uma gama de questões para serem discutidas. Juntas auxiliavam uma à outra; uma aprendia com a outra; e as duas, com as crianças.

Algumas considerações

As contribuições de Ibiapina (2008) sobre o trabalho em colaboração tangenciam nossas discussões sobre as potencialidades da parceira como instrumento de desenvolvimento profissional. A autora parte das concepções vigotskiana e bakhtiniana para elaborar sua discussão sobre o trabalho em colaboração, defendendo que os movimentos de reflexão interpessoal e intrapessoal atuam como unidades indivisíveis no desenvolvimento profissional e na constituição de uma "consciência reflexiva". Acreditamos que isso também ocorra no trabalho em parceria.

Quando, de forma conjunta, professora parceira e pesquisadora estudavam sobre os conceitos alusivos às noções espaciais, (re)planejavam tarefas e as desenvolviam em sala de aula, ou quando, após o movimento experienciado com as crianças, retomavam os registros e as videogravações, buscando hipóteses para a dinâmica suscitada, colocavam-se em movimentos de reflexão inter e intrapessoais. Eram interpessoais, pois pensavam juntas e a partir das elaborações das crianças e das construções uma da outra. Também eram intrapessoais, porque mobilizavam conhecimentos de diferentes espaços e momentos de formação para cada uma. A articulação entre ambas as facetas da reflexão conduzia à formação de uma consciência reflexiva.

Acreditamos que o movimento criado entre elas para a dinâmica do desenvolvimento da investigação de doutorado da pesquisadora, mobilizava "zonas de desenvolvimento potencial", que, por sua vez, acarretavam a ampliação de conceitos por meio de processos de (re)significação. Essa reconversão depende de parceiros mais capazes e da mediação sígnica, na qual a palavra assume o papel de signo ideológico (VIGOTSKI, 2009b; VOLOCHINOV, 2017).

Defendemos que, na parceria, não há a dependência de parceiros mais capazes, mas sim de parceiros com experiências e conhecimentos provenientes de diferentes contextos e espaços formativos e profissionais. Dessa forma, a mobilização dos conceitos já internalizados por ambas as partes, ou seja, a retomada da pré-história conceitual dos parceiros envolvidos, facilita o processo de aprendizagem e acarreta o desenvolvimento de forma dialética, dialógica e alteritária.

Ibiapina (2008, p. 45) defende que

> [...] a pesquisa colaborativa amplia as possibilidades de os professores conhecerem formalmente os significados internalizados, confrontá-los e reconstruí-los por meio de um processo reflexivo que permite a tomada de consciência dos conhecimentos que já foram internalizados e a conseqüente redefinição e reorientação dos conceitos e das práticas adotadas nos processos educativos por eles mediados.

No entanto, tais processos só são possíveis por intermédio das enunciações, apenas dessa forma o pensamento se torna acessível às relações intersubjetivas (VIGOTSKI, 2009b). Em uma perspectiva bakhtiniana, o pensamento é alteritário e representa as formas como os discursos afetam e se deixam afetar nas relações dialógicas. Portanto, vemos no trabalho em parceria um espaço em potencial para o movimento de colaboração, que possibilita a construção de novos conhecimentos e novas aprendizagens, em práticas reflexivas. A pesquisa promoveu o desenvolvimento profissional de ambas as professoras que ensinam matemática.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, pelo financiamento da pesquisa.

Referências

BAKHTIN, Mikhail. **Estética da Criação Verbal**. Tradução: Paulo Bezerra. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2011.

BOLÍVAR, Antonio. “¿De nobis ipsis silemus?”: Epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. **REDIE**: Revista Electrónica de Investigación Educativa, Ensenada, v. 4, n. 1, p. 40-65, 2002.

CLANDININ, D. Jean; CONELLY, F. Michael. **Pesquisa narrativa**: experiências e história na pesquisa qualitativa. Tradução: Grupo de Pesquisa Narrativa e educação de professores do ILEEL/UFU. 2. ed. rev. Uberlândia: EDUFU, 2015.

IBIAPINA, Ivana Maria L. de M. **Pesquisa colaborativa**: investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília, DF: Liber Livro, 2008.

PINO, Angel. **As marcas do humano**: às origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev S. Vigotski. São Paulo: Cortez, 2005.

SIMIELLI, Maria Elena. **Projeto Ápis**: Geografia, 2.º ao 5.º ano. 1.ed. São Paulo: Ática, 2014.

SMOLKA, Ana Luiza B. O (im)pertinente na apropriação das práticas sociais. **Caderno Cedes**, Campinas, ano XX, n. 50, p. 26-40, abr. 2000.

VIGOTSKI, Lev S. **A formação social da mente**. Tradução: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

______. **Imaginação e criação na infância**: ensaio psicológico: livro para professores. Apresentação e comentários: Ana Luiza Smolka. Tradução: Zoia Prestes. São Paulo: Ática, 2009b.

______. **Obras Escogidas**. Organização geral: Amélia Álvarez e Pablo del Rio. Madrid: Visor,1995. v. 3

______. Lev S. Vigotski: Manuscrito de 1929. **Educação & Sociedade**, Rio de Janeiro, ano XXI, n. 71, p. 21-44, 2000.

VOLÓCHINOV, Valentin. **Marxismo e filosofia da linguagem**: problemas fundamentais do método sociológico na ciência da linguagem. Tradução, notas e glossário: Sheila Grillo e Ekaterina Vólkova Américo. 1. ed. São Paulo: Editora 34, 2017.

Processos formativos de professores na constituição da feira catarinense de matemática

Teacher training processes in the constitution of the Santa Catarina math fair

Araceli Gonçalves
Instituto Federal Catarinense- Campus Camboriú
araceli.goncalves@ifc.edu.br

Regina Célia Grando
Universidade Federal de Santa Catarina
regrando@yahoo.com.br

Resumo
O presente texto, parte do estudo que estamos desenvolvendo em nosso doutoramento, objetiva investigar os processos formativos de professores e/ou pesquisadores que ocorreram atravessados pelo ideário predominante no momento da constituição da Feira Catarinense de Matemática. Para tanto, buscamos compreender o campo fértil de reflexões em Educação Matemática e Formação de Professores na década de 1980 em Santa Catarina. Assim, o presente estudo se caracteriza como uma pesquisa com um viés histórico e narrativo e, ao mesmo tempo, evidencia a vanguarda em algumas proposições e ideias acerca das concepções de formação de professores. Numa síntese da leitura que realizamos dessa primeira parte da história, a qual apontamos como período de gestação do Movimento em Rede das Feiras de Matemática, destacamos como perspectiva predominante em termos formação de professores, uma postura mais próxima do modelo prescrito pela pesquisa desenvolvimento, com foco na elaboração, implementação, reflexão e socialização de materiais didáticos voltados ao ensino de matemática no primeiro grau. Nesse fazer, desde o início houve uma preocupação, por parte dos formadores, em que os professores participassem de todas as etapas do processo. O que notamos é que essa participação foi se ampliando e aumentando, aos poucos, tendo a Feira Catarinense de Matemática uma grande contribuição na última etapa deste modelo seguido, qual seja, o da difusão e da adoção dessas ideias inovadoras. No tocante as tendências para o ensino da matemática, a preponderante foi a construtivista. Do exposto, nossa avaliação é a de que os diversos movimentos formativos realizados na época, contribuíram para que, aos poucos, os professores fossem adquirindo confiança e conhecimento necessários para um caminhar em direção a uma mudança de paradigma.

Palavras-chave: Feira Catarinense de Matemática; Formação de Professores; Pesquisa Narrativa.

Abstract
This text, part of the study we are developing in our doctorate, aims to investigate the training processes of teachers and/or researchers that occurred crossed by the prevailing ideology at the time of the constitution of the Santa Catarina Mathematical Fair. Therefore, we seek to understand the fertile field of reflections in Mathematics Education and Teacher Education in the 1980s in Santa Catarina. Thus, the present study is characterized as a research with a historical and narrative bias and, at the same time, it highlights the vanguard in some propositions and ideas about the conceptions of teacher education. In a synthesis of the reading we carried out of this first part of history, which we point out as the gestation period of the Network Movement of Mathematics Fairs, we highlight as a predominant perspective in terms of teacher education, a posture closer to the model prescribed by development research, with focus on the development, implementation, reflection and socialization of teaching materials aimed at teaching mathematics in elementary school. In this task, from the beginning there was a concern, on the part of the trainers, for the teachers to participate in all stages of the process. What we noticed is that this participation was expanding and increasing, little by little, with the Santa Catarina Mathematical Fair having a great contribution in the last stage of this model followed, that is, the diffusion and adoption of these innovative ideas. Regarding the trends for the teaching of mathematics, the predominant one was the constructivist. From the above, our assessment is that the various training movements

carried out at the time, contributed so that, little by little, teachers were acquiring the necessary confidence and knowledge to move towards a paradigm shift.

Keywords: Santa Catarina Mathematics Fair; Teacher training; Narrative Research.

A história por trás da história

Estamos interessados na formação que prescinde um querer, uma entrega, uma abertura. Que tem a ver com o ensino da matemática e com algo a mais. E que é atravessada pela participação neste "evento", "espaço", "movimento". Como o próprio nome já destaca, a Feira Catarinense de Matemática nasceu em solo catarinense, oriunda do trabalho de um grupo de professores, dentre os quais estavam a frente José Valdir Floriani e Vilmar José Zermiani, ambos professores da então Fundação Universidade Regional de Blumenau-FURB, em meados de 1985. Desde então, vem congregando professores, estudantes e a comunidade em geral a expor práticas relativas ao ensino da Matemática realizadas em todos os níveis e redes de ensino.

Na pesquisa que nos propomos, teremos vários autores contando histórias de formação, transformação e de paixão. Nessa esteira, buscamos inspiração nos preceitos de Bolívar; Domingo e Fernández (2001, p. 18, tradução nossa) para realizarmos uma pesquisa narrativa. Para os autores, a pesquisa narrativa é uma subárea dentro da pesquisa qualitativa que possibilita obter e analisar "histórias de vida, história oral, escritos e narrações autobiográficas, entrevistas narrativas ou dialógicas, documentos pessoais ou de vida, relatos biográficos, testemunhos".

Desta feita, optamos por trabalhar com entrevistas narrativas. "Conceitualmente, a ideia da entrevista narrativa é motivada por uma crítica do esquema pergunta-resposta da maioria das entrevistas" (JOVCHELOVITCH e BAUER, 2002, p. 95). Crítica no sentido de perceber que neste esquema o entrevistador pode impor alguns temas que, na sua percepção, são os mais importantes para o estudo, deixando em segundo plano outros tantos que desconhece e que não virão à tona justamente pela posição mais passiva do entrevistador imposta pela expectativa de ter uma gama de perguntas a serem respondidas.

Frente ao exposto, decidimos que o nosso primeiro entrevistado seria o professor Vilmar José Zermiani, por ser um dos idealizadores da Feira. A partir desta, fomos entrevistando personagens por ele destacados como atores importantes para a sua manutenção e desenvolvimento, as professoras Maria Auxiliadora Maroneze de Abreu, Rosinete Gaertner, Fátima Peres Zago de Oliveira e o professor Ademir Damazio. Essa metodologia, sugerida por Bolívar, Domingo e Fernández (2001), é chamada bola de neve.

Das tantas histórias trazidas à tona durante as entrevistas, que foram realizadas de julho de 2019 a março de 2021, coube a nós ler, analisar, interpretar essas histórias a luz de material empírico, bem como de referencial teórico, somado as impressões da pesquisadora, num movimento constante de triangulação. Nesse fazer, fomos constantemente instigados a retornar aos entrevistados com outras perguntas, bem como a buscar por outros materiais, alguns dos quais indicados pelos próprios entrevistadores.

A inspiração para o presente texto veio da provocação feita pela professora Maria Auxiliadora Maroneze de Abreu: "*Eu não sei se a Feira é um resultado ou se a Feira é a origem. Mas de qualquer forma estão intrinsecamente unidos, ligados, não dá para separar, a Educação Matemática com o Movimento das Feiras de Matemática*". Desta feita, retornamos no tempo tanto quanto as memórias dos nossos entrevistados nos permitiram, a fim de investigar quais seriam os entrecruzamentos da história da Feira Catarinense de Matemática e da Educação Matemática no estado de Santa Catarina. Dada a limitação de espaço que o template do evento impõe, neste momento optamos por trazer um recorte que irá enfocar dois projetos de formação de professores coordenados pelos mesmos professores que estavam a frente da Feira Catarinense de Matemática em suas primeiras edições, dando destaque para as concepções e processos formativos de professores de matemática evidenciados nesses diferentes espaços. Acreditamos que ao olharmos para esses dois projetos, mesmo que não estejamos nos referindo diretamente a Feira, dados os entrecruzamentos apontados por nossos entrevistados, tal contextualização pode auxiliar a compreender em que contextos ela surge, na fertilidade do campo que se instaura na Educação Matemática Catarinense.

Um caminhar da racionalidade técnica para um outro local...

O que veremos a seguir é que a década de 1980 foi marcada por uma grande efervescência de projetos inovadores no Ensino de Ciências e Matemática. Em meados da década de oitenta, o professor Valdir José Floriani implementa dois grandes projetos de formação de professores na FURB (Blumenau). Embora tenham públicos-alvo distintos, bem como objetivos diferentes, em muitos momentos a história desses dois projetos se cruza, bem como os personagens de um e de outro se repetem, o que nos dá a ideia de um coletivo que se formava a partir dessas ações.

Intitulada "Curso de Especialização em Ciências", teve origem a partir da solicitação por parte da Associação Catarinense de Fundações Educacionais- ACAFE, da elaboração de um curso de Especialização em Ciências nas áreas de Biologia, Física, Matemática e Química, na modalidade Lato Sensu (FLORIANI, 1984). O desafio foi aceito pela FURB e o curso foi implementado no ano de 1984 sob a coordenação do professor Valdir José Floriani. Em publicação posterior, fazendo uma análise a cerca deste projeto, Floriani (2000, p. 49) explica que os professores cursistas "receberam contínuos estímulos no sentido de aprofundarem seus conhecimentos tanto em conteúdos como na realidade psico-pedagógico-cultural. E mais, foram induzidos a buscar condições objetivas e subjetivas para enfrentar os problemas próprios da sua profissão". Para o professor Ademir Damazio, este curso foi um exímio exemplo "*de formação continuada, porque não havia dicotomia entre disciplinas pedagógicas e disciplinas específicas. As disciplinas específicas revelavam concepções pedagógicas, concepção de matemática, concepções de ensino, concepções de aprendizagem [...] (*2019, entrevista).

Desta feita, percebemos que o modelo adotado nas aulas desta pós estava alinhado aos pressupostos da racionalidade crítica (DINIZ-PEREIRA, 2014) e do conhecimento *da* prática (COCHRAN – SMITH e LYTLE, 1999). Diferentemente de outras concepções, o conhecimento *da* prática não separa o conhecimento formal do prático. Percebe que o conhecimento que o professor precisa ter para uma prática de ensino realmente profícua, só ocorre se assumirem uma postura tal que suas salas de aula se tornem "locais para uma investigação intencional ao mesmo tempo em que consideram o conhecimento e teoria produzidos por outros materiais geradores para questionamento e interpretação" (COCHRAN – SMITH e LYTLE, 1999, p. 2). Nesta perspectiva, a prática não se dá mais de forma artesanal, ou de experimentação sem fundamentação, mas sim é pensada e repensada à luz da epistemologia, do diálogo, da troca de experiências, levando em consideração o meio, a cultura, a política e a sociedade como um todo. Dentro desta concepção, o professor assume uma postura de constante aprendizagem.

Assim também percebe a racionalidade crítica. "Os professores têm sido vistos como um profissional que reflete, questiona e constantemente examina sua prática pedagógica cotidiana, a qual por sua vez não está limitada ao chão da escola” (DINIZ-PEREIRA, 2014, p. 38). Isto porque, para a racionalidade crítica a educação não é algo estanque. Então, o professor precisa levar em consideração os aspectos históricos, o contexto social e político, bem como as implicações do desenvolvimento do aluno para sua formação enquanto indivíduo que vive em sociedade. Crentes de que uma formação alinhada com os preceitos tanto do conhecimento da prática, quanto da racionalidade crítica requerem do professor uma postura de investigação, concordamos com a ideia de que a escola seja um *lócus* privilegiado para formação.

E mais, percebemos que a universidade tem um papel importante que é dar uma base/sustentação teórica para esta prática. Então, nos parece coerente que um *lócus* muito interessante para formação de professores seja um local que combinasse/unisse esses dois universos: escola e universidade. Ao que tudo indica, o professor Valdir José Floriani pensava de forma semelhante, tanto que, na mesma época, contribuiu para a elaboração e implementação de um outro projeto, também na área de formação de professores, mas com características um pouco diferentes do projeto acima descrito.

> Em 1984, juntamente com o professor José Valdir Floriani, criamos uma série de materiais instrucionais concretos para o ensino de alguns conceitos de álgebra, a nível de 1º Grau, uma vez que, para o ensino de geometria, os materiais são mais abundantes. Os alunos dos cursos de Ciências de Matemática [da FURB], como trabalho das disciplinas de Introdução à Álgebra e Álgebra Moderna, aplicaram esses materiais concretos em escolas de 1º grau da periferia de Blumenau. [...] de uma forma geral, os resultados foram bons, nos campos cognitivo e, principalmente, no afetivo. No ano seguinte, elaboramos o projeto: “Experiência de uma Metodologia Inovadora no ensino de Matemática através da utilização de materiais instrucionais concretos” [EMEMI], o qual foi aprovado pelo PADCT para os anos de 1986 e 1987 (ZERMIANI, 1988, p. 3-4, grifos do autor)

Mesmo sem expor de forma explícita uma concepção com relação à formação docente, percebemos pela leitura que fizemos acerca deste nos relatórios, bem como em publicações correlatas a este projeto (FLORIANI, 1989; FLORIANI, 2000) que este perpassa a ideia de popularização do conhecimento matemático em uma perspectiva construída com os professores em formação, refletindo sobre os usos desses materiais, limitações, vantagens, aspectos motivacionais, construção/adaptação e reformulação de materiais para o ensino de Matemática. Entender a dimensão interdisciplinar das Ciências, incluindo a Matemática, tudo isso no processo de construção de trabalhos em sala de aula, pelo professor. O foco, neste momento, era na inovação educacional, que, segundo Floriani (2000), seguia o modelo prescrito pela pesquisa-desenvolvimento.

Para Barbosa e Oliveira (2015, p. 527), a pesquisa de desenvolvimento seria "apresentada como uma resposta às críticas de que a pesquisa educacional tem tido pouca relevância para enfrentar os problemas educacionais".

> De maneira geral, podemos dizer que uma pesquisa de desenvolvimento refere-se àquelas investigações que envolvem delineamento, desenvolvimento e avaliação de artefatos para serem utilizados na abordagem de um determinado problema, à medida que se busca compreender/explicar suas características, usos e/ou repercussões. Por delineamento, entendemos a elaboração do artefato em sua primeira versão; o desenvolvimento, por sua vez, refere-se ao processo contínuo de seu refinamento por meio da avaliação sistemática. (BARBOSA e OLIVEIRA, 2015, p. 527)

Seguem argumentando que uma das principais características desse tipo de pesquisa é a colaboração entre pesquisadores e profissionais, buscando, nesse fazer, "o encontro de saberes do campo científico e do campo profissional, de modo que as características do produto educacional precisam bem se adequar tanto aos saberes teóricos quanto aos saberes docentes" (BARBOSA e OLIVEIRA, 2015, p. 533). Para Floriani (2000), o modelo seria composto por três etapas, quais sejam: pesquisa fundamental, desenvolvimento e a implementação. Com foco em resolver os problemas acerca do ensino da Matemática no então chamado primeiro grau[1], a orientação era de que, num primeiro momento, houvesse o esforço em se pesquisar e pensar em métodos e materiais que fossem mais adequados aos alunos que seriam público-alvo da aplicação, bem como os conteúdos a serem trabalhados. Na sequência, viria a aplicação. Já para o terceiro momento, Floriani sugere uma subdivisão em duas etapas:

> Difusão: tornar a inovação amplamente conhecida diante da comprovação de sua aplicabilidade em situações comuns de escolas públicas; adoção: fazer a experiência de forma sistemática e ampla, sob a orientação de pessoas qualificadas, adaptando-a às limitações do próprio contexto de trabalho local. (FLORIANI, 2000, p. 23-24)

No relato da professora Rosinete Gaertner, uma das professoras que fez parte do projeto EMEMI, temos a descrição da rotina deste grupo. Notem que, mesmo sem citar os referenciais teóricos ou metodológicos que orientem a prática, podemos perceber uma grande convergência entre o que era feito e os pressupostos da pesquisa de desenvolvimento.

> *No grupo de estudos [EMEMI], nós fazíamos as atividades, desenvolvíamos as atividades juntos, para serem aplicadas em sala de aula. Porque o professor, eu*

[1] Que equivaleria hoje ao Ensino Fundamental Anos Iniciais e Finais.

> *falo da parte do professor Zermiani, mas tinha a parte do professor Floriani também. Ele trabalhou, por exemplo no grupo, eu lembro bem, os números relativos usando azul e o vermelho. Então o que nós fazíamos no grupo? Desenvolvíamos as atividades. Eles tinham as ideias, toda a parte teórica, mas não tinham as atividades para aplicar com as crianças, com os estudantes. Nós fazíamos uma organização das atividades, como trabalhar isso em sala de aula. É claro que depois cada professor tinha suas particularidades, mas de forma geral todos trabalhávamos da mesma forma, porque as atividades eram elaboradas em conjunto. Nós ajudávamos a elaborar as atividades apenas, porque eles já tinham todo o desenvolvimento do material.[...] Depois da aplicação nós trazíamos as experiências, íamos trocando. Como cada um fez as atividades, o que cada um fez diferente do outro. As vezes tinham alguns professores que não estavam no mesmo ritmo. Alguns estavam uma, duas semanas aplicando na frente dos outros e isso era bem interessante. Porque quem estava mais a frente, que já tinha aplicado, trazia sugestões muito interessantes para solucionar alguma dificuldade. Foi muito bom o trabalho. Alguns professores permaneceram bastante tempo no grupo e, às vezes, ocorria isso, de entrar e sair pessoas. É bem interessante porque surge ali, da divulgação desses trabalhos do grupo, a ideia de divulgar num espaço mais amplo. Foi onde surgiram as Feiras.* (2021, entrevista)

Com relação as limitações do modelo seguido, estas eram percebidas pelo próprio professor Valdir José Floriani. Para ele, a implementação do que considerava a última etapa, fazendo referência a difusão das ideias e a adoção, deve ser feita tomando cuidado com tudo que envolve os riscos que podem ser resumidos pela "expressão "a ditadura do cientificismo". Para contorná-la, impõe-se um diálogo permanente, conduzido com inteligência com os pais, alunos, professores e administradores" (FLORANI, 2000, p. 24, grifos do autor). Logo, a vanguarda do projeto se evidencia não somente pela aproximação da universidade com a educação básica, mas também pela preocupação com modelos aplicacionistas de formação, que trazem em si características da racionalidade técnica, (DINIZ-PEREIRA, 2014), já que esta também visualiza o professor como um agente que deve ser treinado para reproduzir os métodos criados/pensados pelos pesquisadores que estão na academia. Para Floriani (2000), essa prática dentro da formação de professores não vinha na perceptiva de fornecer "receitas", mas sim de gerar mudanças autossustentadas. Para ele, se na oportunidade da formação, o professor puder experienciar, vivenciando uma dinâmica que alie teoria e prática, essa mudança poderá se efetivar. Nessa perspectiva,

> [...] a inovação não consistia propriamente em criar novos métodos ou apenas técnicas e nem mesmo novos materiais concretos para o ensino-aprendizagem de matemática. Para eles [os professores envolvidos no projeto EMEMI], inovar significou posicionar-se como pessoa crítica e criativa frente aos desafios encontrados no ambiente de seu trabalho. Não se limitaram à mera transposição da experiência de outros, mas fizeram uma análise própria sobre a contribuição efetiva, por exemplo, que materiais concretos, com suas técnicas de uso, poderiam proporcionar a seus alunos, uma vez feita a respectiva adaptação local. Não resta dúvida de que a maioria dos professores mostrou-se muito criativa nesta dimensão (FLORIANI, 2000, p. 55).

Do exposto, observamos o grupo tinha traços do que Fiorentini (2006, p. 52) denomina como grupo cooperativo. Para o autor,

> [...] na cooperação, uns ajudam os outros, (co-operam), executando tarefas cujas finalidades geralmente não resultam de negociação conjunta do grupo, podendo haver subserviência de uns em relação a outros e/ou relações desiguais e hierárquicas. Na colaboração, todos trabalham juntamente (co-laboram) e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo. Na colaboração, as relações, portanto, tendem a ser não-hierárquicas, havendo liderança compartilhada e co-responsabilidade pela condução das ações.

Nessa linha, aventa a possibilidade de que grupos cooperativos podem se tornar colaborativos com o passar o tempo, "à medida que seus integrantes vão se conhecendo, e adquirem e produzem conjuntamente conhecimentos, os participantes adquirem autonomia e passam a auto-regular-se e fazem valer seus próprios interesses" (FIORENTINI, 2006, p. 55). Nosso entendimento é que os objetivos iram além de tornar o grupo colaborativo. De início, a dinâmica seria a de apresentar um referencial teórico, bem como materiais elaborados pelos formadores, para que os demais participantes do grupo elaborassem, a partir destes, atividades a serem implementadas em suas salas de aula da educação básica. Mas, aos poucos, a autonomia dos componentes do grupo ia se ampliando, tanto que levou alguns destes a se aventurarem em outros espaços, nos quais a rotina de teorizar sobre a prática era uma constante. Dizemos isso com base no apontamento anteriormente feito por Zermiani (1988), ao colocar que seis integrantes do grupo ingressaram na pós-graduação "Qualificação em Ciências" oferecida pela FURB, desenvolvendo seus estudos de monografia com base nas experiências de implementação dos materiais produzidos no grupo em suas salas de aula.

Outrossim, era muito presente, tanto na pós-graduação, quanto no projeto EMEMI, a indicação do uso do material manipulativo. Nesse sentido, reconhecemos a forte influência na década de 1980 dos estudos piagetianos que defendem a aprendizagem através da relação sujeito-objeto (operatório concreto), por entender que o conhecimento não resulta nem diretamente do mundo físico (teoria empirista), nem de mentes humanas isoladas do mundo (teoria racionalista). O ponto central desta teoria seria a relação interativa/reflexiva do sujeito com o meio. Neste entender o material concreto aparece como um suporte para o movimento de pensamento matemático dos alunos.

Concordamos com Fiorentini (1995, p. 19), ao afirmar que a ampla disseminação do construtivismo como uma tendência pedagógica, pensada a partir da epistemologia genética piagetiana, teve reflexos que podem ser considerados positivos. Isso porque trouxe como consequência um maior enfoque teórico sobre a Matemática que acabou "substituindo a prática mecânica, mnemônica e associacionista em aritmética por uma prática pedagógica que visa, com o auxílio de materiais concretos, à construção do conceito de número e dos conceitos relativos às quatro operações" (FIORENTINI, 1995, p. 19).

Desta feita, o que foi apontado anteriormente como uma prática comum dentro da formação de professores no estado tinha uma razão de ser. Fazendo alusão aos dois projetos em destaque, o da pós-graduação e o EMEMI, Floriani (2000, p. 82) explica que esses modelos funcionariam como uma "espécie de catalisadores da própria criatividade. Pelo menos tiveram esse efeito na maioria dos professores participantes nos dois projetos referidos". Assim, as propostas poderiam ser consideradas como subsídios para um professor que quisesse inovar.

Outro ponto interessante era o desejo de que aquelas práticas não ficassem somente restrito aos professores do grupo. Queriam que outros professores tomassem conhecimento e pudessem implementar o que, na esteira do modelo seguido, seria a etapa da difusão e a adoção. Nisso viria a ideia da criação de uma Feira de Matemática. Então, embora o apontamento recorrente na história dita oficial seja o de que o professor Vilmar José Zermiani tivesse tido a ideia de montar uma Feira diferente da Feira de Ciências, nos parece que ele não estava sozinho nesta empreitada. Muitos personagens, cada qual com sua importância, sua intencionalidade, sua trilha formativa, foram imprescindíveis para que a Feira pudesse ocorrer pela primeira vez nos dias 7 e 8 de junho de 1985, nas dependências da FURB, em Blumenau. Com uma repercussão positiva em todo o estado de Santa Catarina, houve a motivação para organizar nos dias 22 e 23 de novembro do mesmo ano, a primeira Feira Catarinense de Matemática, também na FURB.

> *A Feira aparece num momento em que, no Brasil, se discutia uma perspectiva mais crítica da educação, por consequência do fim do regime militar. Ou seja, ela surge em 1985, justamente o ano que termina o regime militar. Então, ela é uma demonstração de algo que se estava produzindo no Brasil e, no caso especificamente Santa Catarina, que vinha discutir, não a formação, mas um programa de formação do professor. Tratava-se de uma manifestação do que se queria na formação do professor. Para mim, foi interessante como ela se apresentou. No intervalo das aulas fui à sala de professores e lá estava o folder da Primeira Feira de Matemática. Foi uma surpresa, pois a gente convivia muito com Feira de Ciências. Feira de matemática era uma grande novidade, o que causou impacto. E, por que a gente já participou da primeira Feira? Justamente porque ela vinha ao encontro das minhas expectativas do meu processo de desenvolvimento profissional. Eu estava numa fase em que o material didático, a preocupação com o envolvimento do aluno, colocar o aluno em movimento eram as questões centrais das reflexões sobre a minha prática pedagógica. A minha*

> *formação para ser professor de Matemática, na época, teve grandes limitações. Por exemplo, no estágio curricular do curso de graduação, o que se avaliava, além do domínio de conteúdo específico, era a capacidade de controlar a turma, de mantê-la em silêncio. Ou seja, como é que se fazia o aluno prestar atenção nas aulas. Naquele momento, a ansiedade era pela busca de algo que fizesse o aluno prestar atenção nas aulas e manterem-se completamente em silêncio. A saída encontrada foi entrar numa fase em que o material didático seria uma das possibilidades. O surgimento da Feira trouxe justamente essa possibilidade. Portanto, atendia a expectativa de uma espécie de formação continuada de professores, na perspectiva de melhoria de ensino. E a melhoria de ensino significava colocar o aluno em atividade, em movimento de pensamento. Ou seja, sair daquilo que era muito forte: a condução da aula, com o professor no quadro, os alunos rigorosamente postados nas carteiras, sentados um atrás do outro, com o controle do professor para que eles não olhassem para o lado, não conversar com um colega. Até então, era esse o foco de um bom professor: ter domínio do aluno. A Feira se apresenta justamente no momento daquilo que hoje se chama de metodologia ativa. Ela vem contribuir para uma formação, cujo objetivo era possibilitar subsídios, para a organização do ensino, das aulas, de modo tal que o aluno se tornasse um ser ativo.* (professor Ademir Damazio, 2019, entrevista)

Em vários relatos dos nossos entrevistados identificamos o caráter formativo, não só para os professores orientadores de trabalhos, mas também para os que a visitavam. Sabemos, por meio da literatura especializada e pelas práticas que ainda se perpetuam em muitas instituições de ensino superior no país, que tradicionalmente a formação de professores se preocupou- e talvez ainda se preocupa- enormemente com o domínio dos conteúdos e está galgada num modelo tradicional de ensino, baseado em exercícios e avaliações. Assim foi a formação inicial da professora Fátima Peres Zago de Oliveira. Para ela, a Feira contribuiu para que pudesse problematizar o ensino que recebeu durante o curso de formação inicial.

> [...] *naquela primeira feira eu já vi que, como professora, aprendi muito. Vi novas formas de aprender e ensinar matemática. Porque naquele momento histórico, a minha faculdade lá em Chapecó, ela era bastante fundamentada no paradigma do exercício, em que o professor dava o conceito para nós, não aplicava nada. Passava conceito, vários exercícios, faziam provas conosco. E nós estávamos como professor em formação, mas como professor em formação era o exemplo que a gente tinha. A Feira ela me trouxe esse momento diferenciado. De perceber que você não precisa só ensinar o conteúdo a partir do paradigma do exercício, mas que existem muitas possibilidades de se aprender com o brilhar dos olhos* (professora Fátima Perez Zago de Oliveira, 2019, entrevista).

Do relato acima, podemos perceber que, mesmo sem saber dos motivos da criação daquela Feira, ainda como aluna de graduação, mas já em sala de aula, a professora Fátima Peres Zago de Oliveira teve um momento de formação. Formação essa que a fez repensar sua prática de sala de aula, bem como a motivou a querer estar ali naquele espaço, também compartilhando o que fazia em sua sala de aula.

Nesse fazer, percebemos que a Feira Catarinense de Matemática oportunizou que as escolas se abrissem para a sociedade. E essa abertura ocorre de forma acolhedora, pensando na linguagem, nos instrumentos, em como fazer com que a comunidade em geral pudesse compreender o que estava ocorrendo em termos de ensino da matemática nas salas de aula. Um fazer de vanguarda, que exigiu dos professores envolvidos um movimento ímpar de formação, dado que era uma forma de trabalho totalmente nova. A dinâmica balizadora da Feira Catarinense de Matemática implicava, necessariamente, em que o professor- seja dentro de um grupo de formação, de pesquisa, na pós-graduação ou então de forma isolada- pensasse em alguma proposta diferenciada, inovadora para o ensino de matemática.

Agora, o grande trunfo, o verdadeiro diferencial da Feira com relação aos outros movimentos/espaços formativos relatados nesta história, é o envolvimento dos alunos da educação básica, uma vez que eram eles que comunicavam as práticas desenvolvidas pelos professores em sala de aula. Esta dinâmica, segundo a professora Rosinete Gaertner, tinha razão de ser: se queria garantir que a formação recebida pelos professores de fato chegasse às suas salas de aula.

> *Eu nunca apresentei trabalho em Feiras de Matemática na categoria Professor. Eu sempre participei com os alunos. O maior estímulo era esse. Era desenvolver trabalhos, projetos, materiais, jogos com os alunos em sala de aula e eles fazerem a apresentação. E a ideia também era sempre trabalhar com todos os alunos na turma. Não fazer trabalhos extraclasse como ficou depois, hoje em dia estou percebendo que isso está cada vez mais forte. Na época não. Nós não tínhamos horário extraclasse para atender os alunos. Todo mundo tinha muitas aulas. Então nós fazíamos tudo em sala de aula. Essa história de hora atividade, isso surgiu bem mais tarde. Nós tínhamos 40 horas dadas em sala. Não tinha hora atividade para que pudesse fazer planejamento e desenvolver outras atividades. Uma das questões era fazer mudanças em sala de aula e pela apresentação dos alunos é que era mostrado como foi trabalhado e que mudanças ocorreram. Como eles se sentiam em relação a esses projetos. Era focado a aprendizagem, se eles realmente dominavam os conceitos. Porque a ideia era não trabalhar a matemática pela matemática, mas sim, matemática com compreensão. Então todas as atividades eram para justamente isso, para o aluno compreender os conceitos, não decorar os conceitos. E na apresentação isso ficava muito evidente, os avaliadores cobravam muito isso, se realmente havia compreensão por parte dos alunos*. (professora Rosinete Gaertner, 2021, entrevista)

Notem que, por mais que o desejo fosse evidenciar na Feira o protagonismo do estudante, verificando se havia tido uma real compreensão dos conteúdos, acreditamos que não seja possível ter estudantes protagonistas com professores que não sejam protagonistas. Assim, mesmo que a intenção fosse a aprendizagem do aluno e a exposição comunicada pelo aluno, todo esse processo era extremamente formativo também para o professor. Nessa esteira acompanhamos Damazio (1996, p. 24-25) ao destacar que

> O envolvimento no processo de planejamento, elaboração e apresentação do trabalho é uma alternativa de auto-aperfeiçoamento dos conhecimentos do professor, do aluno, dos pais e da comunidade em geral. Geralmente, os cursos de capacitação e atualização, oferecidos aos professores, atingem de maneira direta apenas o professor. A possibilidade de atingir o aluno é remota; pois ninguém pode garantir que, o professor compartilhe com seus alunos os novos conhecimentos adquiridos, bem como mude suas concepções. Por sua vez a Feira de Matemática promove a interação dos sujeitos (professor e aluno) do conhecimento com o objeto (conceitos científicos e conteúdos de ensino) do conhecimento.

Outrossim, nos parece que o objetivo da criação das Feiras ia para além de oportunizar um espaço para comunicação de práticas. Era quase como um convite, uma manifestação clara da importância de todo aquele trabalho que antecedia e respaldava os trabalhos expostos na Feira e que, de certa forma, garantia o sucesso das atividades empreendidas, haja visto que o modelo de formação vigente na época prescindia a presença de uma teoria vinda da academia para embasar as ações de sala de aula. Hoje, percebemos que este modelo de formação tem limitações, mas para época, consideramos uma ação extremamente arrojada. Mesmo que os materiais fossem pensados por poucos, geralmente professores que atuavam nas universidades e repassado aos professores, talvez esse fosse um primeiro momento para possibilitar estabelecer um diálogo com os professores no sentido de promover certa autonomia e protagonismo ao professor. Ao pontuarmos o contexto da época, no qual estavam ensaiando uma ruptura dos modelos impostos pela Matemática Moderna e do controle exercido por força da ditadura militar, podemos ter nos materiais concretos uma alternativa para que o ensino de matemática passasse a ser feito de forma mais significativa e menos abstrata.

Para alguns destes professores, os que faziam parte dos outros espaços formativos aos quais tivemos acesso no decorrer deste estudo, essa elaboração era feita tendo por base referencial teórico trazido por professores da academia, bem como utilizando materiais manipuláveis elaborados também por estes. Num segundo momento, o planejamento das atividades era pensado de forma coletiva. Depois da aplicação, os resultados eram socializados no grupo, que ajudava a refletir sobre a prática, propondo alterações e estratégias outras caso fosse necessário. Para a participação na Feira, a recomendação é que a exposição do ocorrido fosse feita, prioritariamente, por alguns alunos da turma. Não foi possível compreender quais os critérios utilizados para a escolha desses alunos que representariam a turma. O que ficou nítido é que, durante a exposição, os avaliadores dos trabalhos tinham o papel de investigar se a aprendizagem havia ocorrido, ou se houve apenas uma memorização dos conceitos de forma mecânica.

Aluno e professor estavam em um contínuo processo de formação. De sujeito passivo, o aluno passa a ter a responsabilidade de comunicar a prática, inovadora, realizada em sala de aula. E ao professor, fora apresentada novas possibilidades de um fazer que não se restringia ao ensino de técnicas mecânicas. Não há como negar que isso foi um verdadeiro salto, em termos de autonomia, de mudança na cultura de aula de matemática. O ensino tradicional foi posto em xeque e, aos poucos, todos foram mudando. Havia muito a se descontruir, muito a aprender, como sempre haverá. Mas é justamente

> **na inconclusão do ser, que se sabe como tal, que se funda a educação como processo permanente**. Mulheres e homens se tornam educáveis na medida em que se reconhecem inacabados. Não foi a educação que fez mulheres e homens educáveis, mas a consciência de sua inconclusão é que gerou sua educabilidade. É também na inconclusão de que nos tornamos conscientes e que nos inserta no movimento permanente de procura que se alicerça a esperança. (FREIRE, 2019, p. 57, grifos nossos).

Alguns fechamentos, ou serão aberturas?

Como sujeitos dessa experiência que pretendemos converter em tese, seguimos a esteira de Larrosa (2011, p. 24-25) que nos provoca apontando que a experiência tem a ver “com o não saber, com o limite do que já sabemos, com o limite de nosso saber, com a finitude do que sabemos. [...] E com o não-poder, com o não-saber-o-que-fazer, com nossa impotência, com o limite do que podemos, com a finitude de nossos poderes”. Ao nos propormos a construir uma memória de um dado período, guiados pelas vozes de sujeitos que fizeram parte da trajetória da Feira Catarinense de Matemática até meados dos anos de 1980, bem como de materiais complementares, com vistas a interpretar e a identificar pontos que contribuíram para a formação continuada, trabalhamos o tempo todo com esse limite. O limite de contar uma história que fazia alusão a um período que, quase em sua totalidade, não foi sequer vivido pela pesquisadora, que nasceu em 1986.

Nessa história, não nos cabia o papel de críticos, tampouco de experts. Tivemos que buscar, de certa forma criar, um modo de fazer pesquisa-experiência. O caminho que escolhemos foi o da escuta. Uma escuta atenta, atenciosa, carinhosa, apaixonada. Uma escuta que buscou, com zelo e cuidado, por elementos outros que contribuíssem para que conseguíssemos obter “equilíbrio entre uma interpretação que não se limite- desde dentro- aos discursos dos entrevistados, nem tampouco uma interpretação - desde fora- que prescinda dos matizes e modulações do discurso narrado" (BOLÍVAR; DOMINGO e FERNÁNDEZ, 2001, p. 201).

Entre memórias e histórias, referenciais empíricos e teóricos, escolhas foram feitas. E essas escolhas foram nos mostrando caminhos que permitiram que a história acima pudesse emergir. Numa síntese da leitura que realizamos dessa primeira parte da história, a qual apontamos como período de gestação do Movimento em Rede das Feiras de Matemática, destacamos como perspectiva predominante em termos formação de professores, uma postura mais próxima do modelo prescrito pela pesquisa desenvolvimento. Neste entender, o foco era elaborar, implementar, refletir e socializar materiais didáticos voltados ao ensino de matemática no primeiro grau. Nesse fazer, desde o início houve uma preocupação, por parte dos formadores, em que os professores participassem de todas as etapas do processo. O que notamos é que essa participação foi se ampliando e aumentando, aos poucos, tendo a Feira Catarinense de Matemática uma grande contribuição na última etapa deste modelo seguido, qual seja, o da difusão e da adoção dessas ideias inovadoras.

No tocante as tendências para o ensino da matemática, a preponderante foi a construtivista. Do exposto, nossa avaliação é a de que os diversos movimentos formativos realizados na época, contribuíram para que, aos poucos, os professores fossem adquirindo confiança e conhecimento necessários para um caminhar em direção a uma mudança de paradigma. Foi por meio desses movimentos formativos que o professor da educação básica teve acesso a referenciais teóricos outros que não somente os específicos da matemática.

Esse acesso foi fundamental para a compreensão acerca da importância de aliar teoria e prática, ampliando a visão de que teoria, no âmbito da educação, estivesse restrito aos conhecimentos sobre conteúdos matemáticos. Podemos dizer que ali foram dados os primeiros passos, as primeiras tentativas do rompimento dessa perspectiva de formação, para uma outra, na qual o professor vai ganhando mais protagonismo. Parte dos professores envolvidos na Feira Catarinense de Matemática, já realizavam práticas nas quais ocorria uma verdadeira integração entre teoria e prática. Porém, com o passar do tempo, alguns destes professores começaram a se dar conta do que Freire (2019, p. 93) chamou de um dos saberes indispensáveis "à prática docente. O saber da impossibilidade de desunir o ensino dos conteúdos da formação ética dos educandos, de separar prática de teoria, autoridade de liberdade, ignorância de saber, respeito ao professor de respeito aos alunos, ensinar de aprender". Nisso, a aparente homogeneidade e satisfação em termos de perspectivas teóricas sobre o ensino da matemática começa a dar sinais de fragilidade. Não que esta perspectiva tenha sido abandonada, mas aos poucos vão surgindo no estado outras ideias, tanto em termos teóricos quanto metodológicos. E como isso ocorreu? Isso já é uma outra história.

Referências

BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, A. M. P. Por que a pesquisa de desenvolvimento na Educação Matemática?. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, 18 dez. 2015. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1462. Acesso em mar 2021.

BOLÍVAR, A.; DOMINGO, J.; FERNANDEZ, M. **La investigación biográfico-narrativa en Educación:** enfoque y metodología. Madrid: La Muralla, 2001.

COCHRAN – SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of Knowledge of practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, USA, n 24, p. 249-305, 1999, Trad.

DAMAZIO, A. Apresentação dos trabalhos. In: ZERMIANI, V. J. I Seminário das Feiras Catarinenses de Matemática. Educação Matemática. **Revista Catarinense de Educação Matemática**. SBEM/SC, ano 1, n. 1, p. 24-26, 1996.

DINIZ-PEREIRA, J. E.. Da racionalidade técnica à racionalidade crítica: formação docente e transformação social. Perspectivas em Diálogo**: Revista de Educação e Sociedade**, v. 1, p. 21-33, 2014. Disponível em < http://www.seer.ufms.br/index.php/persdia/article/view/15/>. Acessado em jan 2018.

FIORENTINI, D. Alguns Modos e ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. In: **Zetetiké**, ano 3, n. 4, 1995, p.1-37.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In D. Fiorentini, & J. L. Araújo (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática** (pp. 47-76). Belo Horizonte: Autêntica. 2006. 120 p.

FLORIANI, J. V. A. **Da prática à teoria: reflexões de um professor de matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 131. 1989.

FLORIANI, J. V. **Relatório Geral Curso de Especialização em Ciências** (Biologia, Física, Matemática e Química. Blumenau. 1984.

FLORIANI, J. V. A. **Professor e Pesquisador:** (exemplificação apoiada na matemática). 2 ed. Blumenau: Ed da FURB, 2000.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários a prática educativa. 62ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 2019.

JOVCHELOVITCH, S.; BAUER, M. W. Entrevista narrativa. In: BAUER, M.W.; GASKELL, G. (Org.). **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som**: um manual prático. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002. p. 90-113.

LARROSA. J. Experiência e alteridade em educação. **Revista Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 19, n2, p.04-27, jul./dez. 2011. Disponível em: https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/view/2444. Acesso em mar 2020.

ZERMIANI, V. J. **Relatório técnico crítico do projeto: experiência de uma metodologia inovadora no ensino de matemática através da utilização de materiais instrucionais concretos.** Blumenau. 1988.

Promovendo o Raciocínio Matemático: tarefas de exploração na prática como componente curricular

Promoting Mathematical Reasoning: Exploration Tasks in Practice as a Curriculum Component

Flávia Sueli Fabiani Marcatto
Universidade Federal de Itajubá-MG
flaviafmarcatto@gmail.com

Resumo
Este estudo apresenta resultados de uma investigação sobre o raciocínio matemático, por meio da implementação de Tarefas de Exploração e Desenvolvimento da Aprendizagem e do Ensino (TEDAE). Seguindo uma abordagem de cunho qualitativo e interpretativo, apoia-se em experimentos de design com foco nos processos de aprendizagem, a partir de tarefas de exploração com o objetivo de identificar e documentar processos de raciocínio. A experiência envolveu futuros professores de matemática, cursando horas de Prática como Componente Curricular (PCC). Destacamos o papel que as representações matemáticas desempenham, na compreensão, organização e planejamento de sequências instrucionais. Os resultados evidenciam a importância do trabalho com tarefas exploratórias, que propõe uma inovação na dinâmica da sala de aula, dando protagonismo aos alunos, bem como desenvolveram o raciocínio indutivo baseado na identificação de padrões, construindo os seus próprios esquemas visuais ou numéricos que desempenham uma dupla função de compreensão e de registo. O raciocínio dedutivo baseado em definições e propriedades matemáticas utilizando representação algébrica para formularem conjecturas, também foi utilizado pelos licenciandos.

Palavras-chave: Processos de raciocínio; Experimentos de design; Formação de professores de matemática.

Abstract
This study presents the results of an investigation into mathematical reasoning, through the implementation of Exploration and Development Tasks for Learning and Teaching (TEDAE). Following a qualitative and interpretive approach, it relies on design experiments focused on learning processes, based on exploration tasks with the objective of identifying and documenting reasoning processes. The experience involved future mathematics teachers, taking hours of Practice as a Curriculum Component (PCC). We highlight the role those mathematical representations play in understanding, organizing, and planning instructional sequences. The results show the importance of working with exploratory tasks, which proposes an innovation in classroom dynamics, giving prominence to students, as well as developing inductive reasoning based on the identification of patterns, building their own visual or numerical schemes that play a role. dual function of understanding and recording. Deductive reasoning based on mathematical definitions and properties using algebraic representation to formulate conjectures was also used by undergraduates.

Keywords: Reasoning processes; Design experiments; Mathematics teacher training.

Introdução

Para desenvolver o aprendizado em Matemática, os alunos devem ser capazes de raciocinar matematicamente e com fluência. Ao levá-los a desenvolver esta habilidade, os professores precisam compreender a natureza do raciocínio matemático e serem capazes de usar estratégias de ensino que o promovam nos alunos. Diante disso é importante proporcionar aos alunos a oportunidade de trabalhar em tarefas matemáticas que exigem demanda cognitiva adequada e, ao mesmo tempo, estimulam o seu desenvolvimento, bem como a reflexão sobre os raciocínios realizados.

De acordo com Stylianides e Harel (2018) existe um reconhecimento internacional da importância do desenvolvimento de estudos sobre raciocínio, argumentação e prova na aprendizagem de matemática em todos os níveis de ensino: fundamental, médio e superior, em especial na formação inicial de professores de matemática.

O objetivo deste trabalho foi explorar e documentar a implementação das Tarefas de Exploração e Desenvolvimento da Aprendizagem e do Ensino (TEDAE), como forma de promover processos de raciocínio, apoiado por pesquisa de design, nas horas de Prática como Componente Curricular (PCC), para permitir reflexões de como foi realizada, os meios projetados para apoiá-lo para aqueles que desejam adaptá-los em seus contextos.

Primeiro descrevo o contexto em que este trabalho se desenvolveu nas horas de Prática como Componente Curricular. (MARCATTO, 2019). Na sequência faço uma revisão de literatura que serviu de base para conduzirmos esta experiência, sobre os processos de raciocínio matemático, em seguida forneço a descrição do percurso metodológico para relatar os achados desta investigação.

As TEDAE foram importantes no maior envolvimento e protagonismo dos futuros professores com as atividades matemáticas, o que favoreceu a documentação dos processos de raciocínio.

Enquadramento teórico

Ball e Cohen (1999) destacam em seus estudos, o valor do uso de ferramentas de aprendizagem, como as tarefas instrucionais, para fundamentar o desenvolvimento profissional na prática educacional em sala de aula.

Nos últimos anos o ensino e a aprendizagem de matemática têm apresentado uma tendência de mudança, passando de um modelo onde o professor apresenta a maioria das ideias matemáticas e os procedimentos para a resolução das atividades por meio de instrução direta, seguindo para um modelo de instrução orientada para a exploração matemática que visa envolver os alunos em atividades de exploração de problemas e solução dos desafios que requerem formas complexas de raciocínio.

As atividades exploratórias têm potencial para modificar crenças de alunos sobre o seu papel e do professor que neste contexto envolve propor tarefas que sejam desafiadoras para que ele possa construir seu entendimento sobre a tarefa em questão e a partir daí avançar para a percepção matemática mais avançadas. É uma prática matemática que se refere às formas de agir, de raciocinar, de comunicar que são compartilhadas entre os alunos e entre os alunos e o professor que podem evoluir com o tempo.

As tarefas instrucionais, são ferramentas de mediação que um professor pode usar para propor matemática e seguir interativamente com os estudantes, em eventos de aprendizagem que se referem a sessões de desenvolvimento profissional programadas que podem dar origem a oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento. (COOB e JACKON, 2012). Dentre as características destacamos o elevado desafio cognitivo, momentos para a interação entre os estudantes e entre estudantes e professor.

As referidas tarefas recebem o nome, nesta pesquisa, de Tarefas de Exploração e Desenvolvimento da Aprendizagem e do Ensino (TEDAE). A perspectiva é projetar e criar ambientes de aprendizagem, engajar os estudantes em práticas matemáticas significativas, onde os alunos recebem tarefas desafiadoras para trabalhar e amplas oportunidades para participar, individual e coletivamente, das discussões e atendidas estas condições o foco é a emergência de pensamento do aluno procurando identificar momentos produtivos ou de falha, ao longo do tempo sempre com apoio do professor/investigador.

Estudos realizados pelo Grupo de Investigação da Didática da Matemática, do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa-PT, acrescentaram descobertas importantes sobre práticas em sala de aula que estimulam o raciocínio dos alunos. (HENRIQUES, 2011; PONTE, MATA-PEREIRA e HENRIQUES 2012; PONTE e QUARESMA, 2014)

Essas pesquisas mostraram que o uso de tarefas exploratórias e de investigação associados a pesquisas de design com foco nos processos de aprendizagem (PREDINGER, GRAVEMEIJER, CONFREY, 2015) favorecem o estabelecimento de um ambiente em sala de aula que incentiva os alunos à apresentação de suas estratégias, justificativas e debate coletivo. Os autores concordam que o trabalho com tarefas adequadas em sala de aula, podem desenvolver nos alunos a capacidade de usar o raciocínio indutivo e abdutivo com objetos matemáticos e suas representações para produzir conjecturas e generalizações, e usar o raciocínio dedutivo com base em definições, representações e propriedades matemáticas para produzir justificativas.

Assim, a experiência adquirida com tais estudos levou ao desenvolvimento de uma abordagem específica para a formação de professores de matemática (PONTE, MATA-PEREIRA e QUARESMA, 2013) que enfatiza uma orientação para as práticas de sala de aula, com foco na aprendizagem dos alunos e imersão na cultura profissional. (PONTE et al, 2012)

A educação de futuros professores de matemática apresenta desafios enfrentados ao colocar em prática o conhecimento que eles desenvolveram, em programas de formação (PONTE e CHAPMAN, 2016), bem como na implementação de um ensino inovador de matemática de acordo com as atuais orientações da BNCC (2017) que enfatizam o raciocínio matemático.

Para Jeannotte e Kieran (2017) o raciocínio matemático é um processo de comunicação com outros e consigo que permite inferir afirmações matemáticas a partir de outras afirmações matemáticas. Os processos de raciocínio, para Ponte, Mata-Pereira, Henriques (2012), envolvem a formulação de questões, conjecturas, teste de conjecturas e a realização de justificações. As questões e as conjecturas podem ser gerais ou específicas. Um importante processo de raciocínio é a generalização, que parte de uma conclusão ou conjectura específicas para formular uma conjectura geral. Ainda, para esses autores, raciocinar matematicamente é fazer inferências de forma justificada, seja indutiva, abdutiva ou dedutivamente.

O raciocínio dedutivo, característico da matemática formal, tem relação com a demonstração, onde demonstrar envolve encadear asserções de forma lógica e justificada. (MATA-PEREIRA e PONTE, 2012). Se desenvolve do geral para o particular, com uma conclusão necessária que pode validar ou refutar algo.

O raciocínio indutivo desenvolve-se a partir de observações que acontecem com a exploração de conceitos e ideias matemáticas a um nível prático e intuitivo. Desenvolve-se do particular para o geral e tem papel significativo na formação de conhecimento, no entanto, sem conduzir a conclusões necessárias. (MATA-PEREIRA e PONTE, 2012; OLIVEIRA, 2008). O raciocínio abdutivo tem características explicativas e perspectivas de construção de conhecimento, é utilizado para explicar algo com conclusões plausíveis no contexto da situação em questão. (MATA-PEREIRA e PONTE, 2012)

O modelo de raciocínio matemático concebido neste artigo é o de Mata-Pereira e Ponte (2012) que procura enquadrar o raciocínio matemático dos alunos em processos fundamentais, de representar e dar significado. O raciocínio matemático apoia-se em representações sejam elas ativas: uso de materiais manipuláveis ou ações como contar, usando os dedos; icónicas: imagens, figuras e diagramas; ou simbólicas: símbolos matemáticos ou outros símbolos e linguagem natural; e requer ainda, a atribuição de significados aos objetos e ações envolvidas.

Esse modelo se apoia no processo de realização de uma investigação matemática ou a resolução de um problema matemático, começando pela formulação de questões, passando para a formulação de conjecturas e estratégias de resolução, que podem ou não envolver generalização, aplicando essas estratégias e testando as conjecturas, até o processo de validação que ocorre por meio da justificação. A generalização e a justificação se destacam como aspectos essenciais do raciocínio matemático. As representações do raciocínio matemático dos alunos podem ser comunicadas por escrito ou de forma oral.

Metodologia da pesquisa

O processo formativo em que foram recolhidos os dados foi desenvolvido ao longo de cinco encontros de três horas cada e tinha por objetivo apoiar o desenvolvimento de práticas instrucionais para futuros professores de matemática, com atividades de exploração que envolveram diagnosticar e documentar o raciocínio dos alunos.

Participaram deste estudo, oito licenciandos em matemática, matriculados em disciplinas nas horas de PCC. Os encontros contemplaram momentos de estudos teóricos (totalizando 3 horas) e momentos de trabalho mediados pelas TEDAE elaboradas pela formadora responsável dos encontros (no total de 12h). As duas TEDAE, intituladas: tarefa diagnóstica (Adicionando Hexágonos) e tarefa de formação (Comparando Triângulos), foram desenvolvidas em momentos distintos, totalizando 15h.

Foram definidas as seguintes normas para os participantes do estudo, durante a fase de intervenção com as TEDAE: os alunos foram orientados a expor suas ideias, explicar e justificar seu raciocínio, uns para os outros; a ouvir e tentar entender as explicações dos colegas; a sempre indicar o seu não entendimento, durante a exposição dos colegas; e a indicar quando consideravam as soluções inválidas e expor para o grupo as suas razões. A entrega da resolução das atividades deveria ser por escrito.

Para desenvolver uma prática (no sentido de ação) promotora do raciocínio matemático dos alunos foi necessário compreender os processos de raciocínio matemático. Este estudo tem cunho qualitativo e interpretativo. Qualitativo porque valoriza processos didáticos em ambiente natural (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e interpretativo quando procura compreender, no contexto do ensino, os modos pelos quais professores e alunos constituem ambientes uns para os outros (ERICKSON, 1986). Este estudo se apoia em um experimento de design (COBB, CONFREY, DISESSA, LEHRER, & SCHAUBLE, 2003; PREDINGER, GRAVEMEIJER, CONFREY, 2015).

Para Cobb, et al (2003) os experimentos baseados em design promovem uma maior compreensão da ‘ecologia da aprendizagem’, que definem como um sistema complexo, interativo, que envolve múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis, que projeta seus elementos e antecipa como estes interagem para apoiar o aprendizado. Elementos de uma ‘ecologia da aprendizagem’ incluem as tarefas exploratórias propostas, as normas de participação estabelecidas, os tipos de discurso que são encorajados, o ambiente de investigação que se estabelece na sala de aula, as ferramentas e meios materiais fornecidos, e os meios práticos pelos quais se orquestrou as relações entre esses elementos.

Neste texto é apresentada uma análise geral de registros gerados pelas resoluções e sínteses reflexivas dos futuros professores ocorridas em um dos ciclos de Design, oriundos especificamente da Tarefa Diagnóstica. A tarefa diagnóstica, Adicionando Hexágonos, tinha a intenção de promover discussões matemáticas e didáticas acerca do raciocínio matemático.

Apresentação e análise dos dados

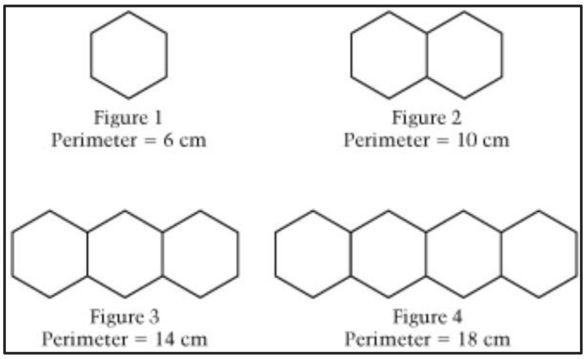
A TEDAE, nomeada diagnóstica (Figura 1), teve como objetivo documentar os processos de raciocínio matemático apresentados pelos futuros professores de matemática.

Figura 1: Tarefa Diagnóstica

Adicionando Hexágonos

Considere a tarefa seguinte:

Cada figura no padrão abaixo é feita de hexágonos que medem 1 centímetro de cada lado.



1. Desenhe e encontre o perímetro da Figura 5.
2. Se o padrão de adicionar um hexágono a cada figura continuar, qual será o perímetro da 25ª. figura no padrão encontrado? Justifique sua resposta.
3. Extensão: Como você pode encontrar o perímetro de qualquer figura. (Uma figura com n hexágonos?)

(Adaptado de Staples, M., 2014)

Após resolver a Tarefa Hexágonos. Reflita e responda:

I. Que razões o levariam a aplicar essa tarefa na sua sala de aula? Em quais anos da Educação Básica aplicaria essa tarefa? Você faria alguma alteração?

II. Que dificuldades você pode prever que os alunos evidenciariam durante a resolução?

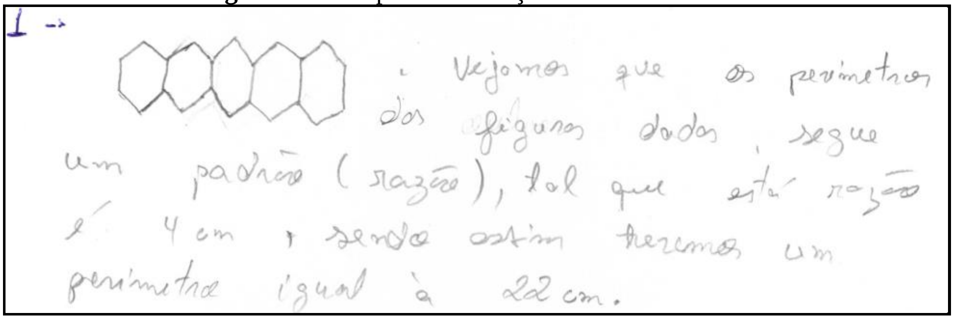
III. Quais conceitos e conteúdos matemáticos podem ser abordados por meio dessa tarefa?

Fonte: dados da pesquisa

As tarefas foram o ponto de partida para a identificação dos processos de raciocínio que os licenciandos utilizam ao realizarem atividades investigativas. Em um segundo momento, a TEDAE continha questões para refletirem, nos seguintes aspectos: (i) gestão da aula; (ii) possíveis dificuldades dos alunos da educação básica.

Os candidatos a professor apresentaram dificuldades em gerenciar o tempo para resolver a tarefa. Utilizaram uma representação visual para a compreensão e o registro. As representações foram utilizadas para procurar regularidades e compreender propriedades importantes dos elementos da sequência. Por outro, foram usadas como ferramenta de registro de seus raciocínios durante a exploração, permitindo-lhes focarem nos processos de raciocínio. Deste modo, as representações construídas facilitaram um processo indutivo de raciocínio que os conduziu à formulação das primeiras conjeturas.

Figura 2: Exemplo de resolução de um licenciando

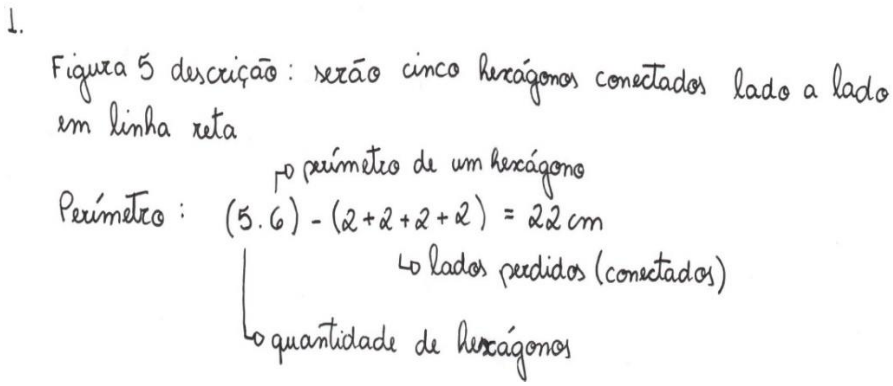


1 → Vejamos que os perímetros das figuras dadas, segue um padrão (razão), tal que esta razão é 4 cm, sendo assim teremos um perímetro igual à 22 cm.

Fonte: dados da pesquisa

Como se observa nas figuras 2 e 3, a utilização da linguagem natural foi articulada com a representação gráfica e pareceu facilitar a organização da informação de forma sequencial, preservando as relações temporais e lógicas, tal como eles a exploram.

Figura 3: Exemplo de resolução de um licenciando



1.

Figura 5 descrição: serão cinco hexágonos conectados lado a lado em linha reta

Perímetro: $\underbrace{(5.6)}$ − (2+2+2+2) = 22 cm

↳ o perímetro de um hexágono

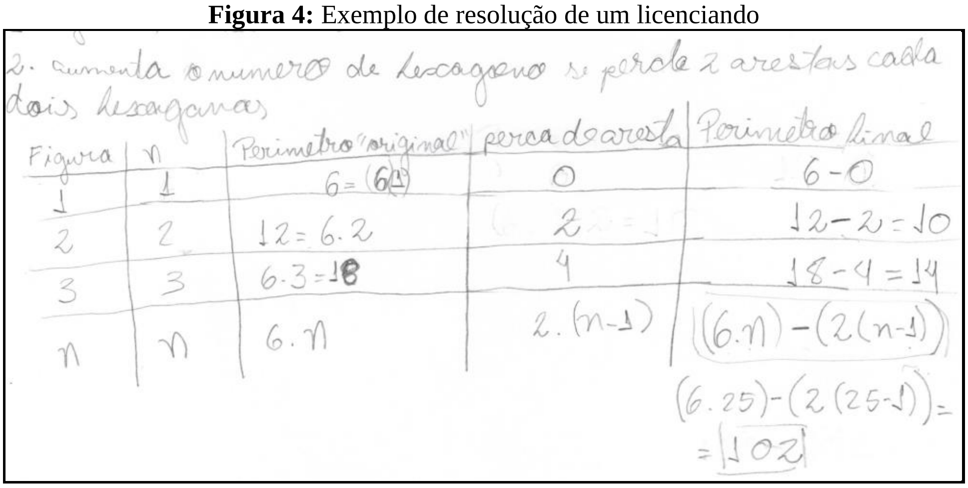
↳ lados perdidos (conectados)

↳ quantidade de hexágonos

Fonte: dados da pesquisa

Quando solicitados a generalizar as suas conjecturas, obtidas através de raciocínio indutivo, os bolsistas consideraram necessária uma formalização dos resultados usando tabelas (Figura 4) e notação simbólica, mas continuaram recorrendo à linguagem natural (Figuras 3, 5).

Figura 4: Exemplo de resolução de um licenciando



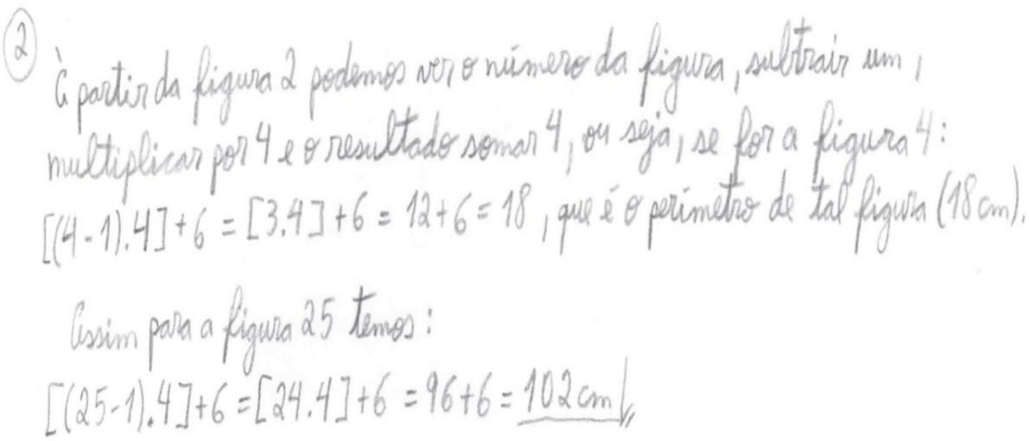
2. aumenta o numero de hexagono se perde 2 arestas cada dois hexagonas

Figura	n	Perimetro "original"	perca de aresta	Perimetro final
1	1	6 = (6.1)	0	6 − 0
2	2	12 = 6.2	2	12 − 2 = 10
3	3	6.3 = 18	4	18 − 4 = 14
n	n	6.n	2.(n−1)	((6.n) − (2(n−1)))

(6.25) − (2(25−1)) =
= 102

Fonte: dados da pesquisa

Figura 5: Exemplo de resolução de um licenciando


(2)
à partir da figura 2 podemos ver o número da figura, subtrair um, multiplicar por 4 e o resultado somar 4, ou seja, se for a figura 4:
$[(4-1).4]+6 = [3.4]+6 = 12+6 = 18$, que é o perímetro de tal figura (18 cm).
Assim para a figura 25 temos:
$[(25-1).4]+6 = [24.4]+6 = 96+6 = \underline{102\,cm}$

Fonte: dados da pesquisa

A combinação da linguagem natural com a algébrica parece ser benéfica para o uso do raciocínio dedutivo no processo de generalização e justificação formal de conjecturas.

Os licenciandos também utilizam a linguagem natural para apresentarem os seus raciocínios e as suas conjecturas. Para a TEDAE, essa linguagem foi articulada com a representação gráfica e pareceu facilitar a organização da informação de forma sequencial, preservando as relações temporais e lógicas, tal como eles a exploram. A utilização de diferentes tipos de representação, geométrica, linguagem natural, algébrica e tabelar são frequentes nas soluções dos licenciandos.

Ao refletirem sobre as questões que envolvem a gestão da aula e as possíveis dificuldades dos alunos da Educação Básica, os futuros professores de matemática parecem carecer de maturidade profissional necessária, não apenas no conhecimento de matemática e didática da matemática, mas também no que diz respeito ao seu desenvolvimento pessoal e social. Apresentando também, um conhecimento limitado sobre o currículo de matemática da Educação Básica, dos objetos de aprendizagem e dos modos de agir em situações de dificuldades dos alunos.

Considerações Finais

Os processos de raciocínio que os futuros professores de matemática utilizaram na realização de atividades de exploração, por meio da TEDAE, em uma fase de diagnóstico da compreensão dos alunos, destacam o papel que as representações matemáticas desempenham, nesta compreensão e na organização e planejamento de sequências instrucionais. Um momento significativo, que merece destaque é a mudança na dinâmica do ambiente de aprendizagem, proporcionada pelas tarefas exploratórias, favorável ao compartilhamento de ideias, discussões matemáticas entre alunos e entre aluno e professor, a possibilidade de entrar em mundos matemáticos imaginados pessoalmente, conectando experiências, culturas, e desta forma, dando o protagonismo ao estudante.

Na formulação de conjecturas específicas os alunos usam, com frequência, raciocínio indutivo baseado na identificação de padrões através da observação de dados ou construindo os seus próprios esquemas visuais ou numéricos que desempenham uma dupla função de compreensão e de registo. Também utilizaram o raciocínio dedutivo baseado em definições e propriedades matemáticas utilizando representação algébrica para formularem conjecturas. Neste caso, a representação algébrica é usada como ferramenta de exploração e de apresentação de conjecturas e justificações formais.

A utilização da linguagem informal para produzir argumentos aceitáveis para validar conjecturas também parece ser mais fácil, para os alunos, quando comparada com o modo algébrico de representação.

Os resultados deste estudo evidenciam que os alunos, envolvidos neste estudo, usam tanto o raciocínio indutivo como dedutivo, mas que é necessário dar atenção a alguns processos de raciocínio em que se verificaram maiores dificuldades, como a generalização e a justificação, que estão menos presentes em seu trabalho.

Nesta proposta de trabalho com a TEDAE foi possível apoiar aprendizagens que se aproximem da prática, para a elaboração de estratégias que envolvam o desenvolvimento do raciocínio, considerado o cerne da atividade matemática, desempenhando um papel crucial nos processos de aprendizagem em todos os níveis, com atividade de cunho exploratório.

Referências

BALL, D. K., COHEN, D. L. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In L. Darling-Hammond & G. Sykes (Eds.), **Teaching as the learning profession** (pp. 3-32). San Francisco, CA: Jossey-Bass, 1999.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

COBB, P. et al. Design Experiments in Education Research. **Educational Researcher.** V.32, no. 1, p. 9-13, jan/fev. 2003.

COBB, P., JACKSON, K. Analyzing Educational Policies: A Learning Design Perspective. **The Journal of the Learning Sciences**, 21:4, p. 487-521, 2012

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: Wittrick, M. C.(org.). **Handbook of research on teaching**. New York: Macmillan, 1986, p. 119-161.

HENRIQUES, A. **O pensamento matemático avançado e a aprendizagem da Análise Numérica num contexto de atividades de investigação**. Portugal: UL, 2011, 462p. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Didática da Matemática, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, 2011.

JEANNOTTE, D., KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. ***Educ Stud Math*** 96**,** 1–16 (2017).

MARCATTO, F S. F. Prática como Componente Curricular: contribuições para a reflexão na Licenciatura em Matemática. **Argumentos Pró-Educação**. Pouso Alegre, MG, v. 4, n. 10, p. 731-754, jan.- abr., 2019.

MATA-PEREIRA, J., PONTE, J. P. da. Raciocínio matemático em conjuntos numéricos: Uma investigação no 3.º ciclo. **Quadrante**, *21*(2), 81-110, 2012.

OLIVEIRA, P. O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. **Educação e Matemática**, Lisboa, 100, p. 3-9, 2008.

PONTE, J. P. da; CHAPMAN, O. Prospective mathematics teachers learning and knowledge for teaching. In L. English & D. Kirshner (Eds.), **Handbook of international research in mathematics education.** New York, NY: Routledge/Taylor & Francis, pp. 223-261, 2016.

PONTE, J. P. da; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante.** V. 22, no. 2, pp. 55-81, 2013.

PONTE, J. P da; QUARESMA, M. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. **Unipluri/versidad.** V. 14, no. 1, pp.102-114, 2014.

PONTE, J. P. da; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. **Práxis Educativa,** Ponta Grossa, PR, v. 7, n. 2, 2012.

PONTE, J. P. da et al. Perspectivas Teóricas no Estudo das Práticas Profissionais dos Professores de Matemática. **Práticas de Ensino de Matemática.** Lisboa, p. 267-278, 2012.

PREDIGER, S., GRAVEMEIJER, K., CONFREY, J. Design research with a focus on learning processes: an overview on achievements and challenges. **ZDM,** September, 47(6), p. 877-891, 2015.

STAPLES, M., Supporting Student Justification in Middle School Mathematics Classrooms: Teachers' Work to Create a Context for Justification, 2014. ***CRME* Publications**. Disponível em: < http://digitalcommons.uconn.edu/merg_docs/4>. Acesso em: 10 out. 2018.

STYLIANIDES, A. J. e HAREL, G. Advances in mathematics education research on proof and proving: An international perspective. Springer, 2018.

Recursos de um Professor para Ensinar Matemática na EJA Campo

Resources of a Teacher for EJA Field Mathematics Instruction

Josias Pedro da Silva
Universidade Federal de Pernambuco
josias.pedro@ufpe.br

Iranete Maria da Silva Lima
Universidade Federal de Pernambuco
iranete.lima@ufpe.br

Resumo

Estamos desenvolvendo uma pesquisa de doutorado que tem por objetivo compreender o sistema de documentação de professores(as) que ensinam matemática em turmas da Educação de Jovens e Adultos do Campo (EJA Campo) e sua relação com os ambientes de aprendizagem que eles propõem. Este artigo traz apenas a parte da pesquisa que objetivou caracterizar os recursos utilizados por um professor da EJA Campo para ensinar Matemática, buscando classificá-los em materiais e não-materiais, além de analisar as relações que o professor estabelece entre eles. Para tanto, utilizamos a metodologia de investigação reflexiva para realizar uma entrevista semiestruturada, solicitar ao professor que produzisse uma gravação em vídeo para apresentar os recursos disponíveis na escola para ensinar Matemática e, após, construísse uma representação esquemática de tais recursos. As primeiras análises revelam que, em maioria, os recursos apresentados pelo professor são materiais, como também sua preocupação em relacionar alguns recursos com conhecimentos das realidades dos(as) estudantes, considerando que são pessoas jovens e adultas.

Palavras-chave: Abordagem Documental do Didático, Educação do Campo, Recursos, EJA Campo.

Abstract

We are developing a doctoral research aiming to understand teachers' documentation systems who teach mathematics in Youth and Adult Education classes in the Countryside (EJA – Field) and its relationship with the learning environments they propose. This paper presents part of the research, focusing on the characterization of the resources mobilized by a teacher at EJA-Field to teach Mathematics, classify them into materials and non-materials, and analyze the relationships that the teacher establishes between them. Therefore, we used the reflective investigation methodology to conduct a semi-structured interview, asking the teacher to produce a video recording to present the resources available at the school to teach Mathematics and, then, build a schematic representation of such resources. The first analyzes reveal that most resources presented by the teacher are material, and his concern is to relate some resources with knowledge of the students' realities, considering their age.

Keywords: Documentary Approach to Didactics, Field Education, Resource, EJA Field.

Introdução

Historicamente as políticas de formação para pessoas jovens e adultas estiveram atreladas a programas e projetos caracterizados pelo caráter temporário e pela pouca ou nenhuma exigência quanto à formação dos(as) professores(as). A finalidade consistia, principalmente, em diminuir os índices de analfabetismo e formar uma massa trabalhadora para atender às necessidades da industrialização. Dessa maneira, tais políticas não contemplavam as dimensões humana e emancipatória preconizadas e vivenciadas por Paulo Freire (FREIRE, 1981, 1992). A Educação Popular, por suas características humanísticas, foi duramente perseguida no período da ditadura militar, no entanto, após a redemocratização do país inspirou novas políticas que defendem uma educação de qualidade socialmente referenciada, a exemplo da Educação do Campo.

A Educação do Campo se constitui em um movimento nacional que se fortaleceu no Brasil a partir do *I Encontro Nacional dos Educadores da Reforma Agrária* (I ENERA) realizado em 1997[1]. Munarim (2008), afirma que este encontro é um marco na história de lutas dos movimentos sociais do campo e das experiências educativas que vêm sendo realizadas desde os anos 1960. A Educação do Campo deriva, portanto, do protagonismo dos trabalhadores e trabalhadoras do campo para quem a educação é indissociável da luta pela terra. Ela defende um modelo de campo pensado a partir dos seus povos e, conforme destaca Caldart (2012, p. 259), "[...] nomeia um fenômeno da realidade brasileira atual, protagonizado pelos trabalhadores do campo e suas organizações, que visa incidir sobre a política de educação desde os interesses sociais das comunidades camponesas.".

Arroyo acentua que (2017, p. 77), "[...] a Educação do Campo reage, critica políticas, diretrizes, práticas tradicionais e hegemônicas de levar migalhas de educação rural aos povos do campo.". Seus princípios orientam as ações desenvolvidas por diversos movimentos sociais do campo, por segmentos da sociedade civil organizada, universidades, entre outras organizações e instituições que defendem o direito dos trabalhadores e trabalhadoras do campo. As ações da Educação do Campo voltam-se à construção de um projeto de campo fundamentado na democracia, na solidariedade e na justiça social. Entre elas, destacamos a formação de professores(as) para ensinar em escolas do campo e os processos de ensino e aprendizagem nas áreas do conhecimento trabalhadas na educação básica e na educação superior, a exemplo da Matemática.

Nesse vasto campo de ação e investigação, estamos desenvolvendo uma tese de doutorado que pesquisa a formação de professores nos domínios da Educação Matemática e

[1] O I ENERA foi promovido pelo Movimento dos Trabalhadores Sem Terra (MST) em parceria com a Universidade de Brasília (UnB), o Fundo das Nações Unidas para a Infância (UNICEF), a Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura (Unesco) e a Conferência Nacional dos Bispos do Brasil (CNBB). O evento contou com 700 participantes, dentre educadores de assentamentos e de universidades que apresentaram e debateram o que vinham desenvolvendo nos assentamentos sobre a educação de jovens e adultos, a educação infantil e a formação de professores.

da Educação do Campo. Buscamos, particularmente, compreender o sistema de documentação de professores(as) que ensinam Matemática em turmas da EJA Campo e a relação com os ambientes de aprendizagem que eles propõem. Quando tratamos desses sistemas nos referenciamos na Abordagem Documental do Didático (ADD) desenvolvida por Gueudet e Trouche (2008, 2015) e nos resultados das pesquisas desenvolvidas neste domínio, como evidencia a revisão bibliográfica realizada por Silva e Lima (2021). A ADD adota a Investigação Reflexiva (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2020) como metodologia, considerando que ela permite ao(à) professor(a) participante refletir sobre sua própria prática, além de se constituir em uma ação de formação. Os ambientes de aprendizagem são uma referência à Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2008, 2014), abordagem teórica que também fundamenta a pesquisa. Contudo, a etapa da pesquisa que apresentamos neste artigo não a contempla porque voltamos nosso interesse, especificamente, à caracterização dos recursos utilizados por um professor da EJA Campo para ensinar Matemática, à luz da ADD, e nas relações que o professor faz entre eles.

Assim, apresentamos uma síntese dos principais elementos da ADD utilizados na pesquisa, os procedimentos metodológicos e análise dos resultados já obtidos.

Elementos estruturantes da Abordagem Documental do Didático - ADD

A ADD parte do pressuposto que a atividade docente é permeada de recursos que são selecionados, combinados, modificados ou produzidos pelo(a) professor(a), desde o planejamento até o momento da aula em que ele(a) está em interação com os(as) estudantes.

Nesta abordagem, o termo recurso designa uma variedade de artefatos que estão à disposição do(a) professor(a) e foi pensado a partir dos trabalhos de Adler (2000) para quem um recurso é uma fonte que reabastece a atividade docente e pode ser categorizado como: humanos, materiais, e sociais e culturais.

1) recursos humanos: referem-se ao conhecimento profissional do professor(a) e abrangem, por exemplo, a relação professor(a)-aluno(a), com os pais dos(as) estudantes e a configuração da turma;
2) recursos materiais: congregam desde a estrutura física da escola, passando pelo mobiliário, pelos materiais desenvolvidos pelo(a) professor(a) para apoiar o ensino – livros didáticos, jogos matemáticos, representações físicas e digitais de objetos

matemáticos – até materiais como computadores, softwares e os cadernos dos(as) estudantes. Para a autora, estes recursos podem ser divididos em:

- *tecnologia*: recursos como o quadro, calculadora, computador, rede de internet, sites, retroprojetor e impressoras que apoiam o trabalho do(a) professor(a) servindo, principalmente, como suporte material para outros recursos;
- *materiais matemáticos escolares:* são recursos desenvolvidos especificamente para apoiar a atividade de ensino, como os livros didáticos e outros textos impressos ou digitais, atividades impressas ou on-line e *softwares* de geometria dinâmica;
- *objetos matemáticos:* em geral, são representações físicas ou digitais de objetos matemáticos, como provas, quadro mágicos, sólidos geométricos, bloco de frações e figuras geométricas planas recortadas;
- *objetos do dia a dia:* recursos como jornais, revistas, panfletos, catálogo de compras, réguas, calculadoras, moeda, entre outros objetos cotidianos, formam esta categoria. Estes recursos podem ter origem também na realidade dos(as) estudantes, a partir de elementos que fazem parte do cotidiano vida, a exemplo dos dados estatísticos contidos em uma conta de energia elétrica ou de indicadores sociais publicados em jornais, revistas ou sites na internet.

3) recursos sociais e culturais: estão relacionados à linguagem (verbalização, comunicação) e ao tempo (calendário escolar, duração das aulas…).

Apoiada nesta categorização, a ADD propõe uma visão mais ampla da noção de recursos e, ao mesmo tempo, restringe dois aspectos, como descrevem Bellemain e Trouche (2019):

> O que é exterior ao professor: os conhecimentos do professor não são considerados aqui como recursos, mas como o que orienta o trabalho com os recursos sendo constantemente renovado por esse trabalho; o que é material: os seres humanos – por exemplo, os colegas do professor - não são considerados como recursos. Por outro lado, os conselhos, mensagens, propostas dos colegas, como entidades materiais ou materializáveis são considerados como recursos. (BELLEMAIN; TROUCHE, 2019, p. 117).

No nosso estudo adotamos a noção de recursos preconizada pela ADD e classificamos os recursos utilizados pelo professor em *materiais* e *não-materiais*, considerando as características de cada recurso. Em consonância com Trouche (2018) entendemos que:

> Alguns são materiais, o que permite um monitoramento mais direto das interações

> (notas tiradas de um livro, mudanças em um arquivo); outros são não-materiais, que são mais difíceis de acessar, mas podem desempenhar um papel decisivo na aula com os alunos, tais como interações verbais ou não verbais. (TROUCHE, 2018, p. 16, tradução nossa)

Desse modo, os conhecimentos dos(as) estudantes, por exemplo, podem ser classificados como um *recurso social e cultural* na categorização de Adler (2000) e como um *recurso não-material* na ADD. Entendemos, contudo, que a noção de recurso *não-material* é mais ampla porque pode abranger, também, uma ideia de um colega, o *Feedback* dos(as) estudantes, um trabalho em grupo ou uma pesquisa estatística. Buscando estabelecer uma aproximação entre estas duas categorizações, fazemos as seguintes associações:

- *recursos materiais*: tecnologias, materiais matemáticos escolares, objetos matemáticos e objetos do dia a dia;
- *recursos não-materiais*: humanos, sociais e culturais, e outros.

O trabalho que o(a) professor(a) realiza com os recursos - seleção, modificação, combinação ou produção –, com uma finalidade didática, é denominado de *trabalho documental*. No momento do planejamento, este trabalho contempla, por exemplo, pesquisas em livros didáticos, buscas na internet e levantamentos de informações sobre a realidade dos(as) estudantes. O trabalho documental abrange também os *feedbacks* dos(as) estudantes que podem favorecer a reorganização da aula inicialmente planejada.

Na ADD, os recursos que o(a) professor(a) tem à disposição compõem seu *sistema de recursos* que, para além de representar apenas um conjunto de recursos, envolve as relações entre eles. Bellemain e Trouche (2019, p. 118) afirmam que, "[…], o sistema de recursos de um professor é uma entidade viva, estruturada em relação à sua atividade (de acordo com os níveis de ensino, tipos de atividade, etc.". Um professor pode em uma aula utilizar um livro didático e um *software* dinâmico para introduzir o conceito de função e, em outra, utilizar um livro didático, a planta baixa da escola e algumas representações de figuras geométricas recortadas em cartolina para ensinar o conceito de área de figuras geométricas planas. Porém, todos estes recursos integram seu sistema de recursos e organizam-se em subsistemas de acordo com as classes de situações.

A escolha dos recursos pelo(a) professor(a) é influenciada por suas potencialidades, limites e *affordance*[2], sempre com um determinado objetivo didático. Os gráficos, os

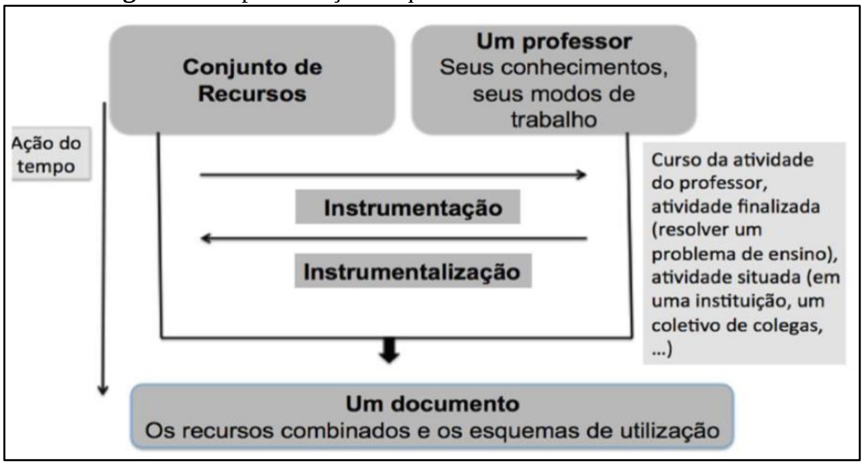
[2] Capacidade de um artefato que torna a sua funcionalidade intuitiva ao indivíduo (BELLEMAIN; TROUCHE, 2019).

softwares dinâmicos e as tabelas são exemplos de recursos que possibilitam a visualização de diferentes representações de uma função e podem ser viáveis para introduzir este conceito. Assim, as características dos recursos influenciam as escolhas do(a) professor(a) no trabalho documental, e este processo é chamado de *instrumentação*. Quando o(a) professor(a) modifica um recurso selecionado, para atender seus objetivos de ensino, dá origem a novos recursos e configura o processo de *instrumentalização*. Estes dois processos são indissociáveis e estão no centro da *gênese documental*.

Para Gueudet e Trouche (2015, p. 8): "[...] o professor, em seu trabalho documental, dispõe de um conjunto de *recursos* de diversas naturezas, que darão origem, para uma determinada classe de situações, durante um processo de *gênese documental*, a um *documento*" (grifo dos autores). Um documento nesta abordagem é uma entidade mista composta de recursos e de esquemas de utilização. Esta definição apoia-se no conceito de esquema de Vergnaud (2009) que envolve objetivos e antecipações, regra ou sequência de ações, invariantes operacionais, ou seja, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação e possibilidades de inferência.

Com base nesta ideia, Gueudet e Trouche (2015, p. 6) expressam um documento por meio da equação "Documento = recurso + esquema de utilização" e a gênese documental da seguinte maneira:

Figura 1: Representação Esquemática da Gênese Documental



Fonte: Gueudet e Trouche (2015, p. 8)

Assim como os recursos, os documentos se articulam entre si e se estruturam em torno do objeto matemático, dos objetivos didáticos e dos esquemas de uso do professor, formando o *sistema documental*.

No desenvolvimento da tese trabalhamos com este conceito de documento, no entanto, na etapa da pesquisa que apresentamos neste artigo restringimo-nos à classificação dos recursos em material e não-material, bem como na relação que o professor faz entre eles.

Procedimentos Metodológicos

Apresentamos os dados produzidos junto a um professor que ensina Matemática em uma turma de EJA Campo de uma escola sediada em uma comunidade camponesa da Região do Agreste Setentrional de Pernambuco. A comunidade se situa às margens de uma rodovia estadual, cuja economia deriva das atividades comerciais desenvolvidas pelos(as) moradores(as) ao redor da rodovia. Na ocasião, a escola tinha 38 anos e atendia 425 estudantes do Ensino Fundamental nos turnos da manhã e tarde. A turma da EJA Campo funcionava no turno da noite com 19 estudantes. No primeiro contato com o professor apresentamos as ideias gerais da pesquisa e, em observância das normas éticas, firmamos um termo de confidencialidade e de compromisso com o anonimato do professor e, em decorrência, da escola, da comunidade e sua localização municipal.

Os dados da pesquisa foram produzidos em 2019, antes da pandemia causada pela Covid-19, por meio dos seguintes instrumentos: (a) uma entrevista semiestruturada (GIL, 2008); (b) apresentação, pelo professor, dos recursos disponíveis; (c) produção, também pelo professor, de uma representação esquemática de seus recursos. A escolha destes instrumentos está ancorada na Metodologia da Investigação Reflexiva, adotada pela ADD (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2020), que permite ao professor refletir sobre sua prática e o próprio trabalho documental.

- A *entrevista* foi realizada nas dependências da escola e em horário em que o professor não estava na sala de aula com os(as) estudantes, com objetivo de obter informações sobre os recursos que ele dispunha na escola.
- A *apresentação dos recursos pelo professor* teve a finalidade de mapear os recursos disponíveis na escola e utilizados na proposição dos ambientes de aprendizagem. Orientamos o professor a gravar a apresentação em vídeo e a comentar como utilizava cada recurso nos planejamentos e nas aulas.
- A *representação esquemática dos recursos* buscou favorecer a externalização e a reflexão por parte do professor.

Os dados obtidos por meio dos três instrumentos foram organizados e analisados a partir das seguintes categorias: *recursos materiais; recursos não-materiais;* e *relações estabelecidas pelo professor entre os recursos.*

Primeiros Achados da Pesquisa

Antes de adentrar na questão dos recursos, apresentamos, em síntese, o perfil de formação e experiência profissional do professor. Ele é licenciado em Matemática e tem especialização *lato-sensu* em Avaliação da Aprendizagem. Na ocasião, tinha 31 anos de experiência com o ensino de matemática, sendo 28 ensinando em turmas da EJA. O professor participou de ações de formação continuada promovidas pela Secretaria de Educação do Município, porém, informou que nunca havia participado de formações voltadas, especificamente, ao ensino na EJA ou sobre a Educação do Campo.

As análises mostram que o professor dispõe na escola, e fora dela, de uma diversidade de recursos, conforme apresentamos no *Quadro 1*.

Quadro 1: Recursos citados pelo professor da EJA – Campo

Recursos Materiais			**Recursos não-materiais**
Quadro (lousa) Computador Vídeo-Projetor Pesquisas na Internet Livro didático Currículo Planejamento fornecido pela Secretaria de Educação	Atividades pesquisadas na internet e impressas em papel Atividades pesquisadas na internet e projetadas ou escritas no quadro Revista com anúncios de vendas de produtos Panfletos com anúncios de vendas de produtos	Materiais reciclados: pneus, madeira e retalhos) Ambientes da Escola: sala de aula, quadra, pátio Instrumentos de medida de comprimento: régia graduada e trena Materiais concretos: palitos de churrasco, ligas de borracha, caixas de papelão Planta baixa da casa do(a) aluno(a) desenhada por ele(a)	Exposição Trabalho em grupo Avaliação Conhecimentos dos(as) estudantes

Fonte: acervo da pesquisa

Analisamos os recursos apresentados no quadro em função das categorias que delimitamos.

Recursos materiais

As respostas do professor mostram a predominância *recursos materiais*, sobretudo, daqueles que associamos aos objetos do dia a dia. Os recursos associados à tecnologia, a exemplo do computador, eram utilizados na preparação das aulas para pesquisar, elaborar ou modificar as atividades. O uso do computador na sala de aula estava associado ao vídeo-projetor para possibilitar a visualização das atividades propostas.

O livro didático foi um dos principais recursos citados pelo professor que os utilizava para escolher a maioria das atividades matemáticas, embora, por vezes, a escolha resultasse de pesquisas na internet. Após selecioná-las, o professor realizava as modificações, quando considerava necessário, no intuito de aproximá-las das realidades dos(as) estudantes, como mostra o extrato da entrevista:

> *Professor*: eu olho e vejo dentro do livro didático o que tem e que pode ser colocado, aí eu associo coisas… é aqui, exemplos, porque aí é do conhecimento deles, mas sou eu que trago... São exemplos do cotidiano, tentando fazer uma associação.

As atividades selecionadas e/ou modificadas eram impressas em papel ou escritas no quadro. No desenvolvimento das aulas, segundo suas palavras, o professor buscava integrar aspectos do cotidiano dos(as) estudantes, pessoas jovens e adultas, a exemplo de questões financeiras que envolvem o cálculo de juros. Para isto, ele utilizava "revistas com vendas", assim denominadas por trazerem anúncios de produtos e panfletos com divulgação de empréstimos. O professor justificou estas escolhas da seguinte maneira:

> *Professor*: na verdade, porque eles fazem empréstimos no dia a dia, é um empréstimo simples porque as vezes até quem empresta não sabe o que é juros compostos [...] a gente dá exemplos de uma compra de uma TV, de uma compra de uma geladeira, de uma compra de um celular que aí é diferente, neste sentido. A gente tenta mostrar para eles que embora sejam fixas as parcelas, mas ali está embutido os juros.

Ambientes da escola também eram utilizados como recurso para trabalhar conteúdos geométricos e também instrumentos de medida, a exemplo das réguas graduadas e trenas. Porém, nem sempre os recursos eram disponibilizados pela escola e, nestes casos, tanto o professor quanto os(as) estudantes providenciavam recursos como palitos de churrasco e ligas de borracha para representar sólidos geométricos. Outras vezes, os recursos eram construídos pelos(as) estudantes, a exemplo da planta baixa de suas respectivas casas para trabalhar os conceitos de área e perímetro.

Recursos não-materiais

Os conhecimentos mobilizados pelos(as) estudantes, citados com frequência pelo professor, são exemplos de *recursos não-materiais*. Ele ponderou que é preciso considerar no planejamento as atividades profissionais que os(as) estudantes desenvolvem no cotidiano e relacioná-las aos conteúdos matemáticos. Os(as) estudantes podem interagir e modificar as atividades durante as aulas em função de suas próprias experiencias. O extrato da entrevista que segue representa esta opção:

> *Professor*: como a gente tem a turma, ela é uma turma que não é homogênea, você tem pessoas que atuam em áreas diferentes, né? Tem gente que é costureira, tem gente que é agricultor, tem gente que é e de comércio, tem gente que é motorista. Quando você parte para uma área que vai trabalhar a questão de velocidade com eles, eles têm muito o que falar. Tem gente que conta história e… você fala um assunto e ele fala do vizinho, da questão toda. Então tudo isso tem uma… que pode ter uma situação. Então, eu trago, mas às vezes eles já vêm com outras situações também para serem trabalhadas.

As modificações que o professor realiza nas atividades dos livros didáticos também objetivam aproximá-las das realidades dos(as) estudantes:

> *Professor:* quando eu olho que o assunto [conteúdo matemático] tem uma importância... que é importante, por exemplo, o pessoal que mora no campo precisa conhecer volume, ele precisa conhecer área porque eles trabalham com isso na plantação. Eles trabalham com isso, como pedreiro, esses trabalham… a questão de medidas tem que ser bem explorada, a questão de cálculos com decimais porque eles trabalham com a questão de dinheiro, essa questão toda... Então, essa parte eu exploro mais, eu trabalho mais do que as outras coisas de modo geral. Porque além de motivá-los, porque eles estão vendo uma coisa do dia a dia, eu vejo a questão da utilidade.

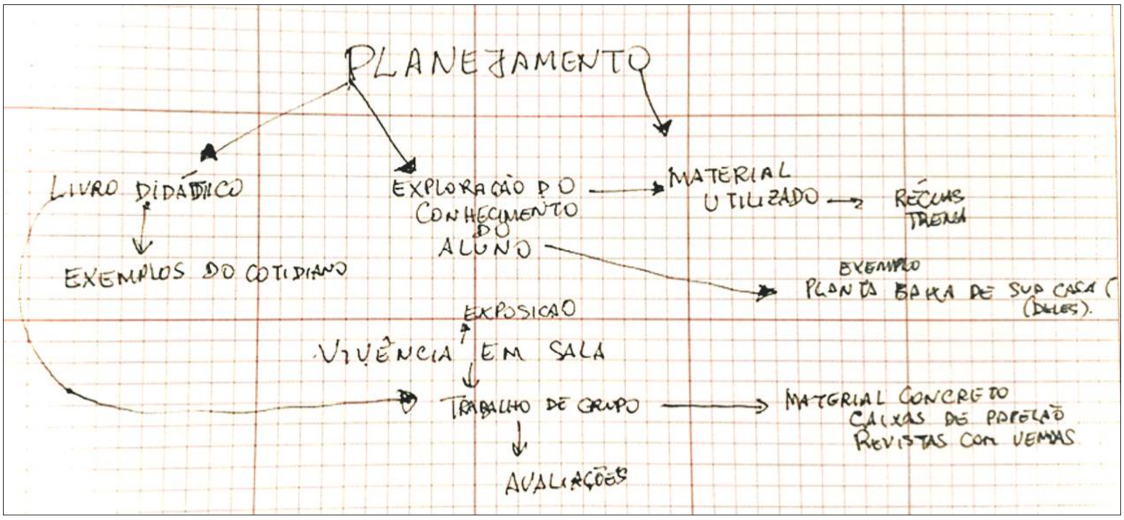
Como se pode observar nestes extratos, a escolha do conteúdo a ensinar é orientada pelo conhecimento que ele tem dos(as) estudantes da EJA Campo e das atividades profissionais que desenvolvem, a exemplo da atividade de costureira, agricultor, pedreiro ou comerciante. Em razão disto, o professor considera que conteúdos como volume, área e números decimais precisam ser bem trabalhados, de uma parte, para motivar os(as) estudantes e, de outra, para que os conteúdos matemáticos estudados sejam utilitários para a vida cotidiana.

Cabe esclarecer que o professor tem acesso a um planejamento fornecido pela Secretaria de Educação do Município, no entanto, ele opta por flexibilizá-lo na construção do planejamento para priorizar os conteúdos matemáticos que melhor se aproximam das realidades dos(as) estudantes. Esta escolha dá indícios da relevância que o professor atribui aos conhecimentos da vida real na seleção dos conteúdos a ensinar na EJA Campo.

Relações estabelecidas pelo professor entre os recursos

Para analisar as relações que o professor estabelece entre os recursos, partimos da representação esquemática que ele desenhou:

Figura 2: Representação esquemática dos recursos apresentados pelo professor



Fonte: Acervo da Pesquisa

O professor parte do planejamento para apresentar os demais recursos em níveis que estão associados por meio de setas. A maior parte dos recursos se relacionam, ora verticalmente ora horizontalmente, com outros destacados pelo professor no seu desenho. Por vezes, dois recursos representados em um mesmo nível parecem ser desdobramentos um do outro, a exemplo de "material utilizado", "réguas" e "trenas". Outras vezes a associação entre os recursos parece representar, de fato, uma relação entre eles, como nos casos do "livro didático" e "exemplos do cotidiano"; e "livro didático" e "trabalho em grupo". Para o professor, o trabalho em grupo no ensino em turmas de EJA Campo pode contribuir para criar um ambiente de valorização do esforço dos(as) estudantes, principalmente, daqueles(as) que apresentam uma maior dificuldade na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Observamos que a representação dos recursos construída pelo professor coaduna com o que relatou na entrevista sobre a relevância de ensinar a partir de aspectos que emergem das realidades dos(as) estudantes. O conhecimento sobre elas impulsiona a modificação de certos recursos selecionados, por meio do trabalho documental.

Considerações Finais

As primeiras análises evidenciam os recursos materiais e não-materiais que compõem o sistema de recursos do professor, embora haja predominância dos primeiros.

O livro didático desempenha um papel de destaque entre os recursos mapeados, na medida em que fornece a maioria das atividades selecionadas para o ensino na EJA Campo.

Ao modificar algumas atividades, com o intuito de melhor aproximá-las às realidades dos(as) estudantes, o professor passa a nominá-las de "exemplos do cotidiano". O protagonismo do livro didático, entre os recursos, pode ser consequência da facilidade de acesso em razão do *Programa Nacional do Livro Didático* (PNLD) – que distribui gratuitamente livros aos(às) estudantes e professores(as) da educação básica pública no Brasil – como também da consolidação deste recurso entre os(as) professores(as). Embora minoritária, a escolha das atividades também é realizada por meio de buscas na internet e, por vezes, são modificadas com a mesma finalidade de trabalhar as realidades dos(as) estudantes.

Os recursos que associados aos objetos do dia a dia também têm a característica da acessibilidade e auxiliam o professor no processo de modificação de atividades selecionadas. Embora não se refira explicitamente à Educação do Campo, o professor destaca algumas atividades profissionais exercidas pelos(as) estudantes que são próprias da vida no Campo. Conjecturamos que ao relacionar o ensino dos conteúdos matemáticos a tais atividades, aspectos como a valorização da identidade camponesa, saberes, cultura e trabalho – que estão entre os fundamentos da Educação do Campo – podem ser contemplados.

À guisa de conclusão, enfatizamos que a pesquisa em desenvolvimento ainda tem um percurso importante a percorrer, razão pela qual não apresentamos a reflexão do professor sobre sua própria prática tampouco a atividade formativa que dela decorre. Os resultados que contemplam estes aspectos, entre outros, serão objetos de futuras publicações.

Referências

ADLER, J. Conceptualising Resources as a theme for teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**. V. 3, p. 205–224, 2000. Disponível em: < https://www.researchgate.net/profile/Jill-Adler/publication/225848263_Conceptualising_Resources_as_a_Theme_for_Teacher_Education/links/5859111d08aeffd7c4fcd854/Conceptualising-Resources-as-a-Theme-for-Teacher-Education.pdf?origin=publication_detail>. Acesso em: 30 ago. 2021.

ARROYO, M. G. **Passageiros da noite**. Do trabalho para a EJA: itinerários pelo direito a uma vida justa. Petrópolis, RJ: Vozes, 2017.

BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. Compreender o Trabalho do Professor com os Recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019. Disponível em: < https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/300/204>. Acesso em: 30 ago. 2021.

CALDART, R. S. Educação do Campo. In: CALDART, R. et al. (Orgs.). **Dicionário da Educação do Campo.** Rio de Janeiro: Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio, São Paulo: Expressão Popular, 2012. p. 259-267.

FREIRE, P. Ação cultural para a liberdade. 5. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra,

1981.

_______. **Pedagogia da Esperança**: um reencontro com a pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.

GIL, A. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GUEUDET, G., TROUCHE, L. Vers de nouveaux systèmes documentaires pour les professeurs de mathématiques ? In: Bloch I. et Conne F. (eds.), **Actes de la XIVème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques**. p. 1-26. 2008 – La Pensée Sauvage – Editions. Disponível em :< https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00459440/document>. Acesso em: 28 jun. 2021.

_______. Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana.** Vol. 6, n.3, 2015. Disponível em:<https://periodicos.ufpe.br/revistas

/emteia/article/view/2243>. Acesso em: 13 out. 2020.

MUNARIM, A. Movimento Nacional de Educação do Campo: uma trajetória em construção. **Anais da 31ª Reunião Anual da Anped.** Caxambu-MG, 2008. Disponível em: <http://31reuniao.anped.org.br/1trabalho/GT03-4244--Int.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2020.

SILVA, J. P.; LIMA, I. M. S. A Abordagem Documental do Didático nas publicações em periódicos nacionais e internacionais. In IGLIORI, S. B. C. **Compreender o trabalho dos professores brasileiros do ensino básico**: uma abordagem pelos recursos. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2021, p. 17-40. Disponível em <https://openaccess.blucher.com.br/article-details/01-22641>. Acesso em: 30 jun. 2021.

SKOVSMOSE, O. Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica. Campinas, SP: Papirus, 2008.

______. Um convite à Educação Matemática Crítica. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus, 2014.

TROUCHE, L. Comprender el trabajo de los docentes a través de su interacción con los recursos de su enseñanza - una historia de trayectorias. **Educación Matemática**, v. 30, n. 3, p. 9-40, 2018. Disponível em: < https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01943610/document>. Acesso em: 28 jun. 2021.

TROUCHE, L.; GUEUDET, G.; PEPIN, B. A abordagem documental do didático. **DAD-Multilingual**, 2020. hal-02664943v2. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02664943v2> Acesso em: 13 out. 2020.

VERGNAUD, G. The Theory of Conceptual Fields. **Human Development**. N. 52, p. 83–94, 2009.

Relações de Colonialidade que Atravessam Experiências com Matemática(s): tensionando o debate sobre formação de professores

Colonial Relations that Cross Experiences with Mathematics(s): tensioning the debate on teacher education

Diego Matos
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO)
diego.matos@uniriotec.br

Victor Giraldo
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
victor.giraldo@gmail.com

Wellerson Quintaneiro
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET-RJ)
profmatwellerson@gmail.com

Resumo
Este texto apresenta resultados de uma pesquisa de doutorado que teve como objetivo deslocar os debates sobre formação de professores de matemática a um terreno político, por meio: (a) de reflexões sobre colonialidade que interpelem a literatura de formação de professores; e (b) da identificação de discursos de resistência em experiências de estudantes com matemática(s), mobilizadas no decorrer de seus percursos formativos em contextos institucionais de educação (escola básica e universidade). A pesquisa se estrutura em torno de três estudos empíricos, cujos resultados emergem da investigação sobre relações de colonialidade que atravessam experiências de licenciandos e estudantes da escola básica com matemática(s) e contemplam, também, contribuições teóricas resultantes de tensionamentos na literatura sobre formação de professores, fundamentadas em uma opção decolonial. Os dados do primeiro estudo foram produzidos por meio de narrativas de estudantes do 1º ano do ensino médio de uma escola pública federal do Rio de Janeiro, sobre suas experiências com matemática(s). Os dois estudos seguintes foram produzidos com estudantes da licenciatura em matemática de uma universidade pública federal do Rio de Janeiro, a partir de narrativas sobre suas experiências com matemática(s) na escola e na licenciatura, e de grupos focais que promoveram uma discussão sobre as experiências relatadas. No recorte proposto neste texto, atravessamos os três estudos empíricos, embora com ênfase nos dados produzidos com licenciandos, que apontam o paradoxo entre uma valorização social do conhecimento matemático e uma desvalorização social da profissão docente, denunciando o entrelaçamento entre a colonialidade do saber e do ser na formação de professores de matemática.

Palavras-chave: Formação de professores de matemática; Colonialidade; Decolonialidade; Política.

Abstract
This paper presents results of a doctoral research that aimed to shift the debates on mathematics teachers' education to a political terrain, through: (a) reflections on coloniality that interpallate teachers' education literature; and (b) the identification of resistance discourses in students' experiences with mathematics mobilized during their educational pathways, in institutional instructional contexts (school and university). The research is structured around three empirical studies, whose results emerge from the investigation on coloniality relations that permeate experiences of prospective teachers and school students with mathematics, and also contemplate theoretical contributions resulting from tensioning the literature on teachers' education from the perspective of a decolonial option. The data from the first study were produced through the narratives of secondary students from a federal public school in Rio de Janeiro, on their experiences with mathematics. The

other two studies were conducted with prospective mathematics teachers from a federal public university in Rio de Janeiro, based on narratives on their experiences with mathematics from school and from university, and on focus groups in which these narratives were discussed. In the outline presented in this paper, we go across these three empirical studies, although with greater emphasis on data produced with the prospective teachers, which reveal the paradox between a social appreciation of mathematical knowledge and a social depreciation of the teaching profession, exposing the intertwining between coloniality of knowledge and coloniality of being in mathematics teachers' education.

Keywords: Mathematics Teachers Education; Coloniality; Decoloniality; Politics.

Tensionamentos no Debate sobre Formação de Professores de Matemática

No atual cenário que vivenciamos no Brasil, a crise provocada pela pandemia de COVID-19 não expõe apenas o descaso político com as vidas perdidas, mas uma *necropolítica* (MBEMBE, 2018) que, em um interesse capitalista, dentre outras ações, incentiva o uso de "placebos" para manutenção de atividades econômicas. A centralidade no capital em detrimento da vida se configura como uma política de morte, fazendo com que pessoas se contagiem por um vírus mortal ou acreditem que estão seguras tomando medicações sem eficácia na prevenção e no controle da doença em questão. Mediante estratégias como estas, tal projeto de poder se estrutura em torno do desmonte da ciência e da educação brasileira.

Embora o presente artigo aborde uma pesquisa realizada anteriormente a esse momento, seus resultados se articulam com uma dinâmica política da educação, denunciando ramificações de um projeto que ameaça a afirmação da profissão docente, para além de um contexto político eventual. Nesse sentido, demarcamos que qualquer debate epistemológico sobre formação de professores não está dissociado de política, sobretudo quando consideramos, como apontado por Tardif, Lessard e Lahaye (1991), que os saberes docentes, no contexto da modernidade ocidental, são paradoxalmente situados como saberes estratégicos para a constituição da sociedade e, ao mesmo tempo, como saberes desvalorizados socialmente.

Como destacado nas últimas décadas pela literatura de pesquisa sobre formação de professores, a caracterização de uma epistemologia própria da prática profissional representa o cerne do movimento de profissionalização (TARDIF, 2000). No contexto brasileiro, mais especificamente na formação de professores de matemática, diversos pesquisadores têm se debruçado sobre essa questão, a partir do seguinte questionamento: *Qual é o lugar da matemática na formação de professores de matemática?* (MOREIRA; FERREIRA, 2013; FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013).

Destacamos essa temática como exemplo, entre tantos outros, da consolidação de uma agenda que foi (e continua sendo) fundamental para o fortalecimento do campo de pesquisa e para a afirmação da condição profissional do professor. Compreendendo a formação de professores de matemática como um campo de pesquisa em movimento, em Matos e Quintaneiro (2019), propomos deslocar esse debate para um terreno político que tensione os discursos sobre saberes matemáticos para o ensino. Assumimos uma opção decolonial que visa a reconhecer o processo de colonialismo histórico como constituinte de quem somos, fundamentando-nos em autores que denunciam a *colonialidade* (QUIJANO, 2000) como um padrão de poder que emergiu do colonialismo e sobreviveu a ele, manifestando-se a partir do entrelaçamento entre poder, saber e ser como eixos que atuam na constituição e na organização do conhecimento e das subjetividades.

Como afirmamos em Giraldo e Fernandes (2019), propomos um giro epistêmico no debate sobre formação de professores de matemática, que se materializa a partir da inversão dos protagonismos de narrativas hegemônicas e da reivindicação da primeira pessoa dessa narrativa a indivíduos invisibilizados pelos traços e feitos da colonialidade. A opção decolonial que assumimos, em diálogo com o movimento proposto nas últimas décadas pela literatura de pesquisa sobre formação de professores de matemática, nos leva a deslocar a pergunta que tem orientado esse debate, sob outro paradigma de enunciação: *Que lugares são invisibilizados pela matemática na formação de professores de matemática?* (MATOS; GIRALDO; QUINTANEIRO, 2021a). Esse deslocamento tensiona o foco no debate sobre os saberes docentes, ao refletir, a partir da delimitação dessas fronteiras de conhecimento, sobre possíveis apagamentos de epistemologias outras que são situadas como não-saberes docentes na formação de professores de matemática.

Neste texto, apresentamos um recorte da pesquisa de doutorado (MATOS, 2019) do primeiro autor, sob orientação dos outros dois autores, que teve como objetivo deslocar os debates sobre formação de professores de matemática a um terreno político, por meio: (a) de reflexões sobre colonialidade que interpelem a literatura de formação de professores; e (b) da identificação de discursos de resistência em experiências de estudantes com matemática(s)[1] mobilizadas, no decorrer de seus percursos formativos, em contextos

[1] No contexto desta pesquisa, a opção pelo uso do termo "matemática(s)" demarca uma posição política que se opõe à imposição de uma matemática única, no singular, cristalizada em narrativas que se apresentam como

institucionais de educação (escola básica e universidade). Destacamos que os resultados desta pesquisa não emergem apenas de sua natureza empírica, mas também de articulações teóricas que apontam perspectivas decoloniais para a formação de professores de matemática, apresentadas, em parte, na seção seguinte e ampliadas em outras publicações (MATOS; QUINTANEIRO, 2019; GIRALDO; MATOS; QUINTANEIRO, 2021; MATOS; GIRALDO; QUINTANEIRO, 2021a, 2021b).

Uma Opção Decolonial

O debate decolonial proposto por autores latino-americanos vinculados à Rede Modernidade/Colonialidade vem se consolidando desde a caracterização da *colonialidade do poder* (QUIJANO, 2000) como parte de um projeto civilizatório eurocêntrico de dominação, que opera por meio da naturalização de hierarquias raciais e sociais, estruturadas em torno de categorias de "raça". O colonialismo nas Américas é reivindicado como marco para a desconstrução de uma narrativa sobre a modernidade que situa a Europa como centro da experiência mundial, na qual são omitidas as violências físicas e epistêmicas que sustentam essa versão de mundo moderno.

Dussel (1992) expõe o *mito da modernidade* eurocêntrica como uma falsa narrativa que naturaliza a existência de uma sociedade moderna tomada como referência, condicionando como "primitivos" outros povos, epistemologias e modos de existência. Nesse sentido, a colonialidade enfatiza a perpetuação do projeto moderno/colonial nos tempos atuais – ainda que não exista, explicitamente, a dominação territorial e econômica de uma nação sobre outra –, enraizado por meio da reprodução de traços e efeitos da experiência colonial.

Walsh (2013) afirma a *decolonialidade* como uma posição epistemológica e política de luta permanente, que incorpora, como verbalidade, posturas de resistência, insurgência e transgressão, em um tom de denúncia que não se apresenta desvinculado de sua dimensão propositiva e de ação. O movimento decolonial proposto por Walsh (2017) envolve uma prática de *desaprender* a pensar desde o universo da totalidade e *reaprender* para

únicas opções e que omitem intencionalidades de apagar e de desqualificar formas outras de produção de saberes e de discursos matemáticos.

(re)construir o ser, atuando em rachaduras do projeto colonial e se apropriando de suas brechas para semear possibilidades outras.

Na agenda decolonial de pesquisa que se desenha na formação de professores de matemática, Giraldo e Fernandes (2019) nos convocam a tratar a matemática como desobediência político-epistêmica, de modo a tensionar o lugar que a matemática ocupa na edificação de um projeto político de formação de professores. Já em Matos, Giraldo e Quintaneiro (2021a), lançamos o alargamento de gramáticas como contragolpe ao rigor da matemática acadêmica, frequentemente apresentada como linguagem universal, ocupando vazios por ela deixados com outras formas de (re)pensar e de (re)existir. Nessa direção, a seguir, ampliamos esse movimento para a literatura de pesquisa sobre formação de professores, interpelando seus autores, à luz da opção decolonial, com respeito àquilo que seus discursos podem omitir ou apagar.

Uma das temáticas amplamente destacada no campo de pesquisa está relacionada ao distanciamento entre as práticas matemáticas realizadas na escola básica e as práticas matemáticas que ocorrem na formação de professores. Desde 1908, o matemático Felix Klein já criticava esse distanciamento, reconhecendo o papel importante da escola na produção da matemática como ciência, ao estabelecer um terreno cultural que determinará caminhos para a produção de novos conhecimentos.

Em Matos e Quintaneiro (2019), destacamos que Klein se baseia em ideias iluministas que descrevem um processo de elementarização do conhecimento, situando a escola em um *lugar estratégico* para o progresso da matemática como ciência. Ao tomar o conhecimento científico como referência para pensar a escola e a formação de professores, consideramos que Klein manifesta traços da colonialidade do saber, promovendo o apagamento de saberes próprios que são produzidos nesses espaços e que não se restringem à matemática científica. Walsh (2008) descreve a *colonialidade do saber* como o posicionamento que impõe epistemologias hegemônicas – referenciadas em culturas brancas e europeias – como perspectiva única de conhecimento, desconsiderando a existência de sabedorias que se referenciam em racionalidades epistêmicas diferentes dessa.

Em contrapartida, outras perspectivas teóricas discutem os saberes docentes necessários ao ensino (SHULMAN, 1986; BALL; THAMES; PHELPS, 2008), reconhecendo a existência de uma epistemologia própria da prática profissional do professor

(TARDIF, 2000). Os construtos *conhecimento pedagógico de conteúdo*, cunhado por Shulman (1986), e *conhecimento matemático para o ensino*, apresentado por Ball, Thames e Phelps (2008), foram fundamentais para o movimento de profissionalização docente, ao reconhecerem e legitimarem conhecimentos específicos do professor.

Em nossa leitura, as categorias de conhecimento propostas por esses autores podem sugerir uma estrutura fixa e prescritiva sobre o conhecimento que professores de matemática necessitariam na ação de sua prática. Neste debate sobre categorias que prescreveriam os saberes docentes, emerge o questionamento sobre o que é silenciado como não-saberes docentes ou, ainda, sobre a invisibilização de indivíduos cujos saberes não estão inseridos nas competências que constituiriam o ser professor de matemática. Destacamos, portanto, que as hierarquias produzidas pelas fronteiras que delimitam a colonialidade do saber promovem, de forma articulada, hierarquias entre indivíduos, enraizadas na manifestação da colonialidade sobre o ser. Maldonado-Torres (2007) descreve a *colonialidade do ser* como a dimensão ontológica da colonialidade, operando por meio da imposição de indivíduos sobre outros, que se apropriam das dinâmicas e dos discursos de poder que possuem para promover a inferiorização de sujeitos.

Reivindicamos, portanto, o alargamento do debate sobre formação de professores de matemática, incentivando subversões do pensamento moderno-colonial, para visibilizar tantas outras possibilidades de enunciação. Nesse sentido, consideramos que "a principal contribuição do trabalho de Shulman (1986), portanto, se materializa ao apontar uma lacuna que denuncia o apagamento de um domínio de conhecimento de conteúdo próprio do professor" (MATOS; QUINTANEIRO, 2019, p. 569). Corroboramos com Noddings (1992) que a expressão *conhecimento pedagógico de conteúdo* é mais um grito de guerra político, que fortalece agendas de pesquisa de resistência e de afirmação da profissionalização docente, do que, necessariamente, um rótulo para um corpo de conhecimento.

Caminhos Metodológicos da Pesquisa

A pesquisa qualitativa relatada neste texto envolveu dois contextos distintos de produção de dados empíricos, determinando uma etapa com estudantes da escola básica e duas etapas com professores em formação na licenciatura em matemática. Considerando o objetivo de deslocar os debates sobre formação de professores de matemática a um terreno político, destacamos a principal questão de investigação que orientou os estudos: *De que maneira experiências de estudantes com matemática(s) na escola básica e na licenciatura podem revelar (ou viabilizar a produção de) espaços de resistência a relações de colonialidade nesses contextos institucionais (escola básica e licenciatura)?*

O primeiro estudo empírico foi realizado com estudantes de seis turmas do 1º ano do ensino médio de uma escola pública federal do Rio de Janeiro, onde o primeiro autor atuava, naquele momento, como professor de matemática. Nesta etapa, os estudantes deveriam produzir uma narrativa, a partir da seguinte pergunta disparadora: *Qual é sua visão sobre a matemática ensinada na escola durante o ensino fundamental, desde a iniciação no 1º ano até sua conclusão no 9º ano*? Os estudantes ainda entregavam, na aula seguinte, um desenho que sintetizasse o que haviam escrito. A estrutura metodológica desta etapa se fundamenta na perspectiva de Larrosa (2004), considerando que as redações, como formas discursivas, representavam narrativas por meio das quais os estudantes davam sentido a suas experiências.

No recorte apresentado neste texto, daremos mais ênfase aos resultados do estudo empírico realizado com professores em formação no curso de licenciatura em matemática de uma universidade pública federal do Rio de Janeiro. O desenho metodológico deste estudo definiu duas etapas, realizadas em momentos distintos, que se caracterizaram a partir de dois instrumentos: narrativas e grupos focais. Na primeira etapa do estudo com licenciandos, solicitamos a 35 estudantes da licenciatura em matemática que produzissem narrativas sobre suas experiências com matemática(s) na escola e na licenciatura, que fossem representativas de suas vivências nesses espaços.

Em uma segunda etapa, realizamos dois grupos focais com 16 desses participantes (um grupo com 9 e outro com 7 licenciandos), que ocorreram simultaneamente e tiveram duração aproximada de duas horas, sendo transcritos na íntegra a partir de suas gravações em vídeo. Creswell (2007) descreve os grupos focais como entrevistas com seis a oito participantes que envolvem um número reduzido de perguntas abertas e não-estruturadas, cujo objetivo é extrair visões e opiniões dos participantes sobre o tema discutido. Com base nessa perspectiva, nossa escolha pelos grupos focais tinha como objetivo confrontar as diferentes experiências com matemática(s) vivenciadas pelos participantes na escola e na licenciatura.

Na composição de cada grupo focal, contamos com a presença de um mediador, de um relator e de dois observadores. Em sua dinâmica, o mediador conduzia a discussão, com base nas perguntas abertas definidas em um roteiro prévio; o relator produzia um relatório sobre as principais questões discutidas, referendado pelos participantes em seu término; e os observadores tomavam nota de não-ditos e demais aspectos relevantes sobre o contexto da discussão.

Durante o processo de análise de dados, nos dois estudos empíricos, utilizamos a análise do discurso para nos posicionarmos no entremeio entre a descrição e a interpretação do discurso dos participantes, “em uma posição deslocada que permite contemplar o processo de produção de sentidos em suas condições” (ORLANDI, 2009, p. 60). Optamos pela análise do discurso por considerarmos que a linguagem utilizada pelos participantes nas narrativas e nos grupos focais não é transparente, encobrindo assujeitamentos de outros discursos (ORLANDI, 2009). Nesse processo, utilizamos a paráfrase como recurso para produzir formações discursivas que desloquem o sentido das falas dos participantes para outros lugares, à luz da perspectiva decolonial, não no intuito de revelar uma verdade oculta atrás do texto, mas de problematizar não-ditos e possíveis condições de produção dos discursos enunciados.

Análise de Dados e Resultados

O recorte apresentado neste texto tem como foco a investigação com professores em formação na licenciatura em matemática. Entretanto, em determinados momentos desta análise, apresentamos dados do estudo empírico realizado com estudantes da escola básica, para dialogar com as falas produzidas pelos licenciados. Nesta seção, destacaremos dois eixos de análise: (1) a valorização social do conhecimento matemático e (2) a desvalorização social da profissão docente, com o intuito de investigarmos o entrelaçamento entre a colonialidade do saber e do ser e seus efeitos na formação de professores de matemática.

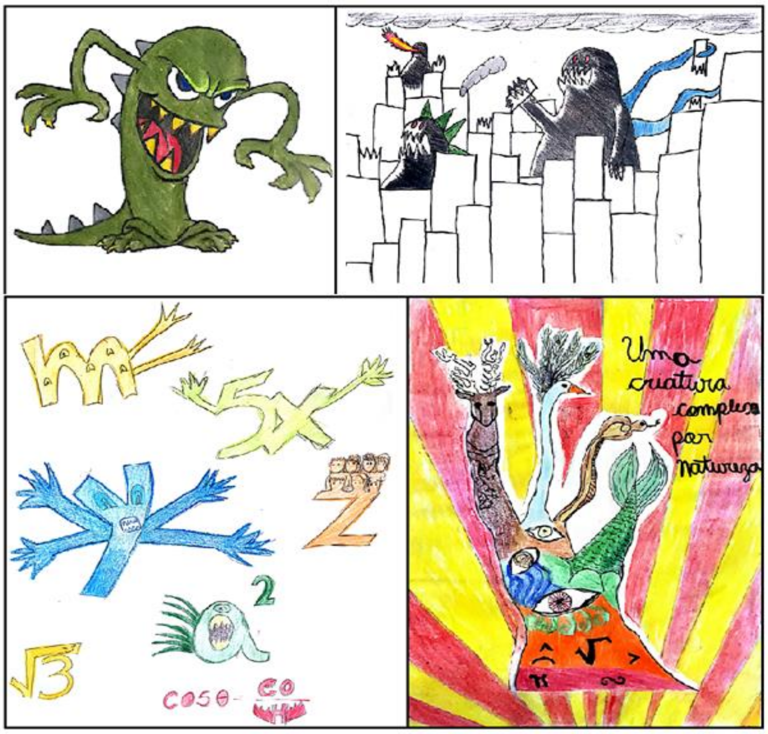
No primeiro eixo, evidenciamos a valorização social do conhecimento matemático, destacada pelos participantes nos grupos focais, denunciando uma hierarquia de saberes reproduzida socialmente, na qual a matemática estaria posicionada em patamar superior. Compreendemos o episódio relatado por André como uma manifestação da colonialidade do saber, ao promover, como afirma Walsh (2008), uma “ordem de conhecimento” que organiza, de maneira linear e hierárquica, não somente conhecimentos como também indivíduos, quando estabelece que determinadas pessoas seriam mais "aptas" a pensar do que outras.

André: *Uma vez, uma nutricionista virou para mim e perguntou: "Você faz o quê?". Eu disse que faço matemática e ela disse: "Nossa! Você é muito inteligente!". E eu: "Você também é!" [risos gerais]. É muito engraçado! A sociedade criou esse estigma.*
Bernardo: *Por ser uma matéria muito específica e poucas pessoas se interessarem, até pelo modo como ela é passada, você tem a ideia de que essas poucas pessoas são geniais, inteligentíssimas. E não. Do mesmo modo [...] que a própria nutricionista fala que você é um gênio, a gama de conhecimento que tem que ter para ser uma nutricionista, nesse caso aí, é absurda. Então, ela [matemática] é supervalorizada. Eu acho que isso foi um conceito que entrou na sociedade totalmente do boca-a-boca.*
Juliana: *Eu acho que já está muito encravado na sociedade.*
Bernardo: *Isso já vem de muito tempo. Até porque aqueles que eram considerados os gênios antigamente pensavam, justamente, sobre explicar esses fenômenos matematicamente e fisicamente. Então, se deu a ideia de que quem sabe essa matéria é gênio, tanto quanto os grandes filósofos na Grécia Antiga.*

Em nossa análise, consideramos que as falas de Juliana e Bernardo situam essa valorização social da matemática no marco da modernidade eurocêntrica, ao evidenciarem a colonialidade como algo "encravado na sociedade", ramificando-se com base na narrativa estruturante de um projeto de poder que atravessa o tempo e constrói "a ideia de que quem sabe essa matéria são gênios, tanto quanto os grandes filósofos na Grécia Antiga". Destacamos, ainda, os efeitos que a colonialidade produz sobre o ser, ao hierarquizar indivíduos por meio de rótulos como "gênios" ou "muito inteligentes", expondo a dimensão da colonialidade do ser destacada por Maldonado-Torres (2007), que articula, de forma indissociável, o ordenamento epistêmico dos seres e a constituição de suas subjetividades.

Esse entrelaçamento entre a colonialidade do saber e do ser também foi evidenciado na pesquisa realizada com estudantes da escola básica, onde diversas narrativas e desenhos descreviam a matemática como monstros a serem vencidos, amedrontando aqueles que não dominam um conhecimento que é mais valorizado do que outros presentes na escola básica.

Figura 1: A matemática como monstro



Fonte: Matos, Giraldo e Quintaneiro (2021b)

Davi: *O que realmente me intriga não é a matemática em si e sim a importância dada a ela. Por que entender matérias tão importantes como Sociologia e Filosofia não te dá um "status"? Não desvalorizo sua importância, mas por que outras matérias como Filosofia, Sociologia e Artes não têm a mesma importância que ela? Matemática foi sempre apresentada para mim como algo muito importante, que os mais inteligentes dominam e tem facilidades com equações, etc. Mesmo eu não achando isso, a sociedade, as pessoas, as escolas reforçam tanto essa ideia que, quando tiramos uma nota ruim nessa matéria, ou nos sentimos um lixo, ou ficamos nem aí para a nota, porque sabemos que só os mais inteligentes a dominam.*

A legitimidade do conhecimento matemático não está em discussão na fala de Davi, mas sim o apagamento de outras formas de saber que, na escola, são rotuladas como "menos importantes" em uma hierarquia de conhecimentos. Segundo Walsh (2008), a colonialidade do saber construiu um lugar hegemônico de onde é possível controlar o conhecimento, regulando quem está no interior de suas fronteiras. Tais mecanismos de regulação acabam por determinar os discursos daqueles que são subalternizados por esse conhecimento de referência: "quando tiramos uma nota ruim (*em matemática(s)*), ou nos sentimos um lixo (*por não alcançar o status que almejamos nessa hierarquia de saberes*), ou ficamos nem aí para a nota, porque sabemos que só os mais inteligentes a dominam (*e podem ocupar tal lugar*)".

No segundo eixo de análise, destacamos como a valorização social do conhecimento matemático se contrapõe a uma desvalorização social da profissão docente, analisando como o professor de matemática se insere nessa hierarquia de seres e saberes. Podemos observar que, quando questionado pela nutricionista sobre seu ofício, André se refere a um corpo de conhecimento, como se isso descrevesse sua futura profissão: "Matemática". Embora André questione a valorização social do conhecimento matemático, o apagamento de sua futura profissão em detrimento da matemática como corpo de conhecimento – ao mencionar "Matemática" como sua profissão em vez de "(*professor de*) Matemática" – revela a reprodução da colonialidade mesmo por quem tenta resistir a ela.

Outra afirmação de André revela o tratamento de não-existência que professores são submetidos ao longo de sua trajetória de formação, mesmo antes de ingressarem na licenciatura: "*Eu fiz um pré-vestibular onde, na minha cabeça... na minha cabeça não, na cabeça dos professores ali, **a profissão deles não existe**. Nenhum deles falou, para quem estava naquela turma de 40 alunos, se alguém queria ser professor*". Podemos parafrasear a fala de André para sublinhar que, na verdade, "a profissão deles (*é apagada*)" pelos mecanismos de poder da colonialidade, operando por meio da invisibilização do professor, manifestada, como destacado por Maldonado-Torres (2007), na dimensão ontológica de não-existência que caracteriza a colonialidade do ser.

Nesse sentido, o apagamento de saberes próprios do professor, denunciado pelo grito político presente nos trabalhos de Shulman (1986) e Ball, Thames e Phelps (2008), se articula com dimensões pessoais sobre o que constituiria o ser professor. Leandro, ao descrever suas experiências com matemática(s), relatou discursos proferidos ao longo de seu percurso formativo na licenciatura, modificando sua própria compreensão sobre os saberes que o definiriam enquanto futuro profissional.

Leandro: *Lembro-me que uma característica dos primeiros períodos aqui é que praticamente todos os professores afirmam: "como vocês já viram isso no ensino médio, vamos a tal assunto". Ou então: "isso é matéria de ensino médio e quem não viu que corra atrás do seu prejuízo". Me senti muitas vezes o mais burro da turma porque não conseguia aprender na mesma velocidade dos outros; [...] eu, que era um aluno promissor no ensino fundamental e médio, havia me tornado um descompromissado, preguiçoso e burro. Afinal, "é fácil ver que..."; "é óbvio que...", "é trivial!". São frases e conceitos arrotados pela maioria dos professores e alunos do Instituto de Matemática. Me sentia sozinho, incapaz e desmotivado. Eu que sempre tive o sonho de ser professor, estava quase certo de que havia errado na escolha da profissão. Afinal, como eu poderia ensinar se não conseguia aprender coisas tão "elementares".*

Deslocamos a fala de Leandro a um contexto político, buscando evidenciar relações de poder que promovem a negação ontológica de suas capacidades para o exercício da docência: "como vocês já viram isso no ensino médio, vamos a tal assunto e, quem não viu, que corra atrás do seu prejuízo (*se quiser ser professor*)". Observadas desde uma opção decolonial, consideramos que a subjetivação dos discursos relatados por Leandro pode situá-lo em uma condição de não-existência enquanto futuro profissional, levando-o a duvidar não somente de suas capacidades e saberes docentes, mas também da escolha de sua profissão.

A Construção de uma Agenda Política

Os resultados da investigação empírica que comunicamos apontam um paradoxo entre a valorização social do conhecimento matemático, denunciada por licenciandos e estudantes da escola básica, e a desvalorização social da profissão docente. Conjecturamos que o aparente paradoxo possa se articular com um projeto político que: por um lado, hierarquiza disciplinas escolares como, por exemplo, Matemática e Sociologia, numa possível intencionalidade de esvaziar a discussão política em espaços escolares, apoiada numa pseudo noção de matemática singular que se realiza apesar das relações sociais; por outro lado, opera no interesse instrumental para o capital nessa disciplina, considerando que seu ensino possa ser tecnicista, com um professor técnico que não produz conhecimentos específicos em sua atividade profissional.

Para além dos estudos empíricos, também destacamos, como resultados da pesquisa, as contribuições teóricas emergentes de tensionamentos no debate sobre formação de professores de matemática, promovidos a partir de uma opção decolonial que intenciona deslocá-lo a um terreno político. Consideramos que o alargamento desse debate tem potencial para deslocar as reflexões sobre formação de professores de matemática a outros lugares, no âmbito de cenários políticos que problematizem a natureza dos saberes docentes, a quem esses saberes servem e para que escola(s) os professores são formados.

Nesse sentido, consideramos que a principal contribuição desta pesquisa não se materializa, simplesmente, em seus resultados, mas na ruptura que propõe e na abertura de uma agenda política para a formação de professores de matemática. Para ampliar as rachaduras aqui expostas, demarcamos que a construção e o fortalecimento dessa agenda envolvem: tensionar, politicamente, o caráter masculino, branco e eurocentrado da matemática; e, no campo de pesquisa sobre formação de professores de matemática, reconhecer e incorporar como referência quem foi colocado como objeto. Reivindicamos, portanto, o diálogo teórico-político com pensadores de grupos subalternizados que foram situados à margem das fronteiras acadêmicas, cujas contribuições apresentam enorme potencial para a construção de caminhos outros para a formação de professores de matemática.

Referências

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. C. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov. 2008.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa**: Métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DUSSEL, E. **1492**: El encubrimiento del Otro. Hacia el origen del mito de la Modernidad. Madrid: Nueva Utopía, 1992.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 981-1005, dez, 2013.

GIRALDO, V; FERNANDES, F. S. Caravelas à Vista: Giros Decoloniais e Caminhos de Resistência na Formação de Professoras e Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 30, p. 467-501, 17 jan. 2019.

GIRALDO, V.; MATOS, D.; QUINTANEIRO, W. A Construção de Subjetividades Profissionais na Formação Inicial de Professores de Matemática(s): Afirmando Posições Decoloniais contra Discursos de Subalternização da Profissão Docente. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 34, p. 1-27, 30 mar. 2021.

KLEIN, F. **Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint:** Aritmetics, Algebra, Analysis. USA: Dover, 2004.

LARROSA, J. Notas sobre narrativa e identidad (A modo de presentación). In: ABRAHÃO, M. H. M. B (Org.). **A aventura (auto)biográfica: teoria e empiria**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 11-22

MBEMBE, A. **Necropolítica**. São Paulo, Brasil: N-1 Edições, 2018.

MALDONADO-TORRES, N. Sobre la colonialidad del ser: contribuciones al desarrollo de un concepto. In: CASTRO-GÓMEZ, S.; GROSFOGUEL, R. (Coords.) **El giro decolonial:** reflexiones para uma diversidad epistêmica más allá delcapitalismo global. Bogotá: Siglo del Hombre Editores/Instituto Pensar, 2007. p. 127-167.

MATOS, D. **Experiências com Matemática(s) na Escola e na Formação Inicial de Professores:** Desvelando Tensões em Relações de Colonialidade. Tese (Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física) –Instituo de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2019.

MATOS, D.; GIRALDO, V.; QUINTANEIRO, W. Formação de Professores de Matemática: uma encruzilhada atravessada pela gramática do samba. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 193-218, 31 mar. 2021a.

MATOS, D.; GIRALDO, V.; QUINTANEIRO, W. Por matemática(s) decoloniais: vozes que vêm da escola. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 70, p. 877-902, ago. 2021b.

MATOS, D.; QUINTANEIRO, W. Lugares de Resistência na Formação Inicial de Professores: Por Matemática(s) Decoloniais. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 30, p. 559-582, 17 jan. 2019.

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, A. C. O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 981-1005, dez, 2013.

NODDINGS, N. Professionalization and Mathematics Teaching In: Grouws, D. (Ed). **Handbook of Researchon Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan, 1992.p. 197-208.

ORLANDI, E. P. **Análise de Discurso**: princípios e procedimentos. Campinas: Pontes, 2009.

QUIJANO, A. Colonialidad del poder, eurocentrismo y América Latina. In: LANDER, E. (Ed.) **La colonialidad del saber:** eurocentrismo y ciencias sociales. Perspectivas Latinoamericanas. Buenos Aires: CLACSO, 2000. p. 201-246.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, vol.15, p.4-14, 1986.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação**, nº 13, p.5-24, jan/abr. 2000.

TARDIF, M; LESSARD, Cl; LAHAYE, L. Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. **Teoria e Educação**, Porto Alegre, v. 4, p. 215-233, 1991.

WALSH, C. Interculturalidad, plurinacionalidad y decolonialidad: las insurgencias político-epistémicas de refundar el Estado. **Tabula Rasa**, Bogotá, n. 9, p. 131-152, jul./dez. 2008.

WALSH, C. Lo pedagógico y ló decolonial: entretejiendo caminos. In:WALSH, Catherine (Org.). **Pedagogías decoloniales:** prácticas insurgentes de resistir, (re)existir y (re)vivir. Quito: Abya Yala, 2013. p. 23-68.

WALSH, C. ¿Interculturalidad y (de)colonialidad? Gritos, grietas y siembras desde Abya Yala. In: Alai Garcia Diniz; Diana Araujo Pereira (Coords.). **Poéticas y políticas dalinguagem em vías de descolonização**. Foz Iguaçu, Brasil: Universidad de Integración Latinoamericana, 2017. p. 19-53.

Situações desencadeadoras de aprendizagem na formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Learning triggering situations in the training of teachers who teach Mathematics in the early years of elementar school

Ariane Luzia dos Santos
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita filho - UNESP
ariane.santos@unesp.br

Maria do Carmo de Sousa
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar
mdcsousa@ufscar.br

Resumo
Este artigo é decorrente de uma pesquisa em andamento de pós-doutorado, caracterizada como qualitativa, bibliográfica e está fundamentada na teoria histórico-cultural. A pesquisa tem como objetivo estabelecer alguns nexos conceituais de medida de comprimento e elaborar coletivamente com professores que lecionam Matemática nos anos inicias do Ensino Fundamental, situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) que envolvam o conceito de medidas de comprimento que podem se configurar como atividade de ensino (AE). Os resultados podem promover mudanças na formação dos professores envolvidos, de forma que possam se tornar autônomos no sentido de organizar as aulas de Matemática tendo como perspectiva a Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

Palavras-chave: Atividade de Ensino; Formação inicial de docente; Pedagogia; Teoria histórico – cultural.

Abstract
This article is the result of an ongoing postdoctoral research, characterized as qualitative, bibliographical and based on cultural-historical theory. The research aims to establish some conceptual nexuses of length measurement and collectively elaborate with teachers who teach Mathematics in the early years of Elementary School, learning triggering situations (SDA) involving the concept of length measurements that can be configured as a teaching activity (AE) The results can promote changes in the training of teachers involved, so that they can become autonomous in the sense of organizing mathematics classes with the perspective of the Teaching Guidance Activity (AOE).

Keywords: Teaching activity; Initial teacher training; Pedagogy; Cultural-historical theory.

Introdução

Este artigo é referente a uma pesquisa de pós-doutorado em andamento, que tem por objetivo analisar o processo de formação de professores que ensinam Matemática nos anos inicias do Ensino Fundamental, a partir de uma perspectiva da teoria histórico-cultural.

Nesse sentido, estamos considerando a atividade docente como trabalho em sua dimensão mais geral. Isso significa que o conceito de trabalho é explanado como sendo a atividade humana intencional apropriada a um fim e norteada por objetivos, por meio da qual o homem transforma a natureza e gera a si mesmo. De acordo com Moretti e Moura (2010, p. 347) "o trabalho nessa concepção não é o fim em si mesmo, mas é mediação para atingir um fim."

A partir dos aportes teóricos adotados compreendemos que no âmbito educacional, o trabalho docente é o mediador e não o professor por si só. Moretti e Moura (2010, p. 347) afirmam que "é no trabalho docente, ao descrever ações intencionais que tenham por objetivo dar conta dos desafios cotidianos do ensinar, que o professor constitui-se professor." Além disso, os autores citam Leontiev (2001, p. 68) quando asseguram que a atividade percebida como processo psicológico caracteriza-se "por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo."

O objetivo geral da pesquisa é estudar a importância do professor se apropriar dessa concepção de atividade e desenvolver seu trabalho docente em atividade de ensino. O objetivo específico do trabalho cientifico, em andamento, é desenvolver coletivamente situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) que podem se configurar como atividades de ensino (AE) do conceito de medida de comprimento, pautada nos aportes da atividade orientadora de ensino (AOE), considerando as habilidades da unidade temática grandezas e medidas propostas pela Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (Brasil, 2017).

Acreditamos que, ao analisar, planejar e desenvolver SDA com os professores, durante a sua formação inicial (e continuada), ou seja, durante o seu desenvolvimento acadêmico e profissional, podemos ter a possibilidade de, coletivamente, intuir melhor a unidade dialética que pode ser estabelecida entre teoria e prática, visto que, a AE pode abarcar conteúdos, objetivos e métodos, dimensionados pelas trocas que desencadeiam entre os três elementos centrais do ensino: o objeto do conhecimento, o professor e o aluno.

Discussão teórica

O interesse em estudar a formação inicial (e continuada) de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a preocupação direcionada para a apropriação de conhecimentos e a aprendizagem da docência desses professores foi que motivou a proposição da pesquisa de pós-doutorado à qual este trabalho está relacionado.

A fundamentação teórica da pesquisa está baseada nos pressupostos teóricos da teoria histórico – cultural de Vigotski (1987), da teoria da Atividade de Leontiev (1978, 1983), da Atividade Orientadora de Ensino de Moura (1997, 2001) e de outros autores que abordam a formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando o referencial teórico da Teoria Histórico – cultural.

A teoria histórico – cultural busca explanar a vida social pelas transformações qualitativas das formas especificamente humanas. O enfoque dessa teoria apresentado por Vigotski desde da segunda década do século XX, de acordo com Damazio e Rosa (2013, p. 39), "traz um novo objeto para a psicologia: a atividade humana, definida como mediadora da relação entre o homem e realidade a transformar."

Os pressupostos vigotskianos foram estudados por Leontiev (1978) que considerou a atividade laboral do homem como condição essencial. Assim, Leontiev desenvolveu a teoria da atividade "com base no paradigma da produção material, interpretação marxista do desenvolvimento humano, e resgata, em especial, o papel na formação da consciência.", como afirmam Damazio e Rosa (2013, p. 39).

Para Leontiev (2001, p. 68), atividades são "[...] apenas aqueles processos que, realizando as relações do homem com o mundo, satisfazem uma necessidade especial correspondente a ele". Diante disso, Moraes e Moura (2009, p. 100) asseguram que a "atividade é dirigida por um motivo e este mobiliza o sujeito a executar ações que possibilitam a satisfação da sua necessidade".

Moraes e Moura (2009, p. 100) afirmam que os elementos que estruturam a atividade são: necessidade, motivo, ação e operação. Além disso, os autores asseguram que " o motivo é regido por uma necessidade, que mobiliza as ações, as quais estão subordinadas a objetivos e dependem das condições para a sua realização por meio das operações, que nada mais são que os modos de realização da ação".

Dessa forma, percebe-se a importância da teoria da atividade para a qualificação da educação atual. Em particular para a educação Matemática, Moraes e Moura (2009, p. 101) afirmam que as contribuições da teoria da atividade para a disciplina de Matemática refere-se ao fato que os seus aportes teóricos "podem auxiliar na organização do seu ensino, de modo que os conteúdos desta área do saber sejam trabalhados oportunizando aos estudantes a apropriação teórica dos conceitos matemáticos".

Nesse sentido o professor é considerado o organizador da atividade de ensino e o estudante como sujeito da atividade de aprendizagem. E dessa forma, o professor ao organizar suas ações de ensino que possibilitam a apropriação dos conhecimentos teóricos pelos estudantes, também estará ampliando os seus saberes. Este ponto de vista aparece na AOE quando assumida como unidade de formação do professor e do estudante (MOURA, 2001). Nesse sentido, Moraes e Moura (2009, p. 102) consideram

> [...] a AOE como base teórico metodológica para a organização do ensino como atividade, cujas principais características são: a intencionalidade pedagógica; a existência de situação desencadeadora de aprendizagem; a essência do conceito como núcleo da formação do pensamento teórico; a mediação como condição fundamental para o desenvolvimento da atividade; o trabalho coletivo como contexto de produção e legitimação do conhecimento.

Para Moura et al. (2010, p. 208), a AOE é uma proposta de organização da AE e da atividade de aprendizagem que, fundamentada pelos aportes da teoria histórico-cultural, se apresenta como uma possibilidade de realizar a atividade educativa tendo como base o conhecimento produzido sobre os processos humanos de construção de conhecimento.

Vale dizer que a AE e a atividade de aprendizagem não são inseparáveis, porém, em cada uma, há a presença dos sujeitos em seus processos. O quadro a seguir sintetiza a relação entre os elementos estruturantes da AE e da atividade de aprendizagem existentes ao longo do processo de apropriação dos conhecimentos teóricos:

Quadro 1: Atividade de Ensino e de Aprendizagem fundamentadas nos pressupostos da AOE

Elementos Estruturantes da Atividade	**Atividade de Ensino**	**Atividade de Aprendizagem**
Sujeito	Professor	Estudante
Conteúdo	Conhecimentos teóricos	Conhecimentos teóricos
Necessidade	Humanização dos sujeitos envolvidos no processo educativo – Promoção de Aprendizagens	Humanizar-se
Motivo	Organização do ensino	Apropriação dos conhecimentos teóricos
Objeto	Transformação dos conhecimentos teóricos de modo que o sujeito envolvido no processo de ensino e aprendizagem possa apropriar-se deles. Plano de ação – Situação	Transformação do sujeito no movimento de apropriação dos conhecimentos teóricos – Aprendizagem

	desencadeadora de aprendizagem	
Objetivo	Ensinar	Aprender
Ações	Definição dos procedimentos teórico metodológicos de como trabalhar com os conhecimentos teóricos: • Estudo de conteúdos matemáticos e dos referenciais metodológicos; • Elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem (criar necessidade do conceito); • Avaliação (analisar se a atividade de ensino foi adequada, se promoveu a aprendizagem dos escolares)	Resolução da situação desencadeadora de aprendizagem • Categorização dos atributos básicos da situação desencadeadora de aprendizagem; • Modelação da situação-problema, (representação das relações gerais do conhecimento); • Definição do sistema de relações; • Avaliação
Operações	Utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão o ensino: • Trabalho em grupo; • Organização da sala de aula; • Escolha dos instrumentos a serem disponibilizados aos estudantes,	Utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão a aprendizagem: • Leitura da situação-problema; • Utilização de desenho, cálculos ou maquetes; • Organização da apresentação da solução para o grupo (oral ou escrita);

Fonte: Moura e Moraes (2009, p. 104).

A AOE incide no movimento entre a AE e a atividade de aprendizagem, que tem como objeto a apropriação da cultura, que se dá por meio da SDA. Moraes e Moura (2009, p.102) afirmam que a AE é concretizada na SDA, em que as ações são direcionadas pelo objetivo principal do professor que é ensinar. Os autores asseguram também que "essas ações consistirão no estudo, elaboração, implementação, controle e avaliação de situações a serem concretizadas por meio de operações, as quais estão relacionadas às condições concretas para efetivação do objetivo da atividade".

De acordo com Moura et al. (2010, p. 223) a SDA deve apreciar a origem do conceito, ou seja, a sua essência. Além disso, ela deve especificar a necessidade que levou a humanidade à construção do mencionado conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico. (Moura et al, 2010, p. 223).

Metodologia de pesquisa

Partindo do princípio que a pós-doutoranda tem sua formação acadêmica em Matemática, foi imprescindível iniciar uma pesquisa bibliográfica sobre as temáticas: teoria histórico cultural, teoria da atividade, AOE, SDA e nexos conceituais (internos e externos) para adquirir os conhecimentos necessários para futuramente desenvolver coletivamente SDA que podem se configurar como AE do conceito de medida de comprimento, pautada nos aportes da AOE, considerando as habilidades propostas pela Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Ao mesmo tempo, iniciou o estudo de historiografias com o objetivo de estabelecer nexos conceituais (internos e externos) do conceito de medida, dentre eles, os de grandezas contínuas e discretas.

Além de desenvolver a pesquisa bibliográfica, participa do grupo de pesquisa formação compartilhada de professores – Escola e Universidade (GPEFcom) registrado no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), cujas as temáticas têm contribuído, dentre muitas coisas, para a mesma se apropriar dos referenciais teóricos da Educação Matemática na perspectiva da teoria histórico cultural e, em particular da teoria da atividade.

Posteriormente, a análise dos referenciais teóricos seguirá uma linha interpretativa, que nos possibilite construir eixos temáticos que indicará a função que os nexos conceituais (internos e externos) podem cumprir no ensino de medida de comprimento, de forma que os professores, enquanto desenvolvem-se profissionalmente, possam estar em AE e os alunos em atividade de aprendizagem.

Apresentação de dados

Acreditamos na importância do professor se apropriar dessa concepção de atividade e desenvolver seu trabalho docente em atividade de ensino, de maneira que possam se tornar autônomo no sentido de organizar as aulas de matemática tendo como perspectiva a AOE. Nesse sentido, consideramos o programa de ensino de cinco disciplinas de cinco cursos diferentes de Licenciatura em Pedagogia em universidades estaduais paulistas que versam sobre o ensino de matemática com intuito de analisar de que forma essa concepção de atividade é abordada na formação inicial de futuros professores.

O quadro a seguir abarca a ementa de quatro disciplinas consideradas. Cabe dizer que as mesmas são semestrais, obrigatórias e não possuem pré e co-requisitos nos cursos que estão inseridas. Não encontramos a ementa no programa de ensino de uma das cinco disciplinas consideradas. Dessa forma optamos por colocar unidades de ensino e as referências bibliográficas da disciplina em questão em um quadro separado.

Quadro 2: As ementas das disciplinas consideradas

Curso	Ementa
A	A disciplina tem como objetivo proporcionar ao futuro professor subsídios teóricos e metodológicos para o ensino de Matemática nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, no que se refere ao processo de planejamento, execução e avaliação das atividades docentes e discentes. Em relação aos aspectos conceituais, pretende-se estudar três campos que se interseccionam entre si: números, medidas e geometria. No que se refere aos aspectos metodológicos, a disciplina visa estudar as propostas curriculares, os parâmetros curriculares nacionais, os materiais manipulativos para o ensino e aprendizagem da matemática e as principais tendências em Educação Matemática. As atividades didáticas da disciplina estarão relacionadas interdisciplinarmente com os demais Eixos e com a Prática Pedagógica, Eixo Articulador do Curso.
B	A Educação Matemática. Análise de Diretrizes Curriculares Municipais, Estaduais e Nacionais para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental. Análise e produção de materiais didático-pedagógicos para o ensino da Matemática. Tendências no ensino da Matemática. Abordagem de conteúdos matemáticos.
C	Características do pensamento lógico-matemático. Histórico do ensino de Matemática. O ensino da Matemática na educação infantil e no ensino fundamental. Os conteúdos matemáticos na educação infantil e nas séries iniciais do ensino fundamental. O “fazer Matemática”. Tendências atuais em educação matemática. Material didático para a educação matemática. Avaliação em Matemática.
D	Análise dos pressupostos teóricos históricos, filosóficos e psicológicos presentes na organização dos conteúdos de Matemática na Educação Infantil, nos anos iniciais do Ensino Fundamental e na Educação de Jovens e Adultos. Estudo de metodologias relativas a esses conteúdos e o processo de avaliação da aprendizagem considerando o contexto da prática docente vivenciada no Estágio Supervisionado, tendo como eixo norteador a unidade entre teoria e prática.

Fonte: Autoras.

A disciplina “Conteúdos e Metodologia do ensino de Matemática” do curso A tem carga horária de 68 horas. Enquanto, a disciplina “ Conteúdos e Metodologia do ensino de Matemática” do curso B tem carga horária de 75 horas. Já a disciplina “ Conteúdo, Metodologia e Prática do ensino de Matemática” do curso C tem carga horária de 120 horas e, a disciplina “ Conteúdo, Metodologia e Prática do ensino de Matemática” do curso D tem carga horária de 60 horas. Os programas de ensino destas disciplinas não contêm a temática atividade de ensino de forma explícita.

A disciplina semestral e obrigatória "Metodologia do ensino de Matemática" do curso E tem carga horária de 60 horas e não possui pré e co-requisitos. Esta disciplina foi a única que abarca a temática atividade de ensino de forma explícita nas unidades de ensino e nas bibliografias. O quadro a seguir apresenta as unidades de ensino e as referências bibliográficas desta disciplina.

Quadro 3: Unidades de ensino e bibliografia da disciplina do curso E

Unidades de Ensino	Bibliografia
1. Visão de área de Matemática; 2. Matemática como linguagem e análise de questões relevantes para o professor de educação infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental I; 3. Fundamentação psicológica do ensino de matemática; 4. O papel do lúdico no ensino de matemática; 5. Referências curriculares no domínio de matemática.; 6. Recursos metodológicos para o ensino de matemática: - o jogo; - os materiais estruturados; - a história do conceito; - a resolução de problemas e - a história virtual. 7. Atividade de ensino: definição e adequação aos objetivos; 8. Unidades didáticas do ensino de matemática: Sistema de Numeração Decimal - correspondência um a um, agrupamento, ordenação, inclusão hierárquica, valor posicional; 9. Geometria e medidas; 10. Operações aritméticas; adição, subtração, multiplicação e divisão; 11. Estatística e probabilidade.	GARNIER, C. E outros. Após Vygotsky e Piaget; Perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental. 1.ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. GOLDER, M. (org.) Leontiev e a psicologia histórico-cultural. Um homem em seu tempo. São Paulo: Gepape/Xamã, 2004. IFRAH, G. Os números: a história de uma grande invenção. 4. ed. São Paulo: Globo, 1992. LOPES, C. A. Estratégias e métodos de resolução de problemas em matemática. Porto: Edições Asa, 2002. MOURA, M. O. A construção do signo numérico em situação de ensino. São Paulo: USP (tese de doutorado), 1992. _______________ A atividade de ensino como unidade formadora. Bolema, Ano II, n.12, p.29-43, 1996. ______________ O jogo e a construção do conhecimento matemático. In: Ideias O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola. N.10. São Paulo:FDE, 1991. _______________ Matemática na Infância. In: MIGUEIS, M. E AZEVEDO, M.G. Educação Matemática na Infância. Vila Nova de Gaia/Portugal: Gailivros, 2007.

Fonte: Autoras.

Por fim, neste momento da pesquisa, a pós-doutoranda está estudando os pressupostos teóricos para configurar os nexos conceituais da medida, dentre eles, as grandezas discretas e contínuas. Em um segundo momento haverá o desenvolvimento coletivo das SDA que podem se configurar como AE do conceito de medida de comprimento, relacionadas às contribuições da AOE, considerando as habilidades da unidade temática grandezas e medidas propostas pela Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

Conclusões

Ressaltamos a importância do professor se apropriar da concepção de AE e desenvolver seu trabalho docente nesta perspectiva. Acreditamos que faz-se necessário a mudança da prática docente, principalmente, no que diz respeito à preferência por instrumentos didáticos mediadores.

É fundamental para os professores não só saber teoricamente sobre a natureza e a importância da AE, mas edificar este conhecimento elaborando-a para torná-la seu objeto de estudo.

Referências

DAMAZIO, A.; Rosa, J. E. da. Educação Matemática: possibilidade de uma tendência histórico-cultural. **Espaço pedagógico**. Passo Fundo, v. 10, n. 20, p. 33-53, Jan. – jun., 2013.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizontes, 1978.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia, personalidad**. Ciudad de La Habana:Pueblo Y Educación, 1983.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria de desenvolvimento da psique infantil. In: VYGOTSKY, L.; SEMENOVICH, L. A. R. e LEONTIEV, A. N. (org.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** São Paulo: Ícone, 2001, p. 59-83.

MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. Professores de Matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Psicologia Política**. São Paulo, v. 10, n. 20, p. 345-361, Jul. – Dez., 2010.

MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. Professores de Matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Ciência & Educação**. São Paulo, v. 17, n. 2, p. 435-450, 2011.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**. Rio Claro, v. 11, n. 12, 1997.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (org.). **Ensinar a ensinar: Didática para a escola Fundamental e Média**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001. Cap. 8, p. 143-162.

MORAES, S. P. G.; MOURA, M. O. Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em Matemática. **Bolema**. Rio Claro, v. 10, n. 33, p. 97-116, 2009.

MOURA, M. O. et. al. A atividade de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O (org.). **Atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber, 2001. 2010.

POZEBON, S.; LOPES, A. R. L. V. A avaliação de atividades de ensino como um elemento do movimento de aprendizagem docência. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- ENEM, XII., 2016, São Paulo. **Anais do ENEM XII**. São Paulo: 2016. p. 1 – 12. ISSN 2178-034X.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

Um olhar sobre a produção de conhecimentos matemáticos no PIBID a partir de memórias de dois egressos desse programa

A look at the production of mathematical knowledge in PIBID from the memories of two graduates of this program

Nathalia Luiza Soares Peixoto
Universidade Federal de Ouro Preto
nathalia.lsp@gmail.com

Ana Cristina Ferreira
Universidade Federal de Ouro Preto
anacf@ufop.edu.br

Resumo
A literatura tem evidenciado, reiteradamente, a relevância da participação no PIBID para a formação inicial de professores de Matemática. Contudo, ainda se discute pouco sobre o tipo de conhecimento matemático mobilizado no mesmo. O presente estudo tem como propósito investigar conhecimentos matemáticos mobilizados por dois egressos de um PIBID de Matemática a partir de produções suas associadas ao referido Programa, bem como de memórias sobre as mesmas, acessadas por meio de uma entrevista. Os dados foram analisados à luz das noções de matemática escolar e matemática acadêmica. Os resultados sugerem que o PIBID proporcionou experiências distintas a cada egresso e que elas foram fortemente influenciadas pela forma como cada escola parceira percebia o Programa e o papel dos mesmos. Verificou-se que, na maioria das atividades realizadas pelos pibidianos predominava uma tentativa bem-intencionada de adaptar a matemática acadêmica ao trabalho com a Educação Básica, em detrimento da matemática escolar, própria desse ambiente. A análise reforça a necessidade de o PIBID proporcionar também oportunidades de construção de conhecimentos matemáticos próprios da docência.

Palavras-chave: Educação Matemática; PIBID; Formação de Professores; matemática escolar.

Abstract
Literature has repeatedly shown the relevance of participation in PIBID for the initial training of Mathematics teachers. However, little is discussed about the type of mathematical knowledge mobilized in it. This study aims to investigate mathematical knowledge mobilized by two graduates of a Mathematics PIBID based on their productions associated with the aforementioned Program, as well as memories about them, accessed through an interview. Data were analyzed in light of the notions of school mathematics and academic mathematics. The results suggest that PIBID provided different experiences for each graduate and that they were strongly influenced by the way each partner school perceived the program and their role. It was found that, in most of the activities carried out by the Pibidians, a well-intentioned attempt to adapt academic mathematics to work with Basic Education predominated, to the detriment of school mathematics, which is characteristic of this environment. The analysis reinforces the need for PIBID to also provide opportunities for building mathematical knowledge specific to teaching.

Keywords: Mathematics Education; PIBID; Teacher training; school math.

Introdução

Apresentamos aqui um recorte de uma pesquisa de Mestrado em andamento, que tem como propósito investigar possíveis contribuições da participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) para a construção de conhecimentos matemáticos próprios da docência por parte de egressos do curso de Licenciatura em Matemática de um instituto federal do interior de Minas Gerais que participaram do referido programa.

Nesse recorte, apresentamos resultados parciais dessa pesquisa. Nele, analisamos conhecimentos matemáticos mobilizados por dois egressos do PIBID Matemática em estudo, a partir de suas produções associadas ao Programa, e de memórias sobre as mesmas, acessadas por meio de uma entrevista. Iniciamos discutindo brevemente algumas noções que fundamentam o estudo, em particular, matemática acadêmica e matemática escolar. Em seguida, descrevemos as opções metodológicas e passamos à análise e resultados. Encerramos com algumas reflexões sobre o PIBID.

Conhecimentos matemáticos próprios da docência

As discussões acerca da base de conhecimentos dos professores se iniciaram na década de 1980, com Lee Shulman. Ao refletir sobre a especificidade do conhecimento do professor, elaborou três categorias nas quais o conhecimento do professor está relacionado: i) Conhecimento do Conteúdo; ii) Conhecimento Pedagógico do Conteúdo[1], e iii) Conhecimento do Currículo (SHULMAN, 1986).

Particularmente com a noção de conhecimento pedagógico do conteúdo, Shulman abre caminho para um importante desenvolvimento, nas diversas áreas do conhecimento, de discussões e modelos de conhecimentos específicos próprios da docência. No caso da Matemática, elaborações teóricas como o conhecimento matemático para o ensino (BALL et al, 2008) e as noções de matemática acadêmica e a matemática escolar (MOREIRA, 2004; DAVID, MOREIRA e TOMAZ, 2013), são alguns exemplos.

No presente estudo, nos apoiamos nas as noções de matemática acadêmica e a matemática escolar propostas por Moreira (2004) e Moreira e David (2011) para fundamentar nossa análise. Moreira (2004), com base em Young, afirma que, na formação inicial de professores de Matemática, geralmente, o conhecimento matemático acadêmico é considerado como "dado", sem questionamentos. A nosso ver, um exemplo dessa visão pouco crítica é a ideia, mais ou menos generalizada, mesmo entre educadores matemáticos,

[1] Esse tipo de conhecimento seria como um amálgama entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico, representando um conhecimento específico do professor.

de que os futuros professores necessitariam de uma "sólida" formação matemática, sem definir exatamente o que significaria isso.

Para Moreira e David (2011, p.2), a matemática acadêmica é tomada como "parte fundamental do currículo de formação dos professores de matemática da educação básica". Ainda que exista uma compreensão de que outros conhecimentos (pedagógico, por ex.) exerçam um papel importante nessa formação, eles são considerados como auxiliares no processo. Ainda que tenham se sucedido várias Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores para a Educação Básica (2001, 2002, 2015) sintonizadas, em alguma medida, com as pesquisas relacionadas aos conhecimentos próprios da docência, observa-se uma aceitação tácita e sem questionamentos da matemática acadêmica como o principal pilar para a formação docente. Contudo, ao planejar e desenvolver suas aulas de Matemática, é essa matemática que sustenta (ou que deveria sustentar) as ações do professor?

Para Moreira (2004, p.18, aspas do autor), a matemática acadêmica se refere "à matemática como um corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e percebem os matemáticos profissionais" e a matemática escolar "ao conjunto dos saberes "validados", associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em matemática". Já a matemática escolar, compreende um amplo conjunto de saberes que são mobilizados pelo professor em sua prática docente. Estão incluídos na matemática escolar, "tanto saberes produzidos e mobilizados pelos professores de matemática em sua ação pedagógica na sala de aula da escola, como também resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos etc.". (MOREIRA, 2004, p.18). Ou seja, a matemática escolar, muito além de se constituir em uma "disciplina "ensinada" na escola", passa a ser entendida como "como um conjunto de saberes associados ao exercício da profissão docente". (MOREIRA, 2004, p. 18, aspas do autor).

Conforme Moreira e David (2011, p. 23), normalmente a matemática acadêmica é "vista como uma forma de organização do conhecimento matemático, na qual os conceitos são corretamente definidos e logicamente conectados", enquanto a matemática escolar é equivocadamente associada à "forma de ensinar". Moreira (2004, p.14, aspas do autor) indaga: "Seria o segundo [matemática escolar] um mero subconjunto do primeiro [matemática acadêmica], apenas "adaptado" ao público escolar?". Ao considerar a matemática escolar como um subconjunto da matemática acadêmica é possível que se desenvolva em certa medida, uma desqualificação do conhecimento matemático escolar, tomando como referência o conhecimento matemático acadêmico (MOREIRA, 2004). “Nesse processo, a matemática escolar acaba se tornando apenas o componente fácil, simples e básico do complexo e sofisticado edifício da matemática científica. ” (MOREIRA, 2004, p. 36).

Diante da centralidade que é dado ao conhecimento do conteúdo no processo de formação do professor, Moreira (2011, p. 2) pondera que “a matemática oferecida nesse processo é raramente submetida a uma análise crítica, tomando como base as necessidades da futura prática profissional.”. Assim, para o autor, uma das consequências dessa concepção é que:

> [...] a educação matemática na escola acabaria se reduzindo ao ensino da matemática acadêmica, adaptada, evidentemente, às condições escolares. Uma formação matemática profunda para o professor se reduziria, então, ainda segundo essa concepção, ao domínio da matemática acadêmica não elementar, ou seja, à internalização dos seus valores, conceitos, técnicas, métodos, concepções, formas de pensamento etc. Desse modo, a matemática acadêmica e seus valores se estabelecem, de forma natural, como o centro de gravidade da formação profissional do professor, deslocando para a “periferia” desse processo as questões referentes à prática pedagógica efetiva na escola e à própria cultura escolar. (MOREIRA, 2004, p. 36).

Um aspecto importante a ser considerado nessas discussões é o propósito da formação inicial de professores de Matemática, entendendo a prática docente como *lócus* de atuação desse futuro profissional. E, nesse sentido, como Moreira e David (2011, p. 7), entendemos “as práticas dos matemáticos e dos professores da escola como duas práticas profissionais distintas, com necessidades e objetivos distintos, que requerem formas distintas de construir seus respectivos objetos em níveis adequados de abstração”. Enquanto a prática profissional do matemático envolve o trabalho com objetos que apresentam elevados níveis de abstração e pensamentos lógico-dedutivos em busca de generalizações para que possam contribuir com o avanço do campo científico da matemática, a prática profissional do professor de Matemática na escola básica acontece em um contexto diferente, que demanda uma visão diferenciada da visão do matemático. O professor de Matemática precisa promover sentido ao que está ensinando por meio de definições, justificativas e argumentações dadas aos alunos (MOREIRA, 2004). É um processo que envolve constantes negociações de sentidos relacionados ao objeto de estudo que está sendo ensinado.

As diferenças também se fazem presentes nos processos de construção de significados das definições e justificativas dentro destes dois campos de conhecimento matemático. Por um lado, na matemática acadêmica, todas as demonstrações se apoiam em definições e teoremas estabelecidos previamente, devido à sua estrutura axiomática. Neste sentido, há uma elevada exigência de rigor nos procedimentos, evitando ambiguidades e consequentemente, contradições nas teorias. Por outro lado, a matemática escolar apresenta dois elementos importantes, que diferenciam significativamente o papel das definições e provas. O primeiro elemento, assim como afirma Moreira (2004), é a "validade" dos resultados matemáticos que são trabalhados no contexto escolar, sendo considerados como dados certos, ou seja, não se questionam estes resultados, pois estes já foram aceitos pela matemática acadêmica. O segundo elemento, se caracteriza pelo processo de aprendizagem e pelo "desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à *compreensão* do fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente em sua vida escolar e extra-escolar." (MOREIRA, 2004, p. 24, grifos do autor).

Já na matemática escolar, as demonstrações possuem um papel essencialmente pedagógico, pois devem:

> a) contribuir para a construção de uma visão da disciplina na qual os resultados não sejam tomados como dados arbitrários, mas elementos de saber socialmente construídos e aceitos como válidos através de negociação e argumentação;
> b) desenvolver a capacidade de argumentação. Por exemplo, a atividade pedagógica que consiste em submeter à crítica dos outros alunos uma determinada cadeia de argumentos construída por um deles pode levar a um entendimento mais significativo do resultado que é objeto da argumentação; pode levar também a um refinamento dos próprios argumentos ou mesmo da linguagem utilizada para apresentá-los. (MOREIRA, 2004, p. 28).

Trazemos aqui um exemplo apresentado por Moreira e David (2011, p.23) para ilustrar as ideias expressas:

> No caso dos reais, o enfoque da matemática acadêmica ignora algumas questões que são fundamentais no trabalho com esse conjunto na educação básica. Criar os reais a partir do nada, isto é, postulando sua existência como ―qualquer coisa que satisfaça os axiomas de corpo ordenado completo, também caracteriza uma inversão de rota em relação às necessidades didático-pedagógicas do trabalho escolar com esses números. O enfoque axiomático ignora, por exemplo, as necessidades que levam a ampliar a noção vigente de número (racional) de modo a incluir ―coisas estranhas, tais como os números irracionais. Na educação escolar, a negociação de significados para esse tipo de número e para sua representação decimal envolve sutilezas e dificuldades que parecem demandar do professor uma visão de R bastante diferente daquela oferecida pelo enfoque axiomático, o qual faz surgir de um postulado o conjunto dos reais, como uma estrutura puramente abstrata. (MOREIRA e DAVID, 2011, p. 23).

Dessa forma, pensar na prática profissional do professor de Matemática (ou da formação do futuro professor) envolve não aceitar como dada a tradição, e adotar uma postura crítica em relação ao que se considera necessário ou apropriado para a mesma.

Metodologia

O presente artigo, assim como a pesquisa de Mestrado da qual é um recorte, orienta-se por uma abordagem qualitativa. Aqui, apresentamos resultados parciais da referida pesquisa ao analisar conhecimentos matemáticos mobilizados por dois egressos de um PIBID Matemática.

Para chegar à escolha destes participantes, enviamos um questionário (via *Google forms)* para 111 egressos do curso de Licenciatura em Matemática que haviam sido bolsistas do PIBID em estudo. A partir das 44 respostas recebidas, identificamos 19 egressos que estão lecionando Matemática em 2021. Desses, 17 se dispuseram a conceder uma entrevista. Após analisar relatórios produzidos por esses egressos, bem como seus Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC), identificamos que 6 desses pibidianos haviam produzido TCC com foco em experiências vividas no PIBID. A dupla de egressos entrevistada foi escolhida por terem desenvolvido o TCC juntos e pelo fato de o trabalho contar com descrições detalhadas das ações estudadas.

A entrevista semiestruturada, aconteceu no dia 09 de junho de 2021, e, com o consentimento de ambos, foi gravada por meio do *Google Meet*. Nosso intuito era levantar indícios de conhecimentos matemáticos mobilizados ou construídos ao longo dessa experiência. Para construir o roteiro da entrevista, consideramos algumas experiências vividas por estes participantes, estas registradas em seus relatórios de atividades e TCC desenvolvido no âmbito do programa. Uma cópia da transcrição da entrevista, na íntegra, foi encaminhada aos entrevistados de modo que pudessem revisá-la e realizar eventuais correções. Adotamos pseudônimos, escolhidos pelos entrevistados, para preservar seu anonimato. Apresentamos a seguir, sucintamente, cada entrevistado.

Alessandro é Licenciado em Matemática por um Instituto Federal Minas Gerais e Especialista em Ensino de Matemática e Física pela Faculdade de São Luiz. É mestrando em Matemática pelo PROFMAT/UFVJM campus Teófilo Otoni e, atualmente, leciona Matemática em duas escolas, uma da rede privada e a outra da rede estadual.

Luiz Carlos licenciou-se em Matemática pelo Instituto Federal de Minas Gerais e cursou uma Pós-graduação em Matemática. Também é mestrando do PROFMAT da UFVJM campus Teófilo Otoni. Atualmente, é professor concursado na rede pública estadual.

Resultados e análise

A análise se deu por meio da triangulação dos dados produzidos a partir das entrevistas, TCC e relatórios da dupla apresentados ao coordenador do PIBID, e de sua interpretação à luz das noções de matemática acadêmica e matemática escolar propostas por Moreira (2004) e Moreira e David (2011).

Ambos os participantes relataram que quando entraram no PIBID, grande parte das ações desenvolvidas envolviam o trabalho com intervenções pedagógicas, projetos e feiras. Com o passar do tempo, passaram a desenvolver também atividades de preparação para a realização de avaliações externas, aos alunos que desejavam ter bons resultados nas mesmas. Ao questionarmos como selecionavam os conteúdos trabalhados nestas ações, *Alessandro* comenta que se norteavam pelas dificuldades manifestadas pelos alunos em sala de aula, presenciadas por eles ou relatadas pelos professores dos alunos ou sugeridas pelo professor Supervisor do PIBID.

Luiz Carlos recorda que os conteúdos envolvidos nas ações do PIBID eram selecionados segundo os conteúdos que o professor desenvolvia em sala de aula, contudo, em alguns momentos, os propósitos variavam. Segundo ele: "*os alunos que não, que às vezes estavam dando problema dentro da sala, eles eram mandados para a biblioteca, que era onde a gente tinha que ficar. [...] Era mais essa emergência assim". *Como *Alessandro*, ele afirma que, ao desenvolver atividades voltadas para a preparação para a OBMEP, tinha a oportunidade de trabalhar conteúdos distintos dos estudados em sala de aula. E isso parece ter promovido uma mudança no foco das ações do PIBID:

> *Então, aí eu comecei a ver que não só na, na escola, não era necessário somente aquele... Dar atenção para aquele aluno que sabia... Que tinha dificuldade, que a gente sabia que ele tinha dificuldade em Matemática. Porque a gente tentava, eu vou usar um termo aqui, que eu não sei se ele está correto, tentava elevar o aluno que estava um pouco abaixo da média, mas querendo ou não a gente puxava o que estava lá em cima. E isso me incomodava bastante. Na verdade, partiu assim, não partiu de mim, mas foi como se fosse um* insight*, uma coisa mútua. Todo mundo de repente percebeu isso. Então, a gente foi indo e falou: não, bora dar sim atenção aos alunos que precisa, mas a gente não pode desvalorizar estes alunos que estão lá na frente, que têm habilidade em Matemática, que têm a paixão pela Matemática e sim, gostam da disciplina.*

A fala do entrevistado evidencia dois aspectos interessantes:

- certo descontentamento com a predominância de ações destinadas a sanar dificuldades de alunos em detrimento do desenvolvimento de propostas diferenciadas, relacionadas a uma "matemática mais avançada" (em suas palavras), e, por outro lado,

- certa autonomia em relação ao direcionamento de suas ações. Esse aspecto, característica deste e de vários PIBID de Matemática, reveste-se de importância se pensarmos no contexto na formação destes futuros professores. Aprender a observar a sala de aula, identificar eventos importantes (por ex. dúvidas e compreensões equivocadas por parte dos alunos), refletir sobre sua própria prática e discutir/construir (geralmente, de modo coletivo) possibilidades para os problemas enfrentados, são aprendizagens profissionais essenciais.

Quando indagamos acerca de possíveis dificuldades enfrentadas para ensinar algum conteúdo matemático, os entrevistados relataram diversas situações. O trecho da entrevista a seguir, ilustra isso:

> *Alessandro:* Eu tive dificuldade foi primeiramente, foi no meu primeiro ano de PIBID que eu trabalhei com o 6º ano. E... Ali eu encontrei um grande empecilho naquela parte que eles estudam sobre o sistema decimal, posicionamento. E... Os alunos tinham muita dificuldade de enxergar isso. Às vezes, até eu achava que era a linguagem que eu estava utilizando, acerca de... [...] Mas, a dificuldade estava em tentar mostrar aos alunos aquela, aquelas relações entre e... Eu usava muito, pra poder ajudar, o material dourado, pra poder mostrar 10 unidades vale tanto, o cubinho vale tanto, vale 1000 unidades. Então, tentei ir para este lado para tentar desenvolver, tentei utilizar figuras e também tentei utilizar e... Pecinhas, esse tipo de coisa, dividir em grupos... [...]
> *Luiz Carlos:* Dificuldade para ensinar, não. Mas eu já me questionei, por exemplo, assim quanto... É porque eu gosto de partir de uma situação aplicada para depois abordar dentro da Matemática. Eu me perguntava, às vezes, sobre a questão do produto notável, por exemplo, assim. E... Aquele monte de letra às vezes e... É lógico que eu entendo que aquele algebrismo todo que utiliza simplificação... Aquele negócio todo eu sei que é extremamente útil e... Futuramente para o aluno, né? Entendo completamente. Mas, às vezes, trabalhar aquilo de uma maneira aplicada, pra depois passar para a parte da Matemática só, eu tinha certa dificuldade. (grifos nossos)

No trecho selecionado, observamos distintas reflexões em relação às experiências vivenciadas. *Alessandro* compreende que talvez a linguagem que usou com os alunos pode não ter sido adequada e reconhece esta dificuldade como falta de experiência em situações de ensino. Compreendemos que sua dificuldade está relacionada à fata de conhecimentos matemáticos para o ensino, ou seja, o conhecimento da matemática escolar (MOREIRA; DAVID, 2011). O que é comum de se esperar de professores em formação, dada a natureza da maioria das disciplinas e ao reduzido espaço para discussões relacionadas à matemática escolar. Ele explica que buscava utilizar diferentes metodologias e materiais manipuláveis, para auxiliar a compreensão dos alunos sobre o tema que estava ensinando. Ele já conhecia o material dourado das aulas de Prática Pedagógica no curso de Licenciatura e teve a ideia de usá-lo com os alunos. Os materiais foram disponibilizados pela escola. Seu propósito era:

> *... atrair a atenção dos alunos que, por muitas vezes[...] eram alunos que teoricamente davam problema dentro da sala e quando eles estavam ali com a gente eles não davam problema. Acredito que era mais a questão de falta de*

> *atenção, de déficit de atenção. Talvez ele não conseguia se concentrar ali com aquela quantidade de alunos, mas pelo menos comigo durante as aulas era bem tranquilo, discutia, eles faziam e aí o planejamento era: vamos tentar fazer algo de diferente então para poder e... Entrar em sintonia com esse aluno.*

Ciente de suas próprias dificuldades para se fazer compreender ao explicar o conteúdo, buscou no uso do material dourado um caminho para o entendimento das classes do sistema de numeração decimal por parte dos alunos. E, a seu ver, o retorno foi positivo.

A situação apresentada por *Alessandro* nos remete às discussões de Moreira (2004), sobre o conjunto de saberes e conhecimentos presentes na matemática escolar. Ele não conseguiu fazer uso de argumentos e justificativas que fossem claras para os alunos e que lhes permitissem compreender o que ele estava ensinando, possivelmente, por ter tido poucas oportunidades de desenvolver tais habilidades (matemática escolar) em sua formação e no PIBID. Contudo, também observamos que ele reflete sobre o ocorrido e percebe que sua linguagem poderia ser o problema. Isso sugere que, para *Alessandro*, as reuniões e as disciplinas de Prática eram momentos destinados às reflexões e discussões sobre as dificuldades que vivenciavam nas experiências do PIBID. Assim, ele busca alternativas, dentro do repertório que conseguiu desenvolver no curso de Licenciatura e nas discussões do PIBID, para superar suas dificuldades. Podemos perceber que este professor faz reflexões críticas acerca de sua própria atuação e buscava soluções para que pudesse realizar da melhor maneira suas ações na escola.

Quando *Luiz Carlos* afirma que não tinha dificuldade em ensinar os conteúdos matemáticos, acreditamos que pode ter pensado nos conhecimentos matemáticos que deveria ensinar aos alunos, tendo como entendimento que este era um conhecimento básico, se comparado com os conhecimentos matemáticos acadêmicos. Podemos ver em seu relato que sua dificuldade estava em estabelecer relações entre o conteúdo matemático com situações aplicadas que poderiam auxiliar os alunos no entendimento dos conceitos matemáticos. Evidenciando, neste caso, uma fragilidade nos conhecimentos relacionados à matemática escolar, que demanda um conhecimento além do conhecimento apenas da matemática acadêmica.

Um espaço que tanto *Alessandro* como *Luiz Carlos* afirmam ter se constituído como lugar de discussão sobre as ações do PIBID, foram os momentos de aulas das disciplinas de caráter pedagógico que cursavam no IF, concomitante às suas participações no PIBID. *Alessandro* relata que:

> *A gente discutia sobre as realidades, sobre o que a gente estava enfrentando no PIBID em consonância com o que a gente estava estudando ali no momento. Talvez a gente estava estudando direcionado ali para o 7º ano, a gente teve dificuldade, a gente encontrou isso também no... E... Nas disciplinas de Psicologia, de Didática, de Resolução de Problemas. Então era sempre oportuno falar sobre isso porque a gente conseguia ver uma coisa que a gente almejava, por exemplo, na Resolução de Problemas. Propor um... Uma visão mais investigativa, mas a gente sabe a realidade que muitas vezes estava imposta. E aí a gente soltava aquele famoso: 'Será que vai dar certo? '.*

De acordo com este professor, durante as aulas eles refletiam sobre a realidade da escola e pensavam se toda aquela teoria que estavam aprendendo no curso era realmente aplicável no contexto escolar. O termo que ele chama de "realidade imposta", se refere à realidade da escola, em que eles, enquanto bolsistas, sentiam dificuldades às vezes de desenvolver atividades com um cunho mais investigativo e que poderiam sair do roteiro planejado pelos professores.

Apesar disso, *Luiz Carlos* relata que a experiência que ele vivenciava na escola em que atuou era um pouco diferente. Na escola em que atuava, não havia momentos destinados a discussões sobre as dificuldades que enfrentavam. Segundo ele:

> *Agora, numa perspectiva assim pessoal e... E lógico, também que o PIBID né, que acabou caindo em uma determinada escola, isso me oportunizou assim e... Eu não gostei da experiência, para falar a verdade. Porque nós não éramos bem recebidos dentro da escola. Nós éramos considerados como intrusos lá dentro, como se nós estivéssemos avaliando aula de professor, ou vendo o que eles apresentam de certo ou errado, comportamento deles dentro da sala. Então assim, a gente era intruso dentro da escola.*

Ao serem questionados sobre suas preocupações ao planejar as ações do PIBID, *Alessandro* afirma que sua preocupação estava mais em como desenvolver as atividades considerando a realidade dos estudantes, do que no conteúdo matemático em si, pois acreditava que cada aluno se desenvolveria em seu próprio ritmo. Para ele, sua preocupação era:

> *O desenvolvimento, né? Como eu iria lidar com aquele problema, com a situação do aluno, que não era somente o aprendizado em si. Tinha uma situação de escola mesmo, talvez o desenvolvimento dentro da escola, da própria família. Então, toda aquela bagagem que o aluno trazia e talvez eu não estava atento a isso. E como que eu ia lidar com aquilo, como que eu ia fazer aquilo. Porque talvez, eu passava uma atividade e pedisse o aluno para dar uma olhadinha em casa, para na próxima semana a gente poder conversar sobre isso. Mas eu não sabia qual era a realidade do aluno ali, para poder ter certeza se ele poderia dar uma olhada em casa, se ele tinha um apoio em casa pra poder falar sobre isso. Então e... Esse era... Isso era o que mais me preocupava. Era o contato com o aluno. [...] Então era mais essa comunicação com o aluno, essa delicadeza pra, pra poder tratar com ele. Esse era o meu maior medo. Mais uma questão psicológica, pessoal do que uma questão mesmo de desenvolvimento de Matemática.*

Alessandro evidencia claramente uma preocupação com o contato/comunicação com os alunos e sua situação de vida, uma atenção a aspectos que também fazem parte do rol de saberes que um professor de matemática mobiliza em sala de aula. Sendo estes saberes relacionados ao conhecimento da realidade dos alunos, a compreensão dos conhecimentos que os alunos já apresentam, a maneira de como lidar com estas situações em sala de aula e as abordagens que poderia realizar com os alunos, durante o ensino da matemática. (MOREIRA, 2004).

Reflexões sobre os conhecimentos docentes também podem ser identificados nas falas de *Luiz Carlos*:

> *As minhas principais preocupações na verdade, assim... Eu entendo que quando eu entrei para o Programa, ele já tinha objetivos dentro da escola, o que precisava ser desenvolvido e tal. E... O meu grande problema acho que foi muito comigo assim, por causa da minha e... De eu não aceitar coisa vaga. [...] Eu desenvolver um determinado trabalho para uma feira de matemática, por exemplo, sendo que aquilo não tem sentido matemático e nem vivencial nenhum para o aluno. Simplesmente eu estou fazendo, desenvolvendo uma coisa porque é para ser mais um trabalho na feira. Não porque aquilo vai criar algum significado e crescimento matemático para o aluno. A minha principal implicância com esses projetos às vezes dentro de escola, e... É justamente, gira em torno dessa razão, de não ter sentido para o aluno.* [...] *O festival de pipa, por exemplo, que eu falo da escola, ele* [aluno] *é... Construía a pipa hexagonal, a de quatro lados, a redonda, a de tudo quanto é tipo era construída, mas o trabalho matemático de área, perímetro e... diagonal, nada disso. O conhecimento matemático ficava excluído do processo, porque parecia que era mais importante você colar papel em vareta de bambu do que você trabalhar o conteúdo matemático em cima daquilo dali. Isso para mim que sempre foi revoltante. Talvez não preocupante, mas revoltante mesmo*

A percepção pouco positiva da experiência vivenciada no PIBID, manifestada por esse professor, se origina, em boa medida, pela relação estabelecida com a escola e pela falta de sintonia entre seus propósitos e sua compreensão do que teria sentido (matemático) para os alunos. Por outro lado, desvela-se um senso crítico e um compromisso com a aprendizagem dos estudantes. Contudo, *Luiz Carlos* destaca como experiência positiva, o desenvolvimento de atividades preparatórias para a participação dos estudantes na 2ª fase da OBMEP que, em suas palavras: "[...] *foi um momento em que eu me senti útil*".

Diferentemente das experiências de *Luiz Carlos*, *Alessandro* afirma que, ao trabalhar com projetos e feiras na escola em que atuou, os pibidianos sempre buscavam desenvolver trabalhos que envolviam os conceitos matemáticos:

> *A gente tentava ali, por exemplo, a gente envolveu um trabalho uma vez de kirigami, que é aquela figura tridimensional e tudo mais, dobraduras, mas antes disso a gente trabalhou todo o processo da... Do plano. E depois todo o processo da parte da geometria espacial até chegar onde a gente queria.*

Alessandro destaca aprendizagens mobilizadas ao longo de sua participação no PIBID:

> *Foi ali no PIBID que eu entendi que o caminho que os alunos estão traçando, o jeito que eles estão fazendo, a velocidade, o ritmo e os fatores que influenciam tudo isso, é mais importante do que ele chegar no final com a resposta correta. Ele chegar lá e achar que a resposta é três e ele achar três. Mas, sim, se a resposta é três e ele achar dois, por que que achou dois? Qual que é, onde que está o probleminha? O quê que a gente pode fazer? E isso, eu vi foi lá. Tanto com os alunos que eu tive experiência de trabalhar que tinha muita dificuldade, quanto com os alunos que tinham facilidade.*

Sua fala evidencia conhecimentos profissionais importantes. Valorizar o processo e não apenas o resultado, explorar os erros dos alunos como oportunidades de conhecer seu pensamento e, a partir dele, promover ações que lhes permitam superá-los, tudo isso, tanto com alunos que manifestavam dificuldade para aprender Matemática quanto com aqueles que tinham facilidade.

Considerações Finais

Procuramos investigar conhecimentos matemáticos mobilizados por dois egressos de um PIBID Matemática a partir de produções suas associadas ao referido programa, à luz das noções de matemática acadêmica e matemática escolar (MOREIRA, 2004, MOREIRA e DAVID, 2011).

Os resultados corroboram o encontrado em inúmeros estudos: o PIBID constitui-se, de fato, em um espaço de aprendizagem profissional. Nele, os pibidianos são convidados a desenvolver autonomia, a trabalhar em equipe, a estudar, produzir e implementar propostas para a sala de aula, tudo isso em um convívio bem próximo com as escolas. É claro que a forma como cada escola recebe e concebe o PIBID influenciará a experiência vivida por cada pibidiano, contudo, os benefícios da participação nesse programa superam, e muito, eventuais dificuldades.

Por outro lado, a análise sugere a predominância da matemática acadêmica nas ações planejadas, nas discussões e na percepção dos pibidianos. Isso gera algumas limitações. Os entrevistados buscavam adaptar os conhecimentos [da matemática acadêmica] ao contexto escolar e até percebiam que a linguagem adotada não favorecia a compreensão dos alunos (como aconteceu com *Alessandro*), porém, seus recursos se limitam aos aspectos metodológicos. A quase ausência de discussões sobre a matemática escolar, no âmbito dos cursos de Licenciatura e, pelo que observamos, também no PIBID, compromete a formação dos futuros professores de Matemática.

Entendemos assim como Moreira e David (2011, p.25) que aprofundar nossa compreensão acerca das relações entre matemática acadêmica e matemática escolar, “é tão importante para a formação do professor quanto um melhor entendimento das possíveis contribuições da matemática acadêmica para a educação matemática escolar, pois, de fato, esses entendimentos são complementares”. Em síntese, acreditamos que o PIBID – enquanto espaço privilegiado de ações formativas voltadas para a prática docente – poderia ganhar em qualidade se introduzisse oportunidades de reflexão sobre a construção de conhecimentos matemáticos próprios da docência no âmbito de suas ações, incluindo também discussões e reflexões sobre as noções da matemática acadêmica e matemática escolar.

Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, Washington, US, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BRASIL. Parecer CNE/CP9/2001 - **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica**, em nível superior, curso de Licenciatura, de graduação plena. Brasília: MEC, 2001.

BRASIL. Resolução CNE/CP Nº 1, de 18 de Fevereiro de 2002. Institui **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica**, em nível superior, curso de Licenciatura, de graduação plena. 2002.

BRASIL. RESOLUÇÃO Nº 2, DE 1º DE JULHO DE 2015. **Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuad**a. 2015. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/agosto-2017-pdf/70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf/file. Acesso em: 26 ago. 2021.

DAVID, M. M. M. S.; MOREIRA, P. C. e TOMAZ, V. S. Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 15 n.1 p.42-60, 2013.

MOREIRA, P. C. **O conhecimento matemático do professor:** Formação na Licenciatura e prática docente na escola básica. 2004. 195p. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, MG.

MOREIRA, P. C. DAVID, M.M.M.S. Matemática Acadêmica e Matemática Escolar: Dissonâncias e Conflitos. In: **40 anos de pesquisa em Educação**, Editora UFMG, 2011.

ROWLAND, Tim. The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers’ mathematics knowledge. **SISYPHUS**. Vol. 1, Número 3, p. 15-43, 2013.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Vol. 15, No. 2. Feb. 1986, p. 4-14.

GT 08 - Avaliação e Educação Matemática

A Ordem das Questões Afeta o Desempenho dos Estudantes? Evidências do ENEM 2018 e 2019

Does the Formatting of the Test Affect Student Performance? Evidence from ENEM 2018 and 2019

Gabriel Henrique Fernandes da Silva (*in memoriam*)
IMECC/Unicamp
g234847@dac.unicamp.br

Mayra Picoloto Papani
IMECC/Unicamp
m184537@dac.unicamp.br

Rita Santos Guimarães
IMECC/Unicamp
rita@ime.unicamp.br

Resumo
Nosso objetivo neste estudo é verificar se a ordem das questões nos diferentes cadernos de prova do ENEM pode afetar o número de acertos em cada questão da prova de Matemática e suas Tecnologias, fenômeno chamado de efeito fadiga. Trata-se de uma replicação e extensão da investigação realizada por Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) com os microdados da edição 2016 do ENEM, incluindo agora os dados referentes à prova de Matemática e suas Tecnologias das edições de 2018 e 2019. A nossa análise de dados levou em conta uma amostra de 3.366.761 participantes no ENEM para a edição de 2018 e 3.161.373 para a edição de 2019. A partir desses dados, calculamos a diferença entre o índice de acerto de uma mesma questão nos dois cadernos de prova com a maior diferença relativa entre as posições em que a questão foi apresentada e analisamos essa informação considerando o desempenho dos estudantes e a dificuldade da questão. Primeiramente, concluímos que nas edições 2018 e 2019 também é possível identificar o efeito fadiga em diversas questões. Além disso, mostramos que as considerações feitas pelos autores do artigo original acerca da maneira como o efeito fadiga age em grupos de estudantes com diferentes desempenhos se manteve nessas duas edições da prova, corroborando seus resultados. Consideramos as conclusões deste estudo de grande relevância dada a importância social do ENEM no Brasil e a escassez de estudos sobre as suas qualidades como avaliação de larga escala.

Palavras-chave: efeito fadiga; avaliação de larga escala; ENEM; matemática.

Abstract
Our aim in this study is to verify if the order in which a question is presented in the different configurations of ENEM in mathematics is affecting the proportion of students' score in each question; such a phenomenon is called fatigue effect. This study is a replication and an extension of a study by Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) in which they analysed data from 2016, now we looked at the data from ENEM examation in 2018 and 2019, still only considering the area of Mathematics and its Technologies. We analysed a sample of 3.366.761 participants of ENEM 2018 and 3.161.373 of ENEM 2019. Initially, we calculated the maximum distance in which the same question was presented in each configuration of the exame. We then calculated the difference in score for this maximum distance. We also took into account the students' scores and how difficult each question was. Firstly, we were able to identify the fatigue effect for many questions in 2018 and 2019 editions of ENEM in the mathematics exam. Secondly, similar observations, as the ones

suggested by the authors of the initial study, when participants were grouped according to performance were possible for the two new editions. This extension of the results from 2016 to data from ENEM 2018 and 2019 are very important due to the social relevance of this exam for Brazilian students and also due to the lack of other studies that considered the effectiveness of ENEM as a large scale evaluation and selection exam.

Keywords: fatigue effect; large scale exam; ENEM; mathematics.

Introdução

Avaliações de larga escala como o ENEM[1] e o PISA[2] tem como objetivo aferir as habilidades cognitivas dos seus participantes. Neste sentido, espera-se que a influência de fatores não cognitivos seja nula ou muito pouco relevante. Porém, ao investigar os microdados da edição 2015 do PISA, com o objetivo de compreender as razões que poderiam explicar o baixo desempenho dos estudantes brasileiros no exame, Sassaki, Pietra, Filho e Komatsu (2018) se depararam com um fenômeno que, segundo os dados, parecia afetar com mais intensidade os estudantes brasileiros do que os de outros países: o índice de acerto de uma questão caía à medida que uma mesma questão era apresentada mais tardiamente na prova.

Esse fenômeno, embora nunca explorado em exames brasileiros, é documentado na literatura internacional. Trata-se do efeito fadiga. Em linhas gerais, o efeito fadiga faz com que o índice de acerto de uma questão, em exames que fazem algum tipo de aleatorização na ordem em que as questões são apresentadas aos estudantes, caia à medida que esta é apresentada mais próxima do final do exame, tendo sido identificado em diferentes exames e países (ADAMS e WU, 2002; ALBANO, 2013; BORGHANS e SCHILS, 2012; DAVIS e FERDOUS, 2005; MEYERS, MILLER e WAY, 2008).

A identificação desse tipo de fenômeno em avaliações levanta preocupações sobre a validade destas como instrumentos que buscam aferir características cognitivas dos participantes. Essas preocupações se tornam ainda mais pertinentes quando tratamos de provas com grandes implicações sociais, como o ENEM, uma vez que seus resultados não são utilizados simplesmente para relatar como um indivíduo se saiu ao responder alguns itens em determinado momento, mas para fundamentar decisões como o acesso às escassas vagas e aos auxílios financeiros para ingresso e permanência no ensino superior público e privado no Brasil (TOFFOLI, ANDRADE, BORNIA e QUEVEDO-CAMARGO, 2016).

---

[1] ENEM: Exame Nacional do Ensino Médio, para mais informações acessar: Enem — Inep (www.gov.br)
[2] PISA: Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, para mais informações acessar: Pisa — Inep (www.gov.br)

A partir disso, Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) investigaram a ocorrência do efeito fadiga no ENEM. Graças à disponibilização dos microdados pelo INEP[3], os autores puderam analisar o índice de acerto das questões de Matemática e suas Tecnologias nos quatro cadernos (compostos pelas mesmas 45 questões, mas cujas páginas são ordenadas de forma diferente entre cada caderno) utilizados na aplicação principal da edição 2016 do exame.

Primeiramente, Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) identificaram a ocorrência do efeito fadiga em diversas questões do exame. Em seguida, os autores estenderam a análise agrupando os estudantes por desempenho e considerando o efeito fadiga em cada grupo. Essa análise permitiu aos autores concluir que todos os grupos de estudantes parecem ter sofrido o efeito fadiga, embora em diferentes questões. A partir dessa observação, Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) consideraram a dificuldade das questões (medida a partir do índice de acertos da referida questão entre os estudantes de cada grupo) e concluíram que o efeito fadiga parece atuar mais intensamente em questões que se localizam em uma zona de dificuldade intermediária: questões muito difíceis ou muito fáceis para um grupo de estudantes com certo desempenho geral em matemática apresentam efeito fadiga muito baixo, mas questões intermediárias apresentam efeito fadiga que pode checar a 15 pontos percentuais.

Essa conclusão é alarmante, pois aponta para a possibilidade de que um componente totalmente externo ao estudante (o caderno que lhe foi dado) afete o seu desempenho em um exame que pode decidir seu futuro acadêmico e profissional.

Entretanto, como os próprios autores admitem, o estudo baseou-se apenas nos índices de acertos, nas questões da área de Matemática e suas Tecnologias da edição 2016 do ENEM. O que relatamos neste artigo são os resultados obtidos na replicação desse estudo com as questões da área de Matemática e suas Tecnologias das edições de 2018 e 2019.

Objetivo

O objetivo mais amplo dos nossos estudos é replicar a análise realizada por Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) para todas as áreas do conhecimento nas

[3] INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, para mais informações acessar: Inep (www.gov.br)

edições de 2018 e 2019 do ENEM. Entretanto, neste texto, reportaremos os resultados iniciais da nossa análise focada nas questões da área de Matemática e suas Tecnologias.

A escolha dos anos foi feita por se tratarem das edições mais recentes do ENEM com microdados disponíveis no momento em que nossos estudos foram iniciados. Já a escolha da área foi feita por conta da familiaridade dos autores com ela, facilitando as etapas iniciais da análise, mais exploratórias e qualitativas.

Métodos

Por se tratar de uma replicação, os métodos adotados neste estudo seguiram os que foram empregados no estudo inicial de Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021). Isso foi possível tanto por conta da colaboração direta com os autores, quanto pela disponibilização de todas as ferramentas necessárias em repositório público (omitido para fins de anonimização). Entretanto, consideramos adequado descrever, ao menos em linhas gerais, as principais etapas e conceitos utilizados ao longo de nossa análise.

A primeira etapa consiste no pré-processamento dos microdados, quando excluímos os estudantes com presença não regular em algum dos dias do exame e os que não resolveram um dos quatro cadernos da aplicação principal, resultando em uma população de 6.528.134 estudantes. Em seguida, separamos os dados em quatro arquivos de acordo com os cadernos e incluímos apenas as variáveis de interesse para a análise.

Então, esses quatro arquivos são processados no software R[4] de forma a extrairmos a posição e o índice de acerto de cada questão em cada um dos cadernos. A partir dessas duas informações, definimos as seguintes variáveis para cada questão:

- Distância: a maior distância entre duas posições de uma mesma questão em cadernos diferentes;
- EF: a diferença absoluta entre o índice de acerto nos dois cadernos que resultaram na maior distância.

Em seguida, os estudantes são divididos em 5 grupos de acordo com o número de questões que acertaram na prova: grupo 1, de 0 a 9 questões; grupo 2, de 10 a 18 questões e assim sucessivamente. Por fim, o cálculo do EF de cada questão é feito também dentro de cada grupo.

[4] Software de análise estatística livre e gratuito, disponível em: r-project.org/

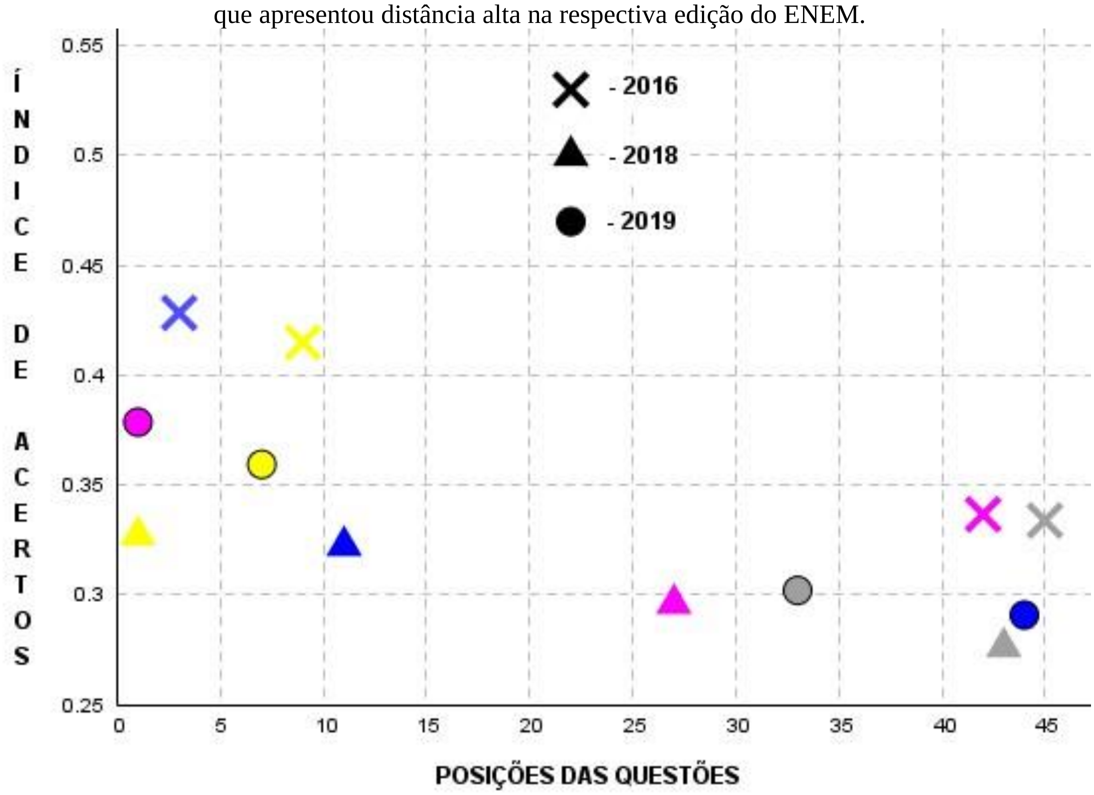
Os dados brutos, os scripts utilizados e as tabelas com as variáveis descritas acima para cada questão também podem ser acessados integralmente no endereço eletrônico anterior (vide pastas 2018 e 2019 para os dados analisados neste texto e 2016 para os dados do artigo inicial).

Análise de dados

Nossos dados englobam para o ano de 2018 um total de 3.366.761 candidatos e para 2019 um total de 3.161.373 candidatos. O motivo desses valores serem inferiores ao total de inscritos no ENEM é que decidimos descartar casos como os de estudantes que não compareceram em todos os dias da prova, estudantes que deixaram a prova em branco ou aqueles que prestaram o exame em data alternativa em relação à principal divulgada pelo Ministério da Educação.

A primeira análise que fizemos foi verificar se havia diferença no índice de acerto de uma questão quando ela apresentava uma grande diferença na posição entre cada caderno. Para fins de exemplificação, apresentamos a seguir as questões de código: 30865 (ano de 2016), 111524 (2018) e 111518 (2019). O critério para escolha destas questões em específico foi por estarem entre as questões que apresentam uma grande distância em diferentes cadernos. A cor de cada ponto representa a cor do caderno onde a questão aparece e o eixo informa sobre a "posição da questão" e o "índice de acertos" para cada uma delas.

Gráfico 1: Índice de Acertos versus Posições das Questões de uma questão de cada ano (2016, 2018 e 2019) que apresentou distância alta na respectiva edição do ENEM.



Fonte: elaboração própria usando microdados do ENEM/INEP (2021).

Como pode ser observado ao analisar as questões indicadas pela mesma forma no gráfico, assim como apontado em Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021), conforme uma questão está mais distante do início da prova, o seu índice de acerto tende a cair, chegando a variar de cerca de 38% (questão de 2019 no caderno rosa) de acerto até cerca de 29% (mesma questão no caderno azul). Neste caso, o EF dessa questão é 9% (38 – 29).

Os dados de 2018 mostram que na aplicação do exame daquele ano, 12 das 45 questões apresentaram EF acima de 3%. O mesmo ocorre para os anos de 2019 e 2016. Desta maneira, podemos corroborar as conclusões de Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) de que a ordem das questões afeta o índice de acerto de boa parte dessas questões pelos estudantes, ou seja, o efeito fadiga afetou o desempenho dos estudantes no exame nas três edições – 2016, 2018 e 2019 – na área de Matemática e suas Tecnologias.

Vejamos agora se o comportamento observado pelos autores do artigo inicial acerca da ocorrência de efeito fadiga em questões diferentes quando agrupamos estudantes de acordo com o número de acertos na prova também pode ser identificado nos dados de 2018 e 2019.

Tabela 1: Divisão dos participantes por número de acertos na prova de matemática do ENEM de 2018 e 2019.

		2018		2019	
Grupos	**N° de Acertos**	**N° de Participantes**	**%**	**N° de Participantes**	**%**
1	0 a 9	1.252.522	37,20	1.297.549	41,04
2	10 a 18	1.806.531	53,66	1.549.321	49,01
3	19 a 27	262.012	7,78	241.175	7,63
4	28 a 36	42.771	1,27	66.234	2,10
5	37 a 45	2.925	0,09	7.094	0,22

Fonte: elaboração própria (2021).

Após a separação desses grupos, analisamos o efeito fadiga em cada um deles. Começamos criando uma planilha com o ID de todas as questões da prova de matemática do ENEM da base de microdados do INEP, suas respectivas posições em cada caderno na aplicação da prova e calculamos a máxima distância que se obteve, as frequências de acertos das questões para cada grupo e o EF em cada uma das questões nos cinco grupos[5]. Com as tabelas de todos os grupos em mãos, selecionamos as cinco questões com maior EF em cada grupo. Consideramos que isto seria interessante para considerarmos o que ocorre com o comportamento de uma mesma questão em mais de um grupo.

A seguir, temos estas tabelas para os anos de 2018 e 2019. As questões marcadas em cinza são as cinco com maior efeito fadiga em cada grupo. Podemos notar é que nenhuma destas duas tabelas possuem 25 questões, uma vez que o conjunto com as questões que apresentaram maiores efeitos fadigas para um grupo tem interseção com o conjunto definido de igual forma para os demais grupos.

Tabela 2: As 5 questões com maior EF por grupo de desempenho – 2018.

ID questão	Maior distância	EF G1 (%)	EF G2 (%)	EF G3 (%)	EF G4 (%)	EF G5 (%)
111609	23	7,88	5,97	1,59	0,42	0,79
32953	35	2,84	8,78	12,39	4,38	0,99
111718	30	5,28	7,44	4,37	3,12	1,99
98294	31	6,31	9,39	9,31	4,64	1,8
111512	28	2,7	7,07	5,61	1,19	0,33

[5] Por limite de espaço no artigo, não seria viável trazermos esta tabela na íntegra, ao leitor que desejar ver a tabela de dados na íntegra, acessar: https://osf.io/ev39z/.

111692	31	1,84	7,32	10,39	3,19	1
111487	30	0,68	4,1	12,46	4,09	0,35
62736	30	1,63	6,48	12,49	6,83	1,32
98070	35	1,23	4,44	13,48	9,65	0,95
61172	25	1,75	0,15	11,58	9,17	0,84
96201	30	1,62	2,66	0,11	7,37	1,09
111477	28	0,06	1,31	5,34	9,97	6,6
5990	30	0,67	0,7	0,58	8,91	7,08
85892	35	1,15	1,72	0,2	2,92	6,23
32189	28	0,76	0,09	3,23	3,64	7,23
111628	19	0,07	0,85	4,38	6,49	7,28

Fonte: elaboração própria (2021).

Esses dados devem ser lidos na horizontal, por exemplo, em 2018 a questão de ID 32953 apresentou a maior distância (35). Para os grupos G1, G2 e G3, esta questão esteve entre as 5 questões de maior efeito fadiga e por isso a célula está destacada em cinza nas três colunas. Os valores do EF são: 2,84%, 8,78% e 12,39%, respectivamente. Para os grupos G4 e G5, esta questão não esteve entre as suas cinco questões de maior EF. Além disso, notamos que nos primeiros três grupos o EF dessa questão foi gradativamente aumentando, enquanto que após isto (para os outros dois grupos), o EF diminuiu. Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) também detectaram essa variação no EF entre diferentes grupos.

Tabela 3: As 5 questões com maior EF por grupo de desempenho – 2019.

ID questão	Maior distância	EF G1 (%)	EF G2 (%)	EF G3 (%)	EF G4 (%)	EF G5 (%)
86432	12	5,49	6,04	2,99	1,25	1,42
117725	12	4,69	4,93	0,59	1,21	0,13
11151	43	4,12	11,88	17,93	7,90	1,47
83754	18	2,54	3,29	6,91	5,53	0,23
11763	15	2,16	2,66	0,81	0,08	0,42
11169	38	0,03	7,45	13,71	3,04	0,60

83994	43	0,71	5,87	11,17	5,48	2,24
117767	40	0,66	0,29	13,10	11,01	3,96
111593	39	0,18	2,26	12,73	10,35	2,46
117950	18	0,47	0,45	3,21	5,90	1,90
17642	40	1,73	0,62	1,82	2,90	9,11
89634	10	0,18	0,14	0,69	4,85	4,25
8401	16	0,92	1,48	1,01	4,91	3,56
9779	15	0,44	0,60	0,81	0,79	2,68

Fonte: elaboração própria (2021).

Vale salientar que os grupos intermediários (G2, G3 e G4) parecem ser mais afetados pelo EF, como é possível ser visto em nossos dados observando que os valores nessas colunas são os mais altos nas duas tabelas anteriores. Além disso, embora o efeito fadiga em uma questão seja diferente nos diferentes grupos, todos os grupos demonstram algum grau deste efeito em algumas questões.

Buscando caracterizar as questões que causam mais EF em cada grupo, voltamos nossa análise para os índices de acerto de cada uma delas. Para gerar os dados que apresentaremos a seguir, separamos os alunos de acordo com os critérios tomados para os cinco grupos e calculamos seus percentuais de acerto por questão. Exibimos esses dados para as mesmas questões das tabelas 2 e 3 para podermos apresentar a seguir as análises e conclusões que esses dados possibilitam.

Tabela 4: Índice de acerto das 5 questões com maior EF por grupo – 2018.

ID	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
111609	56,58	81,5	97,37	99,02	99,45
32953	18,95	36,39	80,58	95,43	98,8
111718	23,8	40,61	42,63	44,75	69,88
98294	30,98	53,96	78,48	90,23	97,26
111512	20,48	43,11	84,81	97,16	99,49
111692	11,53	27,77	72,91	91,16	96,51

111487	17,98	31,86	75,42	94,46	97,71
62736	13	28,18	64,84	89,19	97,57
98070	11,61	22,03	50,22	80,69	96,14
61172	11,69	21,03	49,95	73,88	92,24
96201	16,66	21,34	18,87	44,85	86,87
111477	15,55	25,37	31,26	41,18	75,32
5990	12,47	20,23	23,27	37,04	81,03
85892	14,16	25,15	31,72	31,95	50,43
32189	12,75	20	30,38	50,19	78,87
111628	16,39	22,8	25,55	35,18	64,27

Fonte: elaboração própria (2021).

As tabelas 4 e 5 devem ser lidas como as anteriores. Por exemplo, na tabela 5, a questão de ID 111518 está entre as cinco questões de maior EF para os grupos G1, G2, G3 e G4 mas não para o grupo G5. Porém, agora trazemos o índice de acerto desta questão em cada um dos grupos. Neste caso, o índice de acerto, como esperado por conta da forma como definimos os cinco grupos, aumenta a partir de 17,17% no grupo G1 até 98,49% no grupo G5.

Tabela 5: Índice de acerto das 5 questões com maior EF por grupo – 2019.

ID	**Grupo 1**	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**	**Grupo 5**
86432	46,12	68,54	87,74	93,03	96,60
117725	35,36	64,13	91,06	96,42	99,38
111518	17,17	38,07	71,73	89,3	98,49
83754	17,05	28,61	48,05	75,13	93,42
117635	36,88	61,45	88,56	95,92	99,08
111696	12,48	29,12	79,32	96,48	99,42
83994	11,7	33,75	75,99	88,78	95,74
117767	17,38	23,94	40,85	69,08	91,56
111593	17,23	30,05	51,72	72,79	92,99

117950	13,72	18,38	23,73	52,59	84,51
17642	14,32	19,07	13,89	18,09	55,05
89634	10,13	14,54	13,25	33,29	81,73
8401	9,95	12,36	12,79	36,01	71,26
9779	10,83	15,13	25,26	58,07	86,86

Fonte: elaboração própria (2021).

Podemos perceber que a conclusão de Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) acerca da dificuldade das questões se relacionarem com o EF se confirma nos dados de 2018 e 2019. O grupo G5, por exemplo, é um grupo que acerta pelo menos 37 das 45 questões, o que pode ser interpretado como um grande domínio dos conteúdos matemáticos exigidos na prova. Desta forma, questões muito fáceis (como a questão 111609 de 2018), independente de suas posições na prova são pouco afetados pelo EF, afinal, mesmo se estiverem cansados, estes alunos conseguem resolver o item e assinalar a alternativa correta. Já para o grupo G1, que é composto por candidatos que acertaram entre 0 e 9 questões, as questões muito difíceis (como a questão 9779 de 2019) também não demonstram efeito fadiga significativo já que devem estar fora de alcance do conhecimento desses estudantes não importando a posição em que são apresentadas na prova.

Portanto, questões muito difíceis apresentam um EF menor para o grupo G1, enquanto que questões muito fáceis apresentam EF menor para o grupo G5. Ainda é possível estender esse raciocínio para justificar porque os mais atingidos pelo EF são os estudantes dos grupos intermediários (G2, G3 e G4), como já observado por Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021).

Conclusão

Este estudo, ao replicar as análises dos dados da prova de Matemática e suas Tecnologias de Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) para as provas de 2018 e 2019, concluiu que o efeito fadiga se manifesta no ENEM também nessas edições, ou seja, o desempenho dos estudantes em uma determinada questão é afetado significativamente pela posição em que a questão é apresentada em cada caderno de prova.

Além disso, ao separarmos os candidatos por grupo de desempenho, concluímos também que todos os grupos são afetados pelo efeito fadiga, mas o efeito ocorre em questões distintas para grupos distintos.

Por fim, ao analisar a dificuldade das questões para cada grupo, concluímos que as questões que apresentam maior EF são aquelas que estão em uma faixa intermediária de dificuldade para cada grupo. Concordamos com a explicação sugerida em Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) de que as questões fáceis para um estudante serão resolvidas (corretamente) independentemente de onde aparecem na prova, seja no começo ou no final, não causando efeito fadiga; por outro lado as questões difíceis para este estudante também não apresentam efeito fadiga por estarem além do seu domínio inviabilizando um envolvimento cognitivo na resolução; por fim, nas questões intermediárias o estudante sofrerá influência do efeito fadiga, uma vez que se tratava de uma questão não fácil o suficiente para ele responder sem muitos esforços, mas também não difícil a ponto do estudante não se sentir capaz nem de tentar resolvê-la.

Desta forma, estendemos os achados de Barichello, Guimarães e Figueiredo Filho (2021) para as edições do ENEM 2018 e 2019, mostrando que não se trata de uma excepcionalidade da edição 2016 desse exame.

Nossas conclusões se somam aos trabalhos de Toffoli (2019) e Travitzki (2017) ao se debruçar sobre as qualidades do ENEM como um exame de larga escala e de grande impacto com o intuito de compreender e sugerir aprimoramentos para tal. A influência do efeito fadiga reforça a necessidade de aprofundamento de estudos dessa natureza, uma vez que se trata de algo com impacto potencialmente significativo para os resultados do ENEM.

Ademais, nossos próximos passos pretendidos são: analisar as questões da disciplina de Matemática e suas Tecnologias através de um olhar mais qualitativo das mesmas, para podermos entender melhor o perfil das questões do exame e como estes diferentes perfis influenciam o efeito fadiga. Além disso, já estamos trabalhando na expansão de nossa análise acerca do EF para outras áreas do conhecimento do ENEM.

Agradecimentos

Gabriel Henrique Fernandes da Silva agradece o apoio financeiro da CAPES através da bolsa PICME sem o qual este projeto não seria viável. Rita Santos Guimarães agradece o financiamento da FAPESP, processo número 2019/17135-2.

Referências

ADAMS, R.; WU, M. **PISA 2000 Technical Report**. Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), 2002. Disponível em: <https://www.oecd.org/pisa/data/33688233.pdf>.

ALBANO, A. D. Multilevel Modeling of Item Position Effects: Modeling Item Position Effects. **Journal of Educational Measurement**, v. 50, n. 4, p. 408–426, dez. 2013.

BARICHELLO, L; GUIMARÃES, R. S.; FIGUEIREDO FILHO, D. B. A formatação da prova afeta o desempenho dos estudantes? Evidências do ENEM (2016). **Educação e Pesquisa**, no prelo, 2021.

BORGHANS, L.; SCHILS, T. Decomposing Achievement Test Scores Into Measures of Cognitive and Noncognitive Skills. **SSRN Electronic Journal**, p. 1 – 36, dez. 2018.

DAVIS, J.; FERDOUS, A. **Using Item Difficulty and Item Position to Measure Test Fatigue**American Institues for Research, , 2005. Disponível em: <10.1037/e539872012-001>. Acesso em: 16 abr. 2019

MEYERS, J. L.; MILLER, G. E.; WAY, W. D. Item Position and Item Difficulty Change in an IRT-Based Common Item Equating Design. **Applied Measurement in Education**, v. 22, n. 1, p. 38–60, 31 dez. 2008.

SASSAKI, A. H. et al. Por que o Brasil vai Mal no PISA? Uma Análise dos Determinantes do Desempenho no Exame. **Policy Paper**, v. 31, p. 27, 2018.

TOFFOLI, S. F. L. et al. Avaliação com itens abertos: validade, confiabilidade, comparabilidade e justiça. **Educação e Pesquisa**, v. 42, n. 2, p. 343–358, jun. 2016.

TOFFOLI, S. F. L. Análise da qualidade de uma prova de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio. **Educação e Pesquisa**, v. 45, p. 1–19, 2019.

TRAVITZKI, R. Avaliação da qualidade do Enem 2009 e 2011 com técnicas psicométricas. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 28, n. 67, p. 256–288, 28 abr. 2017.

Diferenças nas atribuições de notas em uma prova escrita de matemática do final do ensino fundamental

Differences in grade assignments on a written math test at the end of elementary school

Emiliano Augusto Chagas
Instituto Federal de São Paulo - Brasil
emiliano@ifsp.edu.br

Resumo
Neste trabalho é analisado como as respostas de provas escritas de matemática podem ser interpretadas de modo bem distinto pelos corretores, acarretando discrepâncias nas notas de cada questão e por consequência no escore da prova. Para esse estudo, uma prova escrita de dez itens, de conteúdo presente no final do ensino fundamental, foi confeccionada e respondida de três maneiras distintas, contendo vícios e erros comuns de estudantes. Essas três provas foram entregues para correção, sem pauta prévia, para uma turma de 32 corretores formada por licenciandos e professores de matemática, a atribuição de notas em cada item variou de zero a um, em múltiplos de um décimo conforme o julgamento de cada avaliador. Os resultados mostraram que os corretores possuem uma percepção muito particular da produção escrita dos respondentes, acarretando julgamentos distintos da proficiência total desses respondentes. Existe uma predisposição maior dos corretores em descontar pontuações consideráveis de erros aritméticos. No âmbito escolar, em avaliações somativas, interpretações equivocadas dos professores na atribuição de notas podem ter um impacto grande no progresso dos estudantes. Nesse sentido, a interpretação do "erro" dos estudantes merece uma atenção especial para distinguir os casos de falta de proficiência com o grande espectro de erros que podem ser cometidos.

Palavras-chave: Avaliação em Matemática; Correção de Prova; Divergência em Correção

Abstract
In this work, it is analyzed how the answers of written math tests can be interpreted in a very different way by the proofreaders, causing discrepancies in the marks of each question and, consequently, in the test score. For this study, a written test of ten items, with content present at the end of elementary school, was prepared and answered in three different ways, containing vices and errors common to students. These three tests were delivered for correction, without a grade template, to a class of 32 proofreaders made up of undergraduates and math teachers, the attribution of grades on each item ranged from zero to one, in multiples of one tenth, according to the judgment of each proofreader. The results showed that proofreaders have a very particular perception of the respondents' written production, leading to different judgments of the respondents' total proficiency. There is a greater predisposition of teachers to discount considerable scores for arithmetic errors. At the school level, in summative assessments, misinterpretations by teachers in assigning grades can have a large impact on student progress. In this sense, the students' interpretation of "error" deserves special attention to distinguish cases of lack of proficiency with the wide spectrum of errors that can be made.

Keywords: Assessment in Mathematics; Test Grading; Divergence in Correction

Introdução

Um construto é definido, em psicologia, como uma variável cognitiva que não possui medida direta, mas que pode ser inferido a partir de suas manifestações (URBINA,2004). Existem diversos exemplos do que pode se considerar construto: amor, depressão, inteligência, entre muitos outros. De modo particular, o quanto um determinado estudante sabe sobre algum assunto específico da matemática, também é um construto, e a nós, professores de matemática, resta a tarefa de tentar transformar esse “conhecimento” de cada aluno em uma nota ou conceito.

Quando um professor de matemática se propõe a aplicar um instrumento de avaliação a uma turma, ele está diante de uma tarefa complexa, uma vez que ele deve considerar o conteúdo que foi apresentado aos estudantes, o quanto ele conseguiu se aprofundar e o quão distintos os conteúdos do instrumento podem ser. Além disso, cada professor possui um desenho próprio do instrumento, como por exemplo, 20% de itens fáceis, 60% de itens de dificuldade média e 20% de itens difíceis, o primeiro item da avaliação é o mais fácil e o último item é o mais difícil. Em particular esse é apenas um modelo, que não é unânime entre os colegas professores de matemática.

Além disso, a prova escrita é majoritariamente escolhida entre os professores se comparada a outros instrumentos de avaliação, e é necessário compreender que uma avaliação escrita pode trazer informações valiosíssimas para que os professores percebam a maneira que os seus estudantes compreenderam os conteúdos administrados em sala de aula.

Mas e se a atribuição de uma nota a um determinado estudante variasse muito dependendo do corretor? É de se esperar que professores interpretem de forma distinta uma mesma produção escrita por um aluno ou aluna, afinal de contas, a inteligência e outros atributos cognitivos direcionados a proficiência em matemática são construtos. Mas não é desejável que exista uma diferença grande nessas interpretações das respostas dadas pelos estudantes.

A intenção desse trabalho foi a de olhar de maneira quantitativa e qualitativa como professores e professoras de matemática, e estudantes no final da licenciatura em matemática, interpretam as resoluções de três provas escritas de conteúdo de final de ensino fundamental, com 5 questões, cada uma com letra a e b. Em especial, foi quantificado como esses avaliadores atribuíram notas, de zero a um, em múltiplos de um décimo, para verificar em que tipo de situação existiam conflitos na interpretação do erro e como quantifica-lo. A pergunta de pesquisa pode ser resumida em:

Como interpretam e pontuam diferentes corretores, professores e licenciandos em matemática, em provas escritas de matemática de final de ensino fundamental?

Para abordar essa questão foram criados três respondentes para essa prova (três provas respondidas), cada um acertando, errando e mostrando diferentes níveis de proficiência em cada um dos dez itens (cinco questões com duas letras), cometendo alguns equívocos e vícios comuns que estudantes do final do ensino fundamental podem cometer em provas escritas. Após a quantificação sobre a diferença na correção, uma hipótese sobre os descontos nos erros foi levantada.

Discussão Teórica

Estudantes com alguma proficiência em matemática podem cometer erros em provas escritas, e ao avaliar a prova como um todo, é possível que o corretor perceba o tipo de erro cometido e verificar que, para o construto específico pretendido pela avaliação, esse estudante não pode obter uma nota baixa.

Ayres (2001) propôs apresentar o seguinte experimento para alunos do oitavo e nono anos do ensino fundamental: efetuar a operação $-3.(-4-5x)-2.(3x-4)$. Nesse trabalho, mostrou-se que os alunos não erravam o resultado da operação multiplicativa da distributiva de maneira uniforme. A primeira multiplicação, $-3.-4 = 12$, tinha uma taxa de erro menor do que $-3.-5x = 15x$, o produto $-2.3x = -6x$ tinha uma taxa de erro menor do que $-2.-4 = 8$. Além disso, as operações do segundo parêntese tinham uma taxa de erro maior do que as operações do primeiro parêntese.

O construto pretendido para esse problema está associado diretamente a executar operações aritméticas, e estudantes que acertam três das quatro multiplicações certamente possuem uma proficiência considerável nesse construto. O erro, segundo o autor, pode estar associado a uma sobrecarga na memória de trabalho, quando essa é confrontada com uma quantidade de informação muito grande. Essa balança entre realização de tarefas por processo mentais e memória de trabalho é um dos temas centras da Teoria da Carga Cognitiva (SWELLER, 1988).

Na literatura é possível encontrar alguns trabalhos sobre o processo de correção de provas escritas de matemática e divergências de corretores. No âmbito de concursos vestibulares, diferenças consideráveis entre corretores não podem existir devido a pauta de correção, e mesmo nesse ambiente Moretti (2007) aponta que, para a correção de uma questão, alguns candidatos recebem pontuações consideravelmente distinta dos corretores: o desvio padrão da nota dos corretores chega a 20% do valor do item.

Em seu trabalho, dos Santos e Teixeira (2019) juntamente com professores e licenciandos de matemática, criaram critérios possíveis de correção para um item aberto do PISA, além de discutir as consequências desses critérios, alguns deles muito dicotômicos. Ao corrigir uma prova, por meio de todos os critérios, percebeu-se a discrepância nas notas atribuídas, dependendo de qual critério foi utilizado. Para os autores e participantes ficou evidente a necessidade de se discutir com mais amplitude o processo de correção de provas escritas, para que se evite critérios aderentes apenas ao certo e errado.

Essa diferença na atribuição de notas em provas escritas também foi notada por Vaz e Nasser (2019), também para professores e licenciandos em matemática. Nesse trabalho os pesquisadores ainda verificaram que a ordem das questões, e como a percepção do corretor sobre a proficiência do respondente nos itens iniciais, pode afetar a correção dos outros itens (efeito halo). Todas essas pesquisas nacionais apontam diferenças nas correções de provas escritas em matemática.

No âmbito internacional, o trabalho de McMillan, Myran e Workman (2002) apresenta a prática de correção de mais de 900 professores do ensino fundamental, incluindo professores de matemática, no âmbito escolar e para diversos tipos de instrumento de avaliação. Muito embora esse trabalho não atue nas diferenças de correção das avaliações, ele aponta para fatores relevantes ao atribuir notas aos alunos que são externos aos construtos pretendidos pela avaliação, como por exemplo empenho e proatividade.

Em particular, elementos externos ao que está sendo avaliado podem causar viés na correção de provas escolares, já que variáveis negativas também podem entrar no processo de avaliação e as consequências para os estudantes penalizados podem ser terríveis como apontam Botelho, Madeira e Rangel (2015) em seu trabalho sobre a prática avaliativa e a consequência para estudantes negros.

Metodologia

Participaram desse estudo 32 indivíduos, entre estudantes de licenciatura e professores de matemática, em uma palestra sobre avaliação escrita e a Teoria da Carga Cognitiva. Antes da palestra cada um dos participantes recebeu uma prova de matemática em branco com cinco questões dissertativas, com letras a e b, totalizando dez itens, para que fizessem a resolução completa desse instrumento. As questões dessa prova continham conteúdos de matemática do 8o e 9o ano do ensino fundamental: desenvolvimento de expressões algébricas simples; resolução de equações do segundo grau; resoluções de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas; e triângulos retângulos em que cateto ou hipotenusa dependa de uma variável. Terminada a resolução, cada um dos 32 participantes recebeu três provas resolvidas em ordem aleatória, dos respondentes A, B e C.

As provas resolvidas A, B e C contemplavam resoluções com acertos, mas também com vícios e erros comuns para estudantes com alguma proficiência nos conteúdos específicos dos itens. Aos corretores não foi entregue nenhuma pauta específica de correção, eles tinham, portanto, autonomia para atribuir uma nota entre zero e um, em múltiplos de um décimo, para cada um dos dez itens conforme julgassem justo com base em suas crenças ou experiências.

O tempo dado para a correção dessas três provas escritas foi propositalmente pequeno, aproximadamente cinco minutos, para que a experiência de emular uma correção de subconjunto de três provas dentro de um conjunto muito maior, como 30 provas por exemplo, pudesse ser mais próxima de um processo de correção de sala de aula: muitas provas, pouco tempo para correções e devolutivas, e processo predominantemente mecânico de atribuição de notas.

A proposta da palestra era discutir a teoria da carga cognitiva de John Sweller e como ela poderia ser aplicada na discussão sobre os tipos de erros que estudantes cometem. Muitos fatores podem fazer com que um respondente falhe em resolver um item de matemática. Pode ser pela ausência do conhecimento pedido no item ou causado pelo excesso de carga cognitiva mobilizado pela tarefa ou pelo teste como um todo, que faz a memória de trabalho transbordar a capacidade de informações processadas pelo estudante, fazendo com que mesmo uma pessoa com alguma proficiência falhe na tarefa de acertar o problema, muito embora essa pessoa tenha uma proficiência não desprezível e pudesse executar a tarefa.

Resultados e Discussão

A tabela 1 a seguir mostra as notas médias de cada item, em tons de cinza estão os desvios padrões, e quanto maior o valor, mais forte é esse tom de cinza. Com essa marcação é possível identificar os itens cujas correções ficaram mais discrepantes.

Tabela 1: Nota média e desvio padrão (DP) atribuído a cada item em cada prova

		Item										
		1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	5a	5b	Escore
A	Média	0,91	0,64	0,43	0,95	0,90	0,78	0,93	0,71	0,58	0,19	7,02
	DP	0,20	0,22	0,30	0,18	0,20	0,18	0,13	0,25	0,26	0,25	0,85
B	Média	0,60	0,93	0,91	0,61	0,70	0,90	0,84	0,54	0,68	0,20	6,93
	DP	0,28	0,15	0,23	0,24	0,17	0,21	0,22	0,26	0,31	0,31	1,23
C	Média	0,64	0,61	0,96	0,68	0,72	0,70	0,99	0,49	0,93	0,83	7,55
	DP	0,22	0,21	0,13	0,37	0,33	0,32	0,04	0,28	0,20	0,22	1,26

Fonte: autor

Os itens cuja média atribuída pelos corretores não estão próximas de um ou zero, e seu desvio padrão é alto (os cinzas mais escuros), apresentam discrepância na correção. Em particular isso ocorreu na prova A para os itens 1b, 2a, 4b e 5a, na prova B para os itens 1a, 2b, 4b e 5a, e na prova C para os itens 1a, 1b, 2b, 3a, 3b e 4b. É importante enfatizar que essa discrepância na correção é uma manifestação de como o item foi respondido, isso não implica necessariamente a dificuldade ou construção do item.

A tabela 1 também evidencia que o escore médio dos respondentes A, B e C, considerando seus respectivos desvios padrões, estão sobrepostos. Isso significa que corretores distintos podem classificar os respondentes A, B e C com proficiências distintas. Excluindo os casos em que houve empate entre dois respondentes, a tabela 2 a seguir mostra a ordem, da prova com maior nota até a menor nota, para as provas dos respondentes A, B e C e a frequência com que apareceram.

Tabela 2: Frequência com que aparecem a ordem das notas das provas A, B e C, em que a primeira letra é a maior nota e a última é a menor nota

	ABC	ACB	BAC	BCA	CAB	CBA
Frequência	2	4	4	3	9	6

Fonte: autor

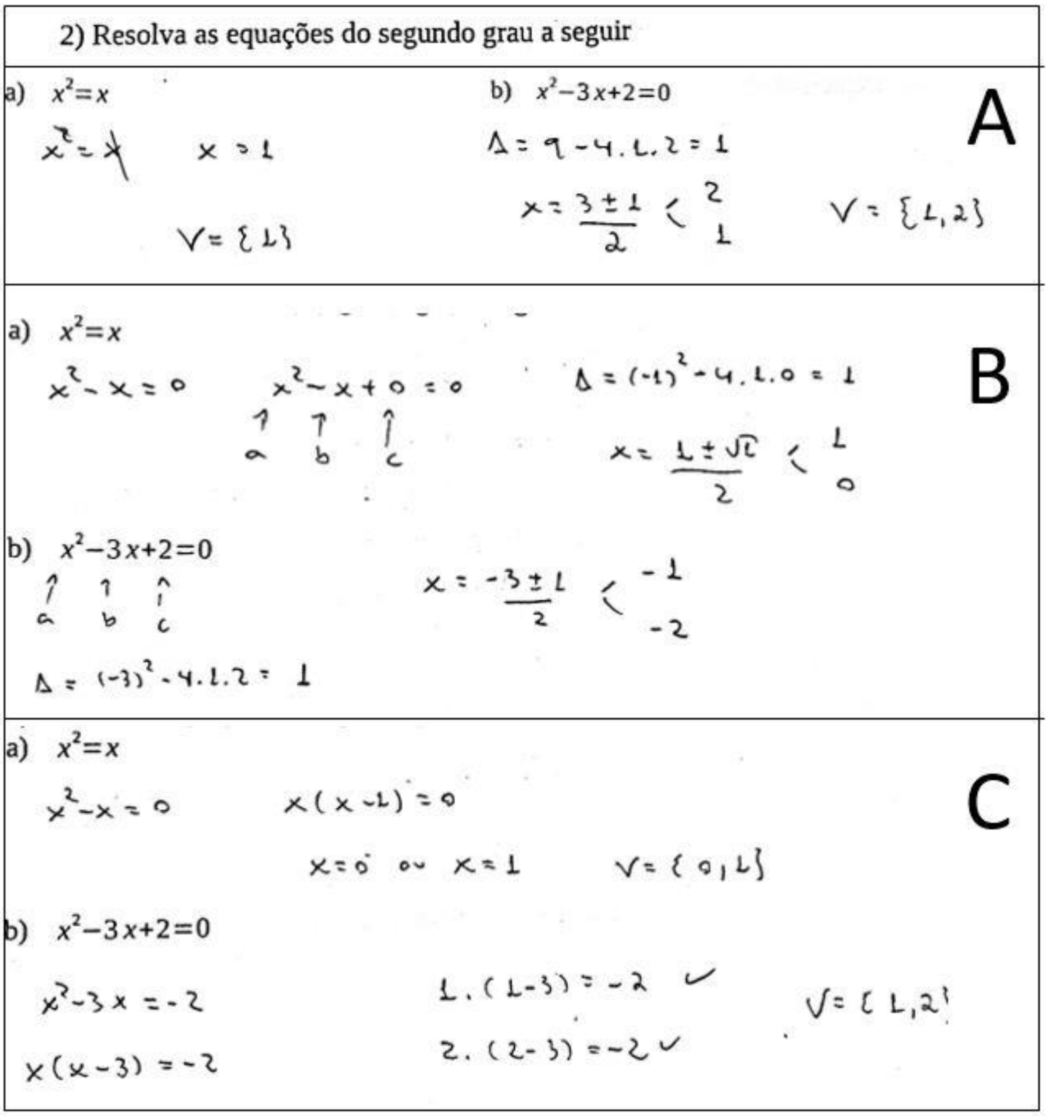
O escore da prova C foi maior, e como esperado, as ordenações em que a nota da prova C aparece primeiro, como a maior nota, ocorreram mais conforme mostra a tabela 2. Esse resultado mostra que o conjunto dessas três provas respondidas teve efeitos distintos nos corretores, a interpretação da ordem dessas provas reflete em como o corretor percebe a proficiência desses três respondentes. Um dos corretores, por exemplo, atribuiu 9,6 para a prova C e 5,2 para a prova B, enquanto que outro corretor atribuiu 7,5 para a prova B e 4,9 para a prova C.

Os itens da prova podem ajudar a compreender essa diferença de atribuição de notas. Na sequência serão apresentados os problemas 2, 4 e 5 com seus dois itens, a e b. Na figura 1, são apresentados os itens 2a e 2b, que envolvem a resolução de equações do segundo grau, sem contexto.

O construto da questão envolve método de resolução de equações do segundo grau, e existem alguns métodos e técnicas para tal propósito. O método de Bhaskara se aplica para todo tipo de equação do segundo grau, soma e produto das raízes é uma técnica que funciona em alguns casos, assim como fatoração do trinômio para que esse fique disposto na forma de uma equação produto.

Para o item 2a, a intenção foi verificar o comportamento dos corretores em uma situação muito comum, em que o estudante, ao resolver a equação $x^2 = x$, resolve simplificar o valor de x, desconsiderando a possibilidade de $x = 0$ ser uma raiz, que é o caso do respondente A. No item 2b, a proposta foi confrontar o quanto os corretores descontariam de erro de sinal do respondente B, especialmente se percebemos que esse respondente fez corretamente o 2a, bem como verificar que tipo de pontuação os corretores atribuem para o respondente C, uma vez que este não resolveu nenhuma das equações utilizando o método de Bhaskara, transformando as equações em produto e verificando no item 2b como prova real se aquelas são de fato as raízes.

Figura 1: Questão 2 da prova e sua resolução por cada um dos respondentes, identificados pela letra no lado direito.


2) Resolva as equações do segundo grau a seguir

A
a) $x^2=x$
$x^2=x$ $x=1$
$V=\{1\}$
b) $x^2-3x+2=0$
$\Delta=9-4.1.2=1$
$x=\frac{3\pm1}{2}$ 2, 1
$V=\{1,2\}$

B
a) $x^2=x$
$x^2-x=0$
$x^2-x+0=0$ (a, b, c)
$\Delta=(-1)^2-4.1.0=1$
$x=\frac{1\pm\sqrt{1}}{2}$ 1, 0
b) $x^2-3x+2=0$ (a, b, c)
$x=\frac{-3\pm1}{2}$ -1, -2
$\Delta=(-3)^2-4.1.2=1$

C
a) $x^2=x$
$x^2-x=0$
$x(x-1)=0$
$x=0$ ou $x=1$ $V=\{0,1\}$
b) $x^2-3x+2=0$
$x^2-3x=-2$
$x(x-3)=-2$
$1.(1-3)=-2$ ✓
$2.(2-3)=-2$ ✓
$V=\{1,2\}$

Fonte: autor

Como a tabela 1 mostrou, o item 2a do respondente A teve uma média de 0,43 com desvio padrão de 0,3. Dez corretores atribuíram 0,5 ponto, seis atribuíram zero e as outras notas variaram de 0,1 a 0,9. É importante notar que esse respondente mostrou proficiência ao responder pelo método de Bhaskara o item 2b.

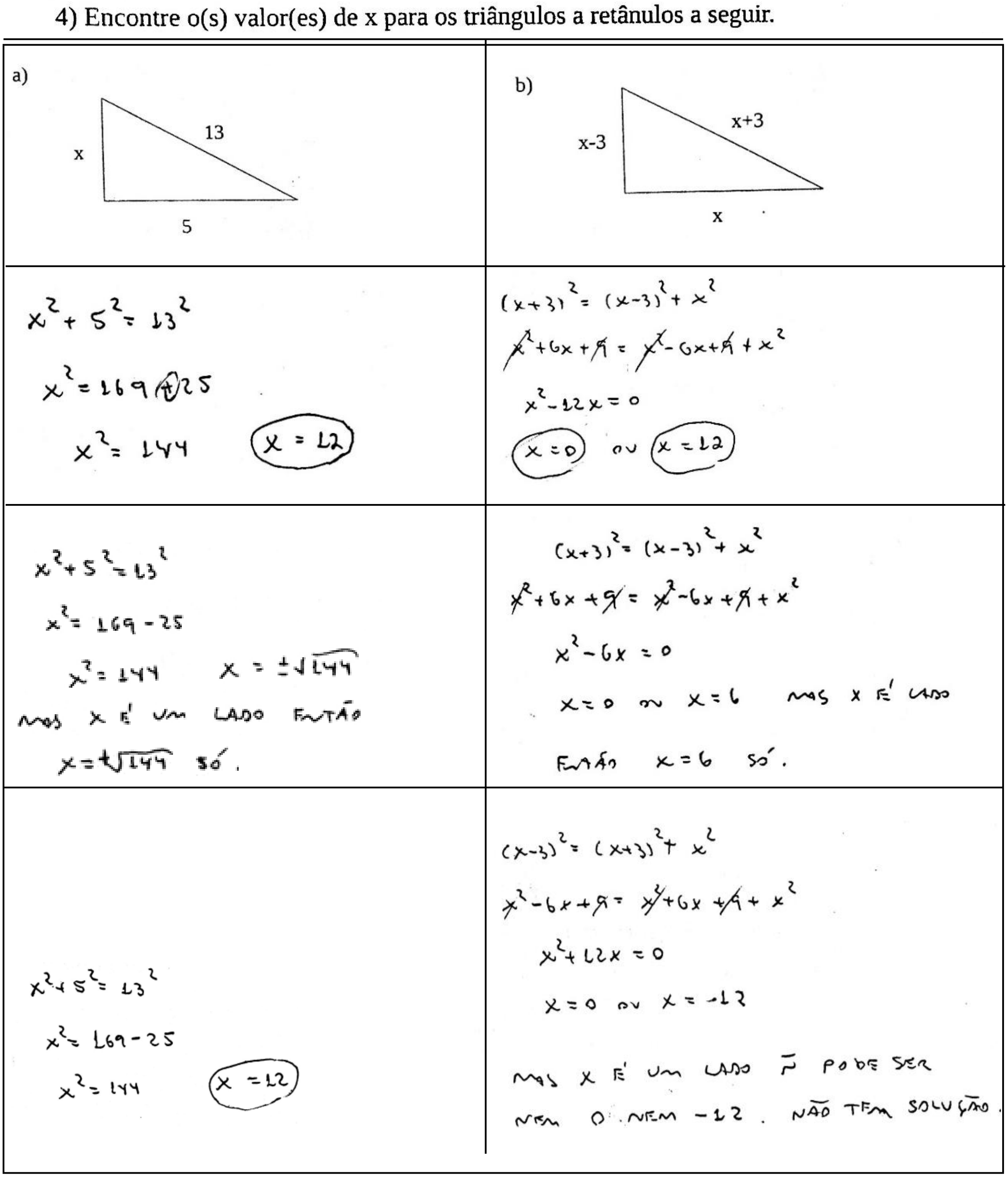
O respondente B não colocou a resposte em um conjunto solução, o que fez com que alguns corretores descontassem 0,1 ou 0,2 na pontuação do 2a e 2b. Esse respondente também utiliza o método de Bhaskara e apresenta corretamente o procedimento para o item 2a, mas no item 2b troca um único sinal, fazendo com que sua resposta final fique com o sinal trocado. A média do item 2b para o respondente, segundo a tabela 1, ficou em 0,61 com desvio padrão 0,24. Quatro corretores decidiram não descontar pontuação da questão 2.

O respondente C não apresentou solução na questão 2 pelo método de Bhaskara, por esse motivo não é possível saber se ele possui proficiência em resolução de equação do segundo grau, muito embora tenha encontrado métodos que resolvem os itens 2a e 2b. Se um dos itens tivesse uma equação cujo delta não fosse um quadrado perfeito, aí seria possível verificar a proficiência do respondente. A tabela 1 mostra que a média desse respondente no item 2b foi de 0,68 com desvio padrão 0,37, e 14 corretores não descontaram ponto. A resolução se baseia em uma fatoração e tentativas de raízes como números inteiros, o que de fato funciona como o respondente C mostra na prova real.

A próxima questão a ser discutida é a 4, em que o construto está associado ao Teorema de Pitágoras. A figura 2, a seguir, apresenta os itens 4a e 4b. O propósito desses itens era verificar como é o comportamento dos corretores em uma questão em que os respondentes utilizam o Teorema de Pitágoras, chegam em uma equação do segundo grau, e devem refletir sobre o(s) valor(es) encontrados, se podem ou não ser uma resposta do problema uma vez que a variável está associada a um lado de um triângulo, e que portanto não pode assumir um valor menor ou igual a zero.

A tabela 1 mostra que o respondente A acertou em média 0,93, com desvio padrão de 0,13, no item 4a e média 0,71 com desvio padrão de 0,25 no item 4b. Embora o item 4a desse respondente esteja certo, existe um pequeno equívoco de sinal na resolução que não interfere na resposta final, além do respondente não ponderar sobre a possibilidade de $x = 12$ poder ser uma resposta. Isso fica evidente no item 4b, em que esse respondente considera $x = 0$ como uma solução, o que fez com que os avaliadores divergissem o quanto deveria ser descontado na pontuação desse item.

Figura 2: Questão 4 da prova e sua resolução por cada um dos respondentes, identificados pela letra no lado direito


4) Encontre o(s) valor(es) de x para os triângulos a retânulos a seguir.

a)	b)
x, 13, 5	$x-3$, $x+3$, x
$x^2+5^2=13^2$ $x^2=169-25$ $x^2=144$ $x=12$	$(x+3)^2=(x-3)^2+x^2$ $\cancel{x^2}+6x+\cancel{9}=\cancel{x^2}-6x+\cancel{9}+x^2$ $x^2-12x=0$ $x=0$ ou $x=12$
$x^2+5^2=13^2$ $x^2=169-25$ $x^2=144$ $x=\pm\sqrt{144}$ MAS X É UM LADO ENTÃO $x=+\sqrt{144}$ SÓ.	$(x+3)^2=(x-3)^2+x^2$ $\cancel{x^2}+6x+\cancel{9}=\cancel{x^2}-6x+\cancel{9}+x^2$ $x^2-6x=0$ $x=0$ ou $x=6$ MAS X É LADO ENTÃO $x=6$ SÓ.
$x^2+5^2=13^2$ $x^2=169-25$ $x^2=144$ $x=12$	$(x-3)^2=(x+3)^2+x^2$ $\cancel{x^2}-6x+\cancel{9}=\cancel{x^2}+6x+\cancel{9}+x^2$ $x^2+12x=0$ $x=0$ ou $x=-12$ MAS X É UM LADO ~ PODE SER NEM 0 NEM -12. NÃO TEM SOLUÇÃO.

Fonte: autor

O respondente B mostra que possui a proficiência relativa ao lado ter uma medida maior que zero. No item 4a o respondente resolve a equação do segundo grau, encontra duas soluções e justifica tomar apenas a positiva, sendo que essa solução é deixada como uma raiz quadrada. A média desse item é 0,84 com desvio padrão 0,22, o que é surpreendente.

Os avaliadores consideram a proficiência relativa à radiciação mais importante do que avaliar se um lado possui medida negativa, comparando com o resultado do respondente A.

No item 4b o respondente B comete um pequeno erro aritmético, acarretando em um valor diferente da resposta, mas ainda conseguindo avaliar se o valor é plausível para uma medida. Esse item possui acerto médio 0,54 e desvio padrão 0,26, conforme mostra a tabela 1, evidenciando mais uma vez uma confusão sobre a proficiência a ser avaliada pelos corretores: 19 deles pontuaram 0,5 ou menos para o respondente B no item 4b.

O respondente C inverte o cateto com a hipotenusa no item 4b, muito embora ele tenha feito de maneira correta no item 4a. A conta que o respondente C chega acarreta valores de x de modo que a medida do lado é negativa ou nula, evidenciando proficiência sobre o problema referente a medida dos lados, mas também ao Teorema de Pitágoras, como mostra a resolução do item 4a. A média de acerto do item 4b para o respondente C ficou em 0,49 com desvio padrão de 0,28.

Na questão 5, o construto pretendido era o de desenvolvimento de expressões algébricas, com ou sem o uso de produtos notáveis. A figura 3 a seguir apresenta os itens 5a e 5b.

O respondente A consegue desenvolver corretamente o produto dos termos mas não considera o fator 2 no item 5a, em que obteve média 0,58 e desvio padrão 0,26. Já no item 5b, ele coloca o fator 3 dentro do parêntese, mas não considera que o termo está ao quadrado. Todo o desenvolvimento da expressão está correto, desconsiderando esse fator inicial, os corretores atribuíram média 0,19 e desvio padrão 0,25 para esse item, 16 deles zeraram o item para o respondente A.

Figura 3: Questão 5 da prova e sua resolução por cada um dos respondentes, identificados pela letra no lado

5) Desenvolver as expressões abaixo. Se necessário, utilize produtos notáveis.

a) $2(x-1)(x+3)$	b) $3(2x-5)^2$
$x^2+3x-x-3$ x^2+2x-3	$(6x-15)^2$ $36x^2-2.6x.15+15^2$ $36x^2-180x+225$
$2(x^2+3x-x-3)=0$ $2(x^2+2x-3)=0$ $2x^2+4x-6=0$ $\Delta=4^2-4.2.(-6)=64$ $x=\frac{-4\pm 8}{4} \begin{cases} -3 \\ 1 \end{cases}$	$3(4x^2-25)$ $12x^2-75$
$2(x^2+3x-x-3)$ $2x^2+6x-2x-6$ $2x^2+4x-6$	$3(4x^2-2.2x.5+25)$ $12x^2+60x+75$

Fonte: autor

No item 5a, o respondente B efetua corretamente o desenvolvimento dos termos mas ele encara o resultado como se fosse uma equação, confundindo o que se é pedido no enunciado. Mesmo com o desenvolvimento certo, os corretores atribuíram média 0,54 e desvio padrão 0,26 para esse item. Para o item 5b, o respondente B não soube desenvolver a expressão, e cometeu o erro comum de colocar apenas os dois termos ao quadrado. O respondente obteve média 0,20 e desvio padrão 0,31 para esse item. É surpreendente que em essência seja a mesma pontuação do respondente A.

O respondente C errou um sinal, ao passar de uma linha para outra, no item 5b. Por esse motivo, os avaliadores atribuíram uma pontuação média de 0,83 e desvio padrão 0,22.

Considerações Finais

Muito embora uma avaliação confeccionada com questões de diferentes momentos escolares e com respostas carregadas de intencionalidades para testar os avaliadores não represente o cotidiano na correção de provas escritas para os professores, os resultados obtidos nesse estudo apontam questões preocupantes.

A nota final de uma prova escrita, do ponto de vista de uma avaliação somativa, é a somatória do que o aluno ou a aluna desenvolveu em todos os itens daquele instrumento de avaliação. Em geral essas avaliações contemplam um bloco coeso de um ou poucos conteúdos, e essa nota pode possuir muitos significados: passar de bimestre, promoção de ano, ser o melhor da sala, ser rotulado como incapaz, etc. Dadas as condições de trabalho (e tempo) dos professores de matemática, a tarefa de fazer uma reflexão sobre uma prova inteira quase não existe, salvo em casos sensíveis como possibilidade de reprovação.

Em geral pensar em um número como uma nota (e vice versa) não implica em olhar o tipo de proficiência que o estudante possui sobre aquele construto específico, devemos lembrar que estamos tentando transformar em um número algo que não pode ser medido diretamente, e justamente por isso olhar o desenvolvimento no instrumento como um todo pode ajudar a não cometer discrepâncias.

Talvez o principal resultado desse estudo foi de verificar que uma parcela grande de professores e futuros professores de matemática ancore a proficiência de qualquer área da matemática na capacidade de fazer contas corretamente. Os descontos de nota que muitos avaliadores fazem em erros de conta são tão ou mais substanciais que erros conceituais, como aconteceu no caso do item 2b, em que o respondente C acertou as equações sem mostrar como se resolve de maneira geral uma equação do segundo grau, também no caso dos itens 4 a e b, em que os respondentes B e C mostraram a proficiência requerida, ao conseguirem identificar o Teorema de Pitágoras e que a medida dos lados deviam possuir valor positivo, e finalmente no item 5b comparando a produção dos respondentes A e B.

Do ponto de vista dos estudantes, as notas nas avaliações somativas escolares podem provocar, desde um estímulo à continuidade dos estudos ou um rótulo negativo que pode levar, no pior dos casos, à desistência escolar (BOTELHO; MADEIRA; RANGEL, 2015). Esse tipo de relevância em todo o processo educacional deve ser considerado por nós, professores de matemática, nessa difícil tarefa de materializar em um número o quanto um estudante sabe sobre determinado assunto.

Por último, é muito relevante se pensar em como esse tipo de reflexão pode chegar aos professores de matemática, para que as avaliações escritas de matemática tenham um papel maior que priorizar acertar as contas e passem para o campo de focalizar a proficiência no construto pretendido.

Referências

AYRES, Paul. Systematic Mathematical Errors and Cognitive Load. **Contemporary Educational Psychology**, v. 26, n. 2, p. 227-248, 2001.

BOTELHO, Fernando; MADEIRA, Ricardo A.; RANGEL, Marcos A. Racial discrimination in grading: Evidence from Brazil. American Economic Journal: Applied Economics, v. 7, n. 4, p. 37-52, 2015.

DOS SANTOS, Edilaine Regina; TEIXEIRA, Bruno Rodrigo. Avaliação escolar na formação de professores de matemática: uma ação formativa sobre critérios de correção. South American Journal of Basic Education, Technical and Technological, v. 6, n. 1, 2019.

MCMILLAN, James H.; MYRAN, Steve; WORKMAN, Daryl. Elementary teachers' classroom assessment and grading practices**. The journal of educational research**, v. 95, n. 4, p. 203-213, 2002.

MORETTI, Méricles Thadeu. Estudo das divergências entre corretores na avaliação de provas em matemática. **Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior** (Campinas), v. 12, p. 291-308, 2007.

SWELLER, John. Cognitive load during problem solving: Effects on learning. **Cognitive Science**, 12(2), 257-285, 1988.

URBINA, Susana. **Essentials of psychological testing**. New York: Hoboken, 2004.

VAZ, Rafael Filipe Novôa; NASSER, Lilian. Em busca de uma avaliação mais “justa”. Com a Palavra, o Professor, v. 4, n. 10, p. 269-289, 2019.

Efeitos de avaliações externas na prática profissional de professores de matemática

Effects of external assessments on the professional practice of mathematics teachers

Edivagner Souza do Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
vaguinhos.santos@gmail.com

João Ricardo Viola dos Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
joao.santos@ufms.br

Leonor Fernanda Volpato
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
volpatofernanda1982@gmail.com

Resumo
O objetivo deste artigo é investigar efeitos de avaliações em larga escala na prática profissional de professores de matemática. Os dados utilizados foram produzidos por meio de entrevistas semiestruturadas com professores de matemática, dos Anos Finais do Ensino Fundamental de Escolas Municipais em Campo Grande, MS. A partir de uma discussão a respeito das avaliações externas no contexto escolar e tomando como referencial teórico-metodológico o Modelo dos Campos Semânticos (Lins, 1999, 2012) e a História Oral (Garnica, 2004, 2011), construímos nossas considerações e delineamentos a respeito da problemática investigada. Os principais efeitos dessas avaliações na prática profissional de professores são operados na direção de apagamentos de professores e alunos nas relações pedagógicas, em intervenções e monitoramentos, por meio de vigilâncias e pressões no trabalho pedagógico de professores no contexto escolar.

Palavras-chave: Avaliações Externas. Prática Pedagógica. Educação Matemática. Modelo dos Campos Semânticos.

Abstract
The aim of this paper is to investigate effects of external assessments in professional practice of mathematics teachers. The data was produced by interviews with secondary school mathematics teachers, of Campo Grande City, in the state Mato Grosso do Sul, Brazil. From a discussion about external assessments in the educational context and taking the theoretical and methodological framework of the Model of Semantic Fields (Lins, 1999, 2008, 2012) and the Oral History (Garnica, 2004, 2011) we produced our considerations about this issue. The principal effects of external assessments in the professional practice of mathematics teachers operate in directions of erasure of teachers and students in pedagogical relationships, in interventions and monitoring, through surveillance and pressure in pedagogical work in the school context.

Key words: External Assessments; Pedagogic Practice; Mathematics Education. Model of Semantic Fields.

Um esboço da problemática das avaliações externas no contexto escolar

Nos últimos anos, é notório que as políticas de avaliação externa tomaram corpo e se consolidaram como parte do processo educacional existente no Brasil. Geralmente, mesmo com outras intenções e objetivos, elas desempenham um papel de direcionar e dizer o que e como deve ser uma prática profissional de um professor da Educação Básica.

Por meio da criação de um Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, deu início a construção de práticas avaliativas que atravessam fortemente a instituição escolar e principalmente o trabalho docente, construindo na escola e nas relações pedagógicas ações que visam atingir e/ou cumprir índices.

Diante deste contexto, práticas curriculares, principalmente ligadas às disciplinas de português e matemática, não raramente se organizaram em função dessas avaliações. *"Muitas vezes, a gente ensina os alunos para irem bem na avaliação externa e não para aprender"*. Esse discurso está cada vez mais presente entre professores da Educação Básica.

Uma das principais metas de professores, coordenadores e diretores é atingir esses índices. Essa estrutura adotada de modelos de mercado, como cita Ravitch (2011), coloca as escolas em um movimento de comparação/competição com outras escolas, o que, em nossas leituras, vai na contramão de valores como confiança, solidariedade, seguridade, colaboração, trabalho coletivo, desejáveis no contexto escolar.

O município de Campo Grande, MS, adotou em 2005 um modelo de administração escolar pautado em indicadores, criando um sistema próprio de avaliação.

> Assim, na elaboração do planejamento estratégico da Secretaria Municipal de Educação, constatou-se a necessidade de criar, implantar e implementar o Sistema Municipal de Avaliação-SIMA, que norteia todo o processo de avaliação, contribuindo para a tomada de decisões da gestora do sistema, que visa verificar a efetividade do Sistema Municipal de Ensino de Campo Grande e norteia todo processo de avaliação proposto pela Secretaria Municipal de Educação-SEMED. Seus pressupostos são garantia da qualidade na educação; nos serviços prestados, na universalização do acesso e equidade, ideias alinhadas à missão da SEMED: "Assegurar uma educação de qualidade, garantindo o acesso, a permanência, a apropriação do conhecimento e a formação da cidadania".
> O SIMA está centrado em três programas:
> 1. Programa Municipal de Avaliação Externa de Desempenho de Alunos-PROMOVER.
> 2. Programa Municipal de Avaliação do Desempenho dos Profissionais da Educação-PROA.
> 3. Programa Municipal de Avaliação das Escolas Municipais-PROMAE. (MOTTA, 2011, p. 09-10)

É possível realizar uma leitura de que o município de Campo Grande constrói esses programas com intenções de melhorar o desempenho dos alunos, dos profissionais da educação e das escolas municipais, como segue:

> "[...] a tentativa foi sempre na contramão da competitividade, dando ênfase às compensações advindas do Estado diante dos resultados das avaliações, reforçando unidades ou sistemas com eventuais limitações, avigorando aquelas em melhor desenvolvimento".
> /.../ A Secretaria Municipal de Educação de Campo Grande, acompanhando o contexto de desenvolvimento acima exposto, vem, desde 1999, pelos sistemas de avaliação, incorporando elementos importantes da cultura escolar e busca demonstrar aos professores que a avaliação externa é feita a seu favor, e não contra. Quando a avaliação tem essa conotação, sem dúvida contribui para reafirmar ao magistério a sua dignidade profissional. (CAMPO GRANDE, 2011, p. 24).

Porém, outra leitura mais detalhada, como apresentaremos em parte neste artigo ouvindo professores de matemática de escolas do Ensino Fundamental, que esses programas, junto à outras estratégias político-pedagógicas, produzem efeitos nefastos na prática profissional do professor, bem como em todos os sujeitos que habitam os espaços escolares.

Os resultados das avaliações externas são apresentados de maneira individual, o que implica, de certa forma, um o processo de comparação e ranqueamento entre as escolas. Se em um ano o índice da escola aumenta, os professores fizeram um bom trabalho; se no próximo ano o índice cai, os mesmos professores fizeram um trabalho ruim. Com isso, intervenções e pressões, claro que sob uma rubrica de um acompanhamento da secretária municipal, se tornam presente no dia a dia dos professores.

Pesquisas têm evidenciado, esses programas de avaliações externas produzem escolas e práticas docentes pautadas na padronização e homogeneização, o que implica em uma classificação e exclusão no contexto escolar (ORTIGÃO, PEREIRA, 2016; FREITAS, 2012; 2013; ESTEBAN, 2014; RAVITCH, 2011). Processos de monitoramento, fiscalização, pressão e uma procura exacerbada em busca de índices operam na escola sob a rubrica do acompanhamento da prática profissional do professor, do auxílio por parte de alguém externo a realidade dela.

Diante dessas considerações o objetivo deste trabalho é investigar efeitos de avaliações em larga escala na prática profissional de professores de matemática. Os dados utilizados foram produzidos por meio de entrevistas semiestruturadas com dois professores de matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental de Escolas Municipais em Campo Grande, MS. A partir de uma discussão a respeito das avaliações externas no contexto escolar e tomando como referencial teórico-metodológico o Modelo dos Campos Semânticos, (Lins, 1999, 2012) e a História Oral (Garnica, 2004, 2011), construímos nossas considerações e delineamentos a respeito da problemática investigada.

Pesquisas e efeitos de avaliações externas nas escolas da Educação Básica

Se por um lado é desejado que existam avaliações externas ao contexto escolar, que sejam realizadas, por exemplo, de 5 em 5 anos, que indiquem características desse sistema como um todo e possam fazer diagnósticos (junto à secretárias municipais, estaduais, à equipes de formação continuada destas secretarias, aos professores, alunos e pais, ou seja, junto a todos os sujeitos que participam do contexto escolar) e, indicar parâmetros e diretrizes de no mínimo médio prazo para transformações na escola, por outro, é comum em municípios brasileiros, alunos e professores realizarem 8, 11 avaliações externas por ano.

Muitas destas avaliações são preparatórias para outras que estão por vir. A escola faz uma avaliação, nos moldes da avaliação externa, para preparar os alunos para outra, a do município; que por sua vez se constitui como uma avaliação externa como preparação para outra, a do estado; que por sua vez se constitui como uma preparação para outra avaliação, a do governo federal. Entretanto, como afirma Esteban,

> Os resultados da avaliação [diríamos destas avaliações] continuam expondo uma escola que fracassa e impõem a necessidade de se indagar o que é educação, quais são suas bases e finalidades, o que transmite e como transmite; exigem profunda reflexão sobre o que está historicamente negado e silenciado e que precisa ser recuperado e incorporado à dinâmica pedagógica. (ESTEBAN, 2009, p. 123).

Porém, estas profundas reflexões pouco acontecem e o que persiste nas escolas, de maneira geral, é uma saga em busca de índices. Não é novidade que as escolas públicas, aos poucos, estão se constituído como espaços de mercadorias e não como espaços de direitos. De conteúdos para competências, de aprendizagens para desempenhos, de temas nos programas de ensinos para códigos de descritores. Essas são algumas marcas que explicitam essa transformação da escola como direito para uma escola como mercadoria. Nesse processo, as avaliações externas se constituem como ferramentas políticas de extrema força, pois elas funcionam como tentáculos desse sistema capitalista contemporâneo, que opera processos de homogeneização, classificação e exclusão.

As avaliações externas apresentam resultados de cada escola em meio a um processo estandardizado/competitivo. Esse processo, implica em propagandas das escolas e a construção de discursos de qualidade por meio do índice que ela atinge em avaliações externas. As escolas, os professores e os alunos se transformam e se resumem em números. Como afirma Esteban,

> Os desempenhos insuficientes e o abandono precoce, o fracasso escolar, são narrados como decorrências de processos mais ou menos individualizados e destituídos de qualidade e não como parte de uma concepção excludente de qualidade, necessária a um projeto hegemônico de sociedade que depende da existência de relações de subalternidade. O compromisso com a aprendizagem vai sendo deslocado para o interesse pelo desempenho, levando ao máximo a obsessão pela eficiência [...]. (ESTEBAN, 2008, p. 7)

Em nossa sociedade é comum vermos *outdoors* com fotos e números de adolescentes do terceiro ano do Ensino Médio, oriundos de colégios particulares, que ingressaram em universidades públicas e de prestígio. Em um futuro próximo esses *outdoors* serão de alunos do sexto ano do Ensino Fundamental que conseguiram ingressar em uma escola com alto índice em avaliações externas.

Gomes (2019), em um estudo com professores e coordenadores de escola em Mato Grosso do Sul, aponta que professores são submetidos ao comprometimento excessivo, a uma responsabilização individual, pressão demasiada que assiste a uma responsabilização de seus alunos pelo resultado de uma escola. Os professores são obrigados a ceder tempos escolares para o preparo dos testes, são conduzidos à produção de modelos similares ao engendrado pelos testes, são cobrados por resultados e veem sua prática se distanciar da realidade vivida.

Para Gomes (2019), diretores e professores são obrigados a conviver e traçar estratégia para não lidar com a subversão de alunos em relação às avaliações externas. Não é estranho, algumas turmas realizarem o teste colocando respostas erradas por vontade própria ou se ausentarem no dia do teste. Essa estratégia política dos alunos, que também denunciam outros efeitos das avaliações externas, se implementa por um combinado interno entre eles, sem o conhecimento da direção, coordenação e professores.

Sempre há explicações dos alunos, apontando, por exemplo, a negação de aceitar que aquele número, que cairá sobre sua responsabilidade, representa toda uma escola, que é diversa, múltipla, com poucas possibilidades de ser homogeneizada por um índice. Essa estratégia de boicote dos alunos, também podem indicar suas insatisfações em relação à pressão que neles é imposta colocada durante o ano.

Uma estratégia adotada por secretárias estaduais de educação, como por exemplo do estado de São Paulo e Rio de Janeiro, é o pagamento em dinheiro, como por exemplo, um décimo quarto salário, para profissionais da educação em escolas que aumentaram o índice nas avaliações externas. Em nossa leitura, essa estratégia se constitui como uma perversidade do sistema em relação aos professores, pois ela desconfigura o trabalho docente como um profissional que educa seus alunos por meio de matemática, português, para um profissional que busca o aumento de um índice, o que implica em um ganho substantivo em seu salário ao final do ano.

De certa forma, o professor se transforma em um vendedor de uma loja que trabalha por comissão e fica desesperado próximo ao final do mês quando ainda não cumpriu sua meta. Nossas considerações não são na direção de diminuir esse trabalhador no campo das vendas, mas sim explicitar que tanto ele, quanto o professor, estão, cada vez mais, se transformando em números para um sistema

As escolas de um modo geral têm se constituído como um espaço em que lógicas mercadológicas operam de maneira crescente. Metas, monitoramentos, prêmios. *"Minha escola aumentou o índice. Ufa.!! Estamos sossegados, pois no próximo ano trabalharemos sem pressão", p*arte de uma fala de um professor em nossas entrevistas. É preciso conhecer em detalhes os processos nos quais as avaliações externas atravessam o contexto escolar e de que modo eles operam.

Delineamentos de uma estratégia teórico-metodológica

Um movimento teórico-metodológico operado na produção, leitura e discussão dos dados foi o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) (Lins, 1999, 2008, 2012)[1]. O MCS se constitui como um quadro de referência, um movimento como preferimos, um modo de inventar mundos, inventando-se neles. O MCS oferece possibilidades para ler, interagir e produzir com o outro, em nosso caso com as textualizações de entrevistas de professores de matemática. Segundo Lins (2012, p.18) o interesse do MCS é no processo de produção de significado e em sua leitura, "/.../ é um quadro de referência para que se possa produzir leituras suficientemente finas de processos de produção de significados".

Entrevistamos professores do Ensino Fundamental II da rede municipal da cidade de Campo Grande, MS. Essas entrevistas foram gravadas em áudio e em vídeos. Diante dessas gravações, realizamos um processo de transcrição e outro de textualização, segundo a

---

[1] Para mais informações e trabalhos com o Modelo dos Campos Semânticos, consultar o sítio da Rede de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática, Sigma-t: http://sigma-t.org/

perspectiva teórico-metodológica da história oral (Garnica, 2004, 2011). Neste artigo, compomos nossas considerações com textualizações de entrevistas de dois professores Thiago e Carla. Os nomes desses professores são fictícios. Delineamos algumas considerações a respeito desses dois movimentos teórico-metodológicos que sustentaram nossas considerações de efeitos de avaliações externas na prática profissional de professores de matemática.

O aspecto central do MCS é a noção de *conhecimento*, caracterizada como "/.../ uma crença afirmação junto com uma justificação que me autoriza a produzir aquela enunciação" (Lins, 1999, p 88). A justificação não é uma justificativa que dá sentido ou mesmo justifica a crença afirmação, mas um elemento constituinte do conhecimento. Decorrente dessa caracterização de conhecimento, o que cabe à um sujeito epistêmico é produzir *significados*, que se caracteriza como aquilo que se pode e efetivamente o que se diz a partir de um *objeto* em uma *direção*. Não se trata de tudo o que poderia ser dito, mas sim do que foi dito por um sujeito. Vale ressaltar que gestos, movimentos corporais também se constituem como processos de produção de significados.

Por objeto, Lins caracteriza, como "algo a respeito de que se pode dizer algo (2004, p. 114)". Não se trata de os objetos estarem em "um lugar" e os sujeitos que produzem significados a partir deles estarem "em outro". Os sujeitos produzem significados e constituem objetos. De outro modo, os significados são produzidos à medida que objetos são constituídos. Assim, operamos esse processo em uma direção, a qual Lins caracteriza como *interlocutor*. Não se trata de um sujeito biológico, um ente físico, mas sim de uma direção. Processos de produção de significados e constituição de objetos são colocados em marcha em uma direção na qual quem produz, sendo produzido, os fazem de um modo que acreditam que sejam plausíveis. Um sujeito fala em uma direção na qual acredita que é autorizado a dizer o que diz.

Outra noção importante para nossas discussões é a de *leitura plausível*, que se constitui como uma tentativa, um movimento de estar com o outro, de ler como esse outro opera, de produzir com ele. Ler é produzir. Ler é produzir com. Não se trata de interpretar, nem mesmo de compreender, o que, em certo modo, supõe alguma essência de algo. Como Lins (2012, p. 23) afirma: "plausível porque "faz sentido", "é aceitável neste contexto", "parece que ser que é assim". Segundo Viola dos Santos (2018, p. 383)

> Ler plausivelmente o outro é tentar (sempre já admitindo um fracasso) se colocar no lugar do outro, tentar usar as palavras que o outro usa, na intenção de entender como ele opera. Em uma escuta paciente, produzindo interações que coloque o outro para falar em outras direções, buscando produzir juntos.

A história oral[2] se caracteriza como um método de pesquisa qualitativa em Educação Matemática na direção de realizar trabalhar que, intencionalmente, produzem fontes por meio de entrevistas. Segundo Garnica (2010) "/.../ um trabalho – em Educação Matemática ou em qualquer área que seja – produz irremediavelmente uma fonte histórica. A diferença é que os que usam a História Oral intencionalmente as produzem (p. 31)". Segundo Garnica, Fernandes e Silva (2011, p. 232)

> A História Oral é uma metodologia cuja função é criar fontes historiográficas (que podem ser exploradas por instrumentais analíticos distintos por quaisquer pessoas que venham a interagir com elas) e estudá-las, permitindo que a subjetividade transite pelos domínios da Ciência. Notemos, porém, que a operação historiográfica não se reduz à criação de fontes, mas toda operação historiográfica inicia-se com uma pergunta e uma seleção/criação de fontes.

Neste trabalho operamos a noção de textualização, um dos aspectos centrais dessa metodologia de pesquisa. Segundo Viola dos Santos (2012, p. 24)

> Textualizar se aproxima do movimento de escrever o que acredito que você escreveria, constituindo um texto que acredito que você diria que é seu. Assim, não busco apenas tirar os vícios de linguagem, reescrever as frases truncadas (que no momento de entrevista são naturais), reorganizar o texto de uma maneira que ele fique mais corrente, "palpável" para leituras. Coloco-me a escrever outro texto que é constituído a partir da gravação (áudio ou áudio-visual) e armazenamento em mídia, da entrevista realizada, como também de minhas lembranças daquele momento. Eu não escrevo as mesmas coisas que você disse, mesmo se utilizar as mesmas palavras. Coloco-me em um movimento de instituir palavras, plausivelmente, de uma maneira que acredito que você diria.

Como afirma Silva (2006),

> /.../ praticar a textualização em história oral é um exercício de amalgamar a ficção que o outro é à ficção que somos nós, ou seja, é uma tentativa de nós, pesquisadores, nos aproximarmos dos significados que o depoente produz para as suas *experiências* (p.423-424).

As entrevistas foram produzidas com professores de matemática. Elaboramos um roteiro e realizamos as entrevistas. Logo, realizamos uma primeira transcrição e depois um processo de textualização, como delimitamos anteriormente. Essa textualização foi enviada ao depoente que teve total liberdade para alterar palavras, frases, suprimir opiniões, ou seja, produzir a textualização de sua entrevista junto com o pesquisador.

Tomando como pressuposto noções do Modelo dos Campos Semânticos e conceitos da História Oral, construímos um movimento de produção de considerações e delineamentos

---

[2] Para mais informações e trabalhos com História Oral consultar o sítio do GHOEM, Grupo de Pesquisa em História Oral e Educação Matemática: http://www2.fc.unesp.br/ghoem/

junto às textualizações dos nossos dois depoentes, de todos nossos movimentos com a temática dos efeitos das avaliações externas na prática profissionais de professores de matemática.

Nessas considerações e delineamentos nossa intenção foi problematizar, por vezes denunciar, discutir, por vezes, descrever, e quem sabe, produzir outras lógicas e narrativas que possam atravessar os contextos escolares em relação às avaliações externas. Os trechos das textualizações dos professores aparecem em itálico, em uma tentativa que esses trechos façam parte de nossa produção. As textualizações e, com isso, os professores de matemática, não estão de um lado, e nós, pesquisadores, e também professores de matemática, de outro. Trata-se de um movimento em com-posição, em produzir com, em narrar com, em inventar-se com...

Ao nos movimentarmos em efeitos que são produzidos pelas avaliações externas na prática profissional de professores de matemática, também somos produzidos nesses efeitos. Por conseguinte, também produzimos outros efeitos nesses espaços.

Efeitos de apagamentos de alunos, professores, escolas

O processo educativo se constitui todos dias nos quais alunos e professores se encontram para ensinar e aprender matemática, se encontram também em conversas, diálogos e discussões: eles constroem relações de amizade, confiança e conhecimentos de ambos. Entretanto, o que tem ocorrido na escola é que os resultados das aprendizagens, ao qual muitos chamam de desempenho escolar dos alunos, têm ganhado uma centralidade na cena educacional, criando um processo de apagamento de alunos e de suas histórias de vidas. Thiago, um professor de matemática da rede municipal de ensino de Campo Grande, com aproximadamente 20 anos de experiência, afirma a necessidade de um professor em sala de aula ser (substantivo) humano. É estranho ter que admitir essa necessidade, pois em relações de cooperação, confiança e solidariedade, aos quais em nossa leitura são pressupostos fundantes da escola, ser humano não é uma necessidade, mas sim um pressuposto político-pedagógico, um axioma em termos de significados matemáticos. Thiago fala que a

> *Primeira coisa, o professor para pisar na sala de aula tem que ser humano. Porque quando você olha para o outro lado das políticas públicas perde a humanidade. Você chega na sala de aula, nesse momento está dando aula para um aluno e não para um número igual o sistema público trata. Ele trata o aluno como um número. Quando eu entro lá eu não vejo um número, eu vejo um ser humano igualzinho a mim. Eu tenho que tratar ele*

> *igualzinho este precisa, igualzinho eu gosto de ser tratado. Então se eu chego nele e vou fazer uma intervenção de conteúdo, tento entender esse aluno. Se ele começou baixar a cabeça ou não olha, ou está meio devagar, você já pergunta para ele se está tudo bem, se está tudo ok. Você tem que ter uma preocupação primeira com o ser humano. Porque se você fizer o ser humano se sentir bem do seu lado vai consegui ensinar alguma coisinha para ele. (Professor Thiago)*

Atualmente nas escolas, acontece um processo de apagamento da identidade dos alunos, de suas singularidades, suas histórias de vida, o que implica um apagamento de suas potencialidades. Em sala de aula cada aluno possui uma história de vida, que possui forte influência em sua disponibilidade para envolver-se em sua produção intelectual, o que afeta seus modos de produção de significados frente às demandas criadas pelo professor.

Na lógica de uma escola que realiza seus trabalhos tendo como meta um bom índice na avaliação externa, essas características que acompanham as vidas dos alunos são desconsideradas. Pouco importa, para o índice se naquele ano os alunos da escola tiverem fortes pressões familiares o que afetou negativamente seus desempenhos. Pouco importa, seus aprendizados ao longo dos quatro anos que ele esteve no Ensino Fundamental II. Se esse aluno construiu relações de companheirismo com seus colegas, se ele está mais maduro em relação a lidar com situações complexas e angustiantes de sua vida, se ele construiu ao longo desses anos conhecimentos em relação à sua cidadania; todos esses conhecimentos não importam para as avaliações externas. O João Pedro, o Francisco, a Isabela, a Júlia e todos outros colegas de sala, são apenas considerados como A1, A2, A3, ..., A38.

> *Só que as pessoas que estão trabalhando com os números, não aceitam publicar que esse erro é assim e que nós sabemos. Acreditam que estão trabalhando politicamente correto. Está tudo certinho na escola. A escola tem uma sala de informática. Não funciona, mas tem. /.../ Ela tem uma biblioteca, que não serve para o nono ano, mas tem. Pra eles isso basta. E aí eles querem resultado com isso. (Professor Thiago)*

Por meio de um monitoramento das escolas, que não lê de forma plausível o que efetivamente acontece lá e, apenas observa rendimentos pontuais, coloca-se em marcha um processo de apagamento. O professor também é apagado, pois poucas vezes é escutado para falar das aprendizagens de seus alunos. O sistema de avaliação, em suas estratégias generalizantes, opera realizando um apagamento dos alunos, o que acarreta em um apagamento do professor, o que acarreta em um apagamento do coordenador e diretor, até chegar à escola. Como afirma Gomes (2019) as políticas avaliativas em larga escala

> /.../ têm invisibilizado as diferenças na escola (mote desta pesquisa) e, o pior, vêm consolidando, pelas políticas de tantos testes, a escola pública como predominantemente avaliadora, reprodutora, e não transformadora. (Gomes, p.187, 2019)

O professor Thiago afirma que há uma grande lacuna no diálogo entre as secretarias e os professores em sala de aula. Não há um canal de contato entre quem lida com a realidade, os professores que lidam com o dia a dia da sala de aula, e os agentes políticos e educacionais, que organizam e distribuem os recursos financeiros para as escolas e gerenciam as estratégias político-pedagógicas de acompanhamento, às quais afirmamos serem de intervenção, vigilância, monitoramento e pressão em buscar o aumento do índice.

> *É por isso que esse negócio do índice não é verdadeiro. Falo pra você novamente, o índice mostra a incapacidade da escola trabalhar com a verdade. Isso que ele mostra. Mas o índice pra mim, como aprendizado, não mostra a realidade. (Professor Thiago).*

Efeitos de "acompanhamentos" de práticas pedagógicas

Uma das ações promovidas pela Secretaria de Educação de Campo Grande, MS, com os dados obtidos por meio de seu Sistema de Avaliação, são os processos formativos, de acompanhamento da prática pedagógica do professor. Os dados são utilizados para que se tenha uma visão mais diretiva de quais conteúdos, séries e escolas é preciso melhorar. Entretanto, o critério é muitas vezes o da falta para indicar quais escolas (e com isso, quais professores e alunos) necessitam passar por processos de acompanhamento. *Os alunos foram mal nesse conteúdo, eles não sabem nada sobre isso. Então, esse é o ponto que devemos trabalhar.*

Entretanto, pelo distanciamento que existe entre os formadores das secretarias de educação e os professores que estão em sala de aula, essas formações têm pouco proveito e sentido no dia a dia dos professores. O professor Thiago afirma que

> *Eles colocam a gente para fazer uma formação. Antigamente eles usavam outra palavra, reciclagem. A gente recicla é lixo, nós não somos lixo. Hoje eles pegam para fazer a formação. Mas quando a gente chega lá para fazer a formação, sendo sincero, não vou considerar cem por cento, mais noventa e poucos por cento das formações que eu tive, ela, com todo respeito que se deve, não conseguiu atingir o que eles falaram que iriam atingir. Eles planejam uma coisa e você vai. Aí você chega lá e é você quem está ali dentro, não são as demandas que você enfrenta. O que hoje acontece é que com os dados algo aconteceu de errado aqui, então eles vão fazer uma formação. (Professor Thiago).*

A Secretaria de Educação da cidade de Campo Grande, MS, utiliza de informações obtidas por avaliações externas desde 1999. Como o professor Thiago possui mais experiência de docência do que este período de implantação das avaliações externas, ele recorda dos termos utilizados em tempos passados em relação aos processos formativos, como reciclagem, o que indica um abismo entre os formadores da secretária e os professores que atuam em sala de aula.

Os critérios adotados para indicar caminhos formativos estão relacionados à falta, o que implica em afirmar que o professor deixou de fazer algo, ou mesmo não sabe lidar com as situações o que implicou em resultados satisfatórios de seus alunos nas avaliações de larga escala. Todas, ou muitas das decisões das secretarias de educação, negam a existência de fatores internos e externos que produzem interferências na aprendizagem desse aluno e que, na visão do professor entrevistado, merecem ser problematizados, por não fazer parte do processo formativo, mas que impactam em extrema intensidade na sala de aula.

Outro ponto de destaque no processo formativo, ainda mais incisivo na prática docente, é a intervenção pedagógica direta na escola quando a nota da escola cai. A professora Carla afirma que

> *Não é segredo, não. Quando cai, nossa! Reunião atrás de reunião. Professor tem que fazer curso na SEMED. Vem, desce uma pessoa da SEMED, vai lá e conversa com o professor. Este ano nós estamos tendo intervenção de português. Porque em matemática tivemos um pouco melhor que em português. Eu não sei muito desta intervenção, porque eu não estou participando. Mas eu vejo lá as professoras, desce o pessoal lá, tem que fazer curso, entendeu? Tem um técnico que acompanha todo mês, faz reunião, fica lá fechado. O bicho pega lá! Tem um acompanhamento mensal e uma intervenção particular. Tem uma influência na sala de aula, pois, de certa forma, a escola cobra o professor por meio da direção. A coordenadora também é crucificada. Todos são crucificados na escola. Há uma grande pressão em cima do professor, quando a nota cai. (Professora Carla).*

Essa intervenção é entendida pela professora como pressão, que vai desde uma formação pontual, ao acompanhamento diário, com controle da prática profissional de todos os envolvidos diretamente no trabalho da gestão e do pedagógico na escola. Há uma vigilância das ações dos professores em sala de aula, que também é operada em relação aos coordenadores e ao diretor da escola.

De um processo de acompanhamento, que se implementa em uma intervenção, vigilância, monitoramento do que deve e o que não deve ser feito na escola, em termos de pressões, implica, muitas vezes, em processos de adoecimentos de professores. A professora Carla, explicita a necessidade dos professores aprenderem a lidar com esta pressão para não adoecer, algo que muitas vezes não é possível.

> *Este ano, este mês agora, foi tão forte a intervenção lá que a coordenadora vai até pegar licença. Porque tão forte veio em cima dela. Parece que já veio de lá que a escola é boa, que não sei o que,*

> *mas que você tem que fazer isso, isso e isso. Então o próprio coordenador, se ele não souber... se ele carregar lá para casa dele as coisas que estão na escola, ele fica doente. Tanto o coordenador quanto o professor, porque o coordenador também sofre esta intervenção. Ela é minha coordenadora, ela me acompanha, então ela e eu que vamos sofrer esta intervenção. Ela não está bem, vai sair de licença de tanta coisa da intervenção. (Professora Carla).*

A situação é narrada observando um coordenador da escola ao acompanhar o processo de intervenção em Língua Portuguesa, com base no resultado de certo ano letivo, mas que afetou no próximo ano letivo, com outros alunos. Para o professor de matemática este meio formativo, desenvolvido diretamente na prática profissional, coloca a coordenação da escola em serviço da Prova Brasil, deixando os outros professores sem o suporte profissional. De certa forma, isso coloca uma pressão no coordenador, que impacta nos professores, devido a constante reverberação dos resultados. Por trás destas reverberações, está o receio de receber a intervenção e passar a ser vigiado, monitorado, sofrer pressões por aquilo que, supostamente, é visto como um processo formativo, de acompanhamento.

Algumas considerações

Em nossas leituras e produções, alguns efeitos produzidos e operados pelas avaliações externas na prática profissional de professores de matemática se constituem na direção apagamentos e invisibilidades dos sujeitos que habitam as escolas; de intervenções, monitoramentos, em processos de vigilância e pressões nas práticas pedagógicas de professores. Outros processos, como os de responsabilização e culpabilização de professores são apresentados nas textualizações com professores, porém pelo escopo do trabalho não foram por nós abordados. Esses efeitos desconfiguram as escolas como espaços escolares nos quais muitos esforços, de professores, coordenadores, diretores são produzidos na construção de valores e conhecimentos com os alunos que atendem a cooperação, comprometimento e a solidariedade. Não podemos nos esquecer que aprender matemática na escola é um pressuposto para aprender relações, ideias, processos, formas de organizar mundos, com intuito de formar (sempre de maneira inacabada) alunos para lidarem com demandas de nossa contemporaneidade. A matemática não é um fim, mas sim um meio. Deste modo, avaliações externas não deveriam estar na contramão deste projeto político da escola e de uma educação matemática na escola.

Por outro lado, devemos reafirmar que as produções desses efeitos nas práticas profissionais de professores na Educação Básica servem para a construção de “cortinas de fumaça" ou de "falsos" problemas que nos imobilizam em lidar com demandas efetivas que atravessam as escolas e as aprendizagens de alunos. Os processos de apagamento, que implicam invisibilidades dos sujeitos na escola; as intervenções no contexto escolar, sob o signo da vigilância em pressões com os professores, contribuem para a criação de discursos homogeneizantes e culpabilizadores. *A culpa é do professor, que não se compromete com seu trabalho! A culpa é do aluno que não tem interesse!* Com isso, governantes e secretários de educação constroem um cenário no qual se isentam de suas responsabilidades em atender as necessidades básicas de crianças e adolescentes nas escolas para que tenham condições mínimas para aprender e construir suas cidadanias.

Efeitos de avaliações externas, como alguns que produzimos neste artigo, colocam em risco a escola como um espaço de direito de toda a população e é nesta esfera que está problemática precisa ser colocada. Há uma urgência em problematizar esses processos e construir alternativas que ofereçam repertórios para professores de matemática. Neste artigo, produzimos algumas possibilidades em termos da problematização.

REFERÊNCIAS

CAMPO GRANDE. **Promover educação de qualidade: programa municipal de avaliação externa de desempenho dos alunos da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande – MS**. Soraya Regina de Hungria Cruz, Marcia Regina Teixeira Mortari Végas, Maria Elisabete Cavalcante (Org.). SEMED, Campo Grande – MS, 2011.

ESTEBAN, M. T. **A Negação do direito a diferença no cotidiano escolar**. Avaliação, Campinas; Sorocaba -SP, v. 19, n. 2, p. 463-486, jul. 2014.

ESTEBAN M. T; Fetzner, A. R. **A redução da escola: a avaliação externa e o aprisionamento curricular**. *Educar em Revista, Curitiba-PR, Edição Especial n. 1, 2015, p. 75-92.*

FREITAS, L. C. **Os reformadores empresariais da educação: da desmoralização do magistério à destruição do sistema público de educação**. *Educação e Sociedade*, Campinas, v. 33, n. 119, p. 379-404, 2012.

__________. **Políticas de responsabilização: entre a falta de evidência e a ética**. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo-SP, v. 43, n. 148, p. 348-365, 2013.

GARNICA, A. M. **História Oral e Educação Matemática**. In: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (orgs.) Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

__________. **Registrar oralidades, analisar narrativas: sobre pressupostos da História Oral em Educação Matemática**. Ciências Humanas e Sociedade em Revista. Seropédica, v. 32 n.2 Julho/Dezembro 29-42, 2010.

FERNANDES, D. N.; GRANICA, V. M. SILVA, H. Entre a Amnésia e a Vontade de nada Esquecer: notas sobre regimes de historicidade e história oral. Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 213-250, dez. 2011

GOMES, Cladair Martins. **Currículo e a Avaliações em larga escala: os gestores de escolas com alto Índice de Desenvolvimento da Educação Básica IDEB.** 2019. 215p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Católica Dom Bosco. Campo Grande – MS.

LINS, R. C. **Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. Rio Claro: UNESP, 1999. p. 75-94.

__________. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: LAUS, C. et al. (Orgs.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30

MOTTA, Maria Cecilia Amendola da. Apresentação. In: CAMPO GRANDE. **Promover educação de qualidade: programa municipal de avaliação externa de desempenho dos alunos da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande – MS**. Soraya Regina de Hungria Cruz, Marcia Regina Teixeira Mortari Végas, Maria Elisabete Cavalcante (Org.). SEMED, Campo Grande – MS, Livro, 2011, p. 9 - 10.

ORTIGÃO, M. I; Pereira, T. V. **Homogeneização curricular e o sistema de avaliação nacional brasileiro: o caso do estado do rio de janeiro**. Educação Sociedade e Cultura, n. 47, Porto-Portugal, 2016. p. 157-173. Disponível em: <http://www.fpce.up.pt/ciie/?q=publication/revista-educa%C3%A7%C3%A3o-sociedade-culturas/edition/educacao-sociedade-culturas-47 >. Acesso em: 19 set. 2016.

RAVITCH, D. **Vida e morte do grande sistema escolar americano: como os testes padronizados e o modelo de mercado ameaçam a educação**. Trad. de Marcelo Duarte. Porto Alegre: Sulina, 2011.

Estratégias para uma Educação Matemática Inclusiva no Contexto da Pandemia: perspectivas na formação inicial de professores

Strategies for Mathematics Education Included in the Context of the Pandemic: Initial Teacher Education Training

Francerly Cardoso da Cruz
Universidade de Brasília – UnB e Secretaria de Estado de Educação do DF – SEEDF

Meire Nadja Meira de Souza
Secretaria de Estado de Educação do DF – SEEDF

Geraldo Eustáquio Moreira
Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília – PPGE/UnB

Resumo
Esse artigo objetivou analisar, por meio de *feedbacks* orais e escritos, a percepção dos licenciandos do curso de Pedagogia da Universidade de Brasília, sobre a utilização de estratégias para a Educação Matemática numa perspectiva inclusiva e sua adaptação ao ensino remoto. Visou, ainda, analisar se essa prática, somada ao *feedback* dos graduandos, apontou caminhos para a (re)organização do trabalho pedagógico das oficinas vindouras. A pesquisa exploratória foi realizada a partir de uma abordagem qualitativa cujos dados foram coletados por meio de questionário aplicado a 37 estudantes que participaram de oficinas práticas envolvendo didática e conteúdos matemáticos dos anos iniciais integrados aos demais componentes curriculares e ofertadas por pesquisadores do grupo *Dzeta* Investigações em Educação Matemática - Diem. O aporte teórico favoreceu o pensar sobre a Educação Matemática Inclusiva e sobre a avaliação formativa aliada ao *feedback*. A construção de uma cultura de uso intencional de devolutivas eficazes com reflexão sobre as práticas diante de possíveis situações adversas, como o ensino remoto emergencial, é um importante aspecto na formação inicial do professor. Nesse sentido, reiteramos a importância de a escola garantir o *feedback*, a autoavaliação, a autorregulação e a mobilização de todos os envolvidos no processo de avaliação para a identificação e o estabelecimento de estratégias que colaborem para as aprendizagens. A despeito das muitas lacunas na formação inicial do professor, numa perspectiva da educação inclusiva e também no que se refere às práticas educacionais para o ensino remoto, evidenciadas durante este estudo, são necessários investimentos nas políticas públicas da educação, além de investimentos na formação docente inicial e continuada.

Palavras-chave: Avaliação formativa; Ensino remoto emergencial; Inclusão; *Feedback*; Formação docente; Oficinas práticas.

Abstract
This article aimed to analyze, through oral and written feedbacks, the perception of undergraduates of the Pedagogy course at the University of Brasília, on the use of a strategy for Mathematics Education in an inclusive perspective and its adaptation to remote learning. It also aimed to analyze whether this practice, added to the feedback from undergraduates, pointed out ways to (re)organize the pedagogical work of the upcoming workshops. The exploratory research was carried out from a combined qualitative approach, data were collected through a questionnaire sent to 37 students who participated in practical workshops involving didactics and mathematical content from the beginning years integrated with other curricular components and offered by researchers from the Dzeta Investigations group in Mathematics Education - Diem. The theoretical contribution favored thinking about Inclusive Mathematics Education and about formative assessment combined with feedback. The construction of a culture of intentional use of effective feedback with reflection on inclusive mathematical practices and the need for resilience and reactivity to possible possibilities, such as

emergency remote teaching, is an important aspect in initial teacher education. In this sense, we reiterate the importance of the school guaranteeing feedback, self-assessment, self-regulation and the mobilization of all procedures in the assessment process to identify and establish strategies that contribute to learning. Despite the many gaps in initial teacher education, from a perspective of inclusive education and also with regard to educational practices for remote education, evidenced during this study, these are investments in public education policies, in addition to investments in initial teacher education and continued.

Keywords: Formative Assessment; Emergency remote teaching; Inclusion; Feedback; Teacher training; Practical workshops.

Apresentação

A premissa de, em igualdade de condições, não apenas ter acesso à escola, mas estar nesse espaço aprendendo e se desenvolvendo, é um direito constitucional de todos os estudantes com ou sem Necessidades Educacionais Específicas (BRASIL, 1988). A prerrogativa de uma educação inclusiva para todos e todas também é explícita na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1997, p. 22). Essa ampliação do termo inclusão para além das Necessidade Educacionais Específicas - NEE é reafirmada na Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994) e tem suas lacunas preenchidas pelas Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica (BRASIL, 2001) e pela Política Nacional de Educação Inclusiva (BRASIL, 2008). Diante do exposto, pensar recursos, estratégias e ações pedagógicas que, dentro do processo formativo, efetivamente, contribuam para que todos os sujeitos se desenvolvam plenamente por meio da educação, deve ser compromisso social e ético de todo professor.

Nesse sentido, o presente estudo parte do contexto das oficinas oferecidas pelo grupo de pesquisa Diem, aos graduandos do curso de Pedagogia da Universidade de Brasília (UnB), ocorridas no 2° semestre de 2020, numa proposta formativa de currículo integrado que, para além de romper com a justaposição de disciplinas, segundo Felício e Silva (2017, p. 156), pode estabelecer uma "ponte epistemológica entre o conhecimento acadêmico e o conhecimento experiencial, advindo do exercício profissional". Além disso, contribui para que, concomitantemente, teoria e prática sejam articuladas e oportunizadas na formação inicial dos professores.

No planejamento das oficinas objetivamos apresentar possibilidades de adaptações materiais e atitudinais que contemplassem estudantes dos anos iniciais com deficiência intelectual, física, visual ou dentro do espectro autista. Em consonância com Vigotski (1996), Moreira (2012, p. 56) ressalta que estudantes com e sem NEE têm os mesmos direitos de aprendizagens, mas, não se deve negligenciar a proposição de suportes em prol de diminuir as barreiras que criam abismos de acesso ao conhecimento. Legitima-se que aqueles que apresentam desenvolvimento atípico e peculiar são capazes de aprender a depender da qualidade da mediação e dos suportes oferecidos.

Para além das NEE do público-alvo da educação especial, o Diem, na perspectiva da Educação Matemática Inclusiva, concebeu as oficinas pensando em estratégias que contemplassem grupos de estudantes que, apesar de não terem nenhuma deficiência, têm histórico de, culturalmente, serem excluídos quando as práticas educativas em matemática não consideram seus contextos econômicos e socioculturais.

Não obstante à singularidade dos demais estudantes que compõem uma classe nessa situação de pandemia, onde as atividades escolares têm sido emergencialmente realizadas por meios digitais, lançamos um olhar ao trabalhador da construção civil, que comumente integra o público da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e aos milhares de estudantes brasileiros que, no contexto pandêmico, devido à falta de recursos tecnológicos e até de suprimentos básicos essenciais à vida, encontram-se em situação de exclusão das atividades do ensino remoto emergencial.

Discussão teórica

O distanciamento social provocado pela pandemia da Covid-19 em 2020, obrigou o mundo a reinventar-se. A pandemia também aumentou as desigualdades sociais e revelou o abismo existente entre as classes sociais e provocou grandes perdas na aprendizagem. Contudo, o cenário é ainda pior para jovens de baixa renda cujo acesso à internet é limitado ou inexistente, além da falta de local apropriado para estudo.

Com o objetivo de conter a propagação do novo coronavírus, escolas foram fechadas e a educação precisou ser repaginada: as salas de aula físicas deram lugar às salas virtuais, o quadro se rendeu às telas de computadores e os professores foram desafiados a se conectar ao mundo virtual. Inúmeras ferramentas tecnológicas foram adotadas para que o ensino remoto emergencial se adequasse à reorganização do trabalho pedagógico, entre elas, muitos sites e aplicativos de jogos e de comunicação, entre os quais: *Google* Sala de aula, *Google Meet*, *WhatsApp*, *Wordwall e Genially*. Outrossim,

> [...] as sequências didáticas desenvolvidas e as atividades ofertadas no ensino mediado por tecnologias, quer sejam impressas, quer sejam por meio eletrônico, devem ser centradas nos estudantes, promovendo sua autonomia e criticidade e possibilitando a aprendizagem mesmo fora do ambiente escolar (DISTRITO FEDERAL, 2020, p. 8).

No entanto, não basta apenas transpor o conteúdo para as telinhas. Conforme nos advertiu D'Ambrosio (2009, p. 87), "a explosão de mudanças da sociedade moderna exige um novo pensar em educação, outra forma de pensar a escola na era da tecnologia". E um dos desafios da vez é garantir as interações entre os indivíduos para que as aprendizagens ocorram, conforme evidenciado por Vigotski (1996) acerca da importância da interação social na construção do conhecimento e na constituição do próprio sujeito e de seu modo de proceder. Ainda sobre essa interação, coadunando com Nóvoa (2020), Teixeira *et al*. (2021, p. 6) enfatizam que "a mudança significativa não é estrutural, não diz respeito ao formato e ao espaço da sala de aula, mas nas relações entre os sujeitos do processo de ensino-aprendizagem."

Diante do exposto, o *feedback* oral no decorrer dos encontros síncronos e escritos nas plataformas e demais portadores de texto são alternativas que também possibilitam a dinâmica dessas interações que se constituem no aspecto central do trabalho docente, tendo em vista que, "*concretamente, ensinar é desencadear um programa de interações com um grupo de alunos, a fim de atingir determinados objetivos educativos relativos à aprendizagem de conhecimentos e à socialização* (TARDIF, 2014, p. 118, grifos do autor).

Em meio às adversidades encontradas pelos estudantes, receber *feedback*, mesmo que das poucas atividades que tiveram possibilidade de desenvolver, além de favorecer a regulação das aprendizagens, pode aumentar o vínculo entre esses indivíduos e seu professor, reduzir os altos índices que temos registrado de evasão e diminuir a necessidade de busca ativa.

O termo inglês *feedback*, significa retroalimentar e seus primeiros estudos ocorreram a partir da teoria Behaviorista, associado ao estímulo e à resposta. Ele configura-se como uma devolutiva e é um dos procedimentos que compõem a avaliação formativa. De acordo com Brookhart (2008), o *feedback* formativo deve respeitar e valorizar a aprendizagem do aluno em suas singularidades, destacando-se os pontos fortes do trabalho realizado, identificando o nível de aprendizagem no qual o estudante se encontra e apontando caminhos para alcançar as metas de aprendizagem que foram projetadas. A observância dos elementos que o compõem, tais como o modo, a clareza, o foco, a cronometragem, a finalidade e a valência, pode torná-lo mais eficaz.

No contexto do ensino remoto, no que se refere ao modo, é possível a prática de *feedbacks* coletivos, individuais, escritos e orais, sendo interessante que nos encontros síncronos e assíncronos o docente esteja atento à sua democratização para que nenhum estudante receba menos retroalimentação que os demais e assegurar que ela ocorra, de preferência logo após a realização da tarefa ou enquanto ela ainda é significativa para o sujeito, a fim de que seja usado para regular sua ação sobre o objeto de conhecimento.

Deve-se atentar ainda para que esses *feedback*s sejam claros e verdadeiros e, embora Moreira (2012) ressalte que o elogio seja importante para a aprendizagem dos estudantes com NEE, nem todo *feedback* aponta apenas aspectos positivos do trabalho realizado. Há que se evitar também *feedbacks* que só evidenciam os "erros", prática muito comum no processo de ensino e aprendizagem da matemática onde nem sempre é oportunizado ao estudante socializar estratégias pessoais.

Ao se referir ao foco, Brookhart (2008) reforça que o *feedback* deve ser sempre referente à tarefa e não ao estudante. De acordo com ela, a finalidade pode ser descritiva ou avaliativa, porém, a finalidade descritiva é a que mais contribui para a aprendizagem, uma vez que mostra ponto de partida, possíveis caminhos e metas. Tendo o *feedback* como importante elemento da avaliação formativa, utilizá-lo de forma intencional no decorrer das atividades remotas pode diminuir as lacunas que essa forma emergencial de dar continuidade à escolarização tem se apresentado.

Segundo Villas Boas (2006), a díade avaliação formativa e formação de professores constitui um grande desafio haja vista a importância de a avaliação ocorrer em todos os níveis de ensino, inclusive em todas as etapas da formação docente: enquanto estão em formação, os professores já aprendem a avaliar. A forma com que são avaliados repercute nas avaliações que serão feitas por eles na sala de aula. Para Villas Boas (2006 p. 81), essa modalidade de avaliação contribui para que tanto o professor quanto o aluno aprendam: "o primeiro o usa para decisões programáticas sobre prontidão, diagnóstico e recuperação. O segundo o usa para acompanhar as potencialidades e fraquezas do seu desempenho [...]'', ou seja, para a regulação de suas aprendizagens.

Pesquisadores do Diem consideram, a partir dessa premissa e na perspectiva de avaliação formativa por meio das oficinas ofertadas pelo grupo, iniciar, na formação dos pedagogos, as vivências de prática de *feedbacks*, tendo em vista que a avaliação formativa, quando não limitada apenas aos anos iniciais da educação básica, pode contribuir para grandes mudanças no cenário educacional, conforme Villas Boas (2006). A pesquisadora traz uma crítica quanto ao lugar de estudo da avaliação nos cursos de formação de professores e exemplifica que até nos livros didáticos o tema costuma aparecer nas últimas páginas. Por fim, salienta que o debate sobre esse assunto deve se estender à formação continuada, como durante as coordenações pedagógicas que se constituem em local privilegiado para a formação docente.

Perrenoud (1999) nos chama a atenção quanto ao fato de que esse essencial instrumento para aprendizagem e (re)organização do trabalho pedagógico que é a avaliação, se mal articulado serve como ferramenta de exclusão, sem que esse fenômeno seja percebido no contexto escolar.

Na premissa de uma Educação Matemática Inclusiva de que trata esse artigo, urge romper com práticas matemáticas de cunho excludente e valorizar "o papel primordial que a avaliação tem no apoio às aprendizagens dos alunos" (FERNANDES, 2009). Assim, por meio de oficinas práticas, abordar a temática da inclusão nos cursos de formação inicial e continuada dos professores que ensinam ou que ensinarão matemática, contribui na formação de estudantes e de docentes que já estão atuando no contexto do ensino remoto.

As Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica (BRASIL, 2001), e as Diretrizes de avaliação do DF (DISTRITO FEDERAL, 2014-2016), estabelecem que o estudante público-alvo da educação especial: deficientes visuais, físicos, intelectuais, com altas habilidades ou autistas, têm direito à adaptação curricular. Não obstante, um questionário aplicado aos professores da educação Básica do DF, durante a investigação intitulada *Do ensino presencial ao ensino remoto*, desenvolvido pelo Diem em 2020, revelou que, do total de 174 docentes entrevistados, 86,8% não têm nenhuma formação que abranja práticas inclusivas e ensino remoto, concomitantemente.

O estudo evidenciou as maiores dificuldades enfrentadas pelos docentes no ensino remoto: escassez de recursos, falta de formação e desconhecimento e insegurança quanto à utilização das novas tecnologias. Do total de entrevistados, 27% afirmaram ter dificuldade em fazer as adaptações para o novo formato de ensino. Para auxiliá-los nessa demanda, pesquisadores do Diem desenvolveram estratégias metodológicas voltadas ao ensino remoto com a utilização de recursos tecnológicos e materiais do cotidiano de adultos e crianças.

Compreendendo a inclusão numa concepção mais ampla, o grupo Diem, no contexto de suas oficinas, abordou a temática para além das NEE, abrangendo outros grupos sociais que, historicamente, devido a práticas matemáticas que não contemplam suas experiências cotidianas e que não apresentam utilidade prática, acabam sendo excluídos por apresentarem-se diversos, diferentes.

Delineando o percurso metodológico

Esta investigação, com abordagem qualitativa e exploratória, teve seus dados coletados por meio de um questionário aplicado a 40 estudantes do curso de Pedagogia da Universidade de Brasília, sobre a utilização de estratégias para a Educação Matemática numa perspectiva inclusiva e sua adaptação ao ensino remoto. Os dados foram construídos a partir da análise de quatro questões, sendo duas objetivas e duas subjetivas, de um total de oito questões que foram aplicadas ao final da realização das oficinas. A análise se deu a partir de elementos da Análise de Conteúdo, proposta por Bardin (2016).

Apresentação dos dados e análises

A presente pesquisa foi desenvolvida pelos autores deste artigo e demais colaboradores, integrantes do Diem, em oficinas nas disciplinas de Educação Matemática I e II, com estudantes do 1° e 2° semestre do curso de Pedagogia da UnB. Durante o 2° semestre letivo de 2020, em razão da necessidade de afastamento social em prevenção à Covid 19, as atividades foram desenvolvidas de forma remota no período de março a junho de 2021. Concomitante ao estudo do referencial teórico previsto no plano de ensino da disciplina, é prevista a participação nessas oficinas onde são compartilhadas possibilidades de estratégias didáticas para o ensino dos conteúdos matemáticos dos Anos Iniciais da Educação Básica no DF, cujo currículo (DISTRITO FEDERAL, 2018), apresenta como Eixos Integradores: Alfabetização, Letramento e Ludicidade.

As oficinas sugeriram um trabalho com jogos e essa proposta se apoiou na premissa de que "a partir do jogo, o estudante pode demonstrar naturalmente as aprendizagens e dificuldades e o professor, diante da observação do que o aluno exterioriza, pode planejar e elaborar as intervenções necessárias para sua aprendizagem", conforme Souza (2019, p.

71), que ressalta a importância do enfoque lúdico, uso de jogos, materiais concretos e manipuláveis, principalmente nos primeiros anos da escolarização.

Realizar a oficina de forma remota foi um grande desafio para os pesquisadores que buscaram alicerçar-se em multimetodologias ativas de trocas de experiências e na construção coletiva de conhecimentos para o desenvolvimento de produtos e serviços tendo como cerne a pesquisa colaborativa, devido à sua relevância para a transformação da realidade das comunidades envolvidas, com vistas ao enfrentamento das barreiras impostas, pela Covid-19, ao ensino remoto.

Consoante à proposta de um currículo integrado, a oficina discutiu os sete processos mentais necessários à construção do conceito de número, com abordagem transdisciplinar numa sequência didática com tema alimentação a partir do poema "O bicho'' de Manuel Bandeira. Além de abordar os conteúdos matemáticos, possibilitou, junto aos graduandos, impulsionarmos debates acerca da fome, má distribuição de renda, a alta de preços de alimentos e do gás, no contexto da pandemia. Dentre os recursos manipuláveis propostos na oficina, utilizamos objetos comuns do dia a dia como talheres, pratos e sementes e ainda literatura, música e parlendas, socialmente divulgadas. Ressaltando que, com uma linguagem adequada, é possível abordar temas como o apresentado, despertando a criticidade desde o início da escolarização que, não raro, são comuns ao cotidiano dos estudantes das classes populares.

Priorizamos a acessibilidade de estudantes público-alvo da Educação Especial matriculados nas classes regulares que lhe são de direito terem acesso, permanência e qualidade de ensino adaptado e adequado às suas especificidades de forma a garantir suas aprendizagens e desenvolvimento global. Nesse sentido inserimos nas atividades das oficinas recursos e estratégias metodológicas prevendo possíveis adequações e adaptações para estudantes com deficiência visual, intelectual, física e do espectro do autismo.

Dentre os inúmeros suportes sugeridos destacamos: cautela quanto à exposição à tela, opção por vídeos e contações de histórias mais curtas, uso de roteiros pormenorizados de cada atividade, necessários aos estudantes autistas e com deficiência intelectual, pranchas com abas e velcros para estudantes que porventura apresentassem espasmos ou paralisia, fita métrica e sólidos geométricos com textura e escrita em braile, entre outros suportes.

A oficina considerou o ensino da matemática de forma significativa, contextualizada às práticas histórico-culturais e adequadas à cada etapa da escolarização como importante elemento de inclusão, uma vez que seu inverso pode inclusive excluir quando não considera, por exemplo, os conhecimentos socialmente constituídos na lida de um trabalhador da construção civil. Atendendo também a demanda dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos apresentamos a matemática na perspectiva de Direitos Humanos no contexto significativo do aniversário de Brasília: analisamos formas e sólidos geométricos a partir de seus monumentos, indicando aos estudantes do curso de Pedagogia, por meio da música *Cidadão*, de Zé Ramalho, possibilidades de debate das condições de trabalho dos candangos na construção da capital.

Ao planejarmos a oficina acima, resumidamente relatada, criamos um formulário de avaliação em prol de já iniciarmos a criação de uma cultura de *feedbacks* entre os estudantes da graduação. Oportunizamos os *feedbacks* escritos a fim de que já vivenciassem essa prática pouco comum nas avaliações de matemática: intencionamos verificar como aparecem os componentes elencados por Brookhart (2008): valência, foco, cronometragem, finalidade.

O questionário apresentou oito questões. Mas, para esse artigo, traremos à luz das análises, apenas aquelas que abordam a inclusão e o ensino remoto, quais sejam:

-A oficina apresentou possibilidades de adaptação para o ensino e aprendizagem do conteúdo por meio do ensino remoto? Justifique.

-No decorrer da oficina abordou-se a importância da adaptação e adequação para o ensino e a aprendizagem numa perspectiva de Educação Matemática Inclusiva? Justifique.

Quadro 1: Categoria Possibilidades de adaptação das atividades ao ensino remoto

Classificação	*Feedback*	Componentes
Sim	Me motivou a olhar a Matemática com um novo olhar e não com o olhar de julgamento de aluna.	Foco, clareza e Cronometragem.

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

O *feedback* foi curto e claro. Os dois componentes elencados por Brookhart (2008), cronometragem e foco, foram evidenciados. Observam-se aqui possibilidades de evitar a avaliação informal tão questionada por Villas Boas (2006).

Quadro 1.1: Categoria Possibilidades de adaptação das atividades ao ensino remoto

Classificação	*Feedback*	Componentes
Sim	*Ideias e conhecimentos de atividades do conteúdo de geometria que podem ser construídas de formas dinâmicas, inclusivas e significativas. As professoras fizeram falas importantes sobre adaptações de materiais, ludicidade, como*	Clareza, foco e função.

	trabalhar conceitos de vértice, aresta entre outros nas figuras geométricas. Também foi mostrado ideias de jogos para serem aplicados no ensino remoto. Além da ótima contextualização do conteúdo. Isso enriqueceu, muito mais do que contribuiu, a nossa experiência dentro da docência.	
Sim	*As professoras passaram segurança e preparo em suas falas, apresentaram os conteúdos de forma dinâmica e sucinta. Trouxeram bons exemplos de jogos e materiais para serem trabalhados no ensino remoto e presencial; e com inclusão, respeitando os direitos humanos. Ficaram bem atentas as angústias dos estudantes e suas participações. E apresentaram uma boa discussão em grupo. Só o tempo que realmente não deu para muita coisa.*	

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Quanto à cronometragem, os dois *feedbacks* acima foram longos e apresentaram clareza, foco e função descritiva, evidenciando pontos fortes relativas às contribuições identificadas pelos estudantes. Apesar da omissão dos pontos negativos, que indicariam mais possibilidades de melhorar a oficina, tornando o *feedback* ainda mais eficaz (BROOKHART, 2008), foi observada a ocorrência da contextualização com a interligação entre o ensino remoto e a inclusão. Os respondentes demonstraram que perceberam os recursos do cotidiano do estudante tais como pratos e talheres, ou mesmo a análise das figuras geométricas nos espaços vivenciados foi uma forma de incluir os estudantes no ensino remoto sem deixar de usar recursos manipuláveis e acessíveis a todos.

Quadro 1.2: Categoria Possibilidades de adaptação das atividades ao ensino remoto

Classificação	*Feedback*	Componentes
Sim	*Além de trazer novas perspectivas sobre o ensino remoto, também trouxe grandes ensinamentos sobre a educação inclusiva e ideias para construção de material trouxe a matemática de uma forma inclusiva, pensando nas especificidades de cada estudante. Isso me fez entender muito bem como abordar alguns conteúdos matemáticos em sala.*	Clareza, foco e função
Sim	*A oficina trouxe uma diversidade de materiais e ideias muito ricas para trabalhar a geometria tanto em sala de aula como no ambiente remoto, sem contar nas ideias de materiais para inclusão.*	

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Esses dois *feedbacks* contemplaram a clareza, foco e a função e apontaram caminhos na (re)organização do trabalho pedagógico pois indicaram as práticas que podem ser exploradas nas próximas oficinas a partir de recursos virtuais.

Quadro 2: Categoria Adaptação e adequação das atividades numa perspectiva inclusiva

Classificação	*Feedback*	Componentes
Sim	*Querer voltar a gostar de matemática e maior desejo de ensinar matemática de forma letrada e em uma perspectiva inclusiva.*	Clareza e cronometragem.
Sim	*Elementos diferentes da educação inclusiva.*	
Sim	*Saber meios/ formas de incluir.*	
Sim	*Atividade e recursos simples para o ensino da Matemática.*	

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Os *feedbacks* elencados foram curtos, claros e evidenciaram a contribuição da oficina e o ensino da matemática numa perspectiva de letramento e inclusão.

Quadro 2.1: Categoria Adaptação e adequação das atividades numa perspectiva inclusiva

Classificação	*Feedback*	Componentes identificados
Sim	Contribuiu muito em relação a aplicabilidade de alguns conteúdos matemáticos em especial se pensarmos para os estudantes que possuem alguma necessidade específica!	Foco e clareza
Sim	Formas dinâmicas de ensinar a geometria para as crianças, principalmente nos jogos online e construção dos sólidos geométricos.	

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Nesse *feedback*, constatamos que o foco da observação esteve nas atividades da oficina. A devolutiva apontou o favorecimento da confecção dos sólidos geométricos pelos estudantes e reportou a transposição dos jogos presenciais com adaptações para que fossem realizados de forma virtual, contemplando a ideia de que mesmo no ensino remoto é possível oferecer possibilidades de aprendizagem por meio de algo prazeroso e significativo: o jogo (SOUZA, 2019).

Quadro 2.2: Categoria Adaptação e adequação das atividades numa perspectiva inclusiva

Classificação	*Feedback*	Componentes identificados
Sim	Eu amei a oficina!!! Pra mim que estou no estágio obrigatório, me faz ter uma análise melhor das aulas de matemática e propor ideias que visam a inclusão dos estudantes no momento do planejamento.	Função
Sim	Amei a maneira que abordaram a temática, que inclusive foi um conteúdo que me causou trauma durante minha escolarização... então aprender diversas maneiras que a temática pode ser abordada, fiquei mais tranquila e interessada no assunto.	
Sim	Na questão da inclusão da Matemática com todos os estudantes.	

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Os *feedbacks* do Quadro 2.2 tiveram uma função descritiva, porém, faltou clareza. Seriam mais eficazes se descrevessem com mais detalhes essa maneira da abordagem temática, que maneiras diversas foram apresentadas, quais detalhes na questão da inclusão matemática e que análises são possíveis a partir das oficinas.

Quadro 2.3: Categoria Adaptação e adequação das atividades numa perspectiva inclusiva

Classificação	*Feedback*	Componentes identificados
Sim	*Um olhar diferenciado sobre a Educação Matemática*	Clareza e foco.
Sim	*Uma nova forma de olhar para a Educação Matemática inclusiva. Achei incrível!!!*	

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Analisando os *feedbacks* elencados, observa-se a ocorrência de uma autorregulação, demonstrando que os estudantes ressignificaram suas concepções. Os pontos fortes da oficina foram apontados, contudo, que seriam mais efetivos se fossem mais descritivos e trouxessem, além das potencialidades, adequações e possibilidades uma vez que o *feedback* também é importante na adequação dos trabalhos.

Considerações finais

Consideramos que, numa perspectiva histórico cultural, a tríade aprendizagem, avaliação formativa e *feedback* em prol do desenvolvimento devem, dialogicamente, interligar-se. A construção de uma cultura de uso intencional de *feedback* eficaz com reflexão sobre as práticas matemáticas inclusivas e necessidade de resiliência e reatividade diante de possíveis situações adversas como ensino remoto emergencial é um importante aspecto na formação inicial do professor.

Nesse sentido, reiteramos a importância de a escola garantir o *feedback*, a autoavaliação, a autorregulação e a mobilização de todos os envolvidos no processo de avaliação para a identificação e o estabelecimento de estratégias que colaborem para as aprendizagens, uma vez que a participação dos estudantes, sobretudo de futuros docentes, como foi o caso, "é fundamental no processo de avaliação formativa, cabendo ao professor a inserção de atividades avaliativas que preveem essa atuação inclusiva", que pode contribuir para que os estudantes "busquem nessas ações, formas de modelar os seus estilos intelectuais e hábitos de estudo, isto é, aprender a autoavaliar-se" (SOUZA; MOREIRA, 2020, p. 56).

Ao considerarmos que as "unidades escolares são diferentes entre si e não podemos abafar essa diversidade rica e potente, mas, ao mesmo tempo, tão desigual" (MOREIRA; ORTIGÃO e PEREIRA, 2021, p. 08), trazemos à tona as fragilidades da formação inicial e, também, da formação continuada, que refletem nas articulações entre a teoria e a prática, o que pode ser superado, ao menos em parte, com atividades como as que propomos: ofertar oportunidades diversas de formação, que envolvam didática e conteúdos matemáticos, de forma prazerosa e prática! É preciso, antes de tudo, resistir, acreditar, reinventar e ofertar formação em tempos de negacionismo e caçada de direitos educacionais!

Agradecimentos

Ao Grupo de Pesquisa *Dzeta* Investigações em Educação Matemática; à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal - SEEDF; à Fundação de Apoio à Pesquisa do

Distrito Federal - FAPDF; à Faculdade de Educação da Universidade de Brasília - FE/UnB; aos Programas de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília - PPGE/UnB - Acadêmico e Profissional; ao DPI/UnB e ao DEX/UnB.

Referências

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL. **Constituição**: República Federativa do Brasil. Brasília: Centro Gráfico, 1988.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação** (Lei nº 9.394). Brasília: Centro Gráfico, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica**/Secretaria de Educação Especial – MEC; SEESP, 2001.

BRASIL. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008.

BROOKHART, S. M. **How to give effective feedback to your students**. Alexandria: Association for Supervisionand Curriculum Development, 2008.

DISTRITO FEDERAL. **Gestão Estratégica para a Realização das Atividades Pedagógicas não Presenciais no Distrito Federal**. Brasília, DF: Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal - SEEDF, 2020a. Disponível em: http://www.educacao.df.gov.br/wpconteudo/uploads/2020/05/gestao_estrategica_realizacao_atividades_pedagogicas_nao_ presenciais.pdf. Acesso em: 12 mai. 2021.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado da Educação do Distrito Federal. **Diretrizes de Avaliação Educacional**: Aprendizagem em larga escala. (2014-2016).

FELÍCIO, H. M. dos S.; SILVA, C. M. R. da. Currículo integrado e formação do professor: uma visão integrada da construção do conhecimento profissional. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v.17. n. 51, p.147-166, jan. /mar. 2017.

FERNANDES, D. **Avaliar para aprender**: fundamentos, práticas e políticas. São Paulo: Editora Unesp, 2009.

MOREIRA, G. E. **Representações sociais de professoras e professores que ensinam matemática sobre o fenômeno da deficiência**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 2012.

MOREIRA, G. E.; ORTIGÃO, M. I. R.; PEREIRA, C. M. M. C. (Orgs.). **Políticas de avaliação e suas relações com o currículo de Matemática na Educação Básica**. 1. ed., v. 16, Coleção SBEM. Brasília/DF: SBEM Nacional, 2021.

PERRENOUD, P. Não mexam na minha avaliação! Para uma abordagem sistêmica da mudança pedagógica. *In*: ESTRELA, A.; NÓVOA, A. (Orgs.). **Avaliações em educação**: novas perspectivas. Porto: Porto Editora, 1999.

SOUZA, M. N. M. de. **Avaliação formativa em Matemática no contexto de jogos**: a interação entre pares, a autorregulação das aprendizagens e a construção de conceitos. 2019. 196 f. Dissertação. (Mestrado em Educação). Universidade de Brasília, 2019.

SOUZA, M. N. M. de; MOREIRA, G. E. O jogo como procedimento avaliativo para as aprendizagens matemáticas. **Com a Palavra, o Professor**. Vitória da Conquista (BA), v. 5, n. 11, Jan./Abr. 2020. p. 51-69.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

TEIXEIRA, C. J.; FRAZ, J. N.; FERREIRA, W. C.; MOREIRA, G. E. Percepção de professores que ensinam matemática sobre o ensino remoto emergencial e o processo de ensino-aprendizagem. **Debates em Educação**, v. 13, p. 966-991, 2021.

UNESCO. **Declaração de Salamanca e Linhas de Ação sobre necessidades Educativas Especiais**. Brasília, 1994.

VILLAS BOAS, B. M. de F. Avaliação formativa e formação dos professores: ainda um desafio. **Revista Linhas Críticas**, Brasília, v. 12, n. 22, p. 75-90, jan. /jun. 2006.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

Histórias sobre os efeitos das avaliações externas na prática de professores que ensinam matemática

Stories about the effects of external assessments on the practice of teachers who teach mathematics

Leonor Fernanda Volpato
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
volpatofernanda1982@gmail.com

Edivagner Souza do Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
vaguinhos.santos@gmail.com

Resumo
O presente artigo apresenta o recorte de duas pesquisas, uma de Doutorado e outra de mestrado, tendo por objetivo apresentar efeitos das avaliações externas na prática pedagógica de professores que ensinam matemática nos anos finais do ensino fundamental na Rede Municipal de Educação de Campo Grande-MS. A produção dos dados ocorreu por meio de entrevistas com professores de matemática entre os anos de 2019 e 2021. O suporte teórico-metodológico baseou nas teorizações Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral. As pesquisas apontaram que há significativa alteração da dinâmica escolar, especificamente na relação ensino e aprendizagem, com forte pressão sobre os professores de matemática para obtenção dos índices, o que culmina no processo de responsabilização caso esta métrica desejada não seja alcançada.

Palavras-chave: Avaliações externas. Modelo dos Campo Semânticos. Educação Matemática. História Oral.

Abstract
This article presents an excerpt from two researches, one for a Doctorate and another for a Master's degree, aiming to present the effects of external evaluations on the pedagogical practice of teachers who teach mathematics in the final years of elementary school in the Municipal Education Network of Campo Grande-MS . The production of data took place through interviews with mathematics teachers between the years 2019 and 2021. The theoretical-methodological support was based on the Model of Semantic Fields and Oral History theorizations. Research has shown that there is a significant change in school dynamics, specifically in the teaching and learning relationship, with strong pressure on mathematics teachers to obtain the indexes, which culminates in the accountability process if this desired metric is not achieved.

Keywords: External reviews. Semantic Fields Model. Mathematics Education. Oral History.

Introdução

A partir de meados dos anos 2000 a educação no Brasil passa a conviver com aspectos que até certo tempo não tinham tanto peso ou influência na prática dos professores. Entre estes processos estão as avaliações externas, que por vezes também ocorre em larga escala. Tal mecanismo conduzido por um agente externo à escola, traz a configuração do que é entendido como qualidade na educação, tomando como base as novas estruturas. Certo que caracterizar qualidade na educação não é uma tarefa simples, dado a polissemia existente, porém essa palavra tornou-se um conceito estratégico nas formulações de políticas educacionais em vários países, que por entremeio de uma política transnacional guiada pela OCDE, como aponta Freitas (2012; 2013), chegou ao Brasil alterando a dinâmica escolar.

Em relação a qualidade das escolas, é possível reconhecer, nas políticas educacionais, a associação de índices ao conceito de qualidade, obtido com os resultados das avaliações externas. Uma métrica é apresentada como resultado para se definir/medir se há qualidade, se está tendo avanço, se está tendo regresso. Todavia, há muito o que se problematizar. O próprio INEP tem produzido rupturas na possibilidade de entender qualidade a partir da observação de um número, ou para além de um número:

> O conceito de qualidade na escola, numa perspectiva ampla e basilar, remete a uma determinada ideia de qualidade de vida na sociedade e no planeta Terra. Inclui tanto a qualidade pedagógica quanto a qualidade política, uma vez que requer compromisso com a permanência do estudante na escola, com sucesso e valorização dos profissionais da educação. Trata-se da exigência de se conceber a qualidade na escola como qualidade social, que se conquista por meio de acordo coletivo. Ambas as qualidades – pedagógica e política – abrangem diversos modos avaliativos comprometidos com a aprendizagem do estudante, interpretados como indicações que se interpenetram ao longo do processo didático pedagógico, o qual tem como alvo o desenvolvimento do conhecimento e dos saberes construídos histórica e socialmente (BRASIL, 2016, p. 16).

Sempre que presenciamos discussões envolvendo o conceito de qualidade atribuído ao trabalho com base nos exames externos, elas se distanciam de promover uma qualidade de vida, um ambiente de problematização e construção de conhecimentos aos envolvidos no processo educacional.

Em meio a esse cenário que as pesquisas que deram origem a este artigo foram sendo desenvolvidas, voltadas a investigar elementos que pudessem permitir compreender a influência dos exames externos, com foco em aprofundar na investigação dos efeitos dos exames externos na prática pedagógica dos professores que ensinam matemática. Como dizem Esteban e Fetzner (2015, p. 78),

> Os resultados escolares se mostram significativos para a investigação dos processos instaurados e dos procedimentos e instrumentos utilizados como artefatos que produzem relações e discursos presentes na dinâmica de avaliação e que se entretecem aos modos como os sujeitos vivem a avaliação e dialogam com seus percursos e resultados.

Na perspectiva de conquistar uma Educação “de qualidade”, estes exames chegam como parte de alguns processos que caminham na direção de transformar a escola. Tais processos são corriqueiramente questionados e indagados sobre seus efeitos. Sem romantismo, um dos primeiros apontamentos a ser problematizado está ligado aos significados atribuídos à palavra qualidade neste contexto. Esta indagação faz parte, por exemplo, das análises de Esteban e Fetzner (2015, p. 75):

> Problematiza-se a concepção de qualidade verificada nas políticas oficiais que atribuem à avaliação externa o poder de melhorar as práticas de *aprendizagem-ensino* e as bases de definição das finalidades e processos considerados legítimos na escola e suas relações com a produção de resultados escolares desiguais que historicamente penalizam crianças dos grupos sociais subalternizados. As práticas cotidianas colocam em tensão essa relação: dos objetivos das políticas públicas, razoavelmente afirmados pelas escolas em seus projetos pedagógicos, de democratização da educação escolar, com as ações escolares em que predominam exercícios de treinamento para as provas e propostas curriculares com objetivos padronizados e fragmentados.

As avaliações externas apresentam resultados de cada escola em meio a um processo competitivo, no qual, podemos depreender que o que importa são os índices. Atingi-los fazem parte das metas de professores, coordenadores e diretores. Esse processo coloca as escolas como fonte de comparação/competição com outras escolas e redes, o que vai na contra mão de valores como colaboração e solidariedade. Todo esse contexto transforma as aulas e o dia a dia do cotidiano escolar, sendo que muitas vezes, provas e mais provas, simulados e mais simulados são cada vez mais frequente no dia a dia dos alunos. Esse processo vem sendo discutido na literatura apontando as avaliações externas como indutora curricular (ORTIGÃO; PEREIRA, 2016; FREITAS, 2012, ESTEBAN, 2014).

Sobre avaliação externa, compreendemos a realização de provas padronizadas por agentes ou instituições externas à escola, contemplando amplo números de alunos participantes e resultando num conjunto de informações que podem orientar ações das mais variadas ordens e objetivos nas políticas educacionais, para todos os níveis educacionais.

O Programa Internacional de Avaliação (PISA) está entre as avaliações globais da educação mais reconhecidas e influente. A proposta do programa consiste em avaliar o desempenho dos alunos na faixa de 15 anos de idade em três grandes áreas do conhecimento: leitura, matemática e ciências.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) é um conjunto de avaliações externas em larga escala que permite ao Instituto Nacional de Estudo e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP) realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante. Para este instituto, há alguns objetivos, ao qual este sistema está imerso:

> Nesses últimos vinte anos, com o advento das avaliações dos sistemas escolares, por um lado, a avaliação escolar tem sido chamada a participar da realização de uma grande variedade de objetivos, tais como: subsidiar o processo de ensino e

> aprendizagem, fornecer informações sobre os alunos, professores e escolas, atuar como respaldo da certificação e da seleção, orientar a elaboração de políticas educacionais (BRASIL, 2016, p. 16).

O SAEB permite que as escolas e as redes municipais e estaduais de ensino avaliem a qualidade da educação oferecida aos estudantes. O resultado da avaliação é considerado pelo sistema como um indicativo da qualidade do ensino brasileiro e oferece subsídios para a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas educacionais com base em evidências.

A métrica mais midiatizada é o IDEB. Este surgiu oficialmente com o Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação, por meio do Decreto nº 6.074, de 24 de abril de 2007, e foi enfatizado como um dos aspectos mais relevantes do Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), proposto por Fernando Haddad (2008), então Ministro da Educação. Como indicador, o IDEB combina os resultados de desempenho nas provas do SAEB com taxas de aprovação de cada uma das unidades. Assim:

> O que confere caráter diferenciado ao IDEB é a tentativa de agir sobre o problema da qualidade do ensino ministrado nas escolas de educação básica, buscando resolvê-lo. E isso veio ao encontro dos clamores da sociedade diante do fraco desempenho das escolas à luz dos indicadores nacionais e internacionais do rendimento dos alunos. Esses clamores adquiriam maior visibilidade com as manifestações daquela parcela social com mais presença na mídia, em virtude de suas ligações com a área empresarial. Tal parcela só mais recentemente vem assumindo a bandeira da educação, em contraste com os educadores que apresentam uma história de lutas bem mais longa. (SAVIANI, 2007, p. 1242-1243)

Com esta roupagem, a avaliação externa está, cada vez mais, fazendo parte do cotidiano das escolas, articulada de forma estrutural via PAR e PDE pelas ações do ente federativo, alinhando as ações dos diversos entes governamentais, articulados com o ramo empresarial, e impactando fortemente na gestão escolar. A escola foi perdendo sua legitimidade, alternando os processos de gestão democrática pelo gerencialismo conduzido pela meritocracia, como aponta Gomes (2019).

As avaliações externas são partes de uma construção orquestrada com específicas intenções, produzindo efeitos que carece de problematização. Apresentar os efeitos destas avaliações externas na prática pedagógica de professores será a tônica deste artigo.

Estratégia metodológica

É notório que as práticas exitosas desenvolvidas por professores da Educação Básica dificilmente passam a ser explorada num sistema que compõe arquétipos para suprimir a legitimidade. As demandas e entraves da prática profissional também não são identificadas com métricas como aquelas obtidas pelo IDEB e pelas avaliações externas. Há um cenário. E entender este cenário passa, também, por ouvir os professores.

Na tentativa de entender este cenário e identificar os efeitos das avaliações externas, optamos por desenvolver as pesquisas envolvendo escolas e professores da Rede Municipal de Educação de Campo Grande-MS. Rede de Educação que adaptou fortemente seu sistema ao modelo atual, criando um sistema próprio de avaliação, concomitante ao período de mudança avaliativa na esfera nacional. Fato que promoveu certa vanguarda ao estado e motivo de orgulho. De modo mais declarado, Campo Grande (2011, p. 16) assume esta postura como promissora, ao assegurar que "outro benefício do sistema de avaliação foi a possibilidade de consentimento de uma "autonomia vigiada" às escolas, já que as unidades escolares têm assegurado o controle das ações diante dos seus resultados".

Os professores entrevistados foram selecionados a partir da análise do IDEB das escolas municipais, tendo como referência o ano de 2017. As 20 escolas com mais alto e baixo IDEB foram selecionadas. Alguns de seus professores foram convidados para uma entrevista semiestruturada. Os que aceitaram oportunizaram produzir os dados destas pesquisas. Neste artigo utilizamos pseudônimos para se referir a estes docentes. Como a intenção é compreender os efeitos das avaliações externas, o fato do professor ser de uma escola com alto ou baixo IDEB não será caracterizado.

Para conduzir estes estudos, inclusive deste recorte apresentado em forma de artigo, foi desenvolvido uma estratégia metodológica articulando o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e História Oral (HO).

Tomando a caraterização sobre verdade e legitimidade de um conhecimento, duas noções que circunscreve o MCS se destacam e carece ser apresentadas: a concepção de sujeito cognitivo e conhecimento. Para Lins (2012, p.12) "conhecimento consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autoriza a dizer o que diz)". Em uma atividade, numa situação de interação, enuncio afirmações que acredito, e apresento junto uma justificação que me autoriza dizê-las. E não se fala de qualquer modo, sem cuidado, sempre faço de um modo que, segundo acredito, meu interlocutor diria/aceitaria o que enunciei.

> Deve ficar claro que, segundo o que proponho: (i) conhecimento é algo do domínio da enunciação, e não do enunciado, e que, portanto, (ii) todo conhecimento tem

> um sujeito (do conhecimento, e não do conhecer). E mais, o sujeito de um conhecimento não faz sentido sem o interlocutor em direção ao qual este conhecimento é enunciado, isto é, a unidade mínima de análise, o sujeito cognitivo (ou epistêmico, se preferirem), não pode ser identificada ao sujeito biológico, assim como o sujeito funcional (unidade de análise funcional) é o formigueiro e não a formiga. (LINS, 1999, p. 84).

O sujeito cognitivo e não o sujeito biológico é aquele dotado da capacidade de se deparar com um resíduo de enunciação, algo que é por este percebido em um processo de comunicação e que lhe coloca uma demanda por produzir significado, transformando-o de leitor para autor, como apresenta Lins (2012, p.15):

> O sujeito cognitivo se encontra com o que acredita ser um resíduo de enunciação, isto é, algo que acredita que foi dito por alguém (um autor). Isto coloca uma demanda de produção de significado para aquele algo, demanda que é atendida (esperançosamente) pela produção de significado de o autor em que se tornou o leitor. O autor-leitor fala na direção do um autor que aquele constitui; o um autor é o interlocutor (um ser cognitivo).

A noção de resíduo de enunciação é caracterizada como algo que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém. O resíduo de enunciação é aquilo que me coloca uma demanda de produção de significado. À medida que vou produzindo significado para este resíduo passo de leitor para autor. Como disse, somos autores de todos os textos que lemos. Todo leitor vem a óbito com o surgimento do novo autor.

O leitor se depara com um texto enunciado pelo autor. Ao se colocar a ler o texto (neste caso um som, uma imagem, um rabisco, um cheiro, é um texto) o leitor passa à condição de autor ao produzir significado para o texto, constituindo os objetos. Neste processo de comunicação outras noções aparecem e precisam ser caracterizadas nesta teorização, sendo elas, a noção de objeto e de significado.

Segundo Lins, a noção de objeto é que estes

> [...] são constituídos enquanto tal precisamente pela produção de significados para eles. Não se trata de ali estão os objetos e aqui estou eu, para a partir daí eu descobrir seus significados; ao contrário, eu me constituo enquanto ser cognitivo através da produção de significados que realizo, ao mesmo tempo em que constituo objetos através destas enunciações. (LINS, 1999, p. 86)

Eu constituo objetos à medida que produzo significado para estes. Poderia ser assim também: produzo significado à medida que constituo os objetos. Estes processos acontecem simultaneamente sem linearidade, sem uma ordem primária, são produzidos ao mesmo tempo pelos sujeitos cognitivos que se deparam com um resíduo de enunciação. Lins (2012, p.20), caracteriza a noção de significado de um objeto sendo “/.../ aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade”.

Estas noções citadas no parágrafo acima têm papel relevante no MCS. Para Lins (1999, p. 86), "o aspecto central de toda aprendizagem - em verdade o aspecto central de toda a cognição humana - é a produção de significados". Sempre que falamos de conhecimento, indissociável está à produção de significado, com sua indissociável constituição de objeto.

Ao realizar uma leitura da produção/enunciação/do texto do outro, desejando entendê-lo. Necessito olhar para os significados e objetos constituídos, fugindo do juízo de valor. Este processo é complexo, pois passa pelo esforço de tentar nos desvencilhar do nosso modo de ver o mundo, de se deslocar do nosso modo de compreender este algo. Deste modo conseguimos produzir uma leitura plausível, que segundo Lins (1999, p.93), "toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível". Quando leio estas enunciações de Lins sinto a necessidade de caracterizar a leitura positiva, que é a ação de ler os resíduos de enunciação de modo específico. Percebo que a leitura positiva é a tentativa da fuga do desejo de ler o outro pelo erro, pela falta, pelo julgamento das dicotomias como certo e errado, bom ou ruim, por exemplo. Para Lins (2012, p. 24) "/.../ a leitura positiva dirige-se a saber onde o outro (cognitivo) está, para que eu possa dizer "acho que sei como você está pensando, e eu estou pensando de forma diferente", para talvez conseguir interessá-lo em saber como eu estou pensando".

Amalgamados nesta pesquisa estão as teorizações Modelo dos Campos Semânticos e História Oral. E para caracterizar nossas escolhas, salientamos que para apresentar sucintamente nosso olhar sobre a História Oral, enunciamos que baseamos nos construtos do Grupo de Pesquisa GHOEM[1], intitulado História Oral e Educação Matemática.

É possível que ao se deparar com a frase "*História Oral*" o leitor tenha uma visão distinta do que se caracteriza como significado por trás desta representação linguística. Porém, não se trata apenas de entender plausivelmente o que se quer dizer quando se enuncia de forma simplificada História Oral, mas se trata de compreender que ao aceitar este modo de fazer pesquisa, estamos adotando algumas concepções como possíveis, legitimas, potentes, para construção científica que se propõe.

> História Oral é, já, uma expressão simplificada. Melhor seria dizermos: a História (re)construída a partir da Oralidade, numa clara complementação a partir da

[1] http://www2.fc.unesp.br/ghoem/

> Oralidade, numa clara complementação (alguns prefeririam, aqui, "oposição") àquela concepção de História pautada somente em documentos escritos ou, mais radicalmente, em fontes primarias. (GARNICA, 2004, p. 80).

Produzir HO é se colocar na produção de historicidades que se vinculam ao lugar de fala de cada sujeito[2], num movimento expressivo de produção de fontes que pode ser lida como uma complementação daquilo que se tem produzido, em particular de forma documental, ou até mesmo ser entendida como uma oposição, devido os processos hegemônicos que definem modos aceitos de produzir Histórias.

O aspecto marcante é que

> Um trabalho – em Educação Matemática ou em qualquer área que seja – produz irremediavelmente uma fonte histórica. A diferença é que os que usam a História Oral intencionalmente as produzem. Sendo, portanto, fazedores de fontes, os pesquisadores que trabalham com História Oral não podem furtar-se de uma concepção sobre História. E há muitas formas de compreendê-la, mas certamente as de configuração positivista não se coadunam com a experiência proposta pela História Oral. (GARNICA, 2010, p. 31).

A HO não *"paga pedágio"* aos modos hegemônicos de produção de fontes históricas. Promove o acesso a diferentes fontes com a possibilidade de ampliação daquilo que se entende de determinado momento ou movimento histórico, deixando para posteridade uma possibilidade outra de leitura.

Somo produtores de fontes históricas ao promover a possibilidade de ampliação das histórias contadas, narradas, sobre avaliação externa. Nossa leitura plausível permite depreender os conhecimentos, significados, objetos que compõe cada enunciação, cada justificação, que se apresenta em forma de nova narrativa.

Efeitos das avaliações externas na pratica profissional dos professores que ensinam matemática nos anos finais do Ensino Fundamental

As avaliações de sistema, conhecidas como avaliações externas, procuram avaliar o produto da aprendizagem, visando o enquadramento numa escala de medida que estabelece o quanto os alunos estão dominando as competências e habilidades previstas para o transcorrer do ano letivo. Esse modelo de avaliação promove respaldo e seleção, e joga holofotes sobre os alunos, as escolas e as redes/sistema, possuindo uma metodologia específica, aplicada por meios de testes padronizados. Muitas escolas realizam ações

[2] Embora não encontre esta expressão, sinto confortável em usá-la.

político-pedagógicas que estimulam o fazer repetitivo de treinamento, privilegiando resultados que respondam aos padrões estabelecidos pelo sistema de ensino.

Esta é uma prática cotidiana em muitas escolas pesquisadas. Houve uma mudança curricular que favorece este mecanismo de treinamento. A disciplina de matemática nas escolas municipais de Campo Grande-MS, foram subdivididas em 2 partes curricular. A primeira mudança envolve o estudo da matemática e a segunda é dedicada aos simulados, denominada aplicação matemática. Em aplicação matemática o foco é o treinamento para os testes externos. Aspecto que é intensificado em anos de Prova Brasil.

> Porque era 4 horas aula. Agora são 3 horas aula de matemática e inventaram esta aplicação matemática, aí. Que é uma matéria para o aluno só fazer problemas de matemática, voltados para Prova Brasil. É um programa da REME. Toda escola tem. Aplicação matemática são exercícios voltados para prova Brasil. Você não dá conteúdo. É só simulado, xerox, simulado, xerox, simulado xerox, simulado. Tem uma base. Eles falam assim, em aplicação matemática já tem o conteúdo que você tem que trabalhar, com problemas do 6º ao 9º ano. Problemas com MMC e MDC. Você vai lá, faz o simulado, escolhe as questões, pega e faz. Então já tem. Você anda pela matemática. Você dá conteúdo do 7º do 8º e do 9º. Eles já têm esta base pronta. E o coordenador junto. Tem a presença mais forte do coordenador. O coordenador sempre está junto com a gente. Esses simulados são para treinamento, mesmo. (MARILÂNDIA, 2019).

A avaliação externa não atua somente como indutora curricular, ela altera a dinâmica do ensinar e aprender na escola. Com forte impacto nas disciplinas de português e matemática. O treinamento, algo questionável, promove certa implicação no trabalho docente, fazendo com que tais professores limitem suas ações. Estas disciplinas colocam seus professores sob constante pressão, mas também promove certo poder sobre os demais. Um exemplo ocorre quando se tem conselho de classe, como aponta a professora Verônica (2019):

> Não concordo, mas eu acho que tem dentro da escola. Por exemplo, algo que acontece muito é assim, toda escola tem o conselho de classe, todo final de bimestre tem o conselho de classe, e aí eu percebo às vezes, por exemplo, se o professor de Artes fala uma nota ruim de um aluno: o aluno tirou quatro. O outro professor de Educação Física: ele tirou quatro. Aí eles perguntam: a matemática tirou quanto? Tirou oito. Ah não, vamos ver se a gente consegue mudar nossa nota? Porque assim, se em matemática o garoto tirou oito a gente vai dar quatro, vai dá três? Vai dar nota baixa em Educação física? Hum... Artes? Como se não tivesse uma importância.

Um aspecto significativo é o que se promove como projeção para este mecanismo. O outro é o que efetivamente acontece. Há uma lacuna. Este processo não promove inferência capaz de detectar quais aspectos são vivenciados por estes professores, tampouco permite entender as ambiguidades imersas nesta prática avaliativa.

> As políticas de avaliação externa educacionais, materializa-se com ambiguidades, uma vez que, a ausência de rigor metodológico e dificuldades de natureza política na recepção, apropriação e envolvimento da comunidade escolar e acadêmica nas práticas avaliativas, tornam a avaliação bastante criticada, desvirtuado e pouco compreendido na implementação das políticas educacionais. (SILVA L. A. e GOMES M. A., 2019, p. 100).

O desvirtuamento pode estar ocorrendo devido a falta de compreensão do que efetivamente ocorre. Temos escolas em bairros com poder econômico mais elevado e escolas bem periféricas, em que seus alunos convivem com mazelas socioeconômicas que não pode ser expressadas numa métrica. Para muitos professores entrevistados, existe uma ruptura entre o que vivenciam os professores de escolas periféricas e o que compreende quem lida com as informações obtidas com a avaliação. As políticas públicas são decididas longe daquilo que os professores apresentam como demanda e entrave da prática profissional:

> Mas não é assim, eles se preparam do jeito que eles querem, que eles imaginam através de números, e volta lá e empurra tudo goela abaixo, e aí acontece aquilo: eles pensam uma coisa e toma outro caminho, longe de nossas necessidades. as oportunidades e necessidades não são discutidas. O que a escola precisa não tem. Mas o que ela não deseja aparece lá. (ROSÁRIO, 2019)

O processo de avaliação externa não dialoga com os professores, não articula com aquilo que vivencia os professores. Não há caminhos alternativos, mesmo depois de tantos anos deste modelo transnacional.

> É preciso apontar caminhos alternativos de responsabilização e de regulação da qualidade da escola pública que se constituam como reação aos modelos de avaliação centrados em resultados dos estudantes em teste padronizados. (Amaro, 2017, p. 433)

Uma utopia é projetada aos professores: a convicção que os resultados de uma turma servem para balizar as intervenções pedagógica na turma anterior. O processo de negação da diferença, como cita Esteban (2014), vai além de transformar alunos em número, recai sobre a homogeneização de seres humanos:

> Então, quando sai o resultado eles colocam o código pra gente acessar e está verificando aluno à aluno. Só que como é um aluno do nono ano, no outro ano ele já saiu, então você não vai buscar essa aprendizagem. Você só vai buscar estes dados com a próxima turma. Aí, tem uma concepção assim, olha para a última turma, por exemplo, e o problema deles foi perímetro. Apenas 5% da turma acertou perímetro. Como que eu vou trabalhar perímetro com a turma de agora e considerar estes 5% com a turma de agora? /.../ Eu fico sempre pensando: como é que eu vou olhar para estes dados? Tenho que olhar no geral. Olha, então tenho que trabalhar estes pontos aqui. Mas eu não posso falar que essa turma de agora têm as mesmas pontuações da outra. Ou considerar que esta turma, a cada ano, fez uma prova pra ver os pontos que estão em defasagem na outra. O que é nesta turma é específico. (PROFESSOR AFONSO, 2019).

Ouvir o professor é importante para ler o cenário efetivo. Há condicionantes no processo de ensino aprendizagem que foge da capacidade de promover uma leitura definitiva por meio de uma métrica. Como afirma D' Ambrósio (2012, p. 61), nenhuma

> pesquisa é convincente para dizer o quanto as avaliações, da maneira como são atualmente conduzidas, são indicadores de rendimento escolar. Importantes pesquisas têm mostrado que os resultados obtidos num ano escolar têm pouca relação com o desempenho em anos posteriores, contrariando expectativas. Principalmente em matemática, a incapacidade de transferir conhecimento para uma situação nova é constatada. (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 61)

Esta transferência de conhecimento, este ato de transcendência direta de conhecimentos promove considerada desordem por culpabilizar os professores. Uma das palavras mais utilizadas na literatura é responsabilização. Como cita Ravitch (2011), sua natureza está na direção de que com o ato avaliativo cada ente ou sujeito se responsabiliza pelo seu papel no processo. Todavia, o que se tem presenciado com os professores pesquisados é a responsabilização compreendida semanticamente como culpabilização, sem considerar as subjetividades de cada escola, sala de aula, professor e aluno:

> Tem uma influência na sala de aula, pois, de certa forma, a escola cobra o professor por meio da direção. A coordenadora também é crucificada. Todos são crucificados na escola. Há uma grande pressão em cima do professor, quando a nota cai. Porque quando os alunos saem bem é a equipe. A equipe trabalha muito bem. Entendeu? O professor, o gestor, todo mundo é ótimo. Quando cai, é o professor que não sabe ensinar. Até teve uma vez que a diretora falou assim: será que eu vou ter que entrar lá na sala de aula para ensinar o aluno a ler? As falas delas são muito fortes quando cai. Elas pegam mesmo para crucificar o professor. Se o professor não estiver chão firme ele pede mudança. (PROFESSORA MARILÂNDIA, 2019)

De acordo com Fernandes (2009), diversos países pressionados a cumprirem certas metas, para o alcance da tal "qualidade da educação", estão atribuindo as avaliações padronizadas, as responsabilizações de produzir dados confiáveis sobre os desempenhos dos alunos.

> As críticas recaem, substancialmente, sobre os processos de empobrecimento do currículo, tendo em vistas que os conhecimentos desenvolvidos no espaço da escola reduzem-se "ao que cai no exame". Além do estreitamente curricular, outras críticas se evidenciam: incremento da competitividade entre docentes e escolas; pressão sobre o desempenho dos alunos e preparação para os testes; estratégias fraudulentas para alcançar maiores índices; aumento da segregação socioeconômica em diversas esferas; precarização da formação docente; destruição moral do professor; destruição do sistema público de ensino e, por fim, ameaça da própria noção liberal da democracia. (AMARO, 2017, p.419)

'E comum relatos de pressões, desprezo, fracassos, insucessos, como explicitados pela professora abaixo:

> A pressão psicológica é muito grande, agora, na escola, eu já passei por uma dessa, na outra escola, lá, quando eu entrei, eles já tinham feito a Prova Brasil e a nota foi 3,8, aí o pessoal da SEMED sempre fazia visitas, a gente ficava com aquilo,

> que a escola estava ruim, tinham sempre supervisão da SEMED, ficamos com gente observando durante o ano inteiro. Nós sofremos intervenção da SEMED, o clima é horrível, como se nós professores fossemos burros, pessoal fica cuidando, eu estava no oitavo e nono e ficamos trabalhando, trabalhando, passou para 4,2 e depois chegamos no 5,0, foi uma alegria. Quando a nota é boa, todo mundo fica contente, só alegria, agora, se saírem-se mal, as pessoas olham com desprezo, como se você não soubesse fazer nada. É horrível, horrível, as reuniões começam assim “olha, passamos por um problema, a nossa nota caiu, agora teremos acompanhamento por parte dos técnicos da SEMED”. Tem que cuidar melhor as avaliações, até material nós tínhamos mais acessos. (PROFESSORA CRISTIANE, 2019)

É muito restrito caracterizar uma educação de qualidade apenas tomando como referência resultados de avaliações externas. A avaliação externa pode ser um indicativo de que é preciso conhecer os movimentos que acontecem nas escolas, estruturas das salas, formação de professores a partir das demandas e possibilidades profissionais, diálogos entre os profissionais da escola com a comunidade, e organização do trabalho do professor com tempo suficiente para atender a demanda de aprendizagem individual, identificar as reais demandas existenciais dos alunos. Segundo Amaro (2017), é importante pensar que a qualidade envolve a valorização das relações entre as pessoas, ou seja, os resultados quantitativos são consequências das relações e não o inverso.

Algumas considerações

Práticas avaliativas fazem parte do processo pedagógico de maneira formativa, articulando os objetivos e finalidades da educação, compreendendo onde se precisa atuar. Todavia, as avaliações externas vêm impondo uma estrutura curricular e promovendo o gerencialismo por meio da meritocracia, da competitividade. É possível depreender, ouvindo os professores, que é preciso um compromisso do estado pela valorização e investimento nas escolas a partir da demanda de cada comunidade. E distanciar do que é visto na literatura como ranqueamento de escolas desiguais, colocando a culpa nos professores e/ou nos alunos.

Precisamos entender e aceitar que ocorre a prática do treinamento, da indução curricular, da alteração da dinâmica do processo de ensino e aprendizagem por meio de pressões e modificações no tempo escolar e no uso dos recursos. Não tem se mostrado vantajoso fazer educação acreditando que o ensino é o culpado pelo que é entendido como fracasso, revestido de improficiência. É mais que necessário entender quais são os condicionantes que impactam na não aprendizagem de cada aluno, em cada escola. A avaliação externa pode ser um bom caminho para produção de políticas públicas e não um mecanismo de coerção e ampliação da falta de equidade que assola nossa educação historicamente.

Não se trata de desqualificar a avaliação externa, mas sim de entender que é preciso ouvir os professores para reestruturar o processo, dado os efeitos produzidos. É preciso reconhecer que há uma série de fatores socioeconômicos que são consideráveis no processo de improficiência detectado num teste.

Esta pesquisa também identificou que a História Oral articulada com o Modelo dos Campos Semânticos se mostra pertinente na produção de história outras, que auxiliam a entender os efeitos das avaliações externas na prática pedagógica dos professores que ensinam matemática no ensino fundamental, anos finais.

Referências

AMARO, Ivan. Avaliação em larga escala e trabalho docente: da lógica eficientista á lógica contrarregulatória. **Quaestio**.Sorocaba, SP, v.19,n.2,p.417-436,ago. 2017.

BRASIL. **Avaliações da Educação Básica em Debate: Ensino e Matrizes de Referência das Avaliações em Larga Escala**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP/MEC. Brasília – DF, 2013. Disponível em: <http://www.publicacoes.inep.gov.br/portal/download/1382>. Acesso em: 20 de set. 2016.

CAMPO GRANDE. **Promover educação de qualidade: programa municipal de avaliação externa de desempenho dos alunos da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande – MS**. Soraya Regina de Hungria Cruz, Marcia Regina Teixeira Mortari Végas, Maria Elisabete Cavalcante (Org.). SEMED, Campo Grande – MS, 2011.

D Ambrósio, Ubiratan. **Educação matemática: Da teoria á prática**/Ubiratan D Ambrósio.- 23ªed. – Campinas, SP: Papirus, 2012. – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

ESTEBAN, M. T. **A Negação do direito a diferença no cotidiano escolar**. Avaliação, Campinas; Sorocaba -SP, v. 19, n. 2, p. 463-486, jul. 2014.

ESTEBAN M. T; Fetzner, A. R. **A redução da escola: a avaliação externa e o aprisionamento curricular**. *Educar em Revista, Curitiba-PR, Edição Especial n. 1, 2015, p. 75-92.*

FREITAS, L. C. **Os reformadores empresariais da educação: da desmoralização do magistério à destruição do sistema público de educação**. *Educação e Sociedade*, Campinas, v. 33, n. 119, p. 379-404, 2012.

__________. **Políticas de responsabilização: entre a falta de evidência e a ética**. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo-SP, v. 43, n. 148, p. 348-365, 2013.

FERNANDES, D. **Avaliar para aprender**: fundamentos, práticas e políticas. São Paulo: UNESP, 2009.

GARNICA, A. M. **História Oral e Educação Matemática**. In: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (orgs.) Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GARNICA, M. V. Registrar oralidades, **analisar narrativas: sobre pressupostos da História Oral em Educação Matemática**. Ci. Huma. e Soc. em Rev. Seropédica v.32 n.2 Julho/Dezembro, p. 29-42, 2010.

GOMES, Cladair Martins. **Currículo e a Avaliações em larga escala: os gestores de escolas com alto Índice de Desenvolvimento da Educação Básica IDEB.** 2019. 215p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Católica Dom Bosco. Campo Grande – MS.

LINS, R. C. **Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. Rio Claro: UNESP, 1999. p. 75-94.

__________. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: LAUS, C. et al. (Orgs**.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história.** São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

ORTIGÃO, M. I; Pereira, T. V. **Homogeneização curricular e o sistema de avaliação nacional brasileiro: o caso do estado do rio de janeiro**. Educação Sociedade e Cultura, n. 47, Porto-Portugal, 2016. p. 157-173. Disponível em: <http://www.fpce.up.pt/ciie/?q=publication/revista-educa%C3%A7%C3%A3o-sociedade-culturas/edition/educacao-sociedade-culturas-47 >. Acesso em: 19 set. 2016.

Saviane. Demerval **O Plano de Desenvolvimento da Educação. Análise do Projeto do MEC. Educação & Sociedade.** Campinas, Vol. 28, n. 100 – Especial, p. 1231 – 1255, out. 2017.

RAVITCH, D. **Vida e morte do grande sistema escolar americano: como os testes padronizados e o modelo de mercado ameaçam a educação**. Trad. de Marcelo Duarte. Porto Alegre: Sulina, 2011.

Pisa e seus sentidos didático-pedagógico: uma revisão da literatura

Pisa and its pedagogical meanings: a review of the literature

Maria Isabel Ramalho Ortigão
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
isabelramalhoortigao@gmail.com

Resumo
Este texto discute os resultados de uma pesquisa bibliográfica exploratória em artigos que focam o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – Pisa, com o intuito de compreender a avaliação externa e suas possíveis relações com os processos de ensino-aprendizagem-avaliação construídos e conduzidos nas escolas, o que para Barriga (2018) implica compreender o Programa em suas dimensões política, didático-pedagógica e técnica. Especificamente neste texto discute-se uma dessas dimensões, a saber, a dimensão didático-pedagógica. Para a sua operacionalização, fez-se uma busca no site Scielo, a partir da palavra-chave "Pisa", identificando-se 20 textos, dos quais 11 são analisados neste manuscrito. A investigação é parte de uma pesquisa mais ampla, conduzida com o propósito de analisar dados e documentos do Pisa Matemática, discutindo características dos estudantes, escolas e docentes que impactam a produção curricular em matemática. A análise exploratória dos textos possibilitou identificar tanto a variabilidade de perspectivas teórico-metodológica como a identificação de características associadas ao currículo escolar.

Palavras-chave: Pisa; Dimensão pedagógica; Currículo de Matemática; Pesquisa bibliográfica.

Abstract
This study discusses the results of an exploratory bibliographical research on articles focusing on the International Student Assessment Program – Pisa, to understand external assessment and its possible relations with the teaching-learning-assessment processes constructed and conducted in schools, which for Barriga (2018) implies understanding the Program in its political, didactic-pedagogical, and technical dimensions. One of these is particularly discussed here – the didactic-pedagogical dimension. For its operationalization, a search using the keyword "Pisa" was run on SciELO website, with a 20-article result, 11 of which are analyzed in the current paper. This investigation is part of a broader research, carried out with the purpose of analyzing data and documents from Pisa Math, looking into the characteristics of students, schools, and teachers that impact curriculum production in Math. The exploratory analysis of the studies made it possible to identify both the variability of theoretical-methodological perspectives and the characteristics associated with the school curriculum.

Keywords: Pisa; Pedagogical dimension; Mathematics Curriculum; Bibliographic research.

Introdução

As últimas décadas têm sido marcadas pela intensificação de ações voltadas à constituição de sistemas de avaliação de estudantes, de escolas e redes de ensino em diversos países. No Brasil, essas ações tiveram início a partir dos anos 1990, no âmbito do processo de redemocratização, após 20 anos da ditadura civil-militar (1964-1985).

Ao longo desse período, consolidaram-se avaliações em larga escala conduzidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), como SAEB, ENEM, ENCEJA[1]. Consolida-se, também, a participação do Brasil do Pisa – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. E, em diversos estados e municípios, as escolas e seus estudantes passam a ser avaliados por sistemas de avaliação externa, coordenados pelas respectivas secretarias de educação, muitas vezes em parceria com instituições privadas. Há situações em que um mesmo estudante chega a participar de vários processos avaliativos, realizando provas e respondendo a questionários contextuais, como indica o depoimento de uma professora.

> Na minha escola esse ano teve Prova Brasil, teve PISA e avaliação da SEEDUC. É tanta avaliação 'de fora', que o aluno nem quer fazer a prova que a gente tem que *dá*. Eu fico me perguntando – *pra* que tanta prova? Se no final o que interessa mesmo é a prova daqui da escola. É essa que vai dizer se o aluno *tá* aprendendo ou não. Essas outras só servem *pra* classificar a gente. (ORTIGÃO, 2015).

O depoimento[2] acima apresenta indícios de que escolas da educação básica são submetidas a uma excessiva quantidade de avaliações externas. Um cenário que tem ocorrido não somente no Brasil, mas em muitos outros países, como evidenciado por Kauko et al (2018) em um estudo conduzido com o propósito de investigar como diferentes ênfases sobre qualidade impactam as políticas educativas em três países: Brasil, China e Rússia. Para os autores, os sistemas de avaliação nesses países se prestam ao direcionamento da governança local, "não produzem qualidade, mas funcionam como meios de controlar a oferta da educação" (p. 182).

De modo geral, na origem da constituição de programas de avaliação externa está a ideia de monitoramento da educação. Uma origem que, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB – 9394/96), em seu Artigo 9º, Item VI, atribui à União a responsabilidade de

> assegurar o processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental e médio e superior em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino (BRASIL, 1996)

O Artigo carrega a intensão de coletar informações sobre a qualidade dos resultados educacionais e possibilitar às instituições educativas estabelecerem metas e linhas de ação para melhorias e avanços (ORTIGÃO, 2018, p. 19). Muitas vezes,

---

[1] Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB (instituído em 1990), Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM (instituído em 1998) e Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos – ENCEEJA (instituído em 2002).

[2] O depoimento foi obtido no âmbito do projeto de pesquisa XXX (2011-2014), contemplado no Edital XXX. A pesquisa investigou as relações entre a avaliação externa e os processos de ensino-aprendizagem em escolas situadas em XXX (ORTIGÃO, 2015).

contudo, sem a existência de uma discussão que informe sobre que qualidade se almeja quando se propõe avaliar os estudantes.

Ao longo do tempo, contudo, algumas das características iniciais dos sistemas avaliativos foram se 'esgarçando'. A ideia de colaboração entre os Entes Federativos foi substituída por processos individualizados de gestão, em que cada rede cria o seu próprio programa de avaliação externa. O estabelecimento de linhas de ação passa a focar o professor, responsabilizando-o pelos resultados - instituem-se as políticas de responsabilização; e há tentativas de afirmar 'qualidade' como sendo o resultado do desempenho dos estudantes em provas de avaliação externa. Em outro artigo, do qual sou uma das autoras, analiso como a ideia de qualidade vai se configurando no processo de constituição do SAEB e como a avaliação induz a uma certa 'homogeneização' curricular das escolas brasileiras, que sistematicamente vem evidenciando pouco avanço no desenvolvimento de habilidades básicas (ORTIGÃO, 2017; ORTIGÃO & PEREIRA, 2016). No processo de constituição da avaliação externa, percebe-se uma dinâmica de "governança autorizadora, mas desviada", como afirma por Kauko et al (2018, p. 183).

Todo esse processo termina por esgarçar as compreensões do papel que tem (ou deveria ter) a avaliação externa e suas possíveis relações com os processos de ensino-aprendizagem-avaliação construídos e conduzidos nas escolas. É neste sentido que Barriga (2018) afirma que tais compreensões, necessariamente, precisam apoiar-se na análise de três dimensões – a política, a pedagógico-didática e a técnica. Para o autor,

> Entender essa tripla dimensão permitiria dimensionar suas possibilidades e limitações pois, longe de ser a única e melhor possibilidade de melhorar os sistemas educacionais ou de poder ser considerada como a opção para situar os resultados de aprendizagem que os estudantes obtêm em função de uma visão internacional, constitui fundamentalmente uma estratégia de modelização das aprendizagens, dos estudantes como pessoas, que nega de início as indispensáveis diferenças culturais, além das reais diferenças sociais e econômicas. (BARRIGA, 2018, p. 19).

No sentido de ampliar a compreensão dessas dimensões, foi implementada uma pesquisa bibliográfica exploratória de artigos que discutem o Pisa. Por meio de busca ao site *Scielo*, tendo o termo "Pisa" como palavra-chave, acessamos a 30 artigos, dos quais 20[3] foram selecionados para a análise. Destes, 11 situam as discussões com ênfase em

[3] As exclusões relacionam-se a: (a) o texto refere-se a Torre de Pisa (3 artigos); (b) a referência ao Pisa é pontual (5 artigos), (c) foca em aspectos técnico-metodológicos da estrutura da prova Pisa, enfatizando aspectos estatísticos da construção dos itens (2 artigos).

preocupações pedagógico-didáticas e nove enfatizam a dimensão política do Programa. Em muitas situações a classificação dos textos em uma dessas três dimensões foi arbitrária e decorreu da análise feita no âmbito desta pesquisa. Dadas as limitações em relação ao número de páginas, neste texto apresentamos uma discussão com foco nos 11 artigos que enfatizam a dimensão didático-pedagógica do Programa.

Cabe informar que, para a produção deste manuscrito, a busca por textos que abordam o Pisa não foi conduzida de modo sistemático, nem se teve a intensão de realizar um mapeamento ou um estudo nos moldes do estado da arte. Mas, foi conduzida de modo exploratório, a partir de palavra-chave, com o intuito de perceber sentidos sobre o Pisa e como esses sentidos são articulados por autores diversos (ORTIGÃO & AGUILAR-JÚNIOR, 2020).

A discussão proposta neste texto insere-se em uma investigação mais ampla, em andamento, conduzida com a finalidade de ampliar a compreensão acerca do campo curricular em matemática no Brasil, a partir de reflexões e análises aos dados e documentos do Pisa.

Além desta introdução o texto subdivide-se em mais três seções. Na sequência, apresenta-se uma breve descrição do Pisa e em seguida apresentamos os resultados da pesquisa bibliográfica. Por fim, trazemos as considerações finais.

O Pisa

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) coleta informações periódicas sobre o desempenho de estudantes em diversos países, incluindo o Brasil, que dele participa desde o ano 2000. Tal participação decorre do esforço brasileiro de construção de uma política de avaliação educacional relacionada à “perspectiva de avaliar conhecimentos e habilidades que permitam contínua adaptação a um mundo em constante modificação” (FRANCO; BONAMINO, 2001, p. 25).

O Programa compõe a agenda global da Organização e Cooperação para o Desenvolvimento Econômico - OCDE e busca produzir indicadores educacionais que permitam comparar os países participantes em termos de seus currículos nacionais e do preparo dos estudantes para o mundo do trabalho em constante modificação. Presta-se ainda a avaliar o funcionamento da gestão educacional ao trazer para a gramática das instituições e sistemas de ensino públicos os sentidos e “discursos atuais sobre uma cultura de avaliação, o cálculo das competências e a medida das performances” (MENDES; SEGABINAZZI, 2018, p. 851).

A adesão do Brasil ao Pisa apresenta estreita sintonia com as propostas gerencialistas para a educação brasileira, como observado por Kauko et al (2018), em que a ideia de “medir” a qualidade do ensino ofertado nos sistemas educacionais ganha relevância. Embora o Brasil venha participando do Programa desde a sua primeira edição, só recentemente os seus resultados passaram a integrar, de forma até então nunca vista, o discurso político e a própria agenda política da educação brasileira (MACEDO, 2014).

A avaliação ocorre a cada três anos e em cada edição o foco está centrado em uma área de conhecimento (Leitura, Matemática e Ciências), o que significa que mais itens dessa área são incluídos na prova. Essa maior quantidade de itens permite que a área de conhecimento específica seja examinada com mais detalhe e aprofundamento. Desde 2015, além dessas áreas, incluíram-se Resolução colaborativa de problemas e Letramento financeiro (OCDE, 2004; OCDE, 2007; OCDE, 2013; OCDE, 2016). A Matemática, por exemplo, foi foco nas edições ocorridas em 2003 e 2012 e o será novamente em 2022. Em virtude das dificuldades enfrentadas em decorrência da pandemia de Covid-19, os países-membros e associados da OCDE decidiram adiar a aplicação do Pisa-2021 para 2022 e do Pisa-2024 para 2025.

Na edição de 2018 (última das sete conduzidas até o momento), participaram do Programa mais de 80 países e cerca de 600 mil estudantes do conjunto desses países. No Brasil, a amostra envolveu cerca de 10 mil estudantes de 15 anos de idade.

O Pisa e a dimensão pedagógico-didática: o que dizem os artigos analisados?

De modo geral, os programas de avaliação externa, incluindo o PISA, são construídos com a ideia de que seus resultados possam ser utilizados por governos, instituições educativas e, especificamente, por escolas de educação básica para o (re)direcionamento das políticas educacionais, visando a melhorias no ensino fundamental e médio e à formação mais efetiva das crianças e dos jovens.

Apesar das críticas (válidas) que se possa fazer ao Pisa, Barriga (2018) e Monereo (2009) defendem que se tome o Programa como pretexto para a melhoria das condições de aprendizagem dos estudantes em sala de aula. Ambos recomendam a conveniência de desenvolver uma análise didático-pedagógica do Pisa, seus instrumentos e resultados, além do desenvolvimento de análises política e técnica, no sentido de se compreender as suas potencialidades e limitações. Para Barriga (2018, p. 28),

> Em geral, as autoridades educacionais locais consideram que basta difundir os resultados que os alunos obtêm ou, talvez, realizar uma nova proposta curricular para que a aprendizagem dos alunos melhore – o que não ocorre.

Para o autor, este talvez seja o maior equívoco do Pisa, pois não consegue modificar o que acontece nas escolas ou nas salas de aula. O Pisa, não é um instrumento que permita melhorar as aprendizagens, na medida em que não fornece um *feedback* que permita uma retroalimentação real do trabalho educacional. Para, para Barriga (2018, p. 29) a prova Pisa

> está construída com uma concepção de conhecimento e de aprendizagem que não é escolar e, de certa maneira, também não é curricular, ainda que afete a ambos. De alguma maneira, o Pisa supõe uma transformação do trabalho educacional em duas direções: a primeira refere-se a uma transformação curricular para abandonar uma estrutura simples de disciplinas que se somam numa sequência 1, 2 e 3, deixando que o estudante seja o responsável por integrar os conteúdos; demanda uma mudança curricular para abandonar uma posição em que tudo deve ser conhecido, ainda que os conteúdos sejam trabalhados de maneira sequencial, simples, memorística e com a meta de "cumprir a quantidade de temas que propõe um programa escolar", ainda que a mudança curricular por si só não seja suficiente.

Tanto Barriga como Monereo sugerem que a compreensão da dimensão didático pedagógica passa pela compreensão de como o Pisa é concebido, o que propõe e como divulga seus resultados. Para eles, é necessário tomar o Programa como pretexto para melhorar o que fazemos com os estudantes e como conduzimos a formação de professores. Certamente é necessário questionar a visão unilateral e hegemônica da educação e a forma como relata seus resultados, dentre outras imposições. Mas, também é importante que os governos se comprometam a criar as condições de aprendizagem para as nossas escolas.

A pesquisa relatada neste texto buscou compreender como diferentes autores dão sentido às preocupações pedagógicas a partir de suas análises ao Pisa. O quadro a seguir apresenta os onze artigos analisados.

Quadro 1: Artigos selecionados para a análise

Periódico	Ano	Autores	Título
Psico-USF Bragança Paulista	2021	Mayra Antonelli-Ponti Patrícia Ferreira Monticelli Fabiana Maris Versuti Josiane Rosa Campos Luciana Carla dos Santos Elias	Academic achievement and the effects of the student's learning context: a study on PISA data
Ensaio: Avaliação de Políticas Públicas	2021	Nilma Fontanive; Ruben Klein Suely da Silva Rodrigues Alice Nabiça Moraes	O que o PISA para Escolas revela sobre uma Rede de Ensino no Brasil? A experiência da Fundação

			Cesgranrio em 2019
Revista Brasileira de Economia	2020	Giovanni Avila Cardoso Di Pietra Alex Hayato Sassaki Bruno Kawaoka Komatsu Naercio Aquino Menezes Filho	O que Explica o Desempenho do Brasil no PISA 2015?
Caderno de Pesquisa (FCC)	2020	Cátia Maria M. da Costa Pereira Geraldo Eustáquio Moreira	Brasil no Pisa 2003 e 2012: os estudantes e a matemática
Ensaio - Pesquisa em Educação em Ciências de ciências	2020	Mariana Vaitiekuna Pizarro; Jair Lopes Junior	Os sistemas de avaliação em larga escala e seus resultados: o PISA e suas possíveis implicações para o ensino
Archivos Analíticos de Políticas Educativas (AAPE)	2017	María María Ibáñez Martín María Marta Formichella	Logros Educativos: ¿Es Relevante el Género de los Estudiantes?
Educação & Sociedade	2016	Daniel Pettersson e Christina E. Molstad	Professores do PISA: a esperança e a realização da educação
Educação & Sociedade	2016	Radhika Gorur	As "descrições finas" das análises secundárias do PISA
Cadernos de Pesquisa (FCC)	2015	Martin Carnoy; Tatiana Khavenson; Izabel Fonseca, Leandro Costa; Luana Marotta	A educação brasileira está melhorando? Evidências do PISA e do SAEB
Cadernos de Pesquisa (FCC)	2012	Sergei Suarez Dillon Soares Paulo A. Meyer M. Nascimento	Evolução do desempenho cognitivo dos jovens brasileiros no PISA
Bolema	2012	Glauco Aguiar Maria Isabel R. Ortigão	Letramento em Matemática: um estudo a partir dos dados do PISA 2003

Fonte: *SCIELO*. Elaboração própria

Dos 11 artigos analisados, um aborda a educação no contexto argentino e os demais no contexto brasileiro. Soares e Nascimento (2012) analisaram a evolução dos resultados do Pisa e apontaram um aumento considerável na nota média brasileira, que subiu 33 pontos ao longo de 2003 a 2012. Para os autores, a posição relativa do país também aumentou: a nota média foi de 75% para 80% da nota média do grupo original de países que fizeram o Pisa em 2000.

> Em termos distributivos, a melhora foi mais proeminente na parte inferior da distribuição de habilidades cognitivas. Os centésimos na cauda inferior da distribuição de matemática viram suas notas aumentarem em torno de 70 pontos contra em torno de 30 pontos para os centésimos na cauda superior. (SOARES; NASCIMENTO, 2012, p. 68)

Também visando entender o desempenho dos estudantes brasileiros no Pisa, Di Pietra et al (2020) analisaram os dados da edição 2015 do Programa, explorando o fato de que nesse ano as provas foram feitas em computadores. Para os autores, o fraco desempenho obtido pelos brasileiros pode ser explicado, essencialmente, pela dificuldade nas questões iniciais da prova Pisa. Para eles, "os alunos brasileiros gastam muito tempo nas questões iniciais e não alcançam as últimas questões em cada bloco" (p. 168) salientando, possivelmente, uma desvantagem na experiência em fazer esse tipo de prova em computador com relação aos alunos dos outros países.

Martin e Formichella (2017) analisam os dados do Pisa para verificar a existência de diferenças de desempenho entre meninas e meninos argentinos. Por meio de uma abordagem multinível de análise, os autores concluem que há diferença favorável às meninas quando a prova é de Leitura. Já, se a prova é de matemática, os meninos obtêm melhores resultados. Tais conclusões são similares a outros estudos que apontam que questões de gênero afetam os resultados de desempenho e rendimento escolar (LOUZANO, 2013; ORTIGÃO; AGUIAR, 2012).

Antonelli-Ponti et al (2021) afirmam que o desempenho escolar está sujeito a múltiplos fatores, relacionados ao estudante e sua família e a escola. Eles analisaram autorrelatos de cerca de 23 mil estudantes brasileiros que participaram do Pisa-2015 e apontaram evidências de que o suporte emocional da família e os recursos educacionais e culturais do lar afetam o pertencimento do estudante à escola e, a partir do estudo, afirmam a necessidade de políticas públicas na área da educação voltadas ao apoio social ao aluno e sua família.

O artigo de Fontanive et al (2021) relata uma experiência conduzida pela OCDE em parceria com a Fundação Cesgranrio, em 2017 e 2019, que envolveu cerca de 11 mil estudantes e 229 escolas públicas e privadas. A eles foram aplicados testes nas três áreas de conhecimento avaliadas pelo Programa, com itens de teste calcados nas matrizes de referência do Pisa. Segundo os autores, os resultados obtidos mostraram uma variabilidade de desempenho dos alunos das Redes, explicadas em grande parte por suas características socioeconômicas e culturais, práticas de ensino e clima disciplinar. Adicionalmente, o estudo possibilitou a investigação "aspectos que vêm sendo tratados na literatura mais atual e, entre eles, a prática do bullying, o fenômeno da repetência e a importância das habilidades socioemocionais no contexto escolar." (p. 12).

Carnoy et al (2015) analisaram as mudanças das pontuações em matemática e leitura dos alunos brasileiros favorecidos e desfavorecidos no Pisa, entre 2000 e 2012 e no Saeb, no período de 1995 a 2013, a fim de extrair algumas conclusões provisórias em relação à variação da efetividade do ensino básico brasileiro (1ª a 8ª/9ª séries). Os autores concluem que os ganhos no teste de matemática tanto no do Pisa como no Saeb são maiores do que no teste de leitura. Para eles, parte do ganho no teste de matemática do Pisa e a maior parte do ganho no teste de leitura resultam do aumento gradual no tempo que os alunos com a idade de quinze anos passam na escola. Os ganhos no Pisa para os estudantes brasileiros mais favorecidos são menores do que entre aqueles com níveis baixos de recursos acadêmicos familiares, o que também se verifica no teste do Saeb.

Aguiar e Ortigão (2012) usaram os dados do Pisa 2003 para analisar o funcionamento dos itens de matemática entre estudantes brasileiros e portugueses. Por meio da aplicação de uma modelagem estatística específica, os autores concluem que os itens mais fáceis aos estudantes brasileiros são aqueles que se referem à subárea Quantidade ou que envolvem contextos da vida pessoal. Já itens que envolvem contextos científicos mostram-se mais difíceis aos alunos brasileiros, quando comparados com seus pares de Portugal.

Pereira e Moreia (2020) analisaram relatórios do Pisa Matematica entre 2003 e 2012 com o objetivo de verificar em que subárea os estudantes brasileiros apresentam melhor desempenho. Para os autores, o maior aumento nos percentuais de acertos ocorre em itens da subárea Indeterminação e Dados, em comparação às outras subáreas. Também é nesta escala que a distribuição dos estudantes atinge níveis mais elevados.

De modo geral, os 11 artigos analisados convergem em muitos aspectos, apesar de partirem de objetivos diferentes e fazer uso de abordagens diferenciadas. Contudo, em suas análises apontam características e preocupações que poderiam ser consideradas pelas escolas em sua produção curricular. O quadro a seguir apresenta uma síntese de questões abordadas nos textos que impactam as condições pedagógicas das escolas.

Quadro 2: Síntese dos aspectos pedagógicos abordados nos textos analisados

As médias dos estudantes brasileiros apresentam melhorias ao longo do tempo, com especial aumento das médias em matemática, quando comparadas com as de Leitura Disponibilidade escassa de computadores nas escolas, o que dificultou a realização da prova Pisa-2015 Atenção às questões de gênero, com respeito às suas diferenças Relação escola-família: o suporte familiar em relação a recursos educacionais, socioculturais e econômicos impactam as condições de escolarização dos estudantes. Práticas de ensino estimulantes e desafiadoras que motivem os estudantes a estudar. Desenvolvimento de um bom clima escolar, com atenção especial a questões de bullying.

Desenvolvimento de avaliação voltada à aprendizagem e não à classificação ou a exclusão e à reprovação.

Fonte: Ortigão (2021)

Os textos analisados apontam características escolares que vão muito além dos resultados obtidos pelos estudantes na prova Pisa, como pode ser observado no quadro acima. Defendo que tais características podem contribuir para a reflexão pedagógica nas escolas. Para tal, contudo, seria necessário que as autoridades e os gestores educacionais reconhecessem que não basta difundir os resultados dos estudantes ou das escolas para que melhorias ocorram. Ao contrário, é preciso reconhecer que melhorias na escola estão condicionadas às condições de desenvolvimento do trabalho educacional e de vida dos estudantes e de suas famílias. Estas, por sua vez, envolvem não somente melhorar as condições físicas e humanas da escola, com a devida valorização do trabalho docente, mas, também, criar as condições e as possibilidades para a produção curricular e avaliativa na escola, para a gestão democrática e participativa e para o desenvolvimento de espaços de formação na escola, dentre outros aspectos que compõe a complexa teia dos processos escolares/educacionais.

Considerações finais

A avaliação externa deveria servir como instrumento "de retroalimentação real do trabalho educacional; retroalimentação como uma função substancial da avaliação, não da medição" (BARRIGA, 2018, p. 28). Para o autor, "esta é, talvez, a maior deficiência que os exercícios do Pisa têm: não conseguem modificar o que acontece em sala de aula." (idem).

O Pisa é uma estratégia internacional que tenta modelar as aprendizagens dos estudantes e que nega de início as indispensáveis diferenças culturais, além das reais diferenças sociais e econômicas. No Brasil, em especial, este aspecto torna-se um fator grave, em decorrência dos altos índices de reprovação escolar (AGUIAR-JÚNIOR & ORTIGÃO, 2020; MATOS et al, 2018; ORTIGÃO & AGUIAR, 2012). Mas, também, pelo fato de que não há proximidade nos níveis de estudo entre as escolas brasileiras, mesmo considerando estudantes do mesmo ano escolar (FRANCO et al, 2007). O atraso educacional percebido no Brasil, como em diversos países da América Latina (CASASSUS, 2007), e as diferenças sociais e culturais convertem-se numa importante explicação para as diferenças de pontuação que os estudantes que participam do Pisa obtêm. Portanto, há que se considerar que as divulgações realizadas pelas mídias, que criam ranqueamentos entre países são, no mínimo, equivocadas, em específico, quando ignoram tais diferenças.

Outro aspecto que precisa ser considerado é o fato de o Pisa estar pautado em uma concepção de conhecimento e de aprendizagem que não é escolar. E, neste sentido, se diferencia de outras avaliações externas, conduzidas pelo INEP em nível nacional ou pelas secretarias de educação em nível local. Segundo Barriga (2018), o Pisa supõe uma mudança do trabalho educacional no sentido de promover "uma transformação curricular para abandonar uma estrutura simples de disciplinas [...], deixando que o estudante seja o responsável por integrar os conteúdos" (p. 28). Tal demanda exigiria das escolas e dos professores abandonar uma posição em que os conteúdos são trabalhados de maneira sequencial, simples, memorística e com a meta de "cumprir a quantidade de temas que propõe um programa escolar" (idem).

A defesa por mudanças nos processos de ensino aprendizagem no sentido de romper com lógicas disciplinares não é um tema novo nem situado apenas no âmbito do Pisa. Ao contrário, defesas por propostas de aprendizagem com perspectivas inter/transdisciplinares vem de longa data, em diversos campos de conhecimento, com especial destaque para a educação matemática (BOOLER, 2019; VALERO & MEANEY, 2014; FERNANDES, 2020; LUBIENSKI, 2000; STIGLER & HIEBERT, 1999; SZTAJN, 1997; SMOLE & CENTURIÓN, 1992). Contudo, uma mudança difícil e complexa, principalmente em decorrência da tradição disciplinar nas escolas.

Agradecimentos

Agradeço às Agências - CNPq (Bolsa Produtividade – Pq-2019), FAPERJ (Bolsa CNE-2019) e Prociência/Uerj - pelo apoio à pesquisa**.**

Referências

AGUIAR, G.; ORTIGÃO, M. I. R. Letramento em Matemática: um estudo a partir dos dados do Pisa 2003. **Boletim de Educação Matemática – Bolema** (impresso), Unesp, Rio Claro, v. 26, p. 1-21, 2012.

ANTONELLI-PONTI, M.; MONTICELLI, P. F.; VERSUTI, F. M.; CAMPOS, J. R.; ELIAS, L.C. S. Academic achievement and the effects of the student's learning context: a study on PISA data. **Psico USF**, Bragança Paulista, v. 26, n. 1, p. 13-25, jan./mar. 2021.

Disponível em: https://pesquisa.bvsalud.org/portal/resource/pt/biblio-1250496. Acesso em Acesso em 09 mar. 2021.

BOALER, J. **O que a Matemática tem a ver com isso?** Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso. (Tradução Daniel Bueno). Porto Alegre: Penso, 2019.

BRASIL, **Lei de Diretrizes e bases da Educação** (LDB 9394/66). Artigo 9º, Item VI. Disponível em: https://www.dca.fee.unicamp.br/~leopini/consu/reformauniversitaria/ldb.htm. Acesso em 22/mai./2021. Acesso em 09 mar. 2021.

CARNOY, M.; KHAVENSON, T.; FONSECA, I. & MAROTTA, L. A educação brasileira está melhorando? Evidências do PISA e SAEB. **Caderno de Pesquisa** (FCC), São Paulo, v. 45, nº 157, p. 450-485, set. 2015. Disponível em: https://doi.org/10.1590/198053143331. Acesso em: 23 mar. 2021.

CARNOY, Martin et al. A educação brasileira está melhorando? Evidências do PISA e SAEB. **Cadernos de Pesquisa** (FCC), São Paulo, v. 45, nº 157, p. 450-485, set. 2015. Disponível em: https://doi.org/10.1590/198053143331. Acesso em: 23 mar. 2021.

CASASSUS, J. **A escola e a desigualdade**. (2ª ed.). Brasília: Liber Livro Editora. UNESCO, 2007.

DI PIETRA, G.A.C.; SASSAKI, A. H.; KOMATSU, B. K.; MENEZES-FILHO N. A. O que Explica o Desempenho do Brasil no PISA 2015? **Revista Brasileira de Economia**, Vol. 74, No. 2 (Abr–Jun 2020) 167–196. Dsponível em: https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe/article/view/78011. Acesso em 09 mar. 2021

FERNANDES. D. Avaliação Pedagógica, Currículo e Pedagogia: Contributos para uma Discussão Necessária. **Revista de Estudos Curriculares**, nº 11, vol. 2, 2020. Disponível em: https://www.nonio.uminho.pt/rec/index.php?journal=rec&page=article&op=view&path%5B%5D=107. Acesso em 09 mar. 2021

FONTANIVE, N.; Rodrigues S. S. & MORAES, A. N. O que o PISA para Escolas revela sobre uma rede de ensino no Brasil? A experiência da Fundação Cesgranrio em 2019. **Ensaio**: Avaliação de Políticas Públicas em Educação. Rio de Janeiro, v. 29, nº 110, p. 6-34, mar. 2021. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40362021000100006&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 20 abr. 2021.

FRANCO, C. & BONAMINO, A. Iniciativas recentes de Avaliação da Qualidade da Educação no Brasil. In: FRANCO, C. (Org.). Avaliação, Ciclo e Promoção na Educação. Porto Alegre: ArtMed, 2001, p. 15-28

FRANCO, C.; ORTIGÃO, M. I. R; ALBERNAZ, A. BONAMINO, A. AGUIAR, G.; ALVES, F.; SÁTYRO, N. Eficacia escolar em Brasil: Investigando prácticas y políticas escolares moderadoras de desigualdades educacionales. In: CUETO, S. (Ed.). Educación y Brechas de Equidad em América Latina. Tomo I, Chile, Fondo de Investigacioes Educativas. PREAL, 2007, p. 223-249

GORUR, Radhika. As “descrições finas” das análises secundárias do PISA. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 37, nº 136, p. 647-668, set. 2016. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/es0101-73302016166211. Acesso em: 22 mar. 2021.

KAUKO, J.; TAKALA, T. & RINNE, R. (Ed.) **Transnational Dynamics of Quality Assurance and Evaluation Policies in Brazil, China, and Russia**. London & New York: Routledge Taylor and Francis Group, 2018. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/325202599_Politics_of_Quality_in_Education. Acesso em 11 nov. 2019

LOUZANO, P. Fracasso escolar: evolução das oportunidades educacionais de estudantes de diferentes grupos raciais. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 111-133, 2013. Disponível em: http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/205/236. Acesso em: 15 fev. 2019.

LUBIENSKI, S.T. A clash of social class cultures? Students’ experiences in a discussion-intensive seventh-grade mathematics program. **Elementary School Journal**, 2000, p. 377-403.

MACEDO, E. Base Nacional Curricular Comum: novas formas de sociabilidade produzindo sentidos para Educação. **e-Curriculum**, São Paulo, v. 12, n. 3 p. 1.530-1.555, out./dez. 2014. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/21666/15916. Acesso em: 9 fev. 2021.

MATOS, D. A. S.; SILVA, L. C.; FERRÃO, M. E. Repetência e equidade em Educação no Brasil: reflexões a partir do Pisa 2015. In: ORTIGÃO, M. I. R. (Org.). **Políticas de avaliação, currículo e qualidade**: diálogos sobre o Pisa. Curitiba: CRV, 2018. p 127-140.

MENDES, G. M. L.; SEGABINAZZI, M. Incluir, comparar e competir: serviços de avaliação externa em larga escala e inclusão escolar. **Revista Educação Especial**, Santa Maria, v. 31, n. 63, p. 849-862, out./dez. 2018. Disponível em: http://dx.doi.org/10.5902/1984686X33104. Acesso em: 15 fev. 2021.

MONEREO, C. (Org.). **Pisa como escusa**. Repensar la evaluación para cambiar la enseñanza. Barcelona: Graó, 2009.

OCDE – ORGANIZATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. **Literacy skills for the world tomorrow**: further results from PISA 2000. Paris: Organization for Economic Co-Operationand Development, 2004.

OCDE – ORGANIZATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. **PISA 2006**. Technical Report. Paris: Organization for Economic Co-Operation and Development, 2007.

OCDE – ORGANIZATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. **What Students Know and Can Do**: Student Performance in Mathematics, Reading and Science, summarises the performance of students in PISA 2015. Paris: Organization for Economic Co-Operation and Development, 2016.

OCDE. Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico **Pisa 2012 Assessment and Analytical Framework**. Paris: OECD Publishing, 2013.

ORTIGÃO, M. I. R & AGUILAR-JÙNIO, C. A. Análise de risco de reprovação a partir dos dados do SAEB 2015 – algumas evidências. In: ORTIGÃO, M. I. R. & SANTOS, J. R. V. (Org.). **Avaliação e Educação Matemática**: pesquisas e delineamentos. Brasília: SBEM, 2020. Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/publicacoes/colecao-sbem. Acesso em 02 mar. 2021.

ORTIGÃO, M. I. R & AGUILAR-JÙNIO, C. A. Relações macro e micro na pesquisa em Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 315-342, 2020. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/50529/pdf. Acesso em 05 mar. 2021.

ORTIGÃO, M. I. R. Avaliação da Educação Básica no Brasil. In: Elizabeth Macedo e Stela Mithá Duarte. (Org.). **Avaliação no Ensino Básico***:* reflexões e experiências do Brasil e de Moçambique. 1ed.Maputo, Moçambique: Educar-UP, 2017, v. 1, p. 13-30.

ORTIGÃO, M. I. R. et al. Letramento em Matemática no Pisa: o que sabem e podem fazer os estudantes? **Zetetiké** (online), p. 375-389, 2018. Disponível em: http://https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/issue/view/1256/showToc. Acesso em: 02 set. 2020.

ORTIGÃO, M. I. R. Observatório de Periferias Urbanas. **Relatório de Pesquisa**. Programa Observatório da Educação (OBEDUC/INEP/CAPES), 2015

ORTIGÃO, M. I. R. Repetência escolar e características dos alunos da 8ª série: evidências a partir dos dados do Saeb 2001. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SIPEMAT. **Anais...** Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2006. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/SIPEMAT06/artigos/ortigao.pdf. Acesso em: 15 jan. 2019.

ORTIGÃO, M. I. R.; AGUIAR, G. Repetência escolar nos anos iniciais do Ensino Fundamental: evidências a partir dos dados da Prova Brasil 2009. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, p. 364-389, 2013. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbeped/v94n237/a03v94n237.pdf. Acesso em 29 jan. 2019.

ORTIGÃO, M. I. R.; PEREIRA T. V. Homogeneização curricular e o sistema de avaliação nacional brasileiro: o caso do Estado do Rio de Janeiro. **Educação, Sociedade & Cultura**, Edição especial: avaliação das escolas: políticas, perspectivas e práticas, 2016. Disponível em: http://www.fpce.up.pt/ciie/sites/default/files/ESC47Maria.pdf. Acesso em 10 set. 2016.

PEREIRA, C. M. M. C.; MOREIRA, G. E. Brasil no Pisa 2003 e 2012: os estudantes e a Matemática. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 50, n. 176, p. 475-493, abr./jun. 2020. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15742020000200475&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em 09 mar. 2021.

SMOLE, Kátia C.S. e CENTURIÓN, M.R. A matemática de jornais e revistas. **Revista do Professor de Matemática** (RPM), 1992, n. 20, p.2-8.

SOARES, S. S. D. & NASCIMENTO, P. A. M. M. Evolução do desempenho cognitivo dos jovens brasileiros no PISA. **Cadernos de Pesquisa** (FCC), v.42 n.145 p.68-87 jan./abr. 2012. Disponível em:

https://www.scielo.br/j/cp/a/DZVfsstYkYdn4bJDHjQZpVQ/abstract/?lang=pt. Acesso em 09 mar. 2021.

STIGLER, W. J. & HIEBERT, J. **The Teaching Gap** - Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom. New York: The Free Press, 1999.

SZTAJN, P. Olhando Teresa e pensando parâmetros. **Zetetiké,** 5 (7), jan./jun., 1997.

VALERO, P. & MEANEY, T. Trends in researching the socioeconomic influences on mathematical achievement. **ZDM**, vol. 46, n. 7, 2014, p. 977-986. https://doi.org/DOI: 10.1007/s11858-014-0638-3.

Políticas de avaliação no contexto da prática escolar e Educação Matemática

Assessment policies in the context of school practice and Mathematics Education

Carlos Augusto Aguilar Júnior
Universidade Federal Fluminense
carlosaugustobolivar@hotmail.com

Resumo
Neste trabalho apresento recorte de uma pesquisa realizada em sede doutoral, em que pretendi compreender e descrever como as políticas de avaliação não são apenas traduzidas para o contexto da prática, mas sim atuadas pelos atores políticos das escolas (coordenações, direções e professores), focando a reprovação escolar como processo constituinte das políticas de avaliação. Para isto, utilizei-me de referenciais teóricos que irão discutir a reprovação/retenção escolar no contexto da avaliação. O trabalho contou com a contribuição da discussão quantitativa realizada, que levou em consideração os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB/Prova Brasil 2015 – para aplicar o modelo analítico-estatístico da regressão logística, que nos permite aferir o risco da reprovação dos estudantes do 9º de escolas públicas, tomando por base informações contextuais referentes aos capitais culturais, sociais, econômicos, familiares e do rendimento na disciplina Matemática, bem como gênero e raça/cor. Esta abordagem quantitativa do estudo nos permitiu subsidiar a análise qualitativa, que se deu por meio do acompanhamento dos conselhos de classe e de entrevistas individuais realizadas com dois professores de matemática, de duas escolas selecionadas da rede pública da cidade de Niterói, região metropolitana do Rio de Janeiro. Os dados empíricos da abordagem quantitativa revelam a forte influência dos capitais sobre o risco da reprovação, principalmente aquele relacionado ao envolvimento da família com os assuntos escolares de seus filhos, que se apresenta como fator de proteção em contexto de alto nível de envolvimento familiar. Os conselhos de classe revelam opiniões diversificadas dos estudantes e das turmas, destacando que a reprovação apresenta um papel de motivação para o estudo e que o frequente desinteresse dos estudantes está, também, relacionado ao fato de não existir a possibilidade da retenção escolar no primeiro ano do ciclo, no sistema de escolarização organizado por ciclos de aprendizagem e as entrevistas com dois professores de Matemática. Quero tencionar o papel da reprovação nas políticas de avaliação atuadas nestes espaços escolares.

Palavras-chave: Avaliação; Reprovação; Educação Matemática; Pesquisa quali-quanti

Abstract
In this paper, I present an excerpt from a research carried out at a doctoral level, which intends to understand and describe how assessment policies are not only translated into the context of practice, but acted upon by political actors in schools, focusing on school failure as a constituent process of policies of evaluation. For this, I used theoretical frameworks that predict school failure/retention in the context of assessment. The work had the contribution of the quantitative discussion carried out, which took into account the data from the Basic Education Assessment System - SAEB / Prova Brasil 2015 - to apply the analytical-statistical model of logistic regression, which allows us to assess the risk of failure 9th grade students from public schools, based on contextual information related to cultural, social, economic, family and performance capitals in the Mathematics discipline, as well as gender and race/color. This quantitative approach of the study in the subsidiary branches and qualitative analysis, which took place through the monitoring of class councils and private individuals carried out with two public teachers, from two selected schools in the network of the city of Niterói, metropolitan region of Rio de Janeiro. Empirical data from the quantitative approach reveal the strong influence of capitals on the risk of failure, mainly related to the family's involvement in their children's school affairs, which is a protective factor in a context of high level of family involvement. The class councils reveal different opinions of students and classes, highlighting that a failure plays a role in motivating the study and that frequent disinterest of students is also related to the fact that there is no possibility of school selection

in the first year of the cycle, in the schooling system organized by learning cycles and as considered with two Mathematics teachers. I want to stress the role of failure in assessment policies implemented after school spaces.

Keywords: Assessement; School failure; Math Education; Quali-quanti research.

Introdução

A educação pública brasileira enfrenta diversos desafios. Embora tenhamos superado o processo de exclusão que marcava a escola pública brasileira até os anos 1970 com a universalização do acesso, permitindo que milhares de crianças e jovens passassem a ser matriculados através da ampliação da oferta e da obrigatoriedade do ensino escolar entre os 4 e 17 anos –- atualmente por força de emenda constitucional (EC 95/2009) existe colocado o desafio da superação do que compreendemos por fracasso escolar.

Fracasso escolar é referenciado na literatura sob diversos aspectos, que abordam a questão do rendimento escolar (notas nas avaliações, em especial das de largo alcance), distorção idade-série, reprovação/repetência e evasão escolar. Neste trabalho me debruço na discussão da reprovação escolar como parte da política de avaliação das escolas públicas da cidade de Niterói, região metropolitana do Rio de Janeiro. A escolha da cidade de Niterói se deve ao fato de seu sistema de ensino se pautar pela escolarização em ciclos de aprendizagem.

Compreendo que a reprovação é reprodutora de exclusão e produz outros fatores associados ao fracasso escolar – a distorção idade-série e a evasão escolar. A reprovação tenciona, como já sinalizava Ribeiro (1991), a distorção da idade do educando em relação à série. Em uma situação de distorção muito elevada, acima de dois anos, a tendência é que o estudante não reconheça a importância da escola na/para sua formação, evadindo-se do ambiente escolar para ingressar de forma precoce no mercado de trabalho, com condições de trabalho e salário precarizados, reproduzindo situações de exclusão social, que se inserem em contextos de total vulnerabilidade e marginalidade social (SILVA, 2009) e também em outras relacionadas ao atendimento de necessidades econômico-familiares (LEON e MENEZES-FILHO, 2002).

Na escola se realizam debates a respeito do papel da educação das crianças e jovens e de sua “missão” como sistema de proteção social. O trabalho de Silva (2009) apresenta um estudo do tipo survey, que se utilizou de formulários e entrevistas realizadas com jovens infratores moradores da cidade de Duque de Caxias e seus familiares com o objetivo de se verificar o possível vínculo entre a baixa escolaridade e o cometimento de atos infracionais por estes jovens. Tomando por base a discussão de fracasso escolar trazida por Patto (1996) e as contribuições de Spozati (2000) e Arroyo (2000) em relação à discussão do acesso e da permanência do estudante na escola, a autora identifica em sua intervenção processos de exclusão social e fracasso escolar que levam os estudantes, em primeiro lugar, a abandonarem a escola e, depois (nesta ordem), a entrarem no mundo da criminalidade, como resultado de dificuldades financeiras da família, ausência de políticas públicas para promoção da cidadania e emancipação do indivíduo, crença em que a escola não proporcionará oportunidades para conquista de empregos mais bem remunerados e com melhores condições laborais. Por outro lado, Silva (2009) registra que a escola funciona como fator de proteção ao risco de entrada na criminalidade e possibilita inclusão social.

Dessa forma, as questões socioeconômicas exercem influência decisiva na vida escolar dos estudantes, principalmente em termos de continuidade dos estudos, tendo em vista que a necessidade de entrada no mercado de trabalho, por motivos de subsistência da família, afasta o estudante dos bancos escolares, que também, como apontado por Silva (2009), não enxergam a escola como uma possibilidade de emancipação social e conquista de melhores condições de emprego e salário.

Não olvidando a interferência dos fatores intraescolares na produção do fracasso escolar, é importante frisarmos que a sociedade na qual a instituição escola encontra-se inserida também apresenta fracassos em diversas áreas. O atual cenário político-econômico, agravado com a crise econômica de 2014/2015 e com o golpe de 2016, registra elevadas taxas de desemprego, encolhimento da renda média do trabalhador, desinvestimento em políticas públicas e sociais em saúde e educação por força da Emenda Constitucional 95/2016 e supressão de direitos trabalhistas, como a reforma trabalhista e a lei de terceirizações. Em um país que hoje figura entre as 15 maiores economias mundiais, segundo dados recentes do Instituto de Pesquisa das Relações Internacionais – IPRI, é inconcebível e inaceitável que ainda exista tamanha desigualdade social, econômica e cultural. É inexplicável haver um contingente de centenas de milhares de famintos; é vergonhoso que milhares de residências brasileiras que não possuam, em pleno século XXI, acesso à água potável e a tratamento de esgoto; é intolerável termos milhares de jovens sem perspectiva qualquer de construção de um projeto de futuro, de vida, e outros muitos que abandonam os bancos escolares porque não veem sentido na escolarização, não se sentem células vivas do espaço escolar e do processo educativo. As conclusões às quais os autores dos trabalhos discutidos acima chegam indicam que o fracasso do papel da escola em possibilitar pleno desenvolvimento do ser social é uma decorrência do fracasso do projeto de sociedade mais geral, como aponta Arroyo (2000).

De acordo com este autor, analisar a reprovação/repetência consiste em compreender os mecanismos de exclusão incrustados nas instituições, mergulhadas em "complexos processos de reprodução da lógica e da política de exclusão que perpassa todas as instituições sociais e políticas [...], inclusive naquelas que trazem em seu sentido e função a democratização de direitos como a saúde, a educação" (p. 34), sem eximir a escola, os processos de avaliação, de escolarização e as políticas curriculares da contribuição que também oferecem para tal fenômeno ou, nas palavras de Arroyo, "pesadelo" para a educação brasileira, principalmente para a educação pública.

A escola, nesse sentido, funciona como reprodutora do modelo social posto, uma vez que funciona como instituição desta sociedade em que processos culturais e sociais de seletividade e de exclusão são evidenciados e reforçados, principalmente, pela política de avaliação atuadas nas escolas, na qual a reprovação assume papel preponderante.

Spozati (2000) adverte que, apesar de a exclusão social e o fracasso escolar estarem intimamente ligados, não se pode estabelecer uma mera relação de causa e efeito entre eles, sob risco de naturalização do fracasso da escola, ancorada nas teses neoliberais e meritocráticas, em meio a uma realidade de exclusão social. Para realizar um debate mais teórico sobre o tema, Spozati (2000, p. 22) propõe um tensionamento entre os conceitos de fracasso e sucesso escolar, apontando para a discussão do não-fracasso, que não é o sinônimo de sucesso, mas sim um fator de inclusão social, um conceito que se refere à erradicação das condições de fracasso escolar.

Entendemos que fracasso escolar seja uma combinação de fatores que sinalizam que a escola não cumpriu seu mister em relação ao processo de escolarização, qual seja, o de possibilitar aprendizagem qualificada dos estudantes, permitir a conclusão da escolarização em idade compatível, sem distorções entre a idade e a série cursada, e construindo possibilidades de desenvolvimento sociocognitivo com seu grupo social constituído no interior da escola. Neste sentido, refiro-me ao fracasso escolar a partir da compreensão de que a retenção/reprovação escolar, o abandono e a defasagem entre idade e série representam, juntamente ao baixo rendimento em avaliações (tanto internas quanto externas), como o não cumprimento das funções do processo (pedagógico) de escolarização.

Considerando o panorama do fracasso escolar, meu foco de investigação foi a reprovação escolar e procurei na pesquisa entendê-la em meio a políticas de avaliação que são atuadas nas escolas pelos diversos agentes políticos nelas presentes – diretores, coordenadores pedagógicos, professores e estudantes. É possível inferir que as políticas de avaliação sejam produções locais de textos políticos influenciados pelos resultados das avaliações externas, em especial o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB.

O SAEB não apenas obtém informações sobre a proficiência dos estudantes do 5º e 9º anos do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio, mas também permite, através dos questionários contextuais dos alunos, professores, diretores e escolas, a aquisição de diversas informações que podem influenciar na tomada de decisão, em âmbito local, sobre os processos avaliativos a serem empreendidos.

Por essa razão, o relato (parcial) da pesquisa que aqui trago destaca, em termos de procedimentos metodológicos, um tipo de pesquisa qualitativa-quantitativa, onde realizei intervenções por meio da análise dos dados quantitativos do SAEB 2015, referentes aos estudantes do 9º ensino fundamental.

Nesta pesquisa, quero identificar, pelas duas frentes da pesquisa realizada, como as políticas de avaliação são interpretadas e traduzidas no contexto da prática escolar, especialmente na visão de professores de matemática que atuam em duas escolas da rede pública de Niterói (RJ). Assim este texto se desdobra em outras seções, para além desta introdução. Na seção 2, abordo os referenciais teórico-metodológicos que sustentaram as abordagens de pesquisa quantitativa e qualitativa. As seções 3 e 4 se dedicam à análise dos dados coletados na pesquisa quantitativa (análise via regressão logística de dados do SAEB 2015) e qualitativa (análise, pela teoria da atuação, das entrevistas realizadas com os professores de Matemática selecionados). Na última seção apresento algumas considerações sobre a pesquisa realizada.

Referencial Teórico-Metodológico

Para a realização desta investigação, lancei mão de uma abordagem quali-quanti, que, num primeiro momento, analisou os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica 2015 referentes ao questionário do aluno do 9º ano do ensino fundamental, buscando verificar os fatores que funcionam como risco à ocorrência da reprovação escolar através do recurso estatístico da regressão logística. Num segundo momento, tentando compreender como as políticas de avaliação são atuadas em duas escolas municipais da rede de ensino niteroiense, conduzi estudo qualitativo que se apropriou de elementos da etnografia, como o uso de entrevistas, análise documental e acompanhamento *in loco* dos conselhos de classe. No estudo qualitativo, foquei compreender como a reprovação escolar é operada nas políticas de avaliação atuadas no contexto da prática em duas escolas municipais da rede pública de Niterói.

Diante disso, surgiu a necessidade de investigar com o objetivo de compreender se a reprovação escolar acontece como parte da política de avaliação das escolas. Para isso, realizei a pesquisa de campo nas escolas a serem selecionadas pelos critérios já mencionados, utilizando-me das discussões trazidas por Ball, Maguire e Braum (2016).

O fenômeno da reprovação sobrevive como motivação para o preenchimento destes sentidos, isto é, trata-se de uma política de avaliação das próprias escolas. Para entendimento das relações que se estabelecem neste cenário, as leituras de Stephen Ball são essenciais para compreensão das redes políticas e o jogo de sentidos presentes nestas tensas relações. A partir deste referencial teórico-metodológico, pretendemos compreender os processos de tradução e interpretação de políticas, em especial as políticas de avaliação encenadas nas escolas.

Entendo, por ser professor e vivenciar esta realidade na escola, que os espaços de decisão da vida escolar do aluno são, em muitos casos, verdadeiras arenas políticas onde se disputam os sentidos e as interpretações dos textos normativos e disputa de sentidos para os termos “qualidade”, “oportunidade”, “melhoria da aprendizagem”. Na rede pública de Niterói, de acordo com os relatos trazidos por Arosa (2013), Alves, (2013) e Reis (2010), as políticas educacionais formuladas e implementadas na rede de ensino de Niterói quiseram promover “qualidade” da aprendizagem e “oportunidade”, ao buscar reduzir a distorção idade-série através do processo que ficou conhecido como progressão automática, o que gerou a distorção conhecimento-idade (ROCHA, 1999, *apud* REIS, 2010, p. 80; AROSA, 2013, p. 137), cujo ajuste se deu mais tarde pela adoção do sistema de ciclos de aprendizagem, em que a avaliação se dava de forma contínua e com reprovações entre os ciclos, garantindo assim a "melhoria da aprendizagem" através do aumento da performance dos alunos nas avaliações, principalmente de larga escala.

Em nossa abordagem quantitativa, apoiamo-nos em inúmeros trabalhos teóricos e empíricos que se debruçaram sobre a problemática da reprovação escolar em associação com fatores internos e externos à escola (BOURDIEU; PASSERON, 1975; BOURDIEU, 1979; 1980; 1989; COLENAM, 1988; PATTO, 1996; LEON; MENEZES-FILHO, 2002; BONAMINO; FRANCO; FERNANDES, 2002; ORTIGÃO; AGUIAR, 2013; SILVA; RAPOPORT, 2013). Para avaliarmos como estes fatores influenciam a probabilidade da ocorrência do fenômeno da reprovação, e inspirados em trabalhos anteriores que utilizaram o modelo de regressão logística para avaliar o risco de reprovação de uma determinada população de estudantes (ORTIGÃO, 2006; FRANCO; ORTIGÃO; ALVES, 2007; BONAMINO *et al*., 2010; BONAMINO; AGUIAR; VIANA, 2012, PEREIRA, 2012; LOUZANO, 2013; ORTIGÃO; AGUIAR, 2013; SOUZA, 2015), realizamos a abordagem macroempírico-quantitativa das questões de pesquisa apresentadas. A partir de valores de variáveis contextuais que retratam as características escolares, socioculturais, socioeconômicas, familiares, de gênero e raça/etnia, promovi análises bivariadas e multivariadas da variável discreta e dicotômica (que assume dois valores possíveis) Reprovação com variáveis que registram informações sobre cor/etnia, gênero, posse de bens, escolaridade dos pais, frequência dos pais às reuniões escolares, características da escola, dentre outros.

No estudo, as variáveis explicativas foram construídas ou tomadas dos dados do questionário contextual do SAEB 2015 – questionário do aluno –, aplicado junto da Prova Brasil. Todas elas são do tipo dicotômica, com atribuição de valores tomados no conjunto discreto {0,1}.

As variáveis Gênero e Trabalho Infantil foram recodificadas de maneira que se constituíssem como uma variável categórica com valores 0 e 1. A variável Gênero registra a resposta dada em relação ao sexo masculino (valor = A) ou feminino (valor = B). A Variável Trabalho Infantil registra a relação do estudante com atividades laborais fora de casa, remuneradas ou não. A variável Cor declarada registra resposta dada pelo estudante em relação à sua autodeclaração no questionário e foi transformada em *dummys* específicas para se estabelecer a comparação com a raça/cor declarada branca.

Outras variáveis explicativas foram construídas a partir da concepção de escalas de medida de níveis (socioeconômico, de envolvimento da família com as questões escolares, cultural e de características escolares). Babbie (2005, p. 214) destaca que as escalas se constituem como medidas compostas de variáveis, compreensões obtidas por um conjunto de variáveis relacionadas de um determinado questionário. Discutindo sobre a diferenciação entre índices e escalas, que têm sido tomados na literatura como sinônimos, Babbie (2005, pp. 214-215) compreende que o índice é obtido por meio da soma dos valores (escores) atribuídos às respostas específicas do questionário que o formam, enquanto a escala é construída através dos padrões de resposta entre as questões que a compõem, de modo que as respostas diferentes se constituem em uma estrutura de intensidade, isto é, cada resposta a um determinado item apresentará um escore diferenciado, compondo uma hierarquia de valores pela sua intensidade.

Dessa forma, considerando esta distinção trazida pelo autor, entendo que as variáveis construídas Nível Socioeconômico (NSE), Envolvimento das famílias com assuntos escolares (NEF), Características escolares (NCE) e Nível Cultural (NC) são escalas, que, em nosso trabalho, foram construídas através do recurso da análise de fatores. Essa análise consiste no agrupamento de algumas variáveis relacionadas, reduzindo-as, a partir de operações com matrizes, a uma variável do tipo contínua, que permite atribuir uma "medida" àquela característica que está sendo avaliada. Citando como exemplo, construí a variável NSE (nível socioeconômico) a partir da análise de fatores das variáveis que quantificavam a posse de bens de consumo, como a presença em casa de rádio, DVD, freezer, lavadora, automóvel, computador, banheiro e dormitório, a escolaridade dos pais e responsáveis e seus hábitos de leitura.

Em relação à abordagem qualitativa, baseamos nossa investigação usando a metodologia do estudo de caso, através do acompanhamento dos conselhos de classe das escolas investigadas, tendo como referencial básico o texto de Ball, Maguire e Braum (2016).

Dessa forma, apropriei-me das discussões sobre os ciclos de políticas (BALL e BOWE, 1992, *apud* MAINARDES, 2006), no trabalho de Ball, Maguire e Braun (2016), em que os autores analisam em quatro escolas públicas britânicas os processos de interpretação e tradução de políticas e sua atuação no contexto da prática escolar, além de outros autores nacionais que apresentam profunda discussão sobre este referencial (MAINARDES, 2006; LOPES; CUNHA; COSTA, 2013; LOPES, 2004; LOPES; MACEDO, 2011).

Num trabalho inicial, nos anos 1990, Ball e Bowe (1992) estruturaram o funcionamento da produção e da circulação de políticas públicas para a educação, tomando como objeto de investigação a realidade dos programas e das políticas educacionais na Inglaterra, neste período. De acordo com Mainardes (2006), o estudo do referencial teórico-analítico potencializado pela abordagem do ciclo de políticas permite descrever e compreender um panorama da construção e implementação de programas e políticas educacionais no contexto da prática escolar, possibilitando também a articulação entre processos macro e micro, global e local das políticas educacionais e demonstrando a complexidade do processo político.

Sobre essa complexidade, que está também relacionada à questão da construção e atribuição de sentidos às políticas, Lopes (2004) afirma que as políticas educacionais se constituem em

> [...] processos de negociação complexos, nos quais 'momentos' como a produção dos dispositivos legais, a produção dos documentos curriculares e o trabalho dos professores devem ser entendidos como associados. Os textos produzidos nesses 'momentos', sejam eles registrados na forma escrita ou não, não são fechados nem têm sentidos fixos e claros. (p. 112).

O ciclo de políticas, que partiu de uma formulação inicial em que se restringia as políticas educacionais em três espaços de influência (política de fato), formulação (política proposta) e prática (política em uso), é pensado por Ball e Bowe (1992, *apud* MAINARDES, 2006) como um espaço de disputas e enfrentamentos, que é subsumido por uma leitura mais rígida das políticas, como sendo produção de textos políticos e sua aplicação/implementação nas escolas, que constitui o lugar da prática. O conceito de ciclo de políticas, além de caracterizar e descrever as arenas políticas – contexto da prática, contexto de influência e contexto da produção de textos –, dá visibilidade às disputas que existem em todo o processo político de construção e implementação de políticas. Para isso, os autores se valem do referencial de Roland Barthes para tratar os textos políticos como legíveis e escrevíveis. Textos políticos que são apenas lidos, com interpretação limitada e sem atribuição de sentidos por parte dos atores políticos envolvidos no processo são os textos legíveis, em que os envolvidos no processo político no contexto da prática são "consumidores inertes"

(MAINARDES, 2006, p. 50) das políticas. Já os textos escrevíveis são aqueles que podem ser preenchidos de sentido, permitindo que atores políticos se tornem co-autores do fazer político, intérpretes criativos (idem).

Lopes, Cunha e Costa (2013) ressaltam a compreensão do fluxo e intercâmbio de políticas educativas em níveis locais e globais, que é possibilitada pela leitura que o ciclo de políticas apresenta. Nesse sentido, os autores atestam que

> A potência da abordagem de Ball encontra-se no reconhecimento de que a circulação dos textos e discursos implica a circulação de ideias, concepções e valores dos atores sociais que atuam no campo da educação e, por isso, produzem a reinterpretação das políticas para além ou para aquém do que é suposto por quem escreve os textos e tenta por eles construir regras para as políticas (LOPES, CUNHA e COSTA, 2013, p. 394).

Importante também destacarmos como Ball entende o processo de recontextualização por hibridismo nos diversos contextos políticos. Para isso, o autor defende que os textos e discursos políticos referentes às políticas educacionais seguem uma trajetória não verticalizada, que se inicia no processo de formulação das políticas públicas até sua implementação no contexto da prática.

Avançando sobre este tema da implementação das políticas, o que pode dar a impressão de que os textos políticos, mesmo havendo espaços de contestação, deslizamentos de sentidos e disputas, são sempre implementados/postos para funcionar e fazer acontecer a “política” neles contida, o trabalho realizado por Ball, Maguire e Braun (2016) sugere que, na realidade, as políticas são atuadas, e não simplesmente implementadas. As políticas são interpretadas e traduzidas no contexto da prática, que se ressignifica como um espaço de atuação de políticas.

Os autores descrevem teoricamente os conceitos de interpretação e tradução de políticas, que são fundamentais para compreender os processos de atuação de políticas nos espaços escolares. Da leitura do livro, compreende-se que a interpretação é compreendida como o processo de busca de significação para a política, através da decodificação do texto, pois é a partir do texto político, da cultura, da história da instituição e das biografias dos atores políticos que se estabelece um processo estratégico de construção de sentidos que relacionam necessidades institucionais com as possibilidades trazidas pelo texto político, construindo-se uma agenda institucional (BALL, MAGUIRE e BRAUN, p. 68-69).

Já a tradução é o processo associado ao contexto prático, à produção de textos institucionais e à sua atuação na prática, possibilitando agregar valor simbólico e concretude à política. Junto à tradução há um processo de recodificação da política, que consiste em dar essa concretude à política, através de materiais, práticas, conceitos, procedimentos e orientações. Logo, a tradução se compreende como leitura ativa da política, em que a linguagem da política é traduzida em linguagem da prática, palavras em ações, abstrações em processos interativos, o que repercute na produção discursiva de indivíduos como efeito e objeto de poder e de conhecimento (idem, p. 72-74).

A atuação de políticas (policy enanctment) implica a atuação dos professores com os textos políticos conforme os atores atuam no texto a ser encenado, produzindo sentidos, interpretando de formas distintas as políticas, propagando de modo difuso os diferentes sentidos.

Também é importante ressaltar neste trabalho o papel do contexto para a formulação e a atuação das políticas. Em seu trabalho, Ball, Maguire e Braun (2016, p. 38) identificam quatro contextos ou dimensões contextuais da/para atuação de políticas, a saber: contextos situados, que se relacionam com a localidade e história da escola, bem como número e “origem” das matrículas; culturas profissionais, que são referidas a valores, comprometimento e experiência dos professores e gestão da política nas escolas; contextos materiais, que têm a ver com as condições de infraestrutura e de pessoal da escola; e os contextos externos, numa referência ao apoio das instituições do poder público, resultados de avaliações externas e ranqueamento, processos de responsabilização.

Apoiei a condução deste trabalho na referência teórico-metodológica trazida por Ball, Maguire e Braun (2016) devido à consistência teórica que o trabalho apresenta ao se fundamentar nas ideias de Barthes sobre os textos escrevíveis e legíveis, e de Foucault sobre processos discursivos de constituição de subjetividades e identidades profissionais.

Sobre o acompanhamento dos conselhos de classe, há trabalhos na literatura que indicam este espaço da escola como importante lugar da produção de sentidos para as políticas educacionais, em especial as políticas de avaliação da aprendizagem. Petró (2018) relata em seu trabalho estudo de acompanhamento de conselhos de classe de uma escola estadual do Rio Grande do Sul, na região sul brasileira, destacando o papel que o conselho exerce: espaço de julgamento do estudante e consequente decisão de seu futuro escolar, deliberando sobre a vida escolar do aluno a partir de fatores que incidem sobre o desempenho acadêmico, tais como questões socioeconômicas, comportamento em sala de aula, comprometimento, disciplina com baixo desempenho e conhecimento sobre as normas. Ainda de acordo com Petró (2018),

> O conselho de classe aparece como um momento privilegiado para ter contato com posições, disputas, e concepções de avaliação, de educação e de escola. Trata-se de um momento em que estão em debate a postura dos professores, a escola e a imagem que a instituição passa aos alunos, aos pais, às outras escolas, enfim, à comunidade onde está inserida (p. 186).

Apoiando-se no método etnográfico, a pesquisa de Petró (2018) conclui que a escola ainda produz e reproduz desigualdades educacionais quando sujeitos socialmente mais vulneráveis sofrem o processo de retenção escolar, compreendendo que, mesmo este estudante não obtendo aprovação por mérito acadêmico, devem ser analisadas as vantagens da aprovação e da certificação destes estudantes para sua inserção no mundo do trabalho.

No estudo de Mandelert (2010), encontramos contribuição sobre os conselhos de classe como espaços institucionalizados para tomada conjunta pelo corpo docente e pedagógico sobre as questões referentes à progressão ou não dos estudantes. Tomando como lugar de investigação uma escola privada de prestígio, com destacada referência nas avaliações nacionais, Mandelert (2010) destaca que fatores como envolvimento da família com os assuntos escolares, nível socioeconômico e perfil dos estudantes influenciam na tomada de decisão dos professores com relação a sua vida escolar.

Realizadas essas discussões teórico-metodológicas, passo agora à apresentação e discussão dos resultados encontrados nas duas fases da pesquisa.

Análise Quantitativa Dos Dados

Neste relato, trago apenas as modelagens binárias/univariadas, ou seja, aquelas em que utilizei apenas uma variável contextual/explicativa. Para nosso estudo logístico, consideramos as variáveis Gênero, Cor declarada e Trabalho infantil, disponíveis no questionário do aluno, e construímos as escalas nível socioeconômico (NSE), nível de envolvimento da família com a escola (NEF), nível das características escolares (NCE) e o nível cultural dos estudantes (NC).

No estudo logístico, as variáveis envolvidas são todas dicotômicas no discreto {0,1}, o que significa dizer que as variáveis assumem apenas e somente estes valores. O valor de referência para nosso estudo será o valor 1. Com esse estudo estatístico, é possível prever o risco da ocorrência da reprovação a partir da presença das variáveis explicativas, estimando-se o valor encontrado para o exp(B), que é a razão de chances (odds ratio – OR). Quando

OR > 1, a variável explicativa representa risco, enquanto OR < 1, a variável contextual terá comportamento de proteção.

Verifiquei, a partir dos valores de OR encontrados, que a reprovação em Niterói tem cor, gênero e classe social: meninos, negros, em contexto de trabalho fora de casa, com baixo envolvimento familiar nas questões escolares e condições escolares não favoráveis representam risco à retenção/reprovação escolar.

O fato de o estudante ser do gênero masculino traz um risco à reprovação de 65,1%, o que está em consonância com a literatura aqui referenciada. Em relação à raça/cor declarada, os estudantes pretos e pardos apresentam risco de 9,4% de serem reprovados, o que não deixa de dialogar com resultados de pesquisas anteriores, mas apresenta, em Niterói, um risco diferenciado, o que pode ser justificado pelo perfil racial da população estudantil daquela cidade.

Sobre os estudantes que se encontram em situação de trabalho infantil, fora de casa, o risco é o maior de todos para ocorrência de reprovação: estudantes nessa condição tem até duas vezes mais chances de ser reprovado. Em relação às escalas criadas, as escalas NC e NSE não apresentaram resultados estatisticamente significativos para o intervalo de confiança de 95% definidos para esta pesquisa. Já as escalas NCE e NEF apresentam resultados dentro do intervalo de confiança de 95%: alunos com baixo envolvimento familiar com os assuntos escolares possuem risco de reprovação da ordem de 34,8%, enquanto o baixo nível das características escolares representam risco de retenção de 35,6%.

Em relação à Proficiência em Matemática, criamos a variável dicotômica Prof_Mat, em que marcamos como valor 1 a proficiência abaixo da média e valor 0, proficiência acima da média. No modelo construído, a *odds ratio* calculada retornou valor 1,979, o que representa um risco de 97,9% de reprovação para aqueles alunos que apresentam baixa proficiência em Matemática.

Estes resultados da pesquisa permitem responder, em parte, que os fatores que incidem sobre a reprovação tem relação com o gênero dos alunos, sua cor declarada, sua situação de trabalho infantil e os baixos níveis relativos ao envolvimento familiar com a escola e as características escolares. Todos estes fatores, internos e externos ao contexto escolar, representam, conforme os valores das OR encontradas no estudo logístico, fatores que incidem sobre a probabilidade de ocorrência da reprovação.

Embora saibamos que algumas questões externas não podem ser mudadas, diretamente, por ações pedagógicas, estes resultados precisam levar professores, coordenadores e diretores escolares a refletirem sobre os processos pedagógicos e considerar as questões que este estudo suscita nos processos avaliativos e de aprendizagem. Por isso, torna-se essencial para nossa pesquisa possuir a intervenção qualitativa por meio das entrevistas com professores de Matemática, cuja breve descrição e análise faremos na seção seguinte.

Análise Qualitativa Dos Dados

Nesta seção discuto as respostas dos professores de matemática - ou, mais precisamente, os textos políticos por eles produzidos - às seguintes questões: "Como as políticas de avaliação são atuadas na escola?" e "Como o processo de reprovação se insere na política de avaliação?".

A atuação, como discutido acima, significa interpretar os textos políticos como em uma encenação teatral. Dessa forma, influenciados pelas concepções teóricas, suas experiências e vivências, os atores políticos conferem ao texto político, no processo de interpretação e de tradução, sentidos e significados às ações e aos artefatos políticos no contexto da prática, isto é, conferem sentido aos instrumentos, às rotinas construídas, às posturas dos atores envolvidos, no caso deste texto, os professores de matemática.

Para tanto, a análise dos textos das entrevistas se pautou nos significantes e expressões que estiveram associados à questão da atuação em relação à avaliação e à reprovação escolar, analisando-os a partir dos recursos teóricos trazidos por Ball, Maguire e Braun (2016), nomeadamente o recurso dos textos writerly e readerly (textos escritíveis e textos legíveis, de Barthes) e governamentalidade, de Foucault. Na sequência, trazemos os principais destaques das entrevistas realizadas com o professore A1, da Escola A, e a professora B1, da Escola B.

Ambos os docentes têm larga experiência na profissão. O primeiro (A1) está há 30 anos no magistério e há 9 anos atua na rede pública municipal de Niterói. A segunda (B1) possui experiência de 20 anos na rede de ensino municipal e acompanhou diversas transformações das políticas educacionais vividas pelas escolas niteroienses, em especial, "da aprovação automática para a atual organização da escolarização por ciclos de aprendizagem" (B1).

De acordo com seu depoimento, o docente A1, ao ingressar na escola em questão precisou rever aquilo que imaginava ser 'o rigor na avaliação'. Para ele, a avaliação tem um caráter disciplinador, que pode (ou não) impor uma punição. Nesse sentido, avaliar assume um processo educativo de cunho formativo, que funciona como uma "oportunidade" para que os estudantes possam repensar suas posturas e seu comportamento, além de possibilitar que as aprendizagens ainda não construídas se concretizem nesta "nova chance". Para este professor, esta nova chance se manifesta pela possibilidade de o aluno repensar o passado (o ano anterior em que foi reprovado) e corrigir o presente (o ano em curso). Em nosso entendimento, uma perspectiva em que o estudante é o responsável pelo seu processo e o único 'culpado' pelo resultado de sua avaliação.

A reprovação, pelo que se depreende aqui, deveria funcionar como parte do processo de avaliação do modo que possa realizar uma filtragem e seleção dos alunos, permitindo ao "bom aluno" o avanço dos estudos e aos repetentes, responsáveis pelos seus próprios infortúnios devido ao "seu" desinteresse, novas oportunidades de aprendizagem daqueles assuntos não aprendidos – embora ensinados – e o despertar de seu interesse pelos assuntos escolares, realidade, entretanto, que não se verifica na realidade observada pelo professor A1.

A atuação do professor A1 se dirige pelo sentido que ele extrai de sua experiência e vivência do chão da escola e imprime à avaliação uma diversidade de sentidos. Dentre os quais, os que transitam entre emitir um parecer sobre a aprendizagem para cumprimento dos regramentos e das normas (burocracia escolar), e, principalmente, o de entender a avaliação como uma política através da qual se consegue obter um retorno do trabalho pedagógico, de modo a verificar em quais pontos o professor precisa atuar para garantir uma melhor qualidade da educação. Para ele, essa qualidade é entendida como o processo que permite ao aluno estar realmente preparado para seguir com os estudos, sem "ajudazinhas" dos professores.

A professora B1, ao descrever a sua inserção na rede evidencia descontentamento às políticas de avaliação da SME-Niterói, em especial, pela impossibilidade de haver retenção escolar, com a implantação/organização dos ciclos de aprendizagem. Para ela a não retenção é indutora de certo desinteresse dos alunos com seus estudos. Com isso, de modo análogo ao que nos disse o professor A1, a professora B1 compreende que a reprovação se insere na política de avaliação como um elemento que possibilita nova oportunidade de aprendizagem para aqueles estudantes que não alcançaram o mínimo esperado. E mais, para ela o sucesso ou fracasso do estudante depende, em grande parte, da escola, uma vez que entende que o envolvimento dos pais, a partir de sua visão e da sua experiência e vivência de pouco mais de 20 anos de docência da rede de Niterói, não impacta no desempenho dos estudantes em termos de rendimento acadêmico e aproveitamento.

De modo geral, os dois professores de matemática conduzem a avaliação pela necessidade de produzir o “bom aluno”, que seria o aluno completo em termos de aprendizagem e capaz, por seu próprio mérito e sua própria capacidade, de avançar nas séries escolares. Ao mesmo tempo, para eles, a reprovação funciona como uma “parada necessária” para que os alunos não dedicados possam refletir sobre o ano perdido e mudar sua postura com os estudos no ano seguinte.

Nesse sentido, percebo indícios de que as políticas de avaliação são atuadas pelos professores, essencialmente, para o cumprimento da burocracia escolar prevista nos textos legais, em uma proposta de avaliação de caráter somativo, que em poucos casos é utilizada como feedback do trabalho pedagógico desenvolvido.

As políticas atuadas parecem, também, não considerar os efeitos dos fatores que agravam o risco da reprovação. Não são estruturadas de forma a poder minorar os impactos dessas características que os alunos trazem consigo. Com isso, a reprovação se insere na política de avaliação atuada para filtrar os alunos que não se constituíram sob a subjetividade do “bom aluno”, a partir de discursos-mestres (BALL; MAGUIRE; BRAUM, 2016) que projetam nas políticas e na construção de subjetividades que assimilam como natural o processo de reprovação escolar. Na sequência, apresento considerações sobre a pesquisa realizada.

Considerações Finais

Quis com esta investigação obter um retrato da reprovação brasileira a partir da experiência prévia com a retenção por parte dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental de Niterói, respondentes do questionário do aluno no SAEB/Prova Brasil 2015, e também compreender como tal fenômeno se insere nas políticas de avaliação atuadas na escola investigada. Na atuação no campo, busquei por meio de entrevistas realizadas com professores (de Matemática) trazer elementos que pudessem construir respostas para a questão da atuação das políticas de avaliação e de como a reprovação se compreende como parte das políticas de avaliação.

A pesquisa reiterou, em relação aos dados quantitativos, que a reprovação escolar possui cor, gênero, condição social, também sendo influenciada pelos baixos níveis de envolvimento da família com a escola e de características escolares, como aplicação e correção de deveres de casa e gosto pelas disciplinas escolares Matemática e Língua Portuguesa. Em relação à proficiência em Matemática, a pesquisa quantitativa mostrou que o baixo rendimento em matemática representa também fator de risco elevado para a reprovação escolar (97,9%).

O campo forneceu também elementos para compreender a atuação das políticas de avaliação, identificando os papéis exercidos no cenário da avaliação, localizando a reprovação como elemento central do processo de avaliação, considerando o contexto da prática muito influenciado pela política dos ciclos de aprendizagem.

A reprovação, como mecanismo do processo de avaliação, é operada essencialmente para despertar o interesse através do medo, garantir nova chance de aprendizagem, desfazer a ilusão de uma falsa aprendizagem que uma aprovação "não merecida" possa criar e levar o aluno à reflexão de sua postura durante o ano letivo "perdido".

Fernandes (2006; 2008; 2010) indica caminhos a tomar em relação ao processo de avaliação, no sentido de que este pode ser construído com a intenção de proporcionar aprendizagem, e não simplesmente verificar se a aprendizagem ocorreu sem uma reflexão do trabalho docente desenvolvido, visibilizado, em grande parte, nos resultados apresentados. Entendo que a Educação Matemática deva envidar esforços de pesquisa apontando para estudos que foquem a avaliação em matemática, desde a formação inicial, considerando ser uma marca nos processos de escolarização a disciplina de matemática como aquela em que os índices de reprovação se apresentam maiores.

Defendo que a escola pública precisa ser valorizada pelos poderes constituídos e pela população, ser livre para expressar sem patrulhamento ou mordaça as diversas opiniões sobre fatos históricos, sobre o conhecimento ensinado e aprendido, respeitando as diversas posições políticas. A escola pública precisa ser entendida como espaço vivo e orgânico de construção de relações com os conhecimentos ensinados/aprendidos, com vistas à formação humana que permita aos estudantes serem capazes de exercer plenamente seus direitos, cumprir com seus deveres e vivenciar a cidadania. Entendo que a reprovação impede essas situações elencadas e “fecha as portas”.

Para além do sentimento de incapacidade e frustração da família e do estudante, a reprovação desmotiva, leva à evasão escolar e não garante necessariamente nova oportunidade de acesso aos conhecimentos não aprendidos e melhoria do rendimento escolar. Não defendo a “aprovação automática”. Ao contrário, defendo um trabalho pedagógico orientado para as aprendizagens. Nesse contexto, as políticas de avaliação, sejam as conduzidas no interior das escolas e das salas de aula, sejam as conduzidas externamente, são importantes agentes para a promoção da aprendizagem, quando atuadas para garantir uma avaliação para as aprendizagens, com caráter mais formativo (FERNANDES, 2006; 2008).

É imperativo que reflexões e debates sobre a política de avaliação em contextos de prática marcados pelo ciclo de aprendizagens sejam realizados no sentido de compreender o papel da escolarização como processo político de construção de conhecimento junto a alunos, em sua massiva maioria, oriundos das classes mais populares. É preciso também reflexão sobre o real papel da reprovação escolar e seu impacto na vida não apenas escolar do estudante, mas também na sua relação com seus familiares e colegas. “A reprovação escolar é um desserviço pedagógico” (AGUILAR-JÚNIOR, 2019, p. 199).

REFERÊNCIAS

AGUILAR-JÚNIOR, C.A. **Reprovação e política de avaliação na escola: um estudo na rede pública de Niterói**. 291 f. Tese (Doutorado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Educação, 2019.

AROSA, A. C. O. ensino fundamental na Rede Municipal de Niterói: ciclo e resseriação. **Revista Educação em Foco**. v. 17, nº 3, p. 133-151, Juiz de Fora (MG), 2013. Disponível em: http://www.ufjf.br/revistaedufoco/files/2013/10/cap-06-4.pdf. Acesso em 22 jun. 2021.

ARROYO, M. G. Fracasso/Sucesso: um pesadelo que perturba nossos sonhos. **Em aberto**. v. 17, n. 71, p. 33-40, Brasília, 2000. Disponível em: http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/2100/2069. Acesso em 22 jun. 2021.

ALVES, A. M. L. Os ciclos: a experiência do ensino no Rio de Janeiro e Niterói. **Revista Educação em Foco**. v. 17, nº 3, p. 87-115, Juiz de Fora (MG), 2013. Disponível em: http://www.ufjf.br/revistaedufoco/files/2013/10/cap-04.pdf. Acesso em 22 jun. 2021.

BABBIE, E. **Métodos de pesquisas de survey**. Belo Horizonte, 1999: UFMG, 1999.

BALL, S. J.; MAGUIRE, M.; BRAUN, A. **Como as escolas fazem políticas. Atuação em escolas secundárias**. Ponta Grossa: UEPG, 2016.

BONAMINO, A.; FRANCO, C. Avaliação e Política Educacional: o processo de institucionalização do SAEB. **Cadernos de Pesquisa**, nº 108, p. 101-132, 1999. Disponível em: http://scielo.br/pdf/cp/n108/a05n108.pdf. Acesso em 16 maio 2021.

BONAMINO, A.; FRANCO, C.; FERNANDES, C. Repetência escolar e apoio social familiar: um estudo a partir dos dados do SAEB 2001 – relatório técnico. Rio de Janeiro: PUC-Rio, Laed, 2002.

BONAMINO, A.; ALVES, F.; FRANCO, C.; CAZELLI, S. Os efeitos das diferentes formas de capital no desempenho escolar: um estudo à luz de Bourdieu e Coleman. **Revista Brasileira de Educação**, v. 15, n. 45, p. 487-594, 2010. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v15n45/07.pdf. Acesso em 15 jun. 2021.

BONAMINO, A.; AGUIAR, G.; VIANA, E. O impacto das características intra e extraescolares para o risco de repetência de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. In: III Congresso Iberoamericano de Política e Administração da Educação, 14 a 17 de novembro de 2012, Zaragoza - Espanha. **Anais do III Congresso Iberoamericano de Política e Administração da Educação**. Disponível em: http://www.anpae.org.br/iberoamericano2012/Trabalhos/AliciaBonamino_res_int_GT7.pdf. Acesso em 22 jun. 2021.

BOURDIEU, P. (1979). Le trois états du capital culturel. **Actes de la recherche en sciences sociales**, vol. 30, pp. 3-6, 1979. Disponível em: https://www.persee.fr/docAsPDF/arss_0335-5322_1979_num_30_1_2654.pdf. Acesso em 21 maio 2021.

BOURDIEU (1980), P. Le capital social. **Actes de la recherche en sciences sociales**, vol. 31, pp. 2-3, 1980. Disponível em: https://www.persee.fr/docAsPDF/arss_0335-5322_1980_num_31_1_2069.pdf. Acesso em 21 maio 2021.

BOURDIEU (1989), P. **O poder simbólico**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1989. Disponível em: http://lpeqi.quimica.ufg.br/up/426/o/BOURDIEU__Pierre._O_poder_simb%C3%B3lico.pdf. Acesso em 17 jun. 2021.

BOURDIEU, P.; PASSERON, J. C. (1975). **A Reprodução. Elementos para uma teoria do sistema de ensino**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves S.A., 1975.

FERNANDES, D. Para uma teoria da avaliação formativa. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 19 (nº. 2), pp. 21-50, 2006, Disponível em: http://www.scielo.mec.pt/pdf/rpe/v19n2/v19n2a03.pdf. Acesso em 4 mar. 2021.

FERNANDES, D. Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 19, n. 41, p. 347-372, 2008. Disponível em:

http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1454/1454.pdf. Acesso em: 4 mar. 2021.

FRANCO, C.; ORTIGÃO, M. I. R.; ALVES, F. Origem social e o risco de repetência: interação Raça-Capital econômico. **Cadernos de Pesquisa**, v. 37, n. 130, p. 161-180, 2007. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/cp/v37n130/08.pdf. Acesso em 12 jun. 2021.

LEON, F. L. L.; MENEZES-FILHO, N. A. Reprovação, avanço e evasão escolar no Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico** (PPE), v. 32, n. 3, Rio de Janeiro, 2002. Disponível em: http://ppe.ipea.gov.br/index.php/ppe/article/viewFile/138/73. Acesso em 20 abr. 2021.

LOPES, A. C.; MACEDO, E. **Teorias de currículo**. São Paulo: Cortez, 2011.

LOPES, A. C.; CUNHA, E. V. R.; COSTA, H. H. C. Da recontextualização à tradução: investigando Políticas de Currículo. **Currículo sem Fronteiras**. v. 13, n. 3, p. 392-410, 2013. Disponível em: http://www.curriculosemfronteiras.org/vol13iss3articles/lopes-cunha-costa.pdf. Acesso em 27 abr. 2021.

LOUZANO, P. Fracasso escolar: evolução das oportunidades educacionais de estudantes de diferentes grupos raciais. **Cadernos Cenpec**, v.3, n.1, p.111-133, São Paulo, 2013. Disponível em: http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/205/236. Acesso em 15 abr. 2021.

MAINARDES, J. Abordagem do ciclo de políticas: uma contribuição para a análise de políticas educacionais. **Educação e Sociedade**, vol. 27, n. 94, p. 47-69, Campinas, 2006. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v27n94/a03v27n94.pdf. Acesso em 15 jun. 2021.

MANDELERT, D. V. **Repetência em escolas de prestígio**: quanto, quando e como. 158 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2010.

ORTIGÃO, M. I. R. **Currículo de Matemática e Desigualdades Educacionais**. 194 f. Tese (Doutorado em Educação – Programa de Pós-graduação em Educação da PUC-Rio) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005. Disponível em: http://pct.capes.gov.br/teses/2005/919171_1.PDF. Acesso em 21 jun. 2021.

ORTIGÃO, M. I. R.; AGUIAR, G. Repetência escolar nos anos iniciais do ensino fundamental: evidências a partir dos dados da Prova Brasil 2009. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 94, p. 364-389, Brasília, 2013. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/rbeped/v94n237/a03v94n237.pdf. Acesso em 29 jun. 2021.

PATTO, M. H. S. (1996). **A Produção do Fracasso Escolar:** histórias de submissão e rebeldia. São Paulo: T.A. Queiroz, 1996.

PEREIRA, P. C. R. **Alguns fatores determinantes dos resultados obtidos pelos alunos do 9º e 12º anos nos exames nacionais de Português e Matemática e o Efeito Escolar**. 304f. Tese (Doutorado em Ciências da Educação) – Faculdade de Educação e Psicologia, Universidade Católica Portuguesa, 2012. Disponível em: https://repositorio.ucp.pt/handle/10400.14/10119. Acesso 15 maio. 2021.

PETRÓ, V. Conselhos de classe: uma medida de justiça escolar? **Revista Contemporânea de Educação**, v. 13, n. 26, jan/abr, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: https://revistas.ufrj.br/index.php/rce/article/view/14351/pdf_1. Acesso 23 maio. 2021.

REIS, A. P. **O currículo em ciclos no contexto da prática: com a palavra, o professor**. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação – Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal Fluminense). Universidade Federal Fluminense, 2010. Disponível em: http://www.uff.br/pos_educacao/joomla/images/stories/Teses/andreia%20pierre.pdf. Acesso em 10 abr. 2021.

RIBEIRO, S. C. (1991) . Pedagogia da repetência. **Estudos Avançados**, nº 12 v. 5, São Paulo (SP), 1991. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/ea/v5n12/v5n12a02.pdf. Acesso em 20 jun. 2021.

SILVA, I. C. L. B. **Fracasso escolar e adolescentes infratores: a vulnerabilidade social de adolescentes de baixa escolaridade**. 114f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas da Faculdade de Educação da Baixada Fluminense (FEBF) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2009.

SILVA, S. B.; RAPOPORT, A.. Desempenho escolar de crianças em situação de vulnerabilidade social. **Revista Educação em Rede**: Formação e Prática Docente, nº 2, v. 2, Porto Alegre (RS), 2013. Disponível em http://ojs.cesuca.edu.br/index.php/educacaoemrede/article/view/410/203. Acesso em 14 abr. 2021.

SOUZA, E. R. M. A distorção idade-série e a avaliações: relações. In: 37ª Reunião Nacional da ANPEd – 04 a 08 de outubro de 2015, UFSC – Florianópolis. **Anais da 37ª Reunião Anual da ANPEd**. Florianópolis, 2015. Disponível em: http://www.anped.org.br/sites/default/files/trabalho-gt13-3571.pdf. Acesso em 2 abr. 2021.

SPOZATI, A. Exclusão social e Fracasso Escolar. **Em aberto**. v. 17, n. 71, p. 21-32, Brasília, 2000. Disponível em: http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/2099/2068. Acesso em 5 abr. 2021.

Procedimentos Metodológicos do GT8: um estudo das últimas três edições do SIPEM

GT8 Methodological Procedures: a study of the last three editions of SIPEM

Rafael Filipe Novôa Vaz
IFRJ/CPAR e GPAM/UFRJ
rafael.vaz@ifrj.edu.br

Daniel de Oliveira Lima
Polo Educacional SESC e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/UFRJ
danielprof2006@gmail.com

Lilian Nasser
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/UFRJ
lnasser.mat@gmail.com

Resumo
O Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática, SIPEM, apresenta-se como um espaço extremamente relevante para partilhas sobre as pesquisas e entre os(as) pesquisadores(as) brasileiros(as). O estudo sistemático de textos das edições anteriores, em particular no GT8, nos permite observar alguns aspectos do desenvolvimento recente da pesquisa em Avaliação no Brasil, suas demandas e obstáculos educacionais sob pontos de vista distintos, influenciados por fatores históricos, sociais e econômicos. Neste texto, apresentamos um mapeamento das metodologias das pesquisas que foram apresentadas no GT8, do SIPEM, nas últimas três edições, cujos textos completos estão disponíveis nos anais de cada evento. O objetivo deste estudo é compreender e evidenciar as multiplicidades metodológicas que colaboraram para o campo ao longo da última década, assim como indicar possíveis lacunas que possam contribuir a pesquisas futuras na área de Avaliação da Aprendizagem.

Palavras-chave: Avaliação em Matemática; GT8 SIPEM; Procedimentos Metodológicos; Educação Matemática.

Abstract
The International Seminar on Research in Mathematics Education, SIPEM, is an extremely relevant space for sharing research among Brazilian researchers. The systematic study of texts from previous editions, particularly of GT8, allows us to observe aspects of the development of recent research in Evaluation in Brazil, its educational demands and obstacles from different points of view, influenced by historical, social and economic factors. In this text, we present a mapping of the research methodologies presented in GT8, of SIPEM, in the last three editions, whose full texts are available on the Internet. The aim of this study is to understand and highlight the methodological multiplicities that have contributed to the area over the last decade, as well as to indicate possible gaps that may contribute to future research in the field of Learning Assessment.

Keywords: Assessment in Mathematics; GT8 SIPEM; Methodological Procedures; Mathematics Education.

Introdução

De todas as ações empreendidas pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática, o Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática, SIPEM, apresenta-se como um espaço relevante para a discussão e divulgação das pesquisas empreendidas no Brasil desde a sua criação, em 2000.Em particular, o GT8 permite o aprofundamento numa área relevante, que é a Avaliação em Matemática.

Este trabalho tem como objetivo apresentar um mapeamento das metodologias das pesquisas que foram apresentadas no grupo de trabalho que trata sobre avaliação em Matemática, GT8, do SIPEM, cujos anais das últimas três edições estão disponíveis na internet, com os textos completos. Compreendemos que futuramente este estudo pode crescer, passando a configurar um *estado da arte*. Ou seja, uma pesquisa que procura "inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica de determinada área do conhecimento, buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento" (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 103).

Esperamos, ao final desta análise identificar características dos procedimentos metodológicos de cada estudo apresentado no GT8 do SIPEM em relação a três aspectos: (i) o objeto investigado; (ii) o processo de coleta de informações e o (iii) processo de análise de dados. Os textos serão analisados e categorizados sob duas perspectivas, sobre os dois modos de conhecer e pensar.

Dois modos de Conhecer e Pensar

De acordo com Bruner (1988), há dois modos de conhecer e pensar, cada um com suas próprias maneiras distintas de ordenar a experiência, construir a realidade e compreender o mundo: o modo pragmático e o modo narrativo. Neste trabalho utilizaremos esses dois modos. A Análise de Conteúdo, representante do modo pragmático, será utilizada para categorizar e realizar as primeiras inferências. Em seguida, produziremos um relato destacando particularidades e especificidades das respostas, sustentados pela Análise Narrativa. O modo pragmático compreende o positivismo clássico, estando relacionado a uma forma de conhecer e pensar pertencente à tradição lógico-científica herdada (BOLÍVAR, 2002). O modo pragmático de produzir conhecimento tem seu foco no que é comum, semelhante e possível de ser agrupado. O pensamento pragmático "se concentra no que torna o item um membro de uma categoria. Não se concentra no que o torna diferente de outros membros da categoria" (POLKINGHORNE, 1995, p. 10). A ideia central é

> estabelecer a categoria a que pertence cada uma das instâncias individuais, de incluir o particular no formal (categoria ou conceito), anulando qualquer diferença individual, que deve ser classificável. O modo paradigmático concentra-se, especialmente, nos atributos que definem itens específicos como instâncias de uma categoria, e não no que diferencia alguns e outros membros de uma categoria. (BOLÍVAR, 2002, p. 49, tradução nossa)

Enquanto no modo pragmático busca-se o comum, o semelhante, no narrativo busca-se o singular, o particular. Enquanto o pensamento pragmático move-se do comum para o geral, "o efeito cumulativo do pensamento narrativo é uma coleção de casos individuais nos quais o pensamento se move de caso a caso" (POLKINGHORNE, 1995, p. 11). A preocupação no modo narrativo não é identificar cada caso em uma categoria geral, "o conhecimento vem por analogia, de onde um indivíduo pode ou não ser similar a outros" (BOLÍVAR, 2002, p. 50).

Para Galvão (2005), as explicações dadas pelos professores contêm crenças e valores e a análise dessas explicações é pessoal e situacional. Qualquer significado atribuído a essas explicações é fluido e contextual, não sendo nem fixo, nem universal.

> A análise narrativa pressupõe a exploração não só do que é dito, mas também de como é dito. Olha-se para o conteúdo e para a forma, podendo examinar-se o modo figurativo como a linguagem é usada. Metáforas, analogias, semelhanças e outros tipos de imagens, fornecem indicação sobre um significado diferente do que é dito (GALVÃO, 2005, p. 335).

A pesquisa narrativa constitui-se em um campo multifacetado e multidisciplinar, composto de diversas abordagens possíveis para o trabalho analítico (GALVÃO, 2005). Na Análise Narrativa, a produção de um relato ocorre a partir "de alguns traços, marcas e especificidades" contidas no texto analisado ou nos dados coletados, não havendo a necessidade de analisar todos os aspectos e também não tendo a pretensão "de olhar a totalidade dos possíveis modos de produzir significados" (VIOLA DOS SANTOS, DALTO, 2012, p. 13). Passamos, então, a analisar a produção do GT8 na última década.

Procedimentos Metodológicos do GT8

Nesta seção apresentamos uma narrativa que descreve algumas das características metodológicas de cada trabalho investigado. Devido às limitações de espaço neste texto, não é possível destacar toda a riqueza de informações contidas nos trabalhos. No entanto, entendemos que fazer uma pesquisa narrativa consiste em reconhecer a existência de diferentes vozes atuando no processo, a do pesquisador e a do pesquisado. Assim, essa breve narrativa reflete nossas percepções sobre a produção dos nossos pares. É importante destacar que esta é uma dentre as possíveis interpretações da realidade.

Para fornecer uma visão mais ampla e generalizada (pragmática) das produções, foi elaborado um quadro para cada edição GT8, que resume, para cada trabalho, o objeto investigado, o processo de coleta de informações e a análise dos dados. Na análise dos dados, optamos em identificar se o texto apresenta características pragmáticas, narrativas ou ambas.

SIPEM V - 2012

O SIPEM de 2012 contou com 8 trabalhos apresentados no GT8, dentre eles, o estudo de Viola dos Santos e Dalto (2012), já citado anteriormente. Os autores realizaram uma discussão teórico-metodológica sobre Análise de Conteúdo, Análise Textual Discursiva e Análise Narrativa, com objetivo de analisar algumas características, regulações e procedimentos utilizados nessas estratégias metodológicas, “buscando semelhanças e diferenças entre esses modos de realizar análises de produções escritas” (VIOLA DOS SANTOS; DALTO, 2012, p. 2). A discussão teórico-metodológica proposta é bem complementada com a discussão de exemplos de respostas de estudantes retirados de pesquisas anteriores dos autores. A pesquisa de natureza qualitativa de Albuquerque e Gontijo (2012), por sua vez, foi realizada através de um trabalho coletivo e em cooperação entre uma autora (pesquisadora) e quatro professores de Matemática, atuantes nos anos finais do Ensino Fundamental. Os temas abordados foram discutidos e explorados em entrevistas e sessões reflexivas, produzindo as informações coletadas. Sobre a entrevista, os autores afirmaram que foi um proveitoso instrumento, pois “os professores foram provocados a refletirem, de alguma maneira, sobre o modo de ver, pensar e agir a respeito do assunto”. As sessões reflexivas, por sua vez, se configuraram em um espaço onde os “professores e pesquisadora participaram compartilhando conhecimento, experiências, dúvidas e anseios” (ALBUQUERQUE, GONTIJO, 2012, p. 6).

Freitas e Ortigão (2012, p. 1) apresentaram os resultados de uma investigação que “objetivou conhecer os critérios utilizados por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para a escolha dos livros didáticos de Matemática, no âmbito do PNLD-2010”. As pesquisadoras realizaram entrevistas com 82 professores das séries iniciais, oriundos de

11 escolas públicas do município de Nova Iguaçu (RJ). Utilizando como suporte um roteiro aberto, previamente elaborado, foram realizadas entrevistas gravadas e, posteriormente, transcritas e categorizadas. A fase final, de cruzamento dos dados e confrontamento destes com a literatura específica foi "uma árdua tarefa que exigiu enorme esforço e criatividade, muitas releituras" (FREITAS; ORTIGÃO, 2012, p. 7) para destacar, a partir de um julgamento cuidadoso, o que é relevante e significativo.

A investigação desenvolvida por Ortigão e Aguiar (2012) acerca da concepção de letramento em Matemática adotado pelo PISA teve por objetivo "a comparação de resultados dos alunos brasileiros com os de outros países, no que tange à concepção do ensino da Matemática em nossas escolas". Neste estudo, foram analisados todos os 84 itens da base do PISA 2003, observando detalhadamente as "principais características dos itens, tais como: conteúdo, processo, contexto e tipo de resposta exigida" (ORTIGÃO; AGUIAR, 2012, p. 6). Também utilizando um tratamento estatístico, Santos (2012) realizou um estudo baseada no resultado da testagem do banco de itens da Provinha Brasil de Matemática (PBM). No final de 2010, "foram aplicados 192 itens em 12 mil alunos de diferentes unidades da federação, e os resultados foram tratados estatisticamente por meio da Teoria da Resposta ao Item (TRI)" (SANTOS, 2012, p. 1).

Teles (2012) apresentou um estudo de cunho qualitativo onde se discutiu três (3) recortes de avaliações de Matemática propostas para alunos de 7º ano do ensino fundamental, buscando-se observar "alguns conhecimentos necessários aos professores para realizar uma avaliação diagnóstica e reorientar o ensino" (TELES, 2012, p. 4). Investigando professores também, mas dos anos iniciais, Pires e Buriasco (2012) apresentaram parte de uma pesquisa que descreve uma experiência com prova em fases, realizada com essas professoras. O objetivo da pesquisa, que as autoras definem como sendo de natureza qualitativa, de cunho essencialmente interpretativo, era:

> investigar a configuração da análise da produção escrita como ação de intervenção organizada de modo que os participantes desenvolvam sua capacidade para analisar, explicar seu raciocínio, comunicar suas ideias matemáticas enquanto propõem, formulam, resolvem, interpretam tarefas em uma variedade de situações que envolvem o pensamento algébrico (PIRES; BURIASCO, 2012, p. 2).

Ferreira e colaboradores (2012, p. 1) realizaram uma pesquisa bibliográfica com o objetivo de "organizar um inventário de trabalhos publicados no Brasil e no exterior envolvendo o tema Educação Matemática Realística". Foram utilizados sites e materiais impressos. Dentre o acervo consultado nessa pesquisa destacam-se o banco de teses da

CAPES, sete periódicos nacionais e dezenove internacionais e os anais do SIPEM. Este estudo trouxe uma interessante contribuição ao evidenciar que algumas estratégias adotadas na pesquisa em Educação Matemática podem ser revistas e aperfeiçoadas no decorrer do seu desenvolvimento.

Quadro 1: Descrição das técnicas de coleta e análise dos dados (2012)

Autores	Objeto Investigado	Processo de Coleta de Informações	Análise dos Dados
Viola dos Santos e Dalto.	Produção escrita dos estudantes	Bibliográfica (pesquisas de campo anteriores realizadas pelos próprios pesquisadores)	Ambos
Albuquerque e Gontijo	Relatos orais dos Professores	Entrevistas e Sessões reflexivas / Pesquisa Colaborativa	Ambos
Ferreira et al	Pesquisas realizadas sobre Educação Matemática Realística	Bibliográfica (sites e materiais impressos)	Pragmático
Freitas e Ortigão	Relatos orais dos Professores	Entrevistas com roteiro aberto	Ambos
Ortigão e Aguiar	Resultados do PISA	Bibliográfica	Pragmático
Pires e Buriasco	Produção escrita da professora e o diálogo entre a professora e a pesquisadora.	Questões de uma prova em fases resolvidas por docentes e Entrevista.	Narrativo
Santos	Pré Testagem da Provinha Brasil	Bibliográfica	Pragmático
Teles	Produção escrita de professores na correção de questões em uma prova.	Questões corrigidas por docentes.	Pragmático

Fonte: os autores

SIPEM VI - Ano 2015

O SIPEM de 2015 contou com 9 trabalhos apresentados no GT8, indicando estabilidade na produção em pesquisas na área. Borralho e Lucena (2015), por exemplo, apresentaram uma parte de uma pesquisa luso-brasileira com características qualitativas e quantitativas, que tem como problema de investigação a compreensão das relações entre práticas avaliativas e práticas de ensino desenvolvidas no Brasil e em Portugal. A pesquisa foi desenvolvida no projeto de pesquisa em cooperação internacional (UFPA-Universidade de Évora), intitulado AERA - Avaliação e Ensino na Educação Básica em Portugal e no Brasil: Relações com as aprendizagens, se destaca pela amplitude do estudo. O design de investigação integra cinco fases caracterizadas pelos autores como distintas e interdependentes. O texto do SIPEM refere-se à fase 4, caracterizada pelo Estudo Intensivo-observação de aulas nas escolas envolvidas (pelo menos 10 horas de aulas em cada professor).

O estudo de Chagas, Cantão e Kleinke (2015) utilizou os resultados do ENEM de 2012,comparando-os com os resultados do PISA de 2012, para investigar a diferença de desempenho entre homens e mulheres em exames de larga escala de Matemática. Os autores utilizaram micro dados disponibilizados pelo INEP para obter os dados brutos da prova do Enem 2012 e o site da OECD para obter acesso aos dados do desempenho dos estudantes brasileiros no PISA .Para medir a diferença de desempenho entre os homens e as mulheres, os autores calcularam a distância estatística de Cohen. Observando o desempenho dos estudantes em avaliações de larga escala, Ortigão, Aguilar Jr e Zugula (2015) analisaram o comportamento das taxas de repetência/reprovação escolar comparando-as como nível de proficiência/média nas avaliações de Matemática a partir dos dados do PISA e dos índices obtidos nas estatísticas oficiais nacionais. Foi analisada a relação entre a proficiência e as respostas dos alunos a alguns itens do questionário do PISA 2012, utilizando um software de tratamento de dados (IMB SPSS).

Dalto, Araman e Barbosa (2015) apresentaram os resultados de uma investigação qualitativa realizada com quatro licenciandos com o objetivo de "refletir sobre as contribuições da análise da produção escrita para se conceber a avaliação como saber docente importante a ser desenvolvido na formação inicial dos bolsistas" de um projeto (DALTO; ARAMAN, BARBOSA, 2015, p. 2). Para analisar os dados, os autores utilizaram a Análise de Conteúdo. Também envolvendo licenciandos, o estudo de Neves, Silva e Baccarin (2015) convidou futuros professores a resolver uma questão do ENEM 2013, que aborda a semelhança de triângulos. A análise realizada pelos autores buscou interpretar, nas soluções coletadas, as ideias de acerto e erro em uma perspectiva de desenvolvimento, utilizando as sugestões de Buriasco (2004) para a análise dessa produção (NEVES; SILVA; BACCARIN, 2015).

Menezes e Santos (2015) realizaram um estudo para identificar indícios da existência de um contrato de avaliação, utilizando como referência teórica o Contrato Didático. "O levantamento dos dados foi realizado por meio de videografia das aulas de um professor do 6º ano do Ensino Fundamental durante um ano letivo" (MENEZES, SANTOS, 2015, p. 1).

Os autores apresentaram alguns recortes das aulas gravadas e transcritas, em seguida analisam os diálogos entre o professor e os estudantes. A produção escrita dos professores foi o modo que Teles (2015) utilizou para analisar como os docentes interpretam o erro cometido por estudantes em uma questão de subtração de naturais e as possíveis intervenções desses docentes, criando categorias para analisar as respostas dos professores e refletindo sobre essas categorias a partir do trabalho de Shulman (2005).

Santos e Gontijo (2015) apresentaram uma pesquisa em que analisam percepções de docentes de Matemática de Ensino Médio sobre a avaliação da aprendizagem. O levantamento de dados da pesquisa ocorreu a partir da aplicação de um questionário respondido por 39 docentes. Neste estudo, foram "apresentados relatos dos respondentes às questões abertas, com as análises das categorias recorrentes nas respostas, elaboradas a partir da perspectiva da Análise de Conteúdo" (SANTOS; GONTIJO, 2015, p. 1).A pesquisa qualitativa de Viola dos Santos (2015, p. 1), por sua vez, teve por objetivo "investigar/mostrar discussões de professores de Matemática a respeito da avaliação em um grupo de trabalho". O autor destacou como característica da pesquisa realizada a não neutralidade devido à relação íntima entre o pesquisador e o pesquisado. Segundo o autor, a análise, amparada teoricamente no Modelo dos Campos Semânticos, tem seu foco no "particular, buscando um maior nível de profundidade da compreensão deles, a não intenção de comprovação ou refutação de algum fato, a impossibilidade de estabelecer regulamentações" (VIOLA DOS SANTOS, 2015, p. 6).

Quadro 2: Descrição das técnicas de coleta e análise dos dados (2015)

Autores	Objeto Investigado	Processo de Coleta de Informações	Análise dos Dados
Borralho e Lucena	Aulas dos professores	Observação das aulas	Ambos
Chagas, Cantão e Kleinke	Desempenho de estudantes no PISA e no ENEM	Bibliográfica (Sites oficiais)	Pragmático
Dalto, Araman e Barbosa	Respostas de licenciandos	Questionário	Ambos
Menezes e Santos	Diálogos entre professor e alunos	Observação e gravação das aulas	Narrativo
Neves, Silva e Baccarin	Produção escrita de licenciandos	Questão resolvidas por licenciandos	Pragmático
Ortigão, Aguilar Jr. e Zugula	Resultados do PISA	Bibliográfica (sites oficiais)	Pragmático
Santos e Gontijo	Respostas dos professores	Questionário (Survey)	Ambos

Teles	Correção dos Professores	Atividade escrita em que docentes analisam a produção dos estudantes.	Pragmático
Viola dos Santos	Relatos orais dos professores	Discussão em grupos de trabalho	Narrativo

Fonte: os autores

SIPEM VII - Ano 2018

O SIPEM VII indicou um crescimento nas pesquisas nacionais em avaliação, pois contou com a apresentação de 14 trabalhos, dentre eles, o de Foster e Buriasco (2018, p. 1), que realizaram "uma pesquisa de natureza qualitativa sobre a utilização de uma prova-escrita-com cola como recurso para a aprendizagem numa avaliação como oportunidade de aprendizagem". Os sujeitos da pesquisa foram solicitados a elaborarem uma cola escrita a partir de um texto disponibilizado pela docente duas semanas antes. Para analisar as respostas dos alunos, os autores utilizaram como referência a avaliação didática, defendida por autores que estudam a Educação Matemática Realística (EMR), e compreensão que o Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA) adota como prática de investigação e oportunidade de aprendizado.

A investigação de Souza (2018, p. 1) teve "como objetivo trazer elementos para discussão sobre o uso da cola em uma prova-escrita-em-fases". Os sujeitos de pesquisa foram 9 alunas de licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado do Mato Grosso do Sul. A estrutura da análise dos dados remete a uma pesquisa qualitativa. Também utilizando prova em fases e sustentado pela Educação Matemática Realística, Prestes e Pires (2018) construíram um trabalho a partir das produções escritas dos alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do estado do Paraná. A análise destas produções seguiu o embasamento proposto pela Educação Matemática Realística, utilizando a avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação.

Ortigão (2018) apresentou os resultados de uma investigação sobre 109 itens de Matemática do PISA 2012, por meio de dois olhares: os resultados médios dos estudantes e modelagens quantitativas para comparar os resultados entre estudantes brasileiros e portugueses. A pesquisa teve como objetivo investigar a presença do funcionamento diferencial do item (DIF) entre os dois grupos de alunos, por meio do programa R, um *software* livre para análise estatística. Ao final, a autora solicita cautela com os dados, pois "os procedimentos utilizados para detectar DIF são apropriados apenas para detectar o viés em potencial de um item e não explicam as suas causas” (ORTIGÃO, 2018, p.10). Em outra pesquisa com características pragmáticas, Chagas e Kleink (2018) realizaram um estudo sobre “o impacto no desempenho de estudantes do ensino médio quando estes foram confrontados com itens de matemática submetidos ao método de redução de carga cognitiva” (CHAGAS; KLEINK, 2018, p. 1). Os sujeitos de pesquisa foram 678 estudantes e os instrumentos de coleta foram 24 itens de matemática das provas do ENEM de 2010 a 2015, sendo que cada item selecionado teve sua carga cognitiva reduzida. Além disso, os autores aplicaram um questionário socioeconômico para conhecer os perfis econômicos dos alunos.

Justo *et. al* (2018) realizam um estudo sobre as crenças e práticas de avaliação em Educação Matemática de professores dos anos iniciais no Brasil. Para isto, realizaram uma revisão da literatura sobre avaliação no Brasil, considerando tanto a avaliação em larga escala como a avaliação pedagógica. A pesquisa foi feita nos anais do SIPEM, ENEM, ANPED; no Congresso Nacional de Avaliação em Educação e no catálogo de teses da CAPES. Para construir este trabalho, os autores se basearam nas discussões que Costa (2013) apresentou em sua revisão de literatura. Jürgensen (2018) apresentou um recorte da sua pesquisa de doutorado, que tinha como objetivo “investigar as concepções de qualidade da Educação e da Educação Matemática, no atual cenário de crescente protagonismo dos mecanismos de avaliação externa e de lógicas mercadológicas aplicadas à educação” (JÜRGENSEN, 2018, p. 1). Para isso, realizou uma pesquisa com caráter metodológico, aplicando um questionário a 26 professores de Matemática que atuam na rede estadual de São Paulo, e o tratamento dos dados foi elaborado a partir da Análise de Conteúdo.

Silva e Buriasco (2018) desenvolveram uma pesquisa a partir de informações oriundas de uma ficha de autoavaliação utilizada em uma disciplina de Geometria e Desenho. A pesquisa tinha como objetivo discutir as produções de estudantes de licenciatura em Matemática. O trabalho recolheu as informações da tese de Silva (2018), o qual investigou os processos de aprendizagem e ensino de 39 alunos do curso da Universidade Estadual de Londrina e o suporte teórico utilizado para analisar os dados foi a Educação Matemática Realística. Silva e Dalto (2018) apresentaram resultados de uma dissertação de mestrado que investigou os saberes docentes de 37 professores e futuros professores da Educação Básica que participaram de curso de extensão. A pesquisa teve caráter qualitativo, os dados foram recolhidos durante o curso de extensão e foi aplicado um questionário que tinha como objetivo investigar possíveis saberes dos participantes em relação à avaliação da aprendizagem e à prova escrita. A análise dos dados foi realizada a partir das temáticas: Saberes Docentes, Avaliação e Análise da Produção Escrita.

Aguilar Jr. e Ortigão (2018, p. 1) realizaram uma "abordagem quantitativa com a utilização do modelo estatístico da regressão logística para discutir a influência dos capitais – culturais, sociais e econômicos, e o envolvimento da família com as questões relacionadas à escola". Para isto, utilizaram a base de dados do SAEB/Prova Brasil 2015 dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental das escolas públicas brasileiras, totalizando 1.822.532 estudantes, e consequentemente, esses foram os sujeitos desta pesquisa. Andrade e Júnior (2018) apresentaram um estudo sobre as correspondências estabelecidas pela professora e alunos e as aprendizagens preconizadas em documentos oficiais do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP). Para isso, os autores realizaram uma pesquisa de caráter qualitativo em cinco fases de investigação.

Viola dos Santos (2018, p. 2) produziu um ensaio sobre o ato de avaliar como "uma prática de resistência na sala de aula de Matemática". Assim, o foco central do seu trabalho "foi tentar operar o ato de avaliar como uma prática de resistência frente aos ataques que a escola sofreu nos últimos anos. Para isso, o autor utilizou dois casos com professores de Matemática distintos em espaços formativos que foram narrados a partir do Modelo dos Campos Semânticos. Viana e Bortoli (2018) realizaram uma pesquisa com objetivo de caracterizar os instrumentos avaliativos utilizados em uma instituição escolar. Os autores definiram a pesquisa com sendo uma abordagem qualitativa, a qual utilizou a entrevista como instrumento de coleta de dados. Foram realizadas na escola nove entrevistas individuais com professores e a análise de resultados foi estruturada nos relatos dos docentes. Vaz e Nasser (2018) apresentaram um estudo sobre multicorreção, realizada em duas etapas com licenciandos em Matemática do Instituto Federal do Rio de Janeiro. Na primeira participaram 40 estudantes e na segunda, 45. O instrumento de coleta foi uma prova resolvida em que os futuros professores analisavam e atribuíam pontuações às soluções deste teste. A análise contou com algum tratamento estatístico.

Quadro 3: Descrição das técnicas de coleta análise dos dados (2018)

Autores	Objeto Investigado	Processo de Coleta de Informações	Análise dos Dados
Foster e Buriasco	Correção de provas escritas com cola	Análise das correções dos alunos pós-graduandos	Narrativo

Jürgensen	Respostas dos Professores de Matemática	Questionário	Pragmático
Souza	Respostas de licenciandos	Prova realizada pelos licenciados	Narrativo
Ortigão	Itens de Matemática do PISA	Bibliográfica (sites oficiais)	Pragmático
Prestes e Pires	Produção escrita dos alunos do 5º ano	Análise das produções dos alunos	Ambos
Chagas e Kleink	Itens de Matemática do ENEM	Bibliográfica (sites oficiais)	Pragmático
Justo et. al	Anais de congresso	Bibliográfica (sites oficiais)	Pragmático
Silva e Buriasco	Respostas de licenciandos	Atividade escrita- docentes analisam a produção dos estudantes.	Pragmático
Aguilar Jr. e Ortigão	Itens de Matemática do SAEB	Bibliográfica (sites oficiais)	Pragmático
Andrade e Júnior	Saberes Docentes	Biografiada professora, situação de aprendizageme bibliográfica (sites oficiais).	Ambos
Viola dos Santos	Diálogos entre professores de Matemática	Espaços formativos	Narrativo
Viana e Bortoli	Instrumentos avaliativos	Entrevistas	Ambos
Vaz e Nasser	Pontuação dos corretores (licenciandos)	Correção de provas escritas	Pragmático
Silva e Dalto	Saberes docentes de professores e futuros professores da Educação Básica	Encontros de formação e questionário.	Ambos

Fonte: os autores

A Educação Matemática está cada vez mais consolidada no Brasil. Esse movimento não acontece apenas por causa do aumento no número de trabalhos e pesquisas, mas também pela multiplicidade e profundidade das discussões. Ao olhar para as metodologias de pesquisa que foram utilizadas desde o ano de 2012 nos anais do SIPEM, pode-se perceber a riqueza da diversidade dos(as) pesquisadores(as) e dos seus percursos metodológicos. Cada artigo apresenta uma identidade própria, trazendo consigo a impressão digital de cada autor(a). Os procedimentos metodológicos mostraram-se robustos e múltiplos, desde o uso de análises estatísticas avançadas até análise baseada nas discussões dentro dos grupos de pesquisa. A seguir apresentamos alguns apontamentos finais.

Considerações finais

Dos 31 trabalhos apresentados nas três edições do GT8 do SIPEM, 15 deles apresentaram uma abordagem metodológica pragmática, 6 uma abordagem narrativa e 10 utilizaram as duas perspectivas. Portanto, nas três edições, cerca de 50% dos trabalhos adotaram abordagem narrativa (acompanhada ou não da pragmática). Observamos também que em comparação com a edição de 2012, as edições seguintes apresentaram procedimentos de coleta mais diversificados, incluindo a observação de campo, questionários e produções escritas de licenciandos e professores, evidenciando um enriquecimento e uma maior diversidade em pesquisas do GT8.

Em alguns dos textos analisados, tivemos dificuldades em identificar os procedimentos metodológicos utilizados e constatamos, em parte dos trabalhos, a inexistência de referenciais teóricos que sustentem estes procedimentos. Talvez haja uma tendência, associada à própria evolução da pesquisa em avaliação, de que os trabalhos futuros sejam mais cuidadosos em relação aos procedimentos metodológicos utilizados.

Em relação às possibilidades de pesquisas futuras, não identificamos estudos em que as percepções dos estudantes (não licenciandos) sobre a avaliação fossem apresentadas e discutidas. A produção escrita e o desempenho dos estudantes em exames foram investigados, mas as opiniões, crenças e sentimentos, associados a essas avaliações, não. Em uma perspectiva mais dialógica da avaliação, e narrativa da pesquisa, acreditamos que o desenvolvimento de estudos em que as percepções dos estudantes em relação à avaliação em Matemática sejam contempladas e poderão trazer contribuições relevantes ao GT8.

Referências

AGUILAR JUNIOR, C.A.; ORTIGÃO, M. I. R.; Avaliação em matemática na Prova Brasil e condições socioculturais dos estudantes e suas famílias. In: SIPEM VII. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

ALBUQUERQUE, L. C.; GONTIJO, C. H. Concepções apresentadas por professores de matemática acerca da avaliação da aprendizagem. In: SIPEM, V. **Anais...,** Petrópolis, 2012.

ANDRADE, J.S.; JUNIOR, J.L. Conteúdos curriculares de matemática e o SARESP: análise de repertórios profissionais do ensino. In: SIPEM VII, **Anais…**, Foz do Iguaçu, 2018.

BOLÍVAR BOTÍA, A. "¿De nobis ipsis silemus?": Epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. **Revista electrónica de investigação educativa**, v. 4, n. 1, p. 01-26, 2002.

BORRALHO, A.; LUCENA, I. Avaliação e ensino na educação básica em Portugal e no Brasil: Relações com as Aprendizagens (AERA). In: SIPEM VI, **Anais...**, Pirenópolis, 2015.

BRUNER, J. Life as narrative. **Social research**, v. 54, n.1, p.11-32, 1987.

CHAGAS, E. A.; CANTÃO, R. F.; KLEINKE, M. U. Gênero e desempenho em Matemática nas provas do Enem e do Pisa. In: SIPEM VI, **Anais...** Pirenópolis, 2015.

CHAGAS, E. A.; KLEINKE, M. U. Redução de carga cognitiva e desempenho em itens de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) In: SIPEM VII, **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

DALTO, J. O.; ARAMAN, E. M. O.; BARBOSA, L. N. S. C. Avaliação como saber docente: contribuições da análise da produção escrita. In: SIPEM VI, **Anais...**, Pirenópolis, 2015.

FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B.; TREVISAN, A. L.; SANTOS, E. R.; PASSOS, A. Q.; BURIASCO, R. L. C. Inventário de publicações a respeito da Educação Matemática Realística. In: SIPEM V, **Anais...**, Petrópolis, 2012.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

FOSTER, C.; BURIASCO, R. L. C. Prova escrita-com-cola. In: SIPEM VII, **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

FREITAS, I. C.; ORTIGÃO, M. I. R. O PNLD está chegando: e agora, como escolher o livro didático de matemática? In: SIPEM V, **Anais...**, Petrópolis, 2012.

GALVÃO, C. Narrativas em educação. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 11, n. 2, p. 327-345, 2005.

JÜRGENSEN,B.D.C.P.A qualidade educacional: o que dizem os professores de matemática? In: SIPEM VII, **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

JUSTO, J.C.R.; BECHER, E.L.; HEUVEL-PANHUIZEN, M.V.D.; VELDHUIS, M. Assessment beliefs and practices in primary school mathematics education in Brazil. In: SIPEM VII, **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

MENEZES, M. B.; SANTOS, M. C. Contrato de avaliação: uma análise dos efeitos da transposição e do contrato didáticos. In: SIPEM VI. **Anais...**, Pirenópolis, 2015.

NEVES, R. S. P.; SILVA, J. C.; BACCARIN, S. A. O. A produção escrita de estudantes da licenciatura em matemática em questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)**.** In: SIPEM V. **Anais...** Pirenópolis, 2015.

ORTIGÃO, M. I. R. Avaliação em Matemática no PISA. In: SIPEM VII. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

ORTIGÃO, M. I. R.; AGUIAR, G. S. Letramento em matemática no PISA. In: SIPEM V. **Anais...**, Petrópolis, 2012.

ORTIGÃO, M. I. R.; AGUILAR JUNIOR; C. A.; ZUGULA, A. F. Analisando a repetência escolar a partir dos dados do PISA 2012. In: SIPEM VI. **Anais...**, Pirenópolis, 2015.

PIRES, M. N. M.; BURIASCO; R. L. C. Prova em fases: instrumento para aprender. In: SIPEM V. **Anais...,** Petrópolis, 2012.

POLKINGHORNE, D. E. Narrative configuration in qualitative analysis. **International journal of qualitative studies in education**, v. 8, n. 1, p. 5-23, 1995.

PRESTES, D.B.; PIRES, M.N.M. Prova de matemática em fases no 5ºano do Ensino Fundamental. In: SIPEM VII. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

SANTOS, M. C. O rendimento de alunos de 7 anos na resolução de problemas da provinha brasil de matemática. In: SPEM V. **Anais...**, Petrópolis, 2012.

SANTOS, V. S.; GONTIJO, C. H. Percepções de docentes de matemática de ensino médio em relação ao processo de avaliação da aprendizagem. In: SIPEM VI. **Anais...**, Pirenópolis, 2015.

SILVA, G.S.;BURIASCO, R. L. C. O que estudantes de matemática disseram em uma ficha de autoavaliação. In: SIPEM VII. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

SILVA, D.Q.; DALTO, J.A. Contribuições de um curso de extensão sobre avaliação e análise da produção escrita em matemática no processo de produção de saberes docentes In: SIPEM VII. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

SOUZA, J.A. A utilização da cola como meio de estudo e aprendizagem: o caso de Ísis. In: SIPEM VII. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

TELES, R. A. M. Repetir, refletir ou omitir? O que dizem professores sobre erros de alunos no algoritmo da subtração. In: SIPEM VI. **Anais...**, Pirenópolis, 2015.

TELES, R. A. M. Uma reflexão sobre conhecimentos necessários aos professores de matemática para avaliar seus alunos. In: SIPEM V. **Anais...**, Petrópolis, 2012

VAZ, R.F.N.; NASSER, L. Avaliação em matemática: um estudo sobre multicorreção. In: SIPEM VII. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

VIANA, R.A.; BORTOLLI, R. A. M. Avaliação da aprendizagem: entre o quantitativo e o qualitativo. In: SIPEM VII, 2018. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

VIOLA DOS SANTOS, J.R. DALTO, J.O., Sobre análise de conteúdo, análise textual discursiva e análise narrativa: investigando produções escritas em Matemática. In: SIPEM V. **Anais...**, Petrópolis, 2012.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. Discussões de professores de matemática a respeito da avaliação em um grupo de trabalho. In: SIPEM VI, 2015. **Anais...**, Pirenópolis, 2015.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. Avaliar como um ato de resistência. In: SIPEM VII. **Anais...**, Foz do Iguaçu, 2018.

Processos de Avaliação o*nline* em uma Licenciatura em Matemática da UAB: a autoavaliação como contribuidora da aprendizagem

Online Assessment Processes in a Mathematics Degree at UAB: self-assessment as a contribution to learning

Domício Magalhães Maciel
Universidade Federal do Maranhão
maciel.domicio@ufma.br

Resumo
O presente trabalho objetiva apresentar alguns dos diversos aspectos de processos de Avaliação *online* revelados na pesquisa de Doutorado do seu autor, recentemente concluída. Traz o debate sobre necessidade, em qualquer contexto de formação – presencial ou *online* – da prática consciente, e para todos e todas, da Autoavaliação *no* processo de Avaliação da Aprendizagem. A pesquisa se deu no contexto de uma Licenciatura em Matemática no âmbito da Universidade Aberta do Brasil (UAB). Apresenta sucintamente a importância de desenvolver mais estudos e pesquisas sobre a temática da Avaliação Formativa em qualquer contexto, para revelar, de modo especial, a importância de um dos elementos dessa modalidade avaliativa: A Autoavaliação. Metodologicamente, a pesquisa se sustentou em referenciais da Pesquisa Qualitativa e da Análise de Conteúdo, com vistas à coleta de dados e sua interpretação sobre os processos de Avaliação *online* no contexto de uma disciplina de Pré-Cálculo de um curso de Licenciatura em Matemática da UAB. Em nosso modo de entender, alguns aspectos evidenciados na pesquisa apresentados neste trabalho, vinculados à Autoavaliação, se apresentam como indicadores da necessidade de se relevar o exercício da Autoavaliação como contribuidora da Aprendizagem no processo Ensino-Aprendizagem, quais sejam: Inexistência de motivação do Professor/Tutor *online* à Autoavaliação do Aluno; Ausência de Autoavaliação, Autoavaliação como contribuidora da Aprendizagem e Inexistência de motivação para Autoavaliação enunciados pelo conjunto de discentes.

Palavras-chave: Avaliação Formativa; Licenciatura em Matemática a distância; Educação a Distância; Universidade Aberta do Brasil.

Abstract
The present study aims to present some of the various aspects of online Assessment processes revealed in the author's PhD research, concluded recently. It brings up the debate on the need, in any training context – in person or online – of conscious practice, and for everyone, of Self-Assessment in the Learning Assessment process. The research took place in the context of a Mathematics Degree at the Open University of Brazil (Universidade Aberta do Brasil – UAB). It briefly presents the importance of developing more studies and research on the topic of Formative Assessment in any context, to reveal, in a special way, the importance of one of the elements in this assessment modality: Self-Assessment. Methodologically, the research was supported by references of Qualitative Research and Content Analysis, collecting data and interpreting it on the online Assessment processes in the context of a Pre-Calculus subject of a Mathematics Degree course at UAB. In our understanding, some aspects evidenced in the research presented in this work, linked to Self-Assessment, are presented as indicators of the need to highlight the exercise of Self-Assessment as a contributor to Learning in the Teaching-Learning process, namely: Lack of teacher motivation/Online Tutor to Student Self-Assessment; Lack of Self-Assessment, Self-Assessment as a Contributor to Learning and Lack of Motivation for Self-Assessment, as stated by the students.

Keywords: Formative Evaluation; Distance learning Mathematics Degree; Distance Education; Open University of Brazil.

1. Introdução

Na atualidade, em que muito se usa as Tecnologias Digitais (TD) para desenvolver um processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação[1], há que se pensar, historicamente, como evoluiu o seu uso para termos, hoje, o modelo educacional de Educação a Distância (EaD).

Historicamente, temos a necessidade humana de registrar nossos pensamentos para posterior retomada e, ainda, servir de base para uma discussão, ou então, com a intenção de alcançar pessoas situadas em locais distantes, a exemplo de Paulo, o Apóstolo, cuja experiência pode ser considerada como parte da história da Educação a Distância (GARCÍA ARETIO, 1999).

Do final do séc. XIX, em que se iniciou a 1ª geração da EaD, aos anos de 1980 (3ª geração) (GARCÍA ARETIO, 1999), a EaD evoluiu de um Ensino por Correspondência para uma Educação a Distância que faz o uso sistemático das TD em ambientes implementados na *Internet*, como o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Na atual geração, pelo fato de se usar a *Internet* como fio condutor, assumimos, conforme Paulin (2015), a denominação de EaD *online*.

Neste contexto, surgiu, em 2005-2006, a Universidade Aberta do Brasil (UAB) como um sistema ou consórcio institucional, por se tratar de "[...] uma rede de cooperação federada, incluindo as instituições públicas de ensino superior, o governo federal, as prefeituras e os estados" (COSTA; DURAN, 2012, p. 287). Neste movimento é que se institucionalizou a formação de professores via EaD *online*, ao nível federal, para atender uma demanda educacional nacional e global (MACIEL, 2020).

Este trabalho apresenta um recorte da pesquisa de doutorado de seu autor. Com ele, objetivamos apresentar aspectos do processo da Avaliação *online* no contexto de uma disciplina de conteúdo matemático de um curso de Licenciatura em Matemática da UAB, com foco na Autoavaliação. Assim, apresentamos, a seguir, uma síntese da Teoria da Avaliação Formativa, que temos ampliada em Maciel (2020) e, especialmente, discutimos o conceito de Autoavaliação, associado ao de Autorregulação, num processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, seja presencial ou *online*.

[1] A opção pelos termos Ensino-Aprendizagem e Ensino-Aprendizagem-Avaliação, constantes neste trabalho, é defendida pelo seu autor em Maciel (2020).

2. Avaliação Formativa Alternativa presencial ou *online*: considerações a respeito da Autoavaliação e Autorregulação

A Avaliação da Aprendizagem é um tema que tem sido discutido pelos pesquisadores de diversas áreas, tanto em relação ao ambiente presencial como o *online*. Contudo, para além das práticas e instrumentos, há que se teorizá-la, notadamente em relação a Avaliação Formativa. Estudos realizados pelo autor deste trabalho levaram a concluir que a temática Avaliação da Aprendizagem, sobretudo a Avaliação Formativa, seja vista de modo geral ou com foco na Educação Matemática, no contexto da sala de aula, presencial ou *online*, deve ser mais discutida nas Licenciaturas, especificamente em disciplina que a tem como conteúdo. Além disto, faz necessário que a temática seja mais privilegiada em publicações científicas periódicas, em eventos científicos da área, na forma de palestras, comunicação oral e oficinas, bem como nas pesquisas de Mestrado e Doutorado. Ressaltamos que Villas Boas e Soares (2016, p. 239), em sua pesquisa sobre a importância da Avaliação nas licenciaturas, concluíram que "[...] os estudantes pouco estudam sobre avaliação, o que parece indicar que os professores ainda não estão sendo formados para avaliar".

Para contribuir com esse estudo e debate, em Maciel (2020), buscamos teorizar a Avaliação Formativa com vistas a clarear esse conceito, tanto no contexto da Avaliação presencial, quanto da Avaliação *online*, tendo como referencial principal o trabalho de Fernandes (2008) que afirma, corroborado por Maciel (2003), que a Avaliação só será para as aprendizagens (no sentido de uma Avaliação Formativa) se estiver integrada ao processo Ensino–Aprendizagem e com o propósito de desenvolver nos aprendizes pensamentos mais complexos que aqueles nos níveis de memorização e repetição.

Fernandes (2008), com o propósito de clarear mais o conceito de Avaliação Formativa, acrescentando o termo "alternativa", caracteriza a **Avaliação Formativa Alternativa (AFA)** como aquela que considera o que apresentam as tradições francófona, que privilegia a Regulação, e anglo-saxônica, que privilegia o *Feedback*, destacando-a das demais terminologias de Avaliação que, a seu ver, se dizem formativas, mas não passam da intenção. Em Maciel (2020), ressaltamos a relação de complementariedade da Avaliação Formativa com a Avaliação Somativa, relevando os aspectos relativos ao *Feedback*, Autoavaliação e Autorregulação.

Como este trabalho tem como foco conceitos chaves da AFA, quais sejam o Autoavaliação e Autorregulação, apresentamos a seguir uma síntese sobre estes temas, abrangendo tanto o ambiente presencial como o *online*.

2.1. A Autoavaliação e a Autorregulação das Aprendizagens: elementos propiciadores de uma aprendizagem refletida pelos autores do processo Ensino-Aprendizagem

No processo Ensino-Aprendizagem, seus atores, Professor e Alunos, devem interagir, entre si e consigo mesmos, para obterem um resultado melhor, em um determinado tempo. Daí surge a necessidade da aprenderem a se autoavaliar e de se autorregular.

A AFA que tem como fim o desenvolvimento das aprendizagens, tanto do Professor como do Aluno, pressupõe ações reguladoras e autorreguladoras baseadas na Autoavaliação que cada um deve fazer de seus processos cognitivos, afetivos e emocionais relativos à tarefa que contribuem para a realização da mesma (BORUCHOVITCH, 2014).

Segundo Santos (2002, p. 2)[2], "a auto-avaliação é o processo por excelência da regulação, dado ser um processo interno ao próprio sujeito". É uma prática pouco levada a efeito, e muitas vezes confundida com o procedimento do aluno atribuir, a si mesmo, "uma nota". Consideramos que uma Aprendizagem autorregulada, propiciada pela Autoavaliação, que deve ser motivada pelo Professor, faz toda diferença para quem o faz. Nunziati[3] (1990 apud Santos, 2002, p. 2) apresenta algumas razões para se desenvolver a Autorregulação comparada com a Regulação da Aprendizagem realizada pelo Professor:

> - o itinerário de aprendizagem do aluno, bem como os seus procedimentos não seguem, necessariamente, a lógica da disciplina, nem tão pouco a do professor, considerado como um perito;
> - o dizer do professor não garante a apropriação, por parte do aluno, dos conhecimentos;
> - a ultrapassagem dos erros só pode ser feita por aqueles que o cometem e não por aqueles que os assinalam, uma vez que as lógicas de funcionamento são diferentes.

Daí os francófonos não relevarem o *Feedback* no processo Ensino-Aprendizagem.

A Regulação que consiste no conjunto das ações que visam "assegurar a articulação entre as características das pessoas em formação, por um lado, e as características do sistema de formação, por outro" (ALLAL, 1986, p. 176), é uma das finalidades da Avaliação Formativa. Portanto, deve ser conduzida tanto pelo Professor, quanto pelo aluno. A

[2] As citações diretas desta autora, que é portuguesa, preservarão o Português de Portugal.
[3] NUNZIATI, G. Pour construire un dispositif d´évaluation formatrice. **Cahiers Pedagogiques**, 280, pp. 47-62, 1990.

Regulação só existirá se a Avaliação existir. Se for estimulado que o aluno se autoavalie, ele também exercerá a sua Autorregulação.

Segundo Santos (2002), a Autoavaliação é potencializada se o Professor a regular. Nessa perspectiva, a autora a denomina de Autoavaliação Regulada. Este modo de Autoavaliação se dá quando o Professor intervém no sentido de ajudar o aluno a refletir sobre suas ações de autocontrole sobre o objeto de Aprendizagem, a partir da Metacognição que é “o conhecimento que o indivíduo tem de como se dá o processo de construção do seu conhecimento” (ANDRETTA *et al*., 2010). Santos (2002) apresenta algumas intervenções num contexto de uma Autoavaliação Regulada, onde o erro deve ser abordado de forma positiva, podendo gerar novos conhecimentos. Antes de censurá-lo, deve-se buscar uma explicação que o aluno deve encontrar com a ajuda do Professor, se necessário. Santos (2002, p. 3) sugere as seguintes perguntas:

> Experimenta para outros valores e analisa os resultados que obtens. Que conclusões podes tirar?”;
> Afirmas que... Em que baseias essa afirmação?”;
> A estratégia seguida é adequada. Deves contudo procurar utilizar uma linguagem menos confusa. Por exemplo, escreves ..., deverias antes escrever...

Para Santos (2002, p.3), o aluno deve se tornar um autoquestionador a partir de algumas perguntas propostas pelo Professor:

> “O que fizeste?”, “Porque tomaste esta opção?”, “Porque pensaste assim?”, “Donde te surgiu esta ideia?”, “Em que outras situações é que este processo se poderia aplicar?”, “Se quisesses convencer alguém de que isto é verdade, o que dirias?”

Estas perguntas podem ser feitas por escrito quando da devolutiva do Professor sobre uma Avaliação Escrita. Outra intervenção proposta por Santos (2002) se baseia no pressuposto que no processo Ensino-Aprendizagem deverão ser explícitos e negociados os Critérios de Avaliação, pois

> [...] dado o processo de metacognição passar pela confrontação entre as acções a desenvolver numa dada tarefa e os critérios de realização da mesma (JORRO, 2000[4]), a apropriação dos critérios de avaliação da tarefa é condição necessária para desenvolver a auto-regulação. (Santos, 2002, p. 3).

Nesse processo, afirma Santos (2002), a diversificação de tarefas alternativas e o estímulo à Metacognição devem ser realizados. Entre outros Instrumentos, o Portfolio[5], citado por ela, pode ser um efetivo Instrumento de Autoavaliação e Autorregulação. Cabe ressaltar que esse Instrumento de Avaliação vem sendo apontado pela literatura “[...] como

[4] Jorro, A. **L´enseignant et l´évaluation**. Bruxelles: Éditions De Boeck Université, 2000.
[5] Na literatura há várias formas de grafar essa palavra. Grafamos, neste trabalho, conforme foi encontrada nas publicações citadas.

uma via que favorece uma aprendizagem autónoma e autorregulada, qualquer que seja a idade dos alunos, desde que sustentado por intervenções intencionais por parte do professor" (DIAS; SANTOS, 2016, p. 189).

> O Portfolio é uma pasta que reúne determinados trabalhos feitos pelo aluno no decorrer de um período letivo (que pode ser um bimestre, semestre ou mesmo um ano). O aluno escolherá aqueles trabalhos que mais significaram para a sua aprendizagem no período indicado pelo professor. (MACIEL, 2003, p. 86).

Há um apelo nesse processo da escrita das impressões metacognitivas que o produtor teve ao realizar cada trabalho inserido no seu Portfolio. Ou seja, esse relevante Instrumento de Avaliação, ou Tarefa de Avaliação, reúne todas as produções consideradas significativas para o aprendiz ou para um grupo de aprendizes, dentro ou fora da sala de aula, "[...] consciente e criteriosamente selecionadas, e justificadas através de reflexões que devem acompanhar cada produção" (DIAS; SANTOS, 2016, p. 191).

Nesse contexto a Autorregulação da Aprendizagem se apresenta como um fator preponderante no desenvolvimento da AFA e é uma das preocupações de alguns teóricos da Psicologia (BORUCHOVITCH, 2014)

Segundo Boruchovitch (2014), estudos nacionais e internacionais sobre professores em formação e aqueles em exercício, evidenciaram que eles não utilizam eficientes Estratégias de Aprendizagem e outras variáveis cognitivas, como a Metacognição, para desenvolver sua Aprendizagem (MACIEL, 2003). A importância de se trabalhar o desenvolvimento da Aprendizagem autorregulada com os futuros professores, e com aqueles em exercício, é que isto repercutirá na formação autorregulada de seus futuros alunos. Pressupõe-se que, além de aprender a refletir como se ensina, um Professor deve aprender como se aprende. Nesse caso, "[...] a metacognição é um conceito-chave para a construção do conhecimento, o bom processamento da informação e a autorregulação da aprendizagem" (BORUCHOVITCH, 2014, p. 405). Apresentamos, em Maciel (2017), uma discussão sobre os recursos metacognitivos de Avaliação.

Em se tratando da EaD *online*, toda a base teórica da Avaliação da Aprendizagem valem para o ambiente *online*. Contudo, há que se pensar que se trata de um outro contexto em que as pessoas, para ensinar, aprender e avaliar, não precisam estar juntos num mesmo espaço e tempo, o que, sob a ótica de Kenski, Oliveira e Clementino (2014, p. 81), "não se trata, portanto, de uma nova educação, mas de uma nova cultura pedagógica em construção".

García Aretio (2009), em sintonia com a AFA, considera a Autoavaliação muito importante, dado que considera que quem mais conhece sobre suas aprendizagens, dificuldades superadas, inquietações em relação à disciplina, insatisfações ou satisfações, é o próprio aluno. Contudo, para ele, a Autoavaliação não é suficiente para valorar todas as aprendizagens alcançadas ou não. Neste caso, o Professor/Tutor *online*, entra em cena exercendo o papel de avaliador. "O *feedback* do tutor, neste caso, reorienta a realização do exercício em novas bases e com maior possibilidade de acerto pelo o aluno [...]" (KENSKI, 2010, p. 66). Para García Aretio (2009, p 184), "poderíamos integrar neste bloco a coavaliação realizada pelos próprios pares", de acordo, também, com Kenski (2010, p. 66) que afirma que "os ambientes virtuais viabilizam a realização de outro exercício, muito importante e pouco utilizado com estratégia de avaliação: os comentários entre os pares". Isto pode ser realizado em um Fórum de Discussão em que cada participante pode comentar os comentários dos demais, concordando ou não, contribuindo com a Aprendizagem geral.

Em Maciel (2020), apresentamos outras possibilidades Didática e Pedagógicas de recursos ou tarefas avaliativas que podem ser utilizadas em ambiente virtual. Para tanto, é fundamental que os sujeitos do processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação sejam formados para atuarem neste ambiente.

A seguir, apresentamos os procedimentos metodológicos para atendermos ao objetivo e pergunta de nossa pesquisa relatada, em sua íntegra, em Maciel (2020).

3. Metodologia

Nossa investigação se pautou na modalidade da Pesquisa Qualitativa em Educação por considerarmos o pesquisador como o principal instrumento da pesquisa, por se envolver diretamente com o contexto investigado, que releva mais o processo que o produto, com a intenção de descrever e analisar indutivamente o significado que os sujeitos da pesquisa dão ao seu objeto de estudos (LUDKE; ANDRÉ, 2018).

Dado o nosso vínculo empregatício com a Universidade Federal do Maranhão (UFMA), vinculada à UAB, fizemos questão de torná-la nosso campo de pesquisa, contribuindo, assim, não só com a formação do Professor a distância e presencial, mas também com a própria instituição.

Na pesquisa que desenvolvemos, acompanhamos o desenvolvimento da disciplina Pré-Cálculo II/Licenciatura em Matemática/UAB que aconteceu no semestre programado para a nossa Coleta de Dados para a pesquisa. Tivemos como sujeitos o Professor da disciplina (Prof. Clarêncio), duas Tutoras *online* (TO Clara e TO Clarilza) e os Discentes de um Polo presencial que foram divididos em duas turmas, cada uma com uma Tutora *online*.

Com o objetivo de **evidenciar as possibilidades Didáticas e Pedagógicas de processos de Avaliação Formativa *online* em um curso de Licenciatura em Matemática da UAB**, nos aproximamos do campo de pesquisa e dos sujeitos investigados para compreender e interpretar **os aspectos enunciados a partir dos processos de Avaliação *online*, no contexto da disciplina de Pré-Cálculo, em um curso de Licenciatura em Matemática a distância.**

Utilizamos os mais diversos instrumentos de Coleta de Dados, como a Observação *in loco*, presencial ou no AVA; Pesquisa Documental; Entrevistas *online*, Entrevista Coletiva presencial e Entrevistas via e-mail e WhatsApp; e o Questionário *online*.

Na sistematização das Categorias de Análise, tomamos como base a sistemática proposta pela Análise de Conteúdo (BARDIN, 2011). Na fase de exploração do material coletado, obedecendo ao fluxo desta técnica, constituímos as Unidades de Contexto (UC) e as Unidades de Registro (UR). Na sequência exploratória, pelas confluências das UR, por um processo de refinamento/categorização, constituímos os Eixos Temáticos. Os Eixos Temáticos, por sua vez, foram tratados da mesma maneira como foram tratadas as UR para constituirmos as Categorias de Análise relacionadas ao Professor e Tutoras *online* e aos Discentes, de modo separado, por respeitar suas especificidades. O resultado da Análise de Conteúdo traduziu-se na constituição de nove Categorias de Análise: quatro relacionadas ao Professor e às Tutoras *online* da disciplina investigada e cinco relativas aos Discentes. Buscamos, ao interpretar as enunciações dos sujeitos pesquisados (Professor/Tutoras *online* e Discentes), a partir das Categorias de Análise, respectivamente estabelecidas, fazer inter-relações entre elas, de modo a delinearmos possíveis respostas a nossa questão de pesquisa e compreendermos o objeto investigado.

Em Maciel (2020), apresentamos a abordagem da Análise de Conteúdo, na perspectiva de Bardin (2011) e outros autores, e todo o processo para chegar às Categorias de Análise.

Apresentamos, a seguir, recortes dos resultados de nossa pesquisa que são relativos à presença ou não da Autoavaliação no processo Ensino-Aprendizagem *online* de Matemática e sua contribuição para a Aprendizagem. Outros aspectos que foram evidenciados de possibilidades Didáticas e Pedagógicas podem ser encontrados em Maciel (2020).

4. A Autoavaliação como contribuidora da Aprendizagem

Apresentamos alguns aspectos da Avaliação *online* vinculados à Autoavaliação revelados pela nossa pesquisa. Esses aspectos, no nosso modo de entender, são indicadores da necessidade Autoavaliação e Autorregulação a serem desenvolvidas pelos discentes. Vamos encontrá-los nas seguintes Categorias de Análise: **Aspectos Didáticos e Pedagógicos do processo Ensino-Aprendizagem** (relativa ao Professor/Tutoras *online)*; e **Aspectos conceituais relacionados à Autoavaliação na Avaliação *online*** (relativas aos Discentes).

No contexto da Categoria de Análise relativa ao Professor e Tutoras *online*, citada acima, destacamos o seguinte Eixo Temático: **Inexistência de motivação do Professor/Tutor *online* à Autoavaliação do Aluno**. Em relação à Categoria de Análise relativa aos Discentes, a apresentamos com todos os seus Eixos Temáticos.

No que diz respeito aos Eixos Temáticos, para a Categoria de Análise relacionada ao Professor e Tutoras *online*, apresentamos, neste trabalho, um quadro respectivo que é um recorte daquele apresentado em Maciel (2020). Por sua vez, em relação aos Discentes, apresentamos o seu quadro respectivo em sua totalidade, como apresentado na Tese. Contudo, em ambos os quadros, não apresentamos, neste trabalho, as UR que constituíram os Eixos Temáticos.

No Quadro 1, a seguir, temos um recorte síntese da Categoria de Análise (Professor/Tutoras *online)* – **Aspectos Didáticos e Pedagógicos do processo Ensino-Aprendizagem**, com destaque para o Eixo Temático **Inexistência de motivação do Professor/Tutor *online* à Autoavaliação do Aluno**.

Quadro 1: Categoria de Análise (Professor/Tutoras *online)* – Aspectos Didáticos e Pedagógicos do processo Ensino-Aprendizagem (parcial)

EIXO TEMÁTICO	CATEGORIA DE ANÁLISE
Inexistência de motivação do Professor/Tutor *online* à Autoavaliação do Aluno	Aspectos Didáticos e Pedagógicos do processo Ensino-Aprendizagem

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Professor Clarêncio e a TO Clara, ao serem indagados se estimulam seus alunos a se autoavaliarem/autorregularem enunciam, a partir de suas práticas docentes, a **Inexistência de motivação do Professor/Tutor *online* à Autoavaliação do Aluno**. Eles respondem no contexto de sala de aula:

> **Prof. Clarêncio** – *"Eu, geralmente, eu não uso um Instrumento de Autoavaliação, mas eu converso com eles quando eu observo que alguns precisam..."*
> **Prof. Clarêncio** – *"[...] no meu caso que trabalho na Educação Pública, na Educação Básica, que nossos estudantes precisam, digamos assim, que precisam de uma certa animação para estudar um pouco mais... Eu faço muito, mas eu não tenho Instrumentos de Autoavaliação no meu rol de Instrumentos que eu utilizo em sala de aula."*
> **TO Clara –** *"Não, acredito que não."*

Segundo Santos (2002) a Autoavaliação deve ser regulada. Para isto o(a) Docente deve motivar que o (a) Discente a exerça. Isto contribuirá para que, num movimento de Metacognição, o sujeito da Aprendizagem a autorregule.

Maciel (2003) corrobora a autora acima citada, ao afirmar que a Autoavaliação só será efetiva para o aprendiz se o docente informar os critérios utilizados para fazer um juízo de valor de suas aprendizagens.

Nesse processo, afirma Santos (2002), a diversificação de tarefas alternativas e o estímulo à Metacognição devem ser realizados. Entre outros Instrumentos, ela cita o Portfolio como um Instrumento de Autoavaliação e Autorregulação. Acrescentamos, também, o Mapa Conceitual (MACIEL, 2017).

Os discentes, por sua vez, como sujeitos do processo Ensino-Aprendizagem que observamos em nossa pesquisa, fizeram enunciações que apontam para a necessidade de que seja mais explorada a Autoavaliação neste processo, dado que ela contribui para a Aprendizagem.

No Quadro 2, apresentamos como ficou constituída a Categoria de Análise (Discentes) – **Aspectos conceituais relacionados à Autoavaliação na Avaliação *online***, a partir dos seguintes Eixos Temáticos: **Ausência de Autoavaliação; Autoavaliação como contribuidora da Aprendizagem; e Inexistência de motivação para Autoavaliação**.

Quadro 2: Categoria de Análises (Discentes) – Aspectos conceituais relacionados à Autoavaliação na Avaliação *online*

EIXOS TEMÁTICOS	CATEGORIA DE ANÁLISE
Ausência de Autoavaliação	Aspectos conceituais relacionados à Autoavaliação na Avaliação *online*
Autoavaliação como contribuidora da Aprendizagem	
Inexistência de motivação para Autoavaliação	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando os alunos de Pré-Cálculo II, foram questionados se se autoavaliavam em relação à sua Aprendizagem matemática e quanto à sua participação no AVA, sobre quem os motivava a fazer a Autoavaliação (no caso de exercitarem), em quais ferramentas do AVA expressavam a Autoavaliação (caso exercitassem) e sobre a contribuição da Autoavaliação para a aprendizagem, os seguintes alunos enunciaram como abaixo, constituindo a **Ausência de Autoavaliação.**

> **D16** – *"Ainda não refleti sobre isso"*.
> **D2** – "*Não*".
> **D16**, **D1 e D22** – *"Nenhuma"*.
> **D18** – "*Não utilizo o AVA para expressar autoavaliação*".
> **D20** – "*Não chego a expressar*".
> **D23**- "*Eu não expresso, fico só para mim, as vezes comento com colegas que não estou indo bem na matéria*".
> **D1** – "*Não me autoavalio*".

Dado que os alunos da EaD *online* são adultos, decerto trazem um histórico de vivência em relação à autoavaliação inexistente na Educação Básica, apesar que, no contexto da Educação Matemática, seja presencial ou *online,* há produções que apontam a necessidade da Autoavaliação em sala de aula que dá suporte à Autoavaliação/Autorregulação da Aprendizagem do aluno (MACIEL, 2003; 2017; SANTOS, 2002).

Faz-se necessário, porém, que os alunos sejam motivados e ensinados para fazer sua Autoavaliação (SANTOS, 2002). Contudo, quando D1 e D21 foram questionados se algo ou alguém os motivava a fazer a Autoavaliação e sobre a repercussão da Autoavaliação para a sua Aprendizagem, respectivamente, fizeram as seguintes enunciações que compuseram a **Inexistência de motivação para Autoavaliação**, nesta Categoria de Análise.

> **D1** – *"Nada me motiva"*.
> **D21** – "*Razoável. Precisando de alguns ajustes ainda, não é fácil se autoavaliar*".

No contexto de uma AFA, seja presencial ou *online*, a Autoavaliação deve ser "[...] valorizada com vista à construção de sujeitos autônomos e emancipados, por se tornarem críticos e participativos, além de conscientes de seu percurso enquanto aprendizes" (MACIEL, 2017, p. 45). Desse modo é importante que o aluno não só seja motivado a se autoavaliar mas, também, ser ensinado a se autoavaliar. Santos (2002) apresenta pistas para que isso seja levado avante pelo Professor.

As falas dos sujeitos acima justificam as enunciações do Professor Clarêncio e da TO Clara no que diz respeito à **Inexistência de motivação do Professor/Tutor *online* à Autoavaliação do Aluno**, anteriormente discutida neste trabalho.

Contudo, independentemente da motivação do Professor e da Tutoras *online*, os alunos abaixo enunciam outras motivações, intrínsecas (ou extrínsecas) para se autoavaliar.

> A Motivação Intrínseca diz respeito ao engajamento do aluno à atividade por ela mesma. [...] Por sua vez, a Motivação Extrínseca se relaciona ao exterior do aprendiz. Uma atividade é realizada, por ele, para atender uma necessidade de terceiros ou mesmo para atender uma exigência social ou familiar. (MACIEL, 2020, p. 231).

Destacamos para este trabalho aquelas enunciações expressadas quando foram .questionados sobre: o quê e quem motiva a fazer a autoavaliação; a contribuição da Autoavaliação para a sua Aprendizagem. As enunciações abaixo, que constituem, parcialmente o Eixo Temático **Autoavaliação como contribuidora da Aprendizagem** desta Categoria de Análise são apresentadas de modo agrupado conforme a natureza da questão feita aos alunos no Questionário *online* desta pesquisa.

> **O quê e quem motiva a fazer a Autoavaliação**
> **D18** – *"[...] Eu apenas me cobro para melhorar meu desempenho".*
> **D21** – *"Minha motivação é saber se estou tendo Aprendizagem de verdade".*
> ***D12*** – *"A vontade de entender e aprender cada vez mais. Pois passei muito tempo parado, digo, sem estudar".*
> **D4** – *"Para poder melhorar mais na minha compreensão por isso sempre me avalio para saber onde estou tento dificuldade".*
> **D9** – *"O compromisso que tenho que apresentar perante as minhas responsabilidades e o comprometimento com o curso e a faculdade".*
> **D11** – *"Os incentivos da turma, do tutor online e o do presencial me motiva muito, por eles hoje posso me autoavaliar.*
> **D20** – *"Aprendi que o amanhã só vai ser melhor se nós nos corrigimos hoje, portanto é parte do aprendizado saber aonde estamos errando para tentarmos minimizar as situações de erros.*

Quando questionados sobre o que ou quem os motivava a fazer a Autoavaliação, os diversos alunos listados apresentam motivações várias de naturezas diferentes. Alguns apresentam uma Motivação Intrínseca (do D18 ao D4) e outros, Motivação Extrínseca (do D9 ao D11) e, por fim o D20 enuncia uma compreensão da relação da Autoavaliação com a Autorregulação (SANTOS, 2002).

> **Contribuição da Autoavaliação para a Aprendizagem**
> **D4** – *"No começo estava voando nos conteúdos devido muito tempo está fora da sala de aula e depois que comecei a reunir com os colegas para fazer grupo de estudo, sinto que estou cada vez melhorando na compreensão dos conteúdos".*
> **D19** – *"A minha Autoavaliação me ajuda a reconhecer os meus defeitos em relação aos meus estudos, e reconhecer onde tenho que melhorar para fortalecer o meu aprendizado e aproveitamento do curso".*
> **D24** – *"A Autoavaliação nos leva a tomadas de decisões e isso representa avanço na Aprendizagem".*

Por último, em relação à **contribuição da Autoavaliação para Aprendizagem** os alunos enunciam a relação entre a Autoavaliação e o sua Aprendizagem. Particularmente, D19 e D24 apresentam em suas enunciações conceitos importantes da AFA, respectivamente: qualificação de pontos fracos e fortes com vista a alcançar a Aprendizagem e a Tomada de Decisão regulatória. E D4 demonstra a importância da interação com os demais nesse processo.

Considerações finais

Os processos cognitivos e metacognitivos, em qualquer área de conhecimento ou ambiente, são fundamentais para a aprendizagem significativa. A participação do Professor nestes processos, motivando e ensinando seus alunos a se desenvolverem de modo autorregulado, motivando sua Autoavaliação, se faz necessário nos processos avaliativos. A Aprendizagem se dá de modo distinto para cada estudante, mas seu modo pode auxiliar seus pares a aprenderem de modo coletivo, respeitando sua identidade. O compartilhamento do modo de aprender, num processo metacognitivo, seja individualmente para o Professor, como coletivamente para a classe, presencial ou virtual, é fundamental para quem aprende um conteúdo, pois assim, aprende-se também a ensinar.

Se o formador (a) de professores (as) estimula a Autoavaliação, estará contribuindo com a Aprendizagem de quem se beneficia de sua prática docente, com impacto na formação de discentes da Educação Básica.

Há que se implementar outras pesquisas na EaD *online* sobre o impacto da Autoavaliação no processo Ensino-Aprendizagem, levando em conta docentes com formação em Avaliação e sobre o uso dos diversos recursos *online* que a favorecem no cotidiano discente.

Finalmente, entendemos que esta discussão sobre a Avaliação, no âmbito das licenciaturas, como fórum, ou mesmo em disciplinas de cursos de formação docente, inicial ou continuada, deve ser fomentada e retroalimentada em periódicos científicos, bem como em eventos científicos, onde deve ser dado a ela um lugar de revelância entre as temáticas gerais.

Referências

ALLAL, L. **Estratégias de Avaliação Formativa**: concepções psicopedagógicas e modalidades de aplicação: *In*: Avaliação num ensino diferenciado - Atas do colóquio realizado na Univ. de Genebra, março 1978. Coimbra: Livraria Almedina, 1986, p. 175-209.

ANDRETTA, I. *et al*. Metacognição e Aprendizagem: como se relacionam? **Psico**, *Porto Alegre, PUCRS*, v. 41*, n. 1, pp. 7-13, jan./mar. 2010. Disponível em:*

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BORUCHOVITCH, E. Autorregulação da aprendizagem: contribuições da psicologia educacional para a formação de professores. ***Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional****, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 401-409, set./dez. 2014.*

COSTA, C. J.; DURAN, M. R. C. A Política Nacional de Formação de Professores entre 2005 e 2010: a nova Capes e o Sistema Universidade Aberta do Brasil. **RBPG**, Brasília, v. 9, n. 16, p. 263-313, abr. 2012.

FERNANDES, D. Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens. **Est. Aval. Educ.**, São Paulo, v. 19, n. 41, p. 347-372, set./dez. 2008.

GARCÍA ARETIO, L. Historia de la educación a distancia. **RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia**, [S.l.], v. 2, n. 1, p. 8-27, ene. 1999.

GARCÍA ARETIO, L. **Por qué va ganando la educación a distancia?** Madrid: UNED, 2009.

DIAS, C.; SANTOS, L. Portefólio reflexivo de matemática enquanto instrumento de autorregulação das aprendizagens de alunos do ensino secundário. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa – Relime**, v. 19, n. 2, p. 187-216, 2016.

KENSKI, V. M. Avaliação e acompanhamento da aprendizagem em ambientes virtuais, a distância. *In*: MILL, D. R. S.; PIMENTEL, N. M. (org.). **Educação a distância**: desafios contemporâneos. São Carlos: EdUFSCar, 2010. p. 59-67.

KENSKI, V.; OLIVEIRA, G. P.; CLEMENTINO, A. Avaliação em movimento: estratégias formativas em cursos *online*. *In*: SILVA, M.; SANTOS, E. (org.). **Avaliação da aprendizagem em educação *online***. 3. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2014. p. 79-89.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisas em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. reimpressão. Rio de Janeiro: EPU, 2018.

MACIEL, D. M. **A avaliação no processo ensino-aprendizagem de matemática, no ensino médio**: uma abordagem formativa sócio-cognitivista. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 2003.

MACIEL, D. M. Avaliação Formativa e os Instrumentos Metacognitivos de Avaliação em Educação Matemática: uma ajuda efetiva ao ensino e à aprendizagem. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 56, p. 39-56, out./dez. 2017. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/847. Acesso em: 30 ago. 2021.

MACIEL, D. M. **Aspectos da Avaliação online no contexto de uma disciplina de um curso de Licenciatura em Matemática a distância**. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/191981. Acesso em: 30 ago.2021.

PAULIN, J. F. V. **Educação a distância *online***: potencialidades para a formação de professores que ensinam matemática. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

SANTOS, L. Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como? *In*: ABRANTES, P.; ARAÚJO, F. (org.). **Avaliação das Aprendizagens**: das concepções às práticas. Lisboa: Ministério da Educação-Departamento do Ensino Básico, 2002. p. 75-84.

VILLAS BOAS, B. M. F; SOARES, S. L. O lugar da avaliação nos espaços de formação de professores. **Cad. Cedes**, Campinas, v. 36, n.99, p. 239-254, maio/ago. 2016.

GT 09 - Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática

A Concepção de Igualdade de Estudantes do 5º Ano: um diagnóstico

The conception of equality for 5th grade students: a diagnosis

Vera Lucia Merlini
Universidade Estadual de Santa Cruz-UESC
vlmerlini@uesc.br

Nayana Silva Santos Araújo
Secretaria de Educação da Bahia
nayana.araujo@enova.educacao.ba.gov.br

César Teixeira
Universidade Federal do Sul da Bahia-UFSB
cesarteixeira@ufsb.edu.br

Resumo
O objetivo desse estudo é investigar o desempenho e a concepção de igualdade que estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental apresentam ao responderem problemas envolvendo a equação do primeiro grau. Ponte, Branco e Matos asseveram que é necessário não somente introduzir o conceito de equação, como também fazê-lo de forma que os alunos compreendam também os princípios de equivalência a partir da resolução dessas equações. Schliemann, Carraher e Bizuela apontam que as dificuldades encontradas pelos estudantes se acentuam por conta da ruptura entre a Aritmética e a Álgebra. Um dos pontos que é colocado pelos autores diz respeito às notações utilizadas na Aritmética e na Álgebra que são utilizadas de formas diferentes e, dentre elas, o sinal de igual. Eles afirmam que este sinal é tido como uma notação unidirecional, que produz um resultado, em contrapartida na Álgebra a igualdade é bidirecional. Ponte, Branco e Matos destacam alguns significados do sinal de igual, contudo para efeito deste estudo foi limitado a dois deles, de operador e de equivalência. Trata-se de um estudo diagnóstico, e os colaboradores da pesquisa foram estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental, totalizando 99 alunos de duas escolas da rede pública municipal do Sul da Bahia. Os principais resultados quanto ao desempenho os estudantes tiveram melhor desempenho nas questões as quais o sinal de igual tinha como significado de operador. Quanto à concepção concebem o sinal de igual como processual e unidirecional. Embora para o ano escolar destes estudantes participantes não seja previsto trabalhar com a equação que implica na concepção estrutural, houve acertos em todos os quatro itens apresentados. De certa forma, esse é um dado positivo visto que é possível trabalhar dentro da Aritmética conceitos de equivalência que remetem à Álgebra.

Palavras-chave: Aritmética; Álgebra; Equação; Equivalência; Ensino Fundamental.

Abstract
The aim of this study is to investigate the performance and conception of equality that students in the 5th year of elementary school have when answering problems involving the equation of elementary school. Ponte, Branco and Matos assert that it is necessary not only to introduce the concept of equation, but also to do it so that students also understand the equivalence principles based on the solution of these equations. Schliemann, Carraher and Bizuela point out that the difficulties encountered by the students are accentuated due to the rupture between Arithmetic and Algebra. One of the points raised by the authors concerns the notations used in Arithmetic and Algebra that are used in different ways and, among them, the equal sign. They claim that this sign is taken as a unidirectional notation, which produces a result, whereas in Algebra the equality is bidirectional. Ponte, Branco and Matos highlight some meanings of the equal sign, however for the purpose of this study it was limited to two of them, operator and equivalence. This is a diagnostic study, and the research collaborators were students from the 5th year of elementary school, totaling 99 students from two public municipal schools in southern Bahia. The main results regarding the performance of the students had better

performance in the questions in which the equal sign had the meaning of operator. As for the design, they conceive the equal sign as procedural and unidirectional. Although for the school year of these participating students it is not planned to work with the equation that implies the structural design, all four items presented were correct. In a way, this is a positive fact since it is possible to work within Arithmetic concepts of equivalence that refer to Algebra.

Keywords: Arithmetic; Algebra; Equation; Equivalence; Elementary School.

Introdução

O objetivo desse estudo é investigar o desempenho e a concepção de igualdade que estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental apresentam ao responderem problemas envolvendo a equação do primeiro grau. A Equação do 1º grau, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), é trabalhada no 8º ano do Ensino Fundamental, embora este mesmo documento traz alguns posicionamentos a esse respeito.

> Nessa perspectiva, é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como [...] propriedades da igualdade. [...] A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se 2 + 3 = 5 e 5 = 4 + 1, então 2 + 3 = 4 + 1. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. (BRASIL, 2017, p.268).

De acordo com o documento oficial é importante trabalhar o sinal de igual também como sendo uma relação de equivalência, além da indicação, um comando da operação a ser realizada. Essa compreensão do sinal de igualdade poderá contribuir para que o estudante não apresente dificuldade ao se deparar com equações algébricas que são trabalhadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Além disso, reconhecer que o resultado da operação poderá estar tanto à direita (comumente é assim apresentado) quanto à esquerda do sinal de igualdade.

A esse respeito, Booth (1995) afirma que na Aritmética, o símbolo de igual geralmente é tido como unidirecional, precedendo o resultado de uma resposta numérica. Na Álgebra esse sinal deve ser trabalhado de forma bidirecional, indicando assim uma relação de equivalência. Essa nova perspectiva do sinal de igual faz com que estudantes apresentem dificuldades na passagem da Aritmética para a Álgebra.

A relação de equivalência é relevante tendo em vista que a utilização do princípio de equivalência (aditivo e multiplicativo) permite passarmos de uma equação para outra equivalente. Embora seja possível adivinhar o valor do termo desconhecido da equação (incógnita), a mesma estratégia utilizada na história, conhecida como o método da falsa posição, ela é pontual na medida em que a solução da equação não pertença ao conjunto dos números Naturais. Um exemplo poderia ser $2x + 15 = 8$, cuja resposta $\left(-\frac{7}{2}\right)$ pertence ao conjunto dos números Racionais e negativo.

Desse modo, conforme Ponte, Branco e Matos (2009), é necessário não somente introduzir o conceito de equação, como também fazê-lo de forma que os alunos compreendam também os princípios de equivalência a partir da resolução dessas equações. Por isso, os autores defendem o uso do modelo de balanças de dois pratos para o ensino das equações com vistas na compreensão da equivalência, afirmando "O uso deste modelo facilita a compreensão da operação de eliminar o mesmo termo de ambos membros e também a operação de multiplicar ambos os membros por um número positivo" (PONTE, BRANCO; MATOS, 2009, p. 95). No entanto é preciso ter cautela com o uso desse tipo de modelo, pois Lins e Gimenez (2006) salientam que ele possui limitações em relação a certas situações como é o caso de equações que envolvem números inteiros negativos.

Nesse sentido, alguns pesquisadores, como Schliemann, Carraher e Bizuela (2007), asseveram que as dificuldades encontradas pelos estudantes se acentuam por conta da ruptura entre a Aritmética e a Álgebra. Para eles, isso não significa que devemos facilitar essa transição, mas sim, desde o início da escolaridade elas possam estar interligadas. Um dos pontos que é levantado diz respeito às notações utilizadas na Aritmética e na Álgebra que são utilizadas de formas diferentes e, dentre elas, o sinal de igual. Eles afirmam que este sinal é tido como uma notação unidirecional, que produz um resultado, em contrapartida na Álgebra a igualdade é bidirecional.

Isso posto, trouxemos para a discussão o sinal de igualdade, suas propriedades e seus significados.

O papel do sinal de Igualdade na Matemática

Para darmos início à discussão a respeito do sinal de Igualdade trouxemos a definição da Matemática a respeito da relação de equivalência. Uma relação R em A diz-se relação de equivalência se possuir as seguintes propriedades: (i) *reflexiva:* aRa, para todo $a \in A$; (ii) *simétrica:* se a, $b \in A$ e aRb, então bRa; (iii) *transitiva:* para a, b, $c \in A$, se aRb e bRc, então aRc.

Nesse sentido, Ponte, Branco e Matos (2009) destacam a importância do papel que a igualdade desempenha na Matemática, e que seu significado está mais alinhado ao da relação de equivalência em comparação ao da identidade, pois nessa última um objeto, seja qual for, só será idêntico a ele mesmo. Na relação de equivalência a igualdade está atrelada a uma certa propriedade. Desse modo, os autores abordam que

> Em termos matemáticos, a relação de igualdade é uma relação de equivalência. Isso quer dizer que é simétrica (se $a = b$ então $b = a$, para quaisquer elementos a e b), é reflexiva ($a = a$, para todo o elemento a) e é transitiva (se $a = b$ e $b = c$, então a = c para quaisquer elementos a, b e c) (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p.19).

Nesse contexto temos que o sinal de igualdade não se restringe à reflexividade (identidade), existem casos nos quais os termos à esquerda e à direita do sinal de igual são distintos, contudo há uma relação de equivalência. A título de exemplo, a expressão numérica $3 + 6 = 5 + 4$, embora as parcelas da adição à esquerda do sinal de igual serem diferentes das duas parcelas à direita, elas são equivalentes, pois indica que se tivermos um conjunto com três elementos e juntarmos com outros seis elementos obtemos um conjunto de nove elementos. De forma análoga, ao juntarmos um conjunto de cinco elementos com outro conjunto de quatro elementos, o resultado obtido também será um conjunto de nove elementos.

Os autores ainda ressaltam que o sinal de igual é apresentado aos estudantes nos primeiros anos escolares, como sendo o resultado de uma operação. Além disso, o resultado está, comumente, à direita do sinal. Desse modo, é preciso que o professor promova outros significados para o sinal de igualdade, além daquele que representa que $a + b = c$. Ponte, Branco e Matos (2009) recomendam instigar os estudantes para que possam reconhecer outras formas de representação do 8 a partir de igualdades numérica, como por exemplo:

$$8 = 0 + 8;\ 8 = 1 + 7;\ 8 = 2 + 6;\ 8 = 3 + 5;\ 8 = 4 + 4;\ 8 = 5 + 3;\ 8 = 6 + 2;\ 8 = 7 + 1;\ 8 = 8 + 0$$

Além dessa representação, fazer com que os estudantes investiguem as diferentes decomposições dos números, a partir de expressões numéricas, como por exemplo a decomposição em duas parcelas que compõem o número 8:

$$0 + 8 = 1 + 7 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2 = 7 + 1 = 8 + 0$$

Neste caso é preciso ficar atento, pois o sinal de igual sempre representa a equivalência entre a expressão anterior e a posterior dele, ou seja, isso denota que o primeiro termo deverá ser igual ao último termo.

É preciso destacarmos a respeito dos princípios de equivalência: o princípio aditivo da igualdade – ao adicionar ou subtrair uma mesma expressão aos dois membros da igualdade obtemos uma equação equivalente à original, prevalecendo a igualdade; o princípio multiplicativo da igualdade – ao multiplicar ou dividir por uma mesma expressão (diferente de zero e que não tenha incógnita) os dois membros da igualdade, obtemos uma equação equivalente à original, que ainda mantém a igualdade (SANGIORGI, 1963).

Ponte, Branco e Matos (2009) asseguram que o sinal de igual ainda pode ser visto como processual e estrutural, o que distingue o pensamento aritmético do pensamento algébrico. Para Kieran (1981) O pensamento aritmético caracteriza-se por realizar operações e buscar um resultado numérico (processual). Por outro lado, o pensamento algébrico caracteriza-se por conceber estruturalmente os números, as operações como números e de outros objetos matemáticos (estrutural). Em síntese, o sinal de igual do ponto de vista processual nos remete à realização de uma operação, e no que se refere ao estrutural este indica uma relação de equivalência. Destacamos um exemplo que pode auxiliar a diferenciar o sinal de igual processual e estrutural. É natural para estudantes no início da escolaridade deparar como uma expressão numérica como 8 + 4 = 12 e a leitura que fazem é "oito mais quatro dá doze", o sinal de igual do ponto de vista processual induz a fazer a adição e apresentar o resultado. Nesse caso, os estudantes realizam a operação de forma sequencial, da esquerda para direita, pois o sinal de igual é tido como se fosse algo que separa o resultado a partir dos valores numéricos anteriores. Os autores trazem a resposta dada por um estudante do 2º ano da seguinte forma: 5 + 5 = 10 + 5 = 15. De acordo com Falkner, Levi e Carpenter (1999), em uma pesquisa os estudantes deveriam escolher entre 7, 12, 2 e 17 um número que tornasse verdadeira a expressão numérica 8 + 4 = ___ + 5. A resposta correta seria 7, contudo a maioria dos estudantes indicou 12, ou seja, a concepção processual do sinal de igual prevalece na maioria dos estudantes dos primeiros anos de escolaridade.

Ponte, Branco e Matos (2009) destacam alguns significados do sinal de igual, contudo para efeito deste estudo nos limitaremos a dois deles, de operador e de equivalência. O primeiro deles indica uma operação a ser realizada e seu resultado, em situações aritméticas como 8 × 4 = 32 ou ainda em simplificação de expressões algébricas como $2x - 5(2 - x) = 7x - 10$. O segundo indica uma equivalência 3 + 6 = 5 + 4 ou $(a-b)^2 = (a+b)(a-b)$, sendo que esta última igualdade é válida para quaisquer valores que a e b assumam. Ainda em relação a esse significado, o sinal de igual identifica uma possibilidade de equivalência entre expressões para certos casos. Exemplificando, para algum valor de x os termos da expressão $2x - 5 = 1$ podem ser equivalentes.

Procedimentos Metodológicos

Apresentamos a seguir os procedimentos metodológicos que balizaram esta pesquisa. Trata-se de um estudo de caráter diagnóstico, que conforme Rudio (2001), é uma pesquisa descritiva na qual o pesquisador busca conhecer e interpretar a realidade, mas sem alterá-la. A metodologia é descritiva, pois para Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 70) ela descreve e caracteriza com detalhes a situação analisada.

Por ser um estudo diagnóstico, a fim de compreender melhor o raciocínio dos estudantes, de acordo com as respostas registradas nos protocolos, escolhemos uma amostra para realizarmos a entrevista semiestruturada. O critério de escolha dessa amostra para entrevista se deu a partir das respostas que favoreceriam o entendimento do raciocínio, cujo registro no papel não foi suficiente para explicitá-lo. De acordo com Delval (2002), nessa entrevista, são efetuados questionamentos básicos comuns para todos os estudantes dessa amostra e, de acordo com a reposta obtida, é possível ampliar e complementar, retornando ao tema estabelecido inicialmente. No roteiro básico para essa entrevista continha algumas perguntas como por exemplo: “Como você pensou para responder?; Se você fosse responder agora essa questão você trocaria sua resposta?”

Quanto aos colaboradores da pesquisa foram estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental, totalizando 99 alunos de duas escolas da rede pública municipal do Sul da Bahia. Ambas escolas funcionam em dois turnos, matutino e vespertino, e trabalham somente com turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º), sendo que a opção de escolha por elas deu-se pela acessibilidade.

A aplicação do instrumento diagnóstico foi realizado pela pesquisadora que leu duas vezes cada uma das nove questões. Ao terminar a leitura, a pesquisadora determinava um tempo para que os estudantes pudesse resolver e quando a maioria respondia ela passava para a próxima questão. Os estudantes responderam de forma individual e sem apoio de qualquer material, além do lápis e borracha. Para este estudo analisaremos somente os quatro itens da Questão 8, Q8a, Q8b, Q8c e Q8d, apresentada no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1: Questão 8 do instrumento de pesquisa

Q8: Complete os quadradinhos de forma que as igualdades sejam verdadeiras: a) $4 + 5 = \square$ b) $8 + 4 = \square + 5$ c) $\square = 9 + 5$ d) $7 + \square = 6 + 4$

Fonte: Araújo (2020, p.60)

Nos itens Q8a e Q8c, o significado da igualdade é tido como operador ao passo que nos itens Q8b e Q8d é equivalência. Quanto aos procedimentos faremos um estudo estatístico relativo ao desempenho assim como a análise da concepção do sinal de igualdade dos estudantes, de acordo com o aporte teórico que trouxemos.

Discussão e análise dos dados

Para a discussão e a análise dos dados faremos um estudo estatístico relativo ao desempenho assim como a análise da concepção do sinal de igualdade dos estudantes, de acordo com o aporte teórico que trouxemos. Relembramos que foram 99 estudantes de escola da rede municipal que responderam os quatro itens da Q8, totalizando assim 396 possíveis respostas. Os dados da Tabela 1 mostram a frequência de acertos por item da Q8.

Tabela 1: Frequência e percentual de acertos por item da Q8

Itens	Q8a	Q8b	Q8c	Q8d	Total
Acertos	93	3	69	14	179
n = 99	93,9%	3%	69,7%	14,1%	45,2%

Fonte: Dados da pesquisa

A partir dos dados, apresentados na Tabela 1, observamos que de um total de 396 respostas possíveis, obtivemos 179 acertos, o que equivale a 45,2% de respostas corretas. No entanto, ao analisarmos item a item observamos que eles não tiveram desempenho homogêneo, uma vez que os alunos alcançaram tanto nível de teto (Q8a) quanto nível de chão (Q8b). Esse resultado nos remete ao modo como o estudante compreende o sinal de igualdade durante o aprendizado aritmético, sendo que esta compreensão pode vir a contribuir para o sucesso ou a dificuldade dos alunos no entendimento futuro da Álgebra (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Diante desses dados, fizemos análise estatística de acordo com o significado da igualdade do item, entre o significado operador (Q8a e Q8c) e o significado equivalência (Q8b e Q8d). Como resultado observamos que esta diferença foi significativa, de acordo com o teste Qui-quadrado, $\left(\chi^2_{(1)} = 214{,}348; p = 0{,}000\right)$. De fato, os estudantes tiveram melhor desempenho nos itens do significado operador, resultados semelhantes àqueles encontrados na pesquisa realizada por Falkner, Levi e Carpenter (1999).

Embora o percentual de acerto, que os estudantes atingiram nos itens do significado operador, ultrapassar a marca de 69%, observamos uma diferença de 24,2 pontos percentuais a favor do item Q8a em relação ao Q8c. Verificamos que esta diferença é significativa segundo o teste Qui-quadrado ($\chi^2_{(1)} = 19{,}556;\ p = 0{,}000$).

Ao analisarmos os dados obtidos dos itens Q8b e Q8d referentes ao significado do sinal de igual como equivalência, observamos que a diferença de desempenho entre eles foi de 11,1 pontos percentuais. Esta diferença é também é significativa segundo o teste Qui-quadrado ($\chi^2_{(1)} = 7{,}786;\ p = 0{,}005$). Apesar de considerarmos o desempenho dos estudantes nesses dois itens como baixo (3% e 14,1%) ainda assim é possível inferir que os estudantes apresentam melhor desempenho nos itens cujas lacunas estão localizadas após o sinal de igualdade.

Se levarmos em conta que os estudantes, no geral, tiveram melhor desempenho no item Q8a, no qual o sinal de igual seguiu a forma direcional e sequencial (KIERAN, 1981; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009), diante do resultado obtido no item Q8d, cujo quadradinho (incógnita) está localizado no primeiro membro da equação, em relação ao obtido no Q8b inferimos que o instrumento diagnóstico possibilitou a aprendizagem. É possível que o estudante ao responder o item Q8d passa a observar a relação de equivalência entre os dois membros, uma vez que este foi o último item a ser respondido. Contudo, para que possamos afirmar que de fato houve aprendizagem, seria necessário que os itens da Q8 fossem randomizados, o que sugere uma nova investigação.

Dentre os quatro itens, destacamos o item Q8c para analisá-lo separadamente. De acordo com os dados da Tabela 1, os estudantes alcançaram a marca próxima a 70% de acerto e, do nosso ponto de vista, é tido como um bom desempenho. Contudo, nos intrigou o fato de uma adição de duas parcelas, cujos números têm apenas um dígito, qual seria o raciocínio utilizado para responder de forma equivocada essa operação, aparentemente, tão simples.

Apesar da maioria dos estudantes (69,7%) ter acertado este item, algumas respostas tidas como erradas nos chamaram a atenção, e é sobre elas que discutiremos. Sete alunos deram como resposta a esse item o número 9 ou duas parcelas cujo resultado fosse 9 (4+5; 5+4; 8+1). Com relação à resposta 9, podemos inferir que, embora seja uma resposta incorreta, ela nos remete a uma das propriedades da Equivalência que é a reflexiva (a = a, para todo o elemento a). No que se refere às outras respostas (4+5; 5+4; 8+1) uma razoável justificativa seria que para o aluno o sinal de igualdade é tido como unidirecional que precede um resultado (BOOTH, 1995), desprezando a operação que está no segundo membro da equação.

Das respostas dadas como sendo o 4, o aluno poderia ter dado essa resposta por pensar no complemento do número 5, mas não poderíamos afirmar com certeza sem a entrevista, então retornamos à escola e entrevistamos os dois alunos. Segue a transcrição do extrato da entrevista com o estudante por nós denominado como A30.

Pesquisadora: Nessa questão (Q8c) era para completar o quadradinho, então era quadradinho é igual a 9 + 5 e você colocou no quadradinho o número 4. O que você pensou pra colocar esse valor? Por que você acha que é 4 a resposta?
Aluno (A30): É porque 5 mais 4 é 9
Pesquisadora: Ah que legal! Agora eu entendi!

Como podemos observar, o estudante A30 admite que após o sinal de igual, necessariamente, será o resultado da operação. Esse tipo de resolução representa a ideia expressa que para o estudante após o sinal de igual terá o resultado. Esse resultado condiz com as ideias expressas por Kieran (1981) e Ponte, Branco e Matos (2009) ao afirmarem que para os estudantes a operação é tida como sequencial e unidirecional.

Nesse mesmo item, um dos estudantes registrou como resposta dois valores, zero no lugar do quadrado e 14 após a operação 9 + 5 e outro deu como resposta também dois valores, 5 no lugar do quadrado e 14 após a operação 9 + 5. A partir dos registros é observável que os dois estudantes acertam o resultado da operação da adição, mas não admitem que a resposta venha antes da operação. Novamente temos que o sinal de igualdade é tido como sequencial e unidirecional (KIERAN, 1981; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009), uma vez que ambos acrescentam o sinal de igual depois do número 5 e coloca o resultado 14.

Vamos analisar as respostas registradas no papel e no extrato da entrevista da estudante A9 no item Q8d detalhada a seguir.

Pesquisadora: Por que você colocou o número 10 dentro desse quadradinho?
Aluna (A09): Porque seis mais quatro é igual a 10.
Pesquisadora: Mais aqui o quadrado está antes do igual, ou seja, o quadrado é igual a seis mais quatro e você falou que seis mais quatro é igual a 10, está certo isso? O que você acha?
Aluna (A09): Tá certo! Se seis mais quatro é igual a 10, então 10 pode ser igual a seis mais quatro! Ta certo sim!
Pesquisadora: Mas, e esse 7 na frente do dez?
Aluna (A09): Ele não usa, não serve.
Pesquisadora: Muito bem! Obrigada!

A partir das respostas dadas pela estudantes A09 observamos que ela até admite que o sinal de igualdade seja anterior à operação, o que quebra a igualdade como sequencial e unidirecional, uma vez que ela coloca o resultado da operação do segundo membro no quadradinho que está no primeiro membro da equação. Contudo, ela despreza a operação que está no primeiro membro da equação, levando em conta tão somente o quadradinho que está próximo da igualdade.

Considerações finais

Retomando o objetivo deste estudo que foi investigar o desempenho e a concepção de igualdade que estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental apresentam ao responderem problemas envolvendo a equação do primeiro grau, no que diz respeito ao significado atribuído ao sinal de igual, a partir da análise dos dados trouxemos algumas considerações.

Quanto ao desempenho, os resultados apontam que os estudantes tiveram melhor desempenho nas questões as quais o sinal de igual tinha como significado de operador em detrimento àquelas de significado de equivalência. Dentre as duas questões de significado operador, a que os estudantes atingiram maior desempenho foi quando o resultado deveria ser colocado à direita do sinal de igual.

Quanto à concepção dos estudantes em relação do sinal de igual é que eles concebem o sinal de igual como processual e unidirecional, desse modo, o sinal de igual assume o significado de operador e a resposta fica a sua direita.

Os resultados encontrados nos itens que categorizamos com o significado equivalência, revelaram que alguns estudantes até admitem colocar o resultado à esquerda do sinal de igualdade, concebendo o sinal como bidirecional, contudo desprezam todo o restante que também faz parte do primeiro membro.

Outrossim, apesar da quantidade de estudantes de nossa amostra não permitir a generalização, ao compararmos nossos resultados com aqueles encontrados em pesquisas análogas, eles são próximos. Isso nos leva a concluir que é preciso discutir no contexto escolar a igualdade, não somente com o significado operador mas também como equivalência, visando a ampliação conceitual. Essa ampliação passa, primeiramente, pelo professor e isso implica na necessidade de Formação de Professores que aborde o sinal de igual como processual e estrutural, distinguindo o pensamento aritmético do pensamento algébrico.

Um resultado que não foi discutido, mas que levamos em conta é que, embora para o ano escolar destes estudantes participantes não seja previsto trabalhar com a equação que implica na concepção estrutural, tivemos acertos em todos os quatro itens apresentados. De certa forma, esse é um dado positivo visto que é possível trabalhar dentro da Aritmética conceitos de equivalência que remetem à Álgebra.

Referências

ARAÚJO, N.S.S. **Equação do 1º grau:** A compreensão da equivalência nos anos iniciais. 2020. 118f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) –Universidade Estadual de Santa Cruz-UESC, Ilhéus, 2020.

BOOTH, L. Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A.P. (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, p. 23-26.

DELVAL, J. **Introdução à prática do método clínico:** Descobrindo o pensamento das crianças. Porto Alegre: Artmed, 2002.

FALKNER, K. P.; LEVI, L.; CARPENTER, T. P. Children's understanding of equality: A foundation for algebra. **Teaching Children Mathematics**, Vol.6: Issue 4, 1999. 232-236

FERREIRA, J. **A Construção dos Números**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

KIERAN, C. Concepts associated with the equality symbol. In: **Educational Studies in Mathematics,** 12, 1981. p. 317-326.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas: Papirus, 2006.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa cientifica**. 4.ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática para a 2a série ginasial**. 95a ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1963.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: From Children's Ideas to Classroom Practice. 1a ed. USA: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

A Corporeidade e a Linguagem na Produção de Significados para Matemática

Embodiment and Language in the Production of Meanings for Mathematics

Janete Bolite Frant
Universidade Federal do Rio de Janeiro
janetebf@gmail.com

Fabiane Guimarães Vieira Marcondes
Universidade Federal do Rio de Janeiro/ Instituto Federal de São Paulo
fabigvmarcondes@gmail.com

Resumo
Este artigo discute a produção de significados matemáticos a partir das Teorias da Cognição Corporificada e da Linguagem. Ressaltamos que a linguagem aqui é entendida em suas diversas manifestações, oral, escrita, pictórica e gestual. A Teoria da Cognição Corporificada, de acordo com linguistas cognitivos, parte do pressuposto que não há ruptura cartesiana entre mente e corpo, a mente é inerentemente corporificada. O nome "corporificada", em geral, produz a ideia de que o foco está exclusivamente em ações corporais, o que não é bem assim, atividades semânticas, de linguagem, também são pesquisadas. Segundo essa teoria, muitas vezes, pensamos e agimos quase automaticamente. Por isso, para compreendermos o nosso sistema conceitual, o que ocorre no pano de fundo, utilizamos as diferentes manifestações da linguagem, pois elas são importantes fontes de evidência. E diante disso, para elaborarmos ambientes interativos e para entendermos o que, como e porque algo foi falado usamos o Modelo da Estratégia Argumentativa. Ilustramos as reflexões teóricas discutindo resultados de duas pesquisas fundamentadas nestas teorias, que utilizaram a metodologia do Design Research e tiveram em comum um ambiente virtual colaborativo de aprendizagem. Como resultados temos que a produção de significados ocorre na participação via interações discursivas, aprendemos participando num grupo, e se queremos olhar para a produção de significados é necessário observar contextos de aprendizagem que permitam o diálogo e a interação.

Palavras-chave: Teoria da Cognição Corporificada, Modelo da Estratégia Argumentativa, Participação, Interação

Abstract
This article discusses the production of mathematical meanings using the theories of Embodied Cognition and Language. We emphasize that the language here is understood in its various manifestations, oral, written, pictorial and gestural. The Embodied Cognition Theory, according to cognitive linguists, assumes that there is no Cartesian rupture between mind and body, mind is inherently embodied. The name "embodied", in general, produces the idea that the focus is exclusively on bodily actions, which is not quite true, semantic activities, as language, are also researched. According to this theory, we often think and act almost automatically. Therefore, to understand our conceptual system, what happens in the background, we use different manifestations of language, as they are important sources of evidence. And to elaborate an interactive environment and understand what, how and why something was said we use the Argumentative Strategy Model. We illustrate the theoretical reflections by discussing the results of two researches based on these theories, which were developed using the Design Research methodology and had in common a collaborative virtual learning environment. The results show that the production of meanings occurs in participation via discursive interactions, we learn by participating in a group, and if we want to look at the production of meanings, it is necessary to observe learning contexts that allow for dialogue and interaction.

Keywords: Embodiment Cognition, Argumentative Strategy Model, Participation, Interaction

Introdução

Apresentaremos após a introdução, brevemente, a Teoria da Cognição Corporificada e estudos sobre Linguagem, em particular o Modelo da Estratégia Argumentativa, e em seguida alguns exemplos retirados de pesquisas utilizando essas teorias.

Iniciamos afirmando que o discurso da modernidade, característico das ciências, se pautou, e pauta, em um estilo asséptico e impessoal, por exemplo expressões como “sabe-se que”, "define-se" entre outras são utilizadas, o sujeito não aparece na frase, é alguém abstrato. Rompendo com essa visão e trazendo o sujeito de volta a cena, encontramos uma nova proposta, um novo paradigma, a Teoria da Cognição Corporificada. A não separação corpo-mente fala de um corpo que emerge da nossa experiência social, cultural e histórica, em contextos específicos, bem localizados. Damásio (1996), afirma que o cérebro humano e todo o corpo constituem um organismo indissociável. Diante disso, nossas experiências no e com o ambiente, seja escolar ou não, influenciam nosso modo de agir e pensar no mundo.

O papel do corpo para produção de significados e a linguagem já eram propostos nos trabalhos de Merleau-Ponty e John Dewey, mas muitas pesquisas sobre os processos de ensino e aprendizagem de matemática ainda mantém o corpo ignorado. E apesar do corpo vir ganhando espaço num novo paradigma é fato que ainda ressoam na educação, no ambiente de aulas de matemática a ideia da "objetividade" retirando o sujeito das ações.

Neste contexto descorporificado, objetos matemáticos, são entidades platônicas, focadas em suas definições. Nós compartilhamos com Sfard (2008), que afirma que a Matemática é um discurso e aprender Matemática é participar desse discurso. Aprender é compartilhar ideias, opiniões, agir, praticar, discursar, comunicar, é, portanto, participar de uma comunidade que possui suas normas particulares. Nesta perspectiva vemos os conceitos matemáticos e a aprendizagem como fenômenos do discurso e não como objetos mentais.

Teoria da Cognição Corporificada e Linguagem

A Teoria da Cognição Corporificada que utilizamos se apoia principalmente, mas não exclusivamente, nos trabalhos de George Lakoff e Mark Johnson. Embora não o abordaremos nesse artigo, é importante notar que um dos livros seminais sobre a mente corporificada foi "The Embodied Mind" de autoria de Francisco Varela, Evan Thompson e Eleanor Rosch.

Lakoff e Johnson (1999), chamaram a primeira geração da ciência cognitiva de descorporificada. Filósofos tradicionais americanos e europeus não olharam para o corpo como importantes para a estrutura da mente, utilizavam teorias que não valorizavam, e até desprezavam a corporificação, considerada por eles demasiadamente subjetiva, perdendo a objetividade.

A abordagem descorporificada na matemática se deveu a grande influência dos trabalhos de Gottlob Frege. Frege trabalhou como professor de matemática na Universidade de Jena, e ficou conhecido, por muitos, como o pai da filosofia analítica, com trabalhos voltados preferencialmente para a filosofia da linguagem, lógica e matemática. Frege (1892, apud Johnson, 2017), tratava a noção de significado como algo separado do corpo. Fazendo forte distinção entre: signo (palavra ou expressão), referência (o objeto ou estado das coisas), sentido (entendimento objetivo ou modo de apresentação da referência) e quaisquer ideias associadas subjetivas que podem ser provocadas na mente individual por um signo.

Julia Kristeva (1969), traz uma visão diferente para a filosofia da linguagem, e para estudar a linguagem:

> [...] é necessário conhecer tanto a linguagem vocal, como a escrita, tanto a língua quanto o discurso, a sistemática interna dos enunciados e a sua relação com os sujeitos da comunicação, a lógica das mudanças históricas. (KRISTEVA, 1969, p.23).

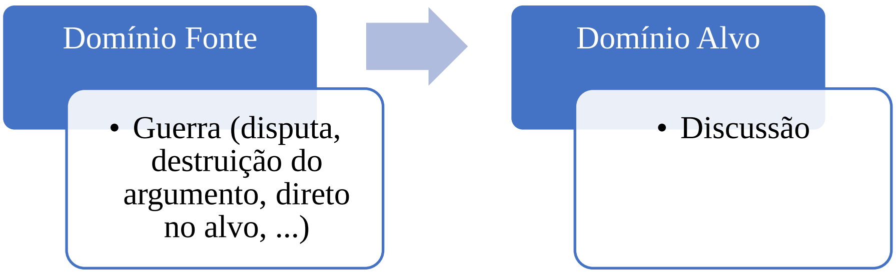
Segundo esta autora, o sujeito discursa, participa, e se forma junto com o outro. Em Johnson (2017), ele afirma que linguagem e significado são moldados pela natureza e experiência dos nossos corpos, o ambiente que habitamos, a comunicação com os outros e por emoções e sentimentos.

Johnson (2017), reflete que dependendo de como é o nosso corpo, teremos padrões de percepção e ação relativos à nossa natureza e ao mundo que habitamos. A constituição de nossos corpos impacta no que chamamos, por exemplo, de frente. A forma que experimentamos o nosso corpo como tendo frente e costas, projetamos as relações para o ambiente que vivemos, falamos de frente da casa, costas de objetos e automóveis, direção de um movimento e outros. Experimentamos padrões regulares recorrentes (metáforas orientacionais) que permitem interações físicas e sociais com o meio, como exemplos, em cima-embaixo, direita-esquerda, frente-atrás, contenção, iteração, equilíbrio, perda de equilíbrio, origem-caminho-meta, movimento forçado, locomoção, centro-periferia, reto, curvo etc.

Conceitos não são apenas fruto do nosso cérebro, eles são constituídos a partir das nossas vivências, tarefas do dia a dia, e são estruturados pelas nossas percepções, ações e relações com outras pessoas. Lakoff e Johnson (1980), afirmam que nosso sistema conceitual é em grande parte metafórico, ou seja, a forma de pensar, as experiências, até mais simples do dia a dia, têm natureza metafórica. Como muito do que fazemos é inconsciente e muitas vezes automático, uma forma de acesso a esta natureza é por meio das palavras, a linguagem, uma vez que com ela pensamos e agimos.

Um mapeamento conceitual é um mecanismo que permite organizar e reorganizar o pensamento. Um tipo de mapeamento importante é a metáfora conceitual, que é um mapeamento que preserva inferências estruturais de um domínio fonte, permitindo a compreensão do domínio alvo. É importante ressaltar que nem todo mapeamento conceitual é necessariamente derivado da experiência física. (BOLITE FRANT, 2011)

Um exemplo: "Discussão É Guerra"; o domínio-fonte *guerra* é projetado no domínio-alvo *discussão*.



Para Lakoff e Núñez (2000), conceitos abstratos são tipicamente entendidos, via metáforas, em termos de conceitos mais concretos. E as metáforas conceituais são mecanismos cognitivos que providenciam à matemática uma fundamentação teórica e que permitem o entendimento da própria teoria, já que as ideias matemáticas não são arbitrárias, são de natureza humana, e por isso baseiam-se em mecanismos cognitivos.

Lakoff e Núñez (2000), distinguem *metáfora básica* e *metáfora de ligação*. Metáforas básicas são as que o domínio alvo e o domínio fonte são distintos. Por exemplo: Função É Máquina, Aritmética É um Coleção de Objetos e outros. Já as metáforas de ligação têm domínio alvo e fonte da mesma natureza. Exemplos: Números são Pontos em uma Reta, a equação $x^2 + y^2 = 1$ é um Círculo e outros.

A linguagem está moldada por aspectos do mundo corporificado. E assim, nosso estudo sobre a linguagem está apoiado nas interações e na busca dos implícitos que se manifestam no discurso. Pois, na maior parte das vezes, não temos consciência de o que, como, está se desenvolvendo nosso sistema conceitual, o que gera implícitos nas falas enunciadas. A linguagem, em suas diversas manifestações, entra como um meio de acesso ao que está implícito. De acordo com Bakhtin (2006) qualquer concretização de palavras (frase enunciada) só é possível com a inclusão dessas palavras no contexto real de sua realização, portanto para nós inclui o corpo-mente.

Especificamente para falar de linguagem a pós-modernidade começou a trazer de volta com roupa quase nova a retórica, a argumentação. Duas propostas surgem nessa direção: o Tratado da Argumentação de Chaim Perelman e Lucie Olbrecht-Tyteca e Usos do Argumento de Stephen Toulmin. Filiadas às ideias de Kristeva e de Perelman e Olbrecht-Tyteca, Monica Castro e Janete Bolite Frant desenvolveram o Modelo da Estratégia Argumentativa - MEA. Tal modelo investiga os implícitos, nem sempre apenas os implícitos que compõem o pano de fundo do sistema conceitual, acima citados, mas incluindo os implícitos por razões sociais ao se participar num discurso numa comunidade. O MEA busca as razões no jogo argumentativo para compreender o que, como e por que algo participou de um discurso. E assim propõem que o discurso argumentativo é sempre um diálogo, entendido como uma troca lógica, onde são compartilhados conhecimentos, representações, atitudes, percepções, emoções e práticas sociais. (CASTRO E BOLITE FRANT, 2011).

Este modelo, que é ao mesmo tempo teórico e metodológico, pressupõe a elaboração de ambientes que favoreçam trocas e diálogos e é um método de análise. Concordando que toda fala (oral, escrita, pictórica e gestual) está apoiada numa intenção, e para compreender as argumentações no compartilhamento de ideias e suas modificações, é preciso observar e analisar o contexto, convicções e reações dos participantes (BOLITE FRANT, 2011). Na escola, professores e alunos estão a todo tempo compartilhando diálogos, estabelecendo acordos, envolvidos nas ações intencionais de ensinar e aprender.

O MEA, na análise de dados, olha para a argumentação, de modo muitas vezes não linear, e levanta intenções e ações que levem a produção de significado pelos participantes. É importante compreender "o que se diz" com o "por que se diz" e o "como se diz", ou seja, uma busca de implícitos na intenção de quem se expressou nos momentos de argumentação.

Nesta perspectiva teórica do MEA encontramos os Contextos Interativos de Aprendizagem - CIA. Os CIA são ambientes de interação que provocam o diálogo entre atores imersos nesse meio, trazendo a possibilidade de investigar a produção de significados. Nos CIA, os participantes ao interagirem, *produzem conhecimentos novos, aos quais as pesquisadoras têm acesso através de registros orais, escritos ou imagéticos.* (CASTRO E BOLITE FRANT, p. 28, 2011).

Trazendo resultados de pesquisas que utilizaram essas teorias

A metodologia de pesquisa utilizada nos dois trabalhos aqui relatados foi o Design Research. Ela permite elaborar, implementar, testar e fazer modificações, durante o andamento da pesquisa. Segundo Cobb et al. (2003), esta metodologia propõe olhar para “ecologias de aprendizagem” que são sistemas complexos que incluem diferentes elementos que apoiam a aprendizagem, como as tarefas propostas aos alunos, o planejamento da aplicação, normas de participação, discursos incentivados, materiais utilizados e toda a relação entre estes elementos. São cinco características transversais identificadas: desenvolvimento de teoria, natureza intervencionais, aspectos prospectivo e reflexivo, iteratividade e ser teórico e pragmático. O uso do Design Research permite o desenvolvimento de teorias sobre a aprendizagem, sobre o que apoia a aprendizagem, práticas, normas e mediação.

O Virtual Math Teams (VMT) foi um recurso utilizado pelas duas pesquisas, para a observação e evolução dos discursos. O VMT foi idealizado por pesquisadores, coordenado por Gerry Sthal, que tinham como objetivo discutir a aprendizagem matemática online. O interesse estava no engajamento em discursos matemáticos de forma colaborativa. A versão do VMT utilizada nas pesquisas possuía diferentes abas: um quadro branco com chat, um Geogebra, ambos podendo ser utilizados de maneira compartilhada, possibilitando a colaboração entre os participantes. O chat permitia além da comunicação tradicional por mensagens de texto, a possibilidade de referências a mensagens anteriores do próprio chat ou a ações no quadro branco e Geogebra. O chat e o quadro branco podiam ser utilizados por todos de maneira síncrona. Já para o uso do Geogebra era necessário o uso do ícone "take a control", e o uso era restrito a quem tinha o controle.

Ambos os trabalhos tiveram como aporte teórico a tecnologia pensada como prótese, com o papel mais do que suporte, permitindo um fazer e falar diferente sobre ideias matemáticas. (Para maiores detalhes ver BOLITE FRANT, 2011).

Discursos sobre a continuidade de funções reais de variável real em ambiente virtual colaborativo: Uma perspectiva da cognição corporificada.

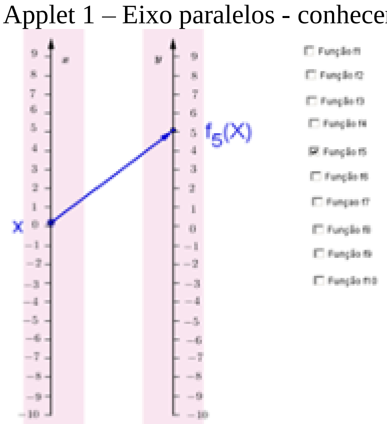
A investigação, realizada por Campos (2014), teve como objetivo analisar a produção de significados para a continuidade de funções reais de variável real por licenciados em Matemática. Para tal, elaborou questões familiares, mas não triviais no VMT. Tal ambiente permitiu a conectividade e a interatividade, possibilitou a pesquisadora abrir pequenas salas, com pequenos grupos de discussão, favorecendo um maior fluxo da comunicação; diferente de salas de chat ou fóruns com muitos participantes, onde muitas vezes as interações se perdem.

Foram realizadas tarefas de familiarização e ambientação com o VMT, possibilitando aos licenciados conhecer as características, potencialidades do ambiente e estimulando a resolução de problemas de forma interativa.

Dois applets foram desenvolvidos para estimular o diálogo entre os licenciados sobre função e continuidade. O applet 1: "*Eixos paralelos - conhecendo a função*" dava a oportunidade de explorar a função de modo diferente dos eixos cartesianos, enfatizando a relação dinâmica entre as variáveis. As funções eram apresentadas em eixos paralelos, onde os pontos representando os pares ordenados passavam a ser representados por segmentos de reta. As funções escolhidas seguiam o critério entre ser familiar para os participantes, por exemplo, $f_1(x) = 2x + 1$ *e* $f_2(x) = x^2$ e nem tanto familiares $f_6(x) = x + \frac{1}{x}$ e $f_7(x) = \frac{|x|}{x}$. A tarefa provocava a observação de padrões no comportamento de dez funções e solicitava o agrupamento segundo critérios decididos pelos próprios participantes. O applet 2: "*Eixos paralelos e eixos cartesianos - construindo o gráfico da função*" possibilitava explorar a representação da função nos eixos paralelos simultaneamente com a representação nos eixos cartesianos. A ideia de explorar o gráfico de funções em eixos paralelos surgiu com Abraham Arcavi do Weizmann Institute, mas na época não no Geogebra, para a pesquisa a autora contou com a colaboração de Humberto Bortolossi da Universidade Federal Fluminense (UFF), que elaborou os applets[1] utilizados. Deste modo foi possível investigar a produção de significados num contexto distinto do usualmente explorado nas aulas. A pesquisadora tinha como objetivo compreender as argumentações surgidas nas interações.

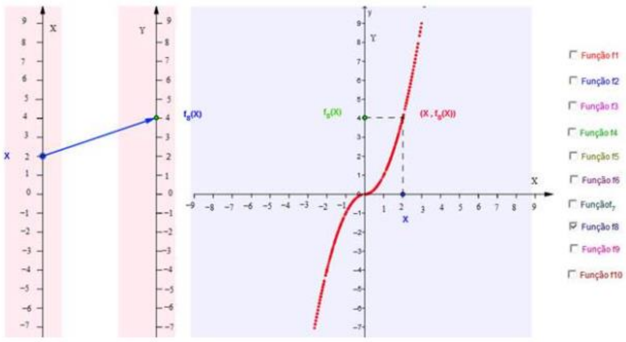
[1] O applet 1 pode ser acessado em: http://www.geogebratube.org/material/show/id/12423 e applet 2 em: http://www.geogebratube.org/material/show/id/16745

Figura 1: Applet 1 – Eixo paralelos - conhecendo a função



Fonte: Campos (2014, p.212)

Figura 2: Applet 2 – Eixo Paralelos e eixos cartesianos



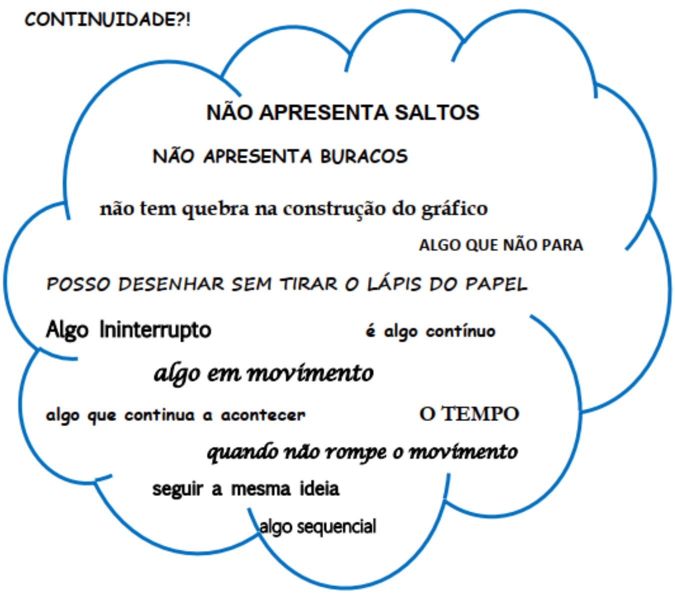
Fonte: Campos (2014, p.213)

Nas análises, utilizando o MEA e a Teoria da Cognição Corporificada, a pesquisadora observou que surgiu fortemente a ideia de *relação* para significar *função*, mas as regras para como ocorre essa *relação* não estavam explicitamente colocadas nos discursos dos participantes. O início da atividade pelos participantes, na interação com o aplicativo, foi marcado pela busca por encontrar as leis de formação das funções. Um participante tentou dialogar a partir das características das funções, observando a movimentação do segmento de reta, mas não encontrou interlocução e acabou aderindo a buscar as leis de formação, algebricamente. A escolha por algebrismos está justificada nas abordagens usualmente utilizadas no estudo de funções nas aulas de matemática. Como algumas funções não eram familiares, a busca pelas leis de formação se tornou uma tarefa difícil, o que possibilitou a discussão de outras estratégias para o agrupamento solicitado. Um dos grupos sugeriu, por exemplo, agrupar as funções em contínuas e descontínuas. Cabe observar que a descontinuidade era discutida a partir de visualizarem "grandes saltos" dos segmentos de reta, por conta do movimento gerado pelo segmento de reta quando passava por pontos não definidos no domínio das funções.

Nos diálogos no VMT sobre continuidade, a pesquisadora observou controvérsias, argumentos e negociação de argumentos. Esquemas argumentativos foram elaborados a partir do MEA. Um deles foi a discussão sobre a ideia que "*uma função é contínua em um ponto, se for definida nesse ponto, mesmo que se tire o lápis do papel para traçar o seu gráfico*." Nina e Kaka (sujeitos da pesquisa) propuseram para continuidade os significados "*posso desenhar sem tirar o lápis da folha*" e "*algo ininterrupto*". Vmais e Uyio (sujeitos da pesquisa) sugeriram que "*é possível desenhar uma função continua tirando o lápis do papel*" e "*uma pega de onde a outra parou, dá uma continuidade*". Para o convencimento foi utilizada a função composta: $f(x) = \begin{cases} x+3, x \leq 0 \\ x^2, \quad x > 0 \end{cases}$. Kaka não concordou e argumentou "*a função tem domínio real, mas isso não significa que ela seja contínua*". Uyoi respondeu "*De certa forma sim, mas mesmo que de uma forma diferente, um ponto da imagem dá continuidade a outro, não que se ligue, de fato*." Nina então expressou "*É não tinha pensado nesse caso*". Kaka continuou não concordando. O diálogo mostra controvérsias, hipóteses sendo defendidas, alguns discursos sendo mantidos outros modificados. (Campos, 2014, págs. 282 e 283)

Após interações e discussões, a pesquisadora Campos (2014), reuniu na figura abaixo a produção de significados de alguns participantes sobre a continuidade:

Figura 3: Dados Coletados sobre Continuidade



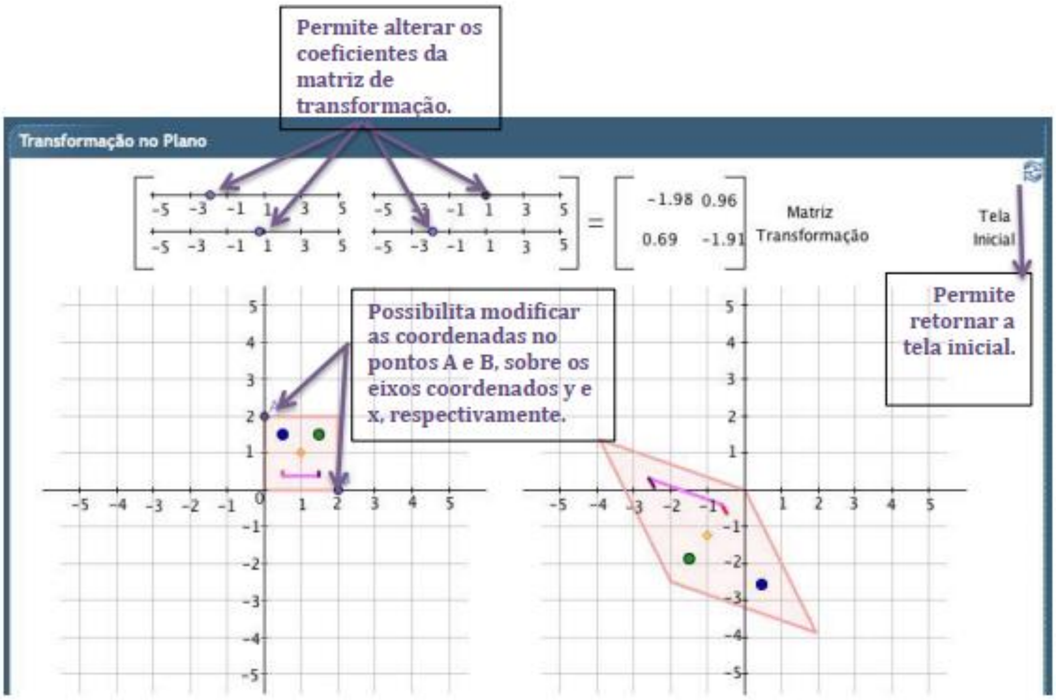
Fonte: Campos (2014, p.445)

A partir destes dados podemos identificar as metáforas conceituais: **Continuidade é Não ter Saltos; Continuidade É Não ter Buracos**. Onde o domínio fonte é a ação de saltar, pular buracos, essas inferências levam para inferências sobre ser ou não continua, no domínio alvo das funções. Trata-se aqui de metáfora básica, pois os domínios são de diferente natureza. Das experiências da vida sobre saltar e buracos para o contexto da matemática.

Transformações no plano: alunos do Ensino Médio interagindo em ambiente colaborativo virtual

Barbosa (2014), investigou a produção de significados por alunos do Ensino Médio, sobre transformações no plano, utilizou o VMT e explorou tarefas com matrizes. Problematizou que o estudo de matrizes muitas vezes é fragmentado e restrito apenas aos procedimentos. Utilizou um applet[2] que permitia alterar os coeficientes da matriz de transformação e as coordenadas da "carinha" no eixo x e y, conforme figura abaixo:

Figura 4: Applet – Transformação no plano



Fonte: Barbosa (2014, p.96)

[2] O applet pode ser acessado em: https://www.geogebra.org/m/fvjQ5zJ5

As tarefas permitiram que os alunos movimentassem a figura, os coeficientes, observassem as transformações e também observassem a matriz transformação. As análises foram feitas baseadas no MEA e na Teoria da Cognição Corporificada. Quando perguntados sobre o que é uma transformação no plano, os alunos responderam com expressões como alteração, mudança e modificação. A pesquisadora identificou nos argumentos e interações a metáfora **Transformação é Mudança.** Esta metáfora fica implícita e explícita durante a realização das tarefas. Observamos que a ação de se movimentar, deformar é utilizada como fonte para produzir significado para transformações no plano. É uma metáfora básica.

Figura 5: Transcrição fala Chief – sujeito da pesquisa

Tempo MM:SS	Participante	Transcrição
P3 04:12 a 04:43	Chief	Transformação seria uma mudança que ocorre num eixo geométrico, numa figura geométrica e que tem alguma relação com o original, uma proporção ou uma... algum tipo de... ou uma multiplicação de uma constante, divisão por uma constante ou um tipo de relação entre pontos entre a original e a transformada. Essa é a definição que eu achei no plano que eu tava trabalhando no VMT.

Fonte: Barbosa (2014, p.110)

A percepção corpórea da ideia de mudança, que corresponde a trocar de lugar, alteração, são levadas para o contexto das transformações geométricas. A deformação da carinha com o movimento dos parâmetros e a presença da matriz integram a ideia de uma transformação junto com uma relação entre a figura original e a transformada.

Uma outra metáfora foi identificada nas análises, uma metáfora de ligação, **Matriz Identidade é Elemento Neutro,** que emergiu dos estímulos da pesquisadora e interação entre os participantes. Os argumentos giravam em torno da ideia provocada para quando a matriz transformação era a matriz identidade. E, portanto, a discussão era sobre a possibilidade de transformar a figura nela mesma. Argumentos surgiram no sentido que "*se não houve modificação, não teve transformação*". No entanto, a situação foi modificada quando apareceram os argumentos "*uma homotetia de razão 1*", "*transladou zero*", "*multiplicar por 1*". E assim, a partir do diálogo foi feita a construção da metáfora **Matriz Identidade é Elemento Neutro**, uma metáfora de ligação cujo domínio fonte é o número um ser elemento neutro da multiplicação de números reais e o domínio alvo é a matriz identidade ser elemento neutro da multiplicação de matrizes.

A autora destacou que o VMT foi um ambiente que favoreceu a interação e colaboração entre os participantes, exploraram de maneira interativa, e as ideias foram compartilhadas e negociadas. A pesquisadora enfatizou a importância de discutir a matemática a partir do ponto de vista dos próprios alunos do Ensino Médio. Um caminho para transformações das práticas escolares.

Reflexões Finais

Este artigo buscou trazer tessituras entre as reflexões teóricas e práticas. As duas teorias, a Teoria da Cognição Corporificada e o Modelo da Estratégia Argumentativa, se complementaram para auxiliar tanto na elaboração dos Contextos Interativos de Aprendizagem quanto na análise das interações nesses ambientes. Uma vez que os dois constructos teóricos buscam por implícitos tendo como foco a linguagem.

As ideias matemáticas não são arbitrárias, são de natureza humana e podemos entendê-las por meio das metáforas conceituais, que são mecanismos cognitivos que permitem fazer inferências a partir de um domínio conhecido (fonte) para um domínio novo (alvo). As metáforas sobre continuidade: **Continuidade é Não ter Saltos; Continuidade É Não ter Buracos**, mostradas neste artigo tem como domínio fonte ações da vida cotidiana, experiências corpóreas de saltar, pular buracos, experiências com movimentos continuados, inferências que são levadas para os argumentos e hipóteses na produção de significados para a continuidade de funções.

A metáfora **Transformação é Mudança**, referente ao segundo exemplo trazido no artigo, tem no seu domínio fonte a ideia de movimento, trocar de lugar e modificar. Mais um exemplo de experiências corpóreas fazendo parte da significação de ideias matemáticas. A metáfora de Ligação **Matriz Identidade é Elemento Neutro,** emergiu das negociações provocadas pela pesquisadora dando sentido dentro do mesmo domínio (no caso matemático) relacionando o número um como elemento neutro da multiplicação de números reais levando para o alvo que foi a matriz identidade ser elemento neutro na multiplicação de matrizes.

A partir dos excertos das pesquisas aqui trazidas, levantamos as metáforas conceituais dentro desta perspectiva e a negociação de argumentos. A investigação na produção de significados nasce a partir de interações dos participantes, professor/pesquisador; alunos; tecnologia, em tarefas familiares, mas não usuais, que promovam uma interação de fato, para que seja um ambiente onde possa ocorrer o diálogo, a troca de argumentos.

Agradecimentos

Agradecemos a Maria Lúcia Tavares de Campos e Andreia Carvalho Maciel Barbosa pelos dados utilizados no artigo.

Referências

BAKHTIN, M. **Marxismo e Filosofia da Linguagem.** Trad. Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. 3. ed. São Paulo: Hucitec, 1986.

BARBOSA, A. C. M. **Transformações no plano:** Alunos do Ensino Médio interagindo em ambiente colaborativo virtual. Tese (Doutorado) – Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil, 2014.

BOLITE FRANT, J. **Linguagem, tecnologia e corporeidade:** produção de significados para o tempo em gráficos cartesianos. Educar em Revista, Curitiba: Ed. UFPR, n. Especial 1/2011, p. 211-226.

CAMPOS, M. L. T. **Discursos sobre continuidade de funções reais de variável real em ambiente virtual colaborativo:** Uma perspectiva da cognição corporificada. Tese (Doutorado) – Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil, 2014.

CASTRO, M. R.; BOLITE FRANT, J. **Modelo da Estratégia Argumentativa:** análise da fala e de outros registros em contextos interativos de aprendizagem. Curitiba: Ed. UFPR, 2011. 179 p.

COBB, P., CONFREY, J., DISESSA, A., LEHRER, R., AND SCHAUBLE, L. **Design Experiment in Educational Research**, Educational Researcher, Vol.32, No.1, 2003, p. 9-13.

DAMÁSIO, A. **O erro de descartes:** emoção, razão e cérebro humano. Tradução de Dora Vicente e Georgina Segurado. São paulo: Companhia das Letras, 1996.

KRISTEVA, J. **História da Linguagem.** Lisboa: Edições 70, 1969.

JOHNSON, M. **Embodied mind, meaning and reason:** how our bodies give rise to understanding. Chicago: The University of Chicago Press, 2017, 256 p.

LAKOFF, G.; JOHNSON, M. **Metaphors We Live By.** Chicago: The University of Chicago Press, 1980.

LAKOFF, G.; JOHNSON, M. **Philosophy in the Flesh:** The embodied mind and its challenge to western thought. New York: Basic Books, 1999. 624 p.

LAKOFF, G., NÚÑEZ, R. **Where Mathematics comes from?** Basic Books, N.Y, 2000.

SFARD, A. **Thinking as Communicating:** Human Development, The Growth of Discourses, And Mathematizing. Cambridge: Cambridge University Press, Jan. 2008. 352 p.

A *Early Algebra* na Formação de Professores que Ensinam Matemática: sob a Perspectiva do Padrão em Sequências

Early Algebra in the formation of teachers who teach Mathematics: from the perspective of pattern in sequences

Caio Fábio dos Santos Oliveira
Secretaria de Educação do Estado da Bahia
caio.oliveira166@enova.educacao.ba.gov.br

Sandra Maria Magina
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
smpmagina@uesc.br

Resumo
Este artigo tem por objetivo promover uma discussão sobre introdução da álgebra nos anos iniciais, a partir do conceito de padrão em sequências, no âmbito de uma formação híbrida para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O presente estudo se desenvolveu em uma formação continuada de professores pautada em uma modalidade de Ensino Híbrido para nove professoras-cursistas (professoras pedagogas). Os resultados obtidos apontam que o curso estruturado no Ensino Híbrido foi relevante para as professoras-cursistas refletirem sobre a coerência do enunciado das situações-problema elaboradas, tanto no que tange ao conceito quanto à maneira de viabilizar para aluno sua experimentação. O artigo conclui que a interatividade do Ambiente virtual de aprendizagem (AVA), utilizando a metodologia da Espiral Dialética: Reflexão, Panejamento Ação Reflexão (RePARe) proporcionou uma pluralidade de dados, ricamente, dotados de uma complexidade de informações, contribuindo para subsidiar o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos dos primeiros anos de escolaridade.

Palavras-Chave: Formação híbrida de professor em serviço, Early Algebra; anos iniciais do Ensino Fundamental; Metodologia RePARe; Padrão em Sequência.

Abstract
This article aims to promote a discussion on the introduction of algebra in the early years, based on the concept of pattern in sequences. The present study was developed in a continuing education of teachers based on a Hybrid Teaching modality for nine teachers-course students (pedagogue teachers who work at this level of schooling). The results obtained show that the course structured in the Hybrid Teaching was relevant for the teachers-coursers to reflect on the coherence of the statement of the problem-situations developed, both in terms of the concept and the way to enable their experimentation for the student. The article concludes that the interactivity of AVA RePARe provided a plurality of data, richly endowed with a complexity of information, contributing to subsidize the development of algebraic thinking by students in the first years of schooling.

Keywords: Hybrid Teaching of teachers in service training; Early Algebra; Elementary School; RePARe Methodology; Pattern in Sequence.

Introdução

Desde a publicação da versão final da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), a Álgebra tem ganhado uma especial atenção de educadores brasileiros, pois se tornou uma das unidades temáticas da Matemática, proposta para ser trabalhada já a partir dodo 1º ano do Ensino Fundamental. Esse documento evidencia a importância da Álgebra no início da escolarização, pois ela

> [....] é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. [...] As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. (BRASIL, 2017, p. 270).

Magina, Oliveira e Merlini (2018) consideram que, mesmo sendo uma novidade no currículo brasileiro, a Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental já é uma realidade em diversos países no mundo, tais como Portugal, EUA, Canadá, Autrália, Nova Zelândia, há década (BLANTON et al. 2007; SCHLIEMANN *et al*, 2012; VIEIRA, AUTOR 2, 2021).

Na Bahia, a preocupação com o tema está evidenciado nos diversos estudos que vêm sendo realizados desde 2013 (LUNA, SOUZA, 2013; PORTO, 2018; OLIVEIRA, 2018; JERONIMO, 2019; VIEIRA, AUTOR, LUNA, 2021; TEIXEIRA, AUTOR, MERLINI, 2021;, entre outros). Dentre esses estudos, destacamos o de Oliveira (2018), o qual teve como objetivo investigar a(s) possível(eis) contribuição(ções) que um modelo de formação híbrida, pautado em situações-problema e com *feedback* construtivista imediato, pode trazer para a apropriação dos conceitos da *Early Algebra* por discentes de um curso de mestrado em Educação.

Sob essa ótica, discutiremos neste artigo a viabilidade de se introduzir conceitos elementares da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, conhecida como *Early Algebra* (BLANTON, 2011; CARRAHER, SCHLIEMANN, 2007). Para tal, tomaremos como referência uma formação realizada com professoras que cursavam um mestrado em Educação (OLIVEIRA, 2018). Nessa formação o conceito de padrão em sequências foi trabalhado a partir da modalidade de Ensino Híbrido: a sala de aula invertida (HORN, STAKER 2015). Para permitir que o leitor entenda o contexto dessa formação, apresentaremos uma síntese das ações realizadas durante este processo formativo.

O Curso *Early Algebra*

O curso ocorreu ao longo de cinco encontros semanais presenciais, com duração de 90 minutos cada, dentro de uma das disciplinas de um curso de mestrado profissional em Educação, de uma universidade pública baiana. Por se tratar de um curso híbrido, também houve encontros virtuais, oque ocorriam entre um e outro encontro presencial. Estimou-se que cada professora-cursista disponibilizou um tempo entre 90 e 120 minutos semanais para esses momentos virtuais. Para tanto, foi criado o Ambiente Virtual de Aprendizagem RePARe (Reflexão, Planejamento, Ação, Reflexão - AVA RePARe). RePARe refere-se a uma espiral metodológica de ensino, voltada para a formação de professor, em que há um processo dialógico entre os conceitos trabalhados com os professores nos encontros formativos (virtuais e/ou presenciais) e a prática desses professores em suas salas de aula, pensadas e planejadas em grupo nos momentos de formação. A espiral segue o caminho: Reflexão (sobre a prática vivenciada e o avanço da teoria), planejamento (de ação) ação (do professor cursista em suas salas de aula) e, de novo, Reflexão (*prática*, relacionada à vivência em sala de aula e ao fechando um ciclo da espiral; e *teórica*, relacionada a novos conceitos discutidos, abrindo um novo ciclo da espiral) (MAGINA et. Al, 2018).

Construído sob as bases do Ensino Híbrido (HORN; STAKER, 2015), o AVA RePARe permitia discussões assíncronas e disponibilizava recursos visuais (pequenos textos e vídeos) para complementar o estudo teórico das participantes do curso. Também continha no AVA RePARe atividades diagnósticas, além de desafios que visavam avaliar as professoras-cursistas (antes e depois de cada módulo presencial).

A formação foi desenhada dentro de cinco (05) módulos. Cada um referia-se ao conjunto formado por um encontro presencial e os momentos virtuais referentes ao tema a ser tratado no encontro presencial. Juntos, tinham uma carga horária de aproximadamente três horas semanais. Os temas tratados nesses módulos foram: (1) Apresentação do curso e familiarização do AVA RePARe, (2), os conceitos inerentes aos símbolos (matemáticos); (3) os conceitos inerentes ao ensino de sequências algébricas e seus padrões, (4) os conceitos inerentes ensino de equações do primeiro grau e a equivalência presente nas mesmas, e, por fim, (5) os conceitos iniciais acerca do ensino de função. Para efeito deste artigo, restringir-nos-emos a discutir especificamente o conceito de padrões em sequências (Módulo 3).

Padrão em Sequências

Estudar padrões e regularidade é buscar compreender como eles se apresentam no contexto social, natural (fenômenos físicos), educacional e dentro das estrutura Matemáticas. Ponte (2009) apresenta uma concepção em que distingue o conceito de padrão do de regularidade, deixando claro, contudo, que eles estão relacionados:

> Ao passo que "padrão" aponta sobretudo para a unidade de base que eventualmente se replica, de forma exatamente igual ou de acordo com alguma lei

> de formação, “regularidade” remete sobretudo para a relação que existe entre os diversos objetos, aquilo que é comum a todos eles ou que de algum modo os liga. (PONTE, 2009, p. 170)

Sob essa ótica, o conceito de sequência abordado neste artigo está relacionado à natureza e ao que é produzido pelo homem (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009). Sendo assim, discutiremos padrão em sequência a partir de dois pontos de vista: a maneira de representar uma sequência (representação) e os tipos de sequências.

No que tange à representação, podemos destacar três maneiras de representar uma sequência (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009; OLIVEIRA, 2018), a saber:

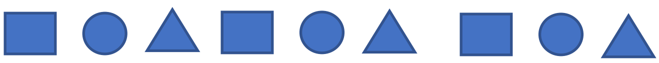
(a) icônica — trata-se de sequências nas quais os estudantes lançam mão do raciocínio algébrico em busca de uma generalização de padrões que estabeleçam relações com os elementos icônicos presentes na mesma;

(b) numérica — são sequências formadas por elementos numéricos, sejam estes discretos ou contínuos; e, por fim,

(c) mista — são sequências que apresentam esses dois tipos de representações.

Por sua vez, no concerne aos tipos de sequência, pode-se classificá-la como:

(a) repetitiva — são sequências cíclicas, ou seja, aquelas que possuem um padrão que se repete em ciclos. Em seguida apresentamos um exemplo de um padrão em sequência repetitiva, do tipo icônica:

Exemplo 1: 

Este exemplo refere-se a um padrão em sequência repetitiva de três elementos A, B, C.

(b) recursiva — nesse tipo de sequência finita ou infinita, tem-se que cada elemento desta depende do elemento anterior e da sua posição na sequência. A seguir, em exemplo 2, tem-se um padrão em sequência recursiva numérica:

Exemplo 2: 1 3 5 7 9 ...

A generalização dessa sequência pode ser matematicamente apresentada como se segue:

1	3	5	7	?
Posição 1	Posição 2	Posição 3	Posição4	Posição n

Valor da Posição 2 = Posição 1 + Posição 2, donde VP2 = P1 +P 2 ∴ P2 = 1 + 2 = 3;

Valor da Posição 3 = P2 + P3, ∴ P3 = 2 + 3 = 5

Valor da Posição 4 = P3 + P4, ∴ P4 = 3 + 4 = 7

. . . .
. . . .
. . . .

Valor da Posição n = (Pn – 1) + Pn.

Assim podemos generalizar essa sequência como: f(n) = (Pn-1) + Pn

Desta forma se quisermos saber o valor do 57º termo dessa sequência, fazemos

f(57) = (P57 -1) + P57 ∴ P57 = (57 – 1) + 57 ∴ P57 = 113

Então o valor do 57º termo dessa sequência é 113

Tendo essas classificações em mente, apresentaremos na próxima seção, os resultados advindos do Módulo 3 da formação já referida.

Discutindo os Resultados

Dada a potencialidade dos elementos constituídos nesse processo formativo, o foco de nossa análise será as situações-problema elaboradas pelas professoras-cursistas que envolveram o conceito de padrão em sequências. Portanto, procuramos compreender como o processo formativo influenciou na concepção que elas tinham sobre tal conceito.

Em uma conversa inicial, indagamos as professoras-cursistas sobre o que elas pensavam acerca de padrão e sequência e sobre a importância desses conceitos no desenvolvimento do raciocínio algébrico de seus alunos. Nesse sentido, inferíamos que a maioria do grupo (cinco professoras-cursistas) tivessem a percepção, mesmo que intuitiva, de que uma sequência é formada por termos (numéricos ou icônicos), a partir de uma regularidade existente. E ainda, que tal regularidade possibilita expressar uma generalização, de modo que se perceba a lei de formação que está por trás da sequência e, dessa forma, pode-se determinar qualquer termo da mesma. Nessa direção, destacamos a fala da professora-cursista Elza[1], na qual ela afirma que as sequências contribuem para o ensino da Álgebra nos anos iniciais, pois elas

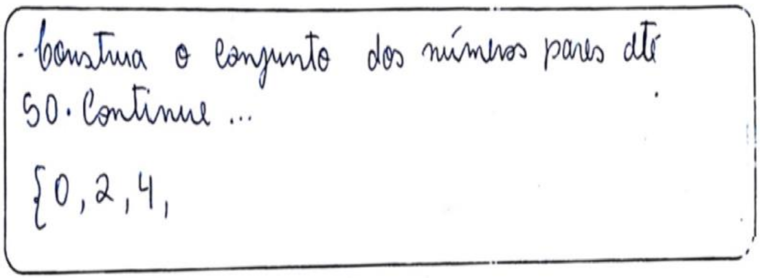
> [...] fazem uso de figuras pictóricas ou numéricas que podem representar padrões do tipo repetitivo e recursivo. Possibilita o aluno perceber regularidades, generalizações ou pensar genericamente, ou seja, progredir de raciocínios recursivos para raciocínios funcionais. Assim, as sequências e padrões permitem determinar a ordem de elementos por meio da generalização, a partir do termo anterior ou de sua posição (ordem a termo). (ELZA, postado no fórum de discussão do AVA RePARe em 29/06/2017)

[1] Para preservar o anonimato das participantes do estudo, todos os nomes das professoras-cursistas são fictícios, a começar pelo de Elza.

De fato, o trabalho com sequências, icônicas ou numéricas, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, envolve a busca de padrão e regularidade. Ele também propicia o estabelecimento de generalizações. Para Ponte, Branco e Matos (2009), esse trabalho permite que os alunos consigam avançar do raciocínio recursivo para um raciocínio que envolve relações funcionais.

No que se refere à elaboração de situações-problema, seis das nove professoras-cursistas desenvolveram uma sequência icônica e outra numérica. Constatamos que após as discussões realizadas em sala de aula, todas as participantes tiveram a preocupação em elaborar sequências que contemplassem os dois tipos de representação. Dentre essas situações elaboradas, apresentamos, uma sequência do tipo numérica na Figura 1.

Figura 1: Situação-problema envolvendo sequência numérica elaborada pela professora-cursista Gin**a**

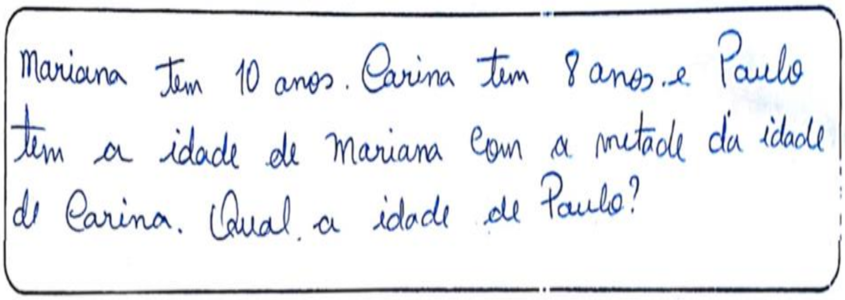

· Construa o conjunto dos números pares até 50. Continue ...
{0, 2, 4,

Fonte: Oliveira (2018)

Para Ponte, Branco e Matos (2009), é bom que professor elabore situações-problema que solicitem dos alunos a continuação da sequência, permitindo que eles iniciem a identificação de alguns dos termos seguintes. No entanto, apesar da tentativa de apresentar uma sequência, Gina apresentou uma situação, a qual, intuitivamente, poderia ser construída uma sequência dos números pares de 0 a 50, contudo, uma possível resolução para a situação poderia ser outro conjunto, o qual não tivesse um padrão na sequência recursiva ({0, 2, 4, 48, 30, 14, 6, 22, ..., 50}, por exemplo).

Outra situação-problema que também não se mostrou adequada para trabalhar padrão em sequência foi elaborada pela professora cursista Ana, como apresentada na Figura 2 a seguir.

Figura 2: Situação-problema envolvendo padrão em sequência elaborada pela professora-cursista Ana


Mariana tem 10 anos. Carina tem 8 anos e Paulo tem a idade de Mariana com a metade da idade de Carina. Qual a idade de Paulo?

Fonte: Oliveira (2018).

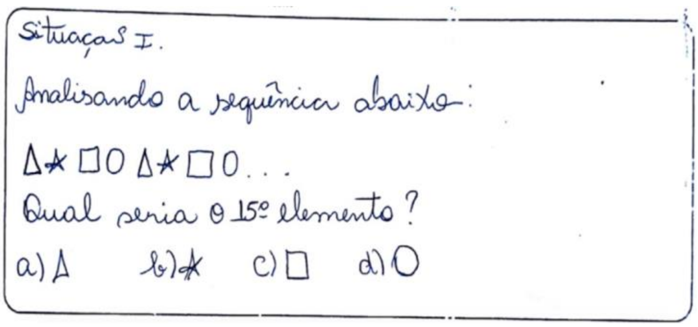
A situação elaborada pela professora-cursista Ana explora o conceito de equação, na qual a idade de Paulo equivale à soma da idade de Mariana com a metade da idade de Carina. Apesar de adequado, tal problema não tem relação com padrão e sequência.

Os dois exemplos acima apresentados nos parece um indicador de que inicialmente as professoras-cursistas não tinham clareza do conceito de padrão em sequência.

Após discussão a partir das primeiras atividades elaboradas sobre padrão em sequência, as professoras-cursistas elaboraram algumas situações novas e pudemos identificar claros avanços na apropriação desse conceito, comprovadas por meio das próximas situações-problema elaboradas. Apresentaremos a seguir.

Nas Figuras 3 e 4, há duas situações-problema, no âmbito do padrão em sequência icônica, que comprova tal avanço. A primeira delas (mostrada na Figura 3) foi elaborada pela professora-cursista Ceci.

Figura 3: Situação-problema envolvendo sequência icônica elaborada pela professora-cursista Ceci


Situação I.
Analisando a sequência abaixo:
△★□○△★□○...
Qual seria o 15º elemento?
a) △ b) ★ c) □ d) ○

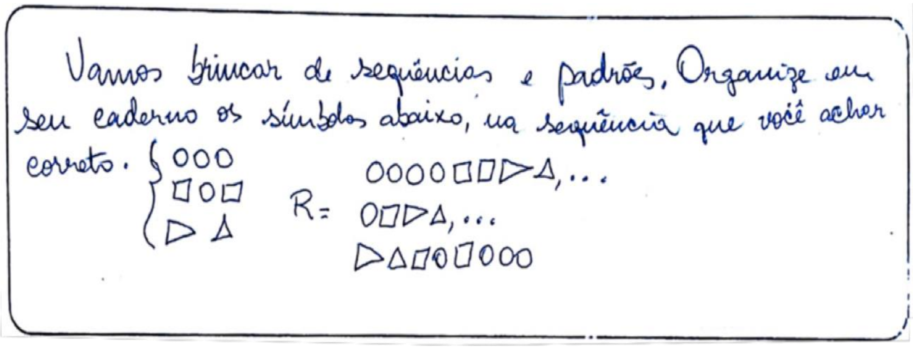
Fonte: Oliveira (2018)

Nota-se que a professora-cursista Ceci conseguiu elaborar uma situação-problema capaz de gerar uma frutífera discussão em sala de aula. De fato, situações desse tipo possibilitam que alunos, mesmo mantendo uma regularidade nas sequências construídas, apresentem resoluções distintas uns dos outros. Nesse sentido, Ponte, Branco e Matos

(2009) sugerem que os professores solicitem aos alunos que apresentem seus raciocínios e justifiquem a suas respostas.

Assim como Ceci, a professora-cursista Fabi também elaborou uma situação-problema adequada para a promoção de discussões em sala de aula, mostrada na Figura 4.

Figura 4: Situação-problema envolvendo sequência icônica elaborada pela professora-cursista Fabi



Fonte: Oliveira (2018)

Além da situação elaborada, a professora ainda apresentou alguns possíveis resultados referentes à organização dos símbolos icônicos. É importante destacar que a professora não oferece uma única resolução como sendo aquela que os alunos deveriam fazer. De fato, ela oferece um conjunto de três possibilidades de sequências que, acreditamos, poderiam ocorrer em uma sala de aula. Então nota-se aqui uma preocupação com as estratégias dos alunos e uma consciência que há mais de um caminho de resposta correta.

Ao final desse módulo, reconhecemos que as professoras-cursistas avançaram no que tange ao conceito padrão em sequências. Para elas, o ensino desse conceito possibilita o desenvolvimento do raciocínio algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Sendo assim, torna-se necessário a exploração de sequências numéricas e icônicas, sejam estas repetitivas ou recursivas.

Explicamos esse avanço a partir da formatação da formação. Esta solicitava que as professoras-cursistas elaborassem as situações-problema no ambiente virtual, mas os pesquisadores coletavam essas situações e as traziam para serem discutidas no encontro presencial, quando as discussões e sistematização dos conceitos eram feitos. Assim, não raro no final do encontro ou após ele, as professoras-cursistas refaziam suas situações-problema, tornando-as adequadas para serem aplicadas em sala de aula, e as postavam no ambiente.

Considerações Finais

Nossas considerações finais se voltam para os bons resultados obtidos nessa formação. De fato a existência desses dois momentos, virtuais e presenciais, foi relevante para as professoras-cursistas refletirem sobre a coerência do enunciado das situações-problema elaboradas, tanto no que tange ao conceito quanto à maneira de viabilizar para aluno sua experimentação. Elas a se preocuparem com o desenvolvendo o raciocínio algébrico dos alunos.

Convém mencionar que as tecnologias digitais utilizadas na formação possibilitaram que as professoras-cursistas realizassem as atividades conforme a sua disponibilidade. Esse momento assíncrono se tornou imprescindível para suas reflexões, pois verificamos que elas acessavam os materiais disponibilizados no AVA RePARe, mais de uma vez. Nos encontros presenciais elas lançavam mão de conceitos abordados no AVA RePARe e, inversamente, voltavam ao ambiente para postar uma situação-problema, reestruturada ou nova, depois do tema ter sido discutido no encontro presencial.

Concluímos afirmando que houve uma articulação dinâmica e reflexiva acerca do ensino da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental para esse grupo de professoras-cursistas., em especial no que tange à compreensão e generalização de um padrão em sequência, por parte desse pequeno grupo de professoras.

Por fim, ficou claro que a interatividade do AVA RePARe proporcionou uma pluralidade de dados, ricamente, dotados de uma complexidade de informações. Essas professoras mostraram a real possibilidade de se trabalhar conceitos algébricos com seus alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. As atividades elaboradas por elas, bem como a discussão gerada a partir delas, são exemplo de ações que efetivamente contribuem para subsidiar o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos dos primeiros anos de escolaridade.

Referências

BLANTON, M. L. KAPUT, J. Characterizing a classroom pratice that promotes algebraic reasoning. Journal for research in mathematics education, p. 412-446, 2005.

BLANTON, M. *et al*. Early Algebra. In: VICTOR, J. K. (Ed.) **Algebra**: Gateway to a Technological Future,The Mathematical Association of America: Columbia/USA. 2007, p. 7-14.

______. Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. *ZDM–International Reviews on Mathematical Education*, p. 34-42, Boston, 2011.

BOOTH, L.R. Children's difficulties in beginning algebra, in A.F. Coxford (ed.), **The ideas of algebra**, K-12 (1988 NCTM Yearbook), National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA, 1988. pp. 20–32.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. 3ª versão.Brasília: Ministério da Educação, 2017. Disponível em:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 25 out. 2017.

HORN, M. B.; STAKER, H. **Blended**: usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação. Penso Editora, 2015.

JERONIMO, A. C. **Formação de Professores e a Early Algebra:** uma intervenção híbrida Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2019.

KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra, in D. Grouws (ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**, MacMillan, NY, 1992. Pp. 390–419

LUNA, A. V. A. SOUZA, C. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo v. 15, N. 4, 2013

MAGINA, Sandra; OLIVEIRA, Caio ; MERLINI, Vera. O Raciocínio Algébrico no Ensino Fundamental: o debate a partir da visão de quatro estudos. **EM TEIA** - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 9, p. 1-23, 2018.

MAGINA, Sandra; SANTANA, Eurivalda; SANTOS, Aparecido dos; MERLINI, Vera. Espiral Repare: Um Modelo Metodológico De Formação De Professor Centrado Na Sala De Aula. REVISTA **REAMEC**, v. 6, p. 238-258, 2018 ISSN: 2318-6674

OLIVEIRA, Caio. **Formação de Professores e a Early Algebra:** uma intervenção híbrida. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

PONTE, J. P. Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professores. IN VALE, Isabel. BARBOSA, Ana. (org) **Padrões:** Múltiplas Perspectivas e Contextos em Educação Matemática. Projecto Padrões, 2009.

PONTE, João Pedro BRANCO, N. MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: ME-DGIDC, 2009.

PORTO, Rozimeire. **Early algebra**: prelúdio da álgebra por estudantes dos 3º e 5º anos do ensino. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

SCHLIEMANN, Analúcia CARRAHER, David. Early Algebra. In: LESTER, F. K. (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning:** A project of the National Council of Teachers of Mathematics. IAP, 2007.

SCHLIEMANN, Analúcia CARRAHER, David; BRIZUELA, B;arbara, DARRELL E.. Algebra in elementary school. **RDM**. 2012, pp. 107-122.

TEIXEIRA, Cesar; MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera. Performance and Strategies Used by Elementary School Fifth Graders When Solving Problems Involving Functional Reasoning In: Mathematical Reasoning of Children and Adults. In SPINILLO, A.; LAUTERT, S.; BORBA, R. **Mathematical Reasoning of Children and Adults**. Switzerland: Springer International Publishing, 2021, v.1, p. 191-218.

VIEIRA, Fabiana; AUTOR 2; LUNA, Ana Virginia Formação Inicial do Raciocínio Funcional na Educação Infantil. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v.12, p.81 - 98, 2021.

VIEIRA, Fabiana; AUTOR 2. A Early Algebra no Currículo da Educação Infantil: uma análise dos documentos nacionais e internacionais. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**. V.8, p.81 - 98, 2021.

Análise de ilustrações de problemas de proporção em livros didáticos de anos iniciais

Analysis of illustrations of proportion problems in textbooks from early years

Rita de Cássia de Souza Soares Ramos
Universidade Federal de Pelotas
rita.ramos@ufpel.edu.br

Aiana Silveira Bilhalva
Universidade Federal do Rio Grande
aiana_bilhalva@hotmail.com

João Alberto da Silva
Universidade Federal do Rio Grande
joaosilva@furg.br

Resumo
O livro didático é um importante recurso para a prática docente, e as ilustrações fazem parte da constituição de uma parcela significativa das situações que o compõem, podendo servir de suporte para a compreensão dos problemas e sua resolução. Tendo por base a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, a partir da investigação de situações quaternárias de proporção em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais, este estudo buscou compreender como ilustrações de situações envolvendo proporcionalidade são apresentadas em livros didáticos dos anos iniciais, mediante análise documental. Foram selecionados 124 excertos em três coleções de primeiro a quinto ano do Ensino Fundamental, os quais foram classificados segundo as categorias de compreensão de ilustração como suporte na compreensão de texto de Levin modificadas por Freire, sendo elas: decoração, organização, representação e interpretação, sendo essa última a mais frequente e representativa. Conclui-se que as ilustrações podem servir como suporte para a compreensão de problemas de proporcionalidade, destacando informações, chamando atenção para o texto, contribuindo para a construção de relações entre quantidades e grandezas.

Palavras-chave: imagem; livro didático; proporcionalidade

Abstract
The textbook is an important resource for teaching practice, and the illustrations are part of the constitution of a significant portion of the situations that compose it, and can serve as support for understanding the problems and their resolution. Based on Vergnaud's Theory of Conceptual Fields, from the investigation of quaternary situations of proportion in Mathematics textbooks from early years, this study sought to understand how illustrations of situations involving proportionality are presented in textbooks from early years , through documentary analysis. 124 excerpts were selected from three collections from the first to the fifth year of Elementary School, which were classified according to the illustration comprehension categories as support in the text comprehension of Levin modified by Freire, namely: decoration, organization, representation and interpretation, the latter being the most frequent and representative. It is concluded that the illustrations can serve as support for the understanding of proportionality problems, highlighting information, drawing attention to the text, contributing to the construction of relationships between quantities and quantities.

Keywords: image; textbook; proportionality

Introdução

O recurso mais utilizado no ensino brasileiro, segundo Pessoa (2009), é o livro didático, o qual possui relevância como mediador do conhecimento e mantém-se presente nas escolas, nos diversos níveis de ensino. Segundo Freire (2008), o livro didático "deve ser um objeto cultural de qualidade, seja no aspecto textual, literário ou informativo, seja no que se refere às imagens" (p. 34).

Nessa perspectiva, com este trabalho procurou contemplar as abordagens dadas às ilustrações em situações de proporcionalidade em livros didáticos dos anos iniciais. Tem por objetivo compreender como ilustrações de situações envolvendo proporcionalidade são apresentadas em livros didáticos dos anos iniciais, mediante análise documental. As atividades que estão sendo apresentadas em três coleções de livros didáticos distribuídas no âmbito do PNLD (Programa Nacional do Livro e do Material Didático) no período 2019-2021.

Inicialmente se aborda o contexto do Livro Didático, a presença e o papel das ilustrações no mesmo, a fim de compreender como ilustrações de situações envolvendo proporcionalidade são apresentadas em livros didáticos dos anos iniciais (1º ao 5º ano) do Ensino Fundamental, mediante análise documental. Para isso, seguem-se as categorias, a priori, de Freire (2008), sintetizando as classes de Levin (1981): decoração, representação, organização, interpretação e transformação.

À luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009), faz-se um breve apanhado a respeito de situações quaternárias no Campo Conceitual Multiplicativo, de situações envolvendo proporcionalidade, bem como de algumas formas de representá-las e analisá-las, exemplificando. Após, discutem-se as ilustrações encontradas nos problemas de proporcionalidade nas coleções analisadas, segundo os critérios de Freire (2008) e as representações de Vergnaud (2009) e os métodos de resolução de Lima *et al.* (2005).

Livros didáticos e ilustrações

Os livros didáticos são uma importante ferramenta para o trabalho dos professores de todos os níveis da Educação Básica, os quais mediante o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) têm acesso a obras revisadas por profissionais capacitados e são coerentes com as políticas públicas instituídas para a educação no país, iconizada pela

Base Nacional Comum Curricular (BNCC). As ilustrações em livros didáticos surgem no Brasil tanto como modernização quanto para atender às demandas de nova configuração educacional, tendo uma importância maior atribuída mediante critérios da avaliação estabelecida no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), desde a década de 1990 (MOURA, 2012).

Compreendemos, tal como Freire (2008), as ilustrações como imagens manipuladas por programas vetoriais ou feitas manualmente, excluindo as imagens fotográficas. O estudo das ilustrações em livros didáticos é relevante, segundo Belmiro (2000), porque sua utilização estabelece "o reconhecimento da necessidade de se defrontar com o movimento inevitável do novo, com a presença avassaladora da imagem visual no cotidiano dos sujeitos" (p. 24), devendo fazer parte da reflexão sobre os processos de construção do conhecimento escolar, ser funcionais e ajudar o leitor a compreender e interpretar o texto (FREIRE, 2008).

No livro didático, as imagens podem, dentre outras funções, servir como interpretação, organização, representação, sendo que para Spinillo e Lautert (2006), "aquilo que a criança representa não expressa apenas suas habilidades lógico matemáticas; na realidade, as capacidades da criança podem ser limitadas ou expandidas em função do suporte de representação[1]" (p. 12), assim, o estudo das ilustrações em livros didáticos pode nos auxiliar na compreensão dos suportes dados aos estudantes nas resoluções de problemas matemáticos.

Situações matemáticas podem ser representadas em linguagem natural, exercícios em forma algébrica, ilustrações e outras formas, as quais devem ser decodificadas e solucionadas de modo a construir processos de pensamento que criem relações entre os diferentes conhecimentos (VERGNAUD, 2009). Considerando que nem sempre uma única representação vai contribuir para o estabelecimento de tais relações, existe a necessidade de dar suportes para a representação de um problema, como por exemplo as ilustrações, comuns em livros didáticos dos anos iniciais.

[1] Aqui cabe um esclarecimento: representação como classificação de ilustrações se origina em Levin (1981), ao estabelecer oito tipos de funções dadas à ilustração em um texto; representação como forma de comunicar o pensamento está vinculado à Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (2009), à qual se afiliam Spinillo e Lautert (2006) no trecho citado.

Proporcionalidade

Para além das diversas formas de representar uma tarefa matemática, as situações existentes nos campos conceituais devem ser trabalhadas em sua diversidade, podendo ser apresentadas nos livros didáticos de forma a promover relações entre os conhecimentos anteriores e a criação de novos esquemas que permitam sua compreensão. No caso das situações pertencentes ao Campo Conceitual Multiplicativo ou das Estruturas Multiplicativas, cujos eixos se dividem, segundo Magina, Merlini e Santos (2016), em relações quaternárias (proporção) e ternárias (comparação multiplicativa e produto de medidas), sua abordagem pode dar-se de forma mais ou menos diversa, com diferentes apoios e ênfases. Neste estudo daremos enfoque às relações quaternárias, enfatizando a apresentação das ilustrações em situações de proporcionalidade nos anos iniciais.

Um Campo Conceitual é um conjunto de situações cujo domínio progressivo requer variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas com estreita ligação, o conjunto de conceitos contribuem para o domínio dessas situações.

> O Campo Conceitual Multiplicativo, também chamado de estruturas multiplicativas, para além das operações de multiplicação e divisão, envolve muitos conceitos, como: fração, funções linear, bilinear, e não linear, composição de funções lineares, razão, taxa, proporção, espaço vetorial, análise dimensional, combinação, produto cartesiano, área, volume, isomorfismo, entre outros (GITIRANA *et al.*, 2014, p. 24).

Segundo Magina, Merlini e Santos (2016) e Lautert, Castro Filho e Santana (2017), as relações quaternárias relacionam quatro elementos entre si, e estão subdivididas nos eixos de Proporção simples, Proporção Dupla e Proporção Múltipla. Cada um dos eixos é subdividido em duas classes, um para muitos e muitos para muitos, e os problemas de cada classe podem ser divididos em contínuos e discretos. Para os autores, uma Proporção Simples traz situações em que se tem uma relação de proporcionalidade entre duas grandezas, envolvendo quatro medidas – duas a duas de mesma espécie – que são relacionadas por uma taxa entre grandezas de diferentes espécies. Uma proporção dupla nas situações que envolvem esse eixo, tem-se, no mínimo três grandezas de diferentes naturezas. As grandezas na Proporção Dupla, não são todas proporcionais entre si, assumem dupla proporcionalidade. Uma proporção múltipla envolve mais de duas grandezas com Proporção Simples que são encadeadas, ou seja, quando aumenta ou diminui uma das grandezas, consequentemente, aumenta ou diminui as demais na mesma proporção. A característica elementar é as quantidades possuírem uma relação de dependência.

A mobilização de processos cognitivos que envolvem e colocam em ação os conceitos e noções relacionadas à proporcionalidade ocorre em uma variedade de situações (FIOREZE, 2000). Identificar uma proporção nos anos iniciais pode implicar em conhecer um número com o sentido que vai além das grandezas estudadas na adição (NUNES; BRYANT, 1997; GITIRANA *et al.*, 2014), existe a necessidade de, entre as grandezas, estabelecer relações, as quais consistem, segundo Vergnaud (2009) em operadores funcionais e escalares.

Problemas com grandezas proporcionais podem ser resolvidos por método direto, redução à unidade, proporção – regra de três (LIMA *et al.*, 2005), ou ainda pela análise do operador escalar ou do operador funcional em uma proporção. (VERGNAUD, 2009). Além de diferentes representações do mesmo problema, tais métodos consistem em diferentes processos de pensamento referentes ao desenvolvimento da solução de uma situação de proporção. Ainda nas situações de proporção, ao estudar as relações quaternárias, se faz importante a representação por diagramas ou tabelas, pois a localização da incógnita nos indicará o tipo de problema e a operação a ser realizada. A partir do exemplo clássico: Em dois pacotes com o mesmo número de figurinhas, existem 8 figurinhas. Luana tem 3 pacotes de figurinhas, quantas figurinhas Luana tem?

O método direto citado por Lima *et al.*, (2005) estabelece que três pacotes é o mesmo que dois pacotes mais a metade de dois pacotes, ou seja, uma vez e meia dois pacotes, então a proporção é da quantidade de figurinhas mais sua metade, ou seja, 8+4=12. A estratégia inicial da representação do problema em forma de diagrama é a mesma:

Figura 1: Representação do método direto de resolução

quantidade de pacotes	quantidade de figurinhas
2	8
3	?

Fonte: os autores

Para Lima *et al.*, (2005), a redução à unidade consiste em dividir o valor da medida inicial por ele mesmo, e após multiplicar pelo valor da medida final:

Figura 2: Representação da redução à unidade

quantidade de pacotes	quantidade de figurinhas
2	8
1	4
3	?

Fonte: os autores

De forma análoga, Vergnaud (2009), analisa a relação entre a primeira e a última linha, evocando para o operador multiplicativo o nome de operador escalar, pois se trata de uma relação entre medidas da mesma grandeza.

Figura 3: Representação da relação com operador escalar

quantidade de pacotes	quantidade de figurinhas
2	8
3	?

Fonte: os autores

Neste caso, $\frac{3}{2}$ é o operador escalar entre 2 pacotes e 3 pacotes.

A proporção ou regra de 3 leva em conta que pelas propriedades matemáticas que definem proporcionalidade:

> sejam x e y dois tipos de grandezas. diz-se que y é proporcional a x quando:
> 1º as grandezas x e y acham-se de tal modo relacionadas que a cada valor de x corresponde um valor bem determinado de y. Diz-se então que existe uma correspondência $x \longmapsto y$ que y é função de x.
> quando escrevemos $x \longmapsto y$ estaremos querendo dizer que y é o valor que corresponde a x
> 2º quanto maior for x, maior será y. em símbolos: se $x \longmapsto y$ e $x' \longmapsto y'$ então $x < x'$ e $y < y'$.
> 3º se a um valor x_0 corresponde a um y_0 e c é um número qualquer, então o valor de y que corresponde a cx_0é cy_0. Simbolicamente: se $x_0 \longmapsto y_0$ então $cx_0 \longmapsto cy_0$.(LIMA *et al.*, 2005, p.2)

A Terceira afirmação é o Teorema Fundamental da Proporcionalidade, nos casos das figurinhas, se um pacote possui quatro figurinhas, três pacotes possuem três vezes as quatro figurinhas, ou ainda, o triplo de pacotes resultará no triplo de figurinhas por pacote.

Voltando ao caso anterior, a dois pacotes correspondem oito figurinhas, então a três pacotes, corresponderão o triplo de figurinhas de um pacote, ou seja, o triplo da metade de 8.

Por fim, Vergnaud (2009) aborda o operador funcional, o qual estabelece um sentido de número que relaciona duas grandezas, chamado também de medida quociente, a relação do exemplo consiste na quantidade de figurinhas por pacote (nova grandeza). Existem 8 figurinhas em dois pacotes, portanto 4 figurinhas por pacote, resultando na função f = 4p, sendo f a quantidade de figurinhas e p a quantidade de pacotes.

Figura 4: Representação da relação com operador funcional

quantidade de pacotes — quantidade de figurinhas

$$2 \longrightarrow 8$$
$$3 \longrightarrow ?$$

Fonte: os autores

O estudo de proporcionalidade, com o desenvolvimento do raciocínio proporcional, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental é importante porque, segundo Nunes e Bryant (1997), compreender a multiplicação além da soma de parcelas iguais perpassa construir um novo sentido de número na multiplicação, que se dá em valores sobre variáveis, e não sobre conjuntos. Para construir o conceito de multiplicação, portanto, o estudante necessita relacionar quantidades de forma a perceber um padrão entre as mesmas, seja na forma de operador escalar ou funcional. Para tal, demanda uma reorganização do pensamento, bem como outras sistematizações para os problemas a serem solucionados. O uso de representações de suporte, como imagens, pode servir de apoio para a aprendizagem de multiplicação, isso nos levou a questionar de que forma tais ilustrações compõem os livros didáticos dos anos iniciais.

Metodologia

Para a busca dos livros didáticos foi pesquisado no site no Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), depois na aba Programa do Livro, após clicando na aba Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Então, clicando em "dados estatísticos", é possível baixar um arquivo com os dados de compra com valores de aquisição por título de cada coleção didática, distribuída para todas as escolas do país. Esses arquivos pesquisados são referentes aos livros didáticos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, referente aos anos 2019-2021. O PNLD é direcionado à aquisição e à distribuição de livros aos alunos da educação infantil, dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Para o estudo das ilustrações presentes em livros didáticos dos anos iniciais, consultamos as três coleções mais solicitadas, segundo o site do MEC, resultando na coleção Ápis, A Conquista da Matemática e Buriti. A análise se deu nos livros de primeiro ao quinto ano, resultando na distribuição descrita na Tabela 1:

Tabela 1: Distribuição das questões de proporcionalidade nas coleções analisadas

Coleção	**Primeira triagem**	**Segunda triagem**	**Terceira triagem**
ÁPIS	348	326	45
BURITI	249	225	35
A CONQUISTA DA MATEMÁTICA	349	298	44
Total de excertos	**946**	**849**	**124**

Fonte: dados da pesquisa

A primeira triagem foi referente aos excertos de multiplicação, a segunda, aos problemas de multiplicação, e a terceira, aos problemas que envolviam proporcionalidade. Este texto buscou compreender como ilustrações de situações envolvendo proporcionalidade são apresentadas em livros didáticos dos anos iniciais, mediante análise documental. Para tal, usam-se categorias a priori, definidas por Freire[2] (2008), a qual sintetiza as classes de Levin (1981), apresentando cinco características primárias que as refletem o papel das ilustrações em um texto, conforme Quadro 1:

Quadro 1: Classes de Freire para o papel de ilustrações em um texto

Classe	**Descrição de cada classe**
decoração	não se relacionam com o texto, servem apenas para o enfeitar, satisfazendo o desejo do autor em tornar o texto mais atraente e de chamar a atenção do leitor
representação	praticamente sobrepõem o conteúdo do texto, repetindo certos conteúdos, que tornam o texto mais concreto, através da visualização de uma pessoa, acontecimento, lugar ou coisa
organização	organizar a informação numa estrutura coerente:gráficos, mapas e diagramas
interpretação	compreender um texto de difícil processamento como é o caso das analogias pictóricas
transformação	aumentam de forma explícita a memorização do texto: forma com conteúdo com maior poder de absorção,para recordar informações chave.

Fonte: adaptado de Freire (2008)

Resultados e Discussão

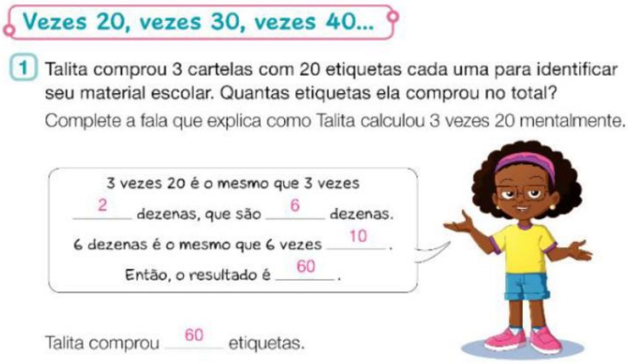
Do total, 124 questões continham ilustrações, as quais foram classificadas em decoração (7), organização (10), representação (30) e interpretação (77), sendo que nos problemas referentes à proporcionalidade não ocorreu a frequência de ilustrações de transformação.

Ilustrações de decoração

Do total de questões de proporcionalidade ilustradas nas coleções, sete se referiram à decoração, não fazendo parte do contexto do problema, como a Figura 5, que apresenta uma personagem conversando com o leitor.

[2] Marques *et al.*(2020) organizam representações de avaliações em matemática em classes semelhantes: imagem de decoração, imagem de ilustração e imagem de suporte. A imagem de decoração, são aquelas que simplesmente estão nos enunciados para decorar, não contribuem para que o estudante resolva a questão, pois não estabelece relação com a atividade. A imagem de ilustração é aquela que além de decorativa, estabelece alguma relação com o tema da atividade a ser resolvida. E a imagem de suporte, é composta por aquela que complementa os enunciados e apoiam as atividades a serem executadas (MARQUES *et al.*, 2020, p. 107-108)

Figura 5: Ilustração de decoração



Fonte: Toledo (2017, p. 97) - Livro do 4º ano

Nesta questão, tanto a personagem quanto o balão de fala fazem parte da ilustração. A questão pode ser resolvida sem o que contém no balão, que serve como explicação, e que poderia estar fora do balão sem prejuízo à compreensão do contexto, com a intencionalidade de deixar o texto mais atraente e chamando a atenção do leitor para o mesmo (FREIRE, 2008). Embora esteja sendo trabalhado o raciocínio multiplicativo de forma mental, os conhecimentos postos em ação são de proporcionalidade: 3 vezes 20 é o mesmo que 3 vezes 2 dezenas, que são 6 dezenas, e 6 dezenas é o mesmo que 6 vezes 10. Então o resultado é 60.

Essa descrição do pensamento de Talita (personagem do livro) corresponde ao método direto de resolução de problema de proporcionalidade, mencionado por Lima *et al.* (2005), neste caso, ao invés de evocar o coeficiente multiplicativo de forma direta, o faz de forma indireta, por meio da compreensão do sistema de numeração decimal. Ora, Talita comprou três cartelas, em cada cartela tem 20 etiquetas, quantas etiquetas Talita comprou? Ainda pode-se dizer que houve a redução (não à unidade, mas ao número de dezenas), que também é um processo possível e plenamente aceitável, pois corresponde às propriedades da proporcionalidade.

Ilustrações de representação

São figuras que apresentam uma concretude ao texto, por meio de ilustração de lugar, pessoa ou coisa (FREIRE, 2008), neste caso, a Figura 6, a qual apresenta uma mulher cortando laranjas e uma máquina de suco ao seu lado, se sobrepôs ao conteúdo do problema.

Figura 6: Ilustração de representação

2. Para o lanche da tarde a mãe de Marcos fará 3 copos de suco de laranja. Para cada copo de suco, ela usa 4 laranjas. Quantas laranjas a mãe de Marcos precisa para fazer os 3 copos de suco?

A mãe de Marcos precisa de ___12 laranjas___ para fazer os 3 copos de suco de laranja.

Fonte: Giovanni Júnior (2018, p. 199) - Livro do 2º ano

A mãe de Marcos fará 3 copos de suco de laranja. Para cada copo de suco, ela usa 4 laranjas. A imagem apresenta uma mulher cortando laranjas, e aparecem 4 laranjas na ilustração sobre a bancada, no entanto, este não é o resultado do problema. Repara-se, no entanto, que há um cesto com laranjas e outras frutas ao fundo, sobre a mesa.

O livro não apresenta a operação utilizada, apenas o resultado. Neste caso, a proporcionalidade é indicada por: para cada copo de suco ela usa quatro laranjas. Quantas laranjas a mãe de Marcos precisa para fazer os 3 copos de suco?

Trata-se de uma proporção simples, um para muitos, com valores discretos (copos de suco e laranjas). O operador funcional 4 (laranjas por copo de suco) está explícito. Este problema está em um livro didático do segundo ano do Ensino Fundamental, e a figura não dá o resultado imediato, mas além de chamar a atenção, ela permite uma contextualização do problema.

Ilustrações de organização

Das 124 questões ilustradas de proporcionalidade, 10 configuraram-se como de organização, dispondo os dados de forma coerente, com gráficos, mapas, tabelas ou diagramas (FREIRE, 2008). No caso do gasto de gasolina do carro de Geraldo, temos as grandezas: quilômetros, tempo e litros de gasolina, e as relações entre elas. Trata-se de um problema de proporção dupla, na qual as grandezas se relacionam duas a duas (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016). A Figura 7 apresenta que temos tempo por litro de gasolina: 6 litros por minuto, quilômetros por litro de gasolina: 9 quilômetros por litro, e quilômetros por tempo: 9 quilômetros por 6 minutos ou (como 9 é seis mais a metade de seis), um quilômetro e meio por minuto. Estes são os operadores funcionais para esta questão, no entanto, é possível solucionar o problema por meio de operador escalar.

Figura 7: Ilustração de organização

4 O carro de Geraldo consome 1 litro de gasolina para percorrer 9 quilômetros. Em 6 minutos, o carro percorre 9 quilômetros. Agora, faça o que se pede

a) Complete o quadro.

Quilômetros	Tempo	Litros de gasolina
9 km	6 min	1 litro
27 km	18 min	3 litros
63 km	42 min	7 litros
90 km	60 min	10 litros

b) Quantos minutos e quantos litros de gasolina Geraldo vai gastar para percorrer 27 quilômetros?
18 minutos e 3 litros de gasolina.

c) Quantos quilômetros o carro de Geraldo percorre com 7 litros de gasolina? E quanto tempo ele leva para fazer esse percurso?
63 quilômetros; 42 minutos.

d) De quantos litros de gasolina o carro de Geraldo precisa para se deslocar por uma hora? Quantos quilômetros ele consegue percorrer nesse período?
10 litros de gasolina; 90 quilômetros.

Fonte: Toledo (2017, p. 59) Livro do 5º ano.

Neste caso, o quadro resumo permite uma síntese do problema (FREIRE, 2008), anunciando as relações existentes e permitindo que o aluno realize as operações que julgar pertinentes, de acordo com a sua compreensão de proporção.

Ilustrações de interpretação

Para além de compreender o texto, as ilustrações de interpretação que servem de suporte para os problemas de proporção encontrados nas coleções contêm dados do problema, que permitem uma maior identificação com o contexto da questão. No caso da figura 8, temos duas ilustrações: a primeira com o desenho de vasilhames de desinfetante com seus respectivos preços e sua capacidade, e a segunda indicando qual a representação adequada para os símbolos litros e mililitro, e a relação entre eles. Enquanto a primeira ilustração serve para compreender os preços, a segunda explicita relações entre medidas de capacidade, explicitando um texto não trivial.

Figura 8: Ilustração de interpretação


2 Jair foi ao supermercado para comprar uma embalagem com 2 litros de desinfetante, mas essa embalagem estava em falta. Então, ele comprou 4 embalagens de 500 mililitros, iguais à mostrada abaixo.

a) Quantos mililitros de desinfetante Jair comprou? Essa quantidade corresponde a quantos litros?
2000 mililitros; 2 litros.

b) Quantos reais ele economizaria se tivesse comprado a embalagem com 2 litros de desinfetante?
R$ 1,00

Exemplos de cálculo:
a) $500 + 500 + 500 + 500 = 2000$
2000 mL $= 2$ L
b) $4 \times 4 = 16$
$16 - 15 = 1$

Indicamos:
- 1 litro por 1 ℓ ou 1 L
- 1 mililitro por 1 mℓ ou 1 mL

1 ℓ = 1000 mℓ

Fonte: Toledo (2017, p. 194) Livro do 4º ano

A proporcionalidade apresentada está no preço por litro - ou por mililitro (operador funcional), e permite a comparação de preços entre o mesmo produto disposto em embalagens diferentes, uma interpretação do que é mais vantajoso em termos financeiros. A classe dos problemas de interpretação é composta por 77 dos 124 excertos selecionados, sendo a mais representativa, e também com maior suporte para o estudante, o que indica que as ilustrações presentes em livros didáticos dos anos iniciais servem como apoio para a construção do pensamento proporcional.

Considerações Finais

Com este texto buscou compreender como ilustrações de situações envolvendo proporcionalidade são apresentadas em livros didáticos dos anos iniciais, mediante análise documental. Após as triagens realizadas, a constituição do *corpus* resultou em 124 excertos ilustrados com problemas contendo proporção em seu contexto.

Inicialmente se contextualizou o uso de ilustrações em livros didáticos no Brasil, a importância de tais imagens e como as mesmas podem servir para a compreensão de um texto, lembrando que especificamente em Matemática, tal suporte pode servir de apoio, e que no caso do Campo Conceitual Multiplicativo, nas relações quaternárias – proporção, o uso de diferentes representações pode auxiliar na compreensão das relações entre as quantidades. Se organizou um breve apanhado a respeito da resolução de situações de proporção simples, na perspectiva da Matemática (LIMA *et al.*, 2005) e dos Processos Cognitivos em Educação Matemática (VERGNAUD, 2009), associados, exemplificando possíveis procedimentos e estratégias para a resolução de um problema.

Assim, selecionaram-se em três coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental - anos iniciais, 124 excertos ilustrados de problemas contendo proporção. Mediante análise documental, foi possível classificar os excertos em categorias a priori: decoração, organização, representação e interpretação, sendo essa última a mais frequente e representativa.

Em todas as categorias os problemas de proporção estavam claros e foi possível utilizar ao menos um dos métodos descritos para solucioná-los. As ilustrações de decoração serviram para chamar a atenção do leitor para a questão, não auxiliando na resolução do problema, o mesmo ocorreu com as situações cuja ilustração foi de representação, no entanto, essas permitiram uma contextualização. As questões cuja ilustração foi de organização tiveram uma facilitação visual na relação entre as grandezas, e as de interpretação foram claras como suporte e apoio para a compreensão do problema, fazendo parte do mesmo.

O livro didático, como material amplamente utilizado em sala de aula, tem como suporte em suas questões ilustrações que vão desde suporte nenhum (decoração) a ilustrações de interpretação (maior grau), no entanto, constatou-se a ausência de ilustrações de transformação. Conclui-se que as ilustrações podem servir como suporte para a compreensão de problemas de proporcionalidade, destacando informações, chamando atenção para o texto, contribuindo para a construção de relações entre quantidades e grandezas. Sugere-se a ampliação desse estudo de forma a buscar em outros contextos a investigação da utilização de ilustrações como suporte em materiais didáticos na construção do conhecimento.

Referências

BELMIRO, C. A. A imagem e suas formas de visualidade nos livros didáticos de Português. **Educação & Sociedade**. 2000, v. 21, n. 72, p. 11-31.

DANTE, L. R. **Ápis matemática** - 1º ano ao 5º ano: Ensino Fundamental, anos iniciais. São Paulo: Ática, 2017.

FIOREZE, L. A. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010, 245 p.. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

FREIRE, V. E. C. **A Eficácia de imagens em livros didáticos infantis de língua portuguesa**: parâmetros e recomendações para seu uso. 2008. Dissertação (Mestrado em Design). Programa de Pós-Graduação em Design, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.. **A conquista da matemática**: Ensino Fundamental, anos iniciais / José Ruy Giovanni Júnior. São Paulo: FTD, 2018.

GITIRANA, V. G.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. M. P.; SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM Editora, 2014.

LAUTERT, S. L.; CASTRO FILHO, J. A.; SANTANA, E. R. S.. **Ensinando multiplicação e divisão do 1º ao 3º ano** / Sìntria Labres Lautert, José Aires de Castro Filho, Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana, organizadores. – Itabuna: Via Litterarum, 2017.

LEVIN, J. R. **Pictures as Prose-Learning Devices**. Madison: Wisconsin University. Madison. Research and Development Center for Individualized Schooling (Corporate Author). ERIC (U.S. Dept. of Education). Theoretical Paper n. 93. 1981. 67p.

LIMA, E. L.; WAGNER, E.; CARVALHO, P. C. P.; MORGADO, A.C. **Temas e Problemas Elementares.** Rio de Janeiro: Coleção do Professor de Matemática, SBM, 2005.

MAGINA, S. M. P.; MERLINI, V, L.; SANTOS, A.. A estrutura multiplicativa a luz da teoria dos campos conceituais: uma visão com foco na aprendizagem **In:** CASTRO FILHO, José Aires *et al.* **Matemática, Cultura e Tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: CRV, 2016, p.66-82

MARQUES, P. R.; SILVA, J. A.; FARIAS, M. S.; ROVEDA, C. A.; DALTOÉ, T. Análise de provas de Matemática elaboradas por professoras do 3º ano do Ciclo de Alfabetização. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 16, n. 36, p. 99-113, 2020.

MOURA, A. R. A. Das imagens em livros didáticos de Língua Portuguesa: funções editoriais, ilustrações ou objetos de ensino aprendizagem? In: Jornada do Grupo de Estudos Linguísticos do Nordeste - GELNE, 24, 2012, Natal. Anais da Jornada do Grupo de Estudos Linguísticos do Nordeste. **Anais…** Natal, EDUFRN, 2012, p. 1-17. CD rom.

PESSOA, R. R. O livro didático na perspectiva da formação de professores. **Trabalhos em Linguística Aplicada**. 2009, v. 48, n. 1, p. 53-69.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. O diálogo entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a educação matemática. In: MEIRA, L.; SPINILLO, A. G. (Org.). **Psicologia Cognitiva**: cultura, desenvolvimento e aprendizagem. 1ed. Recife: Editora Universitária da UFPE, 2006. p. 46-80.

TOLEDO, C. M. **Buriti mais: Matemática**, anos iniciais, Ensino Fundamental, manual do professor /organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. - 1. ed. - São Paulo: Moderna, 2017.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

Ansiedade Matemática à luz da Confluência da Cognição, Motivação e Teoria do Flow

Mathematical anxiety in the light of the confluence of cognition, motivation and flow theory

Ana Maria Antunes de Campos
Doutoranda em Educação Matemática - PUC-SP
e-mail camp.ana@hotmail.com

Resumo
A ansiedade matemática é uma aversão e medo relativos a atividades que envolvam matemática e apresenta duas dimensões diferentes: cognitivas e afetivas. A dimensão cognitiva, refere-se à preocupação com o próprio desempenho e com as consequências do fracasso, e a dimensão afetiva refere-se a tensão em situações que envolvam a matemática. Isto posto, esse artigo teórico tem como objetivo investigar como a Teoria do Flow pode atenuar as implicações da ansiedade matemática na dimensão cognitiva, por meio do fator motivacional. Os resultados apontam que os elementos do Flow permitem uma análise diferenciada e individual de como o estudante se apresenta diante as atividades que dependem de suas habilidades, sendo esse um dos elementos mais importante da teoria. A motivação é um processo responsável pela intensidade, direção e persistência de esforços para atingir uma meta, é um fator poderoso que influencia a maneira como os estudantes aprendem e dominam matemática. Isto posto, quando as atividades escolares proporcionam interesse e motivação, os estudantes entram em uma intensa concentração que pode atenuar as reações da ansiedade matemática como desmotivação, desinteresse e tédio.

Palavras-chave: Ansiedade Matemática; Flow; Motivação; Cognição; Educação Matemática.

Abstract
Mathematical anxiety is an aversion and fear related to activities involving mathematics and has two different dimensions: cognitive and affective. The cognitive dimension refers to the concern with one's own performance and the consequences of failure, and the affective dimension refers to tension in situations involving mathematics. That said, this article aims to investigate how the Flow Theory can mitigate the implications of mathematical anxiety in the cognitive dimension, through the motivational factor. The results show that the elements of the Flow allow a differentiated and individual analysis of how the student presents himself in relation to the activities that depend on his abilities, being this one of the most important elements of the theory. Motivation is a process responsible for the intensity, direction and persistence of efforts to reach a goal, it is a powerful factor that influences the way students learn and master mathematics. That said, when school activities provide interest and motivation, students enter an intense concentration that can mitigate the reactions of mathematical anxiety such as demotivation, disinterest and boredom.

Keywords: Mathematical anxiety; Flow; Motivation; Cognition; Mathematical Education.

Introdução

A aversão à matemática é conhecida como ansiedade matemática, que é uma resposta negativa perante situações que envolvam a matemática e que modificam o estado cognitivo, fisiológico e comportamental do estudante. (CARMO; SIMIONATO, 2012; MENDES; CARMO, 2014). Reações como preocupação, ansiedade, desamparo, pânico, esquiva e medo frente à matemática, ocasionam muitas vezes desmotivação, desinteresse, tédio, abandono escolar e fuga de atividades que envolvam a matemática.

Os estudos acerca da ansiedade matemática são em grande parte pesquisas internacionais, nos quais se destacam os autores Dreger e Aiken, (1957); Tobias (1976); Meece, Wigfield e Eccles, (1990); Ashcraft e Kirk (2001). Essas pesquisas são desenvolvidas em áreas científicas distintas, relacionadas à Genética, Psicologia e Neurociência.

Algumas pesquisas (DREGER; AIKEN, 1957; HEMBREE, 1990; CARMO, 2003) apontam que ansiedade matemática se manifesta perante as atividades matemáticas dentre elas: resolução de problemas, avaliações, diante de livros didáticos matemáticos, ao ver uma equação na lousa ou em um papel, ao ouvir o nome do professor de matemática e, ainda, que é dia de aula de matemática. Bem como difere de outras formas de ansiedade, como por exemplo, transtorno de ansiedade, ansiedade geral e a ansiedade social.

Para, Santos et al. (2012), a ansiedade matemática pode levar a erros que interferem na resolução de problemas matemáticos gerando resultados de frustração e aversão, causando um déficit cognitivo que pode ser confundido com a Discalculia.

Consequentemente, alguns pesquisadores (DEVINE, 2017; DEVINE et al. 2018) estão estudando essa relação e, até o momento, os resultados sugerem que os distúrbios cognitivos são dissociáveis dos emocionais; a ansiedade pode ser uma reação da discalculia; estudantes com discalculia e ansiedade matemática provavelmente requerem diferentes tipos de intervenção. Contudo, segundo os pesquisadores, os estudos não são conclusivos, sendo necessárias futuras investigações.

Os primeiros estudos acerca da ansiedade matemática foram produções da década de 1980, período de efervescência para a temática, destacando-se os trabalhos de Tobias (1976; 1987), nos quais, a expressão *ansiedade matemática* começou a ser empregada. A autora tinha como propósito discorrer sobre como as mulheres evitavam cursos correlacionados à matemática por se sentirem desconfortáveis com essa disciplina; e como os estudantes universitários poderiam repensar a matemática. Conjectura-se que a autora foi pioneira quanto aos estudos concernentes à interação de afeto, cognição, gênero e ansiedade matemática.

Segundo Almouloud (2007), a década de 1980 também foi importante para a Educação Matemática, marcado pela participação da Escola Francesa que contribui significativamente para o campo. Diversos grupos de pesquisas em Didática da Matemática desenvolviam teorias próprias para a área tal qual as teorias de Guy Brousseau (TDS) - Teoria das situações didáticas, a Teoria Antropológico do Didático (ATD) de Yves Chevallard e a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

Fiorentini (1994) confirma que esse momento foi fundamental para à Educação Matemática correspondendo a fase "do surgimento de uma comunidade nacional de educadores matemáticos, os quais contribuíram para a ampliação da região de inquérito da Educação Matemática e para a consolidação das primeiras linhas de pesquisa. (FIORENTINI, 1994, p. 7).

Fiorentini realizou um mapeamento das produções publicadas nas pós-graduações na área da Educação Matemática nos anos de 70 e 80. Ao todo, o autor analisou 204 pesquisas, entre teses e dissertações. Dentre as linhas temáticas de pesquisa, a categoria psicologia, cognição e aprendizagem matemática identificou seis estudos, a saber: um referente à estímulo, dois sobre criatividade, um acerca da ansiedade, dois investigando as atitudes afetivas, um relativo ao estudante frente à matemática e ao seu processo de ensino.

O constructo da ansiedade matemática sofre impacto da motivação, cognição, emoções e afeto; com o envolvimento dos estudantes na aprendizagem da matemática; papel dos pais e professores. Esses fatores interferem nas decisões dos estudantes de seguirem ou não carreiras que envolvem a matemática.

Nesse sentido, o objetivo desse artigo teórico é investigar como a Teoria do Flow pode atenuar as implicações da ansiedade matemática na dimensão cognitiva, por meio do fator motivacional.

Cognição e Ansiedade Matemática

As pesquisas acerca da ansiedade matemática estão sendo realizadas em outras áreas como a Psicologia, Genética, Cognição e Neurociência. No campo da Educação Matemática esses estudos são novos e esse fator não incide apenas sobre as pesquisas brasileiras, mas também nas internacionais.

Os arcabouços teóricos de alguns estudos são baseados nos domínios afetivos e cognitivos associados ao fenômeno da ansiedade matemática, procurando identificar as relações recíprocas entre autoconceito, autoeficácia, crenças, ansiedade matemática e desempenho em matemática. (GUNDERSON et al., 2018; AHMED, 2012; MEECE; WIGFIELD; ECCLES, 1990; CROPP, 2017).

No Brasil no campo da Educação Matemática as pesquisas acerca de atitudes, crenças, concepções e valores estão mais vinculadas à modalidade de formação de professores; ao nível de ensino dos professores; ao ensino de Matemática; às mudanças ou transformações de práticas; na re(construção) de conceitos matemáticos. (FIORENTINI et al., 2016).

Se conjectura que esses aspectos ainda estejam mais relacionados ao campo da Psicologia Educacional, no qual se destaca os trabalhos de Brito (1998,1996) que tem por objetivo estudar as atitudes e crença de autoeficácia na resolução de problemas matemáticos, dois fatores que podem influenciar no desempenho da matemática. Para a autora as pesquisas em Educação Matemática "referem-se mais a atividades de ensino-aprendizagem, isolando a dimensão afetiva e emocional, da dimensão cognitiva, o que impossibilita o estabelecimento nos currículos e programas, de objetivos atitudinais com relação a matemática" (BRITO, 1998, p. 197).

Na literatura internacional sobre esses domínios, se destacam os estudos de Bandura (1977,1994) que afirmam que os procedimentos psicológicos, independentemente da sua forma, alteram o nível e força da autoeficácia. O pesquisador aponta que as crenças pessoais, produzem efeitos sobre quatro processos: cognitivo, motivacional, afetivo e de seleção. Nos quais, os processos cognitivos estão envolvidos com a aquisição, organização, evocação e utilização da informação, em que a motivação possibilita a ação e reflete na direção, intensidade e persistência do esforço para essa ação; a autoeficácia é a crença que a pessoa possui sobre suas capacidades de ações; a autorregulação é a influência sobre a própria motivação, estados emocionais, processo de pensamento e padrões de comportamento.

Os processos afetivos se baseiam nas crenças das pessoas em suas capacidades de enfrentamento quanto às situações de estresse que elas vivenciam e como suas experiências nessas situações ameaçadoras ou difíceis, implicam no seu nível de motivação. O processo de seleção é ativado pela autoeficácia que permitem às pessoas a criarem ambientes benéficos e exercerem algum controle sobre eles, o que pode influenciar nos tipos de atividades e ambientes que as pessoas escolhem, fugindo de situações que excedem suas capacidades de enfrentamento. (BANDURA, 1977; 1994).

Esses estados são encontrados nas pesquisas relativas à ansiedade matemática, que afirmam que uma das características dos estudantes com ansiedade matemática é as mudanças nos aspectos cognitivos, fisiológicos, emocionais e comportamentais, dentre eles a desmotivação, desinteresse, abandono escolar e fuga, em virtude de que os estudantes se sentem incapazes em enfrentar atividades que envolvam a matemática. (MENDES; CARMO, 2014).

Motivação, autoconceito e autoeficácia

Os estudantes constroem suas próprias percepções e interesses ao longo do tempo e as usam para tomar decisões, essas percepções e interesses modulam fortemente o tempo que gastam efetivamente aprendendo matemática.

Segundo Meece, Wigfield e Eccles (1990) grande parte das pesquisas sobre ansiedade matemática são com estudantes universitários, o que dificulta compreender os efeitos da ansiedade matemática em estudantes mais jovens. Uma outra problemática é o limitado número de estruturas teóricas para conceituar relações entre autopercepção, afetividade e variáveis de desempenho em estudantes com ansiedade matemática.

O estudo de Meece, Wigfield e Eccles (1990) examinou a influência relativa da autopercepção de desempenho em matemática e a escolha de carreiras. Segundo os autores, a autopercepção é uma variável que implica fortemente, nas intenções de estudantes de seguirem ou não carreiras na área da matemática, evidenciando que a ansiedade matemática está mais diretamente relacionada às percepções negativas de habilidades matemáticas dos estudantes, ocasionando fuga de carreiras que abordam essa ciência.

O que é comprovado pela pesquisa de Hilal-Abu (2000) que propôs um modelo de abordagens de autoaperfeiçoamento e desenvolvimento de habilidades, e os resultados relatados apresentam uma relação entre esforços exercidos na aprendizagem, importância do assunto, conquista, autoestima, conceito e ansiedade em matemática. Os resultados revelaram que a conquista desempenha um papel central no desenvolvimento acadêmico e psicológico dos estudantes, nos quais autoconceito, autopercepção, motivação e atitudes aprendidas estão associadas de várias maneiras a conquista e eles não podem ser entendidos independentemente de realização.

O autoconceito e autoeficácia funcionam juntos em relação à matemática, influenciando fortemente as crenças e autoeficácia acadêmica de estudantes, em que "o autoconceito acadêmico é um melhor preditor (e mediador) para variáveis afetivo motivacionais, enquanto a autoeficácia acadêmica é o melhor preditor (e mediador) para conquista acadêmica." (FELA; VALCKE; CAI, 2009, p. 499).

Nesse sentido, motivação, autoconceito, autoeficácia, autoestima, autopercepção, emoções, cognição e afeto, são variáveis que têm o potencial de identificar e otimizar o processo de aprendizagem, levando em conta o ritmo, e diferenças individuais do estudante.

Os estudos de Aschraft (2002) e Ashcraft, Krause e Hopko (2017) expõem que estudantes com ansiedade matemática cometem mais erros na resolução de problemas de adição e divisão com empréstimo, bem como levam um tempo maior, cerca de três vezes mais, se comparado com estudantes com baixa ansiedade matemática.

Assim, estudantes com níveis mais altos de ansiedade matemática apresentam um desempenho mais lento e menos preciso para a resolução de problemas, especialmente quando os processos aritméticos envolvem empréstimos e transporte, visto que é necessário um maior envolvimento da memória de trabalho à solução dos problemas e no controle das emoções negativas.

As percepções das habilidades matemáticas têm relação com à eficácia, crenças e valores dos estudantes, assim como em suas expectativas de sucesso em matemática. Os autores relatam que analisar a influência da ansiedade matemática no desempenho da matemática, sem analisar os efeitos da autopercepção, expectativas, crenças e valores, pode ser um erro. Nesse estudo, os autores não encontraram implicações significativas acerca da ansiedade matemática e gênero. Os resultados apontam que estudantes com ansiedade matemática de fato, participam menos de aulas de matemática e afastam-se de atividades que envolvam a matemática.

A ansiedade matemática já está associada ao desempenho em matemática em crianças desde o 1º e 2º ano do Ensino Fundamental. Interferindo na atitude, motivação, aumentando o comportamento de esquiva da matemática, intervindo no processamento cognitivo quando estão resolvendo problemas difíceis de matemática, na memória de trabalho e reduzindo as competências matemáticas. (RAMIREZ et al, 2012).

Dowker, Sarkar e Looi (2016) apontam que é improvável que existam fatores genéticos específicos para a ansiedade matemática. Ao longo dessa pesquisa encontramos dois trabalhos na literatura relacionados a gêmeos, o primeiro de Wang et al. (2014) que investigou em 262 pares de gêmeos do mesmo sexo (58% do sexo feminino, 42% do sexo masculino) e descobriram que o fator genético representa aproximadamente 40% da variação da ansiedade matemática. Os outros fatores estão relacionados ao ambiente, experiencias passadas e a motivação.

O segundo trabalho foi de Hart et al. (2016), o estudo examinou a heterogeneidade etiológica do desempenho matemático em uma amostra de 264 pares de gêmeos de 12 anos e que foram avaliados em medidas de desempenho em matemática, numerosidade e ansiedade matemática. Os estudos indicam que o desempenho em matemática é familiar e sugerem que o desempenho matemático é complexo quando considerado o contexto da conquista matemática. Os autores relatam que existe uma tendência a influências ambientais e sugerem intervenções com abordagens focadas apenas nos aspectos cognitivos ou afetivos pode não funcionar para todos os estudantes, logo as intervenções devem visar as múltiplas áreas de desempenho em matemática, treinamento em numerosidade, habilidades de realização matemática e em componentes destinados a reduzir a ansiedade matemática.

Se conjectura que existem outras variáveis que podem contribuir para a ansiedade matemática, como a motivação, autoconceito e autoeficácia. (AHMED, 2012). O Autoconceito é a percepção que o estudante tem de suas conquistas em relação a matemática; a autoeficácia é a convicção sobre a própria capacidade em resolver atividades e problemas que envolvam à matemática; a motivação são os fatores psicológicos que movem, colocam e mantém uma pessoa em ação.

Para Haase, Guimarães e Wood (2019) o construto da autoeficácia matemática é de grande significado motivacional. A autoeficácia é tão preditiva quanto ao desempenho da matemática quanto a inteligência e está associada negativamente à ansiedade matemática.

Baten, Pixner e Desoete (2019) corroboram com essa premissa e relatam o conhecimento prévio e a inteligência são preditores cognitivos que explicam algumas variações na aprendizagem da matemática. Além disso, afeto e motivação são fatores poderosos que influenciam a maneira como os estudantes aprendem e dominam matemática. A motivação é um processo responsável pela intensidade, direção e persistência de esforços para atingir uma meta, no qual é fundamental distinguir entre a motivação controlada e motivação autônoma.

A motivação controlada se refere a força que leva o estudante a cumprir uma tarefa, ou seja, uma regulação externa e introjetada, como exemplo: dizer a si mesmo que precisa estudar à tarde, para poder sair com os amigos à noite. A motivação autônoma é encontrar em uma determinada tarefa os aspectos valiosos, ou seja, consiste em regulamentação identificada, regulação integrada, e intrínseca, como exemplo: estudar matemática porque vê a relevância à carreira acadêmica. (BATEN; PIXNER; DESOETE, 2019, p. 461). O estudo aponta que existe uma relação positiva entre o nível de motivação autônoma e realização em matemática, já a relação entre motivação controlada teve relações negativas significativas com o desempenho acadêmico. A ansiedade matemática influencia na motivação dos estudantes e nas competências matemática a longo prazo.

Vários aspectos podem contribuir à ansiedade matemática, especialmente quando os estudantes apresentam baixos níveis de autoeficácia, autoconceito e autoestima, ou seja, a crença que o estudante tem sobre sua capacidade relacionada ao processo de aprendizagem da matemática interfere na condição subjetiva de bem-estar, o que pode afetar sua conquista na aprendizagem. (ARDI et al.; 2019).

Segundo Ôlmez e Ôlmez (2019) a ansiedade matemática parece crescer durante o meio anos letivos e atingir seu pico durante os primeiros anos do ensino médio, o que é comprovado por Ashcraft e Moore (2009) e Hembree (1990). O aumento das demandas escolares, como passar de ano, ter médias altas, ser bom em matemática, importância dada a matemática para o vestibular e concursos incidem na ansiedade matemática.

A autopercepção ajuda o estudante na escolha do que fazer com suas habilidades, exercendo um controle sobre situações de estresses e ameaças. Segundo Jameson (2014) o autoconceito, é a percepção que uma pessoa sobre si mesma, uma construção multifacetada e hierárquica que pode ser dividido em pelo menos duas facetas acadêmicas de ordem superior: verbal e matemática.

Teoria do Flow

A Teoria do Flow foi desenvolvida pelo psicólogo húngaro Mihaly Csikszentmihalyi na década de 1960. Seus estudos procuravam entender o tipo de atividade que permitia a diversão e prazer, envolvendo profundamente as pessoas, levando-as a perda da noção do tempo, desprezando desconfortos como a fome e a fadiga e tornando-se uma atividade motivadora por si só, sem recompensa extrínseca.

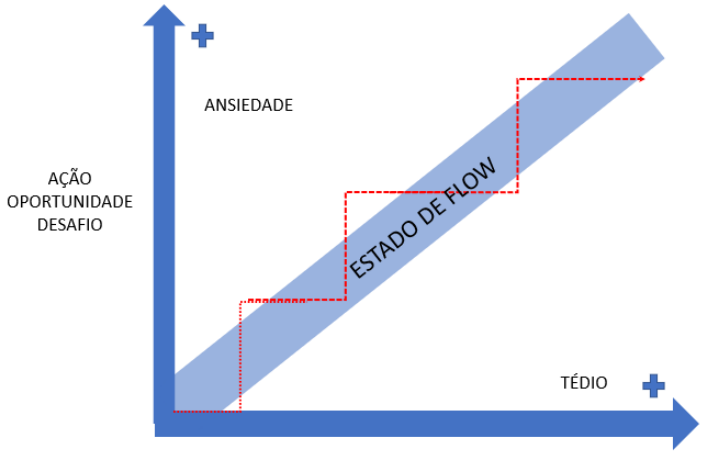
Segundo Csikszentmihalyi (2014) a experiência de Flow é de profunda concentração em um conjunto limitado de estímulos que são aceitos pela pessoa como relevantes, ou seja, o instante em que uma pessoa está totalmente concentrada e absorta em uma atividade. Nessa circunstância, há equilíbrio entre a capacidade e o desafio, a noção de tempo é alterada, a sensação de controle é modificada, deixando de ser controlado para passar a controlar suas ações e ambiente. Para ele, as atividades como artes, esportes, jogos e outras atividades de hobbies, fornecem um ambiente onde a curiosidade e o desafio servem de motivação e facilitam a concentração e o envolvimento com a atividade.

Csikszentmihalyi (1990) define oito elementos que estão presentes no flow, a saber: metas e submetas são definidas, claras e bem definidas; o feedback é imediato; a pessoa se concentra naquilo que está fazendo, sem inquietações que interfiram na atividade que está desempenhando; perca da noção de tempo; concentração profunda e imersão total na atividade; controle sobre as situação e direção ao que se deseja alcançar; equilíbrio entre capacidade e oportunidade, estando preparando à ação; exclusão do ego, o que importa é atingir o objetivo e não o reconhecimento pessoal.

Csikszentmihalyi (2014) expõe que os estudantes aprensentam dificuldades de aprendizagem não por problemas cognitivos, mas por probelmas afetivos, emocionais e motivacionais. O Flow ajuda no processo de aprendizagem, uma vez que permite uma análise diferenciada e individual de como o estudante se apresenta diante as atividades que dependem de suas habilidades. Sendo esse um dos elementos mais importante da Teoria.

Segundo Csikszentmihalyi (1990) existe uma linha tênue entre a ansiedade, tedio e Flow, que pode ser observada na figura 1.

Figura 1: Esquema do Flow



Fonte: (CSIKSZENTMIHA LYI, 1990, p. 74)

Quando o desafio é muito maior do que as habilidades ou as oportunidades são muito maiores do que a capacidade da pessoa, é possível esperar como resultado a ansiedade; se as habilidades superam desafios e o autocontrole, aparece o tédio; quando as habilidades e os desafios se equilibram, a situação geralmente permite a vivência do estado de Flow. (CSIKSZENTMIHALYI, 2014).

Para o autor, o desafio dá ao estudante, visão e direção, foco e perseverança; o objetivo está contido no processo de aprendizado e esse aprendizado intrinsecamente motivado pode ser autotélico, ou seja, é buscado por si só.

Ao atingir o estado de Flow a pessoa está em total concentração, interesse, motivação e criatividade." Essa intensa concentração é sustentada em parte pelo fato de a atividade ter objetivos claros e fornecer feedback claro às ações da pessoa" CSIKSZENTMIHALYI, 2014, p. 6).

Na escola, existem várias distratores e elementos que tiram o foco e atenção dos estudantes. Do mesmo modo, existem disciplinas que podem gerar certo medo, receio e ansiedade, dentre elas à matemática. Nesse sentido, observa-se que a Teoria do Flow pode ser utilizada em sala de aula, em especial na educação matemática.

Csikszentmihalyi (2014) constatou que a atenção dos estudantes pode estar relacionada ao estado de Flow do professor em quase todas as disciplinas, contudo em matemática essa relação deixa de ocorrer depois da quarta série, em que a maioria dos estudantes estão tão distraídos e não prestam atenção, mesmo que o professor esteja no estado do Flow, em decorrência esses estudantes deixam de ser bons em matemática.

Os estudantes encontram recompensas intrínsecas muito mais facilmente na arte e na música do que na matemática. O fato de o estudante não apreciar a disciplina dificulta o desenvolvimento de altos níveis de proficiência. Assim como a falta de prazer no ensino, que pode privar a atividade de seu principal valor, a importância da motivação intrínseca. (CSIKSZENTMIHALYI, 2014),

De acordo com os estudos de Csikszentmihalyi (2014, p. 438) é fundamental considerar dois tipos de motivações no âmbito escolar:

> [...] baseado na expectativa de recompensas de longo prazo (por exemplo, cumprimento da carreira) expectativas ou necessidades psicológicas e uma baseada nas recompensas de experiência (por exemplo, desfrutando da própria atividade). O primeiro tipo de motivação pode ser extrínseco ou intrínseco e o segundo tipo de motivação, baseado na experiência imediata, sempre tende a ser intrínseca, na medida em que as recompensas são inerentes à própria atividade.

Para Csikszentmihalyi (2014) a motivação intrínseca desempenha um importante papel na decisão de um estudante fazer ou não cursos mais avançados de matemática. Segundo o autor, os estudantes apontam que as aulas de matemática e as ciências da computação são os assuntos mais intensos, desafiadores e relevantes, contudo não são necessariamente os mais motivadores.

Considerações

Por meio dos estudos que compõe o corpus de investigação dessa pesquisa é possível observar que a ansiedade matemática implica em dimensões cognitivas, comportamentais e afetivas, manifestando-se em atividades matemáticas que permeiam a vida social e educacional do estudante.

A ansiedade matemática tem sido discutida em distintas áreas, como a psicologia, neurociência, genética, educação e educação matemática. Campos que estão preocupados em amparar o estudante em seu desenvolvimento educacional, com a influência sociocultural, papel da família e com a formação dos professores que estão cotidianamente lidando com as diversidades existentes na sala de aula.

A literatura consultada aponta que na escola os estudantes encontram diversos distratores e algumas disciplinas causam medo, receio e ansiedade, dentre elas a física, química e matemática. Nesse sentido, com objetivo de ajudar os estudantes é fundamental que as aulas e os processos de intervenções sejam estruturados considerando os aspectos individuais de cada estudante; abrangendo fatores emocionais e cognitivos, importantes para a aprendizagem da matemática. Essa estruturação pode diminuir os níveis de ansiedade e contribuir para o desenvolvimento e ampliação da autoestima, autoconceito, autoeficácia e motivação.

Foi possível observar que o ensino modifica as estruturas cognitivas dos estudantes e nesse sentido, é importante estimular a curiosidade, reforçar e destacar os pontos fortes do estudante, uma vez que ao descobrir que se é bom em alguma coisa, surge a sensação de que se pode fazer outras, consequentemente, quando uma pessoa desenvolve seus pontos fortes, todo o resto fica mais fácil. Nesse sentido, o *Flow* pode ajudar nesse processo, uma vez que permite uma análise diferenciada e individual de como o estudante se apresenta diante as atividades que dependem de suas habilidades, sendo esse um dos elementos mais importante da Teoria do *Flow*.

A escola, por um lado possibilita a oportunidades de ação e relação entre corpo e mente, como exemplo o uso dos sentidos para aprendizagem, assim como o uso da memória, linguagem, lógica e regras de causalidade, fatores que podem produzir prazer e motivação. Por outro lado, a atenção na escola é manipulada por livros, colegas e professores, no qual o estudante renuncia ao uso de suas habilidades simbólicas.

A ansiedade matemática pode ser reforçada pela escola que reafirmam essas ideias do quanto à matemática é difícil, incutindo regras inadequadas às crianças, propagando que existe uma única solução para cada problema, por meio de metodologias de ensino inadequadas, por ameaças e exposição a situações de vexame. A ansiedade matemática tem uma relação direta com as experiências negativas que correm nas salas de aulas, isto posto é preciso conhecer as informações sobre a vida do estudante, traços de personalidades, atitudes e nível de ansiedade, para só então pensar em estratégias de ensino e como elas são aplicadas, uma vez que os padrões (comportamentais) de riscos a ansiedade matemática variam individualmente, portanto, as técnicas de intervenção devem levar em conta as particularidades de cada estudante.

Dessa forma, conhecer o estudante, suas especificidades e dificuldades quanto à matemática, ajudará a organizar o processo de intervenção adequadamente direcionada, uma vez que a intervenção precoce pode melhorar a eficácia prática

Uma atividade que permite o estado do *Flow*, apresenta equilíbrio entre as habilidades e os desafios, assim como fornece e identifica claramente as regras, objetivos e feedback. A capacidade de transformar qualquer situação em uma atividade propensa ao *Flow* é uma meta habilidade básica que oferece aproximação com uma profunda felicidade. Isto posto, é fundamental estruturar situações que promovam interação, desenvolvimento de postura de aprendizado, desafio, oportunidade de ação e exemplo (modelos de adultos respeitados com os quais possam aprender).

Nessa perspectiva, as atividades devem ser dirigidas a objetivos, promovendo desafios, proporcionando um conjunto de oportunidades para ação. As atividades devem ser limitadas por regras e não podem ser realizadas sem as habilidades adequadas para que o estudante se envolva com a tarefa.

Algumas limitações da pesquisa devem ser apontadas, como o pequeno corpus investigado, portanto, não se toma esse estudo como finalizado, pois existem outras possibilidades de pesquisas acerca da ansiedade matemática, uma vez que a temática não se esgota aqui e permite uma série de novos questionamentos no âmbito da educação matemática.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP pelo apoio oferecido ao desenvolvimento da pesquisa aqui apresentada.

Referências

AHMED, W.; MINNAERT, A.; KUYPER, H.; GREETIEVAN-DER, W. Reciprocal relationships between math self-concept and math anxiety. In: **Learning and Individual Differences, v.22 (3), p. 385-389, 2012.**

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**, Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ASHCRAFT, M. H.; KIRK, E. P. The relationships among working memory, math anxiety, and performance. **Journal of Experimental Psychology**: General, v. 130, N. 2, p.224-237, 2001.

ASHCRAFT, M. H. Math Anxiety: Personal, Educational and Cognitive Consequences. In **Current Directions in Psychological Science**, v. 11(5), p. 181-185, oct., 2002.

ASHCRAFT, M. H.; MOORE, A. M. Mathematics Anxiety and the Affective Drop in Performance. In: **Journal of Psychoeducational Assessment**, 27, abr., 2009.

ASHCRAFT, M. H.; KRAUSE, J. A.; HOPKO, D. R. Is math anxiety a mathematical learning disability? In: BERCH, D. B.; MAZZOCO, M. M. M. (Eds.). **Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities**, p. 329–348. Paul H Brookes Publishing, 2007.

BANDURA. A. Self-efficacy: toward a unifying theory of behavioral change. In: **Psychological Review**, v. 84, n. 2, p. 191-215, 1977.

______________. Self-efficacy. In: RAMACHAUDRAN, V. S. (Ed.) **Encyclopedia of human behavior**. Cambridge: Academic Press, v. 4. p. 71-81, 1994.

BATEN, E.; PIXNER, S.; DESOETE, A. Motivational and Math Anxiety Perspective for Mathematical Learning and Learning Difficulties. In: FRITZ, A.; HAASE, V. G.; RÄSÄNEN, P. (Editors). **International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom**, Springer International Publishing AG, p. 557-568, 2019.

BRITO, M. R. F (1998). Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à matemática. In: **Zetetike**, v. 6(9), p. 45-63, 1998.

BRITO, M.R.F. **Um estudo sobre as atitudes em relação à matemática em estudantes de 1º e 2º graus**. 398f. Livre Docência na área de Aprendizagem do Departamento de Psicologia Educacional Campinas, SP: Faculdade de Educação da UNICAMP, 1996.

CARMO, J. S; SIMINOATO, A. M. Reversão de ansiedade à matemática: alguns dados da literatura. **Psicologia da Educação**, v. 17, n. 2, p. 317-327, jun., 2012.

*CARMO, J. S. Ansiedade matemática: conceituação e estratégia de intervenção. In: BRANDÃO, M. Z. da S., CONTE, F. C. de S., BRANDÃO, F. S., INGBERMAN, Y. K., MOURA, C. B. de, SILVA, V. M.; OLIANE, S. M. (Orgs.). **Sobre comportamento e cognição: A história e o avanços, a seleção por consequências em ação**. Santo André: Esetec, v. 11, p. 433-442, 2003.*

CSIKSZENTMIHALYI, M. **Flow: the psychology of optimal exeperience**. 1st ed. Harper Perennial Modern Classiscs, 1990.

______________. **A descoberta do fluxo: a psicologia do envolvimento com a vida cotidiana**. Rio de Janeiro. Rocco, 1999.

______________. **Applications of Flow in Human Development and Education. The Collected Works of Mihaly Csikszentmihalyi.** Springer International Publishing, 2014.

DEVINE, A.; HILL, F.; CAREY, E.; SZŰCS, D. Cognitive and emotional math problems largely dissociate: Prevalence of developmental dyscalculia and mathematics anxiety. **Journal of Educational Psychology**, 110(3), p.431–444, 2018.

DEVINE, A. **Cognitive and emotional mathematics learning problems in primary and secondary school students.** 248f. Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy, University of Cambridge, 2017.

DREGER, R. M.; AIKEN, L. R. The identification of number anxiety in a college population. **Journal of Educational Psychology**, v. 48, p. 344-351, 1957.

DOWKER, A.; SARKAR, A.; LOOI, C.Y. Mathematics Anxiety: What Have We Learned in 60 Years? In: **Frontiers in Psychology**, v. 7, p. 1-16, abr. 2016.

FERLA, J.; VALCKE, M.; CAI, Y. Academic self-efficacy and academic self-concept: Reconsidering structural relationships. In: **Learning and Individual Differences**, v. 19(4), p. 499–505, 2009.

FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S.; CRECCI, V. M.; LIMA, R. C. R.; COSTA, M. C. O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012**. FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Orgs.) Campinas, SP: FE/UNICAMP, p. 17-39, 2016.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática. O caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação**. 425f. Tese de Doutorado em Educação, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas - Unicamp. Campinas, 1994.

GUNDERSON, E. A.; PARK, D.; MALONEY, E. A.; BEILOCK, S. L.; LEVINE, S. C. Reciprocal relations among motivational frameworks, math anxiety, and math achievement in early elementary School. In: **Journal of Cognition and Development**, v. 19, n.1, p. 21-46, 2018.

HART, S. A.; LOGAN, J. A. R.; THOMPSON, L.; KOVAS, Y.; MCLOUGHLIN, G.; PETRILL, A. S. A latent profile analysis of math achievement, numerosity, and math anxiety in twins. In: **J Educ Psychol**, v. 108(2), p. 181-193, feb.,2016.

HAASE, V. G.; GUIMARÃES, A. P. L.; WOOD, G. Mathematics and Emotions: The Case of Math Anxiety. In: FRITZ, A.; HAASE, V. G.; RÄSÄNEN, P. (Editors). **International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom**, Springer International Publishing AG, p. 469-503, 2019.

HEMBREE, R. The nature, effect, and relief of mathematics anxiety. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 21, p. 33-46, 1990.

HILAL-ABU, M. M. A Structural Model for Predicting Mathematics Achievement: Its Relation with Anxiety and Self-Concept in Mathematics. In: **Psychological Reports**, v. 86, p. 835-847, 2000.

MEECE, J.L.; WIGFIELD, A.; ECCLES, J. S. Predictors of math anxiety and its influence on young adolescents' course enrollment intentions and performance in mathematics. **Journal of Educational Psychology**, v. 82 (1), p. 60-70, feb., 1990.

MENDES, A. C; CARMO, J. S. Atribuições dadas à matemática e ansiedade ante a matemática: o relato de alguns estudantes do ensino fundamental. **Bolema**, v. 28, p. 368, dez. 2014.

ÖLMEZ, İ.B.; ÖLMEZ, S. B. Validation of the Math Anxiety Scale with the Rasch Measurement Model. In: **Math Ed Res** J , v. 31, p. 89–106, 2019.

RAMIREZ, G.; GUNDERSON, E. A.; LEVINE, S. C.; BEILOCK, S. L. Math anxiety, working memory, and math achievement in early elementary School. In: **Journal of Cognition and Development**, 14(2), p. 187–202, 2012.

SANTOS, F. H.; SILVA, P. A.; RIBEIRO, F. S.; DIAS, A. L. R. P.; FRIGÉRIO, M. C.; DELLATOLAS, G.; ASTER, M. V.Number processing and calculation in Brazilian Children Aged 7-12 years. **The Spanish Journal of Psychology**, v. 15, n. 2, 2012.

TOBIAS; S. **Succeed with Math: Every Student's Guide to Conquering Math Anxiety**. College Entrance Examination Board, 1987.

WANG, Z., LUKOWSKI, L. S.; HART, S. A.; LYONS, I. M.; THOPSOM, L. A.; KOVAS, Y.; MAZZOCCO, M. M.; M.; PLOMIN, R.; PETRILL, S. A. Quem tem medo de matemática? Duas fontes de variância genética para a ansiedade matemática. In: **J. Criança Psychol. Psychiatry**, v. 55, p. 1056-1064, 2014.

WIGFIELD, A.; MEECE, J.L. A Math Anxiety in Elementary and Secondary School Students. In: **Journal of Educational Psychology**, v. 80, n. 2, p. 210-216, 1988.

Escrita de Notações Numéricas por Crianças da Educação Infantil

Writing of Numerical Notations by Children in Early Childhood Education

Maanaín Rodrigues de Sousa
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
maanain.rodrigues@ufpe.br

Juliana Ferreira Gomes da Silva
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
juliana.gsilva@ufpe.br

Alina Galvão Spinillo
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
alinaspinillo@hotmail.com

Resumo
O conhecimento notacional consiste na habilidade de reconhecer e produzir notações, em especial, notações convencionais como letras e números. O presente estudo versa sobre a produção de notações numéricas, tendo por objetivo investigar que notações as crianças de quatro e cinco anos, ainda na Educação Infantil, produzem e qual o papel da idade/escolaridade na produção de notações numéricas. Por meio de videochamadas, os participantes foram individualmente solicitados a realizar uma tarefa, com três itens, que consistia em preencher um cartão com dados pessoais que envolviam a escrita de números: idade, altura e peso. As notações produzidas foram classificadas em icônicas/pictográficas, uso de letras, uso de números, e notações híbridas. Observou-se que, desde os quatro anos, as crianças compreendem que o uso de números é apropriado para representar diferentes informações numéricas (idade, altura e peso). As letras foram raramente utilizadas e, quando o foram, não caracterizavam a tentativa de escrever os números em palavras. Esse dado sugere que as crianças descartam a possibilidade de que números possam ser registrados por meio de palavras. O impacto da idade/escolaridade foi pouco expressivo, mas, com o avanço da idade/escolaridade houve uma diminuição no uso de representações icônicas/pictográficas e aumento no uso de notações numéricas convencionais. Esses dados evidenciam que, desde cedo, as crianças possuem conhecimento notacional relativo a números e que esse conhecimento pode ser potencializado por meio da instrução escolar ainda na Educação Infantil.

Palavras-chave: conhecimento notacional, números, Educação Infantil.

Abstract
Notational knowledge consists of the ability to recognize and produce notations, in particular conventional notations such as letters and numbers. This study deals with the production of numerical notations, aiming to investigate which notations children aged four and five, still in Early Childhood Education, produce and what is the role of age/schooling in the production of numerical notations. Through video calls, participants were individually asked to perform a task, with three items, which consisted of filling out a card with personal data that involved writing numbers: age, height and weight. The notations produced were classified into iconic/pictographic, use of letters, use of numbers, and hybrid notations. It was observed that, from the age of four, children understand that the use of numbers is appropriate to represent different numerical information (age, height and weight). Letters were rarely used and, when they were, they did not characterize the attempt to write numbers in words. This data suggests that children rule out the possibility that numbers can be registered through words. The impact of age/schooling was not expressive, but with the advance of age/schooling there was a decrease in the use of iconic/pictographic representations and an increase in the use of conventional numerical notations. These data show that, from an early age, children have notational knowledge related to numbers and that this knowledge can be enhanced through school instruction still in Early Childhood Education.

Keywords: notational knowledge, numbers, Early Childhood Education.

Introdução

O interesse em registrar graficamente o mundo é exclusivo da espécie humana, sendo esta denominada a capacidade notacional. Tolchinsky (1993, p. 111) define a capacidade notacional como "a capacidade de utilizar ferramentas para deixar marcas permanentes de atos intencionais". A notação é a representação gráfica de algo, são uma forma de representação externa à mente, com existência física, que representa um referente e um signo (BRIZUELA, 2006). Para Ferreiro (1990), a criança tenta interpretar as marcas gráficas do mundo ao seu redor para então tentar produzir (e não somente reproduzir) estas marcas.

Há estudos que investigaram o conhecimento notacional numérico em crianças (CAÑELLAS; RASSETTO, 2013; DOCKRELL; TEUBAL, 2007; DORNELES, 1998; HUGHES, 1986;), demonstrando que antes de estar em contexto escolar, a criança já entende que marcas gráficas possuem significados. Contudo, poucas pesquisas envolvem a representação de informações pessoais ou do cotidiano com crianças da Educação Infantil. Com intuito de investigar o desenvolvimento do conhecimento notacional numérico, a presente pesquisa examinou os tipos de representações que crianças de quatro e cinco anos utilizam para registrar diferentes informações numéricas.

O desenvolvimento do conhecimento notacional numérico

Quanto ao desenvolvimento filogenético da escrita, desde a pré-história os humanos criaram formas distintas de notações: pinturas, desenhos, marcas para representar caminhos ou quantidades etc. A criação dos números se deu com o objetivo de compreender a natureza e seus conjuntos, padrões e sequências, através de modos de contagem. Ferro (2016) aponta que inicialmente, para fazer agrupamentos, as mãos eram possivelmente, o método inicial utilizado para representar mais de 20 elementos. Nesse sentido, Nunes e Bryant (1997) comentam sobre pesquisas que investigaram o sistema de contagem da tribo Oksapmin da Papua-Nova Guiné, que utiliza partes do corpo como rótulos numéricos. Todavia, a história demonstra que em dado momento as partes do corpo não eram suficientes, utilizando-se montes de pedras e outros objetos, geralmente em grupos de cinco, para representar um conjunto de elementos.

Porém, mesmo recorrendo aos mais diversos recursos materiais, havia o desafio de simplificar o registro utilizando-se de uma menor quantidade de símbolos para registrar muitos objetos. Essa necessidade deu origem aos símbolos numéricos e sistemas numéricos com estruturas distintas, que foram sendo modificadas ao longo do tempo, fazendo com que a linguagem matemática percorresse diversos caminhos até chegar aos sistemas existentes hoje. Dentre os sistemas de numeração há os posicionais e os não posicionais, definidos por considerar ou não a posição dos números como determinante. Os sistemas posicionais representam o último estágio do desenvolvimento dos sistemas de numeração, sendo a criação do zero um importante avanço para o funcionamento desta forma de estruturação. Os maias, hindus, chineses e a civilização ocidental, são exemplos de povos que dominaram os sistemas posicionais, o último com o sistema hindu-arábico, usado de forma predominante nos dias atuais (RODRIGUES; DINIZ, 2015).

Em termos de desenvolvimento ontogenético, isto é, ao longo do desenvolvimento individual, Ferreiro (1990) afirma que desde o período pré-escolar a criança já tenta produzir de traçados, diferentes do desenho, de aparência gráfica variada, às quais as crianças se referem usando termos como: "são letras", "são números", "está escrito". Ferreiro e Teberosky (1999) trazem que a criança elabora hipóteses próprias sobre os sistemas numérico e alfabético e, quando confrontadas pelas observações e problemas apresentados mediante interação com o meio, vão modificando estas hipóteses.

Benavides-Varela et al. (2016) trazem que assim que as crianças entram na educação formal, já demonstram diferenças individuais no conhecimento numérico. Isso pode acontecer devido à influência de fatores como inteligência ou memória, fatores específicos aos domínios dos números, ou do contexto socioeconômico. Entre os dois e três anos as crianças começam a aprender a sequência dos nomes dos números (um, dois, três etc.), inicialmente de forma confusa, mas depois aprendem a ordem correta. Porém ainda recitam os números sem entender o seu significado, que é adquirido progressivamente (PIXNER; DRESEN; MOELLER, 2018; PATRO et al., 2014).

Há princípios lógicos e invenções culturais que a criança precisa dominar para que ocorra a aprendizagem da matemática, uma destas invenções culturais é o sistema numérico. A matemática é uma das formas de interpretação, explicação e compreensão de mundo utilizadas na sociedade. Desta feita, tem um sistema de códigos e características que foram e continuam sendo construídos ao longo da história. Esta construção não ocorreu de uma hora para outra no desenvolvimento dos humanos, portanto, para as crianças, essa também não é uma aprendizagem que ocorra de forma imediata.

Uma abordagem de desenvolvimento do conhecimento notacional tem sido objeto de interesse de diversos estudiosos. Hughes (1986), por exemplo, investigou como crianças de três a sete anos produzem simbolismos matemáticos ao serem solicitadas a representarem no papel quantidades de blocos que lhes eram apresentados. As notações produzidas foram classificadas em: 1) idiossincráticas: grafismos irregulares e inconsistentes; 2) pictográficas: desenho dos blocos apresentados na quantidade correspondente; 3) icônicas: uso de rabiscos para representar a quantidade de blocos; 4) simbólicas: uso de símbolos convencionais – números, para representar a quantidade. Os dados mostraram que representações idiossincráticas e icônicas eram amplamente usadas pelas crianças de três e quatro anos, enquanto as pictográficas e simbólicas eram usadas pelas crianças entre cinco e sete anos, havendo preferência de representações simbólicas pelas de sete anos. Essas notações revelam níveis distintos de compreensão acerca de como representar quantidades e que esta progressão varia em função da idade.

Cañellas e Rassetto (2013) realizaram uma pesquisa com crianças de quatro e cinco anos de idade, que foram solicitadas a registrar quantidades de objetos no papel. Os registros identificados foram classificados de forma semelhante àquela identificada por Hughes (1986). As respostas idiossincráticas, pictográficas e icônicas surgiram majoritariamente entre as crianças de quatro anos, em comparação com as de cinco anos. As autoras afirmam que à medida que se desenvolvem, as crianças abandonam o uso dessas marcas icônicas e as substituem pela notação convencional. Respostas usando o símbolo numérico se mostraram raras entre os dois grupos de idades, sendo maior entre as crianças de cinco anos, esse resultado evidencia o fato de que o conhecimento notacional se aprimora com o aumento da idade, fazendo com que as crianças passem a utilizar com maior frequência notações convencionais. Por fim, as autoras propõem que para desenvolver este conhecimento, as crianças desta faixa etária deveriam ser estimuladas a participarem de situações em que tenham que registrar quantidades, discutir e refletir acerca de diferentes formas de registro dessas quantidades.

Dorneles (1998) solicitou que crianças de cinco e seis anos contassem uma certa quantidade de cubos, e que representassem, com lápis e papel, a quantidade. Em seguida, solicitava que a criança, a partir da representação feita, fizesse a reconstrução da coleção de cubos. A autora identificou três etapas na evolução dos procedimentos adotados pelas crianças: 1) a notação segue a configuração espacial para facilitar a reconstrução, fazendo pouco ou nenhum uso da notação; 2) a notação começa a ser usada de forma frequente, como um apoio à correspondência termo a termo; e 3) uso da notação como elemento de ajuda na reprodução das séries, ou seu abandono, por ser desnecessária.

Dockrell e Teubal (2007) realizaram um estudo com crianças de três a cinco anos, que continha duas tarefas: a primeira com o intuito de examinar a produção de notações para comunicar informações, consistia em um cartão de identificação no qual havia perguntas sobre dados pessoais a serem informados pelas crianças e que envolviam números e palavras. A segunda tarefa explorava como diferentes estímulos afetavam as notações numéricas, por meio de um jogo de dados em que a criança deveria anotar em uma folha os resultados de cada jogada de dados em que eram feitas duas jogadas com dados de números (dado com algarismos de 1 a 6), duas jogadas com dados de pontos (dado convencional), e duas jogadas com dados que tinham um lado nulo (0 e branco).

Dentre os resultados, na primeira tarefa a predominância foi de uso mais frequente de letras para as perguntas do domínio linguístico do que de números para as perguntas do domínio numérico. Já na segunda tarefa, a maioria das crianças produziu notações apropriadas ao domínio dos números, aumentando também a acurácia conforme a idade aumentava. Dockrell e Teubal (2007) observaram que desenho e outras formas notacionais existem em paralelo, uma vez que a criança não deixa de utilizar o desenho para representar, mesmo sabendo utilizar palavras e números.

Há outras pesquisas que se dedicam a investigar o desenvolvimento das notações numéricas (MUNN, 1998; MORENO; SASTRE, 1980; SINCLAIR, 1990), mas poucas envolvem a representação de informações pessoais ou do cotidiano da criança. Além disso, observa-se que poucas são as pesquisas, especialmente no Brasil, realizadas sobre o desenvolvimento notacional numérico em crianças da Educação Infantil. Assim, o presente estudo se caracteriza como uma replicação parcial e adaptada da investigação conduzida por Dockrell e Teubal (2007), com o objetivo de responder as seguintes questões: Quais os tipos de notações que as crianças de quatro e cinco anos utilizam para registrar informações numéricas? Será que crianças no início da escolarização sabem utilizar o sistema numérico para transmitir informações? Que influência a escolaridade e idade exercem no conhecimento notacional numérico de crianças?

Método

Trinta e quatro crianças de ambos os sexos que frequentavam escolas públicas e particulares, igualmente divididas em: Grupo 1: crianças de quatro anos, alunas do 1º ano da pré-escola, e Grupo 2: crianças de cinco anos, alunas do 2º ano da pré-escola.

Participaram do estudo apenas crianças que não apresentavam limitações sensoriais, intelectuais ou qualquer tipo de transtorno do neurodesenvolvimento, conforme informações fornecidas pelos pais, e que tinham acesso à internet, computador ou celular com câmera, uma vez que a coleta ocorreu por videochamada, devido aos protocolos de distanciamento social impostos pela pandemia de COVID-19. Participaram da pesquisa apenas as crianças cujos pais assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme exigido pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Pernambuco (CAAE: 27169419.0.0000.5208).

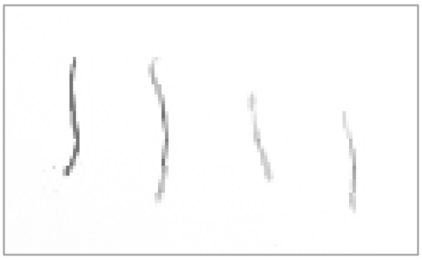
A coleta de dados foi realizada individualmente, em única sessão de forma *online*, com acompanhamento dos pais que eram solicitados a não interferir durante a entrevista. Cada participante foi solicitado a fornecer informações pessoais que eram parte de um cartão de identificação. Três perguntas foram apresentadas oralmente pela entrevistadora, uma por vez: (i) Qual é a sua idade?; (ii) Qual é a sua altura? e (iii) Qual é o seu peso? Após feita a pergunta, a criança era solicitada a registrar a resposta por meio de lápis, marcando no papel da forma como desejasse. Em seguida a criança mostrava a notação feita através da câmera, dizendo em voz alta a resposta dada. Pediu-se que os responsáveis tirassem fotos dos registros feitos e os enviassem para a entrevistadora. Essas imagens foram registradas digitalmente para posterior análise, assim como foram gravados os diálogos mantidos com as crianças durante as entrevistas.

Análise e discussão dos resultados

Na análise das notações das crianças tomou-se por base as categorias formuladas por Dockrell e Teubal (2007), sendo identificados quatro tipos de representações conforme ilustram as passagens extraídas das entrevistas que são apresentadas a seguir[1]:

- Representação icônica/pictográfica: marcas gráficas como tracinhos, bolinhas ou desenhos.

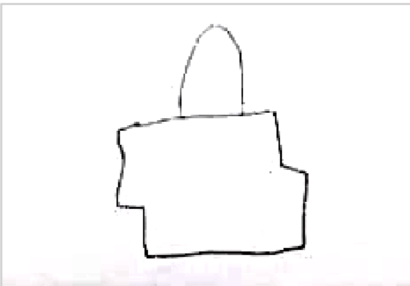
Figura 1: Representação icônica dada como resposta à pergunta "Qual é a sua idade?", por uma criança de 4 anos.



Fonte: dados da pesquisa.

E: qual é a sua idade?
C: quatro anos, mas eu não sei fazer.
E: você pode colocar do jeito que sabe, não tem problema.
C: hum... eu vou colocar assim [desenha quatro tracinhos no papel]

Figura 2: Representação pictográfica dada como resposta à pergunta "Qual é o seu peso?", por uma criança de 5 anos.



Fonte: dados da pesquisa.

E: qual é o seu peso?
C: fiz um peso de levantar
E: mostra pra mim, hum, isso é uma coisa pesada. Onde você viu isso?
C: eu vi em alguns desenhos aqui
E: entendi, você viu em alguns desenhos. Aí você tem esse peso aí todinho é?
C: sim, ninguém pode mais me carregar porque sou pesado.

- Representação com letras: para este tipo foram consideradas respostas com letras isoladas ou sequência de letras formando palavras.

[1] Nas passagens, os nomes dos participantes são fictícios. A letra E indica a fala da examinadora e a letra C a fala da criança.

Figura 3: Representação com letra dada como resposta à pergunta "Qual é a sua idade?", por uma criança de 4 anos.

Fonte: dados da pesquisa.

E: qual é a sua idade?
C: eu sou de quatro anos. Mas, mas todo mundo diz meu o nome de Alicia de A, do A, então vou fazer o A.
E: hum, essa é sua idade?
C: é, é minha idade... Aí corta, e aqui tá prontinho.

- Representação com números: para este tipo foram consideradas respostas com números ou sequência numérica com dígitos convencionais.

Figura 4: Representação com números dada como resposta à pergunta "Qual é o seu peso?", por uma criança de 4 anos.

Fonte: dados da pesquisa.

E: qual é o seu peso?
C: eu não sei meu peso.
E: como você acha que é?
C: hum... vinte e dois?
E: pode ser, se você acha que é assim, pode colocar.

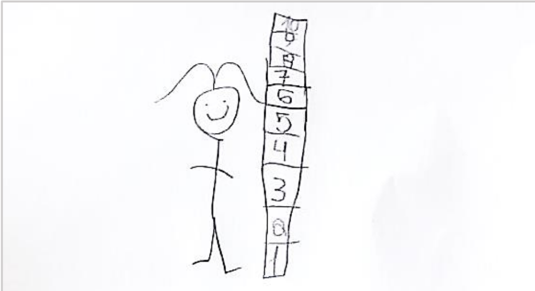
- Representação híbrida: foram consideradas híbridas as respostas que combinavam elementos de dois ou mais tipos, podendo incluir desenhos, números, letras e/ou outros elementos.

Figura 5: Representação híbrida dada como resposta à pergunta "Qual é a sua idade?", por uma criança de 4 anos.

Fonte: dados da pesquisa.

E: qual é sua idade?
C: "quato" ano e meio.
E: pronto, escreve aí, quatro ano e meio.
C: é "quato" anos e "esqueve" um "xisinho", que meio é um "xisinho" pequeno.

Figura 6: Representação híbrida dada como resposta à pergunta "Qual é a sua altura?", por uma criança de 5 anos.



Fonte: dados da pesquisa.

E: qual é a sua altura?
C: eu não sei
E: você pode inventar, colocar como você acha que é.
C: sete, oito, nove, dez. Eu fiz até dez.
E: o que você fez?
C: uma coisa pra ver a altura.
E: qual é o nome disso, sabe me dizer?
C: régua. Quer dizer, medidor.

As produções foram analisadas por duas juízas independentes, cujo percentual de concordância foi de 92%, sendo os casos de discordância discutidos entre elas até chegar a um consenso.

Como mostra a Tabela 1, no Grupo 1 (4 anos), as representações com números foram mais frequentes (61%) que as demais, enquanto as representações híbridas (10%) foram menos frequentes, sendo tais diferenças consideradas significativas e confirmadas pelo teste Qui-quadrado de aderência ($\chi^2 = 38{,}333$, gl = 3, p = ,000). Nota-se que que representações com letras foram raras (6%).

Tabela 1: Número e percentual dos tipos de representação em cada grupo de participantes (máximo=51)

Representações	Grupo 1 (4 anos)	Grupo 2 (5 anos)
Icônica/pictográfica	12 (23%)	7 (14%)
Letras	3 (6%)	0
Números	31 (61%)	41 (80%)
Híbrida	5 (10%)	3 (6%)

Fonte: dados da pesquisa.

Em relação ao Grupo 2 (5 anos), o uso de números foi frequente (80%), com diferença significativa apontada pelo teste Qui-quadrado de aderência ($\chi^2 = 85{,}392$, gl = 3, p = ,000). Além disso, foi possível notar a presença de respostas híbridas (6%) e também de respostas icônicas/pictográficas (14%). Neste grupo não surgiram respostas com letras.

De modo geral, os dados mostram que, desde os quatro anos de idade, já parece existir certa compreensão de que informações numéricas de diferentes naturezas, como idade, altura e peso, devem ser registradas por meio de representações que envolvem números.

Alguns comentários de natureza qualitativa merecem ser feitos acerca das representações. Notou-se que o uso de representações icônicas/pictográficas foi mais frequente nas perguntas que remetiam a algo de natureza material, neste caso, altura e peso. Por exemplo, uma representação comumente usada para responder a pergunta sobre a altura envolvia a representação de algum instrumento de medida, ao lado de um desenho que representava o corpo da criança. O mesmo aconteceu em relação à pergunta sobre o peso, quando a criança desenhava algo que representava um instrumento que poderia medir o peso e inseria o desenho de si mesma acima do instrumento. Não raro, números foram adicionados a uma resposta com representação icônica/pictográfica, transformando-a em uma representação híbrida.

Quanto aos resultados relativos ao desempenho das crianças, nesta análise adicional, torna-se importante apresentar o que foi considerada uma representação correta e uma incorreta neste estudo. Representações numéricas e representações híbridas (desde que envolvesse números) foram consideradas apropriadas. Representações icônicas/pictográficas e uso de letras foram consideradas inapropriadas, assim como representações híbridas que não envolvessem números. Observou-se que no Grupo 1 (4 anos) o percentual de acertos foi de 71% e no Grupo 2 (5 anos) foi de 86%. O teste U Mann-Whitney não identificou diferenças significativas entre os grupos que tiveram um mesmo bom desempenho, independentemente da idade/escolaridade.

Considerações Finais

As crianças participantes deste estudo demonstram que desde os quatro anos de idade, logo quando frequentam o 1º ano da Educação Infantil, compreendem que é possível e que devem utilizar números para representar diferentes informações de cunho numérico (idade, altura e peso). Tal resultado corrobora aqueles obtidos por Dockrell e Teubal (2007), que investigaram crianças inglesas. As crianças investigadas parecem compreender que as notações que produzem transmitem informações, isto é, utilizam as representações com um valor comunicativo, sendo capazes de utilizarem números para representar diferentes informações numéricas como idade, peso e altura.

Um ponto relevante foi que as produções das crianças puderam ser classificadas de forma semelhante às classificações realizadas por Hughes (1986), e Dockrell e Teubal (2007). Sendo assim, as produções infantis seguem tipos de representação semelhantes às categorias identificadas em estudos anteriores, indo desde marcas gráficas mais elementares como as pictográficas e icônicas, até as marcas mais sofisticadas como as notações convencionais numéricas e alfabéticas.

A partir dos dados foi possível observar que o impacto da idade/escolaridade foi pouco expressivo, pois os dois grupos tiveram um mesmo padrão de resultados. Uma possível explicação para isso, como comentado, é que desde os quatro anos as crianças já reconhecem que notações numéricas são adequadas para representar informações relativas ao mundo dos números. Contudo, algumas poucas diferenças foram encontradas entre os grafismos das crianças de quatro anos e as de cinco: o uso de representações icônicas/pictográficas foi frequente; e com o avanço da idade/escolaridade houve uma diminuição no uso dessas representações. Este dado corrobora com os achados de Hughes (1986), que apontou que os símbolos convencionais são mais utilizados por crianças em idades mais avançadas.

Os dados revelaram ainda que letras não foram utilizadas com frequência, e quando o foram, seu uso não se caracterizava como uma tentativa de registrar os números por meio de palavras. Ao que parece, nesta faixa etária, as crianças descartam a possibilidade de que números possam ser registrados por escrito. Esse resultado está em acordo com o que foi observado por Teberosky e Tolchinsky (1997) e Tiggemann (2010). Talvez, tal compreensão seja uma aquisição tardia, sendo relevante investigar este aspecto em pesquisas futuras com crianças de anos escolares mais avançados para examinar quando a possibilidade de registrar números por meio de palavras passa a ser aceita pela criança.

Dado que as crianças na faixa etária investigada já possuem um conhecimento notacional numérico, seria importante que este conhecimento fosse expandido durante a

Educação Infantil, por meio de atividades que impulsionem a compreensão acerca dos diferentes modos de representação dos números. O conhecimento numérico é necessário para preparar a criança para futuras aprendizagens. Embora muitos dos conhecimentos notacionais sejam adquiridos espontaneamente em situações extraescolares, a escola pode desempenhar papel importante no desenvolvimento desses conhecimentos.

Por fim, é importante mencionar que devido às limitações impostas pela pandemia da COVID-19, o contato com os participantes foi realizado por meio de videochamada. Possivelmente, o contato presencial, sobretudo quando a investigação envolve crianças, seria a situação ideal, particularmente no sentido de permitir que houvesse uma maior interação entre o participante e a examinadora, interação esta que poderia tornar possível um maior detalhamento dos grafismos adotados. Deste modo, não é possível especificar quais resultados, isto é, que aspecto do conhecimento notacional foi influenciado pela entrevista realizada em modalidade remota. Assim, considera-se que mais investigações precisam ser conduzidas sobre sistemas notacionais com esta população.

REFERÊNCIAS

BENAVIDES-VARELA, S. et al. Numeral activities and information learned at home link to the exact numeracy skills in 5-6 years-old children. **Frontiers in Psychology,** v. 7, n. 94, p. 1-11, fev. 2016.

BRIZUELA, B. M. **Desenvolvimento matemático na criança: explorando notações.** Porto Alegre. Artmed, 2006.

CAÑELLAS, A. M., RASSETTO, M. J.. Representaciones infantiles sobre las notaciones numéricas. **Tecné, Episteme y Didaxis: TED**, n. 33, 2013. Disponível em: < https://doi.org/10.17227/01213814.33ted87.101 >

DOCKRELL, J. E., TEUBAL, E. Distinguishing numeracy from literacy: evidence from children's early notations. In: TEUBAL, E.; DOCKRELL, J. E.; TOLCHINSKY, L. (Eds.), **Notational Knowledge: developmental and historical perspectives**. Rotterdam. Sense Publishers, 2007. Cap. 7, p. 113-134.

DORNELES, B. V. Esquemas da construção numérica e da escrita alfabética em sujeitos de cinco e seis anos. In: DORNELES, B. V. (Ed.), **Escrita e número**: relações iniciais. São Paulo. Artmed, 1998. Cap. 4, p. 59-91.

FERREIRO, E. A escrita antes das letras. In: SINCLAIR, H. (Ed.), **A produção de notações na criança: linguagem, número, ritmos e melodias.** São Paulo. Cortez, 1990. Cap. 1.

_____________.; TEBEROSKY, A. **Psicogênese da língua escrita.** Porto Alegre. Artes Médicas, 1999.

HUGHES, M. **Children and number: Difficulties in learning mathematics**. Oxford. Blackwell, 1986. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Children+and+Number%3A+Difficulties+in+Learning+Mathematics-p-9780631135814>

MORENO, M.; SASTRE, G. **Aprendizaje y desarrollo intelectual**: bases para uma teoria de la generalización. Barcelona: Gedisa, 1980.

MUNN, P. Writing and number. In: THOMPSON, I. (Ed.), **Teaching and learning early number.** Buckingham: Open University Press, 1998. Cap. 8, p. 89-96.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PATRO, K. et al. How number-space relationships are assessed before formal schooling: A taxonomy proposal. **Frontiers in Psychology,** v. 5, n. 419, p. 1-6, mai. 2014.

PIXNER, S.; DRESEN, V.; MOELLER, K. Differential development of children's understanding of the cardinality of small numbers and zero. **Frontiers in Psychology,** v. 9, n. 1636, p. 1-11, set. 2018.

RODRIGUES, A. E. A.; DINIZ, H. A. Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. **Ciência e Natura,** v. 37, ed. Especial PROFMAT, p. 578-591, 2015.

SINCLAIR, H. **A produção de notações na criança:** linguagem, número, ritmos e melodias. São Paulo: Cortez, 1990.

TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. **Além da alfabetização:** a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Editora Ática, 1997.

TOLCHINSKY, L. **Aprendizagem da linguagem escrita:** processos evolutivos e implicações didáticas. São Paulo: Editora Ática, 1993.

Estratégias Criativas e Produção de Situações-Problemas no Discurso Matemático Escolar

Creative Strategies and Production of Problem Situations in School Mathematical Discourse

Leonardo Silva Diniz
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
diniz@unifesspa.edu.br

Ronaldo Barros Ripardo
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
ripardo@unifesspa.edu.br

Resumo
Essa pesquisa teve como foco identificar estratégias criativas mobilizados por alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental em rotinas de elaboração de situações-problemas do discurso matemático escolar. Está ancorada na teoria de Sfard (2008), que compreende a matemática com um discurso, bem como em Gontijo (2007), que discute elementos sobre criatividade. É de abordagem qualitativa, desenvolvida com alunos de escola pública na cidade de Canaã do Carajás/PA. Para a produção de dados foram aplicadas atividades que demandavam dos alunos a formulação de situações-problemas. Os resultados apontam mais para a realização de performances de Atos e Rituais do que Explorações, bem como a presença de elementos de criatividade nas duas primeiras.

Palavras-chaves: Matemática; Criatividade; Rotinas.

Abstract
This research is focused on identifying creative strategies mobilized by students of the elementary school in routines of the elaboration of problems situations of the mathematical school mathematical discourse. It is anchored in Sfard's theory (2008), which understands mathematics with a discourse that has specific routines, as well as in Gontijo (2007), who discusses elements of creativity. It has a qualitative approach, developed with public school students in the final grades of elementary school, in the city of Canaã do Carajás/Pará/Brasil. To produce data, it was applied activities that required students to formulate problem situations. The results pointed to more performances of Acts and Rituals than Explorations, as well as the presence of elements of creativity in the first two.

Keywords: Mathematics; Creativity; Routines.

Introdução

A apatia em relação a boa parte do público que tem contato com a matemática escolar não é recente e está fortemente impregnada da visão superficial de que se trata de uma ciência pronta e acabada. Na escola, soma-se à convicção de que não há espaço para a criatividade na resolução de questões matemáticas, fortalecida na ideia de sua exatidão. Pesquisar sobre criatividade com foco na solução de situações-problemas seria uma possibilidade de rompimento dessa blindagem.

Para o alunado, com relação à matemática, geralmente lhes faltam argumentações consistentes e certa predisposição, ou mesmo liberdade, à criação, ou seja, um caminho alternativo para a solução de situações-problemas. Cabem às escolas, em suas diversas práticas pedagógicas, estimular o desenvolvimento do pensamento criativo, além de fazer com que todas as componentes curriculares assumam o compromisso com o despertar da criatividade em todas as etapas educacionais.

Pensar em estratégias criativas no que se refere às ações desenvolvidas pelos alunos leva a incluir elementos como originalidade e flexibilidade, dentre outros. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), Ensino Fundamental, evidencia dentre algumas de suas competências gerais a de

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a **criatividade**, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções [...] (BRASIL, 2018, p. 9, grifo nosso).

Ou seja, refere-se ao ensino de línguas, de matemática, das ciências sociais, das ciências naturais etc. que podem propiciar o aperfeiçoamento das habilidades relacionadas à autonomia criativa, crucial para a aprendizagem do aluno. Essa autonomia nas aulas de matemática os possibilita ampliar seu repertório matemático, abrindo possibilidades de compreensão bem mais apurada de situações-problemas propostas, bem como o rompimento de dependência de padrões de respostas expressos nos livros didáticos.

Fonseca (2015) caracteriza a criatividade como a liberdade da mente em busca de novas conexões e a quebra de padrões de respostas, mesmo que para isso exija um pensar exaustivo e que novas experiências ocorram. Essa ideia converge com o pensamento de Sfard (2008), ao postular que a criatividade se dá por meio de rotinas, que apesar de paradoxal seus significados no sentido da palavra, a autora esclarece que para que haja uma criatividade é necessário o conhecimento das rotinas para poder refletir sobre o discurso matemático. Porém, ela diz que para ser criativo "[...] é necessário conseguir aplicar rotinas de maneira não rotineiras" (SFARD, p. 219). Ou seja, a criatividade não é reproduzir um discurso, é sim refletir sobre ele para construir novos discursos.

Para Sfard (2008) essas rotinas trazem consigo a possibilidade de construção de narrativas sobre os objetos matemáticos que podem ser validadas dependendo do repertório de argumentos utilizados para defender os objetos levantados. Nessa perspectiva, cabe identificar estratégias criativas mobilizados por alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental em rotinas de elaboração de situações-problemas do discurso matemático escolar.

Criatividade e Aprendizagem matemática

Para Gontijo (2007), a criatividade matemática caracteriza-se como sendo:

> [...] a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade) (GONTIJO, 2007, p. 37).

De forma semelhante, Fonteque (2019) destaca que a criatividade matemática está respaldada em ações que fujam do comum ou de fórmulas pré-estabelecidos. Ou seja, que apresente soluções inovadoras dispensando o uso de algoritmos.

Nesse sentido, Gontijo (2006) reforça que a criatividade é considerada uma habilidade que pode ser estimulada a partir da identificação de relações positivas experienciadas por alunos em um dado momento com objetos matemáticos, cabendo ao professor propor atividades que potencializam essas relações. Para ele, inspirado em Alencar (1990)[1], em consonância com essa ideia, defende que a preparação do ambiente é crucial para o surgimento da criatividade e que essa preparação pode ocorrer através de atividades de proposição de situações-problemas , uma vez que esse modelo de atividade induz o aluno a investigar, analisar e questionar as relações entre os elementos que compõem o a situação-problema.

Vieira (2012), inspirado em Vale (2011)[2], acredita no potencial das resoluções de situações-problemas quanto à promoção da criatividade, uma vez que os alunos com essas atividades são induzidos a apresentar ideias inovadoras e expor abordagens curiosas, além de proporcionar a liberdade na experimentação de novas estratégias na solução do problema.

[1] Alencar, E. M. L. S. (1990). Como desenvolver o potencial criador: uma guia para a liberação da criatividade em sala de aula. Petrópolis: Vozes.
[2] Vale, I. (2011). Tarefas desafiantes e criativas. Actas do II SERP - Seminário em Resolução de Problemas, CD-Rom. UNESP, Rio Claro, Brasil.

Isto, consequentemente, o conduz a um raciocínio com indícios de originalidade, estabelecendo marcas de criatividade.

Apesar das várias definições atribuídas à criatividade ao início das discussões sobre o tema, avaliar uma produção discursiva de um aluno para classificá-la como criativa permeou a subjetividade por um longo tempo. Somente após a década de 1950 foi atenuado com a possibilidade de avaliar o pensamento criativo a partir de três aspectos: fluência, flexibilidade e originalidade. Juntos, constituem o teste de Torrance (1966), mas conhecido como Teste de Torrance de Pensamento Criativo (TTCT), que consiste em um grupo de tarefas com objetivo de avaliar a criatividade com base nos três constructos acima (AMARAL, 2016).

Da mesma forma, Gontijo (2007) acredita que a criatividade pode ser percebida a partir da fluência, flexibilidade e originalidade. Neste artigo, focalizamos aspecto da flexibilidade e da originalidade. No que tange à flexibilidade Gontijo (2007) define como sendo a capacidade de propor ideias diferentes entre si, podendo ser categorizada por apresentar caminhos diferentes na solução de uma única situação-problema. A originalidade é definida como sendo a capacidade de produção de ideias incomuns ou infrequentes na elaboração de situações-problemas.

Matemática como um discurso

A discussão sobre matemática ser um discurso é trazida por Sfard (2008), ao dizer que a matemática compreende uma forma de comunicação e que pode ser materializada em forma de discurso. Portanto, a matemática é considerada um discurso capaz de promover comunicação dentro de um determinado contexto, em interações sociais.

Ripardo (2014) diz que para haver uma interação social adequada na matemática é necessário certo domínio do repertório próprio dessa área. Sfard (2008) afirma que a participação de forma coletiva em conversas matemáticas não necessariamente possibilita uma autocomunicação matemática, pois são necessários conhecimentos consistentes relacionados aos objetos do discurso matemático.

Na matemática, os objetos do discurso são funções, teoremas, definições, conjuntos etc. Segundo Sfard (2008), a constituição de objetos como esses dentro do discurso matemático só passa a existir em situações em que dele se falam e são validados pela comunidade de matemáticos profissionais. Isto deriva do fato de a matemática ter como característica objetos abstratos e intangíveis, tornando a matemática um sistema autopoiético. Ou seja, a matemática produz os objetos dos quais fala, já que estes objetos só existem no interior deste discurso e não preexistem a este. Disto resulta outro conceito da autora que é sobre a recursividade da matemática ao dizer que ela é capaz de gerar um discurso em camadas. Ripardo (2014) afirma que, partindo destas discussões, pode-se dizer que "a matemática é um discurso que trata de um discurso" (RIPARDO, 2014, p. 45).

Quanto aos elementos que classifica e diferencia o discurso matemático dos outros discursos são suas quatros propriedades (SFARD, 2008, P. 133):]

- uso da palavra (word use): são palavras-chave que constituem o próprio repertório do discurso matemático, como: "divisão, quadrado, equação, número";
- mediadores visuais (visual mediators): são símbolos matemáticos que permitem dentre outras possibilidades uma melhor facilitação na comunicação, como os símbolos %, =, +, -, <, >, ∑, π ou até mesmo figuras geométricas;
- narrativas (narratives): constituem-se de uma sequência de enunciados ou de informações que descrevem os objetos ou a relação entre eles. Esse processo resulta na elaboração de narrativas que podem ser aceitas como verdadeiras pela comunidade matemática, ou não, a depender da forma como os argumentos foram postos. Dentre narrativas matemáticas, tem-se, por exemplo, sen(x) = sen(180-x) ou p(x)= h(x). q(x)+r(x);
- rotinas (routines): são padrões existentes e repetitivos característicos de um determinado discurso, que é observado quando estamos construindo ou não uma narrativa sobre objetos matemáticos como demonstração de teoremas, resolução de uma situação-problema ou fazendo uma definição, dentre outras ações, são exemplos de rotinas.

Para ampliar o conceito de rotinas matemáticas, Sfard (2008) as classifica em três tipos: exploração, ato e ritual.

Exploração, segundo Sfard (2008), caracteriza-se pela capacidade de produção de uma narrativa que seja endossável por especialista ao final de uma performance. Esse tipo de rotina não está preocupado com a manipulação de objetos palpáveis, ainda que isso possa contribuir em algum momento com a construção discursiva de objetos matemáticos, como na formulação de uma hipótese na solução de uma situação-problema. Nesse sentido, Sfard (2008) destaca que entre as rotinas de exploração mais presentes no discurso matemático estão nas que envolve demonstrações e definições, na medida em que os alunos constroem argumentos com base em conhecimentos não só da escola, mas também de suas experiências cotidianas fazendo um exercício de relembrar narrativas já endossadas. Dessa forma, subsidiam a construção de novas narrativas que passam pelo visto do especialista, representado geralmente pelo professor no ambiente escolar, podendo ele decidir se aquela narrativa é passível de endosso ou não.

Quanto aos Atos, têm como foco mais a produção ou transformação física dos objetos e não apenas a produção de narrativas, apesar de produzir uma narrativa ao final da performance como forma de materializá-la. Porém, essa produção importa menos no processo avaliativo, pois para o aluno o mais relevante nesse tipo de rotina é identificar as caracterizações apresentadas pelos discursantes aos objetos e qual forma tomaram. Nesse sentido, Sfard (2008) aponta o ato como uma rotina com outra percepção de construção do conhecimento pelo aluno, focando mais no processo de como foi manipulado os objetos do que no resultado descrito em forma de narrativa final para a situação-problema.

Contrário aos objetivos das rotinas de Exploração e de Atos, em que a prioridade são respectivamente a construção de uma narrativa de encerramento e a transformação física dos objetos, no terceiro e último tipo de rotina, identificada como Rituais, segundo Sfard (2008), o foco passa a ser outro, agora com um olhar mais paras as relações sociais entre pessoas procurando estabelecer e manter interações interpessoais. Nas performances ritualísticas o discursante procura identificar padrões estabelecidos em um determinado grupo na intenção de reproduzir com fidedignidade ou de forma que não destoa das ações performadas e sacramentada no grupo que está inserido.

Método

Essa pesquisa tem sua sustentação nos pressupostos de uma pesquisa qualitativa, que tem, dentre outras características, o ambiente natural constituir-se em um importante fornecedor de dados e o pesquisador como essencial no processo de produção destes (BOGDAN E BIKLEN, 1982). Isso reforça o fato de que todas as informações encontradas são relevantes para a compreensão do objeto de estudo.

Essa pesquisa compreende parte dos resultados de uma dissertação em andamento[3], cuja pesquisa de campo foi feita em uma escola de ensino fundamental da zona urbana do município de Canaã dos Carajás no estado do Pará. Os participantes dessa pesquisa foram contatados previamente pela direção da escola e aqueles que manifestaram interesse em participar assinaram os Termos de Consentimento e Assentimento Livre e Esclarecido (TCLE e TALE) juntamente com os seus responsáveis. Compareceram no dia, horário e local marcados 20 alunos, das séries finais do Ensino Fundamental. A mobilização para

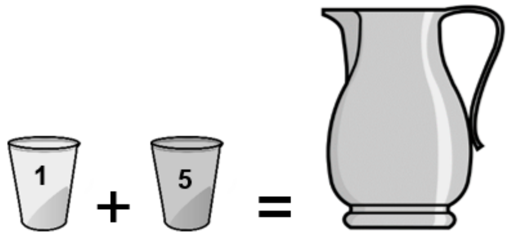
[3] Projeto aprovado junto ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Pará (UFPA), Parecer n. 4.134.968.

reunir alunos foi decorrente das atividades escolares presenciais estarem paralisadas devido à pandemia da Covid-19. O instrumento de pesquisa correspondeu a aplicação de duas atividades (Figuras 1 e 2).

Figura 1: Atividade 1

(a) Leia na imagem abaixo o modo de preparo do suco de uma determinada marca.
(b) Utilizando toda sua criatividade e conhecimentos de matemática:
- elabore um problema de matemática que envolva o modo de preparo do suco;
- resolva o problema.

MODO DE PREPARO PARA SUCO:



Misturar 1 parte de suco concentrado para 5 partes de água

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 2: Atividade 2

(a) Leia na imagem abaixo o modo de preparo do suco de uma determinada marca.
(b) Utilizando toda sua criatividade e conhecimentos de matemática:
- elabore um problema de matemática que envolva o modo de preparo do suco;
- resolva o problema.

Fonte: http://amavitaalimentos.com.br/site/refresco-uva-1kg/
Capturado em 18 Fev. 2021.

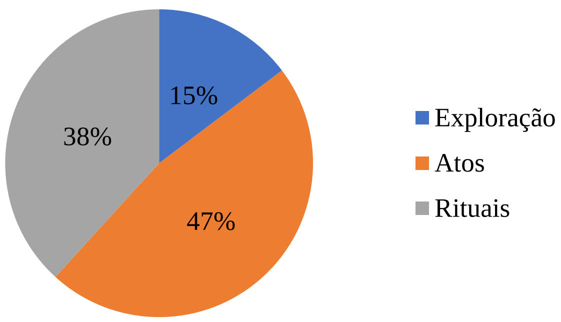
Fonte: Dados da pesquisa

A aplicação desse instrumento resultou em um total de 34 produções de situações-problemas, realizadas ao longo de 2 encontros em dias diferentes com alunos reunidos na sala de aula. No primeiro compareceram 20 alunos e no segundo 14. Para o desenvolvimento das atividades foi proposto que deveriam elaborar e resolver uma situação-problema com base em uma figura e em seus conhecimentos matemáticos. Neste artigo temos como objetivo identificar quais estratégias criativas são mobilizados pelos alunos na elaboração das situações-problemas. As análises focalizam a flexibilidade e a originalidade em cada tipo de rotina. Nas discussões nos referimos aos alunos como 'A', sendo A1 a denominação para Aluno 1, A2 para Aluno 2 e assim sucessivamente. Para identificar uma situação-problema oriunda da Atividade 1, utilizaremos a representação SP1, e para uma da Atividade 2, SP2. Deste modo, A2SP1, por exemplo, é uma resposta dada pelo Aluno 2 para a Atividade 1.

Resultados e discussão

A análise sobre as produções dos alunos permitiu identificar os tipos de rotinas que foram por eles performadas, conforme Gráfico 1.

Gráfico 1: Rotinas matemáticas nas produções dos alunos



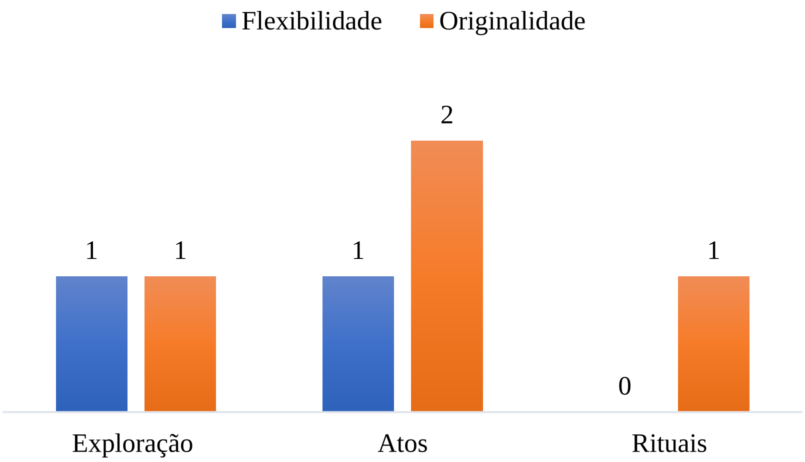
Fonte: Dados da pesquisa

O gráfico aponta para a predominância de elaboração de situações-problemas em Atos e Rituais, somando 85% das rotinas implementadas, ao passo que em apenas 15% se pode atribuir performances de exploração. Isto pode ser consequência da característica das figuras apresentadas nas atividades, uma vez que estão de forma mais imediata ligadas à objetos físicos (jarra, pacote de suco, copo etc.) e remeteriam à ideia de manipulação deles ao invés de ideias e/ou conceitos. Segundo Sfard (2008), Atos são rotinas que têm como uma das características a manipulação de objetos concretos para descrever situações e processos ao invés de conceitos ou mesmo a relação deles entre objetos. Assim, é possível que por remeterem a uma situação cotidiana de forma mais imediata as atividades não tenham promovido a identificação de relações que levassem à apropriação de um novo objeto matemático a ser comunicado por meio de uma narrativa consistente passível de endossamento, característica essa de uma rotina de Exploração.

As rotinas que identificamos como Rituais também foram expressivas no total das produções, atingindo 38%. Sfard (2008) as define como uma ação atrelada a um processo de repetição ou reprodução fidedigna da performance da comunidade a qual está inserido. Ou seja, a constatação desse elevado percentual nos leva a compreender que nesse processo de elaboração de situações-problemas os alunos foram compelidos a reproduzirem práticas que supunham ser as esperadas por nós, limitando-se a apenas propor operações com números que apareciam nas atividades, em boa parte das vezes.

Quanto à flexibilidade e originalidade presentes nas produções, identificamos em apenas 5 delas (Gráfico 2).

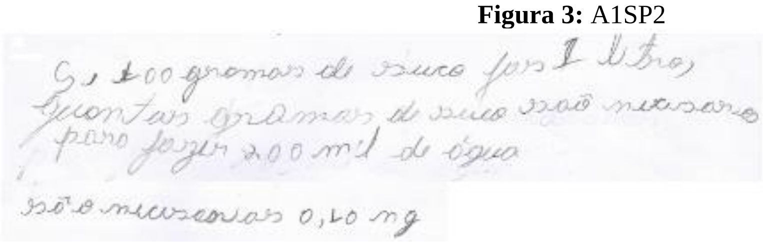
Gráfico 2: Relação entre rotinas e criatividade



Fonte: Dados da pesquisa

Dentre as 5 situações-problemas que identificamos como resultado de uma performance explorativa, vislumbramos em apenas 1 delas uma única característica de criatividade, que foi a originalidade.

Figura 3: A1SP2



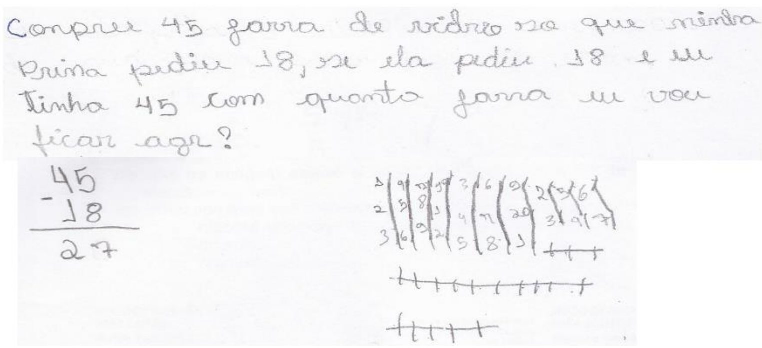
Se 100gramas de suco faz 1litro, quantas gramas de suco são necessários para fazer 200 ml de água.
R: São necessários 0,10 mg.

Fonte: Dados da pesquisa

Entendemos, a partir da resposta de A1, que a escrita da situação-problema mais apropriada, considerando correção linguística e matemática, seria “Se 100 gramas de preparo concentrado de suco (em pó ou líquido) faz 1 litro de bebida, quantos gramas de preparo concentrado são necessários para fazer 200 ml de bebida?”. Todavia, na produção se apresenta uma situação de proporcionalidade, relacionando de forma coerente informações que não constavam inicialmente (grandeza massa) com as que estavam na atividade (grandeza capacidade). Para Gontijo (2006), criatividade está relacionada à capacidade de apresentar possibilidades apropriadas para uma situação-problema no que tange à sua solução, como também formas diferenciadas de a solucionar, em especial, utilizando formas incomuns, que seria a originalidade. Estendemos à afirmação também para a formulação de situações-problemas: focalizar formas diferenciadas e/ou incomuns de elaborá-lo. As produções dos demais alunos para ambas as atividades se limitaram a utilizar apenas as informações contidas na imagem como as “jarras” e “copo”, sem diversificar a narrativa do problema.

Em relação às situações-problemas elaboradas a partir da implementação de Atos, identificamos que em apenas duas delas há elementos de criatividade. Em ambas se apresentam originalidade e em apenas uma se evidencia também a flexibilidade (Figura 4).

Figura 4: A2SP2



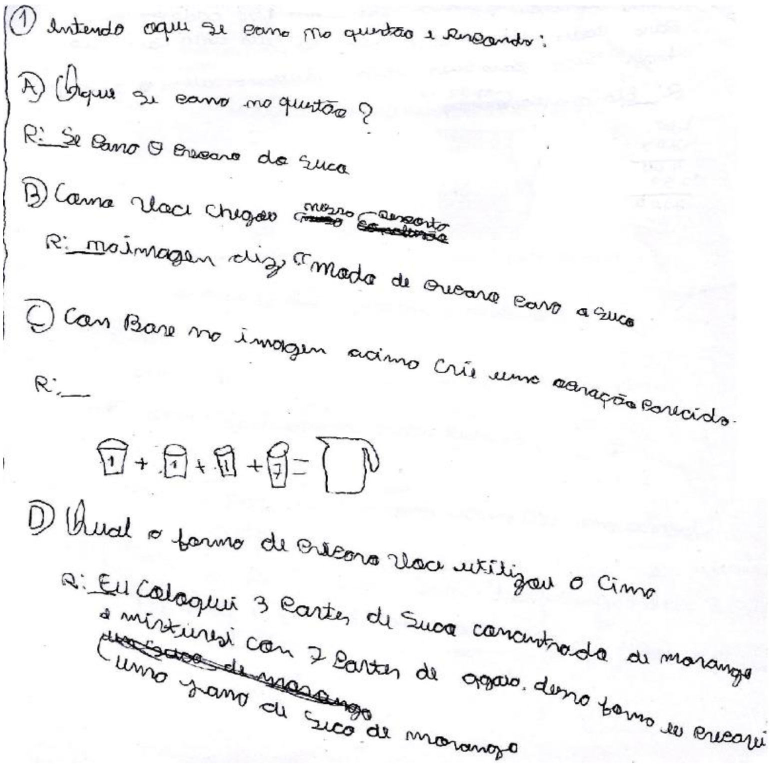
Comprei 45 jarra de vidro só que minha prima pediu 18, se ela pediu 18 e eu tinha 45 com quantas jarras eu vou ficar agora?

Fonte: Dados da pesquisa

Identificamos que nesta produção o aluno se limita à apenas encontrar a diferença entre duas quantidades de jarras, uma inicial e uma final, ficando na superfície do que foi solicitado na Atividade 2, já que se limitou a utilizar apenas um dos elementos da figura e não a relação existente entre ela e os demais elementos do contexto. Ou seja, uma performance que nos parece ser um Ato. No entanto, chama a atenção as duas formas de solução. Entendemos que essa resposta apresenta características de originalidade, uma vez que nenhum dos demais alunos produziram algo semelhante e, portanto é uma resposta incomum. Também identificamos flexibilidade, pois o aluno apresentou caminhos diferentes de solução para a situação-problema por ele criada.

Em relação às produções dos alunos oriundas de performances ritualísticas, em apenas 1 identificamos características de criatividade (Figura 5). Essa produção se destaca pela forma em que o aluno elabora perguntas a partir do tema da Atividade 1, correspondente ao modo de preparo de suco. Entendemos que o aluno parece reproduzir o modelo de atividades proposta por alguns livros didáticos, do tipo “interprete o texto” (“*entenda o que se passa na questão e responda*”), à medida que propõe perguntas para serem respondidas, ao modo de um roteiro. A exemplo, a primeira pergunta é “*O que se passa na questão?*”, sendo imediatamente respondida como “*Se passa o preparo de suco*”. Vislumbramos na situação o resultado de uma performance ritualística, uma vez que a especificidade dessa rotina é a reprodução ou a imitação de uma ação ou uma performance específica de uma comunidade, que nesse caso representa o formato dos exercícios dos livros e/ou do professor.

Figura 5: A3SP2



1) entenda o que se passa na questão e responda:

A) O que se passa na questão?

R: Se passa o preparo de suco

B) Como você chegou nessa resposta

R: na imagem diz “modo de preparo para o suco”

C) Com base na imagem acima crie uma operação parecida.

R:

D) Qual o forma de preparo você utilizou acima

R: Eu coloquei 3 partes de suco concentrado de morango e misturei com 7 partes de água dentro da jarra e preparei uma jarra de suco de morango.

Fonte: Dados da pesquisa

No entanto, apesar da situação-problema conceber uma imitação do comportamento de uma determinada comunidade, ainda foi possível perceber traços de originalidade nessa produção, pois comparando aos demais problemas produzidos pelos outros alunos, foi o único que trilhou esse caminho na elaboração da situação-problema.

Considerações Finais

Essa pesquisa buscou identificar estratégias criativas mobilizados por alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental em rotinas de elaboração de situações-problemas do discurso matemático escolar. Tal opção temática se deu pelo fato de perceber as potencialidades possíveis de serem estimuladas nos alunos como o aprimoramento do raciocínio, ou ainda despertar o gosto pela descoberta. Além do que, o aluno envolvido no processo de formulação de situações-problemas pode ampliar seu conhecimento na medida em que prevê o processo de solução que está apresentando.

Identificamos em poucas das produções dos alunos processos criativos, concentrando mais nos Atos e Rituais do que nas Explorações. Além disso, mais produções com originalidade do que flexibilidade. Apontamos como ponto positivo que na elaboração os alunos buscaram relacionar conhecimentos experienciados em outros momentos, sejam escolarizados ou de seu cotidiano, com as atividades, evidenciando, portanto, a importância do desenvolvimento deste tipo de atividade nas aulas de matemática no Ensino Fundamental.

Referências

AMARAL, N. A. R. **A criatividade matemática no contexto de uma competição de resolução de problemas**. 2016. 432 f. Tese (Doutorado em Educação) - Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016. Disponível em: http://hdl.handle.net/10451/24861. Acesso em: 12 ago. 2020.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, SarS. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL, MEC. **Base Nacional Comum Curricular- BNCC**, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf . Acesso em: 01 nov. 2019.

BOAVIDA, A. M.; PAIVA, A. L.; CEBOLA, G.; VALE, I.; PIMENTEL, T. (2008). **A experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.** Lisboa: Ministério da Educação -Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

GONTIJO, C. H. Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em matemática. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 12, n. 23, p. 229-244, jul-dez. 2006.

______. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio**. 2007. 194 f. Tese (Doutorado em Psicologia) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

FONSECA, M. G. **Construção e validação de instrumento de medida de criatividade no campo da matemática para estudantes concluintes da educação básica**. 2015. 104 f. Dissertação (Mestrado em educação) - Faculdade de educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2015. Disponível em: https://repositorio.unb.br/handle/10482/20203. Acesso em: 10 ago. 2020.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

RIPARDO, R. B. **Escrever bem aprendendo matemática: tecendo filos para uma aprendizagem matemática escolar.** 313 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-25062015-130813/publico/RONALDO_BARROS_RIPARDO.pdf. Acesso em: 20 mar. 2019.

SFARD, Aa. **Thinking as communicating**: human development, the growth of discourses, and mathematzing. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

VIEIRA, M. C. C. M. **A resolução de problemas e a criatividade em matemática: Um estudo em contexto de educação pré-escolar**. 2012. 181 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo, 2012. Disponível em: http://hdl.handle.net/20.500.11960/1411. Acesso em: 14 ago. 2020.

O uso dos pronomes como forma promover a ação

The use of pronouns as a way to promote action

Airton Carrião
Coltec/UFMG
airtoncarriao@gmail.com

Maria da Conceição R. F. Fomeseca
FaE/UFMG
mcfrfon@gmail.com

Rubens P. Seabra
SMED/BH e SME/Contagem
rubensseabra@gmail.com

Resumo
Este trabalho analisa as interações nas aulas de matemática de uma turma de 6º ano do ensino fundamental, buscando compreender o papel do uso dos pronomes no estilo discursivo da professora. O estudo é fundamentado na Análise do Discurso em uma perspectiva bakhtiniana, e no papel dos pronomes nos enunciados matemáticos. Verificou-se como o uso dos pronomes nos enunciados da professora revela traços de sua intenção comunicativa e de sua concepção de matemática e ensino. Discutiram-se os diferentes usos dos pronomes nos discursos dos artigos acadêmicos, nos livros didáticos e na sala de aula, e também como esse uso pode aproximar ou afastar os/as aprendizes da ação de produzir conhecimento matemático.

Palavras-chave: Discurso em sala de aula; estilo discursivo; uso de pronomes

Abstract
This work analyzes the interactions in math classes of a 6th grade elementary school class, seeking to understand the role of the use of pronouns in the teacher's discursive style. The study is based on Discourse Analysis from a Bakhtinian perspective, and on the role of pronouns in mathematical statements. It was verified how the use of pronouns in the teacher's utterances reveals traces of her communicative intention and her conception of mathematics and teaching. The different uses of pronouns in the discourse of academic articles, textbooks and in the classroom were discussed, as well as how this use can bring the students closer or further away from the action of producing mathematical knowledge.

Keywords: Classroom discourse, discursive style, use of pronouns

Propósito e perspectiva deste estudo

Neste estudo, submetemos à análise, sob uma perspectiva bakhtiniana, as enunciações de uma professora em aulas de matemática, para discutir o uso pragmático de certos recursos estilísticos para a produção de significados e de efeitos de sentido.

Investigações que focalizam interações de sala de aula de matemática submetendo-as à Análise do Discurso numa perspectiva bakhtiniana têm produzido boas reflexões para a pesquisa e a prática pedagógica em Educação Matemática (FONSECA, 2001; CARDOSO,

2002; MACHADO, 2008; CARVALHO,2014; MENDONÇA, 2014; ADELINO, 2018; BRITO, 2019; SIMÕES, 2019). Nessa perspectiva o objeto de análise é a enunciação, e não apenas enunciado, considerando-se suas condições de produção e suas intenções pragmáticas na interação, bem como os interdiscursos que o permeiam, e aos quais ele responde, de modo a considerá-lo como prática social, para além de uma ação individual.

Segundo Wertsch (1993), Bakhtin segue a tradição russa de abordagem da linguagem que destaca a importância da significação, considerando que seu uso visa à produção de significados que moldam a ação e a cognição humanas. Por isso, ainda que estudos sob uma perspectiva bakhtiniana frequentemente se debrucem sobre os recursos da língua, o objeto da análise é o *discurso*, e não a *linguagem*. Os enunciados, tomados como unidade de análise, são, portanto, considerados no contexto da enunciação, que se conforma na composição de múltiplos elementos, como a ideologia, as intenções do sujeito, as possibilidades e os constrangimentos do gênero discursivo e da esfera da comunicação, dentre outros (ROJO, 2001). Investigar a interação na sala de aula, desta forma, vai além da análise linguística das palavras e frases pronunciadas, como ações individuais de expressão do pensamento; interessa-nos o jogo interlocutivo e as posições assumidas pelos sujeitos por meio dos enunciados que proferem como uma ação social. Nesse sentido, voltamo-nos para as práticas discursivas compreendendo-as em sua inserção em práticas sociais mais amplas, que constituem os discursos e são por eles constituídos. No caso deste trabalho, na análise dos enunciados da professora produzidos na interação com estudantes no contexto das aulas de matemática, há que se considerar que ideologias forjam os jogos interlocutivo que ali se estabelecem, marcados pelos condicionamentos e as intenções dos sujeitos, mas também daquela escola, do sistema escolar e da sociedade em que se insere.

Todavia, o enunciado é materialidade do discurso: é nele que se pode observar a relação língua e ideologia. A língua é, assim, um conjunto de sentidos estáveis dados às palavras pelos grupos sociais; a ideologia, por sua vez, conforma-se como conjunto de ideias, valores etc., que, de algum modo, permite ao indivíduo organizar idealmente seus conflitos e ações, condicionados, em uma relação dialética, pela vida social. O sentido que um enunciado pode produzir, desse ponto de vista, é dimensionado no tempo e no espaço das práticas humanas, ou seja, socialmente situado. Um mesmo enunciado proferido em diferentes contextos pode produzir significados diferentes. Para Bakhtin o enunciado reflete as condições específicas e as finalidades da esfera da atividade humana

Wertsch (1993), citando Holquist, usa uma interessante metáfora para esclarecer esses diferentes sentidos do enunciado. Ele afirma que, na visão de Bakhtin, o indivíduo, ao falar, "aluga" os significados, isto é, ele só pode dizer com as palavras que são pegas e devolvidas à comunidade de acordo com os protocolos estabelecidos; assim sua “voz pode significar, mas apenas com os outros: às vezes em coro, mas nos melhores momentos em um diálogo” (WERTSCH, 1993 p. 68).

Para Bakhtin, “qualquer enunciado considerado isoladamente é, claro, individual, mas cada esfera de utilização da língua elabora seus tipos relativamente estáveis de enunciados, sendo isso que denominamos gêneros do discurso” (1992, p. 279). É nessa perspectiva que nos parece útil para as nossas finalidades analíticas considerar a aula de matemática na Educação Básica como uma esfera específica da comunicação verbal que determinaria um gênero do discurso próprio. Ao emitir um enunciado, o autor tem de reconhecer o gênero adequado para interação de que está participando. Para tanto, ele tem de assimilar um repertório de formas discursivas daquela esfera de atividade, o que lhe dará uma maior autonomia na comunicação. Essa assimilação do repertório, porém, não se dá através de manuais, mas sim nos processos interativos (MACHADO, 2005).

Para Bakhtin (2000) os gêneros do discurso apresentam três dimensões essenciais e indissociáveis: os *temas*, entendidos como conteúdos ideologicamente conformados**,** que se tornam comunicáveis (dizíveis) através do gênero; *a forma composicional*, que congrega os elementos das estruturas comunicativas e semióticas compartilhadas pelos textos pertencentes ao gênero; e o *estilo*, ou seja as configurações específicas das unidades de linguagem, em que se identificam traços da posição enunciativa do locutor e da forma composicional do gênero.

Estas três dimensões dos gêneros discursivos são determinadas pelos parâmetros da situação de produção dos enunciados e, sobretudo, pela *apreciação valorativa* do locutor a respeito do(s) tema(s) e do(s) interlocutor(es) de seu discurso (BAKHTIN, 2000).

Neste trabalho vamos nos concentrar em apenas uma dessas dimensões discursiva, o estilo, ainda que se conformação também dependa, em certa medida, das outras duas. Segundo Brait (2005) o estilo pode ser estudado de forma específica,

> considerando-se, dentre outras coisas, que os estilos têm a ver, também, com gênero, o que implica coerções linguísticas, enunciativas e discursivas, próprias da atividade em que se insere. Além disso, um outro aspecto constitutivo e

> inalienável é o fato de o enunciado dirigir-se a alguém, de estar voltado para o destinatário" (BRAIT, 2005, p. 94/95)

Temos, portanto, que, ao analisar o estilo dos enunciados, considerar o contexto em que a atividade ocorreu, bem como a quem ele se destina.

A discussão sobre estilo está presente em vários momentos da obra de Bakhtin, não tendo assim uma definição única; pode-se ver em sua obra que estilo é um conjunto de procedimentos de acabamento, refletindo a relação do autor com a língua.

Segundo Brait (2005) o estilo está indissoluvelmente ligado ao enunciado e aos gêneros, com suas formas típicas de enunciados. Dessa forma, cada esfera de atividades tem gêneros apropriados as suas especificidades e a eles correspondem determinados estilos, portanto os estilos não podem ser analisados isoladamente.

Além de estar ligado ao gênero o estilo depende da relação entre o locutor e seus parceiros na comunicação, podendo variar de estilos mais individuais, como a conversa informal ou o gênero literário, ao estilo mais elevado, dos gêneros padronizados, que são muito estáveis, prescritivos, normativos. Há também o estilo familiar que comporta vários graus de familiaridade e de intimidade.

Para Bakhtin (2000), as formas possíveis do discurso têm historicidade e não permanecem idênticas ao longo do tempo e nas diferentes culturas, assim o estilo, longe de se restringir a autenticidade de um indivíduo, inscreve-se na língua e nos seus usos historicamente situados.

Podemos afirmar que os enunciados presentes nos artigos acadêmicos de matemática são muito padronizados, portanto menos suscetíveis aos estilos individuais. Nele os enunciados têm como destinatários os pesquisadores da área, porém o parecerista e o editor dos periódicos têm como função avaliar se eles estão adequados ao gênero discursivo ao qual pertencem.

Os enunciados presentes nos livros didáticos também são menos suscetíveis aos estilos individuais, porém são menos padronizados. No caso do livro didático, o destinatário dos enunciados são um/a professor/a e um/a aluno/a presumidos/as, mas também têm no caso dos que se submetem ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), os avaliadores da obra, que vão analisar, entre outros critérios, a adequação do texto ao gênero discursivo desse tipo de texto.

Já os enunciados presentes nas interações das salas de aula de matemática da Educação Básica podem, em certa medida, aproximar-se do estilo familiar, sendo mais propicio à influência dos estilos individuais. Nesses casos, o destinatário dos enunciados eram, antes de estarmos submetidos à modalidade de interação remota, estudantes presentes nasala de aula. Assim, não contando com intermediários, a verificação da adequação se dava na interação entre interlocutores de forma direta, como na comunicação cotidiana.

Essa adequação, entretanto, se se estabelece na escolha dos recursos lexicais, também é regida pela efetividade da enunciação na produção dos efeitos de sentido pretendidos pelo enunciador, efetividade que, por sua vez, também dependerá de um uso adequado (às intenções do discurso) daqueles recursos.

Neste estudo, queremos focalizar justamente o uso de um desses recursos que o léxico oferece à realização das intenções discursivas do enunciado: o uso de pronomes pessoais e a consequente conjugação verbal como estratégia de significação, produzindo sentidos não só para os conteúdos matemáticos ensinados, mas para a relação com o conhecimento matemático e para a relação pedagógica.

O material empírico e o foco da análise

Os eventos que analisamos neste estudo foram identificados no material empírico que subsidiou a dissertação de mestrado Seabra (2017) que é um dos autores. Aqui, porém, com um objetivo diferente daquele que orientava aquela investigação, procederemos uma outra análise das interações entre a professora de matemática (que será aqui chamada de Graça) e os/as estudantes de uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental em uma escola pública. A escola é da Rede Municipal de Belo Horizonte, estando localizada em um bairro de classe média, tendo aproximadamente 1200 alunos, com cinco turmas de sexto ano tendo aulas no período da tarde. A escola tem uma boa estrutura física e encontrava-se em bom estado de conservação e, segundo a professora que acompanhamos a escola gozaria de prestígio na Rede Municipal, principalmente por causa dos resultados satisfatórios atingidos nas avaliações sistêmicas.

Graça é uma professora muito experiente, com 26 anos de magistério e 58 anos de idade. Em suas aulas, utiliza estratégias que não são comuns nas aulas de matemática, como a leitura e reflexão de textos literários, que não têm necessariamente ligação direta com a matemática. O objetivo dessa prática pedagógica, além de proporcionar uma formação humana mais ampla dos/as estudantes, é fazer com que os/as estudantes “se acalmem e se concentrem mais rapidamente”. Em entrevista, Graça afirmou que visava sempre que os alunos resolvessem os problemas “por si mesmos”, que sua função seria “dar instrumentos”, mas eles é que deveriam “escolher o que utilizar em cada situação”. Para isso usava expressões como “Se vira!” e “Fica esperto!”, que apesar de soarem autoritárias não seriam, segundo a professora, assim compreendidas pelos/as estudantes.

A professora Graça era muito organizada e cobrava dos/as estudantes que também o fossem, afirmando que matemática não combinaria com bagunça e orientando os/as orientando a registrar as anotações no caderno “adequadamente”. Ela conseguia com certa tranquilidade manter a atenção da maioria dos/as estudantes. De modo geral eles/as procediam de maneira que ela avaliava como “adequada” em cada momento da aula. Ela costumava conversar sobre o que é a matemática no contexto do mundo, buscando, para isso, usar uma linguagem mais acessível aos/às estudantes, e fazendo analogias entre a filosofia e matemática

Os/as alunos/as da turma observada (602) eram participativos nas aulas, e interessados em aprender os conteúdos. A turma era composta por 27 estudantes, sendo 12 do sexo masculino e 15 do sexo feminino, tendo idade entre 11 e 12 anos. Quatro deles cursavam o sexto ano pela segunda vez.

O período de observação foi dividido em duas etapas: na primeira o pesquisador assistiu por duas semanas as aulas de todas as turmas de sexto ano, com objetivo de conhecer a escola, a professora e os/as estudantes. Após esse período, a turma 602 foi escolhida para ser acompanhada, por apresentar uma interação mais intensa com a professora. Foram acompanhadas 34 aulas dessa turma, com registro em vídeo, além de notas no caderno de campo. Para análise foram transcritos alguns episódios de aula que foram considerados prototípicos.

Nesta nova análise, nós nos concentramos no uso dos pronomes pessoais e da voz passiva que são formas que podem aproximar ou afastar o enunciador de seus interlocutores, podendo assim favorecer, ou não, a interação.

O uso dos pronomes na aula de matemática

O uso dos pronomes pessoais pode parecer a princípio ter pouca relevância em um gênero discursivo, mas o que queremos discutir aqui é o seu papel na aula de matemática, em particular, seu efeito de aproximação, ou de afastamento, do/a aprendiz da ação que o discurso narra e produz.

O uso do sujeito indefinido e da voz passiva nos artigos acadêmicos e nos livros didáticos (de Matemática) está associado à ideia de neutralidade da matemática como ciência, onde a ação humana é identificada com a de usuário, mas não com a de produtor do conhecimento. O uso do pronome na primeira pessoa, por outro lado, pode indicar uma ideia de que tanto o autor, como o destinatário dos enunciados estão participando da produção de conhecimento matemático na medida em que protagonizam as práticas matemáticas. Dessa forma, o uso do pronome pode revelar muito sobre a ideologia do enunciador, neste caso, sobre suas concepções de matemática, de sua produção, de seu ensino e de sua aprendizagem.

O primeiro evento que discutiremos neste estudo é identificado na dissertação (AUTOR, ANO) como "Episódio 1". Aqui, nomearemos a cena como evento, considerando sua historicidade demarcada, entre outros aspectos, justamente pelo fio discursivo que procuramos caracterizar em nossa análise. A interação que o constitui está reproduzida no Quadro 1, e seu contexto de produção foi a resolução de dois exercícios envolvendo número misto no quadro.

Quadro 1: Interação que constitui o Episódio 1

1.	Professora	*Então tá perguntando: escreva em número misto*
2.	Aluna	*Dois quartos.*
3.	Professora	*Dois inteiros e um quarto.*
4.	Aluno	*Um quarto?*
5.	Professora	*É! Porque essa parte foi dividida em quatro e cê só pegou uma. É um quarto. Aqui ó, não importa quantas partes; não dá nem pra ver, porque tá colorido. Mas independente do número de partes, pegou todos. Então é um inteiro, dois inteiros. Aqui ó, quantas partes você pegou é o numerador; em quantas partes foi dividido é o denominador. Ô gente, o número dois já tem três agora coloridos. Cês têm um, dois, três [fala e desenha] e o último dá pra saber certinho, ó, que ele foi colorido. Não importa a maneira de cortar que foi dividido na metade. Então, qual que é o número misto...*

6.	Alguns alunos juntos	*Três inteiros e um meio*
7.	Professora	*Três inteiros e um meio.*

Fonte: AUTOR (ano, p. 36)

A professora Graça estabelece uma relação pedagógica que visa à proximidade com os/as estudantes, usando, em muitos momentos, enunciados dos gêneros cotidianos. Por outro lado, também se utiliza com frequência do livro didático, e, assim, podemos considerar que o discurso que se produz nas aulas de matemática dessa professora tem forte influência dos gêneros cotidianos e do livro didático de matemática.

Todavia, a voz passiva, o pronome indefinido e a forma impessoal, apesar de serem muito presentes no discurso da matemática acadêmica e serem frequentes nos livros didáticos, são pontuais nas aulas de Graça. Ela, em geral, os usava quando estava reproduzindo o que estava escrito no livro didático.

Um exemplo do uso da forma impessoal é encontrado no primeiro turno do episódio 1. (Professora: *Então tá perguntando: escreva em número misto*.) Nele a professora não deixa explícito qual é o agente da ação, quem "tá perguntando"? Ela estava se referindo, nesse caso, como na maioria das vezes em que usa essa forma, ao exercício do livro didático que estava sendo corrigido naquele momento.

O uso que Graça faz dos pronomes pessoais busca evitar o distanciamento entre seus/suas alunos/as e os textos matemáticos, escritos ou falados, provocado pelo uso dessas formas, tentando sempre indicar que eles/as fazem parte do conjunto de pessoas que conseguem compreender tais textos. Além disso, estimula os/as aprendizes a se enxergarem como produtores do conhecimento, apropriando-se dele.

Os pronomes pessoais na primeira pessoa e na segunda pessoa do singular ou do plural praticamente não são utilizados em artigos acadêmicos e são também pouco usados em livros didáticos; porém, nas aulas da professora Graça, eles eram usados com frequência, em particular o *eu* e o *vocês*. No Episódio 1 podemos ver o uso de *você*, *vocês* e suas corruptelas, além do vocativo *Ô gente*, que reforça o convite a protagonizar a ação, esboçado no uso dos pronomes.

Graça inicia a interação utilizando-se da forma impessoal para localizar a discussão; depois revocaliza a fala da aluna corrigindo-a. Em seguida para responder ao aluno ela explicita que foi feita uma divisão por quatro e, em seguida, faz uso do pronome *você* para explicar a função do numerador, de maneira a colocar o aluno como agente participante da ação: "*você pegou*". Com o uso do pronome *você*, parece que o interlocutor "está falando para um leitor [no caso, um interlocutor do discurso oral] individual, pessoalmente" (MORGAN, 1996, p.6), mesmo que, como era o caso, o enunciado se dirigisse à turma como um todo e não necessariamente a um estudante. O pronome opera, assim, fazendo uma convocação individual e não nominal. Nesse episódio, ela utiliza essa estratégia mais duas vezes ("quantas partes você pegou" e "cês têm um, dois, três"), sendo que, na segunda vez, a fala é direcionada para toda a turma. Em especial, com a inserção do vocativo *Ô gente*, Graça está chamando explicitamente toda a turma para a discussão reforçando a intenção do uso dos pronomes de incluir os/as aprendizes e lhes conferir protagonismo na ação de produção do conhecimento.

O segundo evento que selecionamos é nomeado na dissertação como Episódio 5. Nele, focalizamos o uso do pronome *eu*, também frequente no discurso da professora Graça, em geral, para que ela mesma se colocasse na posição de sujeito da ação no lugar dos/as aprendizes, de forma a pensar e agir (e narrar essa ação) como se fosse um deles, explicando aos demais. O contexto de produção da interação que constitui o Episódio 5 é a correção de uma atividade do livro, no decorrer da qual, a professora Graça falando e desenha no quadro.

Quadro 2: Interação que constitui o Episódio 5

1.	Professora	*Então letra a, qual que eu posso pôr ali que dá certo?*
2.	Aluna	*Seis onze avos*
3.	Professora	*Onze? Não... três, vou pôr esse ó aí... olha aqui pra você ver: seis dividido por três, dois. Essa fração representa dois inteiros, tá? Se você não gostar de pensar em divisão, cê pode pensar assim olha: seis pedaços de alguma coisa dividida em três. Então olha como seria ó (desenha no quadro) eu vou pegar, dividir em três, peguei três pedaços. Se eu pegar novamente ó o que que aconteceu aqui, ó, dois inteiros! Então tanto faz ocê pensar entender como desenho ou como divisão.*

Fonte: AUTOR (ano, p. 43)

Nesse episódio, Graça alterna os pronomes em sua fala: ora usa *eu*, ora *você*, num jogo de autorias da ação. No primeiro turno ela assume uma posição de quem vai resolver o problema, como fizeram os/as alunos/as: ela lhes concedeu voz, alternando as posições pré-estabelecidas. Assim, os/as alunos/as tiveram a oportunidade de propor instruções para a professora solucionar o problema, em vez de somente conferir a correção das respostas. Essa ação torna os alunos agentes que podem propor soluções a problemas.

No início do terceiro turno a professora discorda da aluna e usa o *eu* como uma forma de se colocar, de certa forma usando a autoridade de quem pode discordar e propor uma nova solução.

É interessante notar que ela não transfere a autoridade para a Matemática, ou para um ser indeterminado, quando por exemplo, enuncia: "*Não ... três, pois seis dividido por três, dois*". Nesse caso, a certeza do resultado vem de sua própria autoridade e não de uma verdade externa. Em seguida, ela chama os/as alunos/as à ação usando o pronome *você*, retomando, em seguida, o *eu*, mas agora em um sentido plural, colocando-se junto dos/as aprendizes no procedimento, ou como se fosse algum deles que estivesse pensando daquela forma.

De acordo com Morgan (1996), ao utilizar esse pronome, o autor reivindica para si a posse do problema e de sua solução (MORGAN, 1996, p.4). Nesse episódio, Graça traz a ação para si "*vou pôr esse*", "*eu vou pegar*", "*peguei*", mas compartilha a ação ao afirmar "*Se você não gostar ... cê pode pensar*". Ao incentivar o uso do *eu* a professora estimula os/as alunos/as a assumirem a autoria. Outro uso recorrente desse pronome é para solicitar aos alunos ajuda para resolver alguma questão, o que é também recorrente. Pode-se notar diferentes usos do mesmo pronome, porém todos relacionados à convocação à ou ao compartilhamento da autoria da ação.

O pronome *nós* é menos utilizado que o *você* e o *eu*, mas também é frequente nas aulas da professora Graça. Ele é muito utilizado para retomar o que foi abordado em aulas anteriores, como em "*Nós vimos na última aula*", e para comunicar aos estudantes quais seriam os próximos passos, como em "*nós vamos colocar em prática*". A seguir apresentamos um evento, que no texto original é nomeado como Episódio 41, em que a professora Graça está introduzindo um novo procedimento (soma de frações com denominadores diferentes); porém os alunos parecem não compreender o que ela está propondo. A professora, então, apresenta uma questão como um desafio, questionando se há como somar frações com denominadores diferentes.

Quadro 3: Interação que constitui o Episódio 41

1.	Professora	*Agora se acontecer do denominador ser diferente? Não tem jeito de fazer! Não tem?*
2.	Aluna	*Aí deixa sem fazer?*
3.	Professora	*Hein?*
4.	Aluna	*Deixa sem fazer?*

5.	Professora	*Não! Nós vamos arrumar uma maneira, porque só dá pra gente somar é... quando os pedaços são do mesmo tamanho, certo?*

Fonte: AUTOR (ano, p. 42)

A professora o turno 5 está claramente convidando os/as alunos/as a uma ação conjunta, propondo que se tornem participantes da solução de um problema que é posto como um desafio pela própria professora; ou seja, diante de um impasse, ela convida os/as alunos/as a serem coautores da solução. De certa maneira ela usa esse pronome para incluir os alunos na programação da sequência da aula, pois agora eles têm uma questão que tem de ser resolvida. Essa forma de uso do pronome traz um sentido de coletividade, pois Graça deixa claro que o *nós* é composto por ela e os/as aprendizes.

O uso dos pronomes *nós* e *a gente*, pela professora, estão mais relacionados à organização das aulas e *você* e *vocês* são mais utilizados nos momentos relacionados à produção de conhecimento.

Apesar de Graça se utilizar do pronome *nós* em vários momentos, não foi registrada nenhuma oportunidade em que ela o utilizasse para falar em nome da comunidade acadêmica matemática. Em geral, nas falas de Graça, o pronome *nós* é usado numa intenção inclusiva, na qual, segundo Morgan (1996), o leitor está ativamente envolvido no fazer matemático.

Assim, o uso dos pronomes na aula da professora Graça parece-nos ter uma função pragmática que é incluir os/as aprendizes na ação, com algumas variações conforme o pronome e a situação, mas sempre trazendo a produção de conhecimento matemático para a sala de aula.

Considerações finais

Para Bakhtin o estilo depende do tipo de relação existente entre o locutor e os outros parceiros da comunicação verbal (BRAIT, 2005); assim podemos entender que, na sala de aula da professora Graça, essa relação é muito bem estabelecida, refletindo-se no gênero discursivo que observamos. Deve-se destacar que, além de a professora apresentar uma relação pessoal muito boa com os/as alunos/as, ela tenta estimular a autonomia e contribuir para a formação geral deles/as. Essa relação pessoal se reflete no uso dos pronomes pessoais, que promove um certo grau de familiaridade e intimidade entre os/as interlocutores/as. Devemos observar, porém, que a turma observada foi escolhida exatamente por ter uma participação maior nas atividades, apresentando assim uma relação mais dialógica com a professora, o que pode ter favorecido tal intimidade.

A relação pessoal favorece e é também favorecida pelo uso do pronome *nós* para a organização das atividades, indicando uma intenção de compartilhamento das responsabilidades e do protagonismo. A preocupação da professora com a autonomia dos/as aprendizes, contudo, se reflete no uso do *vocês*, que os/as traz para a ação conclamando-os/as a assumirem o papel de agente ou os/as narrando como tal.

Como dissemos, os artigos acadêmicos têm outros destinatários da comunicação, além de serem forjado numa ideologia diferente, que toma impessoalidade como valor. Por isso, utilizam-se dos pronomes de forma bastante distinta da adotada por Graça. Não que os textos acadêmicos não pretendam tornar seus leitores agentes; mas entendem que o que enunciam deve ser isento da subjetividade. Os livros didáticos, apesar de também terem como leitor final um aluno presumido, são elaborados para um leitor idealizado, além de terem alguns leitores intermediários que vão legitimar os enunciados. Por isso, assim o grau de intimidade pretendido e encontrado é muito menor do que o que se forja nas aulas da professora Graça, em particular: o uso do pronome *eu* é praticamente inexistente, em particular, tendo o sentido de produção de um conhecimento matemático; e o pronome *você* é usado geralmente nas instruções de atividades, ou para chamar a atenção para algo que os alunos já viram anteriormente. Nesse caso, também é a diferença na condição de produção dos enunciados que gera diferença nos usos dos pronomes.

A percepção da matemática como um produto social, e não como um conhecimento dado, é outro ponto importante, que, apesar de não estar explicitado em nenhum comentário, está presente na forma de uso do pronome *eu* para justificar as respostas dadas aos alunos (como no Episódio 5, no qual, na discussão de uma atividade, depois de negar a sugestão de um aluno, a professora dá a resposta correta usando: “Então olha como seria ó ... **eu** vou pegar, dividir em três”).

Consideramos que o uso dos pronomes que caracteriza o estilo discursivo das aulas da professora Graça gera um ambiente favorável à participação dos/as aprendizes, e busca conformar a aprendizagem matemática pelos/as mesmos/as.

Cabe reiterar que o estilo discursivo veiculado na aula de matemática da professora Graça é caracterizado por vários fatores, além do uso dos pronomes que analisamos aqui: o uso de modalizadores, da linguagem especializada e o uso de metonímia, por exemplo. A análise dessas outras características, que foram parcialmente realizadas em Autor (ano), se aprofundada, pode contribuir para compreendermos melhor o papel do estilo dos enunciados produzidos na sala de aula. Também é um interessante desdobramento verificarmos se o estilo observado nas aulas da professora Graça é individual ou é um estilo do gênero discursivo aula de matemática presencial na Educação Básica.

Agradecimentos

Este estudo contou com financiamento do CNPq.

Referências

ADELINO, Paula Resende. **Jovens do Ensino Médio Técnico**: um olhar a partir das aulas de matemática. 2018. 174 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.

BAKHTIN, Mikhail. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

BRAIT, Beth. Estilo. In: Bakhtin: **Conceitos chaves**. BRAIT, Beth (org). São Paulo: Editora Contexto, 2005

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRITO, Ruana Priscila da Silva. **É o que eles estão querendo pesquisar, estão querendo mostrar:** apropriação de práticas de numeramento da Educação Estatística por estudantes indígenas do Curso de Formação Intercultural para Educadores Indígenas da UFMG. 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2019.

BURTON, Leone e MORGAN, Candia. Mathematicians Writing. **Journal for Research in Mathematics Education**. Vol. 31, no 4, p. 429-453, 2000

CARDOSO, Cleusa de Abreu. **Atividade matemática e práticas de leitura na sala de aula:** possibilidades na Educação de Jovens e Adultos. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte, 2002.

CARVALHO, Giovanna Cotta. **Papéis do contexto das questões de Matemática do ENEM:** práticas de numeramento envolvidas na discussão com docentes em formação. 2014. 202 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, 2014.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. **Discurso, memória e inclusão:** reminiscências da Matemática Escolar de alunos adultos do Ensino Fundamental. 2001. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 2001.

MACHADO, Airton Carrião**. Marcas do discurso da matemática escolar: uma investigação sobre as interações discursivas nas aulas do ensino médio**. Tese apresentada no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

MACHADO, Irene. Gêneros Discursivos. In: BRAIT, Beth. **Bakhtin: Conceitos chave**. São Paulo: Contexto, 2005

MAIA, Jurama. **Uma análise da linguagem utilizada em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.** 109 f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Educação) Programa de Mestrado Profissional de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, 2016.

MENDONÇA, Augusta Aparecida Neves de. **"Fechando pra conta bater"**: a indigenização dos projetos sociais Xacriabá. 2014. 183 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

MORGAN, Candia. The Language of Mathematics: Towards a Critical Analysis of Mathematics Texts. In: _____. **For the Learning of Mathematics**. Edmonton: FLM Publishing Association, 1996, Vol. 16, nº 3, pp. 2-10.

________________. Words, definitions and concepts in discourses of mathematics, teaching and learning. Language and Education, Volume 19, - Issue 2, p. 102-116, 2005.

ROJO, Roxane H.R. Gêneros Enunciação e interação na ZDP: do nonsense "a construção dos gêneros de discurso. In: MORTIMER, E. F. e SMOLKA, A. L. B. **Linguagem, Cultura e Cognição: reflexões para o ensino e a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001

SEABRA, Rubens P. **Sobre a linguagem dos professores nas aulas de Matemática: práticas de uma professora do sexto ano de uma escola pública**. 144 f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Educação) Programa de Mestrado Profissional de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, 2017.

SCHNEIDER, Sônia Maria. **Esse é o meu lugar... Esse não é o meu lugar**: relações geracionais e práticas de numeramento na escola de EJA. 2010. 211 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte, 2010.

WERTCH, James V. **Voices of the mind**: a sociocultural approach to mediated action. Harvard University Press, 1993.

VIII SIPEM
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Os conceitos estatísticos mobilizados por universitários em situações envolvendo medidas de tendência central e medidas de dispersão

Statistical concepts mobilized by university students in situations involving measures of central tendency and measures of dispersion

Tatyane Vera de Queiroz Ferreira da Cruz
Universidade de Pernambuco
tatyane.cruz@upe.br

Síntria Labres Lautert
Universidade Federal de Pernambuco
sintria.lautert@ufpe.br

Resumo

O presente estudo investiga o raciocínio mobilizado pelos estudantes do Curso de Graduação em Administração na resolução de situações que envolvem conceitos de medidas de tendência central e de dispersão e, de forma específica, em situações que evocam o pensamento reprodutivo e o pensamento produtivo. Participaram da investigação 80 estudantes do Curso de Administração de uma Instituição Pública do Sertão Central de Pernambuco. Todos os estudantes foram solicitados a realizarem uma atividade composta por quatro situações, que envolviam tais conceitos e pensamentos. Os dados foram analisados considerando as justificativas fornecidas na explicação. Observou-se que os estudantes apresentaram melhores justificativas nas situações envolvendo medidas de tendência central e pensamento reprodutivo. No que se refere ao raciocínio mobilizado, foram identificados cinco tipos de justificativas, em nível hierárquico: o Tipo 1, uma justificativa mais elementar, até o Tipo 5, embasada no conceito requerido e nos aspectos conceituais e procedurais. Os resultados apontam que, independente do período acadêmico, os estudantes mobilizam raciocínios semelhantes para resolverem situações estatísticas, no entanto ao comparar as situações, observou-se que aquelas envolvendo os conceitos de medidas de tendência central tiveram melhores justificativas do que nas situações de medidas de dispersão. Do mesmo modo, apresentaram diferenças no raciocínio entre situações envolvendo o pensamento reprodutivo e pensamento produtivo. Esses dados sugerem a necessidade de um olhar diferenciado para o processo de ensino e de aprendizagem, visto que tais conceitos parecem não estar bem consolidados, mesmo no ensino superior, porque a maioria dos estudantes não conseguiram explicitar sua forma de raciocínio. Portanto, torna-se necessário trabalhar esses conceitos, enfatizando diversas situações e os invariantes operatórios para que o estudante consiga avançar, mobilizando de forma satisfatória, os conhecimentos necessários para o saber fazer e o saber dizer sobre a Estatística

Palavras-chave: Estatística. Ensino Superior. Medida de tendência Central. Medida de Dispersão.

Abstract

This study investigates the reasoning mobilized by students of the Undergraduate Course in Administration in solving situations that involve concepts of measures of central tendency and dispersion, and specifically in situations that evoke reproductive thinking and productive thinking. Eighty students from the Administration Course of a Public Institution in the Sertão Central of Pernambuco participated in the investigation. All students were asked to perform an activity consisting of four situations that involved such concepts and thoughts. Data were analyzed considering the justifications provided in the explanation. It was observed that students presented better justifications in situations involving measures of central tendency and reproductive thinking. With regard to mobilized reasoning, five types of justifications were

identified, at a hierarchical level, from Type 1 a more elementary justification to Type 5 based on the required concept and on conceptual and procedural aspects. The results show that, regardless of the academic period, students mobilize similar reasoning to solve statistical situations, however, when comparing situations, it was observed that those involving the concepts of central tendency measures had better justifications than in situations of dispersion measures. Likewise, they showed differences in reasoning between situations involving reproductive thinking and productive thinking. These data suggest the need for a different look at the teaching and learning process, as such concepts seem not to be well consolidated even in higher education because most students were unable to explain their way of reasoning. Therefore, it is necessary to work on these concepts emphasizing different situations and operative invariants so that the student can move forward, satisfactorily mobilizing the knowledge necessary for knowing how to do and knowing how to say about Statistics.
Keywords: Statistic. University Education. Measures of Central Tendency; Measures of Dispersion

Introdução

Diariamente são disponibilizadas na mídia informações baseadas em dados estatísticos e gráficos que apresentam termos e instrumentos específicos da Estatística, que demandam uma compreensão de cada indivíduo. Entretanto, sabe-se que poucos conseguem entender o que é exposto e a maioria da população segue as informações que são transmitidas, sem questionar e sem utilizar essas ferramentas de forma apropriada para entender o contexto. De acordo com Castro e Castro-Filho (2015), o conhecimento de Estatística permite aos cidadãos a interpretação e a análise crítica de dados, como os que são encontrados em notícias, e a compreensão desses dados auxilia no entendimento do mundo e, consequentemente, na tomada de decisões. É imprescindível analisar criticamente os dados apresentados, questionando até mesmo sua veracidade para interpretar, comparar e tirar conclusões.

Vendramini e Dias (2005) defendem que existem peculiaridades na linguagem da Estatística (sinais, letras, palavras) que requerem do indivíduo uma leitura diferenciada, pois muitas vezes abrange a leitura de tabelas e gráficos estatísticos que resumem grande quantidade de informações. O estudo dessas e de outras variáveis ligadas ao ensino-aprendizagem da Estatística ocupa um lugar de relevância tanto nas instituições voltadas para o Ensino Básico (Fundamental e Médio) quanto para o Ensino Superior.

Os conhecimentos estatísticos e suas habilidades são primordiais para os estudantes de graduação aplicarem em suas carreiras profissionais e na vida cotidiana (YOTONGYOS; TRAIWICHITKHUN; KAEMKATEA, 2015). Nos dias atuais, mesmo com os métodos estatísticos modernos, como *softwares*, que facilitam a compreensão e a prática do ensino da Estatística, é necessário reavaliar periodicamente o ensino e a aprendizagem desses conteúdos, mesmo no nível introdutório dos cursos superiores (BECKMAN; DELMAS; GARFIELD, 2017).

O estudo de Cooper e Shore (2008) sinalizou que, mesmo em cursos universitários com a presença da Estatística introdutória, uma parcela notável de estudantes demonstra dificuldades para resolver situações sobre medidas de tendência central e variabilidade, quando os dados são apresentados em histogramas e gráficos, mesmo após a exposição à parte da Estatística descritiva de seu curso. Ademais, Clark e cols. (2007) revelaram que estudantes universitários, mesmo após disciplinas de Estatística, parecem não compreender muitos conceitos estatísticos básicos, como o conceito da variabilidade, pois, mesmo sendo excelentes alunos, com bons conceitos nas avaliações de Estatística, não conseguiram explicar o que significava desvio padrão, uma vez que sabiam apenas aplicar a fórmula para resolver.

Wertheim (1991) chama atenção para dois tipos de pensamento que podem ser mobilizados quando se resolve determinada situação: o pensamento reprodutivo e o pensamento produtivo. Para esse autor, o pensamento reprodutivo é mobilizado naquelas situações que demandam conhecimentos associados à repetição, ou seja, são situações em que a resolução está baseada em regras, definições, procedimentos ou fórmulas previamente aprendidas. Já as situações que estimulam o pensamento produtivo seriam aquelas que envolvem a organização perceptual e conceitual dos diversos elementos, além da capacidade de articulá-los para encontrar a solução, sendo assim, não se baseiam em práticas anteriores, mas na ampliação das possibilidades de olhar para aquela situação e/ou aqueles conceitos.

Na prática, em geral, observa-se que os cursos introdutórios de Estatística aprimoram o conhecimento voltado para conceitos e processos e não enfatizam as competências estatísticas que poderiam avaliar criticamente os resultados encontrados. O ensino dessa disciplina deveria enfatizar o conhecimento do contexto e a variedade nos métodos de ensino para que os alunos praticassem o letramento estatístico através de exercícios práticos, estendendo seu conhecimento para além da aplicação de fórmulas (WADE, 2009).

Nesse sentido, acredita-se que analisar a mobilização dos conceitos estatísticos através da resolução de determinadas situações permite investigar a compreensão dos estudantes acerca desses conceitos. Embora existam diversos estudos investigando os conhecimentos estatísticos no Ensino Superior (BECKMAN; DELMAS; GARFIELD, 2017;

COOPER; SHORE, 2008; CLARK e cols., 2007; GOULD, 2010), poucos exploram a compreensão dos conceitos estatísticos por estudantes do Curso de Administração.

Face ao mencionado, o presente estudo tem por objetivo investigar o raciocínio mobilizado pelos estudantes do Curso de Graduação em Administração na resolução de situações que envolvem conceitos de medidas de tendência central e de dispersão nas situações que evocam pensamento reprodutivo e pensamento produtivo.

Método

Participantes

Oitenta estudantes cursando a graduação em Administração de uma Instituição Pública Estadual localizada no Sertão Central de Pernambuco[1] (M = 22 anos, DP = 2 anos e 4 meses, com 55% do sexo feminino e 45% masculino). A amostra constituiu-se de 20 estudantes do 2º período (Grupo 1: M = 20 anos e 8 meses, DP = 2 anos e 9 meses, com 55% do sexo feminino e 45% masculino); 20 estudantes do 4º período (Grupo 2: M = 22 anos e 5 meses, DP = 2 anos e 6 meses, com 60% do sexo feminino e 40% do sexo masculino); 20 estudantes do 6º período (Grupo 3: M = 22 anos e 6 meses, DP = 2 ano e 4 meses, com 55% do sexo feminino e 45% do sexo masculino) e 20 estudantes do 8º período (Grupo 4: M = 22 anos e 6 meses, DP = 1 ano 6 meses, com 50% do sexo feminino e 50% do sexo masculino). Todos os estudantes já tinham cursado a única disciplina de Estatística presente na matriz curricular, que é ofertada no 2º período como obrigatória. A escolha de diferentes períodos a serem investigados deve-se à hipótese de que os estudantes apresentariam desempenhos diferentes de acordo com o período que estava cursando, ou seja, os estudantes do 2º período, que teriam cursado recentemente a disciplina de Estatística, teriam melhor desempenho do que os estudantes que estavam no último período. Ou poderiam os estudantes do 8º período apresentar melhor desempenho pela maturidade ou até mesmo pela interação com outras disciplinas no decorrer do curso[2].

---

[1]O curso de Administração desta Instituição possui apenas uma entrada anual de estudantes, portanto no primeiro semestre são ofertadas as disciplinas dos seguintes períodos: 1º, 3º, 5º e 7º e, no segundo semestre, as disciplinas do 2º, 4º, 6º e 8º período. Portanto, optou-se por coletar os dados na finalização do segundo semestre, levando em consideração a conclusão da disciplina de Estatística pela turma do 2º período.

[2] A coleta de dados ocorreu no segundo semestre de 2018. Inicialmente, o intuito era coletar os dados com o universo de estudantes do Curso de graduação em Administração[2], o que não foi possível porque os estudantes não devolveram os Termos de Consentimentos Livre e Esclarecido (TCLE) assinados. Sendo, portanto, a investigação realizada apenas com os estudantes que assinaram TCLE.

Procedimentos e instrumento

Todos os estudantes foram solicitados a resolverem um instrumento contendo quatro situações que abordam conceitos estatísticos, envolvendo medidas de tendência central (média, mediana, moda) e medidas de dispersão (amplitude, desvio padrão e coeficiente de variação). Após a resolução das situações, solicitava-se ao estudante as justificativas e explicações a respeito do resultado obtido e das ações empreendidas por ele durante a resolução, sendo as respostas gravadas e posteriormente transcritas para protocolos individuais. O tempo para realização do instrumento (ver Quadro 1) foi livre, sendo o tempo médio para a realização de aproximadamente 80 minutos.

As situações propostas foram construídas de acordo com os tipos de pensamentos em relação aos questionamentos feitos em cada item. Existiam itens que envolviam a mobilização de fórmulas ou a identificação das medidas, que foram categorizados como pensamento reprodutivo. E os itens que envolviam a articulação entre os elementos, porque necessitava de uma compreensão da contextualização e porque os conceitos estavam implícitos na situação, foram denominados pensamento produtivo. Assim, as situações permitiram identificar o desempenho e a mobilização dos conceitos de acordo com o raciocínio dos estudantes e os procedimentos realizados de maneira automatizada, envolvendo um pensamento reprodutivo (baseado na memória) ou uma mobilização mais significativa, envolvendo relação procedural e conceitual (pensamento produtivo).

Por exemplo, na Situação 1 (ver Quadro 1), o participante era solicitado a responder questões envolvendo medidas de tendência central. No Item "a", solicitava-se o cálculo das medidas de tendência central das duas variáveis apresentadas, ou seja, requeria mobilizar o pensamento reprodutivo baseado na realização de procedimentos. No Item "b", buscava-se saber qual de três medidas (média, mediana e moda) seria a melhor opção para descrever o comportamento das variáveis, assim, era necessário o participante estabelecer relações entre os elementos e os aspectos conceituais mobilizando, portanto, um pensamento produtivo. Em outras palavras, requeria, além dos procedimentos e da identificação do conceito, o estabelecimento das relações entre aspectos procedurais e conceituais.

Na Situação 2, o Item "a" questionava acerca da compreensão da moda, no entanto, de forma implícita porque a resolução necessitava da articulação entre o conceito, procedimentos e relações entre os elementos apresentados no problema. Da mesma maneira, no Item “b”, quando solicitava o valor para separar os grupos, estava de forma implícita envolvendo o conceito da mediana, mas para resolução da situação era necessário articulação entre conceito, representações e procedimentos, sendo assim um conhecimento mais articulado. Já no Item “c”, de forma mais explícita, solicitava-se a identificação do conceito, que embasou o raciocínio no item anterior, demandando para isso a mobilização de um conhecimento prévio.

Na Situação 3 (ver Quadro 1), o participante era solicitado a responder algumas questões envolvendo em um item a medida de tendência central e, nos demais, medidas de dispersão. No Item “a”, era solicitado identificar o nome da medida de tendência central e, no Item “b”, era necessário identificar o grupo mais homogêneo de acordo com a variação deles, necessitando realizar o procedimento de uma medida de dispersão. No Item “c”, questionava a identificação da medida utilizada para descrever a variação dentro dos grupos, de forma explícita. Solicitava-se a denominação de um conceito. No Item “d”, abordava a variabilidade do terceiro grupo, sendo necessário realizar o procedimento para correta identificação com base nos resultados. E em seguida, questionava-se a identificação do conceito para análise da variação entre os grupos.

Na Situação 4 (ver Quadro 1), solicitou-se de forma implícita ao participante o conhecimento de forma articulada das medidas de dispersão, pois questionava qual valor seria usado para escolha do melhor fornecedor e, para compreender essa escolha, deveria relacionar os elementos da situação e não somente reproduzir as fórmulas, procedimentos ou identificar a medida, mas pensar dentro de um contexto acerca das medidas de dispersão.

Quadro 1: Situações propostas no instrumento

Situação 1 (S1): A escala de ansiedade toma valores de 60 a 80, sendo que menores valores indicam baixos níveis de ansiedade e maiores valores indicam altos níveis de ansiedade. Estudos indicam que existe relação entre a ansiedade e o desempenho em Matemática. Os dados a seguir se referem aos resultados de nove estudantes que preencheram a escala de ansiedade e realizaram uma prova, cujas notas variaram de 0 a 10.

Estudante	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nível de ansiedade	65	72	60	75	78	73	80	75	70
Desempenho em Matemática	9	6	10	4	4	5	3	5	8

a) Calcule a média, a mediana e a moda das duas variáveis
b) Para você, qual dessas três medidas descreve melhor o comportamento das variáveis? Por quê?

Situação (S2): O setor de Gestão de Pessoas da empresa Impositiva realizou um levantamento do número de filhos por funcionários dessa empresa, com os seguintes resultados:

Nº de filhos	0	1	2	3	4	5	6
Nº de funcionários	1	5	4	3	2	1	4

a) Qual quantidade de filhos é mais comum ocorrer?
b) Considerando que, em determinado momento, a empresa pretende agrupar as famílias em dois grupos: o grupo das famílias mais numerosas e o grupo das famílias menos numerosas, em termos de quantidade de filhos, desde que tenha o mesmo número de funcionários. Qual o valor que deve ser usado para separar os grupos?
c) Como se denomina essa medida estatística?

Situação (S3): Dois grupos de alunos foram submetidos a prova extra de Introdução à Administração e foram obtidas as seguintes notas:

Sujeito 1	Sujeito 2	Sujeito 3	Sujeito 4	Sujeito 5
3,0	4,0	5,0	6,0	7,0

Grupo A
Grupo B

Sujeito 1	Sujeito 2	Sujeito 3	Sujeito 4	Sujeito 5
6,0	2,0	4,0	5,0	8,0

a) Qual medida de tendência central você usaria para descrever o desempenho dos dois grupos?
b) Qual dos dois grupos apresenta um desempenho mais homogêneo?
Baseado em que medida estatística você se apoiaria para fazer essa afirmação?

Se além desses dois grupos houvesse um terceiro com o seguinte desempenho:

Grupo C

Sujeito 1	Sujeito 2	Sujeito 3	Sujeito 4	Sujeito 5
8,0	4,0	6,0	7,0	10,0

d) Como este grupo (Grupo C) se comporta em relação à variabilidade? Comparado aos outros dois grupos?
e) Que medida estatística você utilizaria para comparar a variação dos grupos?

Situação 4 (S4) Uma empresa de cosméticos comprou um material específico de dois diferentes fornecedores. Para comparar o nível de impurezas (em mg/g do produto) nos produtos dos dois fornecedores, mediu-se a porcentagem de impurezas, em cada um deles, conforme apresenta a tabela a seguir:

Fornecedor A	2,4%	2,2%	2,2%	2,0%
Fornecedor B	1,4%	2,2%	1,0%	1,6%

Para realizar um procedimento, a quantidade de impurezas até pode ser alta, mas precisa ser bem estável, com pouca variação. Analise qual melhor fornecedor.

a) Baseado em qual resultado (valor) escolheu este fornecedor?

Fonte: As autoras

Como pode ser observado, no Quadro 1, as medidas de tendência central estavam em três situações (S1, S2 e S3) e foram subdivididas de acordo com os itens entre eles: seis mobilizavam o pensamento reprodutivo a partir da solicitação procedimental, dois itens abordavam o pensamento reprodutivo, mas demandando a identificação da medida, e três itens relacionados ao pensamento produtivo. As medidas de dispersão estavam presentes em duas situações (S3 e S4) e foram distribuídas em cinco itens da seguinte forma entre eles: quatro itens se relacionavam ao pensamento reprodutivo e um item ao pensamento produtivo.

Para compreender os conceitos mobilizados no raciocínio dos participantes na resolução das situações, seguiu-se o modelo clínico piagetiano. Para Delval (2002), este modelo possibilita ao pesquisador seguir o pensamento do participante, analisando os aspectos de estruturação e funcionamento a partir da indagação das justificativas para suas respostas. Acredita-se que, desta forma, é possível elucidar os conceitos mobilizados e o raciocínio utilizado para a resolução, esclarecendo as estratégias e a compreensão dos itens apresentados.

Sistema de análise

Para analisar as justificativas concedidas pelos estudantes, utilizou-se o sistema de análise conjunta e articulada de juízes independentes. Inicialmente todas as justificativas eram avaliadas por dois juízes de forma cega e independentes e os casos de discordância entre os dois eram analisados por um terceiro juiz, também independente, cuja classificação foi considerada definitiva. Foram analisadas 960 justificativas, tendo um índice de concordância entre os juízes de 80%.

As justificativas foram divididas em cinco tipos de acordo com os conteúdos expressos pelos participantes nas explicações das resoluções, a saber:

Tipo 1: justificativa aleatória, imprecisa, que não é possível identificar a mobilização de conceitos estatísticos na explicação do raciocínio para resolver a situação

> *Pesquisador: Calcule a média, a mediana e a moda das duas variáveis. Como você resolveu a mediana?*
> *Estudante: A mediana do nível de ansiedade e do desempenho não sei fazer, não lembro.*
> Extrato protocolo 77, Situação 1, 8º período.

Tipo 2: justificativa baseada em um conceito estatístico inadequado;

> *Pesquisador: Qual fornecedor você escolheria?*
> *Estudante: O Fornecedor A.*
> *Pesquisador: Baseado em qual valor e qual medida estatística?*
> *Estudante: Baseado na moda, já que 2,2% se repetiram na maioria das vezes, sendo que foi constatado cinco vezes e 2,2% se repetiram em três.*
> Extrato Protocolo 12, Situação 4, 2º período.

Tipo 3: justificativa baseada no conceito estatístico requerido: o estudante nomeia o conceito estatístico, porém realiza o procedimento de forma inadequada;

> *Pesquisador: Calcule a média, moda e mediana das duas variáveis.*
> *Estudante: A média do nível de ansiedade foi 65,33 e no desempenho em matemática a média foi 6.*
> *Pesquisador: Como você calculou a média?*
> *Estudante: A média eu peguei a soma de todos os valores e dividi pelo mesmo total de sujeitos.*

Tipo 4: justificativa baseada no conceito estatístico requerido: o estudante consegue realizar o procedimento adequado para encontrar a solução da situação, mas não identifica o nome da medida estatística envolvida;

> *Pesquisador: Como este grupo se comporta em relação à variabilidade? Que medida estatística você utilizaria para comparar a variação dos grupos?*
> *Estudante: Embora as notas sejam maiores, essas diferenças entre os valores extremos representam seis também, que é o mesmo resultado do que o grupo B, então, em relação à variabilidade, o grupo A tem menor variação.*

Pesquisador: E que medida estatística a gente pode utilizar para verificar a variabilidade entre os grupos?
Estudante: Deixa ver aqui, justamente essa só precisa calcular a diferença entre os valores de ponta, os valores extremos.
Pesquisador: Você sabe o nome dessa medida?
Estudante: Não me lembro.

Extrato Protocolo 3, Situação 3, 4º período.

Tipo 5: justificativa baseada no conceito requerido: o estudante consegue nomear, realizar o procedimento de forma adequada e explicitar o que realizou, ou seja, sabe fazer e saber explicitar.

Estudante: Grupo A.
Pesquisador: Como você escolheu o grupo A?
Estudante: Pela média, os dois grupos são iguais, mas pela amplitude percebe-se que o grupo A tem uma menor amplitude e é mais homogêneo.
Pesquisador: Qual foi a amplitude do grupo A e do grupo B?
Estudante: Do grupo A, foram quatro e do grupo B, foram seis.
Pesquisador: Então você acha o grupo A é mais homogêneo?
Estudante: Isso.

Extrato Protocolo 56, Situação 3, 8º período

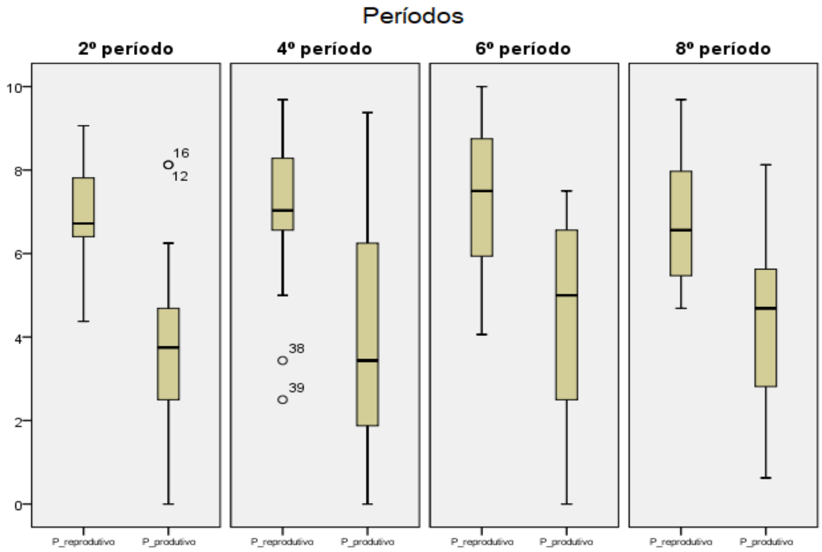
Ademais, a análise utilizou-se de testes estatísticos apropriados para investigar as justificativas emitidas pelos estudantes (inter e intragrupo) a partir de estatísticas descritivas e de testes não paramétricos utilizando-se o *Software StatisticalPackage for the Social Sciences* - SPSS - versão 20.

Análise e discussão dos resultados

Ao analisar as justificativas dos estudantes nas situações envolvendo o pensamento reprodutivo, numa perspectiva intergrupal, observaram-se as seguintes médias (2º Período: 6,96; 4º período: 7,01; 6º período 7,28; 8º período 6,76), não sendo detectadas diferenças significativas quando aplicado o teste Kruskall Wallis [X2(3)= 1,324; p=0,724]. Sendo observado resultado semelhante quando se compara as justificativas emitidas pelos estudantes em relação aos períodos e as situações envolvendo pensamento produtivo (2º Período: 3,75; 4º período: 3,96; 6º período 4,43; 8º período 4,53), não sendo observadas diferenças significativas de acordo com o teste de Kruskall Wallis [X2(3) = 1,651; p=0,648].

No entanto, ao olhar de forma mais específica e comparar toda a amostra, de acordo com os tipos de pensamentos mobilizados (reprodutivo *versus* produtivo) verificou-se a partir do Teste de Wilcoxon que existem diferenças significativas [$X^2(1) = 7,182$; $p=0,000$]. Assim, ao examinar os mesmos estudantes em duas situações pareadas, a mobilização do raciocínio parece ser diferente, quando analisa os estudantes considerando esses dois tipos de pensamentos mobilizados (ver Figura 1).

Figura 1: Distribuição e valores discrepantes (outliers[3]) dos dados nas situações envolvendo pensamento reprodutivo e produtivo de acordo com os períodos



Fonte: As autoras

Observa-se, na Figura 1, que em todos os períodos, as justificativas fornecidas envolvendo pensamento reprodutivo, apresentam maior índice de pontuação, mobilizando explicações mais elaboradas para o raciocínio, inclusive com uma menor dispersão dos dados. Constata-se, também, que os estudantes dentro de cada período estão mais próximos, com justificativas semelhantes, seguindo um padrão, independente do período. Para as situações envolvendo o pensamento produtivo percebe-se pontuações menores que sinalizam justificativas menos elaboradas, além de uma dispersão maior, principalmente, no 4º período. Ademais, tanto no 2º como no 4º período existiram estudantes com valores discrepantes do restante da turma.

Para analisar, em detalhe, cada período nessas situações, elaborou-se a Tabela 1, que apresenta as médias das justificativas, por tipo de pensamento e por período, bem como os níveis de significância obtidos no teste estatístico Wilcoxon.

[3]No 2º período, os participantes 16 e 12 apresentaram justificativas discrepantes do restante do grupo, assim como, no 4º período, os estudantes 38 e 39 tiveram valores discrepantes.

Tabela 1: Média e níveis de significância obtidos pelo Teste de Wilcoxon na comparação das situações envolvendo pensamento reprodutivo e produtivo, por períodos.

	Média		Teste de Wilcoxon
	Pensamento Reprodutivo	Pensamento Produtivo	
2º período	6,96	3,75	Z= -3,922; p=0,000
4º período	7,01	3,96	Z= -3,507; p=0,000
6º período	7,28	4,43	Z= -3,691; p=0,000
8º período	6,76	4,53	Z= -3,288; p=0,001

Fonte: As autoras

Como pode ser observado, na Tabela 1, a média dos estudantes de cada período nas situações envolvendo o pensamento reprodutivo era superior à média do pensamento produtivo, sendo essas diferenças detectadas pelo teste Wilcoxon para todos os períodos ($p<.001$). Tais resultados evidenciam que as explicações fornecidas para situações que requeriam o pensamento reprodutivo são mais sofisticadas do que as explicações fornecidas para as situações que requeriam o pensamento produtivo em todos os períodos.

Observou-se, ainda, que nas situações envolvendo o pensamento reprodutivo existia concentração de justificativas do Tipo 5 (mobiliza o conceito requerido e articula os aspectos conceituais e procedurais na sua explicitação do raciocínio), principalmente, quando envolvia medidas de tendência central. Já nas situações envolvendo medidas de dispersão, independentemente do tipo de pensamento demandado ao estudante, as justificativas concentraram-se no Tipo 1 e emergiu também o Tipo 2 no pensamento produtivo. Ao analisar a resposta fornecida em relação à resolução, percebe-se que a maioria dos estudantes se pauta em justificativas que parecem não mobilizar conceitos estatísticos, Tipo 1, ou mobilizam de forma equivocada, como no Tipo 2.

Esses resultados permitem compreender que nas situações típicas semelhantes ao contexto escolar, relacionadas a fórmulas, que envolviam o pensamento reprodutivo, os estudantes demonstraram compreender melhor o que era solicitado, justificando de forma mais elaborada, entretanto, nas situações que exigiam uma articulação maior dos elementos da situação, mobilizando o pensamento produtivo, demonstraram limitações para explicitar o raciocínio. Ao que parece, nessas situações, o conhecimento parece ainda ser intuitivo e não consegue se tornar um conhecimento explícito devido o desenvolvimento conceitual que ainda não foi concluído. Os dados revelam que poucos estudantes apresentaram estratégias mais rebuscadas em situações envolvendo medidas de dispersão e pensamento produtivo não mobilizando, de fato, os invariantes operatórios relacionados aos conceitos, assim como as suas explicitações.

Considerações finais

Com base em nossos resultados, considerando a amostra investigada, constatamos que, independentemente do período acadêmico, os estudantes mobilizam raciocínios semelhantes para resolverem situações estatísticas e que as explicações fornecidas para situações que requeriam o pensamento reprodutivo são mais sofisticadas do que as explicações fornecidas para as situações que requeriam o pensamento produtivo.

Desenvolver o raciocínio estatístico para além da realização de procedimentos mecânicos, torna-se algo relevante e altamente desejável no ensino da Estatística. Isso porque a aprendizagem conceitual envolve mais do que a aplicação de fórmulas. É necessário entender e vivenciar diversas situações para reconhecer e conseguir dar sentido aos conceitos. Sabe-se que apenas a habilidade de calcular uma média aritmética ou um desvio padrão não trará avanços sobre o conhecimento acerca do assunto, é preciso ensiná-los a pensar sobre os elementos associados, como também apresentar situações que envolvam outras formas de raciocinar acerca desses conteúdos. Essa ideia pauta-se nas colocações de Vergnaud (2017), que considera as conceitualizações moldadas a partir de diversas situações que o estudante se depara. Esse autor enfatiza que se o estudante encontrar somente situações limitadas e não uma ampla variedade, não haverá possibilidades para desenvolvimento e ampliação dos conhecimentos gerais. Portanto, olhar para os processos cognitivos e condições de ensino é necessário para favorecer essa aprendizagem dos conceitos estatísticos.

Os dados deste estudo enfatizam a importância da diversidade de situações, bem como a complexidade delas para que o estudante possa conceitualizar, pois o conhecimento se constrói a partir dessas relações estabelecidas e da capacidade de conceitualização das situações ou problemas. Uma possível explicação para os resultados apresentados nessa investigação pode estar relacionada ao processo de ensino que, muitas vezes, adota práticas voltadas para exposição do conteúdo, ensino baseado em fórmulas, algoritmos e lista de exercícios, sem contextualizar e discutir acerca dos conhecimentos abordados. Basear o ensino no contexto da aplicação de fórmulas, sem expandir as possibilidades de aplicação daquele conceito, limita a aprendizagem e desenvolvimento conceitual dos estudantes (NÓBREGA; DA ROCHA FALCÃO, 2019).

Ademais, no que se refere ao ensino de Estatística no Curso de Administração, salienta-se a necessidade de levar para sala de aula os conceitos articulados com aplicações práticas, principalmente no ambiente corporativo, campo de atuação dos futuros administradores, bem como propor atividades metacognitivas que busquem a explicitação e reflexão sobre as formas de pensar. Essa estratégia de pensar sobre o que é feito e verbalizado auxilia o desenvolvimento conceitual.

Assim, como na Educação Básica, também no Ensino Superior os docentes devem conduzir os estudantes a explicitarem suas formas de raciocinar, gerando espaço para discussões e construções de conhecimentos a partir do pensamento que é colocado em evidência, pois como pontua Vergnaud (2009) um dos maiores desafios do ensino é desenvolver ao mesmo tempo a forma operatória do conhecimento, isto é, o saber-fazer, e a forma predicativa do conhecimento, isto é, saber explicitar os objetos e suas propriedades.

Referências

BECKMAN, M. D.; DELMAS, R. C.; GARFIELD, J. Cognitive transfer outcomes for a simulation based introductory statistics curriculum. **Statistics Education Research Journal**, v. 16, n. 2. pp. 419-440, jul. 2017.

CASTRO, J. B.; CASTRO-FILHO, J. A. Desenvolvimento do Pensamento Estatístico com suporte Computacional. **Educação Matemática Pesquisa (online),** v. 17, p.870-896. 2015.

CLARK, J. M.; KRAUT, G.; MATHEWS, D.; WIMBISH, J. **The "Fundamental Theorem" of Statistics:** Classifying Student Understanding of Basic Statistical Concepts. 25 jul. 2007.

COOPER, L. L.; SHORE, F. S. Students' Misconceptions in Interpreting Center and Variability of Data Represented via Histograms and Stem-and-leaf Plots. **Journal of Statistics Education**, v. 16, n. 2, 2008.

DELVAL, J. **Introdução à prática do método clínico** – descobrindo o pensamento das crianças. Porto Alegre: Artmed, 2002.

GOULD, R. Statistics and the Modern Student. **International Statistical Review**, v. 78, n. 2, p. 297–315, ago. 2010.

NOBREGA, G. M.; DA ROCHA FALCAO, J. T. Abordagem das Dificuldades de Ensino e Aprendizagem do Domínio da Estatística na Graduação em Psicologia: um olhar através do contrato didático. **Bolema**. Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 1155-1174, 2019.

VENDRAMINI, C. M. M.; DIAS, A. S. Teoria de Resposta ao Item na análise de uma prova de estatística em universitários. **Psico-USF (Impr.)**, Itatiba, v. 10, n. 2, p. 201-210, dez. 2005.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: Editora CRV, p. 13-36. 2009.

____________. A didática é uma provocação: ela é um desafio. In: GROSSI, E. P. (Org.). **Piaget e Vygotsky em Gérard Vergnaud:** Teoria dos Campos Conceituais TCC.Coleção Campos Conceituais. Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

WADE, B. A. **Statistical literacy in adult college students**. Tese (Doutorado em Adult Education) – The Pennsylvania State University, The Graduate School, College of Education. Philadelphia, PA: Pennsylvania State University, 2009.

WERTHEIMER, M. **Pequena história da psicologia**. L. L. de Oliveira, Trad. São Paulo: Editora Nacional. (Trabalho original publicado em 1970). 1991.

YOTONGYOS, M.; TRAIWICHITKHUN, D.; KAEMKATE, W. Undergraduate Students' Statistical Literacy: A Survey Study. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 191, p. 2731-2734, 2 jun. 2015.

Processos Cognitivos Envolvidos na Comparação de Frações por Professores de Matemática

Cognitive Processes Involved in Comparing Fractions by Mathematics Teachers

Rogéria Viol Ferreira Toledo
Instituto Federal de Minas Gerais
rogeria.viol@ifmg.edu.br

Roberto Abreu-Mendoza
Rutgers University
ra745@scarletmail.rutgers.edu

Miriam Rosenberg-Lee
Rutgers University
miriam.rosenberglee@rutgers.edu

Resumo

É notável a importância das frações, presentes desde as execuções de atividades diárias ao delineamento e construção de conhecimentos matemáticos, sendo base para diversos conteúdos subsequentes. Porém, historicamente, essa forma representacional dos Números Racionais tem apresentado obstáculos no processo de ensino e aprendizagem. Pensar em uma mudança de prática pedagógica implica em entender quais os conhecimentos do professor e como ele os desenvolve implícita e explicitamente. Sendo assim, o objetivo do estudo que deu origem a esse artigo foi investigar o conhecimento dos professores de Matemática em relação à magnitude das frações, usando métodos da psicologia cognitiva e investigando frações como construções cognitivas nas mentes dos professores. Como consequência espera-se fornecer informações que possibilitem o aprimoramento e a reestruturação do processo de ensino e aprendizagem de frações. Para isso realizou-se uma pesquisa de métodos mistos, na qual foram coletados dados qualitativos (Análise de Conteúdo de respostas a perguntas abertas) e quantitativos baseados nas pesquisas da Neurociência e Psicologia Cognitiva (análise estatística de acerto e tempo de resposta em testes de comparação de frações nos formatos simbólicos e não-simbólicos). Como resultados obteve-se que os professores utilizam diversas estratégias para comparar as frações simbólicas, sendo estas ancoradas prioritariamente nas perspectivas das partes. A mais utilizada trata-se de uma estratégia denominada GAP, que os ajudou em muitos momentos, porém não é válida matematicamente. Logo há uma necessidade de que os professores ressignifiquem e avaliem esses conhecimentos, validando-os ou não matematicamente, além de criar formas de transformar esse conhecimento implícito em conhecimento prático, de sala de aula. Quanto à comparação de frações não-simbólicas, obteve-se que os professores foram mais ágeis no formato contínuo em detrimento dos discretos, indicando que possivelmente seria mais fácil para os alunos a visualização da fração não-simbólica no formato contínuo. Eles também foram diretamente influenciados na precisão e no tempo de reação pelo tamanho da figura, sinalizando um problema com a unidade.

Palavras-chave: Ensino de Frações; Conhecimento do professor de Matemática; Psicologia Cognitiva; Neurociência Cognitiva.

Abstract

It is remarkable the importance of fractions, present from the execution of daily activities to the design and construction of mathematical knowledge, being the basis for several subsequent contents. However, historically, this representational form of Rational Numbers has presented obstacles in the teaching and learning process. Thinking about a change in pedagogical practice implies understanding what the teacher's knowledge is and how he/she develops it implicitly and explicitly. Thus, the objective of the study that gave rise to this article was to investigate the knowledge of Mathematics teachers in relation to the magnitude of fractions, using the methods of cognitive psychology and investigating fractions as cognitive constructions in the minds of teachers. As a result, it is expected to provide information that enables the improvement and restructuring of the teaching and learning process of fractions. For this, a mixed methods survey was carried out, in which qualitative (Content Analysis of answers to open questions) and quantitative data were collected based on research in Neuroscience and Cognitive Psychology (statistical analysis of success and response time in comparison tests of fractions in symbolic and non-symbolic formats). As a result, it was found that teachers use different strategies to compare symbolic fractions, which are primarily anchored in the parties perspectives. The most used is a strategy called GAP, which helped them in many moments, but it is not valid mathematically. Therefore, there is a need for teachers to reframe and assess this knowledge, validating it or not mathematically, in addition to creating ways to transform this implicit knowledge into practical knowledge in the classroom. As for the comparison of non-symbolic fractions, it was found that teachers were more agile in continuous format than in discrete ones, indicating that it would possibly be easier for students to visualize the non-symbolic fraction in continuous format. They were also directly influenced on accuracy and reaction time by the size of the figure, signaling a problem with the unit.

Keywords: Teaching Fractions; Mathematics teacher knowledge; Cognitive Psychology; Cognitive Neuroscience.

Introdução

Este artigo vem apresentar um resumo de alguns resultados de uma pesquisa de doutorado que aspirou investigar o conhecimento dos professores de Matemática em relação à magnitude das frações, usando métodos da psicologia cognitiva e investigando frações como construções cognitivas nas mentes dos professores. O objetivo final deste trabalho é fornecer informações que possibilitem o aprimoramento e a reestruturação do processo de ensino e aprendizagem de frações (TOLEDO, 2020).

Sendo assim, o objeto matemático deste estudo são as frações. Esse formato representacional dos Números Racionais tem uma fundamental importância no delineamento e construção dos conhecimentos matemáticos dos estudantes, sendo base para muitos outros conteúdos subsequentes, como por exemplo álgebra.

A atenção ao tema 'frações' começou a ser dado por pesquisadores de diversas áreas pela forte relação com os conteúdos posteriores bem como o histórico dos resultados em avaliações. Sobre o ensino e aprendizado de frações, tem-se historicamente um cenário que os mostra como um gargalo no ensino de conceitos matemáticos. Diversos estudos relacionam o bom aproveitamento do aluno em Álgebra e em conteúdos matemáticos mais avançados ao domínio de frações (BAILEY et al., 2012; SIEGLER et al., 2012; TORBEYNS et al., 2015).

Como é uma dificuldade relatada há tempos, não são só os alunos que demonstram dificuldades com o tema. Obstáculos também são encontrados pelos professores, que um dia foram alunos, ou seja, as dificuldades nesse conteúdo atingem tanto quem ensina quanto quem aprende. Pesquisas no Brasil e exterior mostram como esse conhecimento tem sido um obstáculo na vida de alguns professores e estudantes (PINTO, 2011; SERRAZINA; RODRIGUES, 2018; SIEGLER et al., 2011). Essas pesquisas relatam que os problemas na maioria das vezes decorrem da falta de entendimento da magnitude da fração e da aplicação das propriedades válidas para os números inteiros, mas que não valem para as frações. A resolução de problemas que envolvem operações com frações é feita utilizando regras e "macetes" sem o devido entendimento do que aqueles passos significam. Muitas vezes utilizam regras erroneamente e chegam em respostas absurdas para o problema proposto, que poderiam ser identificadas pelo próprio estudante se ele entendesse a magnitude da fração. Neste trabalho definimos magnitude da fração baseado no entendimento de que frações são números que representam quantidades e podem ser ordenados de forma única.

Sendo assim, o foco desse estudo esteve em investigar o conhecimento dos professores de Matemática em relação à magnitude das frações, usando métodos da psicologia cognitiva e investigando frações como construções cognitivas nas mentes dos professores, de forma a, futuramente, termos indícios que permitam propor metodologias válidas para melhorar o aprendizado desse conteúdo pelos alunos.

Discussão teórica

Para superar essas dificuldades decorrentes do ensino e da aprendizagem das frações, estudos estão sendo propostos a fim de identificar as bases cognitivas envolvidas no pensamento fracionário[1]. Em um primeiro momento diversas pesquisas relatadas em um estudo de Ni e Zhou (2005) discutiram a influência dos números inteiros no processo de aprendizagem dos Números Racionais, o que foi denominado pelos pesquisadores de *whole number bias* (viés do número inteiro). Devido a esse viés, as estratégias buscadas pelos pesquisadores são as que possam possibilitar a diferenciação entre as propriedades válidas somente para os números inteiros, como por exemplo a de existir um único sucessor, das válidas para os Números Racionais.

Com base nessas pesquisas sobre o processamento numérico, mais recentemente estudos comportamentais têm sido realizados na busca do entendimento de como o cérebro

[1] Entende-se como pensamento fracionário aquele que exige a manipulação mental de frações.

desenvolve os problemas com frações, como na comparação entre duas frações e na localização delas em uma reta numérica, por exemplo (HAMDAN; GUNDERSON, 2017; SIEGLER et al., 2011), mostrando uma dedicação à concientização da magnitude das frações e preocupando-se com as estratégias utilizadas pelos alunos e professores nas atividades sobre comparação entre frações.

Baseando-se em estudos sobre senso numérico e cognição numérica, algumas pesquisas nas áreas de Neurociência Cognitiva e Psicologia Cognitiva tentam oferecer contribuições para a área educacional. Alinhar pesquisas que relacionem a cognição e a educação tem sido um dos desafios atuais. Neste estudo nos embasamos nos resultados que essas pesquisas de áreas multidisciplinares oferecem para direcionar nosso olhar ao estudo de frações.

Dentre as principais discussões estão as diferenciações entre o **conhecimento processual** e o **conhecimento conceitual**, o **conhecimento simbólico** e o **conhecimento não-simbólico**, e o chamado '**viés do número inteiro**'.

O **conhecimento conceitual** sobre frações trata-se de entender o que representa uma fração, sua quantidade, magnitude. Já o **conhecimento processual** se refere às operações e seus procedimentos de cálculo (SIEGLER et al., 2013). Tem sido evidenciado que o conhecimento conceitual deve preceder o processual para facilitar a compreensão dos Números Racionais (SIEGLER et al. 2011, 2013; VAN-HOOF, et al., 2018). Os estudantes precisam dominar o conceito de Números Racionais antes de efetuar as operações. Pensando na representação fracionária, eles devem ter a noção da magnitude da fração.

Tão importante quanto trabalhar esses dois tipos de conhecimentos é trabalhar com diferentes conhecimentos envolvendo a representação dos Números Racionais. O **conhecimento simbólico** são as frações no formato numérico, com numerador e denominador, também o formato decimal e porcentagem, por exemplo. O **conhecimento não-simbólico** são a representação por imagens, proporções. Nessa discussão o que se evidencia são os formatos discreto e contínuo para se representar frações não-simbolicamente.

De acordo com pesquisas educacionais, neurocognitivas e comportamentais recentes, os desafios conceituais e processuais dos alunos decorrem do desalinhamento da instrução de fração com a capacidade do ser humano de perceber proporções não-simbólicas (LEWIS et al., 2015; MATTHEWS; ELLIS, 2018). Usando representações visuais, crianças de até seis meses de idade, crianças em idade pré-escolar e adultos jovens podem reconhecer e comparar com precisão proporções de objetos não-simbólicos contínuos (SOPHIAN, 2000; MCCRINK; WYNN, 2007; LEWIS et al., 2015). As práticas instrucionais no Brasil empregam prioritariamente representações particionadas, como círculos divididos em setores (MAGINA; CAMPOS, 2008; TEIXEIRA, 2008; COSTA, 2011). Contudo, essa perspectiva interfere ativamente no entendimento baseado em proporções, já que as evidências mostram que representações contínuas apoiam o entendimento de frações (JEONG et al., 2007; HAMDAN; GUNDERSON, 2017).

Aliado aos achados desses estudos, pesquisadores da Educação Matemática têm buscado a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de fração por meio da elaboração de metodologias de ensino. O trabalho que vem sendo realizado pelo pesquisador Powell (2018) focaliza o desenvolvimento desse processo por meio do chamado Modelo Instrucional 4A.

Esse modelo é assim denominado por se orientar por quatro tipos de ações: envolvimento real, virtual, escrita e generalidade, levando a uma compreensão das magnitudes relativas não-simbólicas e simbólicas das frações, ou seja, comparações multiplicativas entre duas grandezas comensuráveis. As representações não-simbólicas são observadas em representações visuais e mentais das frações por meio do uso das barras de Cuisenaire (CUISENAIRE; GATTEGNO, 1954), bem como sentenças orais e escritas. Já as simbólicas referem-se às representações que se utilizam da notação Matemática.

A principal contribuição proposta por essa metodologia consiste na ação *virtual*, que une representações não-simbólicas e simbólicas de frações. Teoricamente, a ação *virtual* é o tecido conectivo semiótico que preenche o abismo entre o cérebro (representação mental) e as representações discursivas e representadas com notação Matemática. Segundo o pesquisador Powell (2018) pesquisas que levam a discussões sobre essa etapa podem trazer grandes contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de frações.

Por fim, o 'viés do número inteiro' é o terceiro foco das discussões das pesquisas cognitivas em torno do tema frações (NI e ZHOW, 2005; VAN-HOOF et al., 2018; SIEGLER et al., 2011; OBERSTEINER et al., 2019). Esse problema ganha destaque dentre os demais por representar as dificuldades dos alunos na transição entre o modo de pensar no

tamanho, na **representação simbólica**, nas **operações** e na **densidade** dos Números Naturais para os Números Racionais, causando uma grande ruptura no processo da aprendizagem sendo um dos grandes causadores para o fracasso com as frações.

Mesmo com todas essas evidências relatadas nas pesquisas citadas, ainda assim permanece desconhecido se essas dificuldades também são vivenciadas por aqueles que ensinam frações. E também se os professores utilizam estratégias para pensar na magnitude das frações que possam ser trazidas para a prática de ensino. Baseando-se nesse referencial teórico e nesses conceitos, testes foram elaborados para se investigar o conhecimento dos professores de Matemática em relação à magnitude das frações. A seguir esses passos metodológicos são relatados.

Metodologia da pesquisa

Para responder à questão de pesquisa "como os professores entendem e representam as frações?" foi realizado um estudo de métodos mistos. Essa abordagem de investigação se caracteriza por combinar ou associar as formas de pesquisa qualitativa e quantitativa em um mesmo estudo (CRESWELL, PLANO CLARK, 2007; YIN, 2016).

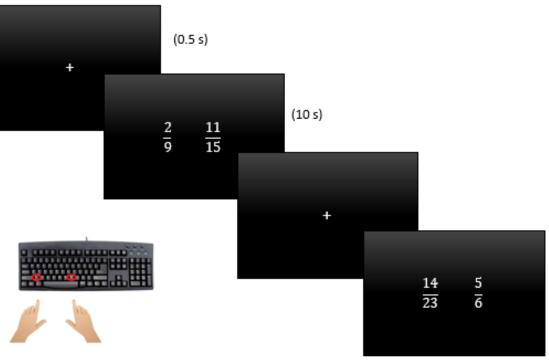
Os dados foram coletados com 49 professores de Matemática Licenciados, dos quais 23 eram atuantes na Educação Básica, com média da idade de 33 anos e 3 meses, 31 do sexo feminino, vinculados a programas de pós-graduação na área de Educação Matemática de cinco diferentes instituições de ensino brasileiras. Eles estavam matriculados em alguma disciplina ou faziam cursos que estavam relacionados ao conceito de frações. Essa seleção foi possível devido ao grupo de estudo sobre frações formado pelos pesquisadores deste trabalho e seus colaboradores.

Os alunos foram contatados por e-mail disponibilizado pelos programas de pós-graduação no qual foram dadas informações sobre a pesquisa e sobre no que consistiria a participação. Na sequência, foi agendada uma visita ao programa, com autorização do coordenador de cada curso, em um dia que todos estivessem presentes, sendo que esse dia antecedia o início do curso que fariam sobre frações. Sendo assim, todos os participantes, divididos em grupos, fizeram os testes com a presença de um dos pesquisadores. Os testes foram aplicados no decorrer do ano de 2019.

Foram utilizados testes online de comparação de Números Racionais para avaliar a relação destes no formato simbólico e não-simbólico, organizados em categorias de análise, ao tempo e à exatidão das respostas. A orientação para realização desses testes era que respondessem o mais rápido e precisamente possível, sem a utilização de quaisquer materiais de apoio. Ao mesmo tempo foram exploradas as estratégias utilizada por eles, explicitada por palavras, na escolha da fração com a maior magnitude dentre duas apresentadas. A razão de se combinar dados quantitativos e qualitativos foi entender melhor o problema de pesquisa convergindo os dados quantitativos (tendência numéricas amplas) e os dados qualitativos (concepções detalhadas).

Pensando no conceito de magnitude das frações, para compreender qual estratégia eles mais utilizam explicitamente e implicitamente na comparação de frações, foram aplicados dois testes: o Teste de Comparação de Frações (TCF) elaborado por Obersteiner et al. (2013), que apresentou-se 90 pares de frações para que escolhessem a maior (Figura 1), e o Teste de Comparação de Frações Justificada (TCFJ), que selecionou-se 7 pares dos anteriores para que os participantes justificassem o motivo da escolha da maior fração.

Figura 1: Design gráfico do teste de comparação de frações

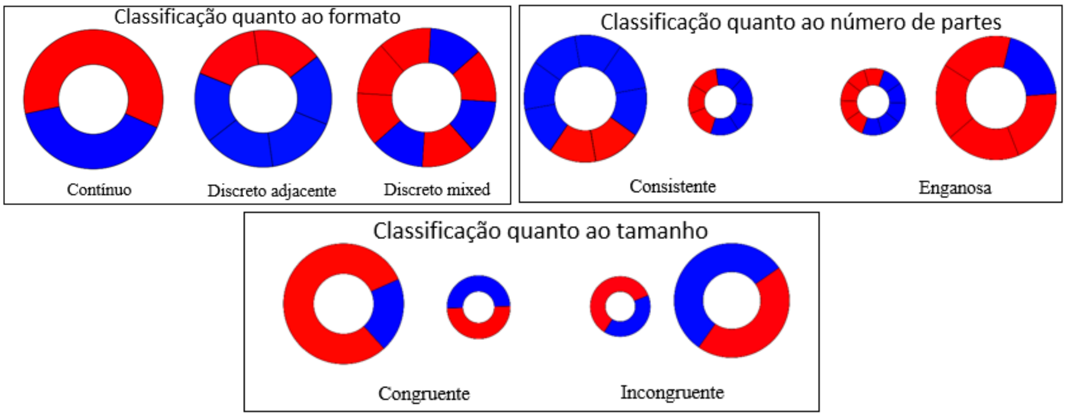


Fonte: Elaborada pelos autores.

Sobre o conceito de conhecimento não-simbólico, que inclui a discussão de formatos contínuos e discretos, optou-se por aplicar aos professores um teste com tarefas de comparação denominado Teste de Comparação de Spinners (TCS), adaptado de Jeong et al. (2007), que apresenta frações não-simbólicas em diversos formatos (Figura 2). Foram apresentadas 36 comparações que levaram em consideração três parâmetros: o formato de apresentação do spinner, o número de partes e o tamanho do diâmetro. Quanto ao formato, a comparação poderia ser formada com spinners *contínuo*, *discreto adjacente* ou *discreto misto*. Quanto ao número de partes, elas podiam ser classificadas como *consistente* ou *enganosa*. Foi classificada como *consistente* a comparação que possuía como maior proporção o spinner que representava a fração com maior numerador e classificada como *enganosa* quando o spinner com a maior proporção representava uma fração com menor numerador. Quanto ao tamanho do diâmetro as classificações poderiam ser *congruente*s ou *incongruentes.* Foram denominadas *congruentes* as comparações em que o spinner com a maior proporção tinha o maior diâmetro e, caso contrário, a comparação receberia o nome de *incongruente*.

O objetivo desse teste foi avaliar o desempenho dos professores diante dos três distintos formatos de apresentação da fração no formato não-simbólico.

Figura 2: Classificação dos agrupamentos dos spinners



Fonte: Elaborada pelos autores.

Para a análise dos dados qualitativos (justificativas dadas para a escolha da maior fração nos 7 pares selecionados) utilizou-se a Análise de Conteúdo (BARDIN, 2011), que permitiu a organização e categorização das justificativas dadas como estratégias de comparação. Quanto à análise dos dados quantitativos avaliaram-se os acertos e o tempo de resposta, lançando-se mão da inferência estatística, utilizando a análise de variância (ANOVA) para interpretá-los.

Resultados e discussões

Sobre o Teste de Comparação de Frações (TCF), tem-se que o mesmo foi criado inicialmente para avaliar o viés do número inteiro, ou seja, se os participantes são influenciados pelos componentes da fração individualmente ou tinham uma visão holística da mesma. Foram criadas categorias orientadas pela distância entre frações e pelas distâncias entre os numeradores e os denominadores. A análise inicial desses resultados indicou que os professores não consideraram a magnitude individual dos componentes da fração, não sendo influenciados pelo viés do número inteiro, indicando uma visão holística da fração.

Fazendo a análise do Teste de Comparação de Frações Justificada (TCFJ) novas informações foram recebidas para reanalisar o TCF. Ao comparar os sete pares de frações, encontrou-se nas justificativas dos participantes que a estratégia mais utilizada (25,57% das comparações) foi a denominada GAP, que se trata de utilizar a diferença/distância entre o numerador e o denominador da fração. Observe a fala do participante que empregou essa estratégia para o par $\frac{13}{42}$ $\frac{3}{31}$: *"Comparei o numerador e o denominador de cada fração, e escolhi aquela que tem a menor diferença entre numerador e denominador. Como na primeira fração a diferença é de 29 e na segunda a diferença é de 28, então a segunda fração é maior do que a primeira".* O sujeito que usa essa estratégia está pensando que quanto menor a distância entre os componentes maior o tamanho da fração. Essa conclusão ocorre em decorrência da perspectiva das partes, pois ele pensa que quanto mais o numerador está perto do denominador mais perto do todo está chegando. Está "pegando" mais partes do todo.

As seguintes estratégias mais utilizadas foram o princípio da divisão (17,70%), na qual os participantes fazem a transformação das frações em números decimais dividindo o numerador pelo denominador por meio do algoritmo da divisão, visando posicioná-las na reta numérica; e o princípio do numerador e do denominador (17,05%) em que pensam que quanto maior o numerador maior a fração, pois se entende o numerador como o número de partes que está considerando do todo que foi dividido e quanto maior o denominador menor a fração, pois entende-se o denominador como o número de partes que o todo foi dividido, ou seja, quanto mais partes divido o todo, menor elas ficam.

Vale ressaltar que a perspectiva mais utilizada por eles, a GAP, não é válida matematicamente. Tome como exemplo o par $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{9}$. A GAP$\left(\frac{3}{4}\right) = 1$ e a GAP $\left(\frac{7}{9}\right) = 2$. A fração $\frac{3}{4}$ tem a menor GAP mas não é a maior fração, pois $\frac{7}{9} > \frac{3}{4}$. Os participantes deveriam notar que o que importa não é o número inteiro que representa a GAP entre os componentes e sim a proporção entre eles.

Contudo, destaca-se que o próprio processo de avaliação fez com que alguns professores notassem a não validade matemática da GAP. Analisando o par $\frac{11}{23}$ e $\frac{19}{31}$ eles descobriram que a distância entre os componentes das duas frações são iguais, ou seja, GAP = 12. Alguns que estavam utilizando sempre a GAP perceberam esse fato e viram que a estratégia não funcionava sempre, *"Percebi que a diferença entre o numerador e o denominador são as mesmas (acho que minha estratégia não é conveniente)*"; "*São equivalentes, pela estratégia escolhida. Ou seja, a divisão deveria ser a mesma, mas não sei se isso é verdadeiro, fiquei com dúvidas*"; "*Como o raciocínio das questões anteriores não se aplica eu "chutei" a resposta*".

Voltando ao TCF e analisando os 90 pares de frações pela diferença entre os componentes, ou seja, pela GAP, notou-se que essa também foi a estratégia mais utilizada pelos participantes no TCF. Os casos em que a GAP não funcionava os participantes tiveram mais erro e demoraram mais para responder. Os Gráficos 1 e 2 a seguir relacionam o acerto e o tempo de resposta de acordo com a D_{GAP} (distância entre as GAP das duas frações). Eles nos mostram que quanto mais distantes as GAP mais eles acertaram e menos tempo gastaram para responder:

Gráfico 1: Média de acertos de acordo com a D_{GAP}

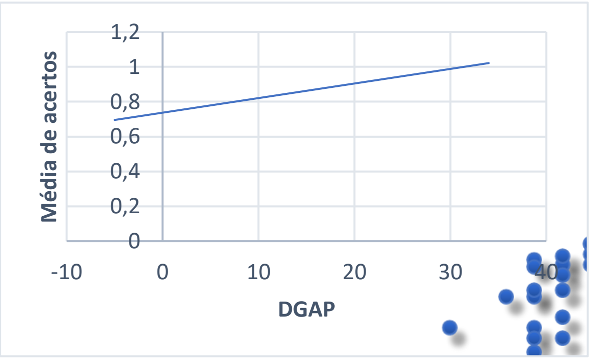
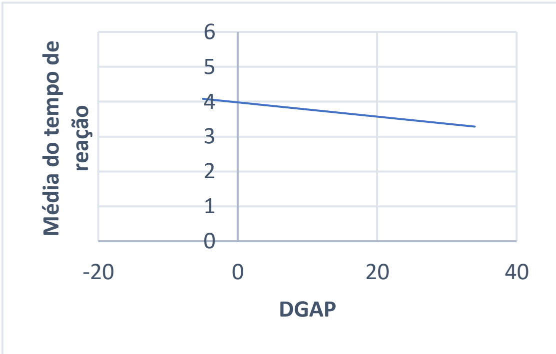


Gráfico 2: Média do tempo de reação(s) de acordo com a D_{GAP}



Fonte: Dados da pesquisa.

Verificando a significância e a correlação entre a D_{GAP} e as variáveis média de acertos e tempo de reação (ver Tabela 1), encontrou-se que é possível assumir que os dados encontrados são estatisticamente significantes e prováveis de ocorrer em uma amostra maior, já que ambas as variáveis possuem o p-valor menor que 0,05.

Tabela 1: Resultados dos r-valor e p-valor para avaliação da significância da correlação linear entre a D_{GAP} e as variáveis acertos e tempo de resposta

Preditor	Variável	r-valor	p-valor
Distância entre as GAP	Média de acertos	0,456	$6{,}277e^{-0{,}6}$
	Tempo de reação	-0,222	0,035

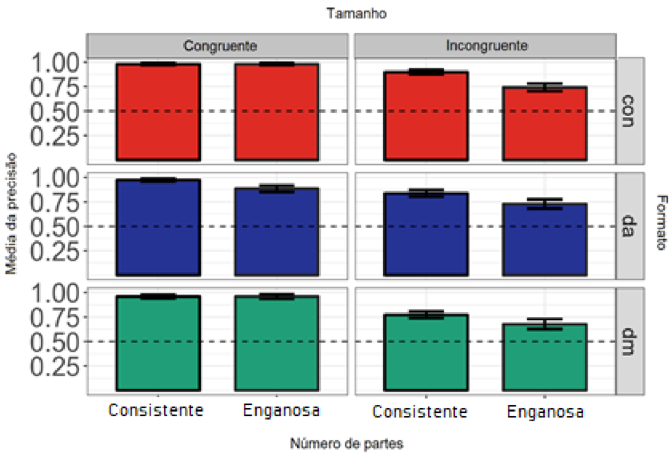
Fonte: Dados da pesquisa.

Já em relação ao coeficiente de correlação linear (r-valor), é possível indicar que há um certo grau de dependência linear entre as variáveis D_{GAP} e a média de acertos em cada questão, não encontrado na mesma intensidade entre a D_{GAP} e a média do tempo de reação.

Quanto às comparações das frações no formato não-simbólico, foram construídos gráficos para avaliar as médias de acerto e do tempo de resposta fazendo interações entre as três variáveis independentes estudadas (formato, número de partes e tamanho).

Observando o Gráfico 3 a seguir, percebe-se que a média de acertos tem influência das três variáveis, porém mais significativamente em relação ao tamanho dos spinners e ao número de partes. O formato que afetou mais o acerto dos participantes foi o que continha pares de spinners no formato discreto misto, incongruente e enganoso.

Gráfico 3: Média de acerto considerando a interação entre Formato, Número de partes e Tamanho



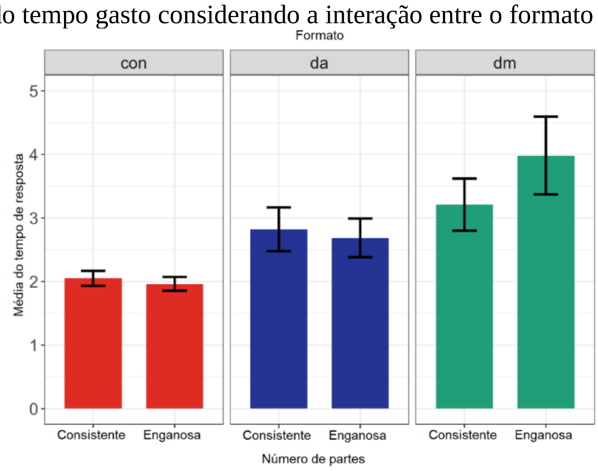
Legenda: con: contínuo, da: discreto adjacente, dm: discreto misto.
Fonte: Dados da pesquisa.

Os resultados mostraram que as três variáveis influenciaram significativamente na escolha dos participantes, mostrando a influência das categorias formadas na construção do teste nos acertos e no tempo de resposta dos participantes. Aplicando o teste F, para a variável formato teve-se $F(2{,}96) = 6{,}18,\ p < 0{,}01$, para o número de partes $F(1{,}48) = 9{,}51,\ p < 0{,}01$ e para o tamanho $F(1{,}48) = 59{,}88, p < 0{,}000000001$. Como pode ser observado, para as três variáveis temos um alto nível de significância ($p < 0{,}01$), ou seja, em todos rejeitamos a hipótese nula. A relação entre o acerto dos participantes e o tamanho dos spinners foi a que mostrou maior influência na escolha da maior fração (temos uma média geral do grupo muito maior que a residual, ou seja, por participante), pois temos um F grande e um p muito pequeno, o que nos demonstra um alto grau de confiabilidade nos dados.

Os dados fornecem indícios de que o tamanho dos spinners foi um grande problema para eles. Quando as maiores frações foram apresentadas em spinners com menor diâmetro os participantes tenderam a escolher a outra opção. Tal fato indica um problema de unidade, de saber que a proporção é em relação a um todo, que foi escolhido como a unidade. E quando se inclui na análise o número de partes, maior se tornou a dificuldade, pois, nesses casos, o participante era levado a contar as partes, provocando mais erros quando se tratava de um par enganoso.

Os formatos não influenciaram diretamente na escolha da maior fração, porém fizeram com que eles despendessem um tempo maior para fazer a escolha. Observe no Gráfico 4 como o formato contínuo foi o mais rápido de se decidir, seguido do discreto adjacente e do discreto misto. Isso ocorreu em todas as interações realizadas. O número de partes influenciou no tempo de escolha no formato discreto misto, em que as comparações enganosas despenderam mais tempo.

Gráfico 4: Média do tempo gasto considerando a interação entre o formato e o número de partes



Legenda: con: contínuo, da: discreto adjacente, dm: discreto misto.
Fonte: Dados da pesquisa.

Isso pode indicar que o formato contínuo é mais rápido e fácil para visualizar frações no formato não-simbólico em detrimento do discretizado.

Conclusões

O estudo que originou esse artigo iniciou-se na aspiração de investigar o conhecimento dos professores de Matemática em relação à magnitude das frações, usando métodos da psicologia cognitiva e investigando frações como construções cognitivas nas mentes dos professores. O objetivo final deste trabalho foi fornecer informações que possibilitassem o aprimoramento e a reestruturação do processo de ensino e aprendizagem de frações.

Primeiramente ressalta-se que a abordagem de métodos mistos foi útil para compreender os padrões de comportamento dos professores ao compararem frações nos formatos simbólicos e não-simbólicos. Os presentes resultados são relevantes para a Educação Matemática em diversos aspectos. Obteve-se que professores utilizam diversas estratégias para comparar as frações simbólicas, sendo estas ancoradas prioritariamente nas perspectivas das partes. A mais utilizada trata-se de uma estratégia denominada GAP, que os ajudou em muitos momentos, porém não é válida matematicamente. Isso demonstra que os professores possuem um importante conjunto de conhecimentos em comparar frações que devem ser utilizados no processo de ensino. Porém, há uma necessidade de ressignificar e avaliar esses conhecimentos, tornando-os capazes de discernir o que é ou não válido matematicamente, além de criar formas de transformar esse conhecimento em conhecimento prático, de sala de aula. Ressalta-se que o próprio processo de investigação ajudou alguns professores a perceber que a estratégia GAP não era válida matematicamente, reconsiderando em suas próximas estratégias. Logo, cursos de formação que possibilitem aos professores discutirem a respeito do pensamento fracionário podem trazer contribuições.

Quanto à comparação de frações não-simbólicas, os dados obtidos nos mostram que os professores respondem mais rapidamente ao avaliar a magnitude de uma fração no formato não-simbólico contínuo em relação ao discreto. Esse fato pode nos indicar que começar o ensino aproveitando a noção intuitiva em formatos contínuos pode trazer benefícios para os alunos, pois à medida que facilita a transição para o formato discreto, elas podem estar em uma posição melhor para entender os algoritmos matemáticos envolvidos no cálculo de frações (JEONG et al., 2007; HAMDAN; GUNDERSON, 2017). Ressalta-se aqui a necessidade de novas investigações com mais participantes, incluindo estudantes, para conclusões mais assertivas.

Eles também foram diretamente influenciados na precisão e no tempo de reação pelo tamanho da figura, sinalizando um problema com a unidade.

É necessário estar ciente de que muito pode ser feito para modificar essa realidade que evidencia uma grande dificuldade de lidar com Números Racionais, especialmente no formato fracionário, exercendo um grande impacto em conhecimentos matemáticos futuros, como o pensamento algébrico. Deve-se aproveitar a facilidade inata do ser humano com os formatos contínuos para introduzir o conceito de fração.

Muito ainda há a se fazer, mas considera-se que essa pesquisa fornece bons indicadores no intuito de oferecer informações que permitam melhorar e reestruturar o processo de ensino e aprendizagem de frações.

Agradecimentos

Agradecemos o apoio da orientadora da pesquisa de doutorado que deu origem a esse trabalho Profª Dra. Celi Espasandin Lopes. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

BAILEY, D. H.; HOARD, M. K.; NUGENT, L.; GEARY, C. D. Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. **Journal of Experimental Child Psychology**, v. 113, n. 3, p. 447–455, nov. 2012.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2011.

COSTA, F. M. **Concepções e competências de professores especialista em Matemática em relação ao conceito de fração**. Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática, PUC/SP, 2011.

CRESWELL, J. W.; PLANO CLARK, V. L. **Designing and conducting mixed methods research.** Thousand Oaks, CA: Sage, 2007.

CUISENAIRE, G., GATTEGNO, C. **Numbers in colour:** A new method of teaching the process of arithmetic to all level of the Primary School. Hienemann, 1954.

HAMDAN, N.; GUNDERSON, E. A. The number line is a critical spatial-numerical representation: Evidence from a fraction intervention. **Developmental Psychology**, v. 53, n. 3, p. 587–596, 2017.

JEONG, Y.; LEVINE, S. C.; HUTTENLOCHER, J. The development of proportional reasoning: Effect of continous versus discrete quantities. **Journal of Cognition and Development**, v. 8, n. 2, p. 237–256, 2007.

LEWIS, M. R., MATTHEWS, P. M., HUBBARD, E. M. Neurocognitive architectures and the nonsymbolic foundations of fractions understanding. *In:* BERCH, D. B.; GEARY, D. C.; KOEPKE, K. M. (Org.). **Development of mathematical cognition: Neural substrates and genetic influences.** San Diego, CA: Academic Press., 2015. p. 141–160

MAGINA, S.; CAMPOS, T. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno

Dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), p.23–40, 2008.

MATTHEWS, P. G, ELLIS, A. B. Natural alternatives to natural number: The case of ratio. **Journal of Numerical Cognition**, v. 4, n. 1, p.19–58, 2018.

MCCRINK, K.; WYNN, K. Ratio abstraction by 6-month-old infants. **Psychological Science**, v. 18, n. 8, p. 740–745, 2007.

NI, Y.; ZHOU, Y.-D. Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. **Educational Psychologist**, n. 40, p. 27–52, 2005.

OBERSTEINER, A.; VAN DOOREN, W.; VAN HOOF, J.; VERSCHAFFEL, L. The natural number bias and magnitude representation in fraction comparison by expert mathematicians. **Learning and Instruction**, v. 28, p. 64–72, 2013.

OBERSTEINER, A.; DRESLER, T.; BIECK, S. M.; MOELLER, K. Understanding fractions: Integrating results from mathematics education, cognitive psychology, and neuroscience. *In:* NORTON, A.; ALIBALI, M. W. (Eds.), **Constructing number: Merging perspectives from psychology and mathematics Education**, 2019. p. 135–162.

PINTO, H.; RIBEIRO, C. M. Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos: O sentido de número racional. **Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional**, v. 3, n. 1, p. 80–99, 2011.

POWELL, A. B. Reaching back to advance: Towards a 21st-century approach to fraction knowledge with the 4A-Instructional Model. **Revista Perspectiva**, Florianópolis, v. 36, n. 2, p. 399–420, abr./jun. 2018.

SERRAZINA, L.; RODRIGUES, M. Formação de professores e desenvolvimento do sentido do número. *In:* CARNEIRO, R. F.; SOUZA, A. C. de; BERTINI, L. de F. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** práticas de sala de aula e de formação de professores. Brasília: SBEM, 2018. p. 137–161.

SIEGLER, R. S.; THOMPSON, C. A.; SCHNEIDER, M. An integrated theory of whole number and fractions development. **Cognitive Psychology**, v. 62, n. 4, p. 273–296, 2011.

SIEGLER, R. S.; DUNCAN, G.; DAVIS-KEAN, P.; DUCKWORTH, K.; CLAESSENS, A.; ENGEL, M.; SUSPERREGUY, M. I.; CHEN, M. Early predictors of High School Mathematics achievement. **Psychological Science**, v. 23, n. 7, p. 691–697, jun. 2012.

SIEGLER, R. S.; FAZIO, L. K.; BAILEY, D. H.; ZHOU, X. Fractions: The new frontier for theories of numerical development. **Trends in Cognitive Sciences**, v. 17, n. 1, p. 13–19, 2013.

SOPHIAN, C. Perceptions of proportionality in young children: Matching spatial ratios. Cognition, v. 75, n. 2, p. 145–170, 2000.

TEIXEIRA, A. M. **O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo.** Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, 2008.

TOLEDO, R. V. F. **O conhecimento de professores de matemática sobre frações: uma análise sob a lente da cognição**. 2020. Tese (Doutorado em ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

TORBEYNS, Joke; SCHNEIDER, Michael; XIN, Ziqiang; SIEGLER, Robert. Bridging the Gap: fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. **Learning and Instruction**, v. 37, p. 5–13, jun. 2015.

VAN-HOOF, J.; DEGRANDE, T.; CEULEMANS, E.; VERSCHAFEL, L.; DOOREN, W. V. Towards a mathematically more correct understanding of rational numbers: A longitudinal study with upper elementary school learners. **Learning and Individual Differences**, v. 61, p. 99–108, 2018.

YIN, R. K. **Pesquisa Qualitativa do início ao fim.** Porto Alegre (RS): Penso, *2016.* 313p.

Um Caminho Alternativo para Esboçar Curvas: a abordagem de interpretação global de propriedades figurais a partir da noção de infinitésimo

An Alternative Way to Sketch Curves: the approach of global interpretation of figural properties from the notion of infinitesimal

Bárbara Cristina Pasa
Universidade Federal da Fronteira Sul
bapasa1@hotmail.com

Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina
mthmoretti@gmail.com

Resumo
A compreensão de fenômenos nas diversas áreas do conhecimento perpassa a leitura, interpretação e esboço de curvas de funções. Diante das dificuldades que estudantes de todos os níveis de ensino apresentam nessas atividades e levando em conta que a abordagem de ensino que prevalece não propicia uma compreensão de características essenciais das funções relacionadas ao movimento e dinamismo, apresenta-se e discute-se um caminho alternativo para esboçar e compreender curvas ancorado na abordagem de interpretação global de propriedades figurais, preconizada por Raymond Duval. Esta abordagem perpassa a identificação e a coordenação de unidades significativas de cada registro de representação de uma função. O caminho alternativo utiliza a análise das taxas de variação instantâneas enquanto recurso para a interpretação global, calculadas e compreendidas a partir da noção de infinitésimo, o que permite inferir acerca da variabilidade e do comportamento da curva em cada ponto de seu domínio. Além disso, algumas construções de esboço de curvas nesta perspectiva, coletadas em sequência didática aplicada para estudantes de ensino médio, são expostas e discutidas a partir da teoria semio-cognitiva de Raymond Duval. Esta teoria norteou a construção do caminho alternativo, as questões relativas à aprendizagem, bem como possibilitou refletir sobre os discursos utilizados pelos estudantes em suas construções. Um trabalho nesta perspectiva, além de possibilitar conversões entre registros de representação semióticas, condição essencial para a aprendizagem, desvelou sobre o processo de apropriação do conhecimento pelos estudantes e os gestos intelectuais mobilizados para uma compreensão ampla do conceito de funções no que se refere à sua variabilidade.

Palavras-chave: Taxa de variação instantânea; Representação semiótica; Compreensão de curvas, Ensino médio.

Abstract
The understanding of phenomena in different areas of knowledge permeates the reading, interpretation and sketch of function curves. Given the difficulties that students of all levels of education have in these activities and taking into account that the prevailing teaching approach does not provide an understanding of essential characteristics of the functions related to movement and dynamism, an alternative path is presented and discussed. to sketch and understand curves anchored in the approach of global interpretation of figural properties, advocated by Raymond Duval. This approach goes through the identification and coordination of significant units of each representation record of a function. The alternative path uses the analysis of instantaneous rates of change as a resource for global interpretation, calculated and understood from the notion of infinitesimal, which allows inferences about the variability and behavior of the curve at each point in its domain. Furthermore, some constructions of sketch curves in this perspective, collected in a didactic sequence

applied to high school students, are exposed and discussed based on Raymond Duval's semio-cognitive theory. This theory guided the construction of the alternative path, the questions related to learning, as well as made it possible to reflect on the discourses used by students in their constructions. A work in this perspective, in addition to enabling conversions between semiotic representation registers, an essential condition for learning, unveiled the process of knowledge appropriation by students and the intellectual gestures mobilized for a broad understanding of the concept of functions with regard to their variability.

Keywords: Instant rate of change; Semiotic representation; Understanding curves, High school.

Introdução

As representações gráficas estão presentes na vida cotidiana contemporânea de forma significativa em diferentes áreas e atividades humanas. A necessidade de ler, interpretar, compreender por meio das representações gráficas e, por conseguinte, de aprendê-las enquanto representação semiótica de um objeto matemático, as torna foco de estudos e pesquisas na área de Educação Matemática, além de ocuparem considerável espaço nas atividades de ensino, presentes nos currículos do ensino fundamental, médio e superior. As discussões aqui propostas são acerca das representações gráficas específicas de funções, ou seja, do esboço de curvas enquanto representação geométrica de uma função real de variável real.

A forma como este objeto matemático é trabalhado na escola e as dificuldades relacionadas a sua aprendizagem têm sido preocupações frequentes, reveladas tanto em sala de aula de ensino fundamental e médio, como em pesquisas sobre os processos de ensino e aprendizagem do esboço de curvas. A abordagem exclusivamente por meio da junção de pontos localizados no plano cartesiano obtidos a partir da substituição de valores na expressão algébrica, nomeada por Duval (2011a) de abordagem “ponto a ponto”, quando única utilizada no ensino, impossibilita que se perceba que modificações na expressão algébrica são responsáveis por modificações no gráfico e vice-versa, o que, segundo a teoria semio-cognitiva de Raymond Duval, é característica da atividade cognitiva de conversão e essencial para a aprendizagem matemática.

De acordo com a teoria de Duval, um objeto matemático pode somente ser compreendido integralmente por meio de suas representações semióticas e, mais do que isso, a partir das conversões entre ao menos duas representações semióticas distintas do mesmo objeto matemático. No caso do esboço de curvas de funções de uma variável real, as representações semióticas principais e comumente utilizadas são a gráfica (plano cartesiano) e a algébrica (lei da função). Apesar de a abordagem “ponto a ponto” ser usada quase que exclusivamente nos processos de ensino aprendizagem ainda atualmente, ela limita a compreensão de características pertinentes da função, como movimento, transformação e dinamismo, além de não conduzir para as possibilidades de conversões entre registros.

Levando em conta as questões supracitadas, afim de proporcionar a compreensão integral de uma curva e do fenômeno que ela representa, Duval (2011a) propõe a abordagem de interpretação global de propriedades figurais, cuja premissa consiste em identificar variáveis visuais significativas ao registro de representação gráfico e unidades simbólicas significativas ao registro algébrico, articulando-os a partir de algum recurso/elemento. Neste trabalho, apresentamos um caminho alternativo para esboçar curvas utilizando como recurso norteador de articulação entre unidades significativas as taxas de variação da função, compreendidas e calculadas por meio da noção de infinitésimos.

As ideias apresentadas são oriundas de uma vasta investigação bibliográfica sobre os aspectos relacionados ao tema, que serviu de base e inspiração para a construção do caminho alternativo. O caminho alternativo de esboço de curvas, por sua vez, foi trilhado por estudantes do terceiro ano do ensino médio em uma sequência didática organizada e aplicada a partir de elementos da Engenharia Didática de Michèle Artigue (1996). Os dados coletados consistiram nas construções de esboço de curvas dos estudantes e as análises destas perpassaram as atividades cognitivas mobilizadas de acordo com a teoria dos registros de representação semiótica.

Inicialmente apresentamos aspectos relevantes sobre a noção de infinitésimo utilizada no caminho alternativo. Na sequência, trazemos a abordagem de interpretação global de propriedades figurais, direcionando nosso olhar para as taxas de variação de uma função, para, assim, expor o caminho alternativo afim de esboçar e compreender curvas de algumas funções do ensino médio. Por fim, visando elucidar a prática do caminho alternativo, apresentamos algumas construções de estudantes.

Os infinitésimos na construção de conceitos matemáticos e em abordagens de ensino

Os infinitésimos permearam a construção de diversos conceitos matemáticos, sobretudo os relacionados ao Cálculo. Porém, a história da Matemática revela os inúmeros percalços envolvendo as inconsistências matemáticas relacionadas ao seu conceito, da utilização intuitiva para compreensão de fenômenos até a exclusão total na matemática. A falta de uma explicação sólida e consistente do conceito de infinitésimos fez com que, em fins do século passado, a concepção discreta-numérica começasse a levar vantagem no debate matemático, ocasionando, a utilização da construção rigorosa e formal, via limites, para a compreensão do Cálculo. O retorno dos infinitésimos na Matemática se deu a partir da sua formalização, muito tempo depois, com a apresentação de uma nova teoria para a análise matemática por Abraham Robinson (1918-1974), baseada nos infinitésimos e com o uso da teoria de modelos. Um esboço desta teoria foi apresentado em 1960 e depois, em janeiro de 1961, no encontro anual da *Association for Symbolic Logic*, quando é, então, publicada sob o título *Non-Standard Analysis*.

Na perspectiva desta nova teoria, o cálculo infinitesimal pressupõe, como estrutura básica, os números hiper-reais, *R, os quais são constituídos pelos reais, R, acrescido dos infinitésimos (ε∈*R, cujo módulo é menor que todos os reais positivos), dos infinitos (Ω∈*R, cujo módulo é maior que todos os reais positivos) e das mônadas. Sendo que a "mônada de um x∈R é constituída por todos os y∈*R que estão infinitamente próximos de x, ou seja, pelos y tais que $y - x$ é infinitésimo" (BALDINO, 1995, p.11).

Apesar da perda de legitimidade dos infinitésimos na Matemática, eles permaneceram em disciplinas na Engenharia e na Física, especialmente em áreas como mecânica e eletricidade. Admitindo que as inconsistências matemáticas relacionadas à noção de infinitésimos estão superadas, pesquisadores como Rêgo (2000), Milani (2004), Cabral e Baldino (2006) e Carvalho e D'Ottaviano (2006) defendem o ensino de Cálculo via infinitésimos por ser em diversos aspectos, bem mais natural e instigante (CARVALHO, D'OTTAVIANO, 2006, p. 34). Dentre as vantagens para o estudante de trabalhar com infinitésimos neste nível de ensino, Keisler[1] (apud CARVALHO, D'OTTAVIANO, 2006, p. 34) afirma que uma delas é sua maior afinidade com aspectos intuitivos que conduziram à criação do Cálculo e a possibilidade de tornar mais fácil a compreensão dos conceitos de derivada e integral.

De acordo com Cabral e Baldino (2006), os professores, sabendo das dificuldades dos estudantes na aprendizagem do Cálculo, dedicam mais tempo das aulas à teoria e às abstrações, na tentativa de tornar o conteúdo acessível. Contudo, de acordo com David Tall

[1] KEISLER, H. J. Elementary Calculus: an infinitesimal approach. 2nd ed. Boston: Prindle, Weber & Schmidt, 1986.

(1980, 1982, 2012), a falta de domínio do pensamento matemático avançado, justifica a dificuldade do estudante em abstrair os conceitos matemáticos. Desta forma, torna-se necessário trazer os conceitos de forma mais intuitiva para o aluno e modificar o enfoque dado à disciplina. Cabral e Baldino (2006) mostraram, por meio de uma análise crítica do ensino de Cálculo ministrando aulas em cursos de Engenharia, que os infinitésimos fazem parte das concepções espontâneas dos alunos e que o ensino via limite cria dificuldades e exclusão.

Estudar a variabilidade das funções pode contribuir para fortalecer e ampliar as compreensões sobre este conceito no âmbito do ensino médio, enfatizando características inerentes a elas como o movimento e dinamismo, pouco trabalhadas neste nível de ensino (PASA, 2017). Uma abordagem possível, a partir da noção de infinitésimos é baseada na forma como David Tall (1980, 1982, 2012) propõe o ensino de Cálculo. Em seu trabalho *A Sensible approach to the Calculus,* Tall (2012) apresenta o estudo do Cálculo ancorado na evidência dos sentidos humanos usando esses insights como uma base significativa para desenvolvimentos posteriores. Este autor propõe que ideias fundamentais do cálculo sejam desenvolvidas naturalmente numa sequência que faça sentido para o aluno para fins gerais e também para apoiar intuições em aplicações e fornecendo um significado ao conceito de limite e/ou de infinitesimais, posteriormente.

Ancorados nas ideias supracitadas, elaboramos uma alternativa para encontrar a taxa de variação de uma função enquanto quociente de infinitesimais $\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$ e, por meio da análise desta taxa conhecer a variação da função e esboçar sua curva, no âmbito do ensino médio. Para tal, considerou-se o potencial didático dos infinitésimos, não no sentido de seu rigor e formalização, mas no sentido de construir uma percepção de infinitésimo que possibilita o entendimento de variação, fundamental no esboço de curvas. Esta noção está relacionada às concepções espontâneas dos estudantes identificadas por Cornu (1983) como ideias, imagens, processos e palavras que os estudantes tem sobre um conceito e que não são fruto do ensino organizado sobre esse conceito. No caso dos infinitésimos, são as concepções espontâneas infinitesimais (MILANI, 2004), como exemplo a ideia que "infinitésimos são pontos muito pequenos e desprezíveis" (p. 5).

Taxa de variação instantânea e o esboço de curvas

Para Duval (2004) a compreensão integral de uma função só é obtida se o estudante conhecer ao menos dois registros de representação semiótica, e mais do que isso, possuir a capacidade de realizar conversões entre eles. A abordagem de interpretação global de propriedades figurais (DUVAL, 2011a), sugerida pelo autor, perpassa a realização de uma análise das propriedades peculiares de partes constituintes da curva (MORETTI, FERRAZ, FERREIRA, 2008), isto é, a identificação de variáveis visuais significativas ao registro de representação gráfico e as unidades simbólicas significativas ao registro algébrico, a fim de proporcionar as conversões necessárias.

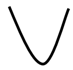
Com base nas premissas históricas sobre infinitésimos, nas pesquisas sobre o ensino de Cálculo por meio deles e na teoria semio-cognitiva de Duval (2011a), foi construído um caminho alternativo fazendo uso da compreensão de elemento do Cálculo – derivada, enquanto orientador de conversão, entretanto, isento da formalidade via limites. Os elementos/recursos para interpretação global neste caminho são as taxas de variação da função, as quais carregam informações valiosas sobre a função representada pela curva. Essas taxas são calculadas e compreendidas a partir da noção de infinitésimos, cujo potencial didático se encontra na possibilidade de entendimento da variação de uma função, característica fundamental para o esboço de curvas e compreensão da conversão entre registros de representação.

O emprego de elementos do Cálculo no ensino médio visando a aprendizagem de funções, conforme Ávila (1991), Rezende (2003) e Silva, Andrade e Azevedo (2013) pontuam, é desafiador, mas em contrapartida e sobretudo com elevado potencial para compreensões integrais e efetivas de conceitos matemáticos, neste caso, de variação de funções com vistas ao esboço de curvas. O caminho alternativo para o esboço de curvas perpassa, desta forma, a variabilidade da função obtida por meio do estudo do sinal da taxa de variação instantânea de primeira ordem ($TVI_1(x)$) ou, quando se fizer necessário, de segunda ordem ($TVI_2(x)$), possibilitando concluir a respeito da concavidade e dos pontos de inflexão

Deste modo, a obtenção da $TVI_1(x)$ de uma função ocorre a partir da obtenção da taxa média de variação (TMV) da função para um intervalo genérico $[x, x + \Delta x]$, $TMV = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$, na qual considera-se Δx um infinitésimo. Sendo assim, as unidades básicas simbólicas identificadas são da expressão algébrica da $TVI_1(x)$ enquanto as unidades básicas gráficas identificadas são as relacionadas à análise da variação da curva como os intervalos de crescimento e de decrescimento e os pontos de máximo e mínimo.

Considerando a função real polinomial do segundo grau, $y = ax^2 + bx + c$, a taxa de variação instantânea de primeira ordem - $TVI_1(x)$, para um valor qualquer de x, será: $TVI_1(x) = 2ax + b$. O mesmo processo é utilizado para obter $TVI_2(x) = 2a$, que no caso destas funções é desnecessária para o esboço. Conhecendo as taxas de variação, são analisadas variáveis referentes à função e essenciais para a compreensão global relacionadas à variabilidade, como crescimento, decrescimento, valor máximo e mínimo e concavidade (quadro 1). A identificação de unidades básicas simbólicas relativas à expressão algébrica da taxa de variação possibilita inferir sobre as unidades básicas gráficas que são as características da curva relativas à variabilidade, o que pode ser visualizado a seguir.

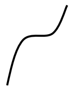
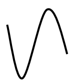
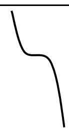
Quadro 1: Unidades simbólicas e gráficas de uma função polinomial do 2º grau.

Unidades básicas simbólicas				Unidades básicas gráficas			
$\boldsymbol{TVI_1}$	Valor de $\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{TVI_1}$	Valor de $\boldsymbol{x}$	Reta Tangente	Concav. ($\boldsymbol{TVI_2}$)	Ponto crítico	Esboço curva
$2ax + b$	$a > 0$	< 0	$x < -b/2a$	Decrescente	Para cima (positiva)	Mínimo absoluto em $x = -b/2a$	
		$= 0$	$x = -b/2a$	Constante			
		> 0	$x > -b/2a$	Crescente			
	$a < 0$	< 0	$x > -b/2a$	Crescente	Para baixo (negativa)	Máximo absoluto em $x = -b/2a$	
		$= 0$	$x = -b/2a$	Constante			
		> 0	$x < -b/2a$	Decrescente			

Fonte: Pasa, 2017, p.146.

No esboço de funções reais polinomiais de terceiro grau, além da análise da $TVI_1(x)$, algumas funções requerem impreterivelmente a análise da $TVI_2(x)$, a qual é obtida através da expressão algébrica da $TVI_1(x)$, possibilitando concluir sobre a concavidade da curva. Deste modo, sendo $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, com $a \neq 0$, obtém-se $TVI_1(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ e $TVI_2(x) = 6ax + 2b$. Os quadros apresentados a seguir, expõem o processo de esboço de curva na perspectiva proposta para funções polinomiais reais de terceiro grau baseado na $TVI_1(x)$ (quadro 2) e na $TVI_2(x)$ (quadro 3).

Quadro 2: Esboço de curvas de funções reais polinomiais do terceiro grau a partir da análise da $TVI_1(x)$

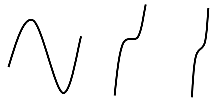
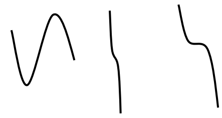
Unidades básicas simbólicas					Unidades básicas gráficas		
$\boldsymbol{TVI_1}$	Coef. $\boldsymbol{a}$	NR*	$\boldsymbol{TVI_1}$	Valores de $\boldsymbol{x}$	RT**	Esboço curva	Pontos críticos
$3ax^2+2bx+c$	>0	2	<0	$\frac{-b-\sqrt{b^2-3ac}}{3a} < x < \frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$	Decres		Máx. e mín. relativos ($TVI_1(x)=0$). Ponto Inflexão ($TVI_2(x)=0$)
			$=0$	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$	Const		
			>0	$x<\frac{-b-\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$ e $x>\frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$	Cresc		
		1	$=0$	$x=\frac{-b}{3a}$	Const		Ponto inflexão ($TVI_2(x)=0$)
			>0	$x<\frac{-b}{3a}$ e $x>\frac{-b}{3a}$	Cresc		
		0	>0	$x\in R$ Esboço a partir da análise da $TVI_2(x)$ - tabela 3.	Cresc		Ponto inflexão (**$\boldsymbol{TVI_2(x)=0}$**)
	<0	2	<0	$x<\frac{-b-\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$ e $x>\frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$	Decres		Máx. e mín. relativos ($TVI_1(x)=0$). Ponto inflexão ($TVI_2(x)=0$)
			$=0$	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$	Const		
			>0	$\frac{-b-\sqrt{b^2-3ac}}{3a} < x < \frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$	Cresc		
		1	$=0$	$x=\frac{-b}{3a}$	Const		Ponto inflexão ($TVI_2(x)=0$)
			<0	$x<\frac{-b}{3a}$ e $x>\frac{-b}{3a}$	Decres		
		0	<0	$x\in R$ Esboço a partir da análise da $TVI_2(x)$ - tabela 3.	Decres		Ponto inflexão ($TVI_2(x)=0$)

*NR = Número de Raízes
**RT = Reta Tangente

Fonte: Pasa, 2017, p.149.

No quadro 2, o estudo do sinal da $TVI_1(x)$ revela o comportamento da reta tangente à curva, permitindo concluir a respeito da variação da curva e dos pontos máximos e mínimos relativos. Para algumas funções de terceiro grau a $TVI_1(x)$ é inconclusiva, por isso, torna-se necessário conhecer e estudar a $TVI_2(x)$, inferindo sobre a concavidade, permitindo assim, inferir sobre a curva, apresentado no quadro 3

Quadro 3: Análise da concavidade de curvas de funções reais polinomiais do terceiro grau a partir da $TVI_2(x)$.

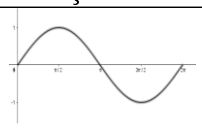
Unidades básicas simbólicas				Unidades básicas gráficas	
$\boldsymbol{TVI_2}$	Coef. $\boldsymbol{a}$	Sinal da $\boldsymbol{TVI_2}$	Valor de $\boldsymbol{x}$	Concavidade	Possíveis esboços da curva
$6ax + 2b$	$a > 0$	< 0	$x < -b/3a$	Negativa – para baixo	
		$= 0$	$x = -b/3a$	Local de Inflexão	
		> 0	$x > -b/3a$	Positiva – para cima	
	$a < 0$	> 0	$x < -b/3a$	Positiva – para cima	
		$= 0$	$x = -b/3a$	Local de Inflexão	
		< 0	$x > -b/3a$	Negativa – para baixo	

Fonte: Pasa, 2017, p.150.

As funções trigonométricas $y = sen\, x$, $y = cos\, x$ e $y = tg\, x$ também podem ser problematizadas na perspectiva proposta, presumindo um custo cognitivo significativo devido às compreensões trigonométricas demandadas, mas ainda assim, permitindo inferências na direção do caminho alternativo.

A função seno, definida como $y = sen\, x$, possui taxa média de variação para o intervalo $[x, x + \Delta x]$ definida como $TMV = \frac{sen\,(x+\Delta x) - sen\, x}{\Delta x}$. Assim, utilizando o seno da adição de dois arcos ($sen\,(x + \Delta x) = sen\, x.\cos \Delta x + sen\, \Delta x.\cos x$) e considerando Δx um arco infinitesimal, os segmentos que definem $sen\, \Delta x$ e $cos\, \Delta x$, assumem os valores Δx e 1, respectivamente. A taxa de variação instantânea de primeira ordem da função $y = sen\, x$ é, então, encontrada a partir da taxa média de variação para um intervalo $[x, x + \Delta x]$, obtendo $TVI_1(x) = \cos x$. No quadro 4, é exposto o esboço da curva.

Quadro 4: Esboço de propriedades da função $y = sen\, x$ no domínio de $[0, 2\pi]$.

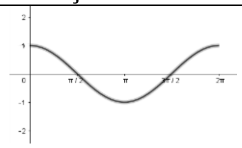
Unidades básicas simbólicas		Unidades básicas gráficas		
$\boldsymbol{TVI_1(x)}$	Valor de $\boldsymbol{x}$	Reta tangente	Ponto crítico	Esboço da curva
> 0	$0 < x < \pi/2$ $3\pi/2 < x < 2\pi$	Crescente	Mínimo absoluto em $(3\pi/2, -1)$ Máximo absoluto em $(\pi/2, 1)$	
$= 0$	$x = \pi/2\ e$ $x = 3\pi/2$	Constante		
< 0	$\pi/2 < x < 3\pi/2$	Decrescente		

Fonte: Pasa, 2017, p.152.

O estudo do sinal da $TVI_1(x) = \cos x$ (quadro 4) possibilita inferir sobre o comportamento (crescimento e decrescimento) da curva da função $y = sen\ x$ ao longo de seu domínio e assim, concluir sobre o esboço da sua curva.

Para a função $y = \cos x$, o cálculo é análogo ao da função $y = sen\ x$: encontra-se a taxa média de variação para um intervalo $[x,\ x + \Delta x]$, aplica-se o cosseno da soma de dois arcos, considera-se Δx um infinitésimo e obtém-se $TVI_1(x) = -sen\ x$. A análise do sinal da $TVI_1(x)$ e a coordenação entre registro algébrico desta e seu gráfico estão apresentados no quadro 5.

Quadro 5: Esboço de propriedades da função $y = cos\ x$ no domínio de $[0, 2\pi]$.

Unidades básicas simbólicas		Unidades básicas gráficas		
$\boldsymbol{TVI_1(x)}$	**Valor de $\boldsymbol{x}$**	Reta tangente	Ponto crítico	Esboço da curva
> 0	$\pi < x < 2\pi$	Crescente	Mínimo absoluto em $(\pi, -1)$ Máximo absoluto em $(0,1)$ e $(2\pi, 1)$	
$= 0$	$x = 0\ e\ x = \pi$	Constante		
< 0	$0 < x < \pi$	Decrescente		

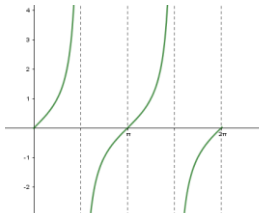
Fonte: Pasa, 2017, p.152.

Por fim, a análise da função $y = tg\ x$ perpassa o cálculo da taxa média de variação para um intervalo $[x,\ x + \Delta x]$, a aplicação do seno e do cosseno da soma de dois arcos, a consideração de Δx como um infinitésimo, bem como ajustes algébricos e substituições possíveis. Assim, obtemos $TVI_1(x) = \frac{1}{cos^2\ x} = sec^2 x$. Como a função $TVI_1(x) = \frac{1}{cos^2\ x} = sec^2 x$ nunca será zero, para $x \epsilon [0{,}2\pi]$, o domínio da taxa de variação instantânea será todos os reais exceto $x = \frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{3\pi}{2}$. Assim, o esboço da curva será ascendente e não terá pontos máximos ou mínimos. Uma visão mais detalhada do esboço da curva pode ser obtida a partir da $TVI_2(x)$, a qual informa a respeito da concavidade:

$$TMV_{da\ TVI_1} = \frac{1}{\Delta x}\left(\frac{1}{cos^2(x + \Delta x)} - \frac{1}{cos^2 x}\right) \quad \rightarrow \quad TMV_2(x) = \frac{2\ sen\ x}{cos^3 x}.$$

No quadro 6 a seguir, apresentamos as possibilidades de inferências sobre o esboço da curva da função tangente.

Quadro 6: Esboço das propriedades da função $y = tg\ x$ no domínio de $[0, 2\pi]$.

<table>
<tr><td colspan="3">Unidades básicas simbólicas</td><td colspan="2">Unidade básica gráfica</td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{TVI_1(x)}$</td><td>$\boldsymbol{TVI_2(x)}$</td><td>Valor de x</td><td>Concavidade</td><td>Esboço do gráfico</td></tr>
<tr><td rowspan="3">> 0</td><td>> 0</td><td>$0 < x < \frac{\pi}{2}$
ou
$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$</td><td>Positiva – para cima</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>$= 0$</td><td>$= 0$</td><td>Mudança de concavidade – ponto de inflexão</td></tr>
<tr><td>< 0</td><td>$\frac{\pi}{2} < x < \pi$
ou
$\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$</td><td>Negativa – para baixo</td></tr>
</table>

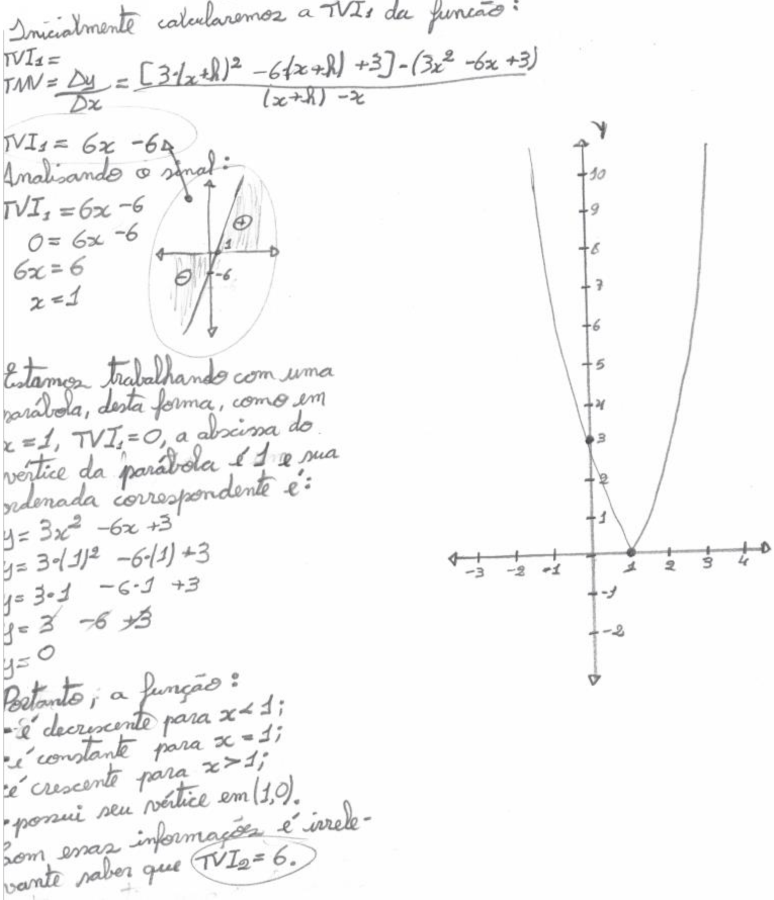
Fonte: Pasa, Binotto e Moretti, 2020, p. 15.

O estudo das taxas de variação de funções permite que propriedades pertinentes das curvas fiquem explícitas e sejam compreendidas, como os pontos críticos, as raízes e os pontos máximos e mínimos, sejam eles absolutos ou relativos, o que torna esta abordagem necessária em sala de aula do ensino médio.

A seguir, apresentamos construções de estudantes no esboço da curva de uma função real polinomial do segundo grau (figura 1) e uma função real polinomial do terceiro grau (figura 2) a fim de elucidar a prática do caminho alternativo trilhado. Essas construções foram coletadas em 2017 em sequência didática organizada e aplicada com base nos princípios da Engenharia Didática e com objetivo de suscitar reflexões a respeito da aprendizagem no sentido de mobilização de atividades cognitivas (DUVAL, 2011b) e das funções discursivas (DUVAL, 2004) utilizadas pelos estudantes.

Na figura 1, é possível verificar o engajamento do estudante àquilo que quer expressar a partir de explicações em língua natural e em forma de gráficos, utilizando setas e léxicos sistemáticos, o estudante expande seu discurso mesclando a forma natural e lógica, realizando as conversões entre as representações simbólicas e gráficas a partir da identificação de unidades básicas referentes à $TVI_1(x)$ e inferindo a respeito do gráfico.

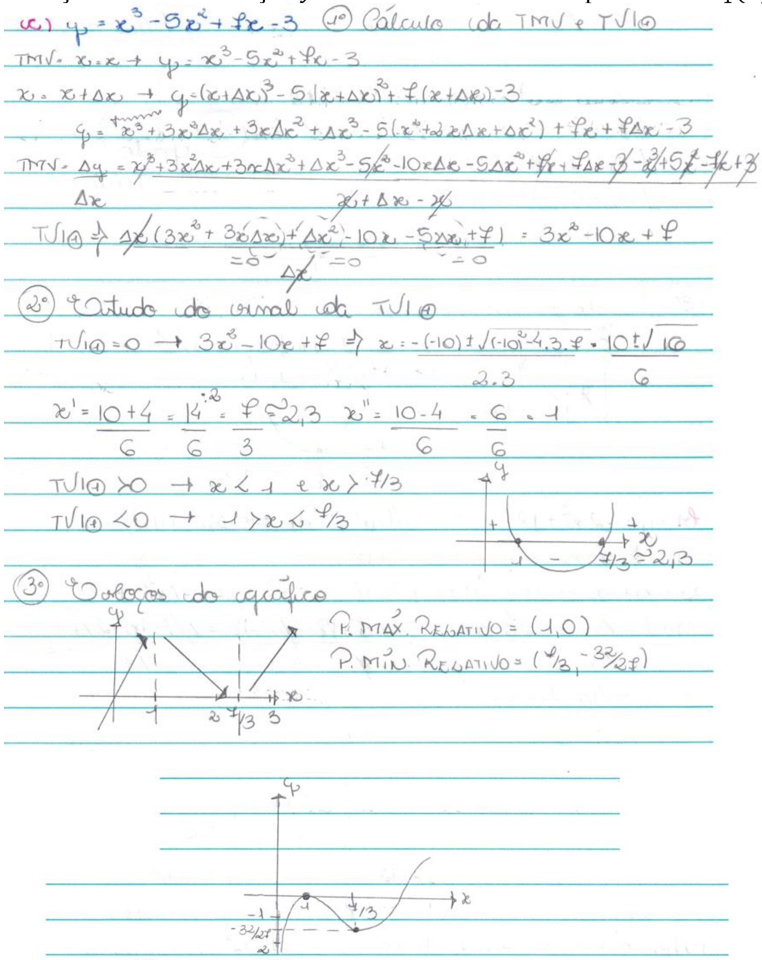
Figura 1: Esboço da curva da função $y = 3x^2 - 6x + 3$.



Fonte: Pasa, 2017, p. 279-280.

Na figura 2, apresentada na sequência, a função a ser esboçada é polinomial do terceiro grau, então, a $TVI_1(x)$ é uma função polinomial do segundo grau, neste caso, com duas raízes reais e distintas, cuja análise do sinal foi realizada esboçando a parábola por meio das suas raízes e da concavidade, identificada pelo sinal do coeficiente de x^2 da $TVI_1(x)$. A concavidade da curva da função não foi analisada uma vez que a $TVI_1(x)$ é suficiente. Nesta construção, as unidades básicas simbólicas da $TVI_1(x)$ permitiram inferir a respeito das unidades básicas gráficas relativas ao crescimento e decrescimento da função, possibilitando, assim, a variabilidade da função e o esboço da curva.

Figura 2: Esboço da curva da função $y = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ a partir da $TVI_1(x)$.



Fonte: Pasa, 2017, p.277.

Reflexões mais profundas podem ser encontradas em Pasa (2017) e ainda estão sendo suscitadas com relação às construções, à aprendizagem e aos gestos intelectuais necessários no processo de esboço de curvas das funções apresentadas.

Considerações finais

Os aspectos históricos que permearam a construção dos conhecimentos Matemáticos, juntamente com a legitimação dos infinitésimos a partir da Análise Não-Standard, fomentaram discussões a respeito da abordagem de ensino de Cálculo com base nos infinitésimos. Segundo pesquisas, essa abordagem é mais intuitiva e natural aos estudantes do que a abordagem via limites. Com base nessas premissas e considerando as dificuldades de aprendizagem das funções, construiu-se um caminho alternativo para esboçar curvas no ensino médio que perpassa a compreensão segundo a teoria semio-cognitiva de Duval. Duval (2011b) destaca que as representações semióticas são cruciais para que o estudante obtenha compreensão total de um objeto matemático, uma vez que, o acesso a esse se dá somente através de suas distintas representações. Entretanto, o autor salienta que a questão cognitiva da natureza da atividade matemática e funcionamento do pensamento, relacionada às habilidades intelectuais exigidas em atividades como transformações e conversões são igualmente essenciais para o processo.

Em vista disso, a abordagem de esboçar curvas "ponto a ponto", costumeiramente utilizada no ensino, pode tornar-se um processo mecânico que não possibilita compreender as correspondências semióticas entre os registros algébrico e gráfico, deste modo, desencadeando dificuldades de compreensão e interpretação do objeto matemático. De acordo com este autor (2011b), as conversões necessárias para o esboço de curvas somente são possíveis a partir da abordagem de interpretação global de propriedades figurais, a qual perpassa a identificação de variáveis visuais significativas ao registro de representação gráfico e as unidades simbólicas significativas ao registro algébrico.

Essas questões nortearam a construção de um caminho alternativo para esboçar curvas de funções reais polinomiais do segundo e terceiro graus e funções trigonométricas seno, cosseno e tangente. Esse caminho alternativo foi trilhado por estudantes de ensino médio e as construções apresentadas revelam as possibilidades cognitivas relativas às conversões entre representações semióticas e, mais do que isso, à compreensão da variabilidade da função por meio da noção de infinitésimo.

Esboçar curvas na perspectiva apresentada é desafiador, uma vez que perpassa uma mudança de concepção no ensino de Matemática como um todo e pode exigir uma "bagagem" de conceitos por parte dos alunos, especialmente para as funções trigonométricas, para que o processo de aprendizagem ocorra de forma mais eficiente. Por outro lado, e sobretudo, a compreensão e o esboço de uma curva a partir da sua variabilidade e mediada pela utilização da noção de infinitésimos no âmbito do ensino médio possibilita uma ampla e profunda compreensão do conceito de função relacionada ao dinamismo, transformação e movimento inerentes a este objeto matemático.

De acordo com a teoria semio-cognitiva de Raymond Duval, uma abordagem precisa levar em conta o ponto de vista cognitivo e perpassar a análise de gestos intelectuais, das conjecturas elaboradas pelos estudantes, hipóteses, relações e interferências que possam ocorrer para que o problema seja sanado. Essas ações necessárias aparecem nas resoluções apresentadas possibilitando as compreensões necessárias. Uma abordagem nesta perspectiva viabiliza o entendimento sobre as funções condizente com seu real significado.

Referências

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. (Org.). **Didática das Matemáticas**. Instituto Piaget – Coleção Horizontes Pedagógicos, 1996.

ÁVILA, G. O ensino de Cálculo no 2° grau. **Revista do Professor de Matemática**, 18, pp. 1– 9, 1991.

BALDINO, R. R. Cálculo Infinitesimal: passado ou futuro? **Temas e Debates**, Blumenau, v.8, n.6, p.5-21, 1995.

CABRAL, T. C. B, BALDINO, R. R. Cálculo infinitesimal para um curso de engenharia. **Revista de Ensino e Engenharia**, 25 (1), pp. 3-16, 2006.

CARVALHO, T. F. de; O'TTAVIANO, I. M. L. Sobre Leibniz, Newton e infinitésimos, das origens do cálculo infinitesimal aos fundamentos do cálculo diferencial paraconsistente. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 8, n. 1, pp. 13-43, São Paulo, 2006.

CORNU, B. **Aprentissage de la notion de limite**: conceptions et obstacles. 1983. Tese (Doctorate de Toisieme Cycle de Mathèmatiques Pure) – Universite Scientifique et Medicale de Grenoble, Grenole, 1983.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Tradução de Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Universidade del Valle – Instituto de Educación y Pedagogía, 2004.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, 6 (2), p.91-112, 2011a.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização Tânia M. M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem, 2011b.

MILANI, R. Limite e Infinitésimos no Cálculo diferencial e Integral. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8, Recife, PE. **Anais...,** Universidade federal de Pernambuco, Recife, PE, 2004.

MORETTI, M. T., FERRAZ, G. A., FERREIRA, V. G. G. Estudo da conversão de funções entre registros simbólico e gráfico no ensino universitário. **Quadrante – Revista de Investigação em Educação Matemática**, XVII (2), pp. 95-121, 2008.

PASA, B. C. **A noção de infinitésimo no esboço de curvas no ensino médio**: por uma abordagem de interpretação global de propriedades figurais. 311 folhas. Tese de Doutorado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2017. https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/187061 .

PASA, B. C, BINOTTO, D., MORETTI, M. T. Esboçando curvas de funções trigonométricas a partir da noção de infinitésimo. **Anais do VIII Jornada Nacional de Educação Matemática** – JEM, 2020.

RÊGO, R. M. **Uma abordagem alternativa de ensino de cálculo utilizando infinitésimos**. Tese (Doutorado em Educação) – Departamento de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2000.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo**: dificuldades de natureza epistemológica. Tese de Doutorado em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2003. https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-270220

SILVA, C. C; ANDRADE, A. P. R., AZEVEDO, C. L. V. R. O Cálculo no Ensino Médio: as taxas de variação e o conceito de derivada. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM**, 2013.

TALL, D.O. **Intuitive infinitesimals in the calculus**. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4, 1980, Berkeley. Proceedings... Berkeley : University of Berkeley, p.170-6, 1980.

TALL, D.O. **Elementary axioms and pictures for infinitesimal calculus**. Bulletin of the IMA, v.18, p.44-8, 1982.

TALL, D.O. **A Sensible Approach to the Calculus**. Handbook on Calculus and its Teaching, ed. François Pluvinage & Armando Cuevas, 2012.

Um Olhar para as Estruturas Multiplicativas em Livros de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Look at Multiplicative Structures in Mathematics Textbooks for the Elementary School

Ernani Martins dos Santos
Universidade de Pernambuco
ernani.santos@upe.br

Sintria Labres Lautert
Universidade Federal de Pernambuco
sintria.lautert@ufpe.br

Resumo
O presente estudo tem por objetivo discutir como são apresentadas atividades de estruturas multiplicativas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos livros de uma coleção didática de matemática. Para tal foi selecionada, por intermédio de uma consulta às gerências regionais de ensino, a coleção de matemática mais adotada nos anos iniciais no estado de Pernambuco (Ápis, com cinco volumes), atingindo maior número de estudantes deste segmento no estado. Inicialmente mapeamos todas as atividades matemáticas de cada um dos volumes, identificando-as como exercícios ou situações-problema que poderiam ou não requerer as operações de multiplicação e divisão para a sua solução. As situações-problema foram analisadas e classificadas como situações não multiplicativas e situações multiplicativas e, apenas estas últimas foram analisadas e classificadas, com base num quadro referência para situações do Campo Conceitual Multiplicativo. Os resultados revelaram que as atividades matemáticas de estrutura multiplicativa aparecem com maior frequência sobre a forma de exercícios que privilegiam o pensamento algorítmico. No que se refere aos tipos de problemas envolvendo as situações multiplicativas, a maioria das atividades se concentram nos problemas de relação quaternária, do eixo proporção simples e da classe um para muitos. As situações-problema de relação ternária dão ênfase ao eixo produto de medidas e a classe combinatória.

Palavras-chave: Campo Conceitual Multiplicativo, Atividades Matemáticas, Situações-problema.

Abstract
The present study aims to discuss how multiplicative structure activities are presented in the early years of elementary school, in books of a mathematics textbook collection. To this end, we selected, by consulting the regional education departments, the mathematics collection most adopted in the early years in the state of Pernambuco (Ápis, with five volumes), reaching the largest number of students in this segment in the state. Initially we mapped all mathematical activities in each volume, identifying them as exercises or problem situations that may or may not require the operations of multiplication and division to solve them. The problem situations were analyzed and classified as non-multiplicative and multiplicative situations, and only the latter were analyzed and classified, based on a reference frame for situations of the Multiplicative Conceptual Field. The results revealed that mathematical activities of multiplicative structure appear more often in the form of exercises that emphasize algorithmic thinking. Regarding the types of problems involving multiplicative situations, most activities focus on quaternary relation problems, the simple proportion axis, and the one-to-many class. The problem situations of ternary relations emphasize the product of measures axis and the combinatorial class.

Keywords: Multiplicative Conceptual Field, Mathematical Activities, Problem Solving.

Introdução

Um dos grandes desafios do ensino e da aprendizagem da matemática escolar reside no processo de formação de conceitos. Percebe-se que em várias ocasiões as definições matemáticas e suas aplicações são requeridas, a partir do domínio conceitual, e elas são simplesmente memorizadas pelos estudantes, sem o entendimento de seus potenciais significados. Isso se dá, dentre vários fatores, porque muitas vezes o significado que o estudante constrói em sala de aula não é o mesmo vivenciado em outros contextos, tornando a matemática como algo distante da realidade. Nesta direção, um dos desafios da Educação Matemática é construir condições para a compreensão das características essenciais dos conceitos matemáticos vivenciados pelos estudantes em sua formação na Educação Básica.

Sob a perspectiva do que foi dito, a Teoria dos Campos Conceituais. desenvolvida por Vergnaud (1983; 1988; 1991; 1994; 1996; 2009) tem como um dos seus objetivos repensar as condições da aprendizagem conceitual, de forma que ela se torne mais acessível à compreensão do estudante.

Vergnaud (1988; 2009) propõe uma teoria sobre a conceitualização de forma a possibilitar o estudo das filiações e das rupturas entre os saberes, levando em consideração as ações realizadas e compreendidas pelo estudante. Trata-se de uma teoria cognitivista, que se ocupa do estudo e da análise do processo de aquisição do conhecimento, partindo do princípio de que os estudantes constroem conhecimento à medida que pensam sobre o tema abordado, vivenciando diferentes situações e, sobretudo, quando são capazes de estabelecer relações com os invariantes operatórios[1] e suas distintas possibilidades de representações. Para este teórico o conhecimento significa o saber fazer (forma operatória), que pode ser observado por meio da ação, por meio da linguagem, e das habilidades em desenvolvimento na perspectiva de solucionar as situações a que são apresentados, bem como requer o saber explicitar os objetos e suas propriedades, ou seja, a forma predicativa.

Com base nos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais, entendemos que ampliação conceitual, do ponto de vista do desenvolvimento cognitivo depende da diversidade de situações que são propostas ao indivíduo. Desta forma:

> o saber se forma a partir de problemas para resolver, quer dizer, de situações para dominar. [...] Por problema é preciso entender, no sentido amplo que lhe atribui o

[1] Os invariantes operatórios são propriedades, relações que constituem a essência do conceito, ou seja, que podem ser usados para analisar e dominar as situações propostas.

> psicólogo, toda situação na qual é preciso descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, de hipótese e de verificação, para produzir uma solução (VERGANAUD, 1991, p. 52).

Pelo exposto, o conhecimento conceitual, na ótica de Vergnaud, surge a partir de resolução de problemas e está organizado em campos conceituais. Ele define um campo conceitual como "um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamentos, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição" (VERGNAUD, 1988).

Salientamos que um indivíduo não forma um conceito a partir da resolução de um único problema, nem tampouco apenas com problemas semelhantes e de mesma natureza. É necessário que haja uma diversificação das atividades de ensino, de modo que elas permitam que o estudante utilize um dado conceito em situações distintas, conseguindo estabelecer relação entre as partes e o todo de um dado conceito (VERGNAUD, 1983; 1988; 1991; 2009). Isto porque cada situação é constituída por vários conceitos, que estão em uma estreita ligação uns com os outros, e que precisam ser dominados para ser possível chegar a uma solução. Como por exemplo, numa situação de divisão como a que segue: Ana tem 12 bonecas e quer dividi-las igualmente entre suas 4 amigas numa brincadeira. Quantas bonecas cada amiga vai ganhar? Para solucionar esta situação é preciso identificar vários conceitos envolvidos nessa situação: correspondência, cardinalidade, agrupamento, divisão, dentre outros.

Quando o estudante tenta solucionar um problema, ele busca utilizar seus conhecimentos, ou seja, os conceitos já aprendidos dentro de um determinado conteúdo, que poderá ou não ser adequado para a resolução. Desta forma, no processo de ensino e de aprendizagem, os conceitos e as ideias devem ser expostos mediante a apresentação de situações-problema para que, os estudantes desenvolvam estratégias para conseguir resolvê-los (BRASIL, 1997). Nessa ótica, as competências podem ser entendidas como uma combinação de esquemas[2] que os estudantes empregam na organização seus invariantes operatórios para lidar com uma classe de situações.

Disto isto, temos que o livro didático, em todos os níveis de ensino e em específico nos primeiros anos do Ensino Fundamental (1º ciclo: 1º ao 3º ano e 2º ciclo: 4º e 5º ano),

[2] Esquemas são estruturas cognitivas através das quais os indivíduos atuam e se adaptam ao meio, consistindo em uma organização invariante do comportamento que funciona como um elemento que direciona as ações do indivíduo diante de uma dada situação.

pode desempenhar um importante papel na construção de conceitos, pois este recurso, além de contribuir no processo de transposição didática, é uma fonte de referência tanto para os professores em suas práticas pedagógicas, quanto para os estudantes que, geralmente, o tem como única fonte de acesso ao conteúdo a ser estudado. Isso se acentuou no contexto da pandemia da Covid-19 tendo em visto que, sem aulas presenciais e com as dificuldades de interação e mediação entre professores e estudantes, por meio de recursos tecnológicos, o desenvolvimento de atividades matemáticas a serem realizadas por intermédio do livro didático, pelos estudantes, tem sido uma das práticas mais empregadas nas escolas públicas, pelo menos no estado de Pernambuco.

Estudos recentes têm evidenciado a importância de se analisar o livro didático, na ótica dos campos conceituais (LAUTERT et. al., 2015; ARAÚJO; SANTOS, 2016; ARRUDA; BAIER; MELO, 2018; LAUTERT et. al., 2019; SANTOS; SILVA; SILVA, 2019), destacando a relevância sobre a compreensão das diferentes situações-problema, presentes nos livros textos, que os estudantes são convidados a solucionar no contexto escolar, evidenciando sua natureza, complexidade e o que é requerido para sua resolução.

Partindo do pressuposto de que muitos professores de matemática do Ensino Fundamental fizeram do livro didático o carro chefe de suas práticas de ensino, neste período pandêmico que atravessamos, o presente trabalho objetiva discutir como são apresentadas atividades de estruturas multiplicativas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos livros de uma coleção didática de matemática.

O campo conceitual multiplicativo

O Campo Conceitual Multiplicativo, ou as estruturas multiplicativas, como muitas vezes é denominado, é retratado por Vergnaud (1983; 1988; 1991; 1994; 1996; 2009) como um conjunto de situações em que suas resoluções necessitam de uma operação de multiplicação, divisão ou ainda, a combinação de ambas. Entre vários conceitos presentes neste campo podemos destacar os conceitos de proporção, fração, razão, as funções lineares, a análise dimensional, dentre outros.

Ao contrário do raciocínio aditivo, que se resume nas ideias de unir ou separar objetos e conjuntos, onde o todo é igual à soma das partes, o raciocínio multiplicativo não é algo fácil de lidar, porque assumi formas diferentes e tem três tipos principais de situações distintas: situações de correspondência, situações que envolvem relações entre variáveis e situações de distribuição.

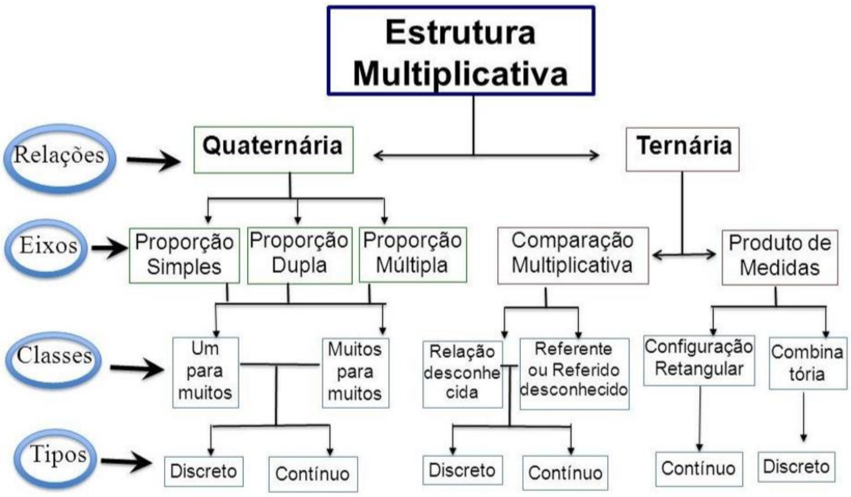
Diante disso, a competência para resolver situações problema deste campo é desenvolvida em um longo período de tempo e para dominar a multiplicação e a divisão, por exemplo, o estudante deve ser capaz de resolver diversos tipos de situações, não basta apenas saber realizar o cálculo numérico ou algorítmico que permeia estes conceitos (VERGANAUD, 1988, 1996, 2009). Porém, muitas das vezes, principalmente em sala de aula, nas muitas atividades em torno deste campo conceitual, só é dada importância à aplicação do algoritmo, tornando o ensino de matemática mecanizado, na base de fórmulas e exercícios padronizados, gerando uma má aprendizagem e uma série de dificuldades para que o estudante desenvolva as habilidades necessárias para o domínio das estruturas multiplicativas.

Sobre as estruturas multiplicativas, Vergnaud (2009, p 239) afirma que:

> Podem-se distinguir duas grandes categorias de relações multiplicativas, assim designando-se as relações que comportam seja uma multiplicação seja uma divisão. A mais importante dentre elas, que é utilizada para introduzir a multiplicação no ensino básico e que forma o tecido da grande maioria dos problemas multiplicativos é uma relação quaternária e não uma relação ternária: por esse fato, ela não é adequadamente representada pela escrita habitual da multiplicação: a x b = c.

Na ótica das categorias das relações multiplicativas, Gitirana et al. (2014) classificou uma grade variedade de situações-problema pertencentes ao Campo Conceitual Multiplicativo. De forma semelhante, diante da amplitude do Campo Conceitual Multiplicativo, Magina, Merlini e Santos (2016) analisaram e propuseram uma releitura das situações multiplicativas descritas por Vergnaud (1983, 1988, 1996, 2009), conforme esquema apresentado na Figura 1, tomado como referência para identificar e discutir os problemas presentes na coleção de livros didáticos analisada.

Figura 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Magina, Merlini e Santos (2016, p. 69)

De acordo com a releitura proposta por Magina, Merlini e Santos (2016), as situações que compõe o campo conceitual multiplicativo partem de dois tipos de relações, quaternárias e ternárias, que estão organizadas em eixos, classes e os tipos de grandezas envolvidas.

Segundo Vergnaud (2009, p.253), a primeira grande forma da relação multiplicativa que compreendemos se estabelece a partir de uma relação quaternária, que interliga quatro quantidades, nas quais duas quantidades são medidas de um tipo de grandeza e as outras duas são medidas de outro tipo de grandeza. Já as relações ternárias serão estabelecidas a partir de "três quantidades, das quais uma é o produto das outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional."

Conforme descrito por Lautert et. al. (2019), esta classificação e releitura é referente a problemas prototípicos, existindo a possibilidade de serem criadas extensões que se derivam de cada um desses tipos de problemas.

Percurso metodológico

Nesta investigação buscamos analisar a coleção de matemática, para os anos iniciais do Ensino Fundamental, mais adotada nas escolas públicas no estado de Pernambuco no ano de 2020, tendo como referência consultas realizadas às gerências regionais de educação das macrorregiões do estado, a partir do Plano Nacional do Livro Didático - PNLD 2019-2022[3].

[3] Dados do referido PNLD estão disponíveis em https://www.edocente.com.br/pnld/2019/, acessado em 02 de junho de 2020.

Nesta direção, a coleção selecionada foi a Ápis (1º, 2º, 3º, 4º e 5º anos), autor Luiz Roberto Dante, Editora Ática.

Procedimentos e os parâmetros de análise

Uma vez selecionada a coleção (Ápis) e de posse dos volumes referentes a cada um dos cinco anos iniciais do Ensino Fundamental, primeiramente mapeamos todas as atividades matemáticas de cada um dos volumes, identificando-as como exercícios ou situações problema que poderiam ou não requer as operações de multiplicação e divisão para a sua solução. Atividades matemáticas são entendidas no presente estudo como um conjunto de tarefas dedicadas ao desenvolvimento de ideias e propriedades pertencentes a um conceito matemático particular. Nesta direção, os exercícios são atividades em que questões são resolvidas por meio de um algoritmo que forneça facilmente a resposta desejada (DANTE, 2000) e que o estudante não precisa decidir sobre o procedimento a ser utilizado para se chegar à solução (POZO, 1998). Já as situações-problema referem-se às "situações que tornam os conceitos significativos para o indivíduo, mobilizando um conjunto de operações e representações para sua resolução" (SPINILLO et. al., 2017, p. 930). A seguir serão apresentados dois exemplos de atividades matemáticas, sendo um exercício (Figura 2) e uma situação problema (Figura 3).

Figura 2: Exemplo de Exercício

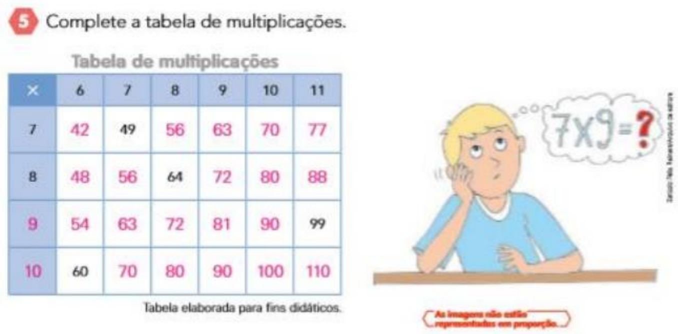

5 Complete a tabela de multiplicações.

Tabela de multiplicações

×	6	7	8	9	10	11
7	42	49	56	63	70	77
8	48	56	64	72	80	88
9	54	63	72	81	90	99
10	60	70	80	90	100	110

Tabela elaborada para fins didáticos.

Fonte: Ápis - 5º ano (DANTE, 2019, p.82)

A Figura 2 ilustra um exemplo de exercício presente no livro do 5º ano da Coleção Ápis, em que é requerido do estudante apenas o pensamento algoritmo para a resolução da atividade. Já a Figura 3 ilustra um exemplo de situação-problema, não multiplicativa, presente no livro do 4º ano da Coleção Ápis, em que há um contexto de uma situação, com significado para os pares numéricos, sendo requerido de o estudante pensar sobre a situação antes de realizar a operação para a resolução da atividade.

Figura 3: Exemplo de Situação-Problema

c) Augusto comprou 1 par de tênis por R$ 96,00 e 1 camiseta por R$ 32,00. No total ele gastou cerca de

Fonte: Ápis - 4º ano (DANTE, 2019, p.130)

As situações-problema foram analisadas e classificadas como situações multiplicativas (onde é requerida uma operação de multiplicação, de divisão ou a combinação de ambas para sua resolução) e situações não multiplicativas (situações pertencentes ao outro campo conceitual que não seja o multiplicativo).

Ressalta-se que nessa investigação, apenas as situações problema de estrutura multiplicativa foram analisadas e classificadas, com base na classificação proposta por Magina, Merlini e Santos (2016): relações quaternárias ou ternárias; eixo proporção simples, dupla ou múltipla (das classes um para muitos ou muitos para muitos); comparação multiplicativa (das classes referente/referido desconhecido ou relação desconhecida); produto de medidas (das classes de combinatória ou de configuração retangular), conforme o exemplo apresentado na Figura 4.

Figura 4: Exemplo de Classificação de Situação-Problema Multiplicativa

3 NÚMERO DE POSSIBILIDADES

Uma lanchonete oferece 3 tipos de lanche no pão de fôrma (queijo, frango e patê de berinjela) e 4 tipos de suco de fruta (laranja, uva, morango e acerola).

a) Quantas são as possibilidades de escolha de 1 lanche e 1 suco? 12 possibilidades.

Lanche de queijo e suco de laranja.

Classificação
Relação: ternária; eixo: produto de medidas; classe: combinatória

Fonte: Ápis - 5º ano (DANTE, 2019, p.81)

O levantamento das atividades matemáticas, de cada volume da coleção, foi realizado por dois juízes independentes e a análise das situações problema de estruturas multiplicativas foi realizada por meio de discussão entre três juízes, até o consenso ser obtido.

Resultados e discussões

A primeira análise verificou se atividades matemáticas propostas na coleção eram situações-problema ou exercícios. Foram identificadas na coleção, 5.266 atividades matemáticas, sendo 2.493 (47.34 %) situações-problema e 2773 (52.66%) exercícios.

Uma análise mais minuciosa para as atividades propostas em cada volume da coleção revela que apenas 11%, no geral, das situações-problema propostas na coleção são multiplicativas, conforme ilustrado na Tabela 1.

Tabela 1: Frequência e percentual das atividades da coleção

	Situação não multiplicativa	Situação multiplicativa	Exercícios
1º ano (n= 749)	**590** (79%)	**0** (0%)	**159** (21%)
2º ano (n=819)	**148** (18%)	**31** (4%)	**640** (78%)
3º ano (n=908)	**232** (26%)	**76** (8%)	**600** (66%)
4º ano (n=1382)	**525** (38%)	**178** (13%)	**679** (49%)
5º ano (n=1408)	**530** (38%)	**183** (13%)	**695** (49%)
Total (n= 5.266)	**2.025** **(38%)**	**468** **(9%)**	**2773** **(53%)**

Nota: n corresponde ao número de atividades classificadas em cada ano da coleção

Fonte: Elaborada pelos autores

Com relação às situações-problema de estrutura multiplicativa, foram identificados 468 (9%) problemas, a partir do livro do 2º ano (4%), que progressivamente aumentam de volume nos livros referentes aos anos posteriores: 8% no livro do 3º ano e 13% nos livros do 4º e 5º anos. Esta constituição da coleção vai ao encontro das recomendações dos documentos oficiais para o currículo de matemática nos anos iniciais (BRASIL, 2018), em que os conceitos de multiplicação e divisão devem ser explorados a partir do 2º ano e progredirem paulatinamente a cada ano. Porém, é tratada de forma muito restrita quanto à aprendizagem conceitual, quando comparamos ao volume de exercícios, se considerarmos que as situações tornam o conceito mais significativo.

O desenvolvimento de competências e habilidades, a partir das atividades matemáticas propostas a cada volume da coleção, aponta para a prevalência do raciocínio algorítmico por intermédio de exercícios (53%), em que o estudante não precisa decidir sobre que procedimentos devem ser utilizados na solução e sim aplicá-los a partir das atividades propostas, como indicam os estudos de Pozo (1998) e Dante (2000).

O segundo nível de análise realizada foi verificar quais tipos de situações problema multiplicativas são propostas nos cinco volumes da coleção de acordo com a classificação proposta por Magina, Merlini e Santos (2016), conforme ilustrado na Tabela 2.

Tabela 2: Frequência e o percentual das situações problema multiplicativas apresentadas na Coleção Ápis.

Situações Multiplicativas									
Relação Quaternária 317 (67,74%)						Relação Ternária 151 (32,26%)			
Proporção Simples		Proporção Dupla		Proporção Múltipla		Comparação Multiplicativa		Produto de Medidas	
314 (99,05%)		3 (0,95%)		0 (0%)		47 (31,13%)		104 (68,87%)	
Um para muitos	Muitos para muitos	Um para muitos	Muitos para muitos	Um para muitos	Muitos para muitos	Referente\ Referido desconhecido	Relação desconhecida	Configuração retangular	Combinatória
265 (84,39%)	49 (15,61%)	3 (100%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	15 (31,91%)	32 (68,09%)	17 (16,35%)	87 (83,65%)

Fonte: Elaborada pelos autores

No geral, observa-se que na coleção, a ênfase é dada às situações de relação quaternária (67.74%), que abordam em quase sua totalidade o eixo proporção simples (99.05%). Como aponta Vergnaud (2009), essa é a primeira e mais comum forma da relação multiplicativa trabalhada na escola e, possivelmente, por isso ela esteja tão presente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo muitas vezes adotada como situação prototípica para a sala de aula, conforme os estudos de Lautert et. al. (2019) e Magina, Merlini e Santos (2016).

Apesar de poucas, três situações no livro do 5º ano (0.95%) exploram o eixo da proporção dupla (situações que envolvem uma relação de proporcionalidade com, pelo menos, três grandezas de diferentes naturezas). Comumente os livros didáticos apresentam as situações problema de proporção dupla ou múltipla apenas nos volumes referentes aos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) como um pensamento proporcional atrelado ao algoritmo da "regra de três", explorando as grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Ainda com relação às situações-problema de relação quaternária, o foco é dado à classe um para muitos, tanto na proporção simples (84.39%) quanto nas três situações de proporção dupla (100%). Problemas de correspondência um para muitos dizem respeito às situações em que a relação entre as grandezas está explicitada a partir de uma unidade das medidas envolvidas na situação, como no exemplo: Um pacote contém 5 chocolates, quanto chocolates terei em sete pacotes iguais a este?

Pressupomos que, por estar mais presente em situações cotidianas, a situação da classe um para muitos pode facilitar a compreensão da estrutura da situação-problema e, por isso é mais comum explorá-la. Por outro lado, abordar prioritariamente este tipo de problema pode favorecer a percepção errônea de que problemas multiplicativos de proporção simples possuem natureza ternária. Isso porque a quantidade unitária pode ser desconsiderada no cálculo da resolução, já que o um (número cardinal) é o elemento neutro da multiplicação.

Sobre as situações problema de relação ternária, no geral, o eixo produto de medidas é mais explorado (68.87%), com ênfase nos problemas de combinatória (83.65%). Esse dado vai de encontro aos achados de Gitirana et al (2014), que apontam ser mais comum nos anos iniciais os problemas de comparação multiplicativa, quanto ao eixo de relação ternária, pelo ao fato destas situações serem prototípicas da multiplicação (utilizando a estrutura a x b = c) e de fácil solução quando pensamos em problemas multiplicativos.

Com relação às situações-problema de comparação multiplicativa (31.13%), o enfoque é dado à relação desconhecida (68.09%), explorando situações referentes a expressões apontadas como "chave" nestas situações: 'dobro', 'triplo' ou 'vezes mais'. Esses dados corroboram o estudo de Magina, Merlini e Santos (2016) que indicam a presença marcante dessas expressões em problemas dessa natureza no Ensino Fundamental.

Todos os problemas de configuração retangular (16.35%) identificados e analisados são situações prototípicas em que aparecem duas dimensões (comprimento e largura) e é solicitada a medida da área.

Considerações finais

Os resultados desta investigação indicam que as atividades matemáticas de estrutura multiplicativa, nos livros didáticos analisados, aparecem com maior frequência sobre a forma de exercícios que privilegiam o pensamento algorítmico.

No que se refere aos tipos de problemas envolvendo as situações multiplicativas, a investigação revelou que a maioria das atividades envolvendo esse campo conceitual se concentra nos problemas de relação quaternária, do eixo proporção simples e da classe um para muitos. As situações-problema de relação ternária dão ênfase ao eixo produto de medidas e a classe combinatória.

Uma das funções da matemática na Educação Básica é desenvolver no estudante a compreensão dos conceitos abordados e dar significado às operações a partir destes conceitos. No entanto, ao se concentrar as atividades matemáticas apenas na aplicação do algoritmo e propriedades, a depender da atuação do professor, os estudantes poderão não refletir sobre as relações entre as grandezas e variáveis envolvidas, preocupando-se unicamente no registro automático.

Partindo do pressuposto de que os livros didáticos têm papel fundamental no currículo adotado nas escolas e que as situações-problema neles propostas são importantes na formação dos conceitos matemáticos, é pertinente promover um maior conhecimento por parte do professor a respeito da natureza dos problemas que ele apresenta a seus estudantes em sala de aula.

Referências

ARAÚJO, A. F. Q.; SANTOS, E M. Análise do conceito de divisão em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental. In: Anais do XII… São Paulo, SBEM, 2016.

ARRUDA; E. J.; BAIER, G. C. M.; MELO, V. T. S. Análise em livros didáticos da alfabetização matemática com ênfase no conceito de divisão, na ótica da teoria dos campos conceituas. **Anais V CONEDU**... Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/46331>

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: **Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

Brasil. Ministério da Educação **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base.** Brasília, DF: MEC, 2018.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática: 1ª a 5ª séries para estudantes do curso de Magistério e professores do 1º grau**. 12. ed. São Paulo: Editora Ática, 2000.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando Multiplicação e Divisão**. Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM Editora, 2014.

LAUTERT, S. L.; BORBA, R. E. S. R. ; SPINILLO, A. G.; SILVA, J. F. G. . Noções Introdutórias das estruturas multiplicativas em livros didáticos do ciclo de alfabetização. In: **4o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Ilhéus. 2015.

LAUTERT, S. L.; BORBA, R. E.; SPINILLO, A. G.; FERREIRA, J. F. G.; SANTOS, E. M. What multiplicative situations are proposed in Brazilian textbooks for the first years of primary school? In: GRAVEN, M.; VENKAT, H; ESSIEN, A; VALE, P. (Eds.). **Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 4, p.159). Pretoria, South África, 2019.

MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera; SANTOS, Aparecido dos. A Estrutura Multiplicativa à luz de Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO-FILHO, Aires e cols. **Matemática, Cultura e Tecnologia**: Perspectivas internacionais. Curitiba: CRV Editora, 2016.

POZO, J. I. **A solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SANTOS, E. M., SILVA, M. C. N.; SILVA, S. C. A abordagem de proporção simples em um livro didático de matemática na ótica do campo conceitual multiplicativo. **Revista Aquila**. v. 21, n. 9, p. 153-165, 2019.

SPINILLO, A. G., LAUTERT, S. L., BORBA, R. E., SANTOS, E. M.; SILVA, J. F. G. Formulação de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa por professores do ensino fundamental. **Bolema**. 59(31), p. 928-946, 2017.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983, p. 127-174.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. In: HIEBERT, H; BEHR, M. (Eds). **Research agenda in Mathematics education**: number and operations in middle grades. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988, p. 141-161.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad**: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primária. México: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In: GUERSHON, H. e CONFREY, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany, N.Y.: State University of New York Press, p. 41-59, 1994.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: J. Brun. (Ed.), **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-191, 1996.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

GT 10 - Modelagem Matemática

A Práxis na Elaboração de Atividades de Modelagem

The Praxis in the Elaboration of Modeling Activities

Ana Paula dos Santos Malheiros
UNESP
paula.malheiros@unesp.br

Lahis Braga Souza
UNESP
bragalahis@gmail.com

Régis Forner
SEDUC-SP
regisforner@uol.com.br

Resumo
Este artigo trata da análise do papel da práxis na elaboração de uma atividade de Modelagem no contexto da formação continuada, realizada de forma remota. Seu objetivo é investigar como a elaboração de uma atividade de Modelagem, com ênfase na práxis, pode contribuir para a formação dos professores em Modelagem. Amparados no legado de Paulo Freire e em uma abordagem qualitativa, trouxemos algumas discussões que se deram em dois momentos de elaboração de uma atividade com viés na Modelagem, um no início do curso, quando pouco se sabia sobre Modelagem, e outro mais ao final, depois de momentos de leituras e de diálogos quanto à utilização dessa abordagem em sala de aula. A partir da análise dos dados, percebemos que a insegurança e as concepções pedagógicas ancoradas na educação bancária ainda influenciam muito a prática docente, mas que a práxis, que se constitui na indissociabilidade entre teoria e prática, pode ser uma possibilidade de reversão desse quadro e deve permear todas as ações de formação permanente, oferecendo espaços de reflexão crítica por parte de professores e alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação Permanente. Paulo Freire. Modelagem Matemática.

Abstract
This paper deals with the analysis of the role of praxis in the elaboration of a Modeling activity in the context of continuing formation, held remotely. Its objective is to investigate how the elaboration of a Modeling activity, with an emphasis on praxis, can contribute to the formation of teachers in Modeling. Supported by Paulo Freire's legacy and a qualitative approach, we brought some discussions that took place in two stages of elaboration of an activity with a bias in Modeling, one at the beginning of the course, when little was known about Modeling, and another later, after moments of readings and dialogues regarding the use of this approach in the classroom. From the data analysis, we realized that insecurity and pedagogical concepts anchored in banking education still greatly influence teaching practice, but that praxis, which constitutes the inseparability of theory and practice, can be a possibility of reversing this situation and it must permeate all permanent formation actions, offering spaces for critical reflection for teachers and students.

Keywords: Mathematical Education. Permanent Formation. Paulo Freire. Mathematical Modeling.

Introdução

O cenário de contenção à pandemia de Covid-19, decretada em março de 2020, demandou, na educação, sobremaneira esforços dos professores no sentido de redimensionarem suas práticas docentes. Esse processo, além de trazer muito medo e angústia a todos, gerou um movimento de repensar situações e elaborar ações que garantissem que a docência ocorresse da melhor forma possível. Esse panorama delicado e caótico demandou muitas adaptações e replanejamentos, fazendo com que houvesse a necessidade de um repensar na educação e no quefazer do professor.

Neste contexto de ressignificações de práticas docentes, a primeira autora deste texto, que, por muito tempo, ministra formações em Modelagem para professores de Matemática na modalidade presencial e que havia se comprometido em oferecê-la para o curso de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho", campus de Rio Claro, no ano de 2020, viu-se desafiada a reinventar as atividades que desenvolvia e, com isso, repensar a forma como tal disciplina poderia ser proposta. Para isso, remeteu-se aos primórdios da Modelagem no Brasil, que, a partir da década de 1980, difundiu-se por meio de cursos para professores, evidenciando um caráter prático (FILLOS, 2019). Nesses cursos, pouco se teorizava sobre a Modelagem, pois o que se pretendia era divulgá-la como uma abordagem para contribuir com o ensino da Matemática.

Desenvolver uma disciplina com viés prático e preocupada com a formação de professores, a nosso ver, pode estar relacionado ao conceito de práxis freireana. Para Freire (2020), o homem não pode ser compreendido fora de suas relações com o mundo, pois é um ser da práxis, da ação e da reflexão. Para ele, a práxis não é ativismo, nem palavras vazias (FREIRE, 2019a, p. 52), e sim "reflexão e ação dos homens sobre o mundo para transformá-lo".

Para nós, tal relação se dá na medida em que a elaboração de atividades, em uma perspectiva de práxis freireana, busca a mudança, a transformação, para além de um desenvolvimento burocrático. Tal perspectiva foi o que inspirou o desenvolvimento da disciplina, mas, em particular, de uma das atividades, que será descrita e discutida neste artigo. Aqui temos o objetivo investigar como a elaboração de uma atividade de Modelagem, com ênfase na práxis, pode contribuir para a formação dos professores em Modelagem. Para tanto, na sequência, serão expostos aspectos teóricos sobre a Modelagem e a práxis em Freire, com viés na formação de professores. Posteriormente, serão apresentados o contexto e a metodologia da pesquisa para, então, discutirmos sobre a atividade e sua análise. Para finalizar, traremos nossas considerações.

Formação de professores em Modelagem e a práxis em Freire

Pesquisas a respeito da formação de professores em Modelagem têm sido realizadas por diferentes autores em nossa comunidade. Apesar dos estudos, a Modelagem pouco tem chegado às salas de aula da Educação Básica. Os motivos para tal fato são diversos, entre eles estão as condições e as obrigações de trabalho do docente e a formação dos professores (MALHEIROS; SOUZA; FORNER, 2021). Para Klüber e Tambarussi (2017, p. 413), a utilização da Modelagem "exige que práticas pedagógicas e formativas sejam reestruturadas, isto é, se faz necessário que o professor assuma uma atitude diferenciada daquela exigida quando o trabalho está pautado em exposição do conteúdo e na mera resolução de exercícios". Nessa mesma direção, para Burak e Zontini (2020), a racionalidade técnica ainda está bastante presente nos cursos de formação de professores, nos quais o docente deve reproduzir o conhecimento que adquiriu na formação a respeito de regras científicas ou pedagógicas. Concordamos com os autores ao advogarem que se faz necessário adotar a "racionalidade crítica como orientadora da formação humana." (BURAK; ZONTINI, 2020, p. 5).

Para isso, entendemos que a formação de professor em Modelagem Matemática deve ser ancorada na práxis, em um processo dialético de ação e reflexão, contemplando diferentes realidades das salas de aula. Assim, compreendemos que a formação de professores em Modelagem deve propiciar que os docentes tenham entendimento a respeito das possibilidades dessa abordagem pedagógica e segurança quanto ao uso das atividades em suas aulas (FORNER; MALHEIROS, 2020). Além disso, a formação do professor não deve considerar as escolas como se fossem todas iguais e ignorar a heterogeneidade presente em cada uma delas, ocasionada pelas relações criadas entre os sujeitos que a compõe, o que torna cada escola única, e sim partir das especificidades de cada contexto escolar (MALHEIROS; FORNER; SOUZA, 2020).

Inspirados em Paulo Freire, concebemos que a formação docente deve ocorrer de forma contínua, o que ele denominava de formação permanente (FREIRE, 2019b). Para ele, "ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma, como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática." (FREIRE, 2019b, p. 112). O autor, em seu legado, faz uso desse termo por entender que o ser humano se encontra em construção, ou seja, inacabado e em busca pela completude.

Freire (2016, p. 124) conceituou o inacabamento como um "permanente processo de busca e de reinvenção do próprio mundo e de si mesmo.". Porto e Lima (2016, p. 199), a partir do legado de Paulo Freire, entendem que a formação permanente apresenta um olhar diferenciado sobre a formação de professores, pois ela "é pensada na coletividade levando em consideração a realidade, considerando os/as professores/as enquanto sujeitos no processo de formação, desconstruindo a visão das formações como pacotes". O processo pedagógico deve ocorrer de forma colaborativa, por meio do diálogo permanente entre a teoria e a prática, de modo a evidenciar seu caráter intrínseco e considerar o vivenciado nas salas de aula dos professores (FREIRE, 2011). Apoiados em Freire (2011, p. 220), entendemos que "separada da prática, a teoria é puro verbalismo inoperante; desvinculada da teoria, a prática é ativismo cego. Por isso mesmo é que não há práxis autêntica fora da unidade dialética ação reflexão, prática teoria."

Diante do exposto, compreendemos que formar os professores em Modelagem é apresentá-los a vivências e reflexões acerca das diferentes possibilidades do trabalho com ela em sala de aula, em um movimento de práxis. Não acreditamos que exista uma única forma de a Modelagem estar presente nas salas de aula, e é fundamental discutir isso ao trabalhar com a formação de professores. Assim, partindo do que entendemos acerca da formação de professores em Modelagem, ou seja, de nossa concepção de que ela deve ser permanente e ancorada na práxis, é que a atividade aqui descrita e analisada foi elaborada e conduzida.

Contexto e metodologia

A atividade aqui apresentada foi desenvolvida em uma disciplina de Modelagem em Educação Matemática, ministrada em 13 encontros síncronos para 21 mestrandos e doutorandos, professores de Matemática de diferentes níveis de ensino, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho". Tal disciplina tem duração de um semestre, com carga horária de 90 horas/aula; um de seus objetivos é investigar as possibilidades e os desafios do trabalho em sala de aula com Modelagem no contexto da Educação Básica e/ou do Ensino Superior.

Diante desse objetivo e da necessidade de realização da disciplina totalmente a distância[1], algumas de suas dinâmicas foram pensadas para esse contexto, considerando a experiência da docente em atividades nesse modelo educacional, inclusive com a Modelagem (MALHEIROS, 2008). Assim, ela foi pensada para que houvesse diálogo, interação e colaboração em todos os momentos.

Tendo em vista o contexto da pesquisa e seu objetivo, a metodologia utilizada foi qualitativa, pois seu caráter é interpretativo, a natureza de seus dados é predominantemente descritiva, a preocupação com o processo foi maior do que com o produto, além de a busca pelo "significado" que os participantes da pesquisa atribuíram ao que foi desenvolvido ter sido nosso foco principal (YIN, 2016). A atividade aqui analisada, que será apresentada na seção seguinte, foi realizada em dois momentos distintos da disciplina. Para o desenvolvimento do estudo, os dados utilizados foram as gravações das aulas nas quais a atividade foi desenvolvida, bem como documentos postados no *Google Classroom* e as interações feitas por meio do ambiente. Esses dados foram triangulados (YIN, 2016) com o intuito de compreender o fenômeno em estudo.

Para a análise, inspiramo-nos nas fases descritas por Yin (2016). Primeiro, os dados foram compilados. Na sequência, foi realizada a decomposição e a sistematização deles para organizá-los a partir de ideias que foram apresentadas e debatidas e que convergiam para o objetivo da investigação. Posteriormente, eles foram reorganizados a partir de determinados padrões emergentes. Em seguida, foram interpretados. De acordo com Yin (2016, p. 168), as fases "não se encaixam em uma sequência linear, mas possuem relações recursivas e iterativas", o que aconteceu ao longo de nosso processo de análise.

A atividade: desenvolvimento e discussões

A atividade aqui descrita foi desenvolvida em dois momentos da disciplina e contou com ações síncronas e assíncronas. No primeiro dia de aula, foi feita a apresentação dos estudantes e da professora, além da exibição da proposta da disciplina, que tinha como mote a ideia de que "a educação autêntica [...] não se faz de A para B ou de A sobre B, mas de A *com* B, mediatizados pelo mundo." (FREIRE, 2019a, p. 116, grifos do autor). Também foi

[1]A disciplina teve encontros síncronos semanais, por meio do *Google Meet*, e foi utilizado o *Google Classroom* para a organização dos materiais para as aulas, assim como para a entrega das atividades previstas durante a disciplina, além da interação com a docente por intermédio do *e-mail* e do *Classroom*.

evidenciado que a disciplina seria baseada na práxis (FREIRE, 2019a), ou seja, não seria uma disciplina puramente teórica ou apenas prática. O processo contínuo de ação e reflexão, a partir de ações práticas e reflexões a partir da teoria, estaria presente em todos os momentos.

Após a apresentação, foi proposta uma atividade para os participantes. Eles assistiram ao vídeo[2] “Se Somente 100 Pessoas Vivessem na Terra...”. Esse vídeo descreve, na forma de ilustrações, como seria a distribuição das pessoas no planeta Terra se apenas 100 pessoas o habitassem, considerando a divisão por gênero, a distribuição em continentes, religiões, renda, acesso à água e internet, entre outros aspectos. É um vídeo curto, com 2 minutos e 39 segundos, que permite muitas reflexões e discussões.

Na sequência, foi feito um debate sobre as impressões acerca desse material, e os estudantes evidenciaram o que chamou mais a atenção. Em seguida, a docente responsável fez a seguinte pergunta: “*Por que que eu trouxe esse vídeo hoje, na nossa primeira aula de uma disciplina de Modelagem em Educação Matemática?*” Os educandos apresentaram diferentes respostas, por exemplo: “*porque os dados coletados representam a realidade e podem ser utilizados na Modelagem*” (Luiza[3]); “*para evidenciar os impactos dos modelos na democracia*” (Arthur); “*para mostrar que a Modelagem parte da prática para a teoria*” (Cris). Tais respostas, assim como as demais, foram debatidas, questionadas e problematizadas.

Posteriormente a esse momento de diálogo, a docente retomou seus questionamentos: “*Que problemas, que situações-problema eu posso elaborar a partir desse vídeo, sendo o vídeo uma inspiração?*”. Situação-problema aqui é entendida como em Barbosa (2009), ou seja, deve ser um problema para os alunos, deve ter referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou em outras áreas científicas que não a Matemática. A professora da disciplina salientou que não era necessário que o problema envolvesse “o vídeo inteiro”, mas indicou que ele deveria orientar ou inspirar na sua formulação. Solicitou que eles pensassem sobre uma situação-problema que pudesse ser levada para as aulas de Matemática. A ideia, com essa etapa da atividade, era que as propostas elaboradas pelos se tornassem atividades de

---
[2] Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=tZgsGyD_hJ0&t=3s. Acesso em: 2 maio 2021.
[3] Os nomes utilizados são fictícios, de modo a preservar a identidade dos estudantes.

Modelagem a partir das discussões que aconteceriam na disciplina, visto que ela não se encerraria ali.

Depois de um tempo que a docente deixou para os estudantes, durante o encontro síncrono, eles foram questionados sobre as situações-problema. Beto, por exemplo, mencionou que trabalharia com porcentagem e regra de três e com os dados em escala mundial. Cássia disse que problematizaria a distribuição de renda mundial a partir da utilização de dinheiro de brinquedo com seus estudantes do sexto ano. Outros alunos mencionaram suas ideias, que podem ser divididas em dois blocos: aqueles que pensaram em um conteúdo e como utilizá-lo, sendo o vídeo uma possibilidade para a contextualização, e outros que se voltaram para temas que consideram importantes para a discussão em sala de aula. Entretanto, nenhum dos estudantes apresentou uma situação-problema. Eles expuseram ideias. Como nem todos falaram, a docente solicitou que eles postassem no *Classroom* a atividade até o segundo encontro da disciplina.

Dos 21 alunos matriculados, 20 postaram a atividade proposta. Uma parte dos alunos elaborou situações bastante genéricas, como a de Felipe (Figura 1).

Figura 1: Situação-problema elaborada por Felipe

Atividade 1 - Se somente 100 pessoas vivessem na terra...

A proposta seria trabalhar com o **Ensino Médio**. O vídeo poderia ser apresentado inicialmente mostrando alguns dados e colocando questionamentos para ver como os estudantes compreenderam o vídeo relacionando com a ideia de porcentagem. Em um segundo momento, poderíamos dizer sobre alguns dados que não são produzidos e pela invisibilidade de alguns grupos, como a comunidade LGBT+ e pessoas em situação de extrema pobreza, que muitas vezes não tem acesso a bens e serviços por serem "invisíveis" na sociedade.

Na sequência, poderíamos assistir ao vídeo "Invisíveis para o governo, brasileiros sem documentos levam vida cheia de privações", disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=6LGkdEliPU4&t=602s. Na sequência, poderíamos olhar para as questões que são apresentadas no vídeo como acesso à saúde pública ou privada, saneamento básico, energia elétrica, comida (fome) e levantar dados a nível nacional, regional e local para estabelecer uma reflexão de como estas questões são relativas ao local em que as pessoas se encontram, a que camada socioeconômica da sociedade pertencem e aos grupos que fazem parte.

Uma discussão posterior poderia ser sobre a expectativa de vida. Os alunos lançariam um olhar sobre as variáveis que influenciam neste aspecto e pensariam no que ela representa para um grupo e, porque, apesar de sermos todos humanos, a expectativa de vida pode ser tão diferente.

Fonte: Acervo da pesquisa.

Outras situações elaboradas podem, em alguns casos, assimilar-se às encontradas em livros didáticos, como a da Figura 2:

Figura 2: Situação-problema elaborada por Arthur

Situação Problema:

Segundo o vídeo "Se somente 100 pessoas vivessem na terra", caso tivéssemos esse cenário, 99% delas teria condições de alimentação que não acarretassem em morte e uma delas estaria morrendo de fome, isto é, em situação gravíssima de desnutrição. Considerando que essas pessoas do vídeo são uma amostra da população mundial, isto é, um subconjunto dessa segunda, indique quantas pessoas dentre as que **não estão** em situação gravíssima de desnutrição deveriam ser retiradas da amostra para que o percentual de pessoas nessa condição seja igual a 98%.

Fonte: Acervo da pesquisa.

Todas as atividades postadas receberam retornos na forma de comentários e perguntas que mencionavam a Modelagem, em um movimento de provocar a reflexão do que havia sido realizado pelos participantes da disciplina. Por exemplo, na atividade de Felipe, a docente escreveu:

> *gostei muito da proposta e da temática, muito boa mesmo. Para mim, só não ficou claro como seria a problematização das situações. Haveria pesquisas, por exemplo? Eles delimitariam grupos para abordar (por exemplo, LGBT+, pessoas em situação de rua, extrema pobreza, não sei se é a mesma coisa de situação de rua, mas acho que não, etc.)? Eles elaborariam problemas? Situações-problema a partir dos vídeos? E sobre a expectativa de vida? Como imagina chegar a essa discussão? São questões apenas para você pensar.*

Na atividade elaborada por Arthur, a docente escreveu "*achei sua proposta um tanto quanto interessante. Para mim, está mais para a proposta de um problema, dentro da perspectiva da resolução de problemas, do que de Modelagem. Mas é muito bom, a ideia é ótima. O que 'falta' para ser Modelagem? Pense nisso!*" Em outra atividade, a docente comentou: *"Muito boa sua atividade. Gostei muito! A pergunta que fica é: você acha que essa atividade é de Modelagem? Se sim, por quê? Se não, por quê? Pense nisso."* A ideia era que os estudantes pensassem sobre o que eles haviam elaborado, considerando o que sabiam, *a priori*, sobre a Modelagem, e refletissem sobre ela a partir do que vivenciariam na disciplina. Não foi mencionado aos estudantes, de forma explícita, que haveria um segundo momento de desenvolvimento da atividade elaborada por eles, ou seja, que eles a retomariam.

Nas aulas seguintes, foram realizadas leituras e discussões a respeito de Modelagem Matemática a partir tanto de textos teóricos quanto de outros que apresentam atividades. Além disso, os discentes puderam vivenciar na prática a Modelagem, pois desenvolveram, ao longo de todo o semestre, um projeto de Modelagem em grupos, a partir de temas escolhidos por eles.

Após as experiências com a Modelagem proporcionadas na disciplina, no oitavo encontro síncrono foi explicado aos estudantes que eles deveriam retomar a atividade da primeira aula, isto é, a situação-problema elaborada por eles, modificá-la e adaptá-la para a tornar uma atividade de Modelagem. Foi solicitado que a enviassem até o próximo encontro, no qual seria discutida essa experiência.

Os estudantes postaram suas novas atividades, que na maior parte constituiu de propostas mais abertas, próximo ao que denominamos *Caso 3* (BARBOSA, 2009). Para nós, isso se deve à natureza do vídeo proposto, que abarca uma gama de temáticas possíveis de serem trabalhadas em sala de aula por meio da Modelagem. Alguns estudantes elaboraram situações-problema mais específicas, por exemplo: “Como aumentar o estoque de bolsas de sangue do Hemorio[4]?” (Cris) ou “Investigar sobre o acesso (ou a dificuldade de) à água limpa pelos moradores do estado do Rio Grande do Norte (RN)” (Luiza). Porém, para nós, o mais interessante da atividade foi a discussão que aconteceu ao longo do nono encontro síncrono da disciplina.

Quando se perguntou sobre a experiência de revisitar uma atividade já elaborada, Silvia relatou que sentiu bastante diferença entre a primeira e a segunda versão de sua proposta. Na primeira, ela “*ficou muito presa em sala de aula*”, no sentido de que todas as ações que previu para serem desenvolvidas pelos estudantes deveriam ser realizadas nesse espaço. Na segunda, ela propôs que os estudantes fossem para suas comunidades em busca de dados. Cris afirmou, ao revisitar a atividade que elaborou, que sua maior dúvida era: “*até onde eu posso ir enquanto professora?*”. Ela buscava indicar possibilidades de ações por parte dos alunos, sem interferir na autonomia deles durante o desenvolvimento da tarefa.

Tais explanações podem estar relacionadas à existência de diferentes possibilidades de fazer Modelagem em sala de aula. Há perspectivas que denominamos de “mais fechadas”, nas quais o docente tem uma maior atuação, como a escolha do tema, do problema e dos dados a serem investigados. Também temos os pontos de vista “mais abertos”, que, muitas vezes, têm início em situações que façam parte da realidade dos estudantes ou de seus interesses, em que o caminho a ser seguido é desconhecido pelo docente, pois a situação-

[4] Banco de Sangue do Rio de Janeiro. Mais informações em: http://www.hemorio.rj.gov.br/. Acesso em: 09 maio 2021.

problema não possui procedimentos fixos, podendo ocorrer diferentes resoluções (BARBOSA, 2009).

Diante das diferentes perspectivas, há certa dificuldade em planejar uma atividade de Modelagem, pois, por mais "fechada" que seja a concepção adotada, não é possível determinar efetivamente o que acontecerá ao longo de todo seu desenvolvimento. Para nós, tal desafio ainda está relacionado ao modelo de formação e de escola que temos, pautado na racionalidade técnica (BURAK; ZONTINI, 2020). Nessa abordagem, os professores buscam prever todas as ações em sala de aula. A formação de professores em Modelagem deve evidenciar que o trabalho com ela pressupõe certa imprevisibilidade, já que não é possível definir todos os passos *a priori*.

Ainda sobre a experiência de revisitar uma atividade já elaborada, Leandra afirmou: "*Me senti mais confortável em fazer uma atividade de Modelagem do que elaborar uma atividade de Modelagem. Achei difícil*." André compartilhou desse mesmo sentimento. Para Leandra, a dificuldade estava em "traduzir" para a proposta da atividade a liberdade que a Modelagem prevê, pois não é possível antever muitos passos. Para ela, isso foi desafiador e gerou insegurança.

Entendemos que planejar uma atividade de Modelagem requer suposições, pois, se o professor pretende possibilitar que os estudantes atuem, pesquisem, criem, conjecturem, investiguem, ele não tem como prever determinadas ações. Por mais "fechada" que seja uma atividade, não é possível antever tudo. E a ideia de "tentar prever" todos os passos está relacionada, em nossa perspectiva, com uma concepção bancária de educação (FREIRE, 2019a), que ainda está muito presente nas ações docentes, na qual tudo pode ser determinado, previsto. Sendo assim, entendemos que a formação de professores em Modelagem deve ser ancorada na práxis e buscar discutir suas especificidades, evidenciando sua imprevisibilidade como uma possibilidade de romper com o modelo vigente de educação, que impera na maior parte das escolas.

Além da diferença entre as versões da atividade, também foi relatada a percepção de que a atividade inicial não era de Modelagem, como no caso de André, que disse que, quando revisitou a atividade, percebeu "*que não sabia nada, que não tinha nada de Modelagem na primeira atividade*." Para ele, a leitura dos textos e a experiência em fazer Modelagem contribuíram para repensar e reelaborar a atividade. André ainda salientou que na escrita da proposta "*ficou supondo coisas, considerando a proposta e o que os alunos deveriam fazer*." Achou a atividade "*bem legal*", pois lhe ajudou a compreender a Modelagem de outra forma.

As reflexões de André vão ao encontro do que é evidenciado por Barbosa (2001), pois ter contato com atividades de Modelagem no papel de estudante pode proporcionar reflexões e projeções para suas futuras atividades docentes. Mostram, ainda, a importância da práxis na formação de professores em Modelagem, visto que teoria e prática dialogaram a partir das propostas da disciplina. Para Freire (2014), a teoria e a prática são inerentes, e é necessário haver uma relação dialética entre elas. A teoria sozinha não leva à transformação da realidade, e somente a prática também não, mas a relação crítica e reflexiva entre ambas pode contribuir para a formação dos professores em Modelagem.

César também discorreu a respeito da reflexão feita ao notar hiatos durante a experiência de revisitar a atividade: "*Voltando na atividade eu percebi muitas lacunas, que precisaram ser readequadas*". Para ele, isso foi muito positivo. A ideia central se manteve, mas ele reorganizou e modificou muitas ações em sua proposta. De acordo com o estudante, é "*uma surpresa quando a gente parte de um pressuposto do que seja a Modelagem e depois volta refazendo aquela ideia que a gente até então tinha construído*". Silvia também pontuou sobre isso: "*hoje eu me sinto mais preparada para desenvolver uma atividade de Modelagem porque eu sinto que eu não vou ficar tão presa a um ambiente só e eu consigo de repente expandir. Então para mim isso foi uma grande evolução ao meu ver*". Suas falas nos mostram um movimento de ressignificação da atividade de Modelagem e da própria ideia do que vem a ser a Modelagem, o que converge para a busca por *ser mais* (FREIRE, 2016; 2019a). Para Paulo Freire, o educador se educa e se reeduca constantemente a partir das interações que realiza com os outros e com o mundo.

Além disso, as falas dos estudantes nos remetem às diferentes possibilidades de pensar e propor atividades de Modelagem (BARBOSA, 2009). Não há uma receita, um modelo "pronto e acabado", e sim caminhos possíveis a partir dos diferentes contextos. A ressignificação da atividade também emergiu na fala de Felipe, que começou dizendo que mexeu muito na proposta. Para ele, a leitura dos textos durante a disciplina contribuiu para que percebesse que o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem depende do contexto e dos objetivos dos professores. Ademais, afirmou que os textos que descrevem atividades ajudam a constatar as diferentes possibilidades existentes ao propor uma atividade de Modelagem. Vejamos a fala do discente:

> *Compartilho dessa questão com os colegas de saber até que ponto eu posso trazer algumas coisas ou não* [na proposta da atividade]*; acho que isso depende muito do ambiente no qual eu estou trabalhando, de que etapa da escolarização também eu estou trabalhando. Eu fiz esse exercício depois de ter lido aquele texto dessa semana "Ser Crítico em Projetos de Modelagem"* [ARAÚJO, 2012], *que é desenvolvido em um curso de Geografia. Daí eu fiquei pensando: "Que legal, eram temas da Geografia e quem tinha que fazer essa ponte para trazer a questão da Matemática era realmente a professora." Trazer as provocações, a questão do conteúdo... E aí eu falei: "Nossa, acho que não tem tanto problema fazer esse tipo de direcionamento* [em minha atividade], *porque a pessoa que vai ter essa formação mais formalizada da Matemática, esse conhecimento científico e técnico da Matemática, é o professor. Então, não tem problema fazer alguns direcionamentos na parte da Matemática, desde que eu valorize o conhecimento dos alunos, provoque o desenvolvimento da criticidade, a busca, a investigação, que é uma questão importante." Então, eu acho que, com os artigos que nós lemos sobre experiências, ficou muito mais claro o que é uma atividade de Modelagem.* (Felipe).

A fala de Felipe evidencia a importância dos textos que expõem e/ou exemplificam atividades de Modelagem como referência do que é possível ser feito nas salas de aula. Para ele, refletir sobre uma prática descrita contribuiu para que ele pensasse em possibilidades para sua práxis, em um movimento de reflexão crítica. Para Freire (2014, p. 40), "na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática."

Leandra mencionou o processo de retomar uma atividade e o relacionou com a reflexão crítica, citada por Freire (2014). Para ela,

> *revisitar uma atividade é um exercício de um professor que reflete sobre sua própria prática, e a gente não tem o costume de fazer isso. A gente tem o costume de dar a atividade, fazer a avaliação, e morreu o assunto, bola pra frente.* [...] *Esse exercício deu essa oportunidade, de refletir sobre o que a gente fez no passado, pra a gente ter a oportunidade de melhorar agora*.

Para a estudante, esse movimento é muito importante, e ela mencionou que pretende adotá-lo como prática. Entendemos que a ideia de analisar o que foi feito e reelaborar a atividade corrobora a concepção de práxis freireana, na qual a reflexão crítica é fundamental ao longo de todo o processo.

Ao fazermos uma análise geral da atividade, entendemos que, para os professores, alunos da disciplina, a vivência na Modelagem enquanto educandos — aliada às leituras e às discussões de textos que apresentam atividades de Modelagem — contribuiu para que eles percebessem as possibilidades de elaboração de atividades de Modelagem. Além disso, a elaboração de uma atividade em dois momentos permitiu que os discentes refletissem sobre o que pode ser uma atividade de Modelagem. Esse movimento de pensar como aluno e como professor, ancorado na práxis, para nós, pode contribuir para a formação em Modelagem. O processo de revisitar a atividade permitiu que muitos elementos fossem revistos, analisados e modificados, em um movimento de práxis, na busca do *ser mais* (FREIRE, 2014, 2016).

Considerações finais

Neste texto, descrevemos e analisamos uma experiência na formação de professores em Modelagem, que aconteceu totalmente a distância em decorrência da contenção à pandemia de Covid-19 que temos vivenciado desde março de 2020. A disciplina ter sido ministrada a distância, por meio das duas plataformas do *Google*, o *Classroom* e o *Meet*, contribuiu para que os registros das etapas do desenvolvimento da atividade ficassem arquivados, facilitando sua revisitação pelos estudantes e pela docente. Isso não significa que esse tipo de atividade não possa ser desenvolvido na modalidade presencial, mas, para isso, algumas adaptações precisarão ser feitas.

Nesse sentido, entendemos que movimentos de adaptações e ressignificações são o cerne deste artigo. A primeira autora precisou repensar suas práticas e as formas de conduzir sua disciplina; os participantes, por sua vez, estabeleceram momentos de reflexão a partir da elaboração de uma atividade que tinha como mote a Modelagem; e, por meio da práxis, o processo formativo se constituiu. Para dialogarmos acerca desses indicativos, trouxemos o conceito de práxis e o relacionamos à formação de professores em Modelagem. Evidenciamos alguns obstáculos e dificuldades que se apresentam ao planejar atividades de Modelagem e salientamos a importância da práxis nesse processo. Nossa intenção é problematizar como uma atividade com ênfase na práxis pode colaborar com a formação de professores em Modelagem.

Assim, expusemos alguns excertos que se deram a partir de dois momentos do desenvolvimento de uma atividade. Para nós, essa dinâmica fez com que os professores participantes da disciplina, ao elaborarem e reelaborarem a atividade, adotassem um percurso formativo que proporcionou que refletissem sobre diferentes perspectivas que não se restringiram à sala de aula, pensassem sobre o papel do professor e do aluno no processo pedagógico, além de observarem sua postura como docentes e até como pesquisadores.

Considerando nossa análise, acreditamos que a concepção bancária ainda está presente, em alguns aspectos, no fazer docente, pois ela se fundamenta na adoção de práticas carregadas de subterfúgios, que não admitem desvios ou intervenções por parte dos professores. Para nós, ela deve ser combatida. Para isso, entendemos que os cursos de formação docente em Modelagem devem instigar momentos contínuos de reflexão e ação, ancorados na práxis.

Elaborar uma atividade de Modelagem, a nosso ver, pressupõe certa [i]mprevisibilidade, o que vai de encontro ao modelo de educação bancária ainda presente em algumas escolas, no qual a maior parte de nós vivenciamos e fomos formados. Essa extemporaneidade se deve às diferentes possibilidades de fazer Modelagem em sala de aula, aliadas a suas características abertas. Para nós, reflexões sobre esses aspectos devem estar presentes na formação de professores em Modelagem, e nós defendemos a práxis como um caminho para que isso seja problematizado e discutido.

Para nós, o desenvolvimento de atividades como a descrita neste trabalho podem sensibilizar os leitores — professores ou pesquisadores — e contribuir com a formação de cada um. Além disso, entendemos como um caminho para que docentes se familiarizem com a Modelagem, que pode contribuir para que ela chegue às escolas de Educação Básica e aos cursos de formação inicial de professores, em uma perspectiva de colaborar com a constituição de cidadãos mais reflexivos e críticos nesta sociedade tão fragilizada e carente de mudanças.

Referências

ARAÚJO, J. L. Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. **Bolema**. vol. 26 nº. 43 Rio Claro ago. 2012.

BARBOSA, J. C. Integrando Modelagem Matemática nas Práticas Pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 14, n. 26, Mar. 2009.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BURAK, D.; ZONTINI, L. R. S. Práticas com modelagem na formação do professor da Educação Básica: a busca por uma nova racionalidade. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 15, e2014239, p. 1-20, 2020.

FILLOS, L. M. **Modelagem Matemática nos anos 1980**: narrativas e itinerários de cursos de especialização. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2019.

FORNER, R. **Modelagem Matemática e o Legado de Paulo Freire**: relações que se estabelecem com o currículo. 2018. 200 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

FORNER, R.; MALHEIROS, A. P. S. Constituição da Práxis Docente no contexto da Modelagem Matemática. **Bolema**. Rio Claro, SP. v. 34, n. 67, p. 501-521, ago. 2020.

FREIRE, P. **Extensão ou Comunicação?** 22ª ed. Rio De Janeiro: Paz e Terra, 2020.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 69ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2019a.

FREIRE, P. **Direitos Humanos e Educação Libertadora**: gestão democrática na educação pública na cidade de São Paulo. São Paulo: Paz e Terra. 2019b.

FREIRE, P. **Pedagogia da indignação**: cartas pedagógicas e outros escritos. 3ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 2016.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** Saberes necessários à prática educativa. 48ªed. Edição. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

FREIRE, P.; **Ação cultural para a liberdade**. 14.ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011.

KLUBER, T. E.; TAMBARUSSI, C. M. A formação de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma hermenêutica**. Revista Acta Scientiae,** v. 19, p. 412-426, 2017.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática online**: a elaboração de projetos de Modelagem Matemática. 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista, Rio Claro - SP, 2008.

MALHEIROS, A. P. S.; FORNER, R.; SOUZA, L. B. Formação de professores em modelagem e a escola: que caminhos perseguir? **ReBECEM**, v. 4, p. 1-22, 2020.

MALHEIROS, A. P. S.; SOUZA, L. B; FORNER, R. Olhares de docentes sobre as possibilidades da Modelagem nas aulas de Matemática. **REnCiMa**, v. 12, p. 1-22, 2021.

PORTO, R. C. C.; LIMA, T. S. O Legado de Paulo Freire para a formação permanente: uma leitura crítica das dissertações e teses sobre a formação de professores. **E-Curriculum**. São Paulo, v.14. n.1. p. 186-210. Jan/mar, 2016.

YIN, R. K. **Pesquisa Qualitativa do Início ao Fim**. Tradução de Daniela Bueno. Revisão técnica de Dirceu da Silva. Porto Alegre, RS: Penso, 2016.

Atribuição de significados em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva a partir da Filosofia da Linguagem

Meaning attribution in mathematical modelling activities: a perspective from the Philosophy of Language

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Universidade Estadual do Norte do Paraná
barbara.palharini@uenp.edu.br

Resumo
Este artigo tem como objetivo detalhar elementos de uma investigação acerca da significação em atividades de modelagem matemática, a partir de argumentações a respeito dos usos da linguagem, em particular da linguagem matemática em situações de ensino e aprendizagem. As reflexões são fundamentadas em elementos da filosofia tardia de Ludwig Wittgenstein e da teoria sobre a significação de Arley Ramos Moreno. Dados coletados no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com cinco alunos auxiliam no desenvolvimento analítico. Resultados da pesquisa indicam algumas implicações dessa visada teórico-filosófica para práticas de modelagem matemática: a constituição linguística da significação está associada aos usos de regras matemáticas, à procedimentos inerentes à própria modelagem matemática, e à organização das experiências dos alunos a partir dos resultados das atividades de modelagem matemática e de seu engajamento em diferentes jogos de linguagem.

Palavras-chave: Educação Matemática; Wittgenstein; Significado.

Abstract
This paper aims to detail elements of an investigation regarding meaning in mathematical modelling activities, from language uses arguments, in particular of mathematical language in teaching and learning practices. Based on elements of Ludwig Wittgenstein's late philosophy and Arley Ramos Moreno's theory of meaning the reflections are situated. Data collected in modelling activities development within five students assist us in analytical development. Research results indicate some implications of this theoretical-philosophical approach to mathematical modelling practices: the linguistic constitution of meaning is associated with the use of mathematical rules, the procedures inherent to mathematical modelling itself, and the students' experiences organization through the results of modelling activities and their engagement in different language games.

Keywords: Mathematics Education; Wittgenstein; Meaning.

Introdução

Articulações entre a Filosofia da Linguagem e a Educação Matemática têm sido cada vez mais comuns, em particular no âmbito da Educação Matemática. Repercussões de um posicionamento filosófico para as práticas educacionais são investigadas em diferentes campos do conhecimento e, em particular, no âmbito da Educação Matemática (PETERS, STICKNEY, 2017).

A partir de uma concepção filosófica que foca na linguagem para pensar a atribuição de significados, amparados na filosofia tardia de Wittgenstein e na assertiva que "[...] o significado de uma palavra é seu uso na linguagem" (WITTGENSTEIN, 2013, §43) diferentes pesquisadores se pautam nessa concepção filosófica para pensar pesquisas e práticas cujo viés educacional pode auxiliar professores e pesquisadores no desenvolvimento de teorias que, também, subsidiam o trabalho de professores (GOTTSCHALK, 2008; 2010; 2018; VILELA, 2013; SILVEIRA, 2008; 2015; KNIJNIK; DUARTE; 2010; MIGUEL, 2014; SOUZA, BARBOSA, 2014; ALMEIDA, 2014; SOUSA; ALMEIDA, 2019; entre outros).

No âmbito da modelagem matemática, uma busca no catálogo de teses e dissertações brasileiras defendidas nas últimas décadas retornam pesquisas cuja análise se dá a partir de um olhar wittgensteiniano. Essas pesquisas abordam diferentes objetivos: Tortola (2012, 2016) focou sua pesquisa na modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental; Merli (2012) investigou os usos da linguagem associados aos modelos clássicos e Fuzzy construídos em atividades de modelagem matemática; Souza (2012) investigou como a aprendizagem matemática se constitui em atividades de modelagem matemática; Maron (2017) abordou a modelagem matemática como jogo de linguagem; Sousa (2017) abordou os usos da matemática em atividades de modelagem matemática; Quartieri (2012) tratou do privilegiamento da matemática escolar e do interesse dos alunos a partir do uso da modelagem matemática na escola básica; Fogaça (2018) abordou à luz da terapia wittgensteiniana o conceito de funções por meio de atividades de modelagem matemática; Souza (2018) detalhou o fazer modelagem matemática a partir da filosofia da linguagem; Oliveira (2010) destacou a interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pela modelagem matemática.

Nestes diferentes interesses de pesquisa que articulam a modelagem matemática e a Filosofia da Linguagem há semelhanças em relação ao investigado, ora a modelagem matemática enquanto área de pesquisa, ora os processos de ensino e aprendizagem mediados pelo desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Neste artigo, abordamos uma questão que, de certo modo, associa-se a este movimento teórico, a questão da atribuição de significados a partir de práticas de modelagem matemática.

Os propósitos de Wittgenstein (2013) não incidiram na elaboração de uma teoria, mas na atividade filosófica que visava por meio de uma terapia detalhar as ações que fazemos com a linguagem por meio da descrição de seus usos em diferentes *jogos de linguagem*, ou seja, em atividades que fazemos com a linguagem e obedecem um conjunto de regras convencionadas em uma comunidade. Já Moreno (1995, 2012, 2014) apresenta uma tese linguístico-epistêmica sobre a significação, denominada Epistemologia do Uso.

Para o autor, a atividade epistêmica pode ser entendida como constitutiva da significação que define o sentido do objeto pretendido. Moreno, ao lançar essa base teórico-filosófica sugere uma reflexão epistemológica a partir da concepção de uso das palavras, para o autor "Trata-se de conceber o conhecimento como o conjunto das atividades correlativas de construção de relações internas de sentido e de sua aplicação, sob a forma de regras" (MORENO, 2012, p. 75).

Para fomentar as discussões sobre a significação em atividades de modelagem matemática, apresentamos elementos de atividade de modelagem matemática, sua concepção e indicações de uso em sala de aula, na sequência apresentamos elementos da Filosofia da Linguagem e da Epistemologia do Uso.

Modelagem Matemática na Educação Matemática

De modo geral, a literatura defende que a natureza de uma atividade de modelagem matemática está na transição entre elementos de uma situação-problema da realidade e sua solução por meio da linguagem matemática. Uma das assertivas citadas no âmbito nacional está na voz de Bassanezi (2002, p. 17) que coloca a modelagem matemática como a "arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".

Um dos precursores das pesquisas que versam sobre modelagem matemática e aplicações, Pollak (2015, p. 267), aborda as ações dos modeladores quando engajados em uma atividade de modelagem matemática, como: "formular uma situação-problema, decidir o que manter e o que ignorar na criação de um modelo idealizado, fazer uso de matemática na situação idealizada, e então decidir se os resultados fazem sentido face à situação original". Em outro momento, o autor declara que o coração da modelagem matemática está na formulação de problemas, na sua interpretação e resolução por meio da matemática.

Em diferentes linhas de pesquisa a modelagem matemática aparece como um veículo para o trabalho com conceitos matemáticos (GALBRAITH, 2012). E neste sentido, a modelagem matemática se torna, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2016), uma alternativa pedagógica em que se faz a abordagem de situações-problema reais por meio da matemática. Em uma atividade de modelagem matemática, a partir da delimitação de uma situação-problema, a investigação por meio de procedimentos matemáticos culmina, muitas vezes, em um modelo matemático, na interpretação de resultados matemáticos face aos dados inicialmente delimitados e na solução da situação inicial sob a ótica dos modeladores.

Neste contexto, a aprendizagem matemática mediada pela modelagem matemática pode ser vista como a aprendizagem da matemática escolar (SOUZA, 2012). E a atribuição de significados é apontada como uma atividade linguística:

> [...] a constituição de significado no interior de atividades de modelagem está associada à apropriação linguística dos alunos relativa às regras e técnicas que estão configuradas em jogos de linguagem específicos identificados nas atividades de Modelagem Matemática, sejam da situação-problema investigada, específicos da Matemática, ou ainda jogos de linguagem que mobilizam ferramentas como a tradução entre um jogo de linguagem e outro (SOUSA; ALMEIDA, 2020, p. 1212).

Essa significação ocorre no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, no contato com diferentes práticas, as quais de modo geral preservam características dos passos elencados por Meyer (2020, p. 144-145):

> O primeiro passo na Modelagem Matemática nessa ótica, a pragmática, é o de se "ler o mundo" [...]
> O segundo passo, resultante de um primeiro passo bem feito, é o de escolher hipóteses simplificadoras do problema original [...]
> O terceiro passo vem a expressão do problema numa das linguagens do universo matemático [...]
> O quarto passo deveria ser o da resolução do problema matemático [...]
> O quinto passo: a partir de uma expressão matemática podemos, muitas vezes, obter diversas soluções, todas verdadeiras no universo abstrato da Matemática, como as raízes de um polinômio [...]
> O sexto passo repete a avaliação crítica, mas agora pela ótica da situação real e sua problemática, seu entorno, sua relevância [...]
> O sétimo passo dessa descrição (dentre tantas outras, é bom não esquecer!) é aquele que consiste no processo decisório com relação ao problema original, decisão que muitas vezes envolve grupos e momentos sociais, situações naturais, contextos políticos – enfim, decisões que levaram à necessidade da Modelagem Matemática.

O olhar para a significação como uma atividade linguística está associado a uma corrente teórico-filosófica que vai ao encontro do que Silveira (2008, p. 1) menciona: "os pesquisadores em Educação não se preocupam apenas com problemas cognitivos, imersos em uma filosofia da consciência, pois perceberam que é preciso analisar os problemas de significação das palavras e outros tipos de representação, amparados na filosofia da linguagem".

Alguns elementos da Filosofia da Linguagem

Para Wittgenstein (2013) o significado de uma palavra é seu uso na linguagem. Em suas Investigações Filosóficas[1] alguns conceitos nos auxiliam no entendimento acerca do trabalho que fazemos com a linguagem e como a partir da linguagem conseguimos falar sobre o mundo e atribuir significado aos fatos do mundo, entre eles: *jogos de linguagem*, *seguir regras*, *semelhanças de família*, *modos de ver* e *seguir regras*, *gramática*, entre outros.

Moreno (1995) aborda que o mundo é o solo sob o qual repousam nossas formas de vida. E é a partir de fragmentos do empírico transformados em instrumentos linguísticos que conseguimos nos referir as coisas, nos comunicar e pensar. O autor coloca sob foco o conceito de paradigma "para tentar compreender, primeiramente, a concepção de Wittgenstein a respeito das relações entre o aspecto empírico e o gramatical dos jogos de linguagem [....] O paradigma corresponde a uma técnica de uso da linguagem em que são ativadas palavras e objetos previamente organizados através de outras técnicas" (MORENO, 1995, p. 18). Estes instrumentos linguísticos, por sua vez, atuam na linguagem como meios de apresentação, como normas, regras convencionadas que nos permitem comunicar sobre algo. Assim, diferentes práticas, sentimentos, sensações, entre outros, entram na linguagem e atuam como instrumentos linguísticos, não como dados do mundo, mas já fazem parte da gramática dos usos.

De acordo com Moreno:

> [...] a descrição terapêutica dos usos das palavras, através do procedimento de variações metodológicas de suas aplicações diversificadas, sugere uma série preciosa de elementos que permitem a exploração do conceito de uso como indicativo de um campo esclarecedor da atividade epistêmica de constituição da significação, através do trabalho com a linguagem e elementos do mundo extralinguístico (MORENO, 2012, p. 74).

Gottschalk (2018) aborda que a atividade matemática escolar atua muitas vezes na introdução de paradigmas na linguagem e é por meio destes meios de apresentação que é possível trabalhar no nível do conceito. De acordo com Wittgenstein (1996, p. 433) o termo conceito é em si um termo vago "é uma imagem com a qual se compara objetos".

[1] Disponível em Wittgenstein (2013, a obra Investigações Filosóficas aborda parte da filosofia tardia de Wittgenstein, e contempla por meio de analogias, semelhanças e diferenças, a terapia do pensamento dogmático e como a análise da linguagem pode nos auxiliar a "dissolver" confusões filosóficas decorrentes deste tipo de pensamento.

Moreno (1995, p. 33) indica que os conceitos correspondem a uma maneira particular de organizar as situações, nessa perspectiva "o conceito é, assim, um referencial, um instrumento mais ou menos preciso – uma norma, no caso da Matemática [...]", uma regra que convencionamos para organizar nossa experiência.

Veja que o uso da linguagem matemática difere do uso da linguagem ordinária, que por sua vez está geralmente associada ao uso de proposições empíricas. Wittgenstein (1996) sinaliza que em Matemática estamos convencidos sobre as proposições gramaticais, e estar convencido dessas proposições é o mesmo que as aceitar como regras. De acordo com o filósofo: "está claro que, em que medida, o matemático realmente 'joga um jogo' não dá para inferir. Aqui 'jogar' deve significar: agir de acordo com certas regras" (WITTGENSTEIN, 1996, p. 257). Neste mesmo contexto, para Moreno (2003, p. 129) "sendo convencionais, as proposições gramaticais, ou de essência, estão sujeitas aos mesmos percalços empíricos do que as proposições descritivas".

Voltando o olhar para a modelagem matemática, os usos da matemática auxiliam, neste contexto, à organizar situações empíricas por meio de proposições gramaticais, as quais auxiliam na atribuição de significados aos modeladores. Para Moreno (2014, p. 3) conhecer "é construir regras de sentido e operar com elas, aplicando-as aos objetos de pensamento".

Assim, a filosofia nos auxilia na construção de um entendimento sobre Matemática, sobre a linguagem matemática, bem como na atribuição de significados sobre o uso da linguagem e de procedimentos matemáticos, em particular, em atividades de modelagem matemática.

Aspectos Metodológicos

Com a finalidade de abordar reflexões sobre a significação em atividades de modelagem matemática, dados de uma atividade desenvolvida por cinco alunos em um curso de Especialização lato sensu no âmbito da disciplina de Modelagem Matemática e Equações Diferenciais são indicados no texto. A análise leva em consideração a organização da atividade de modelagem matemática a partir dos elementos apresentados na fundamentação teórica deste texto, bem como indica conceitos da filosofia da linguagem que subsidiam a argumentação acerca da significação linguística atribuída aos elementos trabalhados pelos alunos.

Uma atividade de modelagem matemática: destacando os usos dos conceitos feitos pelos alunos para problematizar a significação

Os dados selecionados para tratar da investigação que neste artigo exemplificamos advém de temática relacionada a pandemia Covid-19 que assolou o mundo no ano de 2020. A atividade foi desenvolvida por um grupo de cinco alunos no contexto de um curso de especialização e o tema para seu desenvolvimento foi escolhido pelos alunos devido à sua atualidade e a curiosidade sobre os conceitos matemáticos que poderiam auxiliar na investigação e entendimento do problema.

A partir de interesses comuns em torno da situação-problema, o enunciado por Meyer (2021) acerca do primeiro passo em atividades de modelagem matemática "a pragmática, é o de se "ler o mundo"" se evidencia quando para os registros da aula de matemática é trazida uma problemática atual, sem solução aparente, seja para o número de infectados, seja para contenção do vírus ou para o tratamento dos infectados.

A leitura do mundo advém de dados publicados diariamente, com registros que mudam a depender dos interesses políticos da época e de notícias que, muitas vezes, deturpam a interpretação do fenômeno e direcionam os modos de ver a situação, ora para um aspecto, ora para outro. Wittgenstein (2013) evidencia que a gramáticas dos usos nos diferentes jogos de linguagem é que fornecem a significação de determinado conceito. Ao ler o "mundo" sob a ótica deste fenômeno os alunos iniciam a atribuição de significados com as lentes das regras matemáticas que atuam nessa organização, por meio de assertivas que na época indicavam que o crescimento dos dados se comportava de um modo exponencial (Quadro 1).

Quadro 1: A enunciação da problemática e os dados coletados

COVID-19 no Paraná

Grandes epidemias moldaram a história da humanidade, destacando-se entre elas a peste negra, os surtos de cólera, a tuberculose e a febre amarela. Mais recentemente, a dengue, a AIDS, a influenza e por último o que investigaremos neste trabalho, a COVID-19, são exemplos de doenças infecciosas que acarretam significativa morbimortalidade

Situação-problema Como podemos modelar o comportamento da pandemia de Coronavírus no estado do Paraná, levando em conta as ações governamentais como a iniciativa do isolamento social e a então reabertura do comércio?

Tabela 1 – Dados de COVID-19 no Paraná

Data	t	Casos	Data	t	Casos	Data	t	Casos	Data	t	Casos
16/mar	0	6	03/abr	18	301	21/abr	36	1023	09/mai	54	1785
17/mar	1	12	04/abr	19	395	22/abr	37	1061	10/mai	55	1835
18/mar	2	14	05/abr	20	440	23/abr	38	1080	11/mai	56	1849
19/mar	3	23	06/abr	21	459	24/abr	39	1117	12/mai	57	1906
20/mar	4	36	07/abr	22	504	25/abr	40	[illegible]	13/mai	58	[illegible]
28/mar	12	133	15/abr	30	799	03/mai	48	1513	21/mai	66	2809
29/mar	13	148	16/abr	31	830	04/mai	49	1561	22/mai	67	2938
30/mar	14	156	17/abr	32	874	05/mai	50	1588	23/mai	68	3099
31/mar	15	180	18/abr	33	986	06/mai	51	1626	24/mai	69	3212
01/abr	16	225	19/abr	34	985	07/mai	52	1656	25/mai	70	3331
02/abr	17	253	20/abr	35	1003	08/mai	53	1711			

Fonte: Adaptado de Defesa Civil do Paraná

Fonte: Elaborado a partir do relatório da atividade entregue pelos alunos.

A delimitação de uma situação-problema preserva neste caso características do fenômeno sob investigação e leva em conta o cenário daquele momento para a pandemia de Covid-19 no Paraná. A partir do dia 17 de março de 2020 o Paraná entrou em isolamento e toque de recolher devido ao avanço do número de infectados, mas naquele momento a previsão dos cientistas já era de um cenário com crescimento exponencial. A partir de determinado momento, no entanto, o comércio nas cidades reabriu e o grupo de alunos decidiu por investigar três cenários: anterior ao isolamento social, o que ocorreu durante o isolamento social e o que ocorreria após a situação de isolamento (Quadro 2).

Quadro 2: A formulação de hipóteses e a identificação de variáveis

O segundo passo, ... é o de escolher hipóteses simplificadoras do problema original (MEYER, 2020).	
Formulação de hipóteses	**Identificação de variáveis**
Hipótese 1: o comportamento da curva se modifica ao longo do tempo, isto quer dizer que, a taxa de crescimento de infectados per capita muda à medida que o plano de ação do governo é alterado, assim distinguem-se três possíveis cenários: antes, durante e após o isolamento social. Hipótese 2: O comportamento do número de infectados em relação ao tempo é crescente e exponencial, pois a taxa de crescimento da população infectada aumenta ao longo do tempo, em proporção ao tamanho da população.	Tempo em dia – t Número de casos de COVID-19 no Paraná – Q Número de casos de COVID-19 no Paraná em período anterior ao isolamento social – $Q_1(t)$ Número de casos de COVID-19 no Paraná durante o período do isolamento social – $Q_2(t)$ Número de casos de COVID-19 no Paraná em período posterior ao isolamento social – $Q_3(t)$ Número de casos de COVID-19 no Paraná ao longo do tempo – $Q_n(t)$

Fonte: Elaborado a partir do relatório da atividade entregue pelos alunos.

Essa formatação da situação-problema, na mesma medida que auxilia na delimitação de um problema para investigar por meio da matemática, auxilia os alunos também na atribuição de significados à pandemia e aos desdobramentos da mesma para sua vida e suas experiências com o mundo que se reconfiguravam naquele momento. Este movimento encaminha os alunos ao segundo passo da atividade de modelagem matemática declarado por Meyer (2020), ou seja, escolher hipóteses simplificadoras do problema original. Essas hipóteses, por sua vez, segundo Almeida, Sousa e Tortola (2015) devem preservar características essenciais do fenômeno que permitam aos investigadores uma boa aproximação por meio da matemática daquilo que querem investigar. Ainda neste mesmo sentido, Almeida (2014) em sua investigação sobre a matemática em atividades de modelagem matemática indica que as hipóteses nessas atividades têm a característica de suposições bem fundamentadas. Na atividade, os alunos estão amparados nos significados que já compartilham a partir da realização de práticas de modelagem matemática anteriores para formular as hipóteses, definir as variáveis e iniciar o trabalho com modelos matemáticos

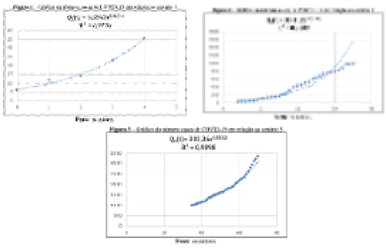
(Quadro 3). A resolução do problema matemático está associado ao quarto passo declarado por Meyer (2020).

Quadro 3: O desenvolvimento de um modelo matemático

Como o fenômeno é contínuo ajustaremos uma função de várias sentenças, sendo que o intervalo de tempo foi limitado pelas datas que marcam os cenários: antes, durante e após o isolamento social.

De acordo com a hipótese 2 a taxa de crescimento do número de casos por COVID-19 no Paraná ao longo do tempo é crescente e exponencial

$$\frac{dQ}{dt} = k.Q$$
$$\frac{dQ}{Q} = k.dt$$
$$\int \frac{dQ}{Q} = \int k.dt$$
$$\ln Q = kt + c$$
$$e^{\ln Q} = e^{kt}.e^{c}$$
$$Q(t) = e^{kt}.a$$
$$Q(t) = a.e^{kt}$$



$$erro = |dados\ reais - dados\ modelados|$$

$$Q_n(t) = \begin{cases} 6{,}554331.e^{0{,}423411.t}, & 0 \leq t \leq 4 \\ 33{,}411595.e^{0{,}110129.t}, & 4 < t \leq 35 \\ 303{,}3574.e^{0{,}033202.t}, & 35 < t \leq 70 \end{cases}$$

Com o passar do tempo percebe-se que sem a medida de isolamento social e com a reabertura do comércio (cenário três) o número de casos cresce sem restrições embora a mídia aponte que o pico de casos ocorrerá no início de julho de 2020.

Na primeira sentença no cenário 1 antes do isolamento social a taxa encontrada equivale a 0,423411. Com o início do isolamento social no cenário 2, a taxa de 0,110129 já representa um decréscimo em relação ao crescimento dos casos de COVID-19 no cenário 1.

Fonte: Elaborado a partir do relatório da atividade entregue pelos alunos.

Por sua vez, a resolução do problema colocado nem sempre é satisfatória no modo de ver dos modeladores sobre a situação-problema original. No entanto, na matemática o estabelecimento dos procedimentos e o *seguir regras* é algo que, se bem aplicados, garante uma solução matemática coerente, mas nem sempre uma solução que seja coerente com o fenômeno investigado, como indica Meyer (2020).

No momento do uso das regras matemáticas que os alunos conseguem tratar da apropriação linguística dos conceitos e regras matemáticas, conforme já especificado em Sousa e Almeida (2020).

A resolução do problema, em parte indicada no Quadro 3, teve por consideração o seguimento de regras matemáticas associadas à solução de uma equação diferencial linear e o ajuste de curvas por meio do método dos mínimos quadrados. Essas proposições matemáticas atuaram na organização da experiência dos alunos com o fenômeno e são proposições que só tem finalidade no seu uso, seja dentro do jogo de linguagem da matemática em que eles deduzem as soluções da equação diferencial, seja no uso do método que fazem a partir de dados da situação-problema sob investigação. Neste movimento significados são atribuídos tanto aos conceitos matemáticos em uso quanto à sua interpretação para organizar a situação-problema sob investigação. É possível dizer que a gramática que organiza estes usos dos conceitos matemáticos está associada a este conjunto de jogos de linguagem interconectados entre si no desenvolvimento das atividades dos alunos.

Em sua interpretação dos resultados obtidos e investigando o erro absoluto entre os dados modelados e os dados coletados no período de março a maio de 2020, os alunos concluem que embora as funções ajustadas $Q_n(t)$ apresentem bom fator de determinação (R) é possível verificar que para alguns pontos o erro absoluto obteve valor considerável, e neste cenário, um resultado matemático que pode ser analisado são os valores obtidos para as taxas em cada um dos intervalos de tempo que compõe o modelo, como indicado nos registros dos alunos:

> Ao analisarmos o comportamento do número de casos em relação ao tempo de forma segmentada, isto é, antes, durante e após a medida de isolamento social, percebemos que a taxa de crescimento per capita diminui à medida que a população infectada se aproxima de seu tamanho máximo, ou seja,
>
> $$\frac{dQ}{dt} = r_{máx}\left(\frac{K-Q}{K}\right)Q,$$
>
> O que caracteriza um crescimento logístico, em que usando um r (taxa de crescimento per capita) que depende do tamanho da população infectada (Q) e de sua proximidade com a capacidade de carga (K). Este modelo faria sentido pois, em qualquer momento do crescimento de casos da população por Covid-19, a expressão $K - N$ nos diz quantos indivíduos ainda pode ser adicionado à população de infectados, antes que ela alcance sua capacidade de carga, de modo que $\left(\frac{K-Q}{K}\right)$ é a fração da capacidade de carga que ainda não foi utilizada. Quanto mais a capacidade de carga for consumida, mais o termo $\left(\frac{K-Q}{K}\right)$ irá reduzir a taxa de crescimento.
>
> [Registros dos alunos durante a comunicação da atividade].

Assim ocorre uma reconfiguração do problema sob investigação e com um novo conjunto de proposições matemáticas o seguir regras auxilia em um novo rumo para a leitura do fenômeno (Quadro 4).

Quadro 4: Elementos do desenvolvimento de um modelo matemático

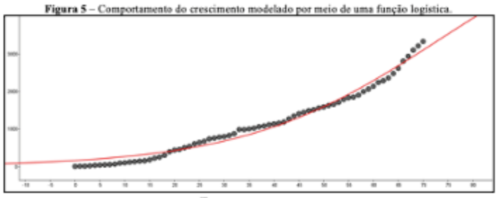
Na disseminação de uma doença contagiosa, uma virose, por exemplo, é razoável supor que a taxa de disseminação, dx/dt, seja proporcional não somente ao número de pessoas, $x(t)$, contaminadas, mas também ao número de pessoas, $y(t)$, que ainda não foram contaminadas

$$\frac{1}{P}\cdot\frac{dP}{dt} = \begin{pmatrix}\text{taxa média da}\\ \text{população a ser}\\ \text{contaminada}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{taxa média de}\\ \text{contaminados}\end{pmatrix} = a - bP,$$

$$P(t) = \frac{aP_0}{bP_0 + (a - bP_0)e^{-at}}$$

$$P(t) = \frac{6749{,}7445456106}{1 + 40{,}509479145e^{-0{,}0505630684.t}}, com\ t > 0$$

Figura 5 – Comportamento do crescimento modelado por meio de uma função logística.



Fonte: os autores

Por meio da análise das taxas como já afirmado anteriormente e com a ajuda ilustrativa do gráfico da Figura 5, é possível afirmar que a função P(t), ajustada com o auxílio de software, também descreve o comportamento do crescimento do número de casos de COVID-19 no Paraná.

Fonte: Elaborado a partir do relatório da atividade entregue pelos alunos.

A ideia de uma investigação logística não é, também, certeira quanto à investigação de problemas epidemiológicos, mas representa um recorte no tempo, como no caso do feito pelos alunos, considerando o domínio da função restrito àquele intervalo entre março e maio.

No entanto, é alarmante quando considera-se que o número de infectados não irá diminuir, e como conclusões os alunos evidenciam a investigação do crescimento exponencial em decorrência da análise dos dados.

Não se trata também de privilegiar um uso em detrimento do outro, mas organizar a situação de um modo que seja possível tratar de suas experiências com o mundo, abordando um dos usos possíveis destes conceitos matemáticos aplicados à situação investigada. Meyer (2020) indica que o sexto passo de uma investigação via modelagem matemática incide na avaliação crítica pela ótica da situação inicial e sua problemática.

Neste sentido, os alunos mencionaram que o modelo logístico fazia sentido dentro do "período escolhido para o estudo". A partir da atividade desenvolvida, a comunicação para as famílias e amigos sinalizavam os cuidados necessários com a pandemia, fenômeno ainda vigente no desenvolvimento da atividade. Para Meyer (2020), o sétimo passo da atividade está associado à uma decisão em relação ao problema. No âmbito educacional as decisões geralmente se limitam à sala de aula, no entanto em atividades de modelagem matemática a repercussão de análise de situações da atualidade por meio de modelos matemáticos pode envolver grupos e momentos sociais, contextos políticos, enfim, como mencionou Meyer (2020).

O ciclo da atividade de modelagem matemática representa uma atividade matemática regrada, de modo geral não cíclica e que tem em sua natureza a transição entre diferentes jogos de linguagem.

Discussões e considerações para encerrar...

Neste texto por meio da análise de uma atividade de modelagem matemática elementos teórico-filosóficos foram trazidos para discussão com a perspectiva de abordar elementos associados à significação em atividades de modelagem matemática tendo como norte elementos da Filosofia da Linguagem. As relações de sentido expressas no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, seja para o movimento do número de infectados durante os meses investigados, seja para os conceitos matemáticos que são chamados para organizar e estruturar um modo de ver a situação-problema, são relações de sentido internas à linguagem e atuam na medida em que os alunos usam a matemática para organizar suas experiências com o mundo.

Em relação a atribuição de significados é possível dizer que os mesmos ocorrem em diferentes esferas da experiência dos alunos, seja em relação à situação-problema sob investigação, seja em relação aos conceitos e regras matemáticas que são utilizados no contexto formal. Tais enunciados são vislumbrados no decorrer dos passos da atividade de modelagem matemática como enunciados por Meyer (2020). Estes dois domínios, por sua vez, expressam diferentes faces da gramática dos usos dos conceitos, por exemplo, de crescimento exponencial – tratado na atividade em termos do fenômeno e do conceito matemático.

Gottschalk (2008, p. 87) indica que o uso da perspectiva wittgensteiniana sugere “[...] uma concepção de ensino e aprendizagem em que o papel do professor passa a ser ensinar significados através do uso que se faz deles em seus respectivos contextos linguísticos”, o aprender está associado à ser capaz de ver de outra maneira “comparar seu modo usual de empregar certa imagem com outro (não importa que tipo de imagem seja)”. Essa aprendizagem, por sua vez, está associada à apropriação linguística em diferentes jogos de linguagem.

Em modelagem matemática o uso das proposições matemáticas auxilia na organização das experiências com o mundo. As variações nos usos do termo “conceito” nos diferentes jogos de linguagem é o garante sua significação, isso pode ser observado quando o uso da expressão crescimento exponencial na mídia de certo modo atua como um elemento persuasivo para a investigação matemática do crescimento exponencial por meio das regras matemáticas.

Moreno (1995, p. 32) argumenta que “a significação de cada conceito corresponde à multiplicidade de usos das respectivas palavras”, é neste contexto que o uso das palavras em diferentes jogos de linguagem tem semelhanças de família e podem colaborar para a gramática dos conceitos, o que auxilia a quem pertence àquele jogo de linguagem, ou seja, sabe as regras do jogo, e atribui significados linguísticos aos conhecimentos.

Neste contexto, ao lançar o olhar para os passos da atividade de modelagem matemática, como a desenvolvida pelos alunos acerca da pandemia Covid-19, pode auxiliar na explicitação das ações dos alunos e em como se deu a atribuição de significados neste contexto. Os instrumentos linguísticos da matemática articulados com seu uso para investigar uma situação-problema permitem a organização das experiências dos modeladores e seus diferentes modos de agir a partir de suas experiências com a modelagem matemática.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. The ‘Practice’ of Mathematical Modeling Under a Wittgensteinian Perspective. **International Journal for Research in Mathematics Education**, v. 2, p. 98-113, 2014.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA. K. P.; VERTUAN, R. E. **A modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis: SBEM, 2015.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. In: **Journal of Mathematical Modelling and Applications**. v, 1, n. 5, 3-16, 2012.

GOTTSCHALK, C. M. A transmissão e produção do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

GOTTSCHALK, C. M. C. O papel do método no ensino: da maiêutica socrática à terapia wittgensteiniana. **EDT Educação Temática Digital**. Campinas, v.12, n.1, p. 64- 81, jul/dez. 2010.

GOTTSCHALK, C. M. C. A atividade matemática escolar como introdução de paradigmas na linguagem. **RECC**, Canoas, v.23, n.1, p.113-124, 2018.

KNIJNIJ, G; DUARTE, C. G. Entrelaçamentos e dispersões de enunciados no discurso da educação matemática escolar: um estudo sobre a importância de trazer a “realidade” do aluno para as aulas de matemática. **Bolema**. Rio Claro, SP. v. 23, n. 37, p. 863-886, dez. 2010.

MERLI, R. F. **Modelos clássico e fuzzy na educação matemática**: um olhar sobre o uso da linguagem. 2012. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

MEYER, J. F. C. A. Modelagem Matemática: O desafio de se ‘fazer’ a Matemática da necessidade… **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v.5, n.11, 2020

MIGUEL, A. Is the mathematics education a problem for the school or is the school a problem for the mathematics education? **RIPEM**, v. 4 n. 2, pp. 5-35, 2014.

MORENO, A. R. Descrição fenomenológica e descrição gramatical – ideias para uma pragmática filosófica. **Revista olhar**, São Carlos, v.4, n. 7, p. 93-139, jul./dez. 2003.

MORENO, A. R. **Introdução a uma pragmática filosófica**: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2005.

MORENO, A. R. Introdução a uma epistemologia do uso. **CADERNO CRH**, Salvador, v. 25, n. 02, p. 73-95, 2012.

MORENO, A. R. **Por uma epistemologia do uso**: Wittgenstein e a elaboração do campo pragmático. 2014. Disponível em: <http://www.academia.edu/28008670/Por_uma_epistemologia_do_uso>. Acesso em março de 2020.

PETERS, M. A.; STICKNEY, J. (Eds.) **A Companion to Wittgenstein on Education**: Pedagogical Investigations. Singapore: Springer, 2017.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 265-276, 2015.

SILVEIRA, M. R. A. Aplicação e interpretação de regras matemáticas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.10, n.1, p. 93-113, 2008.

SILVEIRA, M. R. A. **Matemática, discurso e linguagens**: Contribuições para a Educação Matemática. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2015. v. 1. 310p.

SOUSA, B. N. P; ALMEIDA, L. M. W. Apropriação Linguística e Significado em Atividades de Modelagem Matemática. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 33, n. 65, set./dec. 2019.

SOUZA, E. G. **A aprendizagem matemática na modelagem matemática**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física. Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

SOUZA, E. G.; BARBOSA, J. C. Contribuições teóricas sobre a aprendizagem matemática na modelagem matemática. **Zetetiké**. v. 22, n. 41, p. 31-58, jan/jul, 2014.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VILELA, D. Contributions of the Linguistic Turn to mathematics undergraduate courses: A proposal for supervised training. **International Journal for Research in Mathematics Education**, v. 4, p. 66-83, 2014.

WITTGENSTEIN, L. **Remarks on the foundations of mathematics**. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts; London, England, 1996.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.

Critérios de compreensão em atividades de Modelagem Matemática: uma perspectiva wittgensteiniana

Comprehension criteria in Mathematical Modelling activities: a Wittgensteinian perspective

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

Jeferson Takeo Padoan
Universidade Estadual de Londrina
jefersontakeopadoanseki@hotmail.com

Bianca De Oliveira Martins
Universidade Estadual de Londrina
bianca_o.martins@hotmail.com

Resumo

Nesse artigo temos como objetivo determinar critérios para inferir sobre a compreensão dos alunos em atividades de modelagem matemática. O quadro teórico apresenta um entendimento de modelo matemático e de modelagem matemática bem como elementos da filosofia de Ludwig Wittgenstein em relação à compreensão. Os critérios de compreensão em uma atividade de modelagem matemática são constituídos a partir de dados de uma pesquisa empírica em que uma atividade de modelagem matemática foi desenvolvida em uma disciplina de Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática. Os indícios de compreensão inferidos a partir de quatro critérios definidos se revelaram em circunstâncias específicas, considerando que a compreensão envolve aspectos da situação da realidade, conceitos e técnicas da matemática e da matemática financeira, mas principalmente indica como os alunos foram capazes de articular estes dois domínios para construir uma resposta para o problema que se propuseram a resolver.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Compreensão; Matemática Financeira; Wittgenstein.

Abstract

In this article, we aim to determine criteria for inferring students' comprehension in mathematical modelling activities. The theoretical framework presents an understanding of mathematical model and mathematical modelling as well as elements of Ludwig Wittgenstein's philosophy of understanding. The comprehension criteria in a mathematical modelling activity are constituted from data from an empirical research in which a mathematical modelling activity was developed in a Financial Mathematics subject of a Mathematics Degree course. The indications of understanding inferred from four defined criteria were revealed in specific circumstances, considering that understanding involves aspects of the reality situation, concepts and techniques of mathematics and financial mathematics, but mainly indicates how students were able to articulate these two domains to build an answer to the problem they set out to solve.

Keywords: Mathematical Modelling; Comprehension; Financial Mathematics; Wittgenstein.

Introdução

A introdução de atividades de modelagem matemática nas aulas de matemática vem merecendo atenção de professores e pesquisadores há várias décadas. Considerando que no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática acontece a interlocução entre linguagens, problemáticas, interesses, objetivos e ações dos alunos, as discussões têm se endereçado a diferentes finalidades que permeiam esta interlocução.

No presente artigo, dirigimos nossa atenção para ações e modos de agir dos alunos, considerando, particularmente, como pode se manifestar a sua compreensão quando desenvolvem atividades de modelagem matemática.

No que se refere à compreensão, diferentes bases epistemológicas e filosóficas têm permeado os discursos daqueles que se interessam pela modelagem matemática. Neste artigo a problematização da compreensão se fundamenta em pressupostos do filósofo Ludwig Wittgenstein, considerando sua perspectiva filosófica a respeito da compreensão. Conforme propõe Wittgenstein (2014) e se discute em Sousa e Almeida (2019), Baker e Hacker (2005) e Moreno (2003), olhar para a compreensão sob essa perspectiva implica considerar as ações dos alunos em uma prática linguística.

Com a finalidade de trazer ao debate esta perspectiva filosófica de pensar sobre a compreensão, temos como objetivo determinar critérios para inferir sobre a compreensão dos alunos em uma atividade de modelagem matemática. O quadro teórico apresenta um entendimento de modelo matemático e de modelagem matemática bem como elementos da filosofia de Wittgenstein em relação à compreensão. Os critérios de compreensão em uma atividade de modelagem matemática são constituídos a partir de dados de uma pesquisa empírica em que uma atividade de modelagem matemática foi desenvolvida em uma disciplina de Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática.

Modelagem Matemática na Educação Matemática

A modelagem matemática, viabilizando a interlocução entre matemática e realidade, visa a busca de uma solução para um problema identificado em uma situação da realidade, sendo essa busca mediada pela construção e validação de um modelo matemático.

Em matemática usamos e construímos modelos para explicar, fazer previsões e ‘tornar presente’ situações da realidade usando matemática. Tendo esse papel, o modelo matemático articula elementos de dois domínios com linguagens distintas: o domínio da situação da realidade (R) e o domínio da matemática (M). A articulação não é um processo automático, mas é realizada por alguém, um modelador, que seleciona aspectos do domínio R e do domínio M mediante um ato intencional que aqui denotamos por A.

Considerando os elementos dos dois domínios bem como o ato intencional, a um modelo matemático se associa uma tripla (R, A, M) conforme sugerem Niss e Blum (2020). Segundo estes autores, a definição de um modelo matemático se completa com a caracterização dessa tripla. O modelo matemático, para além de uma estrutura matemática (como uma função ou uma equação, por exemplo), é um modelo de algo reconhecido no domínio da realidade e é construído mediante elementos do domínio da matemática, conforme apontam Almeida, Silva e Vertuan (2012).

É preciso assumir que há diferentes possibilidades para o modelo matemático (R, A, M) assim definido, considerando que escolhas e decisões do modelador selecionam os elementos de R e de M. Este processo é o que Niss e Blum (2020) denominam de modelagem matemática. É neste sentido que, conforme sugerem Almeida, Tortola e Merli (2012), a modelagem matemática visa propor soluções para problemas da realidade por meio de modelos matemáticos.

O desenvolvimento de atividades de modelagem matemática envolve transições entre a linguagem do domínio R e do domínio M, estabelecendo um diálogo entre a matemática e nosso conhecimento da realidade, bem como pode constituir um modo de ver as situações com base em um sistema matemático (TORTOLA; ALMEIDA, 2018; SOUZA; BARBOSA, 2014; ARAÚJO; LIMA, 2020). Este diálogo se constitui e se fortalece na medida em que é mediado pela compreensão dos alunos, seja da realidade, seja da matemática.

A compreensão na filosofia de Wittgenstein

Ludwig Joseph Johann Wittgenstein (1889-1951) foi um filósofo austríaco que trouxe contribuições para a filosofia da linguagem. No presente artigo, recorremos a algumas de suas observações filosóficas incluídas em sua obra póstuma *Investigações Filosóficas*, publicada em 1953, em que conceitos como compreensão, significado, estados mentais, são abordados por meio de um exame do funcionamento da linguagem.

Consideramos um exemplo apresentado por Wittgenstein na obra Investigações Filosóficas. Neste exemplo, o autor discute a compreensão em relação à sequência de números (1, 4, 9, 16...) que é apresentada aos alunos e o professor pede para que eles continuem a escrever a sequência. Para Wittgenstein (2014), inferir se o aluno compreendeu a sequência, implica em observar se ele seguiu regras convencionadas em uma determinada *forma de vida*[1] para continuar a escrever os termos dessa sequência. O filósofo sugere que os indícios de compreensão decorrem de reações dos aprendizes à apropriação de técnicas, em geral, realizadas por meio do que ele chama de *treino*[2]. Gottschalk (2018), particularmente, argumenta que um critério que podemos usar para inferir sobre a compreensão dos alunos de como se continua essa sequência, pode ser, por exemplo, identificar se eles se referem à fórmula algébrica $y=x^2$ em que x é um número natural, para dar continuidade na escrita dos termos da sequência. Continuar a sequência corretamente significa seguir uma regra de acordo com uma convenção que pode ser ensinada e aprendida por meio de um processo de treinamento e se dá no interior de uma atividade linguística específica, um *jogo de linguagem* (WITTGENSTEIN, 2014, § 202).

Assim, na perspectiva wittgensteiniana, a compreensão está associada à capacidade de seguir regras em uma atividade linguística e pressupõe a aprendizagem de técnicas e procedimentos, por meio de um treino, que envolve regularidades e convenções no uso da linguagem (WITTGENSTEIN, 2014, § 150). Nas palavras de Wittgenstein, “é evidente que a gramática da palavra ‘saber’ goza de estreito parentesco com a gramática das palavras ‘poder’, ‘ser capaz’. Mas também com a gramática da palavra ‘compreender’. (‘Dominar’ uma técnica.)” (WITTGENSTEIN, 2014, § 150). Isto sugere que a compreensão está relacionada com uma ação, saber como e ser capaz de agir de acordo com uma regra.

Nessa linha de entendimento, conforme sugerem Baker e Hacker (2005), podemos falar em compreensão como algo que torna o sujeito capaz de usar o que está sendo compreendido no interior de um jogo de linguagem, segundo regras convencionadas em uma forma de vida. Esta habilidade pressupõe o domínio de uma técnica, um modo de aplicar a regra. Na medida em que aplicamos uma regra em diferentes jogos de linguagem, outras

[1] As formas de vida designam “nossos hábitos, costumes, ações e instituições que fundamentam nossas atividades em geral, envolvidas com a linguagem” (GOTTSCHALK, 2008, p. 80).
[2] Segundo Wittgenstein (1981, § 419), “toda a explicação tem o seu fundamento no treino. (Os educadores deviam lembrar-se disto.)”. É por meio de um treino que aprendemos as regras de natureza convencional em situações envolvidas com a linguagem.

técnicas podem ser dominadas, ampliando as possibilidades de uso da regra e, consequentemente, as possibilidades de compreensão. O domínio de uma nova técnica de aplicação de uma regra pode levar a outro *modo de ver*.

Em uma perspectiva wittgensteiniana, a possibilidade de compreensão está alicerçada em práticas acordadas e compartilhadas em uma forma de vida, bem como em uma concordância de julgamentos (WITTGENSTEIN, § 242). Tais concordâncias formam o contexto em que a compreensão deve ser entendida. Isto implica que a caracterização dos critérios para dizermos que alguém compreendeu algo devem ser públicos (acordados e compartilhados em uma forma de vida) e não são fixos e universais, mas podem mudar haja vista à multiplicidade de jogos de linguagem com as quais exercemos nossas atividades linguísticas.

No âmbito do que nos propomos discutir no presente artigo, buscamos nos usos de linguagens no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática os critérios para inferir em relação à compreensão dos alunos nesta atividade.

Compreensão em uma atividade de modelagem matemática

A atividade de modelagem matemática a que nos referimos tem como temática *Orçamento Financeiro Pessoal ou Familiar*. O tema foi proposto pelo professor, um dos autores deste texto, em uma disciplina de Matemática Financeira em um curso de Licenciatura em Matemática composta por nove alunos, que, para o desenvolvimento desta atividade, foram organizados em dois grupos. Referimo-nos aqui a um dos grupos formado pelos alunos A2, A4, A7, A8, A9.

Do ponto de vista metodológico trata-se de uma pesquisa qualitativa (BOGDAN, BIKLEN, 1982), sendo a análise dos dados uma interpretação descritiva dos autores relativamente à compreensão dos alunos revelada no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

A situação proposta continha informações a respeito do *Orçamento Financeiro*[3] e sua importância para organizar a vida financeira das pessoas. Nesta proposta, os elementos que constituem um Orçamento Financeiro pessoal ou familiar consistem em renda, consumo

[3] "Orçamento pode ser visto como uma ferramenta de planejamento financeiro pessoal que contribui para a realização de sonhos e projetos". Para um bom planejamento financeiro, é importante que toda a movimentação de recursos, incluindo todas as receitas, despesas e investimentos estejam organizados (BCB, 2013, p. 20).

e investimento e podem ser organizados em uma planilha, de modo que a pessoa pode controlar os gastos e manter um orçamento superavitário. A partir da situação inicial proposta pelo professor e discutida com os alunos, eles coletaram dados acerca do orçamento financeiro de um dos integrantes do grupo.

Os alunos se interessaram em investigar o rendimento de um investimento, com aporte mensal no Tesouro Direto[4], em um período de vinte e cinco anos, com base no orçamento financeiro e na profissão da aluna A4, professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O período de investimento foi decidido a partir do tempo mínimo de exercício de uma professora do Ensino Básico necessário para aposentadoria, conforme regulamenta o sistema previdenciário brasileiro. Diante disso, os alunos se propuseram a investigar se um investimento no Tesouro Direto pode gerar, ao longo de 25 anos, um montante que, ao final desse período, pode proporcionar um rendimento mensal semelhante ao salário de aposentadoria de uma professora da Educação Básica no Brasil. O problema formulado pelos alunos foi: Qual é o montante obtido mediante um investimento no Tesouro Direto por um período de 25 anos? O montante gerado depois desses 25 anos proporciona um ganho equivalente ao salário de aposentadoria da professora?

Este problema foi formulado com base em uma situação da realidade identificada como o Orçamento Financeiro elaborado pela aluna A4 acerca de suas finanças pessoais e que envolve elementos como renda, consumo e investimento, bem como informações relativas à sua folha de pagamento. O diálogo a seguir evidencia como esses aspectos foram levados em consideração para formular o problema.

> *A9- Eu estava vendo uma reportagem [...]. Tem um termo agora gerontolescência, que são os idosos adolescentes, que viajam depois que aposentam. Uma pessoa que começou a trabalhar agora e quer investir para viajar depois que aposenta [...] para o exterior.*
> *A2– Primeiro temos que definir o que a pessoa vai fazer com o dinheiro, se é para comprar uma casa, se é para viajar. [...] A4 para o que você quer?*
> *A4 – Eu quero para estabilidade financeira. Para quando chegar lá nos meus 50 anos e não trabalhar mais ter uma renda para viver bem.*
> *A2 – Você quer para aposentadoria?*
> *A4 – Não é bem aposentadoria, eu quero ter dinheiro quando tiver 50 anos.*
> *[...]*
> *A2 – Vamos pensar, nós vamos ser professores, quanto é descontado de INSS do salário do professor. Quanto é descontado do seu A4?*
> *A4 - Vou ver minha folha de pagamento. Olha, desconta 94,32 reais do INSS. Meu salário bruto é 1079,00 reais.*
> *[...]*

[4] O Tesouro Direto é um Programa do Tesouro Nacional desenvolvido para venda de títulos públicos federais para pessoas físicas. Para saber mais, consulte o site disponível em:< https://www.tesourodireto.com.br/conheca/conheca-o-tesouro-direto.htm>. Acesso em: 29 de jun. de 2021.

> *A9 – Estou pensando assim: quanto uma pessoa precisa investir hoje, para quando ela chegar na aposentadoria dela, ela poder sacar mensalmente o valor correspondente ao salário da aposentadoria?*
> *A4 – Mas você tem que ver em quanto tempo de investimento ela vai conseguir sacar esse dinheiro, né.*

Neste diálogo os alunos destacam a importância de definir o objetivo e a necessidade de levar em consideração a renda do investidor para delinear o investimento a ser feito. Segundo o Banco Central do Brasil (2013, p. 20), "o orçamento pode ser visto como uma ferramenta de planejamento financeiro pessoal que contribui para a realização de sonhos e projetos. Para que se tenha um bom planejamento, é necessário saber aonde se quer chegar [...] e estabelecer metas claras e objetivas".

Em uma perspectiva wittgensteiniana, podemos dizer que elaborar um orçamento financeiro para atingir objetivos específicos constitui um jogo de linguagem associado ao domínio R da atividade de modelagem matemática, isto é, é uma atividade linguística específica guiada por regras tais como estabelecer metas claras e objetivas, registrar e controlar toda movimentação de recursos financeiros. Ao seguir essas regras neste jogo de linguagem, os alunos mostram que compreendem a situação da realidade, sendo capaz de explicitá-las por meio de explicações no diálogo com outros alunos, conforme os excertos: "Primeiro temos que definir o que a pessoa vai fazer com o dinheiro, se é para comprar uma casa, se é para viajar" (A2); "[...] Temos que pensar de acordo com a renda de A4" (A2); "Mas você tem que ver em quanto tempo de investimento ela vai conseguir sacar esse dinheiro, né" (A4).

Assim, *a identificação de elementos do jogo de linguagem associado à situação da realidade e as explicações que os alunos são capazes de dar sobre esses elementos* pode ser caracterizado como um critério para inferirmos sobre a compreensão dos alunos acerca da situação-problema investigada. No âmbito da atividade, os elementos do jogo de linguagem vinculado à elaboração de um orçamento financeiro, identificados e explicados pelos alunos, são o estabelecimento de metas claras e objetivas e o registro e a organização de todos os recursos financeiros (renda, despesas e investimentos), conforme indicam as normas do Banco Central do Brasil. Ao explicar esses elementos, os alunos expressam que compreendem o significado de *orçamento financeiro*, em sintonia com a assertiva de Wittgenstein (2014, §560) de que "o significado da palavra é aquilo que a explicação do significado explica." Isto é: se você quer entender o uso da palavra "significado", verifique então a "explicação do significado" apresentada pelo sujeito.

Para a articulação entre o domínio da situação da realidade (R) e o domínio da matemática (M) os alunos, mediante um ato intencional (A), selecionaram aspectos do domínio R que foram relevantes para uma argumentação que fundamentasse as hipóteses em relação à situação-problema.

Ao compreender a situação-problema os alunos passaram a discutir como fariam o investimento e perceberam que não seria possível considerar um valor qualquer para investir, visto que esta decisão iria comprometer parte da renda mensal de A4. Outro fator que gerou discussão e necessitou de uma tomada de decisão foi em relação ao valor do salário de A4 no decorrer do tempo. Uma variação no salário de A4 vai interferir diretamente no valor a ser investido. Podemos perceber tal preocupação diante do seguinte diálogo:

A4 - Olha, eu projetei minha renda para o ano que vem, nós podemos pensar em relação a porcentagens.
PP - Proporcional?
A4 - Exatamente, não importa o quanto vou receber, eu vou gastar 25 % em compras, 30% em mercado, 9 % em contas fixas e deixo 22% deixo para despesas extras.
PP - Quantos por cento da sua renda você gasta todo mês?
A4 - 86%.
A9 - Então, ela pode investir 14% da renda por mês, a diferença entre a renda e o consumo.
A9 - Investir o saldo né. Tipo assim, o saldo vai ser a renda menos o consumo.
[...]
PP - E o salário é fixo?
A9 - Não, ele vai variar. Vamos considerar o índice de inflação do IPCA para fazer o reajuste do salário.

A partir da discussão os alunos perceberam que o valor a ser investido deveria se encaixar na renda de A4 e que o consumo ocorreria de forma proporcional à renda. O planejamento criado por A4 mostra que suas dívidas obedeceram aos percentuais do seu orçamento e isto implica que A4 não fará dívidas que não possa pagar. Deste modo, os alunos perceberam que 14% da renda de A4 poderia ser destinada ao investimento. Além disso, consideraram que o salário não permanece fixo no decorrer nos anos, mas pode sofrer reajuste de acordo com o índice de inflação. Esses aspectos foram sistematizados pelos alunos em quatro hipóteses: i) o saldo mensal do orçamento será positivo; ii) o consumo é proporcional à renda; iii) o capital investido é a diferença entre a renda e o consumo do mês; iv) o salário será atualizado de acordo com a inflação medida pelo IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo).

Para matematizar a situação, os alunos definiram as variáveis: S_n: salário no mês n; S_0: salário inicial; β: constante de proporcionalidade do consumo/despesas em relação ao salário; C_n: consumo no mês n; M_n: montante no mês n; t: tempo (em meses); α: a taxa de inflação segundo o IPCA; i : taxa de juros do investimento ao mês.

O ato intencional (A) na atividade *Orçamento Financeiro Pessoal ou Familiar* visa caracterizar relações entre orçamento financeiro, domínio da situação da realidade (R), e conceitos da matemática financeira e da matemática, domínio da matemática (M). Por exemplo, ao ponderarem que o consumo é proporcional à renda, os alunos estabelecem relações entre consumo e renda (aspectos do domínio R) mediante o conceito de proporcionalidade (conceito matemático); ao considerarem que o salário será atualizado de acordo com a inflação medida pelo IPCA, os alunos estão relacionando o salário (elemento do orçamento financeiro presente no domínio R) e o conceito de reajuste monetário (conceito da matemática financeira pertencente ao domínio M). Dessas relações se configura a matematização, orientada pelas hipóteses e variáveis por meio de discussões e acordos no grupo.

Podemos dizer, portanto, que o ato intencional (A) é um processo intersubjetivo, em que diferentes relações entre aspectos dos domínios R e M podem ser estabelecidas a depender do modo de ver a situação da realidade e dos conhecimentos matemáticos dos alunos. Essa caracterização reitera a ideia de que o ato intencional não é um processo automático bem como a característica de atividades de modelagem, destacada por Almeida (2018), de que diferentes resoluções e soluções podem surgir, uma vez que percepções distintas de uma situação da realidade podem surgir em quase todas as situações.

Essas diferentes percepções podem ser interpretadas, sob uma ótica wittgensteiniana, como diferentes modos de ver a situação da realidade. Na atividade *Orçamento Financeiro Pessoal ou Familiar* podemos dizer, com base nas hipóteses e nas variáveis, que um determinado modo de ver o orçamento financeiro é delineado, em que os alunos dispõem de determinadas regras associadas ao jogo de linguagem de elaborar um orçamento financeiro para atingir um objetivo específico e a jogos de linguagem da matemática financeira. Ao seguir essas regras, os alunos revelam sua compreensão de conceitos de matemática financeira como capital, montante, taxa de inflação e taxa de juros.

A compreensão do orçamento financeiro (situação da realidade) e a compreensão de conceitos da matemática financeira ao serem conectadas pelo ato intencional direcionam a um determinado modo de ver. Assim, *o estabelecimento de relações entre a situação da* *realidade (R) e matemática (M), por meio de um ato intencional, bem como as explicações que os alunos são capazes de dar sobre essas relações* constitui um critério para inferir sobre a compreensão de conceitos de matemática financeira (compreensão matemática) e compreensão do orçamento financeiro (compreensão da situação da realidade) no desenvolvimento da atividade *Orçamento Pessoal ou Familiar*, uma vez que revela as regras seguidas pelos alunos.

O domínio matemático na atividade de modelagem se constitui de elementos como símbolos matemáticos, conceitos e procedimentos da matemática financeira e da matemática na resolução matemática do problema formulado. A partir das hipóteses os alunos estabeleceram relações matemáticas entre as variáveis definidas, o que resultou na formulação de três equações discretas conforme indica o Quadro 1.

Quadro 4: Relação entre as hipóteses e as equações

Hipóteses	Equações discretas	
iii) o capital investido será a diferença entre a renda e o consumo do mês.	$M_n = M_{n-1} + (M_{n-1}.i) + (S_n - C_n)$	(1)
ii) o consumo é proporcional a renda; *i) o saldo mensal do orçamento será positivo*	$C_n = \beta.S_n$ com $0 < \beta < 1$	(2)
iv) o salário será atualizado de acordo com a inflação medida pelo IPCA	$S_n = S_{n-1}.(1+\alpha)$	(3)

Fonte: registros escritos dos estudantes

Na equação (1) o montante no mês n (M_n) é dado pela soma do montante do mês anterior (M_{n-1}), mais o juro do mês n ($M_{n-1}.i$), calculado pelo produto entre montante no mês $n-1$ (M_{n-1}) e a taxa de juros do investimento (i), mais o capital (S_n - C_n) investido mensalmente que é a diferença entre o salário no mês n (S_n) e consumo no mês n (C_n). Ao elaborar a equação (1), os alunos usam o conceito de regime de capitalização a juros compostos, em que a base de cálculo do juro se altera período a período conforme a capitalização do juro do período anterior. O período de capitalização do investimento no tesouro direto é mensal e o juro calculado no mês n tem como base de cálculo o montante no mês anterior (M_{n-1}).

Na equação (2) o consumo no mês n (C_n) pode ser calculado pelo produto entre o salário no mês n (S_n) e uma constante de proporcionalidade β. Para que o saldo mensal do orçamento S_n - C_n seja sempre positivo é necessário que o salário no mês n seja maior que o consumo no mês n, tal que $S_n > C_n$ e, portanto, $0 < \beta < 1$.

Na equação (3) o salário no mês n (S_n) corresponde ao salário no mês anterior (S_{n-1}) mais o acréscimo ou decréscimo causado pelo reajuste de acordo com o índice de inflação α, dado por $(\alpha.S_{n-1})$. Esta equação envolve o uso do conceito de correção monetária, em que ocorre um reajuste do salário de acordo com o índice de inflação, equilibrando o poder de compra.

Ao formular as equações (1), (2) e (3), os alunos estabeleceram conexões entre orçamento financeiro (situação da realidade) e regras da matemática financeira. Estas conexões são mediadas por atos intencionais e se valem da manipulação de símbolos matemáticos associados a conceitos da matemática e da matemática financeira, em particular. Assim, podemos dizer que o *estabelecimento de relações matemáticas entre as variáveis definidas de acordo com regras da matemática financeira e guiadas pelas hipóteses formuladas* constitui um critério que nos permite inferir sobre a compreensão dos alunos acerca de conceitos de matemática financeira. De fato, ao estabelecer essas relações, os alunos seguem regras da matemática financeira, conforme o acordado na forma de vida dos especialistas da área de matemática financeira. Além disso, o emprego dessas regras pressupõe o domínio de determinadas técnicas, que no caso da resolução dos alunos, são a técnica de recursividade e soma dos termos de uma progressão geométrica finita na busca de uma solução para uma equação de diferenças de primeira ordem associada ao montante do investimento no mês n (M_n).

Por meio da técnica de recursividade, os alunos reescreveram a equação (3) em termos do salário inicial (S_0). Em seguida, relacionaram as três equações e obtiveram uma equação de diferenças de primeira ordem para o montante do investimento no mês n (M_n), conforme mostra o Quadro 2.

Quadro 5: Relação entre as equações discretas

$S_n = S_{n-1}.(1+\alpha)$ $S_1 = S_0;(1+\alpha)$ $S_2 = S_1.(1+\alpha) = S_0.(1+\alpha)^2$ $\vdots$ $S_n = S_0.(1+\alpha)^n$ (4)	Relacionando as equações (1), (2) e (4): $M_n = M_{n-1}.(1+i) + (S_n - \beta.S_n)$ $M_n = M_{n-1}.(1+i) + S_n.(1-\beta)$ $M_n = M_{n-1}.(1+i) + S_0.(1+\alpha)^n.(1-\beta)$ (5)

Fonte: registros escritos dos estudantes

Por meio do uso da recursividade e do cálculo da soma dos termos de uma progressão geométrica finita os alunos resolveram a equação de diferenças para obter o montante no mês n (M_n).

Quadro 6: Resolução da equação de diferenças de 1ª ordem

Por recursividade, temos:
$M_1 = M_0.(1+i) + S_0.(1+\alpha).(1-\beta)$
$M_2 = M_1.(1+i) + S_0.(1+\alpha)^2.(1-\beta)$
$M_2 = M_0.(1+i)^2 + S_0.(1-\beta).\left((1+\alpha).(1+i) + (1+\alpha)^2\right)$
$M_3 = M_2.(1+i) + S_0.(1+\alpha)^3.(1-\beta)$
$M_3 = M_0.(1+i)^3 + S_0.(1-\beta).\left((1+\alpha).(1+i)^2 + (1+\alpha)^2(1+i) + (1+\alpha)^3\right)$
$\vdots$
$M_n = M_0.(1+i)^n + S_0.(1-\beta).\left((1+\alpha).(1+i)^{n-1} + (1+\alpha)^2(1+i)^{n-2} + \cdots + (1+\alpha)^n\right)$
A expressão $(1+\alpha).(1+i)^{n-1} + (1+\alpha)^2(1+i)^{n-2} + \cdots + (1+\alpha)^n$ pode ser reescrita utilizando a soma de uma progressão geométrica finita de razão $\frac{1+\alpha}{1+i}$. Assim, obtemos:

$$M_n = M_0.(1+i)^n + S_0.(1-\beta).\left[\frac{(1+\alpha)^1.(1+i)^n - (1+\alpha)^{n+1}}{(i-\alpha)}\right] \quad (6)$$

Sendo $M_0 = 149{,}80$, $i = 0{,}6976\%\, a.m,$ $S_0 = 1070{,}00$, $\alpha = 0{,}49\%$, $\beta = 0{,}86$, $n = 300 meses,$ substituindo no modelo matemático e calculando o montante no mês 300, temos:

$$M_{300} = 149{,}8.(1+0{,}0069)^{300} + 1070.(1-0{,}86).\left[\frac{(1+0{,}0069)^{300}.(1+0{,}0049)^1 - (1+0{,}0049)^{300+1}}{(0{,}0069-0{,}0049)}\right]$$

$$M_{300} = 271578{,}58$$

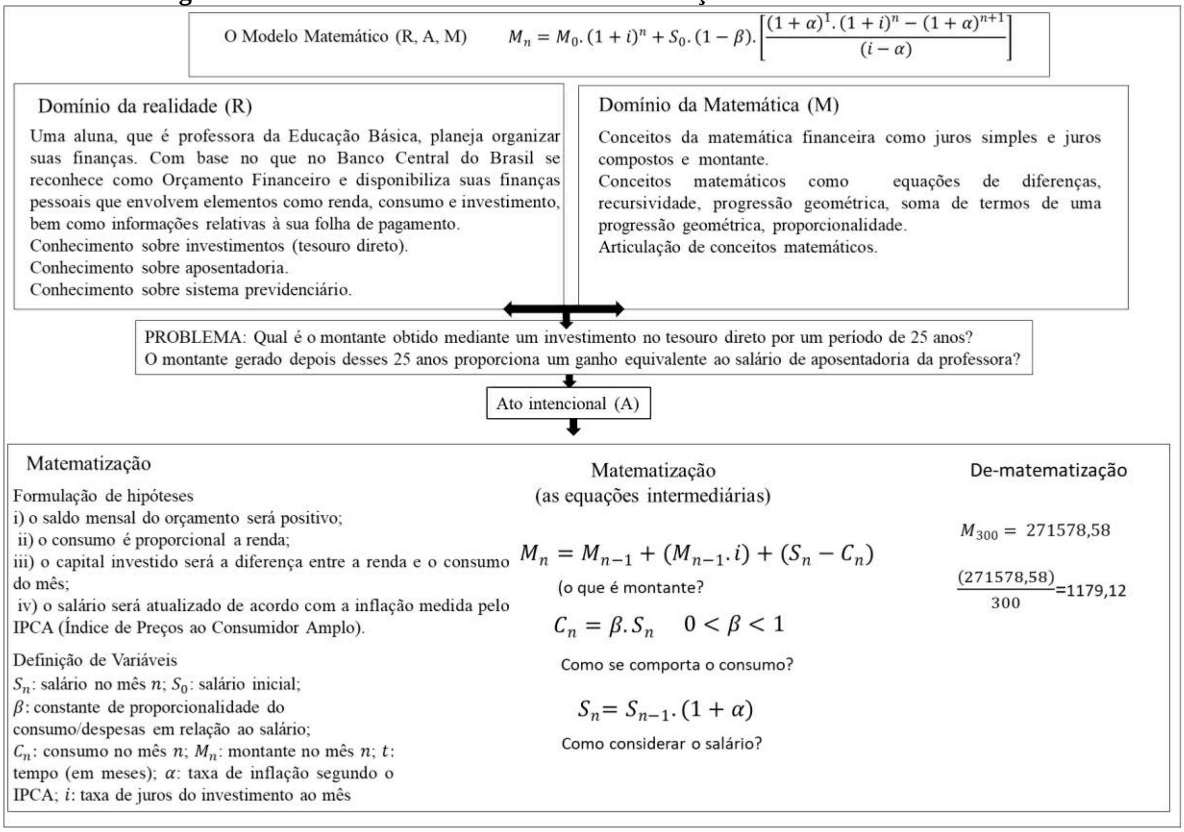
Em outras palavras, o montante que resulta do investimento no Tesouro Direto durante um período de 25 anos (300 meses) é de R$271578,58. Se for resgatado mensalmente desse montante um valor equivalente ao salário da aposentadoria que é de $R\$$ 1179,12 ao mês, a professora poderá usufruir do investimento durante 19 anos após se aposentar.

Fonte: registros escritos dos estudantes

Podemos dizer que a compreensão de conceitos da matemática financeira com os quais os alunos lidaram no domínio matemático (M) nesta atividade de modelagem parece estar alinhada com as assertivas de Wittgenstein (2014, § 143) relativamente à continuação da sequência (1, 4, 9, 16...) em que o filósofo sugere que inferir se o aluno compreendeu a sequência, implica em observar se ele seguiu regras convencionadas dentro de uma forma de vida. De fato, no caso dessa atividade de modelagem podemos dizer que os alunos compreendem conceitos de matemática financeira se são capazes de *determinar uma expressão matemática adequada para obter uma solução para o problema, por meio da operação e manipulação de símbolos matemáticos, conforme regras convencionadas numa forma de vida (*que nesse caso consiste nas regras e métodos reconhecidos no campo da matemática financeira)

De fato, este modo de agir é acordado e compartilhado em jogos de linguagem da matemática financeira e, portanto, observar que ele acontece nos permite caracterizá-lo como um critério para inferirmos a respeito da compreensão pelos estudantes de conceitos da matemática financeira na atividade de modelagem. Temos, sob uma perspectiva wittgensteiniana, uma prática regular compartilhada em uma forma de vida que torna possível a compreensão de conceitos de matemática financeira. O modelo matemático constituído pela tripla (R, A, M), conforme sugerem Niss e Blum (2020), se configura conforme indica a Figura 1.

Figura 17: Modelo Matemático da atividade Orçamento Pessoal ou Familiar



Fonte: Dos autores

Ao relacionar aspectos do domínio do orçamento financeiro (situação da realidade R) e aspectos do domínio da matemática financeira (domínio matemático M), o modelo matemático elaborado não pode ser visto apenas como a equação matemática (equação 6 do Quadro 3), mas incorpora regras, conceitos e técnicas específicas em diferentes jogos de linguagem que emergiram no desenvolvimento dessa atividade. O uso da matemática se dá no interior destes jogos de linguagem. Sob uma perspectiva wittgensteiniana, essa asserção corrobora com o que afirma Gottschalk (2008) de que um conceito matemático por si só é vazio, o que possibilita a sua significação é seu uso em um jogo de linguagem. Foi no decorrer desse uso mediado pelo seguir regras que os indícios de compreensão se revelaram.

Considerações Finais

O objetivo de determinar critérios para inferir sobre a compreensão dos alunos em atividades de modelagem matemática a partir de uma perspectiva wittgensteiniana para a compreensão nos levou a dirigir nossa atenção para como os alunos lidam com jogos de linguagem que se constituem no desenvolvimento dessas atividades.

Particularmente, os indícios de compreensão se revelaram em circunstâncias específicas considerando que a compreensão que se pode inferir envolve aspectos da situação da realidade, conceitos e técnicas da matemática e da matemática financeira, mas principalmente, de como esses alunos foram capazes de articular estes dois domínios para construir uma resposta para um problema que se propuseram a resolver.

A compreensão se dá no interior dos jogos de linguagem envolvidos na tripla (R, A, M) e os critérios para inferir a respeito dessa compreensão podem ser caracterizados a partir das formas de agir dos alunos. Quatro critérios foram determinados: (1) A identificação de elementos do jogo de linguagem associado à situação da realidade e as explicações que os alunos são capazes de dar sobre esses elementos; (2) O estabelecimento de relações entre situação da realidade e o domínio da matemática (M), por meio de um ato intencional, bem como as explicações que os alunos são capazes de dar sobre essas relações; (3) O estabelecimento de relações matemáticas entre as variáveis definidas de acordo com regras da matemática financeira e guiadas pelas hipóteses formuladas; (4) Determinar uma expressão matemática adequada para obter uma solução para o problema, por meio da operação e manipulação de símbolos matemáticos, conforme regras convencionadas numa forma de vida.

Esses critérios são circunstanciais, considerando que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem envolve tomadas de decisão e escolhas dos alunos que podem levar à elaboração de diferentes modelos matemáticos e, consequentemente, a diferentes usos de conceitos da matemática e da matemática financeira no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem matemática – com o que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n. 2, p. 215-239, 2012.

ALMEIDA; L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 19-30, 2018.

ARAÚJO, J. de L.; LIMA, F. H. de. The Mathematization Process as Object-oriented Actions of a Modelling Activity System. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 34, n. 68, p. 847-868, 2020.

Banco Central do Brasil. **Caderno de Educação Financeira – Gestão de Finanças Pessoais**. Brasília: BCB, 2013.

BAKER, G. P.; HACKER, P. M. S. **Wittgenstein: Understanding and meaning: Volume 1 of an analytical commentary on the philosophical investigations, part I: Essays**. Oxford: Blackwell Publishing, 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Qualitative research for education: An introduction to theory and methods. Boston: Allyn and Bacon, 1982.

GOTTSCHALK, C. M. A transmissão e produção do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p.75-96, 2008.

GOTTSCHALK, C. M. C. A atividade matemática escolar como introdução de paradigmas na linguagem. **Educação, Ciência e Cultura**, Canoas, v. 23, n. 1, p.113-124, 2018.

MORENO, A. R. Descrição fenomenológica e descrição gramatical – ideias para uma pragmática filosófica. **Revista olhar**, Ano 4, n. 7, p. 93-139, 2003.

NISS, M.; BLUM, W. **The Learning and Teaching of Mathematical Modelling.** London: Routledge, 2020.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. de. Apropriação Linguística e Significado em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 1195-1214, 2019.

SOUZA, E. G.; BARBOSA, J. C. Contribuições teóricas sobre a aprendizagem matemática na modelagem matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 22, n. 41, p. 31-58, jul. 2014.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 11, n. 25, p. 142-162, 2018.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 9. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

De Mãos Dadas: professores elaborando juntos o planejamento de uma atividade de modelagem matemática

Hand in hand: teachers preparing together the mathematical modelling activity planning

Thais Fernanda Pinto
Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte
thais.f@ufmg.br

Jussara de Loiola Araújo
Universidade Federal de Minas Gerais
jussara@mat.ufmg.br

Resumo
O trabalho coletivo é baseado, sobretudo, no compartilhamento de ações. O presente artigo apresenta resultados de um estudo que busca compreender como professores que ensinam matemática e que têm pouca vivência em modelagem elaboram, coletivamente, o planejamento de atividades de modelagem matemática. Para alcançar esse objetivo, foi utilizada uma abordagem qualitativa de pesquisa com o emprego da observação de um grupo de professores, em um contexto de formação, como procedimento de produção dos dados. Com o apoio do referencial teórico de Andy Hargreaves, sobre colaboração, colegialidade artificial e balcanização, e de Dario Fiorentini, sobre cooperação e colaboração, foram analisados episódios referentes ao modo como os professores em questão refletem e tomam decisões coletivamente. Os resultados do estudo evidenciam a presença de conflitos originados pelas características próprias da modelagem, coexistindo na elaboração do planejamento elementos da cooperação, colaboração e colegialidade artificial, com predominância da colaboração.

Palavras-chave: Trabalho coletivo; Planejamento participativo; Modelagem na educação matemática.

Abstract
Collective work is based, above all, on sharing actions. This article presents a study report that aims to understand how teachers who teach mathematics, and have little experience in modelling, collectively prepare the mathematical modelling activities planning. To achieve this objective, a qualitative research approach was used with the observation of a group of teachers, in a training context, as a data production procedure. With the support of Andy Hargreaves' theoretical framework — on collaboration, artificial collegiality, and balkanization —, and Dario Fiorentini's — on cooperation, and collaboration —, episodes were analyzed referring to the way in which the teachers in question reflect and make decisions collectively. The study results show the presence of conflicts originated by modelling characteristics, coexisting, in the planning preparation, elements of cooperation, collaboration, and artificial collegiality, with a predominance of collaboration.

Keywords: Collective work; Participatory planning; Modelling in mathematics education.

O ponto de partida

A modelagem matemática na educação matemática (ou apenas modelagem) é uma das atuais tendências da educação matemática e pode ser considerada como uma proposta pedagógica promissora para o ensino dessa área do conhecimento. Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2018), a modelagem tem por finalidade a investigação de um problema real, utilizando para isso a matemática. Em seu processo de desenvolvimento em sala de aula, essa tendência pode ser organizada em momentos: determinação de uma situação problema a ser investigada; simplificação de hipóteses dessa situação; resolução do problema matemático decorrente; validação das soluções matemáticas encontradas e definição da tomada de decisão com base nos resultados alcançados (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2018).

Mesmo sendo considerada promissora para o ensino de matemática, resultados de pesquisas destacam obstáculos, desconfortos e resistências de professores ao desenvolverem atividades de modelagem (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012; CEOLIM; CALDEIRA, 2017). Tal fato nos leva a refletir sobre a implementação dessas atividades na perspectiva de docentes e, em particular, sobre seu planejamento.

De acordo com Pinto e Araújo (2021), o planejamento de atividades de modelagem consiste em "um processo de reflexão, tomada de decisão, colocação em prática e acompanhamento em torno do desenvolvimento de uma atividade de modelagem" (p. 3). Acerca do planejamento, Gadotti (2016) afirma que, "na escola, para que ele [o planejamento] seja eficaz, ele precisa ser coletivo. Ele é coletivo quando inclui a participação de todos os envolvidos dentro de suas funções e atribuições." (p. 1). Dessa forma, o planejamento coletivo de atividades de modelagem pode representar uma potencial forma de trabalho para a eficácia da atividade que se planeja. Ademais, ações coletivas nesse planejamento podem configurar uma forma de enfrentamento de desafios, possibilitando, assim, maior êxito nas atividades planejadas.

É neste cenário que o estudo aqui relatado está inserido. Buscamos compreender como professores que ensinam matemática e que têm pouca vivência em modelagem elaboram, coletivamente, o planejamento de atividades dessa natureza. Por professores que têm pouca vivência em modelagem, compreendemos que são docentes que desenvolveram uma ou nenhuma vez atividades de modelagem em suas salas de aula.

Diante desse objetivo, apresentamos, na seção seguinte, algumas considerações sobre planejamento, planejamento de atividades de modelagem e trabalho coletivo.

Planejamento coletivo de atividades de modelagem e trabalho coletivo

De forma geral, o planejamento pode ser compreendido como um processo de previsão e racionalização de meios e de recursos humanos e materiais que visa o alcance de certos objetivos e que requer conhecimento e avaliação da situação real (MENEGOLLA; SANT'ANNA, 2012).

No campo da educação, de acordo com Ott (1984 apud VASCONCELLOS, 2015), manifestaram-se, ao longo da história, três grandes concepções de planejamento: planejamento como princípio prático, planejamento instrumental/normativo e planejamento participativo.

A concepção de planejamento como princípio prático está relacionada à tendência tradicional de educação. Já a concepção de planejamento instrumental/normativo está associada à tendência tecnicista da educação (OTT, 1984 apud VASCONCELLOS, 2015). O planejamento participativo é uma concepção de planejamento em que se valoriza "a construção, a participação, o diálogo, o poder coletivo local, a formação da consciência crítica a partir da reflexão sobre a prática de mudança." (VASCONCELLOS, 2015, p. 31). Para Ott (1984 apud VASCONCELLOS, 2015), nessa concepção, o planejamento é compreendido como um instrumento de intervenção com vistas à transformação social, buscando justiça e solidariedade.

Na defesa pelo planejamento participativo, Vasconcellos (2015) assume o planejamento como *méthodos* de trabalho, isto é, como postura e forma de organizar a ação e a reflexão diante da realidade e da sua transformação. Na necessidade de contemplar a participação dos sujeitos envolvidos, o planejamento oportuniza "repensar todo o fazer da escola, como um caminho de formação dos educadores e educandos, bem como de humanização, de desalienação e de libertação." (p. 92).

A participação é entendida como um valor e é pautada no "respeito pelo outro, no reconhecimento de sua condição como cidadão, no sujeito do sentir, pensar, fazer, poder." (p. 92) e na necessidade do ser humano, que, para Vasconcellos (2015), depende de uma inserção ativa no mundo da cultura e das relações. A participação pode ser enfocada em três diferentes níveis: o institucional, o individual e o coletivo, sendo este último relativo à organização dos sujeitos, podendo "favorecer a que um conjunto de forças se articule em uma mesma direção" (VASCONCELLOS, 2015, p. 93).

Tomando como referência a concepção de planejamento participativo proposta por Vasconcellos (2015), compreendemos o planejamento coletivo de atividades de modelagem matemática como um instrumento de intervenção social que objetiva, por meio do desenvolvimento de uma atividade de modelagem, transformação da realidade, segundo pressupostos de justiça e solidariedade, desenrolando-se como um processo de reflexão, tomada de decisão, colocação em prática e acompanhamento em que diferentes sujeitos se articulam para promover a investigação de um problema real por meio da matemática.

Acreditamos que tal instrumento pode assumir características distintas, de acordo com as relações estabelecidas entre os sujeitos participantes do processo. De acordo com Hargreaves (1994), os sujeitos atuantes no contexto escolar podem se relacionar segundo quatro diferentes formas: o individualismo, a colaboração, a colegialidade artificial e a balcanização. Cada uma delas possui implicações distintas no trabalho docente, incluindo, nesse trabalho, o planejamento.

O individualismo, segundo Hargreaves (1994), pode ocorrer quando professores trabalham sozinhos devido às restrições administrativas ou limitações situacionais ou como resposta às circunstâncias do trabalho ou, ainda, por escolha dos docentes, por motivos pedagógicos ou pessoais.

Em culturas colaborativas, as relações de trabalho entre os professores e seus colegas estão inclinadas para a espontaneidade, para o voluntariado, para a realização de tarefas orientadas por objetivos próprios e comuns, para o fazer juntos fora de momentos estritamente regulamentados e para resultados muitas vezes incertos e não facilmente previsíveis (HARGREAVES, 1994).

A colegialidade artificial e a balcanização descrevem situações de trabalho coletivo, em que a colaboração não está presente. Para Hargreaves (1994), a colegialidade artificial é caracterizada pela regulamentação administrativa, pela obrigatoriedade, pela implementação de tarefas orientadas por objetivos e instâncias maiores de poder, por momentos fixados no tempo e no espaço e por resultados previsíveis. A balcanização, por sua vez, é uma forma em que ocorre a divisão da comunidade escolar em subgrupos menores, isolados dos demais, com possibilidade de competição com outros subgrupos, que podem assumir internamente uma forma colaborativa de cultura.

Para Lopes et al. (2016), o trabalho coletivo está associado ao compartilhamento de ações e pressupõe cooperação e colaboração. Em vista disso, é necessário aprofundar a discussão sobre trabalho coletivo em torno dessas duas caracterizações.

Fiorentini (2017) afirma que o trabalho cooperativo pode ser entendido como uma ação conjunta em que há ajuda mútua na execução de tarefas, sem necessariamente haver negociação entre integrantes do grupo e com possibilidade de relações desiguais, hierárquicas e de subserviência. Já no trabalho colaborativo, todos trabalham juntos, visando atingir objetivos comuns, negociados coletivamente, e, desse modo, "as relações tendem a ser não hierárquicas, havendo liderança compartilhada e "co-responsabilidade" da condução das ações" (FIORENTINI, 2017, p. 56, grifos do autor). Para Fiorentini (2017), o trabalho colaborativo pode ser caracterizado e constituído pela presença dos seguintes aspectos: voluntariedade, identidade e espontaneidade; liderança compartilhada e corresponsabilidade; apoio, respeito mútuo e reciprocidade de aprendizagem.

Essas formas de trabalho coletivo podem caracterizar o planejamento coletivo de atividades de modelagem matemática, configurando-se como potenciais modos de compreender esse planejamento.

Realizada essa discussão teórica, apresentamos, a seguir, os participantes e o contexto do estudo aqui relatado.

O curso "LEM e Jogos Matemáticos" e os participantes do estudo

No período de agosto a novembro de 2019, a Secretaria Municipal de Educação de Contagem (MG) ofereceu aos docentes da sua rede de ensino uma edição do curso de formação de professores denominado "Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e Jogos Matemáticos". Além de apresentar e fundamentar práticas de jogos matemáticos, o curso possuía como objetivo discutir e desenvolver práticas de investigação, incorporando em suas pautas algumas das atuais tendências da educação matemática, dentre elas, a modelagem.

O curso foi realizado em um total de quatro encontros mensais com duração de três horas e meia cada. Os encontros do curso foram realizados nos momentos de jornada extraclasse dos professores que totalizam, semanalmente, seis horas e trinta minutos.

Os professores que participaram do curso ensinavam matemática e, em geral, atuavam no Ensino Fundamental da Educação Básica (etapa escolar que atende crianças dos

6 aos 14 anos de idade). Os docentes relataram que, ao longo de suas carreiras, não tinham desenvolvido atividades de modelagem com seus respectivos alunos e, ainda que tivessem algum conhecimento teórico sobre a tendência, eles possuíam pouca vivência em modelagem.

Em acordo com a formadora Rosa, uma das responsáveis por essa edição do curso, a modelagem foi abordada nos dois últimos encontros do curso de formação. A pesquisadora (primeira autora deste artigo) participou da elaboração e realização dos encontros dedicados à modelagem.

No primeiro desses encontros, a tendência foi apresentada e uma concepção de modelagem foi discutida, com ênfase em aspectos comuns das diferentes concepções que se apresentam na literatura da área. Dessa maneira, os professores participantes do curso puderam (re)conhecer, teoricamente, o que é modelagem matemática na educação matemática. Além disso, os docentes em formação realizaram três atividades de modelagem, investigando problemas reais por meio da matemática e, em seguida, uma discussão sobre a implementação dessa tendência nas salas de aula da Educação Básica brasileira foi realizada por todo o grupo. Nesse encontro, um contato teórico e prático foi oportunizado aos docentes, que até aquela oportunidade possuíam pouca vivência em atividades dessa natureza.

No segundo encontro, os professores receberam a orientação de planejar uma atividade de modelagem para ser realizada com seus respectivos estudantes. Seguindo orientações, os docentes se reuniram, formando grupos para elaborar o planejamento de uma atividade de modelagem. Em seus respectivos grupos, os professores tiveram a oportunidade de refletir e tomar decisões relativas ao modo como a modelagem matemática seria incorporada às suas próprias sala de aulas, debatendo, dentre outras questões, sobre potencialidades, desafios e limitações relativos à modelagem, bem como temas mais amplos relacionados ao fazer docente — currículo, planejamento pedagógico, contexto e realidade de escolas e de comunidades que nelas se inserem.

Neste estudo, nos referimos a um dos grupos formados no curso de formação. Esse grupo possuía como integrantes os professores Danilo, Marcelo, Maria e Nicole, professores de matemática, com formação em licenciatura em matemática. Os professores Marcelo, Maria e Nicole já haviam atuado na mesma instituição durante um mesmo período de tempo e, portanto, já se conheciam. Estes três docentes e Danilo também já haviam sido apresentados em edições anteriores do curso.

Na elaboração do planejamento realizada pelo grupo, os docentes refletiram e acordaram sobre os seguintes itens: escolha do tema da atividade e situação-problema a ser investigada pelos estudantes; motivo da escolha do tema; público para o qual a atividade seria desenvolvida; organização dos alunos em sala de aula; outras disciplinas e conteúdos relacionados; duração da atividade; convite inicial à atividade de modelagem; intenção de abordar questões sociocríticas na atividade; e momentos da aula e recursos utilizados (PINTO; ARAÚJO, 2021).

A abordagem e os procedimentos metodológicos do estudo

A partir do objetivo do estudo, que é compreender como professores que ensinam matemática e que têm pouca vivência em modelagem elaboram, coletivamente, o planejamento de atividades dessa natureza, a pesquisa qualitativa (FLICK, 2009) foi escolhida como abordagem. Segundo Flick (2009), a pesquisa qualitativa "dirige-se à análise de casos concretos, em suas peculiaridades locais e temporais, partindo de expressões e atividades das pessoas em seus contextos locais" (p. 37), o que é compatível com o estudo apresentado neste artigo.

A observação (ALVES-MAZZOTTI, 1999) foi o procedimento de produção dos dados empregado e anotações em caderno de campo e gravações em áudio (ALVES-MAZZOTTI, 1999) corresponderam às formas de registro dos dados.

A análise ocorreu em dois níveis de interpretação. No primeiro nível, os episódios foram selecionados, com base no aporte teórico escolhido e de forma que representasse a totalidade dos dados; descritos e interpretados com o apoio da literatura da área de modelagem e trabalho coletivo. No segundo nível, os episódios foram submetidos a uma discussão mais profunda, fundamentada no aporte teórico escolhido, sobretudo, nas propostas de Hargreaves (1994) e Fiorentini (2017).

No interior do planejamento coletivo: os episódios

Os episódios apresentados nesta seção ilustram a maneira pela qual os professores refletem e tomam decisões coletivamente na elaboração do planejamento de atividades de modelagem. No primeiro episódio, o tema da atividade foi escolhido pelos professores; no segundo, os docentes definiram o público para o qual a atividade seria desenvolvida.

Episódio 1: A escolha coletiva de um tema para a atividade

Os professores iniciaram a elaboração do planejamento elencando possíveis conteúdos e temas não matemáticos da realidade que seriam contemplados e desenvolvidos na atividade de modelagem. Após os docentes sugerirem abordar o conteúdo educação financeira com uma prática de compra no supermercado, a formadora Rosa perguntou a eles quais eram seus pensamentos ao iniciar a ação de planejar:

(1) **Formadora Rosa**: *Aí, deixa eu perguntar uma coisa: quando a gente vai fazer esse planejamento que a gente tá fazendo, inicialmente vocês pensam em quê? Antes do tema? O quê que vocês pensam antes? Assim....*
(2) **Maria**: *Nos alunos.*
(3) **Formadora Rosa**: *É, primeiro a gente pensa é neles, não é isso? Essa ideia, por exemplo, do supermercado, ela vai contemplar esses alunos que nós tamo querendo?*
(4) **Maria**: *Tem que ser então do Free Fire*[1].
(5) **Formadora Rosa**: *Por que tem que ser do Free Fire?*
(6) **Maria**: *Porque todo dia que eu entro em sala, pelo menos, um aluno pergunta: professora, você já instalou o Free Fire no seu celular?*
(7) **Formadora Rosa**: *E você, Nicole? Você pensa nos meninos primeiro? Você pensa, Marcelo, nos meninos primeiro? Como que a gente vai fazer isso?*
[...]
(8) **Formadora Rosa**: *Essa temática, por exemplo, da educação financeira, ela atenderia os públicos* [alunos para os quais os professores ministram aulas]*? Entendeu? Eu tô falando assim, nesse contexto atenderia? Tem uma problemática ali?*

(Elaboração coletiva do planejamento, episódio 1, 31/10/2019)

As falas (1), (3) e (9) evidenciam que a formadora Rosa busca direcionar o grupo para reflexões a respeito dos alunos que desenvolveriam a atividade. Diante dessas falas de Rosa, Maria, nas falas (2), (4) e (6), incorpora à discussão um possível interesse dos alunos, propondo a investigação do tema *Free Fire*.

Quando o grupo parecia tender para a sugestão de Rosa, de contemplar a realidade e os interesses dos alunos, Marcelo retomou o tema educação financeira, incorporando um foco nos alunos:

(9) **Marcelo**: *Eu acho que mesmo que não teja do contexto deles, é um assunto interessante educação financeira. É algo que eles já têm que começar a ver.*
(10) **Maria**: *Talvez usar educação financeira não na nossa realidade, que é arroz, feijão e produto, mas educação financeira nos interesses deles, jogo Free Fire. Tem uns outros jogos aí que eles falam, mas eu nunca guardo.*
(11) **Danilo**: *Ou então mesmo a aquisição do celular.*
[...]
(12) **Maria**: *Podemos usar a educação financeira dentro dos produtos que interessam e não no supermercado.*
(13) **Danilo**: *Sim.*
(14) **Maria**: *Numa loja de jogos e eletrônicos.* [...]

---

[1] *Free Fire* é um jogo eletrônico de ação-aventura. Com posições e suprimentos escolhidos pelo próprio jogador, o jogo consiste em buscar armas e equipamentos para matar os outros jogadores (FREE FIRE, 2021).

(15) **Formadora Rosa**: *Quê que cê acha, Marcelo? Dá?*
(16) **Marcelo**: *Brinquedos também.*

(Elaboração coletiva do planejamento, episódio 1, 31/10/2019)

Marcelo, na fala (9), retoma a ideia de abordar o tema educação financeira. A partir dessa fala, Maria, nas falas (10) e (12), sugere a união de elementos de interesse dos professores (tema educação financeira) e de possíveis interesses dos alunos no ponto de vista da docente (jogo *Free Fire*), encaminhando a decisão para uma proposta que contemple, de alguma forma, o tema educação financeira e possíveis interessantes dos estudantes.

As diferentes considerações acerca do tema da atividade de modelagem sugerem a existência de um conflito, entendido como situações de embate entre os diferentes posicionamentos comunicados pelos envolvidos (SANTANA; BARBOSA, 2016), no trabalho coletivo do grupo, juntamente com a formadora Rosa. Os professores tendem a escolher um tema sem levar em consideração os interesses ou o contexto dos alunos, o que pode representar uma prática corriqueira das atividades docentes desses professores. Rosa, cumprindo seu papel de formadora e levando em conta seu conhecimento sobre modelagem, desestabiliza a tendência do grupo. Portanto, o conflito estabelecido ocorre entre os professores e a formadora. No entanto, os docentes e Rosa buscam, juntos, uma forma de gestão desse conflito, por meio da negociação.

Tal característica foi evidenciada por Santana e Barbosa (2017) no desenvolvimento de um trabalho colaborativo. No estudo apresentado por esses autores, um grupo de professores, diante de um conflito, buscou compreender os diferentes pontos de vista e condutas que se apresentaram e, por meio da argumentação, escuta e questionamentos, chegou a uma decisão.

No caso do episódio 1, os professores e a formadora vivenciam um conflito e incluem, no tema da atividade de modelagem, aspectos negociados, incorporando à proposta inicial elementos que contemplam não só os posicionamentos de Rosa, mas também dos professores Danilo, Marcelo e Maria. A formadora Rosa usa seus conhecimentos acerca da modelagem para orientar a escolha do tema. O trabalho de Meyer, Caldeira e Malheiros (2018), por exemplo, destaca a participação dos estudantes em atividades de modelagem, privilegiando o interesse e a curiosidade desses sujeitos e não os dos professores na escolha de um tema ou problema a ser investigado. Já os professores buscam interesses próprios na escolha do tema, incorporando pouco das sugestões da formadora.

Episódio 2: A decisão coletiva sobre o público da atividade

Os professores e a formadora Rosa, após o momento descrito no episódio 1, continuaram a incorporar, no planejamento, características das vidas dos estudantes para os quais a atividade seria destinada, considerando, por exemplo, suas condições socioeconômicas e possíveis prioridades de consumo de suas famílias. Tomados por essa discussão, Danilo, Maria e Marcelo argumentaram, a partir de uma pergunta realizada pela formadora, sobre o público para o qual a atividade seria desenvolvida:

(1) **Formadora Rosa**: *Pra quais meninos* [alunos]*?*
(2) **Maria**: *Ah é.*
(3) **Danilo**: *Nono ano. Eu acho.*
(4) **Maria**: *Mas por que que o de sexto também não pode viver isso, se eles estão vendo porcentagem, número decimal, ...?*
(5) **Marcelo**: *Esse ano mesmo eu trabalhei com os meus alunos* [pertencentes ao sexto ano, com 11 anos de idade]. *Eles tinham que fazer um trabalho e apresentar lá fazendo pesquisas de preço. Já uma introduçãozinha de educação financeira.* [...]
(6) **Formadora Rosa**: *Então seria melhor pro sexto, pro oitavo, pro nono, pro sétimo?*
(7) **Maria**: *É, porque a gente não pode pegar todos.*
(8) **Marcelo**: *Mas tem que especificar.*

(Elaboração coletiva do planejamento, episódio 2, 31/10/2019)

As falas (3), (4) e (5) mostram uma discordância entre os posicionamentos dos professores. Diante disso, a formadora Rosa, na fala (6), propõe a abrangência dos diferentes posicionamentos (mais de um ano escolar) e os professores, tomando como referência o conteúdo matemático programado para cada ano, mostram-se, inicialmente, contrários à proposta da formadora — falas (7) e (8).

Maria realizou uma ponderação sobre a proposta de incluir quatro anos escolares em uma mesma atividade, levando a formadora Rosa a sugerir um outro caminho, considerando o ano para o qual os professores lecionavam:

(9) **Maria**: *Porque se a gente pegar todos, a gente vai ter que fazer subdivisões, né? Tipo assim, para o sexto ano, o quê que nós vamos esperar? Para o sétimo? Aí vai ficar uma coisa mais longa, né? Mais trabalhosa. Então vamos escolher um ano que dá pra abordar mais coisas* [conteúdos]. *Seria o nono? Apesar de que, ninguém aqui tá trabalhando com o nono. Então como é que nós vamos aplicar?*
(10) **Formadora Rosa**: *Mas a gente poderia talvez pensar para o sexto e aí depois fazer indicações pro nono, pro sétimo, o quê que cês acham? Cês tão trabalhando com que ano?*
(11) **Maria**: *Sexto, sétimo e oitavo.*
(12) **Marcelo**: *Sexto só.*

(Elaboração coletiva do planejamento, episódio 2, 31/10/2019)

Maria, na fala (9), volta atrás em seu posicionamento inicial, sugerindo uma estratégia para contemplar a sugestão dada pela formadora. Ao mesmo tempo, ela tenta incorporar, à estratégia, a proposta de Danilo. No entanto, ela parece relutante e retrocede, afirmando que os professores do grupo não estão atuando, no momento, em turmas de nono ano. A formadora Rosa, na fala (10), incentiva a estratégia de Maria e busca incorporar, à ideia, anos nos quais os professores lecionam.

Seguidamente, diante das respostas fornecidas, uma nova proposta foi apresentada pela formadora Rosa e os professores opinaram sobre ela:

(13) **Formadora Rosa**: *E se a gente pensasse em uma atividade para esse público, de sexto a oitavo? É possível? Não é possível? O quê que cês acham?*
(14) **Danilo**: *É.*
(15) **Maria**: *Pode até o nono também, que aí ano que vem a gente pode tá no nono.*
(16) **Formadora Rosa**: *Então vamos pensar isso! Quê que cês acham? Dá, gente, pra fazer do sexto ao nono a mesma atividade?*
(17) **Maria**: *Só que aí... Não, mas aí, mas eu acho que tem que subdividir ela* [atividade]. *Tipo assim, ela vai ter uma principal, que aceita o sexto ano, mas vai ter que ter complementos pra aprimorar pro sétimo, oitavo e nono. Tipo assim, a gente não pode pegar só a coisinha básica do sexto e colocar lá no nono.* [...]
(18) **Formadora Rosa**: *Então o público vai ser o quê?*
(19) **Danilo**: *Sexto ao nono.*
(20) **Maria**: *Sexto ao nono.*
(21) **Formadora Rosa**: *Tá.*

(Elaboração coletiva do planejamento, episódio 2, 31/10/2019)

Percebendo a possibilidade da incorporação de diferentes anos escolares no público da atividade, a formadora Rosa, na fala (13), busca uma aceitação dos professores, que concordam — falas (14) — e problematizam — fala (15). Assim, o grupo toma a decisão de elaborar o planejamento da atividade para estudantes do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental.

Neste episódio, diferentes propostas são apresentadas pelos professores e pela formadora Rosa. Inicialmente, os docentes mostram uma relutância em incorporar anos escolares distintos, pois, talvez, esta incorporação não seja comum nas práticas pedagógicas dos professores. Tal fato pode ser decorrente da presença da modelagem, que desestabiliza a ordem comum de desenvolvimento de conteúdos, permitindo a realização da atividade em diferentes anos escolares. No entanto, os docentes flexibilizam suas propostas e contemplam também a proposta da formadora Rosa, que busca romper com a resistências dos docentes, apoiada em seus saberes sobre a tendência, já que em atividades de modelagem é possível que um mesmo problema seja resolvido de diferentes maneiras, a depender “dos conteúdos e da profundidade matemática que se pretende atingir” (LEITE, 2008, p. 119).

Ao considerarem a estratégia de incorporação de mais de um ano escolar na mesma atividade, com subdivisões ou indicações específicas, o grupo de professores e a formadora gere novamente um conflito (discordância em relação à determinação do ano escolar para o qual a atividade seria desenvolvida) com base em negociações, forma de gestão evidenciada por Santana e Barbosa (2017).

Assim como no episódio 1, os professores, no episódio 2, dialogam e refletem juntos sobre diferentes considerações e posicionamentos e tomam uma decisão, com base em negociações, assemelhando à forma de gestão de conflitos revelada por Santana e Barbosa (2017) em trabalhos colaborativos.

No interior do planejamento coletivo: uma compreensão

A partir da apresentação e de uma análise em primeiro nível dos episódios, passamos a esboçar uma compreensão acerca da elaboração do planejamento coletivo realizado pelos professores, juntamente com a formadora Rosa. Para isso, retomamos algumas características do curso de formação e do grupo de docentes e a análise em primeiro nível apresentada na seção anterior.

O momento de elaboração do planejamento da atividade de modelagem compreendeu um dos encontros do "LEM e Jogos Matemáticos" que, por sua vez, realizava-se na jornada de trabalho extraclasse dos docentes, alunos do curso, e em local e horário estabelecidos pela organização do curso de formação. Tal aspecto confirma que a elaboração do planejamento ocorreu em momentos fixados no espaço e no tempo e que compõem uma parte obrigatória do trabalho dos professores. Além disso, a tarefa de realizar a elaboração do planejamento foi orientada por objetivos e instâncias superiores de poder, conferidos à formadora Rosa. Esses aspectos são elementos de um trabalho caracterizado pela colegialidade artificial, conforme afirma Hargreaves (1994).

No entanto, as relações, que são hierárquicas, estabelecidas entre os professores e a formadora Rosa, caracterizaram-se pela ajuda mútua na tarefa que se propuseram a fazer, decorrente, talvez, das características próprias dos sujeitos e de suas relações corriqueiras com os colegas. Tais elementos direcionam o trabalho para uma forma de cooperação, assim como aponta Fiorentini (2017).

Ademais, as reflexões e tomadas de decisões compartilhadas pelos envolvidos, a presença do diálogo, a confiança, a aprendizagem mútua, o apoio e o respeito compartilhados pelos professores e pela formadora Rosa, bem como os incentivos, decisões e objetivos negociados, conduzem o trabalho para uma forma de colaboração, de acordo com os apontamentos de Fiorentini (2017).

Dessa maneira, é possível afirmar que há, na elaboração coletiva do planejamento da atividade de modelagem, a presença de elementos da colegialidade artificial, da cooperação e da colaboração. Além disso, conflitos entre os professores e a formadora Rosa podem ser identificados, sobretudo entre os posicionamentos dos docentes e questões sustentadas pela literatura em modelagem e defendidas pela formadora. Conflitos são comuns em trabalhos coletivos. No entanto, sua gerência pode diferenciar-se, como ocorreu em cada um dos dois episódios.

No episódio 1, é evidenciado um conflito relativo à escolha do tema da atividade de modelagem e sobre quem decide o que é tema de interesse dos alunos. Na situação descrita, o tema educação financeira é de interesse dos professores e outros temas, como jogos eletrônicos, em geral, celular e brinquedos, são citados como possíveis interesses dos estudantes, destacando duas possibilidades: i) o professor diz o que é tema de interesse dos alunos e ii) o professor especula o que é interesse dos alunos. Como resultado da gestão desse conflito, os professores escolhem um tema de interesse deles próprios, incorporando o interesse dos alunos em forma de especulações, movimento engendrado pela professora Maria.

No episódio 2, é identificado um conflito referente à determinação do público para o qual a atividade seria desenvolvida. Os professores apontam públicos diferentes, tomando como referência, em uma das propostas apresentadas, o conteúdo matemático que poderia ser abordado. Tal referência é desestabilizada pelas múltiplas realidades dos docentes, que lecionam para anos distintos, culminando em uma adequação da proposta com a incorporação de outros anos escolares, incentivada por Maria, que, por sua vez, é incentivada por Rosa. Assim, o grupo chega a uma decisão, negociando propostas.

Essa forma de gestão de conflitos (por meio da negociação) ganha destaque nas ações do grupo, fazendo sobressair elementos presentes na gestão de conflitos de trabalhos colaborativos (SANTANA; BARBOSA, 2017). Além disso, esses conflitos se originam de questões sobre as quais a modelagem se debruça, como por exemplo, escolha do tema e cumprimento de programas relativos ao conteúdo matemático que, por sua vez, se associam a itens de planos de atividades dessa natureza (PINTO; ARAÚJO, 2021).

A elaboração do planejamento orientada por uma formadora que conhece modelagem possibilitou que os professores enfrentassem desafios comuns a essa tendência e estimulou uma movimentação dos docentes para sua zona de risco (PENTEADO, 2001), uma vez que os professores se propõem a inovar, implementando uma atividade pouco familiar em suas práticas pedagógicas e uma maneira incomum de elaborar o planejamento.

Um ponto de chegada

O planejamento coletivo de atividades de modelagem é um processo complexo, que incorpora diálogo e democracia, com vistas à transformação de uma determinada realidade. Os resultados alcançados neste estudo apontam que, na elaboração coletiva desse processo, quando realizado por professores que ensinam matemática e que têm pouca vivência em modelagem, elementos da colegialidade artificial, da cooperação e da colaboração podem não só existir, mas também coexistir, o que não nos permite inferir que uma forma não sobressairá a outra. No caso deste estudo, entendemos que há predominância da colaboração.

Ademais, destacamos que a exposição dos professores a diferentes conflitos e à elaboração coletiva do planejamento pode contribuir para uma forma de gerência pautada em negociações e a uma movimentação desses docentes para sua zona de risco (PENTEADO, 2001).

Ainda que o leitor possa reconhecer desafios na elaboração coletiva do planejamento de atividades de modelagem, este caminho se configura como uma potencial forma de transformação no que tange à implementação de atividades dessa natureza e ao crescimento dos sujeitos envolvidos, que encontram, uns nos outros, suporte, incentivo e compartilhamento de aprendizagens.

Portanto, ressaltamos que esta investigação se incorpora às demais, possibilitando um olhar para a prática docente relacionada à modelagem e apontando um caminho de enfrentamento de desafios para incorporação de atividades dessa tendência da educação matemática em salas de aulas.

Convidamos outros pesquisadores a investigar possíveis formas de enfretamento dos desafios destacados por professores ao implementarem atividades de modelagem, bem como a compreender o planejamento coletivo de atividades de modelagem para além de sua elaboração, incorporando também discussões sobre sua realização em sala de aula.

Referências

ALVES-MAZZOTTI, A. O método nas ciências sociais. *In*: ALVES-MAZZOTTI, A.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. 2.ed. São Paulo: Pioneira, 1999. Cap. 2, p.107-188.

CEOLIM, A.; CALDEIRA, A. Obstáculos e dificuldades apresentados por professores de matemática recém-formados ao utilizarem modelagem matemática em suas aulas na educação básica. **Bolema**, v. 31, n. 58, p. 760-776, 2017.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente. *In*: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Trad. Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FREE FIRE. *In*: **WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre.** Flórida: Wikimedia Foundation, 2021. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Garena_Free_Fire. Acesso em: 29 jun. 2021.

GADOTTI, M. Dimensão política do projeto pedagógico da escola. Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais, Diretoria de Capacitação de Recursos Humanos PROCAD — Projeto de Capacitação de Dirigentes Fase Escola Sagarana. **Acervo Moacir Gadotti**, 2016.

HARGREAVES, A. **Changing teachers, changing times**: Teachers' work and culture in the postmodern age. Londres: Cassell, 1994.

LEITE, M. Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 10, n. 1, p. 115-135, 2008.

LOPES, A. *et al*. Trabalho coletivo e organização do ensino de matemática: princípios e práticas. **Zetetike**, v. 24, n. 1, p. 13-28, 2016.

MENEGOLLA, M.; SANT'ANNA, I. **Por que planejar?: Como planejar?:** currículo, área, aula. 21. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

MEYER, J.; CALDEIRA, A.; MALHEIROS, A. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. 2 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

PENTEADO, M. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teacher. **Ways of knowing Journal**, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

SANTANA, F.; BARBOSA, J. Tipos de conflitos entre/nos textos de professores de matemática e acadêmicos em um trabalho colaborativo. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 2, p. 895-921, 2016.

SANTANA, F.; BARBOSA, J. Professores de matemática e acadêmicos gerindo conflitos entre/nos textos em um trabalho colaborativo. **Unión**, n. 50, p. 111-132, 2017.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. **Bolema**, v. 26, n. 43, p. 249-275, ago. 2012.

PINTO, T.; ARAÚJO, J. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-25, 1 mar. 2021.

VASCONCELLOS, C. **Planejamento**: projeto de ensino-aprendizagem e projeto político pedagógico. 25. ed. São Paulo: Libertad, 2015.

Estratégias metacognitivas em atividades de modelagem matemática

Metacognitive Strategies in Mathematical Modeling Activities

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

Élida Maiara Velozo de Castro
Universidade Estadual de Londrina
elidamaiara.vc@gmail.com

Joice Caroline Sander Pierobon Gomes
Universidade Estadual de Londrina
joicepierobon@hotmail.com

Resumo
A relevância da metacognição no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática tem sido apontada em diversas pesquisas da área, acenando para contribuições que estratégias metacognitivas podem oferecer para essas atividades. No presente artigo apresenta-se uma proposta de instrumento para a identificação de estratégias metacognitivas dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática. A construção se fundamenta em elementos de um quadro teórico que inclui metacognição e modelagem matemática. Uma pesquisa empírica produz dados para o uso do instrumento visando, mediante uma análise com características de uma pesquisa qualitativa, a identificação dessas estratégias dos alunos ao desenvolver uma atividade de modelagem. O processo analítico relativamente às estratégias metacognitivas, sejam de conhecimento sejam de regulação, empreendidas pelos alunos, permite inferir que essas estratégias possibilitaram lidar com as características da situação-problema, reconhecer diferentes abordagens e decidir qual delas usar em momentos pontuais ou a partir de uma visão geral da modelagem matemática de uma situação da realidade.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Metacognição. Estratégias Metacognitivas**.**

Abstract
The relevance of metacognition in the development of mathematical modeling activities has been pointed out in several researches in the area, pointing to contributions that metacognitive strategies can offer to mathematical modeling activities. This article presents a proposal for an instrument to identify metacognitive strategies of students when developing mathematical modeling activities that were built from elements of a theoretical framework that includes metacognition and mathematical modeling. An empirical research produces data for the use of the instrument aiming, through an analysis with characteristics of a qualitative research, the identification of these strategies in students when developing a modeling activity. The analytical process regarding metacognitive strategies, whether of knowledge or regulation, undertaken by students, allows us to infer that these strategies made it possible to deal with the characteristics of the problem-situation, recognize different approaches and decide which one to use in specific moments or from a vision of the mathematical modeling of a reality situation.

Keywords: Mathematical Modeling. Metacognition. Metacognitive Strategies.

Introdução

Nas últimas décadas especificidades da implementação de atividades de modelagem matemática nas aulas têm sido referidas e discutidas na literatura (ALMEIDA, 2018; BLUM, 2015, BUHRMAN, 2017, entre outros).

Neste contexto, entretanto, ainda há aspectos que merecem atenção. Particularmente, no presente texto, interessa-nos olhar para como os alunos definem seus encaminhamentos e como percebem o que estes podem proporcionar relativamente à interpretação de uma situação da realidade com o apoio da Matemática.

Esta temática pode ser problematizada e compreendida à luz dos estudos e pesquisas relativos à metacognição. Conforme sugerem Vertuan e Almeida (2015), a tomada de consciência dos alunos quanto aos seus procedimentos quando envolvidos com atividades de modelagem matemática, pode colaborar para o seu êxito nestas atividades no sentido de promover o conhecimento sobre a situação da realidade, bem como em relação aos conceitos e métodos matemáticos decorrentes da abordagem da situação por meio da Matemática.

A relevância da metacognição no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática foi indicada em alguns estudos, como por exemplo, em Stillman et al. (2007, 2011), Blum (2011, 2015), Maaß (2006), Zöttl, Ufer e Reiss (2010), Vorhölter e Kaiser (2016) entre outros. Mais recentemente, Vorhölter (2018, 2019) tem se dedicado à investigação de estratégias metacognitivas dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática. Particularmente, em Vorhölter (2019), a autora destaca a importância de estratégias metacognitivas para que os alunos definam suas metas para desenvolver atividades de modelagem e avaliem os resultados proporcionados por elas. No entanto, esta autora também aponta que há poucas indicações de como identificar essas estratégias nas ações dos alunos.

No presente texto, em sintonia com o que é identificado na literatura, apresentamos uma proposta de instrumento para a identificação de estratégias metacognitivas dos alunos quando desenvolvem uma atividade de modelagem matemática. Assim, por um lado, um quadro teórico fornece elementos para construir o instrumento contendo indicadores de estratégias metacognitivas dos alunos. Por outro lado, uma pesquisa empírica produz dados para o uso do instrumento visando, mediante uma análise com características de uma pesquisa qualitativa, a identificação dessas estratégias dos alunos ao desenvolver uma atividade de modelagem. A atividade de modelagem matemática é desenvolvida por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática ministrada por uma das autoras do presente texto.

Modelagem matemática

A modelagem matemática, viabilizando a interlocução entre matemática e realidade, visa a busca de uma solução para um problema identificado em uma situação real, sendo essa busca mediada pela construção e validação de um modelo matemático.

Conforme apontam Pollak (2015), Almeida (2018), Blum (2015), entre outros, quando atividades de modelagem matemática são incluídas nas aulas de matemática, inicialmente os alunos precisam decidir quais aspectos da situação-problema são mais importantes e mantê-los. Em seguida, há a matematização, em que os alunos traduzem aspectos da situação-problema em termos matemáticos, levando à elaboração de um modelo matemático. Por fim, eles precisam traduzir os resultados matemáticos para o contexto da situação-problema, obtendo uma resposta para o problema inicial.

Para caracterizar estas ações dos alunos, Almeida e Vertuan (2014) associam ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática uma estrutura que inclui quatro fases: (i) inteiração, na qual os alunos procuram se familiarizar com um tema a ser investigado; (ii) matematização, fase em que os alunos buscam traduzir o problema real investigado em um problema matemático; (iii) resolução, fase em que os alunos resolvem o problema matemático; e (iv) interpretação de resultados e validação, momento em que eles devem interpretar a solução do problema matemático em termos do problema real e do tema investigado, validando ou não a solução obtida.

Conforme tem sido percebido na literatura (KAISER; SRIRAMAN, 2006; BLUM, 2015; entre outros), os objetivos e as possibilidades para a integração da modelagem matemática nas aulas de matemática são diversos e podem estar ligados a diferentes interesses educacionais. Neste contexto, Buhrman (2017) e Carreira, Baioa e Almeida (2020), por exemplo, sugerem que a introdução de atividades de modelagem matemática nas aulas de matemática deve levar em consideração metas curriculares, objetivos de aprendizagem e discussões que vão para além da aplicação da matemática. Estes objetivos, todavia, não estão desvinculados da diversidade de conhecimentos que, no interior destas atividades, devem ser conectados e articulados de modo que a situação-problema em estudo possa ter uma interpretação matemática.

Esse processo de interlocução entre a matemática e a realidade, proporcionado pela modelagem matemática, requer dos alunos "um repertório bem desenvolvido de estratégias cognitivas [...] bem como estratégias para monitorar, regular e coordenar o uso dessas estratégias cognitivas, as chamadas estratégias metacognitivas" (STILLMAN, 2004, p. 63).

Metacognição e estratégias metacognitivas

Uma definição de metacognição foi proposta por Flavell (1976, p. 232) definindo-a como "conhecimento sobre os próprios processos cognitivos e produtos ou qualquer coisa relacionada a eles". Segundo Filho e Bruni (2015), uma descrição que tem sido bem aceita trata a metacognição como conhecimento e regulação do próprio sistema cognitivo. A partir dessa compreensão alguns autores, como Schraw (1998) e Brown (1987), por exemplo, entendem que a metacognição é resultado de duas habilidades: regulação da cognição e conhecimento da cognição.

A regulação da cognição está relacionada ao controle do processo de aprendizagem, a tomada de decisão sobre como aprender, a organização do processo e avaliação do desempenho, podendo desencadear três estratégias principais: planejamento, monitoramento e avaliação. O planejamento implica a definição de metas, objetivos e passos a seguir, seleção de estratégias adequadas, realização de previsões, processamento de informações e alocação de recursos. O monitoramento consiste na consciência da aprendizagem e do desempenho em determinadas tarefas, identificação e correção de erros. A avaliação constitui-se da avaliação dos resultados e da eficácia da aprendizagem, por meio da reflexão e reavaliação das ações e da verificação de que os objetivos foram alcançados.

O conhecimento da cognição caracteriza-se pelo conhecimento e consciência dos processos cognitivos, podendo ser controlável, estável e, algumas vezes, falível e tardio (BAKER; BROWN, 1984; BROWN, 1987). O conhecimento da cognição pode ser evidenciado a partir de três estratégias de conhecimento: declarativo, processual e condicional. O conhecimento declarativo consiste em indicar o que se sabe sobre as coisas. Envolve a consciência de conhecimentos, habilidades e estratégias que influenciam a aprendizagem e colaboram na realização de uma tarefa. O conhecimento processual caracteriza-se pelo saber como empregar procedimentos, estratégias ou ações para fazer uso de conhecimento declarativo e atingir objetivos. O conhecimento condicional implica em saber por que aplicar determinados procedimentos, externar habilidades ou usar certas estratégias particulares.

Segundo Vorhölter (2019), considerando especificidades da atividade desenvolvida, algumas estratégias podem ser mais importantes que outras e, até mesmo, algumas podem se sobressair a outras. Assim, o uso de estratégias de conhecimento da cognição e de regulação da cognição pode estar presentes em diferentes contextos de ensino e, particularmente em tarefas complexas, como é o caso da modelagem matemática (KIM, et al., 2013).

Estratégias metacognitivas e modelagem matemática

Reconhecer estratégias metacognitivas utilizadas pelos alunos durante as diferentes fases de uma atividade de modelagem matemática, segundo Wendt, Vorhölter e Kaiser (2020), é de grande importância, pois o uso desse tipo de estratégias pode ajudar os alunos a evitar ou superar barreiras cognitivas enquanto se envolvem com atividades dessa natureza. Blum (2011, p. 22) sugere que "há muitos indícios de que as atividades metacognitivas não são apenas úteis, mas necessárias para o desenvolvimento da competência de modelagem".

O interesse de Stillman (2011) em elucidar a metacognição em situações de modelagem matemática e os tipos de respostas metacognitivas que os alunos podem apresentar em tais situações, desencadeia três níveis de atos metacognitivos que podem ser considerados produtivos: (1) o reconhecimento de que estratégias específicas são relevantes, (2) a escolha da estratégia para implementação e (3) a implementação bem-sucedida.

Vorhölter (2018) discute a estrutura de estratégias metacognitivas utilizadas pelos alunos, tendo como foco o modo como essas estratégias podem ser mensuradas/medidas. A autora infere que os alunos manifestam diferentes comportamentos de classificação para estratégias metacognitivas, seja acerca de planejamento, monitoramento ou avaliação, tanto no nível individual quanto no nível do grupo. Em estudo semelhante, Vorhölter (2019) caracteriza o que denomina de estratégias metacognitivas necessárias para desenvolver atividades de modelagem matemática e, por meio de uma pesquisa empírica, conclui que os alunos reconhecem suas próprias estratégias durante e após o desenvolvimento das atividades de modelagem. Segundo essa autora, embora possa se concluir que a metacognição desempenha um papel relevante para que os alunos tracem metas de resolução em atividades de modelagem, é preciso investir em maneiras para identificar estas estratégias nas ações dos alunos bem como mensurá-las, com a finalidade de avaliar a eficácia do ensino e melhorar as competências metacognitivas desses alunos em modelagem matemática.

Considerando esta lacuna apontada por Vorhölter (2019), no presente texto apresentamos uma proposta de instrumento que, construído com base em um quadro teórico relativo à metacognição e à modelagem matemática, viabiliza a identificação de estratégias metacognitivas dos alunos quando estão envolvidos com modelagem matemática.

Proposta de um instrumento para identificar estratégias metacognitivas em atividades de modelagem matemática

Para construir um instrumento visando identificar estratégias metacognitivas utilizamos um quadro teórico que inclui o Metacognitive Awareness Inventory (MAI), proposto por Schraw e Dennison (1994), bem como outros questionários e instrumentos de avaliação metacognitiva já reconhecidos na literatura nacional e internacional (PASCUALON, 2011, 2015; PASSOS; CORREA; ARRUDA, 2020; TORREGROSA; DEULOFEU; ALBARRACÍN, 2020; ROSA, 2017; ROSA; SANTOS; RIBEIRO, 2017).

De acordo com o que sugerem Volhölter, Krüger e Wendt (2019), as estratégias de regulação metacognitiva em atividades de modelagem incluem: estratégias para planejar o processo da resolução considerando características da situação, das pessoas envolvidas e de circunstâncias específicas; estratégias para monitorar e, se necessário, regular o trabalho, que pode ser feito, por exemplo, usando o ciclo de modelagem como uma ferramenta para sugerir estratégias sistemicamente; estratégias para avaliar o que foi feito na atividade de modelagem. De acordo com Vorhölter (2019, p. 706) o "uso de estratégias metacognitivas para planejar e monitorar o processo da resolução pode ajudar a manter uma visão geral, e as estratégias de avaliação podem ajudar a aprimorar o trabalho na próxima atividade de modelagem".

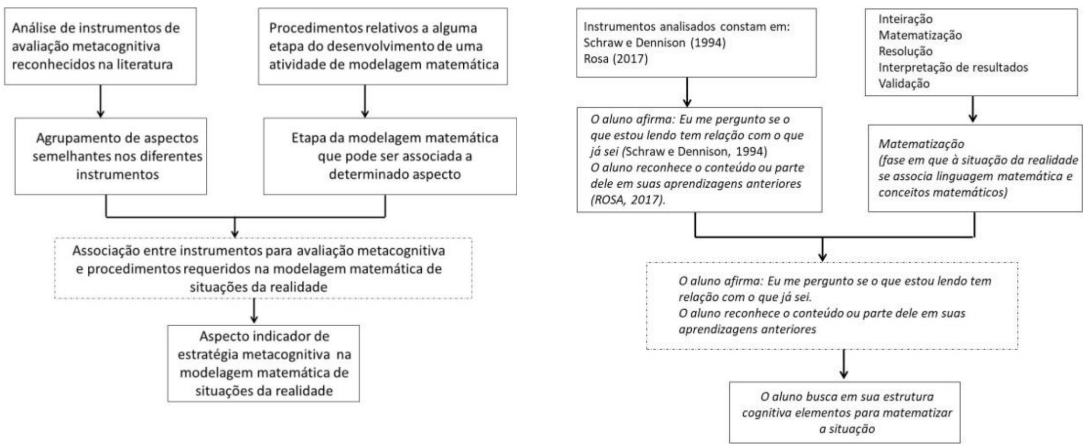
De modo geral, as estratégias metacognitivas em modelagem matemática relacionadas ao conhecimento metacognitivo produzem: conhecimento sobre as características de um problema de modelagem; conhecimento sobre estratégias úteis para resolver problemas de modelagem; conhecimento sobre as capacidades de si mesmo e de outros indivíduos envolvidos. Volhölter; Krüger; Wendt (2019) sinalizam que o próprio ato de decidir pelas estratégias que serão utilizadas, resulta do conhecimento da cognição e exige que os alunos suscitem estratégias sobre o conhecimento de si e dos outros membros do grupo, e como esses conhecimentos se relacionam com a modelagem, a situação em estudo e a matemática.

A construção do instrumento que aqui propomos considera a regulação da cognição e as estratégias metacognitivas a ela associadas (planejamento, monitoramento e avaliação) bem como o conhecimento da cognição (que pode ser declarativo, processual ou condicional). A estas habilidades associam-se ações dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática ou quando estudam sobre modelagem matemática.

Na estruturação do instrumento buscamos uma associação entre indicadores de estratégias metacognitivas, apontados em instrumentos ou questionários disponíveis na literatura e procedimentos dos alunos nas fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, numa estrutura conforme ilustra a Figura 1(a).

Figura 1: Processo de construção de indicadores de estratégias metacognitivas em modelagem matemática

(a) (b)



Fonte: autores, 2021.

Na figura 1 (b) ilustramos o processo de construção do indicador da estratégia metacognitiva *O aluno busca em sua estrutura cognitiva elementos para entender como pode matematizar a situação*. Procedendo desta maneira, construímos os demais indicadores do instrumento para identificar estratégias metacognitivas, conforme apresentamos no Quadro 1.

Quadro 1: Estratégias metacognitivas em atividades de modelagem matemática

	ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS DOS ALUNOS
	Estratégias de regulação
Planejamento	1. Decide o que é importante para fazer a abordagem matemática de uma situação da realidade.
	2. Define os objetivos da atividade antes de iniciar seu desenvolvimento.
	3. Planeja a resolução do problema levando em consideração diferentes possibilidades que podem viabilizá-la.
	4. Identifica conteúdos e procedimentos que podem ser úteis a partir de relações com situações anteriores.
	5. Busca, em sua estrutura cognitiva, elementos para matematizar a situação.
	6. Simplifica e organiza os dados coletados, tendo em vista aqueles necessários para resolver o problema proposto.
	7. Estabelece os passos a serem seguidos na condução da atividade.
Monitoramento	8. Reconhece a finalidade do modelo matemático para o estudo da situação da realidade.
	9. Admite que é necessário formular hipóteses e fazer simplificações na atividade.
	10. Muda de estratégia ou pede ajuda quando reconhece não entender algo ou não consegue prosseguir com a atividade.
	11. Faz verificações pontuais em vários momentos do desenvolvimento da atividade.
	12. Cria exemplos análogos e utiliza linguagem coloquial para explicar estratégias de resolução ou tornar suas escolhas mais adequadas para a atividade.
	13. Identifica erros e aplica uma nova estratégia para corrigi-los.
	14. Discute, com os colegas, estratégias para construir o modelo, estabelecendo comparações com outros já estudados ou mesmo com os que seus colegas sugeriram.
Avaliação	15. Identifica quando o modelo construído não é adequado e então investe na construção de um novo modelo.
	16. Realiza ajustes e correções quando identifica equívocos ou distorções em relação ao conhecimento matemático.
	17. Verifica se seus resultados finais correspondem às condições do problema.
	18. Reconhece que haveria outras maneiras de conduzir o desenvolvimento da atividade depois de terminá-la.
	Estratégias de conhecimento
Declarativo	1. Admite seus pontos fortes e pontos fracos relativamente ao que precisa saber para desenvolver a atividade.
	2. Mostra e compartilha o que sabe sobre a situação.
	3. Sugere diferentes maneiras de resolver o problema.
	4. Simplifica as informações acerca da situação antes de iniciar o desenvolvimento da atividade.
Processual	5. Tenta usar estratégias que funcionaram em atividades anteriores.
	6. Declara que a construção do modelo matemático é baseada nos dados coletados, nas hipóteses formuladas e nos encaminhamentos definidos na matematização da situação.
	7. Quando não compreende alguma informação ou conceito, pergunta aos colegas, ao professor ou faz pesquisas a respeito.
Condicional	8. Utiliza diferentes estratégias para definir seus procedimentos de acordo com as etapas do desenvolvimento da atividade.
	9. Justifica adequadamente o uso de conceitos e métodos matemáticos.
	10. Explica porque e como usa os conteúdos, técnicas e estratégias na resolução identificado na situação problema.
	11. Avalia se seus procedimentos conduzem a resultados adequados.

Fonte: autores, 2021.

Nossa opção por construir um instrumento que inclui estratégias metacognitivas, decorrentes tanto da regulação da cognição quanto do conhecimento da cognição, baseia-se na ideia de que as estratégias não estão desvinculadas de um contexto, não acontecem separadas por classes, nem mesmo acontecem de forma linear enquanto os alunos se envolvem com modelagem matemática. Essas estratégias podem ser manifestadas pelos alunos, de forma aperiódica e, muitas vezes, estão inter-relacionadas.

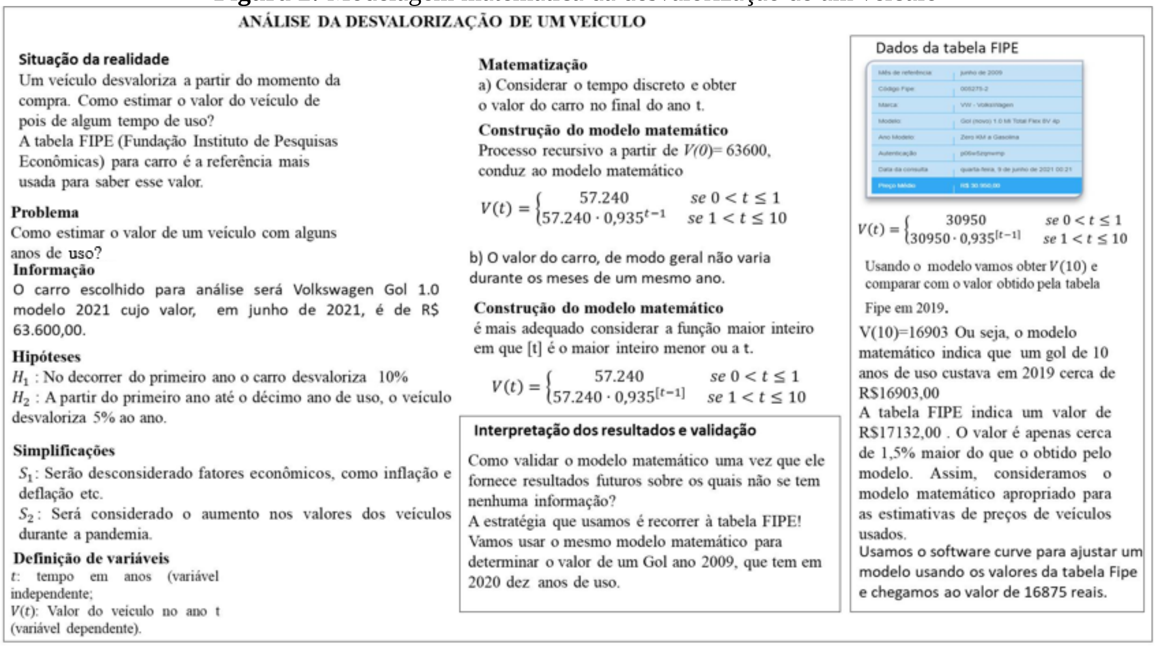
Estratégias metacognitivas identificadas em uma atividade de modelagem matemática: um ensaio do uso do instrumento

Para ilustrar como o instrumento proposto pode ser usado para identificar a ocorrência de estratégias metacognitivas de alunos, quando desenvolvem atividades de modelagem, dirigimos nossa atenção para um grupo de alunos de uma disciplina de Modelagem Matemática, ministrada por uma das autoras do presente texto, do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática no primeiro semestre letivo do ano de 2021. O grupo era constituído por 3 alunos, identificados aqui como Aluno A, Aluno B e Aluno C. Tal grupo foi escolhido, dentre os outros 3 grupos da turma, pela diversidade de procedimentos utilizados para o desenvolvimento da atividade. Considerando as limitações decorrentes da pandemia do Covid-19 para a realização de aulas presenciais, a atividade foi desenvolvida em aulas realizadas de forma remota e os encontros aconteceram em reuniões realizadas por meio do Google Meet[1].

As informações em que se apoiam nossas inferências foram coletadas mediante a transcrição de aulas em que os alunos desenvolveram a atividade, bem como da aula em que, posteriormente, compartilharam suas ações com os demais alunos da disciplina. Além disso, o relatório da atividade entregue também foi usado como fonte de informações. Na Figura 2 apresentamos uma síntese da atividade de modelagem desenvolvida pelos alunos cuja temática é a *desvalorização de um veículo no decorrer do tempo.*

[1] Serviço de comunicação por videoconferência criado e disponibilizado de maneira gratuita pelo Google. Fonte: https://meet.google.com/?authuser=1 .

Figura 2: Modelagem matemática da desvalorização de um veículo



Fonte: autores, 2021.

O processo analítico dirigido aos dados coletados na pesquisa empírica relativamente às estratégias metacognitivas, sejam de conhecimento ou de regulação, empreendidas pelos alunos, nos permite inferir que essas estratégias possibilitaram lidar com as características da situação-problema, reconhecer diferentes abordagens e decidir qual usar em momentos pontuais ou a partir de uma visão geral da atividade de modelagem. Em grande medida, decorreu de estratégias metacognitivas a articulação entre os conhecimentos sobre o contexto, a desvalorização de um veículo, e conteúdos da matemática que podem viabilizar uma interpretação das informações, bem como a obtenção de uma resposta para um problema que os alunos propuseram.

As estratégias dos alunos identificadas vêm ratificar a argumentação de Kim *et al*. (2013) de que a metacognição se baseia nas interpretações dos indivíduos sobre o conteúdo e as situações com base em conhecimentos, ou seja, está intimamente relacionada a conteúdos e situações particulares, como neste caso, a situação da desvalorização de um veículo que pode ser interpretada usando distintas maneiras de matematização e de validação dos resultados, sinalizando que as estratégias metacognitivas podem proporcionar um senso de direção e o controle da própria abordagem aos alunos.

Considerar diferentes técnicas e conceitos para construir os modelos matemáticos e, também, se valer de um *software* para obter um modelo é um indicativo de que as estratégias metacognitivas funcionaram como uma engrenagem, isto é, se relacionaram de maneira sistemática, de modo que uma desencadeia a outra e ambas dialogam entre si. Isso nos leva a considerar que as interrelações entre as estratégias são responsáveis por obter bons resultados para o processo de modelagem.

No Quadro 2 apresentamos alguns exemplos que ilustram estratégias metacognitivas manifestadas pelos alunos no decorrer da atividade e que podem ser identificadas com o uso do instrumento construído.

Quadro 2: Exemplificação de estratégias metacognitivas que contemplam itens do instrumento metacognitivo elaborado.

Estratégia metacognitiva	Tipo de estratégia	Indício da ocorrência
Planeja a resolução do problema levando em consideração diferentes possibilidades que podem viabilizá-la	Regulação Planejamento	Aluno C: Sabemos que muitos fatores influenciam na desvalorização de um veículo, sendo os principais o ano de fabricação e o estado de conservação, e que essa desvalorização também irá se modificar de um tipo de carro para outro. Sabemos que existem tipos de carros que desvalorizam menos do que outros, mas para restringir um pouco mais o nosso trabalho e deixar mais objetivo, escolhemos um tipo de carro específico para estudar essa desvalorização e encontrar dados o mais fiel possível para validar o modelo matemático que vamos construir. O que a Sra acha, professora (Transcrição do vídeo da aula de desenvolvimento da atividade pelo grupo).
Reconhece que haveria outras maneiras de conduzir o desenvolvimento da atividade depois de terminá-la	Regulação Avaliação	Aluno A: Foi muito desafiador encontrar como o carro desvaloriza. Até hoje mesmo eu pensei em outra forma de obter esse valor. Acho que podia pegar uns 5 modelos diferentes de carro popular, durante 10 anos, e ir vendo o percentual de desvalorização. Aí tentar procurar um padrão, uma média, alguma coisa nesse sentido, mas a gente focou muito em ter informação pronta, de *sites*, de outros artigos e tivemos muita divergência. Aí fizemos usando estes percentuais. Mas até por isso que nós também pegamos os valores da tabela FIPE e ajustamos aquele modelo (Transcrição do vídeo da aula de apresentação da atividade).
Muda de estratégia ou pede ajuda quando reconhece não entendeu algo ou não consegue prosseguir com a atividade	Regulação Monitoramento	Aluno B: Como não conseguiríamos validar o modelo para o ano de 2031 (que seria daqui a 10 anos) e, conversando com a professora e o grupo, a gente teve a ideia de pegar um carro de 2009 do mesmo modelo Volkswagen 1.0 e analisar, usando a tabela FIPE, se esse modelo seria bom (Transcrição do vídeo da aula de apresentação da atividade).
Mostra e compartilha o que sabe sobre a situação	Conhecimento Declarativo	Aluno C: Nós escolhemos essa temática que consideramos pertinente investigar porque muitas pessoas estavam trocando de carro, por exemplo, ela compra um carro e depois de certo tempo vai trocar e ao fazer a venda desse carro, na maioria das vezes, vende por um valor bem inferior ao que pagou (Transcrição do vídeo da aula de desenvolvimento da atividade da atividade).
Avalia se seus procedimentos conduzem a resultados adequados	Conhecimento Condicional	Aluno C: Para validar a nossa matematização para o veículo comprado no de 2021, nós usamos a mesma maneira de fazer usando um veículo do mesmo tipo, mas comprado há dez anos atrás e construímos o modelo!

		Aluno A: É, aí a gente calculou quanto custa hoje esse carro que era zero há 10 anos atrás! Aí que a gente viu que o modelo funciona. Aluno B: E a gente também usou os valores da tabela FIPE de dez anos e ajustou um modelo. Aí que a gente viu também que o modelo se encaixa, assim... ele funciona (Transcrição do vídeo da aula de desenvolvimento da atividade da atividade).
Indica ter clareza de que a construção do modelo matemático é baseada nos dados coletados, nas hipóteses formuladas e nos encaminhamentos definidos na matematização da situação.	Conhecimento Processual	Processo recursivo a partir de V(0) = 63600 conduz ao modelo matemático $V(t) = \begin{cases} 57.240 & \text{se } 0 < t \leq 1 \\ 57.240 \cdot 0{,}935^{t-1} & \text{se } 1 < t \leq 10 \end{cases}$ O valor do carro, de modo geral, não varia durante os meses de um mesmo ano. É mais adequado considerar a função maior inteiro em que $[t]$ é o maior inteiro menor ou igual a *t*. $V(t) = \begin{cases} 57.240 & \text{se } 0 < t \leq 1 \\ 57.240 \cdot 0{,}935^{[t-1]} & \text{se } 1 < t \leq 10 \end{cases}$ Usamos o software *Curve* para ajustar um modelo usando os valores da tabela FIPE e chegamos ao valor de R$16 875,00 (Relatório dos alunos).

Fonte: autores, 2021.

Considerações finais

Nosso olhar para as estratégias metacognitivas dos alunos na atividade de modelagem relatada apoiado no instrumento aqui proposto, vem ratificar a afirmativa de Hidayat, Zulnaidi e Zamri (2018), de que o uso de estratégias metacognitivas permite aos alunos compreender as especificidades de um problema e, conforme sugerem esses autores, ativando estratégias metacognitivas, "os alunos cometem poucos erros, melhorando assim suas habilidades de autorregulação e autoconfiança" (p. 17).

O que a nossa pesquisa vem acrescentar é que as estratégias metacognitivas manifestadas pelos alunos os ajudam a definir (novos) modos de agir na atividade. Essa característica pode ser percebida olhando para o desenvolvimento da atividade como um "todo", ou seja, do conjunto de estratégias adotadas pelos alunos desde a inteiração com a situação até a validação da resposta obtida.

Reconhecer estratégias metacognitivas orientadas a objetivos, possibilita ao professor perceber, evitar ou superar as barreiras cognitivas dos alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem, bem como estabelecer os aspectos positivos e otimizá-los a fim de melhorar os resultados obtidos.

Na pesquisa de Stillman (2011), a autora identificou que reconhecer que determinadas estratégias metacognitivas são relevantes e que elas definem a implementação do que o aluno quer fazer e, depois indicam se essa implementação foi bem sucedida, é relevante em atividades de modelagem. Na presente pesquisa, ainda em andamento, este ensaio de utilização da proposta de um instrumento, para identificar estratégias metacognitivas, não nos permite indicar se os alunos têm consciência de que algumas de suas estratégias metacognitivas são fundamentais para viabilizar a modelagem matemática de uma situação da realidade.

Neste sentido, outras atividades precisam ser desenvolvidas e analisadas à luz do instrumento proposto visando, entre outros aspectos, associar as estratégias a fases específicas da modelagem matemática bem como, delinear como determinadas estratégias podem ser aprimoradas na medida em que o aluno passa a intensificar sua experiência com atividades de modelagem matemática.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. (Org.) Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. (Org.). **Modelagem em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, v.1. p. 1-20, 2014.

BAKER, L.; BROWN, A. L. Metacognitive skills and reading. In: PEARSON, P. D.; BARR, KAMIL, M. L.; MOSENTHAL, P. (Eds.). **Handbook of Reading Research**. New York: Longman, p. 353-394, 1984.

BLUM, W. Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In KAISER, G.; BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R.; STILLMAN, G. (Eds.), **Trends in the teaching and learning of mathematical modelling**. Dodrecht: Springer. p. 15-30, 2011.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In: **The proceedings of the 12th international congress on mathematical education**. Springer, Cham, p. 73-96, 2015.

BROWN, A. Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In: WEINERT, F. E.; KLUWE, R. H. (Eds.) **Metacognition, motivation, and understanding**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, p. 65-116, 1987.

BUHRMAN, D. 2017. 458 p. **The Design and Enactment of Modeling Tasks**: A Study on the Development of Modeling Abilities in a Secondary Mathematics Course. Tese de doutorado. University of Nebraska, Lincoln, USA. Available at. 2017.

CARREIRA, S., BAIOA, A. M.; ALMEIDA, L. M. W. Mathematical models and meanings by school and university students in a modelling task. **AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática**, v. 17. p. 67–83. 2020.

FILHO, R. N. L.; BRUNI, A. L. Metacognitive awareness inventory: Translation and validation from a confirmatory analysis. **Psicologia: Ciência e Profissão**, v. 35, n. 4, p. 1275-1293, 2015.

FLAVELL, J. H. Metacognitive aspects of problem solving. In: RESNICK, L. B. (Eds) **The nature of intelligence**, p. 231-235, 1976.

HIDAYAT, R.; ZULNAIDI, H.; ZAMRI, S. N. A. Roles of metacognition and achievement goals. In: mathematical modeling competency: A structural equation modeling analysis. **PloS one**, v. 13, n. 11, 2018.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. ***ZDM*** (Zentralblattfür Didaktik der Mathematik) – The International Journalon Mathematics Education, Karlsruhe, v. 38, n. 3, pp. 302- 310, 2006.

KIM, Y. R. et al. Multiple levels of metacognition and their elicitation through complex problem-solving tasks. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 32, n. 3, p. 377-396, 2013.

MAAß, K. What are modelling competencies? Zentralblatt für Didaktik der Mathematic **ZDM** - the International Journal on Mathematics Education. v. 38, n. 2. p. 113-142. 2006.

PASCUALON, J. F. 2011. 165 pág. **Escala de avaliação da metacognição infantil:** elaboração dos itens e análise dos parâmetros psicométricos. Dissertação de Mestrado, UFSCar – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. 2011.

PASCUALON, J. F. **Escala de metacognição**: evidências de validade, precisão e estabelecimento de normas. 2015. 217 p. Tese (doutorado em Ciências Humanas). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. 2015.

PASSOS, M. M.; CORRÊA, N. N. G.; ARRUDA, S. M. Perfil Metacognitivo (Parte I): Uma proposta de instrumento de análise. **Investigações em ensino de ciências**, v. 22, n. 3, p. 176-191, 2017.

ROSA, C. T. W. Instrumento para avaliação do uso de estratégias metacognitivas nas atividades experimentais de Física. **Revista Thema**, v. 14, n. 2, p. 182-193, 2017.

ROSA, C. T. W.; SANTOS, A. C.; RIBEIRO, C. Pensamento metacognitivo em estudantes do ensino médio: elaboração, validação e aplicação de um instrumento. In: **Anais do IV Congresso Internacional de Educação Científica e Tecnológica**, Santo Ângelo**.** 2017.

SCHRAW, G. Promover a consciência metacognitiva geral. **Ciência instrutiva**, v. 26, n. 1, p. 113-125, 1998.

SCHRAW, G.; DENNISON, R. S. Assessing metacognitive awareness. **Contemporary educational psychology**, v. 19, n. 4, p. 460-475, 1994.

STILLMAN, G. Applying Metacognitive Knowledge and Strategies in Applications and Modelling Tasks at Secondary School. In: KAISER, G. et al. (Eds). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling** (ICTMA 14). Dordrecht: Springer, p. 165-180. 2011.

STILLMAN, G. Strategies employed by upper secondary students for overcoming or exploiting conditions affecting accessibility of applications tasks. **Mathematics Education Research Journal**. v. 16, n. 1, p. 41-71. 2004.

STILLMAN, G.; GALBRAITH, P.; BROWN, J.; EDWARDS, I. A Framework for Success in Implementing Mathematical Modelling in the Secondary Classroom. Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. WATSON, J.; BESWICK, K. (Eds). **Mathematics: Essential Research, Essential Practice**. v. 2, Merga. p. 668-697. 2007.

STILLMAN, G., BROWN, J., GALBRAITH, P. Identifying challenges within transition phases of mathematical modeling activities at year 9. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. **Modeling students' mathematical modeling competencies**. New York: Springer. p.385-398. 2011.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: **cultural, social and cognitive influences**. New York: Springer. p. 265-276. 2015.

TORREGROSA, A.; DEULOFEU, J.; ALBARRACÍN, L. Caracterización de procesos metacognitivos en la resolución de problemas de numeración y patrones matemáticos. **Educación Matemática**, v. 32, n. 3, 2020.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**. v. 30. n. 56. p. 1070-1091. Dez 2016.

VORHÖLTER, K. Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: Empirical verification of theoretical assumptions. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 343-354, 2018.

VORHÖLTER, K. Enhancing metacognitive group strategies for modelling. **ZDM**, v. 51, n. 4, p. 703-716, 2019.

VORHÖLTER, K., KAISER, G. Theoretical and pedagogical considerations in promoting student's metacognitive modelling competencies. In Hirsch, C. (Ed.) **Mathematical modeling and modeling mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. p. 273-280. 2016.

VORHÖLTER, K.; KRÜGER, A.; WENDT, L. Metacognition in mathematical modeling– An overview. In: **Affect in Mathematical Modeling**. Springer, Cham, 2019. p. 29-51.

WENDT, L.; VORHÖLTER, K.; KAISER, G. Teachers' Perspectives on Students' Metacognitive Strategies during Mathematical Modelling Processes – A Case Study. In: **Mathematical Modelling Education and Sense-making**. Springer, Cham, p. 335-346, 2020.

ZÖTTL, L.; UFER, S.; REISS, K. Modelling with heuristic worked examples in the KOMMA learning environment. **Journal für Mathematik-Didaktik**, v. 31, n. 1, p. 143-165, 2010.

Etapas de Modelagem Matemática a partir da Teoria Ator-Rede[1]

Phases of Mathematical Modelling based on Actor-Network Theory

Luiz Antonio Ribeiro Neto de Oliveira[2]
Universidade Federal do Pará
luizneto@ufpa.br

Elizabeth Gomes Souza[3]
Universidade Federal do Pará
elizabethgs@ufpa.br

Resumo
Este artigo apresenta uma investigação teórica sobre a configuração de etapas para a implementação de modelagem matemática com base na Teoria Ator-Rede. Isso se justifica pelo propósito de oferecer uma base epistemológica e metodológica que atenda a questão da interdependência não hierárquica e híbrida entre humanos e não-humanos no desenvolvimento de tarefas de modelagem na perspectiva da Educação Matemática. Para esta finalidade, adequamos a princípios da Modelagem Matemática os principais conceitos da Teoria Ator-Rede em sua potencialidade para abordar e entender a realidade a partir da interdependência entre humanos e não-humanos. Um dos resultados teóricos é a criação de uma tabela de configuração de etapas de modelagem que considera a matemática um conjunto de conhecimentos atados a uma rede de actantes e a modelagem matemática como um processo que pode descrever, reformar, criar e criticar redes sociotecnicas de conhecimentos.

Palavras – Chave: Modelagem Matemática; Educação Matemática; Práticas socioculturais; Teoria Ator-Rede; Etapas de modelagem.

Abstract
This article presents a theoretical investigation on the configuration of phases for the implementation of mathematical modeling based on the Actor-Network Theory. This is justified by the purpose of offering an epistemological and methodological basis that addresses the issue of non-hierarchical and hybrid interdependence between humans and non-humans in the development of modeling tasks from the perspective of Mathematics Education. For this purpose, we adapted the main concepts of the Actor-Network Theory to the principles of Mathematical Modeling in its potential approach and understanding of reality from the interdependence between humans and non-humans. One of the theoretical results is the creation of a modeling phases configuration table that considers mathematics as a set of knowledge linked to a network of actors and mathematical modeling as a process that can describe, reform, create and criticize knowledge networks sociotechnical.

Keywords: Mathematical modeling; Mathematics Education; Sociocultural practices; Actor-Network Theory; Modeling phases.

[1] Este estudo integra uma pesquisa de doutorado em andamento.
[2] Professor Mestre do Campus Universitário Marajó-Breves da Universidade Federal do Pará.
[3] Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação de Ensino Ciências e Matemática da Universidade Federal do Pará.

Modelagem Matemática e Práticas Matemáticas

O matemático holandês Hans Freudenthal via a Matemática como um meio de organizar e de lidar com um determinado assunto, que pode envolver a procura e resolução de problemas, e de conceituar um tema estudado de um ponto de vista matemático. Para Freudenthal, a função da Matemática é a modelação de assuntos tanto da realidade quanto do próprio conhecimento matemático construído. Em qualquer caso, a Matemática deve estar próxima do aluno, ser relevante para a sociedade e ser de valor Humano (FERREIRA, BURIASCO, 2016).

Nesse sentido, na Educação Matemática, há um suporte teórico que não predomina o ensino tradicional de Matemática. Essa tendência que atende às exigências abordadas no parágrafo anterior é a Modelagem Matemática. Os processos de modelagem têm um potencial de favorecer a superação das práticas pedagógicas tradicionais em Educação Matemática (CANEDO JR, KISTEMANN JR, 2017).

Um processo de modelagem possui múltiplos aspectos que favorecem o ensino de Matemática, entre eles: o maior interesse do grupo, a maior interação dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem, as possibilidades de discutir uma forma diferenciada de conceber a educação e a adoção de uma nova postura do professor. Uma atividade com os alunos em grupos e discutindo questões do seu interesse torna o ensino da Matemática mais dinâmico e, consequentemente, mais significativo (BURAK, 2004).

Um processo de modelagem inicia com a escolha de um tema relacionado ao cotidiano dos alunos e segue com a estruturação de um problema não matemático. Consequentemente, converte-se o problema anterior em um problema matemático a ser resolvido. Nesse processo, há a formação de símbolos matemáticos e o modelo matemático é construído na síntese destes símbolos (ALMEIDA, VERTUAN, 2014).

Skovsmose (2007) nos informa que um modelo matemático representa aspectos da realidade na linguagem matemática e esse modelo se torna parte da realidade. Esse autor afirma, também, que por meio da Matemática podemos representar algo ainda não compreendido, um discurso que pode produzir nosso mundo e, também, usar um modelo para legitimar as decisões já tomadas. Mas, para isso, é estabelecido um espaço de situações hipotéticas, pois a realidade cotidiana é complexa. Dessa forma, um ensino de Matemática em que não ocorra investigação pode assumir a função de excludente políticossocial, enquanto deveria desempenhar um papel ativo no desenvolvimento da sociedade, pois Matemática e poder interagem (SKOVSMOSE, 2007).

A Matemática não foi concebida como uma linguagem universal porque seus princípios, conceitos e fundamentos foram desenvolvidos de maneiras diferenciadas pelos membros de grupos culturais distintos. Logo, a realidade matemática só pode ser conhecida por intermédio do desenvolvimento das práticas que a sustentam. Pois, os fenômenos matemáticos estão enraizados na cultura de cada grupo cultural (SILVA, 2017).

Nesse contexto, em reuniões no Grupo de Estudos em Modelagem Matemática do IEMCI da UFPA, baseados nas ideias de Knijnik e Duarte (2010), houve discussões acerca da importância de trazer a realidade dos alunos para as aulas de Matemática. De acordo com as autoras, o pensamento de trazer a realidade dos alunos para as aulas de Matemática tem primazia na Etnomatemática por argumentar sobre a relevância de que sejam consideradas realidades fora da escola nos processos de escolarização.

Assim, muitos pesquisadores e professores estão focados no fato que trazer a realidade dos alunos para as aulas de Matemática permitiria a assimilação dos conteúdos matemáticos que lhe são relevantes como ferramentas a serem utilizadas em sua prática social e no atendimento de seus interesses e necessidades. Mas há, também, alguns pesquisadores e docentes que tem como foco central as diferenças culturais entre a matemática escolar e a realidade dos alunos, e evidenciam as relações de poder que são instituídas sobre os saberes culturais que são excluídos do contexto escolar (KNIJNIK, DUARTE, 2010).

Para essas autoras, é improvável a possibilidade dos significados de linguagens praticadas em comunidades não escolares serem transferidos para a linguagem da matemática escolar preservando-se os significados do campo da realidade. Assim, a operação de transferência de significado torna-se algo bem mais complexo.

Dessa forma, nosso foco de pesquisa em Modelagem Matemática direcionou-se para investigações de práticas matemáticas com foco nas significações construídas no interior da própria comunidade pesquisada. Para isso, utilizamos a definição de práticas socioculturais de Miguel e Vilela (2008). Prática sociocultural é um conjunto articulado, intencional e regrado de ações efetivas que retiram suas significações das práticas discursivas constituídas nas comunidades que as realizam e que mobilizam simultaneamente objetos culturais, propósitos, desejos, memórias, afetos, valores, relações de poder, etc. Assim, as práticas socioculturais são co-encenadas por corpos humanos e outros seres naturais (MIGUEL, 2010; SOUZA, 2019).

Nesse contexto, temos matemáticas envolvidas na realização de práticas socioculturais que têm a valorização de suas problematizações realizadas em diferentes grupos de pessoas que têm atividades comuns. Essas práticas matemáticas se apresentam na forma de ações normativas que orientam inequivocadamente os processos de tomadas de decisão durante a realização dessas práticas. Essas ações normativas se fundamentam sobre as práticas humanas mobilizadoras de quantidades, formas e medições, e suas regras estão profundamente enraizadas em determinada cultura (MIGUEL, VILELA, MOURA, 2010).

Compreendemos que as práticas matemáticas são constituídas por uma complexidade que necessita ser abordada cuidadosamente para uma melhor compreensão de mundo. Então nos apropriamos da Teoria Ator-Rede para configuração de atividades de modelagem.

Teoria Ator-Rede como fundamento epistemológico para a Pesquisa

A Teoria Ator-Rede começa a se configurar quando o antropólogo francês Bruno Latour, a partir de suas pesquisas antropológicas no mundo da Ciência, traz para seus estudos sociológicos o princípio da simetria generalizada que foi cunhado por Michel Callon. Latour foi direcionado pela crítica à separação hierárquica entre saberes científicos e saberes do campo da Sociedade. A simetria generalizada caracteriza-se pela análise da realidade por meio da descrição de associações de pessoas, materiais, textos e todos os demais agentes não-humanos envolvidos em relações que delineiam coletivos híbridos, únicos e específicos, mesmo sendo, às vezes, de forma provisória (LATOUR, 1994).

Nessa teoria, rede pode ser entendida como um processo que reconhece as conexões existentes entre diferentes actantes que interferem, influenciam e até modificam o comportamento um do outro, dependendo das associações que estabelecem. Os actantes, seres humanos e não-humanos, envolvidos são considerados agentes potenciais de transformação, uns sobre os outros. Dessa forma, ator-rede é um coletivo articulado de actantes, que são os atores no desempenho de ações que não podem ser atribuídas ao programa de ação de um único agente (SCHLIECK, BORGES, 2018).

A Teoria Ator-Rede não compreende os atores naturalmente como intermediários, os quais simplesmente transportam fatos aparentemente fechados e sem controvérsia alguma. Essa teoria busca ver os atores como mediadores, os quais fazem de todo fato algo incerto, e que envolve continuamente diferentes atuações, interpretações, pontos de vista e transformações. A atuação dos mediadores faz que a realidade tenha sua unidade sempre pendente, pois a qualquer momento essa estabilidade pode ser retomada e colocada à prova (VALADÃO, CORDEIRO NETO, ANDRADE, 2018).

Latour e Woolgar (1997) afirmam que um fato é um enunciado que foi construído por intermédio de operações sobre outros enunciados, cada um deles a partir de um contexto social e histórico, constituindo-se em uma inscrição literária. Esse tipo de inscrição é um texto que tem a função de persuadir os leitores. Assim, as atividades executadas são caracterizadas por uma luta constante para criar e fazer aceitar certos tipos particulares de enunciados (LATOUR, WOOLGAR, 1997). Nesse contexto, o real é o que resiste às negociações e permite ser identificado e localizado em uma rede de atores (VALADÃO, CORDEIRO NETO, ANDRADE, 2018).

Portanto, um fato é definido quando um enunciado não está mais acompanhado por qualquer outro que modifique a sua natureza, e quando ele perde todos seus atributos culturais e temporais para a integração em um conjunto de saberes edificados por outros fatos. Assim, é pela eliminação das referências a partir das quais foi construída que a referida inscrição resiste às tentativas de explicações sociológicas e históricas (LATOUR, WOOLGAR, 1997). Essa inscrição é viabilizada pelos móveis imutáveis que são inscrições construídas em outras redes e deslocadas para se combinarem com os actantes da rede estudada. (LATOUR, 2001).

Assim, o pesquisador deve construir uma situação para que o não-humano diga algo, servindo como seu porta voz (processo de delegação). Em seguida, o não-humano apreende, modifica e altera o pensamento humano que, por sua vez, pelo trabalho dos pesquisadores, altera suas trajetórias, seus destinos, suas histórias (processo de tradução) (LATOUR, 2004a). Esse foco possibilita a análise do social em sua real dinâmica, pois leva em consideração que uma imagem captada ou uma descrição feita de um fenômeno social utiliza estruturas conceituais enraizadas em sua própria comunidade. Dessa maneira, a Teoria Ator-Rede se estabelece sobre dois pontos fundamentais: a crítica às concepções estáveis de sociedade advindas da sociologia e o reconhecimento do potencial de agência de elementos não-humanos, que influenciam diretamente na construção do social.

A descrição, na Teoria Ator-Rede, consiste na tarefa de desdobrar os atores como redes de mediações ou como intermediários, tornando esses rastros em textos. Assim, para Latour (2004b), tem-se um empreendimento crítico, uma tentativa de reunir. O crítico não é aquele que desmascara, mas quem reúne. Esse processo preocupa-se com o tipo de ação que circula entre os actantes enquanto eles agem e não se apropria de qualquer teoria *a priori* como árbitro.

Nas pesquisas originais da Teoria Ator-Rede, o ator-rede era um processo de engenharia heterogênea em que pedaços do social, o técnico, o conceitual e o textual eram ajustados e convertidos em um conjunto de produtos científicos igualmente heterogêneos. Entretanto, o que era válido para a ciência, posteriormente passou também a valer para outras instituições (LAW, 1992). Assim, humanos e não-humanos constroem um único coletivo no qual atuam quando seus recursos são distribuídos.

Entendemos, assim, que a Teoria Ator-Rede poderia ser adequada para orientações a processos de modelagem matemática norteados pela concepção de Matemática correlacionada com práticas socioculturais. Isso estava direcionado pelo seguinte pressuposto: um processo de modelagem matemática em determinada comunidade pode ser subsidiado por princípios teóricos e metodológicos da Teoria Ator-Rede com o propósito de não simplificar intencionalmente aquela complexa realidade e nem compreendê-la a partir de conteúdos matemáticos disciplinares. Não simplificar porque não há necessidade de uma matemática separada do cotidiano para organizar a realidade. E isso leva a compreensão a partir da matemática local.

O propósito da perspectiva seria atuar como uma base teórica e metodológica que atenda a uma ontologia do social em termos de interdependência não hierárquica e híbrida entre atores humanos e não-humanos. O objetivo da pesquisa foi elaborado da seguinte maneira: Configurar etapas para a modelagem a partir da integração de princípios da Modelagem Matemática aos princípios da Teoria Ator-Rede.

Teoria Ator-Rede no Campo da Educação

Silva e Barbosa (2018) mencionam o ambiente de sala de aula com seus objetos, como livros, quadros, computadores, carteiras, canetas, e outros, que condicionam e dão forma às próprias ações de alunos e professores. Segundo Latour (2012), pelo fato do social ser o que emerge das associações, com a escola e a educação não é diferente, já que tudo é associação. Assim, a Teoria Ator-Rede desperta o interesse e lança-nos em uma nova maneira de pensar a educação. Afinal, a Teoria Ator-Rede busca identificar, justamente, as associações entre atores humanos e não-humanos, destacando as redes que se formam com a circulação da ação entre eles. (LEMOS, 2013).

Oliveira (2015) compreende que conceitos e técnicas da Teoria Ator-Rede devem ser mobilizados para a compreensão de maneira integrada como atores humanos e não-humanos: instituições, aulas e normas de conduta, podem se associar na composição das redes sociotécnicas responsáveis pela composição da educação formal. O tratamento de Latour de todas as coisas, conceitos e sentimentos como atores em rede, como efeitos de suas alianças, banem definitivamente as divisões entre humanos e mundo.

Nesse processo, alguns pesquisadores da Teoria Ator-Rede estão sinalizando novas maneiras de enquadrar problemas educacionais e novos pontos de entrada para intervenções. Dessa forma, têm-se ricas possibilidades para explorar como a educação é montada como uma rede de práticas, e para apreciação das múltiplas ontologias que podem ser amarradas juntas como estabilizações temporárias (FENWIICK, EDWARDS, 2010).

O ambiente escolar é um híbrido, de instrumentos educacionais e disciplinares desde sempre (salas, laboratórios, equipamentos, regras de conduta, rituais cotidianos e filas, cadernetas escolares, boletins de notas, etc.). Não podemos separar humanos e não-humanos no espaço escolar. Pois, são as relações híbridas entre corpo e matéria, que determinam a perfórmance dos actantes (LEMOS, 2014).

Assim, ao investigarmos os fenômenos, procuramos tentar evidenciar como os actantes participam e como os processos são performados. Nesse sentido, após analisarmos um processo, descrevemos a rede sociotécnica que se constitui na situação analisada, pois a maior parte de nossas relações é sempre mediada pela materialidade, buscando evidenciar as associações e ações entre os diferentes elementos que são mobilizados.

Modelagem Matemática à luz da Teoria Ator- Rede

Para a adequação da Modelagem a Teoria Ator-Rede para posterior configuração de etapas para a modelagem, elegemos Bassanezi (2015), Biembengut (2016) e Almeida e Vertuan (2014) por explicitarem a criação de estratégias por parte dos alunos na execução de etapas na modelagem, norteados pela simplificação da realidade em função de modelos escolares ou acadêmicos, que denominamos modelagem tradicional por ser a maneira geral de se fazer modelagem. E princípios da Teoria Ator-Rede explicitados por Latour (1994, 1997, 2001, 2004a, 2004b) e Valadão, Cordeiro Neto e Andrade (2018).

Tradicionalmente, as perspectivas para processos de modelagem matemática estão comprometidas com os conteúdos matemáticos curriculares. Essas perspectivas, ou objetivam a mobilização dos conteúdos matemáticos curriculares por parte dos aprendizes, ou objetivam a mobilização do senso crítico e reflexivo desses estudantes. Mas ainda nesse último caso, a atividade gira em torno dos conteúdos matemáticos acadêmicos.

Entretanto, compreendemos que um processo de modelagem matemática é caracterizado pela criação de um modelo matemático com o propósito de solucionar uma situação-problema oriunda da problematização de determinado contexto social. No contexto escolar, há a busca pela compreensão de fenômenos sociais locais por parte dos estudantes com utilização de conhecimentos matemáticos locais a serem aprendidos. Nesse processo não deve ser valorizado apenas conhecimento matemático, mas também todo o processo ocorrido na construção da solução do problema proposto.

Assim, assumimos essa postura para o ensino de Matemática. E, para que os processos de modelagem matemática pudessem ocorrer sob essa visão, havia a necessidade de princípios teóricos e metodológicos adequados a ela, e que simultaneamente focassem uma realidade vista em rede e formada por diferentes agentes. Portanto, tomamos como fundamento a Teoria Ator-Rede para a busca desses princípios.

A Teoria Ator-Rede apresentou uma maneira diferenciada de pensamento, ação e estudo da modelagem matemática e dos processos educacionais. Essa perspectiva investigativa propõe-se a identificar e descrever as associações entre atores humanos e não-humanos de maneira simétrica como mediadores na construção de redes sociotécnicas. Nesse tipo de construção, os materiais são caracterizados a partir de sua interação com a presença humana. Assim, humanos e não-humanos formam um efeito produzido por uma rede de interações heterogêneas. O natural, o técnico e o social, apesar de apresentarem-se cotidianamente separados e como entidades absolutas, empiricamente nada mais são do que redes híbridas (LAW,1992).

Assim, a Modelagem Matemática caracteriza-se como um ambiente de ensino e aprendizagem que possibilita a investigação de uma atividade humana com foco em suas práticas sociais e materiais híbridas para a configuração de modelos matemáticos como resposta a uma situação-problema. Para esse propósito são apresentadas as seguintes etapas: prática performada, descrição sociomaterial, elaboração de problema, matematização, configuração de modelo e móvel imutável. Essas etapas podem ser executadas de maneira variável quanto a responsabilidade do professor ou dos aprendizes por cada uma delas conforme Chaves e Espírito Santo (2011).

Classicamente, um processo de modelagem matemática começa com a escolha de temas da realidade que direcionem os alunos a situações concretas para compreensão de um determinado fenômeno (BASSANEZI, 2015; BIEMBENGUT, 2016). Os temas podem ser escolhidos pelo professor ou pelos aprendizes que devem ser distribuídos em grupos (BASSANEZI, 2015). Trata-se de uma estratégia para iniciar a autoria do tema da realidade. Na perspectiva Ator-Rede, começa-se especificamente com uma prática a ser pesquisada. Essa realidade é uma prática sociocultural na qual os aprendizes estão inseridos. Isso traz consigo uma situação cotidiana carregada de actantes. A dinâmica da autoria da escolha permanece. A essa etapa da modelagem, denominamos prática performada.

Na perspectiva clássica, após a escolha de temas abrangentes, os grupos de alunos devem elaborar problemas ou reconhecerem situações-problema para em seguida irem à coleta de dados (BASSANEZI, 2015; BIEMBENGUT, 2016). Essa fase leva a formulação de simplificações, além de criar uma estratégia para resolver o problema (ALMEIDA; VERTUAN, 2014). Na perspectiva Ator-Rede, temos uma descrição social e material das relações entre humanos e não-humanos em determinada prática sociocultural. Em seguida, temos a elaboração de problemas. Nesse contexto, não há interesse em simplificações da realidade. Compreendemos que a densidade de informações potencializa a capacidade de questionamentos por se ter uma maior interligação de actantes. A essas etapas da modelagem, denominamos descrição sociomaterial e elaboração de problema respectivamente.

Na perspectiva clássica, tem-se a matematização, na qual o problema da realidade é transformado em um problema matemático relacionado à determinada área do conhecimento (BASSANEZI, 2015). Isso é executado pela discussão acerca de que modelo matemático escolar ou acadêmico será utilizado (BIEMBENGUT, 2016). Na perspectiva Ator-Rede, essa etapa é o momento em que os aprendizes devem ser mobilizados pelo professor para a identificação de práticas matemáticas locais e suas referidas figurações. Os estudantes, no interior de seus grupos, não devem ter seus enunciados ignorados. Pois, o objetivo das conversas, formais ou informais, é a valorização dos conhecimentos do grupo. Essa etapa permanece como matematização.

Na formulação de modelos, classicamente, os alunos buscam adequar a situação a algum modelo matemático escolar para posterior validação (BASSANEZI, 2015). Os alunos devem efetuar relações fundamentais entre o modelo matemático construído e os dados extraídos da realidade para decidirem pela aceitação ou rejeição dos referidos modelos e usá-los como resposta ao problema proposto (ALMEIDA; VERTUAN, 2014; BIEMBENGUT, 2016). Na perspectiva Ator-Rede, temos a construção de um modelo a partir da própria prática descrita. Esse modelo matemático já funciona como resposta ao problema. Não há necessidade de sua validação ou interpretação para adequação da realidade ao modelo matemático. A essa etapa, denominamos configuração de modelo.

Biembengut (2016) considera essencial a expressão por parte dos estudantes acerca da atividade de modelagem matemática que executaram. Isso consiste na divulgação das atividades por meio de publicações e/ou seminários aos demais estudantes, ou a quem possa interessar. A perspectiva Ator-Rede também considera fundamental que os resultados da pesquisa sejam relatados por escrito e divulgados aos demais grupos de estudantes e professores, podendo se estender a comunidade. Essa etapa foi denominada por móvel imutável por deslocar a realidade ao meio escolar.

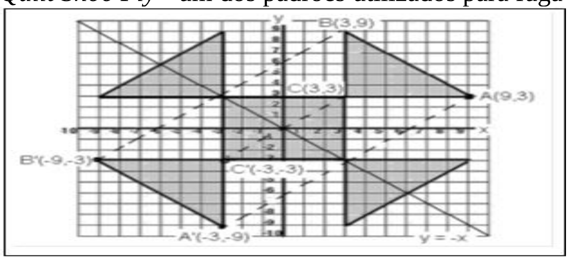
Como exemplo dessa perspectiva para a modelagem, tomamos os blocos de *quilts* (Figura 1) usado para o envio de mensagens aos escravos fugitivos na época da escravidão nos Estados Unidos rumo ao norte ou Canadá. Os membros de grupos não-escravos que os apoiavam, penduravam nas janelas de suas casas tecidos com formas que representavam as rotas de fuga para os escravos.

Figura 1: Blocos de *quilts*

Fonte: Rosa e Orey (2017, p. 58).

Na perspectiva clássica, as formas são geralmente simplificadas para se adequarem a um modelo matemático escolar ou acadêmico. Desse modo, a experiência nos induz a pensar que seria comum notar a simetria na construção das formas, e considerar a reflexão sobre a reta $y = -x$ (Figura 2).

Figura 2: Bloco *Quilt Shoo Fly* - um dos padrões utilizados para fuga dos escravos



Fonte: Rosa e Orey (2017, p. 61).

Na perspectiva da Teoria Ator-Rede, a "prática performada" seria: prática de orientação para fuga de escravos. A "descrição sociomaterial" envolveria a associação de todos os humanos e não-humanos envolvidos no processo de fuga dos escravos, então esperamos uma "elaboração de problemas" mais ativa por parte dos alunos. A "matematização" consistiria em termos uma forma que representa uma rota de fuga (*Quilt Shoo Fly*). A "configuração de modelo" seria o próprio *quilts* com sua significação enraizada na própria atividade e expressada por mediações e delegações. E na etapa de "móveis imutáveis" espera-se que o modelo apresente determinada cultura no ambiente escolar explicitando as relações de poder e possibilidades de ações ali existentes.

Para essa nova configuração para as etapas de um processo de modelagem matemática, apresentamos as possibilidades de aplicação da Modelagem Matemática na sala de aula quanto à responsabilidade de professores e estudantes conforme quadro 1.

Quadro 1: participação de alunos e professor nas etapas de modelagem.

Etapas	Possibilidade 1	Possibilidade 2	Possibilidade 3
Prática performada	Professor	Professor	Professor/aluno
Descrição sociomaterial	Professor	Professor	Professor/aluno
Elaboração de problema	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Matematização	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno
Configuração de modelo	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno
Móvel imutável	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Os autores, inspirados em Chaves e Espírito Santo (2011, p.6).

Assim, tem-se um quadro adequado a perspectiva de Modelagem Matemática à luz da Teoria Ator-Rede relacionando as etapas com suas implementações.

Considerações Finais

Neste artigo, nosso objetivo geral foi configurar etapas para uma perspectiva para a linha de pesquisa da Educação Matemática denominada de Modelagem Matemática, que fosse norteada pela Teoria Ator - Rede. O propósito era construir um cenário que direcionasse atividades de modelagem matemática e atendesse as inter-relações híbridas entre humanos e não humanos. A construção foi executada com êxito, tendo como ação inicial a adequação de princípios da Teoria Ator-Rede aos princípios da Modelagem Matemática.

Essa perspectiva não é centrada no conteúdo curricular, mas focada em práticas matemáticas enraizadas nas comunidades que são caracterizadas pela complexidade em virtude das articulações não-hierarquicas, imóveis e mutáveis entre atores humanos e não-humanos. Nessa perspectiva, a construção de modelos matemáticos acontece a partir da mediação entre humanos e não-humanos no interior de determinada cultura, com o propósito de que os estudantes investiguem uma situação-problema.

Entendemos que essa perspectiva possibilita aos estudantes uma descrição mais ampla de atividades cotidianas a partir de práticas socioculurais. E quando essas situações são desdobradas, há a possibilidade desses estudantes desenvolverem sua capacidade de elaboração de problemas em uma prática de modelagem matemática e de perceberem como está formatado o poder que causa desigualdades sociais. Isso tudo pelo contato com actantes que são importantes para esses feitos e que não foram suprimidos da referida descrição, permitindo, assim, que tais actantes sejam inspecionados.

Compreendemos que esses resultados apresentam contribuições valiosas tanto para a Modelagem Matemática, em particular, quanto para a Educação Matemática, em geral. No entanto, ficou pendente para pesquisas futuras, a execução de atividades educacionais em ambiente escolar, sob essa perspectiva, para análise de suas consequências. Isso porque, embora uma atividade de modelagem matemática à luz da Teoria Ator-Rede tenha seu foco em comunidades locais, essa ação deve chegar ao conhecimento da escola institucionalizada para que haja novas percepções e compreensões acerca da Matemática.

Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina pessoa da (orgs.). **Modelagem Matemática em foco.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem Matemática:** teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

BURAK, Dionísio. Modelagem matemática e a sala de aula. I ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais**… Londrina, 2004.

CANEDO JR, Neil da Rocha; KISTEMANN JR, Marco Aurélio. A Modelagem Matemática no contexto do ensino fundamental: uma experiência vivida com alunos do oitavo ano. In: ALENCAR, Edvonete Souza; BUENO, Simone (orgs.). **Modelagem Matemática e Inclusão**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque; ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira do. Possibilidades para Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. (Orgs.) **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: EDUEL, 2011.

FENWICK, Tara; EDWARDS, Richard. **Actor–Network Theory in Education.** London and new York: Taylor & Francis e-Library, 2010.

FERREIRA, Pamela Emanueli Alves; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Educação Matemática Realística: uma abordagem para os processos de ensino e de aprendizagem**.** **Educ. Matem. Pesq.** São Paulo, v.18, n.1, p. 237-252, 2016.

KNIJNIK, Gelsa; GLAVAM, DUARTE, Claudia. Entrelaçamentos e dispersões de enunciados no discurso da Educação Matemática Escolar: um estudo sobre a importância de trazer a "realidade" do aluno para as aulas de Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 863-886, 2010.

LATOUR, Bruno. **Jamais fomos modernos**: ensaio de antropologia simétrica. Rio de Janeiro: Editora 34, 1994.

LATOUR, Bruno. **Esperança de pandora**. Bauru: EDUSC, 2001.

LATOUR, Bruno. **Políticas da natureza**: Como fazer ciência na democracia. Tradução. Carlos Aurélio Mota de Souza. Bauru: EDUSC, 2004a.

LATOUR, Bruno. Why has critique run out of steam?: from matters of fact to matters of concern. **Critical Inquiry**, v. 30, n. 2, p. 225–248, 2004b.

LATOUR, Bruno. **Reagregando o social**. Bauru: EDUSC, 2012.

LATOUR, Bruno; WOOLGAR, Steve. **A vida de laboratório**: a produção dos fatos científicos. Tradução: Ângela Ramalho Vianna. Rio de Janeiro: Relume Dumara, 1997.

LAW, John. **Notes on the theory of the actor-network:** Ordering, strategy, and heterogeneity. Centre for Science Studies, Lancaster University, 1992.

LEMOS, André. **A Comunicação das coisas**: Teoria ator-rede e cibercultura. São Paulo: Annablume, 2013.

LEMOS, André. Mídia, Tecnologia e Educação: Atores, Redes, Objetos e Espaço. In LINHARES, Ronaldo. Nunes.; PORTO, Cristiane; FREIRE, Valéria Pinto. **Mídia e educação:** espaços e (co) relações de conhecimentos. Aracaju: EdUNIT, 2014.

MIGUEL, Antonio. Percursos Indisciplinares na Atividade de Pesquisa em História (da Educação Matemática: entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 35, 2010.

MIGUEL, Antonio; VILELA, Denise Silva. Práticas escolares de mobilização de cultura matemática. **Cad. Cedes**, Campinas, v. 28. n. 74. p. 97-120, 2008.

MIGUEL, Antonio; VILELA, Denise Silva; MOURA, Anna Regina Lanner de. Desconstruindo a matemática escolar sob uma perspectiva pós-metafísica de educação. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, 2010.

OLIVEIRA, Kaio Eduardo de Jesus. **Educação e teoria ator-rede**: uma cartografia de controvérsias. Dissertação (Mestrado em Educação). UNIT, Aracaju, 2015.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. **Etnomodelagem:** a arte de traduzir práticas matemáticas locais. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

SCHLIECK, Diane; BORGES, Martha Kaschny. Teoria Ator-Rede e educação**:** no rastro de possíveis associações. **Rev. Triang.** Uberaba, v. 11. n. 2. p. 175-198, 2018.

SILVA, Kátia Augusta Curado Pinheiro Cordeiro da. Professores em início de carreira**:** as dificuldades e descobertas do trabalho docente no cotidiano da escola. 38ª REUNIÃO NACIONAL DA ANPED. **Anais**... São Luís, 2017.

SILVA, Patrícia; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Das redes sociotécnicas à Cartografia de Controvérsias na educação. **CIET: EnPED**, [S.l.], 2018.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica:** Incerteza, Matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SOUZA, Elizabeth Gomes. **A encenação de práticas socioculturais no contexto escolar.** Relatório de Pós-doutorado em Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2019.

VALADÃO, José de Arimatéia Dias; CORDEIRO NETO, José Raimundo; ANDRADE, Jackeline Amantino de. Teoria do ator-rede: irredutibilidade, simetria e os estudos em administração/organizações. **Organizações em contexto**, São Bernardo do Campo, v. 14, n. 27, 2018.

Favorecimento do Letramento Matemático por meio da Modelagem Matemática: percepções de licenciandos de Matemática

Favoring Mathematical Literacy Through Mathematical Modeling: perceptions of Mathematics graduates

Emilly Gonzales Jolandek
Universidade Estadual de Maringá
emillyjolandek@gmail.com

Lilian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá
lilianakemikato@gmail.com

Resumo
O presente trabalho teve por objetivo identificar como os licenciandos de Matemática percebem o favorecimento do letramento matemático e suas competências em atividades de Modelagem Matemática. A fim de identificar a percepção dos licenciandos, foi desenvolvido um curso de formação sobre Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática (MM). Para esse artigo foram analisados dois momentos do curso, sendo o primeiro, em que os licenciandos desenvolvem uma prática de MM encaminhada pelos ministrantes, e o segundo, em que eles atuam como protagonistas de atividades de MM dentro do curso. A pesquisa é de natureza qualitativa e o tratamento e análise dos dados se deu por meio da Análise Textual Discursiva. Com base no objetivo da pesquisa, no primeiro momento analisado, emergiram duas categorias: i) Os licenciandos reconhecem as competências do letramento matemático no desenvolvimento da atividade de MM; ii) Discussões em grupo favorecem a formulação, representação e interpretação do problema. E no segundo momento emergiram três categorias: i) O problema do contexto real favorece competências do letramento matemático; ii) O desenvolvimento da atividade demanda competências do letramento matemático; iii) Competências do letramento estão presentes nas etapas da atividade de MM. Diante disso, verificou-se que as percepções se modificaram quando os licenciandos estão na posição de aluno e quando estão na posição de professor, ao desenvolverem uma atividade de MM. Concluímos que os licenciandos de Matemática, participantes do curso de formação, construíram percepções sobre como o letramento matemático pode ser favorecido em atividades de MM.

Palavras-chave: Competências Matemáticas; Formação Inicial; Modelagem na Educação Matemática.

Abstract
This work aimed to identify how Mathematics graduates perceive the favor of mathematical literacy and their skills in Mathematical Modeling activities. In order to identify the perception of the graduates, a training course on Mathematical Modeling in the context of Mathematical Education (MM) was developed. For this article, two moments of the course were analyzed, the first being, in which the undergraduate students developed an MM practice referred to by the teachers, and the second, in which they acted as protagonists of MM activities within the course. The research is of a qualitative nature and the treatment and analysis of the data took place through the Discursive Textual Analysis. Based on the research objective, in the first analyzed moment, two categories emerged: i) The graduates recognize the skills of mathematical literacy in the development of MM activity; ii) Group discussions favor the formulation, representation and interpretation of the problem. And in the second moment, three categories emerged: i) The problem of the real context favors mathematical literacy skills; ii) The development of the activity demands mathematical literacy skills; iii) Literacy skills are present in the stages of the MM activity. In view of this, it was found that the perceptions will change when the undergraduate students are in the student position and when they are in the teacher position, when developing

an MM activity. We conclude that Mathematics graduates, participants in the training course, built perceptions about how mathematical literacy can be favored in MM activities.

Keywords: Mathematical Competency; Initial Formation; Modeling in Mathematics Education.

Considerações iniciais

No contexto da Educação Matemática, nacionalmente e internacionalmente, cada vez mais, percebe-se a necessidade de articular a Matemática com problemas do contexto real[1], visto que o aluno precisa ser educado matematicamente para que possa atuar criticamente na sociedade. Nesse entendimento, a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, doravante indicada por MM, emerge como potencial articuladora de problemas reais com a Matemática, uma vez que problemas do contexto real se referem a situações cotidianas que requerem conhecimentos matemáticos (OCDE, 2016).

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2017) a MM vem se configurando como uma maneira de se "fazer Matemática" na sala de aula ou fora dela. Os autores referem-se a uma Matemática para a vida, isto é, a MM deve/ pode ser um instrumento para avaliação de mundo, ou seja, um meio de ler o mundo em seus diversos aspectos.

Utilizar a Modelagem Matemática como uma estratégia/ metodologia de ensino nas aulas de Matemática, pode trazer benefícios para os processos de ensino e aprendizagem, como muitos estudos apontam (BLUM; FERRI, 2009) bem como, pode potencializar a aplicabilidade dos conceitos matemáticos e favorecer debates sobre o papel da Matemática na sociedade (BUENO, 2011). Blum e Ferri (2009) afirmam que a Modelagem Matemática é designada a ajudar os alunos a entenderem o mundo, a aprender Matemática, também a contribuir para o desenvolvimento de competências matemáticas e atitudes críticas e reflexivas. Nesse entendimento, a essência da MM, vai ao encontro das concepções do letramento matemático.

O letramento matemático definido pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) se resume na capacidade de formular, empregar e interpretar/avaliar a Matemática em diferentes problemas do contexto real, sendo necessário o desenvolvimento de diferentes competências matemáticas para que os estudantes compreendam o papel que a

[1]Ao apontarmos o contexto real, estamos nos referindo às concepções do PISA, uma vez que "uma proporção cada vez maior de situações cotidianas requer algum nível de conhecimento matemático para enfrentar desafios nos aspectos pessoal, ocupacional, social e científico" (OCDE, 2016, p. 139). Desta maneira, o contexto real se refere a situações cotidianas que requerem conhecimentos matemáticos.

Matemática desempenha no mundo (OCDE, 2016). Tema esse, também estudado por autores como Niss (2003, 2014), Steen, Turner e Burkhardt (2007), Niss e Højgaard (2011) entre outros, que no mesmo sentido do PISA, consideram que o letramento matemático é a capacidade de fazer o uso eficaz do conhecimento matemático a fim de enfrentar desafios da vida cotidiana. No Brasil, o letramento matemático, em consonância com a avaliação do PISA, aparece nos objetivos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Neste contexto, ao abordarmos sobre letramento matemático também estamos nos referindo ao desenvolvimento de competências matemáticas. Nesse estudo, assumimos o termo competência segundo o entendimento proposto por Niss e Højgaard (2011, p. 49 – tradução livre) para o qual a competência matemática "compreende ter conhecimento, compreensão, execução, uso e conhecimentos matemáticos tendo uma opinião sobre matemática em uma variedade de contextos em que a matemática desempenha ou pode desempenhar um papel", ou seja, competência consiste em fazer uso dos conhecimentos matemáticos para resolver problemas e desafios do contexto real.

Destarte, as competências matemáticas podem ser divididas em sete: comunicar matematicamente, raciocinar matematicamente, matematizar, representar matematicamente, resolver problemas, saber utilizar a linguagem simbólica, formal e técnica e saber utilizar ferramentas matemáticas (NISS, 2003; OCDE, 2016). Nesse contexto, o desenvolvimento das competências matemáticas, por meio de atividades de Modelagem Matemática, é uma prática já implementada, por exemplo, no projeto Competências e Aprendizagem Matemática (KOM) na Dinamarca (NISS, 2003).

Desta maneira, ao compreender a essência da MM e do letramento matemático, estudos brasileiros, como o de Sodré (2019) destaca, que a MM pode ser assumida como um recurso didático para o letramento matemático, assumido com bases nas etapas da MM (OCDE, 2016; SODRÉ, 2019). Scheller (2017), também aponta a MM como uma metodologia de ensino de Matemática que pode contribuir com o letramento matemático, e consequentemente o desenvolvimento de suas competências. A intenção de um ensino de Matemática, a partir da MM e consequentemente do letramento matemático pode proporcionar "maior domínio e capacidade cognitiva ao estudante para fazer uso social de seu conhecimento matemático, dentro e fora da escola" (PEREIRA; MOREIRA, 2020).

A vista disso, inferimos sobre o potencial da MM para o favorecimento do desenvolvimento das competências do letramento matemático, para tanto, nosso interesse e objetivo nesse estudo, consiste em identificar como licenciandos de Matemática percebem o favorecimento do desenvolvimento do letramento matemático e suas competências, em atividades de MM. O estudo foi desenvolvido em um curso de formação sobre MM, na formação inicial de professores de Matemática visando proporcionar, aos envolvidos, compreensões acerca das competências que são favorecidas pela MM.

Procedimentos metodológicos

Com o intuito de buscar, dar significados a fenômenos[2], manifestações, fatos, vivências e ideias, bem como procurar entender como as pessoas – licenciandos de Matemática – constroem significados e representações; nos apropriamos dos pressupostos da pesquisa qualitativa para análise dos dados (BOGDAN; BLIKEN, 1994). Por meio da abordagem qualitativa, buscamos identificar como alunos do curso de licenciatura em Matemática percebem o favorecimento do letramento matemático em atividades de MM.

Portanto, os colaboradores da pesquisa são alunos do curso de licenciatura em Matemática, em específico participantes do Programa Institucional de Bolsa do Residência Pedagógica de Matemática. Logo, os participantes, cursavam o 3º e 4º ano do curso de licenciatura em Matemática em uma universidade pública do Estado do Paraná.

O desenvolvimento da pesquisa ocorreu por meio de um curso de formação sobre MM no ano de 2021. O curso teve como um dos objetivos, propiciar discussões e reflexões sobre os aspectos teórico-práticos-metodológicos da MM. No curso buscamos abordar também sobre o que é o letramento matemático na perspectiva de Niss (2003, 2014) da matriz do PISA (OCDE, 2016) e BNCC (BRASIL, 2017), a fim de construir relações deste tema com a MM.

O curso teve uma carga horária de 30h, desenvolvido ao longo de 10 encontros semanais, remotamente, via *Google Meet* e foi ministrado pelos autores deste artigo com participação de 29 licenciandos de Matemática, além dos professores da Educação Básica (3) que orientavam os licenciandos. A produção dos dados se deu por meio de: questionários,

[2] Para os aspectos metodológicos, entendemos a palavra fenômeno como, um fato que pode ser descrito ou explicado cientificamente (MICHAELIS, 2021).

gravação de vídeo/áudio e atividades produzidas pelos licenciandos, todavia, para esse trabalho utilizaremos apenas os questionários aplicados.

Para tanto, o curso foi dividido em cinco momentos principais:

(1) Discussão sobre a MM. Neste momento foi realizado uma contextualização sobre a MM a partir das concepções prévias dos licenciandos, bem como alguns dos seus aspectos históricos.

(2) Desenvolvimento de uma atividade de MM pelos ministrantes do curso. No segundo momento, foi destinado a realização de uma prática de MM, que poderia ser aplicada na Educação Básica, a fim de que os licenciandos se familiarizassem com esse processo. A atividade escolhida para o curso foi a proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.48), intitulada "Tem calça de que tamanho?". Com a atividade os licenciandos deveriam responder: qual a relação do tamanho da medida do quadril com o tamanho da calça? A atividade foi adaptada dos autores, visto que a abordagem foi mais "aberta", no sentido que os licenciandos definiram todo o encaminhamento da atividade, inclusive qual parte do corpo deveria ser medida e qual roupa seria utilizada para fazer a relação.

(3) Discussões sobre teoria e prática da MM. No terceiro momento do curso, os licenciandos em grupos, selecionaram um relato de experiência em MM na Educação Básica, para apresentar no curso. Por meio das apresentações, dos relatos de experiência, foi possível discutir com os participantes as diferentes abordagens e concepções da MM. Também foi possível discutir sobre as etapas e processos de atividades de MM.

(4) Discussões sobre letramento matemático. A partir das concepções prévias dos licenciandos, foi discutido sobre o que é o letramento matemático e suas competências. Nesta etapa do curso, buscamos mostrar como o letramento matemático é necessário no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e como ele pode ser desenvolvido e requerido em alunos da Educação Básica. Neste encontro, os próprios licenciandos articularam o letramento matemático com a MM.

(5) Elaboração e desenvolvimento de práticas em MM pelos licenciandos. Por fim, após propiciar aos alunos a construção do conhecimento sobre aspectos teóricos-práticos-metodológicos sobre a MM, por meio do curso; os licenciandos em grupos tiveram que planejar, elaborar e implementar uma atividade de MM, sob orientação dos professores ministrantes. Por conta do contexto atual da pandemia do COVID – 19, no momento do curso de formação, os licenciandos não puderam desenvolvê-la na Educação Básica, mesmo remotamente. Portanto, cada grupo fez uma aula simulada com os outros participantes do curso, a fim de implementar a atividade elaborada por eles.

Para este trabalho, com base no objetivo deste artigo, iremos analisar apenas os momentos (2) e (5), ou seja, os momentos do curso em que os licenciandos participaram de uma atividade de MM desenvolvida junto com os ministrantes, o qual atuaram como alunos, e o momento onde os licenciandos planejaram, elaboraram e implementaram uma atividade de MM, atuando como professores. Destarte, buscamos analisar os 2 questionários respondidos por eles, que foram aplicados em cada momento, respectivamente.

Para o tratamento e análise dos dados, utilizamos a Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2016). Neste sentido, o *corpus* da análise contém 43 respostas, isto é, 22 licenciandos aceitaram responder ao primeiro questionário e 21 licenciandos aceitaram responder ao segundo. Por meio da ATD, em cada um dos momentos (2 e 5), seguimos as três etapas propostas por Moraes e Galiazzi (2016): i) desmontagem dos textos; ii) categorização e iii) captação do novo emergente.

Na primeira etapa da ATD, inicialmente fizemos a leitura flutuante do *corpus* a fim de compreender e estabelecer relações entre as percepções dos licenciandos, sobre o favorecimento do letramento matemático em atividades de MM. A leitura flutuante foi realizada sobre as respostas de todos os sujeitos, nos questionários, a fim de organizá-las conforme a convergência em suas falas. Feito isso, iniciamos a desmontagem dos textos onde extraímos fragmentos do *corpus*. Esses fragmentos formaram unidades de significados, que auxiliaram na compreensão do fenômeno e consequentemente na construção das categorias, com base em nosso objetivo de pesquisa. Nesta etapa, cada licenciando participante da pesquisa, recebeu um código com a letra L seguida de um número (exemplo: L1, L2, ..., L21, L22), a fim de preservar suas identidades e manter a ética na pesquisa.

Na segunda etapa da ATD, as categorias foram construídas *a posteriori*, ou seja, as categorias emergiram a partir da convergência entre os fragmentos extraídos do *corpus*. As categorias foram classificadas para que o fenômeno do estudo seja compreendido. Por fim, para a captação do novo emergente, ou então, metatexto, fizemos uma compreensão e interpretação sobre o fenômeno estudado. É nessa fase que surgem *insights* com base em referenciais teóricos, onde os autores consideram como uma tempestade de luz (MORAES; GALIAZZI, 2016).

Análise e discussão dos dados

Com base em nosso objetivo de pesquisa, dividimos a análise dos dados em dois momentos, como já citado anteriormente. Em cada momento apresentamos por meio das categorias emergentes, como os licenciandos de Matemática percebem o favorecimento do letramento matemático em atividades de MM.

I – Atividade de MM desenvolvida com os licenciandos

Esse momento no curso de formação, consistiu no desenvolvimento de uma atividade de MM, proposta e conduzida pelos ministrantes, para que os licenciandos se familiarizassem com aspectos práticos da MM. A atividade – *Tem calça de que tamanho?* (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 48) – iniciou com alguns questionamentos sobre a problemática, que consistiu em definir uma relação entre o tamanho da calça e a medida do quadril. Por meio das discussões nas aulas e grupos de *WhatsApp*, os licenciandos conseguiram elaborar alguns modelos matemáticos que representassem o problema.

Depois da realização e discussão desta atividade, os licenciandos responderam a um questionário, onde buscamos identificar como eles percebiam as competências do letramento matemático na atividade. As competências presentes no questionário foram: comunicar matematicamente, matematizar, representar matematicamente, resolver problemas, raciocinar e argumentar matematicamente, utilizar ferramentas matemáticas, e utilizar linguagem simbólica, técnica e formal. Com base nas respostas, destacamos duas categorias que emergiram das falas dos licenciandos.

Categoria I – Os licenciando reconhecem as competências do letramento matemático no desenvolvimento da atividade de MM

Para esta primeira categoria, é possível inferirmos que os licenciandos reconhecem as competências do letramento matemático na atividade de MM. Nas respostas os licenciandos justificaram suas percepções sobre como as competências do letramento matemático foram favorecidas para a realização da atividade.

Como os licenciandos ainda estavam se familiarizando com o processo da MM e não tinham conhecimentos prévios sobre o letramento matemático e suas competências, os licenciandos, em sua maioria, se analisaram fazendo uso dessas competências para o seus próprios desenvolvimentos na realização da atividade de MM. Todavia, nosso intuito não é olhar se os licenciandos desenvolvem as competências e sim como eles as percebem favorecidas pela MM. No Quadro 1 mostramos a partir das falas dos alunos o processo de reconhecimento das competências do letramento matemático no decorrer da atividade.

Quadro 1: Competências articuladas ao processo da atividade de MM a partir das falas dos participantes

COMPETÊNCIAS	PERCEPÇÕES DOS LICENCIANDOS
Comunicar	L21 – Foi possível concluir e discutir facilmente pois nos foi dado total liberdade para falarmos das nossas dúvidas e levantarmos nossas hipóteses.
Matematizar	L12 – Saímos de uma discussão real, de um problema do nosso cotidiano, e investigamos esse problema por meio do ferramental matemático, criando hipóteses para solucioná-los, verificando sua validade, contestando, e por fim mostrando aos demais alunos.
Representar	L22 – Para a atividade construí uma tabela com dados dos homens e das mulheres e diagramas/gráficos no GeoGebra. No decorrer da atividade consegui dar sentido ao que seria o tamanho da calça com auxílio de equações de média e intervalo.
Resolução do problema	L18 – Durante a atividade, eu utilizei a estratégia de intervalos e tabela para reestruturar matematicamente o problema, consegui escrever um modelo e fazer uma análise através dele, interpretando minhas respostas e avaliando o problema, percebendo assim que o tamanho da calça dependia do tamanho do quadril.
Raciocinar e argumentar	L4 – Foi através da análise dos gráficos que conseguimos raciocinar sobre o problema, acredito que a visualização dos dados facilitou a análise e resolução da questão.
Utilizar linguagem simbólica, formal e técnica	L8 – Algumas linguagens matemáticas obtidas foram conceitos como média de um conjunto de dados (medida de tendência central,

	ou de posição), modelos de equações ajustados aos dados, variáveis independentes e dependentes, entre outros.
Utilizar ferramentas	L5 – Utilizei do software GeoGebra. L6 – Utilizei calculadora, fita métrica e planilha do Excel para calcular a média.

Fonte: as autoras (2021)

A partir das respostas dos licenciandos, conseguimos inferir sobre o reconhecimento e compreensão das competências do letramento para o desenvolvimento da atividade de MM. Niss e Højgaard (2011) apontam que toda atividade de Matemática exige o exercício de uma ou mais competências. Logo, a atividade de MM, possibilitou o reconhecimento de todas as competências em todas as etapas, envolvendo a problematização, interpretação, matematização, resolução e validação.

Compreender a presença de tais competências na atividade de MM vai ao encontro da concepção de Blomhøj e Jensen (2007) ao apontar que a Modelagem Matemática é um constituinte natural das competências.

Categoria II – Discussões em grupo favorecem a formulação, representação e interpretação do problema

A segunda categoria, identificada pelas respostas, nos aponta que os licenciandos, compreenderam que a atividade de MM, favoreceu as competências que se referem a formulação, representação e interpretação, especialmente, nas discussões em grupo. Segundo os licenciandos, foi possível verificar que as discussões possibilitaram o uso dessas competências visto que alguns dos alunos não compreenderam de imediato, o problema e o processo de como se daria sua resolução.

> **L1** - Após as resoluções apresentadas pelos outros eu consegui avaliar e entender, mas eu própria não estava vendo muito sentido em como um intervalo nos levaria numa resposta de uma pergunta que pra mim não ficou explícita.
> **L15** - Quando as professoras começaram a questionar qual a relação que conseguimos encontrar com as medidas do quadril e da numeração da calça, eu não tinha entendido muito bem qual relação às mesmas queriam que chegássemos e discutíssemos. Depois com a ideia dos colegas que eu comecei a captar mais e me atentar mais ao tema em si. Aqui destaco a importância das discussões em turma nas atividades de Modelagem Matemática.
> **L16** - Por causa dos exemplos apresentados pelos demais alunos eu consegui entender o objetivo final da modelagem, acho que quando as pessoas começaram a expor suas ideias isso contribuiu para que eu entendesse o porquê e para que precisávamos fazer essa comparação entre o tamanho do quadril e a numeração da calça.

Identificamos, com isso, que a discussão em grupo auxiliou na compreensão do processo da atividade de MM capacitando-os a fazerem uso das competências que se referem a formulação, representação e interpretação para o desenvolvimento da tarefa.

De acordo com Orey e Rosa (2007, p. 199) as discussões realizadas entre os alunos durante o processo de MM são indispensáveis, pois "o conhecimento é mais bem construído quando os alunos trabalham em grupos socializando a aprendizagem". Niss e Højgaard (2011) destacam que as competências só podem ser desenvolvidas a partir do contato próximo com o problema e da interação com o mesmo. Nesse entendimento, identificamos que a interação com o problema, se deu por meio das discussões a fim de resolverem o problema.

Já o fato de os licenciandos não compreenderem, inicialmente, o problema da atividade de MM, fez com que eles não estabelecessem relações desta, com as competências do letramento matemático. Entretanto, os licenciandos em sua maioria, perceberam a utilização, por eles próprios, das competências do letramento matemático na atividade realizada a partir das discussões em grupo. Apontaram as competências presentes em todo o processo da MM, sendo que a competência que mais se destacou e esteve presente na atividade foi a comunicação. Visto que a discussão e argumentação em grupo auxiliou os licenciandos a compreenderem melhor o problema, bem como a elaborarem estratégias de resolução e representação, do problema proposto na atividade.

II – Atividade de MM realizada pelos licenciandos

Após a familiarização com aspectos teóricos-práticos-metodológicos da MM, os licenciandos, divididos em três (3) grupos tiveram que planejar, elaborar e desenvolver uma atividade de MM, como uma aula simulada para os demais participantes do curso, vislumbrando que futuramente eles pudessem realizá-la também na Educação Básica, como mostra o Quadro 2[3].

Quadro 2: Atividades de MM elaboradas pelos licenciandos

GRUPO	TEMA DA ATIVIDADE	PROBLEMA
Grupo 1	Concurso de Páscoa	Quantos confetes tem dentro do recipiente (cilíndrico)?

[3] Para este trabalho não traremos detalhes sobre cada atividade elaborada e implementada pelos grupos visto que nosso foco é a percepção do desenvolvimento do letramento matemático na atividade de MM. A análise em detalhes das atividades ficarão para um próximo trabalho.

Grupo 2	Calorias	Qual a quantidade diária necessária de calorias a serem ingeridas por uma pessoa?
Grupo 3	Ovos de páscoa	Que relação podemos estabelecer entre os preços dos ovos de páscoa e o salário mínimo ao longo dos anos?

Fonte: as autoras (2021)

Após a elaboração e desenvolvimento das atividades pelos licenciandos, aplicamos um questionário final para identificar como os licenciandos percebiam o favorecimento do letramento matemático na atividade de MM desenvolvida por eles. As 21 respostas dadas ao segundo questionário, deram origem a 3 categorias.

Categoria I – O problema do contexto real favorece competências do letramento matemático

Na primeira categoria, os licenciandos destacam, em suas respostas, o favorecimento do letramento matemático visto que a atividade elaborada por eles partiu de um problema real, bem como envolve questões sociais pertencentes ao cotidiano dos alunos. Apontam que a Matemática aparece de maneira contextualizada em toda a atividade desenvolvida.

> **L2** – Sim. Pois foi uma situação cotidiana.
> **L3** – Sim, pois a atividade proposta pelo nosso grupo, veio de um problema real. Foi apresentado o problema para os alunos tentarem buscar os dados e assim pensar em possibilidades. Trabalhamos o cilindro, o volume de diferentes cilindros e outros conceitos em segundo plano, dando autonomia aos participantes (alunos). Acredito que o nosso problema favoreceu o desenvolvimento do letramento e das competências dando oportunidade de compreender o problema, raciocinar, matematizar, comunicar e argumentar em grupos, durante o desenvolvimento da atividade.
> **L9** – Sim. Pois os alunos precisavam ligar a Matemática com a vida.

As falas dos licenciandos estão de acordo com o que Niss (2003) aponta, sobre as competências matemáticas, que são ativadas em situações que contêm informações reais. A MM se caracteriza por trabalhar com problemas do contexto da realidade e o letramento matemático também se apoia nessa condição para que possa ser desenvolvido em sua totalidade. Para Steen, Turner e Burkhardt (2007) o letramento matemático é inseparável do contexto real, além disso os autores ainda afirmam que o letramento matemático e suas competências não são um conteúdo matemático próprio, entretanto encontra conteúdo apropriado para problemas do contexto real. Da mesma maneira, a MM busca educar matematicamente, contribuindo para que o aluno faça uma leitura de mundo (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2017). Para tanto, os licenciandos perceberam a importância de se trabalhar com problemas do contexto real, o qual identificaram como favorecedor para as competências do letramento matemático.

Categoria II – O desenvolvimento da atividade demanda competências do letramento matemático

Para esta categoria, os licenciandos destacaram várias competências do letramento matemático que podem ser favorecidas ao longo de toda a atividade, ou seja, o desenvolvimento da atividade demanda competências do letramento matemático.

> **L1** – A atividade explora várias etapas do letramento indiretamente.
> **L10** – Acredito que sim, pois em nossa atividade, os alunos precisam observar a situação, tentar identificar relações, levantar hipóteses e fatores que podem influenciar na resolução e no cálculo da situação.
> **L16** – Sim, entra um pouco da representação, resolução de problemas, a matematização, a argumentação.
> **L17** – Sim, pois através da atividade proposta pelo meu grupo, o aluno precisa identificar a Matemática presente na situação. É necessário também que ele se comunique expondo seus argumentos e o que levou em consideração para a criação do modelo, e quais ferramentas ele utiliza para resolver o problema proposto pela atividade de modelagem. Favorecendo assim o letramento matemático e suas competências.

Mesmo alguns licenciandos não citando as competências do letramento matemático de maneira explícita, ficou claro nas descrições, que eles compreenderam que durante a elaboração e desenvolvimento da atividade de MM, foi preciso fazer uso das competências do letramento matemático de maneira explícita ou implícita.

Nesta etapa do curso, os licenciandos já tiveram contato com a MM, o que de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), tal familiarização ocorre de forma gradativa. Isto é, nesta etapa os licenciandos foram responsáveis pela condução de uma atividade de MM possibilitando, segundo os autores, o desenvolvimento de habilidades de fazer MM. Além disso, entendemos que possibilitou com que os licenciandos verificassem as competências do letramento matemático no decorrer da atividade conduzida por eles, visto que eles descreverem as diferentes competências que podem ser requeridas, pois exige dos licenciandos a aplicação de diferentes conhecimentos matemáticos para resolver o problema de MM proposto por eles. (NISS; HØJGAARD, 2011).

Para tanto, nas atividades de MM desenvolvidas pelos licenciandos, foi percebido por eles, o uso de capacidades de fazer e responder perguntas em/com Matemática, bem como a capacidade de lidar com linguagem e ferramentas matemáticas (NISS; HØJGAARD, 2011), isto é, a atividade de MM demandou competências do letramento matemático.

Categoria III - Competências do letramento estão presentes nas etapas da atividade de MM

A categoria três é caracterizada pelas respostas dos licenciandos que consideram que as competências do letramento matemático estão presentes e podem ser desenvolvidas em todas as etapas/ processos da atividade de MM.

> **L3** - Acredito que na atividade aplicada pelo meu grupo, podemos relacionar as competências do letramento e as etapas da Modelagem Matemática, acredito que o comunicar esteve presente desde a apresentação do problema, o reconhecimento do problema até a validação da solução, ao se familiarizar com o problema os alunos puderam matematizar e representar matematicamente o problema e ao resolver e interpretar puderam utilizar argumentos e linguagem formal e simbólica e ferramentas para validar o modelo obtido.
>
> **L10 -** Acredito que o letramento matemático esteve presente em todas as etapas da atividade de modelagem elaborada, uma vez que fizemos com que os alunos buscassem, pensassem, elaborassem hipóteses, testassem, discutissem, isto é, todas as ações que abraçam o letramento matemático.
>
> **L15** - Todas as etapas da modelagem necessitam das competências do letramento matemático para formular o modelo, para testar, escrever de uma maneira mais "matemática", para expor a linha de pensamento e resolução, além de precisar de ferramentas como calculadoras para realizar os cálculos.

É necessário entender o processo e as etapas da Modelagem Matemática para compreender o uso das competências na atividade (NISS; HØJGAARD, 2011). Sodré (2019) destaca que essa relação entre as etapas da MM e o processo matemático proposto pelo letramento matemático, mostra-se presente na matriz do PISA, quando cita que a definição do letramento matemático possui historicamente, bases na Modelagem Matemática (OCDE, 2016).

Ao olhar para as competências do letramento matemático observamos que a matematização, uma das etapas da MM, está presente. Ou seja, saber modelar um problema, saber fazer MM, é possuir a capacidade de fazer e responder perguntas em/com Matemática no contexto real. Isso consiste em desenvolver diferentes competências do letramento matemático, não somente o matematizar, visto que ela está atrelada a representação, resolução do problema, raciocínio, uso de linguagens matemáticas, uso de ferramentas, e principalmente a comunicação matemática. (NISS; HØJGAARD, 2011).

Após a familiarização que os alunos tiveram com a MM no decorrer do curso, os licenciandos tiveram um olhar mais apurado sobre o desenvolvimento do letramento matemático e suas competências em atividades de MM, com vistas ao seu desenvolvimento com os participantes do curso e consequentemente em alunos da Educação Básica.

Considerações Finais

No presente trabalho assumimos a premissa sobre o potencial da MM para o favorecimento das competências do letramento matemático, para isso buscamos identificar como licenciandos de Matemática, por meio de um curso de formação, percebem o favorecimento do letramento matemático em atividades de MM.

Verificamos no primeiro momento analisado, isto é, a atividade de MM desenvolvida pelos ministrantes, onde os licenciandos participaram como alunos, que eles perceberam o desenvolvimento de competências a partir de suas próprias ações, e principalmente a partir das discussões com o grupo a fim de resolver o problema. No segundo momento da análise, onde os licenciandos atuaram como professores, implementando uma atividade de MM, as percepções revelam que o problema do contexto real da atividade de MM favorece o letramento matemático, além disso o desenvolvimento da atividade exigiu competências do letramento matemático bem como foi identificado pelos licenciandos que as competências do letramento estão presentes nas etapas da atividade de MM.

Desta maneira, identificamos que as percepções se modificam quando os licenciandos estão na posição de aluno e quando estão na posição de professor, quando desenvolvem uma atividade de MM. Quando na posição de aluno, os licenciandos reconhecem as competências a partir de suas resoluções e discussões em grupo. Quando na posição de professor, os licenciandos percebem que as competências do letramento matemático se aproximam com o processo da MM. Para tanto, verificamos que os licenciandos de Matemática, participantes do curso de formação, construíram percepções sobre como o letramento matemático pode ser favorecido em atividades de MM.

No contexto de formação inicial de professores de Matemática, é importante que os licenciados reconheçam competências do letramento matemático em atividades que eles desenvolverão para a Educação Básica, bem como, compreendam a MM como uma das competências do letramento matemático. Tais competências, devem emergir em suas ações e práticas docentes.

Agradecimentos

A primeira autora deste trabalho, agradece a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de doutorado concedida.

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E**. Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.

BLOMHØJ, M., JENSEN, T.H. What's all the fuss about competencies?. IN: BLUM, W, et al. **Modeling and Applications in Mathematics Education**. New ICMI Study Series, vol 10. Springer, Boston, MA. 2007.

BLUM, W; FERRI, R. B. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? **Journal of mathematical modelling and application**, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**. Ministério da Educação. Governo Federal. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase. Acesso em: 06. Maio. 2018.

BUENO, V. C. **Modelagem Matemática:** quatro maneiras de compreendê-la. Minas Gerais: Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.

MEYER, J. F. C. A., CALDEIRA, A. D. e MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática.** 3º ed . Belo Horizonte : Autêntica Editora, 2017.

MICHAELIS. **Fenômeno**. Dicionário brasileiro da língua portuguesa. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=fenomeno. Acesso em 17. Agosto. 2021

MORAES, R; GALIAZZI, M, C. **Análise Textual Discursiva**, 3º ed. Ijuí: EditoraUnijuí, 2016 – 264 p.

NISS, M. Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish

KOM project. In: **3rd Mediterranean conference on mathematical education.** 2003. p. 115-124.

NISS, M.; HØJGAARD, T. **Competencies and Mathematical Learning:** Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark, Roskilde University, v. 485, 2011.

NISS, M. Mathematical competencies and PISA. In: **Assessing mathematical literacy**. Springer, Cham, 2014. p. 35-55.

OCDE. **Brasil no PISA 2015:** análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros / OCDE-Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. 2016.

OREY, D. C.; ROSA, M. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica. **Horizontes**, v. 25, n. 2, p. 197-206, 2007.

PEREIRA, C. M. M; MOREIRA, G. E. Brasil no Pisa 2003 e 2012: os estudantes e a matemática. **Cadernos de Pesquisa**, v. 50, n. 176, p. 479-493, 2020.

SCHELLER, M. **Modelagem & Linguagem Científica no Ensino Médio**. 191f. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS, Porto Alegre. 2017.

SODRÉ, G. J. M. **Modelagem Matemática Escolar:** uma organização praxeológica complexa. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica). Universidade Federal do Pará. 2019.

STEEN, L. a; TURNER, R.; BURKHARDT, H. Developing mathematical literacy. In: BLUM, W, et al. **Modeling and Applications in Mathematics Education**. New ICMI Study Series, vol 10. Springer, Boston, MA. 2007.

Ludicidade em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental

Playfulness in Mathematical Modeling Activities in Child Education, Elementary School and Middle School

Antonella Fernandes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
antonella_f_95@hotmail.com

Emerson Tortola
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
emersontortola@utfpr.edu.br

Resumo
Com o objetivo de investigar *o que nos "dizem" as pesquisas sobre modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental a respeito de ludicidade*, lançamos um olhar empírico-analítico sobre trinta e duas pesquisas publicadas em eventos que têm a modelagem matemática, na perspectiva da Educação Matemática, como temática ou como um de seus eixos, a saber, SIPEM, ENEM e CNMEM, cujas edições datam de 2010 a 2020. Essas pesquisas foram selecionadas por trazerem os termos "lúdica(s), lúdico(s) e/ou ludicidade" em seus textos. Esse olhar é orientado pela Análise de Conteúdo, que nos auxiliou na coleta, organização e análise dos dados. Cinquenta e seis unidades de significado foram identificadas, as quais foram agrupadas em três categorias: "Ludicidade a partir do uso de materiais manipuláveis"; "Ludicidade decorrente do uso matemática para interpretar situações-problema da realidade"; e "Ludicidade associada ao brincar". Os resultados sinalizam a ludicidade como uma característica presente nas práticas com modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, predominantemente nos primeiros anos escolares, porém, como tal, é ainda pouco discutida e precisa de esclarecimentos, uma vez que sua adjetivação é feita sem uma fundamentação teórica que a sustente.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Ludicidade; Análise de Conteúdo; Educação Infantil; Ensino Fundamental.

Abstract
In order to investigate what research on mathematical modelling in Child Education and Elementary School "tell" us about playfulness, we launched an empirical-analytical look at thirty-two papers published in events that have mathematical modelling, in the Mathematics Education perspective, as thematic or as one of its axes, namely, SIPEM, ENEM and CNMEM, whose editions date from 2010 to 2020. These papers were selected for bringing the terms "playful and/or playfulness" in their texts. This look is guided by Content Analysis, which helped us in the collection, organization and analysis of data. Fifty-six units of meaning were identified, which were grouped into three categories: "Playfulness from the use of manipulable materials"; "Playfulness resulting from the use of mathematics to interpret reality problem situations"; and "Playfulness associated with playing". The results indicate playfulness as a feature present in practices with mathematical modelling in Child Education and Elementary School, predominantly in the first grades, however, as such, it is still little discussed and needs clarification, since its adjectives are made without a theoretical foundation that supports it.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modelling; Playfulness; Content Analysis; Child Education; Elementary School.

Introdução

As práticas com modelagem matemática em sala de aula vêm conquistando espaço nas pesquisas em Educação Matemática, sobretudo com base na premissa de que é preciso valorizar os conhecimentos adquiridos pelos alunos a partir de suas vivências fora da escola, respeitando-os como sujeitos que são, histórica e socialmente constituídos e/ou em constituição (COUTINHO; TORTOLA, 2020).

As pesquisas sobre modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, porém, têm apresentado um ritmo diferente, particularmente quando olhamos para os primeiros anos escolares (SILVA; KLÜBER, 2012). Essas publicações, em sua maioria, datam a partir dos anos 2000 e estão, geralmente, vinculadas a programas de pós-graduação. Porém, elas vêm se intensificando nos últimos anos, tanto em número, quanto em duração, o que sinaliza o interesse de professores e pesquisadores em compreender especificidades da prática com modelagem matemática nesses contextos.

Dessa forma há, ainda, questões em aberto que precisam ser investigadas, uma delas, no nosso entendimento, diz respeito à ludicidade. Leal e Ávila (2013, p. 41) explicam que frequentemente "o conceito de ludicidade é confundido, ora com práticas recreativas, ora com atividades de lazer. Há uma polissemia em seu entorno", o que de acordo com os autores sugere uma investigação sobre o assunto.

No que se refere à nossa pesquisa, consideramos a ludicidade como um conceito, ou ideia, que precisa de esclarecimentos, a partir da observação em vários textos sobre modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental de uma adjetivação dessa prática sem uma fundamentação que lhe assegure teoricamente, talvez pautados no argumento de que a ludicidade deva estar presente em atividades de ensino e de aprendizagem no contexto da infância[1], inclusive na matemática (AZEVEDO; PASSOS, 2012; MORETTI; SOUZA, 2015; SILVA; MUNIZ, 2020).

Nesse sentido, vale a pena investigar o que se entende por ludicidade, particularmente no contexto de atividades de modelagem matemática desenvolvidas na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, para as quais essa característica é sugerida por documentos

[1] A infância, de acordo com o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), promulgado pela Lei nº 8.069, de 13 de julho de 1990, pode ser entendida como o período de vida do indivíduo que compreende desde o nascimento até aproximadamente os 12 anos (BRASIL, 1990), período que corresponde à Educação Infantil e à praticamente todo o Ensino Fundamental.

curriculares como as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (BRASIL, 2010) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), de modo que se possa teorizar e fundamentar essa adjetivação e que a ludicidade possa ser encarada como um princípio formativo para essa prática pedagógica (LEAL; ÁVILA, 2013).

Nesse momento, porém, consideramos que cabe um olhar empírico-analítico para o que se caracteriza por ludicidade nessas pesquisas a fim de fomentar um debate teórico sobre o entendimento de ludicidade em atividades de modelagem matemática. Dessa forma, neste artigo, investigamos a questão: *O que nos “dizem” as pesquisas sobre modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental a respeito de ludicidade?*

Para a investigação dessa questão, nos pautamos na metodologia de pesquisa denominada Análise de Conteúdo (BARDIN, 2011; MORAES, 1999) e analisamos publicações relacionadas à modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental (1º ao 9º ano) que caracterizam sua prática como uma atividade lúdica ou que tem potencial para promover ludicidade. As publicações analisadas são provenientes das últimas edições (2010 a 2020) de eventos científicos que têm a modelagem matemática, na perspectiva da Educação Matemática, como temática ou como um de seus eixos temáticos. Os eventos analisados foram o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM); o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM); e a Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática (CNMEM), por conta da expressividade que têm esses eventos na área da modelagem matemática, na perspectiva da Educação Matemática, em todo território nacional.

Abordamos inicialmente a modelagem matemática no âmbito da sala de aula e a ludicidade no contexto do ensino de matemática, em seguida descrevemos os aspectos metodológicos da pesquisa e os dados coletados, por fim apresentamos a análise com uma intepretação sistemática dos resultados, seguida das considerações finais.

A prática da Modelagem Matemática e a sala de aula

Já dizia o poeta Carlos Drummond de Andrade “Brincar com a criança não é perder tempo, é ganhá-lo; se é triste ver menino sem escola, mais triste ainda é vê-los sentados, tolhidos e enfileirados em uma sala de aula sem ar, com atividades mecanizadas, exercícios estéreis, sem valor para a formação dos homens críticos e transformadores de uma sociedade". A modelagem matemática tem sido proposta como uma prática que vem para romper com traços e características do ensino tradicional que ainda prevalecem em sala de aula. Com a premissa do trabalho colaborativo, atividades de modelagem matemática prezam pela interação entre os alunos e entre alunos e professor (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) e dão espaço para a criatividade na investigação e resolução de problemas autênticos (ENGLISH, 2010; ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015).

De acordo com English (2010), diante das mudanças no mundo, precisamos mais do que nunca repensar a natureza das experiências de resolução de problemas matemáticos que proporcionamos aos nossos alunos. Diferentemente da resolução de problemas escolares tradicionais, nos quais as informações do problema geralmente já foram cuidadosamente matematizadas e cabe ao aluno "desmascarar a matemática ao mapear as informações do problema de tal maneira que uma resposta pode ser produzida utilizando quantidades e operações básicas conhecidas" (DOERR; ENGLISH, 2003, p. 113), em atividades de modelagem, a matemática a ser utilizada na resolução do problema não é conhecida pelo aluno de antemão, por meio de um processo de investigação ele precisa "observar um fenômeno, conjecturar relações, realizar análises matemáticas (equações, estruturas simbólicas etc.), obter resultados matemáticos e reinterpretar o modelo" (LINGEFJÄRD, 2006, p. 96).

O uso da modelagem matemática na sala de aula da Educação Básica, portanto, "fornece às crianças ricas oportunidades para experienciar dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos" (ENGLISH, 2010, p. 288), desde que se leve em consideração, como preconizam Coutinho e Tortola (2020), os alunos como sujeitos que são, crianças e adolescentes, com conhecimentos, hábitos e aspirações, que denotam um modo característico de ver e se relacionar com o mundo.

No contexto da Educação Infantil e do Ensino Fundamental, além das indicações curriculares (BRASIL, 2010; 2017), autores como Leal e Ávila (2013), Luckesi (2014), Sobrinha e Santos (2016) defendem o uso de atividades lúdicas para promover o ensino e auxiliar na aprendizagem por meio de diferentes conteúdos e estratégias pedagógicas. Nesse sentido, é conveniente que professores e pesquisadores que desenvolvem práticas com modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental busquem uma abordagem que vislumbra ludicidade, o que torna esta pesquisa imperativa.

Ludicidade e Matemática

Quando o termo ludicidade é citado para caracterizar uma prática, frequentemente as referências se voltam à sua simbologia mais comum, referindo-se a jogos, brincadeiras ou atividades recreativas, como explica Luckesi (2014). Porém, "as implicações da necessidade lúdica extrapolaram as demarcações do brincar espontâneo" (SOBRINHA; SANTOS, 2016, p. 2), isto é, atividades lúdicas, no contexto escolar, não se caracterizam pelo ato de brincar, mas pela intencionalidade pedagógica que direciona a atividade. Nesse sentido, atividades recreativas dão lugar a atividades criativas.

Segundo Luckesi (2014), atividades lúdicas precisam atender alguns critérios para que possam ser caracterizadas como tal, os quais compreendem, inclusive, o uso de jogos e materiais manipuláveis, ao qual são prontamente associadas, porém, não se resumem a isso. De acordo com o autor

> todas essas atividades, denominadas de lúdicas, poderão ser "não lúdicas" a depender dos sentimentos que se façam presentes em quem delas está participando, numa determinada circunstância. Por exemplo, uma criança que, por alguma razão biográfica (de modo comum, razão psicológica), não gosta de pular corda; essa atividade – "brincar de pular corda" –, além de incômoda, será chata para ela, e, pois, sem nenhuma ludicidade. [...] O mesmo pode ocorrer com pessoas adultas ou idosas (LUCKESI, 2014, p. 13-14).

Ao contrário do que se pode pensar, a ludicidade está presente em todas as fases da vida humana, todavia, com valores específicos em cada uma delas. De acordo com Sobrinha e Santos (2016), da infância à adolescência sua finalidade volta-se ao pedagógico, por isso a preocupação de professores e pesquisadores com atividades que sejam interessantes e prazerosas aos alunos (PIAGET, 1998).

Por meio de atividades lúdicas, conforme Sobrinha e Santos (2016, p. 2), "o aluno forma conceitos, seleciona ideias, estabelece relações lógicas, integra percepções, faz estimativas compatíveis com o crescimento físico e desenvolvimento mental". Nesse contexto, porém, o papel do professor é fundamental. Segundo Luckesi (2014) é o professor quem dá o tom à aula, por isso deve ter clara sua intenção com a atividade, para que possa planejar como agir em sala de aula, seja em termos de como se comunicar com os alunos, abordar os conteúdos ou documentar as discussões. "Se o professor não tiver uma sólida ideia do que pretende alcançar com a atividade que propôs, as tarefas podem diluir-se na prerrogativa do lúdico pelo lúdico" (SOUZA; SOUZA, 2018, p. 63).

Tendo claro o que pode ser uma atividade lúdica e seu papel nesse contexto, o professor pode ser visto como um mediador, que na atividade pedagógica é responsável por propor desafios, convidar os alunos a realizarem investigações e promover a participação coletiva e colaborativa.

No que se refere às aulas de matemática, práticas com modelagem matemática, que prezam por criatividade, interpretação e investigação (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015) e pelo trabalho colaborativo (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), mostram-se como possibilidades para serem atividades lúdicas, uma vez que nelas os alunos, sob orientação do professor, podem investigar temas de seu interesse, usando a matemática para resolver problemas associados a eles.

Aspectos Metodológicos da Pesquisa e Descrição dos Dados

A Análise de Conteúdo, de acordo com Bardin (2011, p. 15), é "um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a 'discursos' (conteúdos e continentes) extremamente diversificados". Permite ao pesquisador interpretar as informações obtidas e, sistematicamente, o conduz "a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum" (MORAES, 1999, p. 9). Caracteriza-se, portanto, como técnica de análise textual, que permite uma análise qualitativa por meio de elementos quantitativos ou não.

Nesse sentido, optamos pelo seu uso para investigar a questão: *o que nos "dizem" as pesquisas sobre modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental a respeito de ludicidade?* acarretando uma descrição sistemática dos entendimentos de ludicidade apresentados ou sinalizados pelos autores em pesquisas publicadas nos eventos SIPEM; ENEM e CNMEM, datados de 2010 a 2020. Dessa forma, foram consultadas as edições V a VII do SIPEM; X a XIII do ENEM; VII a XI da CNMEM. Nelas, trinta e dois artigos foram selecionados, dentre as modalidades: comunicação científica, relato de experiência e pôster, por trazerem os termos "lúdica(s), lúdico(s) e/ou ludicidade" em seu texto. O Quadro 1 apresenta o quantitativo de artigos selecionados por evento e edição. Vale ressaltar que nenhum desses termos foi mencionado em artigos das três edições do SIPEM (2012, 2015 e 2018) consultadas e da edição de 2015 da CNMEM.

Quadro 1: Quantidade de artigos por evento e edição

Evento	Edição	Quantidade de artigos selecionados
CNMEM	VII CNMEM – 2011 Belém - PA	7
	VIII CNMEM – 2013 Santa Maria - RS	4

	X CNMEM – 2017 Maringá - PR	1
	XI CNMEM – 2019 Belo Horizonte - MG	5
ENEM	X ENEM – 2010 Salvador - BA	2
	XI ENEM – 2013 Curitiba - PR	3
	XII ENEM – 2016 São Paulo - SP	2
	XIII ENEM – 2019 Cuiabá - MS	8
Total de Artigos:	**32**	

Fonte: Dados da pesquisa.

Os artigos selecionados foram analisados e todas as ocorrências dos termos "lúdica(s), lúdico(s) e/ou ludicidade" nos textos foram tomadas como unidades de significado (BARDIN, 2011). Para cada unidade apresentamos uma interpretação, uma descrição sucinta a respeito do conteúdo correspondente. As unidades foram organizadas e codificadas em uma planilha, em acordo com as orientações de Bardin (2011), que exemplificamos com um recorte apresentado no Quadro 2.

Quadro 2: Esboço da organização e codificação dos dados

EVENTO	TÍTULO DO ARTIGO	AUTORES	CÓDIGO	UNIDADE DE SIGNIFICADO	INTERPRETAÇÃO
X ENEM Salvador - BA (2010)	MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM MEIO DE DESPERTAR NO ESTUDANTE O INTERESSE EM APRENDER MATEMÁTICA	Maria Salett Biembengut Ana Luisa Fantini Schmitt	E.10.1.1	Além disso, segundo a proposta, para a disciplina de matemática, recomenda-se que a construção dos conceitos ocorra por meio de métodos ou estratégias de ensino que motivem e se adequem à experiência de cada estudante, de acordo com o ano/série que freqüenta, tais como: resolução de problemas, etnomatemática, história da matemática, jogos, atividades **lúdicas**, recursos tecnológicos e Modelagem Matemática.	Considera o lúdico como aliado na compreensão durante a transição da linguagem "natural" para a linguagem matemática
	PROJETOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES PARA O DEBATE TEÓRICO	Ana Paula dos Santos Malheiros	E.10.2.1	Segundo o autor, a pesquisa por ele desenvolvida apresenta contribuições referentes à relação do conteúdo trabalhado com o cotidiano e na utilização de uma tecnologia **lúdica** para uma aprendizagem significativa.	Considera o lúdico como aliado na compreensão durante a transição da linguagem "natural" para a linguagem matemática

Fonte: Dados da pesquisa.

Estabelecemos para os códigos a seguinte estrutura: Evento. Edição. Artigo. Unidade de Significado. Indicamos o evento, utilizando C para CNMEM e E para ENEM; a edição, usando números cardinais, 7 a 11 no caso da CNMEM e 10 a 13 no caso do ENEM; o artigo, utilizando uma sequência numérica, conforme listagem que fizemos; e a unidade de significado, para a qual utilizamos também uma sequência de números, conforme as ocorrências. Dessa forma, o código E.10.2.1, por exemplo, indica a primeira unidade de significado identificada no segundo artigo selecionado nos anais do X ENEM.

A codificação dos dados em cinquenta e seis unidades de significado se deu pela leitura sistemática dos textos, com ênfase nos trechos em que os autores citam os termos "lúdica(s), lúdico(s) e/ou ludicidade". Esse movimento analítico resultou em três ideias centrais, que nos fornecem indícios de como os autores entendem ludicidade no contexto de atividades de modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental e que, à luz dos referenciais teórico-metodológicos, podem ser interpretadas como categorias emergentes, são elas: "Ludicidade a partir do uso de materiais manipuláveis"; "Ludicidade decorrente do uso matemática para interpretar situações-problema da realidade"; e "Ludicidade associada ao brincar".

Análise e intepretação sistemática dos resultados

A categoria "Ludicidade a partir do uso de materiais manipuláveis" faz menção à utilização de materiais manipuláveis em atividades de modelagem matemática por professores que recorrem a eles para facilitar o entendimento dos alunos de diferentes conteúdos e ideias matemáticas. Sendo assim, o uso de materiais manipuláveis é frequente em práticas pedagógicas com modelagem matemática desenvolvidas na Educação Infantil e no Ensino Fundamental (TORTOLA, 2016; COUTINHO; TORTOLA, 2020), tanto que vários dos textos analisados, apesar de não tomarem o uso de materiais manipuláveis como argumento para caracterizar a atividade lúdica, mencionaram tal uso.

Os textos analisados e classificados nessa categoria parecem reconhecer esse uso como uma especificidade dos contextos de atuação e indicam que a utilização de materiais manipuláveis ajuda os alunos a entender, de forma lúdica, os conteúdos ou ideias matemáticas, além de auxiliar na prática pedagógica, tornando a aula mais prazerosa e significativa (C.8.1.1). Os materiais citados variam desde materiais tradicionalmente utilizados no contexto escolar, como o material dourado, até objetos da sala de aula ou construídos com uma intencionalidade pedagógica de ensinar um conteúdo, como é o caso das ampulhetas de areia (C.10.1.1). O Quadro 3 apresenta os códigos que constituem essa categoria.

Quadro 3: Ludicidade a partir do uso de materiais manipuláveis

CÓDIGO	Título do Artigo	Trecho referindo-se à ludicidade
E.13.1.4	Modelagem matemática segundo os professores de matemática do Núcleo Regional de Educação de Foz do Iguaçu	a Modelagem Matemática é uma tendência metodológica que está relacionada à resolução de problemas e aos jogos matemáticos, permitindo a abordagem lúdica dos conteúdos (p.7)
C.8.1.1	Modelagem matemática de fenômenos ópticos: relato de experiência interdisciplinar entre matemática e física	verifica-se a importância da utilização dos materiais concretos pelo professor, porque não somente ajuda o aluno a entender de uma maneira lúdica os conceitos trabalhados, mas também,

		auxilia o professor em sua prática pedagógica e torna a aula prazerosa e significativa (p.2)
C.8.4.1	Recém-professores abordando modelagem matemática com futuros professores	Um participante disse que imaginava que a modelagem matemática trabalhava apenas com jogos matemáticos, com o lúdico, e não sabia que uma atividade de modelagem matemática poderia contemplar temas de diversas áreas do conhecimento (p.6)
C.10.1.1	Ampulhetas de areia: uma atividade de modelagem matemática com alunos do 5° ano do Ensino Fundamental	desenvolvemos algumas atividades matemáticas com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, no período do contraturno, prezando pela ludicidade e segundo diferentes possibilidades metodológicas, dentre elas, a modelagem matemática (p.2)
C.11.1.1	Proposta de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica sobre números racionais no Ensino Fundamental visando uma aprendizagem significativa e reflexiva	o planejamento do professor precisa ser voltado para utilização de materiais concretos, lúdicos e relacionando o conteúdo com o contexto diário dos mesmos (p.8)

Fonte: Dados da pesquisa.

A categoria "Ludicidade decorrente do uso matemática para interpretar situações-problema da realidade" revela uma ideia de que o fato dos alunos utilizarem a matemática para resolver problemas associados a situações-problema da realidade, ou do cotidiano, característica da modelagem matemática, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), contribui para que a atividade seja lúdica. Esse argumento é também apresentado em Moretti e Souza (2015). Nesse sentido, os textos aqui agrupados sinalizam como ludicidade a discussão e/ou investigação de aplicações ou de situações passíveis de serem matematizadas. Em relação às aplicações, vários textos fazem menção à ludicidade por meio da citação de Biembengut e Hein (2007, p. 18), que afirma que as

> vantagens de se trabalhar o ensino de tópicos matemáticos por meio da modelagem, está na facilidade que esta tem de combinar aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações, favorecendo uma formação plena, na qual o estudante possa desenvolver suas potencialidades e explorar ao máximo suas aptidões.

No que diz respeito à matematização, Almeida, Silva e Vertuan (2012) afirmam que se trata de uma fase da atividade de modelagem que envolve a tradução das informações e do problema, apresentados inicialmente em linguagem natural, para a linguagem matemática. É, segundo Pollak (2015), uma ação realizada com a intenção de idealizar a situação, atribuindo-a uma "roupagem" matemática. Envolve, geralmente, a definição de variáveis, a formulação de hipóteses e a realização de simplificações.

Além disso, esses textos defendem a ludicidade como decorrente dessa matematização por requerer dos alunos interpretação e criatividade, como sinalizam Almeida, Sousa e Tortola (2015), contemplando assim habilidades que vão para além dos conteúdos matemáticos. E.11.3.3, por exemplo, descreve atividades de modelagem como "*atividades lúdicas podem beneficiar o aluno, não apenas no aspecto do lazer e da diversão, mas também pelo aspecto da aprendizagem. Dessa forma, o aluno é capaz de ultrapassar a realidade, transformando-a através do imaginário, assimilar valores, aprimorar habilidades e socializar-se*". O Quadro 4 apresenta os códigos agrupados nessa categoria. Como se pode observar, essa ideia foi recorrente nos textos analisados.

Quadro 4: Ludicidade decorrente do uso matemática para interpretar situações-problema da realidade

CÓDIGO	Título do Artigo	Trecho referindo-se à ludicidade
E.10.1.1	Modelagem matemática no ensino fundamental: um meio de despertar no estudante o interesse em aprender matemática	para a disciplina de matemática, recomenda-se que a construção dos conceitos ocorra por meio de métodos ou estratégias de ensino que motivem e se adequem à experiência de cada estudante, de acordo com o ano/série que freqüenta, tais como: [...] atividades lúdicas, recursos tecnológicos e Modelagem Matemática (p.2)
E.10.2.1	Projetos nas aulas de matemática: algumas contribuições para o debate teórico	apresenta contribuições referentes à relação do conteúdo trabalhado com o cotidiano e na utilização de uma tecnologia lúdica para uma aprendizagem significativa (p.7).
E.11.2.1	Contribuições da modelagem matemática como estratégia de ensino na Educação de Jovens e Adultos	"para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas" (BIEMBENGUT, 1999, p. 20) (p.2-3)
E.11.3.3	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: investigação e modelagem matemática com foco no poder das mídias na moda	Atividades lúdicas podem beneficiar o aluno, não apenas no aspecto do lazer e da diversão, mas também pelo aspecto da aprendizagem. Dessa forma, o aluno é capaz de ultrapassar a realidade, transformando-a através do imaginário, assimilar valores, aprimorar habilidades e socializar-se (p.10)
E.12.1.1	Modelagem em educação matemática: uma atividade utilizando o tema dengue	A Modelagem permite trabalhar a Matemática de forma lúdica, concreta e por meio de assuntos cotidianos do aluno (p.10)
E.12.2.1	Modelagem matemática como possibilidade de ação: Contribuições ao debate	Mesma citação de E.11.2.1, porém, com referência a Biembengut e Hein (2007, p. 12) (p.2)
E.13.2.1	A volta ao mundo em 80 dias: planejando uma viagem fictícia com instrumentos de pesquisa reais	mistura o lúdico com o prático (p.5)
E.13.3.1	Estatística aplicada através de projetos de Ensino: um relato de experiência dos licenciandos em matemática do Instituto Federal do Amapá	uma atividade lúdica realizada em grupo com o uso da Modelagem matemática envolvendo temas sobre as especificidades do estado do Amapá (p. 3)
E.13.4.1	Modelagem matemática na educação do campo: Alunas(os) em movimento	Mesma citação de E.11.2.1, porém, com referência a Biembengut e Hein (2007, p. 12) (p.4)
E.13.5.1	Uso da modelagem matemática na resolução de problemas: contextualizando o conceito de função no Ensino Médio	o uso da modelagem matemática como recurso pedagógico contribui para a melhora do comportamento escolar dos alunos promovendo uma aprendizagem mais lúdica, [...], colaborando na concepção de sujeitos ativos do saber, com

		capacidade de agir como cidadãos conscientes das dificuldades sociais a serem enfrentadas (p.12)
E.13.7.1	De volta às abelhas geômetras: volume de um alvéolo usando Cálculo Diferencial e Integral	Mesma citação de E.11.2.1, porém, com referência a Biembengut e Hein (2013, p. 12) (p.3)
E.13.8.1	Teoria de Representação Semiótica: análise de uma atividade de robótica	[...] promover, por meio de uma competição lúdica, a busca dos alunos por informações sobre a trajetória do robô carrinho (p.4)
C.7.1.1	A modelagem matemática e o desenvolvimento de competências	Mesma citação de E.11.2.1 (p.4)
C.7.2.1	Função quadrática no contexto da modelagem matemática: uma experiência com graduandos em matemática	uma das vantagens de se trabalhar o ensino de tópicos matemáticos por meio da modelagem, está na facilidade que esta tem de combinar aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações (BIEMBENGUT; HEIN, 2007) (p.2)
C.7.3.1	A modelagem matemática no ensino de função do 2º grau	Mesma referência de C.7.2.1 a Biembengut e Hein (2007) (p.2)
C.7.4.1	O estudo do calor específico através do método de interpolação polinomial	Mesma citação de E.11.2.1 (p.4)
C.7.6.1	O uso da modelagem matemática no ensino da Geometria Espacial estudo de caso: EJA	Mesma citação de E.11.2.1, porém, com referência a Biembengut e Hein (2007, p. 12) (p.6)
C.7.7.1	A utilização de material concreto, jogos e modelagem matemática na Educação de Jovens e Adultos	verificou-se que a aprendizagem por meio dos caminhos lúdicos é simples e eficaz (p.16)
C.8.2.1	Revelando a matemática da conta de energia elétrica	Mesma citação de E.11.2.1, porém, com referência a Biembengut e Hein (2003, p. 12) (p.2)
C.8.3.1	Uso da modelagem e otimização do problema do corte de chapas de vidro em trabalho de conclusão de curso superior	Mesma citação de E.11.2.1 (p.2)
C.11.2.4	Trabalhando otimização na sala de matemática do Ensino Médio: a fila de cirurgias	A utilização de um material lúdico aliado à modelagem matemática permitiu estimular o instinto crítico no aluno, motivando-o a compreender como a matemática está presente no cotidiano (p.12)
C.11.5.1	Modelagem matemática e jogos: articulações e possibilidades para o Ensino Fundamental	[...] os jogos eletrônicos que trazem consigo um enredo e contexto próprio, como potenciais temas a serem investigados por meio de atividades de modelagem matemática, trazendo um caráter lúdico e dinâmico para as aulas de matemática (p.13)

Fonte: Dados da pesquisa.

A categoria “Ludicidade associada ao brincar” classifica atividades de modelagem matemática como lúdicas ao fazer uso de brinquedos e brincadeiras como temas geradores de problemas ou como contexto de investigação. Os textos aqui classificados apontam aspectos positivos em relação ao uso de jogos e de brincadeiras para ensinar matemática, assim como Silva e Muniz (2020), sinalizando o uso frequente dessa estratégia nas aulas, particularmente nos primeiros anos escolares (E.13.6.2), o que se justifica, já que é uma prática indicada por documentos curriculares, inclusive como eixo orientador das atividades da Educação Infantil (BRASIL, 2017).

Dentre os aspectos citados pelos autores está a possibilidade de uma mudança de atitude por parte do aluno, que pode assumir um papel mais ativo e participativo das atividades (C.7.5.1) e tornar o ambiente favorável à aprendizagem, diante da possibilidade de estudar matemática a partir de um tema que lhe desperta curiosidade (C.11.4.1). As brincadeiras, segundo Mendes, Filho e Pires (2011) são atividades responsáveis pelas primeiras experiências das crianças, anteriores à escola, a partir da interação com colegas e familiares, desperta seu olhar para o mundo. O Quadro 5 apresenta os códigos agrupados nessa categoria.

Quadro 5: Ludicidade associada ao brincar

CÓDIGO	Título do Artigo	Trecho referindo-se à ludicidade
E.13.6.2	Depois de brincar, vamos guardar! Uma atividade de modelagem matemática na Educação Infantil	O uso de brinquedos e o desenvolvimento de atividades que prezam pela ludicidade são frequentes na Educação Infantil (p.2)
C.7.5.1	Vinculação entre modelagem matemática e experimentos	os jogos educativos, que propõem a vivência da matemática em um ambiente lúdico (p.3)
C.11.3.2	A prática pedagógica com modelagem matemática nos iniciais do ensino fundamental segundo os trabalhos da X CNMEM	Este cenário investigativo, instaurado por meio de um ambiente lúdico (jogo) (p.9)
C.11.4.1	Investigando padrões em atividades de modelagem matemática na Educação Infantil	"a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade das crianças e aproveita seu potencial lúdico" (SARMENTO, 2012, p. 4) (p.9)

Fonte: Dados da pesquisa.

Considerações Finais

Com a presente pesquisa tecemos reflexões a respeito da questão: *O que nos "dizem" as pesquisas sobre modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental a respeito de ludicidade?* Para isso, tomamos como foco de análise pesquisas publicadas em edições de eventos que abordam a modelagem matemática, na perspectiva da Educação Matemática, como temática ou como um de seus eixos, sendo eles SIPEM, ENEM e CNMEM, datados de 2010 a 2020, por acreditarmos que nesse primeiro momento há a necessidade de um olhar empírico-analítico para a temática.

As análises sinalizam a ludicidade como uma característica presente nas práticas com modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, predominantemente nos primeiros anos escolares, porém, como tal, é ainda pouco discutida e precisa de esclarecimentos, uma vez que sua adjetivação é feita sem uma fundamentação teórica que a sustente. A adjetivação é, em geral, feita com base em crenças sobre o que se acredita ser lúdico, com base em experiências pedagógicas anteriores, o que se reflete, principalmente, nas categorias: “Ludicidade a partir do uso de materiais manipuláveis” e “Ludicidade associada ao brincar”. São ideias primeiras em relação à ludicidade (LUCKESI, 2014; SOBRINHA; SANTOS, 2016).

A terceira categoria “Ludicidade decorrente do uso matemática para interpretar situações-problema da realidade”, por sua vez, revela que muitos autores associam ludicidade a atividades de modelagem matemática por oportunizar o uso de conceitos e métodos matemáticos para descrever, explicar ou fazer previsões sobre situações-problema não essencialmente matemáticas, ideia que descreve, conforme concebem Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma atividade de modelagem matemática. Nesse sentido, essa associação mostra por um lado, um papel lúdico que a matematização de situações de interesse pode assumir, porém, nos adverte por outro lado, assim como Luckesi (2014) ou Souza e Souza (2018), para um cuidado em acreditarmos ingenuamente que atividades de modelagem matemática por si só serão lúdicas.

Essas categorias sinalizam ainda que atividades de modelagem matemática, desenvolvidas em um contexto caracterizado pelos autores como lúdico, podem favorecer um ambiente favorável à criatividade, à análise crítica pelos alunos do mundo em que vivem, tendo como ponto de partida temas que lhes despertam curiosidade, e uma mudança no ambiente do espaço escolar, em que o aluno tem mais autonomia e possibilidades de participação.

Vale ressaltar que as categorias sinalizam diferentes argumentos que sustentam os entendimentos de ludicidade associados às atividades de modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, dessa forma embora as categorias emergentes sejam mutuamente excludentes, isto é, cada unidade de significado foi associada a uma única categoria, observamos em alguns textos trechos que sugerem mais de um argumento para “justificar” a adjetivação pelos autores.

Diante dos resultados apresentados, avaliamos que a ludicidade possui ainda muitas interrogações a serem respondidas quando associadas ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental para que seja vista como um princípio formativo dessa prática. Como parte de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento, alinhada aos objetivos e discussões do GT10, esperamos provocar o debate e agendar novas investigações para refinar e aprofundar tais resultados.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis: SBEM, 2015.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Editora Contexto, 2012.

AZEVEDO, P. D.; PASSOS, C. L. B. Professores da Educação Infantil discutindo a Educação Matemática na infância: o processo de constituição de um grupo. In: CARVALHO, M.; BAIRRAL, M. A. (Org.). **Matemática e Educação Infantil**: investigações e possibilidades de práticas pedagógicas. Petrópolis: Vozes, 2012. p.53-82.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 4 ed. Lisboa: Edições 70, 2011.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4ª ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BRASIL. Lei no 8.069, de 13 de julho de 1990. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, 16 jul. 1990. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L8069.htm#art266>. Acesso em: 13 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil**. Brasília: MEC, SEB, 2010.

COUTINHO, L.; TORTOLA, E. Raciocínio Proporcional em uma Atividade de Modelagem Matemática por Alunos da Educação Infantil. **Vidya**, Santa Maria, v. 40, n.2, p. 65-85, jul./dez. 2020.

DOERR, H. M.; ENGLISH. L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal of Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136, 2003.

ENGLISH, L. D. Modeling with Complex Data in the Primary School. In: LESH, R.; et al. (Eds.). **Modeling students' mathematical modeling competencies**. 2010. Springer: New York, London, 2010. p. 287-300.

LEAL, L. A. D'ÁVILA, C. M. A ludicidade como princípio formativo. **Interfaces Científicas - Educação**, Aracaju, v.1, n.2. p.41-52. fev. 2013.

LINGEFJÄRD, T. Faces of Mathematical Modeling. In: **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Berlim, v. 38, n. 2, p. 96-112, 2006.

LUCKESI, C. P. Ludicidade e formação do educador. **Revista Entreideias**, Salvador, v. 3, n. 2, p. 13-23, jul./dez. 2014.

MENDES; I. A.; FILHO, A. S.; PIRES, M. A. L. M. **Práticas matemáticas em atividades didáticas para os anos iniciais**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

MORAES, R. Análise de Conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, n. 37, mar. 1999.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. **Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: princípios e práticas pedagógicas. São Paulo: Cortez, 2015.

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1998.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: Cultural, Social and Cognitive Influences. New York: Springer, 2015. p. 265-276.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v.6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SILVA, G. D.; MUNIZ, C. A. Ressignificação da Matemática por estudantes de Pedagogia: jogar e reaprender para ensinar. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 1, p. 1-22, jan./dez., 2020. http://dx.doi.org/10.47207/rbem.v1i0.9103.

SOBRINHA, T. B.; SANTOS, J. O. O lúdico na aprendizagem: Promovendo a educação matemática. Rev. Bra. Edu. Saúde**, Pombal, v. 6, n.1, p. 50-57, 2016.**

SOUZA, J. S. S.; SOUZA, L. O. O desenvolvimento do pensamento funcional nos anos iniciais: algumas atividades para serem exploradas a partir do estudo de sequências. In: CARNEIRO, R. F.; SOUZA, A. C.; BERTINI, L. F. (Org.). A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: práticas de sala de aula e de formação de professores. Brasília: SBEM, 2018. p. 49-70.**

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

Modelagem Matemática e Educação STEM no Ensino Superior

Mathematical Modeling and STEM Education in Higher Education

Adriana Helena Borssoi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
adrianaborssoi@utfpr.edu.br

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
karinasilva@utfpr.edu.br

Elaine Cristina Ferruzzi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
elaineferruzzi@utfpr.edu.br

Resumo
Neste artigo concentramos nossa atenção na análise de dados da implementação da modelagem matemática como parte do *design* da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real no contexto remoto. Com o objetivo de evidenciar como a Educação STEM foi empreendida no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática por alunos de Engenharia de uma universidade federal, trabalhando em grupos, subsidiamos nossa análise em registros obtidos exclusivamente no ambiente virtual. O que evidenciamos foi que compreensões relativas à STEM permearam o encaminhamento das atividades, seja na busca por informações sobre a situação, por meio de simulações de um sistema que se pretendia investigar, no uso de *softwares* computacionais que permitissem ajustar curvas e então possibilitar uma interpretação matemática da situação, ou mesmo na produção de animações digitais para comunicação dos resultados.

Palavras-chave: Engenharia; Cálculo Diferencial e Integral; Contexto remoto; Ambiente Virtual de Ensino e Aprendizagem; Tecnologia.

Abstract
In this paper we focus our attention on data analysis of the implementation of mathematical modeling as part of the design of the discipline Differential and Integral Calculus of a real variable in the remote context. In order to show how STEM Education was undertaken in the development of a mathematical modeling activity by Engineering students from a federal university, working in groups, we supported our analysis in records obtained exclusively in the virtual environment. What we showed was that understandings related to STEM permeated the activities, whether in the search for information about the situation, through simulations of a system that was intended to be investigated, in the use of computer software that allowed the adjustment of curves and then enable an interpretation mathematics of the situation, or even in the production of digital animations to communicate the results..

Keywords: Engineering; Differential and integral calculus; Remote context; Virtual Teaching and Learning Environment; Technology.

Contextualizando a pesquisa

Em 2021, o SIPEM nos desafia a discutir "Educação Matemática, pandemia, pós-pandemia e a atualidade: implicações na pesquisa e nas práticas de ensinar e aprender". É com este intuito que introduzimos este texto situando o contexto a partir do qual emergem as questões que pretendemos debater.

Educadoras em uma instituição com tradição essencialmente em cursos tecnológicos, especialmente Engenharias, buscamos, por meio da Educação Matemática, contribuir com a formação de seres humanos no âmbito da graduação. Parte de nossas pesquisas estão continuamente voltadas a investigações em aulas de disciplinas matemáticas, tanto do único curso de licenciatura (em Química) quanto nos diferentes cursos de engenharias do *campus* universitário em que atuamos.

O desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em disciplinas ofertadas presencialmente é parte da prática pedagógica das autoras. Entretanto, já havíamos investigado o desenvolvimento de atividades de modelagem em uma disciplina ofertada na modalidade sem presença obrigatória.

As circunstâncias atuais nos levaram a retomar as aulas do primeiro semestre letivo de 2020, de forma totalmente remota e com o desenvolvimento de atividades síncronas e assíncronas, após um período de suspensão em virtude da pandemia de COVID-19. Assim, implementamos um primeiro *design* para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real (Cálculo 1), ofertada a alunos que já haviam cursado a disciplina ao menos uma vez sem êxito para aprovação (dependentes). Embora estejamos atualmente implementando o terceiro ciclo do *design*, trazemos para o debate dados do primeiro ciclo, os quais passamos a caracterizar e contextualizar.

A implementação deste primeiro *design*, nas circunstâncias citadas, se deu com duas turmas de Cálculo 1 para dependentes, totalizando 72 alunos dos diferentes cursos de Engenharia (Ambiental, Materiais, Mecânica, Produção e Química) da instituição. Cada turma tinha uma docente responsável, autoras deste artigo. No entanto, o planejamento da disciplina e a implementação das atividades síncronas e assíncronas eram realizadas colaborativamente pelas docentes. Assim, as turmas compartilhavam o mesmo Ambiente Virtual de Ensino e Aprendizagem (AVEA) organizado no Moodle, o que permitiu flexibilizar a organização dos grupos com participantes de ambas as turmas.

Atividades de modelagem matemática fazem parte do *design* da disciplina e a temática desenvolvida no primeiro ciclo foi *radar fixo*, sugerida pelas docentes por meio da pergunta: *como funcionam os radares fixos que podem ser encontrados na região urbana e* *também nas rodovias?* Com o intuito de desenvolver essa atividade, foram constituídos 18 grupos com quatro integrantes e estes poderiam interagir virtualmente de forma remota, síncrona ou assincronamente durante 30 dias. Cada grupo dispunha de uma *wiki* no Moodle onde os registros do desenvolvimento da atividade deveriam ser realizados e também contavam com um espaço de webconferência integrado ao Moodle, o *BigBlueButton*, com a opção de gravar os encontros do grupo. Os grupos foram orientados a seguir um cronograma para que recebessem *feedback* a cada etapa: inteiração com a problemática e definição do problema de estudo do grupo; matematização e resolução do problema; interpretação e validação dos resultados; vídeo com a síntese do desenvolvimento da atividade.

Aprimorar o ambiente educacional tem sido um mote de nossas pesquisas e o contexto da pandemia, apesar de tudo, se mostrou uma oportunidade para experienciar e pesquisar a Modelagem Matemática exclusivamente mediada no espaço virtual.

O documento da Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Engenharia (DCNs de Engenharia) traz orientações para o desenvolvimento de competências ao longo da formação de futuros engenheiros. Estas orientações estão alinhadas, embora não explicitamente, ao movimento de Educação STEM (*Science*, *Technology*, *Engineering and Mathematics*), um formato de educação que enfatiza a Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (PUGLIESE, 2020).

No Brasil esse movimento é recente, mas parece ter influenciado políticas educacionais brasileiras, como a reforma do Ensino Médio conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que, segundo Pugliese (2020), sofreu influência de políticas educacionais de outros países, como dos EUA onde o movimento STEM se popularizou. Segundo o autor, “Dado o panorama no qual o STEM se encontra e os efeitos que sua reforma causa no sistema educacional, é válido buscar maneiras de se compreender profundamente seu real significado e impacto no Brasil” (PUGLIESE, 2020, p. 2019) e pesquisas educacionais do ponto de vista do ensino de ciências são necessárias.

Considerando os estudos e mesmo debates relativos à implementação da Educação STEM, English (2017), elencou cinco questões centrais que devem ser consideradas nos currículos: (a) perspectivas sobre a educação STEM, (b) abordagens para integração STEM, (c) disciplina de representação STEM, (d) igualdade no acesso à educação STEM e (e) extensão STEM para STEAM (*Science*, *Technology*, *Engineering*, *Art and Mathematics*).

Em sua investigação, a autora destaca a importância de recursos pedagógicos que possibilitam a integração da Educação STEM na sala de aula, dentre eles, a Modelagem Matemática.

Com estas considerações, temos por objetivo evidenciar como a Educação STEM foi empreendida no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com alunos de Cálculo 1 no contexto remoto. As análises que tecemos se amparam na tradição de pesquisa qualitativa a partir dos registros dos alunos produzidos no desenvolvimento das atividades, sejam eles: anotações na *wiki* de cada grupo, gravações em áudio ou vídeo dos encontros dos grupos ou dos encontros de orientação, vídeo de comunicação da atividade.

Nas próximas seções trazemos o quadro teórico, retomamos o contexto da pesquisa com descrição e análise do desenvolvimento da atividade de modelagem e finalizamos com algumas considerações e implicações futuras.

Modelagem Matemática e Educação STEM

No prefácio do livro *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*, o saudoso professor e pesquisador Ubiratan D'Ambrosio já afirmava: "A modelagem matemática é matemática por excelência".

Segundo Bassanezi (2002, p. 17), a Modelagem Matemática pode ser entendida como "um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la". O que se almeja é a possibilidade de se fazer uma interpretação matemática, ainda que simplificada, de situações da realidade.

A interpretação matemática que emerge na busca por uma solução para um problema é subsidiada por um conjunto de ações em que os envolvidos procuram informações, realizam simplificações, identificam variáveis, definem hipóteses, deduzem um modelo matemático, validam tal modelo e comunicam seus resultados (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Essas ações compreendem o que entendemos por uma atividade de modelagem matemática. De modo geral, "problemas de modelagem estão abertos a várias abordagens e soluções; assim, eles encorajam o pensamento criativo, crítico e flexível" (ENGLISH; MOUSOULIDES, 2015, p. 532).

Desse modo, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem tem como objetivo principal a busca por uma solução para o problema. Nessa busca, cria-se "uma complexa relação estrutural entre duas entidades de diferente natureza epistemológica: a situação a ser modelada e o sistema matemático" (ALMEIDA; SILVA, 2015, p. 45). Todavia, corroboramos com Biembengut (2016, p. 119) de que um modelo "não é a 'realidade', mas algo que busca aproximar-se desta realidade em certa escala". Essa escala pode ser associada às compreensões daqueles que deduzem o modelo.

Ärlebäck e Doerr (2015) fazem uma caracterização entre atividades de modelagem matemática de elicitação de modelos e atividades de aplicação de modelos. Segundo os autores, a atividade de elicitação de modelos tem o intuito de fazer o aluno explorar a estrutura matemática do modelo deduzido, ou seja, o foco da modelagem matemática, com este tipo de atividade, são os conteúdos matemáticos abordados. Por outro lado, uma atividade de aplicação de modelos deve possibilitar que os alunos reflitam, a partir do modelo deduzido por eles, diferentes situações, aplicando-os em outros contextos ou mesmo relacionando-os a outros modelos.

Os problemas que emergem em atividades de elicitação de modelos, podem "promover o *design* de processos que se aplicam em STEM" (ENGLISH; MOUSOULIDES, 2015, p. 534). O processo de elicitação de modelos permite que os estudantes analisem criticamente a pertinência de suas soluções enquanto documentam seus processos de pensamento ao longo do caminho (LESH et al., 2000).

Na literatura, existem resultados de pesquisas significativos que articulam Modelagem Matemática e Educação STEM (ENGLISH; MOUSOULIDES, 2015; ENGLISH, 2017; CARREIRA; BAIOA, 2018; BAIOA; CARREIRA, 2019; COELHO; GÓES, 2020). Para Baioa e Carreira (2019, p. 11), o desenvolvimento de atividades de modelagem subsidiado na Educação STEM

> permite e promove o uso de materiais e equipamentos, incentiva o trabalho prático ("mãos na massa"), a aprendizagem cooperativa, a discussão e pesquisa, o questionamento e a elaboração de conjeturas, a produção de justificações, a elaboração de relatórios, a atividade de resolução de problemas, incluindo o recurso a tecnologias.

Considerando o contexto de nossa investigação, temos nos apoiado nas articulações possíveis entre Modelagem Matemática e Educação STEM para implementar em nossas aulas de Cálculo 1 nos cursos de Engenharia, atividades de modelagem, como já destacamos.

As Atividades de Modelagem Matemática e o Ambiente Educacional

Os dados da pesquisa foram organizados com suporte do *software* Atlas.TI em um projeto em que todo material foi analisado visando a compreensão quanto a evidenciar como a Educação STEM foi empreendida no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com alunos de Cálculo 1 no contexto remoto.

Inicialmente foi solicitado que cada aluno se inteirasse da problemática *Como funcionam os radares fixos que podem ser encontrados na região urbana e também nas rodovias?* para que, reunidos em grupos, dessem continuidade a *inteiração com a problemática e definição do problema de estudo do grupo*.

Nessa etapa, os grupos usaram exclusivamente a internet como fonte de informações e a maioria optou por estudar um sistema denominado radar fixo de laços indutivos. Tais medidores de velocidade de veículos automotores baseiam-se na medição do tempo de passagem do veículo entre dois ou três sensores de distância fixa e conhecida, instalados no asfalto. O tempo de passagem do veículo sobre esses sensores é medido a partir de um campo eletromagnético e a velocidade é calculada pela razão entre a variação do espaço e o tempo. Caso o veículo exceda a velocidade permitida na via, uma câmera fixa a um poste é ativada de modo a registrar a placa do infrator.

Identificamos diferentes abordagens para o problema de cada grupo: simulação de um novo sistema (Grupo A); precisão no cálculo da velocidade (Grupos B e K); relação entre velocidade e multas (Grupos C, G, H e L); relação entre angulação da câmera e captura da imagem (Grupos D, E, F, I, J e O); relação entre altura da câmera e alcance da mesma (Grupo M); problemas que interferem na autuação de veículos infratores (Grupos N e Q); cálculo da velocidade (Grupo P). Apenas o Grupo R não finalizou a atividade.

Considerando a interação dos grupos com as professoras, bem como a articulação das diferentes áreas STEM, optamos por analisar as atividades desenvolvidas pelos Grupos A, K e M. O Grupo A era formado por estudantes do curso de Engenharia Mecânica e os designamos como AM1, AM2, AM3 e AM4; o Grupo K era formado por três alunos do curso de Engenharia Ambiental (KA1, KA2 e KA3) e um aluno de Engenharia de Materiais (KMT4); o Grupo M era formado por três alunos de Engenharia Ambiental (MA1, MA2 e MA3) e um de Engenharia Mecânica (MM4).

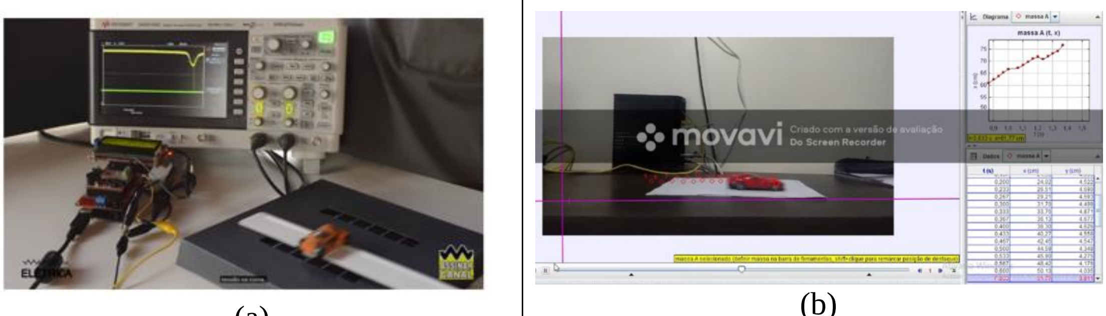
Os Grupos A e K, inicialmente, tiveram interesse em estudar meios de aprimorar a forma de considerar a velocidade dos veículos pelo sistema de radar, que se baseia em velocidade média. O Grupo M direcionou o interesse na estrutura física do sistema, considerando posicionamento de câmeras e relação com a captura da imagem de veículos infratores. Visando a fase *matematização e resolução do problema* foram questionados pelas professoras se tinham em mente como proceder o estudo e que matemática pensavam ser necessária.

Na ocasião do encontro de orientação, o Grupo A apresentou novas informações e a intenção de compreender um novo sistema, com sensores ópticos ao invés de eletromagnéticos, como expressa AM3:

No começo a gente teve um pouco de dificuldade pra achar o problema a ser solucionado, mas depois de conversar com vocês e entre a gente mesmo a gente decidiu se basear em duas fontes principais, que são essas que estão no Moodle. Nessa aqui [abre um link e percorre a página de internet] é explicado um pouco do teste pelo Arduíno, mas como a gente não tem o equipamento, e nem experiência com o Arduíno em si, a gente optou por usar essa aqui, se basear mais nessa [abrindo outro link] que era mais..., mais prático que a gente conseguia filmar o carrinho e depois usar o Tracker pra fazer os testes e conseguir analisar os dados. Depois de explicar o cálculo da velocidade e quando ultrapassou o limite do radar, no gráfico acontecem alguns vales...que é como a gente explica no vídeo anteriormente. Porque os vales têm essa relação com a velocidade.

A Figura 1a mostra um quadro do vídeo em que uma simulação usando Arduíno é exibida por uma das fontes da pesquisa, e a Figura 1b exibe o vídeo explicativo produzido pelo grupo mostrando uma simulação que visava ilustrar o efeito da passagem de um veículo por dois sensores e a percepção da perturbação no gráfico da curva de tensão, que supostamente estaria sendo simulada.

Figura 1: (a) simulação do cálculo de velocidade com sensor óptico usando Arduíno. (b) simulação dos alunos para a redução da velocidade ao passar pelo radar e seu efeito no gráfico



(a) (b)

Fonte: registros dos alunos na *wiki*.

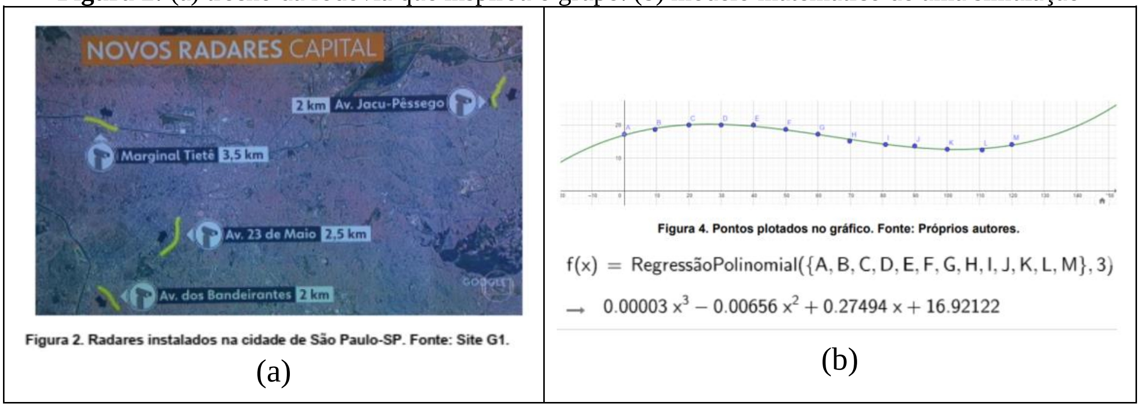
Os modelos obtidos pelo Grupo A consistem nas representações gráficas e tabulares (como na Figura 1b) que descrevem o espaço percorrido por um veículo em função do tempo ao passar por um radar. Podemos perceber que os modelos não são realistas, no sentido de descrever o sistema óptico (Figura 1a) para a obtenção da velocidade dos veículos ao passar pelo radar. No entanto, o desenvolvimento da atividade mobilizou os alunos: para a compreensão dos conceitos da área de Engenharia Elétrica associados aos de Física ao comparar o funcionamento de dois sistemas; para o desenvolvimento de simulações usando um *software* gratuito e acessível, que permitiu a realização de um experimento com recursos disponíveis na casa do aluno AM2; para estabelecer relações entre o funcionamento do sistema de medição de velocidade e conceitos matemáticos, que se pode perceber na análise gráfica e analogia que, tanto AM2 como AM4, mencionaram na apresentação do trabalho.

Os dados parecem indicar que a integração entre os conhecimentos das áreas STEM carecem ser aprimorados, pois, a simulação, ilustrada na Figura 2b, reproduziu apenas até certo ponto o novo sistema que o grupo se propôs a estudar, compreendeu bem a simulação e matematização do movimento do veículo, mas não representam, de fato, modelos com informações do sistema óptico.

O Grupo K tomou por base informações de uma reportagem sobre um sistema integrado de radares (Figura 2a) que autua um veículo caso a média de suas velocidades registradas pelos radares do trecho exceda a velocidade permitida na via. Assim, baseados na situação real, procuraram:

examinar, por meio da taxa de variação, se os cálculos realizados pelo software são realmente precisos e também, se há uma maneira desse sistema ser burlado por motoristas, uma vez que o cálculo é feito a partir da média, ou seja, não considerando se o motorista realizou alguma frenagem ou aceleração durante o percurso (Relatório do Grupo K, 2020).

Figura 2: (a) trecho da rodovia que inspirou o grupo. (b) modelo matemático de uma simulação



Fonte: relatório final do Grupo K.

A abordagem se deu a partir de dados simulados, como justificado pelo relatório do grupo.

Por decorrência do atual momento, não foi possível ir a campo para coletar dados reais de uma via com radares fixos, por conta deste impasse, foram formuladas duas simulações, distribuindo pontos com um intervalo determinado para cada simulação, ao longo do eixo x, no software GeoGebra, 10 segundos para uma e 15 para outra.

A partir do que denominaram procedimento experimental, explicam como se deu a obtenção do modelo da Figura 2b, onde a velocidade de um veículo seria registrada a cada 10 segundos em um percurso de 2 Km.

Realizamos os procedimentos de distribuição dos dados, primeiramente no exemplo onde trabalhamos com intervalo de 10 segundos. [...] Com a criação dos pontos (A à M) no software, foi possível criar uma regressão polinomial de 3° grau, obtida automaticamente pelo software (Relatório do Grupo K, 2020).

Na sistematização do trabalho, o Grupo K se preocupou em vincular a matematização do problema aos conceitos estudados na disciplina, isso se mostrou nos encontros de orientações assim como no relatório do grupo. Os conceitos de taxas de variação média e instantânea, bem como o conceito de integral, aparecem sistematizados e discutidos em termos da situação em estudo amparados na literatura acadêmica de Física e Cálculo, além de sites com informações técnicas sobre o funcionamento dos radares.

Na etapa de *interpretação e validação dos resultados* o grupo alerta para a necessidade de avaliar a viabilidade dos resultados obtidos, este é um aspecto importante na formação do engenheiro, que terá que dar soluções reais e viáveis em sua prática profissional.

Após a interpretação dos dados, percebemos que alguns motoristas podem sim ser multados por esse modelo proposto, além de causar incômodos para outros condutores, uma vez que a velocidade do mesmo não é constante, e também, evitar apressar outros carros, ultrapassar motos, entre outros problemas que poderiam ser evitado com essa análise mais precisa da velocidade, todavia, também tem o custo para a implantação deste sistema, por exemplo, na primeira simulação, teria que ser acrescentado mais 11 radares para ter essa precisão e, 13 na segunda simulação, é preciso fazer uma análise mais minuciosa entre os fatores econômicos envolvidos, contudo, como esse não é o objetivo principal deste trabalho, e pelo curto espaço de tempo que temos, fica esta questão em aberto, se as multas gerariam receitas suficiente para a implementação de mais radares.

O Grupo M parte de informações técnicas e em seguida estabelecem hipóteses para encaminhar a matematização:

A nova resolução do CONTRAN de 02/09/2020 determina que todos os equipamentos de radar precisam possuir software de OCR (Reconhecimento Óptico de Caracteres, na sigla em inglês) a fim de reconhecer as placas dos veículos e consultá-las em bancos de dados, podendo identificar, por exemplo, carros roubados ou furtados
[...]
Suponhamos que: o funcionamento do software exija que a posição da câmera do radar atinja um alcance de filmagem de no mínimo 18 metros, com inclinação de 75 graus em relação ao poste; e que a altura-padrão do poste deva ser entre 2,80m e 6m. Dessa forma, um modelo para a altura do poste em função do alcance da câmera é:" [apresentando os encaminhamentos - Figura 3a] (Relatório do Grupo M, 2020).

Neste caso, a obtenção do modelo matemático se amparou em conceitos básicos da matemática e não se apoiou no uso de tecnologias digitais, embora para ilustrar a situação, na comunicação dos resultados, o grupo elaborou uma animação que destaca a altura do poste, o ângulo de inclinação da câmera e a distância do carro ao poste (Figura 3b).

Figura 3: (a) obtenção do modelo matemático. (b) animação no vídeo de apresentação

PARTE 4: Relações Trigonométricas

>>> Agora que todos os ângulos internos são conhecidos (90°, 75° e 15°), podemos usá-los para determinar os lados usando fórmulas de Relações Trigonométricas:

$h = \frac{a}{cos15°}$ em que h=hipotenusa, a=cateto oposto (alcance da câmera)

$H = h.cos75°$ em que H=cateto adjacente (altura do poste), h=hipotenusa

>>> Desta forma, é necessário descobrir primeiro a hipotenusa **h** para depois achar a altura **H**, da seguinte forma:

$$h = \frac{a}{cos15°} = \frac{18}{cos15°} = 18{,}63$$

$$H = h.cos75° = 18{,}63.cos75° = 4{,}82\ metros$$

PARTE 5: O modelo matemático

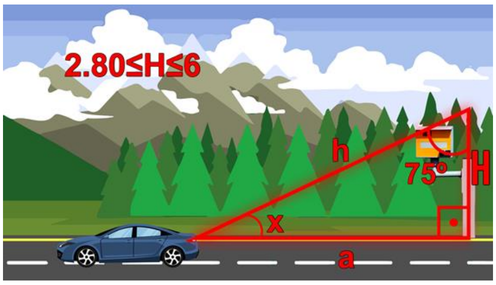
>>> A partir das Relações Trigonométricas demonstradas, podemos usá-las como modelo matemático para a altura do poste em função do alcance da câmera:

$$H(a) = \frac{a}{cos15°}\ .cos75°$$

PARTE 6: A derivada

>>> O cálculo da derivada da função se dá da seguinte forma:

(a)



(b)

Fonte: registros do Grupo M.

Mesmo que a abordagem seja simplificada e pouco realista, no sentido que o modelo matemático $H(a) = \frac{a}{\cos(75°)} \cos(15°)$ descreve a variação da altura do poste em relação ao alcance da câmera, o problema foi respondido e permitiu ao grupo compreender o funcionamento do radar e matematizar parte do sistema. Esta pode ser entendida como uma abordagem inicial que tem potencial de ser ampliada, por exemplo a partir da proposição de simulações com *software* de geometria dinâmica.

Análise da atividade de modelagem numa perspectiva STEM

A problemática proposta tem potencial para que se investigue uma variedade de aspectos que permitem relacionar as áreas STEM. Cada grupo aqui discutido escolheu investigar aspectos parciais do sistema, o que não permitiu a compreensão do sistema como um todo. Assim, a comunicação dos resultados de cada grupo e a garantia de espaço para discussões, que não foi disponibilizado nesse ciclo do *design*, certamente contribuiria significativamente com a compreensão da problemática e com a Educação STEM. Os *vídeos com a síntese do desenvolvimento da atividade* não foram compartilhados.

O contexto remoto mostrou que as restrições que se impõem, como dificuldade de coleta de dados reais, interação presencial dos alunos nos grupos e com as professoras, etc., também instiga novas aprendizagens. Uma revisão de literatura discutida por Engelbrecht, Llinares e Borba (2020), indica que mais evidências empíricas são necessárias para determinar a eficácia do ensino on-line ou do ensino híbrido em salas de aula e como o uso de tecnologias digitais determinam novas práticas. Com base no exposto pelos autores e na implementação do nosso primeiro ciclo *design*, entendemos que o contexto da pandemia mostrou urgência em colocar o tema na pauta da pesquisa também com intuito de nos prepararmos para o ensino em tempos pós-pandemia, onde o espaço do ensino on-line provavelmente será ampliado.

A simulação foi uma alternativa explorada na abordagem dos problemas de alguns grupos. Carreira e Baioa (2018, p. 203) afirmam que a simulação ajuda a “refletir o que está acontecendo no mundo real, além de ser uma adaptação da realidade sob condições controladas, uma busca pela semelhança com a realidade e uma maneira de verificar como a prática funciona na realidade”. Além do mais, a simulação é parte muito presente na formação na engenharia e, segundo as DCNs da área, deve ser estimulada desde os primeiros períodos do curso.

Fazer simulações, como empreendidas pelos Grupos A e K, levaram a explorar diferentes tecnologias, digitais ou não, com isso se apresentaram novas oportunidades de aprendizagens. As funcionalidades das quais os grupos lançaram mão ao usar os *softwares* Tracker e GeoGebra não eram familiares para os alunos e foram aprendidas para o propósito da atividade de modelagem.

Desenvolvimento de habilidades com tecnologias digitais para produção, edição e disponibilização dos vídeos de apresentação também foram percebidas. O Grupo M teve a iniciativa de criar uma animação digital com cenário e efeitos de áudio que, embora este resultado possa não ter sido relevante para a modelagem, oportunizou aprendizagens que contribuem para a formação profissional. Isso se alinha a uma discussão sobre Educação STEM ou STEAM, onde o “A” se refere a Artes em um sentido abrangente. Segundo Pugliese (2020), sua integração ao STEM pode abranger aspectos da sociologia, história, artes visuais, entre outras, e pode ter função sensibilizadora, educadora, criativa, crítica.

O Quadro 1 reúne aspectos evidenciados a partir da análise dos dados ao longo do desenvolvimento da atividade de modelagem pelos grupos.

Quadro 1: Aspectos evidenciados em cada área do STEM

	Grupo A	**Grupo K**	**Grupo M**
S	Estudo de um sistema que substitui sensores eletromagnéticos por ópticos; vales na curva de tensão; menção a conceitos da Física sobre cinemática; busca por conhecimentos em	Informações técnicas sobre o funcionamento de diferentes tipos de sistemas; uso de referências acadêmicas de Física e Cálculo.	Não ficou evidente.

	artigos científicos além de sites.		
T	Menção ao Arduíno; uso do Tracker como alternativa para simulação de parte do sistema do radar.	Uso do GeoGebra para obtenção de modelos matemáticos; opção pelo Google Drive na elaboração do relatório pelo grupo de forma colaborativa.	Uso do GeoGebra para representar graficamente o modelo obtido e discutir sua validade; realização de animações ilustrando parte do sistema de radar fixo; vídeo bem elaborado para comunicação do trabalho.
E	Tentativa de simular o novo sistema; uso de recursos disponíveis reconhecendo não serem os ideais.	Analisar um novo sistema de monitoramento do trânsito visando melhorar a eficiência do sistema convencional; esboçam uma proposta e reconhecem a necessidade de analisar sua viabilidade econômica.	Busca por um modelo que atenda uma recém aprovada resolução do CONTRAN (09/2020).
M	Comparação gráfica a partir dos modelos obtidos pelo Tracker e análise buscando comparação com a perturbação na curva de tensão do sistema óptico.	Buscaram sistematizar o conhecimento matemático sobre taxas de variação média e instantânea, assim como associar o conceito de integral; obtiveram modelos por regressão polinomial para simular a velocidade em função do tempo em um trecho fixo.	Uso de relações métricas e trigonométricas no triângulo; obtenção de uma função composta para descrever a relação entre altura do poste e alcance da câmera; interpretação da taxa de variação do modelo por meio da derivada.

Fonte: Autoras (2021).

Entendemos que a modelagem matemática propicia ao professor perceber oportunidades de incentivar o estabelecimento de conexões entre as áreas STEM para que estes aprimorem ou construam seus conhecimentos a partir da abordagem de uma situação-problema. Nesse sentido, Baioa e Carreira (2019, p. 10) sugerem a modelagem como "uma forte possibilidade a considerar se pretendemos promover uma educação integrada e um ensino menos fragmentado, mais centrado no aluno e na capacidade de resolução de problemas".

Considerações Finais

Enfrentar uma pandemia em pleno século XXI parece algo impensável, assim como tornar cômodos de nossas casas um espaço para ministrar aulas e realizar simulações para executar um experimento com a finalidade de concluir uma etapa da disciplina de Cálculo

1. Todavia, situações como essas não desmerecem os esforços que a Educação imprime na formação dos seres humanos e, em caso especial, a Educação Matemática.

Diante desse cenário, lançamos um olhar e um desafio enquanto pesquisadoras em investigar o desenvolvimento de atividades de modelagem em contexto totalmente remoto. Todavia, para nos aproximar de interesses institucionais quanto à articulação entre diferentes áreas, lançamos mão de entendimentos sobre a Educação STEM.

A partir de uma parceria entre educadoras e pesquisadoras da área nos debruçamos em evidenciar como a Educação STEM foi empreendida no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com alunos de Cálculo 1 no contexto remoto. Mesmo que tenhamos lançado uma temática, já formulada enquanto uma questão a ser investigada, os grupos de alunos tiveram iniciativas e autonomia para abarcar problemas que intentavam apresentar uma solução. Neste sentido, a necessidade de compreensões relativas à Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática permearam o encaminhamento das atividades, seja buscando informações sobre a situação, por meio do uso de um sistema que simulasse o que se pretendia investigar, usando *softwares* computacionais que permitissem ajustar curvas e então possibilitar uma interpretação, ainda que simplificada de realidade (BIEMBENGUT, 2016), ou mesmo chamar a atenção para uma situação por meio de animação. O que ponderamos é que houve um trabalho prático, compartilhado, cooperativo, de questionamentos, de elaboração de conjecturas e justificativas (BAIOA; CARREIRA, 2019).

Porém, mesmo que os grupos analisados nesta investigação tenham empreendido esforços na condução e finalização, um dos grupos não finalizou a atividade e outros ainda mencionaram que o tempo - 30 dias - não foi suficiente para que uma abordagem mais detalhada fosse realizada. Com isso, no nosso segundo *design* já consideramos em estender o tempo de desenvolvimento da atividade, ao longo de um período letivo e com a disponibilidade, caso fosse solicitado, de dados empíricos coletados por uma das professoras. Outra questão que também conjecturamos é a pertinência da escolha da temática investigada pelos grupos que está configurando o terceiro *design* das aulas de nossa disciplina.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. The Meaning of the Problem in a Mathematical Modelling Activity. In STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.), **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences**, p. 45-54, New York: Springer. 2015.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ÄRLEBÄCK, J. B.; DOERR, H. M. Moving beyond a single modelling activity. In: **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**. Springer International Publishing, p. 293-303. 2015.

BAIOA, A. M.; CARREIRA, S. Modelação matemática experimental para um ensino integrado de STEM. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 152, p. 11-14. 2019.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo, Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: On the student's sense of credibility. **ZDM Mathematics Education**, Berlim, v. 50, n.1-2, p. 201-215. 2018.

COELHO, J. R. D.; GÓES, A. R. T. Proximidades e convergências entre a Modelagem Matemática e o STEAM. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, n. 10, p. 1-23. 2020.

ENGELBRECHT, J.; BORBA, M. C.; LLINARES, S. et al. Will 2020 be remembered as the year in which education was changed? **ZDM Mathematics Education**, [s. l.]. v.52, n.5, p. 821–824, jul./out. 2020.

ENGLISH, L. D. Advancing elementary and middle school STEM Education. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 15, n.1, p. 5-24, mar. 2017.

ENGLISH, L. D.; MOUSOULIDES, N. Bridging STEM in a real-world problem. **Mathematics Teaching in the Middle School**, Reston, v. 20, n. 9, p. 532-539. 2105.

LESH, R. HOOVER, M,; HOLE, B.; KELLY, A,; POST, T. Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In KELLY, A. E.; LESH, R. A. (Ed.), **Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education**, p. 591-645, New York: Routledge. 2000.

PUGLIESE, G. O. STEM education – Um panorama e sua relação com a educação brasileira. **Currículo sem Fronteiras**, v. 20, n. 1, p. 209-232. 2020.

Modelagem Matemática nos primeiros anos escolares: uma discussão sobre os usos da Matemática a partir da Filosofia de Wittgenstein

Mathematical modelling in early school grades: a discussion on the mathematical uses from Wittgenstein's Philosophy

Emerson Tortola
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
emersontortola@utfpr.edu.br

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Universidade Estadual do Norte do Paraná
barbara.palharini@uenp.edu.br

Resumo
Neste artigo temos como objetivo investigar os usos da matemática em atividades de modelagem nos primeiros anos escolares, em particular no que tange à utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos. Nossas reflexões tomam como norte elementos da filosofia wittgensteiniana sobre linguagem, especificamente a ideia de uso presente nas Investigações Filosóficas de Wittgenstein. A partir de um conjunto de teses e dissertações, atividades de modelagem matemática foram selecionadas para constituir o corpus de investigação da pesquisa. Fundamentados em elementos da filosofia tardia de Wittgenstein buscamos semelhanças e diferenças nos usos da matemática evidenciados nas atividades publicadas e colocamos em discussão as possibilidades de formalização matemática nos primeiros anos escolares. Resultados preliminares da pesquisa indicam que instrumentos da linguagem como gestos ostensivos e denominação organizam a introdução dos alunos dos primeiros anos escolares nos diferentes jogos de linguagem da matemática; modelos matemáticos são manipulados e usados no que tange a conceitos associados à geometria, numeração, ordenação, classificação, proporcionalidade, medidas, tratamento da informação, adição e multiplicação.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Usos da Matemática; Filosofia da Linguagem; Educação Infantil; Anos Iniciais.

Abstract
In this paper we aim to investigate mathematical uses in modelling activities in the early school Grades, in particular regarding the use, construction or manipulation of mathematical models. Our reflections take as north elements of Wittgensteinian philosophy on language, specifically the idea of use present in Wittgenstein's Philosophical Investigations. From a set of theses and dissertations, mathematical modelling activities were selected to constitute the research investigation corpus. Based upon Wittgenstein's Philosophy elements, we searched for similarities and differences in the uses of mathematics evidenced in the published activities and discussed the possibilities of mathematical formalization in the early school Grades. Preliminary results of the research indicate that language instruments such as ostensible gestures and denomination organize the students' introduction in the different mathematics language games; mathematical models are manipulated and used regarding concepts associated with geometry, numbering, ordering, classification, proportionality, measurement, information processing and addition and multiplication.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modelling; Mathematical Uses; Language Philosophy; Child Education. Elementary School.

Introdução

Desde o início da escolarização, que compreende a Educação Infantil e os primeiros anos do Ensino Fundamental, já há uma responsabilidade educacional de introduzir os sujeitos aos conhecimentos socialmente compartilhados, em particular, os conhecimentos matemáticos. Documentos oficiais como as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (BRASIL, 2010) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) indicam que conteúdos matemáticos como relações quantitativas, medidas, formas e orientações no espaço, entre outros, sejam trabalhados por meio de contextos significativos, e que, a partir do lúdico, o estudante possa atribuir sentido aos fatos do mundo e ser inserido nos usos da linguagem matemática.

O início da escolarização é um momento importante em que as experiências mediadas pelos docentes podem auxiliar as crianças na aprendizagem de diferentes jogos de linguagem[1], como fazer um cálculo, jogar um jogo, medir, contar histórias, entre outros. No âmbito da matemática, reconhecer diferentes usos feitos no desenvolvimento de atividades de modelagem[2] pode auxiliar na delimitação de um campo de ação e no reconhecimento de possibilidades diversas para o desenvolvimento do que neste texto denominamos de familiarização com atividades de modelagem matemática. Esse termo é utilizado tendo como consideração que nos primeiros anos escolares os estudantes, em fase de alfabetização[3], estão se familiarizando com o aprendizado dos conhecimentos escolares, e entre eles com diferentes configurações de atividades educacionais.

Tomamos neste artigo elementos da Filosofia de Wittgenstein (WITTGENSTEIN, 2013) para destacar um posicionamento filosófico com repercussões para os modos de ver o ensino e a aprendizagem e, em particular, o modo como ocorre a organização de nossas experiências com o mundo por meio da linguagem. Tendo como foco a importância da noção de uso wittgensteiniana para detalhar elementos associados ao trabalho com a linguagem matemática, como essa linguagem é ensinada e de que modo pode ser aprendida, temos como objetivo, portanto, *investigar os usos da matemática em atividades de modelagem nos*

---

[1] O conceito wittgensteiniano de jogo de linguagem será utilizado no sentido expresso por Wittgenstein (2013, § 23), que representa atividades com a linguagem que obedecem determinadas regras de caráter público.
[2] Usamos o termo modelagem para fazer referência à modelagem matemática.
[3] A Base Nacional Comum Curricular define que as crianças devem ser alfabetizadas até o 2º ano do Ensino Fundamental.

primeiros anos escolares, em particular no que tange à utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos.

Modelos e Modelagem Matemática nos primeiros anos de escolaridade

Atividades de modelagem, segundo Almeida, Sousa e Tortola (2015), envolvem interpretação e criatividade e podem ser descritas a partir do uso, análise ou desenvolvimento de uma estrutura matemática, geralmente denominada modelo matemático, que deve incorporar, com certo nível de fidelidade, características essenciais do tema sob investigação, indicando uma possível solução para um problema.

Essa estrutura ou modelo matemático consiste em um sistema conceitual, dotado de linguagem matemática, que é constituído por elementos, operações, relações e regras matemáticas e pode incluir desde a escrita sistematizada e intencional de símbolos até o uso de diagramas e gráficos, sendo capaz de descrever, explicar e/ou prever questões relativas ao tema (DOERR; ENGLISH, 2003). De acordo com English (2003) a atividade de desenvolver modelos matemáticos é uma ferramenta poderosa e deveria constar entre os objetivos da educação matemática dos alunos desde os primeiros anos escolares.

> As crianças precisam desenvolver componentes fundamentais de modelagem matemática – isto é, elas precisam reconhecer a utilidade dos modelos matemáticos no mundo atual, desenvolver e usar modelos para interpretar e explicar sistemas estruturalmente complexos, desenvolver fluência representacional, raciocinar matematicamente de maneiras diversas e utilizar equipamentos e recursos sofisticados (ENGLISH, 2003, p. 4).

Ao analisarem publicações em eventos que abordam a modelagem na Educação Matemática, ou da Educação Matemática e possuem a modelagem como um de seus eixos, Coutinho e Tortola (2020) observaram algumas especificidades em relação à prática da modelagem na Educação Infantil, como: a importância do contato visual e da visualização; uso de materiais ou objetos manipuláveis; uso de brincadeiras e contação de estórias; abordagem de atividades ou situações associadas à rotina dos alunos; interação dos alunos por meio de rodas de conversa; uso da oralidade, expressão por meio de gestos, recorrência a recursos visuais como desenhos, pinturas, colagens, etc. Para os autores tais especificidades “requerem dos professores e dos alunos (re)posicionamentos nos atos de ensinar e de aprender” (COUTINHO; TORTOLA, 2020, p. 71).

Tortola e Almeida (2018), por sua vez, ao investigarem a formação matemática de alunos do 1º ano do Ensino Fundamental em atividades de modelagem concluíram que nesse contexto essa prática apresenta algumas especificidades relativas aos usos da linguagem, "especialmente no que se refere à simbologia matemática e à produção de modelos matemáticos e seu uso na apresentação de respostas para o problema em estudo em cada situação investigada" (TORTOLA; ALMEIDA, 2018, p. 146).

A linguagem tem, portanto, um papel fundamental nas atividades de modelagem matemática, de fornecer subsídios para a construção de modelos, atividade que suscita diferentes usos da linguagem, em diferentes contextos, e que dá suporte para a aprendizagem da linguagem matemática (TORTOLA, 2012; 2016). A argumentação sobre os usos da matemática está associada à estruturação dos temas trabalhados em torno de noções matemáticas que são chamadas à linguagem por meio da mediação do professor, ou dos próprios alunos, no âmbito da utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos. Nesse contexto, é importante sinalizar o papel dos professores, tendo em vista a necessidade inicial de familiarizar as crianças com atividades educativas e com os conhecimentos socialmente compartilhados.

Aspectos metodológicos

Wittgenstein em suas investigações filosóficas nos auxilia a entender como ocorre o aprendizado da linguagem, e uma das ideias centrais de sua filosofia tardia reside na concepção de uso e na articulação do significado associado a esses diferentes usos que fazemos dos conceitos nos diferentes jogos de linguagem (WITTGENSTEIN, 2013).

Nesse sentido, recorremos às publicações de teses e dissertações associadas à *modelagem matemática*, na *Educação Infantil* e nos *anos iniciais do Ensino Fundamental*, para organizar um conjunto de atividades de modelagem, desenvolvidas com alunos, no contexto de alfabetização, que nos permita inferir sobre os usos da matemática no desenvolvimento de atividades de modelagem nos primeiros anos de escolaridade, especificamente na Educação Infantil e 1º e 2º anos do Ensino Fundamental.

A partir do mapeamento realizado por Silva e Klüber (2012), uma busca foi feita no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES[4] e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações do IBICT[5]. Ao ler os textos, observamos que algumas pesquisas citadas ainda

[4] Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, disponível em: <http://catalogodeteses.capes.gov.br>.
[5] Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações do IBICT, disponível em: <bdtd.ibict.br>.

não haviam sido disponibilizadas nesses bancos, optamos por incluí-las, o que resultou em vinte nove pesquisas, seis delas com foco na Educação Infantil e vinte e três com foco nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Delas, oito continham atividades de modelagem desenvolvidas com alunos[6] da Educação Infantil e dos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental e compõem o recorte usado para a atividade analítica (Quadro 1).

Quadro 1: Pesquisas selecionadas

Pesquisas Selecionadas
SILVA, P. F. **Modelagem Matemática na Educação Infantil**: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos. 172 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013.
BELO, C. B. **Modelagem Matemática na Educação Infantil**: contribuições para a Formação da Criança. 2016. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-oeste, Guarapuava, 2016.
ABBEG, A. V. **Modelagem Matemática com crianças de 5 e 6 anos no município de Pinhas – PR**. 2019. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação: Teoria e Prática de Ensino) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.
COUTINHO, L. **Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional na Educação Infantil**. 2020. 153 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.
ZAMPIROLLI, A. C. **A Modelagem Matemática como favorecedora da aprendizagem na Educação Infantil**. 2020. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2020.
REZENDE, M. F. **Competências em atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil**. 2021. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.
TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.
JOCOSKI, J. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: possibilidades para o ensino de Matemática. 2020. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

Fonte: Dos Autores.

Nessas oito pesquisas, trinta e uma atividades foram consultadas, a partir das quais evidenciamos setenta e cinco unidades de análise que se referem aos usos da matemática. O Quadro 2 ilustra o movimento analítico empreendido por meio de um recorte – algumas atividades, uma breve descrição e os usos da matemática nelas identificados.

Quadro 2: Esboço do movimento analítico

Referência	**Código**	**Atividade**	**Descrição**	**Usos da Matemática**
Silva (2013)	A1	História: "As três partes"	Alunos de 4 e 5 anos utilizaram formas geométricas para representar objetos conhecidos	A1.1 Reconhecimento de formas geométricas A1.2 Composição de formas
Abbeg (2019)	A18	Dinossauro	Alunos de 5 e 6 anos estudaram a respeito da extinção dos dinossauros, realizaram contagens e os classificaram quanto ao número de patas, à sua alimentação e ao seu tamanho.	A18.1 Classificação (de acordo com critérios pré-estabelecidos) A18.2 Contagem (de elementos) A18.3 Tratamento da informação (organização de dados em desenhos, gráficos)
Rezende (2021)	A25	Organização dos brinquedos	Alunos de 4 e 5 anos definiram critérios de classificação de brinquedos para organizá-los em recipientes	A25.1 Comparação A25.2 Classificação (a partir de critérios definidos pelos alunos) A25.3 Noções de contagem

Fonte: Dos Autores.

[6] Como o foco desta pesquisa reside nos usos da matemática realizados nos primeiros anos de escolaridade em atividades de modelagem matemática, restringimos o nosso olhar para produções com foco em trabalhos de pesquisa conduzidos com alunos da Educação Infantil e dos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental, visto que quando o foco está nos docentes os usos da matemática contemplam especificidades diferentes que são somadas, também, à familiarização deles com a modelagem matemática.

Os usos da matemática nos primeiros anos de escolaridade

Para tratar dos usos da matemática nos primeiros anos escolares, trazemos exemplares de pesquisas já publicadas em que alunos da Educação Infantil e dos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental desenvolveram atividades de modelagem. De modo geral, tomamos como pressuposto a ideia de que atividades de modelagem são atividades matemáticas que obedecem a um conjunto de regras de natureza convencional. A consulta às atividades selecionadas e o exercício de buscar semelhanças nos usos da matemática feitos pelos alunos e evidenciados nas pesquisas, nos permitiu detalhar nove eixos:

Usos de conceitos da geometria: reconhecimento e uso de formas geométricas para representar ou compor imagens e objetos de interesse dos alunos. Nesses usos as formas geométricas atuam como modelos matemáticos prontos e auxiliam nas relações bidimensionais, no reconhecimento por semelhanças e diferenças dessas figuras geométricas, bem como nas relações de simetria entre objetos. São exemplos desses usos as atividades A1 (SILVA, 2013); A2, A9, A10, A15 (BELO, 2016); A24 (ZAMPIROLLI, 2020); A27 (REZENDE, 2021); A31 (JOCOSKI, 2020).

No Quadro 3 evidenciamos alguns registros, cujas atividades mencionam a manipulação de representações das formas geométricas por meio de recortes em cartolina, uso de massinha de modelar ou, ainda, com o objetivo de construir uma pipa. Elas foram organizadas de modo que esses meios de apresentação atuam como modelos matemáticos, os quais são manipulados pelos alunos para objetivos específicos.

Quadro 3: Usos de conceitos da geometria, classificação, comparação e agrupamento de objetos e do conceito de proporcionalidade

Fonte: Dados da pesquisa.

Os registros associados à manipulação de representações que atuam como meios de apresentação das formas geométricas bidimensionais, como quadrados, triângulos, retângulos. Gottschalk (2018) aborda a atividade matemática escolar como a introdução de paradigmas na linguagem. Para Moreno (1995, p. 18) as relações entre linguagem e mundo são feitas por meio de *paradigmas*, instrumentos da linguagem que nos permitem falar sobre o mundo, para o autor "o paradigma corresponde a uma técnica de uso da linguagem em que são ativadas palavras e objetos previamente organizados através de outras técnicas", nesse contexto, paradigmas funcionam como modelos de apresentação, uma norma linguística que nos permite atribuir sentidos aos conceitos partilhados em nossas formas de vida. O início da escolarização contempla a introdução de paradigmas que irão permitir aos alunos atribuir sentidos aos conceitos, em particular, matemáticos.

Não há um problema, especificamente, que move o uso da matemática em todos os trabalhos analisados, os usos da matemática são colocados em ação a partir de uma história, "As três partes" (SILVA, 2013), ou uma roda de conversa sobre os interesses dos alunos (JOCOSKI, 2020). Nesse contexto, o ato de contar histórias, um jogo de linguagem comum na infância, auxilia os professores no âmbito da sala de aula a introduzir elementos da linguagem matemática, como as formas geométricas.

A composição de formas, como sugere a história das três partes (SILVA, 2013), a construção da escola (ZAMPIROLLI, 2020), ou a diferenciação entre casa e castelo (REZENDE, 2021) faz com que as formas geométricas sejam ora vistas como pássaros, barcos, escolas, casas, castelos etc., ora como objetos matemáticos. Tais jogos de linguagem, comuns na infância (WITTGENSTEIN, 2013), indicam um movimento em que as crianças usam as formas geométricas para descrever o que "veem" e sinalizam o que interpretam a partir do que veem. Há, porém, um perigo nesse jogo de linguagem, trata-se de um uso associado à imaginação, talvez, até mesmo relacionado ao cotidiano. Todavia, tratam-se de representações, descrições, e precisam ser reconhecidas como tal, para isso o professor precisa, no contexto da atividade matemática, chamar atenção para o que é um quadrado, um triângulo ou um retângulo, ainda que se trate inicialmente de um ensino ostensivo, no qual ele aponta para a forma e diz: Este é um retângulo! Uma possibilidade, segundo Wittgenstein (2013) é sugerir que o aluno produza ou mostre além do que viu, um modelo do que se viu. Nesse sentido, os desenhos ou as construções com massinha de modelar podem auxiliar a promover meios de apresentar a linguagem matemática. Para Moreno (1995) o gesto ostensivo atua como um dos instrumentos linguísticos que nos servem na conexão entre linguagem e mundo. Wittgenstein (2013, §7) aborda o gesto ostensivo como um dos jogos preparatórios para o uso dos conceitos.

Usos associados à classificação, comparação e agrupamento de objetos: a partir de características semelhantes é feita a organização de critérios que atuam como modelos e auxiliam no trabalho com conjuntos. São exemplos desses usos as atividades: A12 (BELO, 2016); A29 (TORTOLA, 2016); A18 (ABBEG, 2019); A20, A21 (COUTINHO, 2020); A22, A23 (ZAMPIROLLI, 2020); A25 (REZENDE, 2021).

A organização matemática das atividades que mobilizam classificação, comparações e agrupamentos de objetos é mediada por interesses dos alunos, como os temas dinossauros, anões e gigantes, ou por problemas levantados pelos pesquisadores, como alimentação saudável, organização dos brinquedos e quanto come um cachorro (Quadro 3 – A18, A25). Os modelos matemáticos são geralmente manipulações de procedimentos apresentados pelos professores, os quais são responsáveis por apresentar as regras no uso dos conceitos para os alunos. Aprender a seguir regras é um dos trabalhos que fazemos com a linguagem, importante nos processos educativos. Para Wittgenstein (2013), acreditar seguir uma regra não é o mesmo que seguir uma regra, nesse sentido os alunos aprendem de modo público a seguir regras e mostrar seu entendimento do que foi solicitado pelo professor por meio de suas ações. O trabalho com as noções de conjuntos e semelhanças entre os itens investigados nas atividades são feitos por meio de indicações, muitas vezes ostensivas. Como menciona Wittgenstein (2013), o gesto ostensivo é uma das técnicas linguísticas de apresentação da linguagem, em particular matemática, e faz parte da aprendizagem linguística. Nesse contexto, o tratamento das situações auxilia na aprendizagem do papel normativo que a matemática exerce em nossas formas de vida.

Usos do conceito de proporcionalidade: o desenvolvimento das atividades abarca relações proporcionais, consideração de um número em termos relativos, reconhecimento de grandezas e variabilidade. São exemplos desses usos as atividades: A2, A8, A9, A10, A11 (BELO, 2016); A28 (TORTOLA, 2016); A19, A20, A21 (COUTINHO, 2020). Nesse caso, os modelos produzidos descrevem relações proporcionais, seja para explicar como as variáveis se relacionam – a cada mês a unha cresce 3 mm (TORTOLA, 2016); quanto maior o número de bolinhas, menor será cada uma delas (COUTINHO, 2020) – ou a relação parte-todo – precisa dobrar ao meio (BELO, 2016). Em algumas situações os alunos criaram modelos físicos para auxiliar na interpretação matemática, como foi o caso da investigação a respeito do tamanho do brigadeiro. Ao fazer a divisão da massa, os alunos concluem que o mais oportuno seria a partilha equitativa, dessa forma, independente do número de bolinhas que fizessem comeriam a mesma quantidade, pois o total de massa permanecia o mesmo (ideia de unitização). Esses modelos físicos dão suporte ao registro e à resolução do problema. Por se tratar de alunos em fase de alfabetização, a associação da modelagem matemática a atividades lúdicas – jogos e brincadeiras (BELO, 2016), produção de cartazes e gráficos pictóricos por meio de desenhos e colagens, uso de materiais manipuláveis (TORTOLA, 2016; COUTINHO, 2020) – mostra-se como uma boa estratégia didático-pedagógica (Quadro 3). Esses modelos físicos, como sugere Wittgenstein (2013), podem ser ponto de partida para o registro matemático, ou seja, para a construção de modelos, de modo que pode auxiliar o professor a entender a intepretação do aluno acerca das relações que deseja descrever.

Mesmo que o ponto de partida para o uso da matemática seja uma situação empírica, associada a um modelo físico, é importante que a introdução das técnicas matemáticas de comparação, classificação e proporcionalidade sejam feitas para além do contexto empírico. De acordo com Gottschalk (2010, p. 77) “não é a experiência empírica (ou mental) que nos induz a certas ações significativas no jogo de linguagem, mas a *aceitação* de determinadas regras intrínsecas àquele campo do saber”, dessa forma, o empírico pode auxiliar o professor a introduzir a linguagem matemática e os alunos, a partir disso, devem passar por um processo de aceitação das regras para que o aprendizado do jogo de linguagem passe do gesto ostensivo, do jogo de linguagem da denominação, para o jogo de linguagem da descrição de conceitos, ou para o uso dos conceitos por meio de semelhanças e diferenças em outros contextos de aplicação.

Usos associados à numeração e estratégias de contagem: reconhecimento dos números, contagem de quantidades e definição de estratégias de contagem: A13, A14, A16 (BELO, 2016); A28, A30 (TORTOLA, 2016); A18 (ABBEG, 2019); A19, A20, A21 (COUTINHO, 2020); A22 (ZAMPIROLLI, 2020); A25, A26 (REZENDE, 2021).

De modo geral a numeração está sendo apresentada para os alunos dos primeiros anos escolares, o que se vê nos registros de Belo (2016), por exemplo. A atividade matemática, por sua vez, é mediada pelo ensino ostensivo – ao brincar de amarelinha os alunos perguntavam *onde é o dois?* E os colegas respondiam *"o dois é esse"* (BELO, 2016). Assim, sequências de números são apresentadas, e eles servirão de modelos de apresentação das quantidades e, também, na sua associação com a ordenação dos elementos atuando como paradigmas, instrumentos linguísticos, como o gesto ostensivo (MORENO, 1995), que no futuro permitirá a compreensão do conceito matemático e a aplicação, por exemplo, das regras matemáticas para adição e multiplicação. Tal conceito, por sua vez, não é empírico, mas convencionado na matemática e independe do empírico, mas pode auxiliar na organização das experiências com o mundo.

O reconhecimento dos números, o aprendizado das estratégias de contagem, os modelos matemáticos para soma e subtração fazem parte desse nível de escolaridade. Nesse contexto, é comum o jogo de linguagem da denominação, que de acordo com Wittgenstein (2013, §26) é preparatório para o uso dos conceitos e para posterior atribuição de sentidos à matemática e o seu papel na organização das nossas experiências empíricas. Denominar o número de palhas de uma peteca ou os números da amarelinha auxilia nesse reconhecimento (BELO, 2013), enquanto executar a combinação de roupas com um número específico de peças pode atuar como um contexto para introdução do jogo de linguagem das operações matemáticas (REZENDE, 2021).

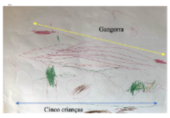
Usos associados à noção de espaço: envolve atividades associadas à localização, posicionamento e lateralidade. São exemplos desses usos as atividades: A2, A3, A4, A5, A8, A9, A10 (BELO, 2016); A20 (COUTINHO, 2020) (exemplos no Quadro 4).

Usos associados à ordenação: envolve a ordenação de fatos ou elementos, bem como a execução de comandos dados em sequência: A4, A17 (BELO, 2016) (exemplos no Quadro 4). Nas atividades, os alunos repetiram comandos da professora, em determinada ordem, enquanto encenaram uma música e contaram fatos de uma história, segundo a ordem em que foi contada. A repetição, conforme Wittgenstein (2013), é também característica do ensino ostensivo. O professor fala, ou faz, e a criança, por sua vez, repete.

Usos associados à medida: contempla o uso de medidas de tempo, comprimento, massa etc., bem como de instrumentos de medida e instruções relativas à sua utilização. Exemplos: A10, A16 (BELO, 2016); A30 (TORTOLA, 2016); A20 (COUTINHO, 2020).

No Quadro 4 elencamos alguns exemplos de atividades que abordaram usos associados à numeração, contagem, espaço, ordenação e medidas.

Quadro 4: Usos: numeração, espaço, ordenação e medidas

Usos associados à numeração e estratégias de contagem	*Usos associados à noção de espaço*	*Usos associados à ordenação*	*Usos associados à medida*
A7: A gente tinha 5 blusinhas e 1 saia e 2 calças. **A2:** E montamos 1,2,3,4,5, ..., 15 *looks*. **A3:** Sem repetir nenhum. **A7:** Todos diferentes.  A26 Rezende (2021) Belo (2016) A13 Peteca de Palha Pesquisadora: - *Quantas penas têm?* Criança: -*3* Pesquisadora: - *Conte*. Criança: - *uma, duas, três (pegando duas penas juntas)*	Belo (2016) A5 Trem maluco   Coutinho (2020) A20 Balançar ou equilibrar na gangorra?	A17 História: o grande rabanete Pesquisadora: - *Você acha que o rato é o mais forte?* Crianças: - *Sim!* Pesquisadora: - *Será que ele não ajudou todo mundo a puxar?* Crianças: - *Não!* Pesquisadora: - *Quem conseguiu tirar o rabanete?* Crianças: - O vô! Belo (2016) 	A16 História: o caso do bolinho  a bacia, a xícara (medida), a colher e os ingredientes [...] para fazer o docinho. Belo (2016)

Fonte: Dados da pesquisa.

A noção de espaço está associada à posição no espaço, ideia importante para o trabalho na Educação Infantil (BRASIL, 2017). No entanto, não se observa na descrição da atividade a enunciação de uma problemática ou de um modelo matemático associado a esse uso. Tal fato levanta a questão acerca das configurações das atividades de modelagem matemática e o modo como as relações matemáticas são explicitadas no desenvolvimento dessas atividades nos primeiros anos escolares. É importante destacar a necessidade educativa colocada pelos documentos oficiais, por meio da articulação de atividades lúdicas com a finalidade de introdução de elementos dos jogos de linguagem mobilizados em atividades de modelagem matemática.

O uso em torno das medidas acontece com mais frequência, visto que nesse nível de ensino é comum o desenvolvimento de atividades associadas a receitas como a produção de brigadeiros ou bolinhos, como apresenta o registro no Quadro 4. O reconhecimento de unidades de medida, quantidades e o uso em concomitante com proporções são ativados no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática; esse conceito também é mobilizado quando os temas são de interesse dos alunos.

Tanto na atividade associada à confecção de Slime (JOCOSKI, 2020), quanto para a de produção de brigadeiros (COUTINHO, 2020), ou ainda de confecção de um bolinho a partir do compartilhar uma estória (BELO, 2016), os alunos fazem uso das unidades de medida, um uso já recorrente que está associado às quantidades e à proporção necessária de cada quantidade para formar a receita. Para Wittgenstein (2013, §43) “[...] o significado de uma palavra é seu uso na linguagem”, e os usos que os alunos fazem do conceito de quantidade e das relações de medidas auxiliam nessa rede de usos que pouco a pouco contribuem para o significado que será dado a esse conceito. Já não é como nos exemplos anteriores, em que o gesto ostensivo ou a denominação atuavam como preparatórios para a introdução dos conceitos, já que as crianças já estão familiarizadas com o uso que fazem das medidas e das quantidades, principalmente no caso da produção de Slime, em que Jocoski (2020) menciona a familiaridade das crianças com a produção do brinquedo e as quantidades e produtos que seriam necessários para sua confecção.

Usos associados ao tratamento da informação*:* leitura e interpretação de informações e organização de dados, em listas, tabelas, gráficos e desenhos: A28, A29, A30 (TORTOLA, 2016); A18 (ABBEG, 2019); COUTINHO (2020) (exemplos no Quadro 5).

Usos associados às operações*:* particularmente às operações de adição e divisão. Também notamos o uso da fração como operador: A28, A30 (TORTOLA, 2016) (exemplos no Quadro 5).

Quadro 5: *Tratamento da informação e operações matemáticas*

Fonte: Dados da pesquisa.

Nos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental, com o auxílio dos professores, o tratamento da informação e as operações matemáticas, adição e multiplicação, se tornam mais frequentes e permite o trabalho com modelos matemáticos tabulares e aritméticos, como evidenciado no Quadro 5. Para Tortola e Almeida (2016, p. 10), esses modelos matemáticos são recorrentes no trabalho com modelagem matemática nos anos iniciais, os autores mencionam que no 1º ano, em particular, "os modelos matemáticos produzidos por esses alunos são dos tipos: aritmético aditivo, gráfico geométrico e gráfico pictórico", sendo que no 2º ano iniciam o uso de "modelos aritméticos multiplicativos". Os modelos matemáticos, estruturalmente, não são descrições do mundo empírico, como se os alunos estivessem apenas descrevendo o crescimento das unhas mês a mês, mas são regras matemáticas que não descrevem nada em si, mas têm o potencial de auxiliar na organização da experiência com o crescimento das unhas, por exemplo.

O mesmo ocorre com os gráficos, instrumentos da linguagem matemática utilizados para organizar dados de uma situação. Os alunos sozinhos não produzem os gráficos se eles não conhecem esse recurso matemático, é necessário que os professores auxiliem no tratamento da informação e ensinem os alunos o trabalho com tais recursos para organizar os dados. Os usos do Quadro 5 mostram essa organização e os modos utilizados pelos professores para introduzir o conceito de gráfico por meio do tratamento associado ao crescimento das unhas (TORTOLA, 2016) e da quantidade de brigadeiros (COUTINHO, 2020), esses modelos matemáticos atuam tanto na organização das situações trabalhadas nas atividades de modelagem, como introdutórios aos conceitos matemáticos que fazem parte da alfabetização matemática dos alunos.

Nas atividades analisadas, a introdução dos conceitos matemáticos ocorreu por meio de estratégias que preservam características da ludicidade, momentos de brincadeira, cantigas de roda, vídeos, que promovem a discussão de temas de interesse dos alunos. Os conhecimentos matemáticos, por sua vez, estão ainda sendo apreendidos linguisticamente como a noção de número, ordenação, sequência, tempo, unidades de medida, entre outros, e isso se dá por meio de técnicas da linguagem como descritas por Wittgenstein (2013) e Moreno (1995), como gestos ostensivos e os jogos de linguagem da denominação. Nesse sentido, a formalização dos conceitos matemáticos ocorre na apresentação dos conceitos por meio de instrumentos linguísticos que atuam como modelos do que está sendo apresentado, paradigmas. É importante que tal formalização seja mediada pelos professores e fique, em alguma medida, evidente para os alunos, já que os conceitos matemáticos são proposições que não carregam em si descrições empíricas, são convencionadas em nossas formas de vida.

Considerações Finais

Com a intenção de *investigar os usos da matemática em atividades de modelagem nos primeiros anos escolares, em particular no que tange à utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos*, identificamos nas produções analisadas que alunos da Educação Infantil e dos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental apresentam em seus usos da matemática traços que são característicos da infância, ou seja, pautam-se, sobretudo, no diálogo e na interação – geralmente organizados por meio de rodas de conversas e brincadeiras – e no registro – por meio de desenhos ou de materiais manipuláveis. Nesse sentido os usos observados associam-se a jogos de linguagem que contemplam gestos ostensivos e denotativos, de denominação, uma vez que esses estudantes se encontram no início da escolarização, em fase de alfabetização. Com o passar das séries, entretanto, os alunos vão se familiarizando com a linguagem matemática e produzindo registros nos quais a intuição dá espaço à formalização, por meio de modelos matemáticos que auxiliam na organização das experiências e na introdução a novos jogos de linguagem. Dessa forma, gráficos pictóricos dão espaço a gráficos de barras, de setores; desenhos sobre as situações são substituídos por desenhos mais objetivos; registros numéricos passam a ser organizados em listas, tabelas, sequências numéricas ou sequência de operações; e descrições textuais direcionam-se para os primeiros registros sincopados.

No que diz respeito ao nosso interesse de pesquisa em relação aos modelos matemáticos, ao olhar para os registros dos alunos – desenhos, textos, representações feitas por meio de materiais manipuláveis, gráficos, cartazes etc. – reconhecemos estruturas constituídas por elementos, operações, relações e regras matemáticas, que Doerr e English (2003) caracterizam como uso da linguagem matemática. Os usos da matemática observados estão associados à geometria, numeração, ordenação, classificação, proporcionalidade, medidas, tratamento da informação e operações.

A utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos nos primeiros anos escolares, portanto, pode auxiliar os alunos na familiarização com o jogo de linguagem associado à modelagem matemática, ou seja, de uso da matemática para investigar e resolver problemas (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015). Nessa perspectiva, cabe a nós educadores tomarmos consciência de como a matemática pode ser utilizada para interpretar tais fenômenos e incentivar a utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos desde os primeiros anos escolares para ensinar matemática aos alunos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), introduzindo-os em diferentes jogos de linguagem (WITTGENSTEIN, 2013).

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis: SBEM, 2015.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BELO, C. B.; BURAK, D. A Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma experiência vivida. **Revista Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, e202016, p. 1-22, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil**. Brasília: MEC, SEB, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BURAK, D.; MARTINS, M. A. Modelagem matemática nos anos iniciais da Educação Básica. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 8, n. 1, p.92-111, jan./abr. 2015.

COUTINHO, L.; TORTOLA, E. Raciocínio Proporcional em uma Atividade de Modelagem Matemática por Alunos da Educação Infantil. **Vidya**, Santa Maria, v. 40, n.2, p. 65-85, jul./dez. 2020.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling**: a way of life. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

GOTTSCHALK, C. M. C. O papel do método no ensino: da maiêutica socrática à terapia wittgensteiniana. **EDT Educação Temática Digital**. Campinas, v.12, n.1, p. 64- 81, jul/dez. 2010.

GOTTSCHALK, C. M. C. A atividade matemática escolar como introdução de paradigmas na linguagem. RECC, Canoas, v.23, n.1, p.113-124, 2018.

MARCONDES, C. F.; SILVA, V. S. Modelagem matemática na educação infantil: considerações a partir de uma prática educativa com crianças de 3 e 4 anos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 16, n. 21, p. 71-87, 2019.

MORENO, A. R. **Wittgenstein através das imagens**. Editora da Unicamp, 1995.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 11, n. 25, p. 142-161, 2018.

VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. DE. A Modelagem Matemática nos anos iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v. 35, n. 78, p. 47-64, nov./dez. 2019.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.

O Despertar para a Possibilidade de Ensinar e Aprender Matemática com Modelagem Matemática: reflexões no contexto da formação inicial de professores de matemática

Awakening to the Possibility of Teaching and Learning Mathematics with Mathematical Modeling: reflections in the context of initial training of mathematics teachers

Adriele Carolini Waideman
Universidade Estadual do Paraná - Unespar
adrielecarolini@hotmail.com

Elenice Josefa Kolancko Setti
Instituto Federal do Paraná - IFPR
elenice.setti@ifpr.edu.br

Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
rodolfovertuan@utfpr.edu.br

Resumo
Esta pesquisa, de caráter qualitativo, objetivou investigar as manifestações de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, sobre aprender e ensinar Matemática com Modelagem, após terem vivenciado a disciplina de Modelagem Matemática I. O aporte teórico utilizado constitui-se de estudos sobre Modelagem Matemática na formação inicial e continuada de professores de Matemática. Como *corpus* de análise, tomou-se as entrevistas de quatro licenciandos, feitas no início e no final da referida disciplina, totalizando oito gravações. Da análise destas entrevistas, foram constituídas unidades de significado, e destas, emergiram 5 categorias. Neste artigo, as seguintes categorias serão discutidas: "Um bichinho fora do lugar!" - quando os licenciandos manifestam seus sentimentos em relação à Modelagem após a vivência na disciplina e "Modelagem Matemática tem que ser de vez em quando" - quando vislumbram a possibilidade de ensinar e aprender Matemática com Modelagem. Concluiu-se, dentre outros aspectos, que uma disciplina de Modelagem Matemática isolada na licenciatura não é suficiente para a ressignificação dos modos de aprender, fazer e ensinar matemática, vivenciados durante toda uma formação que se inicia ainda na Educação Básica, tendo, todavia, importante contribuição nas reflexões dos docentes em formação sobre o ensinar e o aprender matemática.

Palavras-chave: paradigma do exercício; aulas investigativas; licenciatura em Matemática; disciplina de Modelagem Matemática.

Abstract
The aim of the present qualitative research was to investigate the statements of undergraduate students of mathematics course about learning and teaching mathematics through modeling, after attending the discipline Mathematical Modeling I. The theoretical contribution used consists of studies regarding mathematical modeling in the initial and continuing education of mathematics teachers. The data analyzed is comprised of interviews with four undergraduate students, conducted at the beginning and at the end of the abovementioned discipline, totaling eight recordings. As a result of from the analysis of the interviews, units of meaning were created, and 5 categories emerged therefrom. In the present article, the following categories are discussed: "A

little creature out of place!" – in which undergraduates express their feelings in relation to modeling after experiencing the discipline, and “Once in a while, mathematical modeling” – in which they envision the possibility of teaching and learning mathematics through modeling. Among other aspects, it was found that an isolated discipline within the program is not enough for the redefinition of the ways of learning, doing and teaching mathematics, experienced throughout a training that starts in Basic Education, however, important contribution to the reflections of teachers in training about teaching and learning mathematics.

Keywords: exercise paradigm; investigative classes; mathematics degree; mathematical modeling course.

Introdução

A trajetória acadêmica de um professor certamente é influenciada tanto pelas experiências e pelos conhecimentos construídos no decorrer da formação inicial, quanto naquelas vivenciadas na condição de estudantes da Educação Básica. Neste contexto, é plausível considerar que, em sala de aula, o professor tende a utilizar métodos de ensino que tenha vivenciado/aprendido na condição de aluno ou na condição de professor em formação, e que acredite que possa desencadear os resultados almejados por meio desses métodos.

Estudos têm sido realizados no sentido de investigar as concepções de licenciandos em matemática sobre o ensinar e o aprender matemática e o modo como essas concepções influenciam a constituição de seus saberes docentes (BACCON; MENDES; CLOCK, 2016); e sugerem a reflexão sobre as possibilidades de modificar as práticas docentes tradicionais de ensino de matemática na formação inicial de professores (MILANI, 2020), além de buscar meios de fomentar o desenvolvimento de diferentes metodologias para o ensino de matemática (WAIDEMAN, 2018).

Com a Modelagem Matemática não é diferente. Pesquisadores em Educação Matemática (BARBOSA, 2001; CEOLIM; CALDEIRA, 2017; OLIVEIRA, 2017) têm, para além da realização de suas pesquisas, buscado fomentar o desenvolvimento de atividades de Modelagem para ensinar matemática nos diferentes níveis escolares.

Neste contexto é que se desenvolve a presente pesquisa, que busca entender o que os estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, ao cursarem a disciplina de Modelagem Matemática I, manifestam ao vislumbrar a possibilidade de aprender e ensinar matemática com Modelagem. Para isso, nos propomos a investigar: *O que dizem estudantes de uma disciplina de Modelagem Matemática sobre aprender (e ser aluno de) e ensinar (e ser professor de) matemática, com Modelagem Matemática, antes e depois de vivências na disciplina?*

Para isso, foram selecionadas as entrevistas de quatro dos dezenove licenciandos participantes de duas pesquisas de doutorado[1], realizadas no âmbito da disciplina de Modelagem Matemática I, do curso de Licenciatura em Matemática, de uma universidade pública do Paraná.

Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, presente na formação inicial de professores de Matemática como uma disciplina em alguns cursos de Licenciatura em Matemática, vem ganhando espaço de forma tímida nas salas de aula da Educação Básica (CEOLIM; CALDEIRA, 2017). Sendo ela entendida como uma alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013), como metodologia de ensino (BURAK, 2004); ou como um ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2004), ainda não se consolidou como tal nas escolas brasileiras (CEOLIM; CALDEIRA, 2017).

Ceolim e Caldeira (2017), em pesquisa realizada com recém-egressos de cursos de Licenciatura em Matemática do Paraná, apresentam os possíveis motivos, considerados obstáculos e dificuldades para a inserção da Modelagem na sala de aula,

> o fato de a prática de Modelagem (i) exigir conhecimento além da Matemática; (ii) abordar problemas da realidade em que os estudantes estão inseridos, sendo, muitas vezes, problemas não matemáticos; (iii) envolver práticas pedagógicas interdisciplinares; (iv) também a formação inicial dos professores não ter sido suficiente para sustentar o desenvolvimento de atividades de Modelagem na Educação Básica, [...] e (v) contrariar o sistema escolar vigente, que apresenta uma estrutura fechada, tanto do espaço físico como do pedagógico, resistindo assim aos novos recursos pedagógicos, [...] seguindo a sequência inscrita no livro didático adotado pela escola (CEOLIM; CALDEIRA, 2017, p.766-767).

Os autores mencionam, ainda, que por apresentar características próprias, a efetiva realização de atividades de Modelagem na sala de aula da Educação Básica apresenta fragilidades associadas a três fatores: (i) o fator pessoal-emocional - ao ter que sair da zona de conforto (PENTEADO; SKOVSMOSE, 2008), o docente se depara com uma situação de vulnerabilidade; (ii) o fator da competência profissional - o docente precisa estar capacitado para assumir novas práticas de ensino; e (iii) o fator institucional - a estrutura constituída da escola (currículo, gestão e espaço físico).

[1] As duas teses de doutorado, orientadas pelo mesmo pesquisador, estão sendo desenvolvidas a partir de dados produzidos e coletados no âmbito de uma mesma turma de Licenciatura em Matemática, com os mesmos sujeitos. No entanto, possuem focos distintos. Todavia, as duas pesquisadoras e o orientador são autores do presente trabalho que, para a presente pesquisa, focaram o mesmo aspecto das teses em desenvolvimento.

Assim, observa-se que o ensino de matemática por meio da Modelagem caracteriza-se, para a maioria dos professores, como uma “zona de risco” (BORBA; PENTEADO, 2019), principalmente para aqueles que costumam ministrar suas aulas sob o “paradigma do exercício” (SKOVSMOSE, 2000). Neste sentido, diversas pesquisas vêm sendo desenvolvidas (BARBOSA, 2001; OLIVEIRA; BARBOSA, 2011; ALMEIDA; VERTUAN, 2011; CEOLIM; CALDEIRA, 2017; MUTTI, 2016; MUTTI; KLÜBER, 2018) para entender essa situação e buscar meios para auxiliar a inserção da Modelagem na prática de professores formados e em formação.

Neste contexto, para a Modelagem Matemática se constituir como uma “prática pedagógica” (SCHRENK, 2020) na Educação Básica e Superior, é necessário buscar superar estes obstáculos, dificuldades e fragilidades. Mas, de que modo?

Mutti e Klüber (2018) apontam que, de modo geral, os professores buscam utilizar práticas de seus antigos professores e também de seus colegas de profissão, as quais julgam ter resultados positivos ou que se alinham às suas práticas particulares. Os autores afirmam, ainda, que a formação inicial se constitui um fator de grande influência nas práticas pedagógicas dos professores. Segundo os autores, os professores da Educação Básica participantes de sua pesquisa, manifestaram, por meio de entrevistas, que “transferiram para suas ações na sala de aula, as experiências internalizadas durante a licenciatura, notadamente, às práticas relacionadas ao modelo tradicional de ensino de Matemática” (MUTTI; KLÜBER, 2018, p. 92).

> Parece existir, entretanto, entre os modelos de formação (inicial ou continuada) em Matemática vigentes, uma tendência em tomar as práticas pedagógicas dos professores como universais. Essa compreensão tem contribuído para que sejam adotados e perpetuados encaminhamentos similares (quase que exclusivamente pautados no modelo tradicional de ensino) para professores cujas práticas possuem caráteres plurais e cujos contextos de trabalho são, similarmente, multifacetados (MUTTI, 2016). Essas considerações desnudam inconsistências entre o modo como as práticas pedagógicas dos professores são compreendidas e trabalhadas no contexto da formação e como elas são de fato caracterizadas o que, consequentemente, contribui para que se abram brechas entre os conhecimentos produzidos durante a formação inicial e os necessários à atuação (MUTTI; KLÜBER, 2018, p. 94).

Deste modo afirmam que a aproximação à Modelagem deve ser iniciada com “base na reflexão acerca da prática pedagógica e não apenas na teoria” (MUTTI; KLÜBER, 2018, p.104).

Toda esta reflexão se faz importante porque o ensinar com Modelagem possibilita um momento de amadurecimento na atuação pedagógica e nas ações no solo da formação de professores (OLIVEIRA, 2017). Além disso, na formação inicial, a Modelagem oportuniza aos futuros professores o trabalho com temáticas atuais, contextualizadas; bem como possibilita o estabelecimento de uma integração com outras áreas do conhecimento na problematização e abordagem conceitual (KLÜBER, 2010).

É nesta reflexão da prática pedagógica, seja do professor formador, seja do futuro professor, para a inserção da Modelagem Matemática nas aulas de Matemática, de modo a formar cidadãos criativos e responsavelmente insubordinados, que se insere esta pesquisa. Acreditamos ser nesta reflexão que ocorre a geração de conhecimentos que subsidiarão as práticas pedagógicas com modelagem (BARBOSA, 2001).

Contexto da Pesquisa e Encaminhamentos Metodológicos

Esta pesquisa, que se configura qualitativa, foi desenvolvida no contexto de duas investigações de doutorado, cujos sujeitos são estudantes da disciplina Modelagem Matemática I de um curso de Licenciatura de uma universidade pública do oeste paranaense.

A disciplina foi planejada e realizada por quatro professores: o professor da disciplina e os três autores do presente trabalho. As reuniões de planejamento da disciplina aconteciam via Google Meet e os professores estavam em constante diálogo no grupo de WhatsApp.

De modo geral, a disciplina abarcou a elaboração de problemas de Modelagem, o desenvolvimento e socialização de atividades de Modelagem publicizadas na literatura sobre o tema, a criação de atividades de Modelagem, conversas com professores pesquisadores em Modelagem e leitura e reflexão de textos sobre Modelagem na sala de aula, conforme detalhados no Quadro 2.

Quadro 2: Desenho da disciplina de Modelagem Matemática I

Atividades	Objetivos associados
Atividade introdutória da disciplina - Nuvem de palavras com Menti Meter. Desenvolvimento da primeira atividade de Modelagem. *[em paralelo, entrevistas da fase 1]*	Fazer um diagnóstico dos entendimentos dos estudantes sobre Modelagem; desenvolver uma atividade de Modelagem a partir de um problema já elaborado.
Elaboração de Problemas de Modelagem Matemática a partir de temáticas presentes em reportagens	Desenvolver a competência de elaborar problemas de Modelagem a partir de uma temática; fomentar reflexões e discussões acerca do que caracteriza um problema como característico de uma atividade de Modelagem; discutir aspectos de uma atividade de Modelagem a partir do desenvolvimento das

	atividades elaboradas pelos licenciandos com as temáticas indicadas.
Leitura e estudo de texto sobre "como fazer" Modelagem Matemática na sala de aula.	A partir da literatura, levantar discussões acerca do ensinar Matemática com Modelagem na sala de aula.
Desenvolvimento e apresentação de uma atividade de Modelagem.	A partir de uma atividade proposta, discutir as diferentes possibilidades de resolução que a atividade pode abarcar.
Apresentação de seminários Seminários sobre atividades de modelagem matemática presentes na literatura. Os seminários são participativos, de modo que o grupo responsável pelo seminário organiza e vivencia a atividade de Modelagem na condição de professores dos demais estudantes que precisam fazer a atividade.	Promover, no que diz respeito ao grupo responsável pelo seminário, a experiência de ensinar matemática com Modelagem, tecendo reflexões sobre a diferença da prática de Modelagem no Ensino Superior e na Educação Básica; Possibilitar, no que tange aos demais grupos, a experiência em desenvolver atividades de Modelagem como alunos; Discutir aspectos de uma atividade de Modelagem a partir do desenvolvimento das atividades pelos grupos.
Proposta de elaboração de uma atividade de Modelagem utilizando o software Tracker.	Desenvolver a competência de elaborar uma atividade de Modelagem experimental.
Conversas com professores da Educação Básica e do Ensino Superior, pesquisadores em Modelagem Matemática[2]	Compartilhar experiências de professores pesquisadores da Educação Básica e do Ensino Superior em ensinar Matemática com Modelagem Matemática.
Trabalho Final[3] Elaboração e apresentação de uma atividade de Modelagem para ser desenvolvida na Educação Básica. *[em paralelo, entrevistas da fase 2]*.	Desenvolver nos licenciandos a competência de elaborar uma atividade de Modelagem a partir de um tema escolhido por eles, com vistas a ensinar matemática para uma turma da Educação Básica.
Avaliação Final Desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.	Avaliar os conceitos construídos pelos estudantes no decorrer da disciplina, assim como as ações e a estrutura da disciplina.

Fonte: Dos autores (2021)

No presente estudo, são utilizadas as entrevistas de quatro dos dezenove estudantes[4] participantes da pesquisa, com vistas a lançar reflexões para a seguinte interrogação:

[2] A conversa com professores foi inserida no planejamento devido ao contexto do ensino remoto.

[3] Estava previsto no planejamento o desenvolvimento da atividade de Modelagem do trabalho final em uma turma da Educação Básica. No entanto, não foi possível devido à pandemia.

[4] No decorrer da disciplina constituiu-se cinco grupos para o desenvolvimento das atividades. No entanto, para este artigo considerou-se apenas quatro grupos, sendo um integrante de cada grupo.

O que dizem estudantes de uma disciplina de Modelagem Matemática de um curso de Licenciatura em Matemática sobre aprender (e ser aluno de) e ensinar (e ser professor de) matemática, com Modelagem Matemática, antes e depois de vivências na disciplina?

Trata-se de duas entrevistas de cada estudante. A primeira, realizada no início do ano de 2020, no primeiro dia de aula da disciplina, quando as aulas ainda estavam sendo ministradas presencialmente. E a segunda, realizada ao final do ano de 2020, remotamente, devido à pandemia do Sars-Cov-2, quando os estudantes estavam concluindo a disciplina. Assim, a entrevista da segunda fase, sofreu os efeitos do modo como a disciplina foi planejada e realizada. As primeiras foram registradas por meio de gravadores de áudio e as últimas via gravação em vídeo, pelo Google Meet.

Para a realização das análises dos dados, os áudios das entrevistas da primeira fase e as gravações em vídeo das entrevistas da segunda fase, foram inseridos no *software* WebQDA[5] como fontes externas e, em seguida, analisados realizando marcações de trechos que denotavam indícios de entendimentos dos licenciandos acerca do ensino e aprendizagem de Matemática e manifestações sobre Modelagem Matemática. Para identificação das entrevistas, utilizou-se os códigos E1 para a entrevista da primeira fase e, E2 para a entrevista da segunda fase. Os licenciandos foram codificados como L1 para o primeiro licenciando, em ordem alfabética, L2 para o segundo, L3 para o terceiro e L4 para o quarto. Deste modo, os excertos utilizados no texto estão codificados, por exemplo, como E1.L1 para Entrevista 1. Licenciando 1.

Em seguida, realizaram-se as transcrições e/ou anotações dos trechos selecionados, constituindo-se assim as unidades de significado. A partir da interpretação das unidades de significado, construiu-se as categorias de análise, que serão apresentadas na próxima seção.

Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática: um "jeito diferente" de ensinar e aprender Matemática

A partir das várias leituras das unidades e suas inferências, foram construídas 5 categorias de análise[6]: 1) "O Tradicional é bom" - quando os licenciandos manifestam o que

[5] Estes registros foram inseridos no *software* de análise qualitativa WebQDA, para facilitar os processos de organização da seleção das unidades de significado consideradas pertinentes no contexto da pesquisa e da construção das categorias de análise.

[6] As categorias 1 e 2 possuem apenas excertos da entrevista da primeira fase e a categoria 4, apenas excertos da entrevista da segunda fase. Já as demais categorias (3 e 5) possuem excertos das duas entrevistas.

entendem por tradicional; 2) “Aulas diferentes para motivar” - quando manifestam possibilidades diferentes do “tradicional”; 3) “Faça o que eu digo, mas não faça o que eu faço” - quando os licenciandos questionam as ações dos professores da licenciatura; 4) “Um bichinho fora do lugar!” - quando os licenciandos manifestam seus sentimentos em relação à Modelagem após a vivência na disciplina e 5) “Modelagem Matemática tem que ser de vez em quando” - quando vislumbram a possibilidade de ensinar e aprender Matemática com Modelagem. Devido ao limite do número de páginas e ao objetivo deste artigo, com foco nos resultados que dizem de Modelagem de modo direto, para este texto apresentaremos as categorias 4 e 5, suas descrições e inferências.

“Um bichinho fora do lugar!” - quando os licenciandos manifestam seus sentimentos em relação à Modelagem após a vivência na disciplina

Na segunda entrevista, ao manifestar suas impressões a respeito das atividades de Modelagem que desenvolveram na disciplina (aprender/ser aluno) e sobre a possibilidade de ensinar matemática com Modelagem (ser professor), os licenciandos demonstram uma reação positiva, com argumentos concretos, mesmo se sentindo, inicialmente, “um bichinho fora do lugar”. **E2.L3:** *Quando surgem essas novas tendências, a gente se sente meio um bichinho fora do seu lugar.* Isso porque revelam que estão acostumados com aulas de Matemática pautadas no paradigma do exercício, então, é esse modelo de aula que inicialmente tendem a esperar das disciplinas da graduação.

Deste modo, os licenciandos externam que foi um desafio desenvolver as atividades de Modelagem - **E2.L3:** *Eu gostei bastante, eu me senti, assim como eu vou dizer? desafiada, bem desafiada.* Isso porque como não estavam acostumados com este tipo de atividade, sentiam falta de um direcionamento único que levaria a uma resposta correta. No entanto, não viram isso como algo ruim, mas como um desafio mesmo, que causou um desconforto inicial neles como estudantes. **E2.L3:** *A gente tem uma ideia do que deve ser certo ou errado e isso me fez mudar um pouco da visão sobre Modelagem, até por eu ter trabalhado e vivenciado muito em cima do Kumon, que é um método tradicional. A gente aprende que tem que chegar naquele resultado, é aquele resultado e ponto, não tem meio termo e não existe outro. Daí, estudando, eu me senti muito desafiada, porque na verdade, às vezes, mesmo que você não tenha um resultado fixo você falava “será que está certo? não tá?” O coerente era a discussão, era o que você conseguia buscar e não necessariamente o resultado, isso me frustrava muito. Mesmo fazendo eu falava para o professor “mas porque não está certo? Qual é o certo?” Você tem que analisar o que você desenvolveu, aí eu tinha um pouco de dificuldade em relação a isso. Aí eu acho que agora eu consegui melhorar um pouco.*

Em relação a ensinar (e ser professor) com Modelagem, umas das entrevistadas, manifestou a necessidade de fazer parte de um grupo de professores que discuta a teoria aliada à prática de Modelagem e que desenvolve atividades de Modelagem, influenciada pela fala de um dos professores/pesquisadores convidados. **E2.L3:** *Eu queria fazer parte daquele grupo. Já falei que a gente tem que montar um grupo aqui. [Você acha importante então que o professor participe de um grupo de formação?]*[7] *Acho. Eu sou uma pessoa que eu necessito muito de compartilhar ideias, para aprimorar as minhas. Quando o professor convidado falou na atividade do cigarro e da caixa d'água, já queria fazer, achei muito interessante.* A ideia de fazer parte de um grupo que se apoia, que aprende junto e que enfrenta a zona de risco juntos, pode levar o futuro professor de matemática a vislumbrar mais concretamente a possibilidade de uma mudança do paradigma do exercício para um paradigma investigativo (SKOVSMOSE, 2000), e mais especificamente, a Modelagem Matemática.

Até porque, nesta disciplina de Modelagem na formação inicial, eles constituem grupos durante todo o percurso. As discussões são em grupo, o planejamento é em grupo, as dificuldades e inseguranças são partilhadas no grupo. Assim, o grupo de certo modo se fortalece e supera os obstáculos, como aqueles apontados na literatura (CEOLIM; CALDEIRA, 2017).

Outro aspecto observado é que a vivência na disciplina, do modo como foi planejada, proporcionou aos licenciandos a oportunidade de experienciar situações em que eles desenvolviam atividades de Modelagem como estudantes, no sentido de estarem preocupados em discutir a atividade e a matemática utilizada nela, e outras situações como professores, no sentido de, para além de vislumbrarem diferentes encaminhamentos de resolução, empreenderem práticas com os colegas, preocupados com suas aprendizagens durante a atividade pela qual estão responsáveis. Isso os levou a amadurecer as opiniões acerca do aprender com Modelagem e do ensinar com Modelagem, além de vivenciarem estas experiências na prática. **E2.L1:** *Eu gostei bastante das aulas de Modelagem. [...] principalmente a parte de resolver os problemas em grupo, ter essa autonomia de levantar hipóteses, definir as variáveis, pensar em conjunto, e ver a matemática sendo aplicada em um contexto que não é aquele contexto forçado, "porque eu estou estudando isso, isso não faz sentido", ali você estuda matemática por prazer, você vê a aplicação, você tem interesse em resolver o problema. Eu acho isso muito legal e quero isso para as minhas aulas quando eu for professora. [mas a L1 "do começo da disciplina" achava que não era possível?] Eu achava possível,*

[7] Os trechos entre colchetes representam falas do entrevistador pesquisador.

mas não via como.

Deste modo, após a disciplina, uma das licenciandas menciona que mesmo ainda sentindo medo, se sente um pouco mais segura em buscar experienciar o ensino de Matemática com Modelagem. **E2.L1:** *Porque sempre fica aquele medo. Até mesmo passando pela experiência, eu vou ter medo, porque não sei como os alunos vão reagir. Mas, pelo menos, agora eu tenho a experiência da aluna L1, aí depois eu vou ter a experiência da professora L1.*

Os aspectos levantados por esta categoria denotam que os licenciandos, ao vivenciarem o suporte de um grupo ao ter os primeiros contatos com a Modelagem (como estudante/futuro professor), veem em um grupo de formação continuada (MUTTI; KLÜBER, 2018) o suporte para vivenciar a Modelagem na condição de professores.

Nesse sentido, essa transição do estudante que aprendeu matemática, em grande parte de suas experiências, sob o paradigma do exercício, para o professor que ensina matemática, sob uma perspectiva mais investigativa, é um processo colaborativo (BRIÃO, 2015). Ou seja, desde a formação inicial, é necessário o apoio/suporte de um grupo que pensa sobre práticas de Modelagem, compartilhando experiências e inseguranças.

“Modelagem Matemática tem que ser de vez em quando!” - quando vislumbram a possibilidade de ensinar e aprender Matemática com Modelagem

Ao serem questionados sobre a possibilidade de ensinar Matemática com Modelagem Matemática, os licenciandos manifestaram que as aulas de Matemática não podem ser só tradicionais, porque acreditam que desmotiva o estudante, e nem só com metodologias diferenciadas (categoria 2), porque acreditam que o tradicional também é importante (categoria 1). **E2.L2:** *Têm que ser um misto, um pouco da aula tradicional, mas com um pouco de aulas diferenciadas, como por exemplo Modelagem, eu acho que tem que ser um misto dos dois. Não só muita aula tradicional e nem muitas aulas diferentes, tem que ter um equilíbrio entre esses dois tipos de aula.*

Eles denotam que acreditam que as aulas precisam ser diferenciadas, de vez em quando, no sentido de motivar os estudantes a aprender matemática. **E2.L4:** *Acho que sim, embora eu ainda acho que vai ser um desafio tentar fazer isso [...] mas eu acho que seria bem mais interessante, ainda mais porque os alunos estão desinteressados, não só por matemática, mas principalmente por matemática e a área de exatas, então seria muito interessante usar modelagem.* Percebe-se que os licenciandos ainda não possuem maturidade em refletir sobre as diferentes aprendizagens desencadeadas pelas diferentes metodologias. Associam-nas apenas à motivação. **E1.L2:** *Eu acho que tem que ser diferenciada, tem que ter alguma coisa diferente para chamar a atenção do aluno, só acho que nem toda aula deve ser assim, porque senão fica muito naquilo e acaba se perdendo um pouco.*

No entanto, umas das licenciandas entrevistadas, manifestou a preocupação de que uma aula com metodologias diferentes do tradicional, entre elas com Modelagem, deve ser muito bem planejada e que é necessário ter um *feedback* do professor ao final de cada atividade, ou seja, retomar os conceitos matemáticos envolvidos e sistematizá-los. **E1.L3:** *Você tem que saber levar algo diferente, mas tem que saber dosar. E que eles entendem que aquilo é importante. Por exemplo, essa do papel higiênico, se não tiver um feedback, uma análise, uma compreensão final, não vale de nada a atividade. É uma noite inteira perdida. Então, eu estou tentando ainda analisar assim*[8]. Ou seja, esta licencianda, ao mesmo tempo em que acredita que as aulas com Modelagem não podem se dar num "fazer por fazer", sem objetivos claros de aprendizagem e sem planejamento, não problematiza, ao menos na entrevista, a mesma preocupação nas atividades de resolução de exercícios, comumente realizadas nas salas de aula. A princípio, percebe-se que a licencianda não estava confiante na atividade.

Enfatiza, ainda, que o professor deve ter a sensibilidade em mudar a metodologia se perceber que os estudantes não estão se adaptando a que ele decidiu utilizar. **E1.L3:** *Todos podem aprender, desde que o professor esteja apto e tenha o conhecimento para repassar isso. E vamos supor, se eu estou fazendo modelagem, ou não estou fazendo de acordo, e vejo que meus alunos não estão conseguindo se adaptar e entender dessa forma, o coerente seria eu buscar outra [metodologia].*

Na segunda entrevista, a mesma licencianda manifesta que sua concepção em relação à Modelagem mudou, confessa que antes da disciplina não utilizaria Modelagem em suas aulas porque não acreditava na sua potencialidade. **E2.L3:** *Mudou. [...] muitas dúvidas que eu tinha, questão de organização, de comportamento, mudou muito. Eu mesmo falava que eu jamais tentaria, porque eu achava que ia virar uma zoeira total. Mas hoje eu já me disponibilizaria a tentar.*

As manifestações dos estudantes que constituem esta categoria são das duas entrevistas, da fase 1 e da fase 2. Ou seja, os depoimentos a respeito da frequência com que a Modelagem deve ser desenvolvida nas aulas de Matemática, denotam que os licenciandos ainda vislumbram a Modelagem apenas para motivar os estudantes, com exceção de uma licencianda que denotou a importância de refletir sobre a aprendizagem desencadeada pela atividade.

Neste sentido, inferimos que as manifestações dos estudantes apontam para uma necessidade de sistematização do conteúdo, ação necessária no desenvolvimento da atividade de Modelagem (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). No entanto, eles ainda

[8] Ela manifestou esta preocupação na primeira aula da disciplina, quando foi proposto que os estudantes determinassem quantas voltas tem um rolo de papel higiênico.

entendem este momento de sistematização como uma aula tradicional. Por isso, defendem que a Modelagem deve ser desenvolvida só “de vez em quando”, porque não associam a sistematização do conteúdo como parte integrante da atividade de Modelagem.

O despertar para a possibilidade de ensinar e aprender matemática com Modelagem Matemática

O desenho da disciplina de Modelagem Matemática desenvolvida com os licenciandos representa um ato contrário ao sistema educacional, em especial, às salas de aulas que ensinam matemática. Para Brião (2015, p. 88-89), “o professor precisa criar um espaço reflexivo, em comunidade (sua sala de aula), que fomente a criatividade e a expressão de ideias [...]”. Uma quebra de paradigma, em especial, ao paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000).

O objetivo das aulas era de permitir aos licenciandos experiências como aluno e como professores que desenvolvem atividades de Modelagem Matemática, de modo a possibilitar maior segurança ao desenvolverem “atividades diferenciadas”. E, em grupos (mesmo que remotamente), pudessem, de forma colaborativa, investigar, pesquisar, “criar soluções, criar matemática” (BRIÃO, 2015).

Deste modo, concordamos com Brião (2015, p. 92) que “à medida que os alunos se sentem à vontade para expor seus pensamentos sobre determinado assunto, mais vão adquirindo autonomia para lidar com questões mais complexas de forma amadurecida”.

A análise das entrevistas que culminou na construção das categorias, mostra que os licenciandos estão em transição quanto ao que chamam de “ensino tradicional” para o que chamam de “aulas diferentes”, mesmo ainda não demonstrando uma ideia amadurecida em relação aos seus objetivos. Percebe-se que ainda estão em suas “gaiolas epistemológicas” (D’AMBRÓSIO, 2013), porém com as portas abertas, com possibilidades ao novo.

Na categoria “Modelagem tem que ser de vez em quando”, mesmo entendendo a resolução de exercícios como importante, eles querem fazer diferente. Neste contexto, percebe-se, pela análise efetuada, que os alunos entrevistados parecem estar entre o limiar do que “eu acreditava” enquanto aluno e o aluno que já se vê como professor de matemática. Um aluno que gostava de matemática, de fazer exercícios, encontrar a resposta correta e se sentir bem com isso, ouvir o professor falando e aprender pela repetição, sem muitas reflexões sobre "que aprendizagem", "que matemática" e "que modo de aprender" são esses que o levaram a ingressar em uma licenciatura. Agora, de certo modo, em xeque, diante dos vislumbres que se descortinam também no curso de licenciatura e a partir da reflexão que realizam sobre os contextos e experiências que vivenciam como professor em formação.

Deste modo, a disciplina de Modelagem Matemática I tem contribuído para essa mudança, na medida em que o ambiente de Modelagem, de certo modo, é mais livre, ou seja, possibilita ao estudante usar a imaginação, ser criativo e fazer matemática para além do paradigma do exercício vivenciado na maior parte das disciplinas da própria licenciatura, como manifestaram em categorias anunciadas, mas não discutidas aqui.

Assim, o se constituir um possível professor "não tradicional" e que seja criativo, passa pelo se ver professor ainda na condição de aluno, se desgarrando do aluno que era e que gostava da matemática do modo como a ele foi ensinado. Para quem acredita que fazer exercício é aprender matemática, não há liberdade para ser criativo, porque fazer exercício é repetir algoritmos padrão. De certo modo, a construção, o entendimento de que é possível ser um matemático ou um professor de matemática criativo passa pela desconstrução da ideia de que matemática é fazer exercício. Porque fazer exercício significa não ter liberdade para fazer diferente.

A matemática que se ensina na escola tem sido a matemática que se usa na escola, de tal forma que quando o licenciando diz, ao defender a feitura de exercícios em sala de aula, "*que eu preciso fazer isso porque quando eu encontrar um problema, eu saberei como dar conta dele*", ele não está considerando a possibilidade de problemas serem baseados em situações reais. Ele está considerando problemas escolares, que são inventados e que constam em algum livro ou prova. Após a disciplina, o estudante diz que a Modelagem não utiliza contextos forçados. **E2.L2:** *O que mudou? Mudou. Bastante, na verdade. Como eu disse no começo, para mim, era só fórmulas e tudo mais, isso realmente aparece, mas na aula de Modelagem você consegue aplicar isso mais no cotidiano, você vê a matemática no seu dia a dia, não fica aquela coisa tão abstrata. Acho que a Modelagem contribui nesse sentido.*

A disciplina desenvolvida tentou ir na contramão dos resultados dos estudos de Ceolim e Caldeira (2017), que ressaltam que a disciplina de Modelagem desenvolvida na graduação, na maioria das vezes, não faz relação com as práticas de ensino na Educação Básica. Todavia, o presente estudo também sinaliza que uma disciplina isolada, ou um conjunto de disciplinas isoladas, na licenciatura, não são suficientes para a ressignificação de matemática, corroborando com Barbosa (2001). Dos seus modos de aprender, fazer e ensinar matemática, vivenciados durante toda uma formação que se inicia ainda na Educação Básica e não se modifica substancialmente no curso de Licenciatura, no qual muitos dos formadores ainda tratam os alunos como estudantes de matemática e não como professores em formação inicial.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P. da; VERTUAN, E. R. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2013.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. V. Discussões sobre "como fazer" modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011. Cap. 1. p. 19-43.

BACCON, P. A. L.; MENDES, T. C.; CLOCK, M. L. Formação inicial de professores de Matemática da educação básica: reflexões sobre aprender e ensinar. **Revista Tecné, Episteme y Didaxis: TED**. 2016, Número Extraordinario. Memórias, Sétimo Congresso Internacional sobre Formação de Professores de Ciências.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, n.15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati,** n.4, p. 73-80, 2004.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

BRIÃO, G. F. Algumas insubordinações criativas presentes na prática de uma professo- ra de matemática. In: D'AMBRÓSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.) **Ousadia criativa nas práticas de educadores matemáticos**. Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 87-102.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

CEOLIM, A.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e Dificuldades Apresentados por Professores de Matemática Recém-Formados ao Utilizarem Modelagem Matemática em suas Aulas na Educação Básica. **Bolema,** Rio Claro, n. 58, v. 31, p. 760-776, ago. 2017.

D'AMBROSIO**,** U. A educação matemática e o estado do mundo: desafios. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7, 2013, Montevidéu. **Anais…** Montevidéu: [s.n.], 2013.

KLÜBER, T. E. Modelagem matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Modelagem matemática: uma perspectiva para a educação básica**. Ponta Grossa: Ed. da UEPG, 2010. p. 97-114.

MILANI, R. Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 31, p. 1-18, mai. 2020.

MUTTI, G. S. L. **Práticas pedagógicas de professores da educação matemática num contexto de formação continuada em modelagem matemática na educação matemática.** 2016. 236 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2016.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Aspectos que constituem práticas pedagógicas e a formação de professores em modelagem matemática. **Alexandria:** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, [S.L.], v. 11, n. 2, p. 85-107, nov. 2018.

OLIVEIRA, W. P. Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 98, n. 249, p. 503-521, jun. 2017.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e situações de tensão e as tensões na prática de Modelagem. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, 2011.

PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. Riscos trazem possibilidades. In: SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2008. p. 41-50.

SCHRENK, M. J. **Tomada de consciência em atividades de modelagem matemática no ensino fundamental**. 2020. 222 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema,** Rio Claro, n. 14, 2000.

WAIDEMAN, A. C. **Um aplicativo para o estudo de derivadas**. 2018. 173 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.

O Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM) na Iniciação Científica

The Experimental Laboratory of Mathematical Modeling (LEMM) in Iniciação Científica

Roberta Modesto Braga
Universidade Federal do Pará
robertabraga@ufpa.br

Resumo
O objetivo desse artigo é discutir o envolvimento de estudantes bolsistas de graduação ao desenvolver atividades no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM) na iniciação científica. Para alcançar esse objetivo selecionei dois estudantes do campus de Castanhal, da Universidade Federal do Pará, que participaram do LEMM em momentos distintos, evidenciando suas ações e produções ao fazer Modelagem Matemática a partir de um tema de investigação, que na condição de bolsistas realizaram atividade de Modelagem com outros estudantes de graduação. A partir de observações, registros escritos e audiovisuais, questionário, foi possível o fomento da iniciação científica a partir de temas de investigação em Modelagem Matemática, ao mesmo tempo em que se estimula os estudantes a desenvolverem atividades didático-pedagógicas com o uso da Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Licenciatura em Matemática, Iniciação Científica.

Abstract
The aim of this article is to discuss the involvement of university graduate students When developing activities in the Experimetnal Laboratory of Mathematical Modeling (LEMM) in scientific initiation. To chieve this goal, I selected tho students from the Castanhal campus of the Federal University of Pará, who participated in the LEMM at diferent times, showing their actions and Productions When doing Mathematical Modeling from a research topic, who, as scholarship holders, carried out activity Modeling with Other graduate students. From observations, written and áudio-visual records, questionnaire, it was possible to promete scientific initiation from research topics in Mathematical Modeling, while encouragins students to develop didactic-pedagogical activities with the use of Mathematical Modeling.

Keywords: Matematical Modeling, Mathematics graduation, Scientific Initiation.

Introdução

O estudante de graduação em matemática desenvolve saberes da ação científica quando o mesmo tem a oportunidade de ainda em formação desenvolver práticas voltadas para a iniciação científica. E em se tratando da licenciatura, incentivar esse estudante à prática docente, à iniciação à docência, à reflexão e planejamento de práticas pedagógicas possibilita ao mesmo competência para o desenvolvimento de pesquisa da prática, ou seja, envolver-se com a ideia de professor(a) pesquisador(a), àquele que recorre às suas práticas para fazer pesquisa científica no intuito de selecionar, discutir, implementar e analisar atividades voltadas para o ensino, favorece significativamente na formação docente deste estudante ao mesmo tempo que envolve formação científica.

As argumentações em torno das potencialidades da Modelagem Matemática para o ensino da Matemática nos diferentes níveis de ensino, são descritas em resultados de pesquisas, comunicações científicas e relatos de experiências em periódicos e eventos da área. Tais argumentações se alinham ao fato de que a Modelagem "é datada, dinâmica, dialógica e diversa" (MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2011, p. 127), por considerar que "a Modelagem não é caminho para a resposta certa, para a verdade absoluta, para as certezas. É muito mais, é um reconhecimento de que sempre há muito por aprender" (Id ibdem). Exemplificando, podemos modelar determinada situação usando matemática numérica ou matemática contínua, o que claramente obteremos resultados numericamente diferentes, daí temos meios diversos e resultados também diversos, mas que podem ser ambos validados qualitativamente, ou ainda nos fazer retornar à reformulação de modelos matemáticos, verificação das técnicas adotadas em aproximações, aos resultados. É nessa perspectiva de se envolver com esse processo que o LEMM se torna um ambiente pelo qual podemos trabalhar com a prática científica, seja fazendo Modelagem a partir de temas de investigação, seja aplicando-a como estratégia de ensino.

Isto posto, objetivo com este estudo discutir o envolvimento de estudantes bolsistas de graduação ao desenvolver atividades no LEMM na iniciação científica. Na condução para alcançar esse objetivo o texto está organizado em seções. A saber: a primeira seção discute o LEMM e apresenta a perspectiva de Modelagem Matemática adotada nesse espaço; na segunda seção apresento a metodologia da pesquisa, seguida da terceira seção que descreve e discute os encaminhamentos desenvolvido nas atividades de Modelagem Matemática; e finalizo com as conclusões desse estudo.

O LEMM

Resultante de um projeto de pesquisa intitulado "Modelagem e Aplicações de Cálculo Diferencial e Integral", que em 2013, previu no seu bojo a criação de um espaço, denominado LEMM, no qual os estudantes do curso de Matemática pudessem fazer Modelagem Matemática. A estrutura física, inclui alguns equipamentos de Física Geral, de Química e de Matemática, de medição, dentre outros equipamentos.

O LEMM como um espaço de aprendizagem teve nas ideias de Braga (2015) como trampolim para essa discussão, donde da vivência com o processo de Modelagem Matemática entendi que ao discutir/criar/recriar associado a elementos e instrumentos que permitem ao aluno experimentar e elaborar/reelaborar ideias e conceitos, tem-se um contexto que garante ao LEMM o status de espaço de aprendizagem.

Turrioni e Perez (2012) colocam que o licenciando em Matemática desde sua formação inicial devem adotar atitudes que valorizem a necessidade de atualização permanente em função das mudanças que se produzem "fazendo-os criadores de estratégias e métodos de intervenção, cooperação, análise, reflexão e construção de um estilo rigoroso e investigativo" (p.59). E para tanto defendem a utilização do Laboratório de Educação Matemática LEM, como "espaço onde se criam situações e condições para levantar problemas, elaborar hipóteses, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para questões detectadas, provocando, assim, mudanças significativas na formação do professor de matemática" (p.59).

Tais elementos contemplados em um Laboratório de Educação Matemática enquanto espaço de aprendizagem, estão contemplados no espaço LEMM, com a diferença que neste último prioriza-se a prática da Modelagem Matemática seja como processo, seja como estratégia, proporcionando tanto o desenvolvimento profissional quanto a formação do professor pesquisador, abordagens destacadas por Turrioni (2004 apud Turrioni e Perez, 2012) para formação de professores.

Então o LEMM traz característica de um laboratório de matemática, pois representa um lugar, um processo, um procedimento, que

> [...] com o sentido de lugar, é uma sala estruturada para experimentos matemáticos e atividades práticas. O termo também é utilizado para caracterizar uma abordagem utilizada em sala de aula onde os alunos trabalham de maneira informal, movimentam-se, discutem, escolhem materiais e métodos e geralmente fazem e descobrem a matemática por si próprios (TURRIONI, PEREZ, 2012, p. 60)

Nessa perspectiva, o LEMM enquanto espaço de aprendizagem mobiliza tais características a partir da Modelagem Matemática e não necessariamente pela experiência com materiais didáticos, preconizados pelo conceito de Laboratório de Matemática ou de Laboratório de Educação Matemática. Ressalto que a produção de materiais didáticos também pode ocorrer no LEMM, mas materiais que dialogam com a possibilidade de se fazer Modelagem Matemática.

A perspectiva de Modelagem Matemática em geral está relacionada ao ambiente de formação do professor pesquisador que a implementa, discute e produz material sobre. E no LEMM, o mesmo está alinhado a uma perspectiva para o ensino superior, no caso o curso de Licenciatura em Matemática, como forma de esses alunos vivenciarem o processo de Modelagem Matemática utilizando-se de repertório da matemática da graduação, ao mesmo tempo em que é motivado a pensar a prática de modelagem para o ensino básico, foco de sua formação.

O fazer Modelagem Matemática é consequência de experiências distintas que interferem sobre as concepções das pessoas sobre a Matemática e sobre a forma como esta deve ser ensinada/partilhada. Nesse caso, a Modelagem Matemática está posta para além da busca por modelos matemáticos, a mesma convida os estudantes "a construir/reconstruir, indagar/investigar, acertar/errar, interagir/dialogar, motivados por situações no ato de modelar/aprender" (BRAGA, 2009, p.153).

Assim, o LEMM enquanto espaço de aprendizagem difere do ensino tradicional, bem como da dinâmica de sala de aula normal, por permitir que os sujeitos interajam motivados por um tema de investigação com o objetivo de solucionar coletivamente situações advindas do processo de Modelagem Matemática, proporcionando ainda, reflexão da futura prática docente, na medida em que os alunos vivenciam atividades de Modelagem e desenvolvem atividades para implementação na Educação Básica.

As atividades desenvolvidas no âmbito do LEMM caracterizam-se como um sistema de atividade na perspectiva da Teoria da Atividade de Engëstrom, pois envolve vários interlocutores, ou seja, grupos formados com historicidade diferentes para o trabalho coletivo, na busca de significados, de formação pessoal e profissional, na medida em que esses sujeitos alunos e comunidade se envolvem.

Ou seja, assumo a Modelagem Matemática nesse estudo "como um sistema de atividade que contempla um ambiente de experimentação favorável a aprendizagem de sujeitos por meio de interações com o objeto, os artefatos, as regras, a divisão do trabalho e a comunidade do sistema" (BRAGA, 2015, p. 42). Esse contexto é frutífero para o processo formativo do professor de Matemática, pois como coloca Ponte (2014)

> [...] em relação a aprendizagem dos alunos, também relativamente aos professores tem vindo a afirmar-se uma perspectiva de formação de cunho experiencial, que valoriza a atividade do aprendente em contextos tanto quanto possíveis autênticos,

> em termos que é a missão e a identidade do professor. Daí, a valorização da prática como o ponto de partida da formação e o foco na aprendizagem do aluno (p.343)

Tanto quanto possíveis e autênticos para pensar a formação do professor de matemática, está também o envolvimento com a iniciação científica, com atividades de Modelagem Matemática, com espaços de aprendizagens outros que extrapolem a dinâmica de uma sala de aula convencional.

Metodologia da Pesquisa

A natureza básica desse estudo está garantida pelos conhecimentos fundamentais gerados com a mesma. A condução da investigação ocorreu dentro de uma abordagem, qualitativa (CRESWELL, 2010), pela adequação ao contexto da pesquisa. Além disso, quanto ao objetivo, o estudo tem caráter explicativo, por considerar que para além da descrição dos fatos observados se preocupou em explicar suas causas. Quanto aos procedimentos trata-se de uma pesquisa de campo, por considerar o acompanhamento das ações dos estudantes envolvidos.

A opção pelo uso de observação, acompanhamento das produções via registros escritos e audiovisuais, anotações em diário de campo foi essencial durante os encontros no LEMM, em momentos distintos ou não com cada estudante, sujeito dessa pesquisa. Além disso foi aplicado questionário, com objetivo de extrair pontos e contrapontos que se alinhassem a compreensão das ações dos sujeitos.

Os estudantes bolsistas participaram em momentos distintos de cursos de Modelagem Matemática desenvolvidos no LEMM, que sempre têm o objetivo de fazer Modelagem Matemática a partir de temas de interesse dos mesmos e fomentar a iniciação científica. Assim como todos produziram resultados de suas modelagens em eventos científicos, e além do estudo teórico, também tinham que organizar atividades de Modelagem Matemática. Esse contexto foi vivenciado do início do 2º semestre de 2018 ao final 2º semestre de 2019, considerado o tempo de aplicação do estudo longitudinal.

Esse modelo de envolvimento está evidenciado na articulação com o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) Resolução 5044/2018, envolvendo todas as ações cumpridas na vigência em que o LEMM enquanto projeto no âmbito do LABINFRA[1]. E a dinâmica das

---

[1] SUBPROGRAMA DE APOIO À INFRAESTRUTURA DE LABORATÓRIOS DE ENSINO DE GRADUAÇÃO.

atividades realizadas em formato de curso se deu a partir das etapas sugeridas por Bassanezi (2012): escolha de temas; Coleta de dados, por pesquisas bibliográficas ou experimentos programados; Análise de dados e formulação de modelos; validação do modelo. O que não implica que os bolsistas a implementarem suas atividades planejadas utilizaram da mesma dinâmica.

Uma vez levantado as atividades nas quais os estudantes bolsistas participaram no fazer Modelagem Matemática no LEMM, os mesmos foram estimulados a organizar uma atividade para implementação com outros estudantes do curso de Matemática como forma de inseri-los como mediadores do processo didático-pedagógico de Modelagem Matemática. Ou seja, em ambos os casos, cumpriram as atividades de organização, acompanhamento e implementação de atividades desenvolvidas no LEMM e desenvolveram seus trabalhos de conclusão de curso a partir de atividades vivenciadas com outros estudantes do curso de graduação no LEMM.

Todos os dados e informações coletados no período de implementação foram organizados e estão descritos na seção seguinte e sua análise se deu pelo entendimento teórico na seção de resultados e discussões.

Descrição e discussão das atividades de Modelagem Matemática implementadas

Nessa seção descrevo basicamente as temáticas com as quais os estudantes bolsistas se envolveram quando de suas participações no LEMM, bem como a atividade de Modelagem Matemática que cada um implementou com outros estudantes de graduação no mesmo ambiente e que culminou em seus trabalhos de conclusão de curso (TCC). Os mesmos são apresentados no texto por nomes fictícios: bolsista Flor e bolsista Nero; sendo a primeira bolsista voluntária do projeto e o segundo, bolsista de fomento.

A Bolsista Flor

A bolsista Flor participou do LEMM no período de 2017 a 2019. Dentre as várias temáticas desenvolvidas por ela, todas são resultantes de processo de Modelagem Matemática desenvolvidos no LEMM, sob minha supervisão e orientação. Não menciono os eventos nos quais as mesmas foram publicadas, mas estão listadas apenas as atividades que resultaram em publicação em evento científico e TCC.

Modelagem matemática com uso do arduino uno, modalidade pôster, teve como objetivo utilizar a tecnologia no ensino da matemática, para nos auxiliar na execução da ideia de um sistema automático de plantas de pequeno porte, trabalhando com modelagem matemática e uma placa composta por um micro controlador, o Arduíno Uno, com o objetivo de facilitar a identificação do estado do solo do plantio em seco, moderado ou úmido, para que assim a irrigação seja feita de maneira correta, considerando o tempo e mudanças de temperaturas.

- ✓ **Dilatação volumétrica e modelagem matemática através de um experimento com dois ovos**, modalidade Relato de experiência, e descreveu um experimento de modelagem matemática com ovos envolvendo fenômenos da termodinâmica, abrangendo grandezas físicas. O objetivo da experiência foi discutir sobre a dilatação volumétrica de ovos, mediante a submissão dos mesmos a altas e baixas temperaturas, para isso se fez necessário a apropriação das equações de dilatação tanto volumétrica quanto a de dilatação linear, para estimar quantitativamente o coeficiente de dilatação volumétrica do ovo.
- ✓ **O laboratório experimental de modelagem matemática como espaço de aprendizagem**, modalidade pôster, objetivou analisar a Modelagem Matemática aplicada no LEMM com foco no ensino e aprendizagem de matemática.
- ✓ **Labotatório experimental de modelagem matemática e a formação de seus participantes**, modalidade Resumo expandido, objetivou analisar a influência da Modelagem Matemática na formação dos discentes participantes de atividades desenvolvidas no LEMM-UFPA.
- ✓ **O fazer modelagem matemática em uma atividade sobre simetria na natureza**, modalidade TCC, e objetivou discutir o fazer Modelagem Matemática dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática

Os estudos derivados de processos de Modelagem Matemática no LEMM realizados pela bolsista Flor, tanto fomentaram a iniciação científica como também foram estímulo para implementação de atividade de Modelagem Matemática para observação e construção do seu Trabalho de Conclusão de Curso. Deste último interessa descrever alguns fatos.

É evidenciado no objetivo do TCC da bolsista Flor a discussão do processo de Modelagem que foi motivado pela atividade envolvendo Simetria na Natureza, e a partir dessa temática o fazer dos 13 estudantes de graduação em Licenciatura em Matemática, de diferentes semestres, que participaram da atividade que aconteceu em quatro encontros no mês de outubro de 2019, um encontro vespertino por semana.

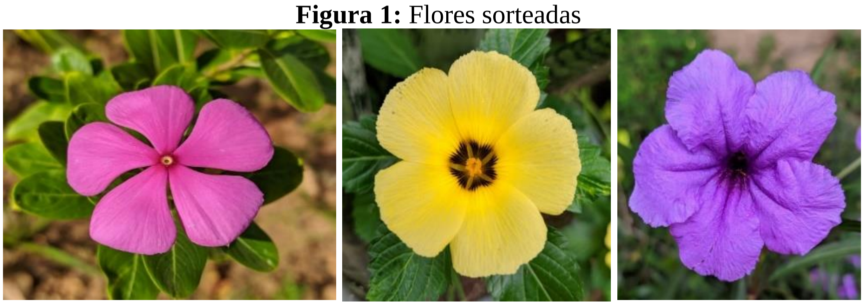
A mesma se apropriou de tecnologias manuais e digitais, exposição da matemática presente na resolução do problema simetria na natureza, trabalhando com um elemento natural, flores. Mas salientou que "abordar conceitos matemáticos e estruturá-los em condições de uso para a obtenção de resultados dentro da Modelagem Matemática ainda é um desafio" (SOUZA, 2019a, p.11).

Como o tema da atividade Simetria na Natureza foi propositivo, a bolsista Flor se apropriou das etapas sugeridas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), que organizam o processo de Modelagem Matemática por fases: 1) inteiração, 2) matematização, 3) resolução, 4) interpretação de resultados e validação. Apesar do direcionamento da atividade por etapas, a bolsista Flor enfatiza que

> [...] modelar não se restringe a seguir passos de comando, mas seguir um processo livre com práticas de dominâncias do indivíduo, ou seja, os resultados encontrados, revelam características que envolvem o meio, condições e ferramentas que o modelador está inserido e utilizou (SOUZA, 2019a, p. 27)

Divididos os estudantes participantes da atividade, em três grupos, foi realizado um sorteio de imagens de flores distintas, na sequência da imagem 1: flor Boa noite, Damiana e Petúnia Mexicana.

Figura 1: Flores sorteadas

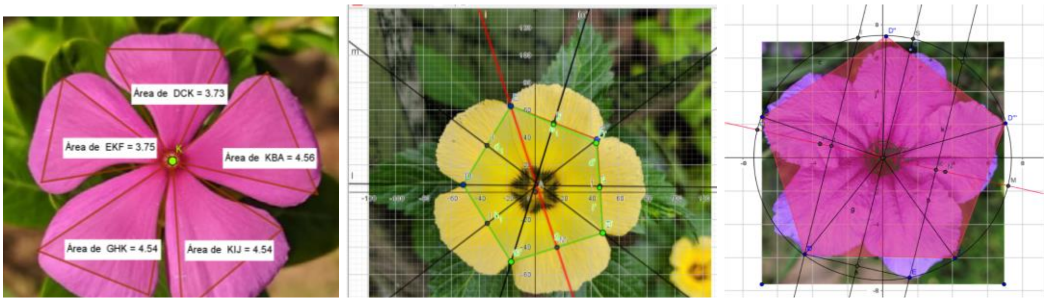


Fonte: Souza, 2019a.

O objetivo da atividade de Modelagem Matemática foi identificar a simetria presente nas características das flores sorteadas. E apesar das equipes optarem pelo GeoGebra, antes, porém, realizaram processos manuais utilizando recursos de desenho geométrico. A ideia da matematização foi bastante reforçada pela bolsista Flor com os participantes da atividade, pois os mesmos suprimiam alguns passos do processo matemático.

Para Roux (2013, p.04) "em geral, o termo "matematização" refere-se à aplicação de conceitos, procedimentos e métodos desenvolvidos em matemática para objetos". Podendo envolver informações outras áreas do conhecimento. E nesse sentido ao utilizar elementos da Geometria Euclidiana nos primeiros traçados manuais até assumirem o uso do GeoGebra, fica evidente a opção pela demonstração geométrica.

Figura 2: Validação dos processos de cada equipe



Fonte: Souza, 2019a

A imagem 2, é resultante dos processos matemáticos realizados por cada equipe, na sequência: equipe 1, equipe 2 e equipe 3. A matematização para os estudantes de todas as equipes envolvidas se concentrou na busca por repertório matemático que pudesse se adequar ao formato das flores selecionadas.

A equipe 1 trabalhou com o comprimento das pétalas para encontrar a constante da razão de semelhança, considerando o maior lado do triângulo formada para cada pétala. Na sequência usaram ao inserir um triângulo em cada pétala para que cada um tocasse a borda da pétala, usaram o modelo $A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$ para o cálculo da área de cada triângulo e posteriormente o cálculo da razão de semelhança entre as áreas dos triângulos de cada pétala. E chegaram a conclusão que “em relação aos maiores lados no triangulo temos que o percentual médio de semelhança é 90,75%. E em relação a área dos triângulos, temos que que o percentual médio de semelhança entre as pétalas é de 89,75%” (SOUZA, 2019a, p. 34)

A equipe 2 associou a flor de cinco pétalas a um polígono de cinco lados, sendo esta figura desenhada no interior da flor, ligando os pontos na primeira intersecção de fora para dentro. Ou seja, dividiram as pétalas por meio da associação com um pentágono.

Após a representação dos pontos médios dos segmentos de cada pétala, comparando as coordenadas dos pontos de reflexão obtidos com as coordenadas dos pontos médios e vértices do pentágono. Isso permitiu concluírem que os pontos de reflexão possuem diferenças em relação ao ponto de simetria da flor.

De todo o processo, a equipe 2 concluiu que “a flor trabalhada possui uma simetria bilateral. Evidenciando que os números encontrados na natureza são aproximados, e foi possível provar através do processo de construção de um pentágono e auxílio de retas e pontos de reflexão” (SOUZA, 2019a, p. 38).

A equipe 3 utilizou também o GeoGebra para marcar dois pontos aleatórios nas extremidades inferiores de duas pétalas e traçar o segmento de reta e determinar o ponto médio do mesmo. Na sequência foi traçado uma reta perpendicular do ponto médio a um ponto aleatório marcado na extremidade superior da flor encontrando o centro da circunferência. Esse processo culminou na formação do pentágono regular. Essa equipe foi a única que não utilizou justificativa numérica para garantir que algumas pétalas são mais simétricas que outras.

A bolsista Flor, sob minha orientação acompanhou todos os processos realizados pelas equipes, bem como interagiu com os processos matemáticos desenvolvidos pelos estudantes participantes da atividade. E dentre as dificuldades observadas, destaco a angustia da bolsista com a liberdade com que as equipes tiveram para discutir suas ideias. Essa angustia esteve associada ao papel da bolsista na condução da atividade, pois as equipes buscavam diálogo com a mesma sobre suas ideias.

Além disso a pré concepção de modelo da bolsista Flor adquirida em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas anteriormente que envolviam modelos algébricos, a fez ampliar a forma como compreendemos modelos matemáticos. E que apesar de muitos modelos estarem postos na literatura, nem sempre esses adequam ao contexto investigado.

O bolsista Nero

O bolsista Nero participou do LEMM no período de 2018 a 2020. Como explicitado no caso da bolsista Flor, aqui também todas as atividades são resultantes de processo de Modelagem Matemática desenvolvidos no LEMM, sob minha supervisão e orientação. Não menciono os eventos nos quais as mesmas foram publicadas, mas estão listadas apenas as atividades que resultaram em publicação em evento científico e TCC.

- ✓ **Experiência de modelagem matemática na escola madre maria viganó**, modalidade Resumo expandido, e objetivou analisar a percepção dos alunos do 9º ano do ensino fundamental com experimentos do tempo de queima de uma vela e de raios solares como uma régua infinita.

- ✓ **Discussão da reforma da previdência via modelagem matemática para a educação básica,** resumo, objetivou discutir a temática da reforma previdenciária e os modelos envolvidos na mesma.
- ✓ **Modelagem matemática na educação básica como ferramenta de ensino e aprendizagem**, modalidade resumo expandido, objetivou envolver alunos da educação básica em experimentos envolvendo Modelagem Matemática.
- ✓ **Abordagem de problemas de otimização com equações diferencias, modalidade resumo expandido, objetivou** maximizar ou minimizar uma função definida sobre um determinado domínio, a fim de que analisado um determinado fenômeno possa-se proceder da forma mais recomendada.
- ✓ **Métodos diversos em processo de modelagem matemática,** modalidade TCC, objetivou analisar como os graduandos percebem e se apropriam de métodos diversos para a resolução de uma mesma situação-problema.

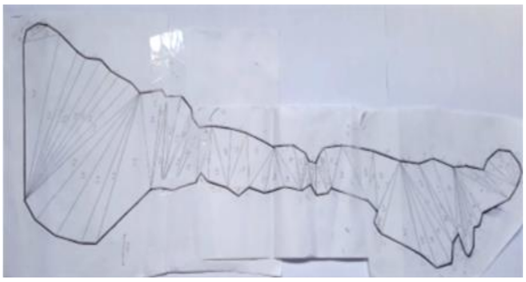
Os diversos métodos para resolução, foco do trabalho de TCC do bolsista Nero, foram evidenciados a partir da atividade envolvendo a área de um lago, desenvolvida com 15 estudantes, divididos em quatro equipes, de graduação em Licenciatura em Matemática, de diferentes semestres, que participaram da atividade que aconteceu em quatro encontros no mês de outubro de 2019, um encontro matinal por semana.

A situação problema apresentada aos participantes envolvia a forma irregular de um lago, pois não havia um modelo pré-estabelecido. Daí em comum acordo as equipes formadas delimitaram a área via registro do Google Maps, do lago do Ibiapuera, lcoalizado na cidade de Castanhal. Todos os grupos apresentaram mais de uma resolução e compararam seus resultados entre si, bem como discutiram as aproximações reveladas pelos cálculos.

Da própria decisão em comum das equipes pelo registro do Google Maps já dá indícios do processo de matematização das equipes, pois já delimita a região que se quer determinar a área aproximada. Entenderam que se tratava de um problema matemático, ou seja, como determinar a área de uma região plana irregular. Daí as equipes utilizaram alguns métodos para resolução de problemas similares, tais como método das malhas quadriculadas e planificação em softwares matemáticos (GeoGebra e Graph).

A equipe A adotou o método da divisão da área do lago em vários triângulos e o método de contar quadrados, ver imagem 3.

Figura 3: divisão vários triângulos (Equipe A)

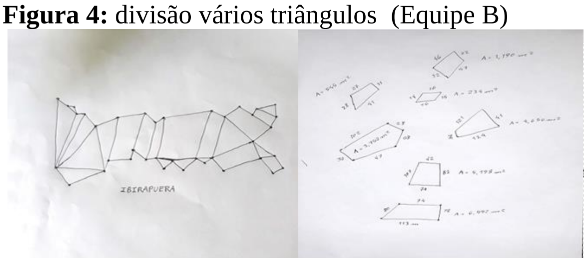


Método de contar quadrados ((Equipe A)

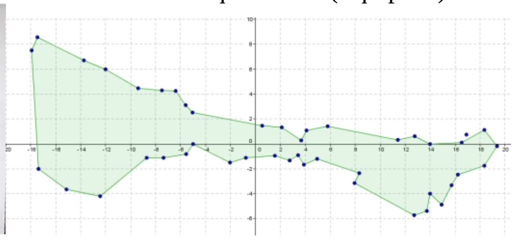
Fonte: Souza, 2019b.

Para o cálculo das áreas dos triângulos os estudantes do grupo escolheram a fórmula de Heron, cujo cálculo se dá em função exclusivamente dos seus três lados, usando a planilha do excel para organizar os vários triângulos formados. A **equipe B** usou dois métodos (Imagem 4): a divisão da área do lago em vários polígonos regulares e o segundo foi a planificação da área do lago no GeoGebra.

Figura 4: divisão vários triângulos (Equipe B)



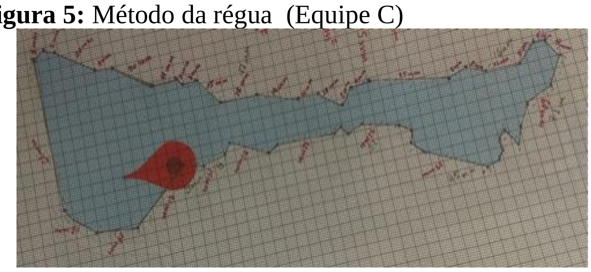
Método de contar quadrados (Equipe B)



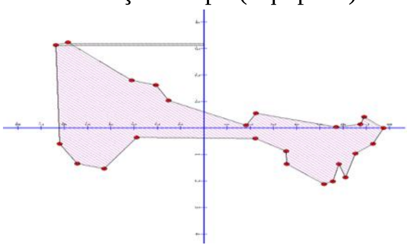
Fonte: Souza, 2019b.

A **equipe C** utilizou dois métodos (Imagem 5) para resolver a situação-problema o primeiro eles denominaram de "método da régua", envolvendo perímetro e segmento de reta, e o segundo foi o método de contar quadrados, similar ao usado pela equipe A. A **equipe D** utilizou o método de planificação da área do lago no Graph, um método direto, pois o próprio software calculou a área do gráfico.

Figura 5: Método da régua (Equipe C)



Planificação Graph (Equipe D)



Fonte: Souza, 2019b.

Apesar dos vários métodos adotados pelos grupos todos os métodos convergiram para um resultado aproximado. E a validação do resultado se deu através da comparação dos resultados entre grupos e do resultado da calculadora de área do Google Maps. Um aspecto da matematização está relacionado ao que o aluno precisa saber sobre uma situação e outros conhecimento necessários para abordá-lo. E apesar de nesse problema da área do lago Ibiapuera os estudantes terem focado nos métodos para determinar a área do mesmo, também foi preciso que tivessem domínio sobre os softwares que usaram para auxiliar na atividade.

Dessa atividade o bolsista Nero, destaca algumas contribuições da experiência para a prática docente, a saber:

> [...] a contribuição para um ensino contextualizado capaz de despertar interesse, motivação e participação dos estudantes na edificação do saber; favorecimento e valorização do estudante no desenvolvimento de aspectos de criticidade, a consciência da importância de sua participação na sociedade, e a competência de associar o “conteúdo matemático” com seu dia a dia (SOUSA, 2019b, p.40)

Foi possível identificar também, pela postura do bolsista Nero, uma tentativa “frustrada” de aprofundar os conhecimentos matemáticos nessa atividade, pois o mesmo havia modelado previamente utilizando ferramentas do Cálculo diferencial e integral a priori. No entanto, foi reconhecido pelo mesmo que não se pode “forçar” um modelo matemático e que o repertório mais imediato dos estudantes envolvidos tem papel decisivo nessa escolha.

Assim, pode-se dizer que intrigados com possibilidades de aplicabilidade da matemática na vivência do discente é condição necessária para pensar em uma proposta de Modelagem Matemática. Essa afirmação constituiu mote para pensar nas temáticas possíveis do trabalho pelos bolsistas. Desse modo, ambos os bolsistas precisaram se inteirar sobre suas temáticas para organizar as atividades. Como resultado, naturalmente se viram envolvidos com os encaminhamentos necessários para se fazer Modelagem Matemática em sala de aula, uma vez que já vinham vivenciando esse fazer no LEMM, o que reforçou a ideia de elaboração e modelos matemáticos diversos para flores diferentes ou para um mesmo problema como o caso do lago Ibiapuera.

Dentre as contribuições desse envolvimento de iniciação científica no âmbito do LEMM, listadas pelos bolsistas e que reforçam o ambiente provocador da Modelagem Matemática para a formação inicial, a saber:

Percepções diferentes para solucionar/tentar um problema; entender a presença da matemática transitando por todo lugar; e principalmente no meu desempenho de produção, exercitei e finalizei minhas atividades acadêmicas dentro do LEMM. (Bolsista Flor)

Elevou a qualidade da minha formação inicial como professor e promoveu a integração entre o que eu aprendi na educação superior e o que eu vou ensinar na educação básica, bem como contribuiu para a articulação entre teoria e prática necessárias à minha formação, elevando a qualidade das minhas ações acadêmicas. (Bolsista Nero)

Conclusões

O ambiente de ensino e aprendizagem provocado por uma atividade de Modelagem Matemática envolve uma expectativa prática de como se faz Modelagem Matemática enquanto processo de obtenção de modelo ou de como fazer uso da mesma na condição da prática de sala de aula.

Esse mesmo ambiente foi mote para discutir no âmbito da pesquisa qualitativa "microprocessos, por meio de ações sociais individuais e coletivas" (SILVA, 2008, p.27) e é por isso que os estudantes que se envolvem com o curso vêem na pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) uma possibilidade de implementar Modelagem Matemática na prática de sala de aula. O que ficou evidente no caso dos dois estudantes bolsistas, que implementaram atividade de Modelagem Matemática e trouxeram os resultados experienciado em seus TCC's.

As ações implementadas constituíram o próprio planejamento do projeto que previa vivência de ambiente de investigação em Modelagem Matemática com tecnologias digitais ou não, seja por pesquisas programadas, experimentos simples ou bibliográfica a partir de bases de dados oficiais, a produção de textos acadêmicos, com submissões em eventos científicos.

Esse envolvimento dos estudantes bolsistas estimulados pela iniciação científica, tanto promoveu o envolvimento significativamente relevante na área da Modelagem para Educação Matemática, quanto proporcionou a produção de novos conhecimentos, a produção de trabalhos acadêmicos-científicos e culminou na pesquisa de trabalho de conclusão de curso, favorecendo a prática do(a) professor(a) pesquisador(a), podendo gerar novas pesquisas científicas a partir do entendimento de que os mesmos podem e devem fazer pesquisa a partir das suas práticas futuras de sala de aula.

Agradecimentos

Agradeço a Pró-Reitoria de Ensino de Graduação da Universidade Federal do Pará (PROEG) que por meio do Edital PROEG 02/2018 contemplou projetos para Subprograma de Apoio à Infraestrutura de Laboratórios de Ensino – LABINFRA do Programa de Apoio à Qualificação do Ensino de Graduação – PGRAD.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BRAGA, Roberta Modesto. **Modelagem Matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias**. 2009. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Científica e Matemática, Universidade Federal do Pará, 2009.

BRAGA, Roberta Modesto. **Aprendizagem em modelagem matemática pelas interações dos elementos de um sistema de atividade na perspectiva da teoria da atividade de engeström**. 2015. 133 f. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará, Belém/PA.2015.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Temas e modelos**. 1ª ed. Campinas: Edição do autor UFABC, 2012.

CRESSWELL, John W. **Projeto de pesquisa:** método qualitativo, quantitativo e misto. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2010. Trad. Magda Lopes.

MEYER, joão Frederico da Costa A; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PONTE. João Pedro da. Formação do professor de matemática: perspectivas atuais. In, PONTE, João Pedro da (org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. 2014.

ROUX, Sophie. **Formas de Mathematização (século XII-XVII)**. Disponível em: https://www.academia.edu/7210449/Forms_of_Mathematization_14th-17th_Centuries_. Acesso em setembro de 2021.

SILVA, Otto Henrique Martins. **Professor – pesquisador no Ensino de Física**. Curitiba: Ibepex, 2008.

SOUZA, Carolina Rodrigue. **O fazer modelagem matemática em uma atividade sobre simetria na natureza**. 2019. 45f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal do Pará, Castanhal/PA, 2019a.

SOUZA, Rodrigo do Nascimento. **Métodos diversos em processo de modelagem matemática.** 2019. 48f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal do Pará, Castanhal/PA, 2019b.

TURRIONI, Ana Maria Silveira; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3 ed. Campinas/SP: Autores Associados, 2012. p. 57-76.

Recursos Semióticos Na Produção De Signos Em Atividades De Modelagem Matemática

Semiotic Resources In Sign-making Of Mathematical Modelling Activities

Paulo Henrique Hideki Araki
Universidade Estadual de Maringá
phh.araki@gmail.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
karinasilva@utfpr.edu.br

Resumo
Neste artigo temos como objetivo apresentar nossas reflexões acerca da questão: como diferentes recursos semióticos são mobilizados por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática? Para isso, analisamos duas atividades desenvolvidas por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola do estado do Paraná. A análise qualitativa dessas atividades se pauta em pressupostos da Modelagem Matemática e da Semiótica, mais especificamente dos recursos semióticos, mobilizados pelos alunos na produção de signos no desenvolvimento das atividades em que os dados foram coletados empiricamente. A partir do processo analítico evidenciamos que a mobilização de recursos semióticos se deu a partir de três necessidades – de problematização, de abordagem experimental e de matematização – de modo que os signos produzidos estavam relacionados ao problema, ao fenômeno observado experimentalmente e a objetos matemáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Semiótica; Experimentos investigativos; Anos finais do Ensino Fundamental.

Abstract
In this article we aim to present our reflections about the question: how different semiotic resources are mobilized by students of final years of Elementary School in the development of mathematical modelling activities? Therefore, we analyzed two activities developed by students of final years of Elementary School of a school located in the state of Paraná. The qualitative analysis of those activities is based on assumptions of Mathematical Modelling and Semiotics, more specifically on semiotic resources, mobilized by students in sign-making during the development of activities in which data were empirically collected. From the analytical process we evidence that the mobilization of semiotic resources occurred from three needs – of problematization, of experimental approach and of mathematization – so that signs produced were related to the problem, to the phenomenon experimentally observed and to mathematics objects.

Keywords: Mathematics Education; Semiotics; Experimental investigation; Final years of Elementary School.

Introdução

Dos ábacos às calculadoras científicas, do lápis e papel aos *softwares* de realidade aumentada, a Matemática sempre contou com uma variedade de recursos produzidos e aplicados em prol de sua ação educativa. Em contexto de sala de aula, tais recursos encontram-se à disposição de professores e alunos, oferecendo suporte aos processos de ensino e de aprendizagem (ALVES; MORAIS, 2006), de tal modo que o engajamento na disciplina pressupõe, inevitavelmente, a sua mobilização em diversas situações.

Diante de uma perspectiva semiótica, esses recursos podem estar diretamente associados à produção de signos, ao passo que Mavers (2004) os caracterizam como recursos semióticos. Deste modo, podem estar relacionados com o entendimento e com a atribuição de significados acerca de objetos matemáticos, à medida que sua mobilização não é tida apenas como uma forma de expressar a Matemática, mas como parte intrínseca de sua existência (LEMKE, 1998).

Na literatura, o estudo de signos em Educação Matemática se mostra prolífico. Em especial, podemos citar as contribuições para a pesquisa em Modelagem Matemática (YOON; MISKELL, 2016; ALMEIDA; SILVA, 2017; WEINGARTEN; VECCHIA, 2017; SILVA; ARAKI; BORSSOI, 2018; ALMEIDA; GOULART, 2020; ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2021), evidenciando a relevância dessa investigação.

Considerando nosso interesse no uso de recursos semióticos para a produção de signos no âmbito de atividades de modelagem matemática, nos debruçamos em investigar: *Como diferentes recursos semióticos são mobilizados por alunos nos anos finais do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?*

Diante do exposto, descrevemos nas próximas seções a nossa compreensão sobre Modelagem[1] e sobre recursos semióticos para a produção de signos, a metodologia que subsidiou a constituição do corpus dessa pesquisa, a descrição e a análise de duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas[2] por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e trazemos algumas reflexões acerca da questão de investigação.

Modelagem Matemática na Educação Matemática

No que se refere à Modelagem, entendemos se tratar de uma possibilidade de interpretação de fenômenos e situações reais, pertencentes ao domínio extramatemático, à luz de ferramentas do domínio matemático. Blum e Niss (1991) argumentam que tal articulação entre os dois domínios se concretiza por meio de uma tradução da linguagem natural do fenômeno para uma linguagem matemática, com vistas a se obter um modelo

[1] Para fins textuais, utilizamos o termo Modelagem com o mesmo sentido que Modelagem Matemática.
[2] O desenvolvimento das atividades se deu de modo presencial, em um período anterior à pandemia de COVID-19.

matemático da situação inicial. A partir da dedução do modelo matemático, então, as informações e os resultados são “re-traduzidos para o mundo real, ou seja, interpretados em relação à situação inicial” (BLUM; NISS, 1991, p. 39, tradução nossa).

Corroborando esse entendimento, Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam uma atividade de modelagem matemática como sendo aquela que parte de uma situação inicial (problemática) e chega a uma situação final (solução para o problema), por intermédio de cinco fases: a *inteiração*, com base na identificação e estruturação da situação-problema a ser investigada; a *matematização*, demarcada pela transição de linguagens (natural para matemática), visualização e utilização de símbolos para realizar descrições matemáticas; a *resolução*, a partir da dedução do modelo matemático adequado para a descrição e análise de aspectos relevantes da situação investigada; a *interpretação de resultados* obtidos a partir do modelo matemático e que servem de resposta para a situação-problema; e a *validação*, processo avaliativo da representação matemática associada ao problema, considerando os procedimentos matemáticos e a adequação da resposta obtida.

Para Almeida e Silva (2017), o modelo matemático obtido contribui para a descrição, explicação ou predição do comportamento do fenômeno, ao passo que pode ser constituído por diversos tipos de representações, incluindo símbolos, diagramas, gráficos, expressões algébricas e geométricas. Logo, os procedimentos dos alunos

> [...] são mediados pelo uso, pela interpretação e produção de representações. Assim, as representações ocupam um papel importante no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e oferecem elementos para que a obtenção e a interpretação da solução sejam viabilizadas. Além disso, elas são a forma de acesso aos objetos matemáticos e favorecem a compreensão, seja da própria Matemática, seja do fenômeno em estudo (ALMEIDA; SILVA, 2017, p. 209-210).

Nesse sentido, a abordagem de objetos matemáticos que emergem do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática pressupõe considerar sua natureza simbólica. Os símbolos constituem-se enquanto signos, ao passo que seu estudo e análise nos remetem ao arcabouço teórico da Semiótica, à qual se fazem necessárias algumas caracterizações que apresentamos na próxima seção.

Recursos semióticos na produção de signos

A Semiótica, para Charles Sanders Peirce, constitui uma doutrina que viabiliza a compreensão das estruturas do conhecimento, tomando como base a Filosofia associada aos métodos analíticos. A teoria de Peirce encontra-se fundamentada no pressuposto de que a cognição, o pensamento, a compreensão e a aprendizagem podem ser mediadas por signos (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015).

Para Peirce (2015), a noção de signo é evidenciada por uma relação entre três elementos: o *representámen* (ou fundamento do signo), o *objeto* e o *interpretante*. Deste modo:

> Um signo, ou representámen, é aquilo que, sob certo aspecto ou algum modo, representa alguma coisa para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa um signo equivalente ou talvez um signo melhor desenvolvido. Ao signo, assim criado, denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Coloca-se no lugar desse objeto, não sob todos os aspectos, mas com referência a algum tipo de ideia que tenho, por vezes, denominado o fundamento do representámen (PEIRCE, 2015, p. 46).

A partir dessa caracterização, podemos entender que o signo é uma coisa capaz de representar outra (seu objeto), inacessível à percepção humana. O signo encontra-se no lugar do objeto, possibilitando que alguém seja capaz de interpretar essa relação. Signos podem emergir a partir da mobilização de alguns recursos semióticos, ou seja, de um conjunto de ações e artefatos utilizados no processo de comunicação, sejam estes produzidos fisiologicamente ou com o auxílio de aparatos tecnológicos (VAN LEEUWEN, 2005).

Em nosso cotidiano, fazemos uso de diversos tipos de recursos semióticos, sejam estes na forma de um esquema, um diagrama, uma imagem, um gesto, dentre outras manifestações. Segundo Mavers (2004), o processo de escolha de recursos semióticos mais adequados depende da capacidade que um indivíduo possui em adaptá-lo a seu favor. Corroborando esse entendimento, van Leeuwen (2005) argumenta que diversos tipos de recursos podem ser empregados de forma simultânea, trabalhando conjuntamente para a construção de um significado único e fornecendo um produto final que melhor atenda as suas necessidades.

O processo de escolha dos recursos semióticos mais apropriados, para além do seu potencial semiótico, depende da capacidade que um indivíduo possui em adaptá-lo a seu favor. Nesse sentido, Mavers (2004) afirma que um recurso semiótico nunca está prontamente apropriado para servir às necessidades de quem o utiliza, sendo necessário promover adaptações sobre o mesmo.

Dado o seu potencial, a análise de recursos semióticos utilizados no âmbito da disciplina de Matemática pode constituir uma etapa fundamental no ensino e na aprendizagem. O engajamento em Matemática implica, inevitavelmente, lidar com diferentes tipos de recursos semióticos. A habilidade de ler e usar diferentes recursos semióticos também é tida como uma competência a ser desenvolvida pelos alunos, ao passo que ser fluente no uso desses recursos pode ser percebido como ser matematicamente proficiente (DYRVOLD, 2016).

Invariavelmente, o uso de recursos semióticos pode ser evidenciado no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Ao analisar o raciocínio cúbico em alunos inseridos em um contexto de aulas com Modelagem, Yoon e Miskell (2016) destacaram o potencial dos recursos semióticos na visualização e testagem de diferentes abordagens matemáticas no decorrer do ciclo de modelagem. Almeida e Goulart (2020) identificaram recursos semióticos ativados na comunicação e organização do pensamento de estudantes em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral quando desenvolvem atividades de modelagem matemática. Em nossa investigação, todavia, estamos interessados nos recursos semióticos mobilizados por alunos do Ensino Fundamental.

Encaminhamentos metodológicos

De forma a evidenciarmos como diferentes recursos semióticos são mobilizados por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, analisamos duas atividades desenvolvidas por sete alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola situada no estado do Paraná em pesquisa do primeiro autor (ARAKI, 2020). As atividades foram desenvolvidas ao longo do ano letivo de 2018, em contraturno às atividades regulares da turma.

Considerando o interesse do professor[3] em conciliar conteúdos estudados na disciplina de Matemática e conteúdos próprios das Ciências, decidiu-se que as temáticas das atividades estariam ancoradas na realização de experimentos investigativos, como caracterizados por Suart e Marcondes (2009, p. 55). Para os autores, trata-se de uma atividade em que os alunos se mobilizam "à procura de uma metodologia para sua resolução", recorrendo à manipulação de artefatos experimentais.

Os dados que subsidiaram nossas análises são oriundos de gravações de vídeo e áudio, capturados no desenvolvimento das atividades, bem como de registros escritos dos alunos. A coleta de dados se deu mediante autorização dos pais dos alunos, com o preenchimento de um termo de consentimento livre e esclarecido.

[3] O professor responsável, primeiro autor deste artigo, possui formação em Matemática e Química.

De um ponto de vista metodológico, foi realizada uma pesquisa de abordagem qualitativa, pois os investigadores “estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 51).

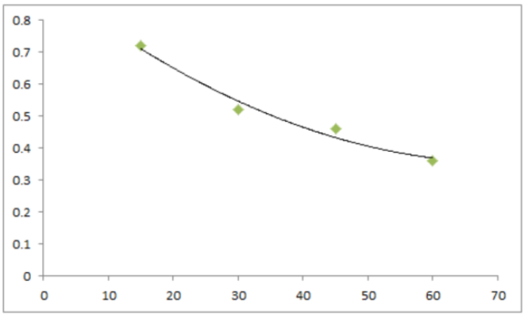
Descrição das atividades desenvolvidas

Nesta seção apresentamos os encaminhamentos de duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por dois grupos de alunos. A escolha do tema e dos procedimentos de coleta e análise de dados ficou a cargo dos alunos, permitindo que os mesmos pudessem investigar situações que fossem de seu interesse. O professor solicitou que apresentassem antecipadamente a temática a ser investigada, de modo a providenciar os materiais e reagentes necessários.

A Atividade 1, intitulada “Plano inclinado”, foi desenvolvida por um grupo de três alunos em horário extraclasse. O interesse pelo tema surgiu a partir da leitura de um texto presente no livro didático de Matemática e que discutia acerca da inclinação de rampas de acessibilidade em espaços públicos. Assim, inspirados por este tópico, os alunos se dedicaram ao desenvolvimento de uma investigação acerca do ângulo de inclinação de um plano, como evidenciada no Quadro 1.

Quadro 1: Atividade "Plano inclinado"

<table>
<tr><td colspan="2">ATIVIDADE 1: Plano inclinado</td></tr>
<tr><td>EXPERIMENTO:
Um tampo de madeira foi arranjado de modo a formar diferentes ângulos com relação ao solo. Tomando como base noções básicas de trigonometria, os alunos determinaram a que distância do solo o tampo de madeira deveria ser apoiado, para que fossem formados os ângulos de inclinação desejados.
<table>
<tr><th>Ângulo (°)</th><th>Altura (cm)</th></tr>
<tr><td>15</td><td>15,3</td></tr>
<tr><td>30</td><td>29,5</td></tr>
<tr><td>45</td><td>41,7</td></tr>
<tr><td>60</td><td>51,1</td></tr>
</table>
Para cada inclinação, foram determinados os tempos que uma bola levava para percorrer toda a extensão do tampo de madeira.
<table>
<tr><th>Ângulo (°)</th><th>Tempo (s)</th></tr>
<tr><td>15</td><td>0,72</td></tr>
<tr><td>30</td><td>0,52</td></tr>
<tr><td>45</td><td>0,46</td></tr>
<tr><td>60</td><td>0,36</td></tr>
</table></td>
<td>RESOLUÇÃO:
Os alunos construíram um gráfico relacionando o ângulo de inclinação do plano com o tempo decorrente, com o auxílio do software Microsoft Excel.



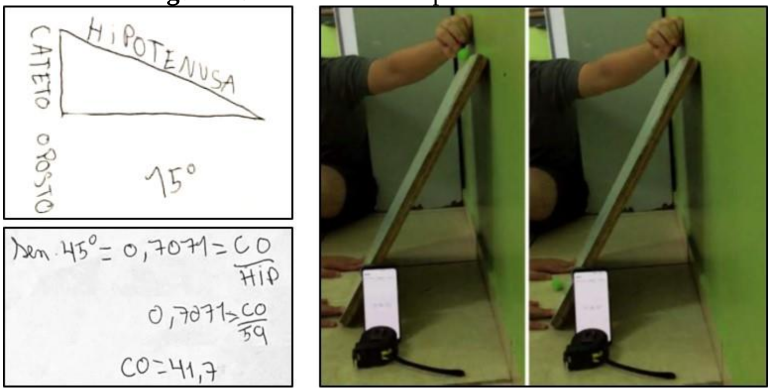
Os alunos encontraram a função:
$y = 0{,}0001x^2 - 0{,}0178x + 0{,}9475$
onde:
x = ângulo de inclinação, em graus.
y = tempo, em segundos.
Logo, para um ângulo de 90°, a bola levaria cerca de 0,16 segundo para percorrer o plano.</td></tr>
<tr><td>PROBLEMA: Qual é o tempo necessário para que uma bola percorra o plano com uma inclinação de 90°?
VARIÁVEIS: Ângulo (°) e tempo (s).</td>
<td>VALIDAÇÃO: Realização de um novo experimento, no qual o tampo de madeira estava arranjado de forma perpendicular ao solo, obtendo um tempo de 0,17 segundo.</td></tr>
</table>

Fonte: dados da pesquisa.

Para a coleta de dados os alunos dispuseram um tampo de madeira de modo a observarem a formação de ângulos de inclinação de 15°, 30°, 45° e 60° em relação ao solo. Inicialmente, os alunos haviam pensado na possibilidade de se utilizar um transferidor para a determinação dos ângulos. Todavia, devido a algumas dificuldades operacionais no uso dessa ferramenta, essa ideia foi alterada.

Para determinar o ângulo entre o tampo de madeira e o chão, os alunos recorreram às noções de trigonometria, conteúdo que havia sido trabalhado anteriormente na disciplina de Matemática. Os alunos associaram o sistema tampo-solo-parede a um triângulo retângulo, possibilitando a realização de cálculos para a determinação da altura, como indicado na Figura 1.

Figura 1: Coleta de dados para a Atividade 1



Fonte: registro dos alunos.

Para a determinação do tempo que a bola levava para percorrer toda a extensão do plano, os alunos recorreram à gravação de vídeo com um telefone celular. Contudo, por se tratar de um fenômeno que ocorria em frações de segundo, foi utilizada a função de gravação em câmera lenta, além de um segundo telefone celular na função cronômetro e captado pela gravação (Figura 1).

Os dados coletados foram, então, dispostos em uma planilha no *software* Microsoft Excel, subsidiando a dedução do modelo matemático para a situação investigada. Os alunos julgaram que uma função polinomial de segundo grau (conforme Quadro 1) apresentou o melhor ajuste aos dados coletados.

De modo a validar o modelo matemático, os alunos refizeram o experimento, desta vez considerando um ângulo de inclinação de 90°. Como os resultados obtidos pela função encontrada (0,16 s) e pelo experimento (0,17 s) foram próximos, os alunos consideraram adequado o modelo matemático deduzido, finalizando a atividade.

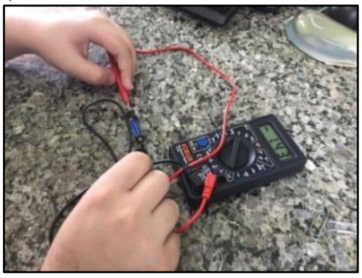
A Atividade 2, intitulada “Pilha de limão”, foi desenvolvida por quatro alunos em horário extraclasse. A inspiração para essa atividade surgiu a partir de um vídeo da *Internet* que mostrava a construção de uma pilha caseira feita com limões, gerando uma corrente elétrica suficiente para acender uma pequena lâmpada de LED. No desenvolvimento da atividade os alunos substituíram pilhas alcalinas convencionais por uma pilha feita de limões, como descrição apresentada no Quadro 2.

Para a coleta de dados, os alunos construíram pilhas contendo diferentes quantidades de limões e, para a determinação da tensão elétrica, o professor auxiliou no manuseio do voltímetro (Figura 2).

Quadro 2: Atividade “Pilha de limão”

ATIVIDADE 2: Pilha de limão

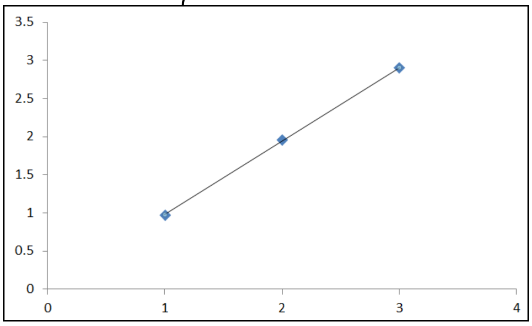
EXPERIMENTO:
Com o auxílio de um voltímetro, os alunos buscaram determinar a tensão de uma pilha alcalina AAA, obtendo 1,43 V.



Para a construção da pilha caseira, foram feitas duas incisões em limões. Em uma delas era adicionada uma moeda revestida de cobre e em outra, um clipe de papel. De modo a ligar mais de um limão em série, foram utilizados fios de cobre com pequenas garras acopladas em suas extremidades. Utilizando o voltímetro, foram determinadas as tensões de pilhas confeccionadas a partir de diferentes quantidades de limões.

Limões	Corrente elétrica (V)
1	0,97
2	1,96
3	2,9

RESOLUÇÃO:
Os alunos construíram um gráfico relacionando a quantidade de limões com a tensão elétrica, recorrendo ao *software* Microsoft Excel.



Encontrando a função:

$$y = 0{,}965x + 0{,}0133$$

onde:
x = número de limões
y = corrente elétrica, em voltz

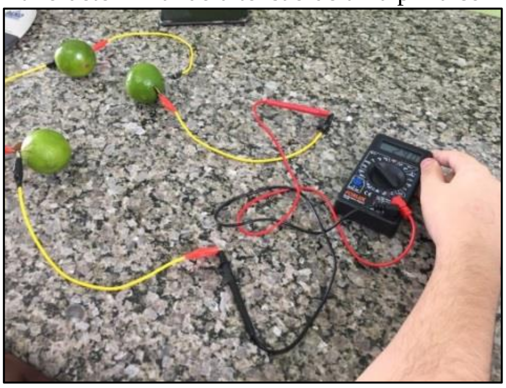
Considerando que três pilhas alcalinas AAA fornecem, juntas, uma corrente elétrica de 4,29 V, seriam necessários, pelo menos, cinco limões na bateria, fornecendo 4,84 V.

PROBLEMA: Em teoria, quantos limões em série seriam necessários para se energizar um equipamento que requer três pilhas alcalinas AAA?
VARIÁVEIS: Número de limões e tensão elétrica (V).

VALIDAÇÃO: Realização de um novo experimento, com uma bateria formada por cinco limões em série, obtendo uma corrente elétrica de 4,78 V.

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 2: Aluno determinando a tensão de uma pilha com três limões



Fonte: dados da pesquisa.

Os valores encontrados foram dispostos em uma planilha no *software* Microsoft Excel, de modo que a dedução do modelo matemático se deu por meio da determinação de uma função afim (conforme Quadro 2), uma vez que, na percepção dos alunos, o gráfico encontrado coincidiu com os dados coletados.

A partir do modelo matemático encontrado, os alunos calcularam a tensão elétrica de uma pilha contendo cinco limões em série, obtendo 4,84 V (segundo o modelo deduzido), de modo a substituir três pilhas alcalinas. Para a validação do modelo, foi feito um novo experimento com uma pilha contendo cinco limões em série, encontrando 4,78 V, valor considerado próximo ao obtido por meio do modelo.

Uma análise dos recursos semióticos mobilizados no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática

Com base no desenvolvimento das atividades, observamos que a mobilização de recursos semióticos se deu com base em três agrupamentos: de uma necessidade de problematização, de uma necessidade de abordagem experimental e de uma necessidade matemática. Tal classificação se deu a partir de similaridades quanto ao contexto de mobilização dos recursos semióticos, os contextos em que eram utilizados e suas finalidades.

No que se referem aos recursos semióticos que foram mobilizados a partir de uma *necessidade de problematização*, evidenciamos que a sua ocorrência encontra-se justificada na produção de signos acerca da situação-problema a ser investigada. Deste modo, percebemos que tanto o *livro didático* (atividade "Plano inclinado") quanto o *vídeo da Internet* (atividade "Pilha de limão") contribuíram diretamente para as escolhas e as ações iniciais dos alunos. Para Mavers (2004, p. 55, tradução nossa), a escolha dos recursos semióticos adequados pode partir de "eventos representacionais moldados por práticas sociais, históricas e culturais". Nesse sentido, os eventos representacionais evocados pelos recursos semióticos na fase de inteiração da atividade de modelagem favoreceram a definição da situação-problema.

Quanto aos recursos semióticos que foram mobilizados a partir de uma *necessidade experimental*, inferimos que sua ocorrência estava atrelada à coleta experimental de dados.

Na atividade "Plano inclinado", os alunos recorreram ao recurso semiótico *trena* para a produção de signos acerca do experimento, uma vez que a aferição do comprimento constituiu uma etapa fundamental para a coleta de dados. A sua utilização ocorreu sem maiores dificuldades, pois se tratava de um recurso semiótico disponível no repertório semiótico daqueles alunos, ou seja, experiências passadas com instrumentos de medida de comprimento possibilitaram a produção de signos universais. Tal ação corrobora com o entendimento de Manechine e Caldeira (2006, p. 3), ao afirmarem que "na medida em que o educando vai se familiarizando e aprendendo determinados signos universais, esses vão se tornando objetos referenciais para a conexão, relação e apropriação de novos signos".

Outro recurso semiótico utilizado nessa atividade foi o *telefone celular*. Neste caso, os alunos mobilizaram esse recurso semiótico para a produção de signos com dois propósitos distintos: para a aferição do tempo e para a gravação em vídeo. A forma como esse recurso foi mobilizado surgiu a partir de uma dificuldade evidenciada no experimento e, embora não tenha sido a intenção inicial de uso, constituiu uma aplicação criativa de mobilização de um recurso disponível aos alunos (YOON; MISKELL, 2016).

Na atividade "Pilha de limão", um recurso semiótico decorrente de uma necessidade de abordagem experimental foi o *voltímetro*. De maneira similar ao evidenciado na atividade anterior, esse recurso possibilitou a produção de signos acerca do experimento de coleta de dados. A escolha por esse recurso nos parece estar em conformidade com a ideia defendida por Mavers (2004, p. 59, tradução nossa), de que se deve "selecionar recursos semióticos apropriados de acordo com a adequação para a tarefa em mão". Apesar de não ter constituído um recurso presente no repertório semiótico dos alunos, pois foi necessária a intervenção do professor, tratava-se de um equipamento bastante difundido para a determinação da tensão elétrica, ao passo que os alunos consideraram como sendo o recurso semiótico mais adequado.

Quanto aos recursos semióticos decorrentes de *necessidade matemática*, evidenciamos que sua mobilização se deu, sobretudo, durante a fase de matematização e resolução das atividades.

Na atividade "Plano inclinado", os alunos recorreram a uma *esquematização de um triângulo retângulo* (Figura 1) ao se remeterem ao plano inclinado, evidenciando a produção de signos acerca do experimento e do objeto matemático razões trigonométricas.

Os signos produzidos a partir desse recurso semiótico foram decisivos para a mobilização de outro recurso: *registros escritos da determinação da altura* (conforme Figura 1). Ao associarem o tampo de madeira utilizado no experimento à hipotenusa de um triângulo retângulo, os alunos tiveram condições para a construção dos planos inclinados, emergindo conhecimento construído sobre razões trigonométricas. Assim, evidenciamos que os alunos recorreram à combinação de recursos semióticos distintos, em busca de uma "integração, não por justaposição ou tradução, mas por integração de seus elementos" (ARZARELLO, 2006, p. 292, tradução nossa). Ou seja, os signos individuais produzidos ao mobilizar cada recurso semiótico possibilitou a compreensão global, um entendimento único (VAN LEEUWEN, 2005).

A utilização de conceitos sobre razões trigonométricas e, por consequência, dos recursos semióticos supracitados, não havia sido prevista pelos alunos. Todavia, como aponta Mavers (2004), os alunos recorrem ao recurso semiótico disponível em seu repertório semiótico que melhor atende às suas necessidades. Logo, dados os imprevistos com a manipulação do transferidor, uma alternativa plausível para os alunos foi razões trigonométricas.

Em ambas atividades, o *software Microsoft Excel* se constituiu enquanto recurso semiótico, uma vez que possibilitou a produção de signos acerca do objeto matemático *função*. Logo, com vistas a obter uma representação matemática simplificada da realidade (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), os alunos, por meio dos dados coletados investigados por diferentes representações, abordam conceitos matemáticos. Esse software foi escolhido, pois fazia parte das aulas do professor.

Por fim, evidenciamos que as *equações das funções* também podem ser entendidas como sendo um recurso semiótico, uma vez que se tratam de "uma representação de um sistema ou cenário que é usado para ganhar compreensão qualitativa e/ou quantitativa de algum problema do mundo real e prever o comportamento futuro" (CIRILLO et al., 2016, p. 9, tradução nossa). Desta forma, com base na sua mobilização em ambas as atividades, tornou-se possível a produção de signos acerca da situação-problema (resposta para a situação-problema inicial), do experimento (resultado a ser obtido experimentalmente) e de objetos matemáticos (função polinomial de segundo grau e função afim).

Considerações finais

A análise dos recursos semióticos mobilizados por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nos permitiu evidenciar que diversos recursos semióticos se mostraram presentes nas ações dos alunos, seja de maneira isolada ou com base em uma combinação de diferentes recursos.

A partir da análise de duas atividades desenvolvidas por dois grupos de alunos, emergiram três agrupamentos que nos possibilitaram inferir sobre a ocorrência de recursos semióticos: de uma necessidade de problematização, de uma necessidade de abordagem experimental e de uma necessidade matemática. De forma geral, os recursos mobilizados a partir de uma necessidade de problematização dizem respeito aos recursos semióticos presentes na fase de inteiração da atividade de modelagem, de modo a produzir signos acerca do problema a ser investigado. Os recursos relacionados a uma necessidade de abordagem experimental fazem alusão àqueles utilizados para a coleta experimental de dados, permitindo a produção de signos relacionados aos fenômenos evidenciados experimentalmente. Já os recursos semióticos associados à necessidade matemática podem estar relacionados à produção de signos acerca do problema, do fenômeno e de objetos matemáticos.

Entendemos que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, sobretudo em contexto de coleta de dados experimentais, para além de possibilitar a contextualização de conteúdos matemáticos, "também têm o potencial de aumentar as relações sociais, atitudes e o crescimento cognitivo" (SUART; MARCONDES, 2009, p. 70) entre os estudantes que as desenvolvem. Isso pode possibilitar o desenvolvimento de uma curiosidade epistêmica, ultrapassando as fronteiras das aulas de Matemática e da própria sala de aula, seja ela presencial ou virtual, em decorrência da pandemia global da Covid-19.

Assim, enquanto uma possibilidade de pesquisa futura, apontamos as possibilidades ofertadas em uma sala de aula virtual. Embora não tenha sido o escopo de nossa investigação, entendemos que as atividades de modelagem matemática a partir da coleta de dados empíricos podem ser desenvolvidas sem a necessidade de equipamentos especializados ou reagentes específicos, ao passo que o acompanhamento e orientação por parte do professor é possibilitada a partir de ferramentas digitais.

Finalizamos esse artigo considerando que os agrupamentos evidenciados não estão sedimentados, visto que foram construídos para um grupo específico de alunos.

Referências

ALVES, C.; MORAIS, C. Recursos de apoio ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. In: VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; CANAVARRO P. (Orgs.). **Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2006. p. 335-349.

ALMEIDA, L. M. W.; GOULART, T. C. K. Recursos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática. **JIEEM**, v. 13, n. 2, p. 286-297, 2020.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. **Bolema**, v. 31, n. 57, p. 202-219, 2017.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA; L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). **Elementos semióticos em atividades de modelagem matemática**. Livraria da Física: São Paulo, 2021.

ARAKI, P. H. H. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática:** uma análise semiótica. 2020. 169 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

ARZARELLO, F. Semiosis as a multimodal process. **Relime**, v. 9, p. 267-299, 2006.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação –** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

CIRILLO, M.; PELESKO, J. A.; FELTON-KOESTLER, M. D.; RUBEL, L. Perspectives on modelin in school mathematics, In: NCTM. **Mathematical and Modeling Mathematics**. USA: APME, 2016. p. 3-16.

D'AMORE, B.; PINILLA, M. I. F.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

DYRVOLD, A. The role of semiotic resources when reading and solving mathematics tasks. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 21, n. 3, p. 51-72. 2016.

LEMKE, J. L. Mathematics in the middle: measure, picture, gesture, sign and word. In: ANDERSSON, M.; SÁENZ-LUDLOW, A.; ZELLWEGER, S.; CIFARELLI, V (Orgs.). **Educational perspectives on mathematics as semiosis**: from thinking to interpreting to knowing. Ottawa: Legas Publishing, 2003. p. 215-234.

MANECHINE, S. R. S.; CALDEIRA, A. M. A. A significação e ressignificação da linguagem gráfica na compensação de fenômenos naturais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBEM, 2006, p. 1-16.

MAVERS, D. E. **Multimodal design:** the semiotic resources of children's graphic representation. 2004. 243 f. Tese (Doutorado em Educação) – Institute of Education, University of London, Londres, 2004.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 4 ed. São Paulo: Perspectiva, 2015.

SILVA, K. A. P.; ARAKI, P. H. H.; BORSSOI, A. H. Tecnologias como recurso semiótico no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 2, p. 362-386, 2018.

SUART, R. C.; MARCONDES, M. E. R. A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no Ensino Médio de Química. **Ciência & Cognição**, v. 14, n. 1, p. 50-74, 2009.

VAN LEEUWEN, T. **Introducing social semiotics**. Nova Iorque: Routledge, 2005.

WEINGARTEN, T.; VECCHIA, R. D. Problema, sentido e significado: a multiplicidade em Modelagem Matemática. **Ciência & Educação**, v. 23, n. 1, p. 219-235, 2017.

YOON, C.; MISKELL, T. Visualising cubic reasoning with semiotic resources and modeling cycles. In: SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (orgs.). **Semiotics as a tool for learning mathematics**: How to describe the construction, visualization, and communication of mathematical concepts. Dordrecht: Sense Publishers, 2016, p. 89-109.

Sobre o problema da *representação* na Modelagem Matemática na Educação Matemática

On the problem of *representation* in Mathematical Modeling in Mathematics Education

Tiago Emanuel Klüber
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste
tiagokluber@gmail.com

Carla Melli Tambarussi
carlatambarussi@hotmail.com

Gabriele de Sousa Lins Mutti
Secretaria da Educação e do Esporte do Estado do Paraná - SEED
gabimutti@gmail.com

Resumo
O texto que aqui apresentamos expressa os estudos que temos realizado no âmbito da Modelagem Matemática na Educação Matemática, bem como aqueles no âmbito da Fenomenologia. Esses estudos têm indicado a complexidade envolta no tema concernente à *representação*. Especificamente no contexto da Modelagem, vemos que a menção ao termo está articulada às palavras *modelo matemático* e *realidade*. Desse modo, o texto é estruturado de tal forma que trazemos, primeiramente, explicitações sobre *representação, modelo matemático* e *realidade*. Na sequência, voltamo-nos para os dois últimos na Modelagem Matemática. E, por fim, esboçamos compreensões sobre a *representação,* que na Fenomenologia, não diz de uma mera representação do *real* ou de um entendimento no qual "fora" está a coisa, e na consciência uma imagem que a representa. Ressaltamos que com o apresentado não estamos questionando o que a comunidade de Modelagem Matemática ou o que, de modo mais geral, é dito sobre a *representação*. Estamos, como expresso na Fenomenologia, colocando em *epoché*[1], trazendo para o diálogo uma outra compreensão, um outro modo de ver. As aberturas interpretativas possibilitadas pelo movimento de atentar aos termos já mencionados, levou-nos ao entendimento de que a representação não é a imagem ou lembrança do objeto refletido na mente e, portanto, o modelo matemático não é mera *representação* da *realidade,* mas sim a expressão matemática do visto por aquele que aí está no mundo.

Palavras-chave: Modelo Matemático; Realidade; Fenomenologia.

Abstract
The text presented expresses the studies that we have carried out in the field of Mathematical Modeling in Mathematics Education, as well as referred to in the field of Phenomenology. These studies indicate the complexity involved in the theme concerning representation. Specifically in the context of Modeling, we see

[1] *Tiro, pois, de circuito todas as ciências que se referem a esse mundo natural*, por mais firmemente estabelecidas que sejam para mim, por mais que as admire, por mínimas que sejam as objeções que pense lhes fazer: *eu não faço absolutamente uso algum de suas validades. Não me aproprio de uma única proposição sequer delas, mesmo que de inteira evidência, nenhuma é aceita por mim, nenhuma me fornece um alicerce* – enquanto, note-se bem, for entendida tal como nessas ciências, como uma verdade sobre realidades deste mundo. Só posso admiti-la depois que lhe conferir parênteses. Quer dizer: somente na consciência modificante que tira o juízo de circuito, logo, *justamente não da maneira em que é proposição na ciência, uma proposição que tem pretensão à validez, e cuja validez eu reconheço e utilizo* (HUSSERL, 2006, p. 81).

that the mention of the term is linked to the words mathematical model and reality. Thus, the text is structured in such a way that we mainly bring explanations about representation, mathematical model and reality. Next, we turn to the last two in Mathematical Modeling. And, finally, we outline understandings about representation, which in Phenomenology, does not say a mere representation of reality or an understanding in which the thing is "outside" and in consciousness an image that it represents. We emphasize that with what has been presented we are not questioning what the Mathematical Modeling community or what, more generally, is said about a representation. We are, as expressed in phenomenology, putting in epoché, bringing to the dialogue another understanding, another way of seeing. The interpretative openings made possible by the movement to pay attention to the terms already originated, led us to the understanding that the representation is not the image or memory of the object reflected in the mind and, therefore, the mathematical model is not a mere representation of reality, but the mathematical expression of the seen by the one who is there in the world.

Keywords: Mathematical Model; Phenomenology; Reality.

Introdução

Ao nos dedicarmos aos estudos concernentes à Modelagem Matemática[2] na Educação Matemática e ao desenvolvermos pesquisas *sobre* e *com* ela, vão se evidenciando aspectos que são fortes à área, os quais, em nossa compreensão, se mostram importantes para que possamos compreendê-la de modo mais aprofundado, pois indicam a complexidade que abrange o seu trabalho em sala de aula.

Um desses aspectos e que trazemos à discussão para o artigo é a *representação*[3]. E por quê? Porque é um termo recorrente na literatura sobre Modelagem na Educação Matemática e, também, na Matemática Aplicada, campo da qual a primeira é proveniente, em sua gênese. Além disso, *representação* é um tema importante na Fenomenologia de Edmund Husserl: perspectiva filosófica que estudamos. Não menos importante, é explicitarmos que o nosso olhar aqui é fenomenológico, no sentido de suspender a atitude natural[4] e as crenças sobre aquilo que é assumido como posto e amplamente aceito. Alinha-se ao pensar filosófico que é abrangente, analítico e reflexivo. Ressaltamos que ao mencionarmos a Modelagem na Matemática Aplicada, fazemos por entender que o modo de compreender a *representação* ainda circula no âmbito da MM na Educação Matemática e, assim, constitui um modo de compreensão que é latente a ambas.

---

[2] Ao longo do texto poderemos nos referir à Modelagem Matemática como Modelagem e, também, como MM, uma vez que não trazemos apenas compreensões sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática.
[3] Ressaltamos que esse tema de estudos, a *representação*, está vinculado ao projeto, aprovado pelo CNPq: "Uma Filosofia Fenomenológica da Educação Matemática" coordenado pela professora Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. O projeto será desenvolvido no período de 2020 – 2024.
[4] Aquela em que nos situamos espontaneamente na nossa vida cotidiana, quando nos dirigimos às coisas para manipulá-las" (MOURA, 2006, p. 16), na qual "[...] viramo-nos, intuitiva e intelectualmente, para as coisas que, em cada caso, nos estão dadas e obviamente nos estão dadas" (HUSSERL, s.d., p. 37, grifo do autor).

Para esclarecer o dito, vamos à literatura de alguns autores significativos e dela destacamos trechos que contêm o termo *representação*, como expresso no Quadro 1:

Quadro 1: Trechos sobre Modelagem Matemática e representação

"[...] estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, estamos elaborando sobre *representações* de um sistema ou parte dele [...]" (BASSANEZI, 2002, p. 24, destaques nossos).
"[...] Aqui, se necessário, podem ser avaliadas e modificadas as hipóteses que geraram a *representação* sobre a qual o modelo foi construído [...]" (CIFUENTES; NEGRELLI, 2012, p. 797, destaques nossos).
"[...] um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da *representação* matemática associada ao problema real, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da *representação* para a situação [...]" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16, destaques nossos).

Fonte: Adaptado de Tambarussi (2021)

Os trechos supracitados são apenas parte das reiteradas menções ao termo *representação*, que encontramos ao nos dedicarmos à consideração da literatura sobre Modelagem produzida na comunidade da Educação Matemática.

A reiterada menção a esse termo mostra, ainda, segundo o que entendemos, que não é possível falar da *representação* isoladamente, uma vez que ela está articulada aos demais aspectos que envolvem a Modelagem. Nesse contexto, destacamos *modelo matemático* e *realidade* que estão mais fortemente entrelaçados à *representação*. E o que podemos dizer sobre esses termos? Como eles estão expressos no âmbito da Modelagem Matemática? Que luzes podem ser lançadas sobre eles? Aqui, neste texto, o foco não incide sobre uma revisão sistemática e exaustiva da literatura para expor como eles são apresentados nos trabalhos já produzidos pela área, mas sim em, junto às leituras e as pesquisas que temos realizado, e pela compreensão "natural" que predomina na área, expor nossas compreensões sobre eles, tendo como foco principal articular, clarear e explicitar compreensões sobre a *representação*.

Nesse sentido, assumimos uma perspectiva filosófica fenomenológica, inicialmente descritiva, daquilo que se mostra na região de inquérito sobre o tema, de modo a expor uma breve hermenêutica da *representação*.

Para tanto, centramo-nos, primeiramente, em explicitar os termos *modelo matemático*, *representação* e *realidade*. Na sequência, voltamo-nos para esses mesmos termos no contexto da Modelagem Matemática. E, por fim, ao esboço de uma compreensão fenomenológica da *representação*.

Expondo os termos *modelo matemático, realidade* e *representação*

Ao buscarmos pela composição *modelo matemático* no dicionário da língua portuguesa, não encontramos uma explicitação acerca dela. Por sua vez, o termo *modelo* é apresentado em vários contextos e exposto como uma "**representação** em escala reduzida de objeto, obra de arquitetura etc. a ser reproduzida em dimensões normais; maquete"; como "**reprodução** tridimensional, ampliada ou reduzida, de qualquer coisa real, us. como recurso didático"; como "desenho, objeto ou pessoa em cuja reprodução estética trabalha o artista"; como "**representação de** um fenômeno ou conjunto de fenômenos físicos e eventualmente a previsão de novos fenômenos ou propriedades, tomando como base um certo número de leis físicas, em geral obtidas ou testadas experimentalmente" (HOUAISS, 2017, s.p, destaques nossos).

Em um conceituado dicionário de filosofia, o termo *modelo* está mais diretamente articulado à Matemática.

> Para ser útil, um Modelo deve ter as seguintes características: 1) simplicidade, para que seja possível sua definição exata; 2) possibilidade de ser expresso por meio de parâmetros suscetíveis de tratamento matemático; 3) semelhança ou analogia com **a realidade** que se destina a explicar (ABBAGNANO, 2007, p. 678, destaques nossos).

As três acepções dicionarizadas remetem ao conceito central da *decodificação do real por meio da matemática*. Em maior ou menor grau elas possuem herança positivista, ou seja, a crença de que a natureza é regida por caracteres matemáticos. A possibilidade de descrever de maneira simples, de receber tratamento matemático e, principalmente, de ser semelhante ou análogo à realidade está na base da construção da Ciência Moderna, e portanto, na "modelagem" do real.

Nos trechos dicionarizados, conforme destaques nas citações, o termo *realidade* é evocado, ficando latente a ideia de *representação*, por meio da semelhança. É a crença, no sentido de uma *verdade* justificada, que motiva a sua realização. **O mesmo ocorre para o termo *representação.***

Representação é um substantivo feminino (do latim *repraesentatio*, *-onis*, pagamento em dinheiro, pagamento adiantado, pagamento com antecedência, imagem, retrato). Entre as suas principais acepções estão: 1) Exposição, exibição; 2) **Quadro**, escultura ou gravura que reproduz uma coisa ou pessoa; 3) **Exposição verbal ou escrita do que temos na mente**; 4) Observação feita em termos persuasivos; 5) Reclamação em que se fundamentam os direitos ao que se pede; 6) Arte de representar papéis em cinema, teatro ou televisão;

ocupação de ator ou de atriz; 7) Récita; 8) Tratamento; ostentação inerente a um cargo; 9) Corporação dos representantes de uma nação[5].

No dicionário de filosofia, o termo representação "(lat. *Repraesentatio,* in. *Representation;* fr. *Représentation;* al. *Vorstellung;* it. *Rappresentazione)* [...] indica *imagem* (v.) ou *idéia* ([v.] no *2* sentido), ou ambas as coisas" (ABBAGNANO, 2007, p. 1006).

Segundo Abbagnano (2007, p. 1007),

> o uso desse termo foi sugerido aos escolásticos pelo conceito de conhecimento como "semelhança" com objeto. "Representar algo" — dizia S. Tomás de Aquino — "significa conter a semelhança da coisa" [...]. Somente no fim da "escolástica que esse termo passou a ser mais usado, às vezes para indicar o significado das palavras.

Em qualquer uma das possibilidades, o termo voltou

> [....] a ter importância com a noção cartesiana de idéia como "quadro" ou "imagem" da coisa *(Aíéd.,* III) e foi difundido sobretudo por Leibniz, para quem a mônada era uma R. do universo *(Monad.,* § 60). Inspirado nessa doutrina, Wolff introduziu o termo *Vorstellung,* para indicar a *idéia* cartesiana, no uso filosófico da língua alemã (*Vernünftige Gedanken von Gott, der Welt und der Seele des Menschen,* 1719, I, §§ 220, 232, etc) (ABBAGNANO, 2007, p. 1007).

Em todas essas acepções há um sentido mais fundo que sustenta os demais: que é *a* ideia de *tomar o lugar de*: seja na exibição, no quadro que reproduz, do que está na *mente*, atuando como intérprete de uma obra ou numa peça jurídica; ou ocupando um cargo que exija *falar por.*

Esse significado, *tomar o lugar de*, que sustenta os demais, é recorrente no âmbito da Ciência e da Filosofia, focando aspectos como a *representação* do *real*. Essa concepção clássica da *representação* está à base da teoria do conhecimento na Ciência Moderna, na concepção clássica de representação (MOURA, 1989) e permanece vigente na ciência contemporânea.

A possibilidade de pensar algo como *aquilo que toma o lugar de; que substitui o objeto ao seu modo*, é a mesma que faz confundir o objeto do conhecimento com o objeto real, ontologicamente falando. Em outras palavras, assume-se a ideia de reflexo ou cópia da realidade, sendo expressa por meio de uma *representação*.

Realidade. Sobre ela são inauguradas as grandes filosofias do século XX, como a Fenomenologia e o Materialismo Histórico. Esse tema é tão relevante que sobre ele se erigiu

---

[5]"representação", in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008-2021, https://dicionario.priberam.org/representa%C3%A7%C3%A3o [consultado em 18-05-2021] (Destaques nossos)

o advento da Ciência Moderna e depois se tornou tema central na crise dos Fundamentos da Ciência Europeia, com a emergência dos chamados filósofos da Ciência, como Popper, Bachelard, Feyrabend, Thomas Kuhn e filósofos como Edmund Husserl e Karl Marx.

Recentemente, foi retomado com a conotação de ciência pós-moderna, com autores renomados na Sociologia da Ciência, como Edgar Morin e Boaventura de Sousa Santos. Em cada uma das reflexões destes diferentes pensadores, distintas perspectivas sobre *realidade*, *real* e *ciência* emergiram e foram se "popularizando" no senso comum acadêmico, principalmente na pesquisa científica de herança positivista, ora se opondo ora se alinhando a ela.

No entanto, as questões ontológicas sobre a *realidade* em todas as acepções, menos na fenomenológica, se instaurou sobre o que se convencionou chamar de realismo (do ingênuo ao crítico), conforme nossa leitura de Hessen (1982). Por esse motivo, no âmbito da pesquisa acadêmica, admite-se o *real* como *o que está aí*, objetivamente dado, pronto para ser captado por uma subjetividade mais ou menos atuante, *tradutora do real*. Essa é a ontologia predominante no âmbito de quase todo o fazer científico, inclusive na ciência pós-moderna que nega a possibilidade do *real*, culminando numa produção puramente subjetiva e relativista e, até mesmo, solipsista do *real*. Em outras palavras, a ciência, a pesquisa acadêmica, de modo geral, não tematiza as questões ontológicas por admiti-la como um pressuposto, sem o qual a pesquisa não seria possível. É o caso, também, da pesquisa e da prática de Modelagem, sobre a qual falaremos no próximo subtítulo.

Ideias sobre *Modelo* e *realidade* em Modelagem

No contexto da Modelagem na Matemática Aplicada, *modelo matemático* pode ser "[...] apresentado como uma *representação* de um sistema *real*, o que significa que um modelo deve *representar* um sistema e a forma como ocorrem as modificações no mesmo" (SODRÉ, 2007, p. 3, grifos nossos). Bassanezi (2002, p. 20, grifo nosso) afirma, resumidamente, que "[...] chamaremos simplesmente de Modelo Matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que *representam* de alguma forma o objeto estudado".

No âmbito da Modelagem na Educação Matemática, o entendimento de *modelo matemático* é tomado como "[...] uma *representação*, na linguagem da matemática, de certos aspectos de um fenômeno[6] e tem por fim trazer um maior entendimento do fenômeno" (GRAVINA; CONTIERO, 2011, p. 4, grifo nosso). Greca e Moreira (2002), por sua vez, dizem que os *modelos matemáticos* podem ser tomados como um recurso pedagógico que visa favorecer a compreensão de problemáticas reais.

Alinhado a isso, Ornek (2008) infere que os *modelos matemáticos* são *representações* do conhecimento científico que é construído e compartilhado socialmente. Sendo assim, "por meio de modelos matemáticos, também nos tornamos capazes de 'projetar' uma parte do que se torna realidade. Tomamos decisões baseados em modelos matemáticos e, dessa forma, a matemática molda a realidade" (BORBA; SKOVSMOSE 2001, p. 135).

Nessas asserções sobre *modelo matemático* são recorrentes os termos *realidade* e *representação.* Sobre *realidade* enfatizamos que se trata de um aspecto marcante quando falamos em Modelagem Matemática, tanto no âmbito da Matemática Aplicada como da Educação Matemática. Não desconsideramos os trabalhos que se dedicaram a compreender, sob diferentes perspectivas, a *realidade* nesse contexto. Podemos destacar, por exemplo, a tese de Vecchia (2012): "A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético"; a dissertação de Veleda (2010): "Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática"; a dissertação de Rocha (2015): "Realidade, Matemática e Modelagem: as referências feitas pelos alunos" e outros trabalhos que embora não tenham tido como foco a *realidade*, suscitaram discussões sobre como ela pode ser entendida no âmbito da Modelagem Matemática.

Destacamos que, de modo geral, não há explicitamente, conforme afirmam Tambarussi e Bicudo (2020), no âmbito do que tem sido produzido sobre Modelagem Matemática, considerações sobre o que se compreende por *realidade*. Há, a menção ao termo. Portanto, há uma aceitação tácita de que estamos na *realidade*, dentro do mundo. Nessa mesma direção, Klüber (2007), ao apresentar entendimentos de autores significativos sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, já havia indicado que apenas dois autores expressavam o entendimento de *realidade*, sem aprofundamentos.

Por não haver, em muitos casos, essas compressões sobre *realidade*, os entendimentos que podemos articular estão entrelaçados aos exemplos de situações para

[6] O termo fenômeno, no âmbito da Modelagem Matemática, expressa um sentido diferente do termo fenômeno da Fenomenologia.

serem desenvolvidas em sala de aula e que são apresentadas pelos autores. Nesses exemplos, nos quais são investigadas temáticas como: 1) o consumo de água na cidade de Toledo - PR (VERTUAN; ALMEIDA, 2016); 2) a distribuição de 37 toneladas de grãos de feijão e de milho, destinados aos produtores rurais que praticam a agricultura de subsistência (BARBOSA, 2001); 3) a matemática do vai e vem das marés (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012); 4) o valor do salário mínimo, se ele fosse calculado seguindo as normas estabelecidas pela PEC 55 (ARAÚJO; MARTINS, 2017); e 5) o custo de transporte do barro até o local onde se fabricavam telhas e tijolos (BURAK, 2004), há conforme mencionado em Tambarussi e Bicudo (2020, p. 320), a compreensão de que a *realidade* é explicitada como situações

> cotidianas dos alunos, como situações que envolvem questões agrárias, tipos de moradias, tarefas diárias e, de modo mais geral, como qualquer aspecto que faça parte do dia a dia de quem irá trabalhar com Modelagem. A realidade é [...] tomada como o que aí está objetivamente ocorrendo.

Na mesma direção, trazemos o mencionado por Cifuentes e Negreli (2012, p. 799):

> De um ponto de vista um tanto ingênuo, podemos entender como realidade tudo o que existe. Esse pressuposto, que podemos considerar como uma hipótese de trabalho, permite-nos adotar a posição filosófica chamada de realismo empírico, que consiste no reconhecimento da existência das coisas independentemente do conhecimento que temos delas. À realidade empírica denominamos realidade inicial, a qual também pode ser entendida como o mundo exterior.

Anastácio (2010) também chama a atenção para uma *concepção* de *realidade* presente nas asserções voltadas à Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática:

> Quando o professor se pergunta pela matemática que ajuda a compreender um determinado fato, ressalta-se este caráter de imanência da matemática na realidade. Reforça-se a concepção pitagórica e pode-se chegar a defender que a matemática está em tudo e sem ela vive-se o caos e o vazio. Na leitura de alguns textos produzidos por alunos de cursos de matemática ou mesmo em publicações de anais de Congressos da área de Educação Matemática essas concepções se manifestam em frases que mencionam que a escolha do tema para o trabalho com modelagem se deu pelas possibilidades de envolver vários conteúdos de matemática... ou mesmo porque aquele tema possibilita aproximar a realidade à matemática (ANASTÁCIO, 2010, p. 7).

Depreende-se do discutido, que a ideia de *realidade* está articulada ao cotidiano, ao empírico, ao independente do sujeito. Essa ideia está vinculada, como dissemos, ao recorrente discurso de incentivo ao trabalho com a Modelagem Matemática na escola, haja vista, como defende a literatura da área, seu potencial em lidar com *problemas da realidade*.

O apanhado de explicitações sobre os termos *modelo matemático*, *representação* e *realidade*, desde seus significados originais aos seus *usos* no âmbito da Modelagem

Matemática, aclararam compreensões dos sentidos da *representação*, de modo que, no próximo subtítulo, buscamos lançar luzes sobre ela, expondo uma compreensão Fenomenológica.

Representação: um olhar fenomenológico

Retomando a concepção clássica da *representação*, deparamo-nos com o entendimento de que ela é uma “operação pela qual a mente tem presente em si mesma a imagem, a ideia ou o conceito que corresponde a um objeto que se encontra fora da consciência” (HOUAISS, 2017, s.p.). No alemão a *representação* é expressa por meio da palavra *Vorstellung,* que “pode significar o ato de ‘representar (*Vorstellen*)’ ou ‘o que é representado (*Vorgestelltes*)" (INWOOD, 1944, p. 161).

Esclarecendo as compreensões de Brentano, Inwood (1944, p. 161) refere-se à *representação* como um fenômeno mental “que fundamenta não apenas o julgar, mas o desejar e qualquer outro ato mental. Nada pode ser julgado, nada pode ser desejado, nada pode ser esperado ou temido, se não for representado". Essa afirmação parte do princípio de que o que vemos, ouvimos ou pensamos sobre algo é, antes de tudo, a *representação* (*vorstellung*) desse algo. É condição primária para o conhecimento. Heidegger, no entanto, atentando-se aos significados da palavra *vorstellen,* diz que o representar está vinculado ao "deixar algo ser visto [*Sehen-Iassen von etwas*], não algo que é ele mesmo visto, como uma figura” (HEIDEGGER, 1985, p. 45).

O *ver* envolve a linguagem, pois “primariamente e originalmente, não vemos tanto os objetos e coisas; em primeiro lugar, falamos sobre eles: mais precisamente não expressamos o que vemos, mas vemos o que se diz sobre o problema” (HEIDEGGER, 1985, p. 75). Significa isso que os objetos não são representáveis? Não, significa que o homem não possui apenas “uma imagem mental deles, e sim que é o homem quem decide se e o que eles são” (INWOOD, 1944, p. 1980).

Em um primeiro momento, a discussão sobre a *representação* na concepção clássica e na concepção fenomenológica, parece não fazer sentido, pois, independente da concepção, o trabalho com a Modelagem continua a ocorrer, inclusive nas tomadas de decisões na sociedade (SKOVSMOSE, 2001). Contudo, ao nos demorarmos em uma reflexão mais funda, temos de perguntar: o que significa compreender a *representação* segundo uma perspectiva fenomenológica, para uma prática que se consolidou assumindo outra concepção de *realidade*? Essa pergunta, que não possui uma resposta categórica, mas envolve um pensar analítico e reflexivo, buscando ser abrangente, conduz-nos a afirmar que:

- O *modelo matemático* não é *mera representação* (*Vorstellung)* da *realidade*, ou seja, não é a cópia simples ou a tradução do real, ainda que seja assim assumido na concepção natural.
- A *representação* (*re-presentation)* não é a imagem mental do objeto real (*Vorgestelltes*);
- A *representação* não é a mera lembrança do objeto refletido ou contido na *mente*.

Nesse sentido, a ideia de que a possibilidade de ver matemática como uma *representação* do real, entendido na modelagem como o cotidiano, aspectos extra-matemáticos, etc, é problemática no sentido filosófico, pois ao se aproximar da tese realista, desconsidera a possibilidade que há *representações* (atos) que não possuem conteúdo, como é o caso dos signos matemáticos (GUILHERMINO, 2019).

Dito de outro o modo, a possibilidade de descrever o real por meio da matemática não permite compreender que, matematicamente, não há possibilidade de mera *representação* (*Vorstellung),* ou seja, ela não faz referência a uma imagem precedente ou impressa na mente sobre o objeto, mas que o ato de representar e, portanto, a *representação* em sentido fenomenológico, não contém nenhum aspecto do objeto meramente representado, não é uma imagem dele ou uma cópia, pois o preenche de teor *(Inhalt)* (HUSSERL, 1996), em articulação com as suas próprias idealidades[7] simbólicas. Por exemplo, sobre um mesmo fenômeno (no sentido físico e não fenomenológico), podem ser

---

[7] "As idealidades fenomenológicas diferem da concepção de idealidade concebida pela filosofia platónica, vista como realidade existente, ontologicamente, de modo perfeito no mundo supramundano ou, como denominado, mundo das idéias (Bicudo, 2003). As idealidades fenomenológicas são livres, pois independem do ato original que as constituíram pela primeira vez. Transcendem a subjetividade dos atos intencionais do sujeito; mantêm –se na temporalidade sustentada pela linguagem, e abrem possibilidades de complementaridade, aplicabilidade, de mobilidade na cadeia de suas articulações" (BICUDO, ROSA, 2010, p. 44).

"As ideias e os objetos ideais se dão à consciência como unidades idênticas frente à infinita multiplicidade de vivências intencionais possíveis que os visam. Eles podem ser objetos para um infinito número de atos simultâneos ou em tempos distintos, atos de um mesmo sujeito empírico ou de sujeitos empíricos distintos, e conservar, em todos os atos possíveis, o mesmo sentido ou significação, a mesma essência de inteligibilidade intrínseca, congruente e unitária. Sua identidade está, portanto, além dos atos empíricos que a visam efetivamente, e não se restringe à conexão psicológica e temporal dos atos concretos, dado que ela é, na verdade, constituída intencionalmente pela *essência de determinados atos* [...]" (SOARES, 2008, p. 65, destaque do autor).

produzidas diferentes interpretações matemáticas, mais ou menos coerentes. Isso ocorre porque o modelo não representa o real no sentido da ciência clássica, no sentido da mera *representação* ou de uma *representação* que contém previamente o objeto exterior, mas se volta para o visto, aquilo que se mostra na percepção, preenche de sentido no ato de representar e com os demais atos engajados nas vivências do conhecimento, como juízo, reflexão etc., sobre (sem conteúdo primário e simbólico) aquilo que foi visto, expressando-o. De certo modo, a tese de Klüber (2012) aventava, sem demais aprofundamentos, esse caminho de compreensão quando afirmou que o *modelo matemático é um modo de compreender o visto, com matemática*.

Essa compreensão pode causar, inicialmente, algum desconforto, pois desloca a que está consolidada na área, uma vez que abandona o entendimento de que o *modelo matemático* representa, matematicamente, a *realidade* tal qual é e o assume como a expressão matemática do visto sobre o que está sendo visado (interrogado).

Este entendimento também lança luzes sobre, por exemplo, a ampla dificuldade dos estudantes de tratarem as situações matematicamente. Em suma, a crença na *mera representação* não permite vislumbrar que as vivências no ato de modelar não se constituem em *mera tradução do real* ou na *mera representação*, mas em uma *representação* que articula o visto com o que se sabe ou se está a aprender sobre matemática, solicitando atos específicos para dar conta daquilo que entra no campo das vivências dos sujeitos.

(Re)tomando o apresentado

O que nos propusemos a discutir no texto incide sobre o tema da *representação*. Os disparadores para o desenvolvimento do trabalho, foram a Modelagem Matemática na Educação Matemática, área na qual temos realizado pesquisas sob diferentes perspectivas, e os estudos que temos feito sobre a Fenomenologia de Edmund Husserl.

É recorrente no âmbito da Modelagem lermos que os *modelos matemáticos* (sejam eles entendidos como uma expressão Matemática mais formal ou como a resolução em linguagem gráfica, geométrica ou natural, da situação proposta) *representam* a *realidade* ou são aproximações da *realidade* que se pretende modelar. Há nesse *representar*, conforme entendemos, um conceito clássico no qual, resumidamente, compreende-se que “fora está a coisa e na consciência uma imagem que representa” (MOURA, 1989, p. 77, grifo do autor).

Nesse mesmo conceito, afirma-se que "[...] um ato que se direciona 'representativamente' a um objeto [é] um ato que [obedece] às leis ditadas *pelo próprio objeto* (GUILHERMINO, 2019, p. 64, inserções nossas e destaques do autor).

Enfatizamos no texto que esse conceito clássico da *representação* está entrelaçado à compreensão de *realidade* como objetivamente dada, como o que está *aí* acontecendo. Aqui está um *turning point* (BICUDO, 2020a), quando focamos a *representação* na Fenomenologia, pois "[...] a realidade de que trata o sujeito nos atos de consciência não é uma representação do objeto de fato e objetivo; mas sim uma *apresentação* ideal, como é derivado do movimento de *noesis-noema* que o traz como sua essência [...][8]" (BICUDO, 2020b, p. 403, tradução livre).

Essas considerações levam-nos a uma compreensão distinta de *representação*, quando falamos de *modelos matemáticos* ao se trabalhar com a Modelagem na Educação Matemática. Não a tomamos como concernente à expressão da realidade tal qual é dada em si e independente do sujeito, mas sim como a expressão matemática do visto sobre o que está sendo visado por aquele que se coloca a interrogar situações (problemáticas) que o inquietam.

Com isso, não queremos dizer que o fazer e que os resultados em termos da obtenção de um modelo, tanto na perspectiva da Matemática Aplica, quanto na perspectiva da Educação Matemática, são questionáveis. A nossa investigação se dirigiu a um aspecto da teoria do conhecimento que sustenta a Modelagem, evidenciando que os resultados que se obtêm decorrem de atos e vivências mais complexas que a mera *representação* do real, envolvendo outros movimentos do pensar, indo além de "leis ditadas" pelo objeto em si, mas daquilo que é visado nos atos de consciência. Sem dúvida, as consequências filosóficas e pedagógicas da nossa concepção merecem aprofundamento e um programa mais amplo de investigação, ao qual nos dedicaremos nos próximos 2 anos.

Referências

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

[8] The reality dealt with by the subject in the acts of consciousness is not a representation of the factual and objective object; but rather an ideal *presentation*, as it is derived from the movement of *noesis-noema* that brings it as its essence.

ANASTACIO, M. Q. A. Realidade: uma aproximação através da modelagem matemática. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 2-9, 2010.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ARAÚJO, J. de. L.; MARTINS, D. A. A oficina de Modelagem #OcupaICEx: empoderamento por meio da Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 109-129, jul./dez. 2017.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. p. 1-15.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. Educação matemática na realidade do ciberespaço-que aspectos ontológicos e científicos se apresentam?. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 13, n. 1, p. 33-57, 2010.

BICUDO, M. A. V. (ed.). **Constitution and production of Mathematics in the Cyberspace**: a phenomenological approach. Switzerland: Springer, 2020.

BICUDO, M. A. V. The origin of number and the origin of geometry: issues raised and conceptions assumed by Edmund Husserl. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 8, n. 18, p. 387-418, ed. especial, 2020b.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A Ideologia da Certeza em Educação Matemática In: SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia**. Campinas: Papirus, 2001. p. 127-160.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPMEM, 1, 2004. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.p. 1-10.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. Uma interpretação epistemológica do processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 791-815, ago. 2012.

GRAVINA, M.; CONTIERO, L. Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar? **RENOTE**: Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v.9, n. 1, p. 01-10. jul. 2011.

GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. Mental, physical, and mathematical models in the teaching and learning of physics. **Science Education**, Malden, MA, USA, v. 86, n. 1, p. 106-121, 2002.

GUILHERMINO, D. P. **Simbolismo e Intuicionismo na primeira filosofia de Husserl**. 2019. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

HEIDEGGER, M. Prolegomena zur Geschichte des Zeitbegriffs (curso do semestre de verão 1925, proferido da universidade de Marburg) [GA 20]. Petra Jaeger (ed.).

Frankfurt/Main: Vittorio klostermann. Tradução inglesa de Theodore kiesiel: History of the Concept of Time. Prolegomena. Bloomington: Indiana university Press, 1985. Tradução francesa de Alain Boutot: Prolégomènes à l'histoire du concept de temps. Paris: Gallimard, 2006

HESSEN, J. **Teoria Geral do Conhecimento**. In: HESSEN, J. Teoria do Conhecimento. Tradução de Dr. Antônio Correia. 7. ed. Coimbra-Portugal: Arménio Amado, 1980. p. 25-57.

HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss de sinônimos e antônimos**. São Paulo: Objetiva, 2017.

HUSSERL, E. **Investigações Lógicas**: sexta investigação – Elementos de uma Elucidação Fenomenológica do Conhecimento. Seleção e Tradução de de Zeljko Loparic e Andréa Maria Altino de Campos Loparic. São Paulo: Nova Cultural, 1996.

HUSSERL, E. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica**. Tradução de M. Suzuki. Aparecida: Ideias & Letras, 2006.

HUSSERL, E. **A ideia de Fenomenologia**. Tradução de Artur Morão. Lisboa: Edições 70, s.d.

INWOOD, M. **Dicionário Heidegger**. Tradução: Luísa Buarque de Holanda, revisão técnica, Márcia Sá Cavalcanti Schuback, Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1944.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática**: aspectos filosóficos e epistemológicos. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

MOURA, C. A. R. de. Crítica da representação. In: MOURA, C. A. R. de. **Crítica da razão na Fenomenologia**. São Paulo: Nova Stella Editorial, 1989. p. 77-100.

MOURA, C. A. de. Prefácio. In: HUSSERL, E. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica**. Tradução de M. Suzuki. Aparecida: Ideias & Letras, 2006. p. 15-23.

ORNEK, F. Models in science education: Applications of models in learning and teaching science. **International Journal of Environmental and Science Education**, Bolu, Turkey, v. 3, n. 2, p. 35-45, apr. 2008.

ROCHA, A. P. F. P. da. **Realidade, Matemática e Modelagem**: as referências feitas pelos alunos. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica – A Questão da**

Democracia. Campinas: Papirus, 2001.

SOARES, F. de. P. **A idealidade e a fenomenologia nas investigações lógicas de Husserl**. 2008. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

SODRÉ, U. Modelos matemáticos. Londrina: UEL, 2007. Disponível em: http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pdfs/modelos.pdf. Acesso em: 19 jun. 2021.

TAMBARUSSI, C. M.; BICUDO, M. A. V. Focando o conceito de conhecimento em Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Paradigma**, Maracay, v. XLI, n. 2, p. 311-330, dez. 2020.

TAMBARUSSI, C. M. **A produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática**. 2021. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2021.

VECCHIA, R. D. **A Modelagem Matemática e a realidade do mundo cibernético**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

VELEDA, G. G. **Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. de. Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1070- 1091, dez. 2016.

GT 11 - Filosofia da Educação Matemática

“Eu Não Vi Isso Na Aula!”: O estudo de aula como abertura ao dar-se conta de ser professor com tecnologia

“I Didn't See This In Class!”: The lesson study as an opening to the realize of to be a teacher with technology

Carolina Cordeiro Batista
Universidade Estadual Paulista - UNESP
carolina.batista@unesp.br

Rosa Monteiro Paulo
Universidade Estadual Paulista - UNESP
rosa.paulo@unesp.br

Resumo
Neste texto apresentamos situações da experiência vivida com um grupo de professores em formação continuada, explicitando o modo pelo qual compreendemos que, ao se voltarem para a sua prática de ensinar matemática com tecnologias, eles se deram conta de seu ser professor. O grupo foi constituído para a produção dos dados de uma pesquisa de doutorado em desenvolvimento. Os participantes, três professores de matemática de uma escola pública de um município do interior paulista, se reuniram, semanalmente, durante o período de um ano e meio. As ações por eles desenvolvidas foram orientadas por uma prática de formação conhecida como estudo de aula. Essa prática se organiza segundo quatro etapas: o estudo de conteúdos para definição de um tema de estudo, o planejamento da aula, a realização da aula e a análise dessa aula. Ao longo das discussões ocorridas na etapa da análise da aula, os professores identificavam situações da vivência com os alunos que não foram vistas durante as aulas e, com o desejo de compreendê-las, eles foram se dando conta de si mesmos, de seu modo de ser professor. Para expor parte dessa experiência vivida com os professores, organizamos este texto trazendo, inicialmente, o significado que, para nós, tem o dar-se conta de ser professor com tecnologia. Apontamos os aspectos metodológicos da pesquisa e discutimos alguns recortes que fizemos nos dados para exemplificar situações que se mostraram relevantes à compreensão do interrogado. Até o momento, entendemos que o dar-se conta dos professores se expõe segundo dois aspectos: a atenção que ele dá ao fazer de seus alunos e pelas ações que mobilizam o seu fazer, promovendo mudanças em sua postura.

Palavras-chave: Educação Matemática; Fenomenologia; Formação de professores; Software; GeoGebra.

Abstract
In this text we present situations of the experience lived with a group of teachers in continuing formation, explaining the way in which we understand that, when turning to their practice of teaching mathematics with technologies, they realized of the their be teacher. The group was formed to produce the data for a doctoral research under development. The participants, three mathematics teachers from a public school in a municipality in the interior of São Paulo, met weekly for a period of one and a half years. The actions developed by them were guided by a formation practice known as lesson study. This practice is organized according to four stages: the study of contents for the definition of a study topic, the planning of the lesson, the realization of the lesson and the analysis of that lesson. Throughout the discussions that took place during the class analysis stage, teachers identified situations in their experience with students that were not seen during classes and, with the desire to understand them, they realized of themselves, in their own way to be a teacher. In order to expose part of that experience lived with teachers, we organized this text bringing, initially, the meaning that, for us, has the realize of being a teacher with technology. We pointed out the methodological aspects of the research and discussed some cutouts that we made in the data to exemplify situations that were relevant to the understanding of the interrogated. So far, we understand that realizing being a teacher is exposed in two aspects:

the attention he gives to the doing of his students and the actions that mobilize his doing, promoting changes in his posture.

Keywords: Mathematical Education; Phenomenology; Teacher formation; Software; GeoGebra.

Introdução

A formação do professor de matemática para ensinar com tecnologias vem sendo foco de diversos estudos que buscam compreender possibilidades para realizar práticas desse tipo e favorecer a constituição de conhecimento pelos professores e alunos. Relativamente à formação interessou-nos, especificamente, uma prática conhecida como estudo de aula que se iniciou no Japão e, atualmente, vem sendo realizada em diversos países, inclusive no Brasil (CURI, 2018; RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019), com algumas adaptações em relação à abordagem japonesa.

No estudo de aula os professores se reúnem em pequenos grupos e desenvolvem, colaborativamente, ciclos de trabalho que preveem, de modo geral, quatro etapas. Tem início com o estudo de conteúdos para definição de um tema e segue com o planejamento de uma aula sobre ele. A aula é ministrada por um dos professores do grupo e observada pelos demais participantes. Depois da aula o grupo se reúne para analisar a experiência vivida. Essas ações têm como foco o aluno (PONTE *et al.*, 2016), isto é, o trabalho dos professores se volta para a aprendizagem dos alunos, para o seu raciocínio, suas dificuldades, etc.

Procuramos, na perspectiva fenomenológica da forma/ação (BICUDO, 2018), orientar os encontros com o grupo de professores de matemática de uma escola pública da rede estadual paulista. Esse grupo foi constituído por três professores e se reuniu durante um ano e meio. Os encontros foram registrados para a produção dos dados de uma pesquisa de doutorado em andamento. Neles, os professores discutiram possibilidades de ensinar matemática com tecnologia e, no diálogo que se abriu ao analisarem as aulas, à medida que foram identificando situações não vistas durante a aula, foram explicitados aspectos relativos ao modo pelo qual eles vão se dando conta desse modo de ser professor sendo.

Neste texto, para dizer do dar-se conta de ser professor com tecnologia manifesto no grupo, faremos um percurso no qual iremos expor os aspectos metodológicos da pesquisa de doutorado e trechos dos diálogos com os professores. Ressaltamos que, como é uma pesquisa ainda em andamento, até o momento interpretamos que se mostram aspectos da atenção que os professores dão ao fazer do aluno e algumas mudanças em sua postura que se evidenciam.

O objetivo, neste texto, é discutir como entendemos que essa possibilidade de abertura do professor vai se dando.

Compreensões sobre o dar-se conta de ser professor com tecnologia

Na pesquisa que estamos desenvolvendo o processo de formação com o estudo de aula está sendo compreendido na concepção fenomenológica da forma/ação que é, para Bicudo (2018, p. 34), “um movimento contínuo, porque histórico, que se realiza sendo-se professor de Matemática”, no qual as ações dão forma ao modo de ser professor. Ainda, por ser um movimento contínuo, não se inicia com o ingresso em cursos de Graduação em Licenciatura, de Pós-Graduação ou de Especialização, assim como não é concluído ao término desses cursos, uma vez que a ação que se realiza nesses contextos atua na forma, mas esta “já estava presente na força posta no movimento de tornar-se pessoa, bem como naquele de realizar cursos de formação do professor de matemática” (BICUDO, 2018, p. 34). Nesse sentido, a ideia de dar forma não é entendida como uma busca por formar o professor para ensinar com tecnologia, mas formar para ser com tecnologia, que resgata “o aspecto do ser em formação, contrário ao “ter formação para”” (MOCROSKY; MONDINI; ORLOVSKI, 2018, p. 47).

Desse modo, o processo formativo junto ao grupo de professores que querem ensinar com tecnologia pode oportunizar o dar-se conta do modo de ser professor à medida que ele se dispõe a discutir possibilidades para ensinar com tecnologia e analisar a experiência vivida nessa prática. Conforme compreendemos em Bicudo (2018), dar-se conta de si é um ato reflexivo que abarca os próprios atos do professor que reflete, ou seja, é ter clareza do que faz e perceber-se fazendo durante o fazer. É, então, um ato de tomar ciência de si, que permite aprofundar e expandir os horizontes da constituição de conhecimento no modo de ser do professor.

Ainda, o processo formativo que visa à forma/ação do professor de matemática para ensinar com tecnologia precisa abarcar o “como fazer” e o “por que fazer”, assumindo uma atitude crítica e reflexiva sobre o fazer e os motivos pelos quais se faz (BICUDO, 2018). Assim compreendido o dar-se conta de ser professor com tecnologia é saber-fazer-com e pensar-com a tecnologia (ROSA; BICUDO, 2018). Para os autores, pensar-com a tecnologia é compreender a tecnologia como presente no próprio pensar. É um entendimento contrário à concepção de que as tecnologias são ferramentas que auxiliam o professor, podendo ser substituídas por outros recursos, como um projetor que substitui a escrita na lousa.

No contexto do estudo de aula, como o estamos assumindo, esse ser com a tecnologia explicita um modo de estar com ela abarcando o "estar junto" aos alunos e aos colegas com os quais as experiências são compartilhadas, pois é um grupo colaborativo. Compreendemos, com Bicudo (2009, p. 151), que o cenário de colaboração vai se constituindo no movimento de comunicação que se estabelece entre os participantes do grupo por meio de "uma extensão intencional da subjetividade do sujeito" em que o pensar-com o outro é expresso e se interliga a intencionalidade do outro para a constituição da intersubjetividade. O que é comunicado intersubjetivamente abre-se à compreensão do grupo e é articulado nas possibilidades de pensar-com e, então, busca-se por concordâncias que lhes possibilitem expressar a objetividade, isto é, o conhecimento constituído pelos professores (ROSA; BICUDO, 2018) acerca das possibilidades que se tem para ensinar com tecnologias, foco de interesse do grupo.

A abertura ao outro possibilita, além de expressar o percebido, outros atos cognitivos, de reflexão, as lembranças e a empatia que, para Bicudo (2009, p. 151), "se apresenta como o ato de entrar em sintonia com a expressão do outro, tal como esse outro aí se dá à presença". No ato empático o professor expõe suas ações, mas também se abre a ouvir o outro – professor ou aluno. Instaura-se o diálogo no qual as compreensões de seu fazer vão se presentificando e o professor pode, inclusive, reconhecer-se na fala do outro à medida que "o corpo de outrem e meu corpo compõe[m] o verso e reverso de um mesmo campo de experiência" (SILVA, 2011, p. 61). As lembranças, entendidas como atos que permitem retomar, no momento do agora, as experiências vividas no movimento de ser professor (BARBARIZ, 2017), também permeiam as discussões no grupo, pois o professor traz situações da sua prática para subsidiar o diálogo no grupo.

Ao compreender-se como sendo em forma/ação, o professor não "usa" as tecnologias, mas busca desenvolver ações em que elas possam oportunizar a constituição de conhecimento. Nas discussões das ações o professor traz "questões que possam fazer convergir intencionalidades dos sujeitos presentes, promovendo exposições de raciocínios, modos de realizar atividades, modos de expressá-las, bem como promovendo o exercício de ouvir o outro e de compreendê-lo" (ROSA; BICUDO, 2018, p. 35).

Entendemos que o "distanciar-se da própria prática e olhá-la de forma crítica", que é apontado como um aspecto positivo da vivência com estudo de aula para a formação do professor (RICHIT; PONTE, 2020, p. 10), é um movimento de ação-reflexão-ação-reflexão (MIARKA; BICUDO, 2010) no qual as ações que possibilitam ao professor olhar para si mesmo sendo professor são possíveis e, sem buscar explicações ou justificativas, eles vão se dando conta de ser professor com tecnologias.

Aspectos metodológicos

Os diálogos que discutiremos neste texto, conforme dissemos, são parte dos dados produzidos para uma pesquisa de doutorado em desenvolvimento na qual assumimos a postura qualitativa fenomenológica para condução das ações e análise dos dados. De acordo com Martins, Boemer e Ferraz (1990, p. 40), o pesquisador que assume a postura fenomenológica não tem "princípios explicativos, teorias ou qualquer indicação definitória do fenômeno a priori; ele vai iniciar o seu trabalho interrogando fenômeno apenas". Isto quer dizer que ainda que o pesquisador traga um pensar a respeito de ensinar matemática, ensinar com tecnologias, ser professor de matemática com tecnologias, etc., ele não busca, por meio desse pensar, explicações para as situações vividas junto aos professores, bem como não direciona o modo pelo qual eles expressam suas compreensões aos colegas.

O pesquisador fenomenólogo tem a intenção de descrever a experiência vivida, tal qual ela se mostra, procurando explicitar o modo pelo qual ela lhe faz sentido à luz de sua interrogação. De acordo com Fini (1994, p. 25), na "pesquisa fenomenológica educacional sempre haverá um sujeito, numa situação, vivenciando o fenômeno educacional". Em nosso contexto, os dados foram constituídos por percepções expressas ao pesquisador pelo professor que vivenciou práticas com tecnologias nos encontros de estudo de aula. Esses dados estão sendo analisados à luz da interrogação de pesquisa que é expressa pela pergunta: como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia?

Assumimos que a explicitação do *perceber-se sendo professor* com tecnologias vai tomando corpo na vivência com o grupo de formação e vai se tornando possível por meio do seu *dar-se conta de si*. Assim, é na experiência vivida que a percepção se dá e, ao voltar-se para o feito buscando compreendê-lo, os professores se percebem, essa "percepção vai ser resultado do dar-nos conta" (ALES BELLO, 2006, p. 31).

Para trazer aspectos dessa percepção para este texto fizemos um recorte da pesquisa e os professores do grupo serão nomeados pelos codinomes de Euclides, Leonardo e Luciana. Eles lecionam matemática em uma escola pública de tempo integral do interior do estado de São Paulo. O grupo se reuniu semanalmente por cerca de uma hora e meia. Os encontros foram na escola durante um período de um ano e meio (2º semestre de 2018 ao final o 2º semestre de 2019). As ações no grupo seguiram as etapas do estudo de aula (PONTE *et al.*, 2016), conforme descrevemos e a participação da pesquisadora nos encontros foi quinzenal.

Os professores definiram temas, planejaram, realizaram e discutiram aulas que abordaram seis conteúdos distintos de matemática. Todas as tarefas foram elaboradas para serem trabalhadas com a tecnologia eleita pelo grupo, o software GeoGebra. As aulas foram gravadas, bem como a tela dos computadores em que os alunos realizavam as tarefas com o software. Alguns trechos das gravações em que os alunos moviam partes das construções, expressavam o que viam na tela do computador, realizavam questionamentos ao professor, conversavam com os colegas, etc. foram destacados pela pesquisadora para serem assistidos pelos professores nos encontros de discussão da aula. A intenção era levar recortes da atividade dos alunos para subsidiar as reflexões no grupo. Esses encontros de discussão, análise e reflexão foram filmados para serem transcritos e se tornarem dados abertos à interpretação da pesquisa. Ou seja, para a pesquisa nosso foco foram as discussões dos professores nos encontros pós-aula.

Recortamos trechos dos diálogos com os professores que, segundo interpretemos, evidenciam o movimento do dar-se conta desse professor.

Dar-se conta de si ... um movimento de voltar-se para o feito

Nos encontros, enquanto estudavam os conteúdos de matemática para eleger temas, os professores planejavam suas aulas, analisavam a situação construída e discutiam as possibilidades de ensinar com a tecnologia, expondo compreensões acerca do que lhes fazia sentido na vivência do processo formativo. Esse sentido que se fazia retomava, também, as lembranças da experiência vivida junto aos seus alunos.

Na análise da aula, ao assistirem aos recortes das gravações, os professores foram se dando conta de situações que não haviam percebido durante a aula, mas que se mostravam relevantes para compreenderem as práticas com tecnologia. Em uma situação destacada por Leonardo, ele afirma que,

> *Com a gravação* [da aula] *a gente vai retomando as coisas que a gente não viu na aula. É essa a ideia! Por exemplo, quando ele* [aluno] *fala que o gráfico está entortando, não está entortando, está inclinando. A gente pode até dizer* [fez um gesto com a mão] *isso é entortar. Não é verdade?*

O professor vê que, ao explorarem os gráficos de funções polinomiais de primeiro grau, os alunos identificaram que havia alteração na inclinação das retas quando o coeficiente angular da função assumia valores diferentes, mas não utilizavam a linguagem matemática para descrever o visto. Ao assistir o vídeo há uma análise de possibilidades para explorar a fala do aluno. Interpretamos que essa atitude revela que o professor "dá um passo atrás" e se volta para a sua prática buscando compreender o que se manifesta. Seu olhar permitiu-lhe identificar situações que poderiam ter se perdido, uma vez que não foram vistas na aula.

Quando o professor se voltou para as suas ações a atividade dos alunos fez sentido para ele e, ao discutir com os colegas, compreendeu-a como possibilidade para a constituição de conhecimento. Em outra situação, a professora Luciana identificou que os alunos acessaram a internet para procurar informações relativas aos assuntos abordados na aula, mas, ao verem que o professor se aproximava, fecharam a página. Ela relata:

> *Eu acho que eles não sabem* [em que situações o acesso à internet é permitido]. *Tanto que eu acho que quem abriu ali* [a página do site de busca], *abriu e fechou correndo. Mas ali, naquele momento, com o GeoGebra, poderia* [...] *porque tem hora que a gente fala que não pode, mas não pode é ver um jogo, é ver outro tipo de coisa. Nesse momento ele pode usar, pesquisar, isso é uma coisa positiva para ele.*

No exercício de compreender a atitude do aluno, a professora reconhece que ali há indícios da forma pela qual eles estão acostumados a trabalhar em sala de aula, pois o professor proíbe o acesso à internet sem lhes deixar claro o motivo de tal proibição. Ver essa situação a fez identificar que, naquele momento, o acesso à internet é uma possibilidade para o aluno organizar as estratégias de resolução da tarefa e avançar com o tema que está sendo estudado.

Os professores também quiserem discutir os diálogos dos alunos durante a realização das tarefas. Como as tarefas eram realizadas em duplas, o diálogo nas duplas permitia que o professor visse o que eles estavam fazendo. Luciana chama a atenção dos colegas para um trecho do vídeo: "*Vamos ver se eles conseguem* [realizar a tarefa com o software], *vamos ver o que a gente vai escutar depois* [no vídeo], *quando eles vão falando".* Eles ouvem os alunos e concordam que se ater ao que eles dizem dá oportunidade de compreender como as tarefas iam fazendo sentido para eles à medida que faziam explorações. Isto é, os professores viram na expressão dos alunos uma forma de compreender o raciocínio desenvolvido quando eles estavam pensando com a tecnologia.

Estar atento ao modo como o aluno se envolvia com as tarefas dava pistas para conhecer o seu pensar com a tecnologia. As falas trazidas em diferentes situações permitiram que o professor visse algo que não viu durante a aula. Eles identificaram que, ao estar com a tecnologia, é preciso assumir novas formas de agir para que o processo de constituição de conhecimento do aluno possa deslanchar. Ouvindo o que os alunos falavam quando realizavam as explorações com o GeoGebra, os professores iniciaram um diálogo que os levou a voltarem-se para as suas atitudes em aula e mesmo para o seu processo formativo. Nesse movimento de voltar-se para a experiência vivida, Leonardo salientou que, como entendia, as suas ações que estavam lhes causando espanto – "como eu não vi isso na aula ?!?!?!" - não deveriam ser vistas como erros passíveis de recriminação, mas como um processo de compreensão acerca de "*o que eu preciso melhorar para o meu aluno aprender?*" (Leonardo).

Essa fala de Leonardo permaneceu no grupo. Luciana, ao ver uma situação em que ela corrigia a resposta de uma aluna, externa a preocupação de que não se permitiu compreender o raciocínio que levou a aluna ao erro, uma vez que, imediatamente, afirmou-lhe que estava errada e lhe deu a resposta correta. Luciana se deu conta de que, se tivesse compreendido o raciocínio da aluna, poderia ter identificado em que ponto a resolução não estava correta e, talvez, por meio de algumas perguntas, poderia levá-la a ver o que deveria ser feito para corrigir sua resposta. Luciana desabafa com seus colegas: "*Lá* [na aula] *eu acho que eu não percebi* [...] *agora* [com a gravação] *que eu percebi. Na hora a gente não percebe nada* [...]. *Eu acho que foi totalmente desconstruído o raciocínio dela. Eu matei o raciocínio dela! Eu não esperei ela pensar!* ". Luciana reconhece que seu modo de agir não favorecia a constituição de conhecimento pela aluna. Conforme interpretamos, no diálogo dos professores mostra-se uma abertura à compreensão do seu modo de ser professor disposto a ver e analisar suas atitudes. Os três professores se ajudavam, se solidarizavam com as atitudes dos colegas, davam sugestões e ia se constituindo um ambiente intersubjetivo que, cada vez mais, favorecia a comunicação e a colaboração entre eles.

Ainda, esse dar-se conta do professor vem evidenciando uma reativação de lembranças que, conforme discutido por Barbariz (2017), são importantes à compreensão das ações realizadas e vai permitindo a constituição do vínculo colaborativo no grupo. A fala de Luciana trouxe à memória de Leonardo uma situação semelhante que vivenciara e que quis compartilhar com o grupo.

> *Eu estou pensando que eu já fiz isso. Eu estou aqui olhando essa aula* [com o GeoGebra] *e pensando na minha aula que eu acabei de dar no 2º A, antes do intervalo* [...]. *Eu falei* [para o aluno]*: Não! Está errado! Mas eu podia ter perguntado: como é que você chegou nesse resultado?*

Para nós, vai se evidenciando que o grupo não estava apenas reconhecendo e identificando atitudes que não eram adequadas, mas também buscava compreender os modos pelos quais poderia orientar o aluno a corrigir seus erros. A fala do professor Leonardo trouxe uma "lembrança" de sua experiência vivida, mas, mais do que isso, interpretamos que expôs um ato empático, pois ele se solidarizou com a situação destacada pela colega e tentou reforçar a sua opinião de que mais importante do que punir-se pelos erros cometidos é voltar-se para o feito buscando alternativas.

Para finalizar, trazemos um recorte de uma fala do professor Euclides para expor que, no contexto de forma/ação dos professores, a comunicação é fundamental para que eles possam expressar o modo pelo qual vão se dando conta de suas práticas com tecnologias, bem como para que, junto ao colega, possam refletir sobre as possibilidades que têm para "fazer diferente", caso esse fazer seja relevante para a aprendizagem do aluno. Euclides afirma:

> *Além de trabalhar com a tecnologia, a gente também conversa muito aqui* [no grupo de formação]. *Eu, particularmente, que já estou há muito tempo, que já tem umas coisas que já estão meio embutidas, eu estou pensando melhor até para falar. Porque a gente* [pensa]*: Opa! Não é bem por aí. São coisas que ajuda bastante.*

Euclides reconhece que a comunicação que foi estabelecida no grupo dá oportunidade para analisar sua atitude, fazendo-o mais atento ao que diz em suas aulas. No entanto, cabe ressaltar que mudanças de atitude são difíceis e não ocorrem de modo aleatório ou individual, elas são forjadas nas ações e na análise da experiência vivida, em um movimento de constituição do conhecimento que é intersubjetivo, pois é dado no diálogo com o outro. As compreensões que vão sendo acordadas no grupo sobre os modos de se fazer, bem como acerca dos motivos que apoiam esse fazer, podem favorecer uma mudança se levarem ao pensar; pensar sobre possibilidades que se abrem ao conhecimento, pensar sobre modos de ensinar, pensar sobre formas de estar com seus alunos, etc. No caso desse grupo de professores, entendemos que esse pensar voltou-se para a possibilidade de constituição de conhecimento do aluno com a tecnologia.

Considerações Finais

A experiência vivida nesse contexto da formação com estudo de aula nos mostrou que ao se abrirem ao diálogo, ouvindo o colega e os alunos, os professores se dão conta de suas práticas com tecnologia. Analisando a experiência vivida na aula, assistindo ao vídeo, os professores "dão um passo atrás" para olhar suas ações e isso os levou a destacar situações que, segundo consideraram, deveriam ser retomadas para favorecer o entendimento dos alunos.

Os professores reconhecem que os alunos são capazes de recorrer a outras fontes de consulta para definir estratégias para resolver as tarefas que lhes eram propostas, como as pesquisas que faziam na internet. O "erro" foi discutido no grupo e adquiriu um novo significado. Ao estar com tecnologia, o erro poderia ser importante se com ele fosse investigado o raciocínio do aluno. Para além de apontá-lo, é importante compreendê-lo, questionando o aluno e dando-lhe tempo para pensar, para reconstruir juntos um caminho que leva à resposta da tarefa.

À medida que esses professores se lançaram ao processo de formação mostraram-se mais seguros para apontar situações da prática que consideravam que deveriam ser modificadas. Trouxeram à discussão situações que deram abertura à comunicação favorecendo, no grupo, a busca por modos distintos de ensinar. Esses aspectos apontados, embora ainda não digam do modo pelo qual compreendemos a interrogação da pesquisa, apontam elementos relevantes para compreender *como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia*. O como de nossa interrogação foca os modos pelos quais as vivências ocorrem no tempo vivido de ser professor com tecnologias.

Entendemos com Bicudo (2011) que é relevante nos voltarmos para o grupo procurando compreender as ações desses professores que ensinam com tecnologias. Na percepção o ser professor com tecnologias mostra-se no agora, no ato de ensinar. No entanto, nas vivências o que é enlaçado na percepção requer outros atos: cognitivos e que articulem o vivido para ser comunicado. Embora a percepção ocorra na subjetividade do sujeito, ela abarca o percebido e seu entorno, envolvendo aqueles com quem se está junto. Assim, no fluxo das vivências há um processo de efetivação dos atos perceptivos (BICUDO, 2011). O modo pelo qual o professor se percebe vai sendo expresso em suas ações de ensinar que ganham significado no grupo quando ele se volta para o fazer do aluno e se dispõe a dialogar. Nesse movimento vamos compreendendo o que na pesquisa é interrogado.

Referências

ALES BELLO, A. **Introdução à Fenomenologia**. Bauru: EDUSC, 2006, 108 p.

BARBARIZ, T. A. M. **A Constituição do Conhecimento Matemático em um Curso de Matemática à Distância**. 2017. 451f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/150212>. Acesso em: 11 mai. 2021.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática: sua importância na formação de professores de matemática. In: SILVA, R. S. R. da (Org.). **Processos formativos em educação matemática:** perspectivas filosóficas e pragmáticas. Porto Alegre: Editora Fi, 2018, p. 29-45. Disponível em: <https://www.editorafi.org/310processosformativos>. Acesso em: 30 abr. 2021.

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BICUDO, M. A. V. O estar-com o outro no Ciberespaço. **Educação Temática Digital - ETD**, Campinas, v. 10, n. 2, p. 140-156, 2009. Disponível em: <http://www.mariabicudo.com.br/resources/ARTIGOS/O%20ESTAR-COM%20O%20OUTRO%20NO%20CIBERESPAÇO.pdf> Acesso em: 26 mai. 2021.

CURI, E. Grupo de Pesquisa Colaborativo: espaço para promoção do desenvolvimento profissional docente. In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P; VECE, J. P. (Orgs.). **Grupos Colaborativos e Lesson Study**: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores. São Paulo: Alexa Cultural, 2018, p. 17-33.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação que tem a Fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Orgs.). **A pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Editora Unimep, 1994, p. 23-33.

MARTINS, J.; BOEMER, M. R.; FERRAZ, C. A. A Fenomenologia como Alternativa Metodológica para Pesquisa – Algumas Considerações. **A Sociedade Cadernos da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos**, São Paulo, v. 1, n.1, p. 33-47, 1990. Disponível em <https://www.sepq.org.br/cadernos>. Acesso em: 25 mai. 2021.

MIARKA, R.; BICUDO, M. A. V. Forma/ação do professor de matemática e suas concepções de mundo e de conhecimento. **Ciência e Educação** (UNESP. Impresso), Bauru, v. 16, p. 557-565, 2010. Disponível em: <http://mariabicudo.com.br/resources/ARTIGOS/FORMA%20A%C3%87%C3%83O%20

DO%20PROFESSOR%20DE%20MATEM%C3%81TICA%20E%20SUAS%20CONCEPCOES%20DE%20MUNDO.pdf> Acesso em: 11 mai. 2021.

MOCROSKY, L. F.; MONDINI, F.; ORLOVSKI, N. A quem interessar possa. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs). **Ser Professor com Tecnologias**: sentidos e significados. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, p. 41-54. Disponível em: <https://www.academia.edu/38181508/Ser-professor-com-tecnologias.pdf>. Acesso em: 26 mai. 2021.

PONTE, J. P. *et al*. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n56/1980-4415-bolema-30-56-0868.pdf>. Acesso em: 26 mai. 2021.

RICHIT, A.; PONTE, J. P.; TOMKELSKI, M. L. Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 100, n. 254, p. 54-81, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S2176-66812019000100054&script=sci_arttext>. Acesso em: 10 mai. 2021.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos Profissionais evidenciados em Estudos de Aula na perspectiva de Professores Participantes. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 36, p. 1-29, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982020000100201>. Acesso em: 26 mai. 2021.

ROSA, M.; BICUDO, M. A. V. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (Orgs). **Ser Professor com Tecnologias**: sentidos e significados. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018. p. 13-40. Disponível em: <https://www.academia.edu/38181508/Ser-professor-com-tecnologias.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2021.

SILVA, C. A. F. Fenomenologia e educação: uma abertura recíproca. **Semina**: Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1, p. 59-64, 2011. Disponível em: <http://www.uel.br/revistas/uel/index.php/seminasoc/article/view/11506>. Acesso em: 14 mai. 2021.

A Educação Matemática como cuidado

Mathematics Education as care

Érica Czigel
Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Câmpus de Rio Claro
ericaczigel@hotmail.com

Fabiane Mondini
Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Câmpus de Sorocaba
fabiane.mondini@unesp.br

Resumo
Esse texto apresenta parte de uma pesquisa em desenvolvimento que foca a educação matemática na perspectiva das classes hospitalares. Compreendemos que a Educação Matemática se faz presente no contexto das classes hospitalares enquanto abertura e se mostra ontologicamente, tanto em sua existencialidade como em sua facticidade, nesse sentido abordaremos o cuidado (*Sorge*) em Educação Matemática a partir da essência do cuidado na filosofia de Martin Heidegger. A fim de pensar a Educação Matemática nesse contexto, seguiremos na direção da questão norteadora: *"Como a matemática se faz presente nas classes hospitalares?"*. Para tanto, estamos desenvolvendo uma pesquisa de cunho qualitativo, seguindo uma abordagem fenomenológica.

Palavras-chave: Classes hospitalares; Fenomenologia; Educação Matemática.

Abstract
This text presents part of an ongoing research project that focuses on mathematics education from the perspective of hospital classrooms. We understand that Mathematics Education is present in the context of hospital classes as an opening and shows itself ontologically, both in its existentiality and its facticity, in this sense we will approach care *(Sorge)* in Mathematics Education based on the essence of care in Martin Heidegger's philosophy. In order to think about Mathematics Education in this context, we will follow in the direction of the guiding question: *"How mathematics is present in hospital classrooms?".* For this purpose, we are developing a qualitative research, following a phenomenological approach.

Keywords: Hospital Classrooms; Phenomenology; Mathematics Education.

Introdução

Este texto apresenta parte de uma pesquisa em desenvolvimento que foca a práxis educativa que permeia o ensino de matemática no âmbito hospitalar. Essa modalidade de ensino constitui, de acordo com o Ministério de Educação (MEC), um atendimento a alunos que estão impossibilitados, por algum motivo de saúde, de frequentar a sala de aula regular (BRASIL, 2002). A esse respeito, o MEC, afirma que:

> denomina-se classe hospitalar o atendimento pedagógico-educacional que ocorre em ambientes de tratamento de saúde, seja na circunstância de internação, como tradicionalmente conhecida, seja na circunstância do atendimento em hospital-dia e hospital-semana ou em serviços de atenção integral à saúde mental (BRASIL, 2002, p. 13).

Segundo Teixeira *et. al* (2017) enquanto política pública no Brasil, o atendimento pedagógico realizado em hospitais ou domicílios é um direito orientado e garantido por lei, sendo inicialmente previsto na Constituição Federal (BRASIL, 1988) que descreve a educação como direito social de todos (art. 6º), sendo assegurada constitucionalmente pelos art. 23º e art. 205 como dever do poder público, pelo art. 208 para os que não tiverem acesso à educação; pela Lei Nº8.069/1990 (BRASIL, 1990); e partindo da constituição, sobre o direito da criança e do adolescente à educação, a garantia de atendimento pedagógico de estudantes impossibilitados de frequentar a escola passa a ganhar força em outras instâncias legais (TEIXEIRA *et. al* 2017).

Com a instituição das Diretrizes Nacionais para a educação Especial na Educação Básica (BRASIL, 2001), o Conselho Nacional de Educação retrata sobre o atendimento educacional a crianças em tratamento de saúde que implique na internação hospitalar (FONTES, 2008). O art. 13 deste documento descreve que deve haver uma ação integrada entre os sistemas de ensino e os sistemas de saúde, a fim de prover o atendimento educacional especializado a alunos impossibilitados de frequentar as aulas em razão de tratamento de saúde que implique no afastamento do aluno da escola regular, por internação hospitalar, atendimento ambulatorial ou permanência prolongada em domicílio (BRASIL, 2001).

Em 2002, o MEC publica o documento *Classes Hospitalares e atendimento pedagógico domiciliar* (BRASIL, 2002). De acordo com Fontes (2008) esse documento tem como objetivo estruturar o planejamento de ações do sistema de atendimento educacional considerando o âmbito hospitalar e o domiciliar. Nesse sentido, o documento expõe orientações relacionadas ao atendimento pedagógico voltado para esses ambientes, considerando conhecimentos correspondentes à educação básica brasileira[1], bem como descreve que:

> O professor deverá ter a formação pedagógica preferencialmente em Educação Especial ou em cursos de Pedagogia ou licenciaturas, ter noções sobre as doenças e condições psicossociais vivenciadas pelos educandos e as características delas decorrentes, sejam do ponto de vista clínico, sejam do ponto de vista afetivo. Compete ao professor adequar e adaptar o ambiente às atividades e os materiais, planejar o dia-a-dia da turma, registrar e avaliar o trabalho pedagógico desenvolvido (BRASIL, 2002, p. 22).

[1] A Educação Básica brasileira integra o Ensino Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

Segundo Fontes (2008) há uma corrente teórica no Brasil respaldada legalmente pela Política Nacional de educação Especial (BRASIL, 1994) e pelas Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica (BRASIL, 2001), que defende uma ramificação da educação escolar através de Classes Hospitalares. Ademais, de acordo com a autora, essa corrente defende a presença de professores em hospitais em prol da escolarização de crianças e jovens internados segundo as referências da escola regular, de modo a contribuir com a diminuição do fracasso escolar. Esse modelo tem sido adotado desde a década de 50, onde se tem registro da primeira Classe Hospitalar no Brasil vinculada ao Hospital Municipal Jesus na cidade do Rio de Janeiro (FONTES, 2008).

De acordo com Fontes (2008), a hospitalização pode contribuir para o maior adoecimento do indivíduo, uma vez que o distancia de suas atividades regulares. A estadia no hospital pode suscitar o desempenho de outros papéis sociais para as crianças e adolescentes, que passam a definir novas relações dentro desse espaço de interação social, o que pode marcar de forma substancial o desenvolvimento desses indivíduos.

As classes hospitalares são orientadas por uma política que tem como intuito possibilitar aos alunos, em tratamento de saúde, a continuidade dos seus estudos. Vale ressaltar que o atendimento está destinado a crianças e jovens em fase de escolarização na Educação Básica, impossibilitados de frequentar classes regulares.

Este é o cenário em que estamos desenvolvendo nossa pesquisa qualitativa, em uma abordagem fenomenológica. Nesta investigação temos como intuito compreender a matemática no contexto das classes hospitalares. Para tanto, elaboramos a seguinte questão norteadora que direciona a pesquisa, "*Como a matemática se faz presente nas classes hospitalares*?". Neste texto trazemos compreensões, ainda que iniciais, sobre o que para nós tem se revelado significativo ao tematizar as classes hospitalares na perspectiva da educação matemática.

Pensar no ensino de matemática dentro de um contexto diferenciado do escolar, como é o caso das classes hospitalares, é um dos desafios da Educação Matemática na atualidade. De acordo com Fontes (2008), as atividades pedagógicas para as pessoas enfermas abrange duas vertentes, a primeira onde prevalece-se ações lúdicas como o principal canal de comunicação, e a segunda está direcionada ao processo de reconhecimento desse novo espaço de aprendizagem no sentido de desmistificar o ambiente hospitalar, possibilitando que o indivíduo enfermo ressignifique suas práticas e rotinas, ou seja, a Educação Matemática se faz presente no contexto das classes hospitalares como cuidado.

Aspectos metodológicos

Em consonância com Bicudo (2011), entendemos que o ponto fundamental da pesquisa é constituído pela interrogação e seu esclarecimento. Para a autora, a interrogação funciona como um pano de fundo onde se encontram todas as perguntas do pesquisador. E nesse sentido, a interrogação "*Como a matemática se faz presente nas classes hospitalares*?", direciona esta pesquisa. Para desenvolver esse estudo optamos pela pesquisa qualitativa desenvolvida segundo uma abordagem fenomenológica.

De acordo com Bicudo (2011), ao assumir a postura de pesquisa qualitativa, estamos trabalhando com a qualidade do que se pesquisa e, o modo como prosseguiremos essa investigação indicará se estamos trabalhando com a qualidade do objeto/observado ou com o fenômeno/percebido. O primeiro, de acordo com a autora, descreve uma postura separatista entre o pesquisador e o pesquisado[2], e o segundo, indica que a qualidade será percebida pela percepção do pesquisador e, é nesse sentido que seguiremos essa pesquisa.

Bicudo (2011) diz que o par fenômeno/percebido descreve a concepção fenomenológica da realidade e implica que o que expressa seja analisado e interpretado. Não se tem um quadro de categorias que descreva o processo de interpretação, mas há a necessidade de refletir o exposto de forma rigorosa, a fim de não cair no "achismo" da realidade. A autora descreve que a análise e a interpretação nos direcionam para convergências e divergências das compreensões que vão se constituindo.

É nessa perspectiva que essa investigação constitui uma pesquisa qualitativa, desenvolvida segundo uma abordagem fenomenológica, que intenciona revelar a *qualidade percebida pelo sujeito* no decorrer da pesquisa, ao nos voltarmos atentamente para os modos como a matemática se dá no contexto das classes hospitalares, ou seja, buscamos compreender os modos pelos quais o fenômeno "matemática nas classes hospitalares" se mostra às pesquisadoras.

De acordo com Mondini e Bicudo (2019, p. 3), "o fenômeno se mostra para quem o interroga e insiste em compreendê-lo para além do momento presente da percepção

[2] "É como se a qualidade fosse do objeto e se mostrasse passível de ser observada" (BICUDO, 2011, p.18).

e de opiniões imediatas, ficando atento ao rigor dos avanços que, em suas investigações, realiza". Nesse sentido, visando compreender a matemática na perspectiva das classes hospitalares, buscaremos textos disponíveis que abrangem pesquisas envolvendo o tema em questão. Nesse artigo apresentamos, o que, até o momento compreendemos no desenvolvimento de nossa pesquisa.

O cuidado na perspectiva da Educação Matemática no contexto das classes hospitalares

A educação, para Bicudo (1999), tem como ponto central o "*cuidado com…*"

> toma como ponto de partida o cuidado com o aluno, considerando sua realidade histórica e cultural e possibilidades de *vir-a-ser*; cuidado com a Matemática, considerando sua história e modos de manifestar-se no cotidiano e na esfera científica; cuidado com o contexto escolar, lugar onde a educação escolar se realiza; cuidado com o contexto social, onde as relações entre pessoas, entre grupos, entre instituições são estabelecidas e onde a pessoa educada também de um ponto de vista matemático é solicitada a situar-se, agindo como cidadão que participa das decisões e que trabalha participando das forças produtoras (BICUDO, 1999, p. 7).

Compreendemos que a educação matemática se faz presente no contexto das classes hospitalares enquanto abertura e se mostra ontologicamente, tanto em sua existencialidade como em sua facticidade. Para Heidegger (1988) há uma conexão originária que constitui a totalidade estrutural entre a existencialidade e a facticidade[3] com a decadência ou liberdade, que se denomina de cuidado (*Sorge*)[4]. Para o autor, "Ser, para o *Dasein*, é ser no cuidado, ser cuidadosamente, ser no cuidado do ser" (DUBOIS, 2004, p. 43). Ainda, segundo o mesmo autor, é fundamental entender o sentido ontológico do *Dasein*, enquanto presença, para compreender o cuidado. "Primeiramente, o ser do *Dasein* é *projetado* como existência e, somente depois e de modo mais completo, como cuidado" (COSTA, 2017, p.2).

Em Ser e Tempo, Heidegger (1988) destaca que a presença do ser humano no mundo se revela, pelo cuidado, de três modos distintos: o cuidado de si (*Selbstsorge*), o cuidado com os utensílios e com as obras (*Besorge*) e o cuidado com outro, enquanto presença (*Fürsorge*). Em outras palavras, nosso modo de ser no mundo, enquanto presença, se revela

---

[3]Segundo Martin Heidegger, é o que caracteriza a existência como lançada no mundo, ou seja, à mercê dos fatos, ou no nível dos fatos e entregue ao determinismo dos fatos. O fato, que é simplesmente a presença das coisas utilizáveis, é objeto de constatação intuitiva. A Facticidade da existência, ao contrário, só é acessível através da compreensão emotiva. Nesse sentido, a Facticidade é um modo de ser próprio do homem e diferente da factualidade, que é o modo de ser das coisas (DICIONÁRIO DE FILOSOFIA, 2008, s/p.).
[4]Sorge, "cura (cuidado)", é "propriamente a ansiedade a preocupação que nasce de apreensões que concernem ao futuro e referem-se tanto à sua causa externa quanto ao estado interno" (INWOOD, 2002, p. 56).

pelo cuidado que temos conosco, com as coisas como ocupação e com os outros enquanto preocupação.

A ocupação, enquanto cuidado, se dá em nossos afazeres cotidianos, nas diversas atividades que realizamos enquanto presença e de modo cuidadoso. Quando nos ocupamos da matemática com vistas ao ensino, por exemplo, trazemos enquanto professores, o cuidado com a nossa formação, com o preparo das aulas, com a escolha de materiais de apoio, entre outros. São modos de ser que respondem a como executar determinada tarefa ou função, bem como utilizar determinado instrumento ou utensílio. Na ação educativa, além do "*como?*", devemos nos atentar a "*quem?*". E o *quem* nos revela o outro, em coexistência comigo no mundo. A preocupação com o outro se manifesta de distintas formas: "na indiferença, no amor, no ódio, no guerrear, no matar, no invejar, no ajudar, ..." (ALMEIDA, 2012, p. 84). A preocupação pode nos levar a tomar o lugar do outro, tornando-o dominado, quando não o vemos como um igual e projetando sua decadência.

A preocupação também projeta a liberdade, quando há a solidariedade com o outro e a ética na ação. Nessa ação em que a finalidade não é anular, dominar, domesticar ou explorar, revela-se o cuidado de modo autêntico e o outro se faz presente. É desta última compreensão do cuidado que partimos para pensar a matemática no contexto escolar.

> Se o ser-com (os outros) permanece existencialmente constitutivo ao ser-no-mundo, ele deve poder ser interpretado em face do fenômeno cuidado, que usamos para designar o ser do ser-aí em geral, (...) o caráter do ocupar-se das coisas não é próprio do ser-com, apesar deste modo de ser seja um ser para os entes encontrados no mundo. O ente, com o qual o ser-aí se relaciona como ser-com não tem o modo de ser do utensílio à mão, sendo também este um ser-aí. Desse ente não se ocupa, com ele se preocupa. Também "ocupar-se" da alimentação e vestuário, tratar do corpo enfermo é preocupação. Se entendermos esta expressão de modo que seu uso corresponda a uma ocupação com coisas como termo de um existencial. A "preocupação", no sentido de assistência social de fato, por exemplo, funda-se na constituição do ser-aí como ser-com (Heidegger, 1996, p.114).

Falar em educação matemática como cuidado é, portanto, compreender o outro em sua subjetividade e pensar as ações educativas para a liberdade. Quando afirmamos que compreendemos o outro como pessoa, destacamos suas potencialidades de ser, ou seja, seu *vir-a-ser*. Nesse sentido, teorias educacionais pré-determinadas, preconceitos ou ideologias, que de algum modo intencionam modelar o sujeito, não trazem em suas ações o cuidado autêntico da existência do outro projetando em seu horizonte a liberdade de modo de ser. A *"pré-ocupação"*[5] como cuidado liberta. Acontece em um terreno histórico, social e político em que se encontra o contexto escolar, o que por sua vez, implica atenção e ações apropriadas por parte do profissional da educação matemática, a fim de que, os trajetos traçados indiquem caminhos mais seguros e também para que a pessoa se eduque matematicamente (BICUDO, 1999), sem que na ação educativa ocorra a indiferença e a substituição da pessoa, mesmo que a intenção seja evitar o sofrimento e que se justifique isso pelo amor.

> O problema da compreensão do outro não se reduz, portanto, jamais, a uma questão de metodologias e técnicas, ao contrário, essas somente são possíveis enquanto desdobramento temático da pré-compreensão do outro em que já sempre se encontra o Dasein segundo seu modo de "ser-no-mundo" (AS, 2000, 265).

A Educação Matemática, como cuidado, se revela quando há a preocupação como antecipação (*Vorausspiingt),* em que nos compreendemos no lugar do outro, sem substituí-lo ou negando-lhe assim suas possibilidades de existir, com consideração, ética e tolerância.

Referências

ALMEIDA, R. **O Cuidado no Heidegger dos anos 20.** 2012. 200 f. Doutorado em Filosofia – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/61776/000865237.pdf?sequence=1>. Acesso em 19 maio 2021.

BRASIL. Constituição. **Constituição da República Federativa do Brasil:** promulgada em 5 de outubro de 1988. 35. Brasília, 1988.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação Especial.** Brasília, DF, 1994.

BRASIL. Resolução CNE/CEB n.º 2, de 11 de setembro de 2001. Estabelece as **Diretrizes Nacionais de Educação Especial.** Diário Oficial da República Federativa do Brasil. Brasília - DF.

BRASIL. Ministério da Educação. **Classe hospitalar e atendimento pedagógico domiciliar**: estratégias e orientações. Brasília, 2002. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/livro9.pdf>. Acesso em: 27 de abr. 2021.

BICUDO, M. A. (1999). Ensino de Matemática e Educação Matemática: algumas considerações sobre seus significados. **Bolema, Rio Claro – SP,** v. 12, n. 13, 1-11. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10638>. Acesso em: Acesso em: 27 abr. 2021.

[5]"Mas, a invariante que permanece nas abordagens sobre possíveis concepções de Educação é a característica **pré-ocupação** com o modo de vir-a-ser do outro ou de si mesmo. Essa invariante, até onde posso ver, é o cuidado. Cuidado com a sociedade, cuidado com a preservação do existente, cuidado com o desabrochar da potencialidade do indivíduo, cuidado com a formação da pessoa…" (BICUDO, 1999, p. 2).

COSTA, M. G. **O cuidado na filosofia de Martin Heidegger.** Disponível em: <http://famariana.edu.br/blog/2017/10/03/o-cuidado-na-filosofia-de-martin-heidegger/#:~:text=Percebemos%20ag%20a%20 dualidade%20do,ainda%20que%20 de%20 modo%20 privativo.> Acesso em 19 maio 2021.

CERBONE, D. R. **Fenomenologia.** Tradução de Caesar Souza. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.

DICIONÁRIO DE FILOSOFIA. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2021. Disponível em: < *http://www.filosofia.com.br/vi_dic.php?palvr=F>. Acesso em: 23 jun. 2021.*

FONTES, D. S. R. Da classe à pedagogia hospitalar: a educação para além da escolarização. **Revista Linhas**, v. 9, n. 1, jan. / jun. 2008, p. 72 – 92. Disponível em: < www.periodicos.udesc.br/index.php/linhas/article/download/1395/1192>. Acesso em: 27 abr. 2021.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo.** Tradução, Márcia de Sá Cavalcanti. 2 ed. Petrópolis: Vozes, 1988.

INWOOD, M. **Dicionário Heidegger.** Tradução, Luísa Buarque de Holanda. Zahar, 2002.

MONDINI, F.; BICUDO, M. A. V. Uma interpretação analítica da organização escolar da Matemática durante a Primeira República Brasileira. **ZETETIKE (UNICAMP)**, v. 27, p. 1-25, 2019.

SA, R. N. A noção heideggeriana de cuidado (Sorge) e a clínica psicoterápica. **Veritas**, Porto Alegre, v. 45, n. 2, p. 259-266, 2000.

TEIXEIRA, G. R. A. Classe Hospitalar: percepções sobre o ensino de Matemática no contexto hospitalar. **Signos,** Lajeado, ano 38, n. 2, p. 111-130, 2017. Disponível em: <http://www.univates.br/revistas/index.php/signos/article/view/1595>. Acesso em: 29 abr. 2021.

A intuição de infinitude e a compreensão do conceito de infinito

The intuition of Infinitude and understanding the concept of infinity

José Milton Lopes Pinheiro
Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL)
Jose.pinheiro@uemasul.edu.br

Resumo
Neste estudo visa-se compreender e explicitar: *como a intuição de infinitude se faz presente no contexto de ensino e de aprendizagem?* Para tanto, realiza-se um estudo bibliográfico, focando o discurso filosófico, buscando compreensões com as quais se possa expor o que é comum aos diferentes discursos sobre o infinito. Compreende-se que, em meio às variações formais e epistemológicas, a intuição de infinitude se mostra como um ponto de interseção entre os discursos. Evidencia-se que, se inserida a perspectiva do ensino e aprendizagem, trazida em estudos na Educação Matemática, o mesmo ponto se destaca, como proposta didática para constituição de um solo perceptivo e intuitivo com o qual avança a articulação de conceitos mais abstratos de infinito e de conteúdos matemáticos aos quais o mesmo está inserido.

Palavras-chave: Infinito. Filosofia da Matemática. Fenomenologia.

Abstract
This study aims to understand and explain: how is the intuition of infinitude present in the context of teaching and learning? To this end, a bibliographic study is carried out, focusing on the philosophical discourse, seeking understandings with which to expose what is common to the different discourses on the infinite. It is understood that, in the midst of formal and epistemological variations, the intuition of infinity is shown as a point of intersection between the discourses. It is evident that, if inserted the perspective of teaching and learning, brought in studies in Mathematics Education, the same point stands out, as a didactic proposal for the constitution of a perceptive and intuitive soil with which the articulation of more abstract concepts of infinity and mathematical contents to which it is inserted advances.

key words: Infinity. Philosophy of Mathematics. Phenomenology.

Introdução

Foca-se neste estudo o infinito como fenômeno visado. Na concepção husserliana, o fenômeno "possui sua especificidade, ele é composto de predicáveis essenciais que têm de lhe ser atribuídos (enquanto ele é como é em si mesmo), a fim de que outras determinações secundárias, relativas, lhe possam ser atribuídas" (HUSSERL, 2006, p. 35). Para Husserl, a essência de um fenômeno interrogado é o "invariante do percebido, sujeito a reduções e materializado pela linguagem, portanto histórica e culturalmente presente no mundo-vida" (BICUDO, 2012, p. 20).

Para explicitar o que se evidencia como invariante entre teorias que propõem reflexões e que definem o infinito, traz-se neste estudo um pensar sobre essa essência, enquanto invariante, ou estruturante do fenômeno investigado: o infinito. Nos estudos realizados compreende-se que no âmbito das diferentes visadas, quais sejam: da Matemática, da Física e da Filosofia, algo que se mostra como um entre os invariantes possíveis em seus discursos é a *intuição da infinitude* (ou intuição da infinição, como em Lévinas), sem a qual entende-se não ser possível dizer ou definir o infinito, e sem a qual não ter-se-ia instituída tal definição.

Seja o matemático, o físico, ou o filósofo, quando explicitam o infinito a alguém que busca compreendê-lo, solicita a abstração das relações, projetando intuitivamente o que o olhar lançado não alcança. Isso corrobora a compreensão leibniziana de que embora o contínuo embaraça praticamente todo o gênero humano, o infinito influencia somente os filósofos, referindo-se ao infinito como correlato ao pensar (LEIBNIZ, 1969).

No âmbito da Educação, vê-se dificuldades de alunos do ensino superior com disciplinas iniciais que solicitam uma compreensão do infinito matemático, como por exemplo as disciplinas de Cálculo, cujo índice de reprovação em duas das maiores universidades brasileiras, USP e UFF é de 50% (AMADEI, 2005). Tais disciplina solicitam uma expansão do pensamento, constituindo dados abstratos com os quais se deve operar. *Um desenvolvimento pedagógico que promova a intuição de infinitude como prática pedagógica pode contribuir às aprendizagens relacionadas ao conceito de infinito?* De outro modo, formula-se a pergunta diretriz desta pesquisa: *como a intuição de infinitude se faz presente no contexto de ensino e de aprendizagem?*

Para compreender o que indaga esta interrogação, assume-se aqui uma metodologia qualitativa de investigação, com a qual se persegue a interrogação tendo-a como norte de pesquisa, no entanto, sem dela fazer ajuizamento prévio. Foi realizado um estudo bibliográfico e, com ele, fez-se uma articulação entre o dito pelos pesquisadores estudados e o compreendido pelo autor deste texto, expondo modos pelos quais o infinito se evidencia junto às ciências e outros espaços possíveis. O foco deste estudo direciona-se ao que dizem os pesquisadores no âmbito da Matemática, da Física e da Filosofia sobre a temática. Articula-se o compreendido com estes pesquisadores aos estudos apresentados no campo da Educação Matemática, que versam sobre o infinito.

Explicitando um olhar filosófico ao infinito

Pode-se pensar que todos os conjuntos infinitos têm o mesmo tamanho, mas este não é o caso, tal como indica um famoso resultado matemático, demonstrado por Cantor: o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) é maior que o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$).

Bolzano propôs, em sua obra *Os paradoxos do infinito*, que se veja correspondências bijetoras entre o todo e uma de suas partes, como a marca característica das totalidades infinitas (DELAHAYE, 2006). Mais tarde, o matemático alemão Richard Dedekind (1831-1916), admitiu a propriedade vislumbrada por Bolzano, que contrariava o axioma de Euclides: o todo é maior do que as suas partes, e, em 1888, num artigo intitulado: *O que são e para que servem os números?,* ele a utilizou para apresentar uma definição de conjunto infinito (e conjunto finito), qual seja: *um conjunto A é infinito se, e somente se, existir um subconjunto próprio B de A ($B \subset A$ e $B \neq A$) e uma correspondência um-a-um entre A e B; e o conjunto A será finito se não for infinito.*

O trabalho principal foi realizado pelo matemático alemão Georg Cantor (1845-1918), que descobriu muitas propriedades a respeito do tamanho de conjuntos infinitos. Ele encontrou distinções entre o tamanho dos conjuntos infinitos. Cantor mostrou que conjuntos infinitos podem apresentar uma infinidade de tamanhos diferentes. Como exemplo, o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) é maior que o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$). Mais precisamente: *se A é um conjunto, finito ou infinito, então a cardinalidade de A é (estritamente) menor do que a cardinalidade do conjunto das partes de A. Em símbolos: $\#A < \#P(A)$.*

Como se pode verificar nas contribuições de Cantor, o olhar lançado ao objeto infinito foi ao longo do tempo configurando e desconfigurando concepções matemáticas. Também é possível fazer a mesma afirmação às concepções filosóficas. Por exemplo, Torricelli ao visualizar um sólido ilimitado, portanto infinito, porém, com volume finito, faz questionar-se a Filosofia Empirista, que trabalha com um espaço real sobre o qual se faz experimentações: dado este espaço, como pode conjecturar-se como real um sólido infinito? Sobre indagações como esta, Silva (2007, p. 84) afirma que: “o que é contraditório para as grandezas finitas pode ser da própria essência das grandezas infinitas; o que repugna a nossa intuição finita pode ser a verdade do infinito”.

Na Matemática muito se vale das concepções de *infinito potencial* e de *infinito atual* (em ato) para explicitar a incomensurabilidade de grandezas e quantidades. Radice (1981, p. 8) define essas concepções: infinito potencial, para uma sucessão de elementos, “é a possibilidade de ir sempre mais longe, sem que se atinja um elemento último. ... Um infinito em ato, portanto, e não apenas em potência é uma infinidade realizada, e não apenas não completável; esgotada e não unicamente inesgotável”.

Numa perspectiva filosófica, Platão (428 – 347 a. C.) e Aristóteles (384 – 322 a. C) admitem o infinito potencial, em contraposição ao atual. Como premissa da geometria aristotélica tem-se que não podemos conhecer os objetos posteriores que não derivem de elementos primeiros. Portanto, tais objetos estão em possibilidade de vir a ser, quando observados elementos de sua constituição, característica esta que define o infinito potencial. Nessa perspectiva, Aristóteles, em *O Tratado do Infinito, Física III*, entende como absurdo pensar o infinito como o que contém, visto que em sua compreensão, isto, por si só, lhe imporia limites, dando-o caráter de totalidade em ato (infinito atual). Aristóteles afirma o infinito como o que está contido, aquilo além do qual sempre há algo: isto é, o infinito. Se aderida a ideia de completude ou de um todo, eles seriam em potência.

Com outro olhar, focando a qualidade e não a quantidade, a Filosofia se volta, também, ao *infinito absoluto*, com o qual se pensa um dos principais empregos do infinito no âmbito filosófico: a ideia de Deus. Com esse olhar a Filosofia abarca em suas discussões a humanidade, pois assim como com o estudo da finitude pode-se ir vislumbrando o infinito matemático, o homem em sua vivência percebe seus defeitos e/ou qualidades na presença do outro, que na perspectiva cristã é a própria imagem e semelhança de Deus, um ser perfeito, divino.

No parágrafo anterior um questionamento se impõe: é o infinito construído a partir de partes que se possam articular e projetar, ou é a existência do infinito que permite pensar partes que o constituem? No âmbito do desenvolvimento da lógica, que constrói o objeto matemático evidenciando um processo, é a primeira situação que prevalece. Esta seria também a conclusão de Kant, para quem a noção de infinito se põe como um ideal da razão e engloba todas as relações. Aristóteles diria que o infinito se faz presente mais no conceito (logos) do que no todo. Se o todo diz do inteligível e incognoscível, seria absurdo creditar a ele (enquanto incognoscível) a possibilidade de definir coisa qualquer.

Já Descartes afirma ver mais "realidade" na substância infinita do que na finita. Explicita tal entendimento focando o homem, que de alguma maneira tem de si a noção de infinito anteriormente à do finito, isto é, de Deus antes de si mesmo. Expõe como estranho seria se o homem pudesse conhecer que duvida e que deseja, e que, portanto, lhe falta algo, não sendo assim inteiramente perfeito, se não tivesse nele a ideia de um ser mais perfeito. Se não fosse assim "em comparação ao qual eu conheceria as carências de minha natureza? E isto não deixa de ser verdadeiro, ainda que eu não compreenda o infinito... pois é da natureza do infinito que minha natureza, que é finita e limitada, não possa compreendê-lo" (DESCARTES, 1973, p. 31).

Lévinas (1988), valendo-se da compreensão de Descartes, porém apenas em seu esquema formal, expõe sua ideia de infinito, pautada na experiência face a face entre um eu e outrem, um ser absolutamente outro (entendido por Lévinas como o próprio infinito) que assim como o Deus em Descartes, também não se alcança a totalidade, porém, agindo à sua própria liberdade, cuja filosofia primeira é a ética, o eu pode ir conhecendo, transcendendo face a face o que o outrem emana, ao passo que vislumbra o por vir, movido pelo desejo do invisível ou do metafísico (que tende para a coisa totalmente outra, para o "absolutamente outro"). "O infinito no finito, o mais no menos que se realiza pela ideia do Infinito, produz-se como Desejo. Não como um Desejo que a posse do Desejável apazigua, mas como Desejo do Infinito que o desejável suscita, em lugar de satisfazer" (LÉVINAS, 1988, p. 20).

Estar face a face com outrem é adentrar em uma infinitude de possibilidades, dadas as perspectivas variadas, a diversidade de situações e posições em que se está inserido no tocante à percepção, ao meio social, ao meio sociocultural, histórico ou religioso. A percepção abre uma infinidade de aspectos perceptíveis e reflexivos, dados pela subjetividade de cada um, levando a compreensões diversas, que dependem de ações individuais e coletivas. Com isso, na subjetividade, conforme Lévinas (1988), também se expõe a ideia de infinito, uma vez que ela ao apreender algo, deixa muito a ser apreendido. São outros olhares, outras perspectivas, outros modos de ser e de estar que fazem uma experiência sempre inacabada, pois sempre haverá algo não visto no que se está a ver. Assim, com o filósofo, entende-se que na subjetividade habita o outrem, habita o infinito.

Em Lévinas (1998, p. 22), entende-se que o infinito não pode ser dito em termos da experiência objetiva, pois ele escapa ao pensamento de quem tenta ele apreender. Há assim um transbordamento que produz a sua própria infinição (infinitude do infinito); “ele não existe antes para se revelar em seguida. Sua infinição se produz como revelação, como inserção em mim de sua ideia”, ou seja, é a infinição que se mostra ao eu no fluir da experiência com outrem.

Na experiência face a face o infinito não se expressa só no outrem. Se o eu na percepção da infinição que se mostra nessa experiência vislumbra no outrem o infinito, pode vislumbrar a infinitude também em si, pois “vejo no outro um reflexo das possibilidades que a mim também se abrem, vejo nele modos de realizar movimentos intencionais que podem fazer parte dos modos pelos quais me coloco em ação (PINHEIRO, 2018, p. 37). Assim, visando outrem, o sujeito pode encontrar-se, porém, encontrar-se diferente, uma vez e outra vez, a cada variação na perspectiva sobre a qual realiza a busca. Disso, entende-se que a intencionalidade para/com outrem constitui um comportamento que tem uma conotação intersubjetiva. Essa consciência de si, permite ao eu uma virada no olhar, compreendendo-se agora como outrem, sendo também visado como fenômeno, e como tal, não se apresenta como ser acabado, mas como unidade cuja incessante busca/desejo não permite conhecer a completude.

Ampliando essa ideia de busca, trazendo agora o mundo como fenômeno, no âmbito da fenomenologia husserliana, pode-se articular sobre a constituição do conhecimento, para a qual essa vertente filosófica solicita uma suspensão das teses que já dão o mundo em seu acabamento, antes mesmo de se vivenciar suas singularidades. Para Husserl (2006), ao se colocar essas teses entre parênteses, o mundo é em seu modo de mostrar-se, e o conhecimento que se constitui dá-se no âmbito de sua plenitude, como ser absoluto e subjetivo. Vive-se “agora inteiramente nesses atos de reflexão, cujo dado é o campo infinito do conhecimento absoluto” (HUSSERL, 2006, p. 118).

Nessa perspectiva a constituição do conhecimento, a percepção, a reflexão, e todos os atos da consciência estão amalgamados ao fluxo da vivência, que é temporal e espacial. Todas as vivências estão numa esfera de liberdade fluente aberta desde o campo temporal, pois deslizam entre os horizontes infinitos de passado, presente e futuro, sendo esses sempre vivos.

Na imediaticidade da vivência, um sujeito dá-se conta de estar vivenciando momentos que estão entrelaçados uns aos outros em uma unidade dinâmica. Nessa imediaticidade, ele não se preocupa com o início e fim de um momento, sabe que eles se entrelaçam e deslizam entre si, mas não visualiza as amarras desse entrelaçamento. Assim, o sujeito não vivencia um momento ou outro (como pontos que vão se justapondo), mas o fluxo dos mesmos, que evidencia uma duração, um contínuo e um modo de ser do infinito (PINHEIRO, 2018).

Husserl (2006, p. 187) compreende o fluxo de vivência como "unidade infinita, e a forma do fluxo é uma forma que abrange necessariamente todos os vividos de um eu puro – com diversos sistemas de formas". E, assim como no âmbito da Matemática historicamente vem se interrogando a completude e os limites do infinito, a fenomenologia husserliana também propõe uma busca, ao indagar: é possível abarcar a totalidade do fluxo da vivência?

Em Ideias, Husserl dá elementos para se pensar tal indagação, dando-se conta do limite da visada reflexiva. Expõe que um olhar direcionado "atinge um vivido qualquer em reflexão, e em apreensão perceptiva, subsiste a possibilidade a priori de dirigir o olhar para outros vividos, até onde haja nexo entre eles. Por princípio, entretanto, todo esse nexo jamais é algo dado ou a ser dado por um único olhar puro" (HUSSERL, 2006, p. 188).

Husserl (2006), explicita que esta unidade absoluta, que é o próprio fluxo da vivência, só pode ser apreendida reflexivamente se tomada como ideia, tal como entendida na filosofia kantiana, na progressão ilimitada desta, cuja implicação se relaciona a um constante progresso ao infinito e a um progresso ao indefinido.

A ideia não se deixa efetivar integralmente porque ela é uma esfera essencialmente aberta, é uma estrutura de puras possibilidades de realização, portanto, não pode ser realizada totalmente, pois, se fosse integralmente efetivada deixaria de ser idealidade, perderia seu caráter ideal para ser, então unicamente uma realidade. É justamente por a ideia ser abertura de possibilidades a serem realizadas que ela é a meta do esforço empreendido em cada realização do ego (THOMÉ, 2009, p. 160).

A captação dessa ideia, compreende-se em Husserl (2006, p. 123), que só poderia vir a ser realizada por captações parciais. Do mesmo modo dar-se-ia a captação reflexiva da unidade do fluxo de vivências, pois aquilo que se pretende apreender com o olhar reflexivo, sempre escapa a este olhar, sendo, portanto, unicamente uma ideia, mais ainda, uma ideia que "veicula em si mesma um caráter infinito e indefinido: é uma ideia essencialmente ilimitada, inapreensível e indeterminável na totalidade das suas possibilidades".

Enquanto progressão ao infinito, a ideia aponta para uma totalização, um todo que é anterior e fundante das partes. Em Husserl (2006), esta totalidade configura-se como o horizonte de vivências. Enquanto progressão ao indefinido a ideia indica a abertura desse horizonte, que se mostra sempre aproximado, visível, porém, nunca completamente abarcado pelo olhar de quem o visa.

Quando se busca dizer de experiências vivenciadas, detalhes vão se "escondendo" ou constituindo compreensões mais generalizadas. Fica posta a impossibilidade de trazer pela lembrança e relatar a totalidade desse horizonte, do fluxo da unidade infinita de vividos. Porém, "pela atitude assumida mediante o olhar, podemos destacar unidades dentro do fluxo, focando-se e adentrando em compreensões mais profundas dessas vivências" (BICUDO, 2012, p. 89). São momentos que se evidenciam no âmbito da narrativa do sujeito, que se expressa a propósito de uma indagação posta no momento presente. Ao relatar, esse sujeito traz momentos lembrados como flashes, que vão fazendo sentido no movimento da lembrança.

A intuição de infinitude como um estruturante do conceito de infinito e possibilidades que ela abre ao ensino e aprendizagem de temas correlatos a ele

Quando na Matemática se expõe o infinito de composição, matematizando o aumento ilimitado de números na reta numérica, por exemplo, ou os infinitésimos, explicitando a divisibilidade nas curvas de Koch ou no paradoxo de Zenão, ou quando na Física se explicita o infinitamente grande ($(\infty)_{VL} -$ VL do inglês very large), como na expansão do universo, ou o infinitamente pequeno ($(0)_{VS} -$ VS do inglês very short), como no estudo das partículas subatômicas, há uma percepção de processo, sobre a qual se faz inferências, e a cada nova percepção vai se constituindo a intuição do ilimitado e, por sua vez, da infinitude, seja ela numa tendência expansiva ou de redução. É na presença desta intuição e expressando-a matematicamente ou fisicamente que se pode expor o infinito de modo formal.

O conceito de infinito foi discutido e reformulado ao longo do tempo, sendo além de uma questão lógica, uma questão de imaginação. Com isso, compreende-se que mesmo a Matemática também parte de noções intuitivas que se manifestam mediante imaginação, compreendida aqui como ato intencional (HUSSERL, 2012), necessário às mais diversas conjecturas matemáticas. Sobre a atividade do Geômetra, por exemplo, Husserl (2006, p. 153) afirma que na imaginação, “ele tem a liberdade inigualável de reconfigurar como quiser as figuras fictícias, de percorrer as formas possíveis em contínua modificação e, portanto, de gerar um sem-número de novas construções; uma liberdade que lhe franqueia acesso às imensidões das possibilidades eidéticas”. Assim, a imaginação, além de atribuir caráter infinito às coisas pensadas, é ela mesma infinita.

Nessa liberdade imaginativa o mesmo geômetra citado acima pode pensar a infinitude de duas retas paralelas, cujo invariante da relação entre elas é que nunca se cruzam, segundo Euclides. Quando associada a uma destas retas a ausência de buracos ou de saltos, intuitivamente está-se fazendo conjecturas sobre o modo de ser contínuo que ela expressa, sendo que buracos e saltos não são propriamente entes matemáticos. Pela percepção dessa ausência, na imaginação faz-se uma projeção, tomando-se como invariante a continuidade (qualidade do contínuo) na infinitude da reta. Quer-se com isso explicitar que na liberdade da variação imaginativa alguns invariantes podem ir se mostrando, que por sua vez vão gerando intuições, que ao serem expressas, discutidas, articuladas e repetidas, podem constituir-se como conhecimento instituído.

Portanto, entende-se que a *intuição de infinitude*, bem como as noções que dela surgem, não se consolidam como algo às margens do conceito de infinito, mas como seu estruturante. Aqui se assume que a percepção, que abre horizontes à intuição mediante atos imaginativos, é solo sobre o qual avançou e se constituiu todo e qualquer conhecimento já produzido (MERLEAU-PONTY, 2011), dentre os quais se destaca aqui os matemáticos, que embora sejam apresentados numa linguagem simbólica científica, originalmente deram-se no âmbito perceptivo e intuitivo, que conduziu o pensar e os primeiros gestos de explicitação, como nos primeiros “rabiscos” e rascunhos dos antigos e dos contemporâneos matemáticos e cientistas.

Assim, entende-se que as ciências formalizam numa linguagem lógica aquilo que se é percebido numa experiência genuína com o mundo de vivências. Por exemplo, conceitos como distância, profundidade, espaço, área, contínuo e infinito, dentre outros, antes de serem expressos como entes matemáticos, foram vivenciados, percebidos e intuídos pelos pensadores aos quais se credita tais formalizações (PINHEIRO, 2018).

Uma vez destacada a intuição de infinitude como um invariante na explicitação de diferentes teorias que versam sobre o infinito, como constituinte e como solo sobre o qual se estrutura o conceito de infinito, pode-se pensar agora na apresentação desse conceito, de modo que seja compreendido, podendo ser assimilado e também expresso por quem o compreendeu. Este olhar direciona-se à pergunta de pesquisa, qual seja: *como a intuição de infinitude se faz presente no contexto de ensino e de aprendizagem?*

A virada no olhar, que agora foca o ensino, encontra como referência o campo da Educação Matemática, no qual buscou-se pesquisas que tenham tematizado o infinito em atividades de ensino e de aprendizagem.

Nessa perspectiva, Mendes et al. (2017, p. 249), direcionados à disciplina a nível superior, ao Cálculo Diferencial e Integral, mais especificamente aos conceitos de Análise Real, sugerem que cabe ao professor, ao tratar do tópico infinito, propor atividades que favoreçam inicialmente o processo intuitivo, abrindo oportunidade ao ato de explorar e "organizar matematicamente situações que sejam 'realizáveis', para que guiados por esse professor, os estudantes possam construir conceitos formalizados referentes aos tópicos do curso de Cálculo Diferencial e Integral". Para os autores (2017, p.248), essas atividades devem vir acompanhadas de questionamentos como: "'Pode um infinito ser maior que outro?'; 'Quanto é infinito mais um?'; 'Há mais números racionais ou irracionais?'; 'O que caracteriza um conjunto infinito?'; 'Posso ordenar os elementos de um conjunto infinito?'".

Como proposta pedagógica, Mendes et al. (2017) propõe a apresentação do paradoxo do Hotel de Hilbert. Em seu estudo, a faz contextualizando o paradoxo à situação da construção de dois hotéis, com infinidade de quartos (enumerados por números naturais), para hospedar turistas que viajaram para assistir a Copa do Mundo de 2014, que aconteceu no Brasil.

Trata-se de uma proposta com a qual os alunos podem compreender a correspondência de cada número natural a um quarto e, se o número de quartos é infinito, a quantidade de números naturais também é. Esta é uma compreensão prévia com a qual o professor possa apresentar, por exemplo, a definição: "Diz-se que um conjunto é infinito quando não é finito. Assim, é infinito quando não é vazio e nem existe, seja qual for, uma bijeção $f: I_n \to X$, $I_n = \{p \in \mathbb{N}; p \leq n\}$" (LIMA, 2001, p. 5).

Uma vez construída a noção intuitiva de infinito com o estudo das possibilidades no paradoxo do Hotel de Hilbert, Mendes et al. (2017), compreendem que se cria um campo mais propício para se trabalhar com raciocínio lógico-matemático, tal como o exigido para construção dos Racionais, em Cantor. Na compreensão formulada de que há infinitos de elementos distintos, porém, com quantitativamente iguais (números naturais e quantidade de quartos), não será totalmente estranho aos alunos, a afirmação de Lima (2001, p. 5) de que "a infinidade dos números racionais não é maior do que a dos números inteiros", mas igual (no sentido de possuírem a mesma cardinalidade). Tal compreensão permite também um direcionamento ao explicitado por Lima (2001, p.6): "um conjunto é infinito se, e somente se, ele contém outro conjunto diferente dele mesmo, e estabelecer uma correspondência bijetora com uma de suas partes próprias".

Partindo do mesmo princípio que Mendes et al. (2017), Monteiro (2004, p.1), mesmo entendendo que não se tem experiência direta com o infinito (por entender que sua compreensão só se dá a níveis de abstrações), desenvolve seu trabalho objetivando "mostrar porque as abordagens do conceito de infinito são importantes na construção do pensamento dos seres humanos da atualidade podendo refletir inclusive na percepção de mundo". Como proposta, a autora apresenta o paradoxo Dicotomia, de Zenão, como instrumento didático para se abordar o conceito de limites, infinito e de infinitésimo na educação básica.

Delfino (2015, p. 61) entende que o *infinito potencial* "é a forma mais intuitiva de idealizar o infinito", com isso, expõe como proposta de ensino, iniciar a explicitação do infinito a partir desta concepção. Com a mesma proposta Pimentel et al. (2010) apresenta a seus sujeitos de pesquisa, assim como feito por Monteiro (2004), releituras do paradoxo Dicotomia, lançando junta a elas indagações:

> A lâmpada de Thompson: uma lâmpada é acesa por um minuto e se apaga e depois de meio minuto ela se acende, decorrido um quarto de minuto ela se apaga novamente e, depois de um oitavo de minuto, ela se acende, após um dezesseis avos de minuto ela se apaga, e assim sucessivamente. Quando se passarem dois minutos, a lâmpada estará acesa ou apagada? - O Arqueiro e o alvo: Um arqueiro, ao tentar acertar o alvo, percebe que está muito longe dele e divide sua distância ao meio. Ainda não contente, a divide de novo e de novo, aproximando-se cada vez mais do alvo. Quantas divisões serão necessárias para que a flecha e o alvo se encontrem? (PIMENTEL et al., 2010, p. 56).

Entende-se que com tal abordagem inicial, valendo-se pedagogicamente do paradoxo de Zenão, pode-se abrir possibilidade para que, em um momento posterior, os alunos possam melhor compreender a variável $1/_n$, designada por infinitésimo principal, quando n tende para infinito. Da mesma forma, pode entender que, tendo *n* o mesmo comportamento, *f*(n) = $1/_{2^n}$também é infinitésima. Ainda, quando se abordar a sucessão enumerável *an* = *f(n)*, aqui definida como infinitésima, poder-se-á visualizar que *an* = *f(n)* se aproxima de zero quando *n* tende ao infinito, o que abre o campo para estudo do conceito de limite.

O mesmo pensar se realiza nos estudos da Física, como por exemplo nos relacionados às partículas. A Física de partículas padrão entende os objetos como puntiformes (sem dimensão), mas isso leva a dificuldades intrínsecas da teoria. Se uma partícula de massa *m* não tem dimensão e esta partícula se entende como uma pequena esfera de raio *r*, a densidade de massa dela pode ser calculada como $\rho=3m/\pi r^3$. Então quando se calcula a densidade de massa dela obteremos um número infinito quando *r* se aproxima de zero. Vemos então que a Física de partículas encontra problemas com infinitos quando ela precisa calcular algumas grandezas importantes.

Leal Junior e Pinheiro (2018), numa abordagem ao Cálculo Integral, propõem o uso de *softwares* para ampliar e reduzir a quantidade de retângulos, bem como a largura dos mesmos (Δx), para cálculo da área sob uma curva dada. Como implicação dessa experiência, os sujeitos de pesquisa (alunos de pós-graduação em Educação Matemática) concluíram que esta área poderia ser interpretada como a soma das áreas de infinitas fatias retangulares de larguras infinitamente pequenas. Dessa forma, intuitivamente, e por exploração, os autores introduziram os conceitos de limites, somatório, infinito e, articulando todos eles, introduziu-se o conceito de Soma de Riemann.

Na esteira das propostas em Educação Matemática aqui citadas, outros pesquisadores da mesma área, como Amadei (2005) e Caraça (2002), apontam para o ensino e aprendizagem do conceito de infinito e dos que dele se valem, a partir de variados níveis de abstração, visando a percepção intuitiva de processo, ou seja, percepção do movimento que vai constituindo a *intuição de infinitude* nos fenômenos aos quais o infinito possa ser associado, como: tempo, espaço, movimento, paradoxos matemáticos, etc. O pensamento “matemático moderno, adotando uma relação dinâmica com relação ao conceito de infinito, torna-o elemento de construção, obtendo-se o resultado que a experiência confirma” (CARAÇA, 2002, p.236).

Por já ter-se aqui enfatizado a *intuição de infinitude* como invariante no âmbito das explicitações de teorias que pensam o infinito, e por entender que questões de ensino desta temática constituem também modos de a explicitar, entende-se que as teorias e a situação de ensino não são estanques, o que corrobora a compreensão de que também se mostra como invariante nestas situações de ensino a proposta da *intuição de infinitude*. Há uma preocupação em estimular à percepção de processos contínuos valendo-se de linguagem matemática associada a situações observáveis, podendo-se acrescentar descrições iniciais dos fenômenos e modelos matemáticos correspondentes. Constitui-se assim o ensino e aprendizagem como movimento da percepção à formalização matemática, que perpassa a intuição, reflexão, organização, síntese e explicitação.

Embora não há nos trabalhos acima apresentados uma proposta inversa, entende-se que outras propostas de ensino possam apresentar a formalização e buscar compreendê-la (tendo-a sempre como fundo da análise) a partir de observações de situações problemas, de modelagem, de contextualização, do estudo da natureza, etc.

Como este trabalho expõe, em sentido de abertura, as noções de infinito, não se pretende aqui enfatizar que são apenas estas as abordagens possíveis. Há tantos professores, tantas ideias, há tantos modos pelos quais o aluno aprende, ou não aprende, o que inviabiliza a predeterminação de uma quantidade de possibilidades de ensinar sobre infinito, e mais ainda, afirmar que uma é melhor ou pior que outra.

Tecendo outras considerações

Este estudo, nas compreensões trazidas, retoma o infinito no âmbito de diferentes perspectivas para com isso estudar o que se mantém, o que se mostra invariantes nos discursos que nelas se constituem. Compreende-se que, em meio às variações formais e epistemológicas, a *intuição de infinitude* mostra-se como um ponto de interseção entre o discurso matemático, físico e filosófico. No decorrer do texto, articula-se que, se inserida a perspectiva do ensino e aprendizagem, o mesmo ponto se destaca, como proposta didática para constituição de conceitos mais abstratos de infinito e de conteúdos matemáticos aos quais o mesmo está inserido.

Mesmo focando uma temática específica, este estudo sugere, de modo amplo, possibilidades ao ensino de Matemática. Em especial, sugere-se uma retomada das experiências intuitivas, buscando uma aprendizagem que se dá na transição que flua entre a intuição e o cientificamente posto, valorizando também a vivência dos alunos, dando-lhes a oportunidade de "ter em mãos", "tocar", "ver", um conceito matemático, uma propriedade e ela em movimento de constituição, sendo que esse movimento seja realizado pelo sujeito da aprendizagem, o aluno.

Com isso, o infinito não seria apenas uma ideia expressa e trazida tradicionalmente pela cultura em livros e manuais, mas também elemento presente e passível de ser "vivenciado", no vislumbre que a intuição de infinitude permite.

Esta compreensão sugere um olhar mais dinâmico às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e Análise Real, postas como historicamente organizadas e estruturadas, de modo que o conteúdo ocupa um lugar próprio e estático em suas ementas e programas. Se se direciona um olhar interrogador a essas disciplinas, vê-se que são historicamente construídas a partir de problemas da humanidade e, desta forma, têm como solo constituinte o mundo das experiências e da intuição. Mostra-se como proposta epistemológica um retorno a este mundo constituinte, aos atos perceptivos, às intuições primeiras, aos desafios, para que o ensino e a aprendizagem transcendam a mera memorização de definições agora instituídas, mesmo que se entenda que propostas de memorização sejam também importantes no âmbito da Matemática.

Faz-se aqui, não considerações finais, mas propostas como abertura a um horizonte de possibilidades. Da mesma forma, não se afirma que a discussão sobre o infinito está completa. Mesmo que, se hipoteticamente este texto abarcasse toda a produção humana sobre o infinito, ainda assim faltaria o por vir, por entender-se que a Matemática, a Física, a Filosofia e qualquer área que queira abordar o infinito, potencialmente, ainda têm infinitas coisas a dizer sobre o mesmo. Essa compreensão desautoriza qualquer tentativa lógica de síntese totalizante.

Referencial Bibliográfico

AMADEI, F. L. **O infinito: um obstáculo no estudo de Matemática**. 112p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica (PUC), São Paulo, 2005.

BICUDO, M. A. V. **A constituição do objeto pelo sujeito.** In: TOURINHO, C. D. C. (Org.). Temas em Fenomenologia: a tradição fenomenológica-existencial na filosofia contemporânea. 1 ed. Rio de Janeiro: Booklink, 2012. p. 77-95.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**, Lisboa,6 ed, Gradiva, 2002.

DELAHAYE, J. P. O infinito é um paradoxo na matemática? **Scientific American Brasil Especial:** As diferentes faces do infinito. n. 15, p. 15-23, 2006.

DELFINO, H. S. **O conceito de infinito: uma abordagem para a educação básica**. 78p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.

DESCARTES, R. **Meditações.** Trad. J. Guinsburg e Bento Prado Júnior. São Paulo, Abril Cultural, 1973.

HUSSERL, E. **A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental: uma introdução à filosofia fenomenológica**. Trad. Diogo Falcão Ferrer. 1 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012.

HUSSERL, E. **Ideias para uma Fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica: introdução geral à fenomenologia pura/Edmund Husserl**. Trad. Marcio Suzuki. 5 ed. Aparecida Ideias & Letras, 2006.

LEAL JUNIOR, L. C.; PINHEIRO, J. M. L. Modos de compreender a Soma de Riemann e suas aplicações ao estar em um ambiente informatizado de aprendizagem. **Unión (San Cristobal de La Laguna)**, v. 1, p. 23, 2016.

LEIBNIZ, G. W. **Discurso de metafísica e outros textos**. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Coleção Os pensadores). Tradução Marilena Chauí e Carlos Lopes de Mattos.

LÉVINAS, E. **Totalité et infini: essai sur l'extériorité.** Paris: Kluwer Academic, 1988.

LIMA, E. L. **Análise Real.** Vol. I. Coleção Matemática Universitária (IMPA). Rio de Janeiro, 2001.

MENDES, M. T. et al. O conceito de conjunto finito e infinito por meio de tarefas: uma proposta à luz da educação matemática realista. **VIDYA**, Santa Maria, v. 37, n. 1, p. 239-252. 2017.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da Percepção**. Trad. Carlos Alberto Ribeiro de Moura. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2011.

MONTEIRO. L. C. S. **O conceito de infinito e a percepção de movimento**. In: Encontro nacional de Educação Matemática, 8, 2004, Pernambuco. Anais... Pernambuco: SBEM, 2004, p. 1 – 17.

PIMENTEL, R. et al. O infinito: um estudo sobre as diferentes concepções. **Revista Interfaces**, Suzano, v. 2, n. 2, p. 53 -57. 2010.

PINHEIRO, J. M. L. **O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica**. 283p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2018.

RADICE, L. L. **O Infinito: De Pitagóras a Cantor itinerários filosóficos e matemáticos de um conceito de base.** Lisboa: Editorial Notícias-Biblioteca de Conhecimentos Básicos, 1981.

SILVA, J. J. **Filosofia da Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 2007.

THOMÉ, S. C. **Reflexão e tempo na fenomenologia husserliana**. In: Seminário de Pós-Graduação em Filosofia da UFSCar, 5, 2009, São Carlos. Anais... São Carlos: PPG-Fil-UFSCar, p. 156 – 162.

A Matemática do Matemático na formação inicial de pedagogas

The Mathematician Mathematics in Training of Futures Pedagogues

Rejane Siqueira Julio
Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG)
rejane.julio@unifal-mg.edu.br

João Pedro Antunes de Paulo
Instituto Federal Catarinense, campus Rio do Sul (IFC)
jpadepaula@gmail.com

Resumo
Neste artigo apresentamos duas narrativas autobiográficos para analisar estranhamentos causados pela matemática do matemático, como uma possibilidade para a formação de futuras pedagogas. Eles apresentam ações didáticas promovidas no interior de dois cursos de Licenciatura em Pedagogia, conduzidas pelos autores. A análise destas autobiografias é feita à luz do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) em um modo de proceder coerente aos aspectos da pesquisa qualitativa. Discutimos, também, as possibilidades de o MCS sustentar discussões no âmbito da Filosofia da Educação Matemática, corroborando resultados de pesquisas correlatas. Consideramos que a matemática do matemático possibilita uma ampliação da lucidez matemática das futuras pedagogas ao proporcionar a elas o estranhamento e a possibilidade do descentramento. No que concerne ao MCS, apontamos que este modelo teórico, ao colocar em foco os aspectos epistemológicos da interação entre professores e alunos, sustenta discussões característica do âmbito da Filosofia da Educação Matemática.

Palavras-chave: Axiomas de Peano; Modelo dos Campos Semânticos; Epistemologia; Filosofia da Educação Matemática; Formação de professores que ensinam matemática.

Abstract
In this paper we present two autobiographical narratives for the analysis of estrangements caused by the Mathematician mathematics, as a possibility for the pre-service teachers education. For this, we analyzed two autobiographical narratives that present didactic actions promoted within two licentiate degree courses in Pedagogy, conducted by the authors. The analysis of these autobiographies is made in the light of the Model of Semantic Fields (MSF) in a way of proceeding that corroborates the aspects of qualitative research. We also discuss the possibilities for the MSF to sustain discussions within the scope of the Philosophy of Mathematics Education, corroborating the results of related research. We consider that the mathematics of the mathematician enables an expansion of the mathematical lucidity of pre-service teachers by providing them with estrangement and the possibility of decentering. With regard to the MSF, we point out that this theoretical model, by focusing on the epistemological aspects of the interaction between teacher and student, supports discussions that are characteristic of the scope of the Philosophy of Mathematics Education.

Keywords: Peano axioms; Model of Semantic Fields; Epistemology; Philosophy of Mathematics Education; Mathematics teacher education.

Introdução

A formação de pedagogas[1] em relação à matemática tem sido discutida cada vez mais na Educação Matemática. Dificuldades (medos, traumas, microagressões) em relação à matemática desde a educação básica (JULIO; SILVA, 2018), a baixa carga horária destinada à matemática e a ênfase em metodologias de ensino em vez de um equilíbrio entre metodologias e conteúdos matemáticos (CURI, 2005) têm sido apontados como alguns dos problemas enfrentados nos cursos de Licenciatura em Pedagogia em relação às disciplinas que envolvem a matemática.

No aspecto dos conteúdos matemáticos, Curi (2005) afirmou, depois de analisar as ementas de vários cursos de Licenciatura em Pedagogia, que o conteúdo mais abordado em tais cursos é números e operações. No nosso ponto de vista, números e operações são mais abordados, porque existe a crença de que aprender matemática inicialmente é, de certa forma, aprender números e saber operar com eles. Como se matemática fosse números e operações.

Para além do fato de se concentrar, como mostrado por Curi (2005), no ensino de conteúdo da área de números e operações, acreditamos que as abordagens utilizadas privilegiam a compreensão dos números como sinônimo de quantidade. Então, aprender a contar – assim como ensinar a contar – se resume a quantificar coisas.

Esta ênfase não é diferente da que encontramos em nossa prática profissional. Na Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG), por exemplo, das duas disciplinas destinadas à matemática, sendo uma de 60h teóricas e 15h de prática pedagógica e a outra de 30h teóricas e 15h de prática pedagógica, a de maior carga horária possui como ementa conhecimentos matemáticos e pedagógicos sobre números e operações e a de menor carga horária a ementa é conhecimentos matemáticos e pedagógicos sobre grandezas e medidas. Ainda como exemplo, na Universidade Federal de Jataí (UFJ), em Goiás, o projeto pedagógico dos cursos de pedagogia prevê duas disciplinas de 72h cada, nas quais os(as) discentes teriam contato com visão histórica e epistemológica do conhecimento matemático, bem como com os processos de ensino e aprendizagem da matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Mas, apesar do previsto no projeto do curso, em

[1] Pelas estudantes dos cursos aqui analisados serem, em sua maioria, mulheres, optamos por utilizar o gênero feminino aos nos referirmos às sujeitas deste estudo.

sua maior parte, a formação em relação à matemática nos cursos de Licenciatura em Pedagogia é voltada para os métodos de ensino de números e operações.

Ainda que as ementas, no caso da UNIFAL-MG, e as práticas anteriores, no caso da UFJ, sejam focadas em conteúdos e metodologias, nossa prática docente, centrada nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), dentre eles: produção de significado, conhecimento, estranhamento e descentramento (LINS, 1999, 2012; OLIVEIRA, 2011), tem sido a de promover discussões na direção de uma maior lucidez matemática, no sentido de que o professor precisa saber mais matemática, mas não no sentido de mais conteúdos ditos matemáticos, mas de um entendimento maior em relação aos diferentes modos de produção de significados para matemática (LINS, 2005).

Ao pensar em cursos que propiciem oportunidades para as professoras em formação inicial constituir legitimidades diferentes daquelas que eles já possuem em relação à matemática e ao seu ensino, estamos pensando na constituição de um repertório de modos de produção de conhecimento que favoreça a professora, durante suas aulas, praticar leituras de seus alunos e o descentramento, que pode ser considerado como uma tentativa dele se colocar no lugar de seus alunos e se tornar mais sensível ao que acontece em sala de aula (OLIVEIRA, 2011), inclusive os estranhamentos, no sentido de que algo pode ser natural para alguém mas sequer ser dito por outra pessoa (LINS, 2004), vivenciados pelos alunos. Ou seja, pensar em diferentes direções de interlocução buscando a manutenção da interação com seus alunos, que é um dos grandes objetivos do MCS.

Um exemplo do que estamos falando pode ser visto no tratamento dos Axiomas de Peano na formação de futuras pedagogas. Para algumas pessoas, os Axiomas de Peano pode não oferecer grandes possibilidades de discussão sobre números e operações, uma vez que eles são o que são e ponto, ou melhor, por serem axiomas, eles podem ser enunciados com um ou outro detalhe diferente, mas a sua essência é: 1) Todo número natural tem um sucessor, que ainda é um número natural, 2) existe um único número natural p que não é sucessor de nenhum outro e, 3) se um conjunto de números naturais contém o número p e contém também o sucessor de cada um dos seus elementos, então esse conjunto contém todos os números naturais (LIMA *et al.*, 2016). Mas, da perspectiva do MCS, diferentes produções de significado para os Axiomas de Peano são diferentes conhecimentos e há diferentes possibilidades de abordagem dele, também, nos cursos de Licenciatura em Pedagogia.

Neste artigo trazemos duas abordagens distintas e baseada nos pressupostos do MCS para os Axiomas de Peano realizadas na UNIFAL-MG e na UFJ, trazidas em formas de narrativas autobiográficas, que marcam diferentes modos de produção de significado a partir deles, tendo em vista diferentes intenções didáticas e indicamos, a partir de nossa leitura desses relatos, alguns elementos para as discussões sobre a formação de pedagogas em relação à matemática, em particular, a Matemática do matemático, sob a ótica do MCS. Nossa intenção é contribuir com as reflexões em torno da formação oferecida à professoras em formação inicial em cursos de Pedagogia em relação à matemática (ou às matemáticas) no âmbito da Filosofia da Educação Matemática (FEM), na qual o MCS pode fornecer sustentação a elas, conforme discutido em Paulo (2020).

O MCS e sua sustentação para discussões no âmbito da FEM

A gênese do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), como mencionamos, está na intenção de ler processos de interação em sala de aula. Para produzir essa ferramenta teórica, seu principal autor, Romulo Campos Lins, em sua tese de doutorado, propõe que conhecimento é sempre produzido em relação a um campo semântico, um conjunto de significados possíveis em determinado contexto. Isso significa que conhecimento é sempre circunstancial, depende de quem fala e de onde fala.

Desta perspectiva teórica, conhecimento é crença-afirmação junto com uma justificação (LINS, 2012). A enunciação não se restringe à fala. Também os gestos, os rabiscos, a organização das coisas, podem ser compreendidos como enunciação. A crença, refere-se ao fato de que quem faz uma enunciação a faz porque ela pode ser feita. Pelo menos para o sujeito que enuncia, aquilo é possível. Esse sujeito da enunciação age de modo coerente com o que está sendo enunciado. A justificação, terceiro elemento constitutivo do conhecimento, se refere àquilo que o sujeito que enuncia acredita o autoriza a enunciar. Não precisa ser explicação. Justificações podem ser constituídas a partir de experiências empíricas realizadas pelo sujeito que enuncia, como também podem ser constituídas a partir de transmissão cultura. Existem, ainda, justificações tomadas como legítimas pela autoridade que é dada a alguém, por exemplo, pode ser justificação para a afirmação de que 2 + 2 é igual a 4 a crença na autoridade do professor de matemática. Assim, destaca-se que conhecimento é sempre de alguém porque é sempre produzido a partir de uma crença e a justificação lhe é constituinte.

Desta perspectiva teórica, considera-se que conhecimento e significado, apesar de suas naturezas distintas, são constituídos pelos mesmos três elementos. Essa diferença de natureza se estabelece na medida em que conhecimento é tudo que pode ser dito a partir de um objeto e significado é o que efetivamente é dito no interior de uma atividade (LINS, 2012). Assim, as enunciações realizadas por alguém em uma atividade são os significados produzidos por este alguém naquela atividade.

Produzir significado é produzir enunciações – falando, escrevendo, etc. – sobre um objeto. Pode-se dizer que os significados são produzidos para os objetos sobre os quais se fala, no entanto, é possível também, ao assumir o MCS como referencial teórico, compreender que os objetos são constituídos a medida em que os significados são produzidos. Com isso queremos dizer que, ao produzir significado para números como quantidades, por exemplo, quem produz esse significado age de modo coerente com essa crença, assim ao operar com esses números esse sujeito opera respeitando uma lógica própria das operações com quantidades; pode-se aumentá-las, diminuí-las, reparti-las e multiplicá-las.

O que a proposição de conhecimento e significado que fizemos anteriormente estabelece é a possibilidade de olhar para esse processo de produção de significado e diferenciá-lo de um processo que mobiliza outras justificações, porque essas são constitutivas do conhecimento. Logo, desta perspectiva, o conhecimento de alguém que enuncia operações com números tendo como justificação os Axiomas de Peano é diferente do conhecimento de alguém que enuncia a "mesma" operação tendo como justificação os modos de proceder com quantidades.

Pesquisas como Lins (2004) e Oliveira (2011) partem destas noções teóricas para pensar a sala de aula de matemática e problematizam a diferença entre os significados enunciados pelos alunos e aqueles que seriam tomados como legítimos pelo matemático ou pelo professor de matemática. Essas pesquisas formulam a noção de estranhamento e o exercício do descentramento, como um modo de falar sobre a interação entre os diferentes modos de produzir significado que estão sendo mobilizados em uma atividade na sala de aula de matemática. Adiante, neste texto, retomaremos essas noções e as relacionamos com as narrativas autobiográficas apresentadas nas próximas seções. Cada narrativa foi escrita descrevendo as produções de significados de cada docente para as aulas que desenvolveram e elas foram analisadas ressaltando as diferenças de intenções e abordagens e semelhanças de pressupostos enunciados. Antes de avançar para este ponto, discutimos ainda os aspectos epistemológicos da perspectiva teórica que assumimos.

Paulo (2020), ao investigar aproximações possíveis entre o MCS e a pesquisa em FEM, destaca que é possível evidenciar um fazer filosófico nas pesquisas que assumem essa perspectiva ao se focar o movimento destas na busca por justificar suas fundamentações e explicitar os seus projetos políticos. Para o autor, esse exercício filosófico institui, também, um modo de operar que pode ser assumido por outras pesquisas. Compreendemos a análise que realizamos neste artigo como exemplar deste exercício filosófico. Ao focar nossa atenção nas implicações para a formação de pedagogas da mobilização de um modo de produzir significado sustentado pela perspectiva epistemológica do MCS, estamos colocando em evidência não apenas as contribuições para a formação de professores, mas, também, um modo possível de a FEM se presentificar nesta formação inicial.

Para Paulo (2020), apoiado nos trabalhos de Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Paul Ernest, o MCS sustenta análises de aspectos ontológicos, epistemológicos e axiológicos, o que o coloca em paridade com teorizações características da área de Filosofia e, também, ao possibilitar discussões sobre os processos de ensino e aprendizagem, esse modelo teórico se insere na área da FEM, como pensada por Bicudo e Ernest.

> […] Nessa direção o modelo teórico se constitui em uma relação intrínseca com a epistemologia; podemos, inclusive, caracterizá-lo como um modelo epistemológico. Ao percorrer as produções do grupo e focar os anos subsequentes, podemos ver que a caracterização de conhecimento assumida possibilita, às pesquisas posteriores, caracterizarem o que é Matemática em termos de modos de produção de significado. Assim, a questão "o que é conhecimento" permanece nos trabalhos do grupo, interessados, agora, assumindo uma noção geral, em caracterizar o que é o conhecimento (o que se conhece) no âmbito da Educação Matemática, tomando como sujeito significativo o professor de Matemática. (PAULO, 2020, p. 228).

A nós é importante ressaltar que a compreensão expressada por Paulo (2020) é uma possível para as caracterizações do que seja filosofia, em particular FEM. No entanto, ela é potente por nos possibilitar evidenciar os aspectos epistemológicos envolvidos nas análises produzidas com o MCS.

Uma abordagem dos Axiomas de Peano na UNIFAL-MG

Na disciplina que possui como ementa conhecimentos matemáticos e pedagógicos sobre números e operações eu comecei, no ano de 2018, pela Educação Infantil. Antes mesmo de entrar nas escolas ou creches, as crianças entram em contato com números seja nos brinquedos, nas cantigas, na contagem de gotas de remédio ou até mesmo em outras situações.

Eu acredito que é importante o professor tentar ler como as crianças falam sobre números e um texto que ajuda nisso é o de Lorenzato (2011), porque ele traz possíveis modos de produção de significados para números. Ele amplia nosso modo de olhar para os números, ou seja, fala de números como identificador, ordenador, localizador, quantificador, dentre outros modos. Mas, antes disso, ele aborda o que chamou de processos mentais básicos que são: comparação, classificação, seriação, sequenciação, inclusão, correspondência e conservação. Apesar dele assumir pressupostos diferentes do MCS, mencionando autores como Piaget e Vergnaud, esses processos auxiliam a trazer mais clareza nas discussões de que as crianças não precisam ser introduzidas a conteúdos matemáticos específicos de imediato, mas formas de pensar que poderão contribuir para a produção de conhecimentos na direção da matemática escolar ou da matemática da rua, como discutido em Lins (1999).

A proposta que eu fiz no curso de Licenciatura em Pedagogia é que as discentes fizessem a leitura do capítulo de números e operações de Lorenzato (2011) para ser discutida em aula. No momento da aula, as discentes disseram que Lorenzato (2011) diz coisas tão básicas que ler o que leram foi até esquisito, mas necessário, porque acabamos trivializando coisas que não são triviais para todas as pessoas ou para quem está aprendendo. A partir do momento que elas falaram isso, eu coloquei o título "Números Naturais" no quadro e escrevi “Axiomas de Peano”. Houve um grande momento de silêncio e a minha proposta para as discentes foi falarem o que vinha na cabeça sem se importar com erros ou acertos.

Eu gostei do silêncio. Meu objetivo foi trabalhar com a tentativa de se colocar no lugar dos outros, que é o exercício do descentramento (OLIVEIRA, 2011). Foi uma oportunidade dos (as) discentes vivenciarem o que é "básico" para alguém (professora da disciplina) e "não básico" para outros (elas), em outros termos, discutir o que está naturalizado para alguns e não para outros, que são os processos de estranhamento (LINS, 2004), e o quanto isso pode prejudicar a interação em sala de aula pela recusa em aceitar ou lidar com essas situações.

Por mais que números sejam, ou pareçam ser, algo familiar, muitas discentes não lembraram o que a adjetivação natural significava e daí vieram falas como: "números básicos", "1, 2, 3, 4, 5,...", "são números vegetarianos?". Quanto aos Axiomas de Peano, as falas foram de que nunca tinham ouvido falar, não sabiam o que significava axioma e mal conseguiam entender o que cada enunciado do axioma podia significar. Foi neste momento que eu disse: “alguém mencionou que 1, 2, 3, 4, 5, ... são números naturais e se eu disser para vocês que a partir dos enunciados dos Axiomas de Peano a gente pode chegar nesses números, o que vocês têm a me dizer?”. A partir disso, nosso exercício foi o de tentar relacionar a sequência 1, 2, 3, 4, 5, ... com os enunciados dos Axiomas de Peano. O mais interessante foi que em um dado momento alguém falou que a gente poderia, então, começar o conjunto dos naturais por qualquer número, não necessariamente pelo um. Poderia, por exemplo, começar no 0,5 (meio) ou então com o símbolo coração e a partir deste coração criar um padrão, uma sequência. O meu objetivo também foi discutir matemática, a diferença entre a matemática universitária e a matemática escolar, mas mais do que isso discutir a importância de ter um cuidado quando falamos com as pessoas para não impormos um modo exclusivista de falar de, ou sobre, algo. Que matemática é essa que me permite dizer que os números naturais são 1, 2, 3, 4, 5, ... ou então que os Axiomas de Peano geram os números naturais?

Uma abordagem dos Axiomas de Peano na UFJ

A minha experiência ocorreu no primeiro semestre de 2016, quando comecei a trabalhar na Universidade Federal de Jataí, na época ainda Universidade Federal de Goiás, regional Jataí. Durante o planejamento das duas disciplinas relacionadas à Matemática do curso de Licenciatura em Pedagogia que fiquei responsável no mesmo semestre, constatei, por meio da análise dos planos de ensino anteriores, que ali, como em muitos outros cursos de Licenciatura em Pedagogia, essas disciplinas estavam centradas na construção de materiais didáticos sem, necessariamente uma discussão sobre concepções de ensino, de aprendizagem e de matemática.

Planejei, então, para aquele semestre duas disciplinas – excepcionalmente, no primeiro semestre de 2016 foram ofertadas as duas, porque no anterior não havia professor da área de Educação Matemática na Unidade Acadêmica de Educação – que tinham por objetivo colocar no centro a discussão a respeito das fundamentações e concepções de ensino e de Matemática.

Relato aqui um pouco do que aconteceu na disciplina destinada aos anos iniciais do Ensino Fundamental que possui como ementa os fundamentos teóricos e metodológicos dos conteúdos (conceitos) matemáticos nos anos iniciais, a elaboração de propostas metodológicas para a matemática e a avaliação da aprendizagem da matemática. A aula que disparou a discussão foi a segunda aula da disciplina, na primeira, além da apresentação do plano de ensino, eu havia proposto uma discussão a respeito da Matemática como uma construção social.

A aula se iniciou com um convite feito por mim às alunas que esquecessem, deixassem de lado, fora de nossa aula, tudo aquilo que elas acreditavam saber sobre matemática. A intenção com esse convite era além de tentar reduzir a visão estigmatizada que elas tinham da matemática, dar força ao argumento que sustentava a aula e foi explicitado a elas, em seguida, de que tudo o que existia era o que nós construíssemos e falássemos sobre naquela aula.

Após o convite iniciei uma apresentação de slides que havia preparado em que cada slide possuía um símbolo ou uma afirmação curta. No primeiro eu trazia o símbolo "p" e disse "existe pê". Após cada afirmação que eu fazia seguia uma discussão com as alunas a fim de que os pressupostos delas fossem sendo deixado de lado como é o caso de falas como: "isso é uma letra", "letra minúscula", "isso é só um símbolo", "não tem significado", "podemos fazer muitas coisas com esse desenho".

Com o decorrer das minhas afirmações fui percebendo que a maior parte das alunas se inseriram na atividade proposta. Elas já diziam coisas e discutiam após cada afirmação minha em direções que eu esperava. Sucedi então com a criação de objetos que chamamos de sucessor, que estavam definidos pela posição que ocupavam em algo maior que chamamos de sequência. A ideia de antecessor foi apresentada pelas alunas durante uma discussão, antes mesmo que eu a fizesse. Com o decorrer da construção de sucessores que eram chamados de "p linha" e representados por "p' " – o sucessor de p' é p'' e assim sucessivamente – chegamos à conclusão de que poderíamos construir quantos sucessores quiséssemos. Chamei de “P” a sequência que contém p e seus sucessores.

Depois de termos criado a sequência propus o que chamei de operação. Foram propostas duas operações: a estrela representada por ★ e a quadrado representada por ■. As operações correspondiam, respectivamente, a considerar certas posições de sucessores a partir de uma posição e tomar um certo conjunto de sucessores a parte uma posição.

Após definir cada uma das operações eu propus que as alunas realizassem algumas operações determinadas e depois que propusessem elas mesmas algumas e discutimos o que elas haviam encontrado. Com a realização desta atividade percebi que grande parte das alunas já estavam confortáveis em falar em posições, sequência, sucessor, pê linha, operação estrela, operação quadrado. Havia algumas que optaram por chamar, por exemplo, p” de pê duas linhas, mas sempre que elas diziam isso eu insistia dizendo: “o que é duas que você falou aí? Eu não sei o que é isso...” de modo que quando falavam comigo as alunas se corrigiam dizendo: “o p três linhas quer dizer o sucessor de p duas linhas”, incorporando a justificação como parte de suas falas.

Como as operações já estavam, para a maior parte das alunas, confortáveis, resolvi avançar na minha apresentação e associar a sequência que havíamos criado a símbolos que simplificassem a escrita dos “pês linhas”. Disse então que é uma convenção matemática utilizar combinações dos símbolos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 para representar esses “pês” e dei ênfase na ideia de representação, a sequência de posição que criamos.

Neste momento associei o que havíamos feito à noção matemática de números naturais e comentei brevemente sobre Peano e sua axiomática. Brevemente porque, apesar de ter elaborado a aula com base nos Axiomas de Peano, a intenção era aproveitar o clima de surpresa de parte das alunas para discutir as intenções da aula. Digo parte, porque algumas alunas disseram já ter estabelecido a relação, mas não haviam mencionado nada devido ao convite feito no início da aula.

Minha intenção com esta aula era provocar o descentramento e oferecer às alunas a oportunidade de colocarem-se no lugar de seus alunos quando elas falam sobre números e operações com eles. Acredito que ao propor uma construção, que a princípio “parece não haver sentido” (fala de uma das alunas), possibilitei que as alunas pensassem sobre o que os seus alunos estão pensando quando elas falam de coisas como “um, dois, três, …” mostrando símbolos como “1, 2, 3, …”. Essa inversão de papéis, quando as alunas trabalham com o desconhecido confiando apenas no que o professor está falando, quando problematizada favorece uma formação na linha dos pressupostos do MCS.

A discussão após a associação entre os números naturais e a sequência que criamos, foi, segundo minha perspectiva, muito forte para falar de educação matemática para e com crianças, para dizer que as coisas que muitas vezes tomamos por lógicas, evidentes, e claras, como quantidade de uma laranja estar associada ao número um e ser representada por “1”, não são sempre evidentes, claras e lógicas para todas elas.

Essa proposição de aula possibilitou também a discussão a respeito do que as futuras professoras sabiam sobre número natural. Algo que no decorrer da minha experiência naquela instituição constatei como um entendimento comum de que número é sinônimo de quantidade. Pensar em número como uma posição em uma sequência de objetos abstratos, sem relação com o “nosso mundo”, e em quantificação como associação de objetos àquela sequência passou a ser um exercício nosso no decorrer da disciplina. A proposta de colocar-se no lugar do aluno foi retomada por diversas vezes no semestre e várias vezes as alunas recordavam a situação desta aula para exemplificar algo que discutiam.

Potencialidades da Matemática do matemático na formação inicial de pedagogos(as)

As duas abordagens recorreram aos Axiomas de Peano para atender as intenções didáticas de cada docente. Enquanto na primeira eles foram trazidos em paralelo com o conjunto dos números naturais, na segunda, cada enunciado deles foi trabalhado para depois ser dito que compunham os Axiomas de Peano e, em seguida, feita uma relação entre eles e o conjunto dos números naturais. Esses Axiomas são vistos como algo da matemática do matemático, que pode ser caracterizada como modos legítimos de produção de significados para a matemática, sendo matemática aquilo que o matemático faz quando ele diz que está fazendo matemática (LINS, 2004).

Os modos legítimos de produção de significados para a matemática são dados pelos aspectos definicionais, internalistas e simbólicos. O primeiro aspecto pode ser visto da seguinte forma: uma vez que as coisas foram definidas, ou seja, que foi dito o que elas são, essas definições permanecem intocadas (LINS, 2004) até que isso seja explicitamente alterado e aceito na comunidade dos matemáticos. No aspecto internalista, “quando o matemático define um objeto, não cabe a discussão de se esta definição corresponde bem ou não a algo *fora* da própria Matemática" (LINS, 2004, p. 95). Já os simbólicos significam que "os objetos são conhecidos não no que eles *são*, mas apenas em suas *propriedades, no que deles se pode dizer*" (LINS, 2004, p. 96). Cabe dizer que a legitimidade não é dada em função de algum critério lógico ou empírico e sim ao fato de que compartilhamos interlocutores, em outros termos, direções de fala.

Os Axiomas de Peano satisfazem esses aspectos. Eles são definicionais pela própria palavra axioma. Eles são internalistas porque não interessa se corresponde bem a algo fora da matemática do matemático, o que importa é que a partir deles podemos fazer várias coisas, como a construção dos números reais. Já no aspecto simbólico, tanto faz se pê é o número um ou uma laranja ou o que quer que seja, o que precisamos é estipular este pê para poder continuar a trabalhar com os outros axiomas, dizendo, por exemplo, que este pê possui um sucessor, chamado de pê linha. Não importa de novo se pê linha é o número dois ou duas laranjas colocadas em sequência ou o que quer que seja, de novo, importa é que podemos continuar a sequência.

Parece estranho trazer esta caracterização para a formação de pedagogas, afinal várias discussões na Educação Matemática têm sido feitas no sentido de problematizar esta matemática do matemático na formação de futuras(os) professoras(es) de matemática dos cursos de Licenciatura em Matemática. Viola dos Santos e Lins (2016) apresentaram cinco modos de pensar a(s) matemática(s) nesta formação, dizendo que um caminho seria a abordagem de uma matemática que tivesse mais relação com a prática profissional de um professor caracterizada no MCS como a matemática do professor de matemática. Esta matemática aceita produções de significados na direção da matemática do matemático, de outras matemáticas e de produções de significados não matemáticos, como discutido por Lins (2004) e Julio, Ferreira e Lins (2018).

No âmbito da formação de pedagogas, baseada no MCS, Viola dos Santos e Santos (2018) apresentaram uma discussão da matemática do professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental tomando como referência a noção de matemática do professor de matemática. No entanto, ainda são incipientes pesquisas com base no MCS sobre formação de professores que ensinam matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na formação de futuras professoras que ensinam matemática, seja em cursos de Licenciatura em Pedagogia ou em Matemática, concordamos com Lins (2004) de que a matemática do matemático oferece uma ótima oportunidade das discentes vivenciarem o estranhamento ao se depararem com noções que contrariam nossos sentidos e nossas crenças, como é o caso do paradoxo de Tarski-Banach, na qual podemos pegar uma laranja[2], dividir em várias partes e formar duas laranjas com a laranja que foi pega, ou então, os vários outros casos, como discutido por Lins (2004).

Lidar com os Axiomas de Peano também possibilitou a vivência de estranhamentos por futuras pedagogas. Como assim um número natural pode começar com um coração? Como assim utilizar estrelas e quadrados para operar sendo que a nossa vida toda aprendemos a somar, subtrair, multiplicar e dividir utilizando símbolos canônicos para isso como: +, –, x (ou ·) e ÷ (ou : e /)? Que coisa é esta de existe pê? A vivência desses estranhamentos nos torna mais sensíveis ao que pode ocorrer com o outro e possibilitar o exercício do descentramento.

A nossa defesa, neste artigo é que as disciplinas que envolvem matemática em um curso de Licenciatura em Pedagogia não devem ser feitas com base na matemática do matemático, tendo em vista que ainda são poucos os estudos direcionados a tentarem responder questionamentos como o de Curi (2020, p. 16) “Que Matemática deve ser proposta em cursos de Pedagogia e de que forma deve ser tratada, considerando ainda pequeno o número de horas destinados a essa disciplina?”. No entanto, a matemática do matemático pode contribuir para uma maior lucidez matemática, a vivência de estranhamentos e o exercício do descentramento, aspectos que consideramos importantes de ocorrer nos cursos de formação de professores sob a ótica do MCS.

Conclusão

Neste artigo, apresentamos duas narrativas autobiográficas para analisar estranhamentos causados pela matemática do matemático, como uma possibilidade para a formação de futuras pedagogas. Dois são os aspectos que julgamos necessários serem

[2] Disponível em: http://en.wikipedia.org/wiki/Banach%E2%80%93Tarski_paradox. Acesso em: 04 de setembro de 2015.

sistematizados nestas considerações: o papel da matemática do matemático na formação de professores e as possibilidades do MCS no âmbito da FEM.

Em relação às discussões envolvendo a matemático do matemático na formação de pedagogas acreditamos que o estranhamento, causado ao se colocar em evidência as diferenças em relação aos modos tomados como legítimos de produzir significado, contribui com a formação destas professoras ao abrir a possibilidade de problematizações sobre o modo pelo qual elas compreendem o que seja matemática, bem como a possibilidade de pensarem a interação com seus alunos de outra perspectiva.

Concernente ao uso do MCS como fundamentação teórica para discussões no âmbito da FEM, consideramos como pertinente o foco nos aspectos epistemológicos da interação entre formadores e futuros professores, bem como entre professores e alunos, que uma postura assumida no âmbito deste modelo teórico possibilita. Como evidenciamos nos relatos autobiográficos esta postura não é única, mas compartilham os pressupostos centrais alicerçados nas noções que constituem o modelo teórico.

Para finalizar, consideramos, baseados em Julio, Ferreira e Lins (2018) e Viola dos Santos e Lins (2016), que a matemática do matemático desempenha um papel ímpar na formação de futuras pedagogas. Ao possibilitar discussões no interior dos componentes curriculares atualmente estabelecidos nestes cursos, essa abordagem transforma os objetivos da ação didática fomentando a constituição de espaços onde aspectos epistemológicos ganham destaque e se constituem como base para discussões sobre aspectos metodológicos do processo de ensino de matemática.

Referências

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

CURI, E. A formação do professor para ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: algumas reflexões. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 7, p. 1-18, 20 nov. 2020.

JULIO R.; FERREIRA, G.; LINS, R. C. Uma discussão sobre legitimidades matemáticas utilizando o contexto dos números irracionais. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 20, n. 01, p. 315-333, 2018.

JULIO, R. S.; SILVA, G. H. G.. Compreendendo a Formação Matemática de Futuros Pedagogos por meio de Narrativas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática [online]**, v. 32, n. 62, p. 1012-1029, 2018.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGATO, A. C. **A matemática do ensino médio**. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Perspectivas em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da Unesp, 1999, p. 75-94.

LINS, R. C. Monstros, Matemática e Significados. In: BICUDO, M. A. V. e BORBA, M. C. (orgs.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92- 120.

LINS, R. C. A formação pedagógica em disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas em Matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas, n. 18, p. 117 – 123, jun. 2005.

LINS, R. C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e percepção matemática**. 3 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

OLIVEIRA. V. C. A. **Uma leitura sobre formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana**. 2011. 207 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – IGCE/UNESP: Rio Claro, 2011.

PAULO, J. P. A. **Compreendendo formação de professores no âmbito do Modelo dos Campos Semânticos**. 2020. 294p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/191665. Acesso em 16 jun. 2021.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; LINS, R. C. Uma Discussão a Respeito da(s) Matemática(s) na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 18, n. 1, p. 351-372, 2016.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; SANTOS, E. S. Uma discussão da matemática do professor que ensina matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Boletim GEPEM**, n. 72, 2018.

Afetividade e Educação Matemática: um olhar a partir da perspectiva fenomenológica

Affectivity and Mathematics Education: a look from the phenomenological perspective

Romário Costa da Rocha Júnior
Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Câmpus de Rio Claro
romario.junior@unesp.br

Fabiane Mondini
Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Câmpus de Sorocaba
fabiane.mondini@unesp.br

Resumo
Este texto apresenta resultados parciais de uma pesquisa em andamento, de cunho qualitativo e guiada pela perspectiva fenomenológica. A pesquisa, destaca a importância da afetividade nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática escolar. Justifica-se a importância da temática pelo fato de que a matemática, no contexto escolar, é conhecida como uma disciplina de difícil compreensão, que causa desinteresse, medo e, até mesmo, repúdio. Compreendendo a afetividade como abertura do ser para o outro e para o mundo, como projeção e como orientação no mundo-vida, a pesquisa é guiada pela questão norteadora: "*Como a afetividade se mostra no processo de aprendizagem matemática?*" e traz uma discussão sobre o que entendemos por afetividade e como ela impacta nos processos de ensino e aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Ensino de matemática; fenomenologia; afeto; aprendizagem.

Abstract
This text presents partial results of an ongoing research, qualitative in nature and guided by the phenomenological perspective. The research highlights the importance of affectivity in the teaching and learning processes of school mathematics. The importance of the theme is justified by the fact that mathematics, in the school context, is known as a discipline that is difficult to understand, which causes disinterest, fear and even rejection. Understanding affectivity as an opening of the being to the other and to the world, as a projection and orientation in the life-world, the research is guided by the guiding question: "How does affectivity show itself in the process of learning mathematics?" and it brings a discussion about what we understand by affectivity and how it impacts on the processes of teaching and learning mathematics.

Keywords: Mathematics teaching; phenomenology; affection; learning.

Introdução

A capacidade intuitiva e o raciocínio típico da matemática estão presentes no cotidiano da humanidade desde as primeiras civilizações. Vêm se desenvolvendo, aprimorando e hoje fazem parte do nosso modo de produzir conhecimento, ciência, tecnologia. Ainda assim, em uma atitude natural, esta ciência é vista como algo desafiador, complexo e, muitas vezes, inalcançável por um significativo número de pessoas.

Comunidades, famílias e, até mesmo, escolas são responsáveis por criar uma imagem distorcida, elitizada e negativa da matemática, ao classificar como mais inteligentes os que obtêm sucesso na aprendizagem e, consequentemente, os demais como fracassados. Muitas são as pessoas que expressam seu medo, ódio, pavor, com relação ao modo como a disciplina de matemáticas as afeta.

No domínio do ensino e da aprendizagem da Matemática, especificamente, parece que as emoções são exacerbadas e polarizadas entre o amor (de poucos) e o ódio (de muitos). Não é raro ver alunos que acompanham bem as aulas e o desenrolar de conteúdos das diferentes disciplinas, porém não apresentam bons resultados em matemática. Muitos alunos desistem de investir algum esforço na aprendizagem matemática. É muito comum, no ambiente escolar, ouvirmos frases que expressam fortes emoções quando os alunos se referem à Matemática: odeio essa matéria, nem adianta tentar... não tenho jeito, adoro aulas de desafios, etc.

Na atitude natural, “os processos de sua constituição (da educação) são detalhados”, para produzir conhecimento e orientar as atividades educacionais, inclusive as de ensino e de aprendizagem (BICUDO, 1999, p. 12). Nessa perspectiva, segundo a autora, aluno, professor, ensino, aprendizagem, bem como as relações interpessoais, cognitivas, afetivas e sociais são vistos como objetos naturais “portadores de significados sociais e culturalmente construídos" (BICUDO, 1999, p. 13). Esse modo de conceber o ensino se desdobra em uma postura pedagógica que enfatiza os aspectos cognitivos e apresenta a educação como um produto final de um processo, que tem uma meta, traduzida em fins e objetivos educacionais, operacionalizados em atividades que seguem programações definidas, interligadas entre si para atingirem uma meta proposta. Escola, professores e alunos devem realizar essas atividades para que os fins e objetivos sejam atingidos e a educação processada. (BICUDO, 1999, p. 14).

Nesse modo de compreender a Educação, há um ideal de modelo educacional definido por antecipação, “cujo desenrolar cumpre uma trajetória previamente definida e conhecida [...] incapaz de produzir o novo” (COÊLHO, 1999, p. 57). O fazer educativo situa-se, portanto, no plano do previsível, antecipado enquanto ideia. A educação se perde no estabelecimento de objetivos gerais e específicos, de metas e submetas a serem atingidas e cuja consecução é vista como sinônimo de qualidade, produtividade e eficiência (COÊLHO, 1999, p. 60). Nesse olhar, dificuldades de aprendizagem relativas ao ensino de matemática, são justificadas a partir da falta de capacidade intelectiva para aprender o que foi determinado, por exemplo.

Compreendendo que “a afetividade é abertura, projeção e orientação para o mundo da vida, que tende ao transcendente, ao outro e ao mundo” (PRASERES, 2015, p.12), apresentamos este estudo teórico, que lança luz sobre papel da afetividade na aprendizagem matemática, destacando sua presença em toda e qualquer ação de ensino ou de aprendizagem, em que optamos por uma perspectiva fenomenológica.

Trata-se de uma pesquisa em desenvolvimento, direcionada pela interrogação “*Como a afetividade se mostra no processo de aprendizagem matemática?*”. Esclarecemos que assumimos uma postura fenomenológica, por compreender que essa perspectiva transcende o previsível e o pré-determinado, de modo a permitir uma contínua reflexão, em que se compreende o homem “enquanto uma totalidade, valorizando o corpo a inteligência, a imaginação, a emoção, o desejo, enfim, todas as dimensões de sua existência” (COÊLHO, 1999, p. 88), tomando a Educação como um processo que visa a humanização da pessoa que compreende e atribui significado às coisas, aos outros, e a sua existência, a partir de sua experiência vivida.

Sobre o caminho metodológico do desenvolvimento da pesquisa

Optamos pela pesquisa qualitativa, guiada pela abordagem fenomenológica, por ser este

> [...] um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente; mais do que isso e principalmente, de trabalhar concebendo-o como já sendo sempre junto ao mundo e, portanto, aos outros e aos respectivos utensílios dispostos na circunvizinhança existencial, constituindo-se, ao outro e ao mundo em sua historicidade. (BICUDO, 2012, p. 17).

A Fenomenologia apresenta-se como uma alternativa interessante para a produção de conhecimento, principalmente para as Ciências Humanas que têm por objetivo investigar o homem em sua plenitude. O modo de proceder fenomenológico, pautado na filosofia husserliana, caracteriza-se como um constante voltar-se às coisas mesmas, no sentido de que toda a produção de conhecimento deveria ser pautada nas percepções primeiras ou no sentido original nascido na experiência vivida (MONDINI, PAULO, MOCROSKY, 2018).

A percepção, tal qual é compreendida pela fenomenologia, não é uma ciência do mundo, não é nem mesmo um ato, uma tomada de posição deliberada; ela é o fundo sobre o qual todos os atos se destacam e ela é pressuposta por eles. O mundo não é assumido como um objeto do qual possuo comigo a lei de constituição; ele é o meio natural e o campo de todos os meus pensamentos e de todas as minhas percepções explícitas (MERLEAU-PONTY, 2006, p. 6).

A verdade não "habita" apenas o "homem interior", ou, antes, não existe homem interior, o homem está no mundo, e é no mundo que ele se conhece (MERLEAU-PONTY, 2006, p. 6). Nessa postura, podemos afirmar que o mundo e tudo o que há nele faz sentido para o sujeito que o percebe, com todos os seus sentidos, bem como "com toda a sua historicidade enquanto convive com outros sujeitos" (MONDINI, PAULO, MOCROSKY, 2018).

Enquanto filosofia, a Fenomenologia possibilita compreender o homem não "como um mero corpo ou espírito, mas [...] enquanto uma totalidade, valorizando o corpo, a inteligência, a imaginação, a emoção, o desejo, enfim, todas as dimensões de sua existência" (COÊLHO, 1999, p. 88). Quando a Educação é compreendida a partir de uma perspectiva fenomenológica, considera-se o âmbito educacional em toda a sua complexidade o que se reflete sobre os modos como cada um "age e sente de acordo com as nuanças do seu sentir e como cada um vê o mundo a partir de sua própria experiência e de sua cultura" (BICUDO, 1999, p.48).

A fenomenologia

> não traz consigo a imposição de uma verdade teórica ou ideológica preestabelecida, mas trabalha no real vivido, buscando a compreensão disso que somos e que fazemos – cada um de nós e todos em conjunto. Buscando o sentido e o significado mundano das teorias e das ideologias e das expressões culturais e históricas (BICUDO, 1999, pp. 12-13).

Exige, portanto, atos de refletir sempre efetivados pelos sujeitos que realizam a atividade nas dimensões temporal e cultural em que elas significam e fazem sentido. A educação torna-se um pro-jeto[1] e o estudante é considerado como um "ser de possibilidades". Por ser uma pesquisa de cunho fenomenológico, o percurso é o de *ir-às-coisas-mesmas* (HUSSERL apud BICUDO, 1999). Nesse texto apresentamos um estudo interpretativo, analítico e reflexivo de textos significativos, buscando compreender os diferentes sentidos e significados da temática focada na pesquisa, articulando o discurso científico, filosófico e

[1] Ver Bicudo (2003).

educacional.

A afetividade na perspectiva da Educação Matemática

Em uma perspectiva fenomenológica e partindo dos estudos das obras de Michel Henry, iniciaremos esclarecendo que é a vida o solo para compreendermos a ideia de afetividade. E a vida não é algo a se definir, pois não se restringe a uma única definição ou compreensão isolada. Assim, "a vida se vive a si mesma, se prova nessa interioridade imediata de si" (PRASERES, 2015, p.19).

Segundo Henry (2010, p.6), a vida

> [...] não é somente e apenas um sentir, o sentir de tudo o que sentimos, mas antes "sentir-se a si mesmo", nessa imediação absoluta e patética, tal como esse medo por exemplo, e que faz com que tudo o que assim se experiencia seja habitado pela certeza de ser, seja vivo. Então viver quer dizer provar-se. (PRASERES, 2015, p.18)

Assim, a vida pode ser compreendida como o ato de experienciar o mundo e, principalmente, a si mesmo. Fugindo das definições e categorizações, ela apresenta-se de forma existencial (PRASERES, 2015, p. 13). Assumimos que o mundo da vida nos afeta e, assim, a afetividade se dá como essência da imanência, em nosso modo consciente de entender o vivenciado. Pois não há outra possibilidade. Eu "nasci na vida, da qual ninguém ainda encontrou a fonte em algum continente" (HENRY, 2011, p. 215). Nesse trajeto da vida, em que se revela o viver, o Ser traz sua "incondicional liberdade e com ela a responsabilidade pessoal inerente aos nossos atos" (ANTÚNEZ, MARTINS, 2015, p. 178).

A vivência é subjetiva[2]. Podemos pensar nos modos de compreender o luto, a dor e o sofrimento, por exemplo. Um mesmo fato não afeta as pessoas envolvidas com a mesma força, e isso não significa que o que sentimos é irrelevante. Pelo contrário, o que sentimos é parte de nós, nos constitui como humanos e, nesse sentido, lidar com a dor, a frustração, a raiva, faz parte da vida. Segundo Henry (2011, p. 215), fomos ensinados pela modernidade a sufocar nossos sentimentos e, mesmo assim, esses "ecoam e gritam nas entranhas do seu sufoco abalando toda e qualquer tentativa de os podermos ignorar".

---

[2] "Subjetividade, intersubjetividade e objetividade são três aspectos de um mesmo movimento, o que significa que não se trata de instância ou esferas separadas e hierarquizadas. Porém, são dimensões de uma totalidade que, em seu dinamismo, vai entrelaçando sentidos, processos de atribuição de significados, significados explicitados pela linguagem, mantidos pela escrita e pela tradição, na materialidade cultural, constituindo um solo histórico. Estão imbricadas uma na outra" (BICUDO, 2010, p. 34)

Esse sufoco, quando presente na escola, afeta a aprendizagem e a convivência. Sabemos que há rejeição pela matemática escolar e que este é um saber que assusta, entristece, causa medo e pavor. É o afeto pela matemática que torna muitos estudantes "incapacitados", "menos inteligentes" ou "gênios" no contexto da escola. Como afirma Moreira (2016, p. 49),

> no domínio do ensino e da aprendizagem da Matemática, especificamente, parece que as emoções são exacerbadas e polarizadas entre o amor (de poucos) e o ódio (de muitos). Não é raro ver alunos que acompanham bem as aulas e o desenrolar de conteúdos das diferentes disciplinas, porém não apresentam bons resultados em Matemática. Muitos alunos desistem de investir algum esforço na aprendizagem matemática. É muito comum, no ambiente escolar, ouvirmos frases que expressam fortes emoções quando os alunos se referem à Matemática: odeio essa matéria, nem adianta tentar... não tenho jeito, adoro aulas de desafios, etc.

A rejeição pode vir acompanhada de indisciplina, dificuldade de aprendizagem ou silêncio. E, como os sentimentos são parte de nós, sufocá-los nos adoece física, emocional e intelectualmente. Assim, enquanto educadores matemáticos, destacamos a importância da sensibilidade para com o outro, para que possamos aprender a ouvir e não sufocar o que nos afeta na vivência escolar. Não tematizar o que afeta a subjetividade no processo de ensino e de aprendizagem faz com que comumente justifiquemos o fracasso, recorrente nas aulas de matemática, com "falta de aptidão intelectual". Por ser comum, paramos de questionar.

Olhar o que nos afeta e refletir sobre é algo relativamente novo na sociedade contemporânea. É Michel Henry, durante a década dos anos 80, que inicia um diálogo questionador sobre a ciência moderna existente em torno do psiquismo humano, direcionando também o questionamento para a forma que vivemos com um corpo que sente, "um corpo que sofre, que ama e que odeia, que quer e rejeita, que deseja e se frustra, que vive e que adoece, que morre e renasce da própria morte!" (ANTÚNEZ, MARTINS, 2015, p.178).

Segundo Henry (1990, p. 6), dor e sofrimento provam-se no advir da vida como se provam a alegria, a angústia, uma cor ou um som: provam-se como constitutivas do nosso ser. O que nos afeta pode nos desconstruir do que somos, nos adoecer, mas também pode nos reestruturar. "Puros são os sentimentos que provêm da prova de si mesmo que é o ser e a vida, uma vida absoluta, [...] a pureza do sentimento reside em seu fundo" (HENRY, 1963, p. 843). Esse fundo de sentimentos, define-se como afecção da vida, ou seja, nosso *vir-a-ser*.

A afetividade muitas vezes é vista como algo dissociável na existência, ou seja, como se fosse possível deixar de sentir. Como nos diz Praseres (2015, p. 45), "nós não temos uma interioridade, somos a interioridade". É essa totalidade afetiva que nos permite constituir nossa identidade. Toda e qualquer percepção de nossa existência - visão, audição, amor e ódio - são instalações da vida em nós, que nos impulsiona a agir. O agir é sempre decorrente de uma afeção, que no excesso de si nos deixa sem poder, deixa-nos também, de igual modo, a possibilidade de usufruir de nosso viver (ANTÚNEZ, MARTINS, 2015, p. 179). É pela vida que transformamos o mundo e, ao mesmo tempo, nos transformamos. Ao vivenciar na vida o em *si*, vivencia-se todos os *si(s)* que na vida se provam e tudo o que na vida se prova (HENRY, 2004, p. 224). Nesse movimento de viver, experienciamos o outro pelo afeto.

Referências

ANTÚNEZ, A. E. A.; MARTINS, F. Michel Henry: afetividade e alucinação. **Rev. abordagem gestalt.**, Goiânia, v. 21, n. 2, p. 177-183, dez. 2015. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1809-68672015000200007&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 18 mai. 2021.

BICUDO, M. A. V. A contribuição da fenomenologia à educação. In: BICUDO, M. A.V. e CAPPELLETTI, I. F. **Fenomenologia: uma visão abrangente da Educação.** 1ª Edição. São Paulo: Olho d'Água, 1999, v.1, 1º capítulo, p. 11-55.

BICUDO, M. A. V. Formação de Professores: um olhar fenomenológico. In: M. A. Bicudo (Org.). **Formação de Professores: da incerteza à compreensão** (p.7 - 46). Bauru, SP: ESUSC. 2003.

BICUDO, M. A. V. **Educação matemática**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2005.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). **Filosofia da Educação Matemática:** fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. 1ªed. São Paulo: Editora UNESP, 2010, v. 1, p. 23-47.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 5, p. 15-26, 2012.

COÊLHO, I. M. Fenomenologia e Educação. In: BICUDO, M. A.V. e CAPPELLETTI, I. F. **Fenomenologia: uma visão abrangente da Educação.** 1ª Edição. São Paulo: Olho d'Água, 1999, v.1, 2º capítulo, p. 53-104.

HENRY, M. **L'essence de la manifestation.** Paris: PUF, 1963.

HENRY, M. **Phénoménologie matérielle.** Paris: PUF, 1990.

HENRY, M. **Auto-donation:** Entretiens et conferences. Paris: Beauchesne, 2004

HENRY, M. Fenomenología de la vida. Trad. Mario Lipsitz.1. ed. Buenos Aires: Prometeo Libros, 2010. HENRY, M. **L'essence de la manifestation.** Paris: PUF, 2011.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da percepção.** Tradução de Carlos Alberto de Ribeiro Moura. São Paulo: São Paulo: Martins Fontes, 2006.

MONDINI, F.; PAULO, R.M.; MOCROSKY, L. F. As contribuições da fenomenologia à educação. In: V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos, 2018, Foz do Iguaçu - PR. **Anais do V Seminário Internacional de Pesquisas e Estudos Qualitativos.** São Paulo: SEPQ, 2018. v.5.

MOREIRA, M. D. D. **Matemátic@ XXI:** Conexões Surpreendentes. 2016. 384 f. Tese (Doutorado em Doutoramento em Ensino e Divulgação das Ciências) - Universidade do Porto, U. PORTO, Portugal, 2016.

OCDE, 2018. **Resultados do PISA 2018**. Disponível em Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico: <https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm >. Acesso em: 17 jul. 2020.

PRASERES, J. S. **Fenomenologia da Afetividade:** Um Estudo a partir de Michel Henry. 2015. 75 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

Conhecimento Pré-predicativo: cenas envolvendo a ideia de ângulo

Prepredicative Knowledge: scenes involving the idea of angle

Marli Regina dos Santos
UFOP
marliregs@gmail.com

Resumo
Este texto coloca em destaque o conhecimento pré-predicativo, abordado por Merleau-Ponty em seu pensar filosófico, enquanto um modo de compreensão, temporal e espacialmente localizado, que tem como cerne os sentidos que se dão na vivência do mundo-vida e que se constitui de modo espontâneo, ao estarmos com o outro, experienciando o mesmo solo intersubjetivo. Buscando explicitar o que é isto, o conhecimento pré-predicativo, dialogamos com as ideias trazidas pelo filósofo e por outros autores que se atentam para o tema. Em conexão com esse diálogo, apresentamos um recorte de uma pesquisa com alunos calouros de uma graduação em matemática, envolvendo a ideia de ângulo, na qual as manifestações e interações entre eles avançaram em direção aos sentidos e significados explicitados sem a pretensão de chegar a uma definição matematicamente estabelecida do conceito, mas indo em direção às compreensões e entendimentos que dizem de uma produção geométrica em seus aspectos humanos, enquanto vivências que se dão no mundo-vida ao estarmos com o outro experienciando nosso entorno.

Palavras-chave: Geometria; Fenomenologia; Pré-predicativo; Cenas Significativas.

Abstract
This text highlights the pre-predicative knowledge, approached by Merleau-Ponty in his philosophical thinking, as a way of understanding, temporally and spatially located, which has as its core the meanings that occur in the experience of the life-world, and that are constitutes spontaneously, when we are with the other, experiencing the same intersubjective ground. Seeking to explain what this is, the pre-predicative knowledge, we dialogued with the ideas brought by the philosopher and other authors who pay attention to the theme. In connection with this dialogue, we present an excerpt of a research with students in mathematics, involving the idea of angle, in which the manifestations and interactions between them advanced towards the explicit meanings, without the intention of reaching a mathematical definition, but advancing in understandings that refer to geometric production in its human aspects, as experiences that take place in the life-world when we are with the other, experiencing our surroundings.

Keywords: Geometry; Phenomenology; Pre-predicative; Significant Scenes.

Introdução

Merleau-Ponty e seu mestre Husserl perseguiram, em seus estudos filosóficos, questões relacionadas ao conhecimento, em seus aspectos ontológicos e epistemológicos, colocando em destaque a existencialidade e os atos humanos envolvidos na sua constituição. Ao indagar sobre o conhecimento objetivamente dado por meio da ciência (ocidental), Merleau-Ponty (1999, p. 3) ressalta sua condição de ser uma “segunda linguagem do mundo”, já que ele se dá e se sustenta na experiência mundana.

> Tudo que sei do mundo, mesmo por ciência, eu o sei a partir de uma visão minha ou de uma experiência do mundo sem a qual os símbolos da ciência não poderiam dizer nada. Todo o universo da ciência é construído sobre o mundo vivido, e se queremos

> pensar a própria ciência com rigor, apreciar exatamente o seu sentido e o seu alcance, precisamos primeiramente despertar essa experiência do mundo da qual ela é a expressão segunda. A ciência não tem e não terá jamais o mesmo sentido de ser que o mundo percebido, pela simples razão que é uma determinação ou uma explicação deles. (MERLEAU-PONTY, 1999, p.75)

Ao lançar luz nos atos perceptivos e destacá-los em suas análises, Merleau-Ponty explicita o primado da percepção frente ao conhecimento, evidenciando as compreensões subjetivas que ela sustenta e os modos de comunicação e expressão dados no âmbito intersubjetivo. Ele avança em direção a uma análise fenomenológica do conhecimento, destacando a compreensão existencial que se dá de modo não (re)elaborado por meio das formalizações e procedimentos científicos, mas que se presentifica espontaneamente de forma ingênua e que, conforme entende, sustenta o conhecimento predicativo. Visa, assim, retornar às coisas elas mesmas:

> Retornar às coisas mesmas é retornar a este mundo anterior ao conhecimento do qual o conhecimento sempre fala, e em relação ao qual toda determinação científica é abstrata, significativa e dependente, como a geografia em relação à paisagem — primeiramente nós aprendemos o que é uma floresta, um prado ou um riacho. (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 4)

Em suas análises, Merleu-Ponty adentra pelo conhecimento pré-predicativo, explicitando seu estatuto e os atos dos quais se origina, de modo nascente, em um nível pré-teórico ainda não desdobrado em interpretações por meio da linguagem formalizada da ciência, mas passível de avançar na sua direção.

Neste texto, apresentamos um estudo no qual destacamos dois momentos. No primeiro, dialogamos com as ideias trazidas por Merleau-Ponty quanto ao conhecimento pré-predicativo, enfatizando a linguagem, a comunicação entre cossujeitos e o ser no mundo com o outro. No segundo, apresentamos um trecho de um estudo de campo de uma pesquisa (SANTOS, 2013) na qual são destacadas as compreensões pré-predicativas quanto à ideia de ângulo que se evidenciaram na sequência de diálogos entre os sujeitos, revelando a pluralidade de sentidos e significados que, coletivamente, podem encaminhar para uma compreensão matematicamente elaborada do conceito matemático em destaque.

O Conhecimento Pré-predicativo

Conforme explica Bicudo (2004), pré-predicativo e pré-reflexivo

> são expressões utilizadas por Merleau-Ponty para dizer de uma compreensão existencial que ainda não foi tematizada e desdobrada em ações de análise e reflexão. Diz de uma compreensão apenas manifesta ao próprio sujeito e ao outro de maneira não proposital. Trata-se de uma compreensão existencial, pois envolve a totalidade do ser que compreende, o qual já está no mundo com os outros e demais

> seres, sempre segundo uma disposição, um humor que o dispõe ou pré-dispõe para quilo em relação ao que está atentando, abrindo possibilidade de ver e de perceber sentidos e interpretar significados. (BICUDO, 2004, p.80)

O conhecimento pré-predicativo refere-se ao conhecimento ainda não elaborado em termos de desdobramentos possibilitados pelos atos da razão e amparados na lógica e metodologia à disposição no mundo da ciência (BICUDO, 2010). Ele é construído nas vivências, em um movimento intencional de busca de compreensão do entorno, realizado subjetiva e intersubjetivamente, na medida em que o mundo percebido faz sentido para o sujeito, podendo ser expresso ao outro.

Diversos estudos realizados pelo grupo de pesquisa FEM (Fenomenologia em Educação Matemática) têm destacado o ensino e aprendizagem e o movimento de constituição e produção do conhecimento matemático nos quais são abordadas as dimensões relacionadas às vivências dos sujeitos (DETONI, 2000; DETONI, 2012; PAULO, 2001; PAULO, 2006; KLUTH, 2001; MONDINI, MOCROSKY e SANTOS, 2010; SANTOS, 2012). Eles enfatizam o conhecimento pré-predicativo colocando em destaque os modos de o conhecimento se dar no mundo-vida em um nível pré-teórico ainda não desdobrado em interpretações ou formalizações por meio da linguagem predicativa, em especial, aqui, aquela específica do fazer matemático. Tais estudos põem em destaque o sentido que se doa para o sujeito em seu estado “nascente”, não baseado ou expresso em teorizações nas quais estão presentes a formalização clássica da matemática, com definições, axiomas e teoremas tal como, em geral, é apresentada nos livros-texto da disciplina.

Trata-se de um conhecimento no qual o objeto percebido faz sentido para o sujeito doando-se, inicialmente, para a subjetividade e podendo se desdobrar na expressão do compreendido, de forma direta e ingênua, ou seja, sem preocupações com padronizações previamente postas. O percebido na percepção pode direcionar para compreensões e interpretação no âmbito da intersubjetividade, sendo passível de ser comunicado, ou expresso, ao outro.

Alguns estudos que abordam especificamente o conhecimento geométrico pré-predicativo evidenciam que ele se explicita nas vivências onde os sujeitos se mostram, movimentando-se, espacializando, habitando horizontes (DETONI, 2000; PAULO, 2001). Há um sentido existencial que coloca em destaque aquilo, ou o que, na experiência vivida se ilumina no momento da percepção. Ao expressar-se, o sujeito comunica o que compreende, não havendo, necessariamente, uma elaboração categorial a priori decorrente de quadro teórico prévio. O nome de uma figura geométrica plana, por exemplo, pode ser um modo de a criança expressar alguma característica de um sólido que se destaca no ato perceptivo e que carrega os sentidos e entendimentos que dizem sobre o que ela visa expressar. Assim, quando ela usa, por exemplo, o termo "quadrado" para dizer de um cubo ou de um canto "reto", ela expressa o que de imediato se lhe apresenta na percepção: a "quadratice" presente na figura. A expressão pré-predicativa explicitada carrega os significados e sentidos presentes no campo cultural em que a criança está enredada e dos quais ela lança mão para se comunicar.

> A fala, ainda apropriando-nos das ideias de Merleu-Ponty, é uma operação interior e exterior, em que o sentido percebido faz-se para o sujeito, e em que o pensamento é efetuado mediante articulações disso que está a fazer sentido. Também é exterior, ao ser dita mediante palavras. Estas estão à disposição no mundo, cultural e historicamente. São pronunciadas, em voz alta ou silenciosamente, contam com sons e entonações daquele que as pronuncia. Deixam de ser uma categoria vazia que apenas nomeia objetos, ideias, etc, e preenchem-se de sentido à medida que consumam a fala ao serem pronunciadas na maneira peculiar de o corpo-próprio expor-se. (BICUDO, 2004, p.82)

No exemplo da criança, ela expressa sua compreensão por meio da linguagem que lhe está disponível, de modo que as palavras não carregam significados por conta própria. Ao contrário, é dos significados atribuídos aos objetos na experiência vivida que ressurgem as palavras, dando sentido à expressão daquilo que, na percepção, se destaca. Merleau-Ponty (1999) discute o papel da linguagem e da comunicação, culturalmente constituída e transmitida, enfatizando sua importância na construção do conhecimento, ressaltando seu sentido para além da relação biunívoca entre palavra e significado.

Na comunicação destacam-se, juntamente com as palavras, o gesto, o silêncio, a expressão, na intenção do corpo-próprio (MERLEAU-PONTY, 1999; BICUDO, 2010) em seu humor e disposição frente ao intencionado, ressignificando sentidos e instaurando-se em um modo partilhado à medida que se avança no entorno intersubjetivo (BICUDO, 2004). A experiência vivida permite que o sujeito organize compreensões, que se dão nas percepções primeiras que trazem o percebido em seu fundo, ou seja, em seu contexto mundano do qual a intencionalidade destaca o focado, podendo expressá-lo aos cossujeitos, companheiros da situação vivenciada, com quem compartilha modos de ser, agir e expor-se. Essa comunhão de ideias pode avançar por compreensões entre os sujeitos envolvidos, encaminhando uma construção intersubjetiva.

Importante destacar que o conhecimento pré-predicativo, tal como fenomenologicamente é concebido nos estudos de Merleau-Ponty, não se refere (exclusivamente) ao pensar da criança que busca compreender seu entorno. Um matemático, por exemplo, pode avançar por compreensões pré-predicativas ao atentar-se para um problema, buscando pela evidência que permita emitir juízos a respeito daquilo que investiga em termos do percebido (intuído) como significativo. Na pesquisa de Paulo (2006), um dos sujeitos, matemático de formação, explica que é comum se referirem à inflexão de uma curva como o "rabinho" da função. A expressão se dá de modo direto e intencional visando apresentar as ideias que afloram no pensamento e expressá-las ao interlocutor, ainda que ele possa ser um outro matemático.

Podemos dizer que o conhecimento pré-predicativo se ilumina e está presente em diversas situações cotidianas experienciadas pelo sujeito, doando-se nos atos perceptivos e em outros que deles se originam. Os desdobramentos das compreensões pré-predicativas podem possibilitar novas reelaborações quanto ao objeto em foco, bem como a constituição de conclusões predicativas sobre o intencionado. Focando na geometria, em sua complexidade teórica marcada pela formalização e raciocínio dedutivo, podemos destacar os atos perceptivos e as intuições dados no movimento intencional de compreensão, que permitem avançar em direção aos modos de compreendê-la. O corpo-próprio guia-se em certa direção, constitui determinada profundidade, estabelece relações de comparação, como maior, menor, mais perto, mais longe etc. Ele é o ponto zero, ou o ponto de referência, do "aqui onde estou" que estabelece a perspectiva pela qual se vislumbra o horizonte no aqui e agora (MERLEAU-PONTY, 1999; BICUDO, 2010). Esse movimento de *atentar-se para* vai além dos atos individuais, já que as ideias geométricas não são meramente elaborações subjetivas e, na experiência vivida, podem ser partilhadas, avançando por compreensões e reelaborações entre cossujeitos.

Porém, está enraizado em nossa cultura um modo de proceder que destaca o conhecimento e sua produção enquanto uma atividade cognitiva lógica objetiva, onde não há lugar para se discutir ou refletir sobre os atos embasados na percepção e expressos por gestos, falas espontâneas, pausas etc. e, portanto, não há espaço para o que, nessa perspectiva, se considera "confusão", "falta de certeza" ou mesmo um erro. Enquanto área de conhecimento que trata de entes específicos por meio de uma linguagem própria, a geometria – e outras ciências teórico-formais – apesar de sustentar-se no mundo-vida, sofre um afastamento do seu sentido na existência humana (HUSSERL, 2012; MERLEAU-PONTY, 1999), distanciando-se do conhecimento pré-teórico dado nas vivências.

Considerando que a compreensão pré-reflexiva e a expressão do compreendido abrem possibilidade de significação em geometria, o trecho da investigação que apresentaremos a seguir volta-se para os modos pelos quais as ideias geométricas se dão e são expressas no diálogo e na partilha, em meio a atividades nas quais se busca explorar sentidos e significados trazidos no coletivo formado. Direcionamos nossa atenção para aspectos do conhecimento pré-predicativo e seus desdobramentos em direção a uma construção coletiva, buscando pelas possibilidades de compreensão e respectivas materializações por meio da linguagem. Assumimos a postura fenomenológica de investigação não apenas como metodologia de pesquisa e organização na análise de dados, mas enquanto visão de realidade, atentando-nos para atitudes, gestos, falas e o modo pelo qual o conhecimento pré-reflexivo vai se abrindo em interpretações, compreensões e (re)elaborações. Conforme Bicudo (2010, p 43), tal postura considera as experiências vividas como nucleares ao movimento de 'fazer sentido', na constituição do conhecimento, ao se estar atento ao que se diz e ao que é dito pelo outro, assumindo a relevância da intersubjetividade para manter e acolher a subjetividade e a objetividade, em um movimento dialético e histórico.

Compreensões pré-predicativas quanto à ideia de ângulo

A constatação da estreita (senão direta) relação entre a geometria, enquanto ciência dedutiva, e a espacialidade vivenciada pelo sujeito no seu dia a dia direcionou a realização de uma pesquisa junto a alunos ingressantes em um curso de graduação em matemática, que buscou explicitar as compreensões manifestadas por eles quanto às ideias geométricas presentes nas discussões e interações propostas (SANTOS, 2013). O foco das análises da pesquisa foram as compreensões expostas pelos alunos, ao participarem de um curso de extensão ocorrido em 6 encontros, que abordou os entes geométricos, tais como ponto, reta e plano, as relações entre eles e suas disposições espaciais, lançando mão de recursos manipuláveis e situações investigativas para promover a expressão e a comunicação no coletivo que se constituiu. Os encontros foram filmados e transcritos, constituindo as descrições de ondem emergiram os trechos analisados.

Em um dos encontros ocorridos, as interações e diálogos entre os participantes levaram à explicitação de sentidos e significados relacionados à ideia de ângulo e ao *o que ele é*, ainda que esse assunto não fosse o tema da atividade proposta. Nas interações, se destacou o diálogo fluido e espontâneo em que os sujeitos tentavam expor compreensões, dúvidas, surpresas e mudanças em seus entendimentos. Foi possível notar que elas se articulavam no todo coeso do diálogo travado entre os envolvidos, revelando aspectos das intencionalidades presentificadas. A totalidade de intenções, intuições, modos de os sujeitos voltarem-se para o proposto, as evidências havidas e as respectivas expressões linguísticas verbalizadas formavam uma complexidade que escapava à possibilidade de compreensão das falas isoladas de cada sujeito.

Diante disso, destacou-se o *cenário* do encontro, entendendo-o como o local onde se desenrolaram *cenas significativas* (DETONI e PAULO, 2011), ou seja, conjuntos de movimentos e expressões com duração temporal mantida pela disponibilidade dos cossujeitos de darem conta do que foi proposto, ao modo de uma articulação entre as intencionalidades dos "atores" (sujeitos e pesquisadora). O termo é usado para dizer daqueles que fazem parte da cena pois, como explicam Detoni e Paulo (2011), nas "pesquisas qualitativas de base fenomenológica nas quais se trabalha no pré-reflexivo, isto é, nas quais as manifestações são livres de predicações, os sujeitos não estão representando como atores que se guiam por indicações textuais" (DETONI e PAULO, 2011, p. 108). A *cena* se constitui em torno de um motivo, na doação de significados pela ação do corpo-próprio, e o "ato", ou a intencionalidade do sujeito, não é posterior à cena: ele incorpora e expressa significados ao estar com os outros no pano de fundo onde as ações ocorrem. Na cena pode-se

> (...) ver uma *ideia* sendo própria a uma série de manifestações convergentes para ela [...] Além de ver estas manifestações em cada sujeito, há uma atribuição comum de significados que o grupo todo de sujeitos intencionados na experiência deixa ressaltar na iminência do intersubjetivo. Cada sujeito articula compreensões que necessitam ser comunicadas *ao outro*. Há, portanto, sempre a experiência da alteridade, que se expressa numa rede comum de significados constituídos. (DETONI e PAULO, 2011, p. 109)

A cena se constitui na medida em que revela um todo de sentido dado em suas perspectivas possíveis, desvelando o nexo entre as diversas falas e ações. Ao considerarmos os aspectos significativos que a compõem, focando nas interpretações dos diálogos, dos gestos e de outras manifestações, destacam-se unidades significativas que se apresentam como totalidade de sentido que compõe a cena, explicitando um núcleo de comum a ela, como um enredo com começo, meio e fim.

No intuito de apresentar o trecho em destaque da referida pesquisa, as cenas significativas do encontro focado são organizadas, cronologicamente, no quadro a seguir, onde, na primeira coluna, é explicitado o diálogo no qual os sujeitos (nomes fictícios, sendo P a pesquisadora) se envolvem e, na segunda, as asserções da pesquisadora quanto à cena. A fim de ressaltar as expressões dos sujeitos relacionadas com a ideia de ângulo, são destacadas, em itálico, os trechos de suas falas que dizem sobre ele, em manifestações pré-predicativas que direcionam para a sua compreensão e a de outras ideias e conceitos, matemáticos ou não. Considerando as improvisações da pesquisadora a fim de explorar os sentidos desvelados nos diálogos, ela se coloca como cossujeito, ou outra atora nas cenas, pois se lança no cenário, reelaborando entendimentos diante das falas, dos gestos, das dúvidas e das conclusões, redirecionando suas próprias ações.

Quadro 1: Cenas envolvendo a ideia de ângulo

CENA 1 – QUAL O ÂNGULO ENTRE AS RETAS?	**Asserções da pesquisadora**
ISIS manifesta dúvida quanto ao ângulo determinado por duas retas concorrentes, indicando uma possibilidade de atribuir um valor para tal ângulo. ISIS: posso dizer que duas retas concorrentes .... aqui *o ângulo entre elas é menor que noventa?* (representa com palitos a situação) P (Pesquisadora): pode ser noventa? ISIS: *pode... pode ser maior também né?* P: pode ser maior? Então vamos ver quando pode ser maior. [pede que represente com canudos duas retas concorrentes] ISIS: a não sei... *pode ser noventa, né?* P: agora vamos ver o maior [representa duas retas não perpendiculares]. Quantos ângulos foram formados em volta desse vértice, do ponto de interseção? Vários: Q*uatro.* P: a gente tem quatro ângulos aí e tem que escolher um pra ser o ângulo entre as retas...qual é melhor eu escolher? O agudo ou o obtuso? ELVIS: *o obtuso?* ISIS: *eu escolheria esse [aponta para o ângulo agudo]* P: por quê? Por que agudo? Por que obtuso? ISIS expõe o modo como procedeu, indicando relação com a forma de traçar ou medir um ângulo com o transferidor:	A dúvida principia a discussão que avança na negociação da escolha daquele que seria o ângulo entre duas retas concorrentes. Revelam-se modos de proceder e analisar associados ao modo como se mede o ângulo com o uso do transferidor e à possibilidade de se estar espacialmente em duas posições distintas frente a ele, *mirando-o*.

<table>
<tr><td>ISIS: ah não sei... Escolhi mais por causa daquele negócio... a gente sempre olha o ângulo de lá pra cá [gesticula como quem usa o transferidor para construir um ângulo que considera uma origem e o sentido anti-horário]

P busca explorar as possibilidades de disposição do ângulo no espaço e por isso movimenta dois palitos indicando duas semirretas concorrentes: mas a gente pode tá em qualquer lugar do espaço [movimenta os palitos de forma que os alunos tenham que se mover para medir o ângulo]

ISIS indica romper com o que foi apresentado por ela: Huum, mas eu posso de lá pra cá também (muda o sentido do giro)...

P Você vai se mexer no espaço e vai vir aqui.. qual você vai escolher para ser a medida do ângulo entre as retas? Dois opostos são iguais...

NILSON: todos são os ângulos entre elas...

P: mas só um representa a medida do ângulo entre elas... Qual é o melhor candidato, o que vocês acham?

A maioria considera que o menor e alguns consideram o maior ângulo.

ISIS: eu sinceramente não sei... (e sugere o menor)

P se dirigindo para CLAUDIO que respondeu menor: por quê (o menor)?

CLAUDIO: eu sei lá... se fosse imaginar um ângulo aqui.. essa reta aqui.. [representa com dois canudos um ângulo de 45º] se fosse pegar o maior e falar: 90 mais um pouquinho aqui, 45º no caso ... se eu fosse olhar do lado de cá eu ia falar metade de noventa. (seus gestos indicam que ele verifica a possibilidade de “olhar” o ângulo dos dois lados determinado pelo plano que o contém, expondo sua compreensão de perspectiva do olhar a partir da posição do observador)

P buscando compreender: tipo o ângulo que tá faltando? (...) mas pensa assim.. pode ser zero o ângulo entre elas? [todos gesticulam positivamente]

CLAUDIO: sei lá... É mais fácil pegar o menor...

P: a gente tem que falar a mesma língua... Senão um fala 30 e o outro fala 150... Tem que combinar...</td><td></td></tr>
<tr><td>CENA 2 – MANIPULANDO DOIS SEGMENTOS COM EXTREMIDADE COMUM</td><td>Asserções da pesquisadora</td></tr>
<tr><td>P com a discussão anterior, sente necessidade de analisar também os ângulos entre dois segmentos.

P: Mas tem uma coisa que a gente não falou. O que é segmento?

Vários dizem um pedaço da reta.

P: um pedaço de qualquer maneira? Eu posso cortar aqui e dizer que é segmento? [gesto com um canudo como se o cortasse em um só ponto]. Como que é?</td><td>A pesquisadora sugere analisar a medida do ângulo entre dois segmentos. Novamente a discussão avança na tentativa de explicitar a medida do ângulo determinado, mas agora entre os dois segmentos, e decidir qual deles deve ser considerado. Os gestos indicam giros acompanhando a ângulo. Posteriormente, a determinação</td></tr>
</table>

"Dois cortinhos".. "Início e fim" ... "Tem que ser limitado, com começo e fim". P: então vamos supor que aqui não é uma reta... que aqui é segmento [enfatiza pois usou as mesmas tiras de e.v.a para representar a reta em explicação anterior] Aí eu falo pra vocês, qual que é o ângulo entre eles (os segmentos)? P representa um ângulo com as tiras de e.v.a, com uma extremidade comum e, movimentando as tiras, faz um giro de 270º. Solicita que indiquem o ângulo entre os segmentos. Move o ângulo pelo espaço da sala para que analisem como proceder para medi-lo. ISIS expressa dúvida: *o de cima... o de fora...(aponta para a maior região determinada pela volta de 270º)* P: e se eu fizer assim [muda a posição] qual é o ângulo? O de dentro ou o de fora? [gestos apontando cada um] CLAUDIO: *o de dentro é mais fácil...* Vários: *o de dentro* P para ISIS: e aí? Qual você escolheria? ISIS *parece estar em dúvida*	de qual ângulo escolher se apoia na facilidade proporcionada ao escolher o de dentro, ou o menor. A movimentação do ângulo pelo espaço sugere a necessidade de fazer uma escolha, visto que há duas possibilidades: uma entre 0 e 180 graus e outra entre 180 e 360. Porém, a escolha não se mostra tão direta assim.
CENA 3 – O ÂNGULO É QUANTOS GRAUS CABEM DENTRO DELE?	**Asserções da pesquisadora**
ISIS manifesta dúvidas e expõe uma informação que obteve sobre ângulo. ISIS [baixinho]: *o de dentro... mas eu estava lendo hoje e tipo assim, o ângulo é quantos graus cabem dentro dele...* P: essa é a medida do ângulo... Mas o que é o ângulo? ISIS: *não é quantos graus cabem dentro dele não?* P: isso é a medida [utiliza um canudo para exemplificar]. Esse é um segmento... Quantos dedos cabem aqui? É a medida dele (gestos positivos) ...Esse aqui é um ângulo, então cabem tantos graus dentro dele... [gestos com uma representação de ângulo] ISIS: *e qual que é a diferença*? (revela dúvida) P: sim... mas uma coisa é falar de você, é uma característica sua, por exemplo, você mede tanto. Tem um ângulo aqui [gestos]... se perguntar o que que é isso... para uma criança de sexta série são dois palitos. CLAUDIO: *duas anteninhas... (ri)* P: mas vamos fazer de conta que isso é um ângulo [representa com tiras de e.v.a] O que é o ângulo? ELVIS: tem várias descrições... P: então me fala todas...	A diversidade de compreensões, significados e sentidos se explicitam quanto nos atentamos para o conceito de ângulo, sinalizando para a complexidade que a ideia carrega. É comum a referência ao "ângulo de 30º", por exemplo, indicando uma informação que diz sobre ele. Na fala, o ângulo é o que cabe dentro dele, quantos graus cabem nele. O diálogo avança também pelas possibilidades a que o ângulo nos remete em sua forma (os palitos, anteninhas...)
CENA 3 –MAS O QUE É ÂNGULO?	**Asserções da pesquisadora**

ISIS: *é o ponto em que duas retas se encontram*, tipo assim é formado por... sabe quando você sabe mas não sabe explicar? (tenta expor uma nova elaboração de sua compreensão, mas não finaliza) ELVIS: sabe outra coisa, porque na matéria de ARQ (disciplina de desenho geométrico) a gente coloca a ponta seca, coloca aqui e *cria a bissetriz [gesticula como que fazendo uma bissetriz com o compasso]* P: isso é uma construção a partir do ângulo... O que é o ângulo? ISIS: O ângulo é formado por... tipo assim, você tem *essas semirretas aqui... esse ponto é um ponto que elas têm em comum... É a abertura... Eu não sei explicar...* CLAUDIO: *se eu adotar esse ângulo, dependendo pra onde ele for aqui [gestos como que continuando as semirretas que o determinam], vai aumentando.* P expõe a situação de uma criança de querer medir o ângulo. Pega dois esquadros e afirma que o desenho na lousa com o esquadro de madeira deve ser igual ou proporcional ao do aluno, de plástico, no caderno. Sobrepõe os ângulos de 90º dos esquadros e pede que verifiquem o encaixe dado na sobreposição. CLAUDIO: *um tem que caber dentro do outro.* P: mas o que é ângulo? CLAUDIO: *a distância dos lados... [gesticula como se fosse a distância entre pontos das semirretas, ou lados do ângulo, apontando para a região interior ao ângulo]* CLAUDIO: *O ângulo diz da inclinação da reta...* ELVIS: pode falar o seguinte, *que ângulo é uma abertura formada por dois lados, uma reta que concorre com a outra, uma abertura qualquer.* P: vamos voltar no que CLAUDIO falou: é a distância. Mas se eu falar isso, qual é a distância entre as duas aqui? [gesticula apontando as semirretas que determinam o ângulo] ELVIS: *tem um ponto em comum...* P: Então, qual é a distância entre essas duas semirretas? ISIS: *é o ângulo* P destaca para o termo distância, que foi discutido em encontros anteriores ao analisarem retas no espaço: mas a distância entre as semirretas é a menor distância entre elas. Qual é aqui? ISIS: *o ponto?* P: e quanto mede a distância? Vários: *zero* ELVIS: *a boca né? A boca dele...* P: a região entre... [gestos mudando a posição do ângulo para tentar exemplificar] essa região está entre? [aponta para região de fora do	O diálogo avança em direção ao que o ângulo é, sem buscar uma definição matemática, ainda que elementos dela se apresentem nas falas. Inicialmente, o ponto onde se encontram os lados do ângulo, ou o seu vértice, ganha destaque, mas não se desliga das outras partes que o compõem. Outros objetos ou conceitos relacionados ao ângulo são destacados ou trazidos para a discussão. Apontam para os lados, e as semirretas destacadas se mostram em sua infinitude considerando o ângulo que elas determinam, ainda que os desenhos e os palitos usados sejam limitados. A abertura que indicam também é anunciada. A dúvida parece pairar no ar. Há uma tentativa de comparar ângulos por meio de objetos físicos: mesmo distintos, os ângulos têm que "caber" um no outro. A palavra inclinação também se explicita ao buscarem dizer o que o ângulo é. O termo distância se destaca e ganha sentidos frente à medida da abertura associada ao ângulo. A compreensão se afasta do significado matemático de distância entre retas, discutido em encontro anterior. O sentido trazido com o gesto é confirmado por outros colegas, revelando compreensões comuns, mesmo que o conceito de distância não tenha sido (re)significado para a situação. Os gestos indicam o espaço entre as retas e não um segmento (fixo) entre elas, em um ir e vir na direção das duas semirretas. Assim, a distância entre as duas semirretas seria o espaço indicado (o ângulo), e não um valor nulo, conforme definição, considerando que elas se interceptam. O termo é colocado em destaque na discussão, atentando para os acordos já firmados nos

ângulo]. Qual o maior valor que o ângulo pode ter do jeito que a gente definiu? ISIS: *180º (...) Então esse é o ângulo, ou é a medida?* CLAUDIO: então *o ângulo é essa área?* P: pode usar também região, porque não termina. ISIS: *mas se você tá olhando esses dois negócios (aponta os pedações de e.v.a representando as semirretas, ou os lados do ângulo) teria que ser limitado, não?* P: mas essa área é limitada ou não? CLAUDIO: *se eu pegar, pra análise num plano (pausa e observa do desenho que faz no papel) ... se ele forma um ângulo e eu estou falando em relação com essa reta e com essa, se eu falar que é essa área toda aqui, talvez foge aqui, não? (faz um gesto, apontando para fora das semirretas do ângulo que desenhou, em suas extremidades). É assim [gesticula sobre a figura do ângulo, indicando como se a área determinada estivesse fora da região entre as semirretas que determinam o ângulo]* ISIS: mas aqui, por exemplo, *vou colocar só esse aqui, esse aqui que é a área né? [aponta para o desenho]* P: tem canetinha aí, representa a área. ISIS: *mas ia pegar até aqui ou nesse ponto sai (pinta a região entre os segmentos. Quando o lado desenhado termina, ela pinta o exterior do ângulo)*  P ressalta: mas isso aqui [aponta para os lados dos ângulos] é um segmento ou uma semirreta? Vários: semirreta. ISIS manifesta compreensão ELVIS: *continua e esse desenho aqui também continua (indica os lados do ângulo).*	encontros anteriores. Então outros modos de dizer o que é o ângulo se dão. Apontam para o vértice, expresso como a “boca” do ângulo. O termo área também é mencionado indicando a região entre os lados do ângulo. Os lados, ou as semirretas, são colocados em destaque na discussão, quanto à sua finitude, ou não, o que leva a uma retomada de significados abordados nos encontros, buscando convergências de compreensões, atuais ou revisitadas. O desenho explicita o que se busca dizer: nele os lados se mantêm limitados, e isso levaria a extrapolar a região dada com o prolongamento, indicando com os gestos o que desejavam expressar. As negociações parecem encaminhar para uma compreensão que visa extrapolar a limitação do material concreto ou do desenho.

Fonte: arquivo pessoal (2012)

Nas cenas, a manifestação de compreensões, relacionadas aos significados (escolares ou não, matemáticos ou não) que dizem de compreensões, associações, relações e entrelaçamentos entre as ideias e conceitos geométricos, se presentifica nas situações nas quais os sujeitos se valem dos termos que lhes são acessíveis e comuns de modo direto e às vezes distintos daqueles de definições e teoremas. Elas se apresentam na ênfase na medida do ângulo determinado por duas retas perpendiculares, como sendo reto ou valendo 90º; no destaque para a infinitude de uma reta ou de um plano; no uso de palavras como área, distância ou região para dizer do ângulo etc. Entrelaçadas a essas compreensões estão aquelas que trazem os sentidos próprios das experiências vividas no cotidiano, revelando aproximações e afastamentos com as ideias matemáticas associadas, conforme verificamos ao buscarmos explorar o modo como os alunos concebiam certos conceitos. Assim, o termo distância, por exemplo, é usado para dizer do ângulo: é "a distância entre seus lados". Se considerarmos o significado objetivamente dado do termo distância, em seu aspecto matemático (ou seja, a medida do menor segmento que une dois elementos), "a distância entre os lados" indicada nos gestos e falas não tem o sentido objetivo a que as definições remetem. É latente que, ao usar a frase para explicar aos colegas o que o ângulo é, o sentido original manifesto na expressão é diferente daquele matematicamente posto em uma definição, e os demais, cossujeitos, se apropriam do sentido original nascente na fala exposta, o que se expressa também nos gestos e olhares. Ainda que se considere a inadequação dos termos usados para buscar explicar entendimentos, se torna claro na expressão dos sujeitos que compartilham aquele espaço de discussão que, ao ser falado para dizer do ângulo, o termo distância se doa no sentido das vivências, destacando, junto com os gestos expostos, a região entre os lados do ângulo e não mais um valor matematicamente único (e nulo, neste caso). A distância é o "distanciamento ou afastamento", é o vir e ir de um lado ao outro, colocando em destaque uma região. A intersubjetividade estabelecida permite, ainda, que a discussão avance e os sentidos e significados se (re)constituam. Considerando que o termo distância havia sido discutido em encontros anteriores na perspectiva do seu significado matemático, puderam atentar para a situação trazendo os combinados firmados a fim de verificar que a distância ali seria nula, já que os lados se interceptavam. Outras palavras são usadas, e a limitação do recurso ou do desenho coloca em destaque o sentido de área, que também é expresso para dizer do ângulo. No imaginar e no diálogo, novos acordos e entendimentos são firmados e as palavras e combinados buscam (re)negociar sentidos, trazendo também aquilo que foi, intersubjetivamente, acordado ou construído.

Considerações

Na análise apresentada, buscamos destacar os aspectos que se revelaram para nós como relacionados aos conceitos que surgiram, possibilitando expor compreensões e refletir sobre as manifestações e (re)elaborações entre os sujeitos. Ao buscarmos compreender o conceito de ângulo, foi possível avançarmos em direção aos sentidos e significados presentes na matemática, em sintonia com as compreensões e entendimento explicitados na fala.

Focando a Matemática como um corpo de conhecimento formal, os aspectos da comunicação que expressa sentidos e significados que se dão no pensar com os cossujeitos transcendem a linguagem formalizada que a mantém. Ela está sustentada em uma lógica que revela uma organização, aquela de deduções e de aplicabilidades, que requer uma linguagem que se valha de símbolos e signos tão exatos quanto possível, para que não tragam uma polissemia de significados que a inviabilizem. Mas cada sujeito, compartilhando desse mundo-vida, coloca-se intencionalmente na perspectiva de onde olha, seu ponto-zero (MERLEAU-PONTY, 1999), visando dar conta das ideias que lhe chegam e que busca compreender, dirigindo-se em direção à evidência de um conceito ou ideia.

Em sala de aula, muitos significados manifestados pelos alunos carregam sentidos percebidos em suas vivências no mundo-vida, em seu cotidiano e, em certos casos, não são aqueles considerados matematicamente corretos. Porém, ao focarmos em atividades de aprendizagem desencadeadas em um ambiente dialógico e de corresponsabilidade, evidencia-se a manifestação do saber pré-predicativo, que baliza compreensões quanto aos objetos matemáticos, suas características e propriedades, podendo desvelar sentidos no contexto das vivências e da espontaneidade do momento, ampliando possibilidades de compreensão e de produção de conhecimento, em uma perspectiva subjetiva que se abre para a esfera intersubjetiva.

Referências

BICUDO, M. A. V. O Pré-Predicativo na construção do conhecimento geométrico. In: Maria Aparecida V. Bicudo; Marcelo de Carvalho Borba. (Org.). **Educação Matemática - pesquisa em movimento**. 1ed. São Paulo: Cortez Editora. 2004.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In M. A. V. Bicudo (Org.). **Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas** (pp. 23-46). São Paulo: Editora UNESP. 2010.

DETONI, A. R. **Investigações acerca do espaço como modo de existência e da Geometria que ocorre no pré-reflexivo**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2000.

DETONI, A. R. A geometria se constituindo pré-reflexivamente: propostas. In **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, v. 6, n. 2, nov. 2012.

DETONI, A. R.; PAULO R. M. A Organização dos dados da pesquisa em cena: um movimento possível de análise. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

HUSSERL, E. **A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental : uma introdução à filosofia fenomenológica**. Trad. Diogo Falcao Ferrer. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012.

KLUTH, V. S. O conhecimento geométrico: trama de vivências corpóreo-sócio-culturais. In: BICUDO, M. A. V.; BELLUZZO, R. C. B. **Formação humana e educação**. Bauru: Edusc, 2001.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da percepção**. SP: Martins Fontes. 1999.

MONDINI, F.; MOCROSKY, L.; SANTOS, M. R. Compreensões de Geometria expressas por crianças: prelúdio fenomenológico. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Editora UNESP, v. 1, p. 2010.

PAULO, R. M. **A compreensão geométrica da criança: um estudo fenomenológico. Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001

______. **O significado epistemológico dos diagramas na construção do conhecimento matemático e no ensino de matemática.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SANTOS. M. R. **Um estudo fenomenológico sobre conhecimento geométrico**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". 2013. Acesso em 12 de agosto de 2013.

Do sentido de *beleza* em Matemática

The sense of *beauty* in Mathematics

Rosemeire de Fátima Batistela
Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS
rosebatistela@gmail.com

Resumo
A busca pelo sentido de beleza em Matemática, despertado em mim na graduação em Matemática, aflorou no momento da pesquisa realizada no doutorado que envolveu o teorema de Gödel. A adjetivação de belo para a demonstração original do Teorema da Incompletude de Gödel fazia-se recorrente na literatura acessada. O sentido das adjetivações ao dizer que a demonstração era bela foi possível conforme a demonstração foi desvelando-se para nós, conforme fomos conhecendo as ideias que permeiam a prova, o método original criado para a demonstração, a forma surpreendente pela qual o teorema foi derivado, o encadeamento dedutivo do qual decorre o segundo teorema da incompletude. Nessa ocasião apresentamos esse estudo que teve como pergunta norteadora *o que é isso a beleza em Matemática?* e buscamos apresentar conteúdo identificável para o que entendemos como beleza atribuída aos teoremas matemáticos e ao teorema da incompletude de Gödel. Para isso, foi feito um estudo bibliográfico na qual diferentes noções de beleza na Matemática são trazidas e articuladas com nossa vivência do teorema de Gödel e com a literatura. Compreedemos que o sentido de beleza matemática de um teorema é o de uma iluminação que evidencia o resultado, além disso, que essa luz se permite ser vista na medida em que se esteja familiarizado com a teoria e com o ferramental utilizado na demonstração, a ponto de ser possível perceber os axiomas utilizados, a concisão da prova, a originalidade da articulação das ideias e ou as possibilidades de generalização do resultado.

Palavras-chave: Demonstrações matemáticas; Evidência clara; Familiaridade; Fenomenologia.

Abstract
The search for the sense of beauty in Mathematics, awakened in me when I study graduate in mathematics, emerged at the time of the research carried out in the doctorate that involved Gödel's theorem. The adjective of bonito for the original demonstration of Gödel's Incompleteness Theorem was recurrent in the literature accessed. The meaning of the adjectives when saying that the demonstration was beautiful was possible as the demonstration was unveiled for us, as we got to know the ideas that permeate the proof, the original method created for the demonstration, the surprising way in which the theorem was derived , the deductive chain from which the second incompleteness theorem arises. On that occasion we presented this study that had as its guiding question *what is beauty in mathematics?* and we seek to present identifiable content for what we understand as beauty attributed to mathematical theorems and Gödel's incompleteness theorem. For that, a bibliographic study was made in which different notions of beauty in Mathematics are brought and articulated with our experience of Gödel's theorem and with literature. We understand that the sense of mathematical beauty of a theorem is that of illumination that shows the result, moreover, that this light allows itself to be seen to the extent that one is familiar with the theory and with the tools used in the demonstration, to the point to be able to perceive the axioms used, the conciseness of the proof, the originality of the articulation of ideas and or the possibilities of generalizing the result.

Keywords: Mathematical proofs; Clear evidence; Familiarity; Phenomenology.

Introdução

A busca por um ideal de beleza é uma característica da natureza humana e atualmente tem sido uma preocupação da sociedade a ponto de ter alcançado uma dimensão social inédita com desdobramentos econômicos, (CASSOTI; SUAREZ; CAMPOS, 2008). Há 24 séculos teve início com Platão (428 a.C.-347 a.C.) a sistematização filosófica do pensamento ocidental e desde então o conceito do belo tem sido tratado. Em Platão o conceito de Belo é visto como um valor que se refere ao Bem. Ainda na Antiguidade Clássica (800 a.C. – 376) e até a Alta Idade Média (476 – 1000), os filósofos Aristóteles (384 a.C. – 322 a. C.), Plotino (205 – 270), Santo Agostinho (354 – 430) e Tomás de Aquino (1225 – 1274) operaram mudanças gradativas em relação ao Belo, ainda com ressonâncias platônicas.

É na Idade Moderna que as ideias sobre estética culminam e por meio de Emmanuel Kant na obra *Crítica do julgamento* publicada em 1790 se alinham e a Estética como ciência autônoma é possível devido às Belas Artes no período do Renascimento (séc. XV – XVI). "Kant com esta obra sintetiza e concilia as ideias do universalismo racionalista e o subjetivismo empirista", conforme Bastos (1987, p. 75). Foram expoentes no período do Humanismo Renascentista os artistas Leone Battista Alberti (1404 – 1472) e Leonardo Da Vinci (1452 – 1519) que produziram dois tratados sobre a arte e o Belo, quais sejam, *Tratado sobre a Pintura* e *O Tratado de Pintura*, respectivamente.

De acordo com Bastos (1987), os precursores mais imediatos e diretos à *Crítica do Julgamento*, que contribuíram muito para a autonomia da estética, que ocorrerá com Kant, são escritores alemães da metade do século XVIII que gravitavam em torno do *Iluminismo*, são eles Alexander Gottlieb Baumgarten (1714 – 1762), Georg Friedrich Meier (1718 – 1777), Johann Georg Sulzer (1720 – 1779), Moses Mendelssohn (1729 – 1786), Johann Joachim Winckelmann (1717 – 1768), Anton Raphael Mengs (1728 – 1779), Gotthold Ephraim Lessing (1729 – 1781). Além destes, o italiano Giovan Battista Vico (1668 – 1744) é visto como um antecipador dos temas fundamentais do romantismo, ele "valoriza a fantasia, revelando o mundo mito-poético, irá possibilitar a ciência estética e sua interpretação do fato histórico lançará as bases para a Filosofia da História" (BASTOS, 1987, p. 147). O francês Denis Diderot (1718 – 1784) é responsável pela análise e teorização de todas as linguagens relacionadas com a arte no aspecto estético.

A *Crítica do Julgamento* sintetiza as teses dos antecessores imediatos e define o lugar da estética entre os ramos do saber. Kant negou que a diferença o conceito de Belo e o conceito de Bom consistisse numa diferença de cunho lógico, afastando assim a ideia, aceita até então, de que Belo fosse confuso e Bom fosse distinto. Sobretudo, a sensibilidade estética para ele é uma harmonia no jogo das faculdades mentais, a beleza é uma atribuição do sujeito que a contempla. O legado de Kant "é o esforço pela determinação do princípio de autonomia na esfera estética – a autonomia do juízo estético - é a consciência da relação fenomenológica complexa dessa esfera com a vida espiritual, especificamente na realidade concreta e multilateral da Arte." Bastos (1987, p. 184).

Consideramos importante explicitar que em outra vertente, a obra *As mais belas demonstrações matemáticas* de Paul Erdös, Aigner e Ziegler (2017), após a leitura não se mostrou interessante, pois não nos foi possível alcançar a caracterização do que seria uma demonstração bela. O autor, apresenta teoremas e comenta apresentando ideias, percepções e observações que ele considera brilhantes e inteligentes nas demonstrações, tudo isso sob o pressuposto de que essas demonstrações que ele apresenta já existem e estão num livro, *O livro*, mantido por Deus e de vez em quando Deus permite que matemáticos vejam alguma dessas. A ideia é que não há lugar permanente para a matemática feia, somente a matemática bela tem um lugar permanente, *O Livro*.

Neste artigo apresentamos um estudo sobre como o fenômeno da beleza em demonstrações matemáticas tem feito sentido para nós, apresentando alguns pontos de vista que nos permitem articular compreensões e que evidenciam a nosso ver que o fenômeno solicita mais estudos. A fenomenologia é tomada aqui como um cuidado com o pensar. Numa compreensão ainda inicial nós entendemos que há no fenômeno *beleza* em Matemática uma possibilidade de adentrarmos à questão da intuição à formalização, pois até onde compreendemos o fenômeno beleza como exposto neste artigo expressa o momento em que os atos da intuição e da formalização se indivizam.

Do sentido de *beleza* em Matemática

Em relação ao sentido de um teorema ser bonito Rota (1997) afirma que há na comunidade matemática um consenso ao redor do que seja isso: é bonito se for esclarecedor. Os matemáticos utilizam o adjetivo belo quando querem dizer que o resultado é esclarecedor. Ser esclarecedor é trazer junto a si uma iluminação como uma clareira numa floresta, oportunizando que se perceba inevitavelmente o que está dito na declaração.

Na visão de Ghys (2015) a maioria dos matemáticos que se expõem a falar sobre beleza matemática se apoiam no platonismo e a entendem como uma qualidade que é ligada aos objetos matemáticos, portanto uma qualidade objetiva, que pode ser expectada, mas que independe do sujeito que os observa. Assim, ele afirma que esses matemáticos se consideram como simples observadores de paisagens bonitas e apenas uma minoria deles se vê como exploradores, que avançam por grandes florestas selvagens, descobrindo as vezes algumas clareiras bonitas em seu interior.

Nos *Diálogos de Platão*, entre Sócrates e Hípias em "Hípias Maior" Sócrates profere que a beleza é apenas uma forma da verdade, do desenvolvimento entre o harmonioso e o útil. Esse também é o ponto de vista de Bertand Russell (1872-1970). Russell (1919) afirma que Platão talvez tenha sido o homem que mais percebeu a beleza da Matemática defendendo seu ensino no cotidiano, principalmente por razões de necessidade de pensamentos nobres, que possibilitassem escapar do exílio do mundo real. Nos termos de Russell

> A matemática, corretamente observada, possui não apenas a verdade, mas a beleza suprema - uma beleza fria e austera, como a da escultura, sem apelar para qualquer parte mais fraca de nossa natureza, sem os belos ornamentos da pintura ou da música, mas sublimemente pura e capaz de uma rígida perfeição, como só a grande arte pode mostrar. O verdadeiro espírito de prazer, exaltação, no sentido de ser mais do que o Homem, que é a pedra de toque da mais alta excelência, encontra-se tanto na matemática como na poesia. O que é melhor em matemática merece não apenas ser aprendido como uma tarefa, mas ser assimilado como parte do pensamento cotidiano, e trazido repetidas vezes diante da mente com encorajamento sempre renovado. Russell (1919, p. 60, tradução nossa)[1].

Uma guinada na forma de pensar, segundo Ghys (2015) é devido a René Descartes (1596 – 1650) e a Henri Poincaré (1854 – 1912), que em vez de concentrar a beleza sobre o objeto exterior foca o ser humano que está observando. E assim, o matemático que, na visão platônica é um sujeito que assiste, nessa perspectiva passa a ser um sujeito que age e que pode assim produzir beleza ao fazer matemática. Sobre a matemática mais próxima do ser humano, Ghys (2015) assim se expressa:

> A cena da ação não era mais externa, mas resultava, pelo menos em parte, de um processo psicológico interno e inconsciente, junto com um processo racional consciente. A Matemática estava perdendo um pouco de sua universalidade para ganhar alguma subjetividade. Menos divina e mais humana. (GHYS, 2015, p. 5).

Entendemos que fazer matemática é uma atividade humana e é mais do que definir objetos, aplicar as regras lógicas e construir os objetos matemáticos por meio das

[1] "Mathematics, rightly viewed, possesses not only truth, but supreme beauty - a beauty cold and austere, like that of sculpture, without appeal to any part of our weaker nature, without the gorgeous trappings of painting or music, yet sublimely pure, and capable of a stern perfection such as only the greatest art can show. The true spirit of delight, the exaltation, the sense of being more than man, which is the touchstone of the highest excellence, is to be found in mathematics as surely as in poetry. What is best in mathematics deserves not merely to be learnt as a task, but to be assimilated as a part of daily thought, and brought again and again before the mind with ever-renewed encouragement." (RUSSELL, 1919, p. 60).

demonstrações. Fazer matemática envolve um método, "o método de raciocínio por meio de cadeias de silogismos é um mecanismo de transformação, aplicável a conjuntos de premissas, [...] é a forma externa que o matemático dá ao seu pensamento, o veículo que o torna acessível para os outros" Bourbaki (1950, p. 223), e é também um processo que não é somente manusear peças segundo as regras do jogo, pois envolve julgamento do que é interessante e do que é útil em cada situação. Esse julgamento identifica-se com a parte mais intuitiva do processo. A intuição, nesse caso em que focamos o fazer matemático em demonstrações "é como uma capacidade de ajustar coisas aos padrões que estão dados, a partir do reconhecimento de semelhança entre aspectos de problemas e/ou ideias" (BATISTELA, BARBARIZ, LAZARI, 2016, p. 214).

As escolhas realizadas pelos matemáticos, nos ajustes aos padrões, segundo Poincaré (1946) em *A ciência e o método*, são norteadas pela harmonia, que por sua vez não se relaciona diretamente com utilidade, mas com beleza, com gosto pessoal e com a capacidade de articulação e criação. Disso, Poincaré afirma que, a busca pela harmonia, sustentada pelo anseio e pela beleza, acaba dirigindo as preferências e os resultados se assemelham, se as escolhas são realizadas almejando sua utilidade.

Immanuel Kant (1724 – 1804) expõe pensamento semelhante em Kant (1995) que relaciona beleza à utilidade, justamente um jogo em que se busca a beleza e acaba-se obtendo utilidade. Esse modo de pensar a beleza e a utilidade juntas é uma pista sobre o que a comunidade matemática concebe como o belo. Esta tem sido a compreensão que tem guiado os esforços matemáticos no fazer matemático em suas escolhas, seja demonstrando seja criando definições ou teorias.

Ghys (2015) sugere que olhemos para a beleza matemática como

> Uma espécie de *PageRank*, calculada sobre a enorme rede dos enunciados matemáticos. Este espaço matemático, que queremos explorar, é estruturado como a Web, com "páginas significativas", e outras que são menos relevantes. A beleza, a utilidade, a eficiência de um teorema depende do tamanho do território que sua descoberta abre. Mas nunca esquecendo o seu comportamento dinâmico. (GHYS, 2015, p. 9).

Rota (1997), por sua vez, ao falar de beleza matemática, introduz o conceito de iluminação como uma capacidade que alguns enunciados matemáticos possuem de iluminar uma paisagem podendo ser extensa ou nem tanto. O sentido de beleza em Matemática para ele é da seguinte forma:

> Nós reconhecemos a beleza de um teorema quando vemos a forma como o teorema "encaixa" no lugar, como ele lança luz em torno de si, como *Lichtung*[2]- uma clareira na floresta. Dizemos que uma prova é bela quando ela libera o segredo do teorema, quando ela nos leva inevitavelmente a perceber o teor da declaração que está sendo demonstrada. (ROTA, 1997, p. 182, tradução nossa).[3]

Este autor concorda que os matemáticos utilizam o adjetivo bonito quando querem dizer que aquele resultado é esclarecedor e vai além disso, apresenta uma dimensão da forma como o teorema encaixa na teoria e de que a luz irradiada é lançada em torno dele iluminando o exposto. Disso, ser esclarecedor é trazer junto a si uma luz iluminadora como uma clareira numa floresta, essa luz oportuniza a percepção da verdade que está sendo expressa por meio dele.

A respeito de beleza como uma forma de encaixe de um resultado numa teoria, Rota (1997) defende que alguns teoremas são apresentados como pérolas nas teorias, e quando assim, são suscetíveis de serem apreciados por aqueles que estão familiarizados com a teoria que os sustentam e costumam ser ininteligíveis para os que não são. A apreciação desse aspecto de beleza de um resultado, como um detalhe cuidadosamente lavrado e encaixado, demanda intimidade com a teoria e, nesse sentido, não se relaciona com a clareza que ele traz, mas ao encaixe dele no sistema de verdades.

Ainda sobre beleza de um resultado, como uma qualidade de ser esclarecedor, que faz com que o sentido do dito esteja claro, tal qual uma clareira, na metáfora de Rota (1997), nós entendemos que além disso, o clarão que se atribui ao sentido do dito, alcança também e clareia as articulações que produziram tal resultado e o seu entorno na teoria. Tomando um resultado matemático considerado belo e dando voltas em torno dele podemos compreender que o adjetivo se refere também a haver explicitação de conexões estabelecidas entre áreas distintas da Matemática. A clareza, antes vista como iluminadora do sentido do dito, derrama-se sobre a vê-lo encaixado no todo da teoria e, nessa perspectiva, amplia-se alcançando articulações que permitem perceber interligações entre áreas da Matemática que estão estabelecidas por meio do teorema.

Ainda no bojo da compreensão do sentido de beleza de uma demonstração, agora abordando a forma como isso pode se dar, entendemos que pode se dar por uma sensação de

---

[2] *Lichtung*, do idioma alemão, significa clareira.

[3] “We acknowledge a theorem’s beauty when we see how the theorem “fits” in is place, how is sheds light around itself, like *Lichtung*— a clearing in the woods. We say that a proof is beautiful when it gives away the secret of the theorem, when it leads us to perceive the inevitability of the statement being proved.” (ROTA, 1997, p. 182).

agradável surpresa em algum passo da demonstração e que essa sensação de agradabilidade estética não é privilégio de demonstrações somente, pois, pode também ser um atributo de uma teoria, de uma definição ou do enunciado de um teorema. Nesse caso, a compreensão dessa adjetivação requer o apadrinhamento com os axiomas, com o ferramental da teoria e com a linguagem na qual os termos envolvidos expressam o enunciado do teorema.

Isso nos leva a articular que o desenvolvimento da sensibilidade para a percepção do belo em Matemática demanda a compreensão do habitat da teoria em que o objeto está e do ferramental com o qual ele foi produzido. Referindo-se a um teorema, a familiaridade com a teoria em que o teorema está envolvido é um elemento imprescindível na sensibilização para a percepção da beleza, e ela vem ao custo de doação àquele estudo.

A familiaridade com a teoria parece ser mais uma novidade em termos de sentido trazido para os sentidos de beleza em Matemática, diz de uma requisição de relacionamento profundo com a teoria, ter intimidade com o método e com a linguagem utilizada.

É comum nas disciplinas de cursos de graduação em Matemática a utilização do adjetivo belo para demonstrações. Aqui nos referimos aos teoremas. Esse destaque é importante porque é comum o entendimento e a adjetivação em geral da beleza dos fractais, nas equações, nas formas, figuras, sólidos geométricos e etc.

Na graduação em Matemática, muitas vezes a adjetivação realizada pelo professor é perseguida insistentemente pelos estudantes e somente alguns afirmam o contentamento de, depois de algum tempo, terem conseguido “ver” a beleza que o professor apontou. Refletindo sobre o desenvolvimento da percepção da beleza matemática nos estudantes, faz-se importante destacar que somente a adjetivação de belo não traz em si as condições e nem possibilita a percepção. Embora, de acordo com Rota (1997), possa deixar os estudantes positivamente impressionados. A convivência dos estudantes com a teoria poderá criar condições de eles “verem” a beleza anunciada. O encontro entre um estudante da graduação em Matemática e a beleza de um teorema matemático pressupõe conhecimento de aspectos da teoria que são acessados por meio de realização de exercícios, abordando os diversos aspectos que estão envolvidos na demonstração em foco. Nessa ocasião, para prover oportunidade de “visão” da beleza, o professor distingue entre aspectos mais e menos relacionados ao resultado e os aborda.

Rota (1997) afirma que não é possível ensinar uma pessoa a produzir resultados belos em Matemática tampouco ensinar a procurar beleza nos teoremas, porém, o desenvolvimento dessa sensibilidade é possível por meio do estudo e da intimidade com a teoria e com as ideias articuladas nas demonstrações dos teoremas da teoria. A produção ou a identificação de teoremas belos em Matemática não é uma habilidade treinável. Por outro lado, é possível elaborar provas para serem elegantes.

A palavra elegância matemática relaciona-se tangencialmente com o conteúdo do resultado e transversalmente com o método. Por ser assim, a elegância é algo que pode ser alcançado e isso é opção da maioria dos matemáticos. Enquanto a produção de um resultado belo não se dá por esforço/labor intelectual. Um resultado elegante raramente está associado à primeira versão dele próprio, pois a elegância decorre de escolhas de pressupostos utilizados, da originalidade das relações estabelecidas das quais se deriva o resultado e de possibilidade de utilização do método em outros problemas.

Vale a pena lembrar que a falta de elegância nas demonstrações é tida entre os matemáticos como algo a ser corrigido ou eliminado. Na crise da Fundamentação da Matemática, a rejeição do projeto intuicionista deveu-se principalmente à falta de elegância das demonstrações. Da Silva afirma: “A elegância em Matemática, como em qualquer contexto, se define como o máximo de efeito (ou consequências desejáveis) com o mínimo de recursos.” Da Silva (2007, p. 194, nota 10). Disso, entendemos elegância em Matemática como uma qualidade que pode ser esteticamente percebida e que diz da intersecção entre usar a menor quantidade possível de recursos da teoria e obter o caminho da prova mais conciso possível. Assim, por exemplo, uma primeira versão de um teorema é tomada e elaborações posteriores vão verificando a possibilidade de articular os argumentos utilizando o mínimo possível de proposições verdadeiras aceitas ou demonstradas e estabelecendo o resultado da forma mais sucinta possível, eliminando assim alguma redundância que possa haver.

Rota (1997) entende que o sentido do conceito de beleza matemática pode ser compreendido quando seguimos as pistas que se dão no contraste entre o esforço requerido para a apreciação da beleza e a imaginária visão de um flash de luz que permite perceber a beleza encoberta ali e vamos desvelando os sentidos que se mostram.

A preocupação dos matemáticos com a verdade e com a beleza dá à Matemática um posto único entre as ciências, aquela ciência em que a verdade matemática e a beleza compartilham uma propriedade importante: nenhuma das duas admite graus. Se, por um lado, matemáticos têm clareza sobre o que é a verdade e como verificar a ocorrência desta no sentido lógico do termo, por outro, questionam sobre o sentido dessas provas lógicas, uma vez que elas não esclarecem o sentido do que afirmam e a relevância delas, seja na teoria ou em conexões com outras teorias. Questionamentos sobre utilidade, que são comuns, segundo Rota (1997), sinalizam a falta da percepção do sentido da afirmação que expressa a verdade do afirmado. Uma clarificação do sentido da declaração é o que está implicitamente sendo solicitado.

Rota (1997) compreende que a propriedade de ser esclarecedor é objetivamente atribuída a algumas demonstrações e negada a outras e isso é objeto de discussão entre os matemáticos, pois é sabido que se espera que o ensino ofereça algum esclarecimento quanto ao sentido da verdade formal de um comunicado, em detrimento de desejarem que os alunos aprendam apenas tendo contato com a verdade formal. A iluminação é uma qualidade possível das demonstrações. Um teorema matemático pode ou não ser esclarecedor.

Uma vez acordados sobre a beleza de um teorema estar intrinsecamente relacionada com iluminação, e esta significando ser possuidora de uma luz que torna compreensível o resultado, faz-se importante saber que a comunidade matemática nega a importância lógica desse conceito. Rota (1997) afirma que essa iluminação a que nos referimos não é formalizável. A respeito disso ele proclama:

> Beleza matemática é a expressão que os matemáticos inventaram para admitir obliquamente o fenômeno da iluminação, evitando ao mesmo tempo o reconhecimento da imprecisão desse fenômeno. Eles dizem que um teorema é bonito quando querem dizer que o teorema é esclarecedor. (ROTA, 1997, p. 182, tradução nossa).[4]

Nosso entendimento a respeito à expressão “admitir obliquamente” é que esse tema solicita mais esclarecimentos. O texto *The Phenomenology of Mathematical Beauty* de Rota, apresenta pistas de sentidos em que estes termos são utilizados na comunidade matemática e a pista geral, que diz da iluminação, mas ainda assim esse fenômeno é olhado de soslaio.

Do teorema da incompletude de Gödel e de sua *beleza*

[4] “Mathematical beauty is the expression mathematicians have invented in order to admit obliquely the phenomenon of enlightenment while avoiding acknowledgment of the fuzziness of this phenomenon. They say that a theorem is beautiful when they mean to say that the theorem is enlightening.” (ROTA, 1997, p. 182).

A demonstração do teorema de Gödel foi para nós o resultado que nos deixou perplexos[5] sobre o sentido de *beleza* de um teorema e nos colocou em movimento de busca para compreender o sentido disso. Entendemos que o teorema de Gödel é belo em vários aspectos, a saber, pela estética do raciocínio empregado, pelo ferramental utilizado, pelo método criado para a elaboração da proposição indecidível, pela articulação das ideias que conduzem a argumentação, pelo encadeamento dedutivo do primeiro teorema da incompletude produzindo o segundo teorema que explicita aspectos latentes no primeiro, e não somente isso.

Nossa experiência com a realização de uma demonstração deste teorema nos possibilitou compreender o sentido de esteticamente agradável, perceber o labor na elaboração original de Gödel e o sentido de ser um teorema iluminativo. O teorema da incompletude de Gödel é extremamente elegante, no sentido apresentado nesse texto. A elegância tomada como um empenho que se relaciona à forma de apresentação do resultado também enlaça o sentido do belo pela clareza que ele traz consigo e viabiliza a compreensão da verdade na dimensão da metamatemática.

Os teoremas da incompletude de Gödel[6] em suas enunciações promovem abertura para compreender o alcance de sistemas formais que incluem os axiomas de Dedekind-Peano para a Aritmética dos números naturais. E mais: eles são apresentados como duas pérolas no contexto da Metamatemática, uma na sequência da outra. A nosso ver eles são bonitos porque são uma produção que clareia e expressa formalmente o estado de autoconsciência da própria Matemática a respeito das possibilidades do que pode ser considerado como verdade matemática e consequentemente do que é Matemática.

O teorema da incompletude de Gödel é um clarão na Matemática a respeito da busca por um sistema de axiomas consistente e completo. Ele, que estabelece a incompletude da

[5] A perplexidade segundo Bornhein (1976) é o que move o pensar filosófico e ocorre no movimento de pensar algum assunto iniciando-se por alguma intranquilidade e se abrasa produzindo dúvida e desabrochando na perplexidade que pode nos mover num percurso de busca por conhecer que se dá por meio de questionamentos, investigação, diálogo, esclarecimentos, respostas, desassossegos, outras buscas, avanços, dúvidas ...

[6] Em 1930, em Königsberg num congresso sobre Epistemologia das Ciências Exatas Gödel apresentou os resultados, o primeiro (1) e o segundo (2) teorema da incompletude, a saber, “(1): se um sistema formal contendo a aritmética for consistente, então ele contém proposições aritméticas verdadeiras que, no entanto, são indecidíveis; (2): não há procedimento computável para provar a consistência da teoria dentro dela própria”, (LANNES, 2014, p. 04). Os dois teoremas referem-se ao que conhecemos hoje por teorema de Gödel.

Aritmética[7] e de sistemas correlatos, possibilitou que análises lógicas e filosóficas sobre a Matemática do século XX ocorressem e implicou em mudanças conceituais sobre objetos matemáticos, tornou possível a percepção de diferentes visões do conhecimento matemático e trouxe para a Matemática técnicas metamatemáticas antes inexistentes.

Na/para a demonstração do primeiro teorema da incompletude, Gödel produziu na Metamatemática uma sentença matemática verdadeira e mostrou que a proposição correspondente a ela não pode ser demonstrada como tal na Aritmética dos números naturais. Na elaboração da demonstração, ele encadeou uma dedução e uma argumentação que trouxe à luz o segundo teorema que estabelece que a teoria da Aritmética com o método formal da Matemática não pode demonstrar sua própria consistência.

Uma vez que, a sentença indecidível foi criada pelo método da aritmetização da metamatemática que mapeou a metamatemática na aritmética e, dada a argumentação de Gödel, a partir da sentença indecidível obtida no primeiro teorema, pode ser obtida a generalização do resultado. Assim, os teoremas de Gödel foram provados por meio da técnica da aritmetização da metamatemática que ele próprio criou valendo-se do ferramental dos sistemas formais e sua generalização, devido ao seu método de mapeamento da Metamatemática ele afirma que na Aritmética se a consistência da teoria for verdadeira ela não pode ser matematicamente demonstrada dentro do sistema.

A respeito das diferentes visões de conhecimento matemático, os teoremas de Gödel estabelecem que há um conjunto não-vazio de proposições matemáticas verdadeiras que resistem à demonstração de sua verdade. Isso põe abaixo a concepção em vigor à época de que a Aritmética, sendo consistente seria completa, e poderia então ser a teoria basal sob a qual toda a Matemática poderia ser edificada e repousaria em confiança.

O impacto matemático e cultural do teorema da incompletude deve-se ao raciocínio utilizado por Gödel. Em pormenores, ele mapeou declarações sobre o sistema de axiomas de axiomas da Aritmética dos números naturais em declarações sobre números. Por meio do raciocínio empregado o sistema de axiomas pode expressar-se sobre si mesmo. O processo do mapeamento da Metamatemática na Aritmética inicia-se com a Numeração de Gödel, que

[7] O nome do artigo que traz o teorema da incompletude ao conhecimento da comunidade matemática é *Sobre proposições formalmente indecidíveis nos Principia Mathematica e sistemas correlatos.* O artigo foi publicado em 1931 na revista *Monatshefte für Mathematik und Physik*, sob o título, em alemão, *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und Verwandter Systeme.*

numera símbolos, fórmulas e sequências de fórmulas e com isso, a metamatemática (da aritmética) fica completamente aritmetizada.

A respeito desse passo da prova do teorema de Gödel, Becker (1965) expressa-se:

> Gödel conseguiu realizar esta proeza pelo seguinte passo genial, a que se deu o nome de "aritmetização da metamatemática". Parte de que, considerada exteriormente, uma fórmula lógico-matemática é uma sequência finita de sinais para constante, variáveis e números lógicos, e que um argumento matemático total (uma demonstração ou toda uma teoria) é uma sequência finita de sequências finitas de sinais. Gödel numerou todos os sinais (o que se pode fazer de diferentes maneiras)[8], e conseguiu assim uma correspondência biunívoca entre expressões lógico matemáticas e sequências finitas. E já que é possível ordenar de diferentes modos, sequências finitas de números e fazer corresponder biunivocamente a outras, argumentos inteiros podem ser substituídos por números. (BECKER, 1965, p. 150).

A respeito da numeração, ele definiu os números de Gödel que relacionam os símbolos elementares e as variáveis de um sistema de axiomas aos números naturais, e assim, qualquer combinação desses símbolos e variáveis, isto é, qualquer fórmula aritmética ou sequência de fórmulas que podem ser construídas – são relacionadas ao seu próprio e único número de Gödel.

O processo permite que não somente essas, mas também as declarações metamatemáticas, que são declarações sobre fórmulas aritméticas, possam ser traduzidas em fórmulas com seus próprios números de Gödel. Os números de Gödel podem ser gerados para todas as fórmulas, sejam elas verdadeiras ou falsas, e por meio dos números de Gödel podemos falar sobre essas fórmulas falando de números inteiros. Essa técnica do mapeamento que Gödel criou traz para a comunidade ideias promissoras em procedimentos metamatemáticos. O mapeamento funciona porque os números de Gödel são inteiros e números inteiros são fatorados em números primos de uma única maneira.[9]

Por meio da aritmetização da Metamatemática e por meio da argumentação ele constrói uma fórmula G, que tem um número de Gödel, a qual afirma por si mesma que não pode ser provada. A verdade da fórmula G é indecidível. Para a construção de G, o principal insight de Gödel foi a substituição do número de Gödel da própria fórmula na própria

---

[8] Becker (1965) explica que Quine (1950), em *Methode of Logic*, apresenta outro método, muito simples e muito elegante de "aritmetização" e distinto do apresentado por Gödel na demonstração da incompletude de 1931. (BECKER, 1965, p. 151).

[9] O Teorema Fundamental da Aritmética aqui enunciado como "Todo número natural maior do que 1 ou é primo ou pode ser escrito de forma única, a menos da ordem dos fatores, como produto de números primos" garante a existência da representação de um número natural maior do que 1 como um produto de seus divisores primos e garante que essa representação é única.

fórmula. Pode-se ver em Nagel e Newman (1973) e em Batistela (2017) a realização desse passo da prova de Gödel por meio de um exemplo.

Uma vez construída a fórmula G, pergunta-se G pode ser provada? Se sim, isso significa que existe uma sequência de fórmulas que é a demonstração da fórmula G, mas isso é o oposto do que afirma G. Se um sistema é consistente declarações opostas não podem ser ambas verdadeiras e daí resulta que G é indecidível, no entanto G é claramente verdadeira. Uma vez que a fórmula G é verdadeira, mas indecidível dentro do sistema axiomático usado para construí-la esse sistema está incompleto.

O sistema além de estar incompleto é incompletável. Gödel mostrou que o sistema axiomático acrescido desse axioma ulterior (G), de forma semelhante ao projeto empreendido para construir G, permite que uma nova e verdadeira fórmula G' seja obtida.

Considerações finais

A beleza matemática ainda que de forma sutil, segundo Rota (1997), influencia o ensino de matemática, pois quando uma bela teoria é reconhecida pelos matemáticos ela tem mais chances de passar a ser tópico de ensino. Quando a beleza é percebida em alguma teoria, o que segundo Rota (1997) é raro, isso influencia fortemente a matemática cotidiana, pois acaba sendo mais explorada que recompensada. A matemática cotidiana por ser mais compreensível e poder se desdobrar em outros campos de atividade como, por exemplo, no ensino. A comunicação da Matemática é influenciada pela beleza do que está sendo comunicado. Nesse caso, a beleza não é simplesmente um atributo subjetivo de um teorema, ela é uma propriedade objetiva, que se relaciona com a verdade expressa ali. A verdade de um teorema e a sua beleza andam de mãos dadas. A verdade matemática depende de sua prova para ser legitimada e a beleza se faz sentir quando de modo harmonioso a construção da verdade por métodos matemáticos libera o segredo da prova naquelas circunstâncias.

Nós somos concientes de que a nossa vivência com o teorema da incompletude de Gödel e com a demonstração dele, a familiaridade que desenvolvemos com o tema influencia nossa proposta de ensino do teorema da incompletude para professores de matemática e inspira nossas ações ao trabalhar com o teorema buscando tirar os licenciandos do estado de indiferença que a segurança na Matemática confere e se perguntarem: por que o teorema da incompletude de Gödel foi demonstrado?

Referências

AIGNER, Martin; ZIEGLER, Günter M. **Paul Erdös: as mais belas demonstrações matemáticas**. 5. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2017.

BATISTELA, Rosemeire de Fatima; BARBARIZ, Tais Alves Moreira; LAZARI, Henrique. Um estudo sobre demonstração matemática por/com computador. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 11, Ed. Filosofia da Educ. Matemática, p. 204-215, 2016.

BATISTELA, Rosemeire de Fatima. **O Teorema da Incompletude de Gödel em cursos de licenciatura em Matemática**. 2017, 140 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017.

BASTOS, Fernando. **Panorama das Idéias Estéticas no Ocidente (De Platão a Kant)**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1987.

BOURBAKI, Nicolas. The Architecture of Mathematics. **The American Mathematical Monthly**. v. 57, n. 4, p. 221-232, 1950.

BECKER, Oscar. Os limites do pensamento matemático. In: ______. **O pensamento matemático**: suas grandezas e seus limites. São Paulo: Herder Editorial, 1965. p. 114-189.

CASOTTI, Letícia; SUAREZ, Maribel; CAMPOS; Roberta. **O tempo da beleza: consumo e comportamento feminino, novos olhares**. Rio de Janeiro: Senac Nacional, 2008.

DA SILVA, Jairo José. **Filosofias da Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

GHYS, Étienne. **A beleza da matemática**. Palestra para Academia Brasileira de Ciências, Mai, 2015.

POINCARÉ, Jules Henri. **Ciencia y método**. 2. ed. Buenos Aires: Espasa-Calpe Argentina S. A., 1946.

GÖDEL, Kurt. Acerca das Proposições Formalmente Indecidíveis dos Principia Mathematica e Sistemas Correlatos. In: LOURENÇO, M. (Org.). **O Teorema de Gödel e a Hipótese do Contínuo**. Lisboa: Fundação Calouste Gulberkian, 1977. p. 245-290.

KANT, Immanuel. **Crítica da faculdade do juízo**. Tradução de Valério Rohden e António Marques. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

POINCARÉ, Jules Henri. **A Ciência e a Hipótese.** (Tradução de Maria Auxiliadora Kneipp). Brasília: editora Universidade de Brasília. 1984.

ROTA, Gian Carlo. The Phenomenology of Mathematical Beauty. **Synthese**, v. 111, p. 171-182, 1997.

Ensino da Geometria na década de 80 (século XX)

Teaching Geometry in the 1980s (20th century)

Lais Cristina Pereira da Silva
Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Câmpus de Rio Claro
lais.pereira@unesp.br

Resumo
Este artigo tem por meta compreender o Ensino de Geometria na década de 1980, quando as investigações em ensino de matemática se expandem e se fortalecem com o início de programas de pós-graduação stricto-senso, nessa área, no Brasil. Essas investigações trazem a historicidade desse ensino e lançam aberturas para que se compreenda o ensino dessa área da matemática nas duas primeiras décadas de 2020. Toma como foco a dissertação de mestrado de José Geraldo Acioly Mendes da Silva, intitulada *O ensino da Matemática: da aparência à essência (1987)*, primeira dissertação apresentada e defendida no primeiro programa stricto-senso de Pós-Graduação em Educação Matemática do Brasil. Para dar conta dessa investigação, foi realizada uma análise hermenêutico/fenomenológica do texto da referida dissertação, a qual apontou relevantes questões como o ensinar a Matemática e a Geometria. Desse modo, a pergunta que move o apresentado neste trabalho é: como *o ensino da Geometria se mostra na dissertação em questão?*

Palavras-chave: Educação Matemática. Geometria. Fenomenologia.

Abstract
This article aims to understand the Teaching of Geometry in the 1980s, when investigations in mathematics teaching expanded and strengthened with the beginning of stricto-senso graduate programs in this area in Brazil. These investigations bring the historicity of this teaching and open the understanding of the teaching of this area of mathematics in the first two decades of 2020. It focuses on the master's thesis by José Geraldo Acioly Mendes da Silva, entitled The teaching of Mathematics: from appearance à Essence (1987), first dissertation presented and defended in the first stricto-senso Graduate Program in Mathematics Education in Brazil. To account for this investigation, a hermeneutic/phenomenological analysis of the text of that dissertation was performed, which pointed out relevant issues such as teaching Mathematics and Geometry. Thus, the question that moves what is presented in this work is: how does the teaching of Geometry show itself in the dissertation in question?

Keywords: Mathematics Education. Geometry. Phenomenological.

Introdução

A Geometria enquanto ciência se fez presente desde os tempos antigos. Eves (2004) mostra, através da história, que, no passado, os matemáticos antigos consideravam a observação empírica, procuravam reconhecer as figuras e comparavam os tamanhos. E, assim observando a realidade, deram-se os primeiros passos para o reconhecimento deste domínio como ciência.

Na esteira das comunidades próximas da região mesopotâmica, era forte a presença de práticas agrícolas. Estamos falando de uma região ladeada pelos rios Tigre, Eufrates e Nilo; este último, em território egípcio. Pavanello (1989, p.23, grifo nosso) explicita que a "elaboração de conhecimentos e técnicas destinadas a resolver os problemas básicos dessas sociedades", veio a possibilitar que "o conhecimento geométrico se *desenvolvesse*, empiricamente, geração após geração, entre os povos da Mesopotâmia e do Egito". Todavia não queremos dizer que a origem da Geometria, entendida como ciência do mundo ocidental, seja uma consequência direta dos afazeres humanos, como se da empiricidade presente nas práticas do cotidiano já adviessem, diretamente, as ideias de espaço, de plano e de formas espaciais perfeitas.

Segundo Husserl (2012), há dois momentos históricos no desenvolvimento da Geometria, o primeiro deles relacionado à agrimensura prática, em que há métodos e técnicas específicas desenvolvidas para resolver situações do cotidiano. Enquanto o segundo se refere às idealidades, transformadas em Euclides, com o processo de idealização e, posteriormente, potencializadas por Galileu.

> Em relação à Geometria pura, Galileu era também herdeiro. A Geometria herdade e a maneira herdada da imaginação "intuitiva", do demonstrar, das construções "intuitivas", não era mais a geometria original que, nesta "intuitividade", uma "ARTE", afastada das fontes originárias da intuição efetivamente imediata e do pensar originariamente intuitivo, a partir de cujas fontes a denominada intuição geométrica, isto é, a que opera com idealidades, começou por criar o seu sentido. A geometria das idealidades precedeu a agrimensura prática, que nada sabia de idealidades. Tal operação *pré-geométrica* era, contudo, para a geometria, fundamento de sentido, fundamento para a grande invenção da idealização: incluía-se aqui igualmente a invenção do mundo ideal da geometria, e da metodologia da determinação objetivadora das idealidades por meio das construções criadoras da "existência matemática" (HUSSERL, 2012, p.39).

Todavia, para Husserl (2012, p.39), "foi uma negligência funesta que Galileu não tivesse perguntado pela operação originariamente doadora de sentido". Por esse motivo, a partir dele, "começa, então, a substituição da natureza pré-cientificamente intuível pela natureza idealizada" (HUSSERL, 2012, p. 39). Tal substituição deu uma nova configuração para a Geometria, quanto ao modo de compreendê-la, em que era vista como intuitiva, passando a ser considerada como esvaziada de sentido. Isso porque a Geometria antiga se afastou dos modos de ser intuitivo, passando a ser considerada como aquela que opera com idealidades.

Compreendemos que a Geometria foi expressa de modos distintos durante a história da humanidade. Na antiguidade, apareceu como possibilidade de atender aos afazeres práticos; passou, em Euclides, a esboçar o ideal de uma teoria Matemática; e com Galileu, retomou-se seu vínculo com a realidade, mas agora tomada como um espaço idealizado em que a realidade é estudada e em que se exerce a aplicabilidade de suas teorias.

Nesse artigo, apresentaremos uma parte do movimento de análise realizado na dissertação de José Geraldo Acioly Mendes da Silva, intitulada *O ensino da Matemática: da aparência à essência (1987)*, em que o autor busca evidenciar como o ensino da Matemática, bem como o da Geometria é trabalhado na Educação Básica e de que modo é concebido pelos educadores e pelos alunos na década de 80, com base no discurso do professor, partindo de seu ensino formal – aparência, como é ensinada e perdida de vista na tentativa de compreender o pensar – à essência (MENDES DA SILVA, 1987).

Mendes da Silva (1987) aborda algumas questões acerca da Geometria, ao analisar as interpretações *ensinar*, *Matemática e ensinar Matemática*, que emergiram das entrevistas, realizadas com professores da Educação Básica da cidade de Rio Claro e foram articuladas por meio dos procedimentos de investigação da abordagem fenomenológica, buscando evidenciar o modo pelo qual a Matemática é ensinada e o que é nuclear ao seu ensino. Tais articulações possibilitaram esse pesquisador a investigar e a buscar por reflexões e por compreensões acerca da Matemática, na qual o *ensinar* se mostrou relevante, porque é entendido como *transmitir* o conteúdo aos alunos, em que os professores são os responsáveis por selecionar os temas e o modo de abordá-lo; a *Matemática* é compreendida como Matemática aplicada, na qual não se explicita se os professores utilizam de modelos que representam as situações percebidas pelos alunos ou se são, inicialmente, pré-definidos e o *ensinar Matemática* é tomado como resolver problemas, que incide sobre treinar as técnicas matemáticas (MENDES DA SILVA, 1987).

A importância dessa pesquisa se dá por revelar o contexto das discussões sobre o ensino da Geometria que se deu na década de 80 (século XX), momento em que, no Brasil, estão se instalando os Programas de Pós-Graduação Stricto-Sensu na região de inquérito da Educação Matemática, impulsionando estudos e pesquisas direcionadas às questões entendidas como importantes nessa área.

Esse texto tangencia o ensino e a aprendizagem da Geometria, porque mostra como ela era vista pela comunidade de educadores e pela legislação vigente, em termos de abordagem. Tendo em vista o explicitado, trazemos a pergunta que move o apresentado neste trabalho: *Como o ensino da Geometria se mostra na dissertação em questão?*

A Geometria nos anos 80

O ensino de Geometria, atualmente, acolhe e avança as realizações verificadas nos movimentos ocorridos entre as décadas de 1960 e 1980. Nesse período, ocorrem mudanças estruturais acerca do currículo escolar em diferentes níveis: no primário, no secundário e no universitário[1], em que se buscava uma aproximação entre esses níveis de ensino, a fim de modernizá-los por meio das estruturas algébricas e da teoria dos conjuntos. Tais mudanças estão no bojo do MMM – Movimento da Matemática Moderna, que coloca em debate *o que* de conteúdo ensinar e o *modo* pelo qual se ensina, tomando como base a apresentação da Matemática nos livros didáticos.

Ao se referir ao currículo, o MMM buscava por teorias avançadas, pautadas no rigor e na simplicidade, dando ênfase às estruturas algébricas em detrimento da Geometria, que foi sendo deixada em segundo plano. Sendo assim, o movimento serviu para romper com a geometria clássica, pois "levou matemáticos a desprezarem a abrangência conceitual e filosófica da geometria euclidiana[2], reduzindo-a a um exemplo de aplicação da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra Vetorial" (KALEFF, 1994, p.20).

O ensino da Geometria no Brasil, antes desse movimento, era abordado de modo lógico-dedutivo, fazendo-se a partir do uso de demonstrações, de axiomas e de postulados, enquanto a proposta desse movimento visava à reestruturação no ensino de Matemática, dando-lhe um caráter algébrico, isto é, havia uma tendência em algebrizar a Geometria, tomando-a a partir das estruturas algébricas. Esse caráter é prejudicial para o desenvolvimento dos alunos, porque os priva de desenvolver os processos de pensamento necessários à resolução de problemas, comprometendo o visualizar, o observar, dentre outras habilidades (LORENZATO, 1995).

Tendo em vista o modo como esse movimento floresce e se instala, compreendemos que o ensino de Geometria tenha sido *esquecido* naquelas décadas, conforme o afirmado por Mendes da Silva (1987), considerando os outros campos da Matemática, isso porque alunos, autores de livros didáticos e professores têm-se "deparado com modismos fortemente radicalizantes, desde o formalismo impregnado de demonstrações apoiados no raciocínio

---

[1]Ensino primário, ensino secundário e universitário correspondem ao Ensino Fundamental II, Ensino Médio e a Universidade (VALENTE, 2013).

[2]Refere-se à obra "Os Elementos", composta de 13 livros, divididos em Geometria plana elementar, teoria dos números e incomensuráveis. Euclides foi o primeiro a apresentar a Geometria como ciência lógica e dedutiva.

lógico-dedutivo, passando pela algebrização e indo até o empirismo inoperante" (LORENZATO, 1994, p.3). Os trabalhos de Pavanello (1989, 1993) evidenciam que os professores, por não se deterem nos conteúdos geométricos para a realização de suas práticas, acabam deixando de ensinar Geometria, enfatizando o processo de manipulação algébrica. Além disso, esse abandono está evidenciado, inclusive, nos livros didáticos, os quais apresentam os tópicos de Geometria sempre no final dos materiais, como apêndice ou material complementar. Destacamos também que os livros didáticos abordam a Geometria com a abordagem euclidiana, isto é, foca no ensino de axiomas, de postulados, de definições, de propriedades e de fórmulas. Nesse sentido, uma possibilidade de mudar essa perspectiva quanto à Geometria é focar na criação de cursos de formação de professores acerca do ensino de Matemática, o que possibilita promover mudanças direcionadas a extinguir as dificuldades dos professores, pois o educador "que não conhece a Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão (LORENZATO, 1995, p.4).

As diferentes razões utilizadas em busca de justificar as ausências do estudo da Geometria levam em consideração os professores, o currículo e o livro didático. Não colocam em dúvida, porém, aspectos da própria disciplina, na qual o fato de a "Geometria exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar, isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas dessa área" (LORENZATO, 1995, p.5).

Pavanello (1993) evidencia que esse modo de trabalhar a Matemática sob o *esquecimento* do ensino da Geometria ocorreu com a publicação da Lei das Diretrizes e Bases do Ensino de 1° e 2° graus de 1971, em que os professores tinham o livre arbítrio de elaborar um programa que fosse direcionado às necessidades dos alunos e, consequentemente, a Matemática fora abordada separadamente: Álgebra, Aritmética e Geometria.

Havia diferentes tipos de escolas naquela época, quando destacamos duas: uma direcionada à elite e outra, à classe menos favorecida. A primeira tinha como foco a "busca pelo desenvolvimento das capacidades intelectuais, o que leva, na Geometria, à enfatização dos processos dedutivos, através dos quais se pretende conseguir o desenvolvimento do raciocínio lógico" (PAVANELLO, 1989, p.87). A segunda visa a preparar os estudantes para o trabalho, enfatizando a aplicação prática dos conteúdos, o que ajudaria no entendimento de atividades do cotidiano. Esse modo de abordar os conteúdos de Matemática privilegia o caráter algébrico, dando "ênfase a seu aspecto utilitário e pelo seu uso para fins comerciais, tende a degenerar na manipulação mecânica de símbolos" (PAVANELLO, 1978, p.94) em detrimento do geométrico, considerado um ramo separado e inferior. Assim, entendemos que o modo como o ensino de Matemática é exposto se articula à necessidade de trabalho, em que se buscava aprender a ler, a escrever e os processos aritméticos, considerados importantes para operar no meio profissional.

Com o surgimento dos PCN — Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), no final da década de 90, são estabelecidas as diretrizes para o ensino da Geometria, sendo caracterizadas como o estudo do espaço, das formas e de medidas. Esse modo de concebê-la é reestruturado no EFI – Ensino Fundamental I e EFII – Ensino Fundamental II. No EFI, a ênfase é dada na representação e no reconhecimento dos objetos, sendo abordados de maneira intuitiva, sem o uso de fórmulas e baseada na imaginação dos alunos, enquanto no EFII, é esperado que o aluno desenvolva um tipo de pensamento que lhe possibilite compreender; descrever e representar o mundo em que vive; classificar; interpretar; operar com as propriedades, bem como analisar e utilizar as fórmulas (PIASESKI, 2010). Além disso, o estudo "da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas" (BRASIL, 1998, p.51).

Ao trazermos essas discussões sobre a Geometria, na década de 80, chamamos a atenção para a profundidade da temática. Entendendo essa profundidade é que apresentamos, nesse artigo, a análise de uma pesquisa desenvolvida nessa época e que está vinculada ao primeiro programa de Pós-Graduação na Educação Matemática, criado também na década de 80. Para além desses aspectos, a pesquisa analisada tangencia aspectos concernentes à Geometria.

Para essa análise, seguimos os procedimentos da análise qualitativa segundo a visão da Fenomenologia. É sobre a explicitação desses procedimentos que nos dedicaremos no próximo item.

Apresentando os procedimentos de análise

Procuramos transcender o que do texto da dissertação de mestrado, de autoria de José Geraldo Acioly Mendes da Silva (1987), mostrar-se para nós nas idas e nas vindas do pensar, destacando o fenômeno, *ensino da Geometria* e o que mais vier de significativo. Para isso, realizamos a análise segundo a visão fenomenológica[3] e seus procedimentos de investigação. Tais procedimentos abrangem dois movimentos distintos: a análise ideográfica que se dá, quando tomamos o texto da dissertação em sua totalidade, debruçamo-nos sobre ele e procedemos na intenção de destacar o que está sendo dito. Depois, caminhamos para a análise nomotética que visa a um movimento de transcender os aspectos gerados na ideográfica, em busca de articular as convergências (BICUDO, 2011).

O quadro abaixo, apresenta um trecho do estudo da dissertação, que foi divido em dois momentos. Em um primeiro, realizamos a leitura e o fichamento e; no segundo, destacamos as passagens significativas, focando o fenômeno - *ensino da Geometria*. Direcionamos o nosso olhar para o texto, a fim de destacarmos as passagens significativas, denominadas Unidades de Sentido – US que são articuladas, tendo por direção o interrogado. Tais passagens estão sublinhadas e denominadas por **US153P1**; **US154P1**; **US155P1** e assim sucessivamente. Essa nomenclatura é utilizada por se tratar de diferentes Unidades de Sentido – US, isto é, ao mencionar **US155P1**, estamos nos referindo à Unidade de Sentido 155 da Pesquisa 1.

Quadro 1: recorte do fichamento

[...] <u>A Geometria é uma das maneiras ricas de perceber o mundo, destaca o pesquisador</u> **– US153P1**. <u>Ela é a expressão da visão do mundo em termos de formas estruturais dos seus elementos ou de seus entes</u> **– US154P1**, então, <u>o ensino da Geometria se mostra como uma possibilidade que se possa dar ao aluno condições para pensar cada vez mais, com maior rigor, na realidade em que vive, realidade essa que também se apresenta quanto às suas formas estruturais e movimentos vitais</u> **– US155P1** [...].

Fonte: elaborada pelas autoras

Tendo realizado os destaques das passagens significativas, exibimos, no quadro 2, a análise ideográfica. Dividida em quatro colunas que dizem das – Unidades de sentido – US; do – Compreendendo o dito na US, momento em que buscamos explicitar o que está sendo

[3] A palavra Fenomenologia é composta pelos termos "Fenômeno" mais "Logos". Fenômeno é o que se mostra para quem direciona seu olhar intencionalmente "efetuado por um sujeito individualmente contextualizado, que olha em direção ao que se mostra de modo atento e que percebe isso que se mostra nas modalidades pelas quais se dá a ver no próprio solo em que se destaca como figura de um fundo" e Logos é "entendido como articulação inteligível realizada pelo pensar" (BICUDO, 2020, p. 35-36)

dito no texto na US; das – Unidades Significativas – USg, que foram reescritas em uma linguagem tão pertinente quanto possível à área do pesquisador, porém sem que o sentido do dito seja modificado e; por fim, do – Nucleando as ideias – NI, que se referem ao núcleo do dito no texto construído no movimento de análise.

Quadro 2: recorte da análise ideográfica

Unidade de Sentido - US	Compreendendo o dito na US	Unidade Significativa - USg	Nucleando Ideias
US153P1 - A Geometria é uma das maneiras ricas de perceber o mundo, destaca o pesquisador	O pesquisador afirma que a Geometria é uma das maneiras ricas de perceber o mundo	**USg.153P1 -** Da Geometria como modos de perceber o mundo	**NI.153P1 -** Modos de perceber a Geometria e o mundo
US154P1 - Ela {Geometria} é a expressão da visão do mundo em termos de formas estruturais dos seus elementos ou de seus entes	O pesquisador afirma que a Geometria é a expressão da visão do mundo em termos de formas estruturais dos seus elementos	**USg.154P1 -** Da Geometria como modo de se expressar o ver do mundo	**NI.154P1 -** Geometria como modo de se expressar o ver do mundo
US155P1 - O ensino da Geometria se mostra como uma possibilidade que se possa dar ao aluno condições para pensar cada vez mais, com maior rigor, na realidade em que vive	O pesquisador afirma que o ensino da Geometria se revela como uma possibilidade que proporciona ao aluno condições para pensar com maior rigor na realidade em que vive	**USg.155P1 -** Da Geometria como possibilidade de os alunos pensarem, com maior rigor, na realidade em que vivem	**NI.155P1 -** Geometria relacionada aos modos de pensar a realidade

Fonte: elaborada pelas autoras (2021)

Após a constituição da matriz ideográfica, caminhamos para o segundo movimento, que visa a transcender as ideias individuais em aspectos mais gerais, dando início à análise nomotética, que tende a explorar aspectos significativos que possibilitam a busca pelas convergências e pelas divergências que irão compor o estudo do fenômeno, *ensino da Geometria*. Realizamos, nesse momento, uma *epoché*[4] em que buscamos por articular as convergências. Essa etapa é exibida no quadro 3 e é dividida em colunas que abarcam as Ideias Abrangentes I e II, articuladas em ideias, que convergem entre si e as Ideias nucleares III correspondem ao núcleo expresso em ideias mais abrangentes, possibilitando-nos, posteriormente, constituir as categorias abertas expressas na terceira coluna.

[4]Epoché, também chamada de redução ou ato de colocar em evidência o foco de investigação, visando a destacar o que está sendo interrogado, de maneira que os atos da consciência constitutivos da geração de conhecimento sejam expostos (BICUDO, 2011, p. 35).

Quadro 3: recorte da análise nomotética

<table>
<tr><th>Ideias abrangentes I</th><th>Ideias abrangentes II</th><th>Ideias abrangentes III</th></tr>
<tr><td>N1. 104P1; NI.106P1; NI.107P1; NI.108P1 - Problema</td><td rowspan="2">PROBLEMA</td><td rowspan="12">ENSINO DE MATEMÁTICA</td></tr>
<tr><td>NI.174P1 - Modos de trabalhar um problema</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>NI.10P1; NI.11P1; NI.14P1 - NI.40P1 - Ensino de matemática</td><td rowspan="4">ENSINO DE MATEMÁTICA</td></tr>
<tr><td>NI.18P1 - Ensino de matemática para além da aparência</td></tr>
<tr><td>NI.91P1 - Situação do ensino de Matemática</td></tr>
<tr><td>NI.140P1 - O essencial ao ensino da matemática</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>NI.64P1 - Modos de ensinar e de aprender matemática</td><td rowspan="3">ENSINAR MATEMÁTICA</td></tr>
<tr><td>NI.74P1; NI.78P1; NI.79; P1 NI.82P1; NI.101P1; NI.102P1 - NI.172P1 - Modos de ensinar matemática</td></tr>
<tr><td>NI.63P1 - Ensinar matemática é aprender o conteúdo</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>NI.86P1 - Preocupação com a Geometria</td><td rowspan="7">GEOMETRIA</td><td rowspan="7">GEOMETRIA</td></tr>
<tr><td>NI.89P1 - Geometria não é Matemática, tanto que o professor afirma que ensinar Geometria também é ensinar Matemática</td></tr>
<tr><td>NI.153P1 - Modos de perceber a Geometria e o mundo</td></tr>
<tr><td>NI.154P1 - Geometria como modo de se expressar o ver do mundo</td></tr>
<tr><td>NI.155P1 - Geometria relacionada aos modos de pensar a realidade</td></tr>
<tr><td>NI.177P1 - Geometria e suas relações matemáticas</td></tr>
<tr><td>NI.114P1 - Geometria e suas relações: Geometria-Matemática e Geometria-Álgebra</td></tr>
</table>

Fonte: elaborado pelas autoras (2021).

Ao término das análises, articulamos as categorias abertas, que expressam generalidades do fenômeno do investigado. Tais categorias foram estabelecidas por meio de reduções articuladas, buscando-se compreender as características que se evidenciam no ensino da Geometria na dissertação de mestrado do autor José Geraldo Acioly Mendes da Silva.

Essas sucessivas reduções nos possibilitaram articular duas categorias que dizem de: **1.** Ensino de Matemática e **2.** Geometria. Como já mencionado no artigo, o foco está em compreender a interrogação: *Como o ensino da Geometria se mostra na dissertação em questão?* Nesse contexto, iremos trabalhar a interpretação da categoria número 2.

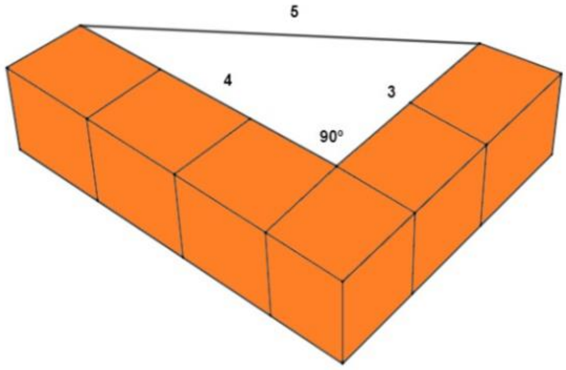
Geometria

A palavra Geometria é derivada do grego, sendo composta por geo = terra e metria = medida, significando para nós como medida da terra. Essa maneira de concebê-la, permite-nos observar, compreender e descrever o mundo no qual vemos, vivenciamos e experienciamos a partir do que ela tende a nos mostrar. Ao nos determos nessa palavra no dicionário da Língua Portuguesa, vemos que é uma “ciência que trata das propriedades do espaço” (MICHAELIS, 2020), enquanto, no dicionário de Filosofia, diz da “ciência que estuda as possibilidades métricas dos conjuntos” (ABBAGNANO, p. 482). Entendemos a Geometria como um campo da Matemática, responsável por estudar as formas e as medidas, partindo da leitura, da interpretação e da descrição do que se mostra frente ao experienciado e ao vivenciado, juntamente, com o mundo que o abarca.

Esse mundo é visto como o que nos chega, considerando os indivíduos, os animais, os objetos e tudo o que tiver de significativo. Desse modo, vemos a *Geometria como modo de se expressar o ver do mundo – NI.154P1*.

Considerando esse modo de utilizá-la para expressar o mundo, mostrou-se relevante da análise a afirmação de que a *Geometria [está] relacionada aos modos de pensar a realidade – NI.155P1*, que é entendido de diferentes modos pelos professores e pelos alunos. Para os alunos, a Geometria é desconexa da vida deles, pois não conseguem visualizar e nem fazerem analogia do que é ensinado com a vida real, visto que os conteúdos se mostram desarticulados com as situações do cotidiano; para os professores, é compreendida vinculada à realidade, em que ao se anunciar um conteúdo, é proposta uma reflexão e um diálogo sobre alguma situação vivenciada. Por exemplo, o triângulo que tem seus lados 3, 4 e 5, sendo considerado retângulo, forneceu ao longo dos anos uma aplicação importantíssima para a construção de estruturas arquitetônicas. Se um construtor intentasse construir duas paredes, em que o ângulo formado entre elas fosse de 90º, bastaria que ele encontrasse um triângulo semelhante àquele de lados 3, 4 e 5, formado com os lados das paredes. Eves (2011) mostra que os egípcios procediam assim em suas construções.

Figura 1: exemplo



Fonte: elaborada pelas autoras

Desse modo, percebemos que há uma contradição entre os modos de compreender esse campo da Matemática, no qual a proposta do educador caminha em sentido oposto à concepção dos alunos, indicando que não está claro o entrelaçamento dos conteúdos com o cotidiano. Isso porque, na maioria das vezes, os alunos ainda não vivenciaram as explicações trazidas pelos professores. No entanto, a intenção do professor é articular a Geometria com a Realidade, mostrando a abstração do real, o mundo dos objetos ideais e a Realidade que nos chega, na qual se busca uma reflexão para então dar sentido e significados para as coisas (MENDES DA SILVA, 1987).

Na análise da dissertação, a Geometria é tomada como uma maneira rica de perceber o mundo, porque seu ensino se revela, para nós, como uma possibilidade direcionada para pensar cada vez mais, com maior rigor a realidade em que se vive. Essa realidade abarca o entorno que se evidencia como uma maneira de experienciar o que se vive, que se dá através do sentir, do tocar, do manipular, do observar, do visualizar, dentre outros e, a partir disso, damo-nos conta do mundo a nossa volta e o que dele nos chega. Assim, entendemos como um vínculo, como um *modo de perceber a Geometria e o mundo – NI.153P1*, que nos possibilita estabelecer interconexões entre sujeito, objeto e diferentes áreas do conhecimento, para depois, registrar o vivido por meio da linguagem, dando-lhe sentido e significado.

Esse campo da Matemática possibilita o desenvolvimento intelectual e cognitivo do aluno em diferentes aspectos, como o observar, o experienciar, o manipular, o realizar operações, partindo do raciocínio lógico, evidenciando que a Geometria é “a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: se interliga com a Aritmética e com a Álgebra, porque os objetos e relações se correspondem entre si, conceitos e propriedades podem ser clarificados por meio dela" (LORENZATO, 1995, p.7). O que destacamos, desse modo, é a *Geometria e suas relações matemáticas – NI.177P1*, isto é, há diferentes modos de concebê-la e há inúmeras potencialidades que esse ensino proporciona.

Emerge da análise, que *Geometria* não é Matemática, tanto que o professor afirma que ensinar Geometria também é *ensinar Matemática – NI.89P1*, isso porque os professores consideravam a Matemática e a Geometria como duas coisas separadas, isso quer dizer que os conteúdos direcionados e abordados no campo de Geometria pareciam estarem desarticulados da própria Matemática. Todavia tal constatação não é verdade, pois entendemos que a Geometria é parte integrante desta ciência, a Matemática. Assim como a Álgebra e a Aritmética, frentes que se complementam, à medida que surgem questões que envolvem os seus domínios e extensões. O que se revela dessa unidade é que o educador não percebe que há uma conexão entre esses campos do saber. Ao passo que se ensina, que se busca pela compreensão de determinado assunto de Matemática, acaba-se adentrando pelas jurisdições que a compõem, isso porque, de algum modo, elas se entrelaçam.

No entanto, apesar da explicitação sobre sua importância, em compreender o mundo que nos chega e da sua relevância no ensino de Matemática, os professores mostram uma *preocupação com a Geometria – NI.86P1*, embora não transpareça que a compreendam, têm-se, daí, a preferência pelo ensino da Álgebra ou da Aritmética, em detrimento da Geometria, isto é, priorizam os algoritmos e as técnicas com ênfase em aulas expositivas (PEREZ, 1991). Essa preferência é argumentada por Pavanello (1993) porque, na maioria das vezes, é deixada para ser abordada no final do ano letivo; por estar no final do livro didático, sendo apresentada como apêndice ou como material complementar; pela formação deficiente dos educadores que, ainda, argumentam ser o maior desafio o fato de terem que cumprir o programa de Matemática, haja vista ser extenso, o que ocasiona na preocupação com seu ensino, que vem sendo deixado em segundo plano. Este modo de apresentação da Geometria é decorrente do MMM, que buscou modernizar a estrutura do ensino, enfatizando as estruturas algébricas e a teoria dos conjuntos, na qual se desprezou a abrangência conceitual e filosófica da Geometria, reduzindo-a a exemplos de aplicação.

Compreendemos o quanto a Geometria é necessária para formação do indivíduo e, por esse motivo, buscamos que o conhecimento seja um processo que possa confrontar o sujeito e a realidade em que se vive, permitindo refletir sobre o pensar e o buscar maneiras de explicitá-lo. Para tanto, é fundamental que a *Geometria e suas relações: Geometria-Matemática e Geometria-Álgebra – NI.114P1* sejam trabalhadas juntas, de modo que elas se articulam e se complementam nesse movimento do pensar, sendo que, é esse o sentido para os educadores, as idas e as vindas da investigação (PEREZ, 1995).

Retomando a pergunta

A Geometria sistematizada ocorre da relação do homem com o meio. Por intermédio da significação da realidade, foi possível aos antigos discorrer sobre uma estrutura de pensamento jamais vista anteriormente. Ao se pautarem na observação e no empirismo, sempre ligados aos afazeres nas comunidades, esboçaram leis que pudessem se vincular ao espaço. A intenção era ganhar praticidade e destreza nas tarefas do dia a dia.

Ainda hoje, os objetivos se entrelaçam com o dos antigos; dispomos agora, porém, de toda uma estrutura institucional que ampara o ensino da Geometria. Embasados pelos estudos das décadas de 60, 70 e 80, procuramos entender a genética dessa estrutura.

O modo como esse ensino é apresentado no currículo e nos livros didáticos, é consequência do MMM, que buscou reorganizar e reestruturar a Matemática como um todo, enfatizando a introdução da teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas por considerá-las a base para a construção lógica do edifício matemático. O impacto do MMM passou a influenciar os interiores das escolas e a prática dos professores, fazendo com que a comunidade de educadores repensasse o ensino de Geometria no 1° e 2° graus, decorrente da preocupação com o abandono do seu ensino (PAVANELLO, 1993).

Tendo em vista a indagação *“Como se mostra o ensino da Geometria na dissertação em questão?”*, destacamos que esse *como* é entendido em diferentes aspectos pelos professores de Matemática. Podemos dividi-lo em três grupos: há aqueles que tomam a Geometria como um modo de se expressar e de ver o mundo, considerando o que dela se experiencia e se vivencia; outros que buscam compreendê-la como modo de pensar a realidade, isto é, de observar as situações que ocorrem no cotidiano e, daí, tentar aplicá-las ao seu ensino, ocasionando a tal contradição e; por último, os educadores que lutam pela permanência e pela difusão de seu ensino, porque acreditam na potencialidade que essa disciplina abarca e na sua importância para compreender situações que envolvem os outros campos da Matemática, como a Álgebra e a Aritmética (SILVA, 1987).

Compreendemos, portanto, que o ensino de Geometria nasceu e floresceu de acordo com o avanço da sociedade, como, por exemplo, da agricultura e da tecnologia. Tais avanços possibilitaram um amplo desenvolvimento científico, no qual esse campo da Matemática é visto como uma ferramenta para descrever e para interagir com o espaço em que vivemos, dando condições para o aluno se basear em situações reais do cotidiano e, dessa maneira, transcender em busca do pensar geométrico. Além disso, têm um papel "integrador entre as diversas partes da Matemática, bem como, é um campo fértil para o exercício de *aprender a fazer e aprender a pensar* [...]" (FAINGUELERNT, 1995, p. 45, grifos nossos).

Referências

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. **Revista Paradigma,** Maracay, XLI, p. 30-56, jun. 2020.

BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão Fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. SEF (II). Brasília: MEC/ SEF, 1998.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2011. 848p.

FAINGUELERNT, E.K. O Ensino de Geometria no 1º e 2º Graus. A Educação Matemática em Revista. **SBEM**, nº 4, p.45. Blumenau. 1º semestre, 1995.

HUSSERL, E. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica:** introdução geral à fenomenologia pura. Aparecida – São Paulo: Ideias & Letras, 2006.

KALEFF, A. M. Tomando o ensino da geometria em nossas mãos. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 1, n. 2, p. 19-25. 1994.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

MENDES DA SILVA, J. G. A. **O ensino da matemática**: da aparência a essência. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro. 1987.

PAVANELLO, R. **O abandono do ensino de Geometria**: uma visão histórica. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, v. 1, p. , n. 1, 1993.

Esboçando a constituição da pessoa humana em Edith Stein: contribuições à formação de professores em Modelagem

Sketching the constitution of the human person in Edith Stein: contributions to the training of teachers in Modeling

Elhane de Fatima Fritsch Cararo
Secretaria de Educação do Estado do Paraná - SEED
elhaneff@gmail.com

Tiago Emanuel Klüber
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE
tiagokluber@gmail.com

Resumo
Ao pesquisar e desenvolver formação de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática nos deparamos com a questão filosófica da pessoa humana. A qual nos remeteu aos estudos de Edith Stein que compreende a estrutura da pessoa humana em três dimensões: corpo, alma e espírito. Fenomenologicamente, buscando ir às coisas mesmas, debruçamo-nos sobre a literatura de intérpretes e da própria Stein, tendo como pano de fundo a compreensão do professor de matemática que desenvolve Modelagem. Deste estudo teórico, ainda em andamento, compreendemos que a dimensão Espiritual é um aspecto que pode lançar luzes nesta compreensão, indo além das dimensões psicológicas e sociais.

Palavras-chave: Educação Matemática, Professor de Matemática, Filosofia, Hermenêutica, Formação do professor de Matemática.

Abstract
When researching and developing teacher training in Mathematical Modeling in Mathematics Education we are faced with the philosophical question of the human person, which referred us to the studies of Edith Stein, who understands the structure of the human person in three dimensions: body, soul and spirit. Phenomenologically, seeking to go to the very things, we look at the literature of interpreters and Stein herself, having as a background the understanding of the mathematics teacher who develops modeling. From this theoretical study, that is still in progress, we understood that the spiritual dimension is an aspect that can shed light on this comprehension, going beyond the psychological and social dimensions.

Keywords: Mathematics Education, Mathematics Teacher, Philosophy, Hermeneutics, Mathematics teacher training.

Sobre o tema da pesquisa

Desde a qualificação de mestrado em julho de 2016 quando fomos questionados sobre o perfil dos professores que participaram de nossa pesquisa, os quais eram participantes de um grupo de Formação de Professores de Matemática em Modelagem

Matemática na Educação Matemática[1], permanecemos inquietos por conhecer "quem" é o professor que desenvolve Modelagem Matemática. Na dissertação não demos conta de realizar tal compreensão por entender que para falar deste "*quem*" precisávamos ir além de um perfil específico do professor. Caracterizar este professor apenas por sua idade, formação, tempo de docência e outras particularidades, não é suficiente para expressar, com a profundidade necessária, "*quem*" é este professor que desenvolve Modelagem Matemática.

Desde então, perseguirmos a compreensão deste "*quem*", buscando aprofundar seu sentido. Essa inquietação nos levou a propor um projeto de pesquisa em 2018 que veio a se constituir como tema da nossa tese de doutorado.

Iniciamos nossa pesquisa de doutorado, ainda em andamento e realizando, fenomenologicamente, uma investigação filosófica e hermenêutica sobre esse "*quem*". Primeiramente, buscamos a compreensão deste quem como sujeito epistemológico (CARARO, 2020) e, nesse trilhar, chegamos aos textos de Edith Stein sobre a pessoa humana. Essas leituras abriram possibilidades da compreensão deste "*quem*", o qual desenvolve Modelagem Matemática como pessoa humana e como indivíduo. Para tanto, tratamos a seguir sobre as raízes do pensamento de Edith Stein.

Sobre as raízes do pensamento de Edith Stein

Edith Stein é husserliana e suas obras estão impregnadas deste pensamento fenomenológico. Segundo Santana (2016), Edith escreve com liberdade sobre diferentes temas em suas obras. "Trabalhar a história, a estrutura psicológica, temas filosóficos, teológicos e místicos lhe são familiares, inerentes e intuitivos" (SANTANA, 2006, p. 78). No entanto, segundo o autor, foi no Carmelo que ela se dedicou a conceitos pedagógicos relacionadas ao ser pessoal do homem, a pessoa humana.

Stein, em sua obra, *Ser finito e Ser Eterno*, escreve: "Se falarmos aqui da 'natureza' do homem, com isso nos referimos à essência do homem como tal, e está compreendido aqui o fato de que ele é pessoa". (STEIN, 2019, p. 387). Assim, iniciamos nossa compreensão a partir do homem caracterizado pela sua essência[2], ou seja, "O que faz homem ser homem é

[1]Projeto de extensão que é coordenado pelo Doutor Tiago Emanuel Klüber, docente da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Unioeste, *campus* de Cascavel, e, atualmente, ocorre nos municípios de Foz do Iguaçu (desde 2015), Francisco Beltrão (desde 2015) e Guarapuava (desde 2019).

[2]Segundo Alfiere (2014, p. 127), o ato pelo qual se capta a essência é a percepção espiritual que Husserl denominou de intuição. A intuição reside em cada experiência singular, pois não é possível falar de homens,

a sua essência, essência que é o espírito, permitindo-o mover-se para fora de si mesmo, sem perder nada de si" (SANTANA, 2016, p. 80).

Segundo Massimi (2013) Stein buscará na fenomenologia o caminho para resolver duas questões essenciais para a fundamentação de uma ciência do homem: "a exigência de aprender as leis fundamentais do dinamismo humano (a casualidade e a motivação) [...] a exigência de proporcionar a possibilidade de estudo do indivíduo psíquico em sua relação com a comunidade em que se insere" (p. 105). Nesse sentido, Stein passa a analisar a antropologia da matriz idealista a qual postula:

> a afirmação que o ser humano é livre; a busca da perfeição do homem; a afirmação de que cada indivíduo é membro do gênero humano em seu caminho de aproximação à perfeição sendo que cada indivíduo e cada povo – em força de sua natureza – receberam uma missão a desenvolver no percurso histórico da humanidade (MASSIMI, 2013, p. 106-107).

Em consequência a esse postulado, Stein compreende a orientação pedagógica que tem por base a confiança, a bondade, a perfeição da natureza humana, a força da razão e solicita ao estudante [em nome da liberdade] empenhar-se, desenvolver autonomia e confiança nas próprias forças [potências]. Mas, Stein, também questiona o pressuposto racionalista que leva em conta apenas o desenvolvimento intelectual da pessoa (MASSIMI, 2013).

Stein discute, também, a psicanálise e as psicologias analíticas, influenciadas pelo movimento do romantismo e a busca por superar o reducionismo realista. Ela assume que essas abordagens dizem da existência de forças da vida interior que são ocultas à consciência e que podem perturbar a consciência, a conduta da pessoa ou a sociedade, tais forças são chamadas de pulsões e seriam as causas dos processos mentais e das ações humanas (MASSIMI, 2013), essa consciência no sentido Husserliano.

O terceiro viés antropológico significativo no século XX e debatido por Stein é o existencialismo de Heidegger que parte da consideração de que "o ser humano é no seu cotidiano totalmente mergulhado no mundo, afastado das perguntas fundamentais: quem sou eu? O que é o Ser?" (MASSIMI, 2013, p. 109). Stein crítica essa antropologia por ela fixar a atenção sobre o que o "homem 'não é' tirando a atenção do que ele 'é', do ser absoluto que emerge nele para além dos limites" (Idem).

---

animais e plantas se cada 'isto' que percebemos aqui e agora não colhêssemos um universal que indicamos com um nome universal. Mas a intuição pode se separar dessa experiência e ser efetuada por si mesma. Há uma intuição do que a coisa é por essência e isso pode ter um duplo significado: pode significar aquilo que a coisa é por seu ser próprio, como também aquilo que ela é por essência universal.

Deste modo, Stein considera que somente a posição conceitual da "unidade complexa que é a pessoa humana, cujo conhecimento rigoroso é possibilitado pela fenomenologia, permitiria afirmar as contribuições próprias das antropologias contemporâneas" (MASSIMI, 2013, p. 109) superando os reducionismos supracitados.

A partir da análise destas antropologias, Stein as interpreta, as questiona e evidencia um caminho para romper com o dualismo espiritualista e materialista [que até então eram consideradas como explicações para a constituições da pessoa humana] e delineia o que pretende realizar para *A estrutura da pessoa humana* (1932-3/2000) afirmando que partirá, principalmente, dos temas indicados por Tomás de Aquino (Abordagem Aristotélico-tomista) mas, contestando algumas conclusões dele, tendo como base os resultados de pesquisa dela e de Husserl (MASSIMI, 2013).

Assim, Stein parte da ideia de que o homem se compõe de corpo e alma, se constituindo, a partir delas, uma terceira coisa que não se identifica com nenhuma das duas. Para Tomás de Aquino, "a alma é o princípio primeiro que nos faz nutrir, sentir e mover, assim como também entender [...] está dividida em três planos ou em três degraus de perfeição: o grau vegetativo, o sensorial e o racional" (MASSIMI, 2013, p. 112). Esses degraus de perfeição correspondem a um número de potências[3], forças[4] ou faculdades[5].

Ainda para Tomás de Aquino na substância espiritual há três coisas, a essência, a potência e a operação. A potência é ativa, pode produzir uma ação ou uma operação e se expressa na ação que resulta dela. As potências são ordenadas para o ato, mas não são a essência da alma (MASSIMI, 2013). É em razão dessas potências que ocorrem os fenômenos psíquicos que envolvem a sensação, a imaginação e a memória [conhecimento sensível], as ideias, o raciocínio [conhecimento intelectual], o prazer, a dor, as emoções [apetite sensível], a vontade, os hábitos e os costumes [apetite intelectual] (Idem).

[3]As potências se classificam em potência sensorial: constituída pelos sentidos externos e internos. São quatro: o *senso comum* [que acolhe na interioridade as espécies sensíveis], *a imaginatio* [que as conserva], a *vis aestimativa* [distingue entre o útil e o dano], a *vis memorativa* [que conserva essas intenções]; potência intelectual; apetites (sensível e intelectual) [se distinguem em irascível, ou seja, permanecer das impressões recebidas que se manifesta na busca de um bem ausente e concupiscível, ou seja, avaliação instintiva do que vem ao nosso encontro do mundo externo como útil ou danoso] (MASSINI, 2013).
[4]O termo força, segundo Stein, que ela aprendeu da psicologia contemporânea e que ela utiliza em suas investigações é sinônimo de potência (MAHFOUD, MASSIMI, 2013).
[5] Segundo Massini (2013) Aristóteles de Anima afirmava que a alma era a origem das potências e, ainda, que as potências definiam a alma. Essas aptidões nos seres vivos são a faculdade da nutrição, do desejo (apetite, paixão e vontade) e a sensação, o pensamento e o movimento.

Deste modo vamos compreendendo que a estrutura da pessoa humana é bem mais complexa do que se pode definir como corpo e alma. Se compreende que há uma terceira coisa, como dizia Tomás de Aquino, mas que ainda não está definida. Compreende-se, também, que as potências, forças ou faculdades não são a essência da alma, mas algo que motiva para a ação, para o ato. Nesse sentido, *a*s seções seguintes abrem-se para a compreensão da estrutura da Pessoa Humana e sua individuação em Edith Stein.

Sobre a Estrutura da Pessoa Humana em Edith Stein

Edith Stein em sua tese de doutorado identifica três dimensões que se inter-relacionam na estrutura da pessoa humana. Essas três dimensões são:

> [...] o corpo, visto como corpo físico (Körper) e como corpo próprio/vivenciado (Leib), os quais compõe a dimensão material; a psique (Psyche), que corresponde à dimensão psíquica; e o espírito (Geist), referente à dimensão intelectiva que se abre ao âmbito dos valores, dos sentimentos etc. (ALFIERE, 2014, p. 63).

Essas dimensões serão explicitadas em subtópicos.

O corpo físico (*Körper*) e o corpo próprio/vivenciado (*Leib*)

Stein diferencia o corpo físico e o que ela chama de corpo próprio/vivenciado. Alfiere (2014) escreve que ao olharmos aos arredores, facilmente, diferenciamos um corpo animado de um corpo inanimado. Para o autor, essa diferenciação pode se realizar a partir de dois termos, do alemão: *Körper*, a dimensão física/material; *Leib*[6], o corpo vivo/racional, animado por uma força vital [que permite realizar todas as nossas ações] e que se infunde no corpo físico.

Assim, o *Körper* oferece experiência pela percepção externa do indivíduo. E na percepção externa tem-se a experiência dos outros corpos em movimento, infinitas aparências e diferentes posições que propiciam ao indivíduo o dar-se conta de que seu corpo físico é dado dentro de certos limites, não consigo visualizar determinadas partes de meu corpo, mas também não posso me ver livre delas (KUSANO, 2014).

Em relação ao *Leib*, no livro On the Problem od Empathy publicado em 2002 em Whashington, Edith Stein escreve: “precisamente essa afiliação, este pertencer a mim mesmo, jamais poderia ter constituído-se na percepção externa” (STEIN, 2002, p. 42, apud.

---

[6] Na fenomenologia, segundo Alfiere (2014), esse termo é utilizado apenas para os seres racionais que podem dar conta da própria corporeidade por meio de processos perceptivos e reflexivos.

KUSANO, 2014, p. 70), pois essa é a sensação do corpo vivo. Kusano (2014) esclarece que para Stein, *Leib* é o corpo orgânico e vivo que é alcançado por meio das sensações. Sensações que exercem função fundamental porque é por meio delas que alcançamos a consciência de um corpo vivo. *Leib* também é o ponto zero em relação à espacialidade no mundo, ou seja, só me torno consciente de uma corporeidade própria a partir do outro (ALFIERE, 2014).

Edith explica que "[...] essa dupla doação do corpo é experimentada como uma só, num fenômeno denominado fusão" (KUSANO, 2014, p. 72). Na qual o corpo vivo é o lugar das manifestações dos eventos da alma e dos eventos psíquicos, é o órgão de expressão [exemplo: da ira ou da alegria] e de recepção do mundo externo.

Deste modo, a corporeidade é importante para o conhecimento humano, pois é por meio dela, das sensações, do fazer-se visível que temos acesso às coisas e às pessoas (KUSANO, 2014). Para Stein, os sentimentos motivam algo que se expressa de algum modo pelo corpo. "Os sentimentos vivenciados sempre liberam uma expressão e nunca são completos em si mesmo: eles terminam em atos da vontade, em expressões corporais ou atos de reflexão" (KUSANO, 2014, p. 73), como exemplo, ruborizar de vergonha, cerrar os punhos de raiva.

Em Stein compreendemos que a vontade [mais complexa porque envolve o âmbito do espírito] se exterioriza em ação, ou seja, o corpo vivo é instrumento da vontade, é movimento, um mover-se. No entanto, mesmo a vontade sendo mestre da alma, ela pode sofrer resistência a partir de forças psíquicas contrárias, como quando planejo subir uma montanha, mas, que, no decorrer do caminho, essa decisão é contrariada pelo cansaço do meu corpo e este passa não mais servir à vontade (KUSANO, 2014).

Assim, pode-se dizer que o corpo vivo não só manifesta os eventos psíquicos e os da alma [sentimentos, emoções e vontades], mas, também, é o órgão por meio do qual percebemos o que nos circunda, sentimos sensações que nos põe em contato com o mundo objetivo que nos toca internamente, nos colocando em contato conosco mesmo.

A psique (Psyche)

É a dimensão que está relacionada com a intensidade e com a qualidade das nossas ações, segundo nossos estados emotivos. "Na psique, as operações se submetem à relação causa e efeito, mas não ao modo da casualidade[7] que identificamos no mundo da natureza, e, sim, ao modo da motivação (ALFIERE, 2014). Ela se manifesta no fato de o homem poder "[...] experimentar em si mesmo o 'perceber sensitivo' e o 'agir reativo', por ser capaz de reflexão [conhecimento espiritual]) (MASSIMI, 2013, p. 119, inserção nossa). Assim, nossas impressões sensíveis não são apenas estímulos sensoriais, mas inseridos no mundo de coisas perceptíveis, percebemos nosso corpo sensível, experimentamos sentimentos e estímulos (MASSIMI, 2013).

No entanto, as questões psíquicas nem sempre são perceptíveis. Por exemplo, se tomamos uma criança pela mão, a criança poderá oferecer ou não resistência física e esse ato será percebido por outros, já a dominação psíquica não é fácil de ser percebida e pode ser perigosa para os relacionamentos. Nas palavras de Alfiere (2014),

> [...] quando alguém interage com o outro detendo o controle de sua parte mais profunda, o outro se torna impotente. A dominação psíquica tem a possibilidade de embotar as potencialidades de uma pessoa, é como se existissem correntes invisíveis que a prendessem. Uma pessoa nessas condições não consegue vislumbrar perspectivas para o futuro e tende a viver no passado, dimensão na qual ela se sente segura; ela alimenta então, a sua vida com situações que já viveu e se ilude pensando que pode revivê-las (ALFIERE, 2014, p. 67).

Em situação de dominação o comportamento da pessoa se assemelha ao comportamento do animal, pois temos duas qualidades em comum: a sensação e a emoção [por mais que em nós seres humanos tenhamos a capacidade de passar rapidamente da emoção ao sentimento, o que não ocorre com os animais]. "A sensação significa ser tocado interiormente, provocando uma reação, a emoção seria a modificação operada interiormente pela sensação" (ALFIERE, 2014, p. 67).

Nesse sentido, Edith Stein exemplifica de modo prático que há diferenciação entre o ser humano e os animais ou uma planta. Para ela, quando vemos uma planta ou animal atrofiados podemos atribuir a causa a condições desfavoráveis, que podem estar relacionadas a falta de cuidado do ser humano para com essa planta ou animal. No entanto, no caso do ser humano, não apenas as condições externas desfavoráveis podem ser a causa de uma atrofia, a causa é, também, interna, pois ele não é inteiramente submisso as condições que o circundam, a pessoa humana pode modificar sua condição por meio da vontade, da ação, da atitude.

---

[7] Relação de dependência colhida intuitivamente; pode ser entendida como a vinculação que conecta os atos [da consciência] uns aos outros (ALFIERE, 2014).

Por mais que a vida psíquica seja fundamentada nas potências [sensação, emoção, estimativa, estado de ânimo], elas podem realizar-se e transformar-se a partir da disponibilidade em atualizar-se (MASSIMI, 2013), pois na alma humana encontramos outras características, outra dimensão além da alma, que contém o conhecimento e os sentimentos. É sobre essa dimensão, o espírito, que tratamos na seção seguinte.

O Espírito (*Geist*)

Segundo Stein, espírito designa a dimensão não física e não psíquica. Por mais que este termo, tenha, também, uma conotação religiosa ele não se restringe a ela e está associado às operações cognitivas e aos valores de cada pessoa. Está relacionado ao conhecimento intelectual [sendo essa apenas uma das funções do espírito], as operações cognitivas [conhecimento científico, filosófico, artístico e religioso] e as atividades valorativas (ALFIERE, 2014).

E, em se tratando de atividades valorativas, o autor nos alerta para o cuidado que devemos ter ao falar de valores, pois a valoração "[...] não é um ato rigoroso cognitivo (uma vez que não obtemos valores por meio de raciocínios, mas os constatamos pela análise da natureza e da vida social), ela envolve cognição (pois identificamos valores, e identificar significa reconhecer)" (ALFIERE, 2014, p. 68).

Assim, somos capazes de compreender os diferentes sentidos do termo valor, entre eles, o sentido financeiro [valor de alguma coisa], o sentido ético [ideais morais, de justiça, de veracidade, de solidariedade, de lealdade etc.] e, também, o sentido de apreciação e estima [valor artístico de uma obra]. Porém, em fenomenologia esse termo é empregado, principalmente, para dizer que os atos da consciência não são neutros e isso "[...] quer dizer que, ao deparar com certos objetos (ao pensar certas coisas), a consciência é também solicitada a aderir a eles ou repugná-los" (ALFIERE, 2014, p. 69), fazendo a suspensão das crenças.

> Não é difícil notar a diferença entre ver uma placa que proíbe virar à esquerda (a placa, com seu sentido objetivo) ou fazer uma conta matemática e conhecer uma pessoa visivelmente honesta. Esses dois tipos de operação consciente servem para mostrar que ver e entender uma placa não provocam atração nem repulsa; são indiferentes. Mas, encontrar uma pessoa honesta não é uma experiência neutra. Ela desperta atração. Caso fosse desonesta, despertaria repulsa, mas é ainda o valor da honestidade que age sobre mim (ALFIERE, 2014, p. 69).

Nessa perspectiva, é possível escrever que tanto os atos valorativos, quanto os atos cognitivos são unidades de sentido que se apresentam à consciência [atos do espírito], diferente da situação de sentir frio ou calor [atos psíquicos], instintos.

Deste modo, podemos compreender os atos de valoração, em fenomenologia, como sentimentos. "Por exemplo, posso ter a emoção de apaixonar-me por alguém, *mas o sentimento de amor só virá se eu reconhecer o valor do amor e escolher alimentá-lo*" (ALFIERE, 2014, p. 70, grifos nosso). Neste sentido, "[...] o valor é o objeto intencional do sentir ou do sentimento" (Idem).

Destas reflexões é possível compreender que a dimensão espiritual não envolve "[...] apenas razão e intelecto, responsáveis pelos atos cognitivos, nas também a vontade, a capacidade de lidar com o que se manifesta à consciência, movendo à ação" (ALFIERE, 2014, p. 70).

O espírito [razão ou intelecto], pode por meio da percepção, sentir, compreender, refletir, tomar decisões, fazer escolhas e por isso a pessoa tem a potencialidade de ser livre. Essa liberdade é possível a partir da tomada de consciência de si mesma, do seu modo de ser, das suas potencialidades, da sua singularidade (ALFIERE, 2014).

Desta forma, Stein também tematiza a questão da individuação da pessoa. Tema tratado na próxima seção.

Sobre o indivíduo

Para tratar da individuação no ser humano Edith Stein tem como referência a obra lógica Formal e Transcendental de Husserl (1929), nesta obra, segundo Alfiere (2014), Husserl discute o conceito ontológico de forma vazia [estrutura-formal ontológica] e de seu preenchimento [qualitativo como plenitude do ser] em indivíduos concretos.

Para Stein, o indivíduo não é apenas portador de características de sua espécie. Nele há algo de singular, que é só dele. Assim, a "[...] plenitude do ser (*Wesenfülle*) tem, portanto, prioridade sobre cada diferenciação individual entre os membros da mesma espécie" (ALFIERE, 2014, p. 54).

Para Stein, a forma [que vem da ontologia formal, doutrina das formas do ser e do ente] é tudo aquilo que atualiza, no sentido de delimitar, o conteúdo que faz parte das potencialidades humanas. Deste modo, em termos de conteúdos "[...] todos os indivíduos são irrepetíveis, tanto os materiais como os espirituais" (ALFIERE, 2014, p. 55). No exemplo de Stein,

> a cor pode se tornar específica somente dentro da escala das cores e não em diferentes formas espaciais, embora ela possa aparecer concretamente em diferentes formas espaciais. A diferença entre especificação, concreção e individuação destaca-se claramente aqui. A cor recebe a individualidade entrando na estrutura de um indivíduo concreto; [...] a concreção é o "concrescer" com os outros momentos que pertencem a estrutura do indivíduo" (STEIN, 1998, p. 31, apud ALFIERE, 2014, p. 56).

Assim, se compreende que todo indivíduo possui as características da pessoa humana, mas cada uma dessas características se apresenta com tonalidades diferentes, o que faz com que cada indivíduo seja um ser único, irrepetível. Todo indivíduo possui em sua alma as potencialidades, como exemplo, a honestidade, a bondade, a memória, a imaginação, o intelecto, a vontade, o sentimento. Todas essas forças estão no seu núcleo, que "[...] é o princípio da identidade da pessoa" (ALES BELLO, 2015, p. 83), aguardando para serem desenvolvidas. Esse desenvolvimento ocorre por meio das vivências que são formativas e podem ou não possibilitar que esse indivíduo venha a ser o que ele nasceu para ser ou, então, que ele continue com suas potencialidades latentes [dominação, impotência].

Ainda, para Stein, a individuação da Pessoa Humana está assentada fora de qualquer determinação formal e material, mas sim na tonalidade, na intensidade do que é qualitativo e está como potencialidade, como força, no núcleo da pessoa, que é o elemento mais profundo, a alma da alma [tomando como alma o conjunto da psique e do espírito (ALES BELLO, 2016), ele "[...] representa aquilo que diz respeito as características absolutamente singulares. Esse núcleo identitário não se desenvolve, mas dá a direção, como se indicasse a estrada ao espírito e a psique (ALES BELLO, 2015, p. 83.). Assim, para Stein, outro fator importante é a questão da formação da pessoa humana, ou seja, do desenvolvimento de suas potencialidades, tema que é tratado na seção seguinte.

Sobre a formação da Pessoa Humana

Como dissemos na seção anterior, o indivíduo possui potencialidades em sua alma e essas potencialidades podem ser desenvolvidas por meio de vivências formativas, ou seja, a pessoa se forma no decorrer da sua vida. Assim, Edith Stein considera que

> [...] a atividade intelectual faz crescer na pessoa a sua dimensão espiritual e pela potência da consignação se pode chegar a uma configuração habitual. Por meio de atos volitivos que a pessoa realiza, cresce uma esfera de ações externas, mas junto a esta, cresce também a sua interioridade como uma corporeidade ampliada, isso,

> significa uma habitual com formação da potência à vontade (SBERGA, 2014, p. 86).

Quando a pessoa se sente tocada por si mesma ou por outra pessoa, seu estado de ânimo se desperta e se motiva a algo, à habitualidade (SBERGA, 2014). Deste modo, o indivíduo pode ser estimulado a atualizar-se, no entanto, ele "[...] é livre para seguir ou não o estímulo vindo da motivação" (SBERGA, 2014, p. 86). E sobre exercer essa liberdade Stein explica que:

> Assim como me é possível conduzir um processo racional para obter conhecimento e para aguçar o meu primeiro intelecto ou abandonar esse fazer e renunciar ao possível aproveitamento que dele advém, da mesma maneira posso deixar crescer, sem inibição, uma cólera ou um rancor que se exalta, abandonando-me a este e, eventualmente, por meio disso, deixar-me conduzir por determinadas ações, ou seja, contentar-me, inibir-me, reprimir-me. Segundo o modo como acontece, desenvolvem-se essas ou aquelas atitudes habituais do ânimo e da vontade (denominado, em uma avaliação ética, "virtuosas" ou "viciosas"[danosas]) (STEIN, 1931/2003, p. 196, apud SBERGA, 2014, p. 87).

Essa formação que o indivíduo permite que aconteça [por ser livre], ocorre por meio da *atualização das suas forças* [potências] e, segundo Sberga (2014), se denomina caráter. Nesse sentido, Stein entende a formação da pessoa por meio da formação do seu caráter e, para "[...] formar o caráter, é, necessário que a pessoa tenha um conhecimento da essência universal do ser humano e ao mesmo tempo tenha um objetivo, uma meta ou um 'ideal de caráter' a ser alcançado" (SBERGA, 2014, p. 87). A motivação para almejar um determinado caráter depende de como a pessoa se sente em si. Para Stein "[...] quem está em paz interiormente não encontra estímulo algum para mudar a si mesmo; quem ao contrário se sente em si um mal-estar [...] interno, encontrará nisso motivo para sair do mal-estar" (STEIN, 1931/2003, p. 196, apud SBERGA, 2014, p. 87).

Assim, se entende a formação do indivíduo como ocorrência da motivação, como um querer mudar, motivado por algo que deixa a pessoa inquieta, por algo que lhe cause desconforto. Segundo Stein,

> [...] o caráter é composto por disposições que são adquiridas pelo ser humano ao longo de sua vida, provenientes de influências do seu meio social. Essas disposições herdadas provêm do tipo familiar, ético, cultural, etc., ao qual pertence, recebendo dessa forma, influências da comunidade. Com a entrada em outros tipos culturais, por exemplo, na escola e no grupo de amigos, a pessoa também recebe influências desse novo ambiente. Com isso, constitui um tipo específico, o seu caráter individual, que, apesar de ser específico, traz traços semelhantes aos dos membros das comunidades. Essa formação do caráter individual também se constitui mediantes o núcleo individual da pessoa, que é o que vai determinar a atualização da sua formação e de seus hábitos (STEIN, 1931/2003, apud SBERGA, 2014, p. 89).

Nessa perspectiva, cada indivíduo conserva uma marca pessoal, única e mesmo estando sobre influência de relações intersubjetivas, de questões culturais e intelectuais de uma comunidade ou grupo se mantém único e irrepetível. A causa disso, é segundo Stein, que cada indivíduo possui no mais interior do seu íntimo, um núcleo, que ela chama de *Kern*. Esse núcleo é a marca pessoal de cada um de nós, onde estão as potencialidades individuais que "[...] existem antes de cada escolha consciente ou experiência educativa" (ALFIERE, 2014, p. 78).

Stein indica, ainda, que só quando o indivíduo mergulha no mais íntimo do seu ser, por meio do sentir-se a si mesmo ele se eleva no interior da sua singularidade e "[...] distingue seu modo de ser do de outros indivíduos. Assim, o indivíduo aprende, em um primeiro momento, a sua qualidade individual, a essência fundamental do seu ser consciente de si mesmo" (ALFIERE, 2014, p. 37) e a partir desse sentir-se a si mesmo permite-se aprender a individualidade do outro.

Essa apreensão é entendida por Stein como intropatia ou empatia [as duas palavras são utilizadas nas traduções Italiana], "uma vivência particular pela qual com rapidez sinto, percebo e intuo que existem outras pessoas como eu sou pessoa [com corpo, psique e espírito]" (ALLES BELLO, 2015, p. 85, inserção nossa). Por meio dela, nos damos conta da vivência alheia, e, mediante a percepção do sentir, viver a si mesmo, em nossa singularidade (ALFIERE, 2014). Compreendemos o outro de fora para dentro por meio do *sentir em* [*einfühlen*], permanecendo eu mesmo, conseguindo entrar, pelo menos aproximadamente, na estrutura da vida psíquica do outro, a partir de minhas vivências (SAVIAN FILHO, 2014). Não sinto a dor do outro, mas posso dar-me conta da sua dor. Assim como posso também, por meio da empatia compreender a necessidade do outro e me pôr a serviço, formar-me a mim mesmo para atuar naquilo que vim para ser.

Desdobramentos da compreensão da pessoa humana e do "quem" desenvolve Modelagem

Daquilo que foi explicitado até então, compreendemos, com Edith Stein, esse "*quem*" como pessoa humana, como indivíduo e como indivíduo em formação.

Como discutimos nas seções anteriores, a estrutura da pessoa humana nos propicia o entendimento de que todos temos potencialidades, as quais são a imaginação, intelecto, vontade, sentido, sentimentos e memória. Contudo, cada indivíduo, apresenta tonalidades diferentes dessas potencialidades, como exemplo, a bondade, que, em cada um de nós tem uma tonalidade diferente, como compreender a vermelhidão do vermelho (Bicudo, 2012). Essas tonalidades nos caracterizam como seres únicos.

Assim, nos inclinamos a determinadas ações, a pertencer a determinadas comunidades, a estar com determinadas pessoas que se afinam com nosso pensamento, com nossas potencialidades, com nossas angústias, a seguir determinada profissão.

Como pessoa humana, formamo-nos no decorrer da nossa vida, por meio das nossas vivências, da coletividade, as quais são possíveis pela dimensão da empatia (ALES BELLO, 2015). E escolhemos nos formar, somos livres. Temos em nossa origem a vontade, o sentimento, o conhecimento que nos motiva para a ação. Uma ação realizada por meio de uma sensibilização, por meio de um estado de ânimo, por meio da empatia, mas que só ocorre pela nossa vontade. Porque algo nos causou desconforto, nos causou inquietude, como exemplo, quando, como professores, buscamos atualização em busca de formar estudantes para a liberdade, para a autonomia, não para serem subordinados, oprimidos, embotados. Quando sentimos a necessidade de mudar por meio da empatia, da compreensão das potencialidades da pessoa humana.

Quando associamos esse pensamento ao professor de Matemática que desenvolve Modelagem Matemática compreendemos que buscamos pela motivação, em sentido espiritual e não apenas psicológico, que fez com que ele se dedicasse à Modelagem, decidindo formar-se com ela. Essa motivação é, certamente, uma potencialidade desenvolvida, o reconhecimento da necessidade de formar indivíduos livres, que sentem a necessidade de formarem-se em matemática, em práticas pedagógicas sejam elas quais forem, que se compreendam como capazes de mudança, inclusive se estados físicos, psicológicos e materiais que podem retirar o sentido do valor formativo. Com isso, se abre uma possibilidade de estudar a formação do professor para além das teorias convencionais que se assentam nas dimensões psicológicos, políticas e materiais, focando a dimensão do desenvolvimento espiritual e da volição.

Referências

ALES BELLO, A. **Edmundo Husserl:** pensar Deus, crer em Deus. Tradução Aparecida Turolo Garcia, Márcio Luiz Fernandes. São Paulo: Paulus, 2016. Coleção mundo da vida.

ALES BELLO, A. **Pessoa e comunidade:** Comentários: psicologia e ciência do espírito de Edith Stein. Tradução: Miguel Mahafoud, Ir. Jacinta Turolo Garcia. Belo Horizonte: Editora Artesã, 2015.

ALFIERE, F. **Pessoa Humana e singularidade em Edith Stein:** uma nova fundação da antropologia filosófica. Organização e tradução de Clio Tricarico; prefácio e revisão técnica de Juvenal Savian Filho. 1 ed. São Paulo: Perspectiva, 2014.

BICUDO, M. A.V. Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica. In: BORBA, M. C. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4 ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

CARARO, E. F. F. Sobre o sujeito que desenvolve modelagem matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 24. **Anais...** XXIV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação: "Epistemologia da Pesquisa em Educação Matemática: Metodologias e Tecnologias. Cascavel:UNIOESTE, 2020, p. 1-12.

KUSANO, M. B. **A antropologia de Edith Stein:** entre Deus e a filosofia. São Paulo: Ideias & Letras, 2014.

MAHFOUD, M; MASSIMI, M. **Edith Stein e a psicologia:** Teoria e prática. 1 ed. Belo Horizonte: Artesã editora, 2013.

MASSIMI, M. Compreender a estrutura da pessoa: diálogo entre fenomenologia e filosofia aristotélico-tomista, por Edith Stein. In: MAHFOUD, M; MASSIMI, M. **Edith Stein e a psicologia:** Teoria e prática. 1 ed. Belo Horizonte: Artesã editora, 2013.

SANTANA, L. **Edith Stein:** a construção do ser pessoa humana. São Paulo. Ideias & Letras, 2016. Série Pensamento dinâmico.

SAVIAN FILHO, J. **Empatia. Edmund Husserl e Edith Stein:** apresentações didáticas. São Paulo: Edições Loyola, 2014.

SBERGA, A. A. **A formação da Pessoa em Edith Stein:** um percurso do conhecimento do núcleo interior. São Paulo: Paulus, 2014. Coleção Filosofia em questão.

STEIN, E. **Ser Finito e Ser Eterno**. Tradução de Zaíra Célia Crepaldi. 1 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2019. Clássicos da filosofia, 4.

Manifesto por uma Educação Matemática Feminista

Manifest for a Feminist Mathematics Education

Bruna Letícia Nunes Viana
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
brunanunes.v@gmail.com

Julio Cesar Paro
Instituto Federal de Mato Grosso do Sul
julioparo@gmail.com

João Ricardo Viola dos Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
jr.violasantos@gmail.com

Resumo
Neste ensaio produzimos provocações a respeito de discussões feministas na educação matemática. A partir de alguns questionamentos em relação a matemática e a dilemas de nossa sociedade contemporânea e, com exemplos de situações matemática em salas de aulas, produzimos tensões, faíscas e desdobramentos de uma discussão feminista na filosofia da educação matemática. Nossas considerações são produzidas como uma possibilidade de inventar terrenos, espaços, práticas materiais-discursivas nas quais hierarquização, binarismos, patriarcado, processos de exclusão e produção de violências possam ser problematizadas em uma Filosofia da Educação Matemática.

Palavras-chave: feminismo; performatividade; Modelo dos Campos Semânticos.

Abstract
In this essay we present some provocations concerning feminism and mathematics education. Making use some questions related to mathematics, issues related to the contemporary society and mathematical examples we generate sparkles, tensions, unfolding a feminist discussion on mathematics education philosophy. We produce our considerations as possibilities for making spaces, practices where hierarchization, binarisms, patriarchy, exclusion processes and production of violence can be put in check in a Mathematical Education Philosophy.

Keywords: feminism; performativity; Model of Semantic Fields.

Introdução

Este ensaio faz parte de discussões realizadas em torno de uma pesquisa de doutorado, em andamento, do Programa da Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, cuja temática de pesquisa é *Feminismo e Educação Matemática*. Nossos movimentos, em nosso projeto, se inventam em diálogos e discussões feministas no campo da Educação Matemática, e são impulsionadas pela importância crescente da temática em outras áreas de pesquisa, e a escassez desses estudos em nossa área, embora já encontramos uma quantidade significativa de estudos a respeito de gênero e Educação Matemática.

Como parte de nosso movimento de pesquisar, tecemos algumas perguntas, como as que seguem, mas também as perguntas que se encontrarão ao longo desse artigo, que se constituem enquanto tensões que nos movimentam ao longo de nosso projeto: optar por um feminismo que luta pela igualdade entre mulheres e homens é um caminho para que cenas de violência de gênero não aconteçam? É possível que feminismo seja apenas uma questão binária de gênero (masculino e feminino), desvinculado de outros aspectos como classe, raça, sexualidade, etc.? Como os cursos de formação de docentes em matemática (professoras/es, funcionárias/os, alunas/os, currículo, estrutura física, etc.) "se posicionam" frente às questões de gênero e suas interseccionalidades (classe, raça, sexualidade, ...)? Que movimentos se formam dentro desses cursos sobre essas problemáticas? (VIANA, 2020)

Uma primeira demarcação a ser realizada é uma possível diferenciação acerca de estudos de *Gênero e Educação Matemática* e *Feminismo e Educação Matemática*. Acreditamos fortemente que os estudos feministas atuais e os estudos de gênero têm muito em comum, mas são distintos. Se, por um lado, estudos de gênero focam mais em diferenças de desempenhos em atividades matemáticas entre homens e mulheres, ou em denunciar caracterizações de mulheres de maneira inferior aos homens, ou mesmo em explicitações de como há processos de exclusão das mulheres em situações matemáticas em relação aos homens, por outro lado os estudos feministas tendem a explorar outras problemáticas, tais como o binarismo superficial entre sexo/gênero; os usos da matemática que operam na lógica do terceiro excluído e com isso fortalecem relações de exclusão, dominação e patriarcado; violências e exclusões, mesmo que de formas subliminares, que ocorrem em espaços escolares ou de formação de professores de matemática.

Alguns exemplos desses processos podem ser encontrados no livro "Relações de gênero, Educação Matemática e discurso", um dos pioneiros na discussão de gênero dentro de nosso campo no Brasil, no qual as autoras escolheram quatro enunciados que elas consideram recorrentes em diversas práticas sociais: "Homem é melhor em matemática (do que mulher)"; "Mulher cuida melhor… mas precisa ser cuidada"; "O que é escrito vale mais" e "Mulher também tem direitos". As autoras analisam de que modo discursos de relações de gênero e matemática produzem e perpetuam desigualdades e violências entre homens e mulheres. (SOUZA; FONSECA, 2010)

Em diálogos com textos sobre estudos feministas é possível demarcar, pelo menos, três grandes ondas do feminismo: a primeira é aquela em que as reivindicações estavam pautadas sobre questões jurídicas, como o direito ao voto feminino; a segunda onda, que se teve início por volta de 1960 e terminou em 1980, buscou ampliar o debate do campo jurídico para outros campos, como a sexualidade, economia, direitos reprodutivos, dentre outros; e a terceira onda pode ser considerada como a passagem da ideia de identidade que as reivindicações da segunda onda evocavam, para uma discussão mais relacional e cultural. Essa última onda é marcada pela consolidação dos estudos feministas enquanto um campo legítimo de saber em vários centros universitários mundiais.

O que nos interessa, em grande parte, são as discussões em relação a esta terceira onda, que também podem ser entendidos como um convite para pensarmos esses estudos para além da ideia de identidade que a própria noção de gênero evoca (HOLLANDA, 2019), englobando aspectos como tecnologia e natureza, que podem (ou não) perpassar questões de gênero.

A filósofa feminista Donna Haraway (2000) endossa essa ideia em seu texto "Manifesto ciborgue: ciência, tecnologia e feminismo-socialista no final do século XX", quando utiliza a ideia do ciborgue – um organismo cibernético, um híbrido de máquina e organismo, uma criatura da realidade social e também da ficção – para dizer que, ao invés de operarmos por meio de categorias (até mesmo e principalmente o gênero), devemos nos entregar ao "prazer da confusão de fronteiras, bem como em favor da responsabilidade em sua construção" (p. 37). Ainda segundo a autora, "o ciborgue é uma criatura de um mundo pós-gênero: ele não tem qualquer compromisso com a bissexualidade, com a simbiose pré-edípica, com o trabalho não alienado" (p. 38), e sendo ele nossa ontologia, sua filosofia deve ser abraçada.

De todo modo, nós concordamos com Butler (2003), quando ela argumenta que

> Obviamente, a tarefa política não é recusar a política representacional – como se pudéssemos fazê-lo. As estruturas jurídicas da linguagem e da política constituem o campo contemporâneo do poder; consequentemente não há posição fora desse campo, mas somente uma genealogia crítica de suas próprias práticas de legitimação. Assim o ponto de partida crítico é o presente histórico. E a tarefa é justamente formular, no interior dessa estrutura constituída, uma crítica às categorias de identidade que as estruturas jurídicas contemporâneas engendram, naturalizam e imobilizam. (BUTLER, 2003, p. 23)

Atualmente, as movimentações feministas em nossa sociedade são variadas, diferentes e até mesmo contraditórias, e uma série de adjetivos e radicais são agregados à palavra feminismo para designar diferentes movimentos: feminismo negro, feminismo decolonial, feminismo radical, transfeminismo, etc.

Apesar das diferenças e contradições, concordamos com Haraway (1995), quando argumenta que ‘Não há um ponto de vista feminista único porque nossos mapas requerem dimensões em demasia para que essa metáfora sirva para fixar nossas visões’ (p. 32), mas que talvez o que seja comum (se é que isso é possível) é a busca por explicações outras de mundo.

Sendo assim, neste ensaio, nossas produções se colocam na direção de problematizar e de apontar algumas possibilidades para o campo da Filosofia da Educação Matemática. De maneira provocativa, nos colocamos a pensar a necessidade de uma Filosofia da Educação Matemática Feminista, não na direção de caracterizar/compartimentalizar um campo, ou seja, a construção de tal filosofia, mas sim de tensionar, produzir faíscas, desdobramentos em algumas situações que acontecem na sala de aula de matemática e em espaços de formação inicial nos quais discussões filosóficas feministas podem potencializar discussões filosóficas na Educação Matemática.

Deste modo, produzimos este ensaio com os seguintes tópicos: “A matemática é universal e abstrata?”, “É possível se tornar mulher?”, “Exemplos “matemáticos” exemplares” e “Um terreno para produção de uma Educação Matemática Feminista”. Nas duas primeiras seções, trazemos uma discussão que desdobra as perguntas as quais dão título a elas, ao passo que explicitamos alguns de nossos pressupostos teóricos, como o Modelo dos Campos Semânticos (LINS; 1999, 2012), discussões sobre colonialidades (MIGNOLO, 2017; QUIJANO, 2005), e problematizações sobre os conceitos de sexo e gênero (BUTLER, 2003). Em seguida, na terceira seção, apresentamos um exemplo que julgamos ilustrar algumas das discussões trazidas por nós nas duas primeiras seções, e finalizamos o ensaio inventando algumas possibilidades para uma Filosofia da Educação Matemática Feminista.

A matemática é universal e abstrata?

> Ninguém sabe direito quem descobriu o Teorema de Pitágoras, mas ele era conhecido na Mesopotâmia, 1800 a. C.; e foi “redescoberto” e tornado famoso pelo próprio Pitágoras, que era grego, mil anos depois. O teorema diz que, em um triângulo com um ângulo reto, o quadrado da hipotenusa (o lado maior) é igual à

> soma dos quadrados dos catetos (os lados menores). Isso não é mesopotâmio, não é grego, não é francês, não africano: isso é matemática. *O conhecimento matemático, por essência, é universal e abstrato*, o que não quer dizer que ele não seja utilizado em um contexto cultural. O teorema funcionava na Mesopotâmia do mesmo jeito que funciona no Rio de Janeiro de 2021. (VIANA, 2021)

Este excerto foi retirado da entrevista de Marcelo Viana, diretor geral do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), ao jornal Gazeta do Povo, com o seguinte título: *Marcelo Viana: "Não faz sentido falar em 'desconstrução' da matemática"*. Na entrevista, ele afirmou categoricamente que o conhecimento matemático é, *por essência, universal e abstrato* e, portanto, *desconstruir a matemática é uma expressão completamente sem sentido*. (VIANA, 2021)

Diante dessas colocações de Marcelo Viana, seria possível perguntar (em uma direção de provocação): o que é a matemática sem o contexto no qual ela está inserida? Que argumentos sustentam a afirmação de que o Teorema de Pitágoras funcionava na Mesopotâmia do mesmo jeito que funciona no Rio de Janeiro de 2021? Em quais espaços é possível falar de uma matemática neutra e universal.

No campo da Filosofia da Educação Matemática, Romulo Lins (1999) apresenta importantes reflexões contrárias às de que a matemática é universal, oferecendo uma discussão epistemológica da noção de conhecimento na qual a justificação e o critério de verdade se aglutinam em sua própria enunciação. Lins escreve sobre a suposta universalidade de "2+3=5".

> Quando alguém diz que é óbvio que "2+3=5" é um fato universal, ela pode estar dizendo duas coisas. A primeira, e que parece ser o significado produzido quase sempre, é que é falso que 2+3 é diferente de 5, e já que isto é falso sua negação é verdadeira. Mas há uma terceira possibilidade, a de quem nem 2+3=5 nem 2 + 3 é diferente de 5 possam ser enunciados. [...]. Mas se no caso de 2+3=5 há, evidentemente, uma demonstração construtiva, como podemos dizer que esta proposição não seja universal? A resposta é que, assim como os intuicionistas podiam deixá-la em suspensão pela falta de demonstração construtiva, outros podem deixá-la em suspensão por outros motivos, por exemplo, porque estamos falando de uma cultura na qual não se quantifica acima de três, a não ser como muitos. (p. 83)

Se trocarmos a equação de "2+3=5" pelo enunciado do teorema de Pitágoras descrito acima, concluímos que uma possível justificação para a afirmação de Marcelo poderia ser a de que é falso afirmar que em um triângulo, com um ângulo reto, o quadrado da hipotenusa (o lado maior) é igual à soma dos quadrados dos catetos (os lados menores), e, como isso é falso, sua negação é verdadeira. No entanto, há uma terceira possibilidade: a de que nem a afirmação nem a negação do Teorema de Pitágoras possa ser enunciada. Por exemplo, em uma cultura na qual não faz sentido falar em figuras planas.

Ainda,

> É possível argumentar, é claro, que se as pessoas que vivem nesta cultura soubessem o que é 2, 3, + e 5, elas concordariam comigo, e esta seria um segundo modo de entender a suposta universalidade de 2+3=5, mas esse é um argumento vazio, pois se elas acreditassem que 2 é o que digo ser, e 3 e assim por diante, a legitimidade destes significados já estaria garantida e, acima de tudo, aquela cultura não seria o que é. Penso que há algo de extremamente revelador aqui: não admitir o *não dizer* como alternativa tanto a uma proposição quanto à sua negação, é praticar a política da caracterização do outro pela falta: se você não diz o (que eu já sei que é) correto é porque ainda não é capaz de entender (seja porque falta conteúdo, seja porque falta desenvolvimento intelectual). (LINS, 1999, p.84)

O Modelo dos Campos Semânticos, teorização cujas ideias foram brevemente apresentadas por Lins na obra que mencionamos anteriormente, e que está presente em nossa pesquisa, caracteriza a noção de conhecimento como "[...] uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autorizando a dizer o que diz". (LINS, 2012, p. 12)

Acreditamos que essa caracterização de conhecimento é interessante na medida em que "o que dizemos não é apenas o que afirmamos (porque acreditamos), mas também é aquilo que nos permite dizer o que dizemos [...]" (LINS, 1999, p. 84). Isso implica diretamente que todo conhecimento tem um sujeito, ou seja, aquela ou aquele que enuncia.

Tomando este ensejo, uma problemática a ser produzida junto a essa caracterização de conhecimento, de acordo com o Modelo dos Campos Semânticos, seria esboçar a possibilidade de se pensar como um corpo que se performa em um estereótipo feminino produz, ou é produzido, em termos de certas especificidades.

Trata-se de colocar uma consideração a mais junto às discussões de Lins, que em nossa leitura, pouco se movimentou em discussões feministas. Um processo de produção de significados e conhecimentos de um corpo que se performa mulher na licenciatura em matemática é implicado em estratégias políticas, matemáticas e éticas, estruturadas por meio de violências?

A entrevista de Viana pode ser problematizada de diferentes espaços políticos, sendo que nossa argumentação é feita do ponto de vista de uma discussão feminista. Admitir que a matemática (já a tomando) é única, neutra e universal, implica também em admitir que grande parte da narrativa da modernidade, do desenvolvimento e progresso do ser humano, desconsiderou, excluiu e segregou a mulher enquanto uma humana que se produz e é produzida em certas especificidades.

A Matemática - em termos da Matemática do Matemático - foi uma das ciências que contribuiu para a implementação da modernidade que implica em um processo de colonialidade, termo criado pelo sociólogo Anibal Quijano para designar outras formas de colonização, que extrapolam a colonização territorial advinda do colonialismo (MIGNOLO, 2017).

Vale destacar que um dos eixos fundamentais do padrão de poder da modernidade, o capitalismo moderno/colonial e eurocêntrico, é a criação da ideia de raça, e a classificação da população mundial segundo esta ideia que, embora seja um constructo social, vem sendo atribuída às estruturas biológicas que "naturalmente" colocam alguns em situação de inferioridade (subalternos) frente a outros. Este atual padrão de poder mundial, que pode ser considerado global, vem se mostrando eficaz, pois,

> [...] dele passou a depender outro igualmente universal, no entanto mais antigo, o intersexual ou de gênero: os povos conquistados e dominados foram postos numa situação natural de inferioridade, e conseqüentemente também seus traços fenotípicos, bem como suas descobertas mentais e culturais. Desse modo, raça converteu-se no primeiro critério fundamental para a distribuição da população mundial nos níveis, lugares e papéis na estrutura de poder da nova sociedade. Em outras palavras, no modo básico de classificação social universal da população mundial. (QUIJANO, 2005, p. 118)

Logo, em movimentos coloniais há processos de exclusão, dominação, de povos e etnias, como por exemplo, grande parte de povos africanos e de comunidades indígenas em grande parte das Américas. A mulher, neste processo, praticamente inexiste, não como uma sombra nem mesmo um objeto inferior à ideia de homem.

O patriarcado, o qual se estabelece como uma rede de relações sociais em que homens - que inicialmente vinculados à ideia de um pai, ou da figura de um patriarca - exercem controle sobre mulheres e crianças -, se alinha a essa ideia de matemática, ou qualquer outra prática humana de produção de conhecimento científico. Deste modo, como parte de nossas provocações deste ensaio, perguntamo-nos se (e como) podem as matemáticas produzirem e/ou fazerem manutenção de processos de violência contra viventes (de maneira mais ampla) em nossa sociedade contemporânea? A Matemática é machista? Como? A matemática é colonial? De que modo? Como essas, entre outras questões, se desdobram em uma discussão feminista da matemática?

É possível se tornar mulher?

> Ninguém nasce mulher, torna-se mulher.
> Simone de Beauvoir

Quando adentramos no campo dos estudos feministas, um dos nomes mais famosos é o de Simone de Beauvoir, assim como a frase epígrafe desta seção, que tem grande influência em campos de conhecimentos que atravessam e são atravessados por essas discussões.

Um ponto que gostaríamos de destacar é um pressuposto de que naquela época (e infelizmente isso ainda está presente) as mulheres ainda não tinham dispositivos, vetores, possibilidades e estratégias para construir uma humanidade feminina (se ver em um humanoide mulher). Ou, em outras palavras, ser mulher significava (e ainda significa) não ser totalmente humano, categoria que, como bem nos mostra o gênero masculino imposto pelas estruturas de nossa língua portuguesa, é exclusiva aos homens.

Em 1949, data da publicação do livro de Beauvoir, a autora produz importantes discussões a respeito das estratégias políticas, econômicas e culturais que fabricavam corpos e horizontes de possibilidades para uma produção da categoria mulher. Sob um binarismo sexo versus gênero, Beauvoir ainda argumenta que o sexo é uma categoria dada, algo da natureza, concebido *a priori*, e que o gênero seria uma categoria a ser construída em afetos e atravessamentos de espaços políticos, filosóficos, éticos, culturais, daí a expressão "tornar-se mulher" utilizada em sua célebre frase.

O que nos chama atenção nessa discussão é problematizar, por um lado, o fato de que livros de matemática, bem como, atitudes de professores e professoras de matemática em salas de aula de diferentes níveis escolares, também produzem estratégias nas quais ditam como corpos que se performam em mulheres podem, ou não, tornar-se mulheres matemáticas, ou cientistas, por exemplo. A figura a seguir explicita tais fatos de forma sintomática. O registro fotográfico é do primeiro Conselho Deliberativo do CNPq, em 1951. Do lado direito da foto é possível ver a única mulher na foto, sentada ao fundo. Todos os homens estão à frente. A mulher, que parece destoar dos demais, é Diamantina Ferreira Da Cunha, assistente do Presidente do CNPq.

Por outro lado, mesmo Beauvoir explicitando sua máxima do tornar-se mulher, o que para aquela época se constituiu como um pensamento revolucionário, seu argumento é produzido em torno de um binarismo: sexo versus gênero.

Figura 1: Foto histórica do primeiro Conselho Deliberativo do CNPq (1951)

Fonte: http://centrodememoria.cnpq.br/primeira-reuniao.html

A matemática escolar, ou mesmo matemáticas no plural, são repletas de binarismos, por exemplo, igual/diferente, maior/menor, diretamente/inversamente proporcional, entre outros, os quais podem produzir ou fazer a manutenção de binarismo e dicotomias que atravessam grande parte dos atos de violências e de exclusão de corpos que se performam sob a categoria do feminino. Um binarismo central nessa discussão seria homem versus mulher. De acordo com Homem e Calligaris (2019), "As categorias "homem" e "mulher" só conseguem existir no âmbito das palavras, do simbólico, e não na realidade vasta e complexa da natureza e muito menos na realidade mais vasta e mais complexa das relações humanas concretas" (p. 11)

Não é possível, em nossos argumentos, tornar-se mulher, mas sim tornar-se, fabricar-se, movimentar-se em algum corpo humano com algumas características e orientações de como relacionar-se com outros corpos humanos.

Judith Butler, uma filósofa estadunidense, apresenta uma discussão na qual o sexo não é tomado como uma categoria *a priori*, mas sim como um ato performático de normas institucionalizadas. Para a autora,

> [...] a performatividade deve ser entendida não como um "ato" singular ou deliberado, mas como uma prática reiterativa e citacional por meio da qual o discurso produz os efeitos daquilo que nomeia. [...] as normas regulatórias do "sexo" trabalham de forma performativa para constituir a materialidade dos corpos e, mais especificamente, para materializar o sexo do corpo, para materializar a diferença sexual a serviço da consolidação do imperativo heterossexual (BUTLER, 2020, p. 16)

Além disso, a autora argumenta que o sexo não limita o gênero, mas que o sexo é gênero desde sempre, e que ambos são performatividades, ou seja, ações incessantes e repetidas de algum tipo.

> Se o sexo não limita o gênero, então talvez hajam gêneros, maneiras de interpretar culturalmente o corpo sexuado, que não são de forma alguma limitados pela

> aparente dualidade do sexo. Se o gênero é algo que a pessoa se torna - mas nunca pode ser -, então o próprio gênero é uma espécie de devir ou atividade, e não deve ser concebido como substantivo, como coisa substantiva ou marcador culturalmente estático, mas antes como uma ação incessante e repetida de algum tipo. (BUTLER, 2003, p. 195)

> Somos obrigados, em nossos corpos e em nossas mentes, a corresponder, traço por traço, à ideia de natureza que foi estabelecida para nós[...] ‘homens’ e ‘mulheres’ são categorias políticas, e não fatos naturais (BUTLER, 2003, p. 201)

À primeira vista, pode parecer estranha a ideia de que a existência de homens e mulheres não é um fato natural. No entanto, uma das discussões apresentada pela autora para argumentar nesse sentido, é de que a atual categorização biológica em termos de sexo é feita na percepção da ausência ou presença do órgão reprodutor masculino no bebê. Até mesmo a categorização cromossômica é feita identificando a presença ou ausência do cromossomo Y nos cromossomos sexuais do bebê (se possui o cromossomo Y o bebê é caracterizado como homem, se não possui, é categorizado como mulher). (BUTLER, 2003)

Pensar o sexo/gênero dessa maneira é uma chamada para uma mudança onto-epistemológica, já que implica criar “categorias ressignificáveis e expansíveis que resistem tanto ao binário como às restrições gramaticais substantivadoras [...]” (BUTLER, 2003, p. 195).

Nossas provocações, com essa discussão, nos levam a problematizar como uma matemática binária produz processos de violência a partir de suas estruturas dicotômicas? Como seria uma matemática não binária? Como limitações ou mesmo a impossibilidade desta pergunta podem produzir outros afetos e potências em espaços formativos de professores de matemática? Que outras narrativas naturalizadas ainda não foram problematizadas?

Exemplo “matemático” exemplar

Com intuito de ilustrar o que fora discutido nas seções anteriores, trazemos um exemplo que consideramos exemplar no que diz respeito a como a matemática também é produzida e produz processos de violências e exclusões.

O exercício na Figura 2 é uma atividade de “matemática” proposta para crianças de 8 e 9 anos, estudantes de uma escola da rede privada em Campo Grande-MS.

Figura 2: Exercício de operações e organização em tabela

3. As crianças dos terceiros anos participaram de uma pesquisa sobre as frutas que mais gostam e fizeram uma lista.

Em seguida, a professora pediu para os alunos escreverem as informações em uma tabela. Vamos ajudá-los a completar.

FRUTAS	TOTAL
Uva	= 50
Banana	= 40
Melância	= 25
Abacaxi	= 10

Frutas	Meninas	Meninos	total
MELANCIA		12	
ABACAXI	7		10
UVA	20	30	
BANANA		20	40

Fonte: acervo pessoal.

Em nossa leitura, percebemos que neste simples exercício, aparentemente sem nenhum tipo de preconceito, há um processo de constituir identidades binárias - homem e mulher - e singelamente apagar outras possibilidades. Há um processo velado de binarização estabelecido em um problema matemático. Ao fixar meninas e meninos como categoria de análise, está se admitindo que no mundo apenas existem meninos e meninas.

Essa situação nos leva ao seguinte paradoxo: De um lado, a importância política de constituição de identidades (nesse caso, de homens e mulheres), uma vez que desse modo conseguimos lutar por mais representatividade de uma classe que foi historicamente subjugada frente a outra. Falando mais diretamente, as mulheres, ou a categoria mulher, precisam primeiro existir para que suas reivindicações sejam ouvidas. (BUTLER, 2003). Algumas dessas reivindicações passam por salários mais igualitários, valorização de trabalhos que (propositadamente ou não) não são remunerados e são vistos como femininos (maternidade, serviços domésticos, de cuidado, dentre outros), questões linguísticas (no português enfrentamos alguns problemas por se tratar de uma língua binária), etc. Do outro lado do paradoxo está a implicação de que, ao se fixar uma identidade, estamos deixando de fora sujeitos, e com isso promovendo novos processos de exclusão. O que alguns movimentos feministas têm feito é lutar por uma expansão dos atributos que balizam essas identidades, no entanto ainda há características mínimas que precisam ser atendidas para que os próprios sujeitos possam reivindicar essa expansão, o que retroalimenta o paradoxo. (BUTLER, 2003)

Nesse sentido, o livro "Relações de gênero, Educação Matemática e discurso" (SOUZA; FONSECA, 2010) dedica um capítulo discutindo uma questão identitária que consideramos urgente, embora não esteja no escopo dos nossos estudos, qual seja, como uma superioridade masculina para a matemática é construída, também, na e pela escola. Segundo as autoras,

> Confissões de "embaraçamentos" e anúncio de "desenvolturas" remetem a modos de "ser mulher" e de "ser homem" em nossa sociedade. Tais "embaraçamentos" e "desenvolturas" são divulgados na mídia, comparecem em múltiplas práticas de mulheres e homens, tornam-se motivo de anedotas, são conversas de bar, estão em parachoques de caminhões, na literatura de cordel, nas novelas de televisão, na internet, nas peças publicitárias... e na escola! Enfim, a "razão" (à qual "a Matemática" estaria ligada) é proclamada em prosa e verso como masculina; e a desrazão (que se desvincula e se afasta da "Matemática") é caracterizada como feminina. (SOUZA; FONSECA, 2010, p. 14).

Entendemos que lutar por representação é um termo operacional no seio de um processo político que busca estender visibilidade e legitimidade às mulheres como sujeitos políticos. A representação é a função normativa de uma linguagem que se revelaria ou distorceria o que é tido como verdadeiro sobre a categoria das "mulheres".

Quando olhamos novamente para a Figura 2, vemos a exemplificação desse argumento: é importante que falemos da categoria de mulheres, principalmente em situações em que precisamos garantir seus direitos, mas em um exercício matemático cujo objetivo nos parece ser operações e organização de dados em tabela, utilizar homens e mulheres como categoria de análise para esses dados, nos parece alimentar a ideia de que homens e mulheres são naturalmente diferentes, até mesmo para escolher uma fruta de sua preferência.

Não podemos deixar de mencionar que por trás dessa política de representação/identificação está um desejo psicanalítico pela manutenção dessas estruturas. Vale lembrar que a busca pela identidade não é característica inerente do ser humano, mas, pelo contrário, são 'normas de inteligibilidade socialmente instituídas e mantidas' (BUTLER, 2013, p. 43) para a própria manutenção da concepção de identidade.

Sendo assim, nos perguntamos: é possível educações matemáticas sem sujeito? E se considerarmos o feminismo como uma estratégia política para se constituir outras salas de aula de matemática, em que a ideia de identidade seja deslocada do centro do processo educacional? Talvez a invenção seja uma possibilidade.

Um terreno para produção de uma Educação Matemática Feminista

Primeiramente, não se trata de construir uma escola de pesquisa ou uma teoria em meio às discussões da Educação Matemática, como por exemplo, Educação Matemática Crítica. Tão menos, de compartimentalizar os estudos feministas entre aqueles que estudam feminismo e suas relações com educação matemática, como acontece com o grupo de Educação Matemática Inclusiva. Em nossa visão, se trata de uma possibilidade de produzir terreno, espaço, práticas materiais-discursivas nas quais hierarquização, binarismos, patriarcado, exclusão/inclusão poderiam ser problematizações em uma Educação Matemática.

Por um lado, pensamos ser ainda necessária a ideia de representação para, por enquanto, lidar com exercícios matemáticos que provocam violências de mulheres e/ou homens. Por outro lado, pensamos que é necessário produzir novos conceitos para além desse binarismo, incluindo conceitos matemáticos. Esses conceitos podem ser produzidos em sala de aula, por professores, mas também por estudantes se essas questões e preocupações forem problematizadas com eles.

Nesse sentido, nos parece potente o uso do exercício contido na Figura 2 para disparar uma discussão em sala de aula sobre a necessidade de dividir a tabela em meninos e meninas. Perguntas poderiam ser feitas para as crianças sobre o acréscimo de outras colunas na tabela. E esse exercício poderia ser igualmente trazido para um curso de formação de professores para discutir sobre como alguns exercícios enfatizam algumas divisões normativas da linguagem, que escondem processos que produzem diferenciações entre homens e mulheres.

Outra possibilidade é usar como colunas da tabela da figura 2, ao invés das categorias de ‘homem’ e ‘mulheres’ apresentadas, as categorias ‘humanos, não-humanos e outros’. O que as crianças responderiam? Existe diferença entre essas três colunas? Quem são os outros? É possível trabalhar isso com crianças de 8 e 9 anos? Por que não?

Talvez, essas possibilidades e perguntas tecidas no parágrafo anterior, assim como as que foram feitas ao longo deste ensaio, possam ser entendidas como direções que proclamam invenções. Ou, ainda, como invenções que abrem as portas para reivindicações de um mundo que se estruture a partir dessas outras categorias. A matemática, nesse mundo, também poderia ser outra.

Sendo assim, operar com discussões entre o feminismo e contradições e invenções e educações matemáticas pode ser uma estratégia política para afetar as relações entre humanos, não-humanos e outros em nossa sociedade contemporânea, como as possibilidades acima apresentadas.

Não se trata de investigar e explicitar apenas o uso da matemática em situações que possam produzir violências do patriarcado, nossa discussão se insere em uma problemática de certos modos de se pensar e de se naturalizar a matemática em processos que possam contribuir para perpetuar neutralidade, universalidade, conceitos abstratos, exemplos particulares que podem produzir processos de violências. Não se trata de uma discussão feminista em torno da mulher, mas de uma discussão feminista em que violências acontecem.

Não há uma matemática e um uso que se faz dela, mas há a cada momento que uma forma de linguagem acontece, dentro de uma estrutura que é patriarcal excludente. Matemática estruturada dentro desse projeto da abstração/neutralidade.

Em nossas discussões não há possibilidade de se ter uma produção matemática sem ter alguém que a produza. Este é um argumento central deste ensaio. Deste modo, sempre que problematizamos matemáticas, estamos problematizando humanos ou grupos de humanos que produzem, implementam ou fazem uso de alguma matemática. Neste sentido são nesses espaços, tempos, matérias que essas matemáticas são produzidas, e com isso humanos também se produzem, e que processos de violência podem emergir e constituir estratégias de apagamento, de hierarquização, de classificação e de exclusão.

Referências

BUTLER, J. **Problemas de gênero**: feminismo e subversão da identidade. Tradução de Renato Aguiar. Rio de janeiro: Civilização Brasileira, 2003.

HAIDER, A. **Armadilha da identidade**. Veneta, 2019.

HARAWAY, D. Saberes localizados: a questão da ciência para o feminismo e o privilégio da perspectiva parcial. **Cadernos pagu**, n. 5, p. 7-41, 1995.

HARAWAY, D. Manifesto ciborgue. **Antropologia do ciborgue.** Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

HOLLANDA, H. H. O. B. (Ed.). **Pensamento feminista: conceitos fundamentais**. Bazar do Tempo, 2019.

HOMEM, M., CALLIGARIS, C. **Coisa de menina?** Uma conversa sobre gênero, sexualidade, maternidade e feminismo. Brasil: Papirus Editora, 2019.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, p. 75-94, 1999.

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Editora UNESP, p. 11-30, 2012.

LOURO, G. L. Gênero, história e educação: construção e desconstrução. **Educação & realidade**, v. 20, n. 2, 1995.

MIGNOLO, W. D. Colonialidade o lado mais escuro da modernidade. **Revista Brasileira de Ciências Sociais**. v.32. n.94. p.1-18. jun. 2017.

QUIJANO, A. Colonialidade do poder, eurocentrismo e América Latina. In LANDER, E. (Org.). **A colonialidade do saber: eurocentrismo e ciências sociais. Perspectivas latino-americanas**. Buenos Aires: CLACSO- Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales, p.117-142, 2005.

SOUZA, M. C. R. F., FONSECA, M. C. F. R. **Relações de gênero, Educação Matemática e discurso**: enunciados sobre mulheres, homens e matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

VIANA, B. L. N. Feminismo e Educação Matemática: traçando possibilidades . **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 10, n. 3, p. 70-83, 1 set. 2020.

VIANA, M. **Marcelo Viana: "Não faz sentido falar em 'desconstrução' da matemática"**. Responsável pela produção: Tomás Rangel. Disponível em: https://impa.br/noticias/a-gazeta-do-povo-viana-questiona-descolonizacao-da-matematica/?utm_source=postlink&utm_medium=facebook&fbclid=IwAR0Z6Mersf03WZLXLHcvyTEH6Y_rnbJLcRvXroyPXMg87CESTIGEiHWpWJ4 .Acesso em: 01 de junho de 2021.

O Campo Fenomenal das Licenciaturas: tematizando o aprender-ensinar-matemática

The Phenomenal Field of Undergraduate Education: thematizing learning-teaching-mathematics

Lidiane Conceição Monferino Mancini
Universidade Federal do Paraná
lidiane.monferino@gmail.com

Luciane Ferreira Mocrosky
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
mocrosky@gmail.com

Resumo

Neste artigo expomos aspectos de uma pesquisa maior – tese em andamento - que tem como interrogação norteadora "O que as ações de aprender-ensinar do futuro professor revelam sobre o movimento formativo na Licenciatura em Matemática?". Essa interrogação pergunta, dentre outras coisas, pelo que tem sido tematizado em pesquisas brasileiras quando se fala da formação inicial de professores que se constituem docentes no movimento de aprender-ensinar Matemática. Para expor essa inquirição, apresentamos o percurso metodológico feito para a revisão sistemática do tema em que objetivamos investigar o fenômeno aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática, buscando pelo que tem se revelado em pesquisas nacionais. Esse percurso foi efetivado numa orientação fenomenológica. Concluímos que o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática é compreendido, em linhas gerais, como ações (intencionais) que envolvem o desejo/motivação como o que move a pessoa em formação a buscar aprender para melhor ensinar. Para isso, a o futuro docente busca conhecimentos (matemáticos e tecnológicos) para se aprimorar profissional e pessoalmente, apropria-se pedagogicamente de instrumentos/ferramentas, mobiliza conhecimentos, interage com os pares e toma postura de modo mais ativo, crítico e reflexivo.

Palavras-chave: Licenciatura em Matemática; movimento formativo; aprender-ensinar; constituição da docência.

Abstract

In this article we expose aspects of a larger research - thesis in progress - which has as its guiding question "What do the actions of learning-teaching of future teachers reveal about the formative movement in the Mathematics Undergraduate?". This question asks, among other things, what has been discussed in Brazilian research about the initial formation of teachers who become teachers in the movement of learning-to-teach Mathematics. In order to expose this inquiry, we present the methodological path taken for the systematic review of the theme in which we aimed to investigate the phenomenon of learning-to-teach-in-the-business-of-mathematics, searching for what has been revealed in national research. This path was carried out in a phenomenological orientation. We conclude that learning-to-teach-in-the-business-in-mathematics is understood, in general terms, as (intentional) actions that involve desire/motivation as what moves the person in formation to seek to learn in order to better teach. To this end, the future teacher seeks knowledge (mathematical and technological) to improve him/herself professionally and personally, pedagogically appropriates instruments/tools, mobilizes knowledge, interacts with peers and takes a more active, critical and reflective stance.

Keywords: Mathematics undergraduate; formative movement; learning-to-teach; constitution of teaching.

Introdução

No horizonte da interrogação orientadora da pesquisa de doutorado da primeira autora, buscamos compreender o que as ações de aprender-ensinar do futuro professor revelam sobre o movimento formativo na Licenciatura em Matemática. E, por que no horizonte da interrogação orientadora? Porque é ela que indica para onde o olhar se dirige; olhar esse atento e rigoroso que foca o fenômeno em seus múltiplos modos de aparecer, dando-se a conhecer. Interrogação que indaga pelo "o que" do fenômeno, expressando a perplexidade do pesquisador, pois perguntar pelo "o que" diz do olhar direcionado aos aspectos ontológicos do fenômeno investigado, aspectos estes estruturantes (BICUDO, 2011).

A interrogação "O que as ações de aprender-ensinar do futuro professor revelam sobre o movimento formativo na Licenciatura em Matemática?" pergunta, entre outros aspectos, pelo que tem sido tematizado em pesquisas brasileiras quando se fala da constituição da docência na formação inicial de professores. Portanto, fala de acadêmicos lançados no movimento de aprender-ensinar-matemática.

O perguntado e exposto neste texto foi investigado numa abordagem fenomenológica, postura investigativa que assumimos ao deixar que o fenômeno aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática se mostrasse, solicitando interpretação cuidadosa de quem o interroga. Investigação realizada à luz de duas questões que serviram de guia: uma para o levantamento de estudos que tematizaram as ações de aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática e, outra, para a leitura e análise dos textos selecionados.

Esses questionamentos exigiram a ida às produções dos pesquisadores já graduados (teses/dissertações) que deram destaque às ações de aprender-ensinar como fios condutores da docência e, também, ao que tem sido tematizado por futuros professores (trabalhos de conclusão de curso), no encontro formador-formando (professor-aluno).

Cabe o esclarecimento de alguns termos. Como estamos assumindo o léxico "ação" para falarmos de ações de aprender-ensinar? Conforme destaca Abbagnano (2007, p. 19), ação é um "termo de significação generalíssimo que denota qualquer operação, considerada sob o aspecto do termo a partir do qual a operação tem início ou iniciativa". Termo polissêmico que teve em Aristóteles a primeira tentativa de especificação, direcionando o termo às operações humanas. Já na filosofia aristotélico-tomista encontramos a distinção em dois tipos de ação: ação transitiva, que é realizada pelo agente sobre a matéria externa (exemplo: queimar, serrar etc.) e ação imanente, que permanece no próprio agente (ex.: sentir, entender, querer etc.). Ação transitiva sendo o produzir ou fazer. Ação imanente como a que se consuma no interior do sujeito operante.

Ao nos demorarmos sobre o termo ação (de aprender-ensinar), e transportando-o para a nossa temática, assumimos ação como intencionalidade. Ação como movimento intencional do futuro professor que reflete sobre o aprender-ensinar (ação imanente) e na ação de aprender-ensinar (ação transitiva).

Como entendemos o léxico formação? A palavra formação vem de forma. Forma essa que penetra a matéria e que vai a ajudando cada vez mais a se atualizar para atingir aquilo que está na estrutura de seu ser. Essa forma, portanto, não está pronta, ela é em potência e, por isso, precisa ser envolvida para o desenvolvimento. A formação, deste modo, é a atualização cada vez mais completa da forma, processo esse que acontece de dentro para fora, segundo a característica da própria espécie da matéria. Deste modo, entendemos esse termo como a configuração que a personalidade humana assume frente a influências de múltiplas forças formadoras, visto que “[...] o material que se tem que formar é a disposição corporal e anímica que o ser humano carrega consigo ao mundo, assim como os elementos que têm de ser continuamente recebidos do exterior, e incorporados ao organismo” (STEIN, 2003, p. 197).

Tendo explicitado as questões que nortearão as nossas reflexões e o entendimento que temos de ação e formação, passamos a expor o modo como nos organizamos para a revisão sistemática e constituição do estado do conhecimento[1] que apresentamos.

O estado do conhecimento: tematizações sobre o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática

O volver do olhar que anunciamos é de orientação fenomenológica, pois, sobre ele – o campo fenomenal da Licenciatura em Matemática -, lançamos olhares de modo a

[1] De acordo com Romanowski; Ens (2006), há diferenciação entre “estado da arte” e “estado do conhecimento” e o que os diferencia é que o primeiro abrange toda uma área do conhecimento, nos diferentes aspectos que geraram produções e, o segundo, aborda apenas um setor de publicações sobre o tema estudado. Mediante esse conhecimento, adotamos para o movimento anunciado a expressão “estado do conhecimento”, visto que abarcamos estudos de Dissertações/Teses e, na sequência, trabalhos de conclusão de curso, evidenciando, dessa forma, que não incluímos todas as produções de pesquisadores (não foram inclusos artigos científicos).

desvelá-lo enquanto mundo de nossa atenção. Mundo que está aí, em acontecimentos, estando nós atentos ou não a ele. Podemos dizer que o mundo está à disposição, enquanto mundo natural no qual estamos imersos e sobre o qual podemos nos orientar de forma natural (fundo para minha consciência de ato) ou de modo fenomenológico (como o fizemos), pois

> O mundo que agora está à minha disposição, e manifestadamente em todo agora em que eu estiver desperto, tem um horizonte temporal infinito, tanto numa direção como noutra, tem seu passado e seu futuro conhecidos e desconhecidos, imediatamente vivos e sem vida. [...]. Posso variar meu ponto de vista no espaço e tempo, direcionar o olhar para aqui ou para lá, temporalmente para frente e para trás, posso me proporcionar sempre novas percepções e presentificações mais ou menos claras e ricas em conteúdo, ou ainda imagens mais e menos claras, nas quais torno intuitivo para mim o que é possível e conjecturável nas formas firmemente estabelecidas do mundo espaço-temporal (Husserl, 2006, p. 74).

O mundo sobre o qual estes – pesquisadores graduados e futuros professores - lançaram raios de luz e investigaram sob o olhar clarificador da atenção para compreendê-lo também é o mundo no qual estamos direcionando nossa atenção, visto que

> [...] na consciência desperta eu sempre me encontro referido a um único e mesmo mundo, sem jamais poder modificar isso, embora este mundo varie em seu conteúdo. Ele continua sempre a estar ‘disponível’ para mim, e eu mesmo sou membro dele. Este mundo, além disso, não está disponível aí como um mero mundo de coisas, mas em igual imediatez, como mundo de valores, como mundo de bens, como mundo prático. Descubro, sem maiores dificuldades, que as coisas a minha frente estão dotadas tanto de propriedades materiais como de caracteres de valor, eu as acho belas ou feias, prazerosas ou desprezíveis, agradáveis ou desagradáveis etc. (HUSSERL, 2006, p. 75).

Deste modo, pensamos que o levantamento e análise de estudos realizados por pesquisadores já graduados e graduandos sobre o fenômeno aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática tem o potencial de contribuir, também, para a nossa compreensão sobre o que as ações de aprender-ensinar revelam sobre o movimento formativo na Licenciatura em Matemática. Isso porque o mundo compartilhado, foco da atenção das pessoas que se voltam a ele de forma intencional é dotado de valores que são apreendidos conscientemente de modos diferentes, em diferentes modos de apreensão e em diferentes graus de clareza.

Heidegger (1988, p. 30) traz que todo questionamento é uma procura e toda procura retira do procurado sua direção prévia. O dito por esse filósofo sustenta o que interrogamos.

a) Todo questionamento é uma procura.

O nosso questionamento, à luz da interrogação norteadora, nos moveu a investigar “O que tem sido tematizado em pesquisas brasileiras quando se fala da formação inicial de professores que se constituem docentes no movimento de aprender-ensinar-matemática?”. E como fizemos isso? Fomos às Teses/Dissertações de pesquisadores já graduados e, também, às produções (trabalho de conclusão de curso - TCC) dos licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

b) E toda procura retira do procurado sua direção prévia.

A procura ("O que tem sido tematizado em pesquisas brasileiras quando se fala da formação inicial de professores que se constituem docentes no movimento de aprender-ensinar-matemática?") retirou do procurado ("O aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática tem sido tematizado em pesquisas brasileiras?") a direção prévia para nossos estudos pós estado do conhecimento. Direção prévia porque o caminho que percorreremos não está pronto e acabado; ele irá se revelar, se mostrar à medida em que caminharmos focando o fenômeno em suas perspectivas e modos de apresentar-se, dando-se a conhecer. E qual é essa direção prévia que buscamos ao fazer a revisão sistemática? Investigar que compreensões sobre o aprender-ensinar- na-licenciatura- em-matemática têm se revelado em pesquisas nacionais.

Na sequência, expomos o movimento investigativo empreendido por nós para apresentarmos as compreensões que têm se revelado.

O aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática como tematização de pesquisadores graduados

O desvelamento do fenômeno aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática foi buscado, primeiramente, em estudos constantes no Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), especificamente em Teses/Dissertações.

Utilizamos, em linhas gerais, como estruturação dos procedimentos para a revisão de literatura, o proposto por Ramos et al. (2014), em que expõem os princípios gerais para a investigação realizada no âmbito das Ciências da Educação.

Cabe o esclarecimento acerca da escolha por Teses/Dissertações, e não também, ou ao invés, a artigos científicos: a escrita de Teses/Dissertações envolve o movimento feito somente por pesquisadores já graduados e seus pares na relação pós-graduando e professor doutor. Portanto, buscamos, ao escolher exclusivamente Teses/Dissertações, tematizações sobre as ações de aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática realizadas por pesquisadores nacionais (condição essa que garantimos na escolha da base de dados) já egressos da graduação.

Os artigos científicos, por sua vez, têm a característica de poder abranger estudos nacionais e internacionais e envolver também os futuros professores – claro que em colaboração com pós-graduados doutores pela exigência dos periódicos -, cuja compreensão foi buscada em outro momento, no acesso aos trabalhos de conclusão de curso em que intencionamos ressaltar a relação formador-formando na formação inicial.

Iniciamos a investigação pelo Portal de Periódicos da CAPES com a equação de pesquisa: no título e contém ("Licenciatura em Matemática"), seguido de expandir resultados e com o refino teses/dissertações. Para a nossa surpresa, a busca resultou em uma tese que versava sobre pesquisa realizada em Portugal (Repositório Científico de Acesso Aberto de Portugal). Como a nossa intencionalidade era a de investigar se as ações de aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática têm sido tematizadas nacionalmente, a tese foi descartada por não atender ao critério.

O encontrado causou-nos muito estranhamento. Para dirimir essa dúvida refizemos a busca e, novamente, identificamos que a pesquisa nacional não foi abarcada. Fomos novamente ao Portal da CAPES e buscamos não mais por assunto, e sim, por bases de pesquisas, tendo como equação: tipo (Teses e Dissertações), áreas do conhecimento (Ciências Exatas e da Terra) e buscar somente (Bases Nacionais). Encontramos 7 (sete) bases de dados (pesquisa feita no dia 11 de fevereiro de 2021), duas delas evidenciando Teses/Dissertações em âmbito nacional e envolvendo estudos da área do conhecimento matemático: a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BTDT) e Catálogo de Teses e Dissertações (CAPES).

Visitamos essas duas bases e fizemos um primeiro levantamento, pesquisando pela frequência do termo "Licenciatura em Matemática" em ambas, para que tivéssemos parâmetro sistemático para a escolha da base de pesquisa.

Após o movimento descrito, obtivemos o seguinte quantitativo: 693 (seiscentos e noventa e três) documentos na BDTD e 865 (oitocentos e sessenta e cinco) documentos na CAPES. Levando em consideração o aspecto quantitativo, selecionaríamos, para efetivar a pesquisa, a base de dados Catálogo de Teses e Dissertações (CAPES). No entanto, após visitar e explorar, em cada uma delas, os mecanismos de busca de textos, optamos pela base

"Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações" (BDTD) por dois motivos: 1º) as ferramentas de busca da BDTD possibilitaram que levantássemos estudos que falassem especificamente sobre a Licenciatura em Matemática (pois essa expressão tinha que constar no título das teses e dissertações) vinculada aos termos ensinar-aprender (que deveriam ser assunto do estudo), ou seja, propiciaram que direcionássemos a luz sobre o fenômeno aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática (na ciência de que as expressões aprender/ensinar apareceriam no assunto, mas que poderiam não ser o foco do trabalho) e 2º) além da possibilidade de utilização de termos mais específicos, permitiu que elencássemos expressões ou palavras combinadas utilizando operadores booleanos e outras possibilidades tal como o caracter curinga.

Já a base de dados Catálogo de Teses e Dissertações possibilitava o refinamento de resultados não por termos específicos ou por combinações de termos, mas, sim, por Grande Área de Conhecimento, Área de Conhecimento, Área de Avaliação, Área de concentração entre outras possibilidades e, deste modo, não favoreceu que colocássemos luz sobre o fenômeno em estudo.

Para sistematizar o movimento realizado, usamos os passos do protocolo proposto por Ramos et al. (2014)[2], pesquisa essa realizada em 12 de março de 2021. Apresentamos os passos seguidos: a) Objetivo: Investigar se o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática tem sido tematizado por pesquisadores graduados ao volverem o olhar para o campo fenomenal da formação de professores de matemática; b) Equação de pesquisa: busca por "Licenciatura em Matemática" no título e todos os termos (para retornar somente os itens que possuíssem todos os termos inseridos nos campos); adicionando o campo de busca +aprend* +ensin* no assunto, c) Âmbito da Pesquisa: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); d) Critérios de Validade Metodológica: Análise dos textos a partir das palavras-chave e resumos investigando se "É destacado como palavras-chave o aprender e ensinar matemática?" e se "O resumo evidencia que as ações de aprender-ensinar do futuro professor de Matemática foi tematizado?"; e) Critério de inclusão: Sendo positivo as duas

[2] Esses autores propõe a utilização de alguns princípios gerais para a realização de uma revisão sistemática de literatura, aplicada ao âmbito das Ciências da Educação, com embasamento em alguns estudos (HARDEN; GOUGH, 2012; LEVIN et al., 2011; REES; OLIVER, 2012; SQUIRES et al., 2011; STEWART; OLIVER, 2012). O protocolo definido consta de: objetivos, equações de pesquisa pela definição dos operadores booleanos, âmbito, critérios de inclusão, critérios de exclusão, critérios de validade metodológica, resultados e tratamento de dados.

análises (palavras-chave e resumo), considerávamos o estudo para constituir o estado do conhecimento; f) Critério de Exclusão: uma negativa dentre as duas análises (palavras-chave e resumo); g) Resultados: dentre os 20 (vinte) textos analisados, 3 (três) foram selecionados para compor o estado do conhecimento; h) Tratamento dos dados: apresentação que foi feita para compor o Apêndice da tese.

O aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática como tematização de futuros professores de Matemática

Num segundo momento, fomos às produções (trabalhos de conclusão de curso – TCC's) dos graduandos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), visando evidenciar se esses vêm tematizando o fenômeno aprender-ensinar-na-licenciatura-em matemática como fio condutor da docência.

A escolha pela UTFPR deveu-se a alguns fatores. Primeiramente, devido ao que representa historicamente, tanto no que tange ao desenvolvimento de pesquisas em Matemática, quanto ao fator de propiciar a formação de professores e pesquisadores de Matemática para a região paranaense – campus Cornélio Procópio, Curitiba, Pato Branco e Toledo. Outro fator que nos levou a essa escolha é porque a UTFPR já havia sido escolhida como campo fenomenal onde os dados da pesquisa com futuros professores seriam constituídos. Por fim, mais um motivo para a escolha, envolve a nossa intencionalidade de trazer à luz o estado do conhecimento quanto às tematizações que têm sido feitas no Paraná sobre o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática.

Assim, para ressaltar o aspecto macro da nossa pesquisa (tematização do fenômeno em nível nacional, abarcando pesquisas de pós-graduados) fomos à BDTD e, para evidenciar o aspecto micro (tematização do fenômeno em nível regional, envolvendo pesquisas de graduandos), fomos ao repositório de trabalhos de conclusão de curso da UTFPR.

Os TCC's dos licenciandos da UTFPR foram acessados pelo Repositório de Outras Coleções Abertas (ROCA). Não precisamos fazer o estudo do termo a ser utilizado - "Licenciatura em Matemática", "Formação Inicial de Professores de Matemática" ou "Curso de Formação de Professores de Matemática" -, porque já no portal da UTFPR (http://portal.utfpr.edu.br/cursos/graduacao/licenciatura/licenciatura-em-matematica) o termo empregado é Licenciatura em Matemática.

Partimos então desse termo (Licenciatura em Matemática) e seguimos os passos do protocolo exposto por Ramos et al. (2014). Apresentamos os passos seguidos: a) Objetivo: Investigar se o aprender e ensinar na Licenciatura em Matemática tem sido tematizado por futuros professores; b) Equação de pesquisa: buscar em TCC – Trabalhos de Conclusão de Curso de Graduação - por "Licenciatura em Matemática"; b1) Equação de pesquisa no primeiro filtro: assunto, contém ensino AND aprendizagem; c) Âmbito da Pesquisa: Repositório de Outras Coleções Abertas (ROCA); d) Critérios de Validade Metodológica: Análise dos textos a partir da leitura das palavras-chave (no documento) e dos resumos investigando se "É destacado como palavras-chave o aprender e ensinar Matemática?" e se "O resumo evidencia que as ações de aprender e ensinar do futuro professor de Matemática foi tematizado?"; e) Critério de inclusão: Sendo positivo as duas análises (palavras-chave e resumo), considerávamos o estudo para constituir o estado do conhecimento; f) Critério de Exclusão: uma negativa dentre as duas análises (palavras-chave e resumo); g) Resultados: dentre os 19 (dezenove) textos analisados, nenhum foi selecionado para compor o estado do conhecimento; h) Tratamento dos dados: apresentação que foi feita para compor o Apêndice da tese.

O que as pesquisas trazem sobre o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática

Havíamos dito que a nossa procura ("O que tem sido tematizado em pesquisas brasileiras quando se fala da formação inicial de professores que se constituem docentes no movimento de aprender-ensinar-matemática") retirou do procurado ("O aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática tem sido tematizado em pesquisas brasileiras?") a direção prévia. Direção prévia que nos moveu a investigar que compreensões sobre o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática têm se revelado em pesquisas nacionais.

Para expor essas compreensões, apresentamos brevemente, na sequência, os três estudos (Dissertações) selecionados. Reiteramos que foram selecionadas 3 (três) dissertações e nenhum TCC após análise sistemática das palavras-chave e resumos de 20 (vinte) dissertações e 19 (dezenove) TCC´s.

No entanto, antes dessa exposição, necessário é pontuarmos um estranhamento que teremos que discutir amplamente em nossa tese: o pouco interesse[3] dos licenciandos em tematizarem as próprias ações de aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática como fios condutores da docência. Em outras palavras, teremos que demorar no porquê das próprias ações de aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática, e a dos pares (os também futuros professores de Matemática), não serem foco de atenção dos estudantes. O constituir-se docente nas/pelas ações de aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática é tematizado por quem já é egresso da universidade, mas por que não por quem está vivenciando o movimento formativo? O que esse indicativo revela? Essas e outras questões estão sendo investigadas por nós, mas, neste artigo, não cabe trazê-las.

A D1 (dissertação 1) foi defendida no ano de 2018, na cidade de Lajeado, pela Universidade do Vale do Taquari (SOUZA, 2018). Essa pesquisa, direcionada pela pergunta: "Como os softwares *SageMath* e o *Calc* contribuem para o processo de letramento digital e aquisição de saberes matemáticos de um grupo de discentes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFBA5)?", foi quali-quantitativa, com aproximação de estudo de caso (devido ao suporte de procedimentos técnicos). A D2 (dissertação 2) foi defendida no ano de 2011, na cidade de São Paulo, pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (ANDERSEN, 2011). Essa pesquisa, direcionada pela pergunta: "Quais processos mentais intervêm e são combinados quando se insere atividades que se apoiam em figuras construídas pelo aluno tanto em folha de papel quanto pelo software *Winplot* ao se tratar da expressão $F(x) = \int_a^x f\ (t)dt$??", foi qualitativa, com o objetivo central de investigar quais processos mentais intervêm e são combinados na resolução de atividades que buscam ressaltar as ideias centrais desse teorema. A D3 (dissertação 3) foi defendida no ano de 2012, na cidade de São Cristóvão, pela Universidade Federal do Sergipe (SANTOS, 2012). Essa pesquisa, direcionada pela pergunta: "De que maneira foram estabelecidos os processos de comunicação entre aluno-aluno, aluno-tutor, aluno-PCD1, tutor-PCD1 na disciplina Cálculo Diferencial e Integral do curso de Licenciatura em Matemática do CESAD referente ao período de 2010/2?" foi qualitativa,

[3] Escolhemos dizer pouco interesse ao invés de inexistência porque mesmo tendo feito uma revisão sistemática, como já pontuamos, não podemos garantir que as próprias ações e as dos pares (outros futuros professores) não são tematizadas. Queremos dizer que EXPLICITAMENTE não percebemos esse interesse. Percebemos grande interesse em pesquisar a formação continuada de professores de Matemática.

com aproximação de estudo de caso com uma abordagem fenomenológica, com a utilização de elementos de natureza.

Vale ressaltar que nenhuma das dissertações teve como foco discutir as ações de aprender-ensinar do futuro professor de Matemática. Foi possível captarmos essas discussões diluídas nos textos dos três autores e, especificamente, nas análises dos dados constituídos com aplicação de questionários aos licenciandos em Matemática e nas intervenções em sala de aula, assim como nas considerações finais. No geral, o termo ensinar ficou associado ao formador (professor de uma disciplina da Licenciatura em Matemática) e, aprender, ficou quase exclusivamente ligado às ações do estudante da licenciatura.

O autor da D1, na análise das respostas dos licenciandos às questões do questionário de avaliação da intervenção pedagógica que aplicou ("Quando você já estiver atuando como professor de matemática você pretende utilizar softwares livres de matemática em sua prática profissional. Justifique." e "A forma como as atividades foram desenvolvidas lhe motivou a refletir e a buscar aprender sobre os conteúdos matemáticos e a própria tecnologia usada? Justifique.") ressaltou que o desejo de aperfeiçoamento (matemático e tecnológico) evidencia o entendimento que os futuros professores têm do aprender-ensinar. Entendem, segundo o dito pelo pesquisador e analisado por nós, as ações de aprender como o que move (desejo) a buscar conhecimentos (matemáticos e tecnológicos) para o aprimoramento profissional e pessoal na intencionalidade de tornar o processo de ensino e aprendizagem menos tradicional, mais envolvente e eficiente. Esse aprimoramento, mediado pelo desejo que move a, é o que possibilita o ensino "inovador", "menos tradicional", "mais envolvente" e "mais eficiente", segundo a análise do professor-pesquisador. Claro que todas as expressões colocadas entre aspas mereceriam uma ampla discussão, mas esse não é foco.

Em relação à questão 4 ("Como você avalia a influência do conjunto de ações desenvolvidas nessa pesquisa em seu processo de letramento digital?") da D1, o professor-pesquisador ressalta que os futuros professores têm "[...] o **desejo** de se tornarem atuantes no processo de ensino da matemática, mediando suas futuras aulas a partir de recursos tecnológicos digitais [...]" (SOUZA, 2018, p. 173, grifo nosso). Refletindo sobre o analisado pelo professor-pesquisador, destacamos, novamente, a palavra desejo. Desejar se tornar atuante como o que move a buscar aprender para melhor ensinar.

Ressalta, nas considerações finais de seu estudo, que as ações de aprender-ensinar envolvem apropriação pedagógica de instrumentos/ferramentas tecnológicas, a mobilização de conhecimentos para a solução de problemas pontuais de matemática, a interação, o valorizar o que já se sabe, o fazer e colocar a "mão na massa", o envolvimento afetivo, a tomada de postura mais ativa, crítica e reflexiva (SOUZA, 2018).

Na D2, especificamente nas considerações finais, Andersen (2011) analisa o contributo das quatro sessões de noventa minutos em que propôs atividades elaboradas com a intenção de levar os estudantes a conjecturarem as relações e as propriedades dos conceitos envolvidos na expressão que apresentou. Nessa exposição pudemos captar que as compreensões sobre o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática envolvem motivar-se a, a mobilizar processos de intuição, descoberta e validação, à apropriação da inter-relação entre conceitos, assim como requer ter à disposição recursos adequados para o ensino-aprendizagem.

O autor da D3 (Santos, 2012) ressalta, nas considerações finais de seu estudo, aspectos que favorecem o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática. Aponta a importância do domínio de aspectos específicos de conteúdo matemático como o que contribui para aprender-ensinar-matemática assim como o uso de recursos adequados para isso. Além desses aspectos, ressalta a importância da interação (claro que isto ficou bastante valorizado em sua pesquisa, porque o estudo era na educação a distância e a pesquisa evidenciou que faltou comunicação para além da escrita) como contributo para o processo de ensino-aprendizagem.

Considerações Finais

Neste artigo, em que expomos aspectos de uma pesquisa maior, objetivamos compreender o que as ações de aprender-ensinar do futuro professor revelam sobre o movimento formativo na Licenciatura em Matemática. Direcionamo-nos ainvestigar pelo que tem sido tematizado em pesquisas brasileiras quando se fala da formação inicial de professores que se constituem docentes no movimento de aprender-ensinar-matemática.

A análise anunciada ("Investigar que compreensões sobre o aprender-ensinar- na-licenciatura- em-matemática têm se revelado em pesquisas nacionais") foi efetivada com a leitura de três dissertações. Nelas destacamos, ao adotarmos a postura investigativa fenomenológica, compreensões sobre o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática.

Compreendemos e interpretamos, com a leitura analítica das três dissertações, que pesquisas nacionais têm revelado que o aprender-ensinar-na-licenciatura-em-matemática é, em linhas gerais, associado a ações que envolvem a autoformação para a formação do outro. Formar-se para formar o outro é assunto que, certamente, abarcaremos em nosso estudo maior visto que o que nos forma integralmente é a capacidade que temos de tomar consciência de nós mesmos (das nossas vivências) e do vivenciar alheio, pois tudo aquilo que é dado do vivenciar alheio, segundo Stein (2002, p. 82, tradução nossa), "[...] remetem a um tipo fundamental de atos nos que este vivenciar é apreendido e que agora, prescindindo de todas as tradições históricas que tem apego a palavra, designaremos como empatia".

Ações (intencionais) para formar-se e formar o outro que se revelaram no desejo dos licenciandos em aprender conteúdos matemáticos e tecnológicos para ensinar de forma mais "envolvente", "eficiente" e "inovadora. Também se revelaram na mobilização de conhecimentos para solucionar problemas, na ação de colocar "a mão na massa" e de tomarem postura mais ativa, crítica e reflexiva frente à aprendizagem e ao ensino da Matemática.

Referências

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 5ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ANDERSEN, É. **As ideias centrais do Teorema Fundamental do Cálculo mobilizadas por alunos de Licenciatura em Matemática**. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo: Parte I**. Petrópolis: Vozes, 1988.

HUSSERL, E. **Idéias para uma fenomenologia pura e para uma fenomenologia fenomenológica**. Aparecida, São Paulo: Idéias & Letras, 2006.

RAMOS, A.; M. FARIA, P.; FARIA, Á. Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, v. 14, n. 41, p. 17-36, 2014.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As Pesquisas Denominadas Do Tipo "Estado Da Arte" Em Educação. **Revista Diálogo Educacional**, v. 6, n. 19, p. 37–50, 2006.

SANTOS, M. B. **Processos de comunicação da disciplina Cálculo I do Curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância do CESAD/UFS/UAB**. 130 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2012.

SOUZA, D. O. **Letramento digital em um curso de Licenciatura em Matemática no Oeste da Bahia:** Desafios e possibilidades a partir dos softwares *Sagemath* e *Calc*. 261 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, 2018.

STEIN, E. Sobre el problema de la empatía. In: URKIZA, J.; SANCHO, J. (Org.). **Obras completas II: Escritos filosóficos (Etapa fenomenológica: 1915-1920)**. 1ª ed. Vitoria; Madrid; Burgos: Ediciones El carmen; Editorial de Espiritualidade; Editorial Monte Carmelo, 2002. p.79–202.

STEIN, E. Fundamentos de la formación de la mujer. In: URKIZA, J.; SANCHO, J. (Org.). **Obras completas IV: Escritos antropológicos y pedagógicos**. 1ª ed. Burgos: Ediciones El Carmen - Editorial de Espiritualidad - Editorial Monte Carmelho, 2003. p.195–213.

O Pensar Algébrico na BNCC: sentidos e significados que se abrem

Algebraic Thinking at BNCC: senses and meanings that open

Juliano Cavalcante Bortolete
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
juliano.bortolete@ifsp.edu.br

Vanessa de Oliveira
Universidade Estadual Paulista
vanessa.oliveira1@unesp.br

Resumo
Neste texto, focamos o modo pelo qual o pensar algébrico é concebido no texto da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), atual documento que orienta práticas educativas escolares nos país, e indagamos como o pensar algébrico nele se evidencia. Para tanto, destacaremos os aspectos concernentes ao ensino e aprendizagem da Álgebra e do pensamento algébrico no Ensino Fundamental da Educação Básica, tal como é concebido no documento. A análise realizada evidencia uma visão tecnicista indicada para sustentar as práticas de ensino e aprendizagem dessa área da Matemática. A escolha da BNCC foi motivada pela sua importância e relação com o desenvolvimento de materiais curriculares utilizados nas escolas brasileiras e, também, no desenvolvimento de políticas públicas educacionais.

Palavras-chave: Ensino da Álgebra; Pensamento Algébrico; Ensino Fundamental.

Abstract
In this text, we focus on the way in which algebraic thinking is conceived in the text of the Common National Curriculum Base (BNCC), a current document that guides school educational practices in the country, and we ask how algebraic thinking is evidenced in it. Therefore, we will highlight the aspects concerning the teaching and learning of Algebra and algebraic thinking in Elementary School of Basic Education, as conceived in the document. The analysis carried out evidences a technicist vision defined to support the teaching and learning practices in this area of Mathematics. The choice of the BNCC was motivated by its importance and relationship with the development of curriculum materials used in Brazilian schools and, also, in the development of educational public policies.

Keywords: Teaching Algebra; Algebraic Thinking; Elementary School.

Introdução

Este trabalho constitui-se como um “episódio reflexivo” com a finalidade de construir uma leitura descritiva da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) dos aspectos concernentes ao ensino e aprendizagem da Álgebra. Neste sentido, buscamos compreender como o pensamento algébrico figura na BNCC e quais são os meios apontados no documento para o desenvolvimento desse modo de pensar.

Para dar conta dessa leitura, este trabalho será dividido em duas seções. Na primeira delas, faremos uma descrição da BNCC no que diz respeito ao ensino da Matemática. Na segunda seção, discutiremos o pensamento algébrico tal como apresentado no documento.

A Base Nacional Curricular Comum: breve descrição

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi elaborada pela Secretaria da Educação Básica do Ministério da Educação em conformidade com: a Lei de Diretrizes e Bases (1996), as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica (2013) e o Plano Nacional da Educação (2014). Passou a vigorar, como documento oficial do Ministério da Educação brasileira, em 2017. Trata-se de um documento de caráter normativo, com o objetivo de organizar a Educação Básica (que compreende os ensinos Infantil, Fundamental e Médio) e que define o "conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica" (BRASIL, 2017, p. 7).

Em cada nível de escolaridade destaca-se cinco áreas do conhecimento: Linguagens, Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Ensino Religioso e Matemática (BRASIL, 2017). Para o ensino da Matemática, o documento elenca competências específicas a serem desenvolvidas pelos alunos do Ensino Fundamental, tais como:

> - Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> - Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2017, p. 267).

Considerando as diferentes possibilidades de organização do conhecimento escolar, as unidades temáticas definem, de acordo com o documento, um arranjo dos objetos de conhecimento que julga adequados às especificidades dos diferentes componentes curriculares. Cada unidade temática contempla uma gama de objetos de conhecimento, assim como para cada objeto de conhecimento, é associado um número variável de habilidades a serem desenvolvidas. No caso da Matemática, esses objetos organizam-se em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

O documento enfatiza a necessidade e importância de articular essas diferentes áreas da Matemática, expressas nas unidades temáticas, para que o estudante possa articular e relacionar o conhecimento produzido e utilizá-los em diferentes contextos:

> Por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, [a Matemática] precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas,

> figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017, p. 265).

Dentre essas áreas, interessa-nos a Álgebra, por conta disso, neste artigo direcionamo-nos para o pensamento algébrico e os modos pelos quais ele é posto e discutido na BNCC, na etapa do Ensino Fundamental, isso porque o Ensino Médio consiste no aprofundamento dos tópicos desse ciclo. Em conformidade com as orientações expressas no documento, o desenvolvimento desse modo de pensar deve ocorrer desde os anos iniciais por meio de propostas que enfatizam:

> as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase [anos iniciais], não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se 2 + 3 = 5 e 5 = 4 + 1, então 2 + 3 = 4 + 1. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?.” (BRASIL, 2017, p. 270).

No ciclo de alfabetização e letramento que compreende os três primeiros anos, o documento sugere o trabalho com a investigação de regularidades e padrões em sequências, cujos elementos podem ser variados, como números naturais e figuras geométricas, com o objetivo de propiciar a observação de regularidades e a compreensão de uma regra geral que possibilite encontrar um termo qualquer da sequência, com o intuito de desenvolver no estudante a habilidade de generalização.

Para o 4º e o 5º ano, a BNCC propõe um trabalho com ênfase na exploração das operações aritméticas, a fim de, também, estimular a investigação de regularidades como, por exemplo, múltiplos de um número natural. Além disso, propõe trabalhar as relações entre a adição e subtração, bem como a multiplicação e divisão. Sugere, ainda, para o 4º e 5º ano, a investigação do sinal de igualdade, explorando seus múltiplos significados em diferentes contextos.

Já nos anos finais do Ensino Fundamental,

> os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos (BRASIL, 2017, p. 270-271).

Para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6º ano, a BNCC propõe um trabalho com foco nos números racionais (considerando seus diferentes significados) e no sinal de igualdade. Para o 7º ano, é sugerido um trabalho voltado à análise e interpretação da relação de interdependência entre grandezas, apresentando aos alunos a linguagem algébrica e os conceitos de variável e incógnita.

O documento sugere para os 8º e 9º anos uma continuidade da proposta sobre a relação entre grandezas (aquelas diretamente, inversamente ou não proporcionais) e amplia os estudos das técnicas e resoluções de equações, agora levando em conta as de 2º grau. Há, ainda no 9º ano, a indicação do trabalho com funções, suas representações algébricas e geométricas e suas aplicações.

Considerando os modos, presentes no documento, de desenvolver o pensamento algébrico, nos questionamos: O que este pensar, tal como exposto na BNCC, está solicitando? Nossa leitura nos leva a entender que a Base Nacional Comum Curricular prioriza uma visão tecnicista e operatória sobre ele. Neste sentido, na próxima seção, explicitamos nossa argumentação que sustenta essa afirmação.

Expondo os sentidos e significados de “tecnicista e de operatória”

Nesta seção, procuramos investigar a concepção de pensamento algébrico presente na Base Nacional Comum Curricular. Para tanto, partimos do delineamento que o documento faz sobre o conhecimento matemático apontando as potencialidades e fragilidades desse delineamento que, num primeiro momento, parece ampliar o sentido da Matemática, mas em outros, parece estreitá-lo:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de

> fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (BRASIL, 2017, p. 265).

A BNCC, nas seções que regem as bases para o ensino da Matemática, reflete sobre a importância do conhecimento dessa disciplina e posiciona-se contra o senso comum. Essa é uma das potencialidades do documento. Primeiramente, quando afirma que a Matemática não se restringe "apenas à quantificação de fenômenos determinísticos", amplia os limites dessa área para além daquilo que o senso comum costuma chamar de Ciência Exata. Isso porque, admite que a Matemática "estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório" (BRASIL, 2017, p. 265). Em segundo lugar, também parece desconstruir a visão comum de que as habilidades matemáticas são a base apenas para tarefas do cotidiano, uma vez que aponta que os fenômenos com os quais essa ciência trabalha podem ser, ou não, do mundo físico. Em terceiro lugar, estabelece uma correlação entre os estudos matemáticos e o desenvolvimento da argumentação, o que sugere que o ensino da Matemática não deverá centrar-se apenas no desenvolvimento lógico dos processos de resolução de problemas, mas desenvolver habilidades para que os educandos possam validar, por meio de proposições verbais logicamente encadeadas, os caminhos percorridos para a resolução desses problemas.

Entretanto, as visões amplas deste enunciado não se refletem nas competências, habilidades e nos métodos que o documento propõe para desenvolvê-las. Isso porque, ao delinear os processos de desenvolvimento do pensar algébrico, a BNCC prioriza uma perspectiva tecnicista para fundamentar as práticas.

A argumentação que segue visa à compreensão dos sentidos e significados do tecnicismo que se revela no documento. A primeira referência específica ao pensar algébrico caracteriza-o como um tipo especial de pensamento e, para justificar essa especificidade, associa-o à ideia da utilização de modelos matemáticos:

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2017, p. 270).

Ainda nesta primeira menção ao "pensar algébrico", o documento cita generalizações e, novamente, enfatiza a resolução de problemas, sempre por meio da linguagem algébrica metonimizada, aqui, nas "equações e inequações":

> As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de

> generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (BRASIL, 2017, p. 270).

Neste primeiro momento, divisamos, na BNCC, o "pensamento algébrico" associado a duas categorias bem específicas: a representação simbólica e a organização desses símbolos por meio da linguagem algébrica, ou seja, organização que consiste em operações de procedimentos combinados, não necessariamente refletidos, para se chegar a um objetivo; e a utilização deles na resolução de problemas práticos. Isso, certamente, não está fora de questão quando se volta o olhar para o pensar algébrico, mas não corresponde à complexidade desse tipo de pensar que agrega atividades não necessariamente voltadas à prática, ou seja, ao aspecto utilitário e, portanto, tecnicista. O pensar algébrico compreende mais do que a representação simbólica e sua utilização na resolução de problemas, estes são apenas resíduos desse pensar que abarca, também, uma reflexão sobre o que é a própria Álgebra.

Entendemos, pelas citações, que além de associado diretamente ao uso de letras e outros símbolos, o pensar algébrico está relacionado, também, a uma visão algorítmica. A definição de algoritmo, por sua vez, é expressa no documento como:

> uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos (BRASIL, 2017, p. 271).

Essa visão algorítmica, processual, mostra-se pelo modo como a BNCC propõe a prática do pensar algébrico: por meio da identificação das regularidades e padrões e associação delas às leis matemáticas, com vistas a atingir o plano das representações gráficas e simbólicas, processo este ligado à resolução de problemas. Associar o pensamento algébrico de modo tão intenso a um algoritmo equivale a associá-lo excessivamente às regras e à finitude dos processos de que ele surge ou que ele suscita, vale dizer, há aqui certo caráter reducionista das possibilidades desse pensar, que assim expresso prioriza apenas uma concepção metódica, algorítmica, técnica, por assim dizer.

Desse modo, a Álgebra também aparece associada ao pensamento computacional, este concebido como a capacidade de "traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa tradução" (BRASIL, 2017, p. 271) e, além disso, associado a esse pensar “cumpre salientar a importância dos algoritmos” (p. 271). Evidencia-se aqui certa transitividade entre Álgebra, pensamento computacional e algoritmos e, portanto, uma vinculação forte entre a primeira e os aspectos processuais dos dois últimos elementos.

A algoritmização como meta, o privilégio dado ao desenvolvimento processual e à aplicabilidade na resolução de problemas certamente não compreende a totalidade do pensar algébrico. Nesse sentido, vale indagar se o desenvolvimento desse pensamento visa mesmo apenas a atender “as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações” (BRASIL, 2017, p. 527). Atender a demandas e comunicar constituem, estritamente, aspectos utilitários da Álgebra, uma instrumentalização que, embora seja importante em determinadas atividades, dificilmente expressam a totalidade do seu pensar.

Considerações

Nas seções anteriores, descrevemos como o pensamento algébrico revela-se na BNCC e os modos propostos para desenvolvê-lo nas práticas pedagógicas das aulas de Matemática. Esse pensar apresenta-se associado a processos algorítmicos, ao uso de letras e outros símbolos, assumindo, assim, uma atitude tecnicista frente ao ensino da Álgebra. Ora, isso não está equivocado, mas se contrapõe a uma visão sobre o pensamento algébrico que deveria ser primordial, que deveria comportar algo como uma busca daquilo que vai além de um desenvolvimento metódico do uso de uma linguagem. Essa visão algorítmica e processual, evidencia-se no modo como a BNCC propõe a prática do pensar algébrico: por meio da identificação das regularidades e padrões e associação delas às leis matemáticas, com o objetivo de atingir o plano das representações gráficas e simbólicas, processo este ligado à resolução de problemas.

Nesse sentido, todos os atores do processo de ensino e aprendizagem devem pensar que uma linguagem, quer algébrica, quer de outra ciência, enforma ou constitui um vir à luz da forma, do pensamento característico daquela atividade que faz dessa linguagem sua expressão. Deste modo, talvez fosse necessário, para se desprender de certa superficialidade do observar os elementos simbólicos que constroem a linguagem algébrica, um voltar-se para a própria natureza da Álgebra antes de olhar para a natureza de sua expressão, um lançar-se à correnteza desse pensamento ou, pelo menos, uma disposição para tal atitude.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação**, Secretaria de Educação Básica, Brasília, 2017. 470 p. Disponível em:< http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf > Acesso em: 01 fev. 2020.

Pensamento Algébrico à luz da Teoria da Objetivação

Algebraic Thinking in the Light of Objectification Theory

Vanessa de Oliveira
Universidade Estadual Paulista
vanessa.oliveira1@unesp.br

Arley Zamir Chaparro Cardozo
Universidade Estadual Paulista
zamir.chaparro@unesp.br

Resumo
Neste texto, apresentamos a Teoria da Objetivação (TO) e o modo como esta teoria compreende a álgebra, o pensamento algébrico e desenvolvimento desse modo de pensar. A Teoria da Objetivação, desenvolvida pelo pesquisador da área de Educação Matemática Luis Radford, visa superar uma compreensão individualista dos processos educativos, considerando o processo de ensino e aprendizagem como um processo único que envolve o sujeito e o saber. Neste texto, direcionamo-nos, através de um estudo exploratório, aos trabalhos de Luis Radford para entender o modo pelo qual o autor compreende o pensamento algébrico. Compreendemos, ao longo da escrita do artigo, que nesta teoria esse modo de pensar é considerado uma forma particular do pensamento matemático ligada a um novo modo de uso de signos, onde significados são produzidos em sala de aula durante o processo de participação de alunos e professores nas atividades.

Palavras-chave: Ensino da Álgebra; Educação Básica; Aprendizagem.

Abstract
In this text, we present the Theory of Objectivation (OT) and how this theory understands algebra, algebraic thinking and the development of this way of thinking. The Theory of Objectivation, developed by the researcher in the field of Mathematics Education, Luis Radford, aims to overcome an individualistic understanding of educational processes, considering the teaching and learning process as a unique process that involves the subject and knowledge. In this text, we turn, through an exploratory study, to the works of Luis Radford in order to understand the way in which the author thinks about algebraic thought. We understand, throughout the writing of the article, that in this theory this way of thinking is considered a particular form of mathematical thinking linked to a new way of using signs, where meanings are obtained in the classroom during the student participation process. and teachers in the activities.

Keywords: Teaching Algebra; Basic Education; Learning.

Introdução

Os modos de aprender e ensinar matemática vem permeando debates no cenário educacional nacional e internacional com enfoques distintos. Nosso interesse volta-se para um contexto específico da matemática escolar: o ensinar e aprender álgebra, mais especificamente, as ações que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para isso, neste artigo, escolhemos considerar os estudos sobre o pensamento algébrico de Luis Radford, em virtude da importância de seus trabalhos na Educação Básica, numa perspectiva que supera o simbolismo algébrico. O autor busca, por meio de uma análise epistemológica, detectar o que poderia ser chamado de núcleo do saber algébrico, constituído por maneiras analíticas de pensar as quantidades desconhecidas, que apresentamos no decorrer deste texto.

As leituras (KAPUT, 1999; PONTE, 2006, RADFORD, 2012) indicam que há distintas correntes históricas e filosóficas com perspectivas diversas sobre o significado do pensamento algébrico. Neste texto, nos direcionamos, através de um estudo exploratório, aos trabalhos de Luis Radford para entender o modo pelo qual o autor compreende o pensamento algébrico.

O estudo exploratório na concepção de Gil (1999, p. 43) tem a finalidade de “desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista, a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores”. Nesse tipo de estudo/pesquisa busca-se apresentar uma visão geral, porém, mais próxima de determinado fato. No nosso caso, nós voltamos para as compreensões do pensamento algébrico segundo a Teoria da Objetivação de Luis Radford.

Os trabalhos de Radford sobre o pensamento algébrico são o resultado de pesquisas em sala de aula com alunos de diferentes anos da escolaridade, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico simbólico. Destas pesquisas emerge a Teoria da Objetivação (TO). A TO é uma teoria educacional que se inspira nas escolas antropológicas e histórico-culturais do conhecimento. Ela se ampara em uma epistemologia e ontologia não racionalistas, ao considerar o ensino e a aprendizagem como um processo essencialmente dialético, de natureza social, histórica e cultural.

Na primeira parte deste artigo, são expostas considerações sobre a TO que nos permitem compreender formas atuais da Educação, e em especial da Educação Matemática, mostrando inicialmente a emergência de repensar os paradigmas que circulam nos sistemas escolares, e compreender o potencial das perspectivas socioculturais, bem como os desafios no desenvolvimento de uma teoria que consiga enfrentar as limitações desses paradigmas. Na segunda parte, apresentamos algumas das ideias fundamentais sobre as quais a TO estudou o desenvolvimento do pensamento algébrico, e quais são os elementos que o distinguem do pensamento aritmético, onde após vários trabalhos, o autor da teoria considera o pensamento algébrico como uma forma particular de pensamento matemático ligada a uma nova forma de uso de signos, onde significados são produzidos em sala de aula durante o processo de participação de alunos e professores nas atividades matemáticas.

Compreensões sobre a Teoria da Objetivação

Segundo Radford (2018), a TO surge como consequência das críticas feitas ao Construtivismo, em particular, o enfoque no paradigma da aprendizagem, que ocorre de forma individualista. Inicialmente, os construtivistas buscam superar essas limitações incluindo a dimensão social por meio da ideia de *participação reflexiva nas práticas de sala de aula*, porém, para manter a coerência nos princípios teóricos, essa dimensão acaba sendo um simples suporte.

Assim, a TO propõe-se inicialmente a reconhecer as limitações das posições teóricas em Educação Matemática das correntes do Construtivismo e da Teoria das Situações Didáticas (TSD), com o propósito de se inscrever em um projeto educacional diferente. Por um lado, o Construtivismo centra-se na construção de estruturas conceituais e na promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, a partir das formas particulares como os estudantes constituem o seu próprio conhecimento; por outro lado, a TSD tem como foco a disseminação do conhecimento matemático, baseado na gestão eficiente dos ambientes de aprendizagem. Essas teorias, uma de orientação teórica epistemológica e a outra, psicológica, têm em comum a construção, principalmente, individualista do conhecimento.

De acordo com Radford (2018) a TO se apresenta com um objetivo diferente da Teoria das Situações Didáticas e do Construtivismo, compreendendo

> [...] o objetivo da Educação Matemática como esforço político, social, histórico e cultural voltado para a formação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionam criticamente nas práticas matemáticas constituídas histórica e culturalmente e que refletem sobre novas possibilidades de ação e pensamento. Como resultado, o foco da atenção não está apenas no conteúdo matemático; o foco da atenção não é apenas o conhecimento, mas também o indivíduo que aprende, ou seja, o indivíduo a se tornar. Na verdade, a TO é baseada na ideia fundamental de que aprender é conhecer e tornar-se (RADFORD, 2018, p. 3, tradução nossa).

A TO considera o ensino e a aprendizagem como um processo essencialmente dialético, de natureza social, histórica e cultural, em que o ensino e aprendizagem, em particular, não tratam apenas dos saberes, mas, também, dos seres (sujeitos inacabados, em transformação).

Destacamos dois conceitos importantes na TO, o saber e o conhecimento. Na TO, o saber é definido como um sistema histórico e culturalmente constituído de processos corpóreos, sensíveis e materiais de ação e reflexão, sendo produzido na atividade humana. Isto é, “o saber é concebido como uma entidade geral que, ontologicamente falando, já está na cultura quando nascemos. O saber está composto de arquétipos histórico e culturalmente constituídos de pensamento, reflexão e ação” (MORETTI; PANOSSIAN; RADFORD, 2018, p. 254). Pelo que já foi dito, a TO argumenta que o saber é algo que é diferente de nós (sistemas de ideias, significados culturais, formas de pensamento, entre outros), que já o encontramos como um fato temporário e cultural, e, portanto, que o saber nos objeta (se opõe a nós) e, assim, a objetivação se coloca como o processo de encontro com esse saber.

> Imaginemos uma comunidade rural que, no curso do tempo, tenha gerado maneiras típicas de pensar, refletir e fazer coisas –por exemplo como semear a terra, como pensar o espaço, a quantidade, o tempo, etc. Essas maneiras típicas de pensar, refletir e fazer coisas são arquétipos gerais que constituem o saber da cultura. Tal saber está sempre mudando. Se trata pois de uma entidade ontológica dinâmica. Imaginemos agora um bebê que nasce neste momento, nessa cultura. Para este bebê, essas maneiras de pensar o mundo, o espaço, a quantidade, o tempo, etc. aparecem como possibilidades -possibilidades de ação e reflexão. Outra cultura (por exemplo, uma cultura baseada em formas capitalistas de produção mercantil em um país contemporâneo europeu ou norte-americano) oferecerá aos indivíduos que estão nascendo nela, neste momento, outras possibilidades de ação e reflexão, quer dizer outros saberes. Estas possibilidades são ações-reflexões potenciais, onde potência é entendida no sentido técnico Aristotélico, isto é, capacidade para fazer algo. É isto o que queremos dizer quando dizemos que o saber é pura potencialidade (MORETTI; PANOSSIAN; RADFORD, 2018, p. 254).

Entendemos, à luz dos autores, que na TO o saber é algo que encontramos ao longo de nossa vida, já que quando nascemos, encontramos formas de pensar e conceber o mundo presente na cultura. Mas, não se trate de um saber pronto e acabado, mas sim um saber em constante movimento e transformação por meio da atividade humana. Segundo D’Amore e Radford (2017), ao contrário das formas platônicas, cuja existência é dada a priori e existe independentemente dos sujeitos, o saber como forma ideal não pode existir se não for realizado na prática.

Pelo que é dito entende-se que o saber, como tratado na TO, é cultural, determinado pela cultura, mas produzido na atividade humana, por isso, dinâmico. Os saberes, que são culturais, dão aos indivíduos determinadas possibilidades de agir e refletir dentro de certa cultura, ou seja, o saber é a potência que a cultura dá.

Mas o que difere então, na TO, o saber do conhecimento? A primeira distinção que podemos fazer é que o primeiro é a potencialidade, enquanto o segundo é a sua atualização. O termo atualização pode nos referir a uma forma de temporalidade, que muda entre as culturas e a cada tempo, ou seja, “já existe algo aí, mas que é simplesmente potencialidade (δύναμις, dunamis), que ainda não surgiu e que, para emergir, ele deve se colocar em movimento e aparecer: ele deve se tornar um real; tem que ser atualizado" (D'AMORE; RADFORD, 2017, p. 108). Entretanto, essa atualização é possível no movimento entre sujeito e saber, a partir daí, o conhecimento passa a ser o conteúdo particular e concreto do saber.

Na TO, esse movimento do sujeito com o saber é descrito como um encontro: encontro de um sujeito, de uma consciência, com formas culturais historicamente constituídas de pensar o mundo. De acordo com a teoria, compreende-se a consciência não como entidade metafísica, mas a partir da abordagem dialético-materialista, que coincide com a ideia de Vygotsky em que a estrutura da consciência é a relação com o mundo externo (RADFORD, 2014). Esse encontro é compreendido, na TO, como:

> [...] um longo processo que temos denominado processo de objetivação e que consiste em transformar o objeto do saber em objeto de consciência. Na teoria da objetivação tentamos mostrar que para que essa transformação ocorra é necessário que o saber (essa pura potencialidade) seja posto em movimento e que, de pura potencialidade, se converta em algo tangível de maneira que possa ser percebido e sentido pelo indivíduo. O que é que coloca o conhecimento em movimento? Nossa resposta é muito simples: é atividade humana. É através da atividade humana (por exemplo, a atividade dos alunos e do professor em sala de aula) que o saber (por exemplo, o saber matemático) se converte ou se transforma em algo inteligível, ou seja, suscetível de ser percebido ou sentido. Dizemos sentido, porque neste encontro com o saber participamos com todo nosso corpo, com todos nossos sentidos e a dimensão material da cultura (artefatos, símbolos etc.) (MORETTI; PANOSSIAN; RADFORD, 2018, p. 254).

A atividade, na TO, estende o seu significado para além do fazer coisas, revelando-se um elo entre sujeito e cultura, um movimento ligado à ideia de energia que se desprende dos sujeitos envolvidos na atividade. Essa energia inclui um fluxo de motivos, desejos e ações propriamente ditas. Dizer que a atividade é uma energia, "quer dizer que é algo que está formado, por vezes, por uma ativação e que nós nos colocamos por nossa própria ativação física-intelectual com o fim de fazer algo" (MORETTI; PANOSSIAN; RADFORD, 2018, p. 254).

De acordo com Moretti, Panossian e Radford (2018) todos esses desejos, intenções, ou seu próprio objeto da atividade, estão demarcados em um contexto histórico e cultural.

Vale ressaltar, que para TO, a atividade não deve ser entendida como um simples conjunto de ações para manter o indivíduo ocupado fazendo algo para atingir seus objetivos, pois por um lado estaria reduzida a uma atividade alienante e, por outro, a um papel puramente funcionalista. Portanto

> a atividade (Tätigkeit em alemão e deyatel'nost 'em russo) refere-se a um sistema dinâmico orientado para a satisfação das necessidades coletivas. Esta é a razão pela qual atividades como Tätigkeit / deyatel'nost 'não devem ser confundidas com atividades como Aktivität / aktivnost; ou seja, como estar simplesmente ocupado com algo (ROTH; RADFORD, 2011 apud RADFORD, 2018, p. 12, tradução nossa).

Assim, conhecimento é a materialização do processo de mediação da atividade que circula sobre o saber. Mas a TO também defende que no processo não só o conhecimento é atualizado, mas mantém-se em atualização, ou seja, as subjetividades também são produzidas.

Na TO, o componente afetivo e emocional é reconhecido como inerente e onipresente no pensamento, as relações entre os sujeitos se reconfiguram, em particular as do professor e dos alunos, que também são produzidas no ato educativo no âmbito de sua história e cultura particulares. Assim, o processo de subjetivação constitui os sujeitos como uma presença no mundo, em uma relação dialética entre o indivíduo e a cultura. Por isso, para que a aprendizagem aconteça, tanto o aluno quanto o professor devem estar envolvidos em um processo de objetivação, mediado pela atividade e no marco de relações éticas.

Nesse sentido, a TO aproxima-se do pensamento de Paulo Freire, reconhecendo que nos sistemas escolares existem espaços sociais semelhantes aos sistemas bancários, razão pela qual surge a emergência de propor relações éticas não egoístas. Radford também reconhece, no pensamento de Husserl, a ênfase no mundo da vida comunitária compartilhada e a contribuição dos indivíduos nele. Sobre isso, Radford (2017, p. 155) afirma que “a questão não é mais como uma consciência solitária reconhece o mundo à sua frente por meio de atos individuais de percepção e cognição” (tradução nossa). Por isso, a TO enfatiza três vetores principais essenciais para os processos de subjetivação e que giram em torno de uma ética comunitária: responsabilidade, compromisso com o outro e cuidado com o outro.

Em particular, para que o conhecimento em matemática seja revelado ou atualizado, tanto o professor quanto os alunos devem trabalhar juntos (togethering), no encontro com formas de pensar culturalmente codificadas. Na sala de aula de matemática, espera-se que a atividade que aí ocorra tenha um objetivo, que é identificado a priori no projeto didático do professor, que deve propor a atividade de forma que os alunos se reconheçam como resultado de seu trabalho intelectual e afetivo, porque senão a atividade será alienante, e assim, produzirão sujeitos alienados (D'AMORE; RADFORD, 2017).

Na próxima seção deste texto apresentamos o modo como Luis Radford compreende o pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação, apresentando seu entendimento sobre o pensar e o pensamento algébrico.

Pensamento Algébrico e a Teoria da Objetivação

Considerando a Teoria da Objetivação, nos voltamos para o ensino e aprendizagem de matemática, focando nosso interesse em conhecer o pensamento algébrico posto na TO.

De acordo com Radford (2012), o pensamento é considerado uma relação entre o sujeito pensante e as formas culturais de pensamento, nas quais o sujeito se encontra imerso. Mais precisamente, o pensamento é uma unidade de um sujeito sensível e um domínio conceitual constituído histórica e culturalmente. Mas esse pensamento não se dá de maneira isolada,

> [...] pensar envolve necessariamente algo que não é nosso próprio fazer - por exemplo, a linguagem como fala aberta ou interna ou as formas e outros aspectos das coisas no mundo às quais prestamos atenção por meio da percepção, tato, audição, ação, etc (RADFORD, 2012, p. 119, tradução nossa).

Portanto, pensar, como entendemos neste texto à luz da TO, não significa representar o conhecimento, mas é a atividade de reunir o sujeito pensante e as formas culturais de pensamento por meio da linguagem, do corpo, dos artefatos e da atividade semiótica de maneira mais geral. Ou seja, "pensar é uma prática social tangível materializada no corpo, no uso de signos e artefatos de diferentes tipos" (RADFORD, 2012, p. 121).

Essa prática social, o pensar, é uma unidade dinâmica de componentes materiais e ideais, é por isso que o mesmo gesto pode significar algo conceitualmente sofisticado ou simples, isto é, "o significado real de um componente do pensamento só pode ser reconhecido pelo papel que tal componente desempenha no contexto da unidade da qual faz parte" (RADFORD, 2012b, p. 685).

Desse modo, o desenvolvimento do pensamento, na TO, envolve seus vários componentes (por exemplo, percepção, gestos, fala, artefatos e símbolos), e o modo pelo qual cada um desses componentes se transforma à medida que novos significados surgem. Esse modo de compreender o desenvolvimento do pensamento evidencia que esse desenvolvimento não é considerado um caminho inato do sujeito, também é necessário considerar as condições contextuais que tornam possíveis novas formas de pensar.

Assim, Radford (2012) destaca que discutir sobre o desenvolvimento do pensamento é questionar o surgimento de novas relações estruturantes entre os componentes do pensamento (por exemplo, gesto, discurso interno e externo) e a maneira como essas relações são organizadas e reorganizadas.

Em direção de compreender o pensamento algébrico, Radford (2012) destaca que ao considerar o pensamento como uma unidade sistêmica de vários componentes, seria equivocado estudar o seu desenvolvimento concentrando-se em apenas um dos seus componentes.

Assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico não pode ser reduzido ao desenvolvimento de seu componente simbólico (uso de notação, por exemplo). O desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser estudado como um todo, levando em consideração a dialética de seus vários componentes (RADFORD, 2012).

De acordo com Radford (2010), a álgebra "é sobre lidar com a indeterminação de maneira analítica" (p. 3). Para o autor, essa maneira analítica diz dos modos "de deduzir coisas sobre quantidades a partir de uma certa situação que envolve quantidades conhecidas e outras desconhecidas, analítico quer dizer deduzir" (MORETTI, PANOSSIAN, MOURA, 2018, p. 255), sendo este modo análitico de tratar as quantidades desconhecidas o núcleo do saber algébrico.

Para o autor, esse modo de lidar analiticamente com as quantidades pode se dar de diferentes formas:

> [...] em vez de atribuir o simbolismo alfanumérico o direito exclusivo de designar e expressar indeterminação, estou afirmando que é apenas uma das várias formas semióticas equipadas para realizá-lo [...] Existem muitas maneiras semióticas (além de, e junto com, o simbólico) de expressar a ideia algébrica de desconhecido, variável, parâmetro, etc. Considero este ponto importante para a educação matemática pela seguinte razão. Ontogeneticamente falando, há espaço para uma grande zona onde os alunos podem começar a pensar algebricamente, mesmo que ainda não estejam recorrendo (ou pelo menos não em grande medida) a sinais alfanuméricos (RADFORD, 2010, p.3, tradução).

Esta zona, ou seja, pensar o desenvolvimento da álgebra para além do simbolismo, permaneceu afastada durante muito tempo, o que fez com que o fazer algébrico fosse associado exclusivamente ao domínio da linguagem simbólica.

Assim compreendida a álgebra na TO, Radford (2006) considera o pensamento algébrico como "uma forma particular de refletir matematicamente" (RADFORD, 2006, p. 2). Essa forma particular trata de, conforme Radford (2010), objetos de natureza indeterminada, como variáveis e parâmetros, e é uma área do conhecimento matemático que trata com a indeterminação, representação simbólica e manipulação analítica, elementos estes, correlacionados.

A indeterminação é característica de problemas algébricos que envolvem incógnitas, variáveis, parâmetros e números generalizados. É essa característica, a indeterminação, em oposição à determinação numérica, que torna possível, por exemplo, "a substituição de uma variável ou incógnita por outra, ou seja, não faz sentido fazer a substituição de 3 por 3 em aritmética, mas, em álgebra, faz sentido a substituição de uma incógnita por outra, sob determinadas condições" (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 46).

A representação simbólica diz respeito aos modos como os dados dos problemas são nomeados ou simbolizados, através dos usos de sinais alfanuméricos, gestos, desenhos, ou linguagem corrente. E a manipulação analítica envolve a manipulação de quantidades não conhecidas (indeterminadas) num modo de fazer que se baseia na forma como lidamos com quantidades conhecidas, identificando-as e operando com elas.

Essas características relacionadas ao pensamento algébrico levam Radford (2009), a partir de suas experiências com estudantes da Educação Básica, a destacar formas do pensamento algébrico se desenvolver que são denominadas: factual, contextual e padrão.

Segundo destaca Radford (2009), o pensamento algébrico factual pode ser compreendido na identificação de regularidades. Entretanto, não há a generalização da relação observada, esta ainda é tratada em casos particulares e números específicos, sendo expressas através de gestos e palavras.

> O pensamento algébrico factual não é um simples forma de reflexão matemática, ele se apoia em mecanismos de percepção altamente evoluídos e uma coordenação rítmica sofisticada de gestos, palavras e símbolos. A apreensão da regularidade e a imaginação de os números no curso da generalização resultam de, e permanecem ancorados em, um profundo processo sensorial mediado mostrando, assim, a natureza multimodal do pensamento algébrico factual (RADFORD, 2010, p. 7, tradução nossa).

Entende-se, que no pensamento algébrico factual o aluno é capaz de identificar a regularidade na situação, porém tal ação não é suficiente para o mesmo generalizá-la.

Ainda segundo este o autor, o pensamento algébrico contextual envolve ações de descrever as regularidades identificadas em determinada situação, expressando, através de palavras, a generalização da relação identificada. Conforme o autor, “no pensamento algébrico contextual a indeterminação se torna um objeto explícito do discurso. Gestos e ritmos são substituídos por dêiticos linguísticos, advérbios, etc” (RADFORD, 2009, p. 9).

Há, de acordo com Radford (2009), uma mudança, tanto em termos de como a generalização é tratada como os meios pelos quais os alunos expressam o pensamento, ou seja, o sujeito lança-se para além dos casos particulares, indo em direção a indeterminação que agora faz parte do discurso. Entretanto,

> embora diferente do pensamento algébrico factual, tanto em termos de como a indeterminação é tratada, como os meios semióticos utilizados pelos alunos para expressar o pensamento, essa forma de pensar algebricamente ainda é contextual e “perspectiva”, uma vez que se baseia em um modo particular de relacionar algo. A fórmula algébrica aqui é de fato uma descrição do termo geral (RADFORD, 2009, p. 9).

Já o pensamento algébrico padrão envolve as ações de expressar as relações identificadas e estabelecidas em diferentes situações por meio de uma simbologia algébrica, por meio de fórmulas alfanuméricas. Há, nesse modo de pensar algébrico, de acordo com Radford (2009), uma significativa mudança na linguagem utilizada pelo sujeito.

O autor destaca que, apesar de concordar que o domínio da linguagem algébrica é o ápice do pensamento algébrico, é fundamental considerar o caminho percorrido pelo aluno no desenvolvimento dessa forma de pensar. Caminho que começa no pensamento algébrico factual, passando pelo contextual, até chegar ao pensamento algébrico simbólico.

Considerações

A Teoria da Objetivação visa superar uma compreensão individualista dos processos educativos, considerando o processo de ensino e aprendizagem como um processo único que envolve o sujeito e o saber. Nesta teoria, o saber é compreendido como a possibilidade de agir segundo certas potencialidades que a cultura dá, e no encontro com o sujeito, denominado como processo de objetivação, o conhecimento se produz. Neste sentido, “a aprendizagem está associada ao processo de objetivação, uma vez que objetivar o conhecimento relaciona-se ao encontro entre o subjetivo e o cultural” (MORETTI; PANOSSIAN; RADFORD, 2018, p. 246).

Entendemos, à luz da Teoria da Objetivação, que o pensar algebricamente desenvolve - se no encontro entre sujeito e objetos matemáticos e compreende-se como uma atividade, atividade esta que coloca o sujeito em movimento, em transformação.

Para Radford (2012, 2014, 2018) o desenvolvimento do pensamento algébrico envolve o desenvolvimento de modos de expressar o pensar. Trata-se de um processo onde inicialmente gestos, falas e ritmos são utilizados e posteriormente são substituídos por símbolos alfanuméricos. O autor destaca que, assim como o domínio da linguagem algébrica é importante, deve-se valorizar o percurso do aluno ao atribuir significados aos objetos matemáticos e a própria linguagem utilizada para expressá-los.

Referências

ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C. Pensamento Algébrico: Em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.6, n. 10, p. 34 – 60, jan-jun. 2017. Disponível em:< http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/1124/pdf_207>. Acesso em: 12 mai 2020.

D'AMORE, B. & RADFORD, L. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos.** Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas; 2017.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5ª Ed. São Paulo: Atlas; 1999.

GOBARA, S. T.; RADFORD, L.; MONTEIRO, M. O. Contribuições da Teoria da Objetifivação para o ensino e aprendizagem de temática ambientais para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Ciência Geográfica**, v. 24, n. 4, p. 1705-1726, 2020. Disponível em:<http://www.luisradford.ca/pub/2020%20-%20Gobara%20Radford%20de%20Oliveira%20Contribucoes%20da%20teoria%20da%20objetivaco%20tematicas%20ambientales.pdf>. Acesso em 11 mai 2021.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E. ROMBERG, T.A.(Orgs.), **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 1999. Disponível em:< http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-TEXTOS%5CKaput_99AlgUnd.pdf>. Acesso em: 08 nov. 2018.

MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RADFORD, L. Questões em torno da Teoria da Objetivação. **Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 2, n. 1, p. 251-272, 2018. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/42548/22346>. Acesso em 11 mai 2021.

PONTE, J. P. Números e Álgebra no contexto escolar. In: VALE, I.; PIMENTEL, T.;

BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L. & CANAVARO, P. (Orgs.), **Números a álgebra na aprendizagem matemática e na formações de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5 – 7.Disponível em:< http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf>. Acesso em: 11 mai 2020.

RADFORD, L. 2006. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. **PME**, v. 1, p. 1-20, 2006. Disponível em:< http://www.luisradford.ca/pub/60_pmena06.pdf >. Acesso em 11 mai 2020.

RADFORD, L. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research in Mathematics Education**, v. 12, n.1, p. 1-19, mar. 2010. Disponível em:<http://www.luisradford.ca/pub/22_RME2010Algebraicthinkingfromaculturalsemioticperspective.pdf>. Acesso em : 16 nov. 2018.

RADFORD, L. De la teoría de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, Red Latinoamericana de Etnomatemática v.7, n.2, pp. 132-150, 2014.

RADFORD, L. On the development of early algebraic thinking. **PNA**, UK, v. 6, n. 4, p. 117-133, 2012. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/12342220.pdf>. Acesso em: 11 mai 2020.

RADFORD, L. Early algebraic thinking epistemological, semiotic, and developmental issues. In: International Congress on Mathematical Education, 12, 2012b, Seoul. **Anais...**Korea, 2012b. Disponível em:< http://www.luisradford.ca/pub/5_2012ICME12RL312.pdf>. Acesso em 11 mai 2021.

RADFORD, L. Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. In: 5 Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 5, 2018, Belém. **Anais**...Brasil, 2018. Disponível em:<http://www.luisradford.ca/pub/Anais%20-%20Conferencia%20-%20Abertura.pdf>. Acesso em 11 mai 2021.

RADFORD, L. On the development of early algebraic thinking. **PNA**, UK, v. 6, n. 4, p. 117-133, 2012. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/12342220.pdf>. Acesso em: 11 mai 2020.

RADFORD, L. Sings, gestures, meanings: algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In: Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education, 6. 2009, França, **Anais...** Lyon, 2009, p. 1-23. Disponível em:< http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.617.8010&rep=rep1&type=pdf> . Acesso em 11 mai 2020.

RADFORD, L. The progressive development of early embodied algebraic thinking. **Mathematics Education Research Journal,** Australia, n. 26, p. 257-277, 2014. Disponível em:<http://www.luisradford.ca/pub/Radford%20L.%20(2014)%20-%20The%20progressive%20development.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2018.

Uma leitura da compreensão husserliana da atitude natural

A reading of the husserlian understanding of the natural attitude

Rodolfo Masaichi Shintani
UNESP
rodolfo.shintani@gmail.com

Rosa Monteiro Paulo
UNESP
rosa.paulo@unesp.br

Resumo
Nesse texto apresentamos uma leitura sobre o termo *atitude natural*, tematizado por Edmund Husserl (1859 – 1938), inaugurador da escola da fenomenologia. Apesar de citar muitas vezes em suas obras o termo *atitude natural*, o autor não o aborda por meio de uma definição. Em verdade, enfatiza o conceito de *atitude fenomenológica*, tema de seus trabalhos e reflexões. Nesse texto, objetiva-se explicitar uma compreensão das leituras de Husserl acerca das características da *atitude natural* que, segundo destaca, é oriunda do *positivismo*. Buscamos, também, em Auguste Comte (1798 – 1857), inaugurador da escola positivista, especificidades da *atitude positiva* de modo que fosse possível entender os motivos que levam Husserl a associar o *positivismo* a *atitude natural*. Destacamos alguns pontos em que Comte e Husserl divergem, especialmente sobre a visão de mundo e de conhecimento. Enquanto Comte enfatiza uma *atitude positiva* perante os objetos e o mundo, Husserl destaca a *atitude fenomenológica*.

Palavras-chave: Fenomenologia; Positivismo; Atitude fenomenológica; Atitude natural.

Abstract
In this text, we present an interpretation of the term *natural attitude*, thematized by Edmund Husserl (1859 – 1938), founder of the phenomenology philosophy school. Despite citing the term *natural attitude* many times in his works, the author did not define it. In fact, he highlights the concept of *phenomenological attitude*, which is the main objective of his reflections and works. Thus, in this text, our objective is to understand on Husserl the characteristics of the term *natural attitude*, which is related to a scientific understanding derived from *positivism*. In this sense, we seek on Auguste Comte (1798 – 1857), founder of the positivist school, specificities of the *positive attitude* and on Husserl, the reasons that lead him to associate positivism as a *natural attitude*. We highlight some aspects that Comte and Husserl diverge, especially about how they understand the world and knowledge, while Comte emphasizes a positive attitude towards objects and the world; Husserl highlights the *phenomenological attitude*.

Keywords: Phenomenology; Positivism; Phenomenological attitude; Natural attitude.

Introdução

Nas obras de Husserl, vários são os momentos em que o autor faz referência a um modo de conceber o conhecimento em uma *atitude natural*. Nela, o método para constituição do conhecimento nas ciências é único. Isso significa que resultados de pesquisas de uma determinada área podem ser considerados como pressupostos de novas pesquisas em áreas diferentes de sua primazia. Desse modo, o discurso de verdade é sustentado por trabalhos advindos de campos de investigação diversos.

Na *atitude natural*, restringe-se o conhecimento humano ao que é passível de ser conhecido a partir da cientificidade racional-experimental, refletindo na própria concepção de ciência. O entendimento de ciência na *atitude natural* se relaciona à compreensão filosófica *positivista*, mas não se encerra nela. Conforme Mondini, Mocrosky e Paulo (2019, p. 4 - 5), essa última é uma corrente filosófica que "/.../ busca maneiras claras, exatas e simples de fundamentar os métodos científicos em todas as ciências. Define o concreto (o que pode ser medido ou contado) como verdadeiro, desprezando os dados sensíveis".

Conforme Bicudo (2020), Husserl, em *Investigações lógicas* (1900), "/.../ lança sua crítica ao psicologismo e ao historicismo, tomando-os no âmbito da ciência factual, bem como já vai tecendo suas críticas à ciência positivista, que é imperante nos meios científicos e acadêmicos da época" (BICUDO, 2020, p. 32). Sendo assim, a postura husserliana apresenta uma contraposição ao entendimento *positivista*, pois Husserl apresenta uma diferenciação entre a *atitude natural* e a *atitude fenomenológica.*

Nossa intenção com esse ensaio é expor compreensões acerca do que Husserl nomeia de *atitude natural;* para isso, partiremos dos escritos de Auguste Comte, inaugurador da filosofia *positivista,* a fim de destacar em sua filosofia as características do *positivismo* para, em seguida, buscar – na compreensão husserliana – os motivos que levam Husserl a relacionar o *positivismo* com a *atitude natural.* Em outras palavras, pretende-se: a) destacar características da escola *positivista,* a partir de Auguste Comte e b) compreender as razões que levam Husserl a associar o *positivismo a* uma *atitude natural*.

Positivismo e suas características

Nessa subsecção, iremos trazer aspectos da Filosofia *positivista* que nos chamam a atenção em uma primeira leitura do livro *Curso de filosofia positiva* (1830). São aspectos significativos para compreender o significado de *atitude natural* para Husserl, conforme traremos na seção posterior.

De acordo com Comte (1978), o conhecimento se encontra em constate progresso, assim como o *espírito humano*; tanto o homem quanto o conhecimento atravessam fases. Tais fases, em certas épocas, esbarram em erros que posteriormente serão corrigidos e em ideias que serão aperfeiçoadas. Para aclarar tal entendimento, Comte recorre a uma comparação entre o conhecimento e as fases da vida humana, questionando: "no que concerne às noções mais importantes, *teólogo* em sua infância, *metafísico* em sua juventude e *físico* em sua virilidade?" (COMTE, 1978, p. 5). Segundo interpretamos, já aqui o filósofo ressalta aspectos do *positivismo*, dentre os quais: *a) existem três estados de conhecimento; b) tanto o conhecimento quanto o homem evoluem em etapas* e *c) o conhecimento positivo se encontra em progresso.*

Sobre o primeiro aspecto – *existem três estados de conhecimento* – Comte (1978), desde o começo do *Curso*, afirma que o conhecimento passa por três estados: o *teológico (fictício)*, o *metafísico* (*abstrato)* e o *científico (positivo).* Cada estado é demarcado por certas características; o *estado teológico* prima pela compreensão das causas primeiras, apresenta os fenômenos observados como produzidos por seres sobrenaturais.

O *científico* não se volta para as causas primeiras, pois elas são impossíveis de serem reconhecidas; foca – antes – as causas íntimas do fenômeno, ou seja, as causas que lhe possibilitam enquanto mundano. Essas causas estão longe de qualquer explicação teológica ou metafísica, pois o *estado metafísico* é apenas um estado intermediário entre o científico e o teológico, os quais, por serem conhecimentos distintos, requerem um grau intermediário para a transição do *teológico* para o *científico.*

Comte (1978) entende que o conhecimento transita de sua forma arcaica para sua forma rebuscada – do *teológico* para o *científico*. O ideal é o conhecimento em sua forma *científica,* "teremos, *infelizmente*, mais de uma ocasião formal de reconhecer, nas diversas partes desse curso, *que as ciências mais aperfeiçoadas conservam ainda hoje, alguns traços muito sensíveis desses dois estados primitivos* [estado teológico e estado metafísico]" (COMTE, 1978 p. 5, grifo nosso). Para o autor, não é apenas o conhecimento que caminha em uma ordem constante de progresso, mas também o próprio homem; sua capacidade de julgamento se aperfeiçoa no decurso da história,

> *a razão humana está agora suficientemente madura para que empreendamos laboriosas investigações científicas, sem ter em vista algum fim estranho, capaz de agir fortemente sobre a imaginação, como aqueles que se propunham os astrólogos e os alquimistas*. Nossa atividade intelectual estimula-se suficientemente com a pura esperança de descobrir as leis dos fenômenos, com o simples desejo de confirmar ou infirmar uma teoria. *Mas isto não poderia ocorrer na infância do espírito humano*. (COMTE, 1978, p. 6, grifo nosso).

Nesse último trecho, nota-se a concepção de evolução do espírito humano, isto é, a atividade intelectual vai se tornando possível com a maturidade do ser humano, adquirida ao longo da História. Comte ressalta que em determinado momento da história os *estados* *teológicos* e *metafísico* foram dominantes para a interpretação do mundo, levando-nos a concluir que somente a sociedade em sua maturidade, isto é, a partir da contribuição dos cientistas da era moderna, pode se abrir para o conhecimento em sua forma depurada ou em seu estado *científico*, o qual ganha força e se impõe como dominante.

Lemos o filósofo,

> já que convém fixar uma época para impedir a divagação das idéias, indicarei a data do grande movimento impresso ao espírito humano, há dois séculos, pela ação combinada dos preceitos de Bacon, das concepções de Descartes e das descobertas de Galileu, como o momento em que o espírito da filosofia positiva começou a pronunciar-se no mundo, em oposição evidente ao espírito teológico e metafísico. É então que as concepções positivas se desprendem nitidamente do amálgama supersticioso e escolástico que encobria, de certo modo, o verdadeiro caráter de todos trabalhos anteriores (COMTE, 1978, p. 8).

Para ele é inquestionável que o estado *científico* passa a se impor em diversos campos de estudo; apesar de haver uma imposição desse estado do conhecimento, ainda lhe restam caminhos a serem trilhados e espaços a serem conquistados. Na visão do filósofo, existem áreas nas quais o estado *científico* ainda necessita se fortificar, exigindo dedicação dos cientistas ao estudo dos fenômenos cotidianos e interpretando-os sob uma ótica cientificista. Tal dedicação abrirá caminho para o positivismo e irá demarcar o nome desses cientistas na história, pois eles irão deixar às gerações futuras de cientistas seu legado, como fizeram seus antecessores. O chamado labor científico requer dedicação às ciências para expandir caminhos e obter avanços, sempre em marcha, sempre se colocando em progresso e dominando terreno.

> A filosofia positiva, que, nos dois últimos séculos, tomou gradualmente tão grande extensão, abraça hoje todas as ordens de fenômeno? É evidente que isto não ocorre e, por conseguinte, resta ainda uma grande operação científica a executar para dar à filosofia positiva este caráter de universalidade indispensável à sua constituição definitiva (COMTE, 1978, p. 9).

Entende-se que – em Comte (1978) – *o conhecimento positivo se encontra em progresso* incessante, pois ainda que a interpretação positiva adquira soberania, sempre restará em seu horizonte, a tarefa de refinamento das descobertas, intentando conexões entre os saberes. Além de impedir que os germes das interpretações *teológicas* e *metafísicas* possam se restabelecer nos campos dominados pela interpretação *positiva*.

Husserl e a *atitude natural*: uma interpretação do positivismo

Para Husserl, há no *positivismo* aspectos de universalização das ciências, pois assumindo o estado *científico* como "o ideal" de conhecimento, Comte considera que ao atingi-lo e amplia-lo alcançar-se-ia o conhecimento em sua forma mais depurada e perfeita.

Porém, Husserl afirma que há equívocos ao se assumir essa postura; se assim fosse feito, não haveria uma preocupação com a crítica ao conhecimento. (HUSSERL, 1990).

Se o conhecimento não for questionado – se apenas se assume a possibilidade de o homem conhecer os fenômenos e deles subtrair verdades para estabelecer leis do particular para os casos gerais e dos casos gerais para o particular – ele (o conhecimento) passa a ser algo tão bem estruturado que se assemelha à construção de um artífice, o qual, por meio de suas habilidades manuais, dispõe e organiza os postulados, as inferências e as preposições com exatidão matemática. “Os conhecimentos não se seguem simplesmente aos conhecimentos à maneira de mera fila, mas entram em relações lógicas uns com os outros, seguem-se uns aos outros, concordam reciprocamente, confirmar-se, intensificando, por assim dizer, a sua força lógica”. (HUSSERL, 1990, p. 40).

Para compreender o exposto no parágrafo acima, deve-se explicitar melhor a acepção de exatidão. De acordo com Comte (1978), o conhecimento está em constante progresso; talvez seja um equívoco interpretar que, na *atitude positivista*, o conhecimento estivesse disposto com exatidão matemática, pois a Matemática – ao longo da história – já fora compreendida como conhecimento imutável. Então, como um conhecimento em progresso pode ser imutável? De fato, mesmo entre os *positivistas*, o conhecimento é considerado mutável, mas cabe entender o sentido de mutabilidade para compreender a exatidão.

Conforme explica Husserl (1990, p. 40), “[os conhecimentos] entram também em relações de contradição e de luta, não se harmonizam, são abolidos por conhecimentos *seguros*, rebaixados ao nível de simples pretensões de conhecimento”. Esse caráter de “luta” indica que uma teoria pode ser mais bem formulada do que outra, quando utilizada para interpretar um conjunto de fenômenos. Porém, como se decide qual delas interpreta “melhor a realidade”, senão por um cálculo tão abstrato quanto o matemático, empregando-se teorias e, ao final, avaliando a mais eficiente que se torna “a ideal”?

Husserl (1990, p. 41), esclarece que,

> Em cada caso do conhecimento científico natural, oferecem-se e resolvem-se dificuldades, e isto de um modo puramente *lógico* ou segundo as próprias *coisas*, com base nos impulsos ou motivos cognitivos que justamente residem nas coisas, que parecem, por assim dizer, sair destas como *exigências* que elas, estes dados, põem ao conhecimento.

Com isso, o conhecimento se afasta da realidade que busca interpretar, operando em uma corrente lógica substitui e inverte as etapas para alcançar o status de teoria, torna-se um edifício do conhecimento bem sustentado e ordenado, incapaz de sucumbir à crítica lógica.

Contudo, nesse movimento, o conhecimento se desprende de sua origem e como teoria se configura em gramática que a qualquer momento pode ser chamada a executar sua função técnica e normativa, a qual dita regras para os novos conhecimentos que, em sua gênese já são antecipados e direcionados pelos pressupostos normativos estabelecidos.

Afirma, Husserl (2009, p. 661),

> ciências particulares – estabelecem-se verdades num método que pode ser aprendido por qualquer um no seminário, nos institutos ou em palestras nas universidades, e com isso se vê, vivencia a evidência. Eu posso repeti-la e me assegurar a cada vez: som e comprimento da corda, atribuição de uma grandeza matemática à altura do som por demonstração. Eu calculo com símbolos numéricos segundo regras e obtenho necessariamente símbolos numéricos ou fórmulas com certo significado normativo. Eu obtenho algo que tem certos predicados. Os predicados são palavras a que chego segundo uma regra determinada. Isso se relaciona com as coisas do mundo dado na intuição. Para cada coisa posso encontrar palavras e proposições que sejam sempre verdadeiras – mas estas também são verdades, fórmulas verdadeiras, resultados de cálculos verdadeiros com estes símbolos em relação ao método técnico, no qual eu, ao manejar as coisas, sempre encontro e espero poder encontrar sempre estes símbolos.

A partir do exposto, cabe voltar à afirmação de Husserl que agora faz sentido para nós: “a *atitude espiritual natural* não se preocupa ainda com a crítica do conhecimento” (HUSSERL, 1990, p. 39). O conhecimento, como entendido na *atitude natural*, conta sempre com regras pré-determinas para interpretar os “novos” fenômenos que se tornarão base para a constituição de “novos” conhecimentos. Estes são separados do fenômeno originário, pois o que importa é a constituição de leis gerais que possibilitem a interpretação de fenômenos particulares, ainda desconhecidos. Esse tipo de conhecimento, embora logicamente consistente, esbarra em sua fundamentação primária, qual seja, se *os objetos do mundo são passíveis de serem conhecidas pelo humano*? E mais, *são esses objetos conhecidos pelo advento da lógica?* De acordo com Husserl (1990), a *atitude natural* não se preocupa com a questão fundante, apenas opera com seu método para que os cientistas possam expandir os ramos das ciências naturais; sempre em um movimento crescente, sem colocar a questão de sua legitimidade, pois ela extrapola o método positivo.

Para Husserl (1990), a questão da legitimidade do conhecimento é uma questão filosófica, pois, em seu fundamento as ciências da natureza não consideram que a lógica é posterior ao conhecimento. Desse modo, para demonstrar sua validade é necessário se debruçar – primeiramente – sobre a possibilidade do conhecimento, ou seja, é preciso realizar uma *crítica* do conhecimento, buscando compreender o que permite ao humano conhecer o mundo. Essa é – portanto – uma investigação filosófica, mais especificamente, metafísica. Afirma, Husserl (1990, p. 57), "a crítica do conhecimento quer antes elucidar, clarificar, ilustrar a essência do conhecimento e a pretensão de validade que pertence à sua essência /.../.". Ou seja, a escolha da ciência que dá subsídios ao conhecimento não pode ser arbitrária, motivada por sentimentos pessoais, tal qual realizara Descartes em sua filosofia.[1] Pelo contrário, a ciência suporte deve ser escolhida por sua *imanência*.[2]

A *atitude natural*, ao eleger as ciências naturais para subsidiar (ou sustentar, ser a sua base) o conhecimento, não considera a *imanência;* contrariamente, ela (a *atitude natural)* parte da *transcendência*. Husserl (1990) enfatiza que a *transcendência* supõe que exista uma correlação biunívoca entre o conhecimento e sua expressão em sua forma científica[3]. Na visão do autor, essa é a problemática do conhecimento que se baseia nas ciências da natureza, pois é necessário – primeiramente – aclarar a validade dessa relação entre o conhecimento e sua expressão científica. Consequentemente, essa validade não pode ser do escopo das ciências da natureza, uma vez que elas partem do princípio de que seus conhecimentos são *transcendentes,* ou seja, não se questionam acerca de sua própria *imanência.* Logo, é impossível às ciências da natureza serem suporte do conhecimento, pois essas não possuem nenhuma claridade sobre sua *imanência.*

Considerações Finais

Deve-se salientar que Comte e Husserl são dois filósofos temporalmente distantes. Comte está no contexto do surgimento das primeiras fábricas. Nesse período tornam-se visíveis os "progressos" das ciências aplicadas ao cotidiano com o advento das máquinas.

[1] Husserl, em *Meditações cartesianas* (1931), afirma em sua primeira meditação que Descartes – ao buscar reinventar a filosofia – incorreu em uma precipitação quando, ao colocar tudo em dúvida no início das *Meditações metafísicas* (1641), já tinha adiantado o modo como faria para escapar dela. Husserl considera que a estratégia assumida por Descartes colocou em risco seu modo de proceder; ao buscar escapar da dúvida por meio do *método cartesiano,* ele (Descartes) não provou que o *método* não sucumbe à dúvida. Afirma Husserl (1986, p. 47 – 48): "Descartes tenía por adelantado un ideal de ciencia, el de la geometría, o si se quiere, el de la ciencia matemática de la natureleza. Este ideal decide, como um prejuicio fatal, de aquellos siglos, y decide también, sin ser sometido a crítica, de las *Meditaciones* mismas. Para Descartes era de antemano una cosa comprensible de suyo que la ciencia universal había de tener la forma de un sistema deductivo en el que la construcción entera había de reposar *ordine geometrico* sobre un fundamento axiomático y absoluto de la deducción".

[2] Husserl apresenta: "o ser imanente é, portanto, indubitavelmente ser absoluto no sentido de que ele, por princípio *nulla re indiget ad existendum* (não carece de coisa alguma para existir) /.../" (HUSSERL, 2006, p. 115).

[3] "Todo o conhecimento natural, tanto o pré-científico como também já o científico, é conhecimento que objectiva transcedentemente; põe objetos como existentes, pretende atingir cognoscitivamente estados de coisas que não estão neles «dados no verdadeiro sentido», não lhe são «imanentes»" (HUSSERL, 1990, p. 60).

Elas diminuíram o tempo de produção e os esforços dispendidos pelo corpo para a manufatura pintando os céus das nascentes paisagens urbanas com a fuligem negra do carvão, expirada pelas chaminés das fábricas e inspirada pelos narizes da nova classe social – os proletariados Essa mesma fuligem negra é, também, o alimento dos pistões que movem os mais de mil pés das serpentes ambulantes que exportam o "progresso" até os limites de seus trilhos que, com o forjar do ferro, pôde conectar distâncias até então intransponíveis em intervalos de tempo cada vez menores.

> A estrada de ferro, arrastando sua enorme serpente emplumada de fumaça, à velocidade do vento, através de países e continentes, com suas obras de engenharia, estações e pontes formando um conjunto de construções que fazia as pirâmides do Egito e os aquedutos romanos e até mesmo a Grande Muralha da China empalidecer de provincianismo, era o próprio símbolo do triunfo do homem pela tecnologia (HOBSBAWM, 2016, p. 83 – 84).

Husserl, por outro lado, é um filósofo do século XIX que vivenciou a aproximação das ciências humanas com o método das ciências da natureza. Tal movimento, no âmbito das humanidades, submete as ciências humanas aos critérios de exatidão das ciências da natureza. Gadamer (2009) a esse respeito, relata que:

> aconteceu assim que o século compreendido entre 1816 e 1916 se transformou no século da «ciência» /.../ um século de ciência significou antes de mais um século de progresso em constante crescimento e, por isso, um século de ilimitadas esperanças humanas em relação com o poder e as bênçãos da ciência para a vida da humanidade (GADAMER, 2009, p. 75).

Tal postura contemporânea resultou numa devoção ilusória do progresso possibilitado pela ciência europeia e submeteu às ciências do espírito a um nível hierárquico inferior. Essa devoção – considerando que a ciência pode fornecer solução a todos os problemas da humanidade – acarreta a atitude que Husserl chama de natural; na *atitude natural* não existe um pensar acerca da própria ciência. Pelo contrário, ciência é tida como um fato e tudo o que é estranho ao seu método não é creditado como verdadeiro, pois não se provou cientificamente. Paulo Freire, a esse respeito, em seu livro *Professora sim, tia não: cartas para quem ousa ensinar* (1993), afirma que quem adota a atitude cientificista é intolerante: apenas enxerga as verdades de seu próprio saber e não se coloca na posição de diálogo com outros saberes:

> O autoritário, empapado de preconceitos de sexo, de classe, de raça, jamais pode ser tolerante se não vencer antes seus preconceitos. É por isso que o discurso *progressista* do preconceituoso, em contraste com sua prática, é um discurso falso. É por isso também que o cientificismo é igualmente intolerante porque toma ou entende a *ciência* como *a verdade última*, daí que fora dela nada valha, pois é ela a que nos dá a certeza de que não se pode duvidar (FREIRE, 1997, p. 39 – 40).

Pelo exposto, destacamos que a crítica sustentada por Husserl à *atitude natural* não deve ser entendida como uma negação às ciências, mas como uma exigência para se pensar de modo mais profundo seus fundamentos. Ao nos voltarmos para o intencionado na escrita desse texto, conjectura-se que Comte e Husserl não se diferenciam apenas em termos históricos, mas, principalmente, em termos filosóficos, apresentando respostas distintas para a questão: *como o conhecimento é possível?*

Enquanto, Comte entende as explicações *metafísicas* como intermediárias entre o saber teológico e positivo, Husserl entende-as como a única maneira pela qual o conhecimento pode se tornar possível, pois é basilar às ciências aclararem sua possibilidade de conhecer a realidade que buscam interpretar. Ressalta-se que essa não é a única divergência na filosofia de ambos, havendo outras como, por exemplo, o entendimento sobre qual seria a *tarefa* do conhecimento.

Para Comte, a intenção das ciências é o progresso, e só por meio do aspecto *científico* é que o conhecimento pode atingir sua forma plena e refinada. Husserl, como matemático que era, não desprezava as ciências. No entanto, considerava que o conhecimento em sua forma científica é secundário. Logo, o conhecimento científico não pode ser a primeira e nem tampouco a verdade última da vida. Husserl propõe uma atitude que intencione o velado à *atitude natural*; uma *atitude fenomenológica.*

Referências

BICUDO, M. A. V. Pesquisa fenomenológica em educação: possibilidades e desafios. **Revista Paradigma,** Maracay, v. XLI, p. 30 – 56, jun. 2020. Disponível em: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/928>. Acesso em: 25 maio 2021.

COMTE, A. **Curso de filosofia positiva.** In: Os pensadores: Comte. São Paulo: Abril Cultura, 1978.

FREIRE, P. **Professora sim, tia não:** cartas a quem ousa ensinar. São Paulo: Olho d’água, 1997.

GADAMER, H-G. O facto da ciência. In: GADAMER, H-G. **Herança e futuro da Europa.** Lisboa: Edições 70, 2009, p. 73 – 88.

HOBSBAWM, E. J. **A era das revoluções:** 1789 – 1848. 37ª ed. São Paulo/ Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2016.

HUSSERL, E. A ingenuidade da ciência. **Scientiæ studia**, São Paulo, v. 7, n. 4, p. 659 – 667, 2009. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/ss/a/KKwW8r7HK7WkgzrxtMQVpXw/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 25 maio 2021.

HUSSERL, E. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica**. Aparecida, São Paulo: Ideias e Letras, 2006.

HUSSERL, E. **A ideia da fenomenologia.** Lisboa: Edições 70, 1990.

HUSSERL, E. **Meditaciones cartesianas.** 2ª ed. México: FCE, 1986.

MONDINI, F.; MOCROSKY, L. F.; PAULO, R. M. Sentidos de matemática na contemporaneidade: um estudo a partir da filosofia heideggeriana. **Revista Educere et Educare**, Cascavel, v. 15, n. 33, p. 1 – 19, set./dez. 2019. Disponível em: <http://e-revista.unioeste.br/index.php/educereeteducare/article/view/22156>. Acesso em: 25 maio 2021.

GT 12 - Educação Estatística

A compreensão de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental acerca de conceitos estatísticos a partir da resolução de problemas

The understanding of students in the 5th year of elementary school about statistical concepts based on problem solving

Danilo do Carmo de Souza
Universidade Federal do Ceará
danilo.carmo@educacao.fortaleza.ce.gov.br

Marisa Lima de Vasconcelos
Universidade Federal do Ceará
marisamatufc@gmail.com

Juscileide Braga de Castro
Universidade Federal do Ceará
juscileide@virtual.ufc.br

Resumo
A Base Nacional Comum Curricular estabelece que os conhecimentos estatísticos sejam trabalhados a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim, o objetivo deste trabalho é analisar o desempenho e as estratégias empregadas por estudantes do 5º ano na resolução de situações-problemas envolvendo conceitos estatísticos. Nesse contexto, os estudantes foram submetidos a um teste contendo quatro situações que englobavam conceitos de média, moda, mediana, além da construção e interpretação de gráficos e tabelas. Portanto, trata-se de uma pesquisa calcada a partir da perspectiva quantitativa e qualitativa. Do ponto de vista quantitativo, as respostas dos alunos foram categorizadas em certas, erradas ou em branco. Como forma de ampliar as discussões, foi sistematizada a resolução a partir das estratégias e das representações empregadas no teste. Elencamos os principais acertos e dificuldades que os estudantes tiveram na resolução dos problemas abrangendo conceitos estatísticos. Os resultados evidenciam que de 18 itens que o teste continha, em 8 deles, o desempenho dos estudantes foi abaixo de 50%. Observamos uma quantidade significativa de respostas erradas ou sem explicação da estratégia utilizada na resolução. As situações que apresentavam conceitos atrelados às medidas de tendência central foram compreendidas pelos estudantes, embora a mediana com quantidade par de elementos tenha causado confusão nas estratégias. Tanto a construção quanto a interpretação de gráficos de barras tiveram altos níveis de acerto, quando comparado aos demais problemas. A partir dos achados, podemos concluir que existam lacunas conceituais ligadas a conhecimentos estatísticos pelos estudantes, contudo as formas com que solucionam as situações evidenciam que esses conceitos podem ser trabalhados ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Conceitos Estatísticos; Desempenho; Representações; Estratégia.

Abstract
The Common National Curriculum Base establishes that statistical knowledge should be worked on from the initial years of elementary school. Thus, the objective of this work is to analyze the performance and strategies employed by 5th grade students in solving problem-situations involving statistical concepts. In this context, students were submitted to a test containing four situations that encompassed concepts of mean, mode, median, in addition to the construction and interpretation of graphs and tables. Therefore, it is a research based on a quantitative and qualitative perspective. From a quantitative point of view, the students' answers were categorized as right, wrong or blank. As a way to expand the discussions, the resolution was systematized based on the strategies and representations used in the test. We list the main successes and difficulties that the

students had in solving the problems covering statistical concepts. The results show that of the 18 items that the test contained, in 8 of them, the students' performance was below 50%. We observed a significant amount of wrong or unexplained answers regarding the strategy used in the resolution. The situations that presented concepts linked to measures of central tendency were understood by the students, although the median with an even number of elements caused confusion in the strategies. Both the construction and the interpretation of bar charts had high levels of success when compared to the other problems. From the findings, we can conclude that there are conceptual gaps linked to statistical knowledge by students, however the ways they solve situations show that these concepts can be worked on even in the early years of elementary school.

Keywords: Statistical concepts; Performance; Representations; Strategy

Introdução

Com o advento das Tecnologias Digitais a disseminação das informações intensificou-se. Com isso, constantemente somos bombardeados por notícias, quase sempre, vinculadas a dados contidos em tabelas e gráficos. Portanto, saber construir, ler e interpretar informações contidas em gráficos e tabelas é essencial para a compreensão do contexto social, político e econômico (GAL, 2002; LOPES, 2010; BRASIL, 2017).

Ademais, com a promulgação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os conceitos estatísticos ganharam destaque nos processos de ensino e de aprendizagem a partir da unidade temática: Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2017). A Base aponta habilidades e competências que os estudantes devem desenvolver, ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tais como:

> Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes (BRASIL, 2017, p. 267).

Assim, apoiando-nos aos conceitos estabelecidos por Cazorla *et al*. (2017), que apontam que os estudantes devem ter papel ativo no desenvolvimento dos conceitos, sendo a execução de uma pesquisa estatística uma das possibilidades pedagógicas, Castro (2012) destaca que ao construir uma pesquisa, o estudante é levado a deparar-se com: a escolha de um tema; a elaboração das questões da pesquisa; a coleta e a análise de dados; e o debate de opiniões, que estimulam a capacidade de argumentar, ouvir críticas e respeitar posicionamentos.

Assim, cumpre destacar a importância das representações e dos conceitos para a efetivação de uma pesquisa. Acrescenta a isso, reflexões oriundas das habilidades prevista na base: “(EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões" (BRASIL, 2017, p. 297).

Desse modo, esta pesquisa surge da seguinte questão norteadora: quais conhecimentos apresentam os estudantes do 5º do Ensino Fundamental Anos Iniciais acerca de conceitos estatísticos? Assim sendo, elencamos como objetivo: analisar o desempenho e as estratégias empregadas por estudantes do 5º ano na resolução de situações-problemas envolvendo conceitos estatísticos.

As reflexões deste artigo foram sistematizadas em cinco seções: os elementos introdutórios, já apontados; seguido do aporte teórico, procedimentos metodológicos e o contexto da pesquisa; apresentação, análise e discussão dos resultados e por fim, tecemos as considerações finais.

Educação Estatística

A população, de modo geral, costuma utilizar-se dos conceitos e representações da estatística para a tomada de decisões, seja por meio de medidas que caracterizam uma amostra seja a partir de gráficos e tabelas. São exemplos dessas práticas: verificar a tendência dos resultados eleitorais, aplicações financeiras, trocas mercantis e até a determinação das chances de uma pessoa ganhar na loteria. Com isso, definimos Estatística como sendo uma ciência aplicada a diversas áreas, tais como, Economia, Educação, Saúde e Política.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) evidenciam que um dos objetivos do ensino de estatística é propor ao aluno uma postura investigativa, reflexiva e crítica das informações, para a tomada de decisões em uma sociedade globalizada. Frente a isso, para a compreensão e a aprendizagem dos conteúdos estatísticos é importante trabalhá-los em diferentes situações-problema, pois cada tipo de situação requer o domínio de procedimentos diferentes sendo necessário mobilizar um conjunto de conhecimentos matemáticos (CASTRO, 2012; SOUZA, 2019).

Gal (2002) ressalta dois componentes vinculados ao Letramento Estatístico: o cognitivo e o afetivo. O primeiro, de acordo com o autor, está atrelado aos conceitos matemáticos, ou seja, responsáveis pelas competências a serem desenvolvidas pelos sujeitos: interpretação, análise e avaliação crítica das informações; mobilização entre as diferentes representações; conhecimentos científicos próprios da estatística, e dos contextos matemáticos; e, por fim, de ser capaz de elaborar situações (GAL, 2002).

Ainda segundo o autor, o componente afetivo refere-se às crenças e atitudes que podem ser atribuídas e aglutinadas às visões de mundo dos estudantes, a partir de atividades transdisciplinares envolvendo a Estatística, com propósito de tornar o estudante um sujeito questionador frente às informações estatísticas. Com isso, é oportuno perceber a adoção da postura crítica como um elemento subjacente aos dois componentes propostos por Gal (2002). Neste sentido, pesquisas (CASTRO, 2012; CAZORLA; UTSUMI; SANTANA, 2020; SANTANA; SANTANA, 2018) têm sido realizadas para verificar os componentes cognitivos ou afetivos ligados à Estatística.

Castro (2012) realizou intervenção com 26 estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de explorar a compreensão em relação à construção, a resolução de situações-problemas e a interpretação de gráficos de barras. Na avaliação de conhecimentos prévios, em relação à construção de gráficos de barras, verificaram-se dificuldades relacionadas com a proporcionalidade (média 4,42), com a representação de categorias (média 6,92) e frequência (média 0,77). Em semelhança, a resolução de situações problemas relacionados com gráficos de barras, a pesquisa de Castro (2012) traz evidências das dificuldades desses estudantes, uma vez que a média obtida pela turma foi de 1,54. As atividades que os estudantes mostraram menor dificuldades foram as que envolviam a interpretação de gráficos de barras, obtendo média de 9,17 em situações de Localizar categorias no gráfico, média 5,58 para fazer agrupamentos e média 6,23 para comparar categorias e as frequências. Após intervenção, que explorou componentes cognitivos e afetivos a partir da vivência de ciclos de investigação apoiados com o uso de Tecnologias Digitais, os estudantes do grupo experimental conseguiram melhorar todas as médias. A pesquisa de Castro (2012) apresenta indícios de que apesar de os estudantes apresentarem dificuldades em relação à interpretação, à construção e à resolução de situações-problemas envolvendo gráficos de barras, ao final do 5° ano do Ensino Fundamental, estas dificuldades podem ser sanadas com intervenções que explorem concomitantemente os componentes afetivos e cognitivos.

Cazorla, Utsumi e Santana (2020) analisaram o desempenho de 1.305 estudantes do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental em conceitos estatísticos. Os resultados coletados mostram-se preocupantes, segundo as autoras, tendo em vista que os conteúdos abordados são indicados desde 1997 com a implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Entre os achados, apontam que a maioria dos estudantes não sabe identificar a nomenclatura, calcular as medidas de tendência central (média, moda e mediana) e interpretar seus significados, além de não estarem familiarizados com as representações gráficas e tabulares (CAZORLA; UTSUMI; SANTANA, 2020).

Santana e Santana (2018) aplicaram uma avaliação diagnóstica com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. O teste consistia em problemas envolvendo conceitos estatísticos sobre: gráficos de colunas, linhas, barras, setor circular, tabelas e medidas de tendência central (média, mediana e moda). O objetivo dessa atividade foi refletir junto com os professores os conhecimentos estatísticos dos alunos e articular estratégias com o escopo de aprimorar a prática docente.

Entre os achados, foi possível constatar dificuldades atreladas à leitura e compreensão de informações. Os resultados apontaram que 54,2% de acertos quanto a situação que envolvia o conceito de média aritmética, uma das confusões observadas nas resoluções foi de que os alunos confundem média com a soma dos valores dados. Quanto à compreensão e leitura de gráficos, 41,7% de acertos, demonstrando que mesmo estudantes ao final do Ensino Fundamental não possuem familiaridade na comparação e leitura de gráficos estatísticos. Dentre as atividades propostas pelos professores, destacam-se como intervenção, após essa análise, a leitura de textos jornalísticos e o desenvolvimento de atividades práticas que envolvam dados estatísticos de contextos próximos dos estudantes (SANTANA; SANTANA, 2018).

Ao comparar o resultado das pesquisas de Castro (2012), Cazorla, Utsumi e Santana (2020) e Santana e Santana (2018), é possível identificar fragilidades no processo de aprendizagem de estudantes, o que acarreta, muitas vezes, que estes cheguem ao final do Ensino Fundamental com falta de domínio de conceitos estatísticos. Desse modo, analisar as estratégias e as representações empregadas pelos estudantes e associá-las ao desempenho, é uma possibilidade de verificar tais dificuldades e subsidiar formações em docentes, atreladas a esses conceitos.

Na próxima seção, apresentamos os aspectos metodológicos desta pesquisa.

Procedimentos metodológicos e o contexto da pesquisa

O presente estudo engloba discussões de um projeto ora em desenvolvimento, intitulado: Desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática (D-Estat) e tem como objetivo investigar experiências de aprendizagens de professores, que ensinam matemática no Ensino Fundamental, no âmbito de um grupo colaborativo, visando o seu desenvolvimento profissional. A execução deste projeto é realizada por universidades presentes nos estados da Bahia, Pernambuco, Rio Grande do Norte, São Paulo e Ceará, que juntas integram a Rede Educação Matemática Nordeste (REM-NE).

Como parte inicial do processo formativo, foi aplicado um teste diagnóstico a estudantes das escolas parceiras da REM-NE. No estado do Ceará, a aplicação deu-se entre os meses de fevereiro e março de 2019 e contaram com a participação de 1.094 alunos do Ensino Fundamental distribuídos entre os municípios de Fortaleza, Itapipoca, Canindé e Brejo Santo. Em Fortaleza, contabilizou-se 356 estudantes, sendo 88 do 5º ano, foco desta pesquisa, por tratar-se de um período de transição, correspondendo ao último ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O instrumental era composto por quatro questões, duas com variável discreta e duas com variável qualitativa nominal (Quadro 1).

Quadro 1: Estrutura do instrumento para o 5º ano

<table>
<tr><th rowspan="2">Questão</th><th rowspan="2">Variável</th><th rowspan="2">Natureza da variável</th><th rowspan="2">Ordem de grandeza / operações</th><th colspan="3">Representação</th></tr>
<tr><th>Inicial</th><th>Final1</th><th>Final2</th></tr>
<tr><td>Q1</td><td>Nº de bolas de gude</td><td>Discreta (genuína)</td><td>Até 42, adição, divisão</td><td>Língua materna</td><td>Gráfico de barras</td><td>Soma, moda, média, mediana</td></tr>
<tr><td>Q2</td><td>Nº de brigadeiros</td><td>Discreta (genuína) e qualitativa</td><td>Até 30, adição, divisão</td><td>Tabela de dupla entrada</td><td></td><td>Soma, moda, média, mediana</td></tr>
<tr><td>Q3</td><td>Animal de estimação favorito</td><td>Qualitativa nominal</td><td>Até 50, adição</td><td>TDF simples</td><td></td><td>Nº de dados (soma), moda. Opinião</td></tr>
<tr><td>Q4</td><td>Porcentagem de votos</td><td>Contínua</td><td>Até 100, Adição e subtração</td><td>Gráfico de linha</td><td></td><td>Leitura, tendência</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da pesquisa (D-Estat, 2019)

Conforme Quadro 1, a ordem de grandeza dos números era até 50 e envolvia as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, em uma concepção intuitiva do repartir. Os dados foram apresentados na língua materna solicitando não só a conversão para o registro gráfico e uma tabela simples, como também a determinação da soma, do máximo, do mínimo, da moda, da média e da mediana. Da variável qualitativa foi solicitada a moda e o número de dados. Além disso, na questão 2 os dados passaram de uma tabela simples para uma tabela de dupla entrada, solicitando a soma por linhas e a questão 4 continha um gráfico de linhas e a partir dos dados obtidos realizar inferências.

As respostas foram categorizadas em: certo, errado e em branco. Para além do desempenho, os dados foram analisados segundo as representações e as estratégias utilizadas pelas crianças, caracterizando esta pesquisa como qualitativa. Bogdan e Biklen (1994) observam que o intuito da pesquisa qualitativa é contextualizar o objeto de estudo numa realidade social dinâmica, intertextualizando relações, interações e implicações advindas daquela, objetivando uma análise mais profunda e significativa.

Cumpre esclarecer que as escolas mencionadas concordaram em participar da pesquisa, assinando um termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Os pais dos alunos que participaram da pesquisa também assinaram um TCLE consentindo a participação dos estudantes. Esta pesquisa foi registrada e protocolada no Comitê de Ética em Pesquisa (COMEPE) da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)[1].

Explicitando os procedimentos metodológicos, as discussões dos resultados são apresentadas na próxima seção.

Resultados e discussões

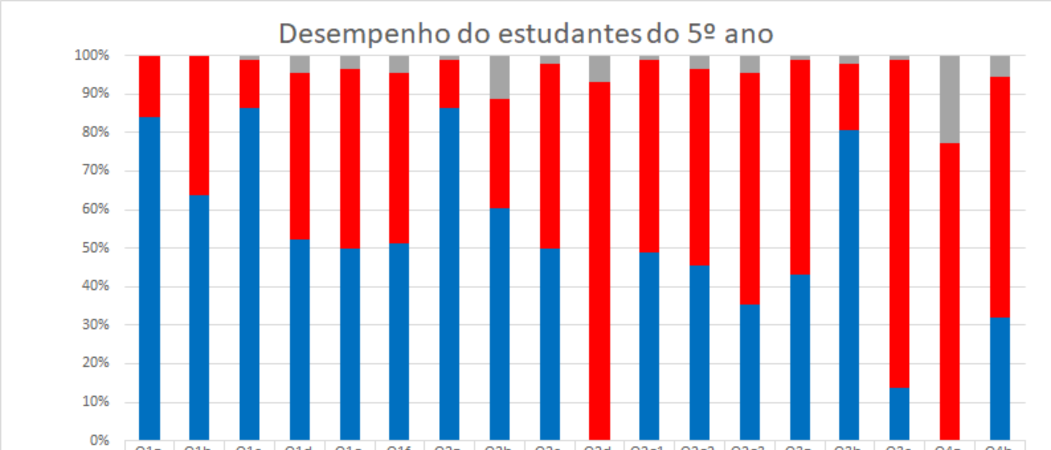
As reflexões desta pesquisa foram estruturadas a partir: [1] do desempenho dos estudantes no teste e [2] das estratégias e representações empregadas nas resoluções.

Desempenho dos estudantes

A análise quantitativa foi baseada nos resultados dos estudantes ao solucionarem os problemas contidas no diagnóstico. O gráfico 1 sistematiza o desempenho dos estudantes de acordo com os procedimentos registrados no teste.

[1] O protocolo foi feito na UESC, pois a coordenação geral do projeto D-Estat, projeto desenvolvido pela Rede de Educação Matemática do Nordeste (REM-NE), é realizada pela Profa. Dra. Eurivalda Santana.

Gráfico 1: Desempenho dos estudantes por situação-problema



	Q1a	Q1b	Q1c	Q1d	Q1e	Q1f	Q2a	Q2b	Q2c	Q2d	Q2e1	Q2e2	Q2e3	Q3a	Q3b	Q3c	Q4a	Q4b
EM BRANCO	0	0	1	4	3	4	1	10	2	6	1	3	4	1	2	1	20	5
ERRO	14	32	11	38	41	39	11	25	42	82	44	45	53	49	15	75	68	55
ACERTO	74	56	76	46	44	45	76	53	44	0	43	40	31	38	71	12	0	28

Fonte: Dados da pesquisa (D-Estat, 2019)

O gráfico 1 mostra que a média geral de acerto dos estudantes foi de 49,05%, com desvio-padrão de 26,53%. Ressalta-se que dos 18 itens do teste, em 8 deles, o desempenho dos estudantes ficou abaixo de 50%. Ademais, observa-se um quantitativo significativo de situações erradas ou sem explicitação da estratégia empregada durante a resolução, destacando-se o item Q4a, em que nenhum estudante obteve êxito, e requisitava analisar um gráfico de linhas e reconhecer a porcentagem total como sendo 100% de uma amostra. Desse modo, os resultados convergem com pesquisas quanto à percepção de lacunas conceituais, atreladas a conhecimentos acerca da Estatística por estudantes da Educação Básica (MAGINA *et al*, 2010; CASTRO, 2012; SANTANA; SANTANA, 2018; SOUZA, 2019; CAZORLA; UTSUMI; SANTANA, 2020).

Em análise aprofundada, verificamos resultados semelhantes aos achados de Cazorla, Utsumi e Santana (2020), acerca da conversão de dados da língua materna para o registro no gráfico de barras e o cálculo da moda, com respectivamente, 84,09% e 86,36% de acerto nos itens Q1a e Q1c. Com efeito, tais habilidades estão de acordo com recomendações previstas na BNCC a serem desenvolvidas em estudantes do 5º ano. Cazorla *et al*. (2017) aponta que o conceito de moda é intuitivo, o qual pode ser abordado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Contudo, esperava-se que o item Q1e fosse facilmente solucionado, por se tratar apenas da distribuição em ordenação crescente, no qual havia sete dados (ímpar), em que se bastava ler o valor do dado que ocupava a 4ª posição. Ressalta-se que mesmo o problema contendo para sua resolução o auxílio de uma tabela previamente identificada as posições, 50% não responderam corretamente a ordenação e, por consequência, não souberam identificar o valor da mediana. Já nos itens Q2c e Q2d que tem por objetivo, respectivamente, a ordenação e o valor da mediana com um valor par de dados. Corroborando com Cazorla, Utsumi e Santana (2020), os resultados indicam que 50% dos estudantes responderam corretamente a ordenação, porém, nenhum indicou corretamente a mediana, sinalizando que a mediana, nesses casos, não é intuitiva.

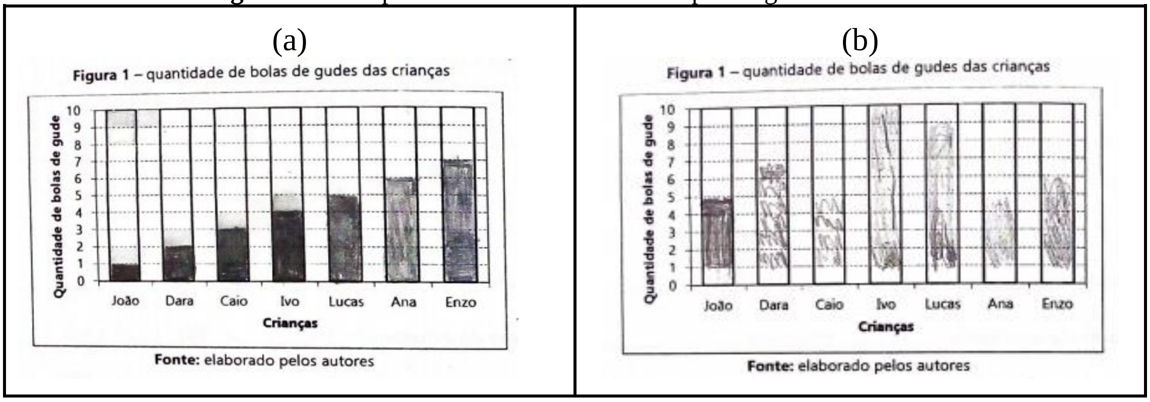
O conceito de média aritmética presente no teste correspondente ao item Q1d, tendo sido abordado com a ideia de distribuição equitativa e 52,27% dos estudantes tiveram êxito em sua resolução. Assim, como apontado por Magina *et al*. (2010), houve protocolos em que os sujeitos utilizaram como estratégia a soma de todos os valores dos dados ou confundem a média com o maior valor da amostra. Cumpre destacar que, embora, alguns conceitos tenham sido aludidos no teste, o cálculo das medidas de tendência central: média, moda e mediana são indicados na BNCC, apenas para os anos finais do ensino fundamental (BRASIL, 2017); todavia, os níveis de acertos dos itens aqui discutidos acerca desses conceitos, parecem ser facilmente compreendidos.

Estratégias e Representações de Resoluções dos Problemas Estatísticos

Como forma de ampliar as reflexões quantitativas, faz-se necessário analisar os protocolos das estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas, conforme centra-se nessa seção. Salientamos que os esquemas aqui destacados estão correlacionados à construção gráfica e os cálculos das medidas de tendência central.

Dentre os principais erros cometidos na conversão dos dados da língua materna para a representação gráfica pelos estudantes, exemplifica-se os da Figura 1.

Figura 1: Exemplos da conversão dos dados para o gráfico de barras

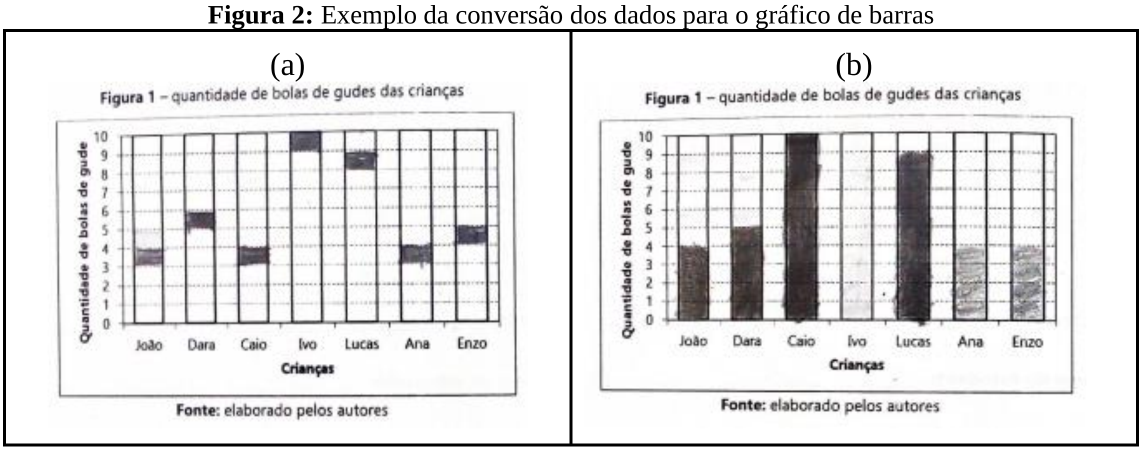


Fonte: Dados da Pesquisa (D-Estat, 2019)

A partir desses protocolos, verificamos que algumas crianças não conseguiram estabelecer a relação entre os eixos coordenados do gráfico e, com isso, pintam as barrinhas aleatoriamente. Na figura 1a, por exemplo, é possível inferir que o estudante preenche os espaços considerando uma ordem crescente de valores, sem observar os dados fixados no problema. Por outro lado, há também estudantes que desprezaram em sua construção gráfica o ponto zero como sendo o início, conforme a figura 1b.

Também foi identificado um gráfico (figura 2a), no qual é possível constatar que a criança desconsidera o comando da questão, ao pintar somente o valor correspondente a quantidade de bolas de gude de cada criança, desprezando a construção total da barra, formando um gráfico de "faixa". Cabe destacar que estratégia semelhante também foi identificada por Cazorla, Utsumi e Santana (2020), porém, com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Além disso, foram registrados conversões nas quais os alunos deixam alguns espaços incompletos ou totalmente em branco, conforme figura 2b, que podem ser reflexos da falta de atenção ou descuido durante a resolução.

Figura 2: Exemplo da conversão dos dados para o gráfico de barras



Fonte: Dados da Pesquisa (D-Estat, 2019)

Cumpre destacar que a construção de gráficos de barras é uma habilidade que precisa ser desenvolvida a partir do 2° ano do Ensino Fundamental. De acordo com a BNCC, o estudante precisa ser levado a "Realizar pesquisas em universo de até 30 elementos, escolhendo variáveis categóricas de seu interesse, organizando os dados coletados em listas, tabelas e gráficos de colunas simples" (BRASIL, 2017, p. 285). Esta habilidade precisa ser trabalhada desde cedo, pois, não é tão intuitiva e simples como parece. Desse modo, Cazorla *et al.*, (2017, p. 58), enfatizam que o professor precisa explorar as representações dos conceitos Estatísticos, "focando na relação entre as variáveis, nas frequências relativas, entre outros".

Analisamos ainda, os protocolos dos estudantes na resolução de problemas relacionados ao conceito de média aritmética, que consistia no seguinte enunciado: Para iniciar o jogo, Dara teve a ideia de juntar todas as bolas de gude e de repartir igualmente entre todas as crianças. Com quantas bolas de gude cada criança ficou?

A partir dos protocolos, foi possível identificar que os estudantes do 5º recorrem a diferentes representações e estratégias ao calcular a média, combinando registros pictóricos e numéricos. Com isso, associam as crianças relatadas no problema, através de bolinhas ou bonequinhos, já as bolas de gudes são identificadas por traços. Tendo em vista o nível escolar, já era esperado a utilização do registro pictórico como forma de apropriação conceitual, conforme recomenda a BNCC. Entretanto, ressalta-se que o professor deve incentivar os estudantes na incorporação dos algoritmos, mostrando as limitações das representações figurais em determinados tipos de situações.

Em relação às estratégias, embora não se tenha feito entrevistas com os sujeitos, é possível inferir resquícios de estratégias aditivas, multiplicativas ou a combinação de ambas nas resoluções. Consideramos como estratégia aditiva, aquele que requisita as operações de adição, subtração, ou as ideias de: juntar, acrescentar ou reunir. Por outro lado, apontamos como estratégia multiplicativa, aquelas que necessitam para sua resolução, as operações de multiplicação, divisão ou ideais associadas a: distribuição, divisão, partição, proporção, entre outras.

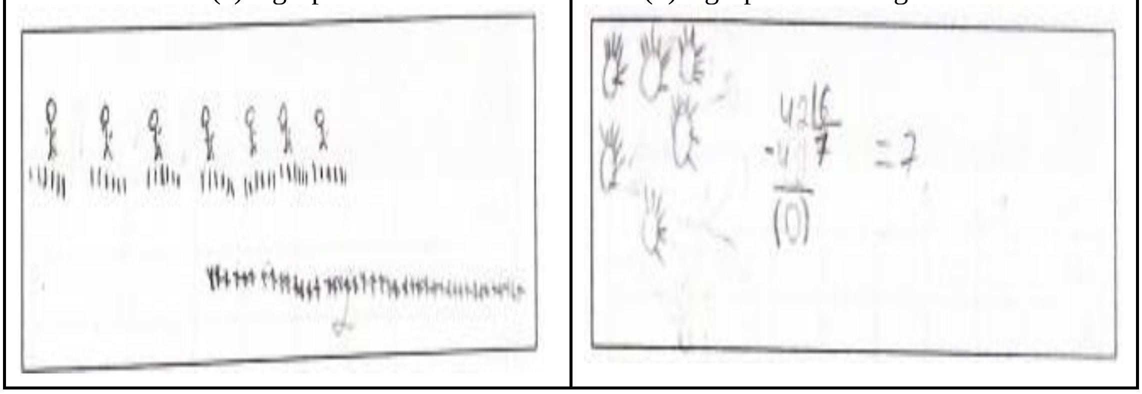
Cumpre enfatizar que apesar de não terem sido exemplificadas aqui, a estratégia aditiva foi possível ser percebida a partir de dois esquemas: a soma da quantidade de bolas de gude de todas as crianças juntas ou a subtração de valores presentes na situação, como:

41 - 7 = 34, ou seja, o número 41 seria a indicação da quantidade total de bolas de gude, enquanto o algarismo 7, estaria associada à quantidade de crianças; ou a estratégia “10 - 6 = 6”, em que o valores 10 e 6 designam a quantidade de duas crianças envolvidas no problema. Destarte, tais possibilidades resolutivas, indicam que essas crianças não compreenderam o comando da situação proposta, ou ainda não desenvolveram plenamente a ideia de divisão.

Evidenciou-se ainda, estratégias aglutinando ideias associadas a adição e divisão, como pode ser verificado nas figuras 3a e 3b, a seguir:

Figura 3: Combinação de estratégias (Cálculo da média aritmética)

(a) agrupamento | (b) agrupamento e algoritmo da divisão

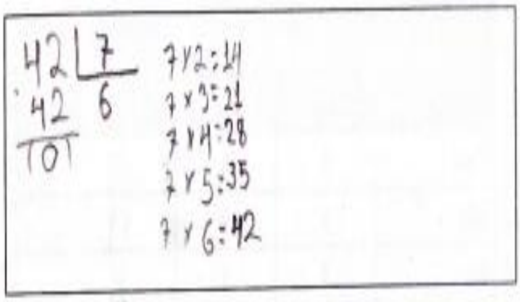


Fonte: Dados da pesquisa (D-Estat, 2019)

As figuras 3a e 3b foram consideradas como do tipo combinação de estratégias. Com isso, a partir da organização das representações apresentadas em 3a é possível inferir que inicialmente a criança dispõe a quantidade total de bolas de gude (traços) localizadas no canto inferior do espaço disponível. Em seguida, simboliza as crianças do problema através de bonequinhos, distribuindo uma a uma as bolas de gude e riscando os traços abaixo, indicando ao final que cada criança receberia 6 bolas de gude. Sob outra perspectiva, a estratégia esquematizada na figura 3b, embora equivocada na resposta, mostra que a criança estabelece uma relação equitativa entre o número de bolas de gude e a quantidade de crianças, ao empregar a distribuição unitária dos elementos e o algoritmo da divisão. Ademais, conjecturamos que a representação pictórica subsidiou o algoritmo como forma de comprovar a operação de divisão.

Revelaram-se ainda, protocolos utilizando estratégias multiplicativas, conforme observa-se na figura 4a e 4b.

Figura 4: Estratégias multiplicativas (Cálculo da média aritmética)

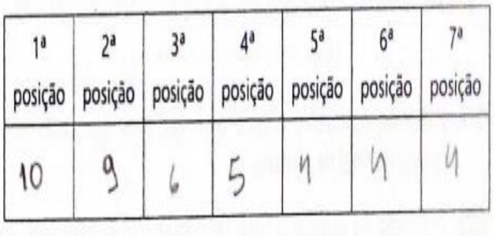
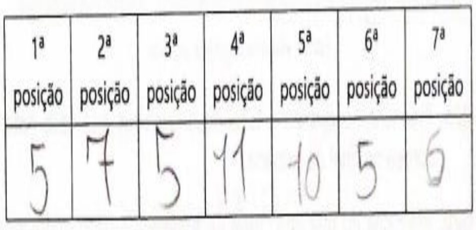
(a) associação entre divisão e multiplicação	(b) algoritmo da divisão
	

Fonte: Dados da pesquisa (D-Estat, 2019)

Diante dos protocolos analisados, é possível apontar que existiram duas representações para a estratégia multiplicativa: os algoritmos da multiplicação, da divisão ou a combinação de ambos, como mostrado na figura 4a, no qual inferimos terem sido utilizados como subsídio para comprovar a operação inversa. No entanto, diante do protocolo exposto na figura 4b, é posto que a criança concebe que a situação se trata de uma ideia atrelada a divisão, já que estrutura sua resolução a partir do algoritmo da divisão. Sobre isso, ressaltamos que mesmo que os estudantes conheçam o procedimento para a utilização do algoritmo e a memorização da tabuada, nem sempre obtêm êxito, pois, este depende da interpretação do problema e não apenas da operacionalização dos números.

Em relação à mediana, verificamos que há crianças que confundem o significado de ordem crescente com o de ordem decrescente, como é o caso retratado na Figura 5b. A Figura 5a mostra a ordem crescente feita de forma correta. Neste caso, o estudante não teve dificuldades em indicar a mediana, tendo em vista que o número de elementos eram ímpares. Na situação de indicação da mediana com elementos em quantidade par, mesmo indicando corretamente a ordem crescente, constatamos, de uma forma geral, dificuldades para indicar a mediana corretamente (Figura 6 a e b).

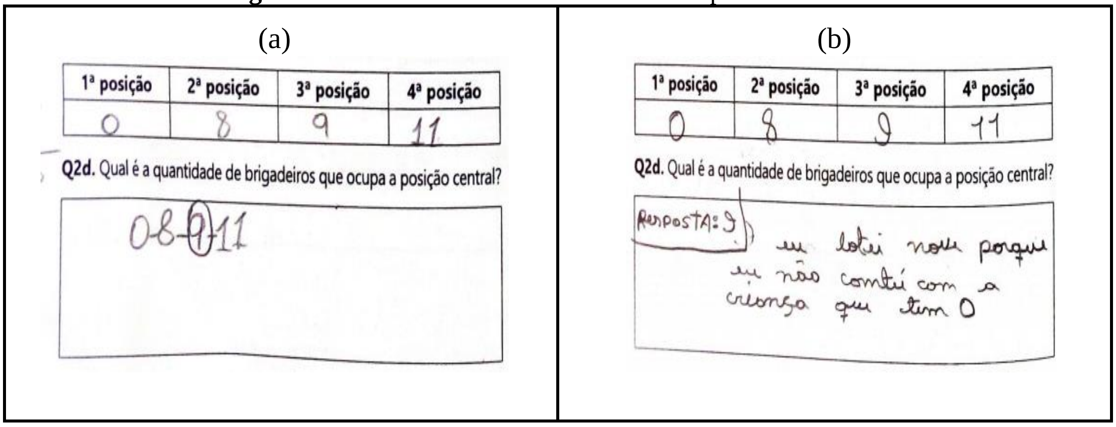
Figura 5: Cálculo da mediana com número ímpar de elementos

(a) ordem crescente correta	(b) ordem crescente incorreta
	

Fonte: Dados da pesquisa (D-Estat, 2019)

A Figura 6 a e b mostra que os estudantes buscaram identificar a quantidade de brigadeiros que ocupa a posição central, contudo, por ser ímpar, não há uma quantidade discreta. Essa confusão pode ter sido provocada pela situação, por utilizar uma quantidade discreta para o cálculo da mediana com quantidades de números pares. Na Figura 6b o estudante afirma desconsiderar o número zero, enquanto na Figura 6a, o zero também é desconsiderado.

Figura 06: Cálculo da mediana com número par de elementos



Fonte: Dados da pesquisa (D-Estat, 2019)

A análise dos erros indica as dificuldades, contudo, a análise das estratégias realizadas pelos estudantes, trazem indícios dos diferentes raciocínios e níveis cognitivos dos estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental. A seguir, encontram-se as considerações finais desta investigação.

Considerações finais

Na realização deste trabalho, buscamos analisar o desempenho e as estratégias empregadas por estudantes do 5º ano na resolução de situações-problemas envolvendo conceitos estatísticos. Para isso, partimos da seguinte questão: quais conhecimentos apresentam estudantes do 5º do Ensino Fundamental acerca de conceitos estatísticos?

Conforme já apontado, os resultados indicam desempenho significativos em relação a determinados conceitos atrelados à Estatística. Na conversão do registro em linguagem materna para a representação gráfica, os principais erros cometidos estão associados ao estabelecimento da relação entre as variáveis e a frequência relativa, além dos padrões que precisam ser verificados na construção do gráfico, entre eles a estruturação das barras a partir do ponto zero.

No tocante ao conceito de moda, 86,36% dos estudantes identificam corretamente essa medida dentro de um conjunto de dados, índice significativo, embora a compreensão desta habilidade seja parte integrante somente dos conteúdos presentes nos anos finais dos Ensino Fundamental. Essa constatação reforça discussões que indicam a utilização desses conceitos ainda com crianças dos anos iniciais.

O conceito de média aritmética, aqui abordado, está ligado à ideia de divisão em partes iguais. Nesse contexto, a média aritmética foi compreendida por 52,27% dos estudantes, os quais empregaram diferentes estratégias e representações para sua resolução, ressaltando-se as representações pictóricas compatíveis com maior eficiência. Em relação às estratégias, foram percebidos procedimentos interligados ao pensamento aditivo e multiplicativo, embora o algoritmo da divisão em certos casos não tenha sido empregado corretamente, garantindo que saber manipular algoritmos não assegura compreensão conceitual.

Ademais, quanto à compreensão da mediana, os índices de acertos foram superiores nos casos em que a quantidade de elementos era ímpar, frente às situações com número par de dados. Nesse sentido, a estratégia de resolução considerando a tabela como possibilidade de organização dos dados parece ser uma configuração que permite tal constatação da mediana como ponto central. Por outro lado, a grande quantidade de crianças que não responderam corretamente a mediana com número par de elementos, requer novas investigações, que devido às limitações metodológicas, a pesquisa não pôde aprofundar essa compreensão.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 2017.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O.R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemátic**a. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

CASTRO, J. B. **A utilização de objetos de aprendizagem para a compreensão e construção de gráficos estatísticos**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

CAZORLA, I.; MAGINA, S.; GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. **Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental**. Brasília: Coleção Sbem, 2017. 122p.

CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C.; SANTANA, E. R. S. Desempenho em Estatística de estudantes do Ensino Fundamental, no contexto do D-Estat. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 28, p. 1-25, 2020.

GAL, I. Adult statistical literacy meanings, components, responsabilities. **International Statistical Review**, The Hague, v.70, n. 1, p. 1-25, 2002.

LOPES, C. E. Os Desafios para a Educação Estatística no Currículo de Matemática. In: C. E. Lopes, C. de Q. e S. Coutinho & S. A. Almouloud (Orgs.), **Estudos e reflexões em educação estatística**. Campinas: Mercado de letras, 2010.

MAGINA, S.; CAZORLA, I.; GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. Concepções e Concepções Alternativas de Média: um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental. **Educar em Revista**, Curitiba, n. especial 2, p. 59 - 72, 2010.

SANTANA, A. M; SANTANA, M. D. M. Reflexões sobre o ensino de estatística, no ensino Fundamental II, após resultados de uma avaliação diagnóstica nas turmas de 9º ano da Escola Marechal Rondon - Recife - PE. **SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasil, set. 2018. Disponível em: <http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/677/282>. Data de acesso: 16 Abr. 2021.

SOUZA, D. C.. **Tecnologias digitais e a aprendizagem de conceitos estatísticos:** a utilização do software geogebra por estudantes do 9º ano do ensino fundamental. 2019. 117f. - Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação, Fortaleza (CE), 2019.

A Estatística e a Probabilidade em projeto editorial para o primeiro ano do Ensino Fundamental no Brasil

Statistics and Probability in an editorial project for the first year of Elementary School in Brazil

Ailton Paulo de Oliveira Júnior
Universidade Federal do ABC – UFABC, Brasil
ailton.junior@ufabc.edu.br

Ángel Alsina
Universidade de Girona, Espanha
angel.alsina@udg.edu

Natália Galvão Simão de Souza
Universidade Federal do ABC – UFABC, Brasil
natalia.galvao@ufabc.edu.br

Resumo
Este estudo analisa a presença de Estatística e Probabilidade em um projeto editorial para estudantes brasileiros que cursam o primeiro do Ensino Fundamental, considerando que as diretrizes curriculares internacionais contemporâneas promovem o ensino desses conceitos a partir dos 3 anos e no Brasil a partir de 1 ano e 7 meses na Educação Infantil. Para a obtenção dos dados, foi considerado um instrumento baseado na técnica de análise de conteúdo, composto por dezessete categorias, organizadas em quatro dimensões: 1) Descrição do projeto editorial; 2) Presença de Estatística e Probabilidade; 3) Conteúdos abordados; 4) Planejamento e gestão. Os resultados obtidos mostram que a presença de Estatística e Probabilidade no projeto editorial analisado é escassa e não oferece aos professores informação suficiente para promover a literacia estatística e probabilística. Conclui-se que é necessário que os projetos editoriais repensem as tarefas propostas aos alunos de 6 anos para que, no seu conjunto, lhes permitam desenvolver uma postura crítica perante a avalanche de dados e situações de incerteza em nosso ambiente.

Palavras-chave: Estatística e Probabilidade; Planejamento e gestão do ensino; Livro texto; Alfabetização; Ensino Fundamental.

Abstract
This study analyzes the presence of Statistics and Probability in an editorial project for Brazilian students attending the first grade of elementary school, considering that contemporary international curricular guidelines promote the teaching of these concepts from the age of 3 and in Brazil from the age of 1 year and 7 months in Early Childhood Education. To obtain the data, it was considered an instrument based on the content analysis technique consisting of seventeen categories organized into four dimensions: 1) Description of the editorial project; 2) Presence of Statistics and Probability; 3) Covered contents; 4) Planning and management. The results obtained show that the presence of Statistics and Probability in the analyzed editorial project is scarce and does not provide teachers with enough information to promote statistical and probabilistic literacy. It is concluded that it is necessary for editorial projects to rethink the tasks proposed to 6-year-old students so that, as a whole, they allow them to develop a critical attitude towards the avalanche of data and situations of uncertainty in our environment.

Keywords: Statistics and Probability; Teaching planning and management; Textbook; Literacy. Elementary School.

Introdução

Segundo Cuida et al. (2021), anos após o ensino de Estatística e Probabilidade ser incluído como área disciplinar no currículo de Matemática a partir do Ensino Fundamental (NCTM, 1989), sua presença foi expandida e passou a constar no currículo a partir dos 3 anos de idade (NCTM, 2000, 2006), seguindo de sua introdução, por exemplo, na Austrália (CURRÍCULO AUSTRALIANO, 2015) e outros países, que incorporaram a estatística e a probabilidade aos currículos desde tenra idade.

No Brasil, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação - LDB, nº 9.394/96 (BRASIL, 1996) é resultado da atual estrutura da educação brasileira. Considerando os anos iniciais do Ensino Fundamental da Base Nacional Comum Curricular - BNCC há a unidade temática “Probabilidade e Estatística” (BRASIL, 2018).

Além desses aspectos, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital (BRASIL, 2021).

Shield e Dole (2013) consideram que os livros didáticos são um recurso amplamente utilizado pelos professores e que regulam o processo de ensino e aprendizagem. Assim, o objetivo deste estudo é analisar a presença de Estatística e Probabilidade em um projeto editorial para alunos brasileiros referente ao primeiro ano do Ensino Fundamental, que inclui um total de 346 tarefas com conteúdo matemático. Para Cuida et al. (2021), projeto editorial é a coleção de materiais impressos (livros didáticos) normalmente utilizados nas salas de aula tanto pelas crianças (cadernos de atividades) quanto pelos professores (guias didáticos ou caderno do professor).

Marco teórico

Na BNCC (BRASIL, 2018), a incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática denominada Probabilidade e Estatística, propondo a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Considera-se que todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, fazendo julgamentos fundamentados e tomar as decisões.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), o estudo da probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem a finalidade de promover a compreensão de que nem todos os eventos são determinísticos. Sendo assim, o trabalho inicial com probabilidade deve focar no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de forma que os alunos compreendam que existem eventos certos, eventos impossíveis e eventos possíveis.

Considerando pesquisas relacionadas ao estudo da Estatística e da Probabilidade em livros didáticos, Díaz-Levicoy et al. (2019) se concentram na análise das questões que se colocam, a título de avaliação, nas unidades de Estatística e Probabilidade dos livros didáticos do ensino fundamental chileno. Realizou-se análise de conteúdo em textos do 1º ao 6º ano, escolhidos pela sua ampla divulgação a nível nacional. Os resultados indicam predomínio da tarefa com suporte gráfico (48,6%) e contexto pessoal (63,9%).

Em Cuida et al. (2021), analisa-se a presença de Estatística e Probabilidade em nove projetos editoriais para estudantes espanhóis de 3 a 6 anos, indicando ser escassa e não oferecem aos professores informação suficiente para promover a literacia estatística e probabilística. É necessário que sejam repensadas as tarefas propostas para permitir o desenvolvimento de postura crítica perante avalanche de dados e situações de incerteza.

Procedimentos metodológicos

Visto que, o objetivo é o tratamento da Estatística e da Probabilidade em um projeto editorial direcionado ao primeiro ano do Ensino Fundamental no Brasil, o estudo trata-se de pesquisa do tipo exploratória, de abordagem qualitativa e natureza descritiva.

Amostra

A amostra é composta por um livro de uma coleção de livros didáticos de Matemática distribuídos pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD no ano de 2020. De acordo com dados fornecidos pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação - FNDE sobre o PNLD 2020, a coleção mais adotada para os anos iniciais do Ensino Fundamental é o Projeto Ápis, Editora Ática, de Luiz Roberto Dante (BRASIL, 2021).

Ferramenta de análise

Para a concepção do instrumento de análise, foram consideradas as mesmas dimensões de Espina e Novo (2019): 1) Descrição do projeto editorial; 2) Presença de

Estatística e Probabilidade; 3) Conteúdos abordados; 4) Planejamento e gestão. As categorias que fundamentam cada uma dessas dimensões foram adaptadas às concepções atuais dos processos de ensino-aprendizagem de Estatística e Probabilidade na Educação Primária (ALSINA, 2017, 2018; NCTM, 2000; BRASIL, 2018; entre outros).

Em relação ao procedimento seguido para a análise dos dados, destacamos que as categorias das dimensões foram analisadas qualitativamente, sendo que as pertencentes às dimensões 3 e 4 foram indicadas explicando o que foi observado no projeto editorial.

Posteriormente, as respostas a essas questões foram quantificadas para facilitar a descrição dos resultados obtidos. A quantificação foi realizada considerando os níveis segundo Espina e Novo (2019) e descrito no quadro 1. A cada uma das categorias foi atribuído um número com base em seu grau de presença no projeto editorial.

Quadro 1: Critérios de alocação para pontuar as categorias

Nível	Critério
0 - Ausência	Não se verifica no projeto editorial o que está indicado na categoria.
1 - Baixo	Não há referências suficientes e as especificações marcadas na categoria são poucas.
2 - Médio	No projeto editorial, pode-se garantir que as especificações determinadas na categoria sejam moderadamente satisfeitas.
3 - Alto	As especificações estabelecidas na categoria podem ser integralmente refletidas no projeto editorial.

Fonte: Espina e Novo (2019, p. 98)

Resultados

Os resultados obtidos seguem a mesma ordem em que foram coletados no instrumento de análise e como são apresentados no desenho metodológico. Os resultados são apresentados, divididos por dimensões e, por sua vez, pelas diferentes categorias.

Dimensões 1 e 2: Descrição do projeto editorial e presença de Estatística e Probabilidade no projeto editorial

No quadro 2 apresentamos a descrição do projeto editorial referente à dimensão 1, centrada na realização de uma classificação do projeto editorial.

Quadro 2: Descrição da coleção ou projeto editorial referente à dimensão 1

DESCRIÇÃO DO PROJETO EDITORIAL	
Editorial: **Editora Ática – Brasil**	Projeto: **Ápis – Matemática – 1 ano de Luiz Roberto Dante**
Ano de publicação: **2019**	Nível educativo: **Primeiro ano do Ensino Fundamental**
Enfoque metodológico do projeto editorial: **Método Globalizado.**	

Fonte: Elaboração própria

A descrição do projeto editorial da Ática Brasil fornece o ano de publicação do projeto (2019), seu nome (Ápis – Matemática), nível de escolaridade (primeiro ano do Ensino Fundamental). O enfoque metodológico é o globalizado, já que os conteúdos estatísticos e probabilísticos estão integrados aos demais blocos de conteúdo. A coleção traz a resolução de problemas como eixo norteador de sua metodologia.

Na segunda dimensão, indica-se as tarefas que desenvolvem conteúdos estatísticos e probabilísticos em relação aos outros conteúdos matemáticos e a sua distribuição de acordo com o seu conteúdo (Quadro 3).

Quadro 3: Descrição da coleção ou projeto editorial referente à dimensão 2

<table>
<tr><th colspan="7">Identificação de dados e fatos</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Identificação dos dados</td><td colspan="3">Variáveis qualitativas</td><td colspan="3">Variáveis quantitativas (discreta ou contínua)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Questão 3; Questão 4; Questão 7; Questão 8; Questão 15; Questão 16; Questão 17</td><td colspan="3">Questão 2 (discreta)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Representação dos dados identificados</td><td>Objetos</td><td>Desenhos</td><td>Gráficos</td><td>Objetos</td><td>Desenhos</td><td>Gráficos</td></tr>
<tr><td>-</td><td>Questão 8</td><td>Questão 3
Questão 4
Questão 7
Questão 16
Questão 17</td><td>Questão 2 (discreta)</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Reconhecimento de fatos (certos, prováveis ou impossíveis) em situações de acaso e incerteza</td><td colspan="6">Questão 5 (Espaço amostral); Questão 12 (Eventos); Questão 13 (Previsibilidade)</td></tr>
<tr><th colspan="7">Comparação de dados e fatos</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Organização dos dados identificados, com base em classificações e ordenações de acordo com seus atributos.</td><td colspan="3">Variáveis qualitativas</td><td colspan="3">Variáveis quantitativas (discreta ou contínua)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Questão 1; Questão 6; Questão 9; Questão 10</td><td colspan="3">Questão 11 e Questão 14 (discretas)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Descrições / comparações / interpretações baseadas em dados</td><td>Objetos</td><td>Desenhos</td><td>Gráficos</td><td>Objetos</td><td>Desenhos</td><td>Gráficos</td></tr>
<tr><td>-</td><td>-</td><td>Questão 1
Questão 6
Questão 9
Questão 10</td><td>-</td><td>-</td><td>Questão 11 e 14 (discretas)</td></tr>
<tr><td>Comparação de fatos: mais provável, menos provável, etc.</td><td colspan="6">-</td></tr>
<tr><th colspan="7">Operação com dados</th></tr>
<tr><td>Relação entre frequência absoluta e frequência cumulativa</td><td colspan="2">Variáveis qualitativas</td><td colspan="4">Variáveis quantitativas (discreta ou contínua)</td></tr>
<tr><td>Observações:</td><td colspan="2">-</td><td colspan="4">Questão 15 (discreta) – Somente frequência absoluta.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração própria

Quanto à referida presença de um projeto editorial em método globalizado, foram encontradas 17 atividades relacionadas com Estatística e Probabilidade, num total de 346 tarefas com conteúdo matemático, correspondendo a 4,9% do total. Indicamos ainda, na Tabela 1, a distribuição dos dados obtidos nas atividades estatísticas e probabilísticas dirigidas aos alunos, segundo o bloco de conteúdo (quadro 3).

Tabela 1: Número total de atividades encontradas de acordo com os blocos de conteúdo

Bloco de Conteúdos	n	Percentual
Identificação de dados e fatos	10	58,8%
Comparação de dados e fatos	6	35,5%
Operação com dados	1	5,9%
Total	17	100,0

Fonte: Elaboração própria

Observa-se que, há somente uma questão que aborda operação com dados, avançando em aspectos indicados pela BNCC como conteúdo para o primeiro ano do Ensino Fundamental, já que não é indicado que se realize operação com dados.

Relatamos ainda que, visto não haver capítulos ou momentos específicos para o estudo de Estatística e Probabilidade, realizamos busca página por página por atividades, conceitos, procedimentos e discursos propostos para esse estudo.

Além disso, não há uma divisão no livro que indique especificamente os conteúdos estatísticos e probabilísticos. Quando são abordados, aparecem conjugados com outros conteúdos. O livro apresenta a seguinte distribuição, destacando os aspectos voltados ao ensino de Estatística e Probabilidade: 1) O mundo da matemática: apresenta um gráfico como uma das possibilidades de desenvolver conteúdos matemáticos; 2) Eu e a Matemática: apresenta uma proposta de pesquisa associando a números e informações estatísticas; 3) Unidade 1: Vocabulário fundamental - nas 29 atividades propostas, não há atividades com foco nos conteúdos estatísticos e probabilísticos; 4) Unidade 2: Números até 10 - Dentre as 63 atividades propostas, 3 com foco nos conteúdos estatísticos; 5) Unidade 3: A ordem dos números - Dentre as 29 atividades propostas há 2 voltadas aos conteúdos estatísticos e uma aos probabilísticos, espaço amostral; 6) Unidade 4: Figuras geométricas - Dentre as 32 atividades propostas, 1 com foco nos conteúdos estatísticos; 7) Unidade 5: Nosso dinheiro - Dentre as 19 atividades propostas, 1 com foco nos conteúdos estatísticos; 8) Unidade 6: Adição e subtração - Dentre as 49 atividades propostas, 2 voltadas aos conteúdos estatísticos e uma aos probabilísticos, espaço amostral; 9) Unidade 7: Grandezas e medidas - Dentre as 44 atividades propostas, 2 voltadas à estatística e 1 com conteúdos estatísticos/probabilísticos; 10) Unidade 8: Números até 100 - Dentre as 29 atividades propostas, 3 com conteúdos estatísticos.

Os conteúdos estatísticos e probabilísticos são abordados de forma gradativa, indicando combinações, tabelas, gráficos, estimativas, estatística e probabilidade. Tais unidades estão organizadas para promover o diálogo das competências gerais e específicas e desenvolvendo habilidades de forma que se percebe a progressão entre elas.

Dimensão 3: Conteúdo da estatística e probabilidade no projeto editorial

Com a dimensão 3 pretendeu-se coletar a forma como os conteúdos são trabalhados e se são adequados para os alunos (Quadro 4).

Quadro 4: Descrição da coleção ou projeto editorial referente à dimensão 3 (Conteúdos da estatística e a probabilidade no projeto editorial)

Questão	Descrição	Avaliação
C3.1. Os conteúdos são adequados ao nível de desenvolvimento da disciplina a que se dirigem?	Cada volume da coleção é organizado em nove unidades, divididas em tópicos de conteúdo. As unidades são iniciadas em um contexto motivador, buscando identificar os conhecimentos prévios dos alunos. São apresentados os conceitos e desenvolvidas atividades. Encontram-se as seguintes seções: “Vamos ver de novo”; “O que estudamos”; e Brincando também se aprende”.	2
C3.2. Os conteúdos estatísticos e probabilísticos estão relacionados com outros assuntos?	A distribuição dos conteúdos no livro, na maioria das vezes, é feita por especialidade, o que não contribui para as articulações entre os campos da matemática, como também não favorece os conhecimentos de outras áreas. Quando observamos aspectos estatísticos e probabilísticos, são apresentados de forma articulada com os demais campos.	2
C3.3. O aprendizado de Estatística e Probabilidade é apresentado no projeto ciclicamente?	São desenvolvidas seções onde os conteúdos são revisados, em que se trabalham atividades lúdicas e de socialização. Os conteúdos estatísticos são estudados em momentos específicos, sendo articulados às outras unidades, complementando e apoiando o estudo de tópicos dos demais campos da matemática (números e operações, de geometria e de grandezas e medidas). Referindo-se ao estudo de probabilidade, ressaltamos que ao longo de toda a coleção encontramos atividades com a ocorrência da palavra “possibilidade”, mas nem todos as situações foram propostas com esse enfoque	2

Fonte: Elaboração própria

A categoria 3.1 analisa a adequação dos conteúdos ao nível de desenvolvimento da disciplina a que se dirigem. Foram considerados os conteúdos referentes à Estatística e à Probabilidade no primeiro ano do Ensino Fundamental, que incluem aspectos relacionados à identificação, organização, representação e interpretação de dados e a identificação e comparação de fatos em situações de incerteza (ALSINA, 2017, 2018). Mostrou-se que o projeto analisado foi considerado insuficientemente adequado. Na sua maioria não existem tarefas próprias relacionadas com Estatística e Probabilidade, apenas atividades complementares a outras que desenvolvem conteúdos matemáticos.

Destaca-se a questão 16 (Figura 1), apresentando atividade que consideramos parcialmente adequada ao nível de desenvolvimento da Estatística, ou seja, primeiro ano do Ensino Fundamental, considerando que a BNCC (BRASIL, 2018) indica que nesse momento o aluno deve: 1) Ler dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples; e 2) Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seu interesse e universo de até 30 elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais.

É indicada a tabulação de dados referente às medalhas obtidas pelo Brasil nas Olimpíadas do Rio de Janeiro de 2016, completando uma tabela simples com números associados a essa tabulação e relação entre a unidade temática "Números" e a e Estatística.

Figura 1: Exemplo de uma atividade parcialmente adequada ao nível de desenvolvimento da Estatística (primeiro ano do ensino fundamental) segundo a BNCC


15 JOGOS OLÍMPICOS RIO 2016

COMPLETE A TABELA E DESCUBRA QUANTAS MEDALHAS O BRASIL GANHOU (DE CADA TIPO E NO TOTAL) NOS JOGOS OLÍMPICOS RIO 2016.

MEDALHAS DO BRASIL

MEDALHA	QUANTIDADE COM MARCAS	NÚMERO
OURO		7
PRATA		6
BRONZE		6
TOTAL		19

FONTE DE CONSULTA: RIO 2016. JOGOS OLÍMPICOS. DISPONÍVEL EM: <www.rio2016.com/quadro-de-medalhas-paises>. ACESSO EM: 13 OUT. 2016.

Fonte: Dante (2019, p. 179)

Em relação à categoria 3.2, verifica-se que existe ligação moderada entre Estatística e Probabilidade com outras disciplinas (nível 2). A evidência é apresentada na questão 15, que associa a unidade temática "Números" à unidade temática "Estatística e Probabilidade" e a área da Arte, apresentando o quadro de Tarsila do Amaral (Figura 2).

Figura 2: Exemplo de uma atividade relacionada a outra disciplina

7 NÚMEROS E ARTE

OBSERVE ESTA OBRA.

A FAMÍLIA. 1924. TARSILA DO AMARAL. ÓLEO SOBRE TELA, 79 cm × 101,5 cm. MUSEU NACIONAL CENTRO DE ARTE REINA SOFÍA, ESPANHA.

A) COMPLETE: NESSA PINTURA HÁ 12 PESSOAS E 2 ANIMAIS.

B) AGORA, RESPONDA. Respostas pessoais.

- VOCÊ TEM IRMÃOS? QUANTOS? ____
- VOCÊ TEM ANIMAIS DE ESTIMAÇÃO? QUANTOS? ____
- EM SUA CIDADE EXISTE UM ESPAÇO RESERVADO PARA EXPOSIÇÕES DE ARTE? ____
- VOCÊ JÁ VISITOU ALGUMA EXPOSIÇÃO DE ARTE? ____

SUGESTÃO DE...
LIVRO
A INFÂNCIA DE TARSILA DO AMARAL. CARLA CARUSO. SÃO PAULO: CALLIS, 2009.

Fonte: Dante (2019, p. 170)

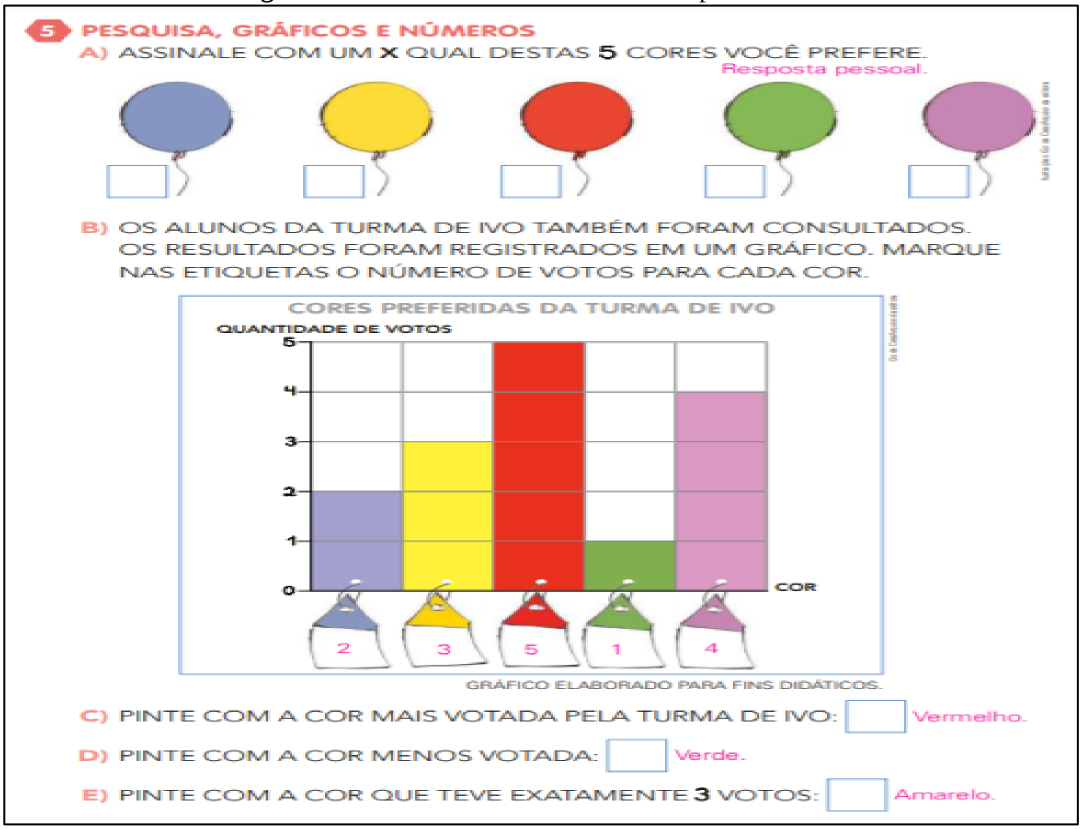
A atividade indicada na Figura 2 sugere o trabalho com números partindo da observação da tela em óleo de Tarsila do Amaral e na sequência propõe um breve questionário ou uma pesquisa que os alunos devem responder.

Considerando indicações de habilidades para primeiro ano do Ensino Fundamental, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), observa-se que é proposta a realização de uma pesquisa envolvendo variáveis qualitativas e quantitativas em um universo de até 30 elementos. O que poderia ainda ter sido realizado foi propor a organização dos dados por meio dessas representações pessoais em uma tabela.

Por fim, o projeto editorial apresenta aprendizado moderado (Nível 2) de estatística e probabilidade de forma cíclica, última categoria da dimensão 3 (3.3).

Apresentamos na Figura 3, atividade com aspectos estatísticos, que indica no item ‘a’ balões de cinco cores (lilás, amarelo, vermelho, verde e rosa) e pede que seja selecionada à cor de preferência dos alunos. Na sequência, no item ‘b’ são apresentados em um gráfico de colunas simples os resultados de uma pesquisa realizada pelos alunos, associado a mesma pergunta indicada no item ‘a’. Para fechar a atividade são realizadas perguntas (itens c a e) considerando os dados apresentados no gráfico de colunas simples, associado às cores dos balões.

Figura 3: Trabalho cíclico em estatística e probabilidade



Fonte: Dante (2019, p. 43)

Nessa questão (Figura 3), segundo a proposta para o primeiro ano do Ensino Fundamental na BNCC (BRASIL, 2018) observa-se que a atividade propõe: 1) Ler dados expressos em gráfico de colunas simples; e 2) Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis, no caso numéricas, em um universo de até 30 elementos.

Na segunda atividade (Figura 4), questão 11, é proposto um jogo com 2 dados (numerados de 1 a 6). Descreve-se o que será o jogo e indica-se que os alunos devem lançar os dois dados. Conta-se os pontos que fizeram e verifica-se na lista indicada na questão quantos pontos deve pintar em uma tabela de pontuação. Para compor a pontuação, cria-se regras: 1) Caso no lançamento dos dois dados obtenha-se a soma 4 pinta-se 3 quadrinhos; 2) Caso obtenha-se soma maior do que 6 pinta-se 1 quadrinho; 3) Caso obtenha-se soma menor ou igual a 6 pinta-se 2 quadrinhos.

Figura 4: Trabalho cíclico em Estatística e Probabilidade.

Fonte: Dante (2019, p. 125)

Nessa segunda questão, segundo proposta para o primeiro ano do Ensino Fundamental na BNCC (BRASIL, 2018) observa-se que a atividade extrapola o que é proposto para esse nível, ou seja, classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano. Pode-se considerar que seja uma atividade do cotidiano do aluno e trazer um jogo para motivar o aprendizado, no entanto, avança para aspectos de outros anos, embora consideremos que, com a condução do professor, seria possível desenvolver a atividade.

Dimensão 4: Planejamento e gestão

A última dimensão visa analisar a concepção, gestão e avaliação das atividades de competência matemática em sala de aula (ALSINA, 2016) no projeto editorial.

Consideramos insatisfatório (Nível 1) os seguintes aspectos: 1) Trabalhar noções estatísticas e probabilísticas que respondem aos três estágios: motor global, motor limitado e representação mental, que constituem a aprendizagem matemática; 2) Utilizar vocabulário matemático preciso no guia do professor sobre estatística e probabilidade.

Quanto ao primeiro, observamos que somente os relacionados ao terceiro estágio, que compreende uma fase de representação mental ou abstração foram abordados, ou seja, são propostas atividades em que os alunos apenas vinculam as informações que receberam em processos anteriores.

Referente ao segundo, ao buscarmos por tarefas que utilizavam vocabulário específico para o ensino de probabilidade como, por exemplo: (1) possibilidades; (2) chance; (3) acaso; (4) probabilidade; em seu enunciado, tanto em orientações ao professor como em tópicos de seções de estudo, encontramos apenas atividades com a palavra "possibilidades" que preparam para o estudo de probabilidade. Dessa forma, há a falta de atividades que indicam a utilização de termos que permitam ao aluno se apropriar dos conceitos básicos da probabilidade como a BNCC indica.

Consideramos moderado (Nível 2) os seguintes aspectos: 1) Sugerir aos professores a realização de atividades anteriores às atividades propostas relacionadas com Estatística e Probabilidade; 2) Estabelecer orientação para a avaliação em torno dos conteúdos em Estatística e Probabilidade.

Para o primeiro referente a essa segunda parte, podemos indicar que, no manual do professor (MP) do volume referente ao primeiro ano, afirma-se que são introduzidos temas atuais, como estatísticas e possibilidades, além do raciocínio combinatório. Afirma-se ainda que as ideias sobre Estatística e Probabilidade, por meio da exploração de tabelas, gráficos e o conceito de chance, são trabalhadas informalmente em toda a coleção, devido à grande importância que assumem na sociedade moderna.

Considerando o segundo, são incorporados recentes avanços dos estudos e pesquisas em Educação Matemática, que inclui o estudo da aprendizagem e do ensino de Matemática. Baseia-se no ensino espiral, segundo o qual um conceito é retomado várias vezes e vai sendo ampliado e aprofundado no mesmo volume ou nos subsequentes.

Consideramos alto (Nível 3) os seguintes aspectos: 1) Sugerir que os professores preparem atividades complementares relacionadas à Estatística e ao conteúdo probabilístico; 2) Prever possíveis adaptações curriculares nas tarefas propostas e relacionadas com Estatística e Probabilidade; 3) Exemplificar, além do material impresso, outras atividades e em diferentes contextos: situações da vida cotidiana, materiais de manipulação, jogos, histórias e canções, recursos tecnológicos, etc.

Para o primeiro, o Manual do Professor (MP) apresenta em sua parte inicial orientações gerais (princípios gerais, fundamentos teóricos, avaliação, estrutura geral da coleção, referências para o aprofundamento do professor, indicações para os alunos e bibliografia) e orientações específicas.

São trazidos ainda, comentários, orientações e objetivos de cada unidade, habilidades da Base Nacional Comum Curricular - BNCC abordadas em cada uma das unidades, bem como comentários e orientações sobre conteúdos, seções, atividades e boxes, sugestões de atividades e sugestões e resenhas de livros indicados para os alunos.

Considerando o segundo, há propostas de realização de pesquisa, registros de dados em gráficos ou tabelas, e o conceito de possibilidades, permitindo ao professor realizar adaptações das tarefas propostas ou ampliá-las. Embora cada professor tenha a própria maneira de organizar a aula e utilizar o livro didático, são esboçadas possibilidades que podem ser exploradas. Uma delas é ler e debater sobre o conteúdo de cada página, principalmente as que incentivem os alunos a fazer descobertas.

Por fim, considerando o terceiro, o material didático permite ao professor, por meio do conhecimento e do relacionamento diário com os alunos e tomando como base os dados coletados no dia a dia e no contexto social em que a escola está inserida, modificar, complementar e inserir atividades, problemas, jogos, quebra-cabeças e desafios, dentre outras atividades, além daquelas que são propostas.

Considerações finais

Neste estudo, analisou-se a presença de Estatística e Probabilidade em um projeto editorial para alunos brasileiros do primeiro do Ensino Fundamental, que incluem um total de 346 tarefas com conteúdo matemático, sendo que somente 4,79% desse total é direcionado ao ensino de Estatística e Probabilidade. A título de síntese, a análise demonstrou que os conteúdos estatísticos e probabilísticos são insuficientes para a formação estatística e probabilística dos alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental no Brasil pois, em termos gerais, a sua presença é escassa, como também acontece nos livros didáticos do Ensino Fundamental em estudo realizado por Vásquez et al. (2019).

Mais especificamente, foram identificadas atividades que trabalhem as noções de Estatística e Probabilidade integradas aos demais blocos de conteúdo. As tarefas são poucas e distribuídas uniformemente em somente dois dos três níveis considerados, ou seja, a identificação e a comparação de dados e fatos.

Consideramos, portanto, que o número de tarefas localizadas é insuficiente e que se faz necessário a incorporação, no projeto editorial, de mais atividades que favoreçam o desenvolvimento de competências relacionadas a Estatística e Probabilidade.

Entendemos que, nesse nível de ensino, o livro didático é uma ferramenta que é utilizada pelo professor em sala de aula e, para as crianças, para o desenvolvimento de atividades. Partindo de Shield e Dole (2013) esse material é uma das maneiras de organizar o processo de ensino e aprendizagem, de modo que se faz importante oferecer ao professor e aos alunos livros didáticos que abordem de forma adequada atividades voltadas ao ensino de Estatística e Probabilidade para as primeiras idades.

Considerando análise mais detalhada, a partir dos dados obtidos, demonstrou-se que para alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental, a identificação de dados é o conteúdo mais presente nas atividades de Estatística e Probabilidade (10 tarefas, 58,8%), enquanto a representação e comparação dos dados identificados são em menor número (6 tarefas, 35,3%), além de uma atividade (5,9%) que indica operações com dados.

Considerando os dados descritivos obtidos de acordo com o nível, embora no seu conjunto estejam em conformidade com as diretrizes curriculares analisadas (BRASIL, 2081; ALSINA, 2018; NCTM, 2000), destacamos que é preocupante, a sugestão de poucas atividades indicando a comparação de dados, dos quais se deduz que é difícil promover a interpretação e obtenção de conclusões, o que é uma das finalidades da Estatística e da Probabilidade desde tenra idade (ALSINA, 2012, 2018).

Em relação à contextualização, um dos principais aspectos destacados na BNCC (BRASIL, 2018) é os conteúdos estatísticos e probabilísticos estarem relacionados com quotidiano das crianças, e ainda de acordo com as orientações das agências e autores que têm apontado a importância de abordar o conhecimento matemático nas primeiras idades a partir de situações reais ou realistas (ALSINA, 2010; NCTM, 2000). O tratamento cíclico, por outro lado, tem presença escassa, embora presente, sendo que identificamos apenas duas atividades que tratam de conteúdos estatísticos e probabilísticos.

Finalmente, em relação ao planejamento, gestão e avaliação de atividades de Estatística e Probabilidade, determina-se claramente os objetivos, conteúdo, material necessário, questões de desenvolvimento e experiências que motivam e facilitam o desenvolvimento, apesar de faltar indicações mais específicas de avaliação. Em suma, pode-se deduzir que o livro didático fornece informações para promove o ensino.

Consideramos que poderia ser indicado mais orientações que contribuam para o ensino por meio dos livros didáticos, gerando maior impacto sobre o desenvolvimento do letramento estatístico e probabilístico (ALSINA; VÁSQUEZ, 2016).

Caso seja pretendido avançar nesta direção a partir de projetos editoriais, será necessário repensar as tarefas que se propõem aos alunos, para que, no seu conjunto, as atividades promovam não só a ativação de componentes cognitivos, ou seja, conhecimento de Estatística e Probabilidade ajustada ao nível a que se dirigem; mas também componentes de disposição que permitam desenvolver uma postura crítica diante da avalanche de dados e das situações de incerteza no mundo atual.

Referências

ALSINA, Á. Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. **Épsilon**, Sevilla, n. 92, p. 7-29, 2016.

ALSINA, Á. Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, Sevilla, n. 95, p. 25-48, 2017.

ALSINA, Á. El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). In: MÚÑOZ-CATALÁN, M.C.; CARRILLO, J. (Eds.). **Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil**. Madrid: Editorial Paraninfo, 2018. p. 173-211.

ALSINA, Á.; VÁSQUEZ, C. De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. **UNIÓN**, São Paulo, n. 48, p. 41-58, 2016.

AUSTRALIAN CURRICULUM, ASSESSMENT AND REPORTING AUTHORITY (ACARA). **The Australian Curriculum**: Mathematics. Australian curriculum. 2015. Disponível em: <http://v7-5.australiancurriculum.edu.au/Curriculum/Overview>. Acesso: 23 jun. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** - BNCC: Educação é a base. Ministério da Educação, Brasília, 2018. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional** - LDB. Lei no 9.394/1996 – Lei no 4.024/1961. Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2017. 58 p.

BRASIL. Ministério da Educação. MEC. **Leis de Diretrizes e Bases** - *LDB.* Lei n. 9.394 de 1996.

BRASIL. **Programa Nacional do Livro e do Material Didático** - PNLD, 2021. Disponivel em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>. Acesso em: 22 jun. 2021.

CUIDA, A. et al. La educación estadística y probabilística en proyectos editoriales de Educación Infantil. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 69, p. 389-412, abr. 2021.

DÍAZ-LEVICOY, D.; FERRADA, C.; SALGADO-ORELLANA, N.; VÁSQUEZ, C. Análisis de las actividades evaluativas sobre estadística y probabilidad en libros de texto chilenos de Educación Primaria. **Premisa**, Buenos Aires, v. 21, n. 80, p. 5-21, 2019

ESPINA, E.; NOVO, M.L. Análisis de la presencia de la geometría en los proyectos editoriales de Educación Infantil. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 31, n. 3, p. 81-112, 2019.

NCTM. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics.** Reston: NCTM, 2000.

NCTM. **Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics**: a quest for coherence. Reston: NCTM, 2006.

PIERCE, R.; CHICK, H. Teachers' beliefs about statistics education. In*:* BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Ed.). **Teaching statistics in school mathematics**: Challenges for teaching and teacher education. Nueva York: Springer, 2011. p. 151-162.

SHIELD, M.; DOLE, S. Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 82, n. 2, p. 183-199, 2013.

VÁSQUEZ, C. *et al* ¿Cómo se promueve el aprendizaje de la estadística y la probabilidad? Un análisis desde los libros de texto para la Educación Primaria. **Bolema**, Río Claro. v. 33, n. 65, p. 1133-1154, 2019.

A Incerteza no Imaginário Infantil: como as crianças compreendem a aleatoriedade por meio da literatura infantil

Uncertainty in the Children's Imaginary: how children understand randomness through children's literature

Emilly Rayane Moura Dinis Santos
Universidade Federal de Pernambuco
emillydiniz97@hotmail.com

José Ivanildo Felisberto de Carvalho
Universidade Federal de Pernambuco
ivanfcar@hotmail.com

Resumo
Neste estudo, buscamos investigar as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre aleatoriedade no uso da literatura infantil, tendo como aporte teórico a demanda cognitiva de aleatoriedade, a partir de diferentes noções que dão base a esse conceito; além de versar sobre a articulação da literatura infantil e conceitos matemáticos, pelo desenvolvimento de habilidades sobre linguagem e matemática, ao mesmo tempo. Foi desenvolvido um estudo exploratório de caráter qualitativo, no qual foram realizadas entrevistas por meio do método Clínico Piagetiano a partir da contação de histórias. O livro utilizado intitula-se "O Clubinho", sendo uma criação autoral e compreende várias histórias sobre Probabilidade em contextos infantis. Os sujeitos desse estudo são seis estudantes do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os resultados do estudo demonstraram que as estudantes apresentam facilidade em diversas noções presentes nessa demanda, como a incerteza, justiça e equiprobabilidade, os diferentes tipos de eventos aleatórios (possível, impossível, mais provável e menos provável); e dificuldades com a compreensão sobre a independência de eventos aleatórios, apresentando erros de recência negativa em sua maioria. Concluímos que as estudantes, durante a contação das histórias, reorganizaram muitas concepções a partir da reflexão sobre os contextos apresentados, e pelos questionamentos e intervenções realizadas pela mediadora; apesar de esse não ser o objetivo central do estudo.

Palavras-chave: Educação Probabilística; Probabilidade; Aleatoriedade; Ensino Fundamental; Anos iniciais.

Abstract
In this study, we sought to investigate the understanding of students in the 5th year of elementary school about randomness in the use of children's literature, having as theoretical support the cognitive demand of randomness, based on different notions that support this concept; in addition to dealing with the articulation of children's literature and mathematical concepts, through the development of language and mathematics skills at the same time. An exploratory study of a qualitative nature was developed, in which interviews were conducted using the Piagetian Clinical method based on storytelling. The book used is entitled "O Clubinho", being an authorial creation and comprising several stories about Probability in children's contexts. The subjects of this study are six students from the 5th year of the initial years of elementary school. The results of the study showed that the students are easily aware of several notions present in this demand, such as uncertainty, fairness and equivalence, the different types of random events (possible, impossible, more likely and less likely); and difficulties with understanding the independence of random events, with mostly negative recency errors. We conclude that the students, while telling the stories, reorganized many conceptions based on the reflection on the contexts presented, and on the questions and interventions carried out by the mediator; although this is not the main objective of the study.

Keywords: Probabilistic Education; Probability; Randomness; Elementary School; Early years.

1. Introdução

O presente artigo reflete sobre das compreensões de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca da Probabilidade, especificamente sobre a aleatoriedade. Esta pesquisa é extrato de um estudo maior desenvolvido durante o curso de mestrado[1]. Objetivamos nesse artigo investigar as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre aleatoriedade no uso da literatura infantil.

Estudiosos como Bryant e Nunes (2012) e Campos e Carvalho (2016) elencam como aspecto imprescindível nos processos de ensino e aprendizagem da Probabilidade, discutir variadas noções que dão base à compreensão de aleatoriedade, na medida em que a incerteza é um elemento fundamental da Probabilidade.

Nesse sentido, desenvolvemos uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, baseada no método Clínico Piagetiano pelo uso da contação de histórias do livro "O Clubinho", criação autoral dos autores desse estudo[2]. Os sujeitos desse estudo são estudantes do 5º dos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede pública de ensino e a análise realizada por meio das entrevistas, visa refletir sobre as compreensões desses estudantes acerca de diversas noções relacionadas à demanda cognitiva de aleatoriedade (BRYANT; NUNES, 2012).

2. Discussão Teórica

2.1. A probabilidade nos anos iniciais: a demanda cognitiva da aleatoriedade

Pesquisadores como Bryant e Nunes (2012) têm defendido a importância de explorar um conjunto de noções para o desenvolver a compreensão do conceito de Probabilidade. Nesse sentido, elencam quatro demandas cognitivas básicas para o desenvolvimento de sua compreensão, são elas: 1) Aleatoriedade; 2) Espaço Amostral; 3) Comparação/Quantificação de Probabilidades; e, 4) Risco Probabilístico.

O presente estudo irá explorar a demanda cognitiva de aleatoriedade, sendo ela um elemento fundamental para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico que está presente em todos os problemas de Probabilidade. Bryant e Nunes (2012) apontam que esta demanda

---

[1] Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, disponível em: https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40936

[2] O livro O Clubinho é um livro virtual e gratuito, destinado a estudantes, pais e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, disponível em: https://natocadocoelholivr.wixsite.com/natocadocoelho/livros

procura desenvolver a capacidade de reconhecer a incerteza dos resultados em eventos aleatórios, sendo necessário levar os estudantes a comparar e distinguir os eventos aleatórios (que envolvem a ideia de incerteza) dos eventos determinísticos (que envolvem a ideia de certeza).

A aleatoriedade também compreende diversas noções como **equidade e justiça**, que considera a compreensão de situações justas e injustas de escolher ou tomar decisões em eventos que possuem as mesmas chances ou não entre as possibilidades (equiprovável e não-equiprovável). Bryant e Nunes (2012) ainda apontam a necessidade de discutir e comparar os **diferentes tipos de eventos aleatórios**, que envolvem a compreensão dos eventos prováveis, improváveis, possíveis e impossíveis, bem como, eventos mais prováveis e menos prováveis. Acerca da **independência de eventos sucessivos** em uma situação aleatória, Bryant e Nunes (2012) destacam que muitas crianças apresentam dificuldade de perceber que o obter o mesmo resultado várias vezes não influenciará os próximos resultados. Nesse sentido, podem apresentar dois tipos de erros: o primeiro é chamado de **recência negativa**, em que os estudantes julgam que após resultados sucessivos de um mesmo tipo, é mais provável um resultado diferente na próxima rodada; e, o segundo erro é chamado de **recência positiva**, em que os estudantes consideram que depois de resultados sucessivos do mesmo tipo, o mais provável é que o mesmo resultado aconteça na próxima rodada.

2.2. A literatura infantil e o ensino de matemática: articulações interdisciplinares

A literatura surgiu da necessidade dos homens de registrar e compartilhar suas e experiências, transmitindo valores e ensinamentos as futuras gerações, tendo a palavra oral ou escrita como instrumento (SOUZA, 2010). Nesse sentido, defendemos que a literatura educa, pois consideramos a presença de aspectos pedagógicos em livros infantis não diminui ou desvaloriza os atributos literários, nem o coloca em segundo plano.

Autores como Zilberman e Silva (1990) e Smole (2000), compreendem que é possível os livros infantis trazerem consigo conhecimentos, sem perder seu aspecto literário. Zilberman e Silva (1990) apontam que o uso dessas histórias na escola, objetiva contextualizar a aprendizagem, trazendo significado ao processo, mobilizando dois elementos, a fantasia e o posicionamento intelectual, pois confronta dois imaginários em um universo que mesmo não compartilhando o mesmo tempo, produz uma modalidade de partilha de significados. Dessa maneira, os autores compreendem que o texto literário introduz um universo que permite ao leitor refletir e incorporar novas experiências.

Smole (2000), reflete sobre a relação de complementariedade entre linguagem e matemática, em que toma emprestada a oralidade dando suporte de significação ao seu aprendizado. A autora ainda destaca que a relação entre a língua e a matemática deve se dar pelo uso de "atividades que envolvem ler, escrever, falar e ouvir sobre matemática" (p. 67); e aponta a literatura infantil como forma de proporcionar à criança uma fantasia próxima da realidade, permitindo inventar, renovar e discordar, compreendendo a literatura como um modo desafiador e lúdico de desenvolver noções matemáticas.

Portanto, acreditamos que a literatura educa, possibilitando o desenvolvimento de habilidades de leitura e compreensão e de estratégias de resolução de problemas, desenvolvendo, nesse contexto, a linguagem e a matemática ao mesmo tempo.

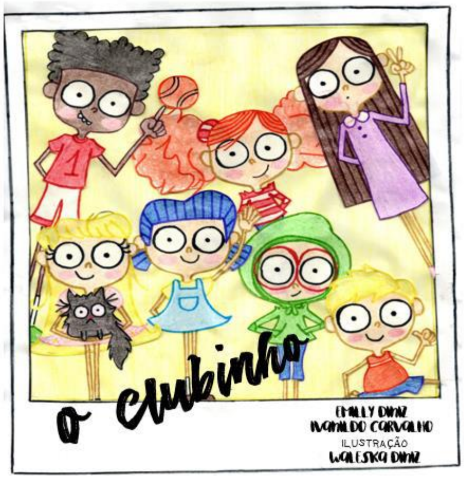
3. Metodologia

O presente estudo tem como objetivo investigar as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre aleatoriedade no uso da literatura infantil, sendo desenvolvida uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, pois busca compreender de forma aprofundada o objeto investigado, buscando observá-lo a partir da perspectiva dos sujeitos envolvidos (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Este estudo realizou entrevistas clinicas piagetiana, pois busca "compreender como o sujeito pensa, como analisa situações, como resolve problemas, como responde às contra sugestões do examinador" (CARRAHER, 1983, p. 06), objetivando a partir das respostas, não medir o desempenho, mas refletir e entender o processo que as gerou. As entrevistas se baseiam na contação de histórias do livro "O Clubinho", pois compreendemos que a contação de histórias estimula o desenvolvimento integral do estudante, a imaginação, a curiosidade, a criatividade, a concentração, a linguagem, além de ser fonte de conhecimentos variados.

O livro desenvolvido e utilizado nesse estudo chama-se "O Clubinho" e conta histórias sobre um grupo de amigos que vivenciam diversas situações problema presentes no dia a dia que envolvem compreensões probabilísticas. O livro apresenta 8 histórias, com situações problema que abordam as demandas cognitivas (aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades). Iremos, nesse estudo, abordar quatro histórias que versam sobre aleatoriedade.

Figura 1: Capa do livro “O Clubinho”



Fonte: DINIZ; CARVALHO (2021)

O quadro 1 apresenta o roteiro de perguntas relacionadas a aleatoriedade, especificando os focos probabilísticos e as histórias presentes no livro “O Clubinho”:

Quadro 1: Roteiro de perguntas para a entrevista

Histórias do Livro	Foco Probabilístico	Perguntas
O Clubinho	Justiça e Equiprobabilidade	Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado? Por quê?
Caixa de bombons	Independência de eventos aleatórios sucessivos	Ema ter sorteado todas as vezes brigadeiro e ter devolvido, influenciará a próxima vez que ela tirar um bombom?
Os Lápis de Cor	Diferentes tipos de eventos aleatórios	É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo? E um lápis rosa?
Par ou Ímpar	Justiça e Equiprobabilidade	Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?

Fonte: Os autores (2021)

Os participantes deste estudo são seis estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino de São Lourenço da Mata. As entrevistas foram realizadas de forma individual e presencial, seguindo todos os protocolos de segurança, devido a pandemia do Covid-19 iniciada no ano de 2020 no Brasil. Os estudantes participantes deste estudo, foram selecionados por conveniência, considerando que as escolas do estado de Pernambuco encontravam-se fechadas, se fez necessário a adesão voluntária dos estudantes dessas turmas para a pesquisa.

4. Apresentação e Análise dos Dados

Para as análises dos dados obtidos a partir da realização das entrevistas clínicas piagetianas, foram respeitadas as falas dos estudantes na integra, visando preservar a identidade dos mesmos, utilizaremos os nomes fictícios de personagens de livros infantis nos recortes das entrevistas, e a pesquisadora será nomeada de mediadora. O quadro 2, apresenta os nomes fictícios utilizados e as características dos estudantes entrevistados:

Quadro 2: Nomes fictícios e características dos sujeitos

Nomes Fictícios	Características
Alice	10 anos
Emília	10 anos
Tiana	12 anos
Magali	10 anos
Pippi	11 anos
Coraline	11 anos

Fonte: Os autores (2021).

As análises desse estudo têm como base a demanda cognitiva de aleatoriedade proposta por Bryant e Nunes (2012), tendo como foco probabilístico as noções de incerteza; justiça e equidade; os diferentes tipos de eventos aleatórios; e a independência de eventos a partir de situações em um contexto de sorteio com reposição e sem reposição.

4.1. Aleatoriedade

Para a análise da justificativas das estudantes sobre a compreensão de aleatoriedade, baseamo-nos nas discussões de quatro histórias: "O Clubinho", "A Caixa de Bombons", "Os Lápis de Cor" e "Par ou Ímpar".

Na história "O Clubinho" os integrantes do grupo desejam escolher um líder para o clube e, por esse motivo, passam a pensar em formas justas de tomar essa decisão. Essa história apresenta uma situação de sorteio com eventos equiprováveis, na qual os nomes dos integrantes do grupo a serem sorteados apresentam a mesma quantidade de papeis para cada.

Na história "A Caixa de Bombons", as personagens Lulu e Ema estão sorteando bombons de uma caixa, em que há 4 bombons de brigadeiro e 4 de beijinhos. Essa história discute dois tipos de situações que envolvem a independência de eventos: 1) sorteio com reposição, na qual os bombons são sorteados e devolvidos à caixa; e, 2) sorteio sem reposição, na qual os bombons são sorteados e não são devolvidos à caixa.

Na história "Os Lápis de Cor", a personagem Ju possui um estojo com lápis de cores diferentes e em diferentes quantidades, sendo eles, 5 lápis vermelhos, 3 amarelos e 2 azuis.

Essa história apresenta uma situação de sorteio não equiprovável, em que as chances entre as possibilidades são diferentes.

Na história "Par ou ímpar", os personagens Jão e Guga estão decidindo no par ou ímpar quem iniciará um jogo. Essa história discute as noções de justiça e equiprobabilidade, a partir do levantamento das possibilidades e análises das chances.

4.1.1. Incerteza

Todos os contextos apresentados nas histórias do livro, envolvem a incerteza; porém, durante a leitura da história "Os lápis de cor", se afirma que a personagem Ju irá tirar os lápis do estojo de forma aleatória. Nesse sentido, foi proposto o seguinte questionamento: "O que pra você é aleatório?". Percebe-se a partir das justificativas das estudantes que estas relacionam a incerteza à duas noções, como é possível observar no quadro 3:

Quadro 3: Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de incerteza

Irregularidade	Imprevisibilidade
Sem ordem. Ela vai pegar qualquer um e vai pintando. (Magali)	*É pegar qualquer um.* (Alice)
Qualquer um. De qualquer jeito. (Pippi)	*É acho que se sortear um vai sair...é aleatório, só vai pegar e vai ser o que sair.* (Coraline)
Sim, é só pegar e pronto. (Emília)	

Fonte: Os autores (2021)

Sobre a ideia de irregularidade, algumas justificativas apontam que não há uma ordem definida para os eventos acontecerem, ou seja, há uma inexistência de ordem ou regularidade dos eventos. Outras justificativas associam à ideia de imprevisibilidade, compreendendo que a possibilidade a ser escolhida é incerta, na medida em que qualquer uma das possibilidades pode acontecer, não sendo possível definir qual será.

Bryant e Nunes (2012) apontam que a maioria das definições de aleatoriedade apresentadas por crianças e adultos, enfatizam a incerteza dos resultados em uma sequência aleatória ou em um arranjo espacial aleatório, pois não sabe exatamente o que acontecerá a seguir.

4.1.2. Justiça e equiprobabilidade

As situações apresentadas nas histórias "O Clubinho" e "Par ou ímpar", discutem a ideia de justiça e equiprobabilidade. Nesse sentido, foi proposto os seguintes questionamentos: "Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir? Por quê?"

(História O Clubinho) e “Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?” (História Par ou Ímpar).

Nessas situações, todas as estudantes apontaram o sorteio e o jogo par ou ímpar, como maneiras justas de decidir, apenas uma estudante achou não ser justo, porém, quando confrontada com sua resposta anterior mudou de ideia. Diversos conceitos emergiram das compreensões das estudantes sobre a ideia de justiça, são elas: mérito, honestidade, impessoalidade, equidade e modelo de decisão, presentes no quadro 4:

Quadro 4: Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de justiça

Mérito	Honestidade	Impessoalidade	Equidade	Modelo de decisão
Acho que sim. Porque não vai ter discussão, ah... eu sou melhor ou ele é melhor pra fazer isso. (Coraline)	*Sim. Porque só assim nenhum sai triste, porque eles tão jogando justo e não sujo.* (Magali)	*Sim. Porque ele não vai ver qual é, ele não pode chegar e dizer é essa pessoa, ele sorteou.* (Píppi)	*Eu acho. Porque assim ninguém vai ter mais possibilidades que outro, fica tudo igual, é bom que não vai ter briga.* (Emília)	*Sim. Porque cada um votou em si mesmo. Isso seria justo.* (Alice)
		Acho. Porque ninguém ia ver né. Ia só pegar e quem for ia ser. (Emília)	*Sim. Eu acho que as chances são iguais.* (Tiana)	*Sim. Pra saber quem é que vai ganhar.* (Píppi)

Fonte: Os autores (2021)

Emergiu das justificativas das estudantes as compreensões de que situações aleatórias, apesar de justas, não consideram o mérito; que em situações justas está presente a ideia de honestidade, na medida em que compreende que a justiça não admite trapaças; que situações justas não envolvem uma preferência pessoal, apresentando como parâmetro a impessoalidade; que situações justas devem apresentar chances iguais entre as possibilidades, promovendo equidade entre as partes; e, que para tomar boas decisões, situações justas devem ser aplicadas e assim ter um resultado adequado ou aceitável.

Como observado nas justificativas das estudantes, Bryant e Nunes (2012) apontam que muitas crianças percebem que existe uma associação entre aleatoriedade e justiça, e que a aleatoriedade pode ser uma forma eficaz de garantir situações justas. Nesse sentido, destacam que a justiça atrai sua atenção e estas adotam estratégias flexíveis e adaptativas para alcançar a justiça de diferentes maneiras.

4.1.3. Diferentes tipos de eventos aleatórios

A situação apresentada na história "Os lápis de cor", envolvem as ideias de eventos possíveis e impossíveis, além de eventos mais prováveis e menos prováveis, em contextos de sorteio de lápis de cor em um estojo. Sendo esta uma situação não-equiprovável, em que as cores dos lápis apresentam diferentes quantidades, sendo 5 lápis vermelhos, 3 amarelos e 2 azuis, ou seja, os lápis apresentavam chances diferentes a depender da cor.

4.1.3.1. Ideia de possível

Na história "Os lápis de cor" dentre as possibilidades de lápis no estojo, haviam apenas 3 lápis amarelos, de um total de 10, sendo assim, este se caracteriza como um evento menos provável este ser sorteado, porém, possível. Para discutir a ideia de evento possível, foi proposto o seguinte questionamento: "É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo? Por quê?".

Nessa situação, todas as estudantes apontaram o sorteio do lápis amarelo, como possível de acontecer; quatro estudantes responderam logo a seguir ao questionamento, que seria possível retirar um lápis amarelo do estojo, e apenas duas estudantes afirmaram não ser possível, porém, quando confrontadas com o reforço da ideia de ser possível, reformularam as respostas, apontando a possibilidade. Algumas noções emergiram das compreensões das estudantes sobre a ideia de possível, são elas: menos provável x impossível, menos provável x possível, posição, presença e aleatoriedade, presentes no quadro 5.

Quadro 5: Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de possível

Menos provável x Impossível	**Menos Provável x Possível**	**Posição**	**Possibilidade**	**Aleatoriedade**
Não. É mais fácil um vermelho. (Alice)	*Sim. Porque o amarelo é mais bonito. Ele te menos, mas tem possibilidade de pegar o amarelo.* (Magali) *Pode ser, mas tem pequenas chances, porque tem mais vermelho.* (Coraline)	*Eu acho que não... porque o que tiver em cima ela vai tirar.* (Tiana)	*Sim. Porque tem três.* (Píppi)	*É. Porque ela vai tirar aleatoriamente ela só pega e pronto.* (Emília)

Fonte: Os autores (2021)

Sobre a ideia de evento possível, mesmo que menos provável, as estudantes apresentaram em suas justificativas compreensões sobre não ser possível sortear o lápis amarelo por ter mais lápis de outra cor, assim, não compreende que mesmo sendo menos provável sortear um lápis amarelo, o evento ainda é possível; que há uma menor chance de sortear o lápis amarelo, ou seja, um evento menos provável de acontecer, mas que não impossibilitava a chance de ser sorteado, sendo este um evento possível; que a chance de saque dependia da posição que o lápis ocupava no estojo (em cima ou embaixo), não considerando a análise das possibilidades para julgar um evento possível ou não; que a presença de lápis amarelos no estojo, enquanto possibilidade de resultado, permite ao evento ser possível; e, que a aleatoriedade presente no sorteio torna o saque possível.

O estudo de Nóbrega (2015) que investigou crianças desde o Infantil III até o 5º ano, apontou que questões que envolvem a noção de possibilidade não se mostraram tão fáceis, pois as crianças apresentavam dificuldades em estimar chances mais sutis, como é possível perceber na justificativa da estudante Alice, que não compreende que apesar de menos provável, a ocorrência do evento é possível. Nóbrega (2015) ainda aponta que muitas crianças apresentam dificuldades em justificar suas respostas, fazendo com que recorram a elementos, muitas vezes, alheios à questão apresentada, como experiências pessoais; o que pode ser percebido na justificativa da estudante Tiana, que toma como elemento a posição do lápis no estojo.

4.1.3.2. Ideia de impossível

Considerando que não havia nenhum lápis rosa no estojo, considera-se este um evento impossível. Para discutir a ideia de evento impossível, foi proposto o seguinte questionamento: "É possível que Ju tire um lápis rosa do estojo? Por quê?".

Nessa situação, todas as estudantes apontaram o sorteio do lápis rosa, como impossível de acontecer; quatro estudantes responderam logo a seguir ao questionamento, que seria impossível retirar um lápis rosa do estojo, e apenas duas estudantes afirmaram ser possível, mas quando confrontados com a observação das possibilidades presentes no estojo, reformularam as respostas, apontando a impossibilidade, presentes no quadro 6:

Quadro 6: Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de impossível

Falta da Possibilidade
Não. Por que não tem rosa. (Alice)
Não. Porque não tem nenhum rosa. (Tiana)
Pode. Pode. Porque ele é bonito e ela também tem muita possibilidade de pegar o rosa. Não. Não tem rosa. (Magali)
Mas tem rosa? Não, não tem. (Coraline)
Também é possível. Acho. Vai ser aleatoriamente também. Até porque não to vendo lápis rosa. Ah. Ela só tem essas cores. Não. Porque não tem rosa. (Emília)
Não. Porque não tem no estojo dela. (Píppi)

Fonte: Os autores (2021)

A partir das justificativas é possível perceber que a noção de impossibilidade é associada a falta de possibilidades de um evento particular no espaço amostral, considerando que não haver lápis rosa impossibilita seu sorteio.

Os estudos de Carvalho (2005) e Silva (2016) apontaram que as crianças apresentam facilidade em identificar os eventos impossíveis, apresentando justificativas adequadas, que tomam como base a análise dos elementos que compõem o espaço amostral, como também observado nos resultados desse estudo.

4.1.3.3. Ideia de mais provável e menos provável

Considerando que haviam 5 lápis vermelhos, 3 lápis amarelos e 2 azuis no estojo, este se configura como um evento não equiprovável, em que há chances diferentes de ocorrência entre os eventos. Tendo como evento mais provável sortear um lápis vermelho e menos provável sortear um azul. Para discutir a ideia de evento mais provável, foi proposto o seguinte questionamento: “Qual é a cor mais provável de sair?”; e, para discutir a ideia de evento menos provável, foi questionado: “Qual é a cor menos provável de sair?”.

Nessa situação, todas as estudantes apontaram como evento mais provável, o sorteio de um lápis vermelho, apresentando como justificativa a quantidade de lápis vermelhos no estojo, considerando que por haver mais lápis dessa cor, havia mais chances de ser sorteado. Nessa situação, também, todas as estudantes apontaram como evento menos provável, o sorteio de um lápis azul, apresentando como justificativa a quantidade de lápis azuis no estojo, considerando que ter menos lápis dessa cor, significa ter menos chances de ser sorteado. O quadro 7 apresenta as compreensões das estudantes:

Quadro 7: Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de mais provável e menos provável

Mais Provável x Maior Quantitativo	Menos Provável x Menor Quantitativo
Vermelho. Porque tem 5 vermelhos. (Alice)	O azul. Porque só tem 2. (Alice)
Ou azul ou vermelho. Azul. Vermelho. Porque tem mais vermelhos do que azul. Porque tem 5 vermelhos, 2 azuis e 3 amarelos. Então eu acho que ela pega mais vermelhos. (Tiana)	Azul. Porque o azul tem menos. (Tiana)
Vermelho. Porque vermelho tem mais. (Magali)	Azul. Porque azul tem menos. (Magali)
Vermelho. Porque tem mais. (Coraline)	O azul. Porque tem menos. (Coraline)
Vermelho. Porque tem mais vermelhos. (Emília)	Azul. Porque só tem dois. (Emília)
Vermelho. Porque tem mais. (Pippi)	Amarelo. Não. Azul. Porque tem menos. (Pippi)

Fonte: Os autores (2021)

Consideramos que a facilidade em perceber os eventos mais provável e menos provável nessa situação se deve a presença de apenas um espaço amostral, não necessitando que as estudantes apliquem do raciocínio proporcional, permitindo resolvê-las a partir da relação mais/menos.

Acerca dos diferentes tipos de eventos aleatórios, de forma geral, Bryant e Nunes (2012) destacam que as crianças apresentam facilidade em discriminar os eventos possíveis e impossíveis do espaço amostral, porém apresentam dificuldades em julgar os eventos improváveis, tendendo a incluir estes na categoria de impossíveis, além de salientar que as crianças são mais bem sucedidas em situações que podem aplicar a relação mais/menos para resolvê-las.

4.1.4. Independência de eventos sucessivos

A história "A Caixa de Bombons" apresenta dois tipos de situações que envolvem a independência de eventos: situações em um contexto de sorteio com reposição, e situações em um contexto de sorteio sem reposição.

4.1.4.1. Independência de eventos sucessivos: Sorteio com reposição

Considerando a primeira situação que apresenta um contexto de sorteio com reposição, não havendo alteração do espaço amostral e influência no próximo sorteio, foi proposto o seguinte questionamento: "O que você acha que vai acontecer na próxima vez que Ema tirar um bombom da caixa?".

Sobre os erros de recência positiva e negativa, cinco estudantes apresentaram erros de recência negativa, em que se entende ser mais provável um resultado diferente na próxima vez, e um estudante apresentou erro de recência positiva, em que se entende ser mais provável o mesmo resultado na próxima vez. É importante destacar que nenhum dos estudantes apresentou compreensão sobre a independência entre os eventos sem a intervenção da mediadora. Bryant e Nunes (2012) apontam que pesquisas recentes mostram que o efeito de recência positiva parece diminuir à medida que as crianças crescem, enquanto o efeito de recência negativa aumenta. O quadro 8 apresenta as compreensões das estudantes acerca da independência de eventos sucessivos:

Quadro 8: Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca dos erros na noção de independência de eventos sucessivos

<table>
<tr><th>Destino</th><th>Posição</th><th>Textura</th></tr>
<tr><td>Brigadeiro. Não. Beijinho. Porque ela já tentou muito e não conseguiu. (Píppi)</td><td>Talvez ela consiga acertar. Porque os que ela já pegou, ela colocou em um lugar e ela sabe o lugar, tá marcado. (Alice)</td><td rowspan="3">Eu acho que ela vai tirar beijinho, porque... se eu fosse pegar um beijinho eu sentiria... eu iria ficar procurando até achar. (Tiana)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">O de brigadeiro de novo, porque ela fica tentando, tentando, e tem que comer aquilo que consegue. É pra ela tirar o de brigadeiro mesmo, não é pra tirar o de beijinho não. (Magali)</td><td>Eu acho que vai ser de beijinho. Agora já que ela tirou tanto, acho que ela já vai saber onde tá. (Coraline)</td></tr>
<tr><td>Vai ser de beijinho. Porque ela já tirou todos os de chocolate e eu acho que ela decorou onde tá. (Emília)</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores (2021)

Diversas compreensões que podem ser associadas a esses erros, algumas justificativas relacionaram ao destino; assim em ambas as situações, parece haver uma força superior comandando os saques; outras associam à posição dos sabores na caixa, compreendendo que o fato de já terem sido realizados vários saques a personagem já conhece a posição dos bombons na caixa; e apenas uma associou a compreensão de que o tato poderia influenciar no saque, considerando a percepção de algum tipo de textura, configurando-se, portanto, como uma escolha e não um sorteio.

Após a intervenção da mediadora, questionando sobre qual bombom teria mais chance de ser retirado da caixa; cinco estudantes perceberam a independência entre os eventos, e apenas uma não chegou a essa compreensão. Sobre as justificativas apresentadas pelas estudantes, algumas compreensões podem ser associadas a essa mudança ou não na compreensão, como é possível observar no quadro 9:

Quadro 9: Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de independência de eventos sucessivos em um sorteio com reposição

<table>
<tr><th>Embaralhamento</th><th>Quantidade</th><th>Posição</th></tr>
<tr><td>Vão ter a mesma chance. Já vai tá tudo embaralhado, ela não vai saber onde tá o de brigadeiro, o de beijinho. (Alice)</td><td>Eu acho que é igual. Porque é a mesma quantidade de brigadeiro e beijinho. (Coraline)</td><td rowspan="3">Eu não sei... Como eu disse né.. tá perto. (Tiana)</td></tr>
<tr><td>Os dois têm a mesma chance. Porque não ia dar pra ela saber. (Emília)</td><td rowspan="2">Ela tem a mesma chance. Porque na caixa tem 4 de cada. (Magali)</td></tr>
<tr><td>Tem chance igual. Porqu e todos estão juntos. (Píppi)</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores (2021)

Nesse sentido, algumas justificativas associaram a independência entre os eventos ao embaralhamento dos elementos compreendendo que misturar os elementos gera independência entre eles; outras associaram ao quantitativo de bombons de cada sabor na caixa, compreendendo que ter a mesma quantidade de ambos os sabores na caixa permitia a independência entre os saques; e apenas uma manteve a não compreensão sobre a independência entre os eventos, apontando que não sabia se existiam chances iguais entre os elementos, pois considerava mais provável serem sacados os bombons próximos a personagem.

4.1.4.2. Independência de eventos sucessivos: Sorteio sem reposição

Considerando a segunda situação presente na história, esta apresenta um contexto de sorteio sem reposição, alterando o espaço amostral e influenciando no próximo sorteio, gerando um sabor mais provável que o outro de ser sorteado. Nessa situação, foi proposto o seguinte questionamento: “Qual bombom Lulu tem mais chance de tirar?”.

Acerca da compreensão da influência do primeiro saque sobre os saques subsequentes, e, portanto, na quantidade de elementos, todas as estudantes consideraram que havia um evento mais provável de acontecer, como é possível observar no quadro 10.

Quadro 10: Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de independência de eventos sucessivos em um sorteio sem reposição

Aleatoriedade	Maior Quantitativo	Mudança do Espaço Amostral
Beijinho. Por que... Ela pode pegar qualquer um né. (Tiana)	*Esse aqui (o de beijinho). Porque tem 4 dele e esse aqui (o de brigadeiro) só tem três.* (Alice)	*O de beijinho, porque agora tem menos de brigadeiro.* (Coraline)
		Ela vai tirar o de beijinho. Porque... ela gosta do de brigadeiro, mas como a Ema tirou um daqui, aí ela vai tirar o de beijinho. (Magali)
	Beijinho. Porque tem mais. (Píppi)	*Beijinho. Porque já sumiu um de brigadeiro, então vai ser mais fácil ela tirar um de beijinho. Há maior quantidade de beijinho do que de brigadeiro.* (Emília)

Fonte: Os autores (2021).

Nesse sentido, uma justificativa associou a dependência entre os eventos a aleatoriedade, desconsiderando as possibilidades e a influência do saque anterior; outras associaram ao fato de haver um evento mais provável, apontando as possibilidades como justificativa; e ainda apontando que ao realizar o saque de um bombom de brigadeiro, os bombons de beijinho passaram apresentar mais chances de ser sacado.

A partir das justificativas apresentadas pelas estudantes nessa situação, podemos apontar que estas percebem a presença de um evento mais provável, e algumas, de forma acertada, relacionam ao número de possibilidades presentes no espaço amostral.

Ao considerar todas as compreensões apresentadas sobre a demanda da aleatoriedade, destacamos que as estudantes apresentaram mais facilidade em algumas noções que em outras, sendo a noção de independência de eventos a que mais se equivocaram. Bryant e Nunes (2012) apontam que por vezes as crianças associam a aleatoriedade à sorte ou azar, que podem ter origem na vivência de situações não aleatórias, levando-as a tomarem decisões equivocadas sobre eventos aleatórios. Nesse sentido, de forma geral, as estudantes apresentam indícios de compreensão sobre a aleatoriedade que podem servir de base para o desenvolvimento de aprendizagens.

5. Conclusões

No presente estudo, buscamos investigar as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre aleatoriedade e o uso da literatura infantil. Acerca do conceito de Probabilidade, tomamos como base os pressupostos de Bryant e Nunes (2012) que elencam quatro demandas cognitivas para o desenvolvimento do conceito de Probabilidade, sendo explorada nesse estudo a demanda de aleatoriedade, a partir de diferentes noções dão base a construção do conceito de aleatoriedade. Sobre a articulação da literatura infantil e conceitos matemáticos, reafirmamos a crença de que a presença de aspectos pedagógicos em livros infantis não desvaloriza a literatura infantil, pelo contrário possibilita o desenvolvimento de ambas as habilidades ao mesmo tempo.

Sobre a análise das compreensões das estudantes sobre a aleatoriedade, apontamos que as estas demonstraram possuir conhecimentos acerca de diversas noções presentes nessa demanda, como a incerteza, justiça e equiprobabilidade, os diferentes tipos de eventos aleatórios (possível, impossível, mais provável e menos provável), e dificuldades com a compreensão sobre a independência de eventos aleatórios, apresentando erros de recência negativa em sua maioria. Acreditamos ainda que as estudantes desenvolveram aprendizagens durante a contação das histórias, reorganizando muitas concepções a partir da reflexão sobre os contextos apresentados, e pelos questionamentos e intervenções realizadas pela mediadora; apesar de esse não ser o objetivo central do estudo.

Dessa maneira, consideramos que a leitura do livro e vivência das histórias, facilitou a mobilização de variadas noções que dão base a compreensão de aleatoriedade, na medida em que a literatura infantil permite a partilha de significados dos conceitos envolvidos, pois compreendemos que é necessário se familiarizar com a linguagem e os símbolos matemáticos para encontrar sentidos no que lê e escreve.

Referências

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRYANT, P. NUNES, T. **Children's understanding of probability:** a literature review. Nuffield Foundation. 2012, 86p.

CAMPOS, T. M. M.; CARVALHO, J. I. F. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. **Em Teia**, v. 7, n. 1, p. 1-18, 2016.

CARRAHER, T. N. **O método clínico**: usando os exames de Piaget. São Paulo: Cortez, 1983. 161p.

CARVALHO, R. P. F. **A formação de conceitos probabilísticos em crianças de 4ª série do ensino fundamental**. 2005. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

DINIZ, E.; CARVALHO, I. **O clubinho** [livro eletrônico] Ilustração: DINIZ, Waleska. São Lourenço da Mata, PE: Ed. dos Autores, 2021.

NOBREGA, Giselda M. M. **Investigando a ideia do possível em crianças**. 2015. 121 f. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) – Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

SILVA, R. de C. B. da. **É a moeda que diz não é a gente que quer não**: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SMOLE, K. C. S. **A matemática na educação infantil**: a teoria das inteligências múltiplas na prática escola. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SOUZA, A. A. **Literatura infantil na escola**: a literatura em sala de aula. Campinas: Autores Associados, 2010.

ZILBERMAN, R. SILVA, E. T. da. (orgs.). **Literatura e pedagogia:** Ponto e contraponto. Porto Alegre: Mercado Aberto, 1990.

Aprendizagem Estatística da Análise de Regressão pelos Estudantes de Economia: uma abordagem a partir do ENADE

Statistical Learning of Regression Analysis by Economics Students: an approach from ENADE

Diêgo Bezerra de Melo Maciel
Universidade Federal de Pernambuco
diego.mmaciel@ufpe.br

Gilda Lisboa Guimarães
Universidade Federal de Pernambuco
gilda.lguimaraes@gmail.com

Resumo

Nos cursos de Economia, o conteúdo da Análise de Regressão possui grande relevância sendo, inclusive, tratado em uma disciplina específica chamada de Econometria. No entanto, estudos evidenciam dificuldades de aprendizagem e um ensino que não avança nos conceitos estatísticos inferenciais. Essa pesquisa buscou analisar o que sabem os estudantes brasileiros de Economia sobre Análise de Regressão, por meio do principal instrumento nacional de acompanhamento da aprendizagem superior: o ENADE. Especificamente, nesse artigo, apresentamos a análise de uma questão presente na última edição do ENADE – referente ao curso de Economia - ocorrida em 2018. Analisamos a questão e cada um dos distratores, a partir dos diferentes tipos de conhecimentos/habilidades elencados por Gal (2002). Além disso, foi mensurado o nível de desempenho apresentado pelos estudantes. Constatou-se que a questão demandou uma aprendizagem voltada para uma leitura estatística conceitual, transcendendo a mera utilização de fórmulas e algoritmos estatísticos, representando uma perspectiva de Letramento Estatístico. Porém, menos da metade dos estudantes (43,75%) obtiveram êxito. Esse resultado oferece pistas acerca de como vem ocorrendo o processo aprendizagem estatística no âmbito dos cursos brasileiros de Economia.

Palavras-chave: Educação Estatística; Letramento Estatístico; Ensino Superior.

Abstract

In Economics courses, the content of Regression Analysis has great relevance and is even treated in a specific discipline called Econometrics. However, studies show students' learning difficulties and teaching that does not advance in inferential statistical concepts. This research sought to analyze what Brazilian economics students know about Regression Analysis, through the main national instrument for monitoring higher learning: ENADE. Specifically, in this article we present the analysis of an issue present in the last edition of ENADE held in 2018. We analyze the issue and each of the descriptors from the different types of knowledge/skills listed by Gal (2002). In addition, the level of performance presented by students was measured. It was found that the question required learning aimed at a conceptual statistical reading of the regression model, transcending the mere use of statistical formulas and algorithms, implementing a Statistical Literacy perspective. However, less than half of the students (43,75%) were successful. This result offers clues about how the teaching and learning process of the Regression Analysis content has been taking place in the scope of Brazilian courses in Economics.

Keywords: Statistical Education; Statistical Literacy; Higher Education.

Introdução

A trajetória de desenvolvimento da Ciência Econômica tem sofrido profundas mudanças desde a oficialização de seu surgimento, em 1776, com os trabalhos do filósofo britânico Adam Smith. As rebuscadas teorias estreantes do século XVIII, as quais tentavam explicar os determinantes do crescimento econômico dos países, cederam espaço, a partir de meados do século XIX, para modelos matemáticos e/ou estatísticos, os quais possuíam (possuem) a difícil missão metodológica de modelar, explicar e/ou prever os mais variados fenômenos econômicos.

A principal repercussão desse movimento para a formação inicial do economista é a exigência de uma sólida formação quantitativa. No caso do Brasil, de acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Economia (BRASIL, 2007), os cursos devem possibilitar, dentre outras competências e habilidades, a utilização de "formulações matemáticas e estatísticas na análise dos fenômenos socioeconômicos". Além disso, conforme o mesmo documento, essas graduações devem assegurar, em seus projetos pedagógicos, conteúdos mais avançados da matemática, da estatística e da econometria.

Por conta disso, os estudantes desses cursos estão imersos em currículos que apresentam, em geral, a maior quantidade de disciplinas e conteúdos relacionados com a Estatística, quando comparados aos demais cursos superiores, excetuando-se apenas o bacharelado em Estatística. Dentro desse contexto, é indiscutível a grande presença do conteúdo da Análise de Regressão nos currículos dos cursos de Economia.

Entretanto, apesar do protagonismo da Estatística nesses cursos, são muitas as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos estudantes. Em específico, citam-se as barreiras de compreensão acerca dos conceitos estatísticos relacionados com a Análise de Regressão, as quais já vêm sendo relatadas, internacionalmente, há muito tempo (SOWEY, 1983; KENNEDY,1998a; KENNEDY, 1998b; BECKER e GREENE, 2001; CRAFT, 2003; BEKKERMAN, 2015; ANGRIST e PISCHKE, 2017; KASSEN, 2019; ARKES, 2020).

Em termos nacionais, são poucos os estudos debruçados sobre as ações de aprendizagem desenvolvidas nos cursos de Economia, notadamente com relação à Análise de Regressão. Tem-se conhecimento, até então, das investigações de Pagliarussi (2018), que propõe um conjunto de simulações de Monte Carlo para facilitar a aprendizagem sobre distribuição amostral, no contexto do modelo clássico de Regressão Linear (Simples e Múltipla).

Pelo exposto, destaca-se a importância de investigar o processo de aprendizagem estatística dos estudantes brasileiros de Economia, especialmente no que diz respeito ao conteúdo da Análise de Regressão. Para este Trabalho, estudar esse processo significa, principalmente, compreender o conhecimento estatístico conceitual apresentado por esses estudantes, ou seja, prioriza-se, aqui, a aprendizagem voltada para a “compreensão dos princípios e relações gerais, (...) compreensão do porquê das estatísticas, além do como” (CROOKS et al, 2019, p. 46).

Esse cenário de aprendizagem possui íntima relação com a perspectiva do Letramento Estatístico (LE) descrito por Gal (2002), o qual, em linhas gerais, valoriza a necessidade e capacidade do sujeito em interpretar criticamente a informação estatística, não apenas pela valorização com fórmulas e algoritmos matemáticos. Nesse sentido, o referido autor sistematizou um conjunto de conhecimentos/habilidades necessárias para um adulto (com educação básica concluída) ser letrado estatisticamente.

Diante disso, para investigar os tipos de habilidades desenvolvidas na aprendizagem estatística dos estudantes de Economia, optamos pela análise das questões do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE). Instituído a partir de 2004, o ENADE é o principal instrumento nacional de avaliação e acompanhamento da aprendizagem superior. O Exame avalia os estudantes, segundo os conteúdos, competências e habilidades previstos nas diretrizes curriculares dos cursos. Faz parte do componente curricular obrigatório, sendo aplicado, periodicamente, em ciclos de três anos, para estudantes concluintes.

No caso dos cursos de Economia, a última edição do ENADE ocorreu em 25 de novembro de 2018. O Exame foi destinado para 9.580 alunos com expectativa de conclusão até julho de 2019, os quais estavam distribuídos entre 195 cursos de graduação em Economia de todo o país. Nesse Exame, 30% das questões objetivas do componente específico do curso (8, em termos absolutos) relacionaram-se, exclusivamente, com conteúdos estatísticos. Desse total, 50% (quatro questões) correspondeu à Análise de Regressão, reforçando a importância do referido conteúdo na formação estatística do futuro economista.

Assim, essa pesquisa analisa uma das questões do ENADE/Economia, realizado em 2018, sobre Análise de Regressão. Essa análise é realizada para cada um dos distratores da questão, sob o ponto de vista dos diferentes tipos de conhecimento/habilidades estatísticas elencadas por Gal (2002). Além disso, são mensurados os níveis de desempenho apresentados pelos estudantes na questão.

Por fim, ressalta-se que este estudo é parte de uma pesquisa maior, a qual está sendo desenvolvida para uma Tese de Doutorado, no âmbito do Grupo de Estudos em Educação Estatística (GREF)[1] vinculado ao Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco.

Letramento Estatístico

As perspectivas de ensinar e aprender estatística vêm sofrendo importantes mudanças, notadamente, a partir dos anos 2000, com a consolidação do campo de pesquisa da Educação Estatística. A partir daí, novos olhares são lançados sobre esse processo. A memorização de fórmulas e algoritmos cede espaço para uma aprendizagem conceitual, tornando o estudante apto a entender, interpretar, criticar e reagir à informação estatística. É o Letramento Estatístico (LE).

Isso posto, em um contexto mais amplo, Gal (2002) propõe um modelo de LE que busca identificar as competências e habilidades necessárias para que um cidadão adulto se torne letrado estatisticamente. Para o autor, o avanço na produção e disseminação de dados torna o LE uma habilidade fundamental para o cidadão, esperando-se que os estudantes ingressem no ensino superior com essa habilidade.

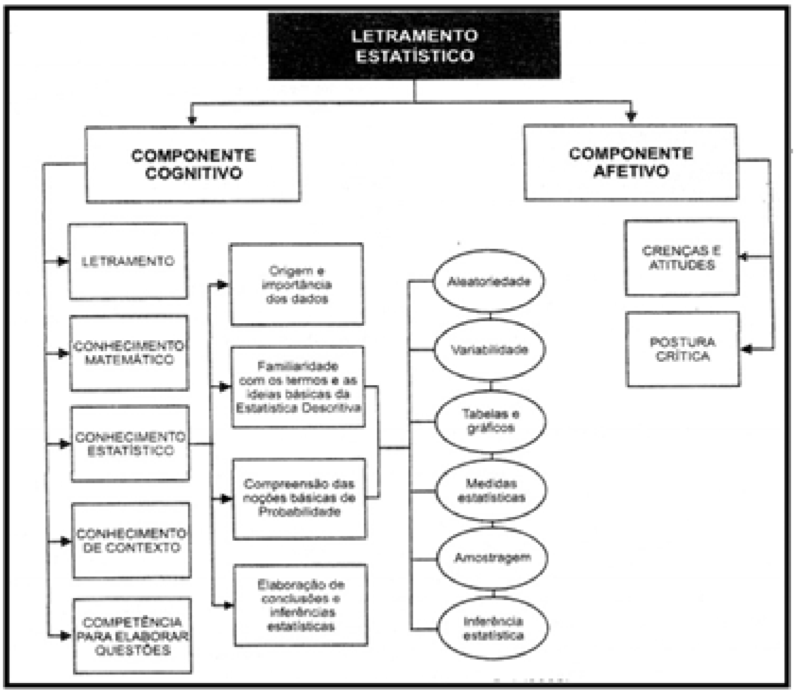
A importância do LE pode ser visualizada sob diversos aspetos cotidianos da vida de um cidadão adulto, os quais estão relacionados com algum tipo de informação estatística. Gal (2002) destaca alguns desses aspectos, no contexto de diversos fenômenos sociais que afetam a sociedade, tais como: taxas de criminalidade, crescimento populacional, disseminação de doenças, ou até mesmo tendências de emprego. O autor avança, afirmando que o LE pode contribuir para melhorar a capacidade do adulto em fazer escolhas, nas situações baseadas no acaso (por exemplo, compra de bilhetes de loteria ou apólices de seguro).

[1] https://ufpepesquisas.wixsite.com/gref

Diante disso, Gal (2002) apresenta um modelo que sistematiza o LE (Figura 1), direcionando-o para as habilidades e posturas que um adulto – já escolarizado - deva possuir, perante a informação estatística. Em verdade, o modelo está calcado sob dois componentes interrelacionados, nomeados como: i) componente cognitivo e ii) componente afetivo. O primeiro objetiva, essencialmente, a articulação entre a capacidade de compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas. Já o segundo, evidencia como aspectos subjetivos inerentes ao adulto letrado relacionam-se com sua postura diante da informação estatística.

Isso posto, segundo o componente cognitivo, o sujeito letrado precisará ativar, conjuntamente, cinco elementos de conhecimento, a saber: i) letramento; ii) conhecimento matemático; iii) conhecimento estatístico; iv) conhecimento de contexto; e v) competência para elaborar questões (questionamento crítico).

Figura 1: Modelo de letramento estatístico



Fonte: Gal (2002), apud Carzola e Utsumi (2010, p.12)

Avançando nesses elementos, o "letramento" consiste, grosso modo, em entender a informação estatística, transmitindo-a de forma clara e objetiva, quando necessário. Esse entendimento é feito, na maior parte das vezes, a partir de uma interpretação gráfica e/ou tabular. Já o "conhecimento matemático" está relacionado, principalmente, com a contribuição teórica desse tipo de conhecimento para construção dos conceitos estatísticos.

Todavia, o autor argumenta que um número ou expressão pode apresentar sentidos diferentes na matemática e na estatística.

Por exemplo, na Análise de Regressão é fundamental compreender a diferença entre modelo matemático e modelo estatístico. No primeiro caso, funções como $y=4x+2$ exaurem completamente a relação entre as variáveis. Já no modelo estatístico, a impossibilidade de acesso aos dados populacionais, dentre outras limitações, impede um relacionamento exato entre as variáveis. Por conta disso, em termos estatísticos, a relação, ora apresentada, entre "*x"* e *"y*" deve ser posta na forma $Y=4x + 2 + e$, em que "*e*" – chamado de erro aleatório - reúne todas as informações que não puderam ser enquadradas no modelo sobre Y, agora aleatório. Em outras palavras, o erro aleatório é fruto da natureza amostral do modelo estatístico, fato que impõe um nível de variabilidade para as variáveis observadas.

Ainda no campo cognitivo, Gal (2002) aponta os conhecimentos estatísticos necessários ao LE. Como percebe-se, a partir da Figura 1, esses conhecimentos abarcam, praticamente, todos os pilares do conteúdo estatístico presentes nos cursos de Economia e demais cursos de nível superior. Porém, Gal (2002) indica que a lista desses conhecimentos estatísticos não é exaustiva, tão pouco universal. Dessa forma, esses conhecimentos "não podem ser discutidos em termos absolutos, pois dependem do nível desejado de letramento estatístico (...) e dos contextos culturais" (GAL, 2002, p. 7).

Por conta disso, o conhecimento estatístico em tópicos avançados da Análise de Regressão pode ser mais apropriado para um economista, enquanto dispensável para a maioria dos cidadãos comuns. Por isso, a extensão e nível de complexidade do conhecimento estatístico dependerá das motivações e objetivos pessoais do adulto perante a informação.

Para finalizar o componente cognitivo, o teórico incorporou os elementos "conhecimento de contexto" e "questionamentos críticos". O primeiro está relacionado ao contexto no qual a informação estatística está inserida. Assim, de acordo com Gal (2002), a interpretação adequada da mensagem por adultos depende de sua capacidade em colocar mensagens em um contexto, conduzindo à reflexão crítica dos dados. Já o segundo faz referência aos questionamentos acerca da informação recebida, sob diversos aspectos, tais como: confiabilidade da fonte dos dados; forma de coleta da amostra, bem como sua representatividade; período de tempo da pesquisa etc.

Por outro lado, o componente afetivo do modelo impõe ao adulto letrado uma postura ativa, eximindo-o da posição de mero consumidor da informação. Esse componente é utilizado pelo autor para agregar três conceitos subjetivamente relacionados, porém, distintos: i) crenças (opiniões individuais); ii) atitudes (sentimento em relação a objetos, ações ou temas); e iii) postura crítica (propensão ao comportamento questionador). Existe, nesse sentido, uma dificuldade teórica e prática em separar esses conceitos, dado o alto grau de imbricamento entre eles.

Ressalta-se, nesse componente, como o comportamento do sujeito, ao nível de suas disposições pessoais, afeta sua postura perante à informação estatística, revelando, com isso, a formação dos comportamentos de letramento estatístico socialmente convencionados.

Diante da importância do LE, a partir do modelo proposto por Gal (2002), o desafio posto foi analisar como vem ocorrendo o processo de aprendizagem estatística dos estudantes de Economia, em Análise de Regressão. Assim, a próxima seção se propõe a trazer um panorama geral desse processo, com ênfase no cenário internacional, devido à carência de estudos nacionais, conforme relato anterior.

Análise de Regressão nos cursos de Economia: como vão as coisas?

Nos cursos de Economia, o conteúdo da Análise de Regressão possui grande relevância, sendo, inclusive, tratado em uma disciplina específica chamada de Econometria. Tipicamente, nesses cursos, a referida disciplina é ofertada no último ano de formação dos estudantes. Nessa altura, esses acadêmicos já obtiveram contato prévio com conteúdos da Análise Descritiva, Probabilidade e Inferência Estatística.

Todavia, ao analisar os cursos canadenses de Economia, Kennedy (1998a) alerta que, contrariamente ao pensamento dos professores de Econometria, os estudantes não compreendem a lógica estatística por detrás dos Modelos de Regressão. No caso dos cursos estadunidenses, Kassens (2019) relata a mesma percepção de Kennedy (1998). Assim, a autora destaca que o processo de aprendizagem desenvolvido direciona os futuros economistas para a abstração matemática, em detrimento da compreensão dos principais conceitos estatísticos relacionados com o conteúdo.

Ainda de acordo com a autora, após formados, os acadêmicos de Economia entram no mercado de trabalho com dificuldades de entender e resolver os diversos problemas práticos demandados pelas empresas. Esse quadro é consequência, dentre outros fatores, da "falta de equilíbrio, ou assimetria, na educação econométrica, entre teoria e prática" (KASSENS, 2019, p. 2).

Recentemente, Cladera (2021) relatou, a partir da percepção dos docentes, que os estudantes espanhóis de Economia não possuem atitudes positivas em relação ao conteúdo da Análise de Regressão. A autora conclui que "isso pode ser um problema para aprender e adquirir habilidades econométricas" (CLADERA, 2021, p.1002).

No tocante aos cursos brasileiros de Economia, o cenário parece não divergir. Assim, Pagliarussi (2018) constata que os alunos não compreendem os conceitos básicos da inferência estatística. Segundo o autor, caso um professor de Econometria aborde a distribuição amostral dos estimadores dos modelos de Regressão, "irá perceber nos olhos dos seus alunos a dificuldade de compreender o seu significado" (PAGLIARUSSI, 2018, p.2). O mesmo autor afirma, sob um alto nível de probabilidade, que um "bom" professor brasileiro de econometria desenvolve "aulas que requerem um nível razoavelmente elevado de raciocínio teórico e matemático" (PAGLIARUSSI, 2018, p.2).

Finalmente, em uma perspectiva mais ampla, Oliveira Júnior; Barros Neto e Alves (2019) reconhecem problemas na aprendizagem da Correlação e da Regressão nos cursos da área de negócios, a partir da análise dos dez livros mais utilizados para ensino desses conteúdos. Os autores concluem a existência de um *modus operandi* comum para apresentação dos conteúdos da Regressão Linear e que a maioria dos manuais não avança nos conceitos estatísticos inferenciais, associados com as estimativas geradas pelos modelos de Regressão.

Uma possível justificativa para todas essas constatações apresentadas pode guardar relação com a diversidade de conceitos estatísticos envolvidos no estudo da Regressão, tornando a aprendizagem desse conteúdo algo não muito simples (BATANERO; GEA; LÓPEZ-MARTIN e ARTEAGA, 2017).

Material e método

Neste Artigo, foi escolhida a Questão 25 presente na última edição do Enade (2018), a qual foi aplicada para 9.580 estudantes do último ano do curso de Economia. Desse total, foram excluídos 1.816 possuidores de nota zero em todas as questões do referido Exame, restando para análise 7.764 indivíduos. Ressalta-se ainda a necessidade de excluir as respostas sem validade (ilegíveis, em duplicidade, com cor não permitida, etc.). Por isso, no caso da Questão 25, foram descartadas 36 respostas (0,46%), acarretando um quantitativo final de 7.728 estudantes.

As questões do ENADE são tratadas aqui, metodologicamente, como situações profissionais vivenciadas pelo Economista, os quais são tomados sob a perspectiva de um economista (adulto) letrado estatisticamente. As questões (situações) são escolhidas de tal forma que o "conhecimento estatístico" represente o eixo central de suas respectivas análises.

Prosseguindo, o fato desse economista letrado estar circunscrito a situações exclusivamente profissionais, não o exime de possuir juízo de valor sobre a informação (a própria questão do ENADE). Isso permite a ele (adulto economista) confrontar, por exemplo, a fonte dos dados, a qualidade da informação, possíveis tendenciosidades, erros, omissões etc. É o "questionamento crítico", nos termos colocados pelo modelo de Gal (2002).

Consequentemente, em um sentido mais amplo, serão aproximados possíveis traços comportamentais esperados desse adulto, perante a informação estatística. Esse comportamento é ancorado pela análise da narrativa dos distratores da questão. Dito de outra forma, certos distratores, ou o próprio enunciado da questão, servirão para representar uma determinada postura, a qual será referenciada pelos elementos afetivos do modelo. Esses elementos serão tratados em conjunto, dada a dificuldade de separá-los, conforme relato apresentado na discussão teórica do modelo de Gal (2002).

Apresentadas as principais estratégias metodológicas para utilização do modelo de Gal (2002), a análise global da questão segue os seguintes passos operacionais: 1) apresentação da questão; 2) solução da questão e exibição do desempenho dos estudantes, a partir da análise dos distratores; e 3) interpretação dos tipos de habilidades de LE exigidas, segundo a abordagem metodológica proposta.

Resultados

A Questão 25 do ENADE (Figura 2) abordou a utilização de um modelo de Regressão Linear Simples para investigar a relação entre o nível de desemprego e o crescimento econômico dos países, a partir dos pressupostos teóricos da Lei de Okun. Assim, após a exibição do modelo de regressão estimado para um país "X" hipotético, foi apresentada uma tabela, contendo valores observados para as taxas de desemprego e de crescimento do produto (interno bruto), no período de 2013 a 2017, referentes àquele país.

Figura 2: Questão 25 – ENADE, 2018

QUESTÃO 25

Um pesquisador resolveu estimar uma versão da Lei de Okun para determinado país X. O resultado é apresentado na equação a seguir.

$$u_t = u_n - 0{,}5\ gy_t + e_t;$$

em que u_t é a taxa de desemprego observada para o ano t ; u_n é a taxa de desemprego natural; gy_t é a taxa de crescimento do produto no ano t ; e_t é o termo de resíduo. O país apresenta uma taxa de desemprego natural igual a 10%.

Com o objetivo de analisar a predição do modelo, esse pesquisador utilizou os dados a seguir, para alguns anos selecionados.

Dados anuais selecionados do país X

Ano	Taxa de Crescimento do Produto	Taxa de Desemprego Observada
2013	4%	6%
2014	8%	5%
2015	4%	7%
2016	2%	10%
2017	10%	5%

Considerando as informações apresentadas, assinale a opção correta.

A. Para o ano de 2013, o modelo previu uma taxa de desemprego inferior à observada.
B. Para o ano de 2014, a taxa de desemprego estimada foi igual à observada.
C. Para o ano de 2015, o modelo superestimou a taxa de desemprego.
D. Para o ano de 2016, o erro de previsão do modelo foi igual a zero.
E. Para o ano de 2017, o erro de previsão do modelo foi positivo.

Fonte: Instituto de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP.

Analisando os distratores da questão (Quadro 1), percebe-se um direcionamento para o confronto entre os dados observados com os previstos pelo modelo de regressão obtido. Desta feita, os distratores abordaram aspectos atrelados à qualidade preditiva do modelo para as taxas de desemprego do país hipotético, no período de 2013 – 2017, utilizando as taxas de crescimento do produto como variável explicativa.

Isso posto, a resolução da questão exigiu, em termos conceituais, a diferenciação entre "valor observado" e "valor previsto", os quais são consequência do erro aleatório – presente em todo modelo de regressão. Então, o valor previsto (fruto do modelo) deveria ser obtido a partir de operações matemáticas básicas, ressaltando que o êxito de tais operações dependia da identificação correta entre "variável dependente" (taxa de deemprego) e "variável independente" (taxa de crescimento do produto), no contexto da teoria econômica (Lei de Okun) utilizada para a escolha das variáveis do modelo.

Ainda de acordo com o Quadro 1, o percentual de acerto da questão foi relativamente baixo, pois menos da metade dos estudantes (43,75%) escolheu o distrator correto ("C"). Isso indica dificuldades com conceitos básicos referentes ao conteúdo da Regressão Linear, as quais podem ser reflexo da sobreposição de tópicos mais avançados do conteúdo nas salas de aula dos cursos de Economia brasileiros.

Quadro 1: Resolução da Questão 25 e desempenho dos estudantes - ENADE, 2018

DISTRATOR	RESOLUÇÃO	ESTUDANTES
A) Para o ano de 2013, o modelo previu uma taxa de desemprego inferior à observada.	FALSO. Segundo o modelo estimado, a taxa de desemprego para o referido ano seria de 8% (10% - 0,5 x 4%), enquanto que o valor observado para esse mesmo ano foi de 6%. Dessa forma, o modelo previu uma taxa de desemprego superior à observada, e não inferior, como é afirmado pelo distrator.	1.525 (19,64%)
B) Para o ano de 2014, a taxa de desemprego estimada foi igual à observada.	FALSO. O modelo estimou uma taxa de desemprego de 6% (10% - 0,5 x 8%), enquanto a taxa observada foi de 5%. Nesse caso, as respectivas taxas foram diferentes, e não iguais, como é afirmado.	722 (9,22%)
C) Para o ano de 2015, o modelo superestimou a taxa de desemprego.	VERDADEIRO. Para o referido ano, a estimativa foi de 8% (10% - 0,5 x 4%), a despeito do valor observado (7%). Isso posto, como a taxa estimada foi maior que a observada, houve uma superestimação, confirmando a veracidade da assertiva.	3.397 (43,75%)
D) Para o ano de 2016, o erro de previsão do modelo foi igual à zero.	FALSO. O erro de previsão para o referido ano é dado pela diferença entre a taxa de desemprego observada (10%) e a taxa estimada pelo modelo (10% - 0,5 x 2% = 9%). Nesse caso, o erro de previsão é de 1% (10% - 9%), diferindo da afirmação.	1.009 (13%)
E) Para o ano de 2017, o erro de previsão do modelo foi positivo.	FALSO. Nesse ano o erro de previsão foi zero, uma vez que a taxa de desemprego observada (5%) foi igual à estimada (10% - 0,5 x 10% = 5%).	1070 (13,78%)

Fonte: Elaboração Própria

A partir disso, detalham-se, a seguir, as habilidades de LE esperadas de um economista letrado estatisticamente, diante dessa situação (questão), segundo a estratégia de interpretação dos elementos cognitivos e afetivos do modelo de Gal (2002) desenvolvida para este Estudo:

- "**Letramento**": notou-se a exigência de conferir sentido econômico a um modelo de regressão linear simples, a partir de sua formulação matemática. Em específico, foi necessário compreender a aplicabilidade desse modelo a um conjunto de dados observados, transmitindo, com isso, opiniões sobre a qualidade das estimativas geradas.
- "**Conhecimento estatístico**": exigiu-se o domínio dos pressupostos teóricos dos modelos de regressão linear, notadamente, os relacionados com os erros de previsão. Nessa esfera, valorizou-se a compreensão acerca das consequências práticas dos erros de previsão sobre a qualidade das estimativas geradas. Percebeu-se, nesse sentido, a necessidade de diferenciação conceitual entre variável dependente e independente, sendo isso a "primeira ideia importante na regressão" (BATANERO et al, 2016).
- **"Conhecimento matemático"**: apesar do conteúdo exigir, *per si*, habilidades com elementos do cálculo diferencial, a situação representada pela questão requereu, tão somente, a utilização de operações básicas com dados decimais e percentuais. Essas operações foram realizadas para obtenção das estimativas das taxas de desemprego, bem como para as comparações dessas estimativas com as taxas observadas.
- "**Conhecimento de contexto**": esse elemento esteve calcado sobre uma teoria econômica conhecida por Lei de Okun. Essa teoria - formulada na década de 1960, pelo economista Arthur Okun - afirma haver uma estreita relação negativa entre os níveis de desemprego e a taxa de crescimento econômico (produto) dos países. Assim, em geral,
ao longo do tempo, observou-se que níveis menores nas taxas de desemprego <u>dependiam</u> de taxas maiores de crescimento econômico, tudo o mais constante.
- "**Questionamento Crítico":** espera-se de um economista letrado a capacidade de questionar a ausência de dados inferenciais sobre o modelo estimado. Esse fato compromete o embasamento estatístico das opiniões acerca da qualidade preditiva do modelo. Fora isso, é possível que esse economista conteste a falta de informação sobre o período temporal da amostra utilizada. Isso é importante, pois, se esse recorte de tempo estiver muito distante do período confrontado (2013-2017), os resultados das previsões ficam seriamente comprometidos. Por fim, um outro fator que poderia ser replicado pelo economista letrado é a intensa variabilidade das taxas de crescimento fictícias do produto. A título de exemplo, a

taxa de 2017 foi de 10%, contra 2% verificado em 2016. Tipicamente, com dados reais, não se notam tantas oscilações nessas taxas, em um período tão curto de tempo, salvo em períodos de acentuada crise econômica conjuntural, como a pandemia da COVID-19, iniciada em 2020.

- **"Elementos afetivos":** a apresentação de um modelo de regressão sem os devidos resultados inferenciais evidencia a típica crença em tecer conclusões gerais sem o conhecimento sobre a capacidade estatística do modelo. Assim, é comum que economistas acreditem na fiabilidade dos resultados de seus modelos, utilizando apenas critérios subjetivos. Apoiam-se, muitas vezes, na validade irrestrita de determinada teoria econômica; no caso em tela, a Lei de Okun. Consequentemente, os aspectos práticos dos erros de estimativa da regressão são postos em segundo plano, considerando-se tais erros apenas em seu sentido teórico.

Conclusão

Essa pesquisa buscou investigar a aprendizagem estatística dos estudantes brasileiros de Economia, utilizando uma questão (Questão 25) sobre Análise de Regressão, a qual esteve presente na última edição do ENADE para os cursos de Economia - realizado em 2018. Para isso, foram estudados cada um dos distratoes da questão, a partir dos diferentes tipos de conhecimentos/habilidades elencados por Gal (2002); além de mensurados os níveis de desempenho apresentados pelos estudantes.

Constatou-se, de maneira geral, a exigência de uma aprendizagem direcionada para a leitura estatística conceitual do Modelo de Regressão, sob o contexto dos fenômenos econômicos. Dessa forma, a questão transcendeu a mera utilização de fórmulas e algoritmos estatísticos, constituindo, essencialmente, uma perspectiva de Letramento Estatístico, nos moldes interpretativos do modelo Gal (2002).

Entretanto, menos da metade dos estudantes avaliados (43,75%) obtiveram êxito. Esse cenário pode oferecer importantes pistas de como vem ocorrendo o processo de aprendizagem estatística, no âmbito dos cursos brasileiros de Economia. Isso posto, os resultados apontados parecem corroborar com as deficiências de aprendizagem identificadas no contexto internacional.

Referências

ANGRIST, J. D.; PISCHKE, J-S. Undergraduate Econometrics Instruction: Through Our Classes, Darkly. **Journal of Economic Perspectives**, Pittsburgh, v. 31, n. 2, p. 125-44. 2017.

ARKES, J. Teaching Graduate (and Undergraduate) Econometrics: Some Sensible Shifts to Improve Efficiency, Effectiveness, and Usefulness. **Econometrics**, Basel, v. 8, n. 3, p. 36, set. 2020.

BATANERO, C.; GEA, M. M.; LÓPEZ-MARTÍN, M. M.; ARTEAGA, P. Análisis de los conceptos asociados a la correlación y regresión en los textos de bachillerato. **Didacticae**, Barcelona, v. 1, n. 1, p. 60-76. 2017.

BECKER, W. E.; GREENE, W. H. Teaching statistics and econometrics to undergraduates. **The Journal of Economic Perspectives**, Pittsburgh, v. 15, v. 4, p. 169-182. 2001.

BEKKERMAN, A. The role of simulations in econometrics pedagogy. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics**, [s.l.] v. 7, n. 2, p. 160-165, mar./abr. 2015.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Economia**. Brasília, MEC, 2007.

CAZORLA, I.; UTSUMI, C. M. Reflexões sobre o ensino da estatística na educação básica. In: CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Org.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. 1 ed. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

CLADERA, M. Assessing the attitudes of economics students towards econometrics. **International Review of Economics Education**, Palma de Mallorca, v. 37, abr. 2021.

CRAFT, R. K. Using spreadsheets to conduct Monte Carlo experiments for teaching introductory econometrics. **Southern Economic Journal**, New York, v. 69, n. 3, p. 716–735, jan. 2003.

CROOKS, N. M.; BARTEL, A. N.; ALIBAL, M. W. Conceptual Knowledge of Confidence Intervals in Psychology Undergraduate and Graduate Students. **Statistics Education Research Journal,** Califórnia, v. 18, n. 1, p. 46-62, 2019.

GAL, I. Adults' statistical literacy: meanings, components, responsibilites**. International Statistical Review**, Netherlands, v. 70, n.1, p. 1-50, 2002.

KASSENS, A. L. Theory vs. practice: Teaching undergraduate econometrics. **The Journal of Economic Education**, [s.l.], v. 50, n. 4, p. 367-370, out. 2019.

KENNEDY, P. E. Using Monte Carlo studies for teaching econometrics. In: BECKER, W. E.; WATTS, M. (Eds.). **Teaching Economics to Undergraduates: Alternatives to Chalk and Talk**. 1 ed. Northampton: Edward Elgar, 1998a. p. 141-159.

KENNEDY, P. E. Teaching undergraduate econometrics: a suggestion for fundamental change. **American Economic Review**, Pittsburgh, v. 88, n. 2, p. 487-491, 1998b.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P.; BARROS NETO, D. F.; ALVES, G.C.S. Estudo sobre a correlação e a regressão linear em livros didáticos do ensino superior no brasil. **Educação Matemática em Revista,** Porto Alegre, v.1, n.21, p. 128-40, 2020.

PAGLIARUSSI, M. S. O ensino do modelo clássico de regressão linear por meio de simulação de Monte Carlo. **Revista de Contabilidade e Organizações**, Ribeirão Preto, v. 12:e152100, dez. 2018.

SOWEY, E. R. University teaching of econometrics: A personal view. **Econometric Reviews**, [s.l.], v. 2, n. 2, p. 255-333, 1983.

Avaliando o Conhecimento de Propriedades da Mediana e Média de Alunos do Ensino Médio no Brasil

Assessing the Knowledge of Median and Average Properties of High School Students in Brazil

Ailton Paulo de Oliveira Júnior
Universidade Federal do ABC – UFABC, Brasil
ailton.junior@ufabc.edu.br

José António Fernandes
Universidade do Minho, Portugal
jfernamdes@ie.uminho.pt

Sandra Salerno
Universidade Federal do ABC – UFABC, Brasil
sandra.salerno@ufabc.edu.br

Resumo
No presente artigo busca-se identificar o conhecimento de alunos brasileiros do Ensino Médio sobre propriedades da mediana e da média que derivam de transformações dos dados ou de afirmações enunciadas. Para tal, implementou-se um estudo quantitativo, de tipo descritivo, em que participaram 116 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de São Paulo. Os dados foram obtidos através da aplicação de um questionário *online*, do qual estudaremos aqui apenas três dessas questões, exatamente aquelas que dizem respeito a propriedades da mediana e da média. Na questão de itens abertos, perguntava-se sobre a alteração da mediana e da média ao adicionar-se um valor constante a todos os dados, e nas duas questões de itens fechados, numa inquiria sobre se a mediana diminui/aumenta/mantém-se ao acrescentar um ou dois dados em certas condições e na outra questionava-se se certas afirmações eram verdadeiras ou falsas. Em termos de resultados, em geral, os alunos revelaram muitas dificuldades nos itens abertos, enquanto nos itens fechados os alunos tiveram um melhor desempenho. Conclui-se que os alunos têm um conhecimento conceitual da mediana e da média limitado, devendo ser-lhe dada mais atenção no ensino.

Palavras-chave: Conhecimento de Estatística; Propriedades da mediana e média; Alunos do 2.º ano do Ensino Médio

Abstract
This article seeks to identify the knowledge of Brazilian high school students about median and mean properties that derive from data transformations or stated statements. To this end, a quantitative, descriptive study, in which 116 students from the 2nd year of high school at a public school in the city of São Paulo. Data were obtained through the application of an online questionnaire, of which we will study only three of these questions here, exactly those that concern median and mean properties. In the question of open items, it was asked about the change in the median and the mean when adding a constant value to all data, and in the two questions about closed items, a question about whether the median decreases/increases/remains adding one or two pieces of data under certain conditions and the other questioned whether certain statements were true or false. In terms of results, in general, students revealed many difficulties in open items, while in closed items students performed better. It is concluded that students have a limited conceptual knowledge of the median and average, and should be given more attention in teaching.

Keywords: Knowledge of statistics; Median and Mean properties; Mean properties; 2nd year high school students

Introdução

A importância das medidas de tendência central, em que se incluem a mediana e a média, que servem de base para as medidas de dispersão, assimetria, a correlação e regressão lineares dentre outros, é reconhecida nos currículos escolares dos diferentes países. No caso específico do Brasil, nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 2002), documento de referência brasileiro até a publicação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC em 2018, nos conteúdos voltados à Estatística para a Educação Básica, é indicado a análise de dados considerando: média, mediana, moda, variância e desvio padrão.

Considerando a BNCC (BRASIL, 2018), atual documento norteador curricular brasileiro, na competência específica 3 para o Ensino Médio, deve-se utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. Especificamente, em relação aos elementos constantes desse texto, deve-se resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central, entre elas, a média e a mediana.

Desde a sua introdução, à semelhança de outros conceitos matemáticos, as medidas de tendência central devem ser exploradas numa dupla vertente, procedimental e conceitual (HIEBERT; LEFEVRE, 1986). Relacionar as estatísticas permite estudar outros conceitos, como seja a simetria, a correlação e regressão lineares ou outros conceitos mais avançados, enquanto a interpretação permite usar a Estatística para responder a situações-problema da realidade, pois é necessário atribuir significado a esses valores no contexto dessas situações (BATANERO, 2013).

Estudos realizados por Batanero (2000) fornecem evidências de que os alunos em geral não apresentam uma compreensão adequada das medidas de tendência central; em particular, na clareza dos algoritmos de cálculo que devem ser usados dependendo da estrutura dos dados (agrupados e não agrupados), bem como das suas propriedades.

No âmbito do contexto antes referido, no presente artigo investiga-se o conhecimento de alunos do 2.º ano do Ensino Médio sobre propriedades da média e da mediana. Mais especificamente, trata-se de propriedades inerentes a estas estatísticas ou que derivam de transformações dos dados.

Além das razões invocadas anteriormente, a pertinência do presente estudo também decorre da centralidade dos conceitos de média e mediana no estudo e na aplicação da Estatística.

Após a apresentação desta secção, seguem-se as secções de enquadramento teórico, em que se reveem estudos relacionados com este estudo; a secção de metodologia, onde se especificam os participantes e procedimentos metodológicos adotados; a secção de apresentação de resultados do estudo e, por último, a secção de conclusões, onde apresentamos os principais resultados do estudo e se extraem algumas implicações.

Enquadramento teórico

Para Triola (2008), existem várias maneiras de determinarmos o centro de um conjunto de dados, de modo que temos diferentes definições, das quais se destacam a média aritmética, a mediana e a moda.

Considerando as medidas de tendência central, foco do presente estudo, a partir da revisão de vários estudos, Jacobbe e Carvalho (2011) relatam dificuldades dos alunos. Nos estudos de Boaventura e Fernandes (2004) e de Fernandes e Barros (2005) verificou-se que as dificuldades eram mais acentuadas no caso da mediana e da média, e menos acentuadas no caso da moda.

Em termos globais e no que concerne aos estudos realizados por Batanero (2000), Boaventura (2003), Barros (2004), Carvalho (2004), Ribeiro, Correia e Fernandes (2013), constata-se que a medida de tendência central que origina mais dificuldades aos alunos é a mediana. Destes estudos são ainda identificadas outras dificuldades, tais como confundir a mediana e a moda, aplicar as propriedades da média e da mediana, determinar a média em vez da mediana e atribuir significados às medidas de localização

Em Boaventura e Fernandes (2004), em que participaram alunos portugueses do 12.º ano, portanto do mesmo nível escolar daqueles que participam no presente estudo, salientaram-se dificuldades na compreensão das propriedades da mediana e média e na atribuição de significado às medidas de tendência central.

Strauss e Bichler (1988) conduziram um dos primeiros estudos sobre propriedades da média. Nesse estudo, em que participaram alunos de idades compreendidas entre 8 e 14 anos, estudou-se o reconhecimento e a aplicação das seguintes propriedades da média a partir de tarefas diversas, incluindo a consideração do tipo de dados discretos e contínuos: a) A média situa-se entre os valores extremos da distribuição; b) A soma dos desvios dos dados em relação à média é zero; c) A média é influenciada pelo valor de cada um dos dados; d) A média não é necessariamente igual a um dos valores do conjunto de dados; e) O valor da média pode não ser inteiro; f) Os dados com valor nulo influenciam o cálculo da média; e g) A média é um "representante" do conjunto de dados a que diz respeito.

Dos resultados obtidos nesse estudo, salienta-se uma melhoria sistemática da compreensão das propriedades com a idade e, para uma mesma idade dos alunos, o grau de compreensão das propriedades foi variável, apresentando menos dificuldades em relação as propriedades a), c) e d) e mostrando-se mais difíceis as propriedades b), f) e g). Já na análise dos raciocínios verificou-se que as dificuldades dos alunos aumentaram com o maior grau de complexidade das propriedades e a aplicação das propriedades a conjuntos de dados discretos ou contínuos esteve na origem de níveis de complexidade distintos, tendo sido mais difícil para os alunos os dados de tipo contínuo.

Considerando aspectos referentes à mediana, diferente da média, essa não é afetada por valores extremos, ou seja, ela corresponde, num conjunto de dados, ao valor do meio quando os dados originais estão organizados em ordem crescente (ou decrescente) de magnitude (TRIOLA, 2008).

Para Batanero (2000), o cálculo da mediana se torna complexo se a distribuição dos números dados for em quantidades pares e quando os dados não estão distribuídos de forma agrupada em intervalos de classes. Nesse caso, o valor obtido é diferente, dependendo do algoritmo que se aplica. Dessa forma, em função destas hipóteses levantadas, concluímos que isso pode ser um fator de obstáculo para os alunos que estão acostumados a um único método de resolução.

Boaventura e Fernandes (2004) replicaram o estudo de Strauss e Bichler (1988), questionando alunos portugueses do 12.º ano sobre propriedades da média e da mediana. No caso da média, os alunos deviam afirmar a verdade ou falsidade das propriedades: a) A média de um conjunto de dados nunca é igual a um dos dados; b) A média de um conjunto de dados é sempre um valor compreendido entre o menor e o maior dos dados; c) Se acrescentarmos o valor 0 (zero) ao conjunto de dados, o valor da média não se altera; d) Se acrescentarmos o valor da média ao conjunto de dados, o valor da média não se altera; e e) Dois conjuntos de dados diferentes podem ter a mesma média.

Nestas propriedades a percentagem de respostas corretas variou entre 47,5% e 93,9%, com uma média de 75,2% de acerto por item, sendo as maiores dificuldades dos alunos nos itens c) e d). Ao acrescentar o valor 0 (zero), menos alunos responderam corretamente (62,4%), sendo que muitos acreditam que o valor da média não se altera porque o veem como elemento neutro. Ainda mais alunos sentiram dificuldade em concluir que a média não se altera quando se acrescenta um dado com o valor da média, sendo que agora menos de metade respondeu corretamente (47,5%).

Ainda na propriedade de acrescentar o valor 0 (zero) ao conjunto de dados, também Cazorla (2003) constatou que a maioria dos estudantes universitários (79,5%) que participaram no seu estudo, sobre a compreensão do conceito de média, respondeu corretamente, sendo que o erro mais frequente resultou de ignorar o novo dado e calcular novamente a média dos números dados, que significa também ignorar o valor 0 (zero).

Voltando ao estudo de Boaventura e Fernandes (2004), no caso da mediana, questionaram-se os alunos sobre se o valor da mediana diminui, aumenta ou mantém-se quando: a) Se acrescenta um dado inferior a todos os outros; b) Se acrescenta um dado com o valor da mediana; c) Se acrescenta um dado com valor superior ao da mediana; d) Se acrescenta dois dados, um dado inferior a todos os outros e outro superior a todos os outros. A percentagem de respostas corretas variou entre 65,7% e 82,3%, com uma média 72,9% de acerto por item. Verificou-se, ainda, que as dificuldades dos alunos foram um pouco superior no caso de se acrescentar um dado inferior a todos os outros (65,7%), um dado igual à mediana (72,9%) ou um dado superior à mediana (70,7%). Na globalidade, entre as percentagens de respostas corretas das propriedades da média e da mediana não se verificaram grandes discrepâncias.

Numa outra questão, do mesmo estudo, é dada a média dos vencimentos dos trabalhadores de uma empresa, e questionam-se os alunos sobre o novo valor da média quando o vencimento de cada trabalhador foi aumentado a) de 25 euros e b) em 5%. O desempenho dos alunos foi semelhante em ambos os itens, sendo que 59,7% e 58,0% dos alunos responderam corretamente, respectivamente, ao item a) e ao item b). Nas respostas erradas de ambos os itens, salienta-se a ausência de senso crítico dos alunos quando apresentaram um novo valor da média muito superior ou muito inferior ao valor dado. De acordo com o dicionário Aurélio[1], ***senso crítico*** é a “capacidade de analisar, refletir ou buscar informações antes de tirar uma conclusão.

Procedimentos metodológicos

A presente investigação tem por propósito estudar o conhecimento de alunos do 2.º ano do Ensino Médio sobre propriedades da média e da mediana. Para tal, realizou-se um estudo de natureza quantitativa e de tipo descritivo, em que os participantes foram selecionados pelo critério de conveniência. Neste tipo de estudo pretende-se fazer descrições rigorosas e efetuar inferências alicerçadas em evidência de um fenômeno educacional preexistente (GALL; GALL; BORG, 2003).

Participaram da investigação 116 alunos do 2.º ano do Ensino Médio que frequentavam, em 2021, uma escola pública do município de São Paulo, Brasil. Estes alunos são distribuídos como 56,9% do gênero feminino, tinham idade compreendida entre 15 e 18 anos e com média de idade e mediana de 16 anos.

Já as notas obtidas na disciplina de matemática no final do ano letivo de 2020 variavam entre 4 e 10, com média de 7,25. Assim, globalmente, conclui-se que os alunos frequentaram o 2.º ano do Ensino Médio na idade em que seria expectável e que tinham um desempenho médio em matemática.

Perguntou-se também aos alunos se esses tiveram dificuldade quando as aulas eram de conteúdos estatísticos, sendo que somente 6,0% dos alunos indicaram não ter tido dificuldade e 29,3% pouca dificuldade. Aqueles que indicaram ter muita dificuldade foram 20,7% ou somente tiveram dificuldade foram 44,0%. Dessa forma, os alunos parecem ter dificuldade em relação aos conceitos estatísticos.

Os dados do estudo foram obtidos através da aplicação de um questionário, que teve de ser aplicado *online*, através do *Google Forms*, em virtude das restrições à atividade letiva presencial decorrentes da pandemia COVID-19. O questionário era constituído por sete questões, cada uma com vários itens de resposta fechada ou aberta. Dessas questões, nesse estudo centramo-nos apenas em três, que são exatamente aquelas que envolvem propriedades da mediana e da média, temática essa que constitui o foco do presente estudo.

[1] https://www.dicio.com.br/aurelio-2/

A primeira questão, com três itens de resposta aberta, trata da determinação dos novos valores da mediana e da média quando se adiciona o mesmo valor a todos os dados. Já na segunda questão, com quatro itens de resposta fechada, inquire-se sobre se a mediana diminui, aumenta ou mantém-se quando se acrescenta um ou dois dados, em certas condições, à série inicial. Por fim, na terceira questão, com cinco itens de resposta fechada, questiona-se sobre a verdade ou falsidade de afirmações envolvendo o conceito de média. As questões do presente estudo são idênticas ou muito análogas a questões do estudo de Boaventura e Fernandes (2004), cujos enunciados se apresentam na próxima secção, de apresentação de resultados.

Na aplicação do questionário, os alunos responderam no mesmo período de tempo, que tinha sido estabelecido e que não excedeu 40 minutos. Por outro lado, os alunos foram incentivados a responder com empenho e sinceridade ao questionário, sendo também informados da preservação do anonimato e de que a sua participação no estudo era sempre voluntária, podendo a qualquer momento deixar de participar no estudo.

Por último, em relação ao tratamento e análise de dados, estudaram-se as respostas apresentadas pelos estudantes, classificando-as em corretas e incorretas. Em seguida, determinaram-se frequências dos tipos de respostas (corretas e incorretas) e recorreu-se a tabelas para resumir a informação dos tipos de respostas, incluindo também, quando necessário, as não respostas.

Apresentação de resultados

A apresentação dos resultados do estudo estrutura-se segundo cada uma das três questões que foram propostas aos alunos, envolvendo propriedades da média e mediana.

Questão 1

Na questão 1, apresentada no Quadro 1, pretende-se que os alunos determinem as alterações no valor da mediana e da média quando se adiciona um valor constante a todos os dados.

Quadro 1: Enunciado da questão 1 proposta aos alunos

1. A média dos vencimentos dos 20 trabalhadores de uma empresa é 1500 reais e a mediana é 1000 reais.
a) Sabendo que o vencimento de cada um dos trabalhadores foi aumentado em 80 reais, qual a mediana dos novos vencimentos dos 20 trabalhadores?
b) Sabendo que o vencimento de cada um dos trabalhadores foi aumentado em 90 reais, qual a média dos novos vencimentos dos 20 trabalhadores?
c) Sabendo que o vencimento de cada um dos trabalhadores foi aumentado em 5%, qual a média dos novos vencimentos dos 20 trabalhadores?

Fonte: Elaborado pelos autores

Na resolução dos itens desta questão esperava-se que os alunos adicionassem ao valor dado da mediana e da média o valor da constante que foi adicionado aos dados. Assim, em 1a), a mediana é $1000 + 80 = 1080$ reais; em 1b), a média é $1500 + 90 = 1590$ reais; e, em 1c), a média é $1500 + 1500 \times 0{,}05 = 1575$ reais.

Na Tabela 1 encontram-se registradas as percentagens dos tipos de respostas (corretas e incorretas) dadas pelos alunos, incluindo, eventualmente, as percentagens de não respostas nos itens da questão 1.

Tabela 1: Percentagens dos tipos de respostas nos itens da questão 1

Itens	% de respostas		Não respostas
	Corretas	Incorretas	
1a)	38,8	49,1	12,1
1b)	40,5	48,3	11,2
1c)	35,3	51,8	13,8

Fonte: Elaborado pelos autores

Pela Tabela 1 conclui-se que esta questão se revelou difícil para os alunos, variando a percentagem de respostas corretas entre 35,3% e 40,5%, o que significa que aproximadamente um pouco mais de um terço (1/3) dos alunos respondeu corretamente a qualquer dos três itens desta questão.

Por outro lado, além da percentagem de respostas incorretas, que correspondem a cerca de metade dos alunos em qualquer dos itens, destaca-se a elevada percentagem de alunos que não responderam a qualquer dos itens, o que vem a agravar as dificuldades sentidas pelos alunos (11,2% a 13,8%). Neste caso, se adicionarmos a percentagem de alunos que responderam incorretamente com a percentagem dos que não responderam, verificamos que a soma varia entre 59,5% e 65,6%.

Tendo em conta que, em qualquer item, os dados sofreram um aumento, seria de esperar que os alunos reconhecessem que a tal aumento dos dados corresponderia também um aumento da mediana e da média. No caso das respostas incorretas, conclui-se que isso não se verifica, sendo a maioria dessas respostas um valor inferior ao valor inicialmente dado da mediana ou da média, ou seja, 25,9% em 1a), 37,9% em 1b) e 40,5% em 1c).

Aprofundando a análise, constata-se que ao adicionar um valor positivo a cada um dos dados, resulta que tanto a mediana como a média vêm aumentadas desse valor. Contudo, verificou-se, em qualquer dos itens, que a maioria dos alunos (mais da metade) não teve em consideração que as respetivas medidas estatísticas deviam aumentar, o que agrava as dificuldades reveladas pelos alunos. Este resultado é particularmente problemático porque denota ausência de sentido crítico por parte dos alunos.

Por último, em todos os itens, salienta-se, ainda, uma variação pequena nas percentagens dos diferentes tipos de respostas e de não respostas. Esta regularidade das percentagens ao longo dos três itens deve-se, provavelmente, ao fato de em qualquer deles se ter de adicionar um valor constante ao valor dado da mediana ou da média. Ou seja, os processos implicados na resolução de qualquer dos itens são, essencialmente, os mesmos.

Questão 2

Na questão 2, apresentada no Quadro 2, questionam-se os alunos sobre se a mediana aumenta, diminui ou se mantém quando se acrescenta um ou dois dados em certas condições.

Quadro 2: Enunciado da questão 2 proposta aos alunos

2. Considere a mediana de um conjunto de 20 dados, todos diferentes. O valor da mediana diminui, aumenta ou mantém-se, quando:

a) Se acrescenta um dado inferior a todos os outros?
☐ diminui ☐ aumenta ☐ mantém-se

b) Se acrescenta um dado com o valor da mediana?
☐ diminui ☐ aumenta ☐ mantém-se

c) Se acrescenta um dado com valor superior ao da mediana?
☐ diminui ☐ aumenta ☐ mantém-se

d) Se acrescentam dois dados, um inferior e outro superior a todos os outros?
☐ diminui ☐ aumenta ☐ mantém-se

Fonte: Elaborado pelos autores

Como os dados são todos diferentes, e considerando a sua ordenação crescente, temos que: 1) Em a), ao acrescentar um dado inferior a todos os outros, a mediana diminui, coincidindo com o dado imediatamente inferior à mediana; 2) Em b), ao acrescentar um dado igual à mediana, ela mantém-se, coincidindo com o dado introduzido; 3) Em c), ao acrescentar um dado superior à mediana, ela aumenta, coincidindo com o dado imediatamente superior à mediana; 4) Em d), ao acrescentar um dado inferior e outro superior a todos os outros, a mediana mantém-se porque esses valores passam a constituir os novos valores extremos da série ordenada e, portanto, não intervêm na determinação da mediana.

Na Tabela 2 encontram-se registradas as percentagens dos tipos de respostas (corretas e incorretas) dadas pelos alunos, incluindo, eventualmente, as percentagens de não respostas nos itens da questão 2.

Tabela 2: Percentagens dos tipos de respostas nos itens da questão 2

Itens	**% de respostas**		**Não respostas**
	Corretas	**Incorretas**	
2a)	41,4	58,6	—
2b)	67,2	32,8	—
2c)	54,3	45,7	—
2d)	62,9	37,1	—

Fonte: Elaborado pelos autores

Por observação da Tabela 2 verifica-se que todos os alunos responderam a todos os itens, não havendo não respondentes, e que o desempenho dos alunos foi bastante melhor nesta questão do que na questão 1. Agora, em qualquer dos itens, mais de metade dos alunos responderam corretamente, exceto no item a) com 41,4%, observando-se alguma variação no desempenho dos alunos ao longo dos quatro itens da questão, especificamente, variando entre 41,4% e 67,2%, com média de 56,2% por item.

No item 2a) os alunos tiveram mais dificuldade em reconhecer que ao acrescentar um dado inferior a todos os outros, a mediana diminui, coincidindo com o dado imediatamente inferior à mediana. Neste item, quase todas as respostas incorretas (45,7%) resultaram de os alunos afirmarem que a mediana aumenta.

No item 2b) os alunos não tiveram muita dificuldade em reconhecer que a mediana se mantém quando se acrescenta um novo dado igual à mediana. Neste item, a maior parte das respostas incorretas (19,8%) resultaram de os alunos afirmarem que a mediana aumenta, sendo que outros 12,9% indicaram que a mediana diminui.

Considerando o item 2c) um pouco mais da metade dos alunos reconheceram que, ao acrescentar um dado superior à mediana, ela aumenta, coincidindo com o dado imediatamente superior à mediana. Neste item, a maior parte das respostas incorretas (33,6%) resultaram de os alunos afirmarem que a mediana diminuiu, sendo que outros 12,9% indicaram que o valor da mediana se mantém.

Já no item 2d) os alunos foram mais sucedidos em reconhecer que a mediana não se altera, ou mantém-se, quando se acrescentam dois dados, um menor e outro maior do que todos os outros. Agora, as respostas erradas distribuíram-se, pelas opções de resposta aumenta (26,7%) e diminui (10,3%).

Nos itens 2b) e 2d), respectivamente, possivelmente um maior sucesso dos alunos tenha a ver com o fato de, tanto ao acrescentar um dado igual à mediana, ela mantém-se, coincidindo com o dado introduzido, quanto acrescentar um dado inferior e outro superior a todos os outros não se alterar a paridade do número total de dados e desses dois novos dados; não interferirem na determinação da mediana. É como se pudéssemos retirá-los da série ordenada dos dados, mantendo-se, portanto, a mediana do conjunto inicial.

Por fim, em termos das respostas incorretas, no item 2a), entre as opções aumenta e mantém-se, a opção aumenta foi selecionada por mais da metade dos alunos (58,6%). Já no item 2c), entre as opções diminui e mantém-se, a opção diminui foi escolhida por quase metade dos alunos (45,7%).

Considerando apenas as respostas incorretas, verifica-se que a maioria dos alunos afirmou que a mediana aumenta quando se acrescenta um dado inferior a todos os outros ou igual à mediana, respetivamente, nos itens 2a) e 2b), e diminui quando se acrescenta um dado superior à mediana, no item 2c). Repare-se que afirmar que a mediana aumenta/diminui quando se acrescenta um dado inferior/superior que todos os outros contradiz o facto da nova série ordenada se deslocar para a esquerda/direita e, consequentemente, a mediana diminuir/aumentar. Assim, tal como na questão 1, observa-se novamente que alguns alunos denotam ausência de sentido crítico.

Questão 3

Na questão 3, apresentada no Quadro 3, inquirem-se os alunos sobre a verdade ou falsidade de várias afirmações envolvendo o conceito de média.

Quadro 3: Enunciado da questão 3 proposta aos alunos

3. Relativamente a cada uma das afirmações seguintes, envolvendo o conceito de média, diga se é verdadeira ou falsa.

a) A média de um conjunto de dados nunca é igual a um dos dados.
☐ verdadeira ☐ falsa

b) A média de um conjunto de dados é sempre um valor compreendido entre o menor e o maior dos dados.
☐ verdadeira ☐ falsa

c) Se acrescentarmos o valor 0 (zero) ao conjunto de dados, o valor da média não se altera.
☐ verdadeira ☐ falsa
d) Se acrescentarmos o valor da média ao conjunto de dados, o valor da média não se altera.
☐ verdadeira ☐ falsa
e) Dois conjuntos de dados diferentes podem ter a mesma média.
☐ verdadeira ☐ falsa

Fonte: Elaborado pelos autores

Em termos de respostas, os alunos deviam reconhecer que se tratava de uma afirmação, tendo que: 1) Em 3a), falsa (basta considerar numa série em que o mesmo dado se repete); 2) Em 3b), verdadeira (a divisão da soma dos dados pelo número de dados não pode ser inferior ao valor mínimo nem superior ao valor máximo); 4) Em 3c), falsa (ao adicionar o valor 0 (zero) a soma dos dados mantém-se, mas o número de dados aumenta de uma unidade, portanto a média diminui); 5) Em 3d), verdadeira (ao adicionar o valor da média, o quociente da soma dos dados pelo número de dados mantém-se, portanto a média mantém-se); 6) Em 3e), verdadeira (basta considerar dois conjuntos de dados com o mesmo número cardinal e com a mesma soma).

Na Tabela 3 encontram-se registradas as percentagens dos tipos de respostas (corretas e incorretas) dadas pelos alunos, incluindo, eventualmente, as percentagens de não respostas nos itens da questão 3.

Tabela 3: Percentagens dos tipos de respostas nos itens da questão 3

Itens	**% de respostas**		**Não respostas**
	Corretas	**Incorretas**	
3a)	64,7	35,3	—
3b)	61,2	38,8	—
3c)	46,6	53,4	—
3d)	50,9	49,1	—
3e)	70,7	29,3	—

Fonte: Elaborado pelos autores

À semelhança do que aconteceu na questão 2, também na questão 3 todos os alunos responderam a todos os itens, não havendo não respostas, a variação do desempenho dos alunos ao longo dos cinco itens aumentou, sendo agora de 46,6% a 70,7%, e o desempenho médio na globalidade dos itens diminui, 58,8% por item.

Entre os cinco itens desta questão, destacam-se os itens 3c) e 3d), em que os alunos revelaram mais dificuldades, e o item 3e), que foi aquele em que mais alunos responderam corretamente. No caso do item 3c), que foi aquele que se revelou mais difícil, afirma-se que quando se acrescenta o valor 0 (zero) ao conjunto de dados, o valor da média não se altera. Nesta situação, a maior parte dos alunos afirmou que se tratava de uma afirmação verdadeira, o que vai de encontro à interpretação de que o valor 0 (zero) não interfere com a média, ou seja, funciona como elemento neutro. Assim, tendo em conta o elevado número de alunos que responderam deste modo, podemos concluir que esta ideia errada foi largamente adotada pelos alunos.

No item 3d), em que se afirma que, acrescentar o valor da média ao conjunto de dados não altera o valor da média, metade dos alunos respondeu incorretamente. Nesta situação, esses alunos declararam que a afirmação era falsa, contrariando, assim, a definição de média. Da interpretação da média como repartição equitativa, que corresponde a transformar todos os dados no mesmo valor (que é a média), resulta imediatamente que ao adicionar o valor da média ela se mantém.

Já o item 3e), em que se refere que dois conjuntos de dados diferentes podem ter a mesma média, foi aquele em que mais alunos responderam corretamente ao declarar tratar-se de uma afirmação verdadeira. Neste caso, tratando-se de uma afirmação de existência, basta que o aluno reconheça uma situação que verifique a afirmação para responder corretamente. Talvez se deva a isso o maior sucesso dos alunos.

Finalmente, nos itens 3a) e 3b), em que se afirma que, a média de um conjunto de dados nunca é igual a um dos dados e que é sempre um valor compreendido entre o menor e o maior dos dados, respetivamente, verificou-se que a maioria dos alunos respondeu que a primeira era falsa e a segunda verdadeira, respondendo, assim, corretamente.

Considerações finais

Assim, entre as três questões aqui estudadas, a primeira revelou-se muito mais difícil do que as duas restantes, verificando-se, em todos os seus itens, que um pouco mais de um em cada três alunos respondeu corretamente e um desempenho semelhante em todos eles. Portanto, não se observaram diferenças relevantes do desempenho na determinação da mediana e da média, o que pode dever-se ao fato de os processos matemáticos envolvidos em ambas as estatísticas, apesar de diferentes, não apresentam procedimentos complexos. Enquanto para o cálculo da média somamos todos os valores e dividimos pela quantidade de dados, para determinarmos a mediana precisamos ordenar os dados e identificar o valor que ocupa o valor central (se n for ímpar) ou a média dos valores que ocupam as posições centrais (se n for par).

Comparando com o desempenho em dois itens análogos, envolvendo apenas a média, do estudo de Boaventura e Fernandes (2004), em que se obteve cerca de 60% de respostas de corretas, conclui-se existir uma grande disparidade. Considerando que os alunos frequentavam o mesmo nível de escolaridade, admitimos que se trata de um resultado que indica a necessidade que sejam mais melhor trabalhados os conceitos e propriedades.

Talvez as dificuldades experimentadas pelos alunos tenham origem na exigência de determinar a resposta única para as estatísticas mediana e média, pois nos itens das questões 2 e 3, em que não existia esse requisito, a percentagens de respostas corretas foi muito superior, sendo, em média, de 58,8% por item na questão 2 (sobre propriedades da mediana) e de 56,2% por item na questão 3 (sobre propriedades da média). Comparativamente com o estudo de Boaventura e Fernandes (2004), nos mesmos itens, os alunos portugueses obtiveram percentagens de respostas corretas um pouco superiores, especificamente, em média, 72,9% por item no caso das propriedades da mediana e 75,2% por item no caso das propriedades da média.

No presente estudo, os alunos tiveram mais dificuldades em reconhecer que a mediana se mantém quando se acrescenta um novo dado igual à mediana e foram mais sucedidos em reconhecer que a mediana se mantém quando se acrescenta um dado menor e outro maior do que todos os outros. Foi também nesta última propriedade que os alunos do estudo de Boaventura e Fernandes (2004) tiveram maior sucesso.

Já quanto às propriedades da média, os alunos deste estudo sentiram mais dificuldade em reconhecer que ao acrescentar o valor 0 (zero) ou o valor da média ao conjunto de dados, o valor da média não se altera, e foram mais sucedidos em reconhecer que dois conjuntos de dados diferentes podem ter a mesma média. Em todas estas propriedades verificou-se o mesmo padrão de dificuldade/sucesso no estudo de Boaventura e Fernandes (2004).

Muito embora os alunos do presente estudo possam ser capazes de determinar os valores das estatísticas mediana e da média, numa vertente procedimental, daí não decorre que eles também conheçam e apliquem as propriedades dessas estatísticas, pois no presente estudo os alunos exibiram dificuldades em várias propriedades, quer da mediana, quer da média. Adicionalmente, conclui-se que, globalmente, os alunos brasileiros revelaram mais dificuldades do que alunos portugueses do mesmo nível de escolaridade (BOAVENTURA; FERNANDES, 2004), e o mesmo do que alunos do 8.º ano, no caso da mediana (FREITAS et al., 2018).

A partir das respostas incorretas foi possível constatar no presente estudo a ausência de sentido crítico por parte de bastantes alunos, o que aconteceu nas questões 1 e 2. Concretamente, na questão 1, esses alunos afirmaram que ao adicionar o mesmo valor positivo a todos os dados, a mediana e a média diminuíam, enquanto, na questão 2, ao acrescentar um dado inferior/superior a todos os outros, a mediana aumenta/diminui.

Deste resultado problemático do estudo deve-se extrair consequências didáticas, como seja, por exemplo, antes de estudar as propriedades da mediana e média numa vertente algorítmica e conceitual, os alunos poderão discutir intuitivamente, sem efetuar quaisquer cálculos, os efeitos da alteração dos dados na diminuição, aumento ou manutenção dos valores da mediana e média (BOAVENTURA; FERNANDES, 2004).

Portanto, face aos resultados obtidos, recomenda-se que os alunos explorem na escola situações-problema semelhantes às do presente estudo, envolvendo as propriedades das medidas de tendência central, em particular da mediana e da média, que são precisamente aquelas que os alunos têm dificuldades. Desse modo, os alunos terão oportunidades para desenvolver um conhecimento conceitual além de um conhecimento algorítmico ou procedimental (HIEBERT; LEFEVRE, 1986), que desempenham papéis complementares e aprofundam a compreensão das respectivas estatísticas.

Referências

BARROS, P. M. **Os futuros professores do 2º ciclo e a estocástica**: dificuldades sentidas e o ensino do tema. 2003. 296f. Dissertação (Mestrado em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática) – Universidade do Minho, Braga, 2004.

BATANERO, C. Sentido estadístico. Componentes y desarrollo. In: CONTRERAS, J. M. et al. (Eds.). **Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria**. Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013. p. 55-61.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. **UNO: Revista de didáctica de las matemáticas**, n. 25, p. 41-58, 2000.

BOAVENTURA, M. G. **Dificuldades de alunos do ensino secundário em conceitos estatísticos**: o caso das medidas de localização. 2003. 223f. Dissertação (Mestrado em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática) – Universidade do Minho, Braga, 2003.

BOAVENTURA, M. G.; FERNANDES, J. A. Dificuldades de alunos do 12.º ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares. In: FERNANDES, J. A.; SOUZA, M. V.; RIBEIRO, S. A. Ribeiro (Orgs.). **Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola**. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, 2004. p. 103-126.

BRASIL. MEC. ***Base Nacional Comum Curricular*** - Educação é a Base. Brasília: Ministério da Educação, 2018. 600p.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCNs+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2002. 144 p

CARVALHO, C. Um olhar da psicologia pelas dificuldades dos alunos em conceitos estatísticos. In: FERNANDES, J. A.; SOUSA, M. V.; RIBEIRO, S. A. (Org.). **Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística**: atas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, 2004. p. 85-102.

CAZORLA, I. M. Média aritmética: um conceito prosaico e complexo. In: READING, C. (Ed.). **Anais do IX Seminário de Estatística Aplicada**. Rio de Janeiro: Instituto Interamericano de Estatística, 2003. p. 1-14.

FERNANDES, J. A.; BARROS, P. M. Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica. In: Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (CIBEM), 5. 2005. **Actas**... Porto (Portugal): Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2005.

FREITAS, A. et al. Dificuldades na aprendizagem da mediana e quartis por alunos do 8.º ano de escolaridade: estudo comparativo fórmula versus gráfico. **Indagatio Didactica**, Portugal, v. 10, n. 2, p. 109-132, 2018.

GALL, M. D.; GALL, J. P.; BORG, W. R. **Educational research**: an introduction. 7. ed. Boston: A & B Publications, 2003.

HIEBERT, J.; LEFEVRE, P. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In: HILBERT, J. (Ed.). **Conceptual and procedural knowledge**: The case of mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1986. p. 1-27.

JACOBBE, T.; CARVALHO, C. Teachers' understanding of averages. In: BATANERO, C.; BURRIAL, G.; READINGS, C. (Eds.). **Teaching statistics in school mathematics**-Challenges for teaching and teacher education. Springer, Dordrecht, 2011. p. 199-209.

RIBEIRO, A. F.; CORREIA, P. F.; FERNANDES, J. A. Estratégias usadas por alunos do 7.º ano na resolução de tarefas estatísticas. In: FERNANDES, J. A. et al. (Org.). **Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola**. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, 2013. p. 193-206.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, Estados Unidos, v. 19, n. 1, p. 64-80, 1988.

TRIOLA, M. F. **Introdução à estatística**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

Desenvolvimento de Habilidades Estatísticas Integradas com um Tema Transversal sobre Drogas Lícitas e Ilícitas

Statistical Skills Development Integrated With a Cross Cutting Theme on Legal and Illicit Drugs

Diva Valério Novaes
Instituto Federal de São Paulo
novaes.diva@gmail.com

Resumo

Os profissionais que atuam com cenários futuros relatam que em nosso processo histórico construímos uma trajetória degenerativa para nosso bem-estar e para a vida no planeta, sendo no momento nossa responsabilidade inverter esse processo para uma trajetória regenerativa. O trabalho que apresentamos visa contribuir com esse processo na dimensão da saúde, problematizar a necessidade de mudança educacional e apresentar um trabalho que sinaliza essa mudança. No âmbito de um grupo de pesquisa da linha de formação de professores para a Educação Básica, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da instituição em que atuamos, desenvolvemos o produto educacional da dissertação aqui apresentado. Com apoio na atual legislação educacional brasileira, mostramos ser possível desenvolver competências específicas de Matemática e Estatística e, ao mesmo tempo, competências socioemocionais. A Análise Exploratória de Dados, feita com o recurso de rodas de conversa como metodologia de ensino, mostrou-se eficiente para esse processo de ensino e aprendizagem e atuou como metodologia de pesquisa. O contexto em que se desenvolveu a atividade – drogas lícitas e ilícitas – favoreceu manutenção do foco e a participação dos estudantes no estudo proposto. O resultado foi um bom aproveitamento na construção das competências específicas de Estatística, fazendo emergir conceitos mal formulados em etapas escolares anteriores, possibilitando reforçar a construção destes conceitos e promovendo um despertar dos estudantes para a necessidade de cuidar de sua saúde física, emocional e mental, para um desenvolvimento integral, como preconizado na atual Base Nacional Comum Curricular. Em 2019, apresentamos o produto educacional e a transcrição das rodas de conversa da dissertação para análise em uma turma de alunos de Licenciatura em Matemática e foi possível explicar erros que os alunos cometeram, mas que passaram desapercebidos na análise incluída na dissertação. Trazemos aqui esta análise acrescida de uma discussão teórica atualizada sobre o processo educacional.

Palavras-chave: Educação Estatística; Educação Socioemocional; Interdisciplinaridade; Autocuidado.

Abstract

Professionals who work with future scenarios report that in our historical process, we have built a degenerative trajectory for our well-being and life on the planet and that it is our responsibility to reverse this process to a regenerative trajectory. The purpose of the study here reported is to contribute toward this process in the health dimension, use a problem-posing approach to evidence the need for educational change, and present a proposal signaling this change. With support from the current Brazilian educational legislation, within the scope of a research group in the line of teacher training for Basic Education (Professional Master's Degree in Science and Mathematics Teaching), at the institution we work at and where the work presented was developed: it's shown that it's possible to develop specific competences in Mathematics and Statistics and, at the same time, socio-emotional competences. The Exploratory Data Analysis, carried out with the resource of circles of conversation, as a teaching methodology, proved to be efficient for this teaching and learning process and served as a research methodology. The context in which the activity was developed favored maintenance of the focus and participation of students in the proposed study. The result was good use in the construction of specific skills in Statistics, it led to poorly formulated concepts in previous school stages, made it possible to reinforce the construction of these concepts and promoted an awakening of students to the need to take care of their physical, emotional, and mental health, to an integral development, as recommended in the current

Common National Curriculum Base. The referred dissertation is from 2017 and in 2019 we presented the protocols of this dissertation for analysis, in a group of students of Degree in Mathematics and it was possible to explain student's mistakes, which had gone unnoticed in the analysis. We bring here this analysis, increased by an updated theoretical discussion about educational process.

Keywords: Statistical Education; Socio-emotional Education; Interdisciplinarity; Self-care.

Introdução

Atualmente, ninguém pode aprender tudo o que há para ser aprendido. Consequentemente, a escolha é inevitável e aquelas que fazemos para nós mesmos e para os que estão sob nossa responsabilidade deveriam ser escolhas informadas, afirma Gardner (1995). Em *Cinco mentes para o futuro*, Gardner (2007) argumenta que a hegemonia da ciência e da tecnologia cria demandas. Tendo solucionado mistérios importantes sobre o mundo físico e biológico, os cientistas têm voltado sua atenção mais recentemente ao entendimento da mente e do cérebro humano. Há razões legítimas para desenvolver novas práticas educacionais. A primeira delas é que as atuais não estão funcionando de verdade. Outra razão é que as condições do mundo estão mudando significativamente. Um dos aspectos a considerar com o reconhecimento dessa visão é que nenhum grupo consegue permanecer isolado do resto do mundo. Assim, o respeito por pessoas de origens e aparências diferentes torna-se vital. Pessoas sem respeito envenenam o local de trabalho e os espaços comuns. Sem respeito, destruímos uns aos outros e, sem ética, o bem comum não será encontrado em lugar algum. Assim, a educação é inevitavelmente uma questão de objetivos e valores humanos (GARDNER, 2007).

A BNCC (BRASIL, 2018) corrobora esse processo ao definir 10 competências gerais e temas transversais a serem trabalhados por todos os professores na Educação Básica e reforça que estes devem registrar em seus planos de curso a maneira como estão trabalhando essas competências e temas transversais. Esse documento registra que o cenário mundial pede indivíduos criativos, analítico-críticos, participativos, abertos ao novo, colaborativos, resilientes, produtivos e responsáveis. Dessa forma, com nova organização, a BNCC (BRASIL, 2018) propõe competências gerais, específicas para cada área de conhecimento e para cada componente curricular de maneira articulada, para dar conta de uma formação que abranja todos os âmbitos da vida humana.

O preparo dos estudantes para essa atuação exige muito mais que acúmulo de informações. Faz-se necessário promover o potencial de criar formas de existir. Com o objetivo de estudar maneiras de trabalhar habilidades pessoais nos estudantes para a construção de competências que se apresentam como necessárias na atualidade, e ao mesmo tempo desenvolver competências específicas de Matemática ou de outros componentes curriculares interdisciplinarmente, trabalhamos em um grupo de pesquisa denominado SER, ESTAR e Integrar Competências na Educação Básica (GPSEI), na instituição em que atuamos.

Consideramos importante que os futuros professores conheçam produtos educacionais de dissertações de mestrado elaborados para o processo de ensino e aprendizagem que busca trabalhar competências pessoais. Para fazê-los conhecer e interagir com produtos educacionais assim desenvolvidos, a autora deste texto, coordenadora do grupo de pesquisa GPSEI e professora no curso de Licenciatura em Matemática, apresentou nas aulas de Didática da Matemática, a alunos do 7.º semestre de Licenciatura em Matemática, o produto educacional e a transcrição das discussões que ocorreram nas rodas de conversa da dissertação de Tamashiro (2017). Esse processo resultou em importante discussão que fez emergir aspectos não visualizados quando da análise da referida dissertação. Esta é a discussão que trazemos neste texto, com o objetivo de problematizar a necessidade da mudança educacional e socializar um trabalho que sinaliza a mudança requerida.

Discussão teórica

O macroconceito do que é ser professor está sendo revisto, afirma Fazenda (2014). Argumenta que ética, estética, autocuidado, autoconhecimento, consciência social e ambiental e educação para o consumo, entre outros temas, devem fazer parte do universo de trabalho de todos os professores. Faz parte desse universo esclarecer tudo aquilo que massacra mentes e vida. Essas observações de Fazenda corroboram as colocações de psicólogos e psiquiatras dedicados à área da educação, tais como Macedo e Bressan (2016), quando explicam que a aprendizagem é multideterminada, multifocal e está fortemente condicionada à saúde física, emocional e social dos estudantes – ou seja, não faz sentido falar em aprendizagem, saúde e bem-estar como coisas separadas. Fazenda argumenta de maneira semelhante a necessidade, nos dias de hoje, de aprofundar a conceituação dos diferentes objetivos que a forma de conhecimento interdisciplinar em educação vem demandando. Nesse contexto, a perspectiva da diversidade é requerida pela multiplicidade das perspectivas particulares.

> A exigência interdisciplinar que a educação indica reveste-se sobretudo de aspectos pluridisciplinares e transdisciplinares que permitirão, principalmente, o caminho no sentido de uma policompetência. (FAZENDA, 2014, p. 12)

No contexto histórico, nota-se que o processo geral de especialização na sociedade resultou em número crescente de disciplinas e profissões distintas. Morin (2015) afirma que em dado momento da sociedade essa divisão foi necessária, pois permitiu um extraordinário desenvolvimento da ciência, mas constituiu também um prejuízo muito pesado que hoje sufoca a necessidade da religação. Argumenta que a complexidade surge como uma espécie de confusão e dificuldade. Por exemplo, a visão não complexa das ciências humanas e sociais considera haver uma realidade econômica de um lado e uma psicológica de outro. Acredita-se que tais categorias criadas pelas universidades sejam realidades, mas esquece-se de que no econômico, por exemplo, há não só necessidades, mas também desejos humanos. Atrás do dinheiro, há todo um mundo de paixões; há a psicologia humana. A dimensão econômica contém outras dimensões e não se pode compreender nenhuma realidade de modo unidimensional. A consciência da multidimensionalidade nos conduz à ideia de que toda visão unidimensional, toda visão especializada, é pobre (MORIN, 2015).

Klein (2014) aponta que com o passar do tempo surgiram temas que necessitam ser trabalhados por todos os professores, tais como ambiente, saúde, informática, energia, consumo e diversidade social. Da mesma forma, surgiram novos campos de conhecimento que, ao contrário da fase de especialização, se constituem em carreiras interdisciplinares, tais como ecologia humana, ecologia social, bioquímica, biologia marinha, biologia molecular, neurociência, economia comportamental e engenharia mecânica. A explosão do conhecimento constitui um desafio para que os professores cubram com um ensino fragmentado todas essas facetas educacionais.

Esse breve histórico aponta a diversidade de motivos para as abordagens interdisciplinares no currículo. A discussão entre professores não mais se centra na questão de combinar disciplinas, mas sim em que grau e como é melhor fazê-lo, relata Klein (2014). Notamos que a Estatística tem no currículo educacional um papel estratégico, pois permite trabalhar em interação com todas as áreas do conhecimento científico. É interdisciplinar por natureza intrínseca e seus conhecimentos são base para o entendimento do mundo em que vivemos. Batanero (2001) destaca o importante papel que a Estatística tem na sociedade, por fornecer instrumentos metodológicos que permitem analisar variáveis sob diversas óticas, verificar suas possíveis relações por meio de experimentos e estudos e, posteriormente, encaminhar a possíveis tomadas de decisão coerentes. Nota-se que essa disciplina ocupa espaço privilegiado no atendimento das necessidades educacionais identificadas por profissionais de diversas áreas e das propostas da legislação educacional brasileira.

Dessa forma, começamos a perceber que os projetos que fazem sentido para a formação necessária aos estudantes e que lhes promovem interesse exigem diferentes formas de organizar os conteúdos de aprendizagem. Entendemos que a interdisciplinaridade facilita o desenvolvimento das competências específicas das áreas, bem como de habilidades, atitudes e valores na Educação Básica. Por esse motivo, estamos em um grupo de pesquisa refletindo, criando atividades, aplicando-as e observando se os resultados nos conduzem à educação que nossos jovens necessitam para viver neste presente e no futuro próximo que se delineia.

Zabala (2002) identifica diferentes graus de relação entre os componentes curriculares e áreas (Quadro 1).

Quadro 1: Tipos de relação entre componentes curriculares.

Pluridisciplinaridade	**Interdisciplinaridade**	**Transdisciplinaridade**	**Metadisciplinaridade**
Contiguidade	**Interação**	**Unificação**	**Holístico**
Relações complementares de disciplinas em um mesmo setor de conhecimento. **Não ocorre diálogo nem cooperação.**	Cooperação de duas ou mais disciplinas. Cada uma traz seu esquema conceitual e maneira de definir os problemas.	Grau máximo de relações entre as disciplinas. Adotam um mesmo conjunto de conceitos fundamentais ou alguns elementos de um mesmo método de investigação.	Não implica relação entre disciplinas em que a fragmentação do saber foi irreal. A disciplina é o meio para conhecer a realidade holística.
Exemplo: Área de ciências da natureza.	Exemplo: Matemática interage com ciências para discutir uma questão ambiental.	Exemplo: Projeto integrador.	Exemplo: Temas transversais: BNCC (BRASIL, 2018).

Fonte: Adaptado de Zabala (2002).

Observando o Quadro 1 e estabelecendo uma reflexão sobre os aspectos da interdisciplinaridade descritos anteriormente, podemos imaginar uma situação ideal, com um processo integrador, articulado, orgânico, em que as atividades desenvolvidas levam ao mesmo fim, sempre articulando totalidade e unidade, com projetos transdisciplinares ou metadisciplinares. No entanto, dependendo da realidade escolar, o que se pode fazer é uma aproximação a esse processo.

O produto educacional da dissertação de Tamashiro (2017), que discutiremos a seguir, é uma sequência didática preparada para desenvolver o conteúdo de Estatística no 3º ano do Ensino Médio. Por meio de contexto, a sequência permitiu discutir de maneira transdisciplinar o tema de drogas lícitas e ilícitas. Dessa forma, foi possível, junto com o desenvolvimento do conteúdo de Estatística proposto no plano de curso dos alunos, trabalhar o tema transversal saúde e a oitava competência geral proposta na BNCC (BRASIL, 2018), que se refere ao autoconhecimento e autocuidado na Educação Básica.

A autora deste texto, orientadora da dissertação descrita, apresentou o produto educacional e a transcrição das gravações das rodas de conversa que finalizaram cada atividade dessa sequência didática em uma turma do 7.º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da instituição em que atua, em uma aula de Didática da Matemática, em 2019. As discussões permitiram esclarecer erros dos alunos não discutidos na referida dissertação. Esses são os aspectos que discutiremos neste texto.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa da dissertação que deu origem ao produto educacional que estamos discutindo foi aplicada em uma escola pública de uma cidade do interior paulista a 26 alunos do Ensino Médio. Buscou verificar se uma sequência didática elaborada para o processo de ensino e aprendizagem de variáveis estatísticas, organização, apresentação, leitura e interpretação de gráficos e tabelas favoreceria simultaneamente o aprendizado socioemocional em um ou mais aspectos explicitados no programa *Collaborative for Academic, Social, and Emotional Learning* (CASEL, 2015): autoconhecimento, consciência social, tomada de decisão responsável, habilidade de relacionamento e autogestão.

Os dados da pesquisa qualitativa foram colhidos por meio de observação, gravação e registros em protocolo do professor pesquisador enquanto os alunos resolviam a sequência didática elaborada e conduzida pela professora de Matemática da turma. A sequência didática contou com duas atividades e duas rodas de conversa. O disparador da roda de conversa foi a Análise Exploratória de Dados (BATANERO, 2001). Segundo Pizzimenti (2013), a roda de conversa é importante para crianças e adolescentes por possibilitar pertencimento e acolhimento. Na inclusividade democrática do grupo, todos são ao mesmo tempo líderes e liderados.

Trabalhar questões sociais e emocionais requer na roda de conversa a presença de um mediador que organize o grupo de modo a garantir que todos tenham voz e respeitem os que não desejam falar. O mediador formula questionamentos e estimula a circulação de ideias, dúvidas e descobertas. A roda de conversa traz ao adolescente uma oportunidade de controlar seus impulsos e esperar sua vez de falar, exercitando o respeito aos demais, bem como flexibilizar dificuldades não manifestadas, ao perceber que seus pares vivenciam as mesmas dificuldades, e refletir sobre novos comportamentos mediante a presença de líderes positivos no grupo. O pesquisador tem a oportunidade de observar e analisar o processo de ensino e aprendizagem; os estudantes, de avaliar sua aprendizagem.

A roda de conversa funcionou como metodologia de pesquisa e de ensino, dado que durante a roda os estudantes se manifestam livremente. Outras referências importantes para as análises de Tamashiro (2017) foram Wild e Pfannkuch (1999), Moore (2005) e Goleman (2007).

Inicialmente os estudantes foram colocados em situação de ação ao responderem individualmente um questionário que versava sobre questões por eles vivenciadas quanto ao abuso de álcool e, em seguida, analisá-lo em grupos. As questões se inspiraram no Levantamento Nacional de Álcool e Drogas (LENAD) realizado no período de 2006 a 2012. Desse levantamento, as pesquisadoras selecionaram as oito questões com maiores índices de ocorrência no Brasil para compor o questionário.

O Quadro 2 sintetiza as etapas do desenvolvimento da sequência didática elaborada.

Quadro 2: Síntese descritiva da sequência didática aplicada.

Primeira Etapa **Os alunos receberam indicações de procedimentos em cada item**	
I	Responder individualmente um questionário
II	Dispostos em grupo organizar, representar os dados em tabelas e gráficos e proceder a análise.
III	Comparar os resultados obtidos em II com os mesmos itens na pesquisa LENAD (2012).
IV	Finaliza roda de conversa
Segunda Etapa **Dispostos em grupos os alunos receberam tabelas e gráficos com o mesmo contexto, disponibilizados na mídia para analisarem livremente**	
I	Em grupos analisar os dados de maneira livre.
II	Roda de conversa para socializar os resultados

Fonte: Tamashiro (2017, p. 47).

A atividade proposta aos futuros professores consistiu em analisar e discutir a transcrição das gravações das rodas de conversa incluídas na dissertação de Tamashiro (2017). Um dos objetivos dessa atividade no curso de Licenciatura foi discutir a importância de o professor mediador da roda de conversa estar atento, pois na fala descontraída dos estudantes afloram suas dificuldades.

As situações que analisamos neste artigo estão envolvidas com as análises feitas pelos licenciandos na etapa III descrita no Quadro 2. Registramos, para melhor compreensão, apenas esta etapa.

Quadro 3: Questionário aplicado aos alunos.

Leia-as com atenção e reflita sobre se você já observou essas situações em seu círculo familiar, social ou em você mesmo. Marque com um (X) na coluna do SIM, em caso afirmativo. Caso tenha marcado SIM, marque também a idade estimada da pessoa observada e se não observou, marque apenas (X) na coluna do NÃO.

Observação: Você não será identificado, portanto não é necessário colocar seu nome.

Sexo: ( ) Feminino ( ) Masculino

Efeitos prejudiciais de beber

Situações sobre o uso do álcool	**SIM**	**NÃO**	**Idade**
1. Conhece alguém que não foi capaz de conseguir parar depois de começar a beber?			
2. Conhece alguém que já se machucou em consequência do seu consumo de álcool?			
3. Conhece alguém que bebe em * *binge* (quando bebem, ingerem 4 (mulheres) ou 5 (homens) unidades ou mais de bebida alcoólica a cada duas horas)?			
4. O uso de álcool já teve efeito prejudicial no trabalho.			
5. Perdeu o emprego devido ao consumo de álcool.			
6. O consumo de álcool por algum familiar teve efeito prejudicial na sua família ou relacionamento.			
7. Já se envolveram em uma briga com agressão física depois de beber.			
8. Andam armados e fazem uso abusivo do álcool.			

* “bingedrinking”, também denominado “beber pesado episódico” (consumo de 5 doses ou mais de bebida alcoólica em uma mesma ocasião)

Fonte: Tamashiro (2017, p. 91).

Quadro 4: Recorte dos resultados da pesquisa LENAD de 2006-2012.

ÁLCOOL

Hábitos de consumo

- 64% dos homens e 39% das mulheres adultas relatam consumir álcool regularmente (pelo menos 1x por semana).
- 66% dos homens e 49% das mulheres adultas relatam beber em binge (quando bebem, ingerem 4 (mulheres) ou 5 (homens) unidades ou mais de bebida alcóolica a cada duas horas).
- Enquanto metade da população é abstêmia, 32% bebem moderadamente e 16% consomem quantidades nocivas de álcool.
- Quase 2 a cada 10 dos bebedores (17%) apresentou critérios para abuso e/ou dependência de álcool.

Efeitos prejudiciais de beber

32% dos adultos que bebem referiram já não ter sido capaz de conseguir parar depois de começar a beber.
10% dos entrevistados referiu que alguém já se machucou em consequência do seu consumo de álcool.
8% dos entrevistados admitem que o uso de álcool já teve efeito prejudicial no seu trabalho.
4,9% dos bebedores já perdeu o emprego devido ao consumo de álcool
9% admitem que o uso de álcool já teve efeito prejudicial na sua família ou relacionamento.

Informações complementares

- 24% ainda acha que não tem problema dirigir quando se está apenas começando a sentir os efeitos da bebida alcoólica.
- 25% da população geral relata sintomas de depressão. Entre bebedores problemáticos (consomem 6 ou mais doses por ocasião), este percentual passa para 41%.
- 5% da população brasileira já tentou o suicídio. Dentre estes, 24% relataram ser relacionados ao consumo de álcool.
- Embora não tenha aumentado a quantidade de pessoas que bebem álcool no Brasil, aqueles que Já bebiam bebem mais e mais frequentemente.
- Mulheres e especialmente as mais jovens são a População mais em risco, apresentando maiores índices de aumento entre 2006 e 2012 e bebendo de forma mais nociva.
- Houve uma diminuição generalizada no comportamento de beber e dirigir entre 2006 e 2012. A região Nordeste apresentou a maior diminuição enquanto na Região Centro-Oeste as mudanças na legislação não pareceram surtir efeitos.
- Quase um a cada 10 brasileiros possui arma de fogo, 5% dos homens andam armados, este índice sobe para mais de 10% entre homens jovens e com problemas no uso de álcool.
- Quase dois terços dos homens jovens bebedores problemáticos já se envolveram em uma briga com agressão física no último ano. Este índice sobe para 57% entre os que também usam cocaína.
- Mais de 2 a cada 10 brasileiros relataram terem sido vítimas de violência física na infância. Em 2 a cada dez casos os abusadores haviam bebido.
- 6% dos brasileiros referiram ter sido vítima de violência doméstica no último ano, em metade destes casos o parceiro que exerceu a violência havia bebido.

Existe uma forte associação entre depressão e abuso de álcool. Mais de 2 a cada 10 tentativas de suicídio está relacionada com o uso de álcool.

Fonte: LENAD. Disponível em: http://inpad.org.br/wp-content/uploads/2014/03/Lenad-II-Relatório.pdf

Análise dos resultados

Na etapa III, os estudantes da pesquisa inicial receberam o Quadro 4, com os resultados divulgados do LENAD, e foram convidados a comparar os resultados obtidos nas respostas que haviam fornecido e os resultados apresentados na pesquisa nacional. Registramos a seguir um extrato da transcrição da primeira roda de conversa:

> **Aluno 7.** Professora, aqui tipo fala que houve uma diminuição generalizada no comportamento de beber e dirigir entre 2006 e 2012. A região nordeste apresentou a maior diminuição enquanto na região centro-oeste as mudanças na legislação não pareceram surtir efeitos. Eu entendi que no Nordeste deu certo e no Centro-oeste não. Mas foi entrevistado o mesmo número de pessoas no Nordeste e Centro-oeste? (TAMASHIRO, 2017, p. 59)

Neste caso, a professora de Matemática da pesquisa (TAMASHIRO, 2017), explicou a diferença entre população e amostra, mas não detalhou a necessidade de um critério de amostragem para garantir a representatividade da amostra.

A professora da Licenciatura em Matemática propôs aos licenciandos a seguinte questão: **Qual foi a dificuldade do aluno 7 e qual a sugestão para ajudá-lo?**

Na percepção dos licenciandos, o que motivou a dificuldade foi a não compreensão da diferença entre população e amostra representativa da população da qual foi obtida. Sem uma discussão sobre a representatividade da amostra, o aluno não teve sua dúvida totalmente respondida.

Para ajudá-lo, poderíamos esclarecer que, para ser representativa da população da qual foi obtida, uma amostra necessita ser colhida segundo um critério de amostragem aleatório, ou seja, um critério que garanta que todos os elementos da população tenham a mesma probabilidade de ser escolhidos e que o número de elementos seja suficiente para haver representatividade. Se a amostra for representativa da população da qual foi obtida, então *x*% de determinada característica em estudo permite estimar que também há *x*% dessa característica na população.

Por exemplo, consta na pesquisa LENAD de 2006-2012 que foram entrevistados 1.898 adolescentes em cumprimento de medida socioeducativa de restrição de liberdade no Brasil, 75% dos quais eram usuários de drogas. O relatório dessa pesquisa informa que primeiro eles se iniciaram nas drogas e depois se tornaram infratores. Então, sabendo-se que a amostra selecionada foi representativa do grupo de adolescentes nestas circunstâncias, podemos estimar que 75% dos adolescentes infratores no Brasil são também usuários de drogas e podemos supor que usar drogas pode ser um fator explicativo para a transformação em adolescente infrator.

Voltando à dissertação de Tamashiro (2017):

> **Professora**: O que mais chamou a atenção de vocês nesta pesquisa?
> **Aluno 4.** 6% dos brasileiros referiram ter sido vítima de violência doméstica no último ano, e em metade destes casos o parceiro que exerceu a violência havia bebido. Eu não concordo, acho que é mentira, porque o valor da porcentagem deveria ser maior, porque eu com 17 anos já conheci 5 casos como esse, imagino a nível nacional!
> **Aluno 1.** Afeta todo mundo, principalmente as crianças, isso que me chamou a atenção. (TAMASHIRO, 2017, p. 60)

A professora da turma na pesquisa de Tamashiro (2017) entendeu que a dúvida deste aluno era a mesma do aluno anterior: confundir população com amostra, e repetiu a explicação.

Na discussão que ocorreu com os futuros professores, partiu-se da seguinte questão que lhes foi proposta pela professora: **Qual foi a dificuldade do aluno 4 e de que maneira vocês ajudariam este aluno a sanar essa dificuldade?**

Além da percepção de que o aluno 4 podia não saber a diferença entre população e amostra, mesmo depois da explicação dada ao aluno 7, uma dificuldade a mais foi percebida: o aluno 4 pode não dispor de um conceito de porcentagem bem construído e por isso confunde valor absoluto **5 casos com 6% em toda a população brasileira**.

Uma solução sugerida para sanar esta dificuldade foi perguntar quantas pessoas ao todo, aproximadamente, ele imagina que conhece e então pedir-lhe que calcule quantos por cento desse total representariam **a metade dos 5 casos** que ele afirma conhecer, pois, segundo a pesquisa LENAD, na metade dos casos de violência o autor havia bebido.

Exemplo: suponhamos que ele afirmasse conhecer aproximadamente 500 pessoas e que, entre essas, conhecesse 5 casos de violência doméstica. Segundo a pesquisa, “Em metade dos casos o parceiro que exerceu a violência havia bebido”.

Logo, se ele conhece 5 casos, poderá fazer seu cálculo com 2,5 casos em 500 pessoas: $500 \cdot x = 2{,}5 \cdot 100\%$, o que representa 0,5% do total que ele conhece. No entanto se ele conhece os casos e sabe que as pessoas haviam bebido, então faria o cálculo utilizando o número 5, ou seja: $500 \cdot x = 5 \cdot 100\%$, o que seria 1% do total.

Portanto, em qualquer das situações, o que foi observado na experiência pessoal do aluno 4, em sua cidade do interior paulista, está abaixo do que é observado em nível nacional.

Dessa forma, poderíamos ajudar o aluno a construir o conceito de porcentagem em um contexto que lhe facilitasse a compreensão. Note-se que o aluno 4 frequentava o 3.º ano do Ensino Médio. Como descreve a BNCC (BRASIL, 2018), um dos objetivos desse nível é aprofundar os conceitos aprendidos em anos anteriores. De fato, o aluno não soube distinguir amostra de população e confundiu valor absoluto com valor percentual. Essa atividade ofereceria ao estudante a possibilidade de fazer emergir tal dificuldade e a oportunidade de sanar uma dificuldade vinda de anos anteriores.

Outro aspecto ainda poderia ser discutido nesta situação: a variável estatística. O número de casos observado é variável quantitativa discreta ou quantitativa contínua? O aluno 4 relatou ter observado 5 casos (5 pessoas: variável quantitativa discreta), mas operamos com a metade: 2,5 casos. Uma variável pode ser quantitativa discreta e por conveniência receber tratamento contínuo. No entanto, no momento da resposta final, faz-se necessário observar o correto arredondamento.

Neste caso, poderia emergir mais uma questão: quais são os critérios de arredondamento admitidos em estudos estatísticos?

Nota-se que a Análise Exploratória de Dados (BATANERO, 2001) feita em roda de conversa se revela rica para fazer emergir dificuldades que os alunos têm, mas não sabem ter.

Nos resultados que descrevemos, notamos quanto se pode evoluir no processo de ensino e aprendizagem ao mesmo tempo, na formação pessoal dos alunos, quando o professor está disposto a inovar com os recursos de que dispõe. Embora a professora pesquisadora não tenha conseguido integração perfeita com outros professores e tenha recebido alguma contribuição da professora de Biologia, integrou o conteúdo de Estatística com o conteúdo socioemocional, como preconizavam as Diretrizes Nacionais Curriculares, na época da pesquisa, ora explícitas na BNCC (BRASIL, 2018). A pesquisa de Tamashiro (2017) funcionou como formação continuada para a professora de Matemática da turma pesquisada, pois ela revelou não ter conhecimento de alguns tópicos de Estatística discutidos na atividade proposta a seus alunos, como por exemplo a questão de critérios de amostragem e de variáveis estatísticas. Discutir o resultado dessa pesquisa com os futuros licenciandos favoreceu o preparo destes para sua futura atuação profissional.

Considerações finais

Os professores que trabalham seus conteúdos de maneira isolada podem acreditar que o estudante será capaz de, sozinho, reunir todos os demais conteúdos e assim construir um conhecimento novo. Conhecemos estudantes que disso são capazes, mas a imensa maioria não o será, afirma Klein (2014). Na pesquisa que discutimos, o contexto permitiu integrar ao processo de ensino e aprendizagem de Estatística a questão de saúde envolvida no uso de substâncias prejudiciais, nas instâncias física e social. A estrutura da sequência didática favoreceu a elaboração de uma síntese integrada das partes em estudo, visando propiciar um entendimento mais amplo e mais holístico dos dois temas envolvidos: Estatística e Educação Socioemocional, abordando o abuso de drogas lícitas e ilícitas. O compartilhamento de experiências que ocorreu no trabalho em grupos e nas rodas de conversa promoveu um equilíbrio entre amplitude, profundidade e síntese. A amplitude assegurou a base de conhecimento específico de Estatística e informação sobre as consequências e sobre a legislação nacional relativa ao abuso de substâncias. A profundidade assegurou o requisito disciplinar na tarefa interdisciplinar; a síntese favorecida na roda de conversa assegurou o processo integrador. Na pesquisa de Tamashiro (2017), foi possível contribuir com os aspectos de autogestão, consciência social e tomada de decisão responsável (CASEL, 2015). A professora de Matemática trabalhou com os recursos de que dispunha e se aproximou de um projeto integrador, como mostraram os resultados que obteve. A professora de Biologia contribuiu com informações sobre saúde e o abuso de drogas lícitas e ilícitas. Este trabalho aponta a possibilidade de aproximação ao ideal de um processo integrador com potencial de aos poucos mobilizar recursos para se ampliar. Pode-se afirmar que discutir esta atividade no curso de Licenciatura em Matemática promoveu nos licenciandos a possibilidade desta ampliação.

Como perspectivas para a necessidade de desenvolver novas práticas educacionais, como sugerem Gardner (2007), Fazenda (2014), Klein (2014) e outros autores discutidos anteriormente, podemos refletir que não temos todas as respostas. Entendemos que estamos em um mar de complexidades e, de maneira geral, como humanidade, tomamos rotas que nos conduzem a processos de vida degenerativos para nosso bem-estar e para a vida no planeta. No entanto, como educadores estatísticos, podemos formular boas perguntas, analisar tendências e equipar nossas mentes para lidar com o que se espera, e principalmente com o que não se pode prever (as incertezas), nos preparando para conseguir instigar os estudantes a fazerem o mesmo. Uma boa pergunta para começar essa reflexão seria: Quais são as minhas necessidades essenciais?

Uma rápida pesquisa em áreas como Psicologia, Neurociências, Economia Comportamental e Qualidade de Vida, entre várias outras, apontará nossos equívocos e decisões contrárias ao atendimento de nossas necessidades essenciais, muitas vezes explicadas pelos dois sistemas cerebrais: rápido/automático e lento/raciocinador, descritos por Kahneman (2012).

O trabalho com o tema transversal de saúde pode abordar a lista de vícios a que estamos sujeitos: abuso de álcool e de outras substâncias prejudiciais à saúde, bem como vícios de comportamento, como procrastinar, gastar demais, comer compulsivamente, reclamar e julgar, quase sempre explicáveis por uma necessidade essencial desapercebida que não está sendo atendida (MCKAY; ROGERS; MCKAY, 2001). Igualmente, temos uma lista de virtudes e forças que respondem por grande parte do sucesso que podemos ter nas diversas dimensões de nossa vida, que igualmente podem ser abordadas no projeto de vida dos estudantes, como maneira de trabalhar a sexta competência geral da BNCC (BRASIL, 2018).

Libertar-se de um vício é tarefa para profissionais especializados, mas educar para evitá-los pode ser uma tarefa educacional. Imaginemos, então, que podemos juntos encontrar caminhos, na trilha das reflexões aqui compartilhadas.

Referências

BATANERO, C. **Didáctica de la estadística**. Granada: Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CASEL – COLLABORATIVE FOR ACADEMIC, SOCIAL, AND EMOTIONAL LEARNING. **2015 CASEL Guide**: effective social and emotional learning programs: middle and high school edition. Chicago: CASEL, 2015.

FAZENDA, I.C.A. (org.) **Didática e interdisciplinaridade**. 17.ª edição. Campinas: Papirus, 2014.

GARDNER, H. **Inteligências múltiplas**: a teoria na prática. Porto Alegre: Artmed, 1995.

GARDNER, H. **Cinco mentes para o futuro**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

KAHNEMAN, D. **Rápido e devagar**: duas formas de pensar. Tradução de Cássio Arantes Leite. Rio de Janeiro: Objetiva, 2012.

KLEIN, J.T. Ensino interdisciplinar: didática e teoria. In: FAZENDA, I. (org.). **Didática e interdisciplinaridade**. 17.ª edição. Campinas: Papirus, 2014. p. 109-132.

GOLEMAN, D. **Inteligência emocional**: a teoria que define o que é ser inteligente. Rio de Janeiro: Objetiva, 2007.

MACEDO, L.; BRESSAN, R.A. **Desafios da aprendizagem**: como as neurociências podem ajudar pais e professores. Campinas: Papirus; 7 Mares, 2016.

MCKAY, M.; ROGERS, P.D.; MCKAY, J. **Quando a raiva dói**: acalmando a tempestade interior. Tradução de Maria Silvia Mourão Netto. São Paulo: Summus, 2001.

MOORE, D.S. **A estatística básica e sua prática**. Tradução de C.F.C. Pessoa. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

MORIN, E. **Introdução ao pensamento complexo**. Porto Alegre: Sulina, 2015.

PIZZIMENTI, C. **Trabalhando valores em sala de aula**: histórias para rodas de conversa. Petrópolis: Vozes, 2013.

TAMASHIRO, C.J.S. **Contribuições da estatística para a educação socioemocional na educação básica**. Dissertação (mestrado) – Instituto Federal de São Paulo, 2017.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

ZABALA, A. **Enfoque globalizador e pensamento complexo**: uma proposta para o currículo escolar. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2002.

Dimensão Ecológica e Mediacional da Idoneidade Didática na Formação Inicial de Professores que Ensinam Estatística

Ecological and Mediational Dimension of Didactic Worthiness in the Initial Formation of Teachers Who Teach Statistics

Suzi Samá
Universidade Federal do Rio Grande - FURG
suzisama@furg.br

Marta Élid Amorim
Universidade Federal de Sergipe - UFS
martaelid@mat.ufs.br

Resumo

O presente artigo tem por objetivo analisar um processo de formação de futuros professores de estatística da Educação Básica por meio da metodologia de projetos. Para tal, buscamos fundamentação na Teoria da Idoneidade Didática, a qual embasou todo o processo de planejamento e análise dos dados. A pesquisa, de caráter qualitativo, caracteriza-se como explicativa, de acordo com os seus objetivos, e seguiu os preceitos da pesquisa-ação. Os resultados apontam que desenvolver um projeto a partir de temas escolhidos pelos estudantes no contexto do ensino remoto contempla aspectos da dimensão ecológica e mediacional da Idoneidade Didática. Apesar da disciplina ter sido ministrada no ensino remoto 43,4% dos estudantes conseguiram superar os desafios desta nova modalidade de ensino e desenvolver todas as etapas de um processo investigativo. Vivenciar todas as etapas deste processo auxiliou os estudantes a perceberem a importância da Estatística e sua aplicação em situações práticas.

Palavras-chave: Formação de Professores; Educação Estatística; Idoneidade Didática; Dimensão Ecológica e Mediacional.

Abstract

This paper aims to analyze the process of training future Basic Education statistics teachers through the project methodology. To this end, we sought to support the Theory of Didactic Proficiency, which supported the entire planning and data analysis process. The research, of a qualitative nature, is characterized as explanatory, in accordance with its objectives, and followed the precepts of action research. The results show that developing a project based on themes chosen by students in the context of remote education includes aspects of the ecological and mediational dimension of Didactic Worthiness. Despite the subject being taught in remote education, 43.4% of students managed to overcome the challenges of this new teaching modality and develop all stages of an investigative process. Experiencing all stages of this process helped students to realize the importance of Statistics and its application in practical situations.

Keywords: **T**eacher Education; Statistical Education; Didactic Worthiness; Ecological and Mediational Dimension.

Introdução

O estudo da Estatística torna-se indispensável para a formação do cidadão nos dias atuais, o que incumbe ao futuro professor da Educação Básica o compromisso de não só ensinar o “domínio dos números, mas também a organização de dados, leitura de gráficos e análises estatísticas” (Lopes, 2008, p. 58). Será necessário inserir

> “práticas pedagógicas que considerem contextos relevantes para a abordagem estatística; isso requer do professor habilidades de provocar uma aprendizagem a partir de questionamento, interpretação e argumentação. É preciso uma ação profissional que insira os estudantes na formulação e na resolução de problemas estatísticos, elabore instrumentos de coleta de dados e organize, represente e analise dados a fim de obter interpretações que sugiram novas compreensões sobre o tema investigado”. (Souza e Lopes, 2021, p. 68)

Para tanto, assim como Arteaga et al. (2012), defendemos que é na formação inicial que os futuros professores devem adquirir conhecimentos para ensinar a estatística nessa perspectiva. No entanto, no Brasil, existem cursos de formação de professores de matemática que não ofertam disciplinas de Estatística, e quando estas integram o currículo, raramente o enfoque está nas questões relacionadas ao seu ensino (Cazorla, 2006; Viali, 2008).

A metodologia de ensino por projetos é defendida por vários pesquisadores da área da Educação Estatística. Ciclos Investigativos (Wild e Pfannkuch, 1999; Cazorla et al., 2018), Modelagem Matemática (Campos et al., 2011), Projetos de Aprendizagem (Samá e Fonseca, 2019) e Aprendizagem baseada em projetos (Giordano e Kian, 2020) são algumas das nomenclaturas adotadas e que remetem a essa metodologia. Apesar das diferentes terminologias, esses autores são unânimes em defender que a participação no planejamento de uma atividade de investigação, desde a escolha de um tema até a análise e a discussão dos dados, possibilita aos estudantes a apropriação de procedimentos estatísticos.

O ensino por projetos justifica-se, visto que a Estatística é indissociável de suas aplicações e útil na resolução de problemas de outras áreas do conhecimento. Ou seja, a “estatística é a ciência dos dados e os dados não são números, mas números em um contexto” (Batanero e Díaz, 2011, p. 21). Assim, este artigo tem por objetivo analisar um processo de formação de futuros professores de estatística da Educação Básica por meio da metodologia de projetos.

A fim de fundamentarmos o planejamento e o desenvolvimento do ensino por projetos, buscamos aporte na teoria da Idoneidade Didática proposta por Godino (2009, 2011). Vale destacar, que a presente pesquisa foi desenvolvida ao longo de 2020, momento em que o mundo enfrentava a pandemia da Covid-19. O distanciamento social adotado neste período a fim de evitar a propagação do Sars-CoV-2 levou a adoção do ensino remoto. Isso impôs outros desafios no ensino de estatística por meio de projetos como o planejamento didático-pedagógico, adoção dos recursos tecnológicos digitais, carência de suporte técnico para o aperfeiçoamento da dinâmica em modo remoto, dentre outros (GUSSO et al., 2020). Por conta desse contexto, optamos por discutir neste trabalho as dimensões ecológica e mediacional da Teoria da Idoneidade Didática.

Diálogo com a teoria

Na formação inicial de professores é importante contemplar tanto o processo de estudo dos conceitos matemáticos/estatísticos quanto a didática desenvolvida no processo formativo implementado (GODINO, 2011). Para o autor, o planejamento, o desenvolvimento e a avaliação no processo de formação de professores em didática da matemática devem considerar seis dimensões: epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica. Essas dimensões compõem a Teoria da Idoneidade Didática proposta por Godino (2009; 2011), que apresentamos no quadro a seguir.

Quadro 1: Dimensões da Idoneidade Didática

Idoneidade epistêmica	Conhecimento matemático relacionado ao contexto institucional em que o processo de estudo é realizado (problemas, linguagens, procedimentos, definições, propriedades, argumentos).
Idoneidade cognitiva	Conhecimento pessoal dos alunos e progressão das aprendizagens.
Idoneidade interacional	Integração entre o professor e os alunos e seu sequenciamento orientado para a compreensão e a negociação de significados.
Idoneidade mediacional	Utilização de recursos tecnológicos e a gestão do tempo no processo de ensino e aprendizagem.
Idoneidade afetiva	Estados afetivos (atitudes, emoções, interesses) de cada aluno em relação aos objetos matemáticos e ao processo de estudo.
Idoneidade ecológica	Currículo, conexões interdisciplinares, grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educacional, a escola, a sociedade e ao ambiente em que se desenvolve.

Fonte: Adaptado de Godino (2009) e Godino, Batanero, Rivas e Arteaga (2013)

As dimensões consideradas na Idoneidade Didática têm por objetivo orientar o processo de ensino e melhorar o processo de aprendizagem dos alunos – no nosso caso, de futuros professores de Matemática. Além disso, as dimensões da Idoneidade Didática possibilitam avaliar a adequação e a pertinência da ação pedagógica, dos conhecimentos elencados e dos recursos didáticos adotados pelo professor no processo de ensino (GODINO, 2011; GODINO et al., 2013).

No presente artigo vamos analisar as dimensões ecológica e mediacional da Idoneidade Didática. Optamos em discutir essas duas dimensões visto que neste período de pandemia da Covid-19 o sistema educacional precisou ser adaptado de forma a atender as demandas sociais, econômicas e de preservação da vida. A nova configuração da sala de aula, agora virtual, exige o repensar do currículo, dos espaços educacionais e da interação, agora mediados pelas tecnologias digitais.

A **dimensão ecológica** é alcançada a partir de práticas pedagógicas que contemplem a inovação, a interdisciplinaridade, o desenvolvimento do pensamento crítico e valores democráticos por meio dos conceitos estatísticos. Esta dimensão possibilita identificar os elementos do currículo que são abordados ao realizar as atividades propostas (orientações do currículo); explicar as conexões que podem ser estabelecidas com outros conceitos da própria Estatística (conexões intradisciplinares) ou de outras disciplinas do curso (conexões interdisciplinares); e identificar os fatores de caráter social, material ou outro tipo, que condiciona o desempenho da atividade ao desenvolvimento do projeto educacional pretendido ou implementado. (GODINO, 2009).

Por sua vez, na **dimensão mediacional** é necessário que o professor conheça o potencial e as limitações dos recursos manipuláveis e tecnológicos digitais para a aprendizagem, desenvolva competências para a gestão do tempo de ensino, bem como a integração entre esses recursos e o tempo. (GODINO, et al., 2013). O uso de recursos tecnológicos digitais, ainda mais em tempos de ensino remoto, torna-se indispensável de forma a garantir o desenvolvimento das atividades pedagógicas – AVA, fórum, chat videoaulas –, bem como a comunicação entre os estudantes e entre estes e o professor – e-mail, redes sociais, webconferência, entre outros.

Vivenciar, já em sua formação, o potencial e as limitações destes recursos na organização pedagógica e na interação pode auxiliar, e muito, os licenciandos em sua formação. A partir deste entendimento, tomamos como ponto de partida para o ensino dos conceitos estatísticos uma atividade que envolve a Metodologia de Projetos. Esta escolha busca promover a construção dos conceitos estatísticos pelos futuros professores de Matemática, pautada nas dimensões da Idoneidade Didática.

O ensino por projetos, possibilita ao estudante ir além do conhecimento técnico da estatística, ou seja, refletir sobre o tema investigado; obter os dados a partir de uma população ou amostra; selecionar variáveis quantitativas ou qualitativas a serem consideradas na investigação; escolher o tipo de gráfico mais adequado na organização dos dados; definir as medidas estatísticas mais adequadas, como por exemplo, média, mediana e desvio-padrão; e, por fim, interpretar os resultados obtidos. Ao desenvolver a proposta de ensino por projetos Barberino e Magalhães (2016) observaram que “muitos estudantes não tinham conhecimento de como eram obtidos os dados de maneira que pudessem tirar conclusões adequadas” (p. 1240), além disso os autores destacam que o diálogo estabelecido entre professor e estudante, e entre os próprios estudantes, fornecem ricos momentos de reflexão e construção do conhecimento estatístico. Por sua vez, a aplicação dos conhecimentos estatísticos exige do professor tanto o conhecimento técnico – organizar os dados em um gráfico ou calcular uma medida estatística, por exemplo – quanto a habilidade de escolher o gráfico ou a medida estatística mais adequados a cada situação (BATANERO; DÍAZ, 2011).

Para Fagundes et al. (1999) ao adotar metodologias de ensino que desafiam os estudantes a pensar, a formular questões com significado para eles, integradas ao seu interesse e cotidiano, o professor potencializa o desenvolvimento de novos conhecimentos e competências para resolver situações-problema e transformar o mundo em que vivem. Neste mesmo sentido, Godino et al. (2013) ressaltam que o conhecimento do professor para ensinar implica em uma articulação entre o conhecimento didático e o conhecimento matemático/estatístico.

Quando o docente de Estatística, em um curso de Licenciatura, adota o ensino por projetos, está possibilitando aos futuros professores compreender os conceitos estatísticos em situações práticas (SAMÁ; AMORIM, 2020). Para as autoras, o ensino por projetos possibilita ao docente da disciplina adotar recursos didáticos que auxiliem os futuros professores a compreender as etapas de uma pesquisa estatística, bem como os conceitos envolvidos em cada uma delas (idoneidade mediacional). Por sua vez, o conhecimento curricular do docente possibilita articular o tema da pesquisa com outras áreas do conhecimento, bem como com os conteúdos da própria estatística (idoneidade ecológica).

Espera-se que, os futuros professores reconheçam a origem e a importância dos dados, os termos e as aplicações dos conceitos estatísticos, de forma que sejam capazes de interpretar e tomar decisões com base em informações estatísticas. Assim, na sequência apresentaremos a metodologia de projetos e seu entrelaçamento com o aporte teórico aqui descrito.

Caminho metodológico

Este trabalho é resultado de uma pesquisa de natureza qualitativa que tem por objetivo analisar um processo de formação de futuros professores de estatística da Educação Básica por meio da metodologia de projetos. A coleta de dados foi realizada diretamente no ambiente em que o fenômeno ocorreu o que caracteriza como naturalista ou de campo, e deu-se por pesquisa-ação (Fiorentini e Lorenzato, 2012).

Em 2020, com a Pandemia da Covid-19 o distanciamento social foi adotado a fim de evitar a propagação do Sars-CoV-2, exigindo a reorganização das atividades acadêmicas e por esse motivo, a disciplina Análise Exploratória de Dados ocorreu remotamente e os dados foram coletados no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), o *Moodle*, da disciplina.

Essa disciplina é ofertada no primeiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande - FURG, pela primeira autora deste artigo. Na disciplina são trabalhados conceitos básicos de estatística, tipos de variáveis, amostragem, apresentação e organização de dados em tabelas e gráficos, medidas estatísticas e as fases de uma pesquisa quantitativa.

Dentre os 60 estudantes matriculados, 20 (33,3%) nunca participaram da disciplina e 26 (43,3%) foram aprovados. Ao longo de 12 semanas de aulas remotas, os estudantes tiveram acesso ao material didático da disciplina, incluindo e-book[1] de acesso livre com os conceitos da disciplina, videoaulas gravadas pela professora (disponíveis no canal[2] do Youtube®) e por outros colegas; orientações para realização e postagem das atividades assíncronas individuais e em grupos; questionários on-line e fóruns; e gravação das atividades síncronas.

Nessa oportunidade, a professora apresentou a proposta de ensino por projeto, a fim de que os estudantes pudessem experienciar todas as fases de uma pesquisa quantitativa na prática. Segundo Batanero e Diaz (2011), trabalhar com projetos na aula de estatística exige do professor organização e gestão do processo, orientando os estudantes para que construam tabelas e gráficos adequados ao tipo de variável, calculem medidas estatísticas, aprimorem a habilidade de argumentação, formulem conjecturas e desenvolvam a criatividade.

[1] Link do e-book: http://repositorio.furg.br/handle/1/8851
[2] Link do canal: https://www.youtube.com/results?search_query=canal+suzi+sama

Para analisarmos os dados produzidos – registros escritos disponíveis no AVA da disciplina – utilizamos princípios da Análise de Conteúdo de Hsieh e Shannon (2005), segundo a abordagem direcionada. Nessa abordagem o pesquisador usa a teoria existente para definir as categorias *a priori* – no nosso caso, as dimensões da Idoneidade Didática (Godino, 2009; 2011).

Análise da metodologia de projetos à luz da Idoneidade Didática

A metodologia de projetos foi adotada na disciplina de Análise Exploratória de Dados, a fim de contribuir para a construção dos conceitos estatísticos por meio da investigação, de acordo com as dimensões da Idoneidade Didática. Neste artigo apresentamos duas categorias de análise: a dimensão ecológica e a dimensão mediacional, as quais discutiremos na sequência.

Cada etapa da pesquisa foi organizada a partir da proposta de Batanero e Díaz (2011), que consiste na escolha do tema; elaboração dos itens do questionário; coleta de dados; organização, análise e interpretação de dados; escrita final. Em cada uma dessas etapas os estudantes precisaram considerar vários aspectos, como: o que pretendiam investigar; como medir ou perguntar; de quais dados precisavam; como os dados seriam obtidos e analisados. A partir das respostas a estes questionamentos, os licenciandos, com o auxílio da docente, organizaram as etapas para a realização da pesquisa na disciplina de Análise Exploratória de Dados do curso de Licenciatura em Matemática.

Dimensão ecológica

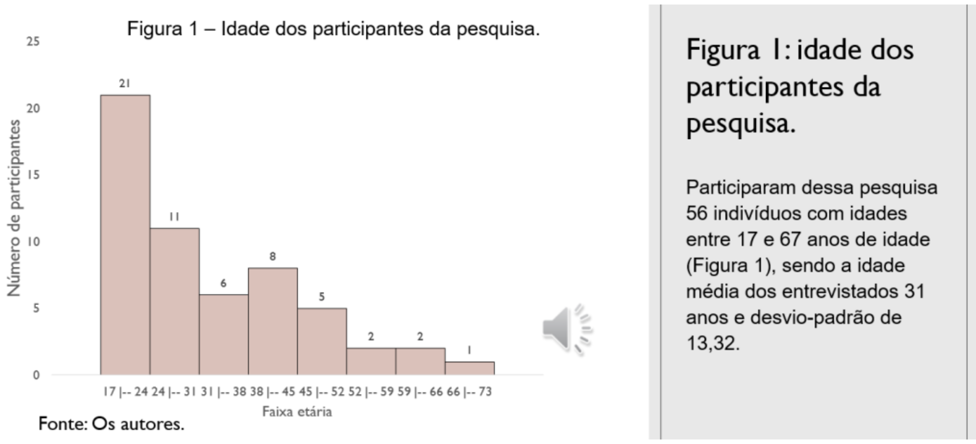
Considerando o contexto de desenvolvimento da disciplina, propusemos aos estudantes a escolha de temas para investigação voltados a pandemia da Covid-19. A turma escolheu três temas sobre o impacto da pandemia na vida das pessoas, mais precisamente (1) nas relações interpessoais entre familiares e amigos; (2) saúde emocional e física; (3) e nos estudos. A possibilidade de trabalhar com esses temas aproximou a disciplina e os conceitos estatísticos do contexto vivido pelos estudantes e pela sociedade, o que atende a um dos aspectos apontados na dimensão ecológica.

Conforme os estudantes foram vivenciando as etapas da pesquisa puderam vislumbrar as conexões e relações entre as medidas estatísticas e as representações gráficas, a forma como se complementam e possibilitam compreender o fenômeno investigado. Como por exemplo, quais as medidas estatísticas mais adequadas para as questões da escala Likert do questionário, os gráficos mais adequados para a variável sócio-demográfica e os demais itens do questionário, o método de amostragem adotado considerando que o questionário foi disponibilizado nas redes sociais em decorrência do distanciamento social. Na Figura 1, algumas das escolhas dos estudantes para apresentar os resultados da pesquisa.

Estes e outros questionamentos foram discutidos com os estudantes ao longo da realização do desenvolvimento do projeto de pesquisa, o que dificilmente seria possível apenas com a realização de exercícios prontos. Segundo Becker (2008), todo o trabalho criativo, de descrição do problema, da definição dos cálculos necessários, não é considerado em uma proposta em que o estudante não participa ativamente do processo, impedindo-o de construir um sólido conhecimento estatístico.

Magalhães (2015), ao trabalhar com projetos com futuros professores, relata que a maioria dos licenciandos apontaram que realizar o projeto auxiliou na compreensão do conceito de variabilidade e que passaram a ter melhor entendimento da utilidade da Estatística. Em outro estudo, Barberino e Magalhães (2016) observaram uma mudança de atitude, pois “vários estudantes que não se sentiam à vontade na leitura de gráficos e tabelas, após o projeto, sentiram-se mais capazes de realizar tais leituras.” (p. 1241).

Figura 1: Gráfico e medidas estatísticas para as variáveis do questionário sobre os Impactos da pandemia da covid-19 na saúde física e emocional



Quadro 1 – Questões do instrumento de dados.

Questões	Média	Mediana	Desvio padrão
Tenho passado mais tempo conectado(a) no celular e/ou computador	5,79	7	1,988
Utilizo regularmente equipamentos de proteção individual (máscara e álcool gel)	6,43	7	1,346

Fonte: Os autores.

O uso de computadores e/ou telefones celulares aumentou, uma vez que sua média é 5,79 e mediana 7 (em uma escala de 1 a 7).

Boa parte dos entrevistados 44 de 56, cerca de 78,6% dizem utilizar regularmente equipamentos de proteção individual (máscara e álcool em gel), obtendo média de 6,43.

Fonte: AVA da disciplina de Análise Exploratória de Dados

Desta forma o ensino por projetos não apenas aproxima os conceitos estatísticos da realidade do estudante, mas também auxilia na compreensão destes conceitos, pois segundo D'Ambrosio e Lopes (2015) a Estatística "focaliza os números em contextos que se constituem como dados de um processo investigativo; analisa variáveis e casos, distribuições e variações, bem como o papel da aleatoriedade no *design* de um estudo e na interpretação de resultados" (p. 17).

Outro aspecto da dimensão ecológica diz respeito a conexão interdisciplinar. Segundo Samá e Amorim (2020, p. 117) "o conhecimento curricular do docente possibilita articular o tema da pesquisa com outras áreas do conhecimento, bem como com os conteúdos de outras disciplinas". Neste sentido, o futuro professor, quando no exercício da docência, pode trabalhar o projeto de pesquisa em parceria com outros professores da escola. Este trabalho coletivo entre os professores, pode auxiliar os estudantes a desenvolver o pensamento crítico e valores democráticos por meio dos conceitos estatísticos, o que possibilita atender outro aspecto da dimensão ecológica proposta por Godino (2009).

Importante destacar que para a interdisciplinaridade ocorrer efetivamente as atividades precisam integrar as diferentes áreas do conhecimento com um objetivo comum. Caso na proposta pedagógica da escola esteja previsto a escolha de um tema a ser trabalhado em todas as disciplinas, de forma que cada uma aborde o mesmo apenas em seu contexto, a atividade será multidisciplinar e não interdisciplinar.

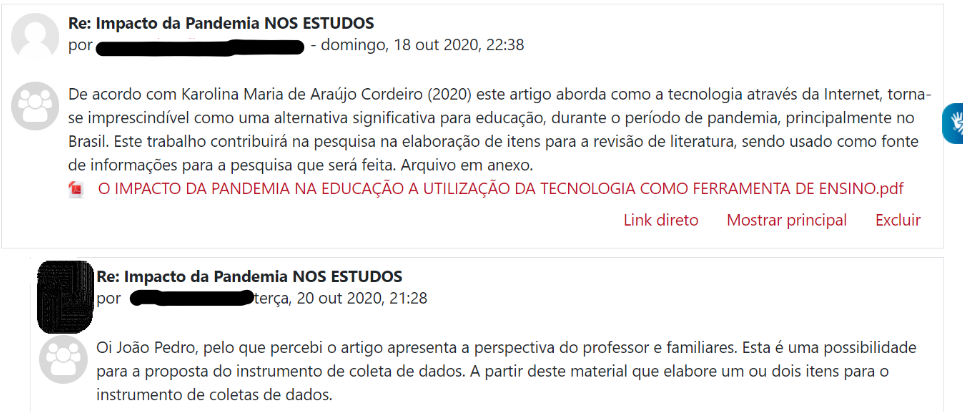
Dimensão mediacional

Com a pandemia recursos tecnológicos digitais passaram a ser adotados não apenas no trabalho didático do professor, mas também como um meio de contato e interação entre os estudantes e professor. Recursos como espaços de reunião e orientação virtual dos estudantes (*Google Meet*®, *Zoom*®, *MConf*®), ferramentas para construção coletiva do projeto (*Google Docs*® e Fórum do AVA), coleta de dados (*Google Forms*®) e aplicativos e softwares como o GeoGebra e Excel® para determinar medidas estatísticas e organizar os dados em tabelas gráficos (GIORDANO; KIAN, 2020). Assim, foi necessário (re)pensar práticas pedagógicas que dialogassem com estes recursos digitais que surgiram ou que puderam ser adaptadas a este período do ensino remoto (HODGES et al., 2020), a fim de possibilitar o desenvolvimento do ensino por projetos.

O debate dos temas a serem escolhidos pela turma foi realizado na ferramenta Fórum do AVA (Figura 2) onde os estudantes anexavam arquivos de artigos científicos a fim de subsidiar sua escolha e auxiliar na elaboração do questionário.

Para que os estudantes pudessem conhecer melhor a proposta de ensino por projetos, foi compartilhado um artigo em que os autores realizaram uma proposta de investigação com estudantes dos anos finais do ensino fundamental. A fim de evidenciar as etapas da pesquisa e os procedimentos adotados os licenciandos responderam algumas questões referentes ao estudo em um Formulário do *Google Forms*®.

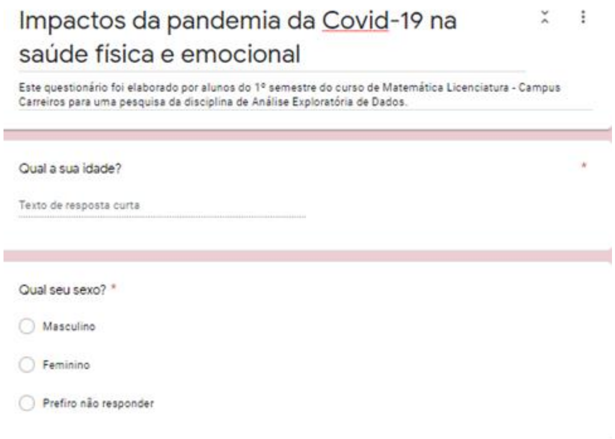
Figura 2: Recorte do Fórum sobre o Impacto da Pandemia nos Estudos



Fonte: AVA da disciplina de Análise Exploratória de Dados

Os instrumentos de coleta de dados elaborados pelos estudantes também foram disponibilizados por meio do *Google Forms*® (Figura 3) nas suas redes sociais, o que possibilitou utilizar este recurso tecnológico tendo em vista o distanciamento social. Nesta etapa foi discutido com os estudantes os métodos e tipos de amostragem conforme proposto em Samá e Silva (2020). Assim, como apontado por Godino et al. (2013), a dimensão mediacional foi contemplada nesta fase da pesquisa, tanto pela adoção de recursos didáticos que auxiliassem os futuros professores a compreenderem os conceitos estatísticos envolvidos em um projeto de pesquisa, quanto pela adoção de recursos tecnológicos digitais adequados ao contexto do ensino remoto e do distanciamento social.

Figura 3: Recorte do questionário elaborados pelos estudantes no *Google Forms®*



Impactos da pandemia da Covid-19 na saúde física e emocional

Este questionário foi elaborado por alunos do 1º semestre do curso de Matemática Licenciatura - Campus Carreiros para uma pesquisa da disciplina de Análise Exploratória de Dados.

Qual a sua idade? *

Texto de resposta curta

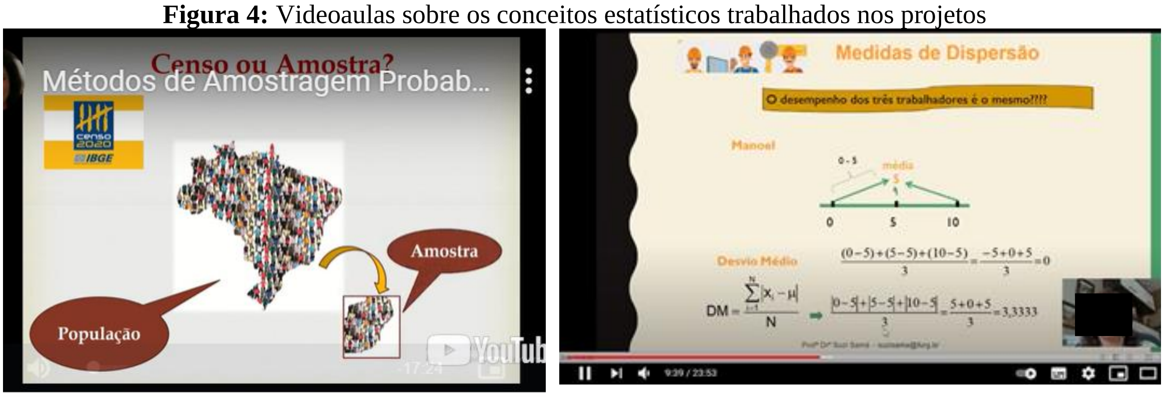
Qual seu sexo? *

- Masculino
- Feminino
- Prefiro não responder

Fonte: AVA da disciplina de Análise Exploratória de Dados

Na organização e apresentação dos dados os futuros professores utilizaram tanto a planilha fornecida no *Google Forms®* para a construção de gráficos mais adequados a cada variável (item do instrumento), como também a planilha eletrônica Excel no cálculo de medidas estatísticas (média, mediana, desvio-padrão). Nesta etapa, a professora da disciplina pôde retomar os conceitos estatísticos ali trabalhados por meio de recursos didáticos diversos no próprio AVA ou em videoaulas (Figura 4) e discussões por Webconferência.

Figura 4: Videoaulas sobre os conceitos estatísticos trabalhados nos projetos



Fonte: AVA da disciplina de Análise Exploratória de Dados

Uma das dificuldades do ensino remoto diz respeito a gestão do tempo por parte dos estudantes. Neste sentido, foi organizado um cronograma (Quadro 1) com o período para a realização de cada etapa do projeto de pesquisa. Em decorrência da pandemia da covid-19 e a adaptação dos estudantes nesta nova modalidade de ensino, modificações no cronograma foram necessárias. Pelo número de estudantes matriculados (60) e o número de concluintes (26), podemos perceber que apenas 43,3% dos estudantes conseguiram superar os desafios e dificuldades em decorrência do ensino remoto. A gestão do tempo de ensino, bem como a integração entre os recursos didáticos tecnológicos e o tempo, abarca outro aspecto da dimensão mediacional conforme Godino, et al. (2013). Vivenciar esta flexibilidade do cronograma da atividade também auxiliou os estudantes a desenvolver competências para gerir o tempo de realização das atividades da disciplina e do curso, o que contribuiu também em sua formação.

Quadro 1: Recorte do cronograma com as etapas do projeto de pesquisa

Etapa	Ações
2 –Planejamento 21 a 30/out (c) até 28/out (d) 29/out. (e) até 02/nov.	(c) Elaborar o questionário – a partir da apropriação do tema e das certezas e dúvidas elaborar um questionário com questões quantitativas e qualitativas no *Google Docs*® com link disponível no fórum de cada um dos três temas escolhidos pela turma. (d) Definir os grupos de aplicação do questionário. (e) Definir os participantes – Quem é a população? Definir método e tipo de amostragem.

Fonte: AVA da disciplina de Análise Exploratória de Dados

É inegável que ainda há muito a se enfrentar diante do impacto da pandemia na comunidade universitária, no entanto, segundo Amaral e Polydoro (2020), algumas lições já foram aprendidas dentre as quais incluem-se a maior habilidade de todos para uso de recursos digitais e adoção de estratégias centradas no estudante, com flexibilidade frente ao inesperado. Segundo Chance et. al (2007) a tecnologia digital tem sido e continuará a ser um fator importante na melhoria da aprendizagem dos estudantes de disciplinas de Estatística.

Conclusão

Neste artigo analisamos a adequação didática da metodologia de projetos no ensino de estatística, sob a ótica das dimensões ecológica e mediacional da Teoria da Idoneidade Didática, com licenciandos de Matemática. Ao longo do processo investigativo, os futuros professores em formação inicial passaram a conhecer as características de cada tipo de gráfico, os métodos de amostragem, as medidas estatísticas no contexto da pandemia da Covid-19 de forma a dar sentido e significado a estes conceitos.

A análise do desenvolvimento do projeto a partir da Idoneidade Didática permite-nos concluir que a dimensão ecológica e mediacional foi essencial no engajamento e no envolvimento dos estudantes em todas as etapas do projeto. Ao longo da análise destas duas dimensões, a docente da disciplina pôde adotar recursos didáticos com o suporte da tecnologia digital de forma a auxiliar os futuros professores a compreenderem os conceitos estatísticos e suas relações. Desta forma, os estudantes puderam perceber que a Estatística não consiste apenas na aplicação de fórmulas e realização de cálculos, e sim como uma ciência que permite explicar e interpretar os resultados de um processo investigativo. Neste sentido defendemos a metodologia de projetos no ensino dos conceitos estatísticos de forma a promover uma aprendizagem provida de significado entre os futuros professores de Matemática da Educação Básica.

Referências

AMARAL, E.; POLYDORO, S. Os desafios da mudança para o ensino remoto emergencial na graduação na UNICAMP –Brasil. **LINHA MESTRA**, n. 41A, p.52-62. 2020.

ARTEAGA, P. BATANERO, C. CAÑADAS, G. R., & GEA, M. M. Evaluación del conocimiento especializado de la estadística en futuros profesores mediante el análisis de un proyecto estadístico. **Educ. Matem. Pesq**., vol. 14, n. 2, p. 279-297, 2012.

BARBERINO, M. R. B., & MAGALHÃES, M. N. Aprendizagem de Estatística por meio de projetos no Ensino Médio da escola pública. **Educ. Matem. Pesq**., vol. 18, n. 3, p. 1223-1243, 2016.

BATANERO, C., & DÍAZ, C. **Estadística con proyectos. Departamento de Didáctica de la Matemática**, 2011. http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf

BECKER, F. **A Epistemologia do Professor**: o cotidiano da escola. 13ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

CAMPOS, C. R., WODEWOTZKI, M. L., & JACOBINI, O. R**. Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CAZORLA, I. M. Teaching statistics in Brazil. **Anais:** Proceedings of Seventh International Conference on Teaching Statistics. Intern. Assistant for Statist Education, Salvador, Brazil, 2006.

CAZORLA, I. M.; SILVA JÚNIOR, A. V.; SANTANA, E. R. S. Reflexões sobre o ensino de variáveis conceituais na educação básica. **REnCiMa**, vol. 9, n. 2, p. 354-373, 2018.

CHANCE, B.; BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J.; MEDINA, E. **The role of technology in improving student learning of statistics**. Technology Innovations in Statistics Education, 1, 2007. Disponível em: <http://repositories.cdlib.org/uclastat/cts/tise/vol1/iss1/art2>. Acesso em: outubro de 2011.

D'AMBROSIO, B.; LOPES, C. E. **Perspectivas para a Educação Estatística de Futuros Educadores Matemáticos de Infância**. In: SAMÁ, S. P.; SILVA, M. P. M. (Orgs.) Educação Estatística: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior. Curitiba: Editora CRV, 2015.

FAGUNDES, L. C.; SATO, L. S.; MAÇADA-LAURINO, D. **Aprendizes do futuro: as inovações começaram!** Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação a Distância. http://pa2009b2.pbworks.com/f/aprender.pdf, 1999.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos (Coleção formação de professores). Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

GIORDANO, C. C.; KIAN, F. A. O letramento estatístico e os novos desafios para os professores do ensino médio, em tempos de COVID-19. In: Ailton Paulo de Oliveira Junior e Fátima Aparecida Kian. (Org.). COVID-19 - aspectos multidisciplinares - EDUCAÇÃO. Embu das Artes – São Paulo: Alexa Cultural, 2020, vol. 1, p. 263-278.

GODINO, J. D. Categorías de analisis de los conocimientos del profesor de matematicas. **Unión**, n. 20, p. 13-31, 2009.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Anais:** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; RIVAS, H.; ARTEAGA, P. Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, vol. 8, n. 1, p. 46-74, 2013.

GUSSO, H. L.; ARCHER, A. B.; LUIZ, F. B. Ensino superior em tempos de pandemia: diretrizes à gestão universitária. **Educação & Sociedade**. v. 41, 2020.

HODGES, C.; MOORE, S.; LOCKEE, B.; TRUST, T.; BOND, A. The difference between emergency remote teaching and online learning. **Educause Review**, Washington, 27 mar. 2020.

HSIEH, H. F.; SHANNON, S. E. Three approaches to qualitative content analysis. **Qualitative Health Research**, n. 15, p. 1277-1288, 2005.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos CEDES**, vol. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.

MAGALHÃES, M. N. **Desafios do ensino de Estatística na Licenciatura em Matemática**. In Samá, S. P.; Silva, M. P. M. (Orgs.), Educação Estatística: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior (pp. 41-54). Curitiba: CRV, 2015.

SAMÁ, S. P.; FONSECA, L. Projetos de Aprendizagem sob as lentes da Neurociência Cognitiva: possibilidade para a construção de conceitos estatísticos. **REVEMAT**, vol. 14 (Edição Especial Educação Estatística), p. 1-16, 2019.

SAMÁ, S. P.; AMORIM, M. E. **Implementação de projetos na formação inicial de professores para o ensino de Estatística na Educação Básica no Brasil**. In: Campos, C. R.; PERIN, A. P. Investigações Hispano-Brasileiras em Educação Estatística. Editora Academy, p. 113-118, 2020.

SAMÁ, S. P.; SILVA, C. S. **Estatística (vol. I).** Rio Grande: Editora da FURG, 2020. http://repositorio.furg.br/handle/1/8851

SOUZA, J. R.; LOPES, C. E. Conhecimentos de professores de Matemática ao ensinarem Estatística. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática (ReviSeM).** Vol. 6, n. 1, p. 65-84, 2021.

VIALI, L. O ensino de estatistica e probabilidade nos cursos de Licenciatura em Matemática. **Anais:** 18° Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística. Estância de São Pedro, SP, 2008.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, vol. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

Letramento Probabilístico na Formação Continuada de Professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental

Probabilistic Literacy in the Continuing Education of Mathematics Teachers in the Final Years Elementary School: Does it teach at random or is it deliberate?

Robson da Silva Eugênio
Universidade de Pernambuco
robson.eugenio@upe.br

Carlos Eduardo Ferreira Monteiro
Universidade Federal de Pernambuco
carlos.fmonteiro@ufpe.br

Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho
Universidade Federal de Pernambuco
liliane.lima@ufpe.br

Resumo
Este artigo investigou como professores dos anos finais do Ensino Fundamental entendiam o trabalho com o Letramento Probabilístico e se seria possível trabalhar nessa perspectiva em sala de aula. Estudos em Educação Estatística apontam que o Letramento Probabilístico pode ser desenvolvido a partir de um trabalho de reflexão sobre os elementos conceituais da Probabilidade, associados ao desenvolvimento da postura crítica em diferentes contextos. A literatura da área indica que existem diferentes lacunas na formação inicial e continuada de professores de Matemática no que tange aos conhecimentos de Probabilidade e Estatística. O Letramento Probabilístico proposto por Gal (2005) seria a capacidade de ler, interpretar e construir sentidos por meio dos conceitos da Probabilidade articulados às crenças e atitudes, à postura crítica e à reflexiva. Participaram deste estudo cinco professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Realizou-se seis encontros de formação, os quais foram filmados, transcritos e analisados. Neste artigo, abordou-se a discussão referente ao quarto encontro, em que se discutiu sobre o trabalho com o Letramento Probabilístico em diferentes contextos. Os professores concluíram que é possível trabalhar com o Letramento Probabilístico, mas que seria necessário desenvolver uma compreensão melhor dos conceitos probabilísticos em articulação com momentos de discussão com colegas de profissão e de planejamento.

Palavras-chave: Ensino de Probabilidade; Letramento Probabilístico; Anos finais do Ensino Fundamental, Postura Crítica; Planejamento de aula.

Abstract
Studies in Statistical Education indicate that probabilistic literacy can be developed from a work of reflection on the conceptual elements of Probability, associated with the development of a critical posture in different contexts. The literature in the area points out that there are different gaps in the initial and continuing education of Mathematics teachers with regard to knowledge of Probability and Statistics. This article investigated how teachers in the final years of elementary school understood working with probabilistic literacy and whether it would be possible to work from this perspective in the classroom. The Probabilistic Literacy proposed by Gal (2005) would be the ability to read, interpret and build meanings through the concepts of Probability articulated to beliefs and attitudes, plus a critical and reflective posture. Five Mathematics teachers from the final years of elementary school participated in this study. Six training meetings were held, and the meetings were filmed, transcribed and analysed. In this article, we will address the discussion regarding meeting 4 that addressed the discussion about working with probabilistic literacy in different contexts. The teachers came to the conclusion

that it is possible to work with probabilistic literacy, but that it would be necessary to have a better understanding of probabilistic concepts and to have moments of discussion with professional colleagues and moments of planning.

Keywords: Probability Teaching; Probabilistic Literacy; Final years of elementary school, Critical Posture; Lesson planning.

Introdução

O ensino de Probabilidade vem sendo discutido no Brasil no decorrer dos anos a partir da contribuição de diversos professores, pesquisadores e documentos oficiais, é fruto de anos de pesquisa e dedicação ao desenvolvimento da área de Educação Estatística. Especificamente falando sobre o ensino de Probabilidade, percebemos que existem diferentes desafios e possibilidades no âmbito do ensino e da aprendizagem de conceitos probabilísticos.

Vivemos em uma sociedade que se alimenta de informações diuturnamente, em que os acontecimentos são de natureza determinística e não-determinística. O estudo da Probabilidade se insere na reflexão de acontecimentos não-determinísticos, que têm, em sua essência, a aleatoriedade, o acaso, a experimentação, os axiomas, a tentativa de compreender como os fenômenos aleatórios se organizam e como o cálculo ocorrência de eventos pode se efetivar.

Gal (2005) aponta que um cidadão que vive no século XXI deve ter conhecimentos relacionados à Probabilidade e à Estatística para que funcione de forma coerente em sociedade. Os conhecimentos estatísticos e probabilísticos seriam como saberes de língua materna, ou seja, essenciais para que cada cidadão ou cidadã tome decisões acertadas sobre diferentes situações do dia a dia. A cada dia, a mídia brasileira e a mundial veiculam informações relacionadas aos mais diferentes temas. No cenário atual, estamos enfrentando a pandemia da Covid-19; em todos os noticiários, são apresentadas as estatísticas de infectados, curados e mortos em decorrência dessa doença. Essas estatísticas requerem, por parte do poder público, um planejamento estratégico para o enfrentamento da crise sanitária mundial. As informações apresentadas mediante gráficos, tabelas e probabilidades são um direcionamento para que haja, por meio da ciência, boas práticas de enfrentamento à crise mundial de saúde que estamos passando.

Observamos de forma nítida a importância de saber lidar com os conhecimentos relacionados à Estatística e à Probabilidade no contexto atual. São desafios reais da sociedade do século XXI que serão vivenciados por estudantes, professores e todos e todas que fazem parte do cenário atual.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orienta que o ensino de Probabilidade e Estatística deve ser implementado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, contemplando crianças com 6 anos de idade, até o final do Ensino Médio, vivenciado por adolescentes com 17 anos (BRASIL, 2018). Esse trabalho longitudinal, de acordo com o documento oficial, propiciará aos estudantes o contato com os conceitos de Estatística e Probabilidade no decorrer de sua formação básica. Isso fará com que os alunos tenham como trabalhar com os respectivos conceitos de forma gradual e consistente, para que haja a aprendizagem e as reflexões sobre as diferentes aplicações dos conteúdos estudados.

Costa e Pamplona (2011) afirmam que os cursos de licenciatura em Matemática do Brasil deveriam destinar uma carga horária maior para a discussão de elementos da Estatística e Probabilidade, voltados para o ensino na Educação Básica. Os autores apontam que, para que haja uma melhor formação dos professores que atuam nesse segmento, seria necessário ampliar o contato dos licenciandos em Pedagogia e Matemática com os conceitos citados acima. Os pesquisadores ainda asseveram que a discussão sobre a ampliação da carga horária já está presente nos fóruns nacionais das licenciaturas em Matemática. Essa ação representa uma implicação das pesquisas realizadas em Educação Estatística, que sinalizam o déficit de componentes curriculares que abordem a temática em questão nessa formação inicial.

Viali (2008) estuda 125 cursos de licenciatura em Matemática de instituições públicas e particulares de ensino do Brasil. Pesquisa qual seria o percentual de carga horária que existia nessas formações em relação ao componente curricular de Estatística e Probabilidade. Constata que, em relação à carga horária total dos cursos, esses campos representam apenas 2,4%. Quando é incluído o estudo da Combinatória, esse percentual aumenta para 2,7%. O autor aponta que existe uma discrepância muito grande diante de outras áreas da Matemática, como a Álgebra e a Geometria. Isso mostra que a Probabilidade e a Estatística precisam de um olhar diferenciado nos cursos brasileiros de licenciatura.

Viali (2008) ainda constata que a formação dos docentes que atuam nos cursos de licenciatura em Matemática são as mais diversas possíveis. Há professores das áreas de Engenharia, Administração, Economia, Sociologia, Estatística e Matemática (bacharelado).

De acordo com o autor, essas diferenças levam os licenciandos a uma formação inicial sobre Estatística e Probabilidade muito técnica e procedimental, sem abordar aspectos didáticos e pedagógicos desses conhecimentos, focando, na maioria das vezes, na parte axiomática dessas áreas. Os docentes formados nessa perspectiva sentirão dificuldade na abordagem dos conceitos estatísticos e probabilísticos ao atuar na Educação Básica brasileira.

No próximo tópico, apresentaremos o que entendemos sobre Letramento Probabilístico e a visão de Gal (2005) sobre esse conceito. Também discorreremos sobre os desafios para ensinar na perspectiva do letramento em nossa sociedade atual.

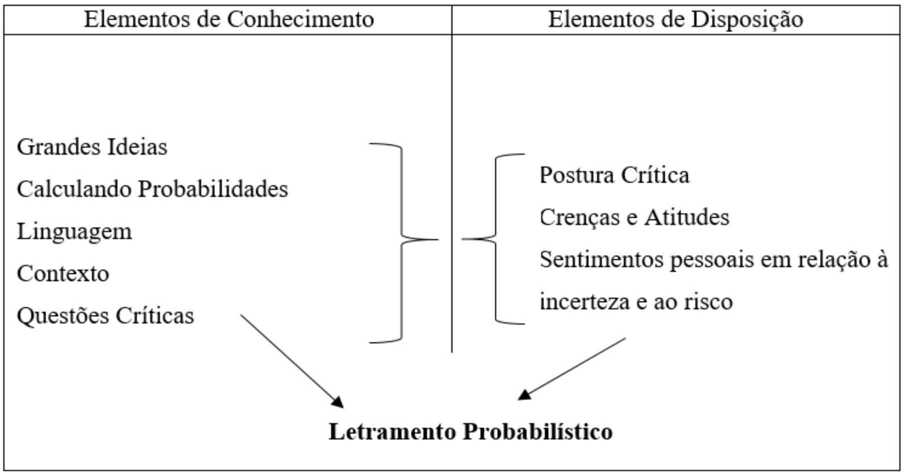
Aspectos sobre o Letramento Probabilístico

Gal (2005) reflete sobre os desafios que existem na sociedade em relação à vida adulta, sobre o que seria necessário para que todos fizessem uma leitura coerente de mundo. Quais são os conhecimentos requeridos para que as pessoas lessem e analisassem aquilo que está posto diante de seus olhos? Gal (2005) indaga sobre as principais características da Probabilidade para que esta contribua para o amadurecimento dos sujeitos a partir da discussão de elementos como aleatoriedade, chance, acaso, experimentação, espaço amostral etc.

Gal (2005) aponta que o letramento seria necessário para que todos vivam de forma harmoniosa em sociedade e construam sentidos para além da alfabetização, haja vista que existem demandas sociais de leitura e escrita dentro da língua materna de qualquer país para que os sujeitos consigam interagir, comprar, vender e se comunicar de forma geral. Dessa forma, o autor aponta que os adultos precisam de conhecimentos relacionados à Estatística e à Probabilidade, porque, em seu dia a dia, são defrontados com situações que requererão essas habilidades. Por exemplo, como fazer um investimento financeiro? Como saber qual é a melhor proposta de plano de saúde? Como analisar uma previsão do tempo ou um gráfico estatístico? Esses questionamentos serão respondidos de forma exitosa por quem desenvolver as habilidades de letramento.

Gal (2005) desenvolve a perspectiva de Letramento Probabilístico a partir de duas vertentes. A primeira engloba os elementos do conhecimento, que contemplariam os conhecimentos matemáticos sobre a Probabilidade, os contextos em que eles podem ser aplicados e a linguagem probabilística utilizada. O outro aspecto envolve os elementos da disposição, ou seja, as crenças e atitudes que os sujeitos têm, bem como a postura crítica em relação às notícias sobre contextos probabilísticos. Na Figura 1, podemos observar essa organização.

Figura 1: Letramento Probabilístico de Gal (2005)



Fonte: Adaptado de Gal (2005).

A Figura 1 mostra a organização da proposta de Gal (2005). Nela, podemos identificar os elementos do conhecimento, subdividido em grandes ideias, que contemplam fatores conceituais da Probabilidade, como acaso, espaço amostral, experimentação, chance, variabilidade, razão etc. Já a parte de cálculo de probabilidades, seria a de calcular com os axiomas dessa área. A linguagem representa como está sendo utilizado e trabalhado o conteúdo probabilístico e indica se os termos estão sendo aplicados de forma coerente e como devemos empregá-los. O contexto refere-se aos diferentes lugares e situações em que a Probabilidade pode ser aplicada, como em jogos, saúde, Engenharia, previsão do tempo, Direito, fabricação de peças etc. As questões críticas fecham esse bloco de elementos de conhecimento, com a intenção de problematizar os aspectos anteriores aqui apresentados e de levar o sujeito a refletir sobre o que está fazendo por meio da Probabilidade.

Os elementos de disposição, de acordo com a Figura 1, estão relacionados com as crenças e atitudes que todos nós temos. Todas as crianças e adultos são fruto de uma criação/educação que receberam em família e fazem parte de determinada cultura. No decorrer do amadurecimento, todos passarão por situações boas e ruins que farão parte da constituição de cada sujeito. Gal (2005) afirma que as crenças e as atitudes serão esses sentimentos desenvolvidos no decorrer dos anos por parte de cada pessoa. Essa condição individual poderá contribuir para uma aversão ao risco em diferentes contextos probabilísticos. Assim, o Letramento Probabilístico será a amálgama dos aspectos do conhecimento e dos elementos da disposição. Gal (2005) também aponta que o domínio dos elementos do conhecimento e da disposição fomentará o Letramento Probabilístico das pessoas nas análises e nas inferências a partir e para além dos dados probabilísticos encontrados em diversos contextos.

Método

A pesquisa realizada é de cunho qualitativo por se preocupar com os significados desenvolvidos pelos sujeitos envolvidos no estudo. De acordo com Triviños (1987), a investigação qualitativa tem como característica fundamental a compreensão do processo de construção vivido pelos sujeitos, e não apenas dos resultados. Ou seja, o olhar volta-se para o que acontece no decorrer do trabalho e como esses resultados dialogam com as hipóteses iniciais do estudo.

Este artigo é um recorte de um estudo de doutorado em Educação Matemática. Investiga a temática da Educação Estatística e, mais especificamente, o Letramento Probabilístico no contexto de uma formação continuada com professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada do estado de Pernambuco.

A escolha da escola campo de pesquisa se deu a partir da relação que o primeiro autor da pesquisa tinha com a instituição pesquisada. O pesquisador já tinha sido professor dela e constatou que esse espaço dispunha de momentos de formação continuada que envolviam os docentes de Matemática. Nela, existiam encontros entre os professores de Matemática para a discussão de como realizar um bom ensino e, subsequentemente, alcançar a aprendizagem dos estudantes nessa disciplina. Como já havia os momentos de formação continuada e a aceitabilidade da escola em receber o pesquisador para a realização da pesquisa, optou-se por esse local.

Os participantes da pesquisa foram 5 professores de Matemática que lecionavam para os anos finais do Ensino Fundamental, isto é, para estudantes matriculados do 6º ao 9º ano, que têm idade entre 11 e 14 anos. É valido salientar que os docentes assinaram uma carta de anuência confirmando suas participações na pesquisa de forma voluntária. Em nosso estudo, os professores foram denominados a partir destas siglas: PF1, PF2, PF3, PF4, PF5 e PF6. Ressaltamos que o PF2 participou da entrevista semiestruturada inicial, mas não dos encontros de formação. Já o pesquisador é representado pelo código PE. A Tabela 1 apresenta a formação dos professores envolvidos na pesquisa e, assim, caracteriza o perfil deles.

Tabela 1: Perfil dos Professores envolvidos na pesquisa

Professor(a)	Sexo	Idade	Conclusão da graduação	Pós-graduação	Cursou disciplina de Estatística e Probabilidade
PF1	M	48	1994	Mestrando em Ed. Matemática	Sim
PF3	F	50	1993	Especialista em Ensino de Matemática	Sim
PF4	F	52	1997	Especialista em Ensino de Matemática	Sim
PF5	F	30	2011	Especialista em Ensino de Matemática	Sim
PF6	F	27	2016	Especialista em Ensino de Matemática	Sim

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Tabela 1, percebemos que os professores envolvidos na pesquisa, em sua maioria, são mulheres e possuem especialização em ensino de Matemática. Outra informação importante para o estudo é que todos cursaram um componente curricular (disciplina) na graduação envolvendo Estatística e Probabilidade.

Os participantes passaram por uma entrevista semiestruturada individual, adequada de acordo com a disponibilidade de horário de cada um. A entrevista teve como objetivo mapear e caracterizar o perfil de cada um dos professores, assim como identificar as noções iniciais que cada um possuía em relação ao ensino de Probabilidade na perspectiva do Letramento Probabilístico. O Quadro 2 nos mostra o roteiro e algumas das perguntas utilizadas na pesquisa. Não apresentaremos a entrevista na íntegra, porque, neste artigo, não abordaremos todos os aspectos que dela emergiram.

Quadro 2: Roteiro da entrevista semiestruturada com os professores

Bloco 1: Informações pessoais e derivadas da formação:
1. Qual a sua idade? 2. Você concluiu que curso superior? Qual é sua formação? Tem pós-graduação (especialização, mestrado e/ou doutorado)? 3. Em que ano você concluiu o curso superior? 4. Em qual instituição cursou o ensino superior? 5. No curso superior que você concluiu, você estudou alguma disciplina de Estatística? E de Probabilidade? 6. O tema foi abordado em algum outro componente curricular?
Bloco 2: Informações sobre o ensino de Probabilidade
Em sua opinião, como você definiria a Probabilidade ou o que você entende por Probabilidade? Você poderia dar algum exemplo? Você conhece outra definição de Probabilidade além dessa que você citou anteriormente?

Quais conceitos você acha importantes para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental aprenderem sobre Probabilidade? Você poderia dar algum exemplo? Como você avalia que seu estudante aprendeu Probabilidade? Como você inicia e conduz sua aula sobre Probabilidade? No material didático utilizado pela escola, existe um tópico que discuta especificamente a Probabilidade do sexto ao nono ano? Quais são os lugares e as situações em que podemos perceber aplicações da Probabilidade em nossa vida?

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os professores responderam às perguntas da entrevista semiestruturada. O pesquisador, em seguida, conseguiu traçar o perfil de cada docente e, assim, fez o cronograma da formação continuada, que se dividiu em seis encontros de formação. Estes tiveram como objetivo identificar e analisar o que os participantes sabiam sobre a Probabilidade e seu ensino na perspectiva do Letramento Probabilístico de Gal (2005).

Neste artigo, discutiremos os elementos principais analisados no quarto encontro de formação com os professores de Matemática participantes da pesquisa. Por conta da limitação de páginas deste texto, discorreremos sobre os outros encontros em futuras publicações. O Quadro 3 apresenta como foi feita a organização do quarto encontro de formação e quais foram os objetivos propostos.

Quadro 3: Organização do encontro 4

Encontro IV	
Ações desenvolvidas	*Objetivos*
-Leitura do texto de Eugênio (2016) sobre o Letramento Probabilístico na formação de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental; -Discussão sobre como ensinar Probabilidade com o Letramento Probabilístico na perspectiva de Gal (2005) em diferentes contextos.	- Analisar a atitude e a postura dos professores perante as diferentes situações que envolvem a Probabilidade e o Letramento Probabilístico na perspectiva de Gal (2005).

Fonte: Elaborado pelos autores.

Todos os encontros de formação foram filmados e transcritos para gerar protocolos com as ações desenvolvidas na formação a partir das discussões entre pesquisador e professores. A análise de dados na pesquisa se deu a partir da interpretação do que ocorreu no quarto encontro de formação e da análise das transcrições das falas dos professores e do pesquisador.

Resultados e Discussão

No encontro 4, a discussão inicial foi sobre a leitura de um texto disponibilizado para os professores, que versava sobre o ensino de Probabilidade a partir da perspectiva do Letramento Probabilístico de Gal (2005). Os professores foram questionados se seria possível ensinar na perspectiva do Letramento Probabilístico com o que eles já tinham vivenciado nos encontros anteriores, mas direcionados pela leitura do texto de Eugênio (2016). Vejamos os diálogos desenvolvidos pelo pesquisador e pelos professores:

> PE: *É possível ensinar na perspectiva do Letramento Probabilístico?*
> PF1: *Sim!*
> PE: *E como seria?*
> PF1: *É como nós discutimos na aula passada… Existe a diferença entre o aluno alfabetizado para o aluno letrado...O alfabetizado é quando você sabe decodificar... Agora, por exemplo, você sabe tirar uma média e dar sentido ao que está lendo?* Você coloca o menino para ler uma frase e pede para ele dizer o que ele entendeu...Você entendeu isso que você leu? Qual foi o contexto da situação? *Por exemplo, a Probabilidade de determinado evento acontecer é de x%, mas, dentro do contexto que você calculou essa Probabilidade*, qual o significado desse percentual que você achou? Que leitura você faz dessa fração do resultado que você achou? Então aí é a questão do Letramento Probabilístico, eu acho. *Não é? Porque o menino faz a conta e diz: "Acertei..."* [Diante disso, devemos indagar:] "Mas qual é o contexto daquilo que você fez? O que significa? Dentro do espaço amostral, o que significa esse resultado que você obteve?"
> PE: *É um percentual alto ou é um percentual baixo?*
> PF1: *Eu entendo que o trabalho deve ser feito assim... Entendeste?* Porque o menino não gosta de ser questionado... Para ele, é o cálculo e acabou... Daí a gente perguntaria: "Como você chegou aí? É isso mesmo? O que isso significa?"
> PF5: *Isso já é fruto dessa geração que já tem tudo pronto, né? Daí eles querem tudo pronto...* O grande desafio é esse... É a gente conseguir fazer esses questionamentos, que eles questionem aquilo que está vindo pronto e perguntem de onde vem esse percentual. "Isso é verdadeiro? Qual é a fonte disso?" Então, seria o ideal que ele questione..., que ele pergunte e saiba perguntar... E eu acho que o Letramento é isso, partir daquilo que você aprende... É jogar no contexto, entender esse contexto e usar de uma maneira social, né, *para exercer realmente a cidadania...*

Percebemos, no diálogo acima, que PF1 fez uma distinção entre alfabetização e letramento no contexto da pesquisa. O professor afirmou que alfabetizar seria o aluno decodificar, ou seja, fazer a leitura do que lhe é posto, mas letramento seria a reflexão crítica a partir dos dados que ele está interpretando. É válido salientar que os professores, na entrevista semiestruturada, não souberam definir nem sugerir o que seria Letramento Probabilístico, apenas afirmaram que deveria ser algo relacionado à Probabilidade.

PF5 apontou que os estudantes estão acostumados a resolver os mais diversos problemas de Física, Matemática, mas não sabem refletir sobre aquilo que estão operacionalizando. Então, afirmou que, para letrar probabilisticamente, é necessária a reflexão sobre o que se está fazendo e incentivar o estudante a indagar se aquela informação tem sentido ou não. Trata-se de um processo de ensinar a partir do questionamento crítico ao estudante, estimulando-o a pensar criticamente.

De acordo com Gal (2005), a postura crítica faz parte dos elementos de conhecimento. O que podemos perceber no diálogo estabelecido entre professores e pesquisador é que eles conseguiram entender que o Letramento Probabilístico se faz a partir do momento que os estudantes começam a questionar os resultados que encontraram e, assim, passam a refletir sobre os cálculos realizados e sobre o contexto social de aplicação daqueles dados. Assim, podemos também relacionar os achados dos docentes com os elementos da disposição, no caso com as crenças e as atitudes dos alunos referentes a qualquer afirmação probabilística. Os discentes tomarão decisões e analisarão dados a partir desse processo de cálculo, análise e reflexão.

No diálogo seguinte, o pesquisador questionou se a BNCC (BRASIL, 2018) orienta a trabalhar com o Letramento Probabilístico ou se existe ainda uma visão mais conservadora do ensino. Vejamos o diálogo a seguir:

> PE: *Vocês acham que o currículo atual* [da] *BNCC aponta para esse trabalho nessa perspectiva ou ainda segue uma visão tradicional do ensino de Probabilidade?*
> PF5: *Aponta sim..., eu acho.*
> PF4: *Ele aponta para um letramento…* Mas bem lentinho...
> PF6: *Aponta, mas ainda está muito amarrado no tradicional..., no clássico.*
> PF3: *Eu acho que vai acontecer bem devagarinho...*
> PF4: *Veja que a BNCC já vai trazer a Probabilidade desde o 1º ano do Ensino Fundamental, o menino com 6 anos de idade... Ótimo para ele ir desenvolvendo... Mas aí vêm 1000 questões, vêm os livros didáticos que temos que trabalhar, quer queira, quer não... Aí vem a parte do professor ou professora que é polivalente* [formado em Pedagogia]*... Isso tudo vai deixando o letramento aquém do esperado, porque não é fácil...* Porque não é fácil a gente instigar o aluno a pensar probabilisticamente... Não é fácil! *Eu acho superimportante, vai começar a passos lentos, mas vai..., porque a BNCC tem que ser seguida por todas as escolas em 2020..., estará sendo cobrada.*

Os professores afirmaram que existe, de forma bastante tímida, uma indicação de trabalho com o Letramento na BNCC, mas que não aparece de maneira explícita no contexto da Probabilidade. Argumentaram que as escolas ainda estão se adaptando à base e que esse será um trabalho lento. PF4 alegou que, como haverá mais anos em contato com a Probabilidade, possivelmente os estudantes poderão desenvolver o letramento. O trecho abaixo complementa a discussão sobre a BNCC (BRASIL, 2018) no contexto de ensino de Probabilidade:

> PE: *É um trabalho longitudinal que iniciará no primeiro ano e será desenvolvido até o nono ano...*
> PF4: Então teremos o tempo necessário para desenvolver o Letramento Probabilístico. Se realmente esse trabalho do letramento iniciar no primeiro ano e for dada sequência com qualidade, os meninos irão chegar no Ensino Médio letrados... [Risos].
> PF5: Porque tem os materiais, a formação dos professores, é uma série de fatores...

PF4: *Se realmente a BNCC for cobrada pelo governo nas escolas e começar esse trabalho no primeiro ano com a Probabilidade, é possível eles saírem letrados probabilisticamente... É possível!* Claro que com muita formação continuada..., muito cuidado.
PF5: *E com o querer do professor, né?*
PF4: Com certeza, claro! Porque, assim, eu lendo o texto de Eugênio (2016) e me recordando da faculdade... *A Probabilidade e Estatística que eu vi lá* foi puramente matemática... Pura e pronto... Não tem conversa!
PF6: Exatamente..., puramente axiomática.
PE: *Entendo... Axiomática e laplaciana, né?*
PF5: *Então, a gente estuda... Mas, quando a gente parte para a prática..., é lá que a gente aprende...* Infelizmente não é na faculdade que você aprende... *É na prática.*
PF6: *A faculdade só te dá um documento dizendo* que você tem a propriedade para estar em sala de aula..., *só isso.* Mas você só aprende mesmo na prática..., *não tem como.*
PF1: *Na realidade, a BNCC não precisa somente ser implantada,* ela vai modificar a perspectiva do trabalho do professor...
PF5: *Verdade, concordo!*
PF1: *Porque, veja que Matemática e Língua Portuguesa são duas áreas que são muito cobradas..., e vão precisar de muito planejamento... Então, não pode, por exemplo, os professores de Matemática trabalharem sem ter um momento de estudo e planejamento..., que é hoje um dos pontos que está errado... As reuniões pedagógicas... teriam que ser reuniões de* planejamento*! É sentar e planejar! Essa sequência que vai ser dada do primeiro ano ao nono, só vai ser efetivada se tiver planejamento..., reuniões de planejamento...*

Como percebemos no diálogo acima, os participantes afirmaram que é possível desenvolver o Letramento Probabilístico no decorrer do Ensino Fundamental de nove anos. Mas é necessária uma mudança na postura do professor, no material didático utilizado e na formação continuada desse profissional. Os docentes ainda indicaram que, em suas formações iniciais em Matemática, não tiveram nenhuma discussão sobre o letramento.

Considerações Finais

Os resultados desta pesquisa apontam para a importância de uma formação continuada de professores que os leve ao exercício da reflexão e do diálogo com seus colegas de profissão sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática. Percebemos que, ao iniciar a formação proposta, os docentes tinham vergonha e receio de errarem perante o pesquisador. Mas, no decorrer dos encontros, ponderaram que estavam naquele contexto para trocar ideias, aprender e expor experiências vividas no campo de ensino de Probabilidade.

De acordo com Gal (2005), o Letramento Probabilístico se faz a partir da convergência dos elementos do conhecimento e dos fatores da disposição. Na formação, os professores conseguiram evoluir na parte conceitual a partir de análise de situações probabilísticas e puderam dialogar com seus pares sobre como ensinar a Probabilidade para fazer com que houvesse a crítica por parte dos estudantes. Perceberam que a Probabilidade e seu ensino vão muito além do cálculo pontual quando refletiram sobre as ideias de

Letramento Probabilístico. Constataram que existem diferentes contextos e aplicações para o ensino de Probabilidade e que o Letramento Probabilístico é possível se for trabalhado de forma coerente e progressiva no decorrer do Ensino Fundamental.

Nossa hipótese inicial era a de que os professores não saberiam definir o Letramento Probabilístico e teriam certa dificuldade de construir a perspectiva dele. Por um lado, confirmou-se a ideia de que os professores não tinham uma visão clara sobre o que seria o Letramento Probabilístico, haja vista que esse termo só era conhecido pelos docentes na relação com a Língua Portuguesa. Mas reconhecemos que a evolução dos participantes foi considerável em relação à postura crítica e à compreensão dos elementos de disposição de Gal (2005).

Dessa forma, destacamos a importância do estudo para a área de Educação Estatística, uma vez que a pesquisa desvelou a importância de darmos voz aos professores dos anos finais do Ensino Fundamental. Devemos permitir que esses profissionais exponham suas impressões sobre o ensino de Probabilidade, discutam elementos conceituais e evoluam para a perspectiva do Letramento Probabilístico. Assim, ressaltamos que este estudo contribuiu na formação dos professores que ensinam Matemática na Educação Básica e poderá ecoar em outras experiências a partir das replicações destes resultados. Não esgotamos a temática em questão e apontamos que futuras publicações complementarão outras lacunas concernentes ao ensino de Probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental na perspectiva do Letramento Probabilístico. Mas ressaltamos, mais uma vez, a importância da formação continuada de docentes que ensinam Estatística e Probabilidade nessa etapa escolar.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

COSTA, W. N. G.; PAMPLONA, A. S. Entrecruzando Fronteiras: a Educação Estatística na formação de Professores de Matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 24, n. 40, p. 897-911, 2011.

EUGÊNIO, R. S. Letramento Probabilístico: o não determinístico é determinístico na formação do professor? *In*: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2016, Campina Grande. **Anais** [...]. Campina Grande: IFPB, 2016. v. 1. p. 18-25 Mesa redonda: Letramento Estatístico como conhecimento fundamental para a compreensão do mundo na contemporaneidade.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. *In*: JONES, G. (ed.). **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and learning. Kluwer: Springer, 2005. p. 43-71.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VIALI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da Probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [*S. l.*], v. 8, p. 85-97, 2008.

Narrativas de uma Atividade de Extensão: Processos de Ensino e Aprendizagem da Estatística na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Narratives of Extension: Teaching Processes and Learning Statistics in Kindergarten and Early Years of Elementary School

Keli Cristina Conti
Universidade Federal de Minas Gerais
keli.conti@gmail.com

Carmen Lucia Brancaglion Passos
Universidade Federal de São Carlos
carmenpassos.ufscar@gmail.com

Resumo

O objetivo desse artigo é narrar a experiência vivida numa Atividade Curricular de Ensino Pesquisa e Extensão. A atividade que foi coordenada pelas autoras foi intitulada "Processos de Ensino e Aprendizagem: Estatística na Educação Infantil e Anos Iniciais" e ocorreu entre 2020 e 2021, de forma remota. Nela pretendeu-se dar protagonismo aos professores que ensinam matemática, com o destaque para o ensino e aprendizagem da Estatística na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Não foi um curso para professores, mas a constituição de um espaço de formação continuada com professores em exercício, licenciandos e pós-graduandos. A pesquisa possui uma abordagem qualitativa e os dados foram construídos por meio das narrativas orais e/ou escritas de 20 participantes. Refletir a respeito da própria narrativa e compartilhá-la com outros professores tem se mostrado potencialmente favorável à formação e ao desenvolvimento profissional de professores. Seu desenvolvimento possibilitou a ampliação da competência teórica e metodológica dos envolvidos: das pesquisadoras, de pós-graduandos, de professores escolares e futuros professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental, criando ou ressignificando compreensões, ações e reflexões que se inseriram no ensino, na pesquisa e na extensão.

Palavras-chave: Educação Estatística; Educação Matemática; Formação de professores; Narrativas de formação.

Abstract

The objective of this article is to narrate the experience lived in a Curricular Activity of Teaching, Research and Extension. The activity coordinated by the authors was entitled "Teaching and Learning Processes: Statistics in Early Childhood Education and Early Years" and took place between 2020 and 2021, remotely. It was intended to give prominence to teachers who teach mathematics, with emphasis on the teaching and learning of Statistics in Kindergarten and in the Early Years of Elementary School. It was not a course for teachers, but a constitution of a space for continuing education with in-service teachers, undergraduates and graduate students. The research has a qualitative approach and data were built through oral and/or written narratives of 20 participants. Reflecting on the narrative itself and training it with other teachers has been potentially favorable to the training and professional development of teachers. Its development made it possible to expand the theoretical and methodological competence of those involved: researchers, graduate students, school teachers and future teachers who teach Mathematics in Elementary School, creating or redefining understandings, actions and reflections that were inserted in teaching, in research and in the extension

Keywords: Statistical Education; Mathematics Education; Teacher training; Training narratives.

Introdução

O objetivo desse artigo é narrar a experiência vivida na Atividade Curricular de Ensino Pesquisa e Extensão (ACIEPE), intitulada "Processos de Ensino e Aprendizagem: Estatística na Educação Infantil e Anos Iniciais", destacando as narrativas dos participantes sobre a Estatística. Essa Aciepe esteve integrada a dois outros projetos: "Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais: Dimensão Formativa em suas Narrativas (Auto)Biográficas"[1] e "Narrativas de professores no exercício da docência e na formação inicial e as dimensões sociais no ensino da Matemática nos Anos Iniciais"[2] e é vinculada à UFSCar.

A pesquisa possui uma abordagem qualitativa e os dados foram construídos por meio das narrativas orais e/ou escritas, partindo do pressuposto que por meio das narrativas de formação e de aulas, é possível focalizar a formação continuada de professores, identificando indícios de seu desenvolvimento profissional, contribuindo com o campo da pesquisa sobre formação de professores com o destaque para o ensino e aprendizagem da Estatística nos Anos Iniciais.

E para contar sobre nossa experiência na Aciepe, optamos por contar o que nós pesquisadoras narrativas fazemos (Clandinin; Connely, 2011): destacamos o que entendemos por narrativa, apresentando um referencial teórico, contando mais sobre a atividade de Ensino, Pesquisa e Extensão, apresentando também a metodologia da pesquisa. Como foram várias narrativas produzidas, para este artigo, selecionamos a narrativa escrita que teve como "disparador" o convite para narrar: "O que é Estatística?". Assim como para Clandinin e Connely (2011, p. 165), "nossos interesses de pesquisa provêm de nossas próprias histórias e dão forma ao nosso enredo de investigação narrativa".

Porque Narrar?

Numa tentativa de definir o termo *narrativa*, e para refletirmos sobre a questão apresentada o título, encontramos em Reis (2008)

> As narrativas (entendidas como sinónimo de histórias), tanto escritas como orais, têm sido utilizadas desde há milénios e em diversas culturas como instrumentos educativos, constituindo artefactos culturais com potencialidades na organização do pensamento e da realidade e na estruturação de aprendizagens (ROLDÃO, 1995). Geralmente, as histórias narram: a) o desenvolvimento de uma acção desencadeada

[1] Projeto de pós-doutorado de uma das autoras.
[2] Projeto de Bolsa Produtividade em Pesquisa CNPq.

> por uma situação conflitual, real ou imaginária; b) as tensões e os conflitos vividos pelos protagonistas; e c) a forma como os conflitos foram superados. As suas semelhanças com as vivências de cada indivíduo na resolução de conflitos, torna-as extremamente acessíveis e significativas para a compreensão da realidade e a atribuição de significados (EGAN, 1986). Através da leitura das histórias, os indivíduos experimentam, simultaneamente, o distanciamento afectivo necessário à avaliação das situações e decisões descritas e a proximidade resultante da identificação com o enredo e os intervenientes. É neste processo de identificação que reside uma parte das suas potencialidades educativas ao nível das atitudes. As histórias proporcionam imagens, mitos e metáforas moralmente ressonantes que contribuem para o nosso desenvolvimento como seres humanos. (REIS, 2008, p. 19).

Sobre a escrita de narrativas, Nacarato e Passeggi (2013), afirmam que “no ato de escrita de narrativa, o narrador precisa não apenas lembrar-se dos fatos passados, como também construir um cenário, uma trama na qual a história se passa, suas personagens e suas ações” (p. 292) mas, além disso, existe quem narra e que também tem que pensar no leitor pois “todo texto pressupõe um leitor” (p. 292). Outro ponto destacado pelas autoras é a reflexão que ocorre no processo da escrita sobre a experiência que está sendo narrada, considerando-o como essencial, pois “esse é o momento em que são atribuídos sentidos e significados ao que se faz” (p. 292).

Para Galvão (2005), a narrativa constitui um processo de interação com o outro, o que nos leva a destacar o papel de cada um de nós na vida dos outros. O efeito que as narrativas provocam nos seus autores, obriga-nos “a equacionar aprendizagens, a reconhecer limites pessoais e a redefinir modos de agir” (GALVÃO, 2005, p. 342).

Sobre a escrita de narrativas por professores, Reis (2008), aponta,

> Os professores, quando contam histórias sobre algum acontecimento do seu percurso profissional, fazem algo mais do que registar esse acontecimento; acabam por alterar formas de pensar e de agir, sentir motivação para modificar as suas práticas e manter uma atitude crítica e reflexiva sobre o seu desempenho profissional. Através da construção de narrativas os professores reconstroem as suas próprias experiências de ensino e aprendizagem e os seus percursos de formação. Desta forma, explicitam os conhecimentos pedagógicos construídos através das suas experiências, permitindo a sua análise, discussão e eventual reformulação. A redacção de relatos sobre as suas experiências pedagógicas constitui, por si só, um forte processo de desenvolvimento pessoal e profissional ao desencadear, entre outros aspectos: a) o questionamento das suas competências e das suas acções; b) a tomada de consciência do que sabem e do que necessitam de aprender; c) o desejo de mudança; e d) o estabelecimento de compromissos e a definição de metas a atingir. (REIS, 2008, p. 20).

As narrativas também são apontadas por Nacarato, Gomes e Grando, como potencializadoras do desenvolvimento profissional, e concordamos com seu destaque como estratégia formativa;

> As narrativas, por constituírem uma escrita de si e por revelar o modo como nós, seres humanos, experienciamos o mundo, são potencializadoras de desenvolvimento profissional, além de possibilitarem o compartilhamento de nossas histórias e de nossa prática. (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008, p. 18).

Reafirmando, produzir narrativas a respeito de sua trajetória de formação faz com que professores revelem aprendizagens e também determinadas atuações didáticas que lhes são/foram marcantes quando educandos. Esse processo de reflexão pedagógica lhes permite compreender as consequências de sua atuação e criar novas estratégias de ensino, revelando-nos indícios de seu desenvolvimento profissional. Ou seja, os textos narrativos possibilitam identificar, compreender e analisar como se dá o processo de produção de conhecimento ainda na formação inicial.

Refletir a respeito da própria narrativa e compartilhá-la com outros professores também tem se mostrado potencialmente favorável ao desenvolvimento profissional de professores.

E em especial, para nós, destacamos seu potencial para a pesquisa, assim como para Passos, Oliveira e Gama:

> Na pesquisa, sua importância está na possibilidade de análise das experiências de professores associadas com aprendizagem, escolas, salas de aula, as quais permitem conhecer as teorias implícitas, os valores e as crenças que dão suporte ao pensamento sobre o ser professor. Esse tipo de estudo pode dar base para se conhecer a natureza e a substância do pensamento do tornar-se professor (Knowles *et al.*, 1994). (PASSOS; OLIVEIRA; GAMA, 2013, p. 328).

Como indica a literatura, o recurso das narrativas permite a explicitação e a reflexão sobre o que chamamos de episódios marcantes. São situações que envolvem carga emotiva intensa, trazem à memória emoções positivas ou negativas para quem as vivenciou e representam, algumas vezes, momentos decisivos para mudanças na própria prática docente. A seguir, apresentamos elementos importantes sobre a atividade de pesquisa, ensino e extensão desenvolvida, para posteriormente destacar o uso das narrativas no campo da Educação Estatística.

A Atividade de Pesquisa, Ensino e Extensão

De acordo com a Pró-Reitoria de Extensão da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) "as Atividades Curriculares de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão (ACIEPEs) são atividades curriculares complementares inseridas nos currículos de graduação, com duração semestral de 60 horas, valendo 4 créditos acadêmicos". Entendemos também que uma grande possibilidade para essas atividades é a da integração do ensino, pesquisa e extensão.

Essa ACIEPE: Processos de Ensino e Aprendizagem: Estatística na Educação Infantil e Anos Iniciais) foi coordenada pelas autoras e nela pretendeu-se dar protagonismo aos professores que ensinam matemática, com o destaque para o ensino e aprendizagem da Estatística na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Não foi um curso para professores, mas a constituição de um espaço de formação continuada com professores em exercício, licenciandos e pós-graduandos. Dar aos professores oportunidade de compartilhar com outros as experiências deles e considerá-las para ampliar o conhecimento dos participantes é um importante papel que a universidade pública pode desempenhar, ou seja, não se desenvolveu uma pesquisa sobre os professores, ou para os professores, mas desenvolveu-se "com" os professores e futuros professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais.

Nesse sentido, a abordagem qualitativa da pesquisa (BOGDAN; BIKLEN, 1994) estará ancorada teórica e metodologicamente nos estudos das narrativas, considerando o trabalho docente do professor compartilhado com o de licenciandos e de pós-graduandos.

Na Aciepe objetivava-se:

1) Apresentar um breve contexto histórico sobre ensino de Estatística, resgatando também a memória dos participantes;
2) Discutir aspectos do currículo envolvendo a Estatística as quais podem ser trabalhadas na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1.º ao 5.º ano);
3) Exemplificar propostas para a sala de aula que permitam trabalhar noções iniciais de Estatística por meio de atividades que proponham o protagonismo do estudante, introduzindo assim as primeiras noções para posteriormente aprofundá-las nos anos seguintes, buscando dialogar com saberes estatísticos e pedagógicos para seu ensino.
4) Contribuir para a ampliação do repertório teórico e metodológico dos participantes relativo ao desenvolvimento do pensamento estatístico.
5) Estimular os participantes se perceberem pesquisadores da própria prática e a produzirem relatos da experiência vivenciada, os quais poderão ser comunicados em eventos de extensão e compartilhados com a comunidade escolar.

Consideramos que essa atividade priorizou também o protagonismo do professor e do futuro professor no seu processo de aprender, ensinar e se desenvolver profissionalmente. Discutir sobre processos de ensino e aprendizagem de Estatística com os participantes dessa ACIEPE buscou contribuir para ampliar o repertório de conhecimentos sobre a Matemática nos anos iniciais de modo que os participantes pudessem relatar suas práticas, elaborar atividades, analisar e refletir sobre implementação delas em sala de aula e avaliar teórica e metodologicamente seu alcance no processo de aprendizagem dos estudantes.

Além disso, como essa Atividade de Extensão, cumpri com os princípios indissociáveis de ensino, pesquisa e extensão da Universidade, os participantes foram convidados a colaborar com a produção de dados para pesquisas e, concordaram, tomando conhecimento do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Não havia impedimento em participar da extensão para aqueles que não concordassem em disponibilizar dados para a pesquisa, mas todos os participantes concordaram com a disponibilização de dados, bem com a utilização de suas iniciais na divulgação dos dados.

A Aciepe teve como público alvo, Licenciandos do Curso de Pedagogia, Matemática, Educação Especial e outros interessados, Professores da Educação Infantil, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e professores de Matemática da rede pública e particular. Em especial, devido à realização dos encontros de forma remota, interessados de diferentes localidades s puderam se inscrever e participar, fato antes impossível em tempos de encontros presenciais, quando se atingia interessados que residiam e/ou atuavam próximos da universidade.

Inscreveram-se na ACIEPE, 27 pessoas, sendo 7 estudantes da graduação da UFSCar e 20 participantes externos (professores da educação básica e/ou estudantes do ensino superior de outros cursos da universidade e outras universidades brasileiras, pós-graduandas da UFSCar e de outros programas de universidades públicas e privadas). Concluíram as atividades 20 participantes, sendo 4 estudantes da Universidade Federal e 16 participantes externos. O motivo da desistência dos demais foi a dificuldade em conciliar as atividades de trabalho e/ou estudo com as demandas da ACIEPE.

Desses participantes que concluíram a ACIEPE, 19 são do sexo feminino e 1 do sexo masculino. Quinze participantes residiam no estado de São Paulo, três no estado de Minas Gerais, 1 no estado do Espirito Santo e 1 participante no estado do Maranhão. Quanto à formação inicial, tínhamos um grupo bem variado: 4 participantes cursavam Pedagogia na Universidade Federal, e 3 cursavam a Licenciatura em Educação Especial, também em educação especial, 7 participantes tinham graduação em Pedagogia e 4 em Matemática e 2 participantes, possuíam duas graduações: Pedagogia e Matemática.

Durante os encontros on-line, via plataforma "Google - Meet", ocorreram debates e estudos, que levaram a discussões sobre a importância de graduando, professores e pesquisadores participarem de um grupo como o que foi organizado para discutir a Estatística no início da escolarização. Ao longo do período da Aciepe forma produzidas várias narrativas orais e escritas, mas para esse artigo, selecionamos, como já anunciado, a narrativa escrita que teve como "disparador" o convite para narrar: "O que é Estatística?", que passa a ser analisada a seguir.

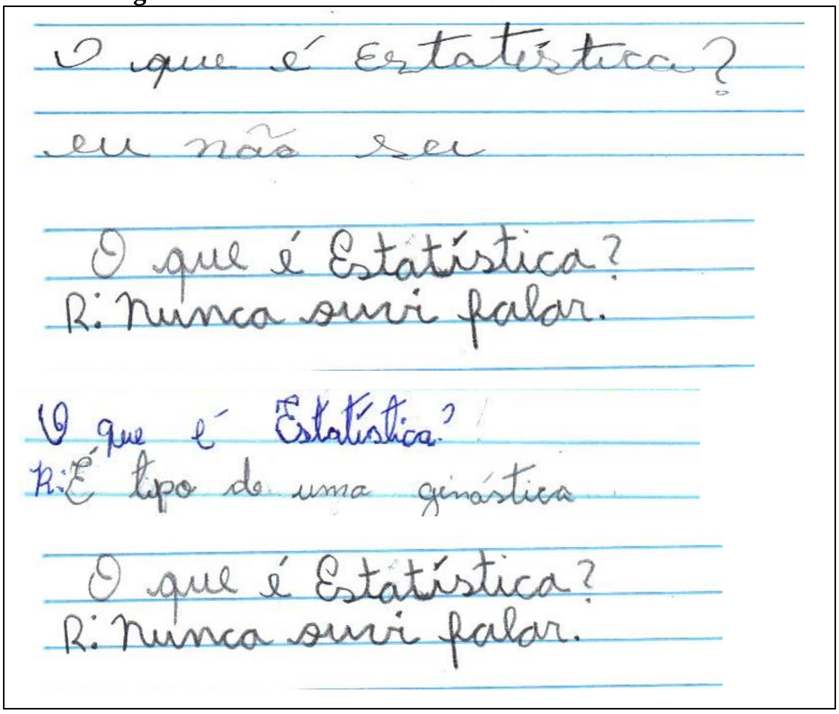
O que é Estatística?

Essa foi nossa "provocação" ou uma expressão disparadora de narrativas em nosso primeiro encontro. O objetivo não era responder à questão, mas nos provocar para podermos refletir sobre o que sabíamos sobre o tema e as motivações para a participação, num encontro que tinha por objetivo discutir a temática, ou como nos diz Larrosa (2018), "algumas coisa para ler e algumas instruções para escrever com a esperança de encorajar (na leitura e na escrita) aquela coisa inexprimível que chamamos de pensamento" (p. 19).

Para iniciarmos, trouxemos excertos das ideias de uma turma do 4.º ano sobre isso. Ao serem indagados: O que é Estatística?[3] dos 29 estudantes presentes, 9 relataram que 9 relataram que ―não sabiam do que se tratava, 12 responderam que ―nunca ouviram falar nessa palavra e 4 deles, segundo nossa interpretação, ousaram apresentar suas ideias, dizendo, por exemplo, que "é um tipo de ginástica" (figura 1).

[3] Mais detalhes sobre esse trabalho podem ser encontradas em: CONTI; PEREIRA, 2012.

Figura 1: Ideias de estudantes do 4.º ano sobre Estatística


O que é Estatística?
eu não sei

O que é Estatística?
R: nunca ouvi falar.

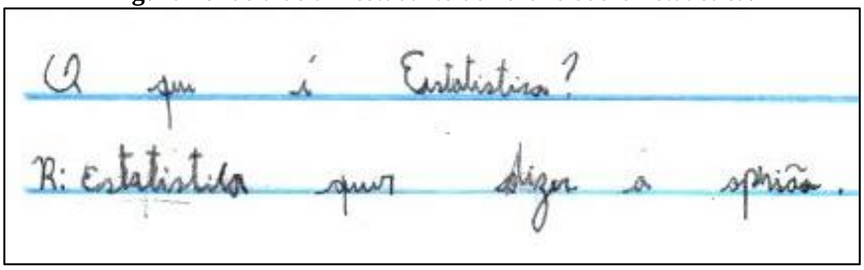
O que é Estatística?
R: É tipo de uma ginástica

O que é Estatística?
R: nunca ouvi falar.

Fonte: Arquivo das pesquisadoras.

Alguns dos estudantes (4 deles) também apresentaram ideias que se aproximam de alguma forma, das ideias da Estatística, como por exemplo, o estudante que apresenta que "Estatística quer dizer a opinião" (Figura 2).

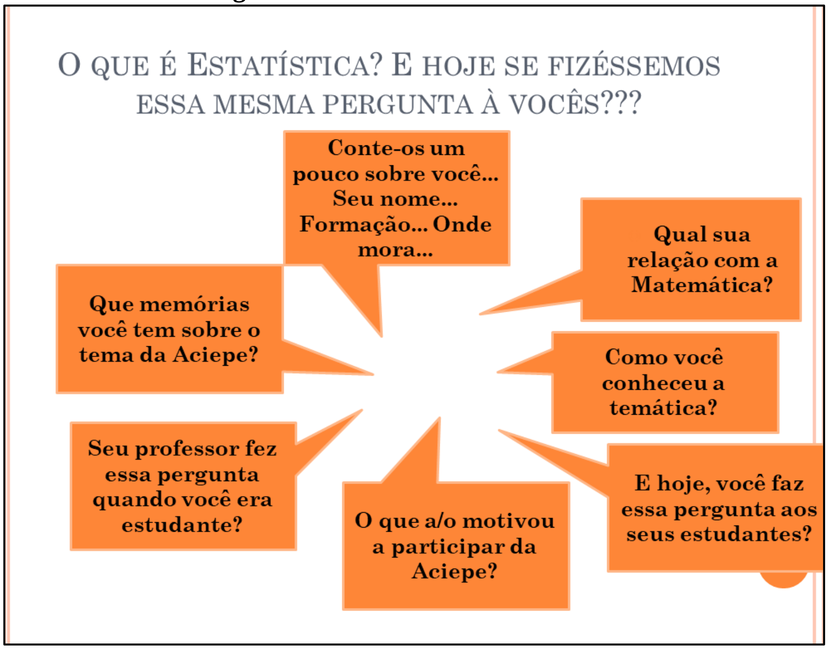
Figura 2: Ideia de um estudante do 4.º ano sobre Estatística.


O que é Estatística?
R: estatistica quer dizer a opinião.

Fonte: Arquivo das pesquisadoras.

Depois do encontro, os participantes também foram convidados a escrever sobre a indagação, mas à pergunta "O que é Estatística", juntaram-se outras, resgatando suas memórias, suas trajetórias enquanto estudante, suas escolhas para formação, sua carreira, sobre o que conversamos durante o encontro e sobre o que quisessem narrar, conforme figura a seguir.

Figura 3: Primeiro convite à narrativa



Fonte: Arquivo das pesquisadoras

A proposta de escrita narrativa à partir desse questionamento, provocou inquietações, permitiu que explicitassem episódios marcantes que vieram à memória e que talvez não fossem acionados se a pergunta não tivesse sido feita e se as respostas apresentadas pelos estudantes do 4º ano não tivessem sido compartilhadas.

A maior parte dos professores narraram que nunca perguntaram os seus alunos o que era Estatística, como revela o excerto a seguir:

> E é interessante lembrar que nunca questionei aos alunos sobre o que é a Matemática e, muito menos, sobre o que é Estatística. Eu me senti bastante provocada por essa pergunta feita no primeiro encontro. Me fez refletir bastante sobre como, às vezes, eu assumo que isso poderia ser algo que os alunos já teriam conhecimento prévio e, imagino que assim como foi para mim, não seja. Creio que essas perguntas sejam excelentes pontos de partida para um início de ano, em que eu possa averiguar não apenas o conhecimento matemático das turmas, como também, a escrita. (Trecho do Primeiro convite à narrativa de N. S.[4])

Apenas duas das participantes relataram que já haviam se deparado com a questão “O que é Estatística?”. Uma delas narrou que a sua professora, que ela considerava maravilhosa e muito querida, perguntou o que a turma achava que era Estatística. Já a outra participante, que relatou que assim como “todos da classe, eu não tinha conhecimento do assunto” (Trecho do Primeiro Convite à Narrativa de L. M.).

Também pudemos notar, que ao narrar sobre essa questão, os participantes, trazem questões a respeito do ensino em si, como por exemplo,

[4] Os participantes que quiseram preencheram um TCLE, aceitando participar da pesquisa e autorizaram o uso de suas narrativas desde que preservado o anonimato e devido a isso usamos suas iniciais.

> "No meu tempo de estudante o professor não fazia perguntas para o aluno, ele era o centralizador das informações e, não podia haver questionamentos por parte dos alunos sobre tal atividade" (Trecho do Primeiro Convite à Narrativa de L. P.)

E suas recordações sobre o ensino (ou não) da temática

> "No segundo ano do Ensino Médio minha professora abordou o tema juntamente com a apostila do governo e lá tem várias atividades para serem respondidas, essa é minha recordação" (Trecho do Primeiro Convite à Narrativa de T. F.)

> "Não me lembro de qualquer outra justificativa no ensino de Estatística na educação básica que não seja "passar no vestibular" – e muito menos se algum professor me perguntou ou definiu o termo "Estatística". Nesta temática, recordo que havia uma predominância sobre a interpretação de gráficos e tabelas, além de conceitos como média, moda e mediana" (Trecho do Primeiro Convite à Narrativa de M. R.)

> "Quando era criança nunca ouvi falar na palavra Estatística. Só fui entender o que era Estatística quando estava estudando para fazer o vestibular" (Trecho do Primeiro Convite à Narrativa de I. M.)

> "Não tenho muitas recordações dos meus estudos sobre estatísticas no ensino fundamental e médio. Lembro que no Ensino Superior tive uma disciplina de Estatística e Probabilidade em que o Professor ensinava o conteúdo e passava listas de exercícios para resolvermos. Eu sempre gostei de estudar essa área e costumava responder as atividades e ensinar os demais alunos da sala que apresentavam dificuldade em compreender" (Trecho do Primeiro Convite à Narrativa de R. M.)

Na pesquisa de doutorado de CONTI (2015), já havia apontamentos, por meio de leituras como as de Watson (2006), que como a produção de dados e o acaso não tinham lugar de destaque no currículo da Matemática escolar até a década de 1990[5], muitos professores, de todos os níveis, não valorizaram os temas a ponto de propô-los a suas turmas em lugar de outros mais tradicionais do currículo da Matemática. Watson (2006), apresenta também que era usual o trabalho com a Estatística e a Probabilidade ser deixado, no planejamento anual, para o final do ano letivo, muitas vezes para preencher o tempo com a situação pedagógica, quando os estudantes e os professores já estavam cansados, ou para ser substituído por outros temas do currículo, caso estes necessitassem de mais tempo. Além da falta de tempo e da falta de convicção de sua importância, Lopes (2010, p. 58) aponta como uma das causas da ausência dessa temática no trabalho com os estudantes a "falta de domínio teórico-metodológico do professor sobre os conceitos estatísticos e probabilísticos". Isso parece ser reafirmado a partir das narrativas dos participantes, quando narram pouco contato com a temática ou um ensino com finalidade única de aprovação em provas.

Batanero (2001, p. 6) também aborda essa problemática: quando cita os professores da Escola Básica, menciona que "na prática ainda são poucos os professores que incluem

---

[5] Watson se refere aos Estados Unidos, mas podemos considerar esta época também no Brasil, pois foi a época da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (*PCN)*.

este tema [Estatística] e em outros casos o tratam muito brevemente ou de forma excessivamente formalizada".

Quando mencionamos em nossa proposta de Aciepe, a questão curricular, consideramos importante os participantes conhecerem os currículos, sua implantação ao longo do tempo e influência e nesse sentido, para nossos estudos, podemos mencionar os *Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil* (BRASIL, 1998), os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997), *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC* (BRASIL, 2014) e mais recentemente a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017, 2018).

Resgatamos que no Brasil, devido aos reflexos do movimento de inclusão da Estatística no currículo de Matemática, no final da década de 1990, com a publicação dos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (BRASIL, 1997), foi incorporado oficialmente o "Tratamento da Informação" como um dos blocos de conteúdos da estrutura curricular de Matemática, que apresenta o currículo mínimo da Matemática para as diversas faixas etárias dos estudantes, da Educação Infantil ao Ensino Médio.

Em 2017, com a promulgação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017), no que diz respeito à Estatística, "a incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática Probabilidade e Estatística" (p. 230).

Nosso texto de estudo, abordou: "O lugar da Educação Estatística na Base Nacional Comum Curricular – BNCC – para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental" (VILAS-BOAS; CONTI, 2018, p. 989).

Com relação ao estudo da temática, as autoras, à luz do documento apontam:

> No que concerne ao estudo de noções de Probabilidade, a BNCC nos aponta que a finalidade para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental "é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis" (BRASIL, 2017, p.272). O documento ressalta, também, que é importante que os alunos dos anos iniciais verbalizem, por meio de "eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral" (BRASIL, 2017, p.272).
> Com relação à Estatística, o documento destaca que os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. A leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados (BRASIL, 2017, p.273). O documento sugere que os problemas de contagem devem, inicialmente, privilegiar aqueles cujas soluções possibilitem a descrição de todos os casos possíveis, mediante a utilização de esquemas ou diagramas. À medida que os conhecimentos vão se ampliando, deve-se apresentar

> problemas que envolvam a aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo. (VILAS-BOAS; CONTI, 2018, p. 990).

Consideramos importante que o professor conheça o que é proposto curricularmente para cada ano do Ensino Fundamental (no nosso caso de estudo, nos Anos Iniciais), como um passo importante para identificar e compreender como pode se dar o trabalho dentro da Unidade Temática Probabilidade e Estatística, para os cinco primeiros anos do Ensino Fundamental.

Embora a questão curricular seja importante, concordamos e destacamos as reflexões de Vilas-Boas e Conti (2018), quando mencionam que isso não garante que eles sejam ensinados.

> O fato de conteúdos estatísticos e probabilísticos fazerem parte dos currículos oficiais não significa que sejam ensinados nos diversos níveis escolares. No Brasil, já fazem parte do currículo desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) e foram reafirmados com a publicação da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017). A inclusão de Estatística e Probabilidade apenas como mais conteúdos a serem estudados na escola, dando ênfase à parte descritiva, não leva, obrigatoriamente, o estudante a desenvolver o pensamento estatístico e probabilístico. (VILAS-BOAS; CONTI, 2018, p. 1000).

Concordamos com Vilas-Boas e Conti (2018), e destacamos também "a importância dos profissionais da educação na condução do processo de implantação do currículo, o que pode permitir ações mais articuladas e mais coerentes com uma educação emancipadora" (p. 1001).

Como repercussão específica desse momento de discussões e estudo, tivemos uma participante que resolveu fazer o mesmo questionamento aos seus estudantes e compartilhar no grupo:

> Como comentei durante nosso primeiro encontro da Aciepe, não tive a oportunidade de perguntar aos meus alunos o que eles compreendem como sendo "estatística", mas me fez refletir sobre os motivos pelos quais eu ainda não havia feito isso. Dessa forma, analisando o contexto dos estudos em Matemática trabalhados durante a semana consegui encaixar essa questão aos alunos e obtive áudios e vídeos das respostas de cada um como, por exemplo:
> Aluno 1: Eu acho que estatística é uma coisa que fica parada.
> Aluno 2: Estatística é uma coisa que todo animal pode ter, tipo quem pula mais alto, quem voa mais rápido. Ah, essas coisas.
> Aluna 3: Estatística são dados que são analisados igual na TV.
> A partir disso é importante que se faça uma análise dessas respostas e busque compreender o que as crianças acreditam que seja e, principalmente, entender essa base de conhecimentos prévios de cada uma delas. (Trecho do Primeiro Convite à Narrativa de J. F.)

Consideramos que, mesmo um pequeno questionamento, "O que é Estatística?" já produziu reflexões na participante e de alguma forma, atingiu seus estudantes e podem resultar novas aprendizagens para a sala de aula. As narrativas parecem ter provocado mudanças na prática docente dessa professora a tal ponto que ela levou o mesmo questionamento ocorrido para sua turma. A experiência vivida pela professora durante a Aciepe fez com que ela revisse sua prática pedagógica, indicando disponibilidade para mudança.

Algumas considerações

Pode-se dizer que a ACIEPE atingiu seus objetivos de integração do ensino, pesquisa e extensão, reforçando sua indissociabilidade e foi além deles, pois, se considerarmos que os doze professores participantes dessa Atividade de Extensão lecionam, em média, para cerca de 30 alunos, em diversos municípios brasileiros, a atividade atingiu, indiretamente, cerca de 360 alunos da rede pública de ensino, considerado como um público alvo, que poderão vivenciar outras possibilidades de aprendizagem de Estatística.

Além disso, consideramos que o desenvolvimento desta pesquisa possibilitou a ampliação da competência teórica e metodológica dos envolvidos: das pesquisadoras, de pós-graduandos, de professores escolares e futuros professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental, criando ou ressignificando compreensões, ações e reflexões que se inseriram no Ensino, na pesquisa e na extensão. Além disso destacamos o papel da narrativa como mediador na formação e desenvolvimento profissional do professor, possibilitando ao futuro professor, a reflexão para as práticas futuras, ao professor ajudando a minimizar a angústias, principalmente no início da docência, e também o papel auto-formador delas, destacando o conhecimento produzido pelos professores e possibilitando o compartilhamento com outros professores.

Referências

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada: Servicio de Reprografia de la Facultad de Ciencias. Universidad de Granada, 2001. Disponível em: <http://www.ugr.es/~batanero/proyecto.html>. Acesso em: 19 set. 2004.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994. 336p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: Educação Estatística / Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CLANDININ, D. J.; CONNELLY, F. M.. **Pesquisa narrativa:** experiência e história em pesquisa qualitativa. Tradução: Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores ILEEI/UFU. Uberlândia: EDUFU, 2011.

CONTI, K. C., **Desenvolvimento profissional de professores em contextos colaborativos em práticas de letramento estatístico**. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Campinas-SP, 2015.

CONTI, K. C.; PEREIRA, E. L. . Auxiliando o desenvolvimento do pensamento estatístico de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental: construindo o gráfico dos aniversariantes. In: I Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática, 2012, Itatiba**. Anais do I Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática,** 2012. p. 1-11.

GALVÃO, C. Narrativas em Educação. Bauru: **Ciência & Educação**, 2005, v. 11, n. 2, p. 327-345.

LARROSA, J. **Esperando não se sabe o quê:** sobre o ofício de professor, ed. Belo Horizonte: Autêntica 2018.

LOPES, C. A. E. Os desafios para Educação Estatística no currículo de Matemática. In: LOPES, Celi E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOUD, S. A. **Estudos e reflexões em Educação Estatística. Campinas:** Mercado de Letras, 2010.

NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. (Org.). Grupo Colaborativo em Geometria: uma trajetória... uma produção coletiva. In: **Experiências com Geometria na Escola Básica**: narrativas de professores em (trans)formação. 1. ed. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

NACARATO, A.; PASSEGGI, M. C. Narrativas autobiográficas produzidas por futuras professoras: representações sobre a matemática escolar. **Rev. educ**. PUC-Camp., Campinas, 18(3), p. 287-299, set./dez., 2013.

PASSOS, C. L. B.; OLIVEIRA, R. M. M. A.; GAMA, R. P. Práticas potencializadoras do desenvolvimento profissional docente: atividade de ensino, pesquisa e extensão. In: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (Org**.). Práticas de formação de pesquisas de professores que ensinam matemática.** Campinas: Mercado de Letras, 2009.

REIS, P. As narrativas na formação de professores e na investigação em educação. **NUANCES**: estudos sobre Educação, 15(16), 17-34, 2008. Disponível em: < file:///E:/Documentos/UFSCar/174-671-1-PB.pdf> . Acesso em: 14 abril 2021.

VILAS BÔAS, S. G., CONTI, K. C. (2018). Base Nacional Comum Curricular: um olhar para Estatística e Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental . **Ensino Em Re-Vista,** 25(4), 984-1003. Disponível em: http://www.seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/46453

WATSON, J. M. **Statistical literacy at school:** Growth and goals. Mahwah-NJ: Lawrence Erlbaum, 2006.

O fenômeno das *fake news* e o papel dos números na comunicação

The fake news phenomenon and the role of numbers in communication

Leandro de Oliveira Souza
Universidade Federal de Uberlândia
olilean@gmail.com

Jussara de Loiola Araújo
Universidade Federal de Minas Gerais
jussara.loiola@gmail.com

Thais Fernanda Pinto
Universidade Federal de Minas Gerais
pthaisfernanda@gmail.com

Resumo
As dinâmicas de comunicação contemporâneas e discursos propagados por notícias falsas, notícias que se utilizam de argumentos matemáticos e estatísticos para nortear, moldar e refletir a opinião pública e o pensamento popular, a partir de informações manipuladas, têm se tornado um fenômeno social preocupante. Objetivou-se, nesta investigação, identificar e compreender concepções de professores de Matemática e de licenciandos de cursos de Matemática sobre o papel dos números em um vídeo cujo conteúdo é exposto, em formato jornalístico, a partir de uma crítica política. O estudo empregou uma abordagem qualitativa de pesquisa com reuniões em grupos focais, videogravadas e posteriormente transcritas. A análise reportada neste texto deu-se sobre os discursos dos participantes da investigação, que refletiram sobre a análise política de um jornalista, divulgada em seu canal da plataforma de vídeos YouTube. O vídeo em questão tem como protagonista um conhecido profissional brasileiro que utilizou argumentos matemáticos e estatísticos em sua narrativa. Categorias emergiram da interação e dos discursos dos sujeitos, motivados por esse vídeo, evidenciam suas concepções de como os números podem ser utilizados para manipular opiniões e convencer o público sobre pontos de vista sustentados por uma realidade adulterada. A presença de tais concepções sugere a necessidade de estudar os ambientes de comunicação nos tempos atuais, a partir da Educação Matemática e Estatística, o que também é preconizado na *Base Nacional Comum Curricular*.

Palavras-chave: Democracia; Educação Matemática; Educação Estatística; Poder político da Matemática.

Abstract
Contemporary communication dynamics and discourses propagated by false news, news that use mathematical and statistical arguments to guide, shape and reflect public opinion and popular thought, based on manipulated information, have become a worrying social phenomenon. The aim of this investigation was to identify and understand the conceptions of Mathematics teachers and Mathematics undergraduate students about the role of numbers in a video whose content is exposed to them, in journalistic format, based on a political criticism. This study employed a qualitative research approach with enterview in group meetings, which was videotaped and later transcribed. Analysis reported in this paper is grounded on the speeches of the research participants, who reflected on the political analysis of a journalist, published in his YouTube video platform channel. The video in question has as its protagonist a well-known Brazilian professional who used mathematical and statistical arguments in his narrative. Categories emerged from the paticipants' interaction and speeches, motivated by this video, and show their conceptions of how numbers can be used to manipulate opinions and convince public opinion about points of view supported by an adulterated reality. The presence of these conceptions, suggest the need to study the communication environments in current times, on both Mathematics and Statistics Education, which is also recommended in the braziliam Common National Curricular Base.

Keywords: Democracy; Mathematics Education; Statistical Education; Political Power of Mathematics.

Introdução

A capacidade de expressar-se e a liberdade para fazê-lo são direitos indispensáveis em sociedades democráticas. Na educação brasileira, esse direito é referendado nas competências gerais da *Base Nacional Curricular Comum* (BNCC) (BRASIL, 2018, p. 9), que guia a formação dos estudantes e implica no direcionamento dos conteúdos e das abordagens pedagógicas nas diversas áreas do conhecimento. A expectativa posta por esse documento é de que, ao longo da escolarização, os estudantes aprendam a "valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade". Além disso, que aprendam a agir individual e coletivamente, tomando decisões com base em princípios éticos, sustentáveis e solidários, e assim saibam colaborar para a construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

Para Valero (2015), a formação de uma competência democrática deveria ser entendida como a capacidade de inter-relacionar uma série básica de conhecimentos, de modo a ser capaz de analisar criticamente discursos de autoridades, enfrentar injustiças, fazer críticas sociais a partir de uma visão política e zelar pelo questionamento das estruturas de poder na sociedade. Essa competência vincula-se à capacidade dos sujeitos de manterem boas relações de comunicação e serem críticos aos conteúdos a que são expostos. No caso deste texto, referimo-nos aos conteúdos de Matemática e de Estatística com foco na ética e na democracia que, como entendemos, são indissociáveis, porque uma regula a outra e vice-versa.

Na sociedade atual, vimos ampliadas as formas de relacionamentos por meio de redes sociais, o que nos leva a ampliar também as discussões aqui apresentadas para esse meio. Em particular, a veiculação, em redes sociais, de informações falsas que se utilizam de argumentos matemáticos em seus discursos, que podem desestabilizar o desenvolvimento da competência democrática. Por isso se faz necessário um estudo sobre tais discursos.

Para esta pesquisa fomentamos uma discussão, em grupos focais, a partir da exposição, aos participantes, de um vídeo que trazia uma crítica política em formato jornalístico. O material exposto continha números e dados falsos. A partir dessa discussão tivemos por objetivo identificar e compreender quais eram as concepções de professores de

Matemática e de alunos de cursos de licenciatura em Matemática acerca do papel dos números no material exposto a eles. Os encontros foram videogravados e a análise deu-se sobre os discursos que emergiram quando os sujeitos interagiam e refletiam sobre o trecho de um vídeo que foi divulgado em um canal da plataforma YouTube. Os resultados aqui expostos, obtidos por meio das discussões nos encontros, têm relação com a percepção que os participantes verbalizaram sobre as intenções comunicativas e o uso dos números por parte do jornalista. Na próxima secção traremos uma discussão sobre os cenários de comunicação contemporâneos e então voltaremos à metodologia da pesquisa.

Os cenários de comunicação contemporâneo

Até pouco tempo, a produção de conteúdos de informação era restrita aos veículos de comunicação, que os disseminavam por meio das mídias de massa (televisão, jornais e rádios). Atualmente, tudo isso pode ser — e é — feito por qualquer organização ou indivíduo interessado em propagar uma ideia, ideologia ou crença pessoal (ROMANINI; OHLSON, 2018). Em decorrência da popularização das ferramentas tecnológicas, as formas de interações entre indivíduos se modificaram e se estenderam à internet e às redes sociais. Esse fenômeno, que ampliou as possibilidades de expressar-se e, por algum tempo, foi visto como fascinante do ponto de vista do fortalecimento das relações democráticas, de forma controversa gerou uma abundância de informações, o que também causa um efeito oposto: a desinformação, que é aquela informação falsa, dada com o propósito de confundir, induzir ao erro ou dar uma falsa imagem da realidade.

De acordo com Prior (2019), essas novas formas de comunicação trazem consigo, para a sociedade contemporânea, grandes preocupações que se ampliam na política e, por vezes, colocam em risco o próprio regime democrático. Isso porque o sistema de comunicação, alimentado por narrativas baseadas em dados ou números falsos, visa atender a interesses políticos e/ou econômicos particulares e questionáveis. Essa forma de agir confunde a população e faz com que os indivíduos percam a capacidade de compreender problemas que permeiam suas vidas. Dessa maneira, as pessoas passam a ter dificuldades para tomar decisões coletivas, visando ao bem comum, e para agir sobre os problemas locais que causam injustiças sociais.

Essas formas de interação social contemporânea trouxeram com elas desafios para as escolas e para os processos educacionais. Esse reflexo pode ser visto na BNCC (BRASIL, 2018), que, na área de Língua Portuguesa, preocupa-se diretamente com a orientação sobre a questão da confiabilidade das informações, com a proliferação de *fake news*, com a manipulação de fatos e opiniões e com a disseminação de discursos de ódio nas mídias sociais. Neste texto, designaremos por *fake news* uma narrativa com características jornalísticas, embasada em dados matemáticos falsos. A BNCC sugere que os professores desenvolvam, com seus alunos, habilidades de comparação e análise de notícias em diferentes fontes e mídias. Além disso, com relação à propagação dos discursos de ódio, o documento orienta que os professores atentem para o desenvolvimento de habilidades relativas ao trato e ao respeito com o diferente; para a participação ética e respeitosa em discussões; e para a consideração do debate de ideias. Esses itens fazem parte de muitas das competências descritas ao longo do documento nas mais diversas disciplinas.

Na seção relativa ao ensino da Matemática, embora não mencione diretamente o trato com as *fake news*, a BNCC sugere que se desenvolvam, com os estudantes, competências matemáticas ligadas ao raciocínio, à representação, à comunicação e à argumentação, conjuntamente com a potencialização do pensamento computacional, com foco numa formação colaborativa, ética e democrática. Além do documento curricular, no campo da Educação Matemática, pesquisas (Borba e Skovsmose, 1997; Hannaford, 1998) evidenciam que a Matemática precisa ser estudada como ferramenta discursiva com objetivos políticos, pois ela implica uma problemática para a democracia, quando o seu mau uso leva a certezas equivocadas e a falsas conclusões.

Reflexões críticas sobre uso de dados apresentados na forma de números, tabelas ou gráficos, também são feitas na Educação Estatística. Kleine (2020) desenvolveu uma pesquisa com alunos de ensino médio na qual os estudantes produziram uma reportagem jornalística. Suas conclusões apontam a importância não apenas de uma ruptura com a concepção de estatística como um adestramento nas habilidades de cálculos matemáticos, como também da simples produção de gráficos para explorar a comunicação de dados num cenário de investigação. Para a pesquisadora, é preciso uma formação mais crítica. A pesquisa que apresentamos neste texto parte da ideia de que notícias, que se utilizam de argumentos matemáticos, podem ser usadas como objeto motivador para iniciar uma investigação sendo importante que a Matemática veiculada seja contestada.

Com foco na temática *fake news*, investigamos com maior profundidade as seguintes questões: como professores e estudantes de licenciatura em Matemática enxergam o papel dos números em uma argumentação jornalística com viés político? Como eles agiriam diante de números que dão sustentação à informação? Aprofundar o conhecimento sobre essas respostas se faz necessário para compreender o papel da Educação Matemática e da Educação Estatística nos ambientes de comunicação contemporâneos.

Metodologia

Para participarem deste estudo foram enviados convites para professores de Matemática que lecionavam na Educação Básica e estudantes de cursos de licenciatura em Matemática. Voluntariaram-se para esta pesquisa 12 professores que atuavam em redes municipais, estaduais e particulares de ensino em diferentes regiões do País. Os professores estavam lotados nos munícipios de Belo Horizonte (MG), Recife (PE), Manaus (AM), Contagem (MG), Ribeirão das Neves (MG), Monte Alegre de Minas (MG) e São Brás do Suaçuí (MG). No grupo de estudantes, voluntariaram-se 11 para participar da investigação – alunos da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e da Universidade Estadual Paulista (UNESP).

Inicialmente, cada professor e cada estudante foi entrevistado individualmente em um encontro remoto por meio da plataforma *Microsoft Teams*. Tais entrevistas foram videogravadas e posteriormente transcritas. Os objetivos principais dessas entrevistas foram: traçar um perfil profissional dos participantes; compreender o contexto de atuação; levantar as concepções sobre o que eles consideravam boas abordagens de ensino; levantar o que conheciam sobre a temática *fake news*; sondar as abordagens pedagógicas empregadas em suas aulas; e conhecer suas opiniões sobre a introdução de temas políticos nas aulas de Matemática. Além das entrevistas individuais, cada uma com a duração de aproximadamente 1 hora e 30 minutos, foram realizados três encontros coletivos com cada um destes dois grupos: o de professores e o de estudantes da licenciatura. Os encontros, de aproximadamente 2 horas de duração, foram organizados na concepção metodológica de grupo focal (TRAD, 2009) e realizados também remotamente, por meio da plataforma *Microsoft Teams*.

De acordo com Gatti (2005), no trabalho com grupos focais são realizadas discussões coletivas sobre uma temática em que os participantes partilham, preferencialmente, de características comuns que o qualificam para a discussão pretendida.

A utilização de grupos focais permite ao pesquisador

> compreender processos de construção da realidade por determinados grupos sociais, compreender práticas cotidianas, ações e reações a fatos e eventos, comportamentos e atitudes, construindo-se uma técnica importante para o conhecimento das representações, percepções, crenças, hábitos, valores, restrições, preconceitos, linguagens e simbologias prevalentes no trato de uma dada questão por pessoas que partilham trações em comum, relevantes para o estudo do problema visado (GATTI, 2005, p. 11).

Dessa maneira, o emprego dessa concepção metodológica mostrou-se adequado para alcançar o objetivo da investigação relatada neste texto.

As experiências do grupo de professores eram das mais diversas. Havia desde professores que estavam iniciando a carreira na docência, até aqueles com mais de 20 anos de experiência. Professores atuantes em escolas públicas, consideradas por eles de excelência, e/ou particulares, em zonas periféricas, em cidades do interior e com população menor do que quatro mil habitantes, e em grandes capitais.

Em relação aos estudantes dos cursos de licenciatura em Matemática, havia no grupo desde alunos iniciantes, matriculados no primeiro semestre do curso, até concluintes. A maioria estava cursando disciplinas a partir do meio do curso. Muitos deles, no momento da pesquisa, ou estavam vinculados ou já haviam participado de programas de formação de professores, dos estágios supervisionados ou de outros programas de extensão e pesquisa. Ou seja, de alguma forma, a maioria já tinha tido contato com a docência.

A coleta de informações ocorreu durante as interações entre os participantes depois que os grupos eram expostos a notícias falsas coletadas em *sites* de agências jornalísticas de *fact checking*. Os grupos focais foram conduzidos de forma a incentivar a comunicação e a interação entre os sujeitos. No relato deste artigo, nos concentraremos em como os participantes compreendiam o papel dos números que apoiavam uma crítica política apresentada em formato jornalístico.

Os encontros foram conduzidos por um mediador responsável, acompanhado de uma mediadora substituta, que atuava no caso de problemas de conexão na internet do primeiro mediador. Durante a interação do grupo focal, informações foram colhidas ao longo da discussão sobre o vídeo postado em um canal da plataforma YouTube. Como apoio para encorajar a discussão, perguntas foram estruturadas previamente. Os encontros foram videogravados e os diálogos transcritos. Além dos dois mediadores, outros quatro pesquisadores iniciantes participaram como observadores, fazendo também anotações em diário de campo. Nomes fictícios foram usados neste texto para preservar a identidade desses participantes.

As anotações foram objeto de análise em encontros posteriores da equipe (mediadores e observadores), e categorias emergentes foram levantadas e exploradas pelo grupo a partir das anotações e, posteriormente, pela análise das videogravações. Nas interações com os grupos buscávamos recolher informações sobre as percepções, as crenças e as atitudes que se davam sobre comunicações que faziam uso de argumentos matemáticos. A análise reportada neste texto tem uma característica interpretativa a partir dos diálogos emergentes da interação dos participantes. A partir de nosso olhar para os dados, selecionamos os excertos que faziam referência a dados estatísticos e aos números na ordem em que eles apareceram nos diálogos. Depois disso, conforme a similaridade do conteúdo exposto pelos participantes nas suas reflexões, reagrupamos os excertos em quatro categorias analíticas que apresentaremos após contextualizarmos o estudo.

Uma comparação dos cenários das mortes nos anos de 2019 e 2020

O contexto de discussão do grupo focal foi construído a partir da exposição de um vídeo[1] veiculado no canal do YouTube do jornalista e influenciador digital Alexandre Garcia. O trecho exibido faz parte de uma crítica que se fundamentou em argumentos matemáticos para criar uma narrativa sobre um suposto decréscimo no número de óbitos no Brasil no ano de 2020, ano de início da pandemia causada pela Covid-19, quando comparado com o número de óbitos no ano de 2019.

[1] O vídeo estava disponível no canal do jornalista Alexandre Garcia: https://www.youtube.com/channel/UCitie-To0pWGe5Qyk9SjWRA. Entretanto, no dia 8 de abril de 2021, foi determinada, pelo Supremo Tribunal Federal, a instalação da Comissão Parlamentar de Inquérito (CPI) da Pandemia no Senado Federal. Posteriormente à instalação da CPI, alguns vídeos publicados no canal foram apagados e outros tornados particulares. Esse é o caso dos vídeos utilizados nesta pesquisa. Informação disponível em: https://ultimosegundo.ig.com.br/politica/2021-05-05/alexandre-garcia-apaga-e-esconde-videos-negacionistas-sobre-vacina-e-covid-19.html. Acesso em: 25 maio 2020.

O termo "influenciador digital" refere-se ao sujeito que, na sociedade contemporânea, trabalha com a produção e a divulgação de conteúdos em plataformas digitais como o YouTube, por exemplo. De acordo com Karhawi (2017, p. 3), "os influenciadores são aqueles que têm algum poder no processo de decisão de compra de um sujeito; poder de colocar discussões em circulação; poder de influenciar em decisões em relação ao estilo de vida, gostos e bens culturais daqueles que estão em sua rede". As pessoas que acessam seus canais de comunicação costumam confiar em sua opinião. A escolha do excerto discutido aqui pautou-se no uso de argumentos matemáticos, por parte do jornalista para validar uma opinião e dar confiabilidade a ela.

Alexandre Eggers Garcia é um conhecido jornalista brasileiro que atuou como apresentador e colunista de política por mais de 30 anos em uma das maiores empresas de comunicação no Brasil, a Rede Globo. Nessa empresa, que incorpora uma emissora de televisão, Alexandre Garcia, além de ter atuado como diretor de jornalismo, apresentava e comentava notícias nos principais jornais da emissora. Garcia possui um canal na plataforma de compartilhamento de vídeos YouTube que, à época da escrita deste texto, contava com aproximadamente 1,84 milhões de inscritos. Ele é considerado, por alguns canais de comunicação, um dos dez maiores influenciadores digitais de direita[2] no cenário político brasileiro.

Em relação à sua atuação no canal, é complexo compreender o papel profissional que Alexandre Garcia exerce em cada momento das suas narrativas. Ao mesmo tempo que informa, ele também comenta e emite opiniões. O seu histórico de jornalista angaria certa credibilidade ao conteúdo informado. No canal, as notícias são reportadas com um tom jornalístico, acompanhadas de comentários. Sua abordagem é menos formal, se comparada à que Alexandre adotava nos meios de comunicação mais tradicionais nos quais trabalhou. Nas apresentações atuais, a aproximação com o ouvinte é feita por meio de uma narrativa descontraída, que expõe as opiniões do jornalista.

Os trechos do vídeo, cuja análise foi feita pelos professores e estudantes de licenciatura, foram divulgados por Alexandre Garcia no seu canal durante o período de pandemia em 2020. A seguir, apresentamos a transcrição desse trecho:

---

[2] Informação disponível em: https://catracalivre.com.br/dimenstein/conheca-os-10-maiores-influenciadores-da-direita-no-brasil/ Acesso em: 09 dez. 2020.

> [...] *Eu dei uma olhada, você sabe que toda hora eu olho, a transparência do registro civil no site. Aí eu resolvi comparar as mortes diárias do ano passado e deste ano, e tive uma surpresa. No ano passado houve 4 889 000; neste ano, em 186 dias, 2 000 336. Dividido pelo número de dias do ano passado* [2019], *365 dias, nós temos 13 394 mortes diárias em média no Brasil no ano passado. Neste ano* [2020], *dividindo 2 000 336, até o dia 05* [do mês de julho], *186 dias, temos 12 559 mortes. Estamos com menos mortes diárias neste ano em relação ao ano passado, 835 mortes a menos todos os dias, se a gente comparar. Repito: mortes por dia no ano passado 13 394, mortes diárias neste ano 12 559. Segundo* [pausa e ênfase, com mudança de tom na fala] *o registro de óbito nos cartórios de registro civil. De Brasília, Alexandre Garcia.* (Transcrição de fala publicada em 06 jul. 2020. Recorte do trecho — de 9min53s a 11min33s)

A informação divulgada por Garcia foi checada e contestada pela Agência Lupa[3] em uma reportagem que faz parte de um projeto de verificação de notícias. A contestação afirma que, na hora de extrair os dados do Portal da Transparência do Registro Civil, o jornalista não separou apenas os óbitos, usando um número total de registros de três tipos (nascimento, casamentos e óbitos) para os períodos analisados. Para se ter ideia, o número total de óbitos de pessoas no Brasil, registrados em 2019, foi 1 260 326, segundo os dados do portal [4]*. Esse número é bem menor do que foi informado na narrativa.

Segundo a reportagem, o cálculo de Garcia, que incluiu nascimentos, casamentos e falecimentos – e, com isso, a média de mortes calculada foi distorcida –, não representa a realidade. Ainda de acordo com a agência, em outro vídeo publicado em 7 de julho de 2020, Garcia reconheceu o engano e fez uma correção dos dados:

> *Eu queria pedir desculpas para vocês, porque ontem eu usei números errados. Eu peguei números do Registro Civil, os números estavam lá, mas eram outros registros também além dos registros de óbitos.* (Transcrição de fala publicada em 07 jul. 2020. Recorte do trecho de 2min03s a 3min35s).

Ao refazer as contas, ele concluiu que ocorreram, em média diária, 3 367 mortes em 2019, contra 3 609 em 2020. Com isso, teria havido um aumento de 7,18% no total de óbitos, comparando-se os dois períodos, e não uma queda, como afirmado anteriormente pelo jornalista. A reportagem da agência contesta também essa correção, alegando que "não é correto comparar a média de um ano completo com a média de apenas uma parte do ano posterior", porque os acontecimentos são afetados pela sazonalidade.

Os vídeos publicados por Alexandre Garcia, dado seu antigo vínculo profissional com a Rede Globo e a sua habilidade jornalística, têm sempre grande repercussão e são

---

[3] Disponível em: https://piaui.folha.uol.com.br/lupa/2020/07/15/verificamos-calculo-alexandre-garcia-mortes/ Acesso em: 09 dez. 2020.
[4] Disponível em: https://transparencia.registrocivil.org.br/registros. Acesso em: 22 jan. 2021. *Como esses dados são atualizados com certa frequência, poderá haver pequenas alterações, a depender da data do acesso.

assistidos e compartilhados milhares de vezes. Por essa razão, é provável que as informações matemáticas divulgadas no canal do jornalista também sejam lidas e compartilhadas em outros canais de comunicação milhares de vezes a mais do que as contabilizadas pela plataforma.

Na próxima seção, com um olhar voltado para o nosso objetivo, faremos uma discussão sobre que concepções professores de Matemática e licenciandos dos cursos de Matemática deixaram transparecer acerca dos números utilizados no vídeo apresentado. Apresentamos os dados em 4 categorias construídas pelos pesquisadores.

Categorias emergentes das discussões nos grupos focais

Dados estatísticos e números são de extrema importância quando se deseja informar sobre problemas políticos, questões sociais, desempenho da economia, questões de saúde pública, desempenho da educação, opiniões, segurança pública, entre outros assuntos de relevância social. Contudo, se o comunicador não usa números de maneira apropriada nem palavras redigidas ou expressas com clareza e se os leitores não têm uma adequada compreensão da situação — leitores que saibam o que os números significam no contexto — o resultado de um discurso pode ser tendencioso e assim favorecer grupos, principalmente aqueles que omitem a realidade para disputas políticas.

Seife (2012) e Huff (1993) relatam inúmeras situações que exemplificam como a Matemática e a Estatística podem ser usadas para confundir e enganar, ao divulgar informações, e, assim, criar uma realidade paralela em benefício próprio. Os autores citam como exemplo: erros de medição ou uso de dados imprecisos; seleção de dados favoráveis à tese que se pretende defender; omissão de dados; comparação de coisas que não são comparáveis ou mensuráveis; manipulação de gráficos ou diagramas; correlações de variáveis que aparentemente não têm correlação; estabelecimento de relações de causas sobre coisas que não têm interdependência; números falsos; omissão de riscos com probabilidades; mau uso da média para fazer com que números pareçam maiores ou menores, entre outras.

Na investigação aqui relatada, nas análises feitas tanto pelos professores quanto pelos estudantes, eles reconhecem que os números apresentados na comunicação de Alexandre

Garcia têm um papel essencial na formação de opinião e que o jornalista utilizou algumas das estratégias anteriormente citadas.

Categoria 1 – Utilização de números falsos, erros de cálculos e uso de números extensos sem precisão

Para alguns professores e licenciandos, números falsos e manipulações matemáticas que continham erros de cálculos, além de números extensos, foram usados na argumentação, o que os levou a suspeitar da veracidade das informações. Em suas reflexões, a justificativa dos professores e dos estudantes era de que o jornalista tinha por intenção amenizar um problema e, para isso, é possível que Garcia tenha criado números para sustentar sua narrativa. A professora Valéria levantou a seguinte suspeita:

> *É, tem que ver se esses dados realmente conferem direitinho, né!? Ele pegou esses dados aí, está muito estrondoso para ser verdade. Eu acho que é uma coisa que tem que ser bem estudado, porque esta é uma comparação que está realmente amenizando numa época de pandemia, imagina!?.*

A forma de apresentar os dados – com números extensos – e possíveis erros nos cálculos, segundo a professora Janaína, também trazem dificuldades para quem tenta compreender e fazer uma reflexão sobre o contexto; por isso, na sua opinião, precisam ser objetos de atenção:

> *Então, é um assunto muito sério... tem que ter dados de fontes precisas de órgãos da saúde e de como foi feito esse cálculo. .... Ainda mais nessa ordem de grandezas, tão grandes, que são os milhares, isso confunde muito o público mais leigo. A gente tem que estar atento a essas informações e refazer cálculos. Mas a gente não vai ficar com a calculadora do lado da gente o tempo todo. A gente não consegue. A Matemática às vezes é usada pela grande imprensa para poder maquiar informações.*

O uso de números falsos, a omissão de dados, os erros de cálculos e os números extensos, apresentados com precisão na ordem das unidades, segundo Seife (2012), fornecem aparência de verdade absoluta a uma narrativa e por isso são estratégias comunicativas utilizadas em discursos políticos. Como já afirmamos, Alexandre Garcia admitiu posteriormente, por meio da publicação em outro vídeo, que utilizou números errados, e atribuiu o problema a um engano que ele cometeu no momento da seleção dos dados. Contudo, na sua retratação, o jornalista se isenta de qualquer intenção discursiva com o uso dos números. Na verdade, também não há na narrativa, por parte dele, qualquer comentário que faça relação direta com a doença que estava afetando a população à época. Esse problema deve colocar em alerta professores que ensinam Matemática. Fazer mau uso dos números pode ajudar: a omitir a culpa daquele que produz argumentos tendenciosos; a omitir as variáveis éticas do discurso; e a levar o leitor ou ouvinte a relacionar contextos que não foram relacionados explicitamente, embora houvesse essa intenção.

Categoria 2 – Usar números para omitir riscos e para aumentar a confiabilidade da informação

Para os participantes da pesquisa, o jornalista se baseou em duas estratégias para aumentar a confiabilidade de sua narrativa: usar números e apoiar-se na sua carreira jornalística. Para eles, a narrativa apoiava-se em números, com objetivo de alavancar a confiança da informação em uma situação de incerteza. A estudante Manuela fez a seguinte análise:

> *Ele usa os números de uma maneira bem tendenciosa. Porque independentemente da quantidade de mortes, que é a pauta principal, alimento principal dele, ele coloca isso num momento pandêmico. No momento em que ocorre a entrada de uma doença desconhecida, onde os métodos são desconhecidos, tudo é desconhecido. E aí você pega isso e joga ali números para poder contextualizar nesse momento onde já está todo mundo com muita dúvida*.

As estudantes Laura e Amanda e a professora Elisângela, respectivamente, reforçam a ideia de que os números buscam aumentar a confiabilidade da informação.

> *Eu acho que o papel dos números é para dar mais credibilidade à fala dele.* [Laura].
>
> *Eu sempre escutei muito aquela frase que os números não mentem, né!? Além do que o pessoal colocou; de que ele usou os números para impactar. Acho que para trazer um ar de que era verídico o que ele estava falando.* [Amanda].
>
> *[...] eles usam os números para enfatizar e impactar a notícia, com mais precisão, seja ela para assustar ou para minimizar a situação.* [Eilisângela].

Soma-se, à credibilidade causada pelos números, a percepção de que a autoridade do narrador traz segurança sobre a verdade dos fatos narrados, observação essa que foi assim complementada por Laura:

> *Diante de toda a carreira dele na rede Globo como jornalista e tal. Então, acho que ele já tem esse suporte dessa carreira para passar essa credibilidade nas informações. Então, acho que pouquíssimas pessoas contestam as informações dos cálculos, né!?*

O licenciando Evandro confirma:

> *[...] ele já tem um nome como jornalista e tudo mais, [...] como jornalista da rede Globo, jornalista crítico e tudo mais. Quando ele fala um número, quando ele coloca uma coisa já é mais difícil de você verificar, né!? [...]Ele aumenta a credibilidade dele e diminui a chance de alguém ter a vontade de ir lá e contestar. [...] Acho que é por isso que ele usou tantos números e com tanta certeza.*

De acordo com Borba e Skovsmose (1997), a Matemática e a Estatística costumam ser usadas para dar suporte ao debate político e se tornam parte da linguagem com a qual são apresentadas soluções para problemas sociais e econômicos. Neste sentido, a Matemática torna-se uma linguagem de poder, com a palavra final em muitas discussões. Esse argumento definitivo atribuído à Matemática é denominado pelos autores de "ideologia da certeza". Para eles, é evidente que a Matemática tem uma dimensão política, o que colocaria em desvantagem alunos que não a aprendem. A Matemática é uma das causadoras de injustiça social, uma vez que muitos estudantes têm dificuldade de compreender como se dá a comunicação fazendo uso dos números na sociedade contemporânea. Neste sentido os autores entendem que o enfrentamento à discriminação racial, sexual e socioeconômica dar-se-ia por meio de uma Educação Matemática numa perspectiva crítica.

A partir do cenário da pesquisa, inferimos que discursos embasados em números precisam ser estudados nas escolas por uma perspectiva de desconfiança. É preciso refletir sobre possíveis interesses aos quais tais discursos serviriam. Por quê? Para quê? Por quem? Para quem? A BNCC preconiza que é necessário reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades, das motivações e das preocupações de diferentes culturas para solucionar problemas com impactos no mundo do trabalho. Além disso, na área de língua portuguesa, uma das habilidades a ser desenvolvida com estudantes diz que, ao produzir artigos de opinião, tendo em vista o contexto de produção dado, os alunos deverão assumir uma posição diante de um tema polêmico, argumentar de acordo com a estrutura própria desse tipo de texto e utilizar diferentes tipos de argumentos – de autoridade, comprovação, exemplificação, princípio etc. Aqui, vimos como a autoridade atribuída à Matemática se associa à credibilidade dada ao jornalista para formar opiniões; e por isso essas autoridades necessitam ser questionadas. A Educação Matemática e Estatística precisam se contrapor às autoridades e à própria reputação das duas disciplinas de serem precisas, certas e exatas.

Categoria 3 – Fazer mau uso da média e selecionar dados e/ou variáveis convenientes para defender um ponto de vista

Para os participantes, houve uma fragilidade na conexão dos números com a situação real e na adequação do uso dos conceitos estatísticos. Nos dois grupos, estudantes e professores enfatizaram que a média foi utilizada para minimizar o problema e que as variáveis foram intencionalmente selecionadas também com esse objetivo. A professora Valéria atribui o uso da média, chamado por ela de proporção, a uma estratégia para atenuar os riscos de morte:

> [...] *A proporção aí, ele diminuiu o tanto de mortes de uma forma estrondosa dentro de uma pandemia. Então, é uma coisa assustadora! Amenizar o número de mortos nesse tanto aí, de número diário de 835 mortes por dia, a menos, está bem é assustador, né!?*

A professora Tainara acredita que o comunicador despreza variáveis com objetivo de sustentar o argumento de que a doença não é tão perigosa.

> *Você tem que verificar o tipo de morte. Pode ter diminuído determinadas mortes de acidente por naquele começo* [da pandemia] *ter conseguido um pouco de isolamento, né!? Algumas cidades conseguiram 50%. Mas, mesmo assim, não foi a quantidade de isolamento necessária para o controle da doença.*

O estudante Mário explicita que, na sua concepção, o narrador faz uso indevido da média e despreza variáveis, para dar credibilidade à crença que tenta impor; ele entende que há uma demanda política por trás do discurso:

> *[...] são vários fatores na hora de ter essa conversa sobre a média de mortes diárias.[...] Ele pegar um número que envolve várias variáveis, que não é tão simples de saber analisar esse número. E só dividir fazer a média diária!? É eu acho que tem uma mensagem política e fica um pouco claro."*

Para Jacobbe (2012), o uso adequado da média é um assunto que precisa ser estudado na formação docente. Ele constatou que, embora para os professores seja tranquilo utilizar procedimentos para encontrar tanto a média quanto a mediana, eles têm dificuldades em identificar entre a média ou a mediana qual seria a medida de centro mais representativa de uma situação investigada. O estudo de Jacobbe (2012) indica que, quando professores em formação vivenciam atividades por meio da problematização, estão mais propensos a compreender o conteúdo e assim tomar consciência de como se dá um processo de investigação e comunicação. As reflexões dos participantes mostram que, além do uso adequado, as pessoas precisam ser instruídas sobre as finalidades discursivas de quem faz uso dessas medidas, de modo que possam refletir sobre explanações jornalísticas e políticas. Além disso, a pertinência ou não das variáveis escolhidas também precisa ser estudada a partir das relações com o contexto em que se encontram. Seife (2012) destaca que o mau uso da média costuma ser usado para negligenciar riscos no meio político. No caso desta pesquisa, os sujeitos relacionaram a narrativa do comunicador ao contexto da doença Covid-19 e entenderam que o seu objetivo era omitir variáveis e adequar a média para negligenciar o avanço da pandemia.

Categoria 4 – Comparar coisas que não são comparáveis, fazer correlações forçadas e usar excesso de dados

Professores e estudantes notaram que há, na construção dos argumentos do jornalista, comparações e correlações forçadas, buscando interdependência entre coisas que não têm relação, e também excesso de dados, que na perspectiva deles foram usados para confundir e sustentar os argumentos, apoiando-se na Matemática. A professora Tainara fez a seguinte análise sobre correlações:

> *Quando ele pega o mês de março* [ano de 2020] *foram as primeiras mortes, às vezes em março teve uma ou duas mortes. Então não tem como comparar, as mortes começaram a ficar mais intensas depois de julho. E se ele quisesse fazer isso, ele teria que pegar abril, maio, junho e julho e comparar só esse período com o período anterior. [...]eu acho que é uma análise muito superficial porque ele tem que verificar a morte, o tipo de morte, comparar mês a mês, com o ano anterior.*

No grupo dos estudantes essa questão foi levantada por Bianca:

> *Ele não considerou nada. Ele não considerou catástrofes que a gente teve em 2019. Nada, literalmente nada! Então, eu acho que a falta de variáveis na hora que ele fez os cálculos foi muito irresponsável".*

Além do problema da correlação, Bianca ainda apontou o excesso de dados:

> [...] *Ele vai falando os números, um atrás do outro.... Você não consegue nem raciocinar se está certo, está errado, está seguindo alguma lógica. Ele não usa nenhuma figura para representar o que está falando*.

O estudante Mário reforça a percepção de que os dados não auxiliam na interpretação da informação:

> *Realmente ele vai falando, falando, falando, os números atrás dos números e fica confuso... eu também fiquei confuso com isso, eu só consegui ver os números na hora que a gente viu a transcrição depois, ali na tela.*

A exposição dos dados dessa forma incomodou o estudante pelo teor do conteúdo:

> *Não importa se realmente os números de mortes forem esses mesmos. Forem abaixo da média do ano passado. Não faz diferença! Poderia ser até 10 vezes menor! Não é a quantidade que faz diferença. Está morrendo gente do mesmo jeito, não é a hora de manipular esses números para travar uma guerra política.*

Além dessa reprovação, houve no grupo vários outros comentários que reforçavam o incômodo dos sujeitos com a forma como a Matemática vinha sendo utilizada.

A questão é que, mesmo quando variáveis são dependentes e se correlacionam, é preciso analisar o contexto para verificar o que supostamente provariam. Tomando um exemplo em um outro contexto, poderíamos verificar que o aumento da expectativa de vida estaria relacionado ao aumento da produção de energia eólica e a outras fontes de energia renováveis ao longo do tempo (SEIFE, 2012). Contudo, essa correlação não necessariamente implica em causalidade positiva para a expectativa média de vida. A produção de lixo, de energia por meio de fontes não renováveis, de gases tóxicos, entre outras coisas, provavelmente também aumentou ao longo do tempo assim como a expectativa média de vida. Voltando ao vídeo em questão, uma análise mais profunda do aumento ou do decrescimento do número de mortes deveria levar em consideração que, quando uma medida variável aumenta ou diminui, outras medidas variáveis aumentam ou diminuem também, embora não necessariamente elas tenham relação entre si, pois a causa pode ser externa às variáveis em questão. Os dados apontam que há necessidade de estudar, nas escolas, as correlações de variáveis também por uma perspectiva crítica, principalmente, em processos de comunicação.

Considerações finais

Essa pesquisa empírica identificou e levantou a percepção que professores de Matemática e estudantes de cursos de licenciatura em Matemática têm sobre o uso de números que visam manipular a opinião pública e obscurecer fatos que impactam na vida da sociedade. Temas foram levantados pelos sujeitos e confirmam a percepção de que as informações foram manipuladas, tendo como instrumento central para isso o uso da Matemática e da Estatística.

A investigação embasou-se na concepção de que competências democráticas vinculam-se à capacidade dos sujeitos de manterem boas relações de comunicação e serem críticos aos conteúdos a que são expostos. Analisar criticamente discursos de autoridades, enfrentar injustiças, fazer críticas sociais a partir de uma visão política e zelar pelo questionamento das estruturas de poder na sociedade se faz importante se houver um desejo de formar uma sociedade que busque construir relações mais democráticas.

Os resultados reforçam que é preciso um olhar da Educação Matemática para as estruturas comunicativas nas mídias e nas redes sociais. As quatro categorias reforçam a concepção dos participantes sobre o uso político da Matemática e para manipular a opinião pública. O paradigma que se estabelece para pesquisas futuras é que essas se debrucem sobre cenários comunicativos, buscando compreender formas de ensinar Matemática e Estatística com foco nas relações políticas de poder.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília, DF, 2018.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. Ideology of certainty in mathematics education. **For the Learning of Mathemathics**, Canadá, v. 17, n. 3, p. 17-23, 1997.

GATTI, B. A. **Grupo focal na pesquisa em ciências sociais e humanas**. São Paulo: Líber Livros, 2005.

HANNAFORD, C. Mathematics teaching is democratic education. **ZDM – Mathematics Education**, v. 30, n. 6, p. 181-187, 1998. Disponível em: https://www.emis.de/journals/ZDM/zdm986a3.pdf Acesso em: 14 mar. 2021.

HUFF, D. **How to lie with statistics**. New York: WW Norton & Company, 1993.

JACOBBE, T. Elementary school teachers' understanding of the mean and median. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 10, n. 5, p. 1143-1161, 2012.

KARHAWI, I. Influenciadores digitais: conceitos e práticas em discussão. **Communicare**, São Paulo, v. 17, p. 46-61, 2017.

KLEINE, M. Texto jornalístico e estatístico: insubordinação criativa com alunos do Ensino Médio. **RIPEM**, São Paulo, v. 10, n.1, pp. 151-161, 2020.

PRIOR, H. Mentira e política na era da pós-verdade: fake news, desinformação e factos alternativos. *In*: LOPES, P.; REIS, B. (ed.). **Comunicação digital:** media, práticas e consumos. Lisboa: NIP-C@M, 2019. p. 75-97. Disponível em: http://hdl.handle.net/11144/3969 Acesso em: 27 nov. 2020.

ROMANINI, A.; OHLSON, M. De elos bem fechados: o pragmatismo e a semiótica peirceana como fundamentos para a tecnologia blockchain utilizada no combate às fake news. **Communicare**, São Paulo, v. 18, n. 2, p. 60-73, 2018.

SEIFE, C. **Os números (não) mentem:** Como a matemática pode ser usada para enganar você. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

TRAD, L. Grupos focais: conceitos, procedimentos e reflexões baseadas em experiências com o uso da técnica em pesquisas de saúde. **Physis: Revista de Saúde Coletiva**, v. 19, n. 3, p. 777-796, 2009.

VALERO, P. Lo político en la Educación Matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. **Revista Latino Americana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, México, v.18, n.3, p. 7-20, 2015.

O Papel do Diálogo na Promoção do Letramento Estatístico entre Licenciandos em Matemática

The Role of Dialogue in Promoting Statistical Literacy among Mathematics Education Undergraduates

José Roberto Costa Júnior
Seduc/Campina Grande/PB
mathemajr@yahoo.com.br

Carlos Eduardo Ferreira Monteiro
Universidade Federal de Pernambuco
carlos.fmonteiro@ufpe.br

Resumo

Este artigo apresenta alguns resultados de uma pesquisa de Doutorado sobre letramento estatístico de professores de Matemática em formação inicial, com o objetivo de analisar a contribuição das reflexões por parte desses licenciandos para a promoção dessa perspectiva. Num mundo em que a produção e a divulgação de informação estatística permeiam a vida das pessoas nos mais variados aspectos, os conhecimentos de Estatística destacam-se, por exemplo, em processos de tomada de decisão em situações de trabalho, lazer, política, e em outras circunstâncias sociais. A promoção do letramento estatístico se tornou imprescindível para que as pessoas lidem com competência e responsabilidade diante dessas informações nos mais variados contextos. O aporte teórico de nosso estudo está fundamentado na perspectiva teórica do letramento estatístico, da Educação Matemática Crítica e da formação inicial de professores que ensinam Matemática. Participaram da pesquisa nove estudantes de Licenciatura em Matemática matriculados numa universidade pública da Paraíba. Os dados foram produzidos por meio de entrevistas e da observação participante num curso de formação extracurricular ofertado aos licenciandos. O curso teve como objetivo a promoção de discussões entre os licenciandos sobre a produção, a interpretação e o uso de dados estatísticos da realidade brasileira em situações cotidianas. Os resultados evidenciaram que os licenciandos, ao lidar com dados reais, sentiram-se mais motivados, envolvendo-se de forma mais eficaz nas interpretações das informações estatísticas, sem, no entanto, prenderem-se à necessidade de emitir uma resposta numérica. Eles, então, realizaram análises considerando seus conhecimentos sobre outras áreas, bem como sobre os contextos em pauta.

Palavras-chave: Educação Estatística; Letramento estatístico; Formação inicial de professores de Matemática; Diálogo.

Abstract

This article presents some results of a doctoral research on statistical literacy of pre-service mathematics teachers, with the aim of analysing the contribution of reflections by these undergraduates to promote this perspective. In a world where the production and dissemination of statistical information in varied aspects are part of people's lives, statistical knowledge stands out, for example, in decision-making processes in work, leisure, politics, and in other social circumstances. The promotion of statistical literacy has become essential for people to deal with competence and responsibility with this information in the most varied contexts. The theoretical contribution of our study is based on the perspective of statistical literacy, Critical Mathematics Education and the pre-service of mathematics teacher education. The participants were nine mathematics undergraduate students enrolled in a public university in Paraíba. Data were produced through interviews and participant observation in an extracurricular teacher education course to undergraduates. The course aimed to promote discussions among undergraduates about production, interpretation and use of statistical data on Brazilian everyday reality situations. The results suggested that the undergraduates, when dealing with real data, felt more motivated, becoming more effectively involved in the interpretation of statistical information, without being tied to the need to issue a numerical response. They performed analyses considering their knowledge of other areas, as well as the contexts in question.

Keywords: Statistics Education; Statistical Literacy; Pre-service mathematics teacher education; Dialogue.

Introdução

Os conhecimentos sobre Estatística desempenham um papel relevante na vida dos cidadãos. Por meio deles, é possível analisar diversas informações disponíveis em variados meios de comunicação, as quais influenciam decisões importantes que tomamos ao longo da vida. Nesse contexto social, a escola adquire uma função importante para ensinar Estatística, de maneira a educar cidadãos não somente competentes conceitual e tecnicamente, mas também críticos e agentes de mudança das realidades. A Educação Estatística tem, assim, o objetivo de desenvolver o letramento estatístico de futuros professores de Matemática para que eles estabeleçam práticas pedagógicas que contribuam com o desenvolvimento de competências críticas dos estudantes da Educação Básica.

A formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática tem uma importância destacada em possibilitar aos docentes uma perspectiva ampliada da Educação Estatística. Assim, a formação estatística de docentes deverá dar mais atenção às situações-problema, ou seja, aos contextos com os quais a Estatística se relaciona tão fortemente. Além disso, as abordagens dessa formação precisariam não se restringir à apresentação dos conceitos e à ênfase nos procedimentos matemáticos e em seus algoritmos.

Em geral, a Estatística, nos cursos de Licenciatura em Matemática, é tratada como uma disciplina da Matemática aplicada, dissociada da prática pedagógica que o futuro professor deverá desenvolver enquanto profissional da Educação Básica. Costa e Pamplona (2011) enfatizam que existe uma dissociação entre a formação necessária para o licenciando em Matemática e o que têm revelado as pesquisas no tocante à Educação Estatística da Educação Básica.

Para Pamplona e Carvalho (2009), o ensino de Estatística para a Licenciatura em Matemática deve contemplar situações-problema que permitam ao futuro professor a compreensão dos raciocínios matemático e estatístico. Essa abordagem precisa contribuir para a compreensão, inclusive, dos pontos de aproximação entre a Estatística e a Matemática. O enfoque na resolução de problemas contribui para a inserção do licenciando na comunidade de prática dos professores de Matemática. No entanto, na licenciatura, os problemas estatísticos são abordados a partir de sua estrutura matemática, sem considerar o contexto de origem, que, por sua vez, validará sua solução. Esse tipo de abordagem não favorece, por exemplo, o reconhecimento e a compreensão do conceito de variabilidade, essencial para o desenvolvimento profissional desse estudante enquanto professor de Matemática e educador estatístico.

Este artigo tem como objetivo analisar a contribuição das reflexões de licenciandos em Matemática para a promoção da perspectiva de letramento estatístico. O referido propósito faz parte de um estudo mais amplo, desenvolvido por ocasião de uma pesquisa de Doutorado, cujo objetivo geral é analisar as compreensões de letramento estatístico de licenciandos de Matemática, no contexto de um curso de formação, a partir da exploração de dimensões críticas.

Letramento e letramento estatístico

No Brasil, é comum o uso dos termos *alfabetização* e *letramento* para referir-se às competências relacionadas às ações de ler e escrever. Todavia, uma distinção entre ambos é feita por Soares (2004), que conceitua a alfabetização como a aquisição de uma tecnologia que favorece a leitura e a escrita de uma língua. Em uma perspectiva complementar, o letramento corresponde ao desenvolvimento de competências (habilidades, conhecimentos, atitudes) para uso efetivo, crítico e criativo da leitura e da escrita em práticas sociais.

No âmbito da Educação Estatística, o letramento estatístico refere-se ao emprego efetivo e competente de conhecimentos, habilidades e atitudes relacionadas à compreensão e à análise crítica de dados estatísticos nas diversas práticas envolvidas na sociedade e em contextos culturais diversos. Na definição e na concepção de letramento estatístico de Gal (2002, p. 2-3), são relacionados dois componentes que se inter-relacionam:

> (i) a capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, argumentos relacionados a dados ou fenômenos estocásticos, que eles podem encontrar em diversos contextos, e quando relevante; (ii) a capacidade delas discutirem ou comunicarem as suas reações a essas informações estatísticas, tais como sua compreensão do significado da informação, suas opiniões sobre as implicações desta informação, ou as suas preocupações quanto à aceitabilidade de determinadas conclusões.

A perspectiva teórica de Gal (2002) vai além dos aspectos cognitivos geralmente analisados em estudos desenvolvidos na área da Educação Estatística. Esse autor considera os elementos cognitivos essenciais para o desenvolvimento do letramento estatístico, porém pondera que existem outros componentes que também influenciam esse desenvolvimento.

Nesse sentido, elaborou um modelo que considera dois tipos de conjuntos formados por elementos de conhecimento e fatores disposicionais. Os sentidos da palavra disposicionais na língua portuguesa se referem a temperamento, tendência, propensão e inclinação.

No primeiro conjunto, são elencados os elementos cognitivos, como as habilidades de letramento, o conhecimento matemático, o estatístico, o de contexto e as questões críticas. O segundo considera os aspectos de disposição, que são as crenças, as atitudes e a postura crítica. Segundo o autor, esses dois conjuntos não são disjuntos; e, quando seus elementos são combinados, permite-se um comportamento designado como estatisticamente letrado. O Quadro 1 representa o modelo de letramento estatístico proposto por Gal (2002):

Quadro 1: Modelo de Letramento Estatístico de Gal

ELEMENTOS DE CONHECIMENTO	ELEMENTOS DE DISPOSIÇÃO
Habilidades de Letramento Conhecimento estatístico Conhecimento matemático Conhecimento de contexto Habilidades Críticas	Crenças e Atitudes Postura Crítica
LETRAMENTO ESTATÍSTICO	

Fonte: Gal (2002, p. 4)

Segundo Gal (2002, p. 10), para que uma pessoa possa ser considerada estatisticamente letrada, faz-se necessário demonstrar domínio dos seguintes aspectos:

> (i) Perceber por que os dados são necessários e como podem ser produzidos; (ii) familiaridade com conceitos e ideias básicos relacionados à estatística descritiva; (iii) familiaridade com conceitos e ideias básicos relacionados às apresentações gráficas e tabulares; (iv) compreender noções básicas de probabilidade; (v) entender como o processo inferencial é alcançado.

O modelo de letramento estatístico de Gal (2002) vai além do domínio de procedimentos estatísticos, pois tem como objetivo contribuir para a promoção do exercício da cidadania das pessoas. Isso se deve à sua possibilidade de favorecer a discussão e a compreensão de dados estatísticos, emitir opiniões sobre suas implicações e tecer considerações sobre as conclusões elaboradas.

A conceituação de letramento estatístico de Gal (2002) baseia-se na dimensão crítica. Assim, no modelo (Quadro 1), podemos identificar que, no componente de conhecimento, consta o elemento denominado de questões críticas, enquanto no de disposição aparece o elemento *postura crítica*. Qual seria, então, o significado do aspecto crítico em cada um desses elementos? Entendemos que o significado dado por Gal (2002) às questões críticas do componente do conhecimento está relacionado à capacidade de o indivíduo questionar: se determinado procedimento é adequado ou se poderia ter sido utilizado outro; se certa representação é apropriada ou não; e ainda se deve usar valores absolutos ou relativos.

Por outro lado, o significado do aspecto crítico no componente de disposição está relacionado às crenças e atitudes do indivíduo, de forma a ocasionar uma postura crítica. Sendo assim, a postura crítica é a capacidade de se posicionar diante de resultados de pesquisa, bem como de informações estatísticas. Segundo Cazorla e Santana (2019, p. 4), "o cidadão precisa saber que toda pesquisa estatística tem um lado científico, comercial ou político [...], o cidadão também tem que tomar consciência de suas crenças e atitudes e que essas moldarão sua forma de ver o mundo."

No contexto da Educação Estatística, outros autores buscaram definições para o letramento estatístico, a exemplo de Batanero e Borovcnik (2016, p. 13), que definem a alfabetização como a "capacidade de encontrar, ler, interpretar, analisar e avaliar informações escritas e detectar possíveis erros ou vieses dentro dessas informações." Assim, a alfabetização estatística está relacionada à aquisição do conhecimento estatístico básico. Desse modo, podemos considerar: o reconhecimento dos diversos tipos de variáveis e suas representações e tratamento; a identificação de elementos constituintes de gráficos e tabelas, a compreensão de escalas; e a noção sobre o cálculo de medidas estatísticas, além de conhecimento básico sobre probabilidade.

Em seu modelo de letramento estatístico, Gal (2002) não considera apenas os aspectos cognitivos relacionados à aprendizagem da Estatística, mas também o que ele denomina por aspectos de disposição. Eles englobam a postura crítica diante das informações estatísticas e das crenças e das atitudes dos sujeitos, as quais podem interferir em suas interpretações, bem como em suas tomadas de decisão.

O papel do diálogo nas aulas de Matemática

Entre os estudiosos da Educação Matemática que se interessam pela questão do diálogo na sala de aula de Matemática, Alro e Skovsmose (2007) promovem uma discussão do que eles chamam de *absolutismo de sala de aula ou absolutismo burocrático*. Fazem, assim, uma analogia ao sistema burocrático que caracteriza o discurso na sala de aula em termos de autoridade, seja na pessoa do professor, seja no livro didático, seja no caderno de respostas.

A comunicação na sala de aula geralmente é marcada pelo discurso entre o que é certo e o que é errado. Na busca pelas "verdades matemáticas", o erro se "encaixa" nesse padrão absolutista. Em salas de aula tipicamente tradicionais, a comunicação frequentemente é marcada por um tipo de relação assimétrica entre professor e alunos. As afirmações feitas pelos alunos são logo "sanduichadas" pelo professor, conforme explicam Alro e Skovsmose (2007).

Os autores utilizam a palavra "sanduichada" para expressar uma maneira de comunicação comum nas aulas de Matemática, aquele tipo em que o professor pergunta, o aluno responde, e o professor avalia a resposta. Apresentam um modelo que vai na contramão do absolutismo burocrático, designado *perspectiva*. Explicam ainda que nem sempre o absolutismo burocrático está presente nas aulas de Matemática, mesmo naquelas tidas como tradicionais.

Alro e Skovsmose (2007) discutem outro formato de comunicação, em termos de *perspectiva*. Para eles, uma *perspectiva* é uma fonte de significados; sem ela, não existe diálogo. Essa noção é fundamental para que entendamos a produção de significados na sala de aula.

As *perspectivas* de professores e alunos na sala de aula podem coincidir ou não. Por exemplo, ambos podem compartilhar a visão de que o objetivo de estudar Matemática na escola é dominar técnicas e decorar fórmulas para ter um bom desempenho na prova. Outra possibilidade é o professor esperar que o aluno realize uma demonstração, enquanto o discente utiliza a fórmula e chega ao resultado. Na primeira situação, podemos perceber que estudante e docente compartilham de um mesmo ponto de vista, enquanto na segunda não.

Segundo Alro e Skovsmose (2007), o compartilhamento de *perspectivas* pode, ao se estabelecer, funcionar como um motor propulsor da produção de significados de uma comunicação, mesmo que esta não seja mencionada. Porém, o inverso também pode acontecer; os autores explicam que, mesmo que as *perspectivas* sejam evidenciadas, caso os participantes não entendam ou não aceitem as posições dos demais ou não compartilhem de um mesmo olhar, não acontecerá a comunicação.

Aspectos metodológicos

A pesquisa de abordagem qualitativa contou com a participação de nove estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado da Paraíba. Entre os estudantes listados no Quadro 2, quatro já haviam cursado a disciplina de Estatística e Probabilidade, e um cursava-a naquela ocasião.

O Quadro 2 apresenta o perfil dos participantes da pesquisa.

Quadro 2: Participantes da pesquisa

Licenciando	Sexo	Idade	Ingresso	Período	Cursou disciplina de Estatística na graduação
L1	M	23	2014	7º	N
L2	M	22	2014	7º	N
L3	M	22	2014	7º	N
L4	M	20	2015	5º	N
L5	F	22	2014	7º	Cursando
L6	M	22	2013	8º	S
L7	M	20	2013	9º	S
L8	F	23	2014	7º	S
L9	M	22	2013	10º	S

Fonte: Elaborado pelo autor.

O estudo como um todo contou com procedimentos metodológicos que incluíram entrevistas semiestruturadas e um curso de formação com participantes voluntários. Este último constituiu-se de seis encontros, cada um deles teve três horas duração. A concretização dos encontros priorizou a metodologia do trabalho coletivo como suporte fundamental para a compreensão da Estatística numa perspectiva de letramento estatístico. Não definimos *a priori* uma estratégia metodológica para esse trabalho coletivo, porém as ideias de Garfield (1993) iluminaram o caminho que pretendíamos percorrer.

Todos os encontros contaram com os estudantes reunidos em grupos e foram gravados em vídeo. Para que captássemos ao máximo todos os diálogos estabelecidos entre os participantes, foi posicionada uma câmera diante de cada um dos grupos.

Nos encontros, foram abordadas temáticas que envolviam dados estatísticos relacionados a temas provocativos de debate a partir de evidências, os quais também se vinculavam a tópicos próximos do cotidiano de vida dos jovens licenciandos. Por exemplo, no primeiro encontro, foram apresentados textos sobre a importância da Estatística na tomada de decisão e dados sobre a legalização de substância tóxica.

No segundo encontro, foram expostos indicadores sociais dos estados brasileiros, a exemplo da taxa de natalidade, do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), da taxa de mortalidade, da renda *per capita* etc., estatísticas que revelam pobreza e desigualdade nos diversos estados do Brasil. No terceiro, foram utilizados gráficos e tabelas com informações estatísticas acerca do número de homicídios de mulheres, além de um texto contendo dados estatísticos sobre o feminicídio.

No Quadro 3, descrevemos a estrutura da experiência de formação com os licenciandos, com as atividades e/ou tarefas a desempenhar e o objetivo pretendido em cada encontro.

Quadro 3: Estrutura do curso de formação

ENCONTRO/DATA	TEMÁTICA	OBJETIVO
1º - 21/11/2019	A importância da Estatística para a tomada de decisão.	Apresentar e discutir a proposta com os licenciandos. Discutir sobre os significados atribuídos à Estatística.
2º - 27/02/2019	As estatísticas da pobreza e da desigualdade.	Analisar variáveis. Trabalhar com diferentes representações.
3º - 20/03/2019	Violência contra a mulher (feminicídio).	Refletir sobre a possibilidade de manipulação em representações gráficas.
4º - 27/03/2019	Matemática em ação. Preparando-se para a prática: elaboração de um plano de aula.	Sistematizar em forma de plano de aula um conteúdo da Estatística sugerido pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).
5º - 10/04/2019	Preparando-se para a prática: apresentação do plano de aula.	Discutir aspectos do plano que contribuam com a perspectiva de letramento estatístico, em termos de aproximação e distanciamentos.
6º - 08/05/2019	*Feedback* do curso: roda de conversa entre participantes e pesquisador.	Socializar as opiniões dos licenciandos sobre o curso.

Fonte: Elaborado pelo autor.

As atividades do segundo encontro tiveram como temática “As estatísticas da pobreza e da desigualdade”. Nesse encontro, as atividades provinham de contextos reais, o que poderia favorecer o diálogo entre os estudantes. Na atividade 1, por exemplo, adaptada de Batanero e Diaz (2011), os licenciandos, reunidos em grupos, deveriam realizar uma análise da tabela que continha indicadores sociais dos estados brasileiros e do Distrito Federal (DF), conforme mostra a Figura 1:

Figura 1: Recorte da tabela contendo os indicadores sociais por estado e DF

Estado	Grupo	Taxa de natalidade	Índice de Desenvolvimento Humano – IDH (2010)	Mortalidade infantil (2018)	Esperança de vida homem (2016)	Esperança de vida mulher (2016)	Renda per capita (R$) 2017	População – estimada (2018)
Alagoas	1	23,1	0,631	18,3	67,2	76,8	658	3.322.820
Maranhão	1	20,5	0,639	20,3	67,1	74,8	597	7.035.055
Sergipe	1	20,4	0,665	15,4	68,7	77,2	834	2.278.308
Piauí	1	19,9	0,646	18,5	67,1	75,5	750	3.264.531
Bahia	1	18,8	0,660	16,6	69,3	78,4	862	14.812.617
Rio Grande do Norte	1	17,9	0,684	14,0	72	80,0	845	3.479.010
Ceará	1	17,9	0,682	13,8	70,1	78,1	824	9.075.649
Paraíba	1	17,4	0,658	15,4	69,6	77,4	928	3.996.496
Pernambuco	1	17,4	0,673	12,1	70,4	78,1	852	9.496.294
Roraima	2	28,7	0,707	17,0	69,4	74,6	769	869.265
Acre	1	23,9	0,663	16,3	71,0	77,8	1.006	576.568
Amapá	2	27,9	0,708	23,0	71,6	76,9	936	829.494
Amazonas	1	20,1	0,674	17,7	68,9	75,8	850	4.080.611
Tocantins	1	18,4	0,699	15,3	70,7	77,0	937	1.555.229
Pará	1	18,8	0,646	16,1	68,6	76,5	715	8.513.497
Rondônia	1	18,4	0,690	19,6	68,4	75,1	957	1.757.589
Distrito Federal	2	17,3	0,824	10,3	74,7	81,7	2.548	2.974.703
Mato Grosso	2	17,3	0,725	16,5	71,4	78,1	1.247	3.441.998

Fonte: IBGE (2018)

Após a análise dos dados, os licenciandos deveriam responder às seguintes perguntas:

- As estatísticas contidas no quadro acima representam indicadores econômicos e sociais da população brasileira por unidade federativa. Analise os dados. Qual sua interpretação sobre eles?
- Existe relação entre essas variáveis? Se sim, quais?
- Em uma determinada região, observamos diferentes classificações por grupos, dependendo da faixa em que se encontra o IDH, enquanto em outras regiões não há essa variação. Por exemplo, na Região Norte temos o Acre, classificado no grupo 1, enquanto o estado de Roraima está categorizado no grupo 2. Qual sua opinião sobre essa variação?
- A classificação dos estados em grupos revela indícios de desigualdade social entre as regiões do país. O Distrito Federal se destaca com o maior IDH do País no grupo 2. Observe seus indicadores e compare com o estado mais pobre. Tome como referência o IDH. O que você conclui ao realizar essa comparação?
- Para que servem essas estatísticas? Quais são suas implicações?
- Como você vê o impacto de medidas implementadas pelas esferas governamentais, no sentido de diminuir as desigualdades sociais e os níveis de pobreza do Brasil?

A análise dos dados produzidos por ocasião dos encontros foi realizada por meio da elaboração de eixos de análises. Especificamente, o segundo encontro, o foco deste artigo, foi analisado no eixo denominado *o papel do diálogo no processo de promoção do letramento estatístico dos licenciandos*.

Discussão dos resultados

Ao nos aprofundarmos na compreensão do modelo de letramento estatístico proposto por Gal (2002), percebemos que sua essência provém de várias bases do conhecimento. Discutir sobre essas bases e buscar colocá-las em prática em nossas salas de aulas da formação inicial de professores ainda se constitui um desafio.

Para a atividade proposta, foi solicitada a leitura dos dados, suas interpretações, além de terem sido feitas algumas perguntas pelo formador. Algumas dessas interpretações podem ser evidenciadas nos trechos transcritos dos diálogos entre os licenciandos (L2, L5) e o professor formador (PF):

> L5: *Essas estatísticas servem principalmente para a elaboração de políticas públicas que venha melhorar a vida das pessoas... Esses dados são recentes... Eu acho que tem muita desigualdade social aí pra ser só um país e variar tanto... É... Falta de investimento... A maioria das pessoas vivem à margem, enquanto uma pequena parcela da população é elitizada... A maioria não tem saneamento básico, não tem uma boa assistência de saúde... Então, eu acho que as medidas implementadas pelo governo são poucas e ineficientes.*
> PF: *Poderia me dizer como chegou a essas conclusões?*
> L5: *Olha é o seguinte..., analisando essa tabela, a gente vê que tem estados que têm a taxa de mortalidade infantil muito alta... e, quando olha na coluna da renda e do IDH, percebemos uma média baixa de salário e IDH baixo também... Então..., eu acabo concluindo que isso tá relacionado com as políticas públicas... As pessoas têm as rendas baixas, a saúde pública é precária, e a educação é lá embaixo.*
> L2: *Eu concordo com esse argumento de L5..., porque, olha só, a taxa de mortalidade infantil, por exemplo, quanto mais alta, mais indica problemas sociais..., como assistência de saúde precária, também não tem saneamento básico e, com isso, mais doenças e mortes.* (Atividade 1, encontro 2)

A proposição de atividades com base em dados reais favoreceu o diálogo e abriu espaço para a discussão de ideias sobre aspectos importantes da sociedade, a exemplo dos aspectos sociopolíticos abordados pela Educação Matemática Crítica. Destacamos a natureza das atividades propostas, que diferem do que Skovsmose (2000) chama de paradigma do exercício, muito comum no ensino tradicional de Matemática. O distanciamento dessa prática tende a desenvolver a *materacia*, segundo o autor, vista como uma competência similar à alfabetização desenvolvida por Freire.

O diálogo estabelecido entre L2 e L5 evidencia que eles compartilhavam de uma mesma *perspectiva* (ALRO; SKOVSMOSE, 2007) quando suas opiniões convergiram para os problemas sociais que as estatísticas presentes na tabela mostravam. O compartilhamento da mesma *perspectiva* permitiu a produção de significados daquelas estatísticas.

Os licenciandos, ao interpretarem a atividade 1 do segundo encontro, mobilizaram conhecimento matemático e/ou estatístico para a leitura dos dados da tabela dos indicadores sociais. Percebemos que esse olhar se tornava mais consistente à medida que eles avançavam no diálogo:

> L5: *Vamos analisar por região... Se a gente for observar por estado, são muitos dados..., a gente acaba se atrapalhando... Veja que as menores rendas são no Nordeste, e a expectativa de vida também é mais baixa, principalmente se comparar com o Sul... É... Pode ver também que a taxa de mortalidade é maior... Então, por esses dados, a gente vê que o Nordeste parece ser a* [região] *mais pobre do país.*
> L6: *Como a gente poderia comparar melhor isso tudo?*
> L5: *Como eu já falei..., tem muitos dados... Então, o melhor é resumir.*
> PF: *E como fariam para obter esse resumo?*
> L5: *Pelo que eu sei, a melhor forma aqui seria calcular algumas médias... É..., isso resumiria.*
> L6: *Como assim?*
> L5: *Veja..., a gente poderia... É... Se quiser saber a expectativa de vida de um estado, é só pegar a expectativa dos dois* [homem e mulher] *somar e dividir por dois... Com isso, dá até para calcular a expectativa da região toda e sair comparando.*
> L6: *Ah, entendi... Então, a gente pode fazer isso com a renda também, né, e sair resumindo tudo para comparar..., porque essa tabela cheia de dados fica confuso.*
> PF: *Então, vocês acham que resumir por meio da média é uma estratégia adequada? Acham que a renda* per capita *diz muito sobre quanto cada pessoa nos estados ganha?*
> L5: [Pensa por uns instantes.] *Acho que não, porque é uma média e, na verdade, nesse cálculo, pode ter gente que não ganha nada* [não tem renda], *e isso entra no cálculo... Talvez a mediana, mas preciso pensar mais.*
> PF: *Entenderam, então, porque é preciso analisar do ponto de vista do contexto?*
> (Atividade 1, encontro 2)

O diálogo estabelecido entre L5, L6 e o pesquisador levou os licenciandos a terem uma melhor compreensão das medidas de resumo, no caso a média, a depender do contexto. Nessa passagem, evidencia-se que o cálculo da média para representar a renda *per capita* dos estados é estatisticamente correto, porém não reproduz a realidade financeira dos cidadãos, posto que as desigualdades sociais enraizadas no país colocam muitos cidadãos em situação de pobreza de um lado e os poucos que detêm a maior parte das riquezas do país de outro. Essa conversa levou L5 a apresentar uma habilidade crítica, no sentido colocado por Gal (2002), ao pensar que, em questões salariais, a média é fortemente influenciada, enquanto a mediana não.

Percebemos que a habilidade crítica foi apoiada pelo conhecimento matemático subjacente àquela situação, tendo em vista que as medidas estatísticas de posição, entre outras, são produzidas a partir de procedimentos matemáticos e que, principalmente, os indicadores sociais, em sua maioria, também são derivados de manipulações matemáticas. Contreras e Molina-Portillo (2019) afirmam que as habilidades matemáticas são significativas no desenvolvimento do letramento estatístico para que os consumidores de estatísticas façam interpretações adequadas das informações baseadas em dados.

Considerações finais

É de consenso de muitos educadores matemáticos que o desenvolvimento de atividades que priorizam o cotidiano dos alunos contribui para promover as aprendizagens. No entanto, chamamos a atenção para o tipo de dados que o professor vai utilizar para essa finalidade. Isso porque, dependendo do tipo de dados utilizado, podemos incorrer na crença de que estamos promovendo o letramento estatístico dos alunos, quando, na verdade, estamos apenas desenvolvendo habilidades de cálculos e procedimentos estatísticos. Sobre isso, concordamos com Gal (2019) quando diz que os dados devem gerar uma necessidade de saber, eles não são importantes em si mesmos, a relevância está nas respostas que buscamos neles.

Tencionamos, por meio dessas atividades, articular uma dinâmica de ações comunicativas entre os licenciandos. Percebemos, já no primeiro encontro, certa facilidade no estabelecimento da comunicação mediada pela atividade; o que normalmente não ocorre nas aulas ditas tradicionais de Matemática. Mesmo que predominantemente, a dinâmica dos encontros de formação favoreceu diálogos entre os participantes e o pesquisador; em alguns momentos, as interações pareceram menos explícitas. Notamos que alguns dos licenciandos se sentiam mais motivados ou seguros para discutir sobre as informações estatísticas do que outros, de forma que, no grupo, alguns se sobressaiam mais que outros no aprofundamento das discussões sobre a atividade.

A intensidade da interação entre os licenciandos variou de acordo com o tipo de atividade utilizada. Por exemplo, a proposta que apresentava gráficos sobre as taxas de feminicídio motivou mais intensamente a discussão do que a que continha um gráfico com dados estatísticos de uma loteria. Esse tipo de atitude nos pareceu justificável, porque, nas aulas de Matemática, o que geralmente prevalece é o modelo marcado pela autoridade do professor, que fala, explica, dá comandos, relegando os alunos à postura de executar. Não muito diferentemente, essa prática se estende para as situações pedagógicas no Ensino Superior, sobretudo na Licenciatura em Matemática.

Em geral, as interpretações dos dados estatísticos apresentados nas atividades não foram feitas com cálculos matemáticos ou procedimentos estatísticos, mas se fundamentaram em análises a partir dos conhecimentos e das experiências dos participantes sobre as temáticas relacionadas aos dados. Esse tipo de estratégia parece estar em consonância ao que Gal (2002) explica sobre a postura dos indivíduos em contextos de leituras, que, na posição de consumidores de dados, não estão preocupados em realizar algum tipo de cálculo.

Percebemos, inicialmente, que os licenciandos estavam muito ligados a uma perspectiva da Estatística como uma parte da Matemática Aplicada, embora apresentassem dificuldades relativas a conceitos matemáticos. Isso talvez explique a abertura para a utilização de estratégias alternativas, na interpretação de dados estatísticos, a exemplo das análises que se baseavam em julgamentos e/ou opiniões. À medida que o curso se desenvolvia, os participantes aprimoravam a competência de refletir criticamente, demonstrando legitimidade em seus posicionamentos.

A análise desses dados de pesquisa reafirmou nossa concepção acerca do letramento estatístico. Consideramos imperativo que as abordagens da Estatística nos cursos de Licenciatura para professores de Matemática incluam situações pedagógicas que abordem o letramento estatístico em suas variadas e amplas vertentes, posto que, no modelo de sociedade em que estamos inseridos, não há espaço para aqueles que saibam somente ler e escrever ou somente calcular e resolver, ou seja, que consigam apenas cumprir as funções matemáticas; é preciso ir além e saber reconhecer os dois saberes e, em alguns casos, usar esses conhecimentos em diversas práticas sociais.

Referências

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. 2. ed. São Paulo: Autêntica, 2007.

BATANERO, C.; BOROVCNIK, M.; **Statistics and Probability in High School**. Rotterdam: Sense Publishers, 2016.

BATANERO, C.; DIAZ, C. **Estadística con Proyectos**. Melilla: Grupo de Investigación em Educación Estadística, Universidad de Granada, 2011. *E-book.* Disponível em: http://ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/LIBRO.pdf. Acesso em: 12 fev. 2017

CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S. Estatística para a leitura de mundo. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15., 2019, Medellín. A**ctas** […]. Medellín, Colombia: CIAEM, 2019. p. 1-8.

CONTRERAS, J.M.; MOLINA-PORTILLO, E. Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos. *In*: CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL DE EDUCACIÓN ESTADÍSTICA, 3., 2019, Granada. **Actas** [...]. Granada: CIVEEST, 2019. p. 1-12. Disponível em: www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html. Acesso em: 27 fev. 2019

COSTA, W. N. G.; PAMPLONA, A. S. Entrecruzando Fronteiras: a Educação Estatística na formação de professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 40, p. 897-911, dez. 2011. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5299. Acesso em: Acesso em: 27 ago. 2016

GAL, I. Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. *In*: CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL DE EDUCACIÓN ESTADÍSTICA, 3., 2019, Granada. **Actas** [...]. Granada: CIVEEST, 2019. p. 1-12. Disponível em: www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html. Acesso em: 27 fev. 2019.

GAL, I. Adult's statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, [*S. l.*], v. 70, p. 1-25, 2002. Disponível em: https://www.iase-web.org/document/intstatreview/02.Gal.pdf Acesso em: 5 jun. 2016

GARFIELD, J. **Cooperative Learning and Statistics Instruction**, 1993. Disponível em: http:// jse.amstat.org/v21n2/garfield.pdf Acesso em: 02 Jul. 2016

IBGE. Síntese de indicadores sociais: uma análise das condições de vida da população brasileira. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. 149p. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101629.pdf Acesso em: 5 jan. 2019

PAMPLONA, A. S.; CARVALHO, D. L. O Ensino de Estatística na Licenciatura em Matemática: a inserção do licenciando na comunidade de prática dos professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 32, p. 47-60, 2009. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2072. Acesso em: 10 set. 2016

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/693. Acesso em: 4 abr. 2016

SOARES, M. Letramento e escolarização. *In*: RIBEIRO, V. M. (org.). **Letramento no Brasil**: reflexões a partir do INAF 2001. 2. ed. São Paulo: Global, 2004. p. 89-113.

Práticas colaborativas entre universidade e escola: formação de professores no contexto de um grupo em Educação Estatística

Collaborative practices between university and school: teacher training in the context of a group in Statistical Education

Karla Priscila Schreiber
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)
karla.pschreiber@hotmail.com

Mauren Porciúncula
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)
mauren@furg.br

Resumo
Este artigo se propõe a sistematizar indícios do desenvolvimento dos princípios característicos e constitutivos do trabalho colaborativo entre professores no contexto da Educação Estatística, identificados nas transcrições de sete encontros do Grupo Colaborativo de Formação de Professores em Educação Estatística – MoSaiCo Edu. Esta discussão é pautada nas análises do discurso-síntese "formação docente por meio da colaboração entre os pares", construído, haja vista, os pressupostos metodológicos da técnica do Discurso do Sujeito Coletivo. Entre os resultados destacam-se os grupos colaborativos como espaços favoráveis às práticas centradas no protagonismo do professor, frente à aprendizagem e à construção de seus próprios conhecimentos. Para isso, nos grupos com natureza colaborativa podem ser identificados indícios que o permeiam e o descrevem, tais como: engajamento voluntário e espontâneo; sentido de pertencimento e de compromisso compartilhado; disposição para sair do individualismo em direção às aprendizagens coletivas; identidade com os propósitos do grupo e com os demais participantes; autonomia do grupo em si e de cada um de seus integrantes; flexibilidade do grupo quanto aos acordos coletivos; corresponsabilidade pelas ações do grupo; negociação coletiva dos objetivos e das metas do grupo; relações horizontais e não-hierárquicas, confiança e respeito mútuo; protagonismo do professor e da sua prática pedagógica; momentos de descontração e confraternização; reciprocidade afetiva e de aprendizagem; abertura ao diálogo, às reflexões e às críticas construtivas; apoio intelectual, técnico e afetivo. Portanto, estes resultados podem contribuir às discussões relacionadas à formação dos professores no âmbito colaborativo, entre universidade e escola, quando os educadores e pesquisadores têm a oportunidade de ensinar e aprender um com o outro, no papel de formadores e de aprendizes.

Palavras-chave: colaboração; formação e desenvolvimento profissional docente; educação estatística.

Abstract
This paper aims to systematize evidence of the development of the characteristic, and constitutive principles of collaborative work between teachers in the context of Statistical Education, identified in the transcripts of seven meetings of the Collaborative Group for Teacher Training in Statistical Education – MoSaiCo Edu. This discussion is guided by the analysis of the speech-synthesis "teacher training through collaboration between peers", constructed, considering the methodological assumptions of the technique of the Discourse of the Collective Subject. Among the results, collaborative groups stand out as spaces favorable to practices centered on the role of the teacher, in the face of learning, and the construction of their own knowledge. For this, in groups with a collaborative nature, signs that permeate, and describe it can be identified, such as: voluntary, and spontaneous engagement; sense of belonging, and shared commitment; willingness to move away from individualism towards collective learning; identity with the group's purposes, and with the other participants; autonomy of the group itself, and of each of its members; group flexibility regarding collective agreements;

co-responsibility for the group's actions; collective negotiation of the group's objectives, and goals; horizontal, and non-hierarchical relationships, trust, and mutual respect; protagonism of the teacher, and his pedagogical practice; moments of relaxation, and fraternization; effective, and learning reciprocity; openness to dialogue, reflections, and constructive criticism; intellectual, technical, and effective support. Therefore, these results can contribute to the functions related to training in the collaborative scope, between university, and school, when educators, and researchers can teach, and learn from each other, in the role of trainers, and apprentices.

Keywords: collaboration; teacher training, and professional development; statistical education.

Considerações iniciais

Este artigo se propõe a sistematizar indícios do desenvolvimento dos princípios característicos e constitutivos do trabalho colaborativo entre professores, no contexto da Educação Estatística. De modo a atender este propósito, foram analisados sete encontros do Grupo Colaborativo de Formação de Professores em Educação Estatística – MoSaiCo Edu, em seu primeiro ano de atividades, com sede na Universidade Federal do Rio Grande – FURG, com a participação de 18 professores, com distintas áreas de especialização (formação inicial, Pedagogos e professores de Matemática e Estatística) e experiências profissionais, em instituições de Educação Básica e Superior, públicas e privadas.

Na colaboração, que tem conduzido as ações de formação e de pesquisa do Grupo, o trabalho é desenvolvido em conjunto, haja vista o apoio mútuo, a corresponsabilidade pelas atividades, a negociação coletiva dos objetivos almejados e o estabelecimento de relações não-hierárquicas entre os participantes (FIORENTINI, 2004). Nesta perspectiva, a colaboração propicia práticas de formação do professor, protagonista deste processo, uma vez que, ao buscar o aprimoramento pessoal, não apenas aspectos cognitivos e de conhecimentos são evidenciados, mas também, questões afetivas e relacionais, as quais podem contribuir no desenvolvimento profissional docente (CURI; MARTINS, 2018).

Contextos colaborativos vinculados a temáticas específicas, como é o caso do MoSaiCo Edu, também podem contribuir à construção de aprendizagens e ao comprometimento dos envolvidos, uma vez que há um direcionamento em relação às discussões do grupo (NACARATO et al., 2008). Para Lopes e Mendonça (2021, p. 267), a experiência de um grupo que se dedicou a estudar Combinatória, Probabilidade e Estatística, mostrou o quanto tal contexto pode ser favorável à formação e ao desenvolvimento profissional dos professores neste âmbito, quando estes tornam-se "protagonistas e se prontificam a conectar conhecimentos e práticas de forma dialética, inserindo-se em um movimento de relações entre teoria e prática, realizando análises de suas ações pedagógicas, discutindo a elaboração e o desenvolvimento de atividades"

É importante destacar que, em geral, os grupos não "nascem" autenticamente colaborativos, mas tornam-se assim, por meio de relações de confiabilidade e amizade estabelecidas entre os participantes (CURI; MARTINS, 2018), especialmente quando estes "vão se conhecendo e adquirem autonomia e passam a auto-regular-se e a fazer valer seus próprios interesses" (FIORENTINI, 2004, p. 53). Convém explicitar que tais questões foram consideradas nas ações do Grupo MoSaiCo Edu, desde o seu princípio, com o movimento inicial de duas professoras-pesquisadoras do Grupo InterNacional Interdisciplinar de Pesquisa em Educação Estatística – GIIPEE, até o desenrolar das atividades, como a escolha das datas e das temáticas dos encontros, tendo como foco principal, o processo educativo e formativo no que se refere à Educação Estatística.

Sobre as temáticas discutidas no Grupo, estas envolveram textos teórico-científicos sobre competências estatísticas (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINE, 2011), narrativas de práticas docentes (NACARATO; GRANDO, 2013; LOPES; MENDONÇA, 2017), estratégias pedagógicas (PORCIÚNCULA; SAMÁ, 2015) e orientações curriculares (BRASIL, 2018). Essas temáticas foram definidas no coletivo do Grupo, haja vista os interesses e anseios dos professores envolvidos neste processo, bem como possíveis contribuições à formação e à prática pedagógica de cada um deles.

Considerando este contexto de formação e de pesquisa, bem como o propósito de sistematizar indícios dos princípios que permeiam e descrevem o trabalho colaborativo entre professores, na seção seguinte é apresentado um breve referencial sobre a temática. Na sequência, procedimentos metodológicos da pesquisa são expostos, acompanhados da análise e da apresentação dos resultados, bem como das considerações finais. Com este estudo, se espera contribuir para a construção científica no campo da formação dos professores, em especial, por meio de uma abordagem com viés colaborativo.

Colaboração como contexto de formação docente

O trabalho colaborativo, segundo Fiorentini (2004), pode ser sistematizado por meio de três princípios característicos: a) voluntariedade, identidade e espontaneidade; b) liderança compartilhada ou corresponsabilidade; c) apoio e respeito mútuo. Neste sentido, para o pesquisador, a autenticidade de um grupo formado sob o viés colaborativo requer o engajamento voluntário e espontâneo, sem que haja coação por agentes externos, ainda que estes possam prestar algum tipo de apoio, mediação ou assessoria ao grupo.

Práticas colaborativas carecem do comprometimento de todos os envolvidos, de forma que estes cumpram e façam cumprir os acordos e os propósitos do grupo, o que pode levar um certo tempo, já que "a busca de entendimento comum tem relação com a construção de um sentido de pertencimento e de compromisso compartilhado com o projeto e trabalho em grupo" (FIORENTINI, 2004, p. 56). Além disso, é natural que alguns integrantes se sintam mais à vontade para coordenar o processo, o que pode, em alguns casos, gerar tensões e conflitos decorrentes de relações internas de poder (FIORENTINI, 2004; SANTANA; BARBOSA, 2018). Tal situação, embora desafiadora, oportuniza o crescimento mútuo (SANTANA; BARBOSA, 2018).

Apoio e respeito mútuo são fundamentais à constituição de alianças colaborativas (FIORENTINI, 2004). O respeito está associado à disposição em ouvir e partilhar os conhecimentos e experiências pedagógicas, também referentes às dificuldades e aos desafios profissionais. Já o apoio – intelectual, técnico ou afetivo –, possibilita aos professores buscarem, por meio de relações colaborativas, soluções para as problemáticas socializadas, sendo um espaço aberto à crítica construtiva (*Ibidem*).

Boavida e Ponte (2002) também atribuem e apresentam três ideias-chave, necessárias para o desenvolvimento de um projeto colaborativo, nomeadamente: a confiança, o diálogo e a negociação. Para eles, o trabalho em grupo precisa beneficiar a todos os envolvidos, valorizando o diálogo e a confiança, negociando de forma aberta e constante as responsabilidades e os compromissos coletivos, haja vista as experiências e as expectativas dos diferentes sujeitos envolvidos no trabalho em conjunto.

Aliás, a Educação Estatística tem sido temática de pesquisa e de formação no âmbito do contexto colaborativo, com professores que atuam em diferentes níveis e instituições de ensino (NACARATO; GRANDO, 2013; LOPES; MENDONÇA, 2017; CONTI, 2018), como se propõe no Grupo MoSaiCo Edu. Sob esta perspectiva, Conti (2018, p. 280) evidencia, como contribuições da colaboração, as aprendizagens partilhadas e o desenvolvimento profissional dos professores, uma vez que neste espaço os educadores podem "estudar, problematizar, refletir, investigar e escrever sobre a complexidade de ensinar e aprender Estatística".

Portanto, à luz da reflexão teórica apresentada, considera-se os princípios colaborativos como norteadores das ações de pesquisa e de formação do Grupo MoSaiCo Edu, especialmente os propostos por Fiorentini (2004). Para esta investigação, estudos referentes à formação do professor em contextos colaborativos são aproximados às análises, os quais contribuem para se compreender que elementos caracterizam a dinâmica colaborativa, tendo em vista as narrativas de um grupo de professores.

Procedimentos metodológicos da pesquisa

Este estudo exploratório, caracterizado como qualitativo e descritivo (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), segue os procedimentos de um Estudo de Caso (YIN, 2010), sendo o Grupo MoSaiCo Edu o caso analisado. É, portanto, sob a ótica dos princípios fundamentais ao trabalho colaborativo (FIORENTINI, 2004), esta pesquisa se propõe a responder o seguinte questionamento: quais indícios relativos aos princípios característicos e constitutivos do trabalho colaborativo permeiam e fundamentam as práticas colaborativas de um grupo de professores em Educação Estatística?

Para a realização desta pesquisa, foram audiogravados, transcritos e analisados os sete primeiros encontros do Grupo MoSaiCo Edu, entre agosto de 2018 e junho de 2019, momentos nos quais, dentre outras temáticas, os professores partilharam suas compreensões e motivações para estar/fazer parte do Grupo MoSaiCo Edu, enquanto narravam suas experiências pessoais e profissionais no âmbito da Educação Estatística. As análises se basearam nos pressupostos metodológicos do Discurso do Sujeito Coletivo – DSC, que, por meio da tabulação e da organização de dados qualitativos, possibilita reconstituir um pensamento coletivo (LEFÈVRE; LEFÈVRE, 2005).

No DSC, segundo Lefèvre e Lefèvre (2005), são consideradas quatro figuras metodológicas, nomeadamente: Expressões-Chave – ECH; Ideias Centrais – IC; Ancoragens – AC; e o próprio DSC. Nesta perspectiva, nas transcrições dos encontros do Grupo foram selecionadas as ECH, sendo estas, trechos representativos das narrativas dos professores, tendo em vista o propósito da pesquisa. A estas ECH foram atribuídas IC, as quais sintetizaram o conteúdo discursivo manifestado nas ECH, a saber: pesquisar a própria prática; troca com os pares; participação voluntária e espontânea no grupo; avaliação do grupo/encontro; motivação para estar no grupo/encontro. Já nas AC, que representam a manifestação linguística de uma determinada teoria ou ideologia, foram indicados os três princípios fundamentais dos grupos colaborativos, descritos por Fiorentini (2004). Por fim, tem-se a construção do discurso-síntese "formação docente por meio da colaboração entre os pares", gerado pela aproximação das ECH cujas IC já foram sinalizadas, tendo em vista questões colaborativas nas ações do Grupo.

Apresentação e análise dos resultados

À luz dos princípios característicos do trabalho colaborativo (FIORENTINI, 2004), o discurso-síntese (Figura 1) tem as análises apresentadas na sequência deste texto. É importante destacar que este discurso traz a apreensão do professor[1] ao conhecer os demais participantes, a relevância dos encontros para a construção de aprendizagens e de conhecimentos docentes, bem como para a partilha dos desafios e das dificuldades atreladas à prática pedagógica, também no contexto da Educação Estatística.

Nas análises apresentadas neste artigo, tem-se indícios dos princípios do trabalho colaborativo, sendo estes evidenciados nas relações de confiança e de identidade entre os participantes do MoSaiCo Edu e destes com os propósitos do Grupo, neste caso, com ênfase na Educação Estatística. Tal situação pode ser ilustrada quando o professor expôs como se sentiu nos momentos iniciais do encontro – "*o primeiro dia é sempre bem apreensivo*. [...] *quando eu vi o pessoal, eu vi que são caras conhecidas, aí a gente fica mais à vontade pra falar*" (Recorte do DSC).

Tem-se, neste trecho do discurso, um estranhamento inicial entre os professores, os quais desconheciam os nomes dos demais participantes do Grupo. Quando os docentes compreenderam que se tratava de pessoas já conhecidas, pelo menos para uma parte deles, se sentiram mais confiantes e abertos para se relacionarem uns com os outros. Assim, como descreve Martins, Curi e Borelli (2021, p. 217-218), para que um grupo se torne colaborativo é necessário "o fortalecimento dos aspectos relacionais entre os integrantes, desprendido de

[1] Nas análises, optou-se por empregar "professor" para representar as narrativas do coletivo do Grupo. Além disso, foram mantidas as falas originais dos participantes do Grupo, sem quaisquer tipos de correções.

qualquer sentimento de poder, a confiança em si e no outro, a dialética sobre as práticas de sala de aula e a negociação de sentidos para as tomadas de decisões".

Figura 1: Discurso "formação docente por meio da colaboração entre os pares"

O primeiro dia [do/no grupo] *é sempre bem apreensivo. Quando eu cheguei ali eu vi – tem alguém ali esperando –, aí eu sentei do lado. Depois, quando eu vi o pessoal, eu vi que são caras conhecidas, aí a gente fica mais a vontade pra falar. Vale destacar que o grupo é aberto, ou seja, quer participar, participa. Não adianta querer obrigar que não dá certo. Se a pessoa tem interesse, acho que conta – "Ah, como é que eu venho? Não tô atuando! Eu quero muito voltar a estudar e não tô atuando!" – vem pro grupo! Se chegar um dia e eu resolver dizer assim pra vocês: "Ah, hoje eu não tô a fim de falar nada! A minha aula não foi boa, não tô a fim de falar, tô de mau humor". Teve gente, às vezes, que contou: "Ah, não vou conseguir vir porque não fiz a leitura". Vem sem a leitura, pois não é uma aula, não é tema, é só pra gente discutir ideia. Então, pode vir de qualquer jeito! A gente combinou de fazer isso hoje, mas se alguém não se sentir à vontade – "hoje eu não tô a fim de falar" –, tranquilo, hoje não fala, hoje vamos só escutar. Então, o que me traz aqui, nesse tipo de grupo, é ouvir os outros e já ir aprendendo alguma coisa, também, de repente, passar alguma coisa que eu já sei, que eu aprendi. Ou seja, a minha motivação pra tá aqui é sempre os desafios que a gente tem em sala de aula, aprender mais como trabalhar, conhecimento, colaborar no que eu puder e absorver o que eu puder. Aliás, quando eu comecei a vir pra cá [grupo] vocês começaram a falar do projeto, que vocês aplicavam nas escolas de vocês, que era de fazerem os alunos fazerem um questionário e pesquisarem. Eu disse: bah, mas é agora! Eu também tenho que fazer isso. Sempre que eu ia em alguns congressos eu já voltava muito feliz, porque tu vê ideias diferentes e tu pensa: "vou fazer diferente". Nesse grupo, eu não só vejo ideias, como eu já tô fazendo. Também, fiquei cheia de vontade de enxergar isso, principalmente para gente analisar as fragilidades, o que eu faço errado e o que eu posso fazer melhor. Em geral, a prática fica na sala de aula, e quem tá na sala de aula tem as experiências que quem tá fora não tem, mas a gente não registra isso de uma maneira que outra pessoa possa ter acesso pra contribuir na sua prática também, pois a gente tem essa ideia de que precisa tá lá na faculdade pra produzir um artigo. Inclusive, os eventos que a gente participa, basicamente, são alunos da pós que tão pesquisando e tem pouca participação de quem tá lá na Educação Básica, que tem as experiências com as crianças e os adolescentes. Eu acho que a gente precisa muito ler, escrever essas coisas legais que a gente faz e ler outras experiências de como é que a gente vai fazer. A responsabilidade nossa assim, enquanto grupo, que pode passar a produzir um conhecimento da gente publicar e socializar, sendo a responsabilidade maior ainda de fazer certo. Logo, a necessidade desses encontros, dessas trocas pra um professor, esteja atuando ou não pois a gente tem umas ideias, às vezes, a gente não enxerga as outras potencialidades que têm, assim como nossas limitações. Eu fico muito focada ali, naquilo ali e não vejo, não respiro outras coisas, sabe? No entanto, vendo aqui, eu consigo respirar, consigo ter visões de outros. Pode ser uma lamentação, que, às vezes, a gente chega aqui e lamenta, bem ou mal, traz coisas novas e diferenciadas. Também, ninguém sabe mais que ninguém, todo mundo tem fragilidade, todo mundo tem potencialidade, ou seja, é hora de trocar. Eu tô saindo daqui levando essa ideia dos projetos que eu vou deixar de usar mais a aula expositiva pra usar mais a questão do projeto. Também tenho curiosidade de ouvir outras pessoas que tenham trabalhado nessa metodologia de ensinar como projeto e não separadamente como eu ensino.*

Fonte: Acervo das autoras (2020)

Como apontam alguns dos pesquisadores, ainda que se proponha a constituição de um espaço voltado ao diálogo e à interação (FIORENTINI, 2013), a colaboração não é um processo automático e simples, pois requer tempo e o enfrentamento a diferentes desafios (FERREIRA, 2003), além do estabelecimento de relações de confiança e de identificação com os professores e os propósitos do grupo (FIORENTINI, 2004), como descrito anteriormente. É neste contexto que se compreende que a identificação com os integrantes do grupo e pela dinâmica do trabalho colaborativo, como exposto por Fiorentini (2004), não requer, necessariamente, a presença de sujeitos com os mesmos conhecimentos ou advindos de ambientes culturais semelhantes, mas sim, pessoas dispostas a dividir suas compreensões, a partir de um interesse em comum.

A heterogeneidade (na atuação profissional e no percurso formativo), portanto, se apresenta como uma característica que pode contribuir às aprendizagens compartilhadas entre os participantes de grupos cuja dinâmica é colaborativa (BOAVIDA; PONTE, 2002; FERREIRA, 2003; FIORENTINI, 2013; GRANDO; NACARATO, 2013). Isto, pois, como acontece no Grupo MoSaiCo Edu, os professores trazem olhares e perspectivas diferentes sobre os conhecimentos específicos e pedagógicos, especialmente no que diz respeito à Educação Estatística, a contar pelo contexto em que desempenham suas funções, desde a escola até a universidade ou na formação inicial.

Compreende-se, assim como Fiorentini (2013, p. 69), que os educadores da escola partilham seus entendimentos sobre as condições e as possibilidades acerca do contexto educativo, mobilizando e construindo conhecimentos "situados na complexidade de suas práticas"; os acadêmicos e professores universitários compreendem de forma mais ampla "as teorias e metodologias a partir das quais produzem análises, interpretações e compreensões das práticas escolares vigentes, problematizando-as e desnaturalizando-as"; já os futuros professores detém "habilidades no uso das tecnologias de informação e comunicação e uma maior proximidade ou compreensão das culturas de referência dos alunos da escola básica". Assim, mesmo para os que estão afastados da sala de aula, a colaboração se torna uma possibilidade de promover aprendizagens coletivas, pois contribui no processo formativo do outro – "*não tô atuando! eu quero muito voltar a estudar e não tô atuando!" – vem pro grupo!"* (Recorte do DSC).

Além das questões da heterogeneidade do grupo, Costa (2020, p. 432) evidencia que a própria convivência e confiabilidade entre os professores tende a melhorar quando estes compreendem que a colaboração de todos é igualitária, pois "ninguém tem mais ou menos responsabilidades, pois o resultado obtido é do grupo, é de todos". Isso porque, no trabalho colaborativo as relações são horizontais (MARTINS; CURI; BORELLI, 2021), fato também mencionado no discurso – "*a gente não enxerga as outras potencialidades que têm, assim como nossas limitações*", ou seja, "*ninguém sabe mais que ninguém, todo mundo tem fragilidade, todo mundo tem potencialidade*" (Recortes do DSC).

Na dinâmica colaborativa, os professores apoiam e respeitam os conhecimentos e as experiências uns dos outros, quando também expõem as dificuldades e os desafios atinentes à docência, buscando encontrar soluções para os problemas partilhados (FIORENTINI, 2004). Dito de outra forma, com base no respeito mútuo e no apoio intelectual, técnico e afetivo, além da abertura ao diálogo, as críticas construtivas são bem-vindas, uma vez que não há um único ponto de vista (FIORENTINI, 2004), pois a prática profissional tem suas fragilidades e potencialidades pedagógicas.

Além do apoio e respeito mútuo, destaca-se o engajamento dos professores de forma voluntária e espontânea (FIORENTINI, 2004), vista na disposição destes para trabalhar juntos – "*o grupo é aberto, ou seja, quer participar, participa. Não adianta querer obrigar que não dá certo*" (Recorte do DSC). Para Fiorentini (2004), os docentes estabelecem alianças colaborativas, especialmente pelo apoio e pelas aprendizagens partilhadas, que os ajudam a enfrentar os desafios profissionais, as inovações curriculares e tecnológicas, além da formação e da pesquisa sobre a própria prática.

Assim, a colaboração propicia práticas de formação com o educador (e não *para* ou *sobre* ele), onde o professor é o protagonista desse processo, já que nos encontros são consideradas suas expectativas, experiências e conhecimentos profissionais (FIORENTINI, 2013). Desse modo, "obrigar" a participação do educador em um contexto de trabalho, ainda que colaborativo, a que Hargreaves (1998, p. 235) chamou de *colegialidade artificial*, gera práticas inflexíveis e ineficazes, o que pode prejudicar o exercício e as escolhas docentes, pela distância entre os objetivos e a realidade educativa.

A voluntariedade não está apenas na escolha em participar do Grupo, mas também na disposição do professor para se integrar às atividades coletivas. Um exemplo desta situação é apresentado no discurso – "*se chegar um dia e eu resolver dizer assim pra vocês: Ah, hoje eu não tô a fim de falar nada! A minha aula não foi boa, não tô a fim de falar, tô de mau humor".* Ou ainda, sobre os acordos relativos às leituras – "*Ah, não vou conseguir vir porque não fiz a leitura". Vem sem a leitura*" (Recortes do DSC).

Nesta perspectiva, nos grupos é comum alguns professores expressarem de forma mais aberta suas opiniões e compreensões, em contrapartida de outros, que preferem ouvir mais a falar, como também ocorreu no Grupo MoSaiCo Edu. Tal situação pode ser aproximada ao que Fiorentini (2004) aponta sobre os interesses e pontos de vistas que orientam as ações dos professores, levando-os a apresentar diferentes contribuições e níveis de participação nas atividades planejadas no coletivo. Assim, embora no grupo se privilegie o trabalho coletivo, é indispensável o respeito às individualidades e à autonomia de cada integrante (CYRINO, 2018), o que também requer, o estabelecimento da confiança entre estes sujeitos, pois, "sem confiança dos participantes uns nos outros e sem confiança em si próprios não há colaboração" (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 7).

Essas questões também podem ser discutidas sob o viés da corresponsabilidade entre os participantes do grupo, já que a colaboração demanda um compromisso partilhado acerca dos acordos coletivos, haja vista os objetivos que orientam essa prática, o sentido de pertencimento, bem como um longo e contínuo trabalho em conjunto (FIORENTINI, 2004). Estes aspectos, embora não explicitados de forma clara no discurso, também podem ser identificados nas ações do Grupo que, em seu princípio, demandaram um direcionamento inicial pelas professoras-pesquisadoras, especialmente nas definições das leituras, além do próprio movimento de constituição e convite aos educadores para participarem deste espaço de pesquisa e formação colaborativa.

Desta forma, no ambiente colaborativo, mesmo com as atividades definidas no coletivo do grupo, estas precisam ser cuidadosamente negociadas e, constantemente, revistas, o que demanda flexibilidade do grupo quanto aos acordos, especialmente para "negociar objetivos, modos de trabalho, modos de relacionamento, prioridades e até significados de conceitos fundamentais" (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 7). Assim, mesmo com os "combinados" e a espera de que todos os professores possam trazer suas contribuições às discussões do Grupo, cada qual tem sua forma de participar – "*a gente combinou de fazer isso hoje, mas se alguém não se sentir à vontade – "hoje eu não tô a fim de falar" –, tranquilo, hoje não fala, hoje vamos só escutar*" (Recorte do DSC).

Contextos colaborativos são espaços profícuos à construção de aprendizagens e conhecimentos docentes, especialmente por considerar a prática e os compreensões dos professores como ponto de partida (COELHO, 2010; PALANCH; MANRIQUE, 2016; CURI; MARTINS, 2018; COSTA, 2020). No discurso, o professor destacou os motivos por escolher a formação colaborativa – "*o que me traz aqui, nesse tipo de grupo, é ouvir os outros e já ir aprendendo alguma coisa, também, de repente, passar alguma coisa que eu já sei, que eu aprendi*" (Recorte do DSC). Logo, a perspectiva colaborativa para as ações dos professores é promissora à "produção de conhecimento mais significativa e de relevância, atrelada ao contexto educativo real", enquanto estes profissionais "compartilharem ideias, valores e compreensões por meio da socialização da elaboração de seus pensamentos e de sua prática" (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 11).

As aprendizagens e os conhecimentos compartilhados no Grupo fazem parte, portanto, do conjunto de razões pelas quais os professores optam por fazer parte de um contexto colaborativo – "*a minha motivação pra tá aqui é sempre os desafios que a gente tem em sala de aula, aprender mais como trabalhar, conhecimento, colaborar no que eu puder e absorver o que eu puder*" (Recorte do DSC). Ou seja, a ênfase sobre os interesses dos professores, especialmente os relacionados às experiências pedagógicas são propulsores de práticas colaborativas e que podem contribuir à formação destes educadores, também no contexto da Educação Estatística.

Sobre a reciprocidade de aprendizagem destaca-se também, a adoção da metodologia de projetos pelo professor, haja vista as experiências partilhadas no Grupo MoSaiCo Edu – "*quando eu comecei a vir pra cá vocês começaram a falar do projeto, que vocês aplicavam nas escolas de vocês*. [...] *Eu também tenho que fazer isso*" (Recorte do DSC). Neste sentido, o trabalho colaborativo se torna um contexto favorável à aprendizagem, a contar pelos diferentes profissionais envolvidos, já que possibilita aos professores refletir, analisar e problematizar as práticas pedagógicas e curriculares, além de "negociar as mudanças desejáveis e possíveis dessa prática" (FIORENTINI, 2013, p. 69), como neste caso, quando os projetos passaram a ser considerados no repertório de práticas educativas para ensinar Estatística, a partir das discussões e interações do Grupo.

O Grupo também propicia reflexões em relação aos modelos pedagógicos (BECKER, 2012) adotados pelo professor em sala de aula – "*eu tô saindo daqui levando essa ideia dos projetos que eu vou deixar de usar mais a aula expositiva pra usar mais a questão do projeto*" (Recorte do DSC). Desta forma, as reflexões desencadeadas no trabalho colaborativo contribuem para que o professor saia da zona de conforto (COSTA, 2020), além de possibilitar a ampliação dos conhecimentos, também relacionados a forma com que este vê o processo de ensino e aprendizagem (PALANCH; MANRIQUE, 2016).

Ademais, contextos colaborativos possibilitam o rompimento do isolamento – relacionado à cultura do individualismo (HARGREAVES, 1998) –, em detrimento das aprendizagens coletivas (COELHO, 2010), fato registrado no discurso – “*eu fico muito focada ali, naquilo ali e não vejo, não respiro outras coisas, sabe? No entanto, vendo aqui, eu consigo respirar, consigo ter visões de outros*” (Recorte do DSC). Tal situação pode ser aproximada ao que Shulman (2014, p. 212) traz sobre a docência que, em geral, acontece sem a audiência de seus pares, sendo “extenso o conhecimento potencialmente codificável que pode ser extraído da sabedoria da prática”. Logo, o grupo torna-se um espaço favorável ao abandono do individualismo em direção às práticas coletivas.

Por outro lado, o professor destacou o Grupo como um espaço para expressar suas aflições e angústias, além das trocas de aprendizagens – “*às vezes, a gente chega aqui e lamenta, bem ou mal, traz coisas novas e diferenciadas*” (Recorte do DSC). Aqui observa-se que é habitual os professores buscarem no grupo partilhar, não apenas questões sobre a temática em questão, mas também, suas próprias expectativas e dilemas profissionais (MERSETH, 2018), já que há momentos “para bate-papo informal, reciprocidade afetiva, confraternização e comentários sobre experiências e episódios da prática escolar” (FIORENTINI, 2004, p. 59), a que se chamou aqui de “lamentações”, pois quem os escuta, como lembra Alves (2007), são colegas de profissão que, possivelmente, já vivenciaram situações semelhantes às partilhadas.

Haja vista os resultados apresentados, tem-se na Figura 2 a sistematização de um conjunto de indícios referentes aos princípios característicos do trabalho colaborativo, postos por Fiorentini (2004), que embasaram as discussões deste trabalho. No centro de cada hexágono são descritos indicadores relacionados à dinâmica colaborativa, em termos cognitivos, afetivos e relacionais, identificadas nos encontros do Grupo MoSaiCo Edu.

Figura 2: Indícios dos princípios característicos e constitutivos do trabalho colaborativo

Fonte: Acervo das autoras (2021)

Nesta perspectiva, destaca-se que as práticas colaborativas demandam relações horizontais, voluntárias e abertas ao diálogo, onde há respeito, apoio e reciprocidade intelectual e afetiva, a contar pela confiança do professor em si mesmo e em seus pares, bem como pela identidade com os propósitos do grupo e com os demais educadores. Na colaboração, o professor é o protagonista da própria formação, que deixa o individualismo para partilhar e construir aprendizagens e conhecimentos no contexto coletivo. Assim, os diálogos desencadeados nas rodas de conversa, que podem envolver momentos de descontração e confraternização, são flexíveis e negociáveis, especialmente encorajados pela autonomia e pelos interesses dos professores envolvidos neste processo. Portanto, contextos colaborativos, como o Grupo MoSaiCo Edu, podem contribuir à formação e ao desenvolvimento profissional do professor no contexto da Educação Estatística.

Considerações finais

Neste artigo foram sistematizados indícios referentes aos princípios característicos e constitutivos do trabalho colaborativo, tendo em vista os aspectos abordados por Fiorentini (2004) sobre a formação com viés colaborativo, haja vista as experiências pessoais e profissionais partilhadas pelos professores do Grupo MoSaiCo Edu. Mostra-se, por meio deste estudo, os grupos colaborativos como contextos propícios para a formação *com* o professor, protagonista deste processo, uma vez que o faz sair do isolamento e da sua zona de conforto para refletir e problematizar com seus pares, as estratégias e os modelos pedagógicos adotados em sala de aula. Além disso, o grupo torna-se um espaço para o diálogo, para as reflexões e as críticas construtivas, além das conversas descontraídas, onde são estabelecidas relações de confiança e cumplicidade. Portanto, estes resultados podem contribuir às discussões acerca da formação docente no que diz respeito à Estatística, especialmente por meio de projetos entre a universidade e a escola, com benefícios recíprocos, uma vez que nos grupos todos os participantes são formadores e aprendizes, capazes de ensinar e aprender um com o outro.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

ALVES, F. T. O. **Quando professoras se encontram para estudar matemática**: saberes em movimento. 2007. 176 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2007.

BECKER, F. **Educação e construção do conhecimento**. 2ª Edição. Porto Alegre: Penso, 200p, 2012.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística**: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. BH: Autêntica Editora, 2011.

COELHO, M. A. V. M. P. Os **saberes profissionais dos professores**: a problematização das práticas pedagógicas em estatística mediadas pelas práticas colaborativas. 2010. 228 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

CONTI, K. C. o estudo da Estatística num contexto colaborativo: o gráfico de setores. **REnCiMa**, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 265-282, 2018. https://doi.org/10.26843/rencima.v9i2.1667.

COSTA, L. F. M. Trabalho colaborativo na formação inicial do professor que ensina Matemática. **REnCiMa**, São Paulo, v. 11, n. 7, p. 421-437, nov. 2020. https://doi.org/10.26843/rencima.v11i7.2629.

CURI, E.; MARTINS, P. B. Contribuições e desafios de um projeto de pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia Lesson Study. **Revista brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 11, n. 2, p. 478-497, mai./ago. 2018. https://doi.org/10.3895/rbect.v11n2.8454.

CYRINO, M. C. C. T. Grupos de estudo e pesquisa e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **REnCiMa**, São Paulo, v. 9, n.6, p. 01-17, 2018. https://doi.org/10.26843/rencima.v9i6.2062.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, abr. 2015, v. 29, n. 51, p.1-17. https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a01.

FERREIRA, A. C. **Metacognicão e desenvolvimento profissional de professores de matemática**: uma experiência de trabalho colaborativo. 2003. 390 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 1ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2004, p. 47-76.

FIORENTINI, D. A investigação em educação matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, Costa Rica, año 8, n. 11, p. 61-82, 2013.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M. As potencialidades do trabalho colaborativo para o ensino e a aprendizagem em estocástica. In: NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C. (Orgs.). **Estatística e probabilidade na Educação Básica**: professores narrando suas experiências. 1ª Edição. Campinas: Mercado de Letras, 2013, p. 11-32.

HARGREAVES, A. **Os professores em tempo de mudança**. Porto: Edições ASA, 1998.

LEFÈVRE, F.; LEFÈVRE, A. M. C. **O Discurso do Sujeito Coletivo**: um novo enfoque em pesquisa qualitativa (desdobramentos). Caxias do Sul: Educs, 2005.

LOPES, C. E.; MENDONÇA, L. O. **Trilhas investigativas em educação estatística narradas por professores que ensinam matemática**. 1ª Edição. Campinas: Mercado das Letras (Série Educação Estatística), 2017.

LOPES, C. E.; MENDONÇA, L. O. O percurso do GIFEM: um grupo que se tornou colaborativo. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v. 6, n. 14, janeiro-abril/ 2021. https://doi.org/10.23864/cpp.v6i14.671.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A**. Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo, Editora Pedagógica e Universitária. 99p, 1986.

MARTINS, P. B.; CURI, E.; BORELLI, S. S. Contextos de Colaboração e Reflexão entre professores e formadores que ensinam Matemática num Projeto de Pesquisa envolvendo Estudos de Aula. **Com a Palavra**, O Professor, Vitória da Conquista, v. 6, n. 14, p. 211-231, jan./abr. 2021. https://doi.org/10.23864/cpp.v6i14.651.

MERSETH, K. K. **Desafios reais do cotidiano escolar brasileiro**: 22 dilemas vividos por diretores, coordenadores e professores em escolas de todo o Brasil/ coordenação Katherine K. Merseth; organização Instituto Península. São Paulo: Moderna, 2018.

NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C. **Estatística e probabilidade na Educação Básica**: professores narrando suas experiências. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C.; TORICELLI, L.; TOMAZETTO, M. Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processo de formação. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 197-212.

PALANCH, W. B. L.; MANRIQUE, A. L. Ações colaborativas universidade - escola: formação de professores que ensinam matemática em espaços colaborativos. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 10, n. 2, p. 188-202, 2016. https://doi.org/10.14244/198271991597.

PORCIÚNCULA, M.; SAMÁ, S. Projetos de Aprendizagem. I: PORCIÚNCULA, M.; SAMÁ, S. (Orgs.). **Educação Estatística**: Ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior. 1ª Edição. Curitiba: CRV. 2015, p. 133-141.

SANTANA, F. C. M.; BARBOSA, J. C. As relações pedagógicas em um Trabalho Colaborativo envolvendo professores de Matemática: do conflito à gestão. In: CYRINO, M. **Temáticas Emergentes de Pesquisas sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática**: Desafios e Perspectivas. Brasília: SBEM, 2018, p. 19-42.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 196-229, 2014. Tradução: Leda Beck. Revisão técnica: Paula Louzano. https://doi.org/10.18676/cadernoscenpec.v4i2.293.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 4ª edição. Tradução Ana Thorell. Porto Alegre: Bookman, 248p, 2010.

Qual a Atitude dos Futuros Professores de Matemática Frente à Estatística?

What is the Attitude of Future Mathematics Teachers Towards Statistics?

Luciana Neves Nunes
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
lununes@mat.ufrgs.br

Luís Henrique Pio de Almeida
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
lh.pioalmeida@gmail.com

Resumo
Atualmente, é quase impossível ouvir um noticiário, ler uma revista ou até mesmo um anúncio sem se deparar com estatísticas. A Estatística já se tornou um idioma por si só e necessita ser compreendido. Com o objetivo de medir a atitude de futuros professores de matemática frente à Estatística, utilizou-se neste estudo a escala SATS-28 (*Survey of Atitudes Toward Statistics*), versão adaptada para português, através de um censo dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Realizou-se a análise descritiva das quatro dimensões do instrumento: Afetiva, Competência Cognitiva, Valor e Dificuldade, com resultados estratificados por gênero, turno do curso, grau de contato anterior com a Estatística, hábito de leitura e etapa no curso. De forma geral, as atitudes mais positivas foram nas dimensões Valor: importância da estatística; e Competência Cognitiva: conhecimento e habilidades intelectuais. As dimensões com atitudes menos positivas foram as Afetiva e Dificuldade, sendo que a Dificuldade foi a mais preocupante. Os estudantes com maior grau de contato com a Estatística no Ensino Básico foram os que apresentaram os maiores escores. De acordo com a etapa no curso, quanto maior a etapa, mais positiva é a atitude na Competência Cognitiva e mais negativa é a atitude na dimensão Afetiva. Esses resultados indicam a importância em se conhecer os perfis atitudinais para que sejam adotadas medidas para reverter atitudes negativas.

Palavras-chave: Escala de Atitude; Educação Estatística; Licenciatura em Matemática; Ensino e Aprendizado.

Abstract
Nowadays it's almost impossible to listen to a news report, read a magazine or even an ad without coming across statistics. Statistics has already become a language in its own right and needs to be understood. In order to measure the attitude of future mathematics teachers towards Statistics, the SATS-28 (Survey of Attitudes Toward Statistics) scale was used in this study, a version adapted for Portuguese, through a census of students in the Licentiate Degree in Mathematics at the Federal University of Rio Grande do Sul. A descriptive analysis of the four dimensions of the instrument was carried out: Affective, Cognitive Competence, Value and Difficulty, with results stratified by gender, course shift, degree of previous contact with Statistics, habit of reading and step in the course. In general, the most positive attitudes were in the dimensions Value: importance of statistics; and Cognitive Competence: knowledge and intellectual skills. The dimensions with less positive attitudes were Affective and Difficulty, with Difficulty being the most worrying. Students with the highest degree of contact with Statistics in Basic Education were the ones with the highest scores. According to the stage in the course, the longer the stage, the more positive the attitude in Cognitive Competence and the more negative the attitude in the Affective dimension. These results indicate the importance of knowing the attitudinal profiles so that measures can be taken to reverse negative attitudes.

Keywords: Attitude Scale; Statistical Education; Degree in Mathematics; Teaching and Learning.

Introdução

Em nosso cotidiano, é quase impossível ouvir um noticiário, ler uma revista ou até mesmo um anúncio sem se deparar com estatísticas. A Estatística já se tornou um idioma por si só e necessita ser compreendido.

Atualmente a Estatística é uma peça fundamental para a tomada de decisões nas mais diversas áreas do conhecimento. Isso porque praticamente qualquer pesquisa científica usa a Estatística, seja para análises exploratórias ou mesmo processos decisórios inferenciais. Segundo Estrada (2001), pela sua forma interdisciplinar é que a Estatística se insere nas mais diversas áreas do conhecimento, desde a Educação Básica até além da Universidade. Diversos cursos de graduação, nas diversas áreas como Exatas, Biológicas ou Humanas, têm disciplinas de Estatística em suas grades curriculares, (Comas et al., 2017). E na Educação Básica, o ensino de Estatística consta nas diretrizes curriculares, já desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e hoje na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), tal que a Matemática não deve apenas se restringir à quantificação de fenômenos determinísticos, mas também deve abordar e estudar a incerteza proveniente de fenômenos aleatórios e processos de amostragem. Contudo, a Estatística é uma disciplina frequentemente deixada de lado pelos professores da rede de Ensino Fundamental e Médio. Para Nolan e Speed (1999), a dificuldade está em aplicar os conceitos estatísticos aprendidos na graduação, ou seja, os professores não conseguem relacionar a utilização da Estatística em situações reais. Mas para Gelman (2012) a raiz dessa problematização está ainda na formação dos professores de Matemática no que diz respeito a aprendizagem dos conteúdos de Estatística e na forma de aprender a ensinar esses conteúdos, pois nas disciplinas das licenciaturas, muitas vezes, não se abordam os aspectos didáticos/pedagógicos a serem ensinados. Esse viés na formação dos professores repercute em atitudes negativas frente à Estatística, que são repassadas aos estudantes, condicionando esse ensino, que por sua vez levam essa atitude negativa para seu desenvolvimento profissional, gerando um ciclo vicioso (Estrada et al. 2003).

Conforme De Oliveira (2016), “Para se atingir o sucesso que se pretende na Educação Estatística é necessário conhecer as atitudes dos professores em relação à Estatística e nesse processo identificar as atitudes positivas ou menos positivas de modo a que esse conhecimento possa contribuir para se poderem delinear e planificar ações ao nível da educação e formação estatística de forma ainda mais específica, assertiva e adequada e que tenham em linha de conta, para além de conhecimentos estatísticos e didáticos da Estatística, também , como por exemplo, aspectos afetivos do professor em relação à Estatística.”

Objetivo

O objetivo principal deste estudo foi investigar a atitude frente à Estatística de futuros professores de Matemática, atuais estudantes de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). A partir dos resultados obtidos pretende-se conhecer esse cenário e se planejar ações por parte da Universidade, a fim de interromper o ciclo de atitudes negativas e promover a melhor qualidade do ensino de Estatística.

Referencial Teórico

Segundo Campos et al. (2011), a Educação Estatística se preocupa com o desenvolvimento de uma postura investigativa, reflexiva e crítica do estudante. O documento *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education* (GAISE, 2007) produzido pela *American Statistical Association* (ASA) e atualizado em 2020, estabelece as diretrizes para a avaliação e a instrução na Educação Estatística e propõe para o ensino o estímulo de três competências: o Letramento Estatístico, o Pensamento Estatístico e o Raciocínio Estatístico. Estas competências estão inter-relacionadas, ou seja, o nível de uma depende das outras. No entanto, não há um acordo formal sobre as definições dessas competências, é possível apenas organizar o conceito com base em ideias de pensadores e pesquisadores da área.

As competências estatísticas: Letramento, Pensamento e Raciocínio

Gal (2004) pressupõe um conjunto de componentes para definir o Letramento Estatístico: (i) na habilidade de interpretar e avaliar criticamente os argumentos relacionados a uma pesquisa e (ii) na habilidade de comunicar e debater conclusões oriundas de um estudo estatístico. Baseado em Gal, Santana (2016), em sua dissertação, discrimina cinco componentes inter-relacionados e embasados na presença de uma postura crítica apoiada em crenças e atitudes: (i) habilidades gerais de letramento, (ii) conhecimento estatístico, (iii) conhecimento matemático, (iv) conhecimento do contexto e (v) questionamentos críticos.

Para Pfannkuch e Wild (2004), o Pensamento Estatístico é caracterizado pela compreensão da natureza da amostragem e de como as investigações devem ser conduzidas. Os autores estabelecem cinco estruturas de pensamentos: (i) o reconhecimento da necessidade de dados; (ii) a transnumeração (mudança de representação para facilitar o entendimento); (iii) a consideração de variabilidade, que diz respeito à capacidade do indivíduo de observar e compreender a variabilidade dos dados; (iv) o raciocínio com modelos; (v) a integração contextual da Estatística, que se refere ao problema ser analisado dentro do contexto.

Neste mesmo ideal, Campos et al. (2011) definem o Pensamento Estatístico como o entendimento de como os dados são produzidos, como as ferramentas de inferência são utilizadas no processo de investigação e como/porque os modelos de simulação são aplicados. Sendo assim, o raciocínio lógico e analítico são fundamentais no processo para o entendimento do problema na sua totalidade.

O Raciocínio Estatístico envolve a capacidade e a habilidade de entender e explicar como um todo o processo estatístico. Segundo Garfield (2002), é a maneira de raciocinar sobre ideias e de dar sentido às informações estatísticas. O ensino deve prover práticas que desenvolvam não apenas o raciocínio, mas também o Raciocínio Estatístico, visto que a capacidade de interpretar os dados provenientes de situações reais é essencial para todos e é o que forma o cidadão. Garfield também salienta a importância da capacidade de raciocinar com e sobre as informações estatísticas e os equívocos no entendimento de médias, nas orientações de resultados e amostragem. Por fim, a autora destaca as implicações desta competência, os indivíduos em estágios iniciais do raciocínio estatístico podem não ter capacidade de um entendimento integrado, necessário para um julgamento e interpretações corretas.

Atitude frente à Estatística

A atitude, de forma geral, pode ser entendida como a tendência de uma pessoa de julgar determinados objetos como bons ou maus, desejáveis ou indesejáveis. Juízo embasado em experiências passadas, em respostas aprendidas ou reações emocionais condicionadas (Asch, 1952). Consequentemente, as decisões e escolhas são determinadas pela atitude.

No ensino, dependendo da atitude do aluno frente a um certo objeto, a tomada de decisões pode atrapalhar a compreensão de conceitos. Uma atitude positiva pode levar o aluno a ter interesse e querer aprender mais. Em contrapartida, quando negativa, a atitude pode tornar o aprendiz nervoso, ansioso, com medo e sem interesse em aprender (De Brito, 1998, Cazorla et al, 1999). De acordo com Da Silva et al (2015), muitos estudantes nutrem sentimentos de medo e múltiplos comportamentos de evitamento a respeito dos conteúdos de estatística lecionados, expressando frequentemente sinais de ansiedade e de falta de confiança quanto à sua capacidade de conseguirem aprender os conteúdos e de alcançarem aprovação.

Na Educação Estatística, leva-se em conta a ideia de que devem ser desenvolvidos os conhecimentos estatísticos e matemáticos, a partir da construção das competências de letramento, pensamento e raciocínio estatísticos. Além disso, é interessante que os estudantes se portem de forma ativa, questionando e avaliando criticamente as informações. Para tanto, uma atitude positiva é fundamental para o pleno desenvolvimento de uma postura crítica.

Metodologia

Evidenciada a importância da atitude frente a Estatística, nas últimas décadas foram desenvolvidos diversos instrumentos para medir tal atitude. Nesta pesquisa optou-se por utilizar a escala *Survey of Attitudes Toward Statistics* com 28 itens (SATS-28), visto se tratar de um instrumento multidimensional e que tem sido largamente difundido e utilizado em estudos nacionais e internacionais.

Originalmente a escala SATS-28 foi proposta por Schau et al. (1995) no idioma inglês e foi adaptada e traduzida para língua portuguesa por Vendramini et al. em 2011. A escala é composta por 28 itens que são do tipo *likert* com 7 pontos, variando de "discordo fortemente" (1) à "concordo fortemente" (7). Os 28 itens da escala compõem quatro diferentes dimensões: (a) Afetiva (com 6 itens), que se refere a sentimentos positivos e negativos sobre a Estatística; (b) Competência Cognitiva (com 6 itens), que é sobre o conhecimento intelectual e as habilidades cognitivas quando aplicadas à Estatística; (c)

Valor (com 9 itens), que mede atitudes sobre utilidade, relevância e importância da Estatística e; (d) Dificuldade (com 7 itens), que avalia a dificuldade com a Estatística como assunto. De acordo com as diretrizes dos autores (Shau et al, 1995) para o uso da escala, a pontuação construída para cada uma das dimensões deve ser gerada a partir da média dos itens que compõem cada uma das dimensões, sendo que a autora indica que não se use um escore geral do instrumento, mas somente as medidas obtidas em cada dimensão. Quanto à interpretação dos valores, quanto maior a pontuação média, mais positiva é a atitude frente à Estatística naquela dimensão.

O delineamento do estudo foi do tipo censo, cuja população em estudo é formada pelos estudantes do curso de graduação de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), sendo o critério de inclusão destes estudantes na pesquisa, estarem matriculados em pelo menos uma disciplina presencial oferecida no segundo semestre de 2019.

A coleta de dados foi realizada no formato presencial, usando questionários impressos em papel e auto aplicados. Foram localizadas e visitadas 24 turmas, sendo 13 do turno diurno e 11 do noturno. Dada a autorização prévia para a visita do professor ou professora da turma, mediante e-mail ou presencialmente, a abordagem dos estudantes foi feita em sala de aula, com duração média de 10 a 15 minutos. Os discentes foram, então, convidados para responder os questionários descritos abaixo, após a leitura do Termo de Consentimento. Todos os estudantes tiveram liberdade para recusar a sua participação na pesquisa, bem como interromper sua participação a qualquer momento. Ainda, foi garantida o anonimato e preservação do sigilo sobre os dados coletados. O questionário continha duas partes:

- *Questões Demográficas e de perfil*: data de nascimento, gênero com que se identifica, turno da graduação (diurno ou noturno), etapa do curso em que está matriculado, grau de contato com a Estatística na Educação Básica (nenhum, baixo ou alto), curso superior anterior (qual?) e hábito de leitura (raro, pouco, muito).
- *Questionário de atitudes em relação à Estatística (SATS-28 v. Português)*.

Por se tratar de um estudo censitário foi realizada a análise estatística descritiva de todas as variáveis do estudo, pois ao se obter dados de uma população é possível se calcular os parâmetros. Para as variáveis quantitativas demográficas e de perfil foram calculadas as médias e desvios padrão (DP) e para as variáveis qualitativas foram calculadas as frequências absoluta e relativa.

A partir dos valores médios obtidos para cada uma das dimensões do SATS-28, realizou-se uma análise estatística descritiva a fim de conhecer os parâmetros mínimo, máximo, média, desvio padrão, mediana e quartis. A fim de se avaliar possíveis diferenças nas medidas atitudinais nas diferentes dimensões, fez-se análise descritiva estratificada por gênero, turno, grau de contato com a Estatística na educação básica, ter outro curso e hábito de leitura. Para avaliar a relação entre as dimensões foi feita análise de correlação com cálculo dos coeficientes de correlação de Pearson.

Para tabulação dos dados e realização dos cálculos, utilizou-se os softwares Excel, IBM SPSS versão 18.0 (Statistical Package for Social Sciences) e R-Project versão 3.6.0 (R-project.org).

Resultados

Durante quatro semanas de coleta (de 18 de outubro a 13 de novembro de 2019), foram localizados e entrevistados 178 estudantes. Dos 178 respondentes, 102 (57,6%) eram do turno diurno, e 75 (42,4%) eram do turno noturno, sendo que apenas um estudante não informou o turno (*missing*). Entre os entrevistados, 63,5% se identificaram como sendo do gênero masculino, 37,1% estavam no primeiro ano do curso, 78,7% declararam ter tido baixo grau de contato com a Estatística na escola, 60,6% não tinham outra formação de graduação e 43,8% disseram ter pouco hábito de leitura (43,8%). A Tabela 1 caracteriza os alunos entrevistados com mais detalhes, de acordo com o turno de seu curso e de forma geral.

Estratificando os resultados por turno, vê-se que o gênero masculino representa 58,3% do turno diurno com média de idade de 23,2 anos (DP=5,8). No curso noturno esta predominância do gênero masculino também é acentuada, tal que representa 70,7% dos respondentes, com média de idade de 30,1 anos (DP=11,8). Já a idade média das estudantes foi um pouco inferior, sendo 22,6 anos (DP=5,6) no turno diurno e 28,6 anos (DP=10,9) no turno noturno. O fato de os estudantes do noturno terem mais idade, em média, quando comparados aos do diurno, pode justificar o maior percentual de estudantes que já realizaram outro curso (concluído ou não), que foi de 54,8% e 27,7% para noturno e diurno, respectivamente.

Tabela 1: Caracterização dos alunos, por turno e geral.

Variável		Diurno Média [DP] ou n (%)	Noturno Média [DP] ou n (%)	Geral Média [DP] ou n (%)
Idade (anos)		22,9 [5,7]	29,7 [11,5]	25,8 [9,2]
Idade/Gênero	Masculino	23,2 [5,8]	30,1 [11,8]	26,4 [9,7]
	Feminino	22,6 [5,6]	28,6 [10,9]	24,6 [8,3]
Gênero	Masculino	60 (58,3)	53 (70,7)	113 (63,5)
	Feminino	43 (41,7)	22 (29,3)	65 (36,5)
Etapa do Curso (n=176)	1º ano	33 (32,4)	33 (43,8)	66 (37,5)
	2 º ano	30 (29,4)	17 (23,3)	47 (26,7)
	3 º ano	24 (23,5)	15 (20,5)	39 (22,2)
	4 º ano	14 (13,7)	7 (9,6)	21 (11,9)
	5 º ano	1 (1,0)	2 (2,7)	3 (1,7)
Grau de Contato (n=177)	Nenhum	22 (21,6)	10 (13,3)	32 (18,0)
	Baixo	77 (75,5)	62 (82,7)	140 (78,7)
	Alto	3 (2,9)	3 (4,0)	6 (3,4)
Outro Curso (n=174)	Sim	28 (27,7)	40 (54,8)	69 (39,4)
	Não	73 (72,3)	33 (45,2)	106 (60,6)
Hábito de Leitura (n=177)	Raramente	20 (19,6)	19 (25,3)	39 (22,0)
	Pouco	50 (49,0)	27 (36,0)	78 (43,5)
	Bastante	32 (31,4)	29 (38,7)	61 (34,5)

Fonte: os autores

Foram gerados os escores para todos os indivíduos da população do estudo, para cada uma das quatro dimensões. Os valores obtidos destes escores são as medidas da atitude do indivíduo nas diferentes dimensões, sendo que estes escores são as médias das pontuações obtidas nas questões que compõem cada uma das dimensões e, portanto, essas médias podem variar de 1 a 7. A partir da Tabela 2, que contém os resultados da análise descritiva dos escores das dimensões, pode-se ver que a dimensão Dificuldade é que apresentou as menores medidas, tanto da média (3,76) como da mediana (3,71), quando comparada às outras dimensões, indicando uma atitude pouco positiva. Chama a atenção que para a dimensão Valor essas mesmas medidas foram as maiores, sendo 5,89 e 5,79, a média e a mediana, respectivamente, o que indica a atitude mais positiva entre as quatro dimensões. A dimensão com maior dispersão em sua distribuição foi a dimensão Afetiva, com desvio padrão de 1,08. A Competência Cognitiva indica uma distribuição bastante simétrica, sendo que a média e a mediana são muito próximas, sendo 50,1 e 5,00, respectivamente. De maneira geral, o que pode ser visto com estes resultados é que essa população valoriza (dimensão Valor) a Estatística, entretanto a considera um assunto difícil.

Tabela 2: Medidas descritivas dos escores de atitude, de acordo com as dimensões.

Dimensão	Mín.*	Máx.#	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Média	DP&
Afetiva (6 itens)	1,00	7,00	3,83	4,67	5,17	4,52	1,08
Competência Cognitiva (6 itens)	2,83	6,67	4,67	5,00	5,50	5,01	0,69
Valor (9 itens)	3,33	7,00	5,44	5,89	6,22	5,79	0,67
Dificuldade (7 itens)	1,43	5,57	3,14	3,71	4,29	3,76	0,79

Fonte: os autores; * Valor mínimo; # Valor máximo; & Desvio Padrão.

Identificada uma atitude mais positiva dos estudantes em termos do Valor e mais negativa em termos da Dificuldade, buscou-se alguma relação com o perfil dos alunos. A Tabela 3 apresenta os valores das médias e desvios padrão da atitude de cada uma das dimensões, conforme o perfil dos estudantes.

Tabela 3: Médias e desvios padrão (DP) dos escores das dimensões, de acordo com as variáveis de perfil.

		Dimensões							
		Afetiva		**Competência Cognitiva**		**Valor**		**Dificuldade**	
Gênero	Masculino	4,75	(0,96)	5,12	(0,64)	5,77	(0,70)	3,76	(0,80)
	Feminino	4,13	(1,15)	4,82	(0,73)	5,83	(0,61)	3,75	(0,77)
Turno	Diurno	4,37	(1,09)	4,99	(0,66)	5,76	(0,68)	3,75	(0,77)
	Noturno	4,72	(1,04)	5,04	(0,73)	5,84	(0,66)	3,76	(0,81)
Outro Curso	Sim	4,90	(0,98)	5,17	(0,64)	5,78	(0,69)	3,76	(0,75)
	Não	4,28	(1,08)	4,91	(0,71)	5,80	(0,66)	3,74	(0,81)
Hábito Leitura	Raramente	4,47	(1,05)	5,08	(0,69)	5,68	(0,79)	3,76	(0,83)
	Pouco	4,47	(0,99)	4,93	(0,72)	5,71	(0,60)	3,83	(0,72)
	Bastante	4,62	(1,20)	5,07	(0,64)	5,95	(0,66)	3,66	(0,84)
Grau de Contato	Nenhum	3,98	(1,07)	4,67	(0,80)	5,76	(0,68)	3,53	(0,69)
	Pouco	4,61	(1,05)	5,06	(0,64)	5,79	(0,68)	3,80	(0,80)
	Bastante	5,28	(0,81)	5,58	(0,35)	5,85	(0,43)	3,95	(0,90)
Geral		4,52	(1,08)	5,01	(0,69)	5,79	(0,67)	3,76	(0,79)

Fonte: os autores

Os respondentes que se identificaram com o gênero masculino mostraram atitude mais positiva nas dimensões Afetiva e Competência Cognitiva, quando comparados com as mulheres. As médias dos homens foram 4,75 e 5,12 para as dimensões Afetiva e Competência Cognitiva, respectivamente, enquanto o gênero feminino apresentou médias 4,13 e 4,82 para estas dimensões. Porém, há indicação de que o gênero feminino tende a reconhecer de forma mais acentuada a importância da Estatística, pois a média das mulheres, 5,83. para a dimensão Valor foi maior que a dos homens, que foi 5,77.

O turno também se diferencia basicamente na dimensão Afetiva, sendo que a média do noturno foi 4,72, enquanto a do diurno foi 4,37. Logo, pode-se concluir que os alunos do diurno possuem sentimentos negativos mais elevados, frente a Estatística, comparados aos alunos do noturno. Essa diferença pode ser explicada pelo fato de o curso noturno apresentar maior média de idade entre os estudantes de 29,7 anos (DP=11,15) e um maior percentual (54,8%) de alunos que já frequentaram outro curso superior, conforme descrito na Tabela 1.

Para os participantes que já cursaram algum outro curso superior, nota-se que a atitude nas dimensões Afetiva e Competência Cognitiva é mais positiva, com médias iguais a 4,90 e 5,17, em relação aos sujeitos que cursam pela primeira vez o ensino superior, pois as médias foram 4,28 e 4,91, respectivamente.

Considerando o hábito de leitura dos alunos, o qual se acreditava ser influente na atitude, dada a aproximação da Educação Estatística com a Educação Crítica – conforme teorizado por Carneiro (1984), para o qual a leitura é o principal passo em direção ao progresso intelectual do cidadão, o mesmo não demonstrou grandes diferenças. Percebe-se apenas que o grupo que se julga ler bastante apresentou a média do componente Valor um pouco mais elevada.

Por fim, assim como evidenciado na Tabela 3, o grau de contato com a Estatística na Educação Básica sugere ser uma das características mais fortemente relacionadas com a atitude, demonstrando que a atitude de quem teve bastante contato com a Estatística é mais positiva em relação a aqueles que tiveram menos contato, em todas as dimensões, indicando até uma relação linear, pois quanto maior o contato, maiores as médias de atitude.

A fim de avaliar uma possível relação entre as pontuações médias das dimensões, foi realizada uma análise de correlação. As duas dimensões que mais se correlacionam são a Afetiva e a Competência Cognitiva que tem coeficiente de correlação de 0,611, indicando uma moderada correlação positiva entre as atitudes dessas dimensões. Os demais coeficientes mostraram correlações fracas entre as dimensões, sendo que entre a Dificuldade e a Competência Cognitiva teve coeficiente de correlação de 0,218.

Conclusões

De forma geral, os resultados deste estudo mostraram que os entrevistados apresentam alguma heterogeneidade quanto a atitude, dependendo da dimensão que está sendo levada em conta. Os futuros professores de Matemática revelaram ter atitudes positivas quando são consideradas as dimensões de Valor e Competência Cognitiva. Porém, no tocante a atitude com relação às dimensões Afetiva e Dificuldade, os estudantes se posicionaram de maneira neutra até negativa. Resultados semelhantes foram encontrados no estudo de Da Silva et al (2015), que avaliou uma amostra de estudantes de estudantes de primeiro ano de Psicologia. Cabe comentar que Da Silva et al comentam que alguns estudos revelam resultados em que os estudantes têm atitude predominantemente positivas, enquanto outros estudos encontraram evidências de atitudes negativas dos estudantes em relação à Estatística. Ou seja, mais estudos devem ser realizados, com diferentes populações, para que se possa explorar métodos alternativos de ensino que contribuam para o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Estatística.

Como este estudo trata de uma população de estudantes de licenciatura de uma instituição específica, a UFRGS, os resultados encontrados também devem ser discutidos no âmbito curricular do curso em questão. A UFRGS é a maior instituição pública federal de Ensino Superior do Estado do Rio Grande do Sul, sendo responsável pela formação de uma parcela importante dos professores de Matemática que vem a atuar tanto na rede pública de ensino básico como na rede privada. Assim, o planejamento da disciplina de Estatística que consta na grade curricular desta licenciatura deve prever atividades que instiguem os estudantes a terem atitudes positivas frente a Estatística. Conforme diz De Oliveira (2016), a experiência dos professores e professoras enquanto estudantes, e enquanto profissionais, que foi lhes moldando a atitude que futuramente terão influência nas atitudes e processos de aprendizagem dos seus alunos e alunas.

Pelas diretrizes do GAISE (2007), parte-se da ideia de que os cursos de formação de professores de Matemática devem oferecer subsídios para proporcionar o desenvolvimento das três competências: (1) o Letramento Estatístico, de modo a trabalhar as informações e a linguagem num contexto de discussão social, valorizando atitudes e promovendo discussões nas quais os futuros professores possam usar a estatística como evidência em suas argumentações; (2) o Pensamento Estatístico, buscando a relação dos dados com situações concretas e aplicadas; e (3) o Raciocínio Estatístico, estimulando a capacidade de interpretar os dados, fundamental para a formação do cidadão. Ainda, segundo De Oliveira e Vieira (2018), temos:

> [...] não apenas o entendimento dos conceitos estatísticos é suficiente para desenvolver as atitudes positivas em relação ao ensino de estatística, mas também a experiência agradável de aprendizagem, com estratégias estimulantes e desafiadoras, com a utilização adequada de materiais didáticos, entre outras ações. O desafio é descobrir como cada aluno pode aprender e desencadear um ciclo positivo para a aprendizagem e consequentemente futura utilização da estatística. p.168

Ao se considerar as diretrizes da Educação Estatística e as afirmações sobre a influência das atitudes positivas sobre o aprendizado, pode-se concluir que o incentivo ao desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Estatística pode desencadear um processo de aprendizagem que fortaleça o pleno desenvolvimento das competências preconizadas nas diretrizes. O ensino de Estatística mais voltado para mudar essa atitude na formação dos professores pode se refletir no desenvolvimento dessas competências e por sua vez haverá reflexos na Educação Básica, pois esses professores e professoras irão, provavelmente, influenciar na atitude de seus alunos. Se os professores e professoras tiverem atitude negativa, isto pode contribuir para a formação de sujeitos com atitudes negativas frente à Estatística ainda no Ensino Básico. Uma mudança nas disciplinas do curso, possibilitando uma postura investigativa, reflexiva e crítica, também poderia promover o ensino e a aprendizagem da Estatística, incentivando uma atitude mais positiva. Neste estudo temos somente uma população que foi investigada, mas com o devido cuidado, pode-se pensar que tais observações podem se encaixar em outros cenários, como outros cursos de licenciatura, sejam de instituições públicas ou privadas, grandes ou pequenas.

As dimensões Afetiva e Competência Cognitiva se mostraram correlacionadas positivamente, indicando que quanto mais os sujeitos se percebem com as habilidades congnitivas desenvolvidas, ou seja, atitude positiva na dimensão Competência Cognitiva, maior é seu sentimento positivo em relação à Estatística. Ou, pode-se pensar, quanto maior a afetividade em relação à Estatística, mais os indivíduos desenvolvem suas habilidades de cognição no assunto. Neste caso é difícil comentar em termos de “causa e efeito”, mas observa-se o quanto essas duas dimensões têm valores de atitude que vão na mesma direção. Este resultado é muito semelhante ao que foi obtido por Da Silva et el (2015).

Desse modo, destaca-se a relevância de se conhecer o perfil atitudinal dos alunos de Licenciatura em Matemática, uma vez que atitudes mais favoráveis podem levar a um melhor desempenho e aprendizagem dos conceitos ministrados. Conhecendo-se os perfis atitudinais, torna-se possível implementar ações para converter atitudes menos positivas em atitudes mais positivas, tornando realmente efetiva a aprendizagem dos conceitos.

Referências

ASCH, S. E. (1952). **Attitude as Cognitive Stuctures**. In M. Jahoda e N. Warren (Eds). Attidutes: Selected readings. (pp. 32-39) London: Penguin Books.

BENDING, A. W; HUGHES, J. B. (1954). Student attitude and achievement in a course in introductory statistics. **Journal of Educational Psychology**, 45, 268-276.

CAMPOS, C. R.; JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; FERREIRA, D. H. L. Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, p. 473-494, ago. 2011

CARNEIRO, M. M. **O Progresso da arte de ler, Método dinâmico**. Curitiba-PR Gráfica Vicentina. 1984

CAZORLA, I. M; SILVA, C; VENDRAMINI, C; De BRITO, M. Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à estatística. In Conferência Internacional Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística: Desafios para o século XXI, Florianópolis. 1999.

COMAS, C.; MARTINS J. A.; NASCIMENTO, M. M.; ESTRADA, A. Estudio de las Actitudes hacia la Estadística en Estudiantes de Psicología. **Bolema,** Rio Claro (SP), v.31, nº 57 (abril de 2017): 479–96.

DA SILVA, J. M. T.; OLIVEIRA, A. L.; MIGUEL, J. P.. Adaptacáo e validacáo transcultural de uma medida de atitudes acerca da estatística. **Revista Iberoamericana de Diagnóstico y Evaluación-e Avaliação Psicológica**, v. 1, n. 39, p. 102-112, 2015.

DE BRITO, M.R.F. Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à matemática p. 109-162 (Primeira Parte: 109-125). **Zetetike**, v. 6, n. 1, 1998.

DE OLIVEIRA, JÚNIOR; PAULO, AILTON. A Escala de Atitudes em relação ao Ensino de Estatística de professores do Ensino Superior no Brasil. Educação Matemática Pesquisa, v. 18, n. 3, 2016.

ESTRADA, A. Actitudes hacia la Estatística e instrumentos de evaluacion. **Actas de las Jornadas Europeas de Estatística**: **La enseñanza y la difusión de la estatística**. Islas Baleares. España. 2001.

ESTRADA, A.; Batanero, C.; e Fortuny, J. Actitudes y Estatística em profesores em formación y en ejercicio. **27 Congreso Nacional de Estatística e Investigación Operativa. Lleida**, 8-11 de abril. España. 2003.

FRANKLIN, C. et al. Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (PDF). **American Statistical Association**. 2007.

GAL, I. (2004). Statistical Literacy. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Orgs.), The Challenge of Developing Statistical Literacy, **Reasoning and Thinking** (p. 47–78). Dordrecht: Springer Netherlands.

GARFIELD, J. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics Education**, Alexandria, VA, v. 10, n. 3, 2002.

GELMAN, A. A Course on Teaching Statistics at the University Level. **The American Statistician**, 1º de janeiro de 2012.

KOBALLA JR.; THOMAS R. Attitude and Concepts in Science Education. **Science Education**, 1988. 72 (2), 115-126.

KRUGER, J; e DUNNING, D. Unskilled and Unaware of It: How Difficulties in Recognizing One's Own Incompetence Lead to Inflated Self-Assessments. **Journal of Personality and Social Psychology**, v.77 (1999): 1121–1134.

MÁRQUEZ, J. C. Una revisión de las evidencias de fiabilidad y validez de los cuestionarios de actitudes y ansiedad hacia la estadística. **Statistics Education Research Journal**, v.3 (1 de janeiro de 2004).

NOLAN, D.; SPEED, T. P. Teaching statistics theory through applications. **The American Statistician**, Alexandria, v. 53, n. 4, p. 370-375, Nov. 1999.

PFANNKUCH, M.; WILD, C. Towards an understanding of Statistical thinking. In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Eds.). The Challenge of Developing Statistical Literacy, **Reasoning and Thinking**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004, p. 17-46.

SCHAU, C; STEVENS, J; DAUPHINEE, T. L; VECCHIO, A. D. The Development and Validation of the Survey of Attitudes toward Statistics. **Educational and Psychological Measurement**, 55(5), 868–875. 1995.

SANTANA, M. S. Traduzindo Pensamento e Letramento Estatístico em Atividades para Sala de Aula: construção de um produto educacional. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1165 - 1187, dez. 2016.

SEDILMEIER, P. **Improving Statistical Reasoning: Theoretical Models and Practical Implication**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.

VENDRAMINI, C. M; SILVA, C. B; KATAOKA, V. Y; & CAZORLA, I. M. (2011). Validity evidences of the attitudes towards statistics scale SATS PORTUGUÊS: a study with Brazilian students. In **International Statistical Institute** (p.4). Dublin.

Revisitando o Conceito de Mediana na Perspectiva dos Campos Conceituais: uma aproximação teórica

Revisiting the Concept of Median from the Perspective of Conceptual Fields: a theoretical approach

Irene Mauricio Cazorla
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
icazorla@uol.com.br

Miriam Cardoso Utsumi
Universidade Estadual de Campinas – Unicamp
mutsumi@unicamp.br

Sandra Maria Magina
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
smpmagina@uesc.br.com

Resumo
A Mediana é uma medida de tendência central bastante intuitiva. Todavia os estudantes enfrentam dificuldades em sua compreensão, em especial quando as situações envolvem um número de dados par, o que merece uma maior discussão. Assim, este artigo tem como objetivo apresentar, sistematizar e discutir as diversas situações em que se apresenta a Mediana, tendo como aporte a Teoria dos Campos Conceituais. Trata-se de uma reflexão teórica ancorada em diversos estudos publicados a esse respeito, porém, com avanços na maneira de abordar e tratar as diversas situações em que se apresenta a mediana com vistas a ensiná-la na Educação Básica.

Palavras-Chave: Mediana; Teoria dos Campos Conceituais; Educação Básica; Educação Estatística; Ensino de Estatística.

Abstract
Median is a very intuitive measure of central tendency. However, students face difficulties in their understanding, especially when situations involve an even number of data, which deserves further discussion. Thus, this paper aims to present, systematize, and discuss the various situations in which the Median is presented, having as theoretical support the Conceptual Fields. It is a theoretical reflection, anchored in several studies published in this regard. Nevertheless it brings advances in the way one can look at and treat the Median, taking into account different situations in which the median is presented with the objective of teaching it in Basic Education.

Keywords: Median; Conceptual Fields Theory; Basic Education; Statistical Education; teaching statistics.

Introdução

Diversos países têm enfatizado a importância da formação estatística dos estudantes e têm envidado esforços para delinear materiais didáticos para o ensino de Estatística na Educação Básica (COBO; BATANERO, 2000). A inserção do ensino de Estatística no currículo de Matemática permite a resolução de problemas abertos, com abordagem interdisciplinar, a partir do uso de dados reais e lançando mão de diversos sistemas de representação e de tecnologias.

Segundo Cobo e Batanero (2000), o ensino de Estatística na Educação Básica enfatiza a análise exploratória de dados, devendo-se dar mais importância às estatísticas de ordem, que levam em consideração a posição relativa dos elementos do conjunto de dados. Dentre elas, encontram-se a Mediana, os Quartis (de forma mais genérica, os Percentis), bem como a amplitude interquartílica. Nesse contexto, também se introduzem novas ideias, como a de "valor atípico" e as representações gráficas baseadas nas estatísticas de ordem, tal como o diagrama da caixa (*box-plot*).

O Brasil introduziu o ensino de Estatística na Educação Básica em 1997, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997), o que foi ratificado na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), fazendo parte de uma das cinco unidades temáticas do componente curricular de Matemática, denominada de Probabilidade e Estatística.

Os PCN contemplavam o ensino da Mediana no quarto ciclo do Ensino Fundamental (equivalente ao 8º e 9º anos), mas não havia menção alguma ao ensino dos quartis ou do diagrama da caixa (*box-plot*). Já a BNCC elenca a Mediana no 8º ano, relacionando-a com as outras medidas de tendência central (Moda e Média) e com a dispersão dos dados, e no Ensino Médio inclui o diagrama da caixa (*box-plot*), junto com o histograma e o gráfico de ramos e folhas, conforme a competência:

> (EM13MAT409) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos, como o histograma, o de caixa (*box-plot*), o de ramos e folhas, reconhecendo os mais eficientes para sua análise. (BRASIL, 2018, p. 531).

A Mediana, aparentemente, é um conceito bastante simples, pois é o valor[1] que divide o conjunto de dados em duas partes, metade toma valores menores ou iguais a ela e a outra metade valores maiores ou iguais a ela. Porém é justamente nesta mesma definição que já nasce a primeira dificuldade enfrentada pelos estudantes para a sua compreensão, conforme Cobo e Batanero (2000).

De fato, diversos pesquisadores têm se debruçado sobre a complexidade deste conceito utilizando diversos enfoques teóricos. Todavia consideramos importante sistematizar essa produção e discutir as situações em que a Mediana fica indeterminada, no

[1] No caso das variáveis qualitativas ordinais será uma categoria.

caso da quantidade de dados ser par, em especial nas variáveis ordinais. Desse modo, o presente artigo tem como objetivo apresentar, sistematizar e discutir as diversas situações em que se apresenta a Mediana, tendo como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais - TCC. Trata-se de uma reflexão teórica ancorada em diversos trabalhos publicados a respeito, o que, do nosso ponto de vista, pode auxiliar no seu ensino.

Este artigo é composto por cinco seções, a saber: a presente introdução, uma síntese da TCC; uma breve revisão dos principais estudos que abordam a Mediana; uma primeira aproximação do conceito de Mediana a partir da ótica da TCC; e, por fim, tecemos nossas considerações finais a respeito do conceito e possíveis dificuldades no seu ensino.

A Teoria dos Campos Conceituais: uma síntese

A TCC é uma teoria de cunho cognitivista, desenvolvida para discutir e explicar o processo de formação de conceitos matemáticos no ambiente da sala de aula. Ela tem uma forte influência de duas outras grandes teorias, a Epistemologia Genética, de Jean Piaget, e a Teoria Sócio-construtivista, de Lev Vygotsky.

Da primeira teoria, Vergnaud tomou para si e avançou no conceito de "esquema". De fato, Piaget e Inhelder (1995, p. 15) definem esquema como sendo "a organização das ações, as quais se transferem ou generalizam no momento da repetição da ação, em circunstâncias semelhantes ou análogas".

Vergnaud (1998, p. 167) amplia o entendimento do termo, afirmando que esquema "é a organização invariante do comportamento (do estudante) para certa classe de situações". Para ele, a maioria dos esquemas não é necessariamente efetiva, mas sim eficiente. Vergnaud (ibidem) ainda explica que grande parte dos nossos atos físicos e mentais é decidida a partir dos esquemas de que dispomos para lidar com a situação. Assim, atos como andar, correr e sentar-se são resultados da coordenação dos esquemas que temos.

Em termos matemáticos, podemos pensar que o ato de contar um conjunto de objetos é um esquema em que a criança precisa coordenar o ato de contagem com cada um dos objetos, numa clara relação biunívoca. Esse conceito de esquema nos será bastante útil quando estivermos apresentando algumas das propriedades da Mediana, mais adiante.

Da segunda teoria, a Sócio-construtivista, Vergnaud trouxe para a formação do conceito na sala de aula de matemática a ideia da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e do conceito não científico ou conceito espontâneo, como costumamos chamar (VYGOTSKY, 2001). No que tange ao primeiro termo, nota-se a sua presença em Vergnaud quando afirma, em vários textos (1987, 1990, 1996), que o conhecimento resulta da resolução de problemas.

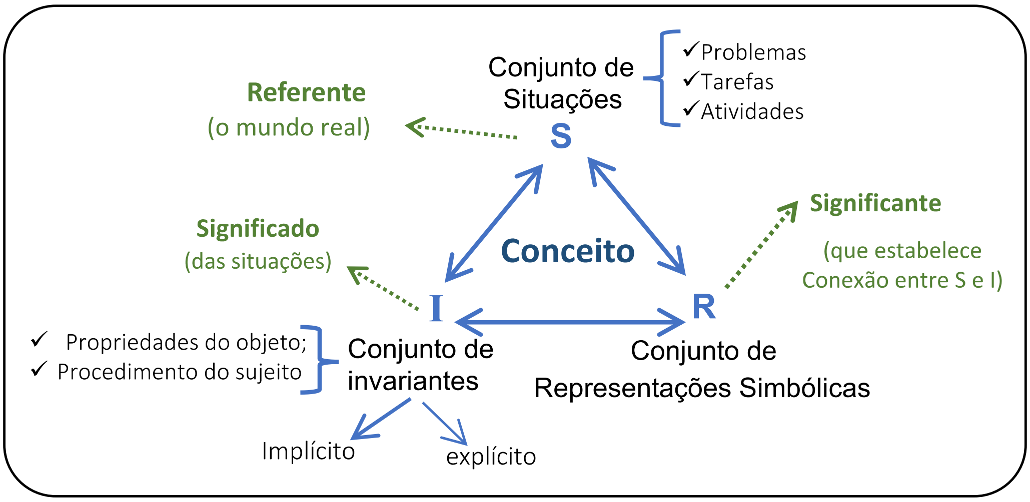
Já sobre o conceito espontâneo, percebe-se uma clara identificação entre ele e o teorema-em-ação. No primeiro, relata Vygotsky (2001), a criança lança mão dele sem, contudo, ter consciência disso. É o caso, por exemplo, do conceito de equilíbrio quando se anda de bicicleta. Ele está presente e sem ele seria impossível andar em um objeto de duas rodas. A criança, entretanto, não tem consciência que ele e seus conceitos formais (científicos) são mediadores entre ela e a bicicleta.

Vergnaud (1987, 1996, 1998) traz esse conceito para dentro da sala de aula e explica que quando a criança utiliza procedimentos invariantes para lidar com uma classe de situações, sem que tenha consciência ou mesmo consiga explicá-los, trata-se de um teorema-em-ação. Muitas vezes, o professor se depara com situações em que o estudante o resolve corretamente, usando frequentemente estratégias não canônicas. Quando o professor o questiona para entender seu raciocínio, ele simplesmente responde “fiz assim mesmo, fazendo; sei explicar, não”.

Sobre a formação de conceito, Vergnaud (1987) explica que a experiência e o desenvolvimento cognitivo do aprendiz são os responsáveis por seu início e desenvolvimento. Essa experiência pode vir de situações vividas fora da escola, como aquelas propiciadas pelo professor em sala de aula para permitir que o estudante interaja com determinadas situações que trazem em seu bojo certo conceito.

Porém precisamos ter em mente que uma situação, por mais simples que seja, sempre vem acompanhada de vários conceitos e, no entanto, não se pode ensinar um conceito apresentando apenas uma situação. Ao contrário: será preciso que o estudante interaja (experiencie) com muitas outras situações. Eis o porquê de Vergnaud (1982, 1984, 1987) ter proposto um campo conceitual. O esquema apresentado na Figura 1, a seguir, foi inspirado em Magina, Lautert e Cazorla (2021) e retrata os três conjuntos presentes na formação de um conceito, estabelecendo relação entre eles e os elementos da linguística.

Figura 1: Esquema da formação de conceito apoiada no tripé proposto por Vergnaud



Fonte: Elaborado pelas autoras, inspirado em Magina, Lautert e Cazorla (2021).

Os conjuntos a partir dos quais Vergnaud (1984, 1987, 1996) propõe a formação do conceito são formados pela terna (S, I, R), em que S é o conjunto das situações em que o conceito está inserido, também relacionado com o referente, isto é, os objetos do mundo real; I é o conjunto dos invariantes presentes nas situações. Nele estão as propriedades do objeto e os procedimentos usados pelo estudante para resolver o conjunto de situações. Quando esses procedimentos e propriedades estão explícitos para o estudante, significa que ele já tem uma concepção do objeto matemático; quando estão implícitos, temos um teorema-em-ação. Esse teorema-em-ação mostra a competência do estudante em lidar com a situação, mas não indica que o mesmo tenha a compreensão do(s) conceito(s) nela envolvido(s). Por fim, o R é o conjunto de Representações Simbólicas, responsável por expressar a relação existente entre a situação e seus invariantes. É por meio do R que o estudante torna o conceito explícito.

Com esta base teórica analisaremos a Mediana, mas antes apresentamos uma revisão breve sobre este conceito.

O que já foi investigado sobre a Mediana?

A Mediana divide a quantidade de dados (n) em duas partes iguais, sendo que metade dos dados toma valores menores ou iguais a ela, e a outra metade, valores maiores ou iguais. A Mediana, junto com a Média e a Moda compõem as Medidas de Tendência Central (MTC) que representam um conjunto de dados, resumindo-os a um número ou categoria, com exceção da Moda, e indicam o local onde os dados tendem a se concentrar ou o centro dos dados.

Cobo e Batanero (2000), a partir do Enfoque Ontosemiótico, apresentam uma análise conceitual e didática da Mediana, incluindo suas definições, métodos para calcular e propriedades. As autoras apresentam diversas situações que geram o cálculo da Mediana, as quais dão suporte à construção das situações que propomos neste artigo. Discutem sobre a indeterminação da Mediana e utilizam a distribuição de frequências acumuladas (Fi) em algumas de suas definições. Posteriormente, Cobo (2003) apresenta os significados das MTC para o Ensino Médio e amplia o estudo de Cobo e Batanero (2000), incluindo a Média e a Moda.

Apoiado na Teoria Antropológica do Didático e na TCC, Andrade (2013) realizou um estudo comparativo sobre as MTC no Brasil e na França e apresenta um exemplo para a Mediana de variáveis qualitativas ordinais, que utilizamos neste artigo.

Utilizando a TCC, Cazorla, Santana e Utsumi (2019) apresentaram uma primeira aproximação do campo conceitual da média aritmética, restrita ao campo empírico, explicitando a rede de conceitos envolvidos e a terna (S, I, R), distinguindo três classes de média: a simples, a agregada e a ponderada. Posteriormente, Magina, Lautert e Cazorla (2021) apresentaram a rede de conceitos e uma primeira proposta para o ensino das MTC nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nessa mesma linha, Cazorla, Magina e Santana (2021) apresentaram três situações para o ensino das MTC quando os dados são brutos.

Estes trabalhos também serviram de base para a construção do campo conceitual da Mediana que apresentamos a seguir.

A Mediana sob a ótica da TCC: uma primeira aproximação

A seguir explicitamos o tripé (S, R, I).

As ***Representações (R)***. Como um número ou categoria, a Mediana pode ser representada no seu formato numérico, verbal, algébrico, icônico (triângulo ou seta sinalizando o valor ou categoria) ou gráfica, no caso de uma linha reta, quando a variável está representada em um gráfico de barras ou linhas. Para calcular a Mediana utilizamos uma série de conceitos e fórmulas cuja notação detalhamos a seguir:

X: nome genérico da variável em estudo;
x_i: designa o i-ésimo valor da variável ou i-ésima categoria, caso seja qualitativa ordinal;
n: tamanho da amostra, quantidade de dados;
k: número de categorias (qualitativa ordinal), valores pontuais (discreta que toma poucos valores) ou classes (contínuas ou discretas que tomam muitos valores);
f_i: frequência absoluta, número de ocorrências da variável na i-ésima categoria, i-ésimo valor ou i-ésima classe; tal que $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$;

F_i: frequência absoluta acumulada, número de ocorrências da variável até a i-ésima categoria, valor ou classe; tal que $F_i = \sum_{j=1}^{i} n_j$;
Md: Mediana;
k: número de categorias ou classes, ou de valores pontuais da variável discreta;
$[L_i; L_{i+1}[$: designa o i-ésimo intervalo de classe (ou simplesmente classe), semiaberto (fechado à esquerda e aberto à direita. Inclui todos os valores x_i; tal que $L_i \leq x_i < L_{i+1}$)
L_i: designa o limite inferior e L_{i+1}: designa o limite superior do i-ésimo intervalo de classe
a: amplitude do intervalo de classe, tal que: $L_{i+1} := L_i + a$

As ***Situações (S):*** dependem da natureza da variável, da quantidade de dados (n par ou ímpar) e da forma como os dados estão apresentados, se estão na sua forma original (dados brutos) ou se já foram tratados e apresentados em tabelas de distribuição de frequência (TDF) ou em gráficos que ainda permitam o acesso à frequência, como o gráfico de barras, de hastes/bastão, de pontos e histograma. Eventualmente pode ser calculada a partir de um diagrama de ramos e folhas (COBO; BATANERO, 2000).

A Mediana existe para todas as variáveis quantitativas nas quais distinguimos o caso das variáveis discretas que tomam poucos valores (valores pontuais) e as variáveis contínuas ou discretas que tomam muitos valores, que serão tratadas como contínuas. A Mediana não existe para variáveis qualitativas nominais, mas existe para variáveis qualitativas ordinais sob certas condições, como apresentamos mais adiante.

Quando os dados estão em sua forma bruta é preciso ordená-los e aconselha-se emparelhá-los com sua posição ou representá-los em um diagrama de pontos, caso seja uma variável quantitativa. O seu cálculo depende da posição ordenada dos dados. Se n for ímpar, então a posição central será (n+1)/2 e a mediana tomará o valor (ou a categoria) que ocupa essa posição: $Md = x_{((n+1)/2)}$; se n for par, então a posição central estará entre as posições (n/2) e a subsequente ((n/2)+1) e a Mediana será a média desses dois valores: $Md = (x_{(n/2)} + x_{((n/2)+1)})/2$. Caso a variável seja qualitativa ordinal, a Mediana ficará indeterminada.

Para o caso dos dados agrupados em uma TDF, precisamos calcular a frequência acumulada (F_i) e identificar aquela que contém pela primeira vez n/2 e, será preciso examinar cada caso. No Quadro 1 e Figura 2 sistematizamos as possíveis situações.

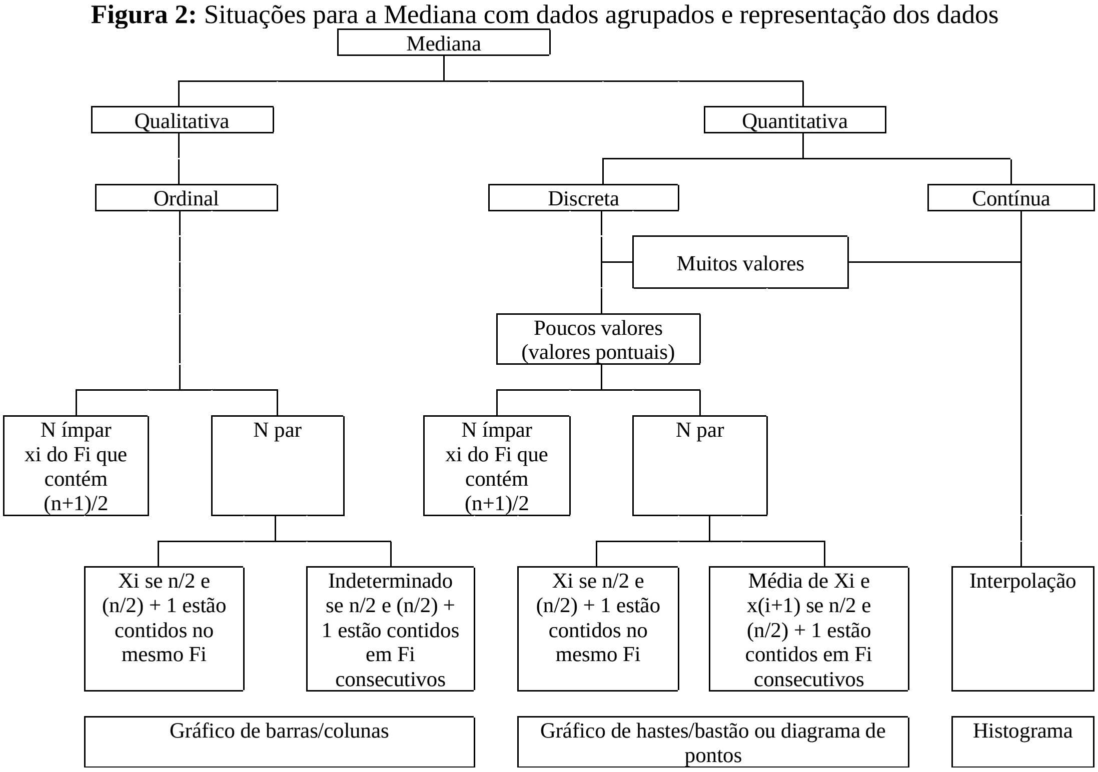
Quadro 1: Situações para a Mediana

Natureza da variável			Apresentação dos dados	
			Dados brutos	Dados agrupados
Qualitativa	Nominal		Não existe	Não existe
	Ordinal		Existe sob certas condições	Existe sob certas condições
Quant tativa	Discreta	Poucos valores	Posição central (n par ou ímpar)	Posição central (n par ou ímpar) a partir da F_i

		Muitos valores	Posição central (n par ou ímpar)	Posição central a partir da F_i, interpolação na classe que contém n/2
	Contínua			

Fonte: Construção das autoras.

Figura 2: Situações para a Mediana com dados agrupados e representação dos dados



Fonte: Construção das autoras.

A seguir vamos descrever as situações agrupadas segundo o tipo de variável e segundo a apresentação dos dados.

Variáveis qualitativas ordinais. Para alguns autores a Mediana existe para variáveis ordinais. Contudo, caso o número de dados seja par e n/2 e n/2+1 estejam contidos em categorias diferentes, esta medida fica indeterminada.

Analisemos o caso com dados brutos, conforme Figura 3. O Grupo 1 tem 23 estudantes, logo a mediana ocupará a 12ª posição e seu valor será “Aprovado”; o Grupo 2 tem 17 estudantes, logo a Mediana ocupará a 9ª posição e o valor será “Notável”. Todavia o que acontece se o número de dados for par e as posições centrais se situarem em categorias diferentes? Por exemplo, se adicionamos um estudante com conceito S no Grupo 1 e um estudante com conceito I no Grupo 2, em ambos grupos teremos um número par de dados e as posições centrais ficarão em duas categorias diferentes. Como realizar a média de duas categorias? Neste caso, a Mediana fica indeterminada.

Figura 3: Situação para a Mediana de uma variável qualitativa ordinal com dados brutos

Um professor atribui conceitos qualitativos aos seus estudantes do seguinte modo: I=Insuficiente, A=Aprovado, N=Notável, S=Sobressaliente, obtendo os seguintes resultados:

Grupo 1: I A A N N S S I I I A A A N S S I A A S S S S
Grupo 2: S S I I A N A N I I S N A S I N N

Ordenando os dados para encontrar a Mediana

Grupo 1 (n = 23, ímpar): *Md* = A

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª	20ª	21ª	22ª	23ª
I	I	I	I	I	A	A	A	A	A	A	A	N	N	N	S	S	S	S	S	S	S	S

Grupo 2 (n=17, ímpar): *Md* = N

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª
I	I	I	I	I	A	A	A	N	N	N	N	N	S	S	S	S

Mas o que acontece se a quantidade de dados for um número par?

Adicionando um estudante S no Grupo 1 (n = 24, par):

Md = ?

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª	20ª	21ª	22ª	23ª	24ª
I	I	I	I	I	A	A	A	A	A	A	A	N	N	N	S	S	S	S	S	S	S	S	S

Adicionando um estudante I no Grupo 2 (n = 18, par):

. *Md* = ?

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª
I	I	I	I	I	I	A	A	A	N	N	N	N	N	S	S	S	S

.

Fonte: Adaptado de Mayén et al. (2017, p. 172).

Para dados agrupados, apresentamos o exemplo utilizado por Andrade (2013, p. 126), envolvendo 123 dados, logo a posição central será a 62ª, o que é fácil de determinar, conforme Figura 4a. Mas novamente, o que aconteceria se tivéssemos um número par de dados e as posições caíssem em categorias diferentes? (Figura 4b).

Figura 4: Exemplo do cálculo para a Mediana de uma variável qualitativa ordinal com dados agrupados

X: Nível de escolaridade dos frequentadores de uma biblioteca pública

(a) n ímpar

Nível de escolaridade	f_i	F_i	(n+1)/2 = 62
Ens. Fund. Incompleto	8	8	
Ensino Fundamental	30	38	
Ensino Médio	25	63	62
Ensino Superior	30	93	
Pós-graduação	30	123	
Total	123		

(b) n par

Nível de escolaridade	f_i	F_i	n/2 = 62
Ens. Fund. Incompleto	8	8	
Ensino Fundamental	30	38	
Ensino Médio	24	62	62
Ensino Superior	32	94	63
Pós-graduação	30	124	
Total	124		

.

Fonte: Construção das autoras a partir dos dados de Andrade (2013).

Por essa razão, acreditamos ser necessário discutir mais a fundo essas situações. Entendemos que os professores que ensinam Matemática necessitam de orientações a fim de que tais “ambiguidades” não se tornem obstáculos para o ensino da Mediana.

Variáveis discretas que tomam poucos valores (valores pontuais). Seu tratamento e representação, na Educação Básica, têm sido como os de uma variável ordinal, utilizando a TDF em valores pontuais e gráficos de barras/colunas. Na Figura 5 apresentamos o caso do seu cálculo para dados brutos.

Figura 5: A Mediana para variáveis discretas que tomam poucos valores e dados brutos

X: variável número de filhos

Ordenar os dados, encontrar a posição central. Se n for par, a Mediana será a média dos valores que ocupam as posições centrais: $x_{(n/2)}$ e $x_{(n/2+1)}$: $Md = \frac{x_{n/2}+x_{n/2+1}}{2}$. Se n for ímpar, será o valor que ocupa a posição central (n+1)/2: $Md = x_{(n+1)/2}$

Dados ordenados, com a posição:

Como n = 20 (par), as posições centrais são 10ª e 11ª. Logo $Md = \frac{x_{10}+x_{11}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª	20ª
0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	5

Supondo que o funcionário com os 5 filhos fosse excluído do rol de dados. Nesse caso, teríamos 19 dados (ímpar). Logo a posição central será (n+1)/2=20/2=10, isto é, a 10ª posição. Logo $Md = x_{10} = 2$

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª
0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3

.

Fonte: Construção das autoras.

Se os dados estiverem agrupados em uma TDF, deve-se calcular a frequência acumulada (F_i) e encontrar aquela que contém pela primeira vez n/2; se n for ímpar, a Mediana será o valor correspondente (Figura 6a). Já se n for par, deve-se examinar se n/2 e (n/2)+1 estão contidos no mesmo F_i, nesse caso, a Mediana será o valor correspondente (Figura 6b); mas se esses números estiverem contidos em F_i consecutivos, então a Mediana será a Média dos valores correspondentes (Figura 6c). Caso os dados se encontrem em gráficos que permitam acessar as frequências, basta reconstruir a TDF e seguir o procedimento descrito.

Figura 6: A Mediana para variáveis discretas que tomam poucos valores e dados agrupados em uma TDF

(a) n ímpar

Procurar a frequência acumulada (F_i) que contenha pela primeira vez (n+1)/2. A Mediana será o valor correspondente:

TDF em valores pontuais (n = 19)

Nº de filhos (x_i)	Freq. (f_i)	Freq. Acum. (F_i)	(n+1)/2=10
0	4	4	
1	5	9	
2	7	16 ⟷	10
3	3	19	
4	0	19	
5*	0	19	

(b) n par e os valores centrais estão contidos na mesma F_i

Procurar a frequência acumulada (F_i) que contenha pela primeira vez n/2 e checar se essa contém também (n/2)+1. Neste caso, a Mediana será o valor correspondente:

TDF em valores pontuais (n = 20)

x_i	f_i	F_i	n/2=10
0	4	4	
1	5	9	
2	7	16 ⟷	10 e 11
3	3	19	
4	0	19	

(c) n par e os valores centrais estão contidos em F_i e F_{i+1}

Procurar a frequência acumulada (F_i) que contenha pela primeira vez n/2 e caso (n/2)+1 esteja contido no próximo F_{i+1}, então, a Mediana será a média dos valores correspondentes:

TDF em valores pontuais (n = 20)

x_i	f_i	F_i	n/2=10
0	4	4	
1	6	10 ⟷	10
2	6	16 ⟷	11
3	3	19	
4	0	19	
5	1	20	

Total	19		

*Supondo que esse trabalhador foi excluído da amostra.

10 está contido pela primeira vez em 16, logo a Mediana será 2 filhos.

$$Md = x_{10} = 2$$

5	1	20	
Total	20		

10 e 11 estão contidos pela primeira vez em 16, logo a Mediana será 2 filhos, isto é:

$$Md = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$$

Total	20		

10 está contido pela primeira vez em 10, e 11 está contido em 16, logo a Mediana será a média:

$$Md = \frac{x_{10}+x_{11}}{2} = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$$

Fonte: Construção das autoras a partir de Morettin e Bussab (2010, p. 16).

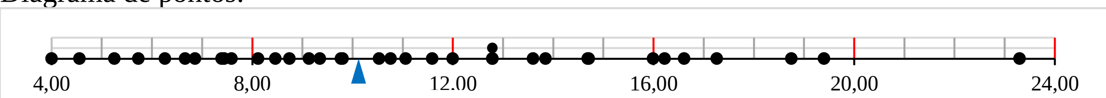
Variáveis contínuas resultantes de mensuração, como a altura das pessoas, e variáveis discretas que tomam muitos valores. Para compreender como estas variáveis se distribuem, pois tomam muitos valores, é interessante construir o diagrama de pontos, que permite ter uma visão global da distribuição dos dados, dos valores mínimo e máximo, da amplitude, e assim ter uma melhor ideia de partição para a construção dos intervalos de classe e o histograma. Na Figura 7 apresentamos o caso com dados brutos.

Figura 7: A Mediana para variáveis contínuas com dados brutos

X: salário (em fração de salários mínimos)

Dados brutos: 4,00; 4,56; 5,25; 5,73; 6,26; 6,66; 6,86; 7,39; 7,59; 7,44; 8,12; 8,46; 8,74; 3,85; 9,13; 9,35; 9,77; 9,80; 10,53; 10,76; 11,06; 11,59; 12,00; 12,79; 12,79; 13,60; 13,85; 14,69; 14,71; 15,99; 16,22; 16,61; 17,26; 18,75; 19,40; 23,30.

Diagrama de pontos:



Md=10,17

Mediana: Dados ordenados *Md* = 10,17 SM

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º	15º	16º	17º	18º	19º	20º	21º	22º	23º	24º	25º	26º	27º	28º	29º	30º	31º	32º	33º	34º	35º	36º
4,00	4,56	5,25	5,73	6,26	6,66	6,86	7,39	7,59	7,44	8,12	8,46	8,74	3,85	9,13	9,35	9,77	9,80	10,53	10,76	11,06	11,59	12,00	12,79	12,79	13,60	13,85	14,69	14,71	15,99	16,22	16,61	17,26	18,75	19,40	23,30

$$Md = \frac{x_{18} + x_{19}}{2} = \frac{9{,}80 + 10{,}53}{2} = 10{,}17\ SM$$

Caso excluíssemos o trabalhador com o maior salário, teríamos 35 dados e, nesse caso, a Mediana estaria ocupando a 18ª posição e seu valor seria 9,80.

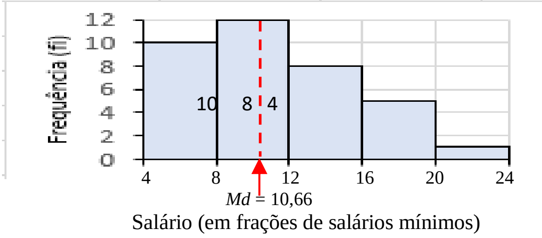
Fonte: Construção das autoras a partir de Morettin e Bussab (2010, p. 11).

Quando os dados estão agrupados em intervalos de classe e não temos mais acesso aos valores originais, a Mediana será calculada por interpolação. Para encontrar a classe que contém a Mediana, devemos procurar a frequência acumulada (F_i) que contenha pela primeira vez n/2, dividir a amplitude proporcionalmente à frequência para completar n/2, conforme a fórmula (Figura 8). Observamos que aqui não importa mais se n é par ou ímpar, pois estamos no espaço contínuo.

Figura 8: A Mediana para variáveis contínuas com dados agrupados (*S6*)

TDF em classes

Classes de salários	Frequência (fi)	F_i	n/2=18
4,00 |- 8,00	10	10	
8,00 |- 12,00	12	22	18
12,00 |- 16,00	8	30	
16,00 |- 20,00	5	35	
20,00 |- 24,00	1	36	
Total	36		



Mediana: n/2 = 18, logo a Mediana está na 2ª classe. Até a 1ª classe tínhamos 10 dados. Para completar 18 faltam 8, que é 2/3 de 12. Então 2/3 da amplitude 4, será 2,66. Logo a mediana será 10,66:

$$Md = L_i + a\left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right) = 8 + 4 * \left(\frac{18 - 10}{12}\right) = 8 + 2{,}66 = 10{,}66$$

Fonte: Construção das autoras a partir de Morettin e Bussab (2010, p. 11).

Os ***Invariantes (I)*** são formados pela rede de conceitos que ancoram o campo conceitual, bem como as propriedades da Mediana que unificam e distinguem as situações que lhe dão sustentação, conforme Quadro 2.

Quadro 2: As propriedades (Invariantes) da Mediana

Propriedades numéricas
Pode não coincidir com os valores dos dados
Não contempla todos os valores dos dados
Não varia se se retirar um dado inferior e outro superior a ela
Propriedades estatísticas
É uma MTC, embora possa não coincidir com o ponto médio da amplitude
É um representante ou valor típico de uma coleção de dados (amostra) e fornece informação global sobre ela
É uma estatística resistente, pois pequenas variações da amostra não afetam significativamente o seu valor
A Mediana é preferível em distribuições com dados agrupados em intervalos de classe em que um deles é aberto (o primeiro ou o último).

Fonte: Adaptado de Cobo e Batanero (2000, p. 8).

Considerações finais

Neste artigo, revisitamos o conceito de Mediana a partir dos resultados de pesquisas, buscando sistematizar o seu campo conceitual. Nesse sentido, sua originalidade reside na organização e sistematização das situações que podem auxiliar na compreensão das diversas situações em que a Mediana pode ser encontrada.

Cobo e Batanero (2020) mostraram as dificuldades que os estudantes apresentam na compreensão da Mediana, em especial no caso da quantidade de dados (n) ser par, pois ela não é imediata. A estratégia de encontrar a Mediana como sendo a média dos valores que ocupam as posições centrais parece ser bastante razoável, todavia isto não é possível se a variável for qualitativa ordinal. No caso da variável discreta que toma poucos valores, essa média poderá não ter referente no mundo empírico, gerando dificuldades na sua compreensão, em especial para os estudantes dos anos iniciais. Além disso, esses valores podem se repetir muitas vezes e a Mediana também. Isto foi visto no exemplo da Figura 5, em que a Mediana é igual a dois filhos, porém, têm sete funcionários com dois filhos. Essa característica, própria deste tipo de variável, faz com que a Mediana possa ocupar não só o valor central, mas também outras posições, como os quartis, trazendo dificuldades para a sua compreensão.

Outro ponto que merece atenção é a questão da representação, pois estudos mostram que os estudantes costumam confundir a representação dos dados (conjunto de categorias ou números) com a representação da Mediana (que é uma categoria ou um número). Essa dificuldade também é enfrentada na representação das outras MTC. No caso do conceito de Média, sugerimos a leitura de Cazorla, Santana e Utsumi (2019).

Por fim, observamos que nem os PCN, nem a BNCC abordaram de forma explícita as MTC para o caso dos dados agrupados. Todavia defendemos que o cerne da Estatística está na compreensão da distribuição dos dados (muitos dados). Assim, saber encontrar as MTC em dados agrupados pode auxiliar tanto os estudantes quanto os professores a ter uma visão global dessas medidas e aprender a reconhecê-las nas diversas situações que as geram. A Mediana de forma isolada pode não ter muito sentido, sua grande contribuição está na compreensão da distribuição dos dados. Por isso a importância da explicitação do campo conceitual dessa medida.

Referências

ANDRADE, V. **Os conceitos de Medidas de Tendência Central e de Dispersão na formação estatística no Ensino Médio no Brasil e na França.** Abordagem exploratória no quadro da Teoria Antropológica do Didático e da Teoria dos Campos Conceituais**.** 2013. [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências] - Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2013.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – Ensino Médio**. Educação é a base. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file. Acesso em: 20 de mai. de 2021.

CAZORLA, I.; MAGINA, S.; SANTANA, C. Potencialidades de uma sequência para ensinar as medidas de tendência central nos anos iniciais do ensino fundamental. **EmTeia,** v. 12, n. 3, p. 1-26, 2021.

CAZORLA, I.; SANTANA, E.; UTSUMI, M. O campo conceitual da média aritmética: uma primeira aproximação conceitual. **Revemat**, v. 14, Edição Especial Educação Estatística, p. 1-21, 2019.

COBO, B.; BATANERO, C. La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo? **UNO**, v. 23, p. 85-96, 2000.

COBO, B. **Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria**. 2003. [Tese de Doutorado] - Universidade de Granada, 2003. Disponível em: https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf. Acesso em: 20 de mai. de 2021.

MAGINA, S.; LAUTERT, S.; CAZORLA, I. A Teoria dos Campos Conceituais na sala de aula. In: S. MAGINA; A. G. SPINILO; S. LAUTERT. (Org). **Processos Cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática. Teorias, Pesquisas e Salas de Aula** (in press).

MAYÉN, S.; COBO, B.; BATANERO, C.; BALDERAS, P. Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. **Unión**, v. 9, p. 187-201, 2017. Disponível em: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2007/9/Union_009_016.pdf. Acesso em: 20 de mai. de 2021.

MORETTIN, P.; BUSSAB, W. *Estatística Básica*. São Paulo: Saraiva, 2010.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A Psicologia da Criança**. 14. ed. Tradução Octávio Cajado. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1995.

VERGNAUD, G. A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In: **Addition and Subtraction: a cognitive Perspective**. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1982. p. 39-59.

VERGNAUD, G. **Didactics as a Content-oriented Approach to Research on the Learning of Physics, Mathematics and Natural Language**. New Orleans: AERA, 1984. p.1-22.

VERGNAUD, G. Conclusion. In: Janvier, C. (Ed.). **Problem of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics**. London: LEA publishers, 1987. p. 227-232.

VERGNAUD, G. Epistemology and Psychology of Mathematics Education. In: P. NESHER; J. KILPATRICK. **Cognition and Practice**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. p. 14-30.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: J. BRUN. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. **Journal of Mathematics Behavior**, v. 2, n. 17, p. 167-181, 1998.

VYGOSTSKY, L. **A Construção do Pensamento e da linguagem**. Tradução de Bezerra, P. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

Uma formação continuada de professores da escola básica sobre estatística em ambiente virtual

Continuing education of basic school teachers on statistics in a virtual learning environment

Auriluci de Carvalho Figueiredo
UNIMES – PUCSP
aurilucy@uol.com.br

Cileda de Queiros e Silva Coutinho
PUCSP
cileda@pucsp.br

Resumo
Esse artigo apresenta resultados de uma pesquisa que toma como ponto de partida um curso de formação continuada de professores sob o tema estatística na escola básica em ambiente virtual. Nesse texto apresentamos um recorte dos temas tratados nesse curso, e nosso objetivo é discutir aspectos apresentados pelos professores referentes à mobilização de conhecimentos do conteúdo de estatística e conhecimentos tecnológicos mobilizados para resolução de um problema relativo à interpretação de um conjunto de dados, utilizando a ferramenta Excel. A possibilidade do uso da tecnologia para o ensino da estatística está presente em vários outros momentos em documentos que regem a educação básica. Pesquisas indicam que muitos cursos de formação inicial de professores não proporcionam oportunidades para que estes estabeleçam relação entre as disciplinas tecnológicas e as que envolvem conteúdo específicos. Além disso, os professores em formação apresentam dificuldades diante de atividades que mobilizam diferenciar gráficos de barras para variáveis discretas ou qualitativas entre outras. A metodologia da pesquisa aplicada é de abordagem qualitativa, um estudo de caso, focalizando o modo como as atividades propostas aos alunos do curso, que são professores da educação básica, articulam o conhecimento do conteúdo específico referente à estatística ao conhecimento tecnológico de conteúdo. Dentre as conclusões, pudemos constatar que a atividade desenvolvida nos permitiu perceber que a representação e análise de um conjunto de dados não é atividade simples para o grupo de participantes, porém permitiu que o grupo avançasse na construção dos conhecimentos estatísticos e aprofundasse na construção dos conhecimentos tecnológicos do conteúdo.

Palavras-chave: tecnologia; gráficos; conhecimento tecnológico do conteúdo; ensino de estatística.

Abstract
This article presents the results of a research that takes as a starting point a continuing education course for teachers under the theme of statistics in the basic school in a virtual environment. In this text, we present an excerpt of the topics covered in this course. Our objective is to discuss aspects presented by teachers regarding the mobilization of knowledge of the content of statistics and technological knowledge mobilized to solve a problem related to the interpretation of a set of data, using the tool Excel. The possibility of using technology for statistics teaching is present in several other moments in documents that govern basic education. Research indicates that many initial teacher education courses do not provide opportunities for students to establish a relationship between technological disciplines and those involving specific content. Moreover, teachers in formation have difficulties in the face of activities that mobilize differentiating bar graphs for discrete or qualitative variables, among others. The methodology of applied research is a qualitative approach, a case study, focusing on how the activities proposed to students of the course, who are teachers of basic education, articulate the knowledge of the specific content related to statistics to the technological content knowledge.

Among the conclusions, we could see that the activity developed allowed us to realize that the representation and analysis of a set of data is not a simple activity for the group of participants, but it did allow the group to move forward in the construction of statistical knowledge and deepen in the construction of technological content knowledge.

Keywords: Technology; Graphs; Technological content knowledge; Statistics teaching.

Introdução

Tanto as tecnologias digitais como a estatística estão presentes nos dias de hoje em diversos contextos da vida, como os sociais, os econômicos, os políticos, os escolares entre outros. Diante deste cenário, as exigências da educação básica na escola e na formação do professor exige um olhar contemporâneo, não ficando alheio aos processos evolutivos tecnológicos para o ensino da estatística.

Em suas orientações para o ensino na educação básica, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) destaca, para a unidade temática "probabilidade e estatística", desde os anos iniciais, que os alunos devem realizar pesquisa envolvendo variáveis e as represente através de tabelas simples ou de dupla entrada, em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais. No documento, o uso da tecnologia permanece presente em todos os anos da educação básica até o ensino médio, e destaca que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes "alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações" (p. 36).

Batanero (2013) ressalta que embora a estatística seja ensinada hoje em todos os níveis educacionais, sendo uma ferramenta fundamental na vida pessoal e profissional, as pesquisas alertam que mesmo em nível universitário, muitos alunos têm ideias erradas ou são incapazes de fazer uma interpretação adequada dos resultados estatísticos. Gal (2002) indica que o letramento estatístico envolve a capacidade de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística e a habilidade para discutir e expor suas opiniões a respeito das informações estatísticas.

O uso das tecnologias já é indicado em documentos oficiais há algum tempo, tanto o seu uso na estatística como em outras áreas do conhecimento. Motta (2017) relata que muitos cursos de formação de professores não proporcionam oportunidades para que os alunos estabeleçam relação entre as disciplinas tecnológicas e as que envolvem conteúdos específicos, e que para tanto, as instituições de ensino devem investir no desenvolvimento dos saberes docentes para o uso de tecnologias digitais.

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que toma como ponto de partida um curso de formação continuada de professores sob o tema estatística na escola básica em ambiente virtual. Para esse curso, buscou-se organizar, ressignificar e possibilitar o trabalho de professor com conceitos que envolvem estatística para a educação básica em contexto de sala de aula, por meio de atividades práticas aliadas a pesquisas na área da educação matemática.

Faremos neste artigo um recorte dos temas tratados no curso de formação continuada de professores, com o objetivo de discutir aspectos apresentados pelos professores quanto à mobilização de conhecimentos do conteúdo de estatística e conhecimentos tecnológicos mobilizados para resolução de um problema de interpretação de um conjunto de dados, utilizando a ferramenta Excel.

Alguns antecedentes

Esta pesquisa nos fez buscar resultados de outras pesquisas que nos pudessem fornecer subsídios tanto no planejamento da atividade a ser considerada neste recorte como na análise dos resultados observados.

Lee e Meletiou (2003), em seu estudo com 160 alunos de cursos superiores que cursavam a disciplina Estatística, investigaram diferentes níveis de compreensão sobre a construção e interpretação dos histogramas empregados para demonstrar o conceito de variabilidade, e dentre as conclusões, apontaram que os histogramas foram construídos como exibições de dados brutos, com cada barra representando uma observação individual, em vez de apresentar conjuntos agrupados de dados. Os pesquisadores indicam que os cursos deveriam usar ferramentas tecnológicas para facilitar a compreensão dos alunos, e defendem o impacto da tecnologia para compreender a variação e múltiplas representações gráficas.

Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) consideram que o histograma é a principal ferramenta gráfica para mostrar a forma da distribuição de dados, mas que requer muito conhecimento prévio, pois é necessário ter a capacidade de agrupar números e identificar a sua ordem, e admitem que alunos têm dificuldades na construção, interpretação e aplicações de histogramas.

Ao analisarem atividades propostas a futuros professores por meio de um teste escrito, esses pesquisadores apontam que os sujeitos dessa pesquisa construíram um histograma e cometeram erros no procedimento de construção que podem ser classificados em três tipos: construção de histogramas com barras separadas, rotular as barras incorretamente e omitir os intervalos de frequência nulos.

Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) indicam alguns aspetos considerados problemáticos, já identificados anteriormente, que os professores devem trabalhar na aula: diferenciar gráficos de barras para variáveis discretas ou qualitativas e histogramas para representar dados de uma variável contínua ou agrupados em classes ou intervalos; recorrer à representação gráfica que consta na comunicação social, de modo que os alunos aprendam a interpretar informações importantes como percentagens, incrementos ou decréscimos e impulsionar o uso de histogramas e polígonos de frequência para perceber a forma das distribuições de determinadas variáveis.

Leiria (2013) explora e analisa o conhecimento profissional de duas professoras com experiência no ensino básico quando ensinam representação gráfica em Estatística a alunos do ensino básico. A pesquisadora admite que há um leque de erros e dificuldades já diagnosticados na literatura da educação estatística que as professoras não conseguem antecipar e cujo conhecimento se traduziria numa preciosa ajuda profissional, como por exemplo, a omissão de intervalos de frequência nula na construção do histograma, e a seleção incorreta do tipo de gráfico adequado a um determinado contexto e ao tipo de estudo a fazer e admite que: "o conhecimento prévio destas dificuldades poderia levar as professoras a sugerir situações em que os alunos se confrontassem com estas dificuldades e com o modo de as ultrapassar".

A pesquisadora indica a necessidade de ampliação do tema para que o conhecimento profissional dos professores em tópicos de Estatística proporcione mais informação que ajude a melhorar essa compreensão, possibilitando aos alunos construir conhecimento, e facilitando seu sucesso educativo.

Aspectos metodológicos

O desafio de oferecer um curso de formação continuada a professores da educação básica com conteúdos de estatística, observando o distanciamento social necessário no primeiro semestre de 2021, não foi tarefa fácil, pois estaríamos em ambiente virtual, propondo atividades com uso de tecnologias que envolvessem discussão e manipulação de *softwares* em grupo.

A formação ocorreu em ambiente virtual, na plataforma Microsoft Teams, com canais disponibilizados para que os professores pudessem trabalhar nos grupos as questões a serem resolvidas. Usamos a planilha eletrônica Excel e seus recursos.

O ambiente foi organizado de forma a permitir a participação efetiva de todos os 21 professores inscritos, seja em momentos com todo o grupo para discussões mais amplas, seja em momentos de organização em pequenos grupos, propiciada pelo uso da ferramenta "canal" presente no Microsoft Teams. Cada grupo se alocava em um canal, no qual poderiam compartilhar tela, gravar, e participar do chat.

A cada encontro fazia-se uma contextualização em plenária, e um problema que deveria ser resolvido nos grupos era proposto. Ao final, todos voltavam para o ambiente de plenária para apresentar e discutir o realizado nos canais dos grupos.

A formação do Módulo I, referente à estatística, foi programada a princípio para cinco encontros de três horas, porém não foram suficientes para tratar os tópicos referentes à educação básica, e ampliamos mais um encontro. Algumas características de como foram conduzidos esses encontros estão apresentadas no quadro I abaixo:

Quadro 1: Roteiro de condução do curso de formação

Encontros	Roteiro
1º	O Ambiente Microsoft Teams; Filme: Estatística em foco (Link: https://www.youtube.com/watch?v=4_iBWQtqGbc; Brainstorming; Nuvem de Palavras; Mapa conceitual - frases com os nomes das categorias.
2º	Discussão: Aprendizagem por Projetos (PORCIÚNCULA. M., SAMÁ, S. Projetos de Aprendizagem: uma proposta pedagógica para a Sala de Aula de Estatística, e PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigação Matemática na Sala de Aula (2009). Levantar as possíveis características que poderiam ser investigadas; O que diz a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018).
3º	"Criticidade" Apresentação e discussão. Campos, C. Ribeiro; Perin, A. Pavan. Interfaces entre a literacia estatística e as competências crítica e comportamental; Começamos as atividades através de projetos em grupos; Elaboração de questionários para caracterizar o grupo.
4º	Discussão em grupos e geral dos dados levantados: Classificação das Variáveis; Construção de tabelas com e sem o uso de *softwares*: Tipos de tabelas; Tabelas com intervalos de classe; Criticidade.
5º	Discussão em grupos e geral dos dados levantados: Relação entre as variáveis encontradas e possíveis representações tabulares e gráficas, com e sem o uso de tecnologia; Criticidade.
6º	Situação problema que envolve representação de dados; medidas de tendências central com tecnologia: média, mediana e moda; cálculo e análises; quartis; Gráfico: Box-Plot; Medidas de dispersão; Variância e Desvio Padrão; Cálculo e Análises. Criticidade.

Fonte: Elaborado pelas autoras

Para este artigo, fizemos um recorte, e iremos nos ater à atividade proposta aos professores/alunos no 6º encontro, que apresentaremos mais adiante.

Nosso artigo retrata uma pesquisa qualitativa de tipo estudo de caso, nos termos de Ponte (2006), que visa conhecer uma entidade bem definida em um sistema educativo, e para isso, tomamos como ponto de partida uma atividade proposta para professores/alunos de um curso de formação continuada, com o objetivo de discutir aspectos apresentados pelos professores quanto à mobilização de conhecimentos do conteúdo de estatística e conhecimentos tecnológicos mobilizados para resolução de um problema de interpretação de um conjunto de dados, utilizando a ferramenta Excel.

Para o desenvolvimento do curso e da atividade nos apoiamos na presença e desenvolvimento da estatística na BNCC. Este documento indica que desde os anos iniciais do ensino fundamental o aluno deve aprender a coletar, classificar e representar dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas, e a partir do terceiro ano, destaca o uso de tecnologia para:

> Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais. (BRASIL, p.289)

A possibilidade do uso da tecnologia para o ensino da estatística está presente em vários outros momentos na BNCC. Para os anos finais do ensino fundamental, indica que "merece destaque o uso de tecnologias – como calculadoras, para avaliar e comparar resultados, e planilhas eletrônicas, que ajudam na construção de gráficos e nos cálculos das medidas de tendência central" (p.274), e para o ensino médio, comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão, utilizando ou não recursos tecnológicos (p.546).

Marco teórico

As indicações em documento oficiais que regem a educação básica, como a BNCC, nos remetem a conhecimentos relativos aos conteúdos estatísticos, conhecimentos tecnológicos, e conhecimentos tecnológicos do conteúdo, no sentido de Mishra e Koehler (2006), que terão que ser utilizados com os alunos da educação básica.

Gal (2002), em relação à base de conhecimentos estatísticos necessários ao letramento, destaca: saber por que os dados são necessários e como podem ser produzidos;

familiaridade com conceitos básicos de estatística descritiva e ideias a ela relacionadas; e familiaridade com exibições gráficas e tabulares e sua interpretação.

Constatando haver componentes envolvidos no letramento estatístico, Gal (2002, p. 3-4) destaca um "componente composto de cinco elementos cognitivos (habilidades de letramento, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento de contexto e questões críticas) e um componente disposicional composto de dois elementos (postura crítica e crenças e atitudes)". Sobre as habilidades de letramento, ressalta que as mensagens estatísticas são também transmitidas como texto escrito e em forma oral, além de serem apresentadas em gráficos e tabelas, sendo que interpretar estes últimos requer que o leitor tenha vivenciado atividades específicas de letramento.

Nosso marco teórico nos remete a analisar nossos dados à luz da teoria do conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo (*technological pedagogical content knowledge* - TPCK), de Mishra e Koehler (2006), que ampliou as categorias de Shulman (1987) sobre os conhecimentos do professor. Shulman (1987) identifica no conhecimento do professor três categorias: conhecimento do conteúdo a ser ensinado, conhecimento do conteúdo pedagógico e conhecimento curricular. O conhecimento do conteúdo (*content knowledge*: CK), segundo Mishra e Koehler (2006) é o conhecimento sobre o assunto a ser ensinado.

Quanto ao conhecimento pedagógico, Mishra e Koehler (2006, p. 1026-1027) o define como "conhecimento sobre os processos, práticas e métodos de ensino e aprendizagem e como se envolvem, entre outras coisas, em geral propósitos educacionais, valores e objetivos". No âmbito da teoria TPCK, denomina-se conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo àquele que se encontra na intersecção entre o conhecimento do professor sobre o conteúdo específico de sua área de atuação, o conhecimento pedagógico que pode entrar em cena no momento de sua prática e o conhecimento referente à tecnologia em determinado contexto de ensino.

O conhecimento tecnológico (*technological knowledge*: TK), por sua vez, envolve as habilidades necessárias para operar determinadas tecnologias, que incluem ferramentas como *softwares* e o conhecimento sobre como instalar e remover esses programas, criar e arquivar documentos, ler os tutorais e saber manipular comandos (figura 1) – em nosso caso, além das atividades desenvolvidas no Excel, ou em outro *software* que acreditarem ser conveniente, devem também atuar na plataforma Microsoft Teams.

Figura 1: Conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo.

Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006, p. 1025).

Segundo Mishra e Koehler (2006, p. 1029), “TPCK é a base do bom ensino com tecnologia e requer uma compreensão da representação dos conceitos que utilizam tecnologias; técnicas pedagógicas que usam tecnologias de maneira construtiva para ensinar o conteúdo”. Nossas análises levam em consideração o modo como os professores da educação básica do curso de formação articulam seus conhecimentos sobre tecnologias digitais com os conteúdos específicos de estatística e com possíveis habilidades didáticas implícitas que possam emergir na discussão entre os pares.

Atividade e algumas análises sobre o perfil dos professores/alunos

A atividade proposta constava de um banco de dados com uma variável quantitativa contínua, a metragem de 106 apartamentos à venda, e solicitava-se aos professores que descrevessem o conjunto de dados com representações e medidas estatísticas para um usuário que precisasse tomar uma decisão.

O objetivo da atividade era articular representação gráfica e tabular, assim como as medidas-resumo de uma distribuição. Vale destacar que dos 21 professores participantes, 19 atestaram ter domínio pelo menos intermediário na manipulação do pacote Office. Algumas características levantadas a partir do questionário também serão consideradas para a compreensão das potencialidades e das ações praticadas pelos professores ao longo da atividade.

Quanto às idades dos 21 professores participantes, percebemos que 50% deles têm entre 25 anos e 48,5 anos (cálculo do intervalo interquartílico). Segundo Sikes et al. (1985, apud Bolivar, 2002, p.60), “esta fase é parte do terceiro período do ciclo de vida de professores (estabilização e compromisso), no qual “se assenta a cabeça” e se estabelecem mais firmemente os padrões da carreira, lado a lado com as obrigações familiares”. Essa característica pode explicar o engajamento dos professores ao longo da formação, particularmente do engajamento esperado para o 6º encontro, que será discutido neste texto.

Quanto ao tempo de magistério, o intervalo interquartílico nos permite observar que 50% dos professores possuem de 1,3 anos a 8,5 anos de magistério, e fazemos a hipótese de que tenham tido algum contato com os conteúdos estatísticos a serem abordados em sala de aula. Segundo Huberman (1990, apud Bolivar 2002, p.54), essa é a fase da estabilização (quatro a seis anos de magistério), marcada pela “consolidação de um repertório de habilidades práticas de base, que trazem segurança no trabalho e identidade profissional.”

A partir dessas informações, apresentamos na sequência a análise a priori da situação proposta aos professores.

Figura 2: Proposta do problema do 6º encontro da formação de professores

A variável metros quadrados de apartamentos

Uma pesquisa realizada com 106 apartamentos à venda em um bairro da cidade, com relação ao tamanho, apontou os seguintes valores em metros quadrados:

100	100	101	105	105	105	110	110	110	110
115	115	115	120	120	120	120	120	120	120
125	125	125	125	125	125	125	128	128	130
132	132	132	132	135	135	135	135	135	135
140	140	140	140	140	140	140	140	140	140
140	146	146	146	146	146	146	146	150	150
155	155	155	155	155	155	155	155	155	155
160	160	160	160	160	160	160	160	160	160
185	185	190	190	190	210	210	210	210	210
220	220	250	250	250	250	270	310	310	310
310	315	315	315	315	315				

Considerando as representações estatísticas e as medidas resumo como você avalia esse conjunto de dados?

Fonte: as autoras

No que se refere às contribuições a serem consideradas no ambiente, vale destacar que, pelo fato deste ser o sexto encontro, não se espera que os alunos tenham dificuldades em migrar do ambiente “plenária” para o canal do grupo e vice-e-versa. A utilização das ferramentas do Microsoft Teams, como o compartilhamento de telas e a vídeo-gravação da reunião, não deveria ser problemática para os professores. Da mesma forma, graças à informação que eles nos deram quanto ao conhecimento do pacote Office, também não consideramos um possível entrave. Constituem-se no conhecimento tecnológico, nos termos de Mishra e Koehler (2006). Assim, a resolução do problema proposto pode ser facilitada pela utilização dos recursos da planilha Excel e da interação entre os pares.

Os conhecimentos dos conteúdos estatísticos a serem mobilizados são: números racionais (variável quantitativa contínua), tabelas de distribuição de frequências para variáveis quantitativas contínuas, regra da raiz, regra de Sturges, amplitude e amplitude de classes, frequências absolutas simples, histograma. Esses itens estão diretamente ligados ao conhecimento do conteúdo, que envolve a construção de uma tabela de frequências de uma variável contínua, para, a partir dela, buscar uma representação gráfica com o uso de um *software*.

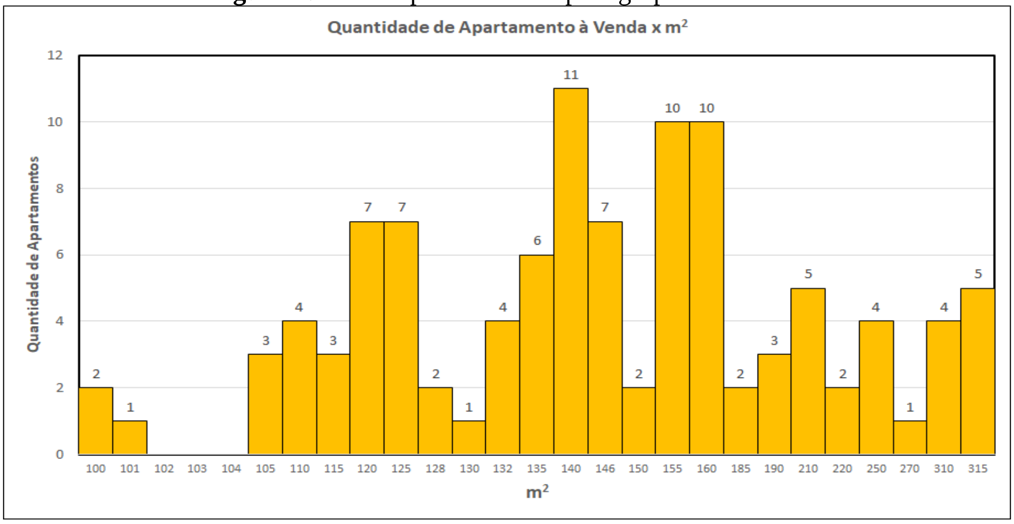
Os professores, ao construírem as tabelas, gráficos e cálculos de medidas solicitados na atividade com o auxílio da planilha Excel, podem mobilizar o conhecimento tecnológico associado ao conteúdo associado ao tecnológico – TCK nos termos de Mishra e Koehler (2006), tanto na determinação das classes como na determinação das frequências das classes, construção de histogramas e cálculo das medidas resumo. Nas discussões entre os grupos, podem levantar as possíveis articulações entre os conhecimentos do conteúdo com os tecnológicos e os pedagógicos.

Análises e resultados da atividade proposta

Para a atividade apresentada anteriormente, participaram somente 17 alunos/professores. Eles se organizaram de maneira livre em três grupos de trabalho alocados em três canais do Teams. Denominamos aleatoriamente A, B e C, os canais para analisar tanto as respostas que os alunos deram às atividades quanto os diálogos que produziram entre eles em cada um desses canais.

Embora as discussões entre os três grupos tenham levantado muitos temas comuns, apresentaremos no artigo somente as do grupo B. Este grupo, assim como os outros dois grupos, começou a tratar os dados como se fossem uma variável discreta e os representaram em forma de histograma no seguinte gráfico (figura 3).

Figura 3: Gráfico plotado direto pelo grupo B no Excel



Fonte: Dados da pesquisa

Os próprios alunos/professores observaram que o gráfico construído apresentava erros, como o de escala no eixo horizontal, mas houve discussão entre os seus integrantes, pois uns acreditavam que as barras deveriam ser separadas, e as metragens poderiam ser tratadas como categorias de apartamento, fato que a maioria dos integrantes não aceitou. Nesse momento, começaram a discutir sobre o manuseio do *software* e os conceitos estatísticos envolvidos na questão. Estes alunos/professores procuravam adequar a construção do histograma, considerando os intervalos de classe e as possibilidades do *software* em representar esse tipo de gráfico, conhecimento este presente na interface entre o conhecimento tecnológico e o conhecimento do conteúdo, conforme esquema apresentado na Figura 1 deste texto.

Optaram inicialmente por trabalhar dentro do ambiente *Google Docs*, com a planilha oferecida nesse ambiente, o que nos impossibilitou gravar pelo *Teams* a tela que eles compartilham, mas o grupo julgou ser melhor para que todos pudessem trabalhar simultaneamente na tela. Esbarraram em dificuldades com a manipulação do *software*, pois disseram que o gráfico oferecido não apresentava a mesma qualidade visual do que o Excel apresentado no Teams, e optaram por mudar.

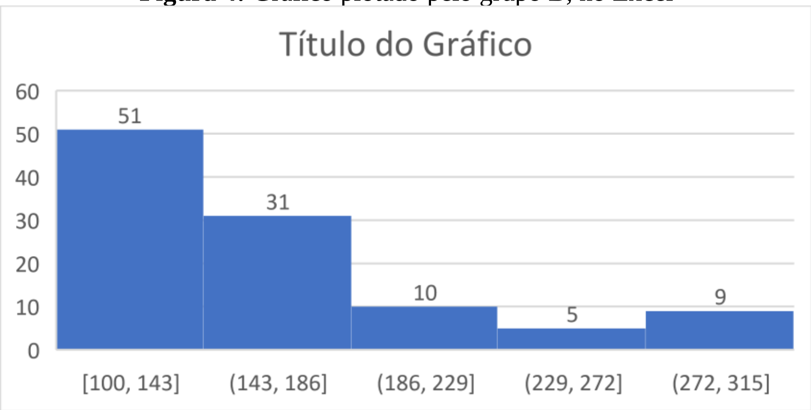
A tela compartilhada no Teams permitiu que todos trabalhassem no mesmo documento, mas não ao mesmo tempo. A opção da mudança na forma de manipular e socializar a tecnologia pode ser considerada como um aprendizado do conhecimento tecnológico e pedagógico (TPK) que emergiu na vivência desse grupo.

No decorrer da discussão citada acima houve interferência dos condutores do curso, indagando ao grupo sobre o tipo de variável que estavam tratando, e os alunos/professores admitiram que não pensaram sobre isso. O condutor voltou a questionar: "Mas isso não deveria ser o primeiro passo ao tentar representar os dados?"

Diante da pergunta, os alunos/professores retomaram o tratamento dos dados e começaram a discutir sobre quais métodos usariam, e sobre as diferenças dos tratamentos dos dados diante de uma variável discreta e contínua. Levantaram a hipótese de utilizar direto o recurso do Excel para criar os intervalos de classe, mas consideraram que ele não oferece os intervalos de classe e nem gráfico que consideraram satisfatório.

Tais reflexões nos mostram um avanço entre a relação do conhecimento tecnológico e conhecimento do conteúdo (TCK), pois começam a identificar a limitação do *software* em relação à formação de intervalos de classe automaticamente, conforme apresentado na figura 4:

Figura 4: Gráfico plotado pelo grupo B, no Excel

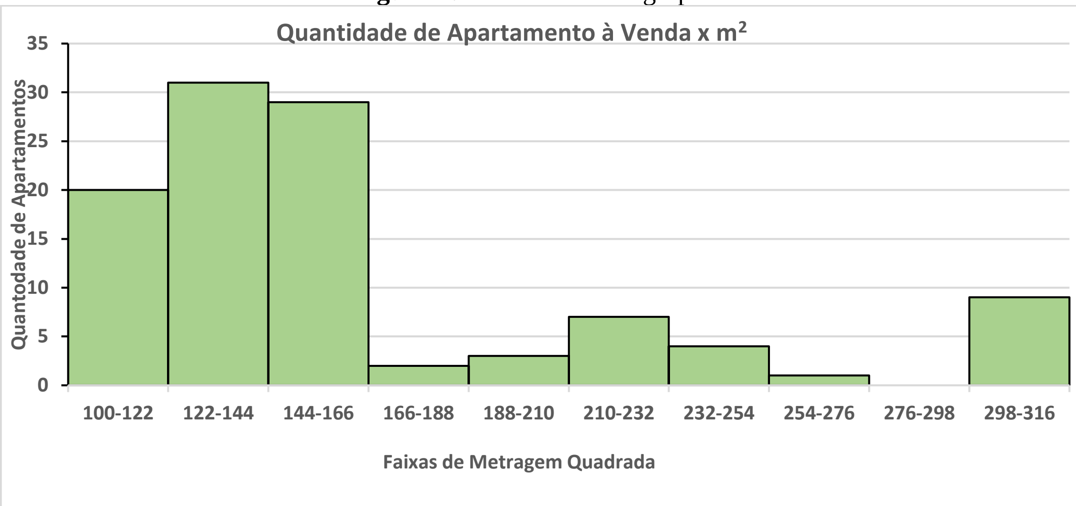


Fonte: Dados da pesquisa

Discutiram que a maioria dos dados ficava na primeira faixa, e começaram a localizar a média e a moda nesse tipo de histograma plotado pelo automaticamente pelo Excel. Nesse processo de discussão, os alunos foram construindo no Excel várias representações gráficas, até as que consideraram a melhor no tempo destinado à tarefa.

Retomaram a construção das classes e dos intervalos de classe, e apresentaram como produto final o seguinte gráfico, ilustrado na Figura 5:

Figura 5: Gráfico final do grupo B



Fonte: Dados da pesquisa

O próprio grupo questiona o produto final, que poderia ser mais bem trabalhado na ferramenta planilha Excel, e apontaram a necessidade de afastar da origem a primeira coluna do histograma e aproximar a uma melhor representação da variável quantitativa contínua no eixo horizontal. Alegaram que o tempo não foi suficiente para que as medidas resumo pudessem ser trabalhadas.

À medida que as discussões entre alunos/professores dos grupos foram acontecendo e avançando, pudemos observar que tanto a compreensão do manuseio do *software* (conhecimento tecnológico), quanto os elementos do letramento estatístico mobilizados na representação gráfica de uma variável qualitativa (conhecimentos do conteúdo) avançaram e se tornaram mais claros para os participantes.

O que foi também relevante nesse grupo é que eles discutiram o contexto em que foram inseridos, vendas dos apartamentos, consideraram-se corretores que vão oferecer apartamentos aos clientes. Começaram a discutir que a média dos metros quadrados não seria interessante para quem vai comprar um apartamento, mas seria melhor se pensassem em quantidade de apartamentos por metro quadrado, e sugeriram que com a compreensão do contexto, poderiam alterar essas classes de acordo com o interesse de mercado, independentemente de possíveis regras matemáticas para a sua criação.

Todas as vezes eles repetiram os passos para a construção do histograma no Excel para identificar possíveis erros na sua construção. O grupo discutiu como um vendedor podia usar as medidas de tendência central para vender o apartamento, identificar a importância do mercado em relação ao preço, metragem e a que público se destina. Percebe-se aqui a importância da compreensão do contexto para a atribuição de significado aos entes estatísticos, como preconiza Gal (2002) sobre a compreensão do contexto.

Nenhum dos três grupos optou por iniciar o tratamento dos dados identificando o tipo de variável que envolvia a atividade, mas sim colocando os dados em uma tabela do Excel e verificando o gráfico mostrado pelo *software* de acordo com a tabela construída pelo grupo. Foram várias tentativas de construção de tabelas e gráficos, nos quais identificam alguns erros, como os com as escalas no eixo horizontal, as barras tratadas como categorias ou intervalos de classe com amplitudes diferentes. Mas somente identificaram os erros depois do gráfico pronto.

Os conhecimentos desses alunos/professores foram se ressignificando a cada passo que davam em busca do gráfico que melhor representasse esse conjunto de dados, alternando conhecimentos do conteúdo de estatística, conteúdo tecnológico ao manipularem o *software*, e algumas questões colocadas pelos condutores da formação emergiam entre os diálogos com os pares e geravam ações que apontavam uma melhor posição em relação ao letramento estatístico e o uso da tecnologia por meio do Excel.

Consideramos que o tempo destinado para a resolução e discussão da atividade não foi suficiente para analisarmos nesses professores/alunos a relação entre o conhecimento didático do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK). Esse fato nos leva a supor a necessidade de criação mais espaços nos quais professores possam vivenciar experiências com uso da tecnologia e conhecimentos de conteúdo, para que também possam refletir sobre a sua prática docente e, dessa forma, construir o conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo, no sentido explicitado por Mishra e Koehler (2006).

Considerações Finais

A atividade desenvolvida nos permitiu perceber que a representação e análise de um conjunto de dados não é atividade simples para o grupo de participantes, como não foi também nas pesquisas aqui relatadas, como as de Leria (2013) e Espinel, Gonzalez, Bruno e Pinto (2009).

O engajamento dos professores, que converge para os resultados de caracterização analisados à luz dos trabalhos de Huberman e de Sikes, ambos citados em Bolivar (2002), permitiu que o grupo avançasse na construção dos conhecimentos estatísticos e se aprofundasse na construção dos conhecimentos tecnológicos do conteúdo, uma vez que consideramos a afirmação deles de que o conhecimento com o pacote Office era pelo menos básico. O conhecimento de outros recursos, como o Google Docs e as ferramentas do Microsoft Teams também foram fundamentais para a realização da tarefa solicitada, consolidando o conhecimento tecnológico do conteúdo.

Em relação ao conhecimento estatístico mobilizado para a resolução da atividade de classificar e representar dados em tabelas e em gráficos com o uso de tecnologia em ambiente virtual, a discussão entre os pares proporcionou reflexões sobre elementos do letramento estatístico e um aprofundamento destes aliados à tecnologia.

Como não foi possível aos professores que pensassem em como abordar esse tipo de problema com os alunos (esgotou-se o tempo da oficina), não pudemos aqui identificar um conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo.

Nossos achados indicam que há necessidade de cursos de formação continuada para professores da educação básica que abordem conhecimentos estatísticos e suas possibilidades de articulação com a tecnologia, além de pesquisas na área que identifiquem dificuldades e novos caminhos a se percorrer.

Referências

BATANERO, C. Sentido estadístico: componentes y desarrollo. **In Actas de las Primeras Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria** (pp. 55-61). Granada (Espanha): SEIEM, 2013. Retirado em 30 de janeiro, 2019, de: https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Sentidoestad%C3%ADstico.pdf

BOLIVAR, A. (org). Profissão professor: o itinerário profissional e a construção da escola. Bauru: **EDUSC**, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Retirado em 10 de janeiro, 2019, de: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf

CAMPOS, C. & PERIN.A. Interfases entre alfabetización estadística y las competencias crítica y de comportamiento. **Yupana**, (12), p. 54-68, 2020. https://doi.org/10.14409/yu.v0i12.9627

ESPINEL, M. C., GONZÁLEZ, M. T., BRUNO, A., & PINTO, J. Las Graficas Estadísticas. In L. S. R., & L. Serrano (Ed.), **Tendencias actuales de la investigación en Educación Estocástica** (pp. 133-155). Granada, Espanha: Universidad de Granada, 2009.

GAL, I. Adults' statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review,** v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002. Disponível em: https://iase-web.org/documents/intstatreview/02.Gal.pdf. Acesso em: 14/05/2021.

LEE, C., & MELETIOU, M. Some difficulties of learning histograms in introductory statistics**. Joint Statistical Meetings**- Section on Statistical Education, 2003.

LEIRIA, A. C. C. **Conhecimento e práticas profissionais de duas professoras quando ensinam representação gráfica estatística**. Tese de doutorado, Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2013.

MISHRA, P., & KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, 108(6), 1017-1054, 2006. doi:10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x.

MOTTA, M. S. Formação inicial do professor de matemática no contexto das tecnologias digitais. **Contexto & Educação**, 32(102), 2017.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. Bolema, 25, 105-132. Este artigo é uma versão revista e atualizada de um artigo anterior: Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. **Quadrante,** 3(1), pp3-18, 2006.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PORCIÚNCULA, M. M. S., SAMÁ, S. Projetos de aprendizagem: uma proposta pedagógica para a sala de aula de estatística. In SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. M. S. (org.). Educação estatística: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior. Curitiba, PR: Editora CRV, 2015.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, 57(1), 1-23, 1987. doi:10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

GT 13 - Diferença, Inclusão e Educação Matemática

A Inclusão do Surdo no Ensino Superior: desafios de uma aula de Cálculo

The inclusion of deaf people in higher education: challenges of a Calculus class

Vanessa Barreto da Silva
Universidade Federal do Rio de Janeiro
vanessabarretodasilva@gmail.com

Claudia Segadas- Vianna
Universidade Federal do Rio de Janeiro
claudia@im.ufrj.br

Gisela Maria da Fonseca Pinto
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
gmfpinto@gmail.com

Resumo
O aumento de estudantes surdos no Ensino Superior, observado nos últimos anos, tem evidenciado desafios e dificuldades com as quais estes se deparam, sobretudo as provenientes das questões linguísticas. Tais desafios já são encontrados nas aulas de matemática, na Educação Básica, que incluem alunos surdos. O enfoque desta pesquisa é a inclusão de um estudante surdo na disciplina de Cálculo I, em cujas aulas não houve a presença de um intérprete de Libras. O objetivo deste estudo é analisar as relações entre esse aluno e sua professora, bem como identificar suas expectativas e os desafios que ambos encontraram. A pesquisa insere-se no campo qualitativo e, para a coleta de dados, foram realizadas entrevistas semiestruturadas, além da observação de cinco aulas de modo presencial. Dentre os resultados, destacam-se a observação da importância do acesso à Libras durante as aulas, além do ganho de ter um acompanhamento complementar (monitoria ou tutoria) para o estudante surdo.

Palavras-chave: Educação Inclusiva; Surdo no Ensino Superior; Educação Matemática.

Abstract
The increase in the number of deaf students in higher education in recent years has revealed challenges and difficulties that they come up with, especially those arising from linguistic issues. The focus of this research is the inclusion of a deaf student in the discipline of Calculus I, which did not have the presence of a Libras interpreter during class. The aim is to analyze the relationships between this student and his teacher, as well as to identify their expectations, and the challenges they both encountered. The research is characterized as qualitative and, for data collection, semi-structured interviews were used, in addition to the observation of five classes presentially. Among the results, the importance of access to Libras during classes stands out, besides the gain of having a complementary follow-up (monitoring or tutoring) for the deaf student.

Keywords: Inclusive Education; Deaf in Higher Education; Math Education.

Introdução

Nos últimos anos, a inclusão de pessoas com deficiência nas escolas de ensino regular comum no Brasil vem aumentando, principalmente devido a políticas inclusivas adotadas.

Essa inclusão no ensino básico reflete-se no ensino superior, visto ter havido um aumento no número de alunos que chegam a esse nível.

A lei 13.409 de 28 de dezembro de 2016 (BRASIL, 2016), que altera a lei nº 12.711, de 29 de agosto de 2012 (BRASIL, 2012), dispõe sobre a reserva de vagas para autodeclarados pretos, pardos, indígenas e pessoas com deficiência em instituições federais de educação superior, vinculadas ao Ministério da Educação. A implementação possivelmente teve influência no crescente número de matrículas de estudantes com declaração de deficiência, de transtorno global do desenvolvimento ou com altas habilidades/superdotação na graduação, já que ano após ano o quantitativo vem aumentando como observado nos últimos três Censos da Educação Superior. No Censo de 2019 (BRASIL, 2021), dos estudantes matriculados, 2.556 pessoas se declararam surdas e 6.569 deficientes auditivos. Já nos censos realizados nos anos de 2018 (BRASIL, 2020) e 2017 (BRASIL, 2019), o Censo apontou que havia, respectivamente, 2.235 e 2138 surdos e 5.978 e 5404 pessoas com deficiência auditiva

O ingresso dos discentes surdos no Ensino Superior nos mais diversos cursos tem feito com que as instituições comecem a se mobilizar, a planejar e a se preparar para melhor acolher e ensinar seus estudantes. Por ser uma situação muito diferente do cenário comumente encontrado nas universidades, há ainda muitas questões que precisam ser definidas, que vão desde a comunicação com docentes, a promoção de encontros de formação com técnicos e professores, até a contratação de pessoas especializadas, como mediadores pedagógicos e tradutores-intérpretes da língua de sinais.

Professores que, até o momento, não contavam com a presença de estudantes surdos, nas suas salas de aula, e tampouco tiveram formação adequada para atendê-los, passam a necessitar do amparo das suas universidades, inclusive, para que se faça cumprir o que é garantido por lei a esses estudantes: a presença de um intérprete na sala de aula - um direito do estudante surdo, ao entrar no sistema regular de ensino, e que também se faz primordial no ensino superior, para que ele possa ter acesso aos conteúdos e interagir com colegas e professores.

O curso de Licenciatura em Matemática é mais um entre tantos que passam pelo que foi descrito acima, porém devem ser considerados aspectos particulares do curso em si, a questão da formação matemática do estudante surdo, bem como a sua formação para a docência em Matemática.

O presente trabalho é um recorte de uma dissertação de mestrado em desenvolvimento, que se debruça especificamente sobre a disciplina de Cálculo I na qual um estudante surdo, licenciando em matemática, está inserido. Tem por objetivo analisar as relações entre esse estudante e sua professora de Cálculo I, cuja sala de aula não tem a presença de um intérprete, bem como identificar as expectativas de ambos, além dos desafios encontrados ao longo do caminho.

Vale salientar que o estudante surdo não teve seu direito a um intérprete cumprido, pois o número de profissionais era inferior à demanda da universidade, com isso, nem todos os alunos contavam com tal profissional em todas as aulas. Para minimizar os possíveis impactos gerados por essa situação, foram tomadas medidas paliativas, como, por exemplo, o acompanhamento do facilitador de aprendizagem, que é uma espécie de tutor/monitor do estudante surdo.

Outro ponto importante a ser destacado é que a disciplina de mencionada ao longo do texto como Cálculo I, engloba em seu conteúdo números reais, funções de uma variável real, limites, continuidade, derivada, aplicações das derivadas à Geometria e à Física, polinômio de Taylor, derivação implícita, problemas de máximos e mínimos e taxas relacionadas. Não é visto neste ainda o conteúdo de integração, que só será estudado na disciplina seguinte de Cálculo.

A próxima seção apresentará alguns levantamentos de pesquisas que envolvem o ensino de matemática para estudantes surdos, seguindo-se de uma seção versando sobre a abordagem metodológica e de outra apresentando resultados e análises.

Surdos e ouvintes; alunos, professores e intérpretes; Libras e matemática na sala de aula inclusiva

Ensinar matemática é algo que se configura como uma atividade desafiadora em todos os níveis, e não ocorre de forma diferente no ensino superior.

> As dificuldades dos ingressantes na Educação Superior, verificadas, através de pesquisas realizadas com alunos dos semestres iniciais dos cursos da área de Ciências Exatas, especialmente de Engenharia, verificaram que as “disciplinas matemáticas” envolvem algumas dificuldades relacionadas tanto aos conteúdos quanto às habilidades necessárias para a sua aprendizagem, como, por exemplo, abstração, generalização, formulação de hipóteses e deduções, exploração e

> resolução de problemas. Esses aspectos podem ser percebidos, também nos resultados das avaliações coordenadas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), tais como as provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), comprovam que nos últimos anos a situação vem se agravando (MAZOLA; ALLEVATO, 2015, p.125).

No caso específico do estudante surdo, o distanciamento de um ambiente de imersão na cultura surda pode tornar esse contexto particularmente complexo para alunos e professores. Nessa seção, serão discutidas algumas questões que se mostram relevantes na prática docente matemática que agrega um estudante surdo, como concepção cultural da surdez; estratégias e recursos visuais na educação de surdos, além da importância da Libras e do intérprete educacional dessa língua na educação de surdos. Enfatizamos aqui esses pontos, por entendermos que eles impactam diretamente o trabalho em sala de aula, o que inclui ainda a importância de uma mudança da percepção do próprio papel de estudantes e professores. Para Mazola e Allevato (2015, p.29), é importante que exista uma sintonia entre professor e aluno, algo como um vínculo, uma parceria. Ao estudante compete entender-se como protagonista de todo o processo de ensino e aprendizagem, o que pode ser alcançado por meio de atividades promovidas pelos docentes que favorecem a constituição da necessária e almejada autonomia. Entretanto, para que isso possa acontecer, inicialmente, precisamos refletir sobre possíveis questões relacionadas ao ensino de matemática para estudantes surdos, de maneira que se possa propor estratégias de abordagem que viabilizem a aprendizagem desses e de todos os estudantes a partir da mediação do intérprete educacional de Libras e que valorizem, mais do que a diferença linguística ou a deficiência em si, os caminhos, os métodos de ensino e os instrumentos adotados nas ações pedagógicas.

Um primeiro ponto que se mostra essencial é a compreensão do surdo como um ser "culturalmente diferenciado" (SILVA; SANTOS; MARRA, 2016, p.430) ou como alguém que percebe e interage com o mundo de forma diferenciada por conta da sua peculiaridade linguística, como proposto por Witkoski (2009, p.565) ao enfatizar "sua diferença linguística, de percepção do mundo e forma de ser", em lugar de percebê-lo apenas a partir de uma concepção médica, relacionada a medidas que o associam a déficits e perdas. Como afirma Sacks (2010), mais do que o grau da surdez, é essencial que se conheça em que momento da vida do indivíduo ele se tornou surdo, se antes ou depois de já ter sido alfabetizado, por exemplo. Ainda acerca desse assunto, Skliar (1998), ao apresentar a visão antropológica da surdez, entende o surdo como alguém que integra uma minoria linguística, que fala por meio das mãos e ouve a partir da sua visão. Da mesma forma, para Coutinho (2011), a diferença entre surdos e ouvintes é culturalmente situada por uma perspectiva linguística que influencia a forma com que se relacionam com o mundo. Sales, Penteado e Moura (2015) ainda reforçam essa concepção, ao enfatizarem a importância de que os surdos sejam promovidas vivências que estimulem e explorem o uso dos diferentes sentidos, favorecendo uma percepção sensorial ampla, sobretudo, no campo visual. Desta ideia partilham ainda Tharpe, Ashmead e Rothpletz (2002), Marschark Lang e Albertini (2002) e Sales (2004), entre outros.

A interação com o estudante surdo precisa ocorrer por meio da língua que lhe confira conforto linguístico, como enfatizam Silva e Silva (2016, p.34): “É por meio das mãos e de uma complexa expressão corporal captada pelos olhos, principalmente, que os surdos se comunicam e se constituem linguisticamente”. Por essa razão, é possível afirmar que o uso da Libras é duplamente compensatório para o estudante surdo, uma vez que se fundamenta em seu potencial visual, e que promove as interações entre professor e estudante surdos, sempre mediadas pelo intérprete educacional de Libras, quando a sala de aula não for bilíngue e/ou quando o professor não for fluente em Libras.

Nesse sentido, alguns autores destacam situações que podem ser trabalhadas de forma diferente, visando remover algumas barreiras nas aulas de matemática que incluem o aluno surdo, como, por exemplo, evitar falar voltado para a lousa (COSTA; SALES; MASCARENHAS, 2013) ou adaptar os textos usados em enunciados de problemas (COUTINHO, 2011). De acordo com essa autora, o estudante surdo pode por vezes ter dificuldades com a língua portuguesa em sua forma escrita, tanto no tocante à leitura e interpretação quanto à produção textual. Costa, Sales e Mascarenhas (2013, p.6) enfatizam a importância de uma postura metodológica inclusiva por parte do professor, de forma que possa contornar os obstáculos linguísticos, evitando que ocorra o isolamento dos estudantes surdos. Uma abordagem bilíngue é preferível, sempre que possível (NOGUEIRA, ANDRADE; ZANQUETTA, 2013). Fávero e Pimenta (2006) relatam, em sua pesquisa, que as dificuldades enfrentadas por surdos no estudo de matemática muitas vezes têm mais relação com a língua do que com a própria matemática em si. Dessa forma, reforça-se o papel da Libras na sala de aula de matemática.

No entanto, salas de aula bilíngues não são comuns em nosso país, especialmente no Ensino Superior. Usualmente temos salas predominantemente de ouvintes, com professores que desconhecem totalmente a Libras ou apenas conhecem alguns aspectos. Além disso, sabem muito pouco a respeito das características culturais do estudante surdo´(WITKOSKI, 2009; SILVA; SANTOS; MARRA, 2016), criando-se assim um cenário de isolamento para tal aluno. Como possibilidade de evitar-se essa situação, podemos contar com o intérprete educacional de Libras como agente de mediação entre professor, alunos ouvintes e alunos surdos. Ele deve ser o elo de comunicação, é sua atuação profissional que possibilita que a segunda língua oficial do Brasil adentre a sala de aula, dando enfim acesso ao discente surdo ao que está sendo discutido e apresentado pelo professor. Nessa perspectiva, portanto, a sala de aula inclusiva, que visa congregar surdos e ouvintes, precisa da participação de um intérprete, que transita na "polissemia das línguas, nas esferas de significação e nas possibilidades de atuação frente à difícil tarefa de tradução/interpretação" (LACERDA, 2007, p.9).

A formação profissional do intérprete é discutida ainda; no entanto, como Dorziat e Araújo (2012) e Antonio, Mota e Kelman (2015) constataram, muitos têm apenas o ensino médio como nível de escolaridade mais alto, fato esse que corrobora o que é proposto por Lacerda, Santos e Caetano (2011) ao afirmarem que este profissional não necessitaria ter um conhecimento disciplinar específico, visto existir um professor responsável pela área na sala de aula. Para esses autores, é importante que se estabeleça uma parceria entre o professor e intérprete, de modo que os dois possam, cada um em sua área de especialidade, conduzir juntos o ensino para o aluno surdo.

Ainda referente a esse aspecto, alguns autores, como Antonio, Mota e Kelman (2015), defendem que o intérprete seja um especialista em alguma área disciplinar; no entanto, para Pinto (2018), isso não necessariamente poderia tornar a aprendizagem do estudante surdo mais proveitosa, por correr-se o risco de que se formasse algo como uma subsala de aula, privada, entre intérprete e alunos surdos, ocorrendo simultaneamente à aula do professor ouvinte com os alunos também ouvintes. Tal situação poderia desconfigurar o que se pressupõe em uma sala de aula inclusiva, na qual o ganho transcende às questões disciplinares, promovendo o crescimento coletivo pela convivência na e para a diversidade, cogerida por intérprete e por professor, parceiros. Entretanto, nem sempre essas relações são facilmente estabelecidas, conforme veremos a seguir.

Gesser (2015) relata que o intérprete, não raramente, acaba por assumir o papel de preceptor do estudante surdo, não somente por compartilhar de sua língua, mas também porque, nem sempre, o professor se dá conta de que aquele aluno precisará de uma atenção diferenciada. O desconforto docente também é um elemento encontrado em relatos de pesquisa como os de Caetano e Lacerda (2011) e de Gesser (2015), por sentirem seu espaço de sala de aula invadido por este mediador e devido a desconhecerem o que os intérpretes e os alunos surdos estariam conversando entre si. Contudo, a presença de mediadores na sala de aula é cada vez mais notada, o que pode ser atribuído ao advento da inclusão nos sistemas educacionais. No caso específico dos intérpretes educacionais de Libras, sua função é promover o diálogo e a interlocução, além da imprescindível acessibilidade linguística dos surdos às discussões que estão sendo promovidas em sala de aula.

Pinto (2018), ao comentar sobre a sala de aula que se amplia em perfis de gestores, ainda enfatiza a necessidade da conversa e da parceria entre intérpretes e professores, de forma que alguns pontos possam ser ajustados, como o envio prévio de materiais, por parte dos docentes, para que os intérpretes possam se organizar e pesquisar sinais, se for o caso, ou, ainda, ajustes na velocidade da fala e na simultaneidade do que é falado e do que é registrado na lousa, por exemplo. Caminhamos, portanto, para uma nova sala de aula, de portas abertas e com gestão compartilhada, apresentando ganhos provenientes da troca, em tempo real, entre diferentes atores envolvidos no campo educacional, específico, disciplinar ou contextual para os alunos surdos.

Na próxima seção, serão apresentados os percursos metodológicos adotados nesta pesquisa, que permitiram desvelar o ambiente da sala de aula de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Cálculo I, na qual buscaram-se formas que fizessem emergir características, percepções e situações que nos possibilitassem delinear aquele ambiente específico.

Metodologia

A pesquisa insere-se no campo qualitativo que, segundo Moraes (2003), procura investigar a compreensão dos acontecimentos “a partir de uma análise rigorosa e criteriosa desse tipo de informação, isto é, não pretende testar hipóteses para comprová-las ou refutá-las ao final da pesquisa; a intenção é a compreensão” (p. 191).

Com a finalidade de gerar dados que estivessem condizentes com os objetivos da pesquisa, foram utilizadas como instrumento de pesquisa observações de sala de aula e entrevistas. As observações foram fundamentais para compreender *in loco* as relações existentes na sala de aula com o aluno surdo incluído, além de auxiliar na elaboração do roteiro da entrevista. Dados das observações foram registrados em diários de campo, produzidos a cada aula assistida. Optou-se por um formato de entrevista semiestruturado, em que há um conjunto de perguntas abertas e fechadas, de tal forma que haja liberdade para que novas questões possam surgir de acordo como a conversa irá transcorrer.

A fim de se obterem tais dados, houve cinco observações, ao longo do segundo semestre de 2019. Foram entrevistados os atores principais deste estudo: um estudante de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de Ensino Superior da região sudeste do Brasil, a professora que lecionou Cálculo I para ele, em um período em que as aulas aconteciam presencialmente, e o facilitador de aprendizagem que o acompanhou durante um período. Neste trabalho, nosso foco serão as observações da aula e as entrevistas ocorridas com o aluno de licenciatura e com a professora.

O futuro professor de Matemática, que denominamos pelo pseudônimo de Gabriel, apresenta surdez profunda. Nasceu ouvinte e começou a perder a audição, em torno de 1 ano de idade, por conta de uma doença, a meningite. Sua Educação Básica foi cursada em uma instituição pública que atende exclusivamente a alunos surdos. No momento da entrevista, ele tinha 22 anos e estava há 2 anos no curso de Licenciatura em Matemática, entretanto, as perguntas a ele dirigidas, foram todas relacionadas à disciplina de Cálculo I a qual o estudante frequentou no segundo período de sua graduação. Apenas sua mãe sabe se comunicar com ele em Libras, já seu pai não tem o domínio da língua e a comunicação é feita por meio do português na modalidade escrita.

A professora que lecionou Cálculo I para o Gabriel tem bastante experiência em ministrar essa disciplina e outras relacionadas com Cálculo I. Na época da entrevista, ela tinha 50 anos e, desde os 22 anos, atuava no Ensino Superior, inclusive, sua primeira turma foi numa turma de Cálculo I. A docente não sabia se comunicar em Libras, e o Gabriel foi seu primeiro aluno surdo. Vale ressaltar, no entanto, que ela já havia lecionado para estudante incluído em sua sala de aula, no caso era um estudante com Síndrome de Asperger, além de ter orientado trabalho acerca da inclusão de estudantes cegos.

As entrevistas foram realizadas a distância e individualmente, por meio de reuniões por videochamadas, que foram gravadas. A entrevista com Gabriel teve a participação de um intérprete de Libras. As entrevistas foram transcritas integralmente, sendo considerados apenas os textos oriundos dos áudios em português, tanto das perguntas que foram feitas quanto das respostas dos entrevistados (a professora e o Gabriel).

Descrição do estudo e análise dos dados

Nesta seção, será apresentada uma breve descrição de como foi realizado o acompanhamento das aulas para que os leitores possam conhecer o ambiente em que se encontrava o aluno durante as aulas de Cálculo I e, concomitantemente, traremos uma análise das entrevistas da professora da disciplina e do Gabriel.

O acompanhamento das aulas foi de maneira presencial, pois ocorreu antes da pandemia de COVID-19; já as entrevistas ocorreram em ambiente de reunião online. Na ocasião, Gabriel inclusive teceu alguns comentários sobre ser aluno em tempos de ensino presencial e de ensino remoto.

No ano de 2019, mais precisamente no segundo período, acompanhamos e observamos cinco aulas da disciplina de Cálculo I. Cada aula tinha duração de uma hora e quarenta minutos. Elas ocorriam três vezes por semana (segundas, quartas e sextas) e, infelizmente, não contavam com a mediação de intérpretes educacionais de Libras. A ausência do intérprete é algo que Gabriel não esperava vivenciar no Ensino Superior. Tendo sido oriundo de uma instituição pública com ensino bilíngue, acreditava que a universidade teria também a mesma estrutura para acessibilidade, conforme relatado por ele:

> "*[...] eu pensei que ia ser completo que eu ia chegar e já ia ter acessibilidade, mas assim, a instituição ainda está em sua organização. [...] Precisamos ter um intérprete que seja profissional e tenha essa competência. No caso, preciso não só de um intérprete, mas no caso dois, três para poder ter o revezamento, a troca dos intérpretes.*"

Ter o intérprete é um requisito básico a que o Gabriel tem direito, pois a Lei nº 10.436 de 24 de abril de 2002 (BRASIL, 2002) reconhece a Libras e outros recursos de expressão a ela associados como meios legais de comunicação e expressão, e o decreto nº 5.626 de 22 de dezembro de 2005 (BRASIL, 2005) determina que deve haver intérprete de Libras nos ambientes educacionais. A questão do revezamento, mencionado pelo Gabriel, não é garantida por lei, porém a Federação Brasileira das Associações dos profissionais Tradutores e Intérpretes e Guia-intérpretes de Língua de Sinais (FEBRAPILS, 2014) e Pinto 2018 afirmam que, quando há uma interpretação simultânea, isto é, a interpretação ocorre ao mesmo tempo que o discurso, o revezamento de profissionais ajuda a evitar fadigas, já que longos períodos de interpretação expõem o profissional à sobrecarga de trabalho e pode ocasionar lesões físicas por esforço repetitivo. Sendo assim, com a fala de Gabriel, percebe-se que a universidade não estava preparada para receber um estudante surdo.

Embora tenha havido uma mobilização por parte de alguns professores do Instituto de Matemática para cobrar o direito do Gabriel, ele não conseguiu um intérprete logo que ingressou. No entanto, contava, em uma das três aulas semanais de Cálculo I, com o facilitador de aprendizagem, uma espécie de monitor/tutor, que tinha o conhecimento da Libras. Esse mediador era um licenciando em matemática, que se candidatou em um edital da instituição, para esse cargo. Por conta do perfil exigido no edital, esse mediador saberia tanto matemática (por já estar cursando as últimas disciplinas do curso) quanto Libras e teria, dessa forma, a função de auxiliar o estudante surdo nas suas atividades acadêmicas. Contudo, é importante ressaltar que ele não era um intérprete, não tinha tal função nem essa formação.

Essa mediação ocorria durante as aulas de Cálculo I e, adicionalmente, no contraturno, quando ocorriam encontros para que o Gabriel tirasse dúvidas relacionadas a essa disciplina. De acordo com Gabriel, essa atuação foi fundamental para o seu desenvolvimento como se pode observar pela sua fala a seguir, onde *eles* faz referência a sua rede de apoio.

“Eu pude ter um grande crescimento e aprendi bastante coisa. E assim, se eu tive conhecimento, tive nota nessas disciplinas, eu tenho muito a agradecer a eles que me auxiliaram.”

Essa fala do Gabriel confirma o que Borges e Peixoto (2019) exprimem, que é a importância/necessidade de que as instituições organizem espaços de atendimento especializado para os estudantes surdos. Para a professora, o ambiente ideal seria ter o intérprete na sala de aula; porém já ajudava muito ter por perto alguém que soubesse Libras, ainda que não fosse o intérprete. Quando o facilitador de aprendizagem não estava presente, ela se sentia perdida perante à impossibilidade da interlocução com Gabriel, assim como também da certeza de que ele não estaria acompanhando sua fala. O excerto seguinte denota, na fala da professora, como ela se sentia quando o facilitador, por conta de ter que assistir a outras aulas do seu curso, tinha que se retirar das aulas de Cálculo I.

"Aí o facilitador de aprendizagem tinha aula, tinha que sair numa das aulas, o que me deixava um pouco perdida. Tinha os alunos, que aí eu ia recorrendo à ajuda. Eles eram muito solidários, os meninos comigo e o principal, Gabriel, né?"

A professora mostrava ser muito atenciosa e preocupada com o Gabriel, demonstrava uma culpa por não saber Libras. Frases como: "*Próximo semestre estava pensando em retomar o curso de grego, mas vou trocar para o curso de Libras*", eram utilizadas durante as aulas observadas, além dos diversos pedidos de desculpas por não saber a mesma língua que o aluno. Não conseguir se comunicar com o Gabriel e não conseguir ajudar o estudante, quando ele tinha alguma dúvida, incomodava bastante a docente.

Para tentar suprir esse problema de comunicação, a professora escrevia toda a explicação do conteúdo ou da resolução dos exercícios no quadro branco de forma organizada e cuidadosa e, ainda, acrescentava as observações que eram comentadas durante a explicação ou a resolução de exercícios, atendendo a um pedido feito pelo próprio Gabriel.

> *"Então, às vezes a professora falava e não escrevia, né? Aí eu falava: professora, é melhor você escrever um pouco, porque eu preciso acompanhar, eu também preciso copiar o conteúdo, eu também desenvolvo melhor de maneira visual e tendo um intérprete de Libras."*

Essa fala vai de acordo com o que assevera Pinto (2018), uma vez que o registro é essencial para o ensino do surdo, pois além desse material copiado servir de consulta para o estudo do aluno, após a aula, é um "espaço onde são anotadas as estruturas lógicas que explicitam os objetos matemáticos" (p. 122). Conforme enfatizado por Coutinho (2012, p.66), "Nada sobre Nós, sem Nós. Penso que esse é um desejo legítimo da comunidade surda [...]". Ao atender ao aluno em sua solicitação, a professora, de forma intuitiva e permeada por bom senso e pela percepção de seu papel como docente, compreendeu que essa seria uma maneira, ainda que não a ideal, de contornar algo que poderia facilmente criar uma situação de exclusão em sua sala de aula.

Tanto o Gabriel quanto a professora sugerem ainda a utilização de plataformas como o *Google Classroom*, a despeito de o ensino voltar a ser presencial, assim, os alunos teriam os materiais postados com antecedência e, dessa maneira, poderiam estudar de antemão com mais direcionamento e, ainda, levariam dúvidas para a sala, caso surgissem. Outro ganho desse ambiente virtual seria, dando acesso aos intérpretes que eventualmente estivessem presentes, que esses também tivessem o desejado acesso prévio ao material, conforme pontuado por Pinto (2018). Gabriel sugere ainda, não apenas para a disciplina de Cálculo I, mas para todas as disciplinas que tenham no seu corpo discente um surdo, que haja o contato do professor da disciplina com alguém já com experiência em ensinar para surdos, seja um professor surdo ou um que ensine para surdos.

Considerações finais

A análise dos dados coletados, a partir das experiências de um estudante surdo e de uma professora durante a disciplina de Cálculo I numa instituição pública do Ensino Superior, apresentou aspectos relevantes para enfatizar a importância do intérprete no ambiente escolar, ressaltando como sua ausência acentua a barreira da comunicação entre o estudante e os demais integrantes de uma sala de aula. A escola, um lugar que se propõe ser inclusivo, por vezes, é excludente, quando, por exemplo, os direitos básicos de um surdo não são garantidos. Ter um intérprete de Libras não acabará com todos os problemas, no entanto, é um passo importante para garantir a inclusão.

É primordial que o colegiado do curso busque contato com pessoas que tenham mais experiência em lecionar para os referidos alunos, além também do próprio estudante, dessa forma, minimizando o abismo que pode ocorrer entre os discentes surdos e seus professores no ambiente de ensino- aprendizagem. Além disso, é interessante haver acompanhamentos extraclasse dos estudantes surdos, para lhes dar o apoio necessário nas disciplinas que estejam cursando.

Percebe-se, portanto, que de forma paulatina, têm acontecido algumas transformações nesse sentido. O primeiro ponto, que é a inquietação dos professores e a sua conscientização a respeito da necessidade de adequarem suas práticas, já está acontecendo na instituição observada. A preocupação da equipe docente com o aluno é um ponto positivo dessa caminhada, pois mostra ao aluno surdo que ele de fato integra esta comunidade. Precisamos, entretanto, ir além da boa vontade, pois de acordo com Ribeiro (2013), a universidade “não deve se contentar com apenas transmitir a ciência, [...] deve dar um sentido prático e profissionalizante para a formação dos estudantes; que faça isso, aberta ao contexto social, econômico e profissional” (p.126).

Portanto, é necessário que a lei se faça cumprir para que se possa caminhar rumo a um ambiente que seja inclusivo. Para além da lei, é importante que haja um apoio no contraturno, pois foram fundamentais os encontros com o facilitador fora do horário da aula. Além disso, as instituições de ensino, sejam de Educação Básica ou Superior, juntamente com todos os profissionais de educação, precisam querer e entender que tanto as aulas quanto os ambientes em que o processo de ensino - aprendizagem aconteça têm de ser pensados de maneira que, de fato, incluam a todos.

Referências

ANTONIO, L. C. O.; MOTA, P. R.; KELMAN, C. A.. A formação do intérprete educacional e sua atuação em sala de aula. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, v. 10, n. 3, p. 1032-1051, 2015.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Resumo Técnico: Censo da Educação Superior 2017.** 2019.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Resumo Técnico: Censo da Educação Superior 2018.** 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Resumo Técnico: Censo da Educação Superior 2019.** 2021.

BRASIL, **Lei nº 12.711, de 29 de agosto de 2012**. Dispõe sobre o ingresso nas universidades federais e nas instituições federais de ensino técnico de nível médio e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2012/Lei/L12711.htm>. Acesso em 20 Jun. 2021.

BRASIL. **Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002**. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, 25 abr. 2002. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2002/l10436.htm>. Acesso em 20 Jun. 2021.

BRASIL. **Lei nº 13.409, de 28 de dezembro de 2016**. Altera a lei n. 12.711, de 29 de agosto de 2012, para dispor sobre a reserva de vagas para pessoas com deficiência nos cursos técnico de nível médio e superior das instituições federais de ensino. Diário Oficial da União, Brasília, DF: 29 dez. 2016. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2016/lei/l13409.htm>. Acesso em 20 Jun. 2021.

BRASIL. **Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005**. Regulamenta a Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras, e o art. 18 da Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Diário Oficial da União, Brasília, 23 dez. 2005. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2005/decreto/d5626.htm>. Acesso em: 20 Jun. 2021.

BORGES, Fábio Alexandre; PEIXOTO, Jurema Lindote Botelho. A formação inicial do professor surdo de matemática e sua inclusão no ensino superior: o caso Marcos. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 6, n. 3, p. 120-149, 2019.

CAETANO, J. F.; LACERDA, C. B. F. **Libras no currículo de cursos de licenciatura: estudando o caso das Ciências Biológicas**. In: HARRISON, K. M. P et al. Língua brasileira de sinais - Libras: uma introdução. São Carlos: UFSCar, p. 153-168, 2011.

COSTA, W. C. L.; SALES, E. R.; MASCARENHAS, R. C. S. O Ensino e Aprendizagem de Matemática para Surdos no Ensino Regular: o que dizem professores e alunos?. **Ipiranga Pesquisa: Ciências, Tecnologias & Humanidades**, v. 2, p. 1-17, 2013. Disponível em https://ruake.files.wordpress.com/2016/04/o-ens-e-aprend-de-mat-a-surdos-no-ens-reg-costa-sales-e-mascarenhas.pdf. Acesso em 23 agosto 2016.

COUTINHO, M.D.M.C. Resolução de problemas por meio de esquemas por alunos surdos. **Revista Horizontes**, v. 29, n.1, pp. 41-51, 2011.

__________. Educação Matemática e Surdez: um diálogo necessário. **Revista Espaço**, pp.62-69, 2012.

DE JESUS MASOLA,; W. ALLEVATO, N. S. G. Dificuldades de aprendizagem matemática dos alunos ingressantes na educação superior uma inclusão recorrente. **Brasil Para Todos-Revista Internacional**, v. 2, n. 2, p. 120-131. 2015.

DORZIAT, A; ARAÚJO, J. R. O intérprete de língua de sinais no contexto da educação inclusiva: o pronunciado e o executado. **Revista Brasileira de Educação Especial**, v. 18, n. 3, p. 391-410, 2012.

FEBRAPILS. **Código de Conduta e Ética**. Fortaleza, 13 abr. 2014. Disponível em: <https://febrapils.org.br/documentos/>. Acesso em 27 Ago. 2021.

GESSER, A. Interpretar ensinando e ensinar interpretando: posições assumidas no ato interpretativo em contexto de inclusão para surdos. **Cadernos de Tradução**, v. 35, n 2, p 534-556. 2015.

LACERDA, C. B. F. de. O que dizem/sentem alunos participantes de uma experiência de inclusão escolar com aluno surdo. **Revista Brasileira de Educação Especial**, Marília, v. 13, p. 257-280. 2007.

LACERDA, C. B. F. de; SANTOS, L. F.; CAETANO, J. F. Estratégias metodológicas para o ensino de alunos surdos. In: HARRISON, K. M. P. et al. Língua brasileira de sinais - Libras: uma introdução. São Carlos: UFSCar, p. 103-116. 2011.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Revista Ciência & Educação**. v.9, n.2, dezembro. 2003.

MARSCHARK, M.; LANG, H. G.; ALBERTINI, J. A. **Educating deaf students.** Oxford: Oxford University Press, 2002.

NOGUEIRA, C. M. I., ANDRADE, D., & ZANQUETTA, M. E. M. T. As Medidas de Comprimento na Educação de Surdos. **Educação Matemática em Revista**, pp.24-35. 2013.

PINTO, G. M. F. **O intérprete educacional de libras nas aulas de matemática**. 2018. 211.f. Tese de Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física –Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro/UFRJ, Rio de Janeiro, 2018

SACKS, O. **Vendo vozes: uma viagem ao mundo dos surdos**. Editora Companhia das Letras, 2010.

SALES, E. R. **A imagem no ambiente logo enquanto elemento facilitador da aprendizagem com crianças surdas.** Monografia (Especialização em Informática Educativa), Centro de Ciências Humanas e Educação, Universidade da Amazônia, Belém, 2004.

SALES, E. R.; PENTEADO, M.G.; MOURA, A.Q. A Negociação de Sinais em Libras como Possibilidade de Ensino e de Aprendizagem de Geometria. **Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 53, 2015.

SILVA, C. M.; SILVA, D. N. H. Libras na educação de surdos: o que dizem os profissionais da escola?. **Psicologia Escolar e Educacional**, v. 20, n. 1, 2016.

SILVA, S. M., SANTOS, B. R., MARRA, G. A. A identidade e a subjetividade cultural surda em vistas à inclusão. **Revista Educação Especial**, v. 29, n. 55, p. 429-439. 2016.

SKLIAR, C. **Um olhar sobre o nosso olhar acerca da surdez e das diferenças.** Porto Alegre, RS: Mediação, 1998.

RIBEIRO, R. M. C. **Responsabilidade social universitária e a formação cidadã**. 2013. 164.f. Doutorado em Educação – Faculdade de Educação, Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS, Porto Alegre. 2013.

THARPE, A.; ASHMEAD, D.; ROTHPLETZ, A. Visual attention in children with normal hearing, children with hearing aids, and children with cochlear implants. **Journal of speech, language, and hearing research**, Rockville, v. 45, p. 403-413, apr. 2002.

WITKOSKI, S. A. Surdez e preconceito: a norma da fala e o mito da leitura da palavra falada. **Revista Brasileira de Educação**, v. 14, p. 565-575. 2009.

Aspectos para a reflexão em formações iniciais de professores(as) de Matemática pensando na inclusão

Aspects for reflection in the initial formations of Mathematics teachers considering inclusion

Fábio Alexandre Borges
Universidade Estadual do Paraná
fabioborges.mga@hotmail.com

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
Universidade Estadual de Londrina
marciacyrino@uel.br

Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual do Paraná
voclelia@gmail.com

Resumo
No presente texto, do tipo ensaio teórico, discute-se a formação inicial de professores de Matemática em uma perspectiva inclusiva, na busca de responder à questão: que aspectos podem ser fortalecidos nos cursos de formação inicial de professores de Matemática, que reverbere em uma atuação docente inclusiva e para a inclusão? Para tanto, foram consideradas investigações anteriores dos autores deste texto acerca da análise de projetos pedagógicos de cursos paranaenses de Licenciatura em Matemática, bem como pressupostos e reflexões a respeito de inclusão, educação inclusiva, formação de professores e pessoas com deficiência. Este artigo aponta que, para a formação docente em uma perspectiva inclusiva, é preciso considerar: a necessidade da transversalização do debate acerca da inclusão em currículos formativos; a valorização de experiências práticas e formativas com interações entre futuros professores e estudantes da Educação Básica com deficiência; e o papel do diálogo como possibilidade necessária para as formações iniciais.

Palavras-chave: Educação Matemática Inclusiva; Formação docente inicial; Pessoas com deficiência.

Abstract
This work, a theoretical essay type one, discusses the initial education of Mathematics teachers in an inclusive perspective, seeking to answer the question: which aspects can be strengthened in the initial education courses for Mathematics teachers, which reverberate into an inclusive teaching performance and for inclusion? For this purpose, two aspects were considered: (I) previous investigations by the authors of this text on the analysis of pedagogical projects of the State of Paraná Degree courses in Mathematics; and (II) assumptions and reflections on inclusion, inclusive education, teacher education and people with disabilities. This article points out that, for teacher education in an inclusive perspective, some issues are necessary to be considered: the need to mainstream the debate about inclusion in teaching curricula; the appreciation of practical and teaching experiences with interactions between future teachers and students of Basic Education with disabilities; and the role of dialogue as a necessary possibility for initial teaching education.

Keywords: Inclusive Mathematics Education; Initial teacher formation; Disabled people.

Introdução

O presente artigo tem como objetivo apresentar um ensaio teórico motivado pela busca de discutir a formação inicial de professores de Matemática em uma perspectiva inclusiva. Mais especificamente, diante da realidade brasileira dos cursos de formação inicial de professores, buscamos responder: que aspectos podem ser fortalecidos nos cursos de formação inicial de professores de Matemática, que reverbere em uma atuação docente inclusiva e para a inclusão?

Para tal debate, recorremos a investigações que realizamos acerca da análise de projetos pedagógicos de cursos paranaenses de Licenciatura em Matemática (BORGES; CYRINO; NOGUEIRA, 2020; BORGES; CYRINO; NOGUEIRA, 2019), bem como a pressupostos que assumimos a respeito de inclusão, educação inclusiva, formação de professores e pessoas com deficiência.

Ressaltamos que o nosso ponto de enfoque está na formação docente para a inclusão, e não na inclusão na formação. Enquanto o primeiro trata de atuações docentes futuras e que precisam ser discutidas já na formação, o segundo, que não será aqui perseguido diretamente, aborda experiências de estudantes dos cursos de licenciatura apoiados por políticas inclusivas em seus próprios processos formativos nas universidades. Esses dois aspectos, a nosso ver, ainda que diferentes, se complementam e estão fortemente relacionados: um(a) futuro(a) professor(a) em cuja formação inicial vivenciou um ambiente inclusivo e que valoriza as diferenças de seus estudantes e professores, possivelmente fará com que essas práticas sejam refletidas em sua própria atuação.

Na próxima seção, descrevemos alguns pressupostos que justificam e orientam nosso debate, em seguida algumas reflexões desencadeadas por um movimento de apresentar possíveis respostas à nossa questão, para, então, trazermos as considerações finais. Vale destacar que não temos a pretensão de apresentar afirmações definitivas, mas de desafiar e provocar os leitores interessados em se debruçar sobre a referida temática.

De onde partimos?

Considerando a necessidade de se estabelecer os pressupostos sobre os quais se alicerçam nossas discussões e reflexões a respeito de inclusão, educação inclusiva, formação docente e pessoas com deficiência, e como estas estão conectadas com nossas ideias acerca da formação docente para a inclusão, optamos por dizer "de onde partimos", ou seja, quais são os aportes que nos sustentam durante nosso "sobrevoo" teórico sobre os resultados obtidos em nossas investigações. Concordamos com Lins (1999) no sentido de que, "[...] ao adotarmos pressupostos diferentes somos naturalmente [...] levados a seguir certas Iinhas, tanto com relação a posturas educacionais [...], quanto com relação ao papel que certas práticas e processos têm na educação matemática que praticamos" (p.93).

Não existe uma maneira simples ou absoluta de se estabelecer o que entendemos por *inclusão*, uma vez que esta temática é complexa e circundada por questões como: o que é, para quem se destina, onde se realiza, quais as condições contextuais etc. Desse modo, há, em correspondência, a necessidade de uma abordagem que considere tal complexidade. Ainda que seja comum associar a temática da inclusão à escola, aos processos cognitivos, consideramos que as discussões acerca dessa temática não podem se restringir a esses aspectos, outrossim, devem ser considerados, de modo transversal, todos os ambientes e sujeitos de uma sociedade. Com isso, não faz sentido utilizarmos expressões como "sujeitos da inclusão" ou "ambientes inclusivos". Todos devemos nos tornar sujeitos "da inclusão" para que, aí sim, alcancemos uma cultura inclusiva.

Skovsmose (2019) considera que o conceito de inclusão é controverso e assim o deve ser tratado. Para o autor, a inclusão carrega controvérsias de ordem cultural e política, pois, quando pensamos em incluir alguém, estamos, indiretamente, pressupondo determinados padrões aceitáveis de pessoas e de lugares, padrões esses que não são naturais, mas histórica e culturalmente construídos. Nesse sentido, corroboramos Skovsmose (2019) ao assumirmos a inclusão como um encontro entre as diferenças. E essas diferenças devem se encontrar em um lugar pensado para todos, independentemente de qualquer característica individual, e não um lugar já pré-estabelecido e adaptado para alguns. O lugar é de todos nós, e não de alguns que, benevolamente, estão tolerando a presença de outros que, até então, não pertenciam a este mesmo local. Dessa forma, todos somos responsáveis por gerenciar esses lugares inclusivos, tornando-os mais adequados para a convivência também de todos, inclusive a nossa. Se almejamos uma sociedade mais inclusiva, todos somos responsáveis por esse ideal, e em todos os ambientes e situações. A inclusão, portanto, é para nós, e não para "outros". Todos temos o direito de aprender com a diversidade humana, uma vez que, da mesma forma que o desenvolvimento cognitivo é provocado pelas formas de constituição de conhecimentos, o desenvolvimento afetivo e social se beneficia muito mais da heterogeneidade do que da aparente homogeneidade.

Em coerência ao que expomos acerca de inclusão e como um desdobramento do que assumimos por inclusão, recorremos novamente a Skovsmose (2019) para estabelecer que *educação inclusiva* seria uma "educação que tenta ir além das diferenças" (p.25). Ao irmos além de características físicas, emocionais, de religião, de sexualidade, de raça, de etnias etc., assumimos que um ambiente educacional que se pretenda inclusivo não pode conter infraestrutura, materiais, avaliações, espaços, profissionais, tarefas educativas etc. que sejam pautadas pela divisão a partir das diferenças, mas, pelo compartilhamento. Uma educação inclusiva, como estamos assumindo, precisa compartilhar espaços, tarefas, profissionais, infraestrutura, objetivos formativos com todos, por todos. Entretanto, isso não significa um tratamento igualitário a todos, mas, sim, equitativo, já que alguns de nossos estudantes e professores, caso não tenham suas diferenças consideradas, não poderão sequer participar de determinadas atividades que não considerem suas características.

Assumindo esses pressupostos, ao pautar os projetos pedagógicos para os programas de *formação de professores* que atuam ou irão atuar em um ambiente inclusivo, é preciso considerar a complexidade inerente à inclusão e à educação inclusiva, de modo que esta permeie todas as componentes curriculares, dialogando com conteúdos específicos e a ação docente dos formadores. Skliar (2012) destaca a necessidade de nos afastarmos cada vez mais de uma formação docente pautada na racionalidade técnica, para nos aproximarmos de uma formação na qual os docentes assumam seu protagonismo no processo de formação e possam ter a oportunidade de ter experiências[1] comuns aos seus estudantes. Quando afirmamos que todos somos diferentes, nesse "todos", nós os professores formadores estamos incluídos. Uma formação com essas características deve se aproximar da realidade comum em nossas escolas, e não em salas de aula, estudantes, infraestruturas e professores idealizados por discursos mais técnicos e racionalistas.

Seguindo uma linha de raciocínio semelhante, Rodrigues (2006) salienta que não podemos esperar somente da formação inicial a discussão acerca da inclusão, tendo em mente que a atuação docente é complexa e depende não apenas de conhecimentos acadêmicos, mas também profissionais. E tal complexidade, acompanhada das questões

[1] Larrosa (2009).

inerentes à profissionalização docente, encontram maior respaldo quando estamos já em situação de ensino. Entretanto, a formação docente inicial, como um espaço formal, também precisa assumir esse compromisso e considerar em seus projetos pedagógicos espaços que promovam discussões e ações a respeito da importância: dos trabalhos colaborativos; de desenvolver atitudes adequadas frente à diversidade humana, comum em nossas salas de aula; da valorização do diálogo como instrumento de ensino e aprendizagem, dentre outras. Para nós, a colaboração, o diálogo e as atitudes positivas e não discriminatórias, são imprescindíveis para a constituição de uma sociedade mais inclusiva.

Por fim, em coerência aos demais aspectos, quando tratamos aqui de *pessoas com deficiência*, pautamo-nos em um modelo social. Para Januzzi (2004), ao assumirmos a educação como mediadora entre o sujeito e o contexto do qual ele participa, e em sendo esses sujeitos pessoas com deficiência, trata-se de não focalizar nas características físicas e cognitivas, mas no tipo de ensino e de escola que estamos oferecendo. São as nossas respostas às diferenças que determinarão as dificuldades de nossos estudantes. Nossos ambientes podem potencializar as deficiências ou as capacidades, a depender de como os organizamos. A deficiência não é um conceito absoluto, mas é relativa às condições do entorno em que a pessoa está inserida, não é estabelecida e mensurada a partir de critérios médicos ou de representações sociais, mas pelas barreiras físicas, atitudinais, de comunicação que impedem o acesso de quem a possui ao que a sociedade ou a escola oferecem.

Esses pressupostos iniciais, “pontos de partida”, nos sustentam e dão aporte para que possamos realizar um “sobrevoo” sobre os resultados de nossas pesquisas na busca de discutir aspectos que possam fortalecer o atendimento a estudantes com deficiência nos cursos de formação inicial de professores de Matemática em uma perspectiva inclusiva, que reverbere em uma atuação docente inclusiva e para a inclusão.

Sobrevoos

Nos sobrevoos sobre as nossas investigações e reflexões, identificamos que a formação inicial de professores de Matemática pensando na perspectiva inclusiva pode ser fortalecida se consideramos: a necessidade da transversalização do debate acerca da inclusão em currículos formativos; a valorização de experiências práticas e formativas com interações entre futuros professores e estudantes da Educação Básica com deficiência; e o papel do diálogo como possibilidade necessária para as formações iniciais. A seguir, expomos nosso entendimento a respeito desses aspectos e o modo como se articulam.

A necessidade de um debate transversal acerca da inclusão em nossos currículos formativos

Para falarmos de inclusão em nossas formações iniciais, há que se considerar os conhecimentos matemáticos, as metodologias e estratégias de ensino, os estudantes, as políticas públicas, dentre outros elementos intrínsecos ao processo. Tais temas não podem ser analisados isoladamente, mas em contexto. Dito isso, consideramos inadequada e incoerente a compreensão de que seja suficiente que a temática inclusão seja abordada somente em componentes curriculares específicas e isoladas em nossos cursos. Todas as disciplinas, a partir de suas especificidades, podem contribuir com o debate, pois, a inclusão, como assumida neste texto, não é um adendo à escola, mas precisa se dar como uma característica que constitui, cada vez mais, a essência da escola.

Em se tratando de cursos de Licenciatura em Matemática, as discussões sobre o ato de ensinar Matemática devem assumir o pressuposto de que todos podem aprender, tomando por base um ambiente escolar que parte da diversidade humana como condição primeira. Não podemos dissociar em nossas discussões formativas os sujeitos das práticas necessárias, das políticas, das atitudes positivas em relação à diversidade etc., ou seja, esses temas podem e devem ser abordados em um contexto único. É fato que, em disciplinas específicas, um ou mais desses aspectos pode ser enfatizado de maneira isolada, entretanto, todos eles podem ser devidamente abordados mediante um planejamento conjunto de todos os docentes, num movimento de avaliação contínua e colaborativa das ações formativas nas respectivas componentes curriculares. E, além disso, a própria reorganização da grade curricular, como um todo, deve levar em consideração o ensino de Matemática em uma perspectiva inclusiva, criando mecanismos internos que favoreçam o tratamento transversal desse e de outros temas.

Pensar em uma Educação Matemática Inclusiva não significa pensar somente em disciplinas pedagógicas, tampouco em atividades práticas como componentes curriculares, mas pensar no desenvolvimento de "[...] políticas, culturas e práticas que valorizam o contributo activo de cada aluno" (RODRIGUES, 2006, p.2). Consideramos que o modelo

"3+1" (SAVIANI, 2009), além de não oferecer a transversalidade entre os conhecimentos matemáticos e as questões pedagógicas, ao separar as componentes curriculares em diferentes anos de formação, ainda inviabiliza, mesmo que de outros modos, uma atuação docente que promova a inclusão. Nos modelos de formação nos quais as disciplinas pedagógicas e as de conhecimentos matemáticos estão distribuídas no decorrer de todo o curso, ainda é possível observar, muitas vezes, uma carência de diálogos entre elas que favoreçam uma formação integral do futuro professor, especialmente para se discutir a inclusão.

Em pesquisa anterior acerca dos currículos prescritos das licenciaturas paranaenses em Matemática (BORGES; CYRINO; NOGUEIRA, 2020), discutimos o fato de que a maioria das disciplinas que trazem aspectos que possibilitam a discussão da inclusão, ainda que isolada e não transversal, está sob a responsabilidade de outros colegiados/departamentos que não os de Matemática, o que potencializa um tratamento da temática inclusão desarticulada dos conhecimentos matemáticos. Algumas disciplinas que teriam potencial para discutir a inclusão não o oportunizam em suas ementas e/ou bibliografias, como é o caso de Laboratório de Ensino de Matemática, Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Matemática, Políticas Públicas, dentre outras. Nessas disciplinas, identificamos a ausência de discussões possíveis e pertinentes, como: as tecnologias assistivas, a produção de recursos pedagógicos pensando em estudantes com deficiência, as políticas públicas voltadas para as pessoas com deficiência no âmbito escolar etc.

Consideramos que, para a instauração de um ambiente formativo com características favoráveis à inclusão e ao debate acerca dessa temática, essa construção deve ser efetivada coletivamente, ou seja, a inclusão deve ser uma “bandeira coletiva”. Delegar essa responsabilidade apenas a determinados docentes e/ou disciplinas, para além de não favorecer esse ambiente, não coaduna com o ideal de uma educação para TODOS. Esse TODOS deve ser buscado também pelo coletivo daqueles que atuam na formação docente inicial, de maneira cada vez mais cooperativa, colaborativa. Caso contrário, os estudantes com deficiência continuarão “não sendo meus”, de responsabilidade de todos os docentes, mas apenas daqueles que, na maioria dos casos, por motivação pessoal, realizam iniciativas isoladas, de pesquisa, extensão ou de ensino, voltadas para essa temática. E para que isso se fortaleça, há de se considerar a necessidade de formação do formador de professores.

Experiências práticas e formativas com interações entre futuros professores e estudantes com deficiência

Em investigações anteriores (BORGES; CYRINO; NOGUEIRA, 2019, 2020), discutimos o problema de que as práticas formativas iniciais não garantem que os futuros professores tenham interações com pessoas com deficiência em experiências de ensino e aprendizagem. Ainda que a inclusão possa ser discutida em um sentido mais amplo, sem especificar as características de pessoas com deficiência, a questão se complica quando notamos também que a inclusão não é suficientemente discutida nos cursos de formação inicial em Matemática. E, sem as adaptações pensadas já em formação para os estudantes com deficiência, esses, em alguns casos, veem a possibilidade de sua participação nas aulas inviabilizada.

A título de ilustração, identificamos nas pesquisas citadas no parágrafo anterior que os estágios supervisionados obrigatórios são propostos somente em espaços de escolas e salas comuns, ignorando, por exemplo, experiências de estágio em escolas especializadas ou mesmo em salas de atendimentos especializados, sendo que esses dois espaços, na atualidade, coexistem às demais salas de aula comuns numa educação na perspectiva inclusiva.

Em itens curriculares que contemplam, por exemplo, as práticas como componente curricular ou mesmo os estágios supervisionados obrigatórios, poderiam ser possibilitadas aos futuros professores experiências de interação pedagógica (ou seja, atuar na condição de professor, em uma sala de aula, aplicando tarefas matemáticas) com estudantes com deficiência. Todavia, no momento da escolha das turmas em que os futuros professores irão estagiar, e por motivos diversos, na maioria das vezes, há uma escolha que tende a “proteger” os estagiários de salas consideradas “problemáticas”, ou mesmo de casos isolados de alunos “atípicos”, conforme apontado por Stirle (2018).

Ainda do contexto de pesquisa de Stirle (2018), essa escolha das turmas de estágio é uma prerrogativa de um grupo de gestores que, na maioria dos casos, é composto por professores regentes das turmas, coordenações pedagógicas dos estabelecimentos campos de estágio e outros sujeitos responsáveis pela gestão do estágio, já que a autora não notou autonomia de escolha por parte dos estagiários. Segundo Stirle (2018), em entrevista com estagiários de um curso de Licenciatura em Matemática, geralmente são evitadas turmas com estudantes com deficiência. Com isso, indiretamente, é transmitida a ideia aos futuros professores de que a diversidade não é a situação comum e característica de toda sala de aula, ou mesmo que seja possível de lidar com tal diversidade de uma maneira positiva, em nosso favor e de todos os estudantes. E isso acarreta no fato de que, para muitos de nós, professores, a primeira experiência de interação com estudantes com deficiência ocorra já em atuação profissional, sem, muitas vezes, a possibilidade de uma discussão teórica e prévia relacionada às características dos estudantes, e de possibilidades que favoreçam os processos de ensino e de aprendizagem.

Peebles e Mendaglio (2014) defendem a necessidade de o futuro professor experienciar práticas que fomentem a interação com estudantes com deficiência, no que eles denominaram de “Abordagem de Experiência Direta Individual”. Todavia, para os autores, esse tipo de experiência nem sempre é incorporada às formações iniciais. Cabe destacar que, ao partir das necessidades de pessoas com deficiência, priorizando suas potencialidades e contributos ativos na aprendizagem e ao analisar as tarefas matemáticas a serem propostas para toda a turma sob o viés daqueles que mais precisam de atenção, os formadores acabam por instaurar ideais inclusivos celebrados, tais como: o de pensar que as atividades matemáticas devem ser o motor principal da inclusão e sua escolha deve ser altamente refletida; o de entender que todos devem ter direito às mesmas tarefas com as alterações necessárias; o de compreender que uma tarefa pensada primeiramente para uma pessoa com deficiência pode contribuir para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem de outros estudantes; e, talvez o mais importante aqui, o fato de que essas experiências apresentam maior potencial de geração de reflexões necessárias para os futuros professores.

Ao refletirmos a respeito de respostas às demandas de uma escola que se almeja inclusiva, o foco precisa estar naqueles estudantes com maiores dificuldades de acesso ao saber, uma vez que os demais já estão contemplados, com maior ou menor sucesso, nas ações didáticas cotidianas. Assim sendo, enquanto não forem realizadas as adaptações do contexto escolar para uma mudança com vistas ao ideal inclusivo, o que devemos fazer é “acolher aqueles que são excluídos no interior da própria escola” (ROLDÃO, 2009, p.15). Para Roldão (2009), as situações especiais (ainda) devem constituir o ponto de partida das ações escolares, na premissa de se incluir alguém em algum lugar e entre alguns outros que não pertencem ao grupo dos incluídos, até que a escola deixe de ser indiferente às diferenças.

E é novamente recorrendo a Peebles e Mendaglio (2014) que reforçamos a ideia de que, ainda que os ambientes de escolas e espaços comuns sejam (teórica e legalmente) inclusivos, a experiência direta com estudantes da Educação Básica com deficiência promove um sentimento acolhedor ao ideário inclusivo, em torno do que é possível ser feito e de acordo com as realidades escolares.

A promoção de ações formativas na graduação com o envolvimento dos futuros professores com estudantes da Educação Básica com deficiência pode promover uma heterogeneidade benéfica, positiva, mais profícua às aprendizagens do que ambientes homogeneizantes (RODRIGUES, 2006). Para Rodrigues (2006), se considerarmos que um ensino de boa qualidade é aquele que prepara para a vivência em sociedade, a heterogeneidade reflete muito mais tais situações.

Práticas dialógicas como possibilidades necessárias para as formações iniciais

Quando buscamos nos afastar de uma formação docente que tenha como características discursos e práticas pautadas na racionalidade técnica, para nos aproximar de uma formação que contemple a diversidade dos envolvidos no ambiente escolar e a complexidade inerente às relações humanas presentes na escola, a colaboração e o diálogo tornam-se aspectos necessários. E, ainda mais, quando o que está sendo considerado é a inclusão. Incluir, do nosso ponto de vista, é dialogar, colaborar para a transformação das pessoas e dos contextos nos quais essas participam.

Outra justificativa para fortalecermos a importância do diálogo e da colaboração nas formações docentes e na atuação dos professores diz respeito ao fato de que, para muitos dos estudantes presentes em nossas salas de aula a partir do advento da inclusão, ocupar esse espaço é algo recente. E isso faz com que, como consequência, todos nós não tenhamos nada além de respostas ainda incipientes para essas "novas" situações. E aprender com o outro constitui instrumental necessário, disponível e acessível, bastando somente estar disposto também a "ouvir".

Para falar em diálogo e educação, recorremos a Paulo Freire. Diálogo, para o autor, é a confiança na capacidade humana: nós dialogamos quando confiamos nas possibilidades, e não nas impossibilidades, nas capacidades, e não nas incapacidades. Nós dialogamos quando reconhecemos que podemos aprender com o outro. Para dialogar, precisamos acreditar que as pessoas, em suas interações, colaboram entre si. Nas palavras do autor, na obra Pedagogia do Oprimido, temos a concepção de diálogo:

> [...] como prática da liberdade, a sua dialogicidade comece, não quando o educador-educando se encontra com os educandos-educadores em uma situação pedagógica, mas antes, quando aquele se pergunta em torno do que vai dialogar com estes. Esta inquietação em torno do conteúdo do diálogo é a inquietação em torno do conteúdo programático da educação (FREIRE, 1987, p.53).

Nesse sentido, a dialogicidade precisa pautar não somente as relações existentes já em atuação em sala de aula, mas, antes disso, caracterizar toda a formação, constando como parte intrínseca aos planejamentos do que se pretende apresentar e realizar em nossa ação docente. E, no caso específico da formação de professores de Matemática para a atuação com estudantes com deficiência, é possível se vislumbrar formas de promover o diálogo para potencializar a conscientização dos ideários inclusivos durante o curso de licenciatura.

Esse diálogo entre a educação na perspectiva inclusiva e as licenciaturas em geral e em Matemática, em particular, é necessário, independente de se estar considerando estudantes com deficiência, em qualquer nível de ensino, uma vez que, as universidades brasileiras se constituíram como um ambiente historicamente excludente (BEZERRA; GURGEL, 2012) para grupos sociais menos favorecidos em diversos aspectos em nossa sociedade. Nesse sentido, o Ensino Superior brasileiro marginalizou ainda mais aqueles já marginalizados em outras esferas de nossa sociedade. No caso das pessoas com deficiência, a ocupação dos espaços universitários ainda é menos significativa do que, por exemplo, o que vemos já na Educação Básica, com um aumento expressivo das matrículas desses estudantes (BRASIL, 2017). Especificamente nos cursos de licenciatura, consideramos que este fato é fundamental para que esses cursos repensem suas formações para uma atuação inclusiva. Em outras palavras, se não incluímos no Ensino Superior, torna-se mais difícil discutir acerca de formações para a inclusão, pois, para muitos dos formadores, essas discussões tornam-se etéreas, abstratas, hipotéticas. E o contrário também consideramos válido, ou seja, a partir do momento em que nossos cursos de formação inicial de professores forem mais inclusivos, haverá uma tensão natural para que temas relacionados à futura atuação docente mais inclusiva sejam debatidos.

Dito isso, é preciso reconhecer que muito ainda há que se aprender acerca de como formar para a inclusão, bem como promover a inclusão no Ensino Superior. Reconhecendo essa necessidade e voltando à valorização do diálogo, os cursos de formação inicial de professores de Matemática podem fomentar algumas possibilidades. Uma primeira delas seria desenvolver trabalhos colaborativos entre os próprios formadores, já que, em muitos casos, há pessoas mais engajadas com a temática inclusiva e que podem contribuir com os colegas de atuação de seus cursos. Com isso, acabamos por valorizar a possibilidade de transversalização do debate, o primeiro aspecto discutido neste texto.

Enquanto nas universidades o debate acerca da formação docente em uma perspectiva inclusiva ainda é inicial, nas escolas de Educação Básica o aumento do número de estudantes com deficiência nessa perspectiva impulsiona a realização de debates. Desse modo, torna-se imperativo a busca por novas práticas nos cursos de formação de professores, inviabilizando o alheamento desses cursos por mais tempo, pois, chegará o momento em que não teremos mais turmas "adequadas" para a realização de estágios, pois a diversidade será a constante. Se o diálogo entre a universidade e a escola sempre foi necessário em cursos de licenciatura, com a inclusão esta necessidade se potencializa, pois, é na escola que encontramos de forma explícita elementos da profissão docente. Tal diálogo, entretanto, precisa ser bilateral, não unilateral, que não seja vertical, mas horizontal, pois, os conhecimentos veiculados pela universidade não são melhores ou maiores, mas diferentes. Os estágios curriculares supervisionados constituem, por excelência, os espaços privilegiados para que este diálogo ocorra, entretanto, a universidade muitas vezes "entra" nas escolas sem dialogar, sem ampliar o debate, sem "convites" ou propostas, mas apenas com "pedidos". A relação ocorre somente enquanto o estagiário estiver lá. Essas experiências geradas em situações de estágio precisam alavancar o debate tanto na escola quanto na universidade, envolvendo os dois níveis de escolarização.

Os profissionais da Educação Especial, como professores de escolas especializadas, intérpretes de Libras, tutores de estudantes com deficiência na Educação Básica, professores de salas de recursos multifuncionais, dentre outros, também se apresentam como agentes para promover possibilidades de trocas dialógicas. Destacamos, desses profissionais, o conhecimento acerca do estudante, das características mais comuns em determinados grupos, que precisam ser considerados (e buscados) pelos professores, uma vez que, não bastam somente os conhecimentos específicos acerca da Matemática e de como ensiná-la, mas, também, de como se pode promover a aprendizagem por todos os estudantes, das atitudes e tarefas potencialmente inclusivas, dos diferentes tipos de linguagem veiculadas na sala de aula etc. Isso pode ser mais bem discutido por pessoas que convivem diariamente com esses estudantes, a saber, os profissionais de apoio, os professores especializados, os familiares e o próprio estudante com deficiência.

Podemos convidar a dialogar estudantes que passaram por experiências de escolarização inclusiva tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior para aprendermos com eles possíveis caminhos que podem melhorar a experiência escolar de estudantes e professores, de forma a promover literalmente a expressão que se constituiu em lema para as pessoas com deficiência e que, do nosso ponto de vista, coaduna com uma escola, uma universidade e uma formação inclusivas: *nada sobre nós sem nós.*

Considerações finais

Por meio de um "sobrevoo" alicerçado em pressupostos inicialmente estabelecidos acerca de inclusão, educação inclusiva, formação de professores e pessoas com deficiência nesta perspectiva, sobre os resultados de pesquisas anteriormente realizadas, este ensaio teórico apresenta e discute aspectos que podem ser considerados na formação inicial de professores(as) de Matemática. Nesse movimento, consideramos, em particular, a realidade atual de nossos cursos, sempre com vistas a se alcançar o ideal, para então, propor o que é possível na dinâmica de constituição da Identidade Profissional dos professores (CYRINO, 2018). E nesse sentido, cada um dos aspectos aqui discutidos são possíveis, em maior ou menor nível de aprofundamento, de serem considerados pelos cursos, a depender de cada contexto local, cada corpo docente, das características das escolas para as quais comumente os cursos estão formando professores.

Em todo caso, como um último aspecto que perpassa por todos os demais, há que se considerar sempre as condições de funcionamento de cada curso. Precisamos constituir espaços para dialogar acerca de que curso queremos e podemos ofertar, de como podemos promover a formação do formador, principalmente para se contemplar a perspectiva inclusiva. Somos conscientes e defensores da importância da autonomia universitária, que deve se refletir na gerência de cada curso de formação.

Por fim, caso concordemos com uma sociedade mais democrática de oportunidades para todas e todos, temos que assumir o compromisso de fortalecer a importância de estarmos disponíveis para a inclusão, ainda que conscientes de nossas dificuldades, de nossas carências. A ideia de inclusão vem justamente para suprir carências sociais, para o crescimento coletivo de todos nós, para a edificação de uma escola e de uma universidade que legitime as diferenças entre as pessoas em favor de seus desenvolvimentos e que reflitam *a* e *na* sociedade em seu entorno.

Agradecimentos

A CAPES, pelo financiamento do Estágio de pós-doutoramento do primeiro autor.

Referências

BEZERRA, T.O.C.; GURGEL, C.R.M. A política pública de cotas em universidades, enquanto instrumento de inclusão social. **Revista Pensamento & Realidade**, ano XV, n.27, p.95-117, 2012.

BORGES, F. A.; CYRINO, M. C. C. T.; NOGUEIRA, C. M. I. A formação do futuro professor de Matemática na perspectiva inclusiva: uma análise a partir de projetos pedagógicos. In: XV Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2019, Londrina. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática**, 2019. v. 1. p. 1-15.

BORGES, F. A.; CYRINO, M. C. C. T.; NOGUEIRA, C. M. I. A formação do futuro professor de Matemática para a atuação com estudantes com deficiência: uma análise a partir de projetos pedagógicos de cursos. **Boletim GEPEM**, v. 76, p. 134-155, 2020.

BRASIL. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Censo da Educação Básica**: Sinopse Estatística da Educação Básica – 2008. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos/sinopses-estatisticas/educacao-basica. Acesso em: 27 de maio de 2021, às 10h10.

CYRINO, M.C.C.T. Grupos de estudo e pesquisa e o movimento de constituição da identidade profissional de professores que ensinam matemática e de investigadores. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 9, p. 01-17, 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

JANUZZI, G. Algumas concepções de educação do deficiente. **Revista Brasileira Cienc. Esporte.** Campinas, v.25, n.3, p. 9-25, 2004.

LARROSA, J. Veinte minutos en la fila. Sobre experiencia, relato y subjetividad en Imre Kertész. **Revista Actualidades Pedagógicas**, v. 54, n. 2, p. 55-68, 2009.

LINS, R.C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. *In*: BICUDO, M.A.V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, p.75-94, 1999.

PEEBLES, J. MENDAGLIO, S. Preparing teachers for inclusive classrooms: Introducing the individual direct experience approach. **Learning Landscapes**, v.7, n.2, 2014.

RODRIGUES, D. Dez ideias (mal) feitas sobre a Educação Inclusiva. *In:* RODRIGUES, D. (org.). **Inclusão e Educação:** doze olhares sobre a Educação Inclusiva. São Paulo: Summus, 2006.

ROLDÃO, M. C. Turmas especiais: boa prática ou guetização? A visão dos investigadores. *In*: **ENCONTRO PETI – OIT**, 3, Lisboa, 2009.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, v.14, n.40, jan./abr. 2009.

SKLIAR, C. Entrevista com Carlos Skliar. **Por Sinal.** Disponível em: https://www.porsinal.pt/index.php?ps=destaques&idt=ent&iddest=92. Acesso em: 22 de maio de 2021, às 16h31.

SKOVSMOSE, O. Inclusões, Encontros e Cenários. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 64, p. 16-32, set./dez. 2019.

STIRLE, A. R. **O estágio supervisionado na formação inicial de professores de Matemática na perspectiva dos licenciandos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Paraná, Câmpus de Campo Mourão. Campo Mourão, 2018.

Aulas de Matemática em uma Perspectiva Inclusiva: análise de um processo de imaginação pedagógica de licenciandos em matemática

Mathematics Classes on an Inclusive Perspective: analysis of a pedagogical imagination process for mathematics pre-service teachers

Priscila Coelho Lima
Instituto Federal de São Paulo (IFSP)
Universidade Estadual Paulista (UNESP)
cilalima@ifsp.edu.br

Resumo
Este artigo tem como objetivo refletir sobre o ensino de matemática em uma perspectiva inclusiva, a partir de um processo de Imaginação Pedagógica realizado por professores em formação. Baseia-se em resultados de uma pesquisa que buscava compreender que possibilidades a Imaginação Pedagógica abre à formação de professores de matemática, em especial no que tange a Educação Inclusiva. Os dados foram produzidos a partir da observação das interações de licenciandos em um grupo de estudos sobre Educação Matemática e Inclusão. Neste grupo, os participantes foram convidados a imaginarem aulas de matemática em uma perspectiva inclusiva. A análise dessas interações indica que as aulas imaginadas incorporam características dos Cenários para Investigação Inclusivos: consideram as premissas do Desenho Universal, facilitam colaborações e abrem espaços para investigações. Assim, discussões sobre essa perspectiva se mostram importantes em contextos de formação de professores, por possibilitarem pensar encontros entre diferenças no ambiente escolar e, de modo particular, nas aulas de matemática.

Palavras-chave: Inclusão; Formação de Professores; Educação Inclusiva; Cenários para Investigação Inclusivos; Educação Matemática.

Abstract
This article aims to reflect on the teaching of mathematics in an inclusive perspective, from a Pedagogical Imagination process carried out by teachers in training. It is based on the results of a research that sought to understand what possibilities the Pedagogical Imagination opens to the mathematics teachers training, especially with regard to Inclusive Education. Data were produced from the observation of the interactions of undergraduates in a study group on Mathematics Education and Inclusion. In this group, participants were invited to imagine math classes in an inclusive perspective. The analysis of these interactions indicates that the imagined classes incorporate characteristics of Scenarios for Inclusive Research: they consider the premises of Universal Design, facilitate collaborations and open spaces for investigation. Thus, discussions on this perspective are important in teacher education contexts, as they make it possible to think about encounters between differences in the school environment and, in a particular way, in mathematics classes.

Keywords: Inclusion; Teacher Training; Inclusive Education; Inclusive Landscapes of Investigation; Mathematics Education.

Introdução

Documentos legais (BRASIL 2008, 2011, 2015) se dedicam à regulamentação da participação e aprendizagem de pessoas com deficiência nas escolas no contexto brasileiro. A inclusão pode ainda não acontecer como determinado nestes documentos, mas pode-se afirmar que eles garantiram que alunos com deficiência estivessem nas escolas. A diversidade, hoje, está presente no ambiente escolar.

Desse modo, torna-se indispensável que a Educação para a diversidade seja uma prioridade para cursos de formação de professores, de modo a incentivar e oferecer a proposição de ações e espaços que promovam a busca pelo respeito às diferenças e pela democratização do conhecimento. Possibilitar que professores em formação reflitam sobre as diferenças que compõem a escola e sobre como elaborar ambientes de aprendizagens inclusivos. Uma formação que os convide a assumir o compromisso com a Educação Inclusiva.

O presente artigo é resultado de uma pesquisa de doutorado, cujo objetivo era compreender que possibilidades a Imaginação Pedagógica abre à formação de professores de matemática, em especial no que tange a Educação Inclusiva. Este texto apresenta reflexões de licenciandos que se propuseram a imaginar aulas de matemática em uma perspectiva inclusiva. De modo especial, analisa ponderações sobre o ensino de matemática nesse contexto.

No que segue, apresento algumas inspirações teóricas que embasam as discussões aqui propostas. Posteriormente, descrevo a metodologia utilizada na pesquisa. Algumas transcrições das interações dos licenciandos ao imaginarem as aulas de matemática compõem os dados analisados à luz dos referenciais utilizados.

Reflexões Teóricas

A Educação Inclusiva pode ser concebida como um paradigma da convivência na diversidade. Uma perspectiva alicerçada nos direitos humanos, que concebe a diversidade humana e que a considera um direito fundamental. É uma Educação baseada no respeito ao outro, uma Educação para a efetivação de uma cultura de paz (CAPELLINI, 2009).

Falar em Educação Inclusiva é, pois, falar em uma Educação para todos. Todos, porém, “significa cada um, com suas características” (CAPELLINI, 2009, p.77). Uma Educação para todos e para cada um,

> significa todos independentemente de etnia, sexo, idade, deficiência, condição social ou qualquer outra situação; porém, significa também que cada um, com sua singularidade, seja respeitado com equidade educativa, sendo que por esta se entende a garantia de igualdade, quer no acesso, quer nos resultados (CAPELLINI, 2009, p.66).

Nessa busca por uma educação para todos e cada um, o Desenho Universal para a Aprendizagem (DUA) foi compreendido como um caminho para se pensar aulas em uma perspectiva inclusiva. Segundo o DUA, é preciso eliminar as barreiras desnecessárias ao aprendizado e pensar na acessibilidade na escola para que todos possam participar e aprender. Essa acessibilidade vai além de aspectos físicos, abrangendo também aqueles que envolvem a aprendizagem. Para isso, o DUA indica que é preciso proporcionar múltiplos meios de representação; proporcionar múltiplos meios de ação e expressão e proporcionar múltiplos meios de envolvimento como forma de propiciar que todos os aprendizes, cada um com sua especificidade, aprenda (CAST, 2011).

No contexto da Educação Matemática, Ole Skovsmose (2019) compreende a Educação Inclusiva como encontro entre diferenças. Diferenças que podem ser culturais, sociais, étnicas, religiosas, de gênero, entre outras. Podem ser também em relação a aparência, prioridades, capacidades, deficiências, expectativas e experiências. Entender a Educação inclusiva segundo essa ótica, a meu ver, traz duas implicações: é necessário compreender que os alunos são diferentes e a escola é um lugar de encontro.

Pensando especialmente nas aulas de matemática, Skovsmose (2019) propõe os Cenários para Investigação Inclusivos. Para caracterizá-los, o autor apresenta três características:

1. Abertura a espaços para a investigação, sem a especificação de sequências a serem seguidas ou exercícios a serem resolvidos. O estudante é convidado a participar do processo de investigação por meio da elaboração de perguntas, formulação de hipóteses, experimentação de argumentos e escuta das ideias dos demais colegas. Incentivam os estudantes a se engajarem em diálogos.
2. Compartilhamento da ideia principal do Desenho Universal: proporcionar um ambiente acessível a todos os estudantes, considerando as diferenças que compõem a sala de aula.
3. Facilitar colaborações: diferenças entre estudantes não são obstáculos para engajamento e compartilhamento de ideias. As diferenças ajudam a estabelecer processos de equidade. A partir desses processos, por meio de diálogos e colaborações, as concepções de capacidade e incapacidade ou uma distinção entre normais e não-normais, deixam de fazer sentido.

Práticas de ensino de matemática pautadas em Cenários para Investigação Inclusivos, possibilitam o encontro entre os diferentes. Práticas estas que exercem a tolerância ao reconhecerem e valorizarem a diferença de cada um, o que oferece a possibilidade de aprender com o diferente (MOURA, 2020).

Contemplar essas discussões durante a formação inicial de professores é um caminho para que práticas mais inclusivas sejam efetivadas na Educação, e em particular, nas aulas de matemática. Nessa perspectiva, este texto analisa o processo pelo qual professores de matemática imaginaram aulas em uma perspectiva inclusiva.

Caminhos Metodológicos

Para a realização da pesquisa, foi realizado um grupo de estudos com licenciandos em matemática, de uma instituição pública, na cidade de São José dos Campos-SP. O grupo de estudos realizado foi inspirado nos grupos de estudos independentes proposto por Murphy e Lick (1998). Este tipo de grupo tem foco individual e são formados por indivíduos com um interesse comum, procurando desenvolvimento de conhecimentos pessoais. No caso da pesquisa, os participantes buscavam aprendizado sobre Educação Inclusiva.

Todos os alunos matriculados no curso em fevereiro de 2020 foram convidados, com exceção daqueles pertencentes ao primeiro período, pois estavam ainda em período de matrícula. No total, 21 licenciandos participaram do grupo[1]. Foram realizados 12 encontros, no primeiro semestre de 2020. Os encontros começaram de modo presencial, porém foram interrompidos devido a suspensão das atividades da instituição em decorrência da pandemia de Covid-19. Após duas semanas sem a realização de encontros, eles foram retomados no formato online. Três encontros foram realizados presencialmente e os demais de modo online.

O grupo foi dividido em dois momentos. O primeiro foi destinado a leituras e discussões sobre Educação Inclusiva. Dentre os temas abordados, estavam a legislação sobre acesso, permanência e direitos dos alunos Públicos-Alvo da Educação Especial[2] na escola,

[1] A pesquisa foi submetida e aprovada pelo comitê de ética em pesquisa. Todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).
[2] São público-alvo da Educação Especial, os alunos com deficiência, transtorno global do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação (BRASIL, 2011).

o conceito de Desenho Universal e Desenho Universal para Aprendizagem e os modelos médico e social de deficiência, dentre outros.

No segundo momento, os participantes foram convidados a imaginarem aulas de matemática em uma perspectiva inclusiva, para turmas onde estivessem presentes, ao menos, um aluno com deficiência. Para isso, foram divididos em quatro grupos menores. Nesse momento, realizaram um processo coletivo de Imaginação Pedagógica.

A Imaginação Pedagógica é um conceito trabalhado por Ole Skovsmose (SKOVSMOSE e BORBA, 2004; SKOVSMOSE, 2009, 2011, 2015), ao pensar sobre uma pesquisa de possibilidades, na perspectiva da Educação Matemática Crítica. A Imaginação Pedagógica é o processo de imaginar alternativas a uma situação corrente, questionando o que poderia ser diferente.

Os encontros foram gravados em áudio e vídeo e posteriormente transcritos para análise. Nesse artigo compartilhamos reflexões sobre o ensinar matemática realizadas pelo grupo composto por quatro estudantes: Denise (27 anos, 7º período), Danilo (20 anos, 5º semestre), Isabel (21 anos, 5º semestre) e Kátia (35 anos, 5º semestre).

Apresentação e Análise de dados

Para imaginarem aulas de matemática em uma perspectiva inclusiva, o primeiro passo foi pensar na escola. Imaginaram uma escola pública estadual, localizada em um bairro pobre da cidade. Detalharam o espaço físico, a presença de escadas que restringiam a presença de alunos cadeirantes ao andar térreo, a existência de laboratórios, a avaliação centrada em provas escritas, dentre outros elementos. A escola trazia consigo muitas características resgatadas de experiências dos participantes, sejam como estudantes, estagiários ou bolsistas.

A turma imaginada era um 6º ano do Ensino Fundamental, composta de 30 alunos, com idades entre 11 e 13 anos. Para imaginarem a turma, pensaram na composição em um modo geral: turma composta por alunos falantes e interessados. Descreveram, também, os alunos de modo individual.

Giovana, é uma estudante com paralisia cerebral que usa muletas para andar e tem dificuldade de escrever. É estudiosa, escreve e fala devagar. Heitor, é um garoto autista, muito inteligente. Desenha bem, mas para participar das aulas precisa ser incentivado. É muito falante, mas só sobre os assuntos dele. Não tem amigos. Às vezes levanta e anda pela sala. Tem o hábito de bater palmas também. Josué é cego. Ele possui tato e audição bem desenvolvidos. Tem dificuldade de aprendizagem, por ter sido empurrado nos anos anteriores. Senta-se na frente da sala, do lado oposto da Giovana. Não tem um professor de apoio. Participa verbalmente das aulas e lê em braile.

Após determinarem o contexto para o qual as aulas seriam pensadas, partiram para a imaginação das aulas de matemática. O conteúdo escolhido foi estatística. Danilo imediatamente apontou que as aulas deveriam ser participativas: “pra mim, uma aula boa é aquela que eu sinto que fiz alguma coisa e não apenas fiquei ouvindo”. Todos concordaram.

Denise, então, compartilhou, com empolgação uma sugestão para introduzir o assunto: propor uma pesquisa sobre os números dos calçados dos alunos. A atividade seria em grupos e cada aluno, a princípio, colocaria um pedaço de papel em uma caixa com o número de seu calçado escrito. Conforme fossem tirando os papéis, leriam o número em voz alta e colariam uma bolinha de papel em uma cartolinha, formando um gráfico de colunas. Teriam, assim, uma representação que poderia ser acessada também com as mãos. Desde o início consideraram preocupação com Desenho Universal, buscando possibilitar que todos alunos participassem. Adotaram a sugestão de Denise e continuaram a conversar sobre o desenvolvimento da aula, considerando os alunos.

> ***Denise**: A gente tem que pensar no aluno cego.*
> ***Kátia**: Talvez a gente pudesse fazer os eixos com um EVA com glitter, porque é crespo, saliente. Poderíamos também, no eixo que tem os números dos calçados, recortar os números com EVA com glitter e ele poderia passar a mão e sentir os números.*
> ***Danilo**: Poderíamos pensar em usar um EVA com glitter e um sem glitter para diferenciar.*
> ***Kátia**: Daí a gente faz o de todos os grupos iguais, pois, além de não fazer diferente só para um, enxergando ou não, é mais bonito. Mais atrativo.*
> ***Denise**: O bom que EVA é bem acessível, se não tiver na escola dá para comprar.*
> ***Kátia**: Sim, acho que todos iriam gostar se fosse algo mais visual, mais colorido.*
> ***Priscila**: Sim. Mas uma coisa que fiquei pensando.... Vocês falaram de recortar os números em alto relevo para o cego ler...*
> ***Denise:** Nossa... gente! Mas é assim que ele lê?*
> ***Isabel**: Não sei.*
> ***Kátia**: Acho que sim. Já vendem até números em EVA prontos. Comprei outro dia, é baratinho.*
> ***Denise**: Mas Kátia, não é Braile.*
> ***Danilo**: Isso que pensei agora. Não é Braile.*
> [...]
> ***Priscila**: Por exemplo, o que é a representação do número 3 para ele?*
> ***Denise**: São aquelas bolinhas do braile.*
> ***Kátia**: Nossa, agora complicou.*
> [A pesquisadora procurou na internet uma reglete de punção positiva e mostrou para os demais].
> [...]

> ***Denise***: *Poderíamos escrever os números dos calçados com canetinha e embaixo colocar os números em braile. O legal é que o cego vai conseguir ler o número do sapato e tocar nas bolinhas. E contar quantas tem em cada número, vai ver onde tem mais e menos...* (Transcrição 1)

Para o grupo, era importante que Josué identificasse os eixos no gráfico e pudesse ler os dados. Foi sugerida a utilização números em alto relevo. Apesar de não ser o modo como o aluno lê, a busca foi por incluí-lo na aula, garantindo o acesso à informação.

A sugestão levou os participantes a refletirem sobre como um cego lê. Constataram que o relevo é importante para diferenciar representações, mas não para leitura de textos. A representação escrita de uma quantidade aparentemente é algo simples, mas como é para uma pessoa cega? Certamente não haviam tido a oportunidade de refletir sobre isso antes. A discussão possibilitou que adquirissem, também, um conhecimento novo: sobre a existência e o uso da reglete[3].

A constatação de Denise ao final da Transcrição 1 enfatizou a importância de o aluno ter autonomia nesse processo. Ela demonstrou entusiasmo ao perceber que ele teria oportunidades de aprendizado próximas às dos demais. Como afirma Skovsmose (2019), as diferenças podem a ajudar a estabelecer processos de equidade.

Para trabalharem o conceito de mediana, o grupo propôs que os dados dos gráficos fossem primeiramente transferidos para uma tabela. A tabela, a princípio, seria feita com registro escrito em uma folha de papel, ou desenhando os sapatos em ordem crescente, pensando no aluno que gosta de desenhar. Perceberam que deste modo, porém, possivelmente excluiriam Josué e que, talvez, uma ação para incluí-lo – não registrar por escrito – poderia também afastar outros alunos que se beneficiariam daquela atividade. A decisão foi repensar as estratégias, aproximando-se da terceira característica dos Cenários para Investigação Inclusivos.

> ***Danilo***: *Que difícil.... Difícil porque a gente não pode focar em um só e excluir o resto também.*
> ***Denise***: *Gente.... Estou pensando em mudar tudo aqui. Acho que sou a tia da bagunça. Acho que pode dar muito trabalho, talvez alguns possam ficar desconfortáveis..., mas na hora a gente ia ter que ver isso. Mas estou pensando aqui de fazer com o próprio sapato do aluno.*
> ***Kátia***: *Como assim?*
> ***Denise***: *Um vai falando os números dos sapatos e os alunos vão colocando os sapatos em ordem crescente em uma linha, conforme o colega fala os números. O aluno cego sabe o número do seu sapato. Um aluno pode ajudar o outro.... Um pode ler o número do sapato, pode pegar o sapato do colega e colocar na linha.... Assim ninguém fica excluído, a aluna com dificuldade de locomoção, o autista... qualquer um... pode ajudar e ser ajudado.*
> ***Isabel***: *Acho que eles iam gostar disso.*
> ***Danilo***: *Eu gostei muito dessa ideia Denise.*
> ***Denise***: *Às vezes acho que tenho umas ideias muito doidas...*

[3] A reglete é um instrumento utilizado para escrita braile, composta de uma prancha com a marcação para os pontos e um instrumento de punção.

***Kátia**: Não... eles vão amar!*
***Danilo**: Sim, eles vão levantar, se movimentar.*
***Kátia**: Vão pirar! Eu nunca pensaria isso!*
***Denise**: Acho que agora a gente pede então para eles verem a quantidade de sapatos. Daí eles vão ver que o número de sapatos é igual ao número de alunos. Daí a gente pergunta, de quem é o sapato que está no meio? Se for ímpar o número de alunos, visualmente vai ser fácil de enxergar, né! Daí um aluno vai lá e olha qual o número que está nesse sapato do meio. Se for par, daí a gente vai ter que pensar com eles que vão ter que pegar os dois do meio e dividir. O aluno cego pode ir sentindo os sapatos e pegar o que está no meio...* (Transcrição 2)

Para o grupo, o maior ganho da nova atividade era proporcionar a interação entre os alunos. Estarem juntos, em movimento, interagindo e auxiliando uns aos outros, para eles, tornou a atividade inclusiva. Chegaram a considerar possíveis dificuldades dos alunos com deficiência durante a realização, contudo o fato de estarem em grupo minimizaria as dificuldades. Denise chamou atenção para o fato de que todos poderiam ajudar e serem ajudados. Ninguém ficaria excluído e todos se ajudariam. Não é a deficiência que determinaria a necessidade de um aluno precisar ou não de auxílio para realizar tarefas. Facilitaram colaborações entre os alunos, que é uma das características associadas aos Cenários para Investigação Inclusivos (SKOVSMOSE, 2019).

Outro momento em que destacaram a importância da colaboração durante as aulas de matemática foi quando propuseram que os alunos elaborassem, em grupos, uma tabela com os dados que representassem a sala toda, com base nos gráficos elaborados.

***Danilo**: Os colegas ajudam Josué a registrar com a reglete. Mostrando onde escrever.*
***Kátia**: Nessa idade, acho que eles vão gostar de ajudar.*
***Danilo**: E eu acho muito bom incentivar que eles ajudem uns aos outros.*
***Denise**: Acho que tem que deixar bem claro, que além de eles ajudarem com a escrita, eles têm que ter o cuidado de fazer a contagem em voz alta. Porque a contagem vai ser bem visual, né. A gente bate o olho e vê que tem três bolinhas e já escreve o três na tabela. Mas tem que instruir eles a fazer isso a fazer isso em voz alta.*
***Danilo**: Podem levar a mão dele no gráfico para ele ver a quantidade de bolinhas também.*
***Isabel**: Ele pode contar uma das colunas e falar o resultado em voz alta para os demais.*
***Denise**: Sim, ele é capaz de fazer isso.*
[...]
***Priscila**: Já que vocês estão pensando no Josué, a parte dos sapatos ele conseguirá fazer?*
***Kátia**: Vai sim. Talvez precise de ajuda de um colega, mas vai.*
***Danilo**: Acho que ele vai, mas a Giovana pode ter problemas.*
***Denise**: Ela tem dificuldade motora, mas acho que se tiver paciência ela vai conseguir colocar o sapato lá.*
***Danilo**: E ela pode ter ajuda dos outros colegas também. Isso é importante!* (Transcrição 3)

Para elaborar estratégias para que Josué conseguisse construir tabelas, foram consideradas ações voltadas ao aspecto físico da atividade como fazer as legendas em braile e as linhas da tabela em alto relevo. Pensaram ainda em ações de aspecto atitudinal, como ler em voz alta, guiar a mão dele até a informação ou indicando o local para registro.

Ao longo do diálogo, destacaram a importância da interação entre os alunos. Reconheceram, novamente, a importância de uns ajudarem os outros nas aulas de matemática, mostrando que para incluir os alunos é importante envolver a todos. Mais uma vez, incentivaram colaborações nas aulas de matemática.

As afirmações "Sim, acho que ele é capaz de fazer isso" ou "ela pode ter ajuda dos outros colegas também", reconhecem ainda que alunos PAEE são capazes de aprender e participar das aulas de matemática. Este mesmo movimento esteve presente anteriormente quando defenderam que todos os alunos podem se ajudar mutuamente, independentemente de suas diferenças. De fato, diálogos e colaborações fazem com que as percepções de capacidade e incapacidade, ou a diferenciação entre normais e não-normais, percam a importância em um ambiente inclusivo (SKOVSMOSE, 2019).

Outra característica considerada pelo grupo foi a busca de uma aula segundo o Desenho Universal, como quando na Transcrição 2 mudaram o encaminhamento da aula. Abriram mão da estratégia inicial e propuseram outra na qual acreditavam que todos pudessem participar. Compartilharam da principal premissa do Desenho Universal, buscando modos para que todos pudessem se envolver na atividade.

Preocupações referentes ao Desenho Universal também foram consideradas quando ofereceram a todos a possibilidade se levantar para ver e tocar nos gráficos. Desde o início, para os participantes, era importante que os alunos pudessem comparar os dados coletados por todos os grupos e, assim, discutir a influência da amostra no resultado de uma pesquisa. Novamente, preocuparam-se em proporcionar que Josué conseguisse ler as informações. A solução encontrada foi colar os gráficos em uma altura em que ele conseguisse vê-los e também tocá-los. Kátia, a princípio, não se mostrou à vontade com a sugestão dos colegas de grupo.

> ***Kátia****: Mas, daí ele vai levantar e tocar um por um?* [Tom de reprovação.]
> ***Denise****: Isso! E como todos já terão feito com a legenda em braile, ele vai poder tocar em todos. E o aluno autista também.... Se outras pessoas quisessem tocar também... não vejo problemas.* (Transcrição 4)

Denise afirmou que Josué poderia tocar cada cartaz caso quisesse ou precisasse, e ampliou a possibilidade para toda a classe. Todos que quisessem poderiam, também, levantar e tocar os gráficos. Ela estava, neste momento, evitando uma diferenciação de modo a não estigmatizar Josué. A estratégia foi pensando em Josué, mas não era exclusiva para ele. Porém, isto só foi possível pelo fato de o Desenho Universal ter sido uma preocupação desde o início da atividade. Todos os gráficos já haviam sido feitos com legenda em Braile e bolinhas coladas, deixando a informação acessível também para um aluno cego. Assim, bastava que os gráficos ficassem a uma altura que pudessem ser tocados, sem a precisar de uma nova adaptação. A acessibilidade à informação foi propiciada pelo Desenho Universal.

Após decidirem calcular a mediana ordenando os calçados alinhando-os no chão, Kátia chamou atenção para o prosseguimento do conteúdo, considerando o cálculo da mediana no caso de a distribuição ter um número par de elementos.

> ***Kátia****: Mas olha aqui, pensando agora.... Se a gente ainda não introduziu o conceito de média.... Quando for par, eles vão ter que somar e dividir por dois, né! Então eles vão ter que fazer a média.*
> ***Danilo****: Sim, dá para fazer junto.*
> ***Kátia****: Mas você não acha que seria mais fácil primeiro trabalhar a média com eles? Porque aí quando chegar nesse ponto eles vão ver que se o número é par, a mediana é a média dos do meio.*
> ***Danilo****: Eu acho melhor fazer nessa hora da atividade. Tipo, quando eles têm um problema e você vai pedir para eles solucionarem esse problema. Porque, se você for explicar a média... como eu aprendi média com o professor falando que você vai pegar os dois e dividir por dois. Não tinha uma aplicação na minha cabeça.... Nada...*
> ***Kátia****: Entendi. Você quis dizer que você acha que desperta mais interesse no aluno se a gente já ensinar dando uma coisa para ele fazer uso, isso?*
> ***Danilo****: Isso!*
> ***Denise****: Tipo jogar o problema para eles, né! Tipo: e agora nessa que é par? Como a gente faz? O que vocês acham que deve fazer? Acho que a gente tem que guiar os alunos nessa descoberta, igual o Dani falou. Porque daí eles tem algo... têm um problema para resolver.*
> ***Isabel****: Eu também prefiro assim.*
> ***Kátia****: Tem razão. Eu também aprendi média bem mecânico. Tipo, pega o número de elementos, soma e divide pelo número de elementos. Mas não entendia muito porque fazia aquilo. Só reproduzia. Com o tempo que fui entendendo.*
> ***Danilo****: Então vamos introduzir o conceito de média quando falar de mediana.* (Transcrição 5)

Kátia sugeriu uma abordagem em que o professor introduziria o conceito para, depois, os alunos aplicarem. Sua preocupação estava no fato de eles poderem ter dificuldade no cálculo da mediana por desconhecerem o modo pelo qual se calcula a média aritmética, ainda que fosse um caso onde era preciso descobrir um valor entre outros dois. A partir do resgate de vivências escolares, reconheceram que, por meio de um aprendizado com foco em fórmulas e algoritmos, o aluno muitas vezes reproduz sem necessariamente ter compreendido. Concluíram que seria melhor que os alunos aprendessem a partir da necessidade de resolução de um problema, investigando uma situação com a qual se depararam. As aulas de matemática imaginadas assumiam a característica de aulas investigativas e dialógicas. Abriram espaços para a investigação nas aulas de matemática, sem a especificação de sequências a serem seguidas, como destacado por Skovsmose (2019) ao descrever a primeira característica dos Cenários para Investigação Inclusivos.

Quando caminhavam para a finalização da sequência de aulas, a necessidade por formalizar o que aprenderam foi levantada por Kátia.

> ***Kátia****: A gente pode passar algo para formalizar na lousa?*
> ***Denise****: Acho que para formalizar, a gente podia fazer na outra aula.* [...]
> ***Danilo****: Gente, essa história de formalizar aí... eu estou pensando... quando a gente faz uma atividade desse tipo, cheio de coisa de construir, cheia de gráfico, cheia de etapa... eu pelo menos penso que seria interessante, para a gente como professores, pedir para os alunos escreverem o que eles acharam, o que eles aprenderam... tipo uma autoavaliação. Eles formalizando o conteúdo da forma deles, para a gente ter como saber como eles pensaram, se entenderam o conteúdo... Para a gente avaliar, saber se aprenderam.... Antes da gente passar algo para eles.*
> ***Kátia****: Eu acho isso bacana, mas nessa etapa da escolarização, 6º ano, se você pedir para eles escreverem, uns vão escrever o que é a moda, a média e a mediana... mas, outros vão falar das bolinhas. Então, se a gente fizesse um questionário simples, perguntando o que você entendeu: o que é moda? O que é média? O que é mediana?...*
> ***[...]***
> ***Denise****: Eu acho que esse negócio de questionário agora, no início, eles vão ficar nervosos. E aí, se não conseguirem, a autoestima deles vai lá para baixo.*
> ***Kátia****: É.... pode ser.*
> ***Denise****: E eu achei a ideia do Dani maravilhosa. Eles vão ter que amarrar as ideias. Acho que a gente pode ajudar, direcionar. Tipo: professora, não sei o que escrevo! Ah, escreve o que você aprendeu! O que você fez? Isso é legal para eles não ficarem perdidos e também para saberem o que colocarem e a gente não atrapalha no resultado.*
> ***Priscila****: Gostei da discussão. Fiquei pensando aqui no que alguém falou das bolinhas. Se algum aluno escrevesse assim: a mediana é quando a gente pega as bolinhas, ordena elas em uma linha e a bolinha que está no meio é a mediana. O que vocês achariam dessa resposta?*
> ***Kátia****: Acho que a gente tem que ir guiando eles, porque ele só falou do caso de ser ímpar.*
> ***Denise****: Mas acho que a reflexão é sobre as bolinhas, Kátia.... Eu acho que está certo. A gente pode ajudar depois ele a avançar. Se ele pensar que a bolinha representa qualquer coisa... tipo, representa números... ele sabe o que é.*
> ***Kátia****: Mas será que eles sabem explicar quando o número da amostra for par?*
> ***[...]***
> ***Denise****: Mas acho que a Pri chamou a atenção só para o fato de falar com bolinhas, né?*
> ***Priscila****: Sim, a questão da linguagem.*
> ***Danilo****: Acho que mesmo que eles coloquem as bolinhas nesse primeiro momento, ou usem analogias que foram utilizadas nas aulas... é melhor para a gente eles escreverem sapato, e tal.... Porque eles conseguiram visualizar com aquele exemplo, foi importante para eles. Daí, quando a gente for formalizar depois eles vão entender que estamos generalizando. Não acho que usar bolinhas é errado, porque foi a forma que a gente usou para explicar.*
> ***Isabel****: Com certeza!* (Transcrição 6)

Kátia, sinalizou o anseio formalizar os conteúdos trabalhados na lousa. Sugeriu fazerem um questionário, um instrumento que oferece mais controle sobre as respostas dos alunos. Assim, ela não sairia tanto de sua zona de conforto. Dizer que outros “vão pensar em bolinhas”, sugere que este tipo de resposta não seria a esperada.

A fala de Kátia sobre as bolinhas proporcionou uma reflexão sobre a linguagem aceita nas aulas de matemática. Denise ressaltou que, se um aluno pensar que a bolinha representa qualquer coisa, inclusive números, ele saberia o que é a mediana. Expressar por meio de bolinhas seria a base para uma generalização mais formal, como concluiu Danilo.

Essa também é uma característica dos Cenários para Investigação Inclusivos, um convite a uma investigação que propõe a utilização de questões que possibilitam a elaboração de diferentes respostas. É importante possibilitar que cada um compartilhe sua perspectiva, com seu modo de expressão e, assim, abram caminho para o diálogo nas aulas de matemática (SKOVSMOSE, 2019).

Considerações Finais

A análise aqui realizada mostra que, para imaginarem aulas de matemática em uma perspectiva inclusiva, os participantes se aproximaram da proposta de Cenários para Investigação Inclusivos. Foi possível identificar nas aulas imaginadas as características propostas por Skovsmose (2019).

A primeira delas foi uma preocupação constante em todas as ações pensadas pelo grupo: abrir espaço para investigação. Como quando pediriam que os alunos comparassem os gráficos para investigar a influência da amostra no resultado de uma pesquisa. Ou quando decidiram deixar que os alunos elaborassem as estratégias para descobrir a mediana de uma distribuição com número par de elementos. Optaram por não adotar uma sequência rígida de passos a serem seguidos, incentivando os alunos a fazerem perguntas. Consideraram a existência de diferentes possibilidades de respostas e as perspectivas dos alunos. Aulas investigativas em grupos eram, acima de tudo, espaços que incentivavam o diálogo e a escuta entre os alunos. A interação entre os estudantes era algo muito valorizado pelos licenciandos.

Compartilharam das premissas do Desenho Universal, segunda característica dos Cenários para Investigação Inclusivos. Priorizavam aulas onde todos pudessem participar, cada um com sua especificidade. Por exemplo, os gráficos deveriam ter legenda em Braile e serem construídos em alto relevo, para que Josué pudesse lê-los. A informação deveria estar acessível e todos deveriam ter condições de acessá-la. As ações do grupo eram pensadas para que todos pudessem realizá-las. Como deixar que todos, e não apenas Josué, se levantassem e tocassem nos gráficos para comparar as informações. Embora, a princípio, a estratégia tenha sido pensada para um aluno específico, ela foi aberta para todos que também quisessem assim proceder.

A terceira característica, facilitar a colaboração, também permeou a imaginação de todas as ações. Os alunos ajudariam uns aos outros a olharem o número do sapato e a colocá-los organizados em ordem crescente. Ajudariam Josué indicando o local da tabela onde deveria registrar o valor com o auxílio da reglete, incentivando-o a fazer a atividade. De fato, como aponta Skovsmose (2019), por meio da colaboração, as diferenças não são um obstáculo. Como ressaltaram os participantes, todos podem ajudar e serem ajudados.

Deste modo, pode-se afirmar que as aulas de matemática imaginadas assumiram as características dos Cenários para Investigação Inclusivos. O processo de Imaginação Pedagógica realizado pelos licenciandos permitiu que pensassem em possibilidades para que as aulas de matemática assumissem uma perspectiva mais inclusiva. Possibilidades como as destacadas por Moura (2020, p. 195):

> possibilidade de enxergar o outro, de ouvir o outro, de se colocar no lugar do outro, de compartilhar suas visões de mundo, de pensar com o outro, de aprender sobre o outro, de aprender com o outro e principalmente de reconhecer e respeitar a diferença do outro. Ou seja, possibilidade de encontrar o outro.

Imaginar essas aulas propiciou aos participantes do grupo de estudos a ressignificação sobre o encontro entre as diferenças nas aulas de matemática e a percepção de que é possível pensar em aulas em que todos tenham condições de participar e aprender, desde que suas especificidades sejam respeitadas.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação Especial na perspectiva inclusiva.** Brasília, DF: MEC/SEESP, 2008.

BRASIL, Decreto nº 7.611 de 17 de novembro de 2011. **Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências**. Brasília: Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos, 2011.

BRASIL. Lei 13.146, de 6 de julho de 2015. **Institui a Lei Brasileira de Inclusão das Pessoas com Deficiência** Secretaria Geral, Subchefia para Assuntos Jurídicos, 2015. (Estatuto da Pessoa com Deficiência).

CAPELLINI, V. L. M. O direito de aprender de todos e de cada um. In: MORAES, M. S. S.; MARANHE, E. A. (Org.). **Introdução conceitual para a educação na diversidade e cidadania.** Bauru: Ed. UNESP-SECAD-UAB, 2009. v.2.

CAST. **Universal Design for learning guidelines version 2.0.** Wakefield, MA: Author. 2011. Disponível em:< http://udlguidelines.cast.org/more/downloads> Acesso: 24 out. 2020.

MOURA, A. **O encontro entre surdos e ouvintes em cenários para investigação**: das incertezas às possibilidades nas aulas de matemática.2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Unesp, Rio Claro, 2020.

MURPHY, C.; LICK, D. **Whole Faculty Study Groups**: A powerful way to change schools and enhance learning. Califórnia: Corwin, 1998.

SKOVSMOSE, O.; BORBA, M. O. Research methodology and critical mathematics education. In VALERO, P. e ZEVENBERGEN, R. (Eds.) **Researching the socio-political dimensions of mathematics education:** Issues of power in theory and methodology. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. pp. 207-226.

SKOVSMOSE, O. Researching possibilities. In: SETATI, M.; VITHAL, R.; MALCOLM, C. e DHUNPATH, R. (Eds.), **Researching possibilities in mathematics, science and technology education**. New York: Nova Science Publishers, 2009. Reprinted as Chapter 9 in SKOVSMOSE, O. Critique as uncertainty. Charlotte: Information Age Publishing, 2014. pp. 105-119.

SKOVSMOSE, O. Critique, generativity, and imagination. **For the Learning of Mathematics**, New Brunswick, Canada. vol. 31, nº 3, pp. 19-23, 2011.

SKOVSMOSE, O. Uncertainty, pedagogical imagination, explorative reasoning, social justice, and critique. In MUKHOPADHYAY, S. e GREER, B. (Eds.), **Proceedings of the Eight International Mathematics Education and Society Conference**. Vol. 1. Ooligan Press, Portland State University, 2015, pp. 111-124.

SKOVSMOSE, O. Inclusions, meetings and landscapes. In KOLLOSCHE, D.; MARCONE, R.; KNIGGE, M.; PENTEADO, M. e SKOVSMOSE, O. (Eds.), **Inclusive mathematics education:** State of the art research from Brazil and Germany Cham. Switzerland: Springer, 2019. pp. 71-84.

Conservação de comprimento: análise de uma atividade utilizando cordões

Conservation of length: analysis of an activity using strings

Heniane Passos Aleixo (somente versão final)
Escola Especial Professor Alfredo Dub
henianea@gmail.com

Thaís Philipsen Grützmann
Universidade Federal de Pelotas
thais.grutzmann@ufpel.edu.br

Resumo
Este artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado defendida em 2018 e tem como objetivo descrever e analisar uma das atividades aplicadas durante a pesquisa e que não foi analisada para a composição do texto final, referente ao conceito de conservação de comprimento. O texto apresenta uma experiência de ensino de Matemática realizada no contexto de uma escola especial/especializada, com uma turma do 4° ano. Esta escola localiza-se no município de Pelotas/RS e tem como foco o atendimento de surdos, surdos com deficiência e com surdocegueira, com uma proposta de educação bilíngue. Como aporte teórico neste artigo utiliza-se Lorenzato (2006), Boaler (2019), Brasil (2014), Nogueira et al. (2019), entre outros. A metodologia utilizada para a análise foi análise de vídeos, de acordo com Powell, Francisco e Maher (2004), a partir de sete fases interativas e não lineares. Como principais resultados destaca-se que a turma conseguiu realizar a comparação entre os cordões no início da atividade, e foi inconclusivo se os alunos compreenderam a conservação, sendo que a aluna com surdocegueira não respondeu, outra colega disse que os cordões mantinham o mesmo comprimento e os demais apenas "repetiram" essa resposta. Concluímos que todos têm potencial para aprender e nós, professores, devemos oportunizar atividades diversificadas procurando alcançar todos os alunos com equidade e qualidade.

Palavras-chave: surdocegueira; surdo; construção do número; ensino de Matemática; inclusão escolar.

Abstract
This article is a part of a master's dissertation defended in 2018 and aims to describe and analyze one of the activities applied during the research that was not analyzed for the composition of the final text, referring to the concept of conservation of length. The text presents a mathematics teaching experience performed in the context of a special/specialized school, with a 4th grade class. This school is located in the city of X, and is focused on attending deaf, deaf with disabilities and deafblind people, with a proposal of bilingual education. As theoretical background, Lorenzato (2006), Boaler (2019), Brasil (2014), Nogueira et al (2019) are used in this article, among others. The methodology used for the analysis was video analysis, according to Powell, Francisco and Maher (2004), based on seven interactive and non-linear phases. As main results, we highlight that the class was able to make the comparison between the strings at the beginning of the activity, and it was inconclusive if the students understood conservation, considering the student with deafblindness did not answer, while another classmate said that the strings had the same length, and the others just "repeated" this answer. We conclude that all of them have the potential to learn and, as teachers, we should provide opportunities for diversified activities aiming to reach all students with equity and quality.

Keywords: deafblindness; deaf; construction of number; mathematics education; school inclusion.

Introdução

Uma educação gratuita e de qualidade, uma sociedade em que tenhamos a universalização do acesso, assim como as mesmas oportunidades de aprendizagem para todos é o que se deseja, embora a cada dia isto se tenha mostrado mais difícil de alcançar, devido ao descaso dos governos, falta de investimentos, desigualdade social, desvalorização profissional, entre outros. Os profissionais da educação almejam a "[...] construção de uma escola de qualidade, que cumpra com seus objetivos de formação da cidadania e de preparação dos estudantes para a vida em sociedade" (ARAÚJO et al., 2007, p. 6).

É possível elencar diversos problemas encontrados que dificultam o oferecimento deste cenário ideal de educação, mas como educadores, apesar do desprezo e de tantos ataques, estamos continuamente a enfrentá-los, como sempre foi feito na história da educação brasileira. Para tanto, ainda é necessário pensar em aulas interessantes, motivadoras e inclusivas, onde TODOS os alunos possam participar ativamente e ter suas necessidades atendidas, corroborando com Rosa e Baraldi (2018, p. 13): "Precisamos começar a transformação por nós, pois TODOS os nossos alunos devem ser incluídos e não percebidos ou ressaltados por suas particularidades". Isto implica em um sistema educacional que reconheça e atenda às diferenças individuais, respeitando as dificuldades e potencialidades de todos e de cada um.

Para além de pensar na educação inclusiva, é necessário saber a que público nos referimos, pois quando falamos em TODOS aqui se inclui alunos dos mais diversos contextos, dentre eles, jovens e adultos que passaram da idade regular de estudo, pessoas que possuem alguma diferença ou deficiência, os de diferentes classes sociais e econômicas, pertencentes a diversas religiões, culturas, grupos étnicos minoritários, grupos de minoria linguística, entre outros.

Para pensar na inclusão de todos esses sujeitos no ambiente escolar é necessário conhecer suas histórias, contextos, vivências, cultura, ou seja, tudo que pode potencializar ou dificultar as aprendizagens e a efetiva participação acadêmica destes sujeitos no processo educacional.

Se nossa realidade escolar fosse inclusiva, na prática e não somente em leis e decretos, ela não precisaria ser discutida ainda de forma intensa e contínua, porém ainda não é a realidade presenciada. Não podemos negar que houve avanços em relação à educação no nosso país, mas ainda são lentas essas mudanças.

Após o ingresso dos alunos na rede escolar, ainda é imprescindível toda uma estrutura para que este sinta-se realmente acolhido nas suas necessidades, tanto por parte do professor quanto dos demais sujeitos do ambiente escolar. Destaca-se que "educação inclusiva só é possível se o professor assumir o seu papel de acolher o aluno, na sua diversidade, pluralidade de contextos, características e expectativas" (MARTINHO, 2016, p. 7).

Aqui falamos um pouco sobre a educação e inclusão escolar, mas ainda é preciso falar sobre uma das maiores dificuldades da grande maioria dos alunos, percebida diante de registros de sala de aula e pesquisas, ou seja, o quanto a Matemática ensinada na escola ainda é distante da realidade e das vivências dos alunos.

Curi (2015, p. 19) diz que:

> [...] mesmo a função mais utilitária, ou seja, a utilização do conhecimento matemático, não é adequadamente desenvolvida nas escolas. O denominado "analfabetismo funcional" se estende à impossibilidade do indivíduo de usar os saberes matemáticos para resolver problemas do seu cotidiano.

Desta forma, é preciso repensar o ensino desta disciplina que ainda é direcionada, em grande parte das vezes, ao ensino de fórmulas e a memorização, sem a busca pela compreensão do que está sendo ensinado.

> A matemática do mundo é tão diferente da matemática ensinada na maioria das salas de aula que os jovens muitas vezes saem da escola mal preparados para as exigências do trabalho e da vida. As crianças aprendem, mesmo quando ainda estão na escola, sobre a irrelevância das tarefas que têm de executar, uma questão que se torna cada vez mais importante para elas quando passam pela adolescência. (BOALER, 2019, p. 7).

Desta forma cabe pensar o ensino da matemática que contemple a todos estudantes na sua diversidade. E, seguindo nessa perspectiva, este trabalho baseia-se nas ideias defendidas pelo GT[1]13 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), denominado "Diferença, Inclusão e Educação Matemática", criado em 2013 (NOGUEIRA et al., 2019), no qual a Educação Matemática Inclusiva é pensada para todos. Assim, o grupo tem por objetivo "o desenvolvimento de uma Educação Matemática "para todos", na qual as particularidades associadas às práticas matemáticas dos diferentes aprendizes são valorizadas, e entendidas, ao invés de serem esquecidas, ignoradas ou até mesmo consideradas ilegítimas" (NOGUEIRA et al, 2019, p. 7).

[1] GT - Grupo de Trabalho.

Dentro do "todos" estão as pessoas com deficiência, as quais são o foco neste texto, ou seja, a inclusão de pessoas com deficiência no ambiente educacional, especificamente, de uma menina com surdocegueira.

Na maioria das vezes quando se pensa em inclusão vem à mente a inclusão dos sujeitos com deficiência na rede regular de ensino, mas há o esquecimento de que a inclusão também ocorre nas escolas especiais/especializadas. Na cidade das autoras há cinco instituições especializadas, sendo que elas não recebem a matrícula do sujeito com qualquer deficiência, ele deve ter a específica deficiência para ter a vaga garantida, mas poderá ter deficiências múltiplas associadas.

Uma dessas instituições é uma escola que por questões burocráticas ainda carrega consigo o "especial" no nome, mas que tem uma proposta bilíngue de ensino para os sujeitos surdos. A garantia de matrícula nesta escola é que o aluno tenha perda auditiva sendo comprovada a partir de exames específicos. A equipe de profissionais tem formação na área da educação de surdos, todos bilíngues, e estão em formação contínua. Mas quando há alunos surdos com deficiência, ou com surdocegueira percebe-se uma insegurança, sendo perceptível a dificuldade que os profissionais encontram para atender de forma adequada e com qualidade todos os alunos da instituição.

Este texto apresenta um recorte da pesquisa de mestrado realizada entre 2017 e 2018, a qual teve como objetivo investigar a construção do conceito de número por uma aluna com surdocegueira congênita (ALEIXO, 2018). Foram aplicadas 43 atividades durante o processo, mas foram utilizadas somente 10 para descrição e análise da dissertação.

Neste texto o objetivo é descrever e analisar uma das atividades aplicadas durante a pesquisa e que não foi analisada para a composição do texto final, referente ao conceito de conservação de comprimento, abordado no próximo tópico.

A ideia de conservação

Quando observamos ao nosso redor é possível perceber o quanto utilizamos a matemática no nosso dia a dia. Quando utilizamos o calendário, para a passagem do tempo ou o relógio para não perder o horário de algum compromisso, quando vamos fazer um bolo e precisamos seguir uma receita com medidas, quando contamos dinheiro, a quantidade de objetos, etc. Existem muitos exemplos que poderiam ser descritos acerca da importância da matemática na vida de todos.

> Da mesma forma que estamos cercados por textos de todos os gêneros na mais diferentes situações e contextos sociais (nas ruas, em casa, no trabalho, na escola), estamos também cercados por números em nosso cotidiano, e, com eles, organizamos nossas ações sobre o mundo de modo apropriado e eficiente. (BRASIL, 2014, p. 21).

A pergunta é: se estamos envoltos em tantas experiências e situações matemáticas, porque esta ainda é uma disciplina que causa medo em muitos alunos? Ainda "[...] uma vez que os números estão em toda parte, nos rodeando e fazendo parte de nossas vidas desde cedo e nos mais variados contextos, [...] nos levando à conclusão de que a *matemática é para qualquer um*." (BRASIL, 2014, p. 20), ou seja, é para todos, como justificar que há pessoas que não aprendem/gostam de matemática?

Quanto mais cedo a criança tiver acesso aos conhecimentos gerais, mais ela poderá interagir, participar e questionar o mundo à sua volta, sendo imprescindível o ensino dos conhecimentos básicos da matemática, pois somente após adquirir essas noções ela será capaz de explorar conceitos mais complexos.

Lorenzato (2006, p. 25) afirma que

> [...] para o professor ter sucesso na organização de situações que propiciem a exploração matemática pelas crianças, é também fundamental que ele conheça os sete processos mentais básicos para a aprendizagem da matemática, que são: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação. Se o professor não trabalhar com as crianças esses processos, elas terão grandes dificuldades para aprender número e contagem, entre outras noções. Sem o domínio desses processos, as crianças poderão até dar respostas corretas, segundo a expectativa e lógica dos adultos, mas certamente, sem significado ou compreensão para elas.

Para que a construção do número, dentre outros conceitos, ocorra, é necessário que os sujeitos identifiquem, reconheçam, desenvolvam e dominem os conceitos dos processos mentais, pois estes serão a base para uma boa aquisição matemática. O ensino da matemática é sequencial e em espiral, fundamentado em ensinos anteriores, não sendo indicado pular etapas nesse processo, diz Lopes,Viana e Lopes (2012).

Assim, para que ocorra a construção do número é necessário que o aluno entenda os processos mentais básicos, do contrário haverão déficits na sua aprendizagem.

Como neste texto iremos descrever e analisar uma atividade de conservação, focaremos nesta questão. Segundo Lorenzato (2006, p. 26) "Conservação é o ato de perceber que a quantidade não depende da arrumação, forma ou posição" e este processo só estará compreendido quando o sujeito for capaz de ter o pensamento reversível, ou seja, capacidade de realizar uma ação nos dois sentidos.

Sobre o processo de conservação Lorenzato (2006, p. 125) diz que: “Este só é dominado quando elas conseguem discernir as modificações que influem nas propriedades dos conjuntos, figuras ou objetos daquelas modificações que não atuam nas propriedades, isto é, atuam somente nas aparências deles”.

Kamii (2016) diz que a tarefa de conservação foi inventada por Piaget para responder a diversos questionamentos, provando que o número não é algo natural, por instinto, e nem experienciado pela observação. Ou seja, é possível perceber que a construção do número não pode ser ensinado de forma direta, pois a criança deverá adquirir este conhecimento a partir de experiências e vivências pessoais.

> Se ela [criança] construir a estrutura lógico-matemática de maneira sólida, tornar-se- á capaz de raciocinar logicamente numa ampla variedade de tarefas mais difíceis do que a da conservação. Contudo, se ela for ensinada a dar meramente respostas corretas à tarefa de conservação, não se pode esperar que prossiga em direção a raciocínios matemáticos de nível mais alto. (KAMII, 2016, p. 30).

O processo de conservação é o que a criança adquire mais tardiamente, pois é necessário ter tantos outros conhecimentos para que ela seja capaz de realizar a reversibilidade. Podemos citar que os processos de conservação classificam-se em quatro grupos, conforme as atividades apresentadas por Lorenzato (2006): de quantidade, de comprimento, de área e de volume. Para descrição e análise deste trabalho foi escolhida a conservação de comprimento para verificar a habilidade da aluna nas noções de distância e tamanho.

Metodologia da pesquisa

A pesquisa de mestrado, de caráter qualitativo e definida como um estudo de caso (LÜDKE; ANDRÉ, 2018), foi desenvolvida na Escola Especial Professor Alfredo Dub, localizada na cidade de Pelotas, no estado do Rio Grande do Sul. A proposta educacional da instituição é focada em um ensino bilíngue para alunos surdos, com surdocegueira e surdos com deficiência. A surdez é compreendida a partir de uma visão antropológica e o sujeito surdo é considerado como integrante de uma comunidade de língua minoritária (MOURA, 2014) e não um deficiente.

Durante a produção dos dados foram realizadas 43 atividades envolvendo os sete processos mentais básicos, conforme Lorenzato (2006). Destas, somente 10 foram descritas e analisadas na dissertação. Aqui, apresenta-se uma das atividades realizadas sobre Conservação de Comprimento.

Foi utilizado o estudo de caso, pois esta pesquisa representa um interesse particular da pesquisadora, já que acompanha o desenvolvimento da aluna há muitos anos, e, de acordo com Lüdke e André (2018, p. 20), “Quando queremos estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo, devemos escolher o estudo de caso”.

Sobre o sujeito da pesquisa, era uma menina com surdocegueira congênita, com 10 anos, a qual frequentava o 4º Ano do Ensino Fundamental. Na classificação da surdocegueira conforme Cader-Nascimento (2010), ela é surda e tem baixa visão. Conforme relato de sua família, a mãe teve rubéola da gravidez, sendo esta uma das causas mais comuns de nascimento de crianças com surdocegueira (AITKEN, 2000 apud IKONOMIDIS, 2010).

Algumas poucas atividades dentre as 43 foram realizadas com toda a turma do 4º ano. A atividade que será descrita e analisada no próximo tópico é uma delas, na qual junta-se o sujeito de pesquisa com os outros cinco colegas da sala, com idades entre nove e 13 anos. Sendo um grupo bem diversificado, assim apresentado:

A - aluna com surdocegueira (frequentava a escola desde a estimulação precoce, tem comunicação em Libras em campo reduzido). É o sujeito da pesquisa;

B - aluna surda (colega de A desde Educação Infantil, comunicação em Libras);

C - aluna DA[2] (primeiro ano na escola de surdos, fala e sabe um pouco de Libras por ser irmã gêmea da aluna B);

D - aluna surda implantada (estudou em escola inclusiva, entrou na escola de surdos no 3° ano, adquiriu a Língua de Sinais de forma rápida);

E - aluno DA (primeiro ano na escola, não sabe Libras e tem dificuldade de compreensão da língua oral);

F - aluno DA (primeiro ano na escola, não sabe Libras e tem dificuldade de compreensão da língua oral, irmão do aluno E).

É importante destacar que ao planejar a pesquisa as atividades foram pensadas para contemplar os sete processos mentais, organizadas de forma que algumas seriam realizadas junto com a turma e outras de forma individual. A atividade descrita e analisada para fins deste texto foi realizada junto aos colegas de turma, mas muitas outras tiveram que ser repensadas e reformuladas já que foi percebido nas primeiras intervenções que a aluna com

[2] DA - Deficiente Auditivo.

surdocegueira era a que menos estava interagindo por algumas dificuldades encontradas durante a realização das atividades.

Para a análise dos dados foi utilizado a análise de vídeos, conforme Powell, Francisco e Maher (2004, p. 96), a qual compreende sete fases não lineares, assim organizadas: "1. Observar atentamente aos dados do vídeo, 2. Descrever os dados do vídeo, 3. Identificar eventos críticos, 4. Transcrever, 5. Codificar, 6. Construir o enredo, 7. Compor a narrativa".

Na sequência, apresenta-se a atividade desenvolvida, a partir de sua descrição, e a análise dos resultados obtidos, identificando os eventos críticos observados pela pesquisadora.

A atividade de conservação de comprimento e sua análise

A atividade de conservação de comprimento foi aplicada em 28 de junho de 2018, sendo referente ao segundo encontro. O objetivo da atividade era identificar se os alunos percebiam a conservação do comprimento a partir da manipulação de um cordão, variando sua forma. Os materiais utilizados foram simples: um pedaço de cordão, do mesmo tamanho para cada um dos alunos, uma folha A4 e cola.

A proposta de atividade foi a seguinte: no primeiro momento os alunos compararam seus cordões, certificando-se que todos haviam recebido um pedaço de mesmo comprimento. Após, foi entregue a folha A4 e solicitado aos alunos que cada um fizesse uma figura com o cordão recebido e, após definir a figura a mesma deveria ser colada na folha. Após o término, os desenhos foram mostrados para turma, e questionou-se se os cordões permaneceram do mesmo tamanho ou se havia algum maior do que outro.

Para esta atividade a pesquisadora tem o registro de quatro vídeos: Vídeo 1 (00:05:28), Vídeo 2 (00:00:24), Vídeo 3 (00:00:31) e Vídeo 4 (00:08:59), além de algumas fotos.

No Vídeo 1 a professora chama os alunos para frente da turma, entrega um pedaço de cordão para cada um e pede para que eles verifiquem que estão todos do mesmo tamanho. Em 00:02:33 ela está com três dos seis cordões na mão, medindo o tamanho, quando corta fora o excedente deles (Figura 1). Os alunos envolvem-se nas comparações dos cordões, garantindo que ninguém ficará com um maior.

Figura 1: Comparando os cordões

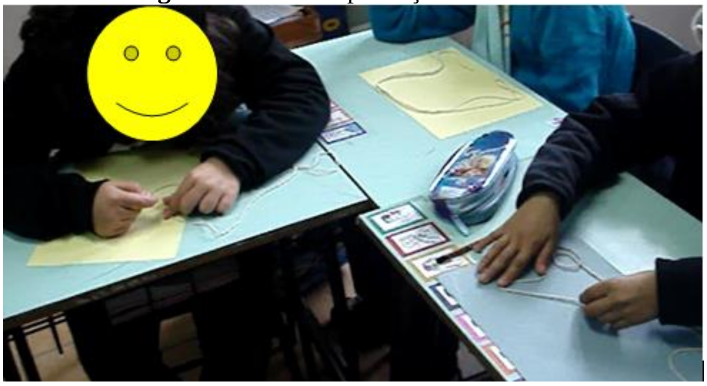
Fonte: Arquivo pessoal - vídeo 1 (2018)

Cabe destacar que, apesar da proposta ter o foco na conservação de comprimento, no primeiro momento os alunos usaram outro processo mental, referente a comparação, que segundo Lorenzato (2006, p. 98), visa "encontrar semelhanças e diferenças que caracterizam o que se deseja comparar".

Em 00:04:25 a professora chama a atenção de todos e mostra os seis cordões juntos. Os alunos concordam que estão iguais, ou seja, têm o mesmo comprimento (00:04:33). É feita a distribuição entre eles e a professora explica a proposta da atividade, finalizando o registro do Vídeo 1. Não fica registrado nos vídeos, porém é afirmado aos alunos que eles não podem cortar o cordão, devendo utilizá-lo todo em sua produção.

O Vídeo 2 mostra os seis alunos produzindo, sendo que a Figura 2 representa o tempo de 00:00:05, na qual é possível ver três dos trabalhos.

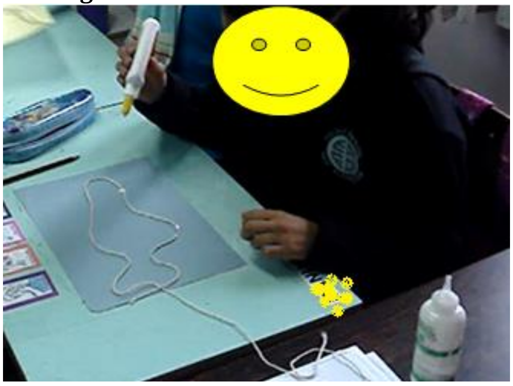
Figura 2: Início da produção do desenho



Fonte: Arquivo pessoal - vídeo 2 (2018)

O Vídeo 3 também apresenta um panorama dos seis alunos trabalhando. Desde que foram entregues as folhas e os cordões para os alunos, a aluna A já sabia que iria fazer um avião e em 00:00:04 já aparece a mesma fazendo a colagem (Figura 3).

Figura 3: Aluna A colando seu avião



Fonte: Arquivo pessoal - vídeo 3 (2018)

Os outros ficaram um bom tempo sem saber o que fazer com o cordão (00:00:07 - 00:00:23). Fizeram diversas tentativas, e somente após verem o desenho que A estava fazendo, tiveram a iniciativa de começar seu desenho. A aluna A foi a primeira a decidir o que faria, a primeira a colar e a primeira a terminar a atividade. Porém, sobrou um pedaço do cordão de A, e a professora disse que ela tinha que colar aquele pedaço que estava solto. Prontamente A disse que iria fazer uma nuvem. Os demais alunos reclamaram que estava muito difícil realizar a atividade.

O Vídeo 4 começa com a apresentação de cada uma das produções, conforme a professora foi chamando: aluna B fez uma televisão (00:00:05 - 00:01:20); aluna D fez um planeta (00:01:33 - 00:01:54); aluno E não soube dizer o que fez (00:02:01 - 00:02:31); aluno F fez o quadro da sala de aula (00:02:36 - 00:03:23); aluna A fez um avião e nuvens (00:03:36 - 00:04:09) e a aluna C fez uma estrela (00:04:25 - 00:04:52).

Após os alunos terem mostrado seus desenhos a professora reposiciona a câmera, pede para que cada um olhe o seu desenho e pergunta: “Vocês acham que o cordão está igual ou está diferente o tamanho?" (00:06:02 - 00:06:10). A aluna C responde que está igual e todos copiam ela, dizem também que está igual.

A professora pergunta diretamente para a aluna A se o cordão dela e dos colegas está do mesmo tamanho, ela não presta atenção e fica olhando para sua folha (00:06:22 - 00:06:36). Na sequência, a professora se aproxima, toca na mão de A, e começa a mostrar cada um dos desenhos de forma próxima, aproveitando o resíduo visual da aluna. Mostra o desenho de C (00:06:43), e a aluna A sinaliza “estrela”. O desenho de E é o seguinte (00:06:48), a aluna A aponta para o colega, porém não identifica o que foi desenhado, depois o desenho de F (00:06:54), de B (00:07:07), sendo que neste a aluna A sinaliza “televisão”. Por fim, o desenho da D (00:07:15), sendo sinalizado por A a palavra “planeta”. Dessas relações é possível dizer que A conseguiu fazer uma correspondência entre o desenho feito e os respectivos sinais em Libras, visto que, conforme as palavras de Lorenzato (2006, p. 90), são exemplos “de correspondência um a um, em que cada elemento corresponde outro elemento”, e neste caso, cada desenho ao seu sinal.

A aluna A aponta para seu desenho e diz que é um avião nas nuvens (00:07:18 - 00:07:20), conforme Figura 4.

Figura 4: Avião e nuvens - produção da aluna A

Fonte: Arquivo pessoal - foto (2018)

A professora pergunta diretamente a A, utilizando a Libras em campo reduzido, se o tamanho dos cordões nos desenhos dos colegas tem tamanho igual ou diferente (00:07:20 - 00:07:28), sendo que A aponta para seu desenho e diz que é um avião. Como o sujeito A está no processo de construção do número, apesar da idade, talvez ainda esteja na fase de não conservar, como descreve Lorenzato (2006, p. 124): “crianças com menos de 7anos, diante de dois pedaços de barbante de mesmo comprimento, sendo um colado em linha reta e outro em linha curva, geralmente acreditam que um deles é maior que o outro”. A aluna não deixa isso evidente, mas também não se posiciona a partir do questionamento feito.

Como o objetivo era perceber se A tem esse processo mental construído ou não, a professora pergunta novamente sobre o tamanho dos cordões, se são iguais ou diferentes, desta vez inclusive pegando um pedaço do próprio barbante, buscando um auxílio visual (00:07:30 - 00:07:36). A aluna aponta para os desenhos dos colegas e sorri. Pela terceira vez repete a pergunta (00:07:38 - 00:07:41) e, ainda, mais uma vez (00:07:47 - 00:07:56), porém A bate palmas, sorri e faz um certinho, mostrando que está querendo acabar com o questionamento. A professora encerra com A.

Agora, referindo-se a todos na turma: “As alunas B e C acham que o tamanho do cordão é igual. E o demais, o que acham, é igual ou diferente?”. Aluna D responde que é diferente, sendo questionada: “é diferente o desenho ou diferente o tamanho?”.

A professora finaliza a atividade relembrando que no começo da atividade foi medido o tamanho igual dos cordões, mas que na hora de desenhar, os desenhos são diferentes, de forma livre, mas o tamanho do cordão não é alterado durante o processo, por isso permanece o mesmo. Neste momento, a aluna A já havia abandonado seu desenho do avião, sem prestar atenção no restante da atividade e nas explicações finais da professora.

Conclusões

A construção do número é um processo contínuo, que envolve diferentes processos mentais, sendo uns mais fáceis do que outro para o entendimento, considerando o desenvolvimento biológico do ser humano.

Nesta pesquisa, em específico, a sujeito da pesquisa não apresenta problemas neurológicos, porém tem um atraso na aquisição da linguagem, visto estar ainda no processo de alfabetização, o que acarretou um atraso também na compreensão de conceitos matemáticos.

A partir da realização dessa atividade é possível ter um olhar geral sobre a turma e perceber que os alunos conseguem fazer a comparação entre os cordões distribuídos para cada um no início, afirmando que todos eram do mesmo tamanho.

Porém, há flutuação nas respectivas respostas dadas pelos alunos em relação a conservação de comprimento, pois não é possível saber se eles realmente compreenderam este conceito ou se somente copiaram a resposta da colega por terem incertezas e insegurança.

Especificamente sobre a aluna com surdocegueira (aluna A), sujeito da pesquisa de mestrado, pode-se dizer que conseguiu fazer uma correspondência entre o desenho feito pelos colegas e os respectivos sinais em Libras, além da comparação inicial dos cordões. Já na atividade de conservação de comprimento, foco de análise deste texto, a aluna não conseguiu responder de acordo com o esperado, pois não se posicionou sobre os cordões permanecerem ou não com tamanhos iguais.

Ao trabalhar com uma turma diversificada, é necessário que o profissional consiga alcançar todos os alunos de forma igualitária e com qualidade. Na atividade em questão foi possível perceber que alguns alunos estavam se sobressaindo em relação a outros, o que estava sendo prejudicial para a aluna com surdocegueira. A falta de aquisição linguística dos alunos novos foi uma das maiores dificuldades na realização da atividade, além da falta de hábito destes em atividades práticas, o que deixou a aluna com surdocegueira muito agitada pela desordem dos alunos, ficando desatenta e desorganizada de sua rotina.

É importante lembrar que os alunos estavam na mesma turma, mas que por diversos fatores isso não é garantia que tivessem a mesma maturidade cognitiva, desta forma é necessário oferecer atividades diversificadas que tenham o intuito de trabalhar as áreas defasadas. Desta forma, concluímos que todos têm potencial para aprender e nós professores devemos respeitar as individualidades de cada sujeito, buscando oportunizar da melhor forma possível atividades que os auxiliem nesse desenvolvimento, com equidade e com qualidade.

Referências

ALEIXO, H. P. **A construção do conceito de número por uma aluna com surdocegueira congênita**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação Acadêmico em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

ARAÚJO, U.; ARANTES, V. A.; KLEIN, A. M.; PEREIRA, E. C. **Programa Ética e Cidadania**: construindo valores na escola e na sociedade: inclusão e exclusão social. Fundação de Apoio à Faculdade de Educação (USP). Brasília: MEC/SEB, 2007.

BOALER, J. **O que a matemática tem a ver com isso?** Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso. Porto Alegre: Penso, 2019.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: quantificação, registros e agrupamentos. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Brasília: 2014.

CADER-NASCIMENTO, F. A. A. A.; COSTA, M. da P. R. da. **Descobrindo a surdocegueira**: a educação e comunicação. São Carlos: EdUFSCAR, 2010.

IKONOMIDIS, V. M. **Estudo exploratório e descritivo sobre inclusão familiar de crianças com surdocegueira pré linguística**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Especial - Área de Concentração: Educação do Indivíduo Especial). Programa de Pós-Graduação em Educação Especial, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

CURI, E. **Matemática para crianças pequenas**. São Paulo: Editora Melhoramentos, 2015

KAMII, C. **A criança e o número**: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos. 39. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

LOPES, S. R.; VIANA, R. L.; LOPES, S. V. de A. **A construção de conceitos matemáticos e a prática docente**. Curitiba: InterSaberes, 2012.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Reimpressão. Rio de Janeiro: E.P.U., 2018.

MARTINHO, M. H. Prefácio. In: MANRIQUE, A. L.; MARANHÃO, M. C. S. de A.; MOREIRA, G. E. (Org.). **Desafios da Educação Matemática Inclusiva**: práticas. Volume II. São Paulo: Livraria da Física, 2016. p. 7-8.

MOURA, M. C. Surdez e linguagem. In: LACERDA,C. B. F.; SANTOS, L. F. (Org). **Tenho um aluno surdo, e agora?** Introdução à Libras e educação de surdos. São Carlos, SP: EdUFSCar, 2014. p. 13-26.

NOGUEIRA, C. M. I. et al. Um panorama das pesquisas brasileiras em educação matemática inclusiva: a constituição e atuação do GT13 da SBEM. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 64, p.4-15, set./dez. 2019.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma Abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento das Idéias Matemáticas e do Raciocínio de Estudantes. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 17, n. 21, maio 2004. p. 81-140.

ROSA, F. M. C.; BARALDI, I. M. Apresentação. In: ROSA, F. M. C.; BARALDI, I. M. (Org.) **Educação matemática inclusiva**: estudos e percepções. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2018. p. 11-16.

Contribuições da Intergeracionalidade Para a Docência em Matemática

Intergenerational Contribution for Mathematics Teaching

Guilherme Augusto Rinck
Universidade Estadual Paulista (Unesp)
guilherme.rinck@unesp.br

Resumo
Este artigo é baseado em resultados de uma pesquisa cujo foco é as contribuições da intergeracionalidade para jovens estudantes universitários que participaram em atividades da Universidade Aberta à Terceira Idade (UnATI) – Rio Claro/Brasil. O contexto da pesquisa era um projeto de extensão que promovia o encontro dos idosos com estudantes de Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp). Os dados foram produzidos por meio de entrevistas com os participantes jovens da UnATI. Intergeracionalidade se refere à relação estabelecida entre diferentes gerações. Para colaborar com uma melhor compreensão da contribuição da intergeracionalidade para formação pessoal e profissional dos jovens estudantes de Matemática, este artigo discute alguns aspectos destacados por eles acerca deste assunto. Os resultados indicam contribuições da intergeracionalidade para o desenvolvimento de estratégias de docência, à percepção dos jovens sobre os idosos na sociedade e à prática dialógica. Compreendo o diálogo como aspecto essencial para práticas inclusivas e defendo intergeracionalidade como uma ação que contribui para a formação docente em uma perspectiva inclusiva.
Palavras-chave: extensão universitária; idosos; diálogo; UnATI.

Abstract
This paper is based on results from a research project, whose focus is the contributions of intergenerationality to university young students who participated in activities of Universidade Aberta à Terceira Idade (UnATI) – Rio Claro/Brazil. The context of the research was an extension project that promotes the meeting of elderly people with Mathematics students from the Universidade Estadual Paulista (Unesp). The data was produced through interviews with young participants of UnATI. Intergenerationality refers to the relationship established amongst different generations. To collaborate to a better understanding of the contributions of intergenerationality for the personal and professional formation of young Mathematics students, this paper discusses some aspects highlighted by them concerning this issue. The results indicate contributions of intergenerationality to the development of strategies of teaching, to the young's perception of the elder people on society, and to dialogic practice. It is understood the dialogue as essential for inclusive practices and advocate intergenerationality as an action that contributes to teacher training in an inclusive perspective.
Keywords: university extension; elderly; dialogue; UnATI.

Introdução

Este trabalho tem por objetivo apresentar resultados de uma pesquisa de mestrado, que aborda as contribuições da intergeracionalidade na formação de jovens universitários. Tal pesquisa foi realizada no âmbito de um projeto de extensão universitária que promove o encontro de pessoas da terceira idade com a Matemática e a Informática.

O projeto de extensão aconteceu junto ao programa Universidade Aberta à Terceira Idade (UnATI), que está presente em diversas universidades pelo país. Na Universidade Estadual Paulista (Unesp) ele acontece em 20 dos 24 câmpus. Em cada um desses lugares, o projeto tem suas próprias diretrizes e é desenvolvido de acordo com as áreas de pesquisa dos diferentes câmpus. Na Unesp de Rio Claro, local onde foi realizada a pesquisa aqui mencionada, a UnATI conta com atividades na área de Matemática, Educação Física, Biologia e Geologia. Os dados foram produzidos por meio de entrevistas com participantes jovens do Encontro com a Matemática e do Encontro com a Informática.

Os Encontros com a Matemática aconteciam ao longo do ano e cada encontro tratava de diferentes temas, sem a necessidade de continuidade entre eles. Dessa forma sempre era possível o ingresso de novas pessoas no grupo. A relação com a Matemática ocorria através de atividades envolvendo a História da Matemática, representações numéricas, espaços métricos e geometria. Para isso, eram utilizados diversos recursos, tais como notícias de jornais, jogos, tablets, computadores, óculos de realidade virtual e calculadoras. Um destaque especial pode ser dado para as tradicionais celebrações semestrais com a realização de um bingo matemático que ocorriam nos meses de junho e dezembro, em comemoração às festas juninas e natalinas. Nestes eventos eram trabalhados cálculo mental, raciocínio lógico e conhecimentos gerais. Eram, também, momentos de confraternização, muito apreciados pelos participantes.

Já nos Encontros com a Informática eram realizadas atividades que promoviam conhecimentos relacionados ao uso de celular, tablet, computador, pendrive, óculos de realidade virtual, realidade aumentada, QR Codes, redes sociais, televisão, aplicativos para dispositivos móveis, internet e outros. As interações durante esses encontros contemplavam assuntos cotidianos envolvendo tecnologia, informática e o uso das ferramentas.

Os encontros eram planejados com o objetivo de favorecer a interação entre dois grupos de pessoas de diferentes faixas etárias: os idosos da comunidade e os jovens estudantes universitários. Diferentes também em vivências sociais e relações com a Matemática. Sempre planejados como ambientes para compartilhar experiências e impressões sobre as atividades, os encontros aconteciam em espaço acolhedor, utilizando materiais acessíveis e promovendo valorização de tudo o que era proposto pelos participantes. Isso incluía o compartilhamento de histórias de vida, sonhos e objetivos futuros.

Esse encontro, com reconhecimento do outro, respeito, interação, colaboração e compartilhamento é específico da intergeracionalidade. A seção que segue traz mais detalhes dessa ação.

Intergeracionalidade

Para compreender o conceito de intergeracionalidade é importante denotar que a palavra geração é um termo multifacetado e construído de diferentes perspectivas. Ou seja, não basta identificar uma geração por meio da faixa etária, mas também deve-se considerar as relações culturais, econômicas e educacionais dos indivíduos. Tudo isso deve ser levado em consideração quando se fala de uma geração.

Com esse entendimento, intergeracionalidade pode ser compreendida como a relação estabelecida entre diferentes gerações. Esta pode ser de diversos níveis, tipos e espaços. De acordo com Kaplan (2002), atividades intergeracionais podem ocorrer com diferentes níveis de engajamento entre os participantes e consequentemente, diferentes resultados e contribuições. A escala vai de um nível inicial de aprendizagem sobre um grupo de idade diferente até um nível avançado onde há compartilhamento intergeracional, suporte e comunicação contínuos entre os grupos.

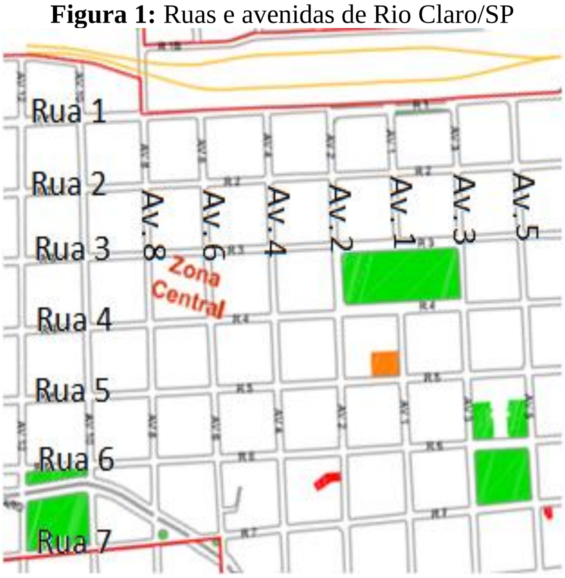
Nos encontros da UnATI, as ações contemplavam o compartilhamento de experiências e vivências entre os envolvidos, além da realização de atividades e conversas sobre o cotidiano. Participavam do projeto voluntários que, junto da equipe coordenadora, tinham oportunidade de experimentar o processo dialógico em ambiente educacional com idosos.

De acordo com Moura (2020), o processo dialógico possibilita proximidade entre os envolvidos, com escuta, paciência e tolerância. Assim, essa prática era muito importante durante as atividades da UnATI. Isto porque exercer o diálogo é estender-se ao outro, dando abertura para compreender o que tem a compartilhar, possibilitando o entendimento entre os envolvidos.

Por exemplo, em um dos encontros, os participantes discutiram sobre as nomenclaturas das ruas da cidade e a posição no plano cartesiano. As avenidas de Rio Claro são dispostas em um sistema de coordenadas próprio, crescentes e pares para um dos lados e crescentes e ímpares para o outro lado a partir da avenida 1. Já as ruas são em ordem crescente a partir da rua 1, que é a rua da Estação Ferroviária. São nomeadas com números e letras tais como “Rua 3” “Avenida 6” ou “Avenida 24” Para se localizar é comum as pessoas dizerem, por exemplo: a loja fica na rua 7 com a avenida 1.

No encontro sobre esse tema, o debate se deu em torno das experiências de cada um. De um lado os idosos, que compreendiam o sistema de ruas baseando-se em sua vivência na cidade. Do outro lado, os jovens que haviam se mudado recentemente para Rio Claro, tinham pouca experiência com a cidade e usavam o conhecimento matemático de plano cartesiano para compreender a organização das ruas. Eles compartilhavam diferentes formas de compreensão sobre o assunto.

Figura 1: Ruas e avenidas de Rio Claro/SP



Fonte: Elaborado pelos autores. Adaptado de Morgado (2016, p.1)

Kaplan (2002) relaciona em seu trabalho diversas contribuições acerca das atividades intergeracionais. São destacados aspectos sociais como o reconhecimento das características da velhice e a importância do envelhecimento saudável. Estes são resultados esperados, uma vez que a intergeracionalidade coloca gerações, no caso da UnATI os jovens, em contato direto com os idosos, fazendo com que ouçam essas pessoas, deem espaço para que compartilhem suas histórias e também suas experiências.

Quanto à aprendizagem, Kaplan et. al. (2006) menciona contribuições como a troca de experiências profissionais dos mais velhos e a possibilidade de que os jovens compartilhem seus saberes com as pessoas idosas. Além disso, a possibilidade de envolver-se com novas temáticas, que em alguns casos não tinham contato, tais como Artesanato, Geografia, História, Línguas e Jogos, aproximando culturas e diminuindo as distâncias socioculturais entre os grupos (MENDES et. al., 2017). No caso dos encontros da UnATI, os conteúdos dos encontros foram a Matemática e a Informática.

Contribuições para a saúde é um outro aspecto da intergeracionalidade. Estímulo da memória e raciocínio lógico, condicionamento físico, conscientização acerca do uso indiscriminado de fármacos. Além disso, há ainda a possibilidade de se conversar sobre os direitos da pessoa idosa e sobre o impacto do idadismo, que é o preconceito exercido contra às pessoas idosas (FERREIRA, 2018).

Esses aspectos, provenientes de ações intergeracionais, são importantes para diversas mudanças positivas na sociedade. Os benefícios vêm ao encontro com as necessidades sociais da comunidade idosa, como a promoção de qualidade de vida, respeito, direito à saúde, lazer e educação. (MANNION, 2016).

Como já citado, o projeto UnATI teve como premissa a promoção de espaço de diálogo envolvendo discussões que colaborassem para a comunidade idosa. Consequentemente, os jovens envolvidos passam a desenvolver percepções sobre as temáticas discutidas. No que segue, apresento sobre a realização da pesquisa e as contribuições da intergeracionalidade para os jovens.

Sobre a pesquisa

A pesquisa teve como objetivo estabelecer compreensões sobre o que dizem jovens universitários que participaram das atividades da UnATI – Rio Claro, especificamente do Encontro com a Matemática e Encontro com a Informática acerca das contribuições para sua formação pessoal e profissional. Para isso, foram realizadas entrevistas semiestruturadas com jovens que participaram do projeto no período de 2012 a 2019.

Em um primeiro momento, foi feito um levantamento de participantes dos encontros que ainda cursavam a licenciatura e/ou o bacharelado em Matemática. Em seguida, foram considerados também aqueles que já haviam se graduado. Participaram também jovens que cursavam a pós-graduação em Educação Matemática e haviam participado das atividades da UnATI.

Após a seleção dos possíveis entrevistados, foi realizado um contato via e-mail e/ou aplicativo eletrônico de comunicação. Todas as pessoas contatadas aceitaram participar, totalizando 15 entrevistados.

As entrevistas aconteceram por meio de videoconferência, uma vez que ocorreram durante a pandemia de COVID-19 e seguimos o protocolo de distanciamento social. Todas as entrevistas foram gravadas em áudio e vídeo, com consentimento dos entrevistados.

As questões que compunham o roteiro inicial tratavam das relações que os jovens tinham com os idosos em sua vivência familiar, social e, em particular, na UnATI. Além disso, abordavam as opiniões sobre as atividades realizadas; as dificuldades que identificavam na realização das tarefas; o modo como se davam as interações e sobre como avaliavam a importância dessas ações para suas vidas pessoal e profissional.

Os entrevistados tinham diferentes experiências quanto à docência, a Educação Matemática e com a UnATI, uma vez que alguns deles atuaram na equipe coordenadora que era responsável pela elaboração das atividades, enquanto outros, participaram na equipe de suporte, como monitores durante as atividades.

Adriele (32)[1], Bruna (24), Diogo (26) e Murilo (29) fizeram parte da equipe coordenadora. Eles preparavam participavam das reuniões de planejamento e avaliação das atividades. Construíam materiais e faziam a divulgação do projeto.

Os participantes da equipe de suporte atuavam como monitores durante os encontros conversando com os idosos e esclarecendo dúvidas. Giovana (21), Isadora (21), Laura (25), Luana (20), Ricardo (24), Samanta (21), Silvia (21) e Tales (20) atuaram como monitores e eram alunos do curso de licenciatura em Matemática durante a realização da entrevista. Além deles, foram entrevistados Carlos (27) que no momento da entrevista já havia se graduado em Matemática; Isabele (26) que cursava a pós-graduação em Educação Matemática; e Roger (24) que cursava a pós-graduação em Matemática.

Na análise das entrevistas, buscou-se por elementos que indicassem contribuições para a formação pessoal e profissional. Para isso, após a transcrição das entrevistas, foi feita uma leitura cuidadosa a fim de identificar trechos para compor as categorias de análise, tendo por base os objetivos propostos pela pesquisa. Ao fim desse processo, as categorias elaboradas foram: 1) Ação docente; 2) Diálogo e interação; 3) Percepções acerca da velhice.

A próxima seção traz os resultados dessa análise, olhando de modo especial para a parte profissional.

[1] Entre parênteses estão indicadas as idades dos entrevistados durante a realização da entrevista.

A UnATI como espaço formativo para os jovens

Durante o projeto, diversas temáticas foram abordadas. Em alguns momentos, eram confrontados métodos de resolução para alguma situação problema. Em outros, a utilização da Matemática no cotidiano ou a realização de desafios de lógica e enigmas que geravam debates.

Um fator em comum a todos os encontros era a promoção de um espaço de diálogo entre os idosos e os jovens, onde compartilhavam suas experiências com a Matemática e relacionavam com seu cotidiano.

Quando questionada sobre um encontro com a Matemática que havia marcado sua passagem pelo projeto, Adriele comentou sobre a atividade com o Tangram e justificou dizendo que considerava que aquela tinha sido uma atividade que motivou muito a todos. Ela destacou a forma com que os idosos se comunicavam e justificavam a Matemática, sem necessidade da escrita, somente com montagens das peças. Adriele complementou sua fala ao refletir sobre a Matemática escolar que os idosos conheciam (aqueles que frequentaram a escola) e a Matemática que realizavam nos encontros.

> *Assim, eu acho que o Tangram ele é o campeão e chama atenção primeiro por não precisar escrever. Eu sentia que alguns idosos tinham vergonha e dificuldade de escrever, além de ver a Matemática como algo muito difícil. [...] Eles vêm de uma cultura – aqueles que frequentaram a escola, a maioria tinha certo nível de escolarização, os anos iniciais eles tinham feito – onde a Matemática é fadada a determinar erro. Eles tinham medo de errar. O papel, o algoritmo, ficava registrado. Sentar-se à mesa com outras 5 pessoas, se eles errassem ficariam envergonhados. Mesmo trazendo outras propostas que envolviam a Matemática, pensar as questões tentando deixar o erro. [...] Por não ter que escrever, eles não viam o Tangram como a Matemática, mas relacionavam como um jogo. Então a gente propunha que eles utilizassem o Tangram com cada peça, depois a sombra, vários níveis. Eles mesmos, por não verem diretamente a Matemática ali, deixava eles mais confortáveis por não sentirem o medo do erro ou do constrangimento que talvez outra proposta de Matemática pudesse trazer para eles (Adriele).*

Os encontros eram pensados de forma com que todos pudessem participar, compartilhando suas reflexões ao realizarem as tarefas. Era um dos objetivos do projeto proporcionar espaço confortável de troca de experiências que não gerasse constrangimento ou julgamento quanto ao erro. Adriele ressaltou um dos desafios da organização de tal ambiente:

> *Os idosos são um grupo muito diverso: tem mulheres e homens e tem pessoas com diversos níveis de escolaridade. Então a gente tinha que tentar equilibrar, trazer algo que tinha Matemática mais diretamente, às vezes algo mais indireto, raciocínio lógico, como o Tangram. Mas, por exemplo, tinha um senhor que não gostava do Tangram, ele preferia quando fazíamos cálculos. (Adriele).*

Identificar as diferentes expectativas dos idosos dentro do projeto e relacioná-las com as atividades a serem realizadas eram desafios que as equipes responsáveis pela UnATI se deparavam frequentemente. Como resultado, desenvolviam tarefas pensadas em um público diverso, com diferentes necessidades e expectativas.

Também eram pensadas questões de acessibilidade para as atividades. A fonte das letras dos textos lidos durante os encontros deveria ser grande o suficiente para facilitar a leitura; fazer uso de materiais manipuláveis apropriados; ferramentas de informática de maneira segura – por exemplo, durante a realização de atividades com os óculos de realidade virtual, os idosos se sentavam com apoio nas costas e nas mãos, além disso, sabiam que tinha sempre alguém junto deles.

Além da preocupação com a acessibilidade, as atividades eram pensadas para que tocassem a realidade deles ao mesmo tempo que os fizessem debater novos assuntos e conhecer diferentes conceitos matemáticos e de informática. Murilo relatou durante sua entrevista sobre a contribuição acerca da elaboração das atividades sob estas perspectivas:

> *[Participar da UnATI] contribuiu também para a parte de elaboração de atividades. Por quê? Para fazer a atividade para o idoso também requer o planejamento. Você tem que estudar a atividade, ver a Matemática que tem por trás. Você tem que entender o motivo de levar essa atividade para um idoso porque pode ser que ele tenha a exata mesma dificuldade que um estudante da escola regular teria (Murilo).*

A elaboração das atividades da UnATI, considerando todos os cuidados mencionados acima, mostrou-se como algo que contribuiu para Murilo pensar sua futura prática como professor de Matemática.

A reflexão de Silvia foi na mesma direção. Ela falou sobre a aproximação dos professores com estudantes na escola regular. Quando questionada sobre a sua ação dentro da UnATI e as possibilidades em ambientes escolares, ela responde:

> *Acho que pode acontecer sim [reflexões sobre as atividades da UnATI] em outros espaços, como escolas. Já vi professores que tentavam "se aproximar" dos alunos na faixa etária e mesmo assim não se aproximavam. Tanto na questão do conteúdo ou "pessoalmente". A questão social. A parte educacional, aprendizagem e a parte social, humana (Silvia).*

Silvia relaciona a sua diferença de idade com os idosos e a diferença de idade entre seus alunos mais jovens, enquanto futura professora. É possível identificar elementos como o ato de "se aproximar" e o reconhecimento sociocultural do estudante, estes, relacionados ao processo de diálogo que acontecia dentro dos encontros. Experimentar as relações dialógicas em espaços educacionais fez com que a entrevistada refletisse sobre as possibilidades dessa prática na sala de aula e a importância em relacionar o processo de aprendizagem com a "parte social".

Roger também relacionou sua experiência na UnATI como uma contribuição para sua ação docente na escola, pensando nas atividades realizadas durante o Encontro com a Informática:

> *[...] ensinar o idoso tem muito a ver com as possibilidades de ensinar em qualquer espaço. Olha o que acontecia com a gente, explicávamos numa semana determinada função no computador e na semana seguinte, já tínhamos que relembrar os idosos porque claramente a grande maioria não se recordava exatamente dos passos que tínhamos que fazer para determinado objetivo. Penso que isso não deve ser muito diferente da escola (Roger).*

Outro aspecto destacado foi a abordagem dialógica que sustentou a intergeracionalidade dos encontros. Ao colocar um público jovem em contato com idosos, a troca de informações se fazia possível pela postura de escuta ativa que adotavam os jovens, ao ouvir o que os idosos tinham a compartilhar e relacionavam com a Matemática e informática dos encontros.

Moura (2020) apresenta elementos importantes para estabelecer a conexão por meio do diálogo e os relaciona com a educação sob uma perspectiva inclusiva. Dentre eles, o descentramento, em que o indivíduo torna-se sensível e atento ao que busca o outro, com intenção de compreendê-lo, observando um novo ponto de vista. Durante os encontros, os jovens puderam ter contato dialógico com pessoas de diferentes gerações, conhecendo diferentes perspectivas acerca da comunidade que convivem e também da Matemática que conhecem.

Silvia contou como o diálogo durante os encontros contribuiu para sua atuação enquanto futura professora:

> *Eu acredito que me ajudou a sair da zona de conforto. Digo por mim, eu era uma pessoa muito tímida e no primeiro ano eu era muito na minha. Foi uma questão de sair da zona de conforto e me abrir para novas experiências, novos conhecimentos. Com a Dona Deisy eu aprendi muito porque foi a questão de ter ouvidos atentos, olhos atentos. [...] Essa é uma questão muito importante para a parte educacional, não só para a vida, mas acho essencial ter olhos e ouvidos atentos para a educação (Silvia).*

Assim como Silvia, outros entrevistados relataram como a abordagem usada no encontro com os idosos ajudou em aspectos da relação entre professor e aluno em uma escola. Ricardo (24), por exemplo, fala sobre dar aulas para pessoas diferentes, fala da paciência a qual relaciono com o processo da escuta, tempo da reação numa interação dialógica e a maneira com que nos expressamos.

> *Eu, particularmente, tive que trabalhar a paciência. Não adianta nada tentar ensinar afobado, e esse era um problema meu. Não precisa ser corrido e nem usar termos técnicos demais. Era tentar fazer um passo a passo, explicando para uma pessoa que não conhece os termos. Sou do bacharel, então não sei dizer com muita propriedade, mas penso que ajuda principalmente na reflexão sobre dar aula para pessoas diferentes. [...] Seja na forma de falar ou na maneira com que vou elaborar uma aula, eu não penso em termos técnicos e sou mais objetivo. Ajuda na hora de pensar como dar uma aula.*

> *[...] É muito importante porque temos que aprender a lidar com pessoas, querendo ou não, então quanto mais conversarmos, pensarmos sobre como ensinar algo para alguém, seja uma criança, alguém da minha idade, alguém mais velho, uma pessoa com deficiência, para sermos objetivos, claros (Ricardo).*

Ao refletir sobre sua prática dentro dos espaços da UnATI, Ricardo pontua sobre como pensar em pessoas diferentes implica em reformular a maneira com que elabora sua aula e na forma como vai interagir. Essa percepção está diretamente relacionada com as possibilidades da prática dialógica, uma vez que põe os participantes em contato direto, exercendo a escuta ativa, aproximando-se da vivência do outro e realizando juntos as atividades dos encontros.

Quando questionados sobre a linguagem utilizada durante os encontros, os entrevistados relataram que nunca isso foi um problema ou uma dificuldade. Faziam adequação das gírias ou termos utilizados, tanto para se referirem à questões Matemáticas ou gerais. O cuidado para se fazer compreendido passa a se tornar presente ao se relacionarem com os idosos. Um exemplo disso é a fala de Carlos que diz respeito a paciência e calma no processo de ensino:

> *Quando você começa a trabalhar com idosos, ou melhor, quando você começa a trabalhar com ensino, você precisa ser uma pessoa paciente porque você encontrará pessoas que não vão entender o que você está falando, e vai precisar encontrar outras maneiras de explicar o que você quer passar, de ensinar o que você tem para transmitir. [...] Se o professor aprender a ensinar a um idoso e ter a paciência para tal, a pessoa vai ter paciência de ensinar para jovens e saberá ensinar para jovens. Ele vai pensar "poxa, não consigo fazer essa turma entender dessa forma, o que posso fazer para eles aprenderem?" sempre tem um jeito (Carlos).*

Diogo destaca a importância do diálogo para aprender mais sobre os idosos e com isso, desenvolver atividades que se alinhem com suas expectativas. Mais que isso, também compreendiam melhor a situação de vida do idoso e como viam a Matemática, buscando desmistificar a imagem de uma ciência "difícil".

> *Lembro no começo do mestrado pensando em desenvolver atividade com o Tangram, atividades com jogos matemáticos, trazer problemas para discutir, mas também pensamos em outros caminhos para envolver a Matemática com os idosos: "que Matemática esses idosos conhecem?" então saímos um pouco da postura de trazer coisas para o vamos aprender. Sempre tivemos a ideia de aprender com eles, mas pensamos em momentos mais específicos para dar enfoque: ouvíamos histórias, aprender com eles, tudo isso a partir do momento que estávamos mais abertos a ouvir e aprender. [...] Existem estigmas relacionados com a Matemática e talvez esse seja o principal bloqueio em relação com os idosos (Diogo).*

Diálogo é a base de sustentação da intergeracionalidade como a ocorrida no projeto da UnATI Rio Claro. As atividades eram sempre planejadas com a interação dialógica fazendo parte do processo de realização das tarefas e discussões durante os encontros.

Moura (2020) defende a potencialidade do diálogo na qualidade da aprendizagem e reflexões entre os envolvidos. Além disso, a autora destaca a importância do diálogo para a educação inclusiva, uma vez que relaciona esta prática ao encontro das diferenças.

Assim, entendendo a intergeracionalidade como um encontro entre diferenças, pode-se fazer uma aproximação com a Educação Inclusiva. Os encontros ocorridos no contexto da UnATI, de certa forma, tinham como objetivo a inclusão. Eram espaços não formais de educação que propiciavam aos jovens que deles participavam, desenvolverem um olhar atento ao outro, com respeito e escuta ativa. Havia também preocupações por parte da equipe coordenadora, garantir que os espaços fossem acessíveis e acolhedores para todos os participantes.

As falas dos jovens evidenciam contribuições da intergeracionalidade para a formação docente. Entende-se que atividades dessa natureza em cursos de graduação tem grande potencial para a formação do professor numa perspectiva inclusiva.

Considero que atividades intergeracionais devem ser fortalecidas em cursos de formação de professores, pois se mostram como mais um espaço para reflexão acerca da prática docente sob uma perspectiva inclusiva. Isso se dá principalmente em função da prática dialógica presente nos encontros, tanto durante a elaboração das atividades quanto no momento de interação entre as pessoas jovens e idosas no projeto.

Considerações finais

A intergeracionalidade tem diversos potenciais para todos os envolvidos. Kaplan (2002) afirma sobre as contribuições sociais para uma ressignificação da velhice e percepção da importância em promover qualidade de vida à população idosa. Além disso, o autor destaca aspectos educacionais que envolvem os mais velhos afim de desenvolver autonomia dessas pessoas na sociedade, podendo também auxiliar na aprendizagem por parte dos jovens que tem contato com espaços de atividades intergeracionais.

Pesquisar sobre a UnATI levando em consideração a intergeracionalidade e o diálogo nos permite conhecer novos benefícios para essas ações, incluindo contribuições para jovens de cursos do ensino superior, em específico, relacionados à Educação Matemática. Foi possível identificar contribuições para os jovens quanto à docência, à prática dialógica e a percepção do papel do idoso na sociedade.

Os espaços eram pensados de forma com que proporcionassem interações entre os participantes, de forma com que levassem em consideração a troca de informações e tudo aquilo que era compartilhado durante as atividades. Além disso, de acordo com Moura (2020), o diálogo, como se mostrava nos encontros, era propício para a as reflexões da educação sob uma perspectiva inclusiva, uma vez que os jovens se punham à disposição dos idosos para ouvi-los e compreendê-los.

Mannion (2016) defende que espaços de atividades intergeracionais são grandes potenciais para obtenção de uma sociedade mais inclusiva e de relações interpessoais sustentáveis. O autor afirma que isto se dá pois aproxima pessoas com diferentes perspectivas em relação às vivências, permite a troca de experiências e as colocam em reflexão sobre as culturas das diferentes gerações envolvidas. Estas características e relações se fizeram presentes durante a realização das atividades na UnATI.

Neste artigo destaco também as contribuições acerca da ação docente. O diálogo é relatado como potencial para reflexões acerca da relação entre professor e aluno em sala de aula, a maneira com que se relacionavam nos encontros (linguagem, paciência e calma) e o encontro das diferenças. Essas características também se aproximam de formação para uma ação docente sob perspectiva inclusiva, uma vez que se preocupa com os participantes e reconhece cada indivíduo com suas particularidades.

O planejamento das ações foi uma das características citadas pelos entrevistados quanto a acessibilidade e ao elaborarem atividades relacionadas ao cotidiano dos idosos e dos jovens. Isso porque, buscavam atender às expectativas e proporcionar discussões entre todos os participantes.

Todos os benefícios da intergeracionalidade relacionados com a Educação Matemática também dizem respeito sobre a atitude do jovem perante a velhice. Ou seja, voltam-se para a perspectiva social daqueles que se tornarão idosos um dia, proporcionando reflexões sobre a qualidade de vida tanto da população idosa dos dias atuais, quanto das futuras. Na UnATI os jovens tiveram espaço para ouvir as histórias, angústias, expectativas e sonhos de futuro, e neste sentido, estabeleceram novas visões sobre a condição de vida da pessoa idosa.

Espera-se que com este artigo sejam motivadas novas pesquisas acerca da intergeracionalidade e suas potencialidades com a Educação Matemática.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (Capes) – Código de Financiamento 001.

Referências

FERREIRA, F. I. O Idadismo: Discriminação Etária e Possibilidades Transformadoras da Educação Intergeracional. In: MAGALHÃES, A. M.; PEREIRA, J. D. L.; LOPES, M. S. **A Animação sociocultural e a educação intergeracional no contexto do envelhecimento no meio rural e urbano: Atividades, técnicas, métodos e estratégias para uma vida ativa.** Chaves: INTERVENÇÃO – Associação para a Promoção e Divulgação Cultural, 2018. p. 23-32.

KAPLAN, M. S. Intergenerational Programs in Schools: Considerations of Form and Function. **International Review of Education/Internationale Zeitschrift für Erziehungswissenschaft/Revue Internationale de l'Education,** Dordrecht **(**Netherlands), v. 48, n. 5, p. 305-334, set. 2002. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/i368462>. Acesso em: 15 jun. 2021.

KAPLAN, M. S.; LIU, S-T.; HANNON, P. Intergenerational Engagement in Retirement Communities: A Case Study of a Community Capacity-Building Model) **The Journal of Applied Gerontology,** Conyers (Estados Unidos), v. 25, n. 5, p. 406-426, nov. 2006. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/i368462>. Acesso em: 15 jun. 2021.

MANNION, G. Intergenerational Education and Learning: We Are In A New Place. In: PUNCH, S.; VANDERBECK, R. R.; SKELTON, T. (eds.) **Family, Intergenerationality and Peer-Group Relations. Geographies of Children and Young People**. London: Springer, 2016. p. 1-21. Disponível em: <http://link.springer.com/referencework/10.1007/978-981-4585-92-7>. Acesso em: 10 ago. 2021.

MENDES, P. C; LEANDRO, C. R; LOPES, M. Práticas intergeracionais e interdisciplinares na Educação. Um exemplo prático no Ensino Básico. **Revista Portuguesa de Pedagogia**. v. 51, n. 1, p. 63-82, out. 2017. Disponível em: <https://impactum-journals.uc.pt/rppedagogia/article/view/1647-861451-1_4/3845>. Acesso em: 28 ago. 2020.

MORGADO, M. M. 2016. Mapa Municipal [mapa]. 1:12500. Rio Claro: Secretaria de Planejamento, Desenvolvimento e Meio Ambiente. 2021. Disponível em: <https://www.rioclaro.sp.gov.br/municipio/Mapa_Municipal.pdf>. Acesso em: 23 jun. 2021.

MOURA, A. Q. **O Encontro entre Surdos e Ouvintes em Cenários para Investigação: das incertezas às possibilidades nas aulas de matemática.** 2020. 216f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/192015/moura_aq_dr_rcla.pdf?sequence=3&isAllowed=y>. Acesso em: 23 jun. 2021.

Demandas e Desafios de Professores de Matemática para a Inclusão Escolar de Estudantes com Deficiência Visual

Demands and Challenges of Mathematics Teachers for School Inclusion of Students with Visual Impairment

Fábio Garcia Bernardo
Instituto Benjamin Constant
fabiobernardo@ibc.gov.br

Resumo

Este trabalho apresenta e discute as demandas e os desafios dos professores de Matemática que atuam junto a estudantes com Deficiência Visual (DV), com o objetivo de desenvolver ações mais efetivas relacionadas à inclusão de tais estudantes nas aulas dessa disciplina. Foram entrevistados três professores, de três unidades distintas de uma mesma rede pública de ensino, e os dados coletados foram transcritos, (re)organizados e categorizados, sustentados nos preceitos da Análise de Conteúdo. Buscou-se investigar se essas escolas oferecem, aos seus docentes e profissionais, oportunidades formativas que possibilitem atuar frente às demandas do processo de inclusão e se proporcionam aos estudantes público-alvo da Educação Especial (EE), notadamente aqueles com DV, recursos materiais e humanos capazes de minimizar as barreiras impeditivas de um aprendizado mais equânime nas aulas de Matemática. Os resultados apontam para a existência de alguns recursos e para a presença do Atendimento Educacional Especializado (AEE), embora desempenhando papel substitutivo à sala de aula regular comum. Também foi possível constatar a ausência de profissionais com formação em Educação Especial, a falta de oportunidades para a formação continuada e a não utilização de recursos importantes para a escolarização de estudantes com DV. Com os resultados, espera-se contribuir com a literatura, com outras redes de ensino e para a própria realidade escolar em que os professores-colaboradores estão inseridos, buscando melhores condições para garantir que os alunos com DV possam participar ativamente das aulas e, dessa forma, reunir condições para aprender Matemática.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Educação Inclusiva. Educação Especial. Estudantes Cegos.

Abstract

This paper presents and discusses the demands and challenges of Mathematics teachers who work with students with Visual Impairments (VI), with a purpose to moving towards more effective actions regarding the inclusion of these students in these classes. Three teachers were interviewed, from three different branchs of the same public school system, and the data collected were transcribed, (re)organized and categorized, all inspired by the precepts of Content Analysis. The aim was to investigate whether these schools are providing their teachers and professionals with training opportunities to act in face of the demands of inclusion and whether they are offering students targeting Special Education (SE), notably those with VI, resources material and human capable of minimizing the barriers that prevent more equitable learning in Mathematics classes. The results point to the existence resources, the existence of Special Education Support Service (SESS). in the schools investigated, although this service plays a substitutive role for the regular classroom. It was also observed the absence of professionals with training in Special Education (SE), the lack of opportunities for continuing education, as well as the non-use of important resources for schooling students with DV. With the results, it is expected that the work can contribute to literature, to other education networks and to the school reality in which the collaborating teachers are inserted, aim good conditions to ensure that students with DV can actively participate in classes and, consequently, gather the conditions to learn Mathematics.

Keywords: Mathematics Teaching. Inclusive Education. Special Education. Blind Students.

Introdução

Observa-se, nos últimos anos, o rompimento de diversas barreiras que impediam os estudantes com deficiência de ter acesso às escolas e às condições necessárias para dar prosseguimento aos seus estudos nas instituições públicas de ensino. Um dos instrumentos importantes dessa conquista foi ratificado pela Lei Brasileira de Inclusão (LBI), que, em seu art. 27, preceitua: “A educação constitui direito da pessoa com deficiência, assegurados sistema educacional inclusivo em todos os níveis e aprendizado ao longo de toda a vida, de forma a alcançar o máximo desenvolvimento possível [...]” (BRASIL, 2015). Assim, embora esse estatuto seja recente, o direito de acesso às escolas — além de outras conquistas da sociedade — é fruto do número expressivo de decretos, portarias, resoluções, pareceres e recomendações oficiais publicados nos últimos trinta anos. O conjunto desses dispositivos tornou a inclusão de pessoas com deficiência uma das principais pautas das políticas públicas do Ministério da Educação (MEC) e de suas instâncias subordinadas nos estados e municípios.

Nessa perspectiva de avanços e quebra de barreiras, sustentados principalmente pela Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (PNEEPEI) (BRASIL, 2008) e pela LBI (BRASIL, 2015), trago, a título de reflexão para este trabalho, os seguintes questionamentos:

I. As escolas e as redes de ensino estão proporcionando aos seus professores e profissionais oportunidades formativas para que atuem frente às demandas de inclusão?
II. As escolas têm ofertado aos estudantes, público-alvo da EE, notadamente aqueles com DV, recursos humanos e materiais capazes de minimizar as barreiras impeditivas de um aprendizado mais equânime nas aulas de Matemática?

Esses questionamentos traduzem uma preocupação em torno do Ensino de Matemática (EM) para esses estudantes nas escolas regulares comuns — foco deste artigo —, não só por acreditar que ambos são fundamentais para que os alunos tenham garantido seu direito de aprendizado, mas também por estarem previstos, tanto no texto da PNEEPEI (BRASIL, 2008) como na LBI (BRASIL, 2015), quando esses estatutos apontam para o fato de que as redes de ensino devem garantir aos seus profissionais — especialmente aqueles que atuam com estudantes com deficiência, tanto na formação inicial de professores como na formação continuada — conteúdos e discussões acerca da Educação Especial (EE) e da

Educação Inclusiva, além de garantir acessibilidade no ambiente escolar, recursos e serviços de natureza técnica, tecnológica, material e humana.

Assim, para discutir e refletir sobre esses dois pontos destacados, apresentam-se, neste espaço, as contribuições de três professores de estudantes com DV, de três unidades distintas de uma mesma rede pública de ensino. Adotam-se, como suporte, outras pesquisas que também se propuseram a investigar a formação e as condições de trabalho de professores de alunos com deficiência e um trabalho que buscou as contribuições de estudantes com DV e suas famílias acerca de seus processos de inclusão. A coleta de dados se deu em 2020, por meio de entrevistas semiestruturadas (BONI; QUARESMA, 2005), e os dados foram analisados sob os princípios da Análise de Conteúdo (MORAES, 1999). São trazidos trechos dessas contribuições — notadamente no que se refere à formação continuada, às condições de trabalho, à disponibilização e à utilização de recursos didáticos e de Tecnologia Assistiva (TA) —, bem como as estratégias e metodologias adotadas no EM. As questões abordadas por nossos entrevistados, aqui denominados colaboradores, devem ser encaradas não só como demandas, mas também como verdadeiros desafios para a escola e a sociedade, uma vez que os resultados ratificam a ideia de que avançamos no direito ao acesso, mas ainda há muito a percorrer para que os alunos possam aprender de forma mais equânime e em consonância com o que é preconizado nas leis, orientações e recomendações legais a respeito de suas necessidades. Nesse aspecto, nossos colaboradores mencionam problemas e dificuldades, alguns deles, inclusive, já confirmados por outras pesquisas, mas também destacam pontos positivos e apontam caminhos que podem (e devem) ser observados por outras redes de ensino diante dos desafios da inclusão.

Espera-se que as discussões, as reflexões e os resultados aqui apontados possam contribuir para a literatura de pesquisa e para que professores e escolas tenham condições de caminhar rumo a um atendimento educacional que possibilite a efetiva participação dos alunos nas aulas de Matemática. Não se trata de limitações por parte dos alunos ou de falta de recursos na realidade investigada, tampouco ações por parte dos professores. Mas o fato é que faltam profissionais com formação em EE, oportunidades de formação para os que já estão nas escolas e condições adequadas de trabalho para que o Atendimento Educacional Especializado (AEE) se consolide como um atendimento complementar/suplementar, conforme prescrevem as recomendações legais.

O que a literatura tem mostrado?

Procuramos trabalhos que tivessem o escopo de dar voz a estudantes com DV e aos professores desses estudantes e/ou licenciandos, com vistas a coletar dados empíricos que demonstrassem o que se tem observado nas escolas e nos cursos de licenciatura, no que se refere à formação e ao preparo docente em face das demandas da inclusão escolar. Buscamos, nesses trabalhos, perguntas e respostas que permeiam a formação inicial e continuada, as condições de trabalho e os recursos disponibilizados aos alunos, por acreditar que são temáticas imperativas no processo de inclusão escolar nas aulas de Matemática.

Costa e Cozendey (2016) entrevistaram 53 estudantes de cursos de licenciatura, incluindo o de Matemática de uma universidade pública federal, a maioria já cursando os últimos períodos. A pesquisa teve o objetivo de compreender quais eram as crenças e percepções desses futuros professores sobre sua formação para atuar em contextos inclusivos de alunos com DV. De acordo com as autoras, muitos licenciandos não conseguiram sequer diferenciar os termos *baixa visão* e *cegueira*, associando problemas como miopia e hipermetropia ao público-alvo da EE. Esse cenário, segundo as autoras, leva-os a desconhecer, minimamente, a relevância e a necessidade de práticas educacionais diferenciadas, como, por exemplo, aquelas que valorizam os sentidos não visuais (COSTA; COZENDEY, 2016).

Os dados da pesquisa também revelaram que 81,2% dos participantes não se consideravam preparados para atuar em uma turma com alunos cegos e que 66% deles acreditavam que a formação recebida na universidade não os preparara suficientemente para atuar em turmas com esses alunos, uma vez que essa possibilidade sequer fora debatida nas disciplinas do curso. Os resultados se mostram preocupantes, tendo em vista que, desde 1994, observam-se orientações legais para a inserção de disciplinas e discussões voltadas à EE nos cursos de licenciatura. Nesse sentido, por exemplo, alinham-se os seguintes dispositivos legais: a Portaria nº 1.793/94, que recomenda a inclusão da disciplina "Aspectos Ético-Político-Educacionais da Normalização e Integração da Pessoa Portadora de Necessidades Especiais", prioritariamente, nos cursos de Pedagogia, Psicologia e em todas as licenciaturas (BRASIL, 1994); o Decreto nº 3.298, que aponta a necessidade de os programas de educação superior incluírem em seus currículos conteúdos, itens ou disciplinas relacionados às pessoas com deficiência (BRASIL, 1999); e a Resolução CNE/CP nº 01, que disciplina a construção de projetos pedagógicos nos cursos de formação dos docentes, os quais devem considerar as competências relacionadas às especificidades dos alunos com necessidades educacionais especiais (BRASIL, 2002).

No entanto, embora essas e outras recomendações legais estejam presentes em diversos documentos oficiais há cerca de trinta anos, nota-se que a EE e os preceitos da Educação Inclusiva ainda estão longe de constituir uma realidade presente nos cursos de formação docente. Quando se pensa nos profissionais que já se encontram nas escolas, as fragilidades relacionadas à formação continuada parecem caminhar na mesma direção, ou seja, são poucos os professores e profissionais que contam com acesso, incentivo e condições para se preparar para os desafios da inclusão.

Em pesquisa realizada com 197 professores de Matemática, Vasconcelos e Manrique (2014) investigaram a percepção de professores que lecionam essa disciplina acerca da inserção de alunos com deficiência em salas de aula regulares de escolas públicas. O trabalho não se limitou a um tipo de deficiência específica, e os resultados apontam que 89% dos professores participantes tiveram experiência em sala de aula com alunos com deficiência. Embora tenham recebido esses alunos em suas classes, 66% dos docentes declararam não ter qualquer experiência no EM para lidar com esses estudantes. A pesquisa ainda revela que apenas 31% deles participaram de algum tipo de capacitação em EE e que somente 8% declararam haver cursado, em sua formação inicial, alguma disciplina com esse enfoque. Quando questionados se haviam procurado, por iniciativa própria, cursos voltados ao processo de inclusão em sua trajetória profissional, 88% responderam negativamente (VASCONCELOS; MANRIQUE, 2014).

Outro dado importante verificado na pesquisa refere-se à disponibilização e ao uso de recursos de Tecnologia Assistiva (TA) nas escolas e salas de aula. De acordo com o estudo, das 88 escolas envolvidas na pesquisa, em apenas 19,31% foi identificada, pelo professor, a existência de algum recurso de TA. Em relação aos professores, 14,72% declararam haver recursos em suas escolas — e, desses, apenas 27,58% (um total de oito) afirmaram que os recursos disponíveis eram suficientes para atendimento aos alunos com deficiência.

Esses números, portanto, mostram-se alarmantes, mas a situação revela-se ainda mais preocupante quando a pesquisa destaca que cerca de 50% dos professores respondentes não conhecem nenhum tipo de material didático apropriado ao EM e voltado a alunos com deficiência, como, por exemplo, Ábaco, Geoplano, Soroban, Tangram, números em braille, entre outros (VASCONCELOS; MANRIQUE, 2014). As autoras registram que, além da quantidade insuficiente de recursos e materiais didáticos nas escolas — ou de sua completa ausência —, faltam conhecimento e preparo dos professores em relação a esses materiais, pois, além de não saberem utilizá-los, desconhecem sua importância para o ensino de estudantes com deficiência.

Conclusões similares foram ratificadas por Rosa (2017), em pesquisa realizada com estudantes com DV que cursaram o Ensino Médio em uma escola regular comum. Nesse caso, detectou-se que, devido ao despreparo docente e à falta de adaptações curriculares e recursos didáticos, os estudantes não podiam participar de diversas atividades da escola, além de desempenhar papel de meros ouvintes nas aulas de Matemática. De acordo com Rosa, entre as temáticas que emergiram das narrativas dos participantes, destacam-se: (i) o uso (ou não) de recursos de TA; (ii) as fragilidades da formação docente; e (iii) as dificuldades na aprendizagem de Matemática por despreparo da escola em melhor atender às suas necessidades. Sobre o uso de materiais e recursos de acessibilidade na aulas de Matemática, todos os entrevistados pela autora apontaram a disponibilização de computadores como o recurso mais comum e mais empregado nas escolas. Por outro lado, o Sistema Braille praticamente não era utilizado e foi pouco estimulado, uma vez que os professores não detinham esse conhecimento (ROSA, 2017).

Os resultados da investigação apontam para um cenário de superação por parte dos estudantes investigados e de suas famílias, bem como para um panorama em que as escolas ainda caminham a passos lentos para atender ao disposto nas recomendações legais e nos documentos oficiais — documentos que, ao longo de muitos anos, tentam garantir não apenas acesso, mas também condições adequadas de escolarização, aos estudantes com deficiência.

Nesse contexto, o presente trabalho observa os avanços, as fragilidades e as demandas de professores de estudantes com DV, com vistas a possibilitar a reflexão acerca de novos caminhos e outras possibilidades para os profissionais que já se encontram em sala de aula.

Percursos metodológicos

A pesquisa foi aprovada por comitê de ética vinculado à Plataforma Brasil e contou com a anuência da instituição e dos professores participantes por meio da assinatura de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Foram entrevistados três professores de Matemática de estudantes com DV, denominados por P1, P2 e P3, de três unidades distintas de uma mesma rede de ensino público. As entrevistas duraram cerca de quarenta minutos cada e, após transcrição, os dados foram tratados segundo os princípios da Análise de Conteúdo (MORAES, 1999), com a finalidade de desconstruir, reorganizar, apresentar e discutir os resultados pela emergência de categorias de análise. Neste trabalho, discute-se duas dessas categorias: a formação inicial e continuada e as condições de trabalho dos professores.

A pesquisa se caracteriza por uma abordagem qualitativa, e as entrevistas foram realizadas por meio de videoconferências gravadas em uma plataforma de *streaming*, no ano de 2020. Para esta investigação, as entrevistas tiveram caráter exploratório, com questões abertas, concedendo-se, aos entrevistados, liberdade para discorrer acerca do tema sugerido dentro de uma conversa informal. Boni e Quaresma (2005) chamam esse tipo de entrevista de *semiestruturada*, uma vez que possibilita que outros questionamentos sejam formulados ao longo da conversa, ensejando ainda a possibilidade de, em momento oportuno, se levantarem pontos adicionais para se "elucidarem questões que não ficaram claras ou ajudar a recompor o contexto da entrevista, caso o informante tenha fugido ao tema ou tenha dificuldades com ele" (p. 75).

Para descrever, discutir e interpretar os dados, recorreu-se aos pilares da Análise de Conteúdo (MORAES, 1999). Para esse autor, o processo se desdobra em cinco etapas: (i) preparação das informações, (ii) transformação do conteúdo em unidades, (iii) categorização, (iv) descrição e (v) interpretação. Segundo Moraes (1999), a interpretação constitui-se em passo imprescindível em todos os momentos da análise de conteúdo, apresentando duas vertentes: (a) a primeira, relacionada a uma fundamentação teórica, definida *a priori*; (b) a segunda, constituída com base nos próprios dados coletados e categorias de análise definidas. Na primeira vertente, a interpretação se dá por meio dos significados expressos nas categorias, confrontados com a fundamentação teórica eleita. Na segunda vertente, a teoria emerge dos dados e das informações que provêm das categorias de análise, e a própria construção da teoria se dá por meio de interpretação. Ainda segundo esse autor, "teorização, interpretação e compreensão constituem um movimento circular em que, a cada retomada do ciclo, se procura atingir maior profundidade na análise" (p. 9).

Neste trabalho, há um pouco de cada vertente, uma vez que as unidades de investigação surgiram de uma fundamentação teórica escolhida *a priori*. No entanto, as categorias emergiram da interpretação dos dados coletados, da revisão de literatura e dos documentos e preceitos oficiais que norteiam a Educação Inclusiva. Portanto, as análises e discussões foram construídas com base nas entrevistas, com suporte nas ideias de Moraes (1999), mas sem a preocupação de seguir, à risca, todas as etapas apontadas por esse autor. A intenção era, sim, investigar as situações naturais do dia a dia, com o propósito de descrevê-las e problematizá-las, sem, contudo, buscar a produção de modelos teóricos. Entre as quatro categorias de análise que emergiram das falas dos professores, destacam-se duas: (i) a formação inicial; (ii) as condições de trabalho, sobretudo no que concerne à disponibilização e à utilização de recursos didáticos e de Tecnologia Assistiva (TA), bem como as estratégias e metodologias adotadas no EM.

Por fim, destaca-se a opção por discorrer sobre essas duas categorias em um texto corrido, sem distinção entre as temáticas abordadas em cada uma delas. Apresentam-se excertos dos diálogos, com trechos inteiros das narrativas dos colaboradores, sobretudo para que o leitor tenha uma visão mais holística do cenário escolar sob o ponto de vista desses atores.

Resultados e discussões

P1 é licenciado em Matemática, tem mestrado na área de Ensino e atua como professor do Ensino Básico desde 1998, tendo passado pelo Ensino Fundamental II e pela Educação de Jovens e Adultos. À época da entrevista, atuava apenas no Ensino Médio. P1 declarou haver passado pela experiência de ter um aluno com DV uma única vez em sua trajetória docente.

P2, por sua vez, é licenciado em Matemática e cursou mestrado profissional pelo ProfMat. Declarou ter 39 anos de experiência no magistério — 17 deles atuando com alunos com DV.

P3 também é licenciado e mestre em Matemática e, à época da entrevista, contava com oito anos de experiência no magistério. Declarou que, já em seu primeiro ano como professor, teve a experiência de atuar com alunos com DV — experiência que se repetia quando concordou em conceder a entrevista.

No que se refere à formação inicial e continuada, tanto a literatura como as orientações oficiais reafirmam a necessidade da melhoria das condições de trabalho dos professores como condição essencial e premente para a promoção da inclusão de alunos com deficiência na rede regular de ensino. Muitos professores não se sentem capacitados a receber esses alunos, em face da ausência de discussão na formação inicial, relatando falta de condições para se preparar para a diversidade da sala de aula, embora a maioria acredite na importância da inclusão (VASCONCELOS; MANRIQUE; COZENDEY, 2014; COSTA, 2016). Esses autores apontam um sentimento de incapacidade vivenciado pela maioria dos professores, destacando que a falta de um planejamento adequado no espaço escolar também contribui para isso. Esses fatores também foram enfatizados pelos colaboradores deste trabalho, pois nenhum dos três cursou disciplinas ou travou debates em sua formação inicial que abarcassem a temática da EE no EM. Em relação à formação continuada e à oportunidade e/ou às condições necessárias para se prepararem para os desafios de atuar com alunos com DV, os três também relataram ausência dessa oportunidade.

P1: *Não, curso de capacitação específico não fiz. Não tem nada associado a isso. Tipo... está vindo um aluno para cá, tem alguma coisa, a gente vai fazer alguma coisa. Tem assim, e-mails que recebemos do AEE com indicações de curso, coisas para fazer. Mas, da instituição, assim um trabalho, um curso, não tem nada disso.*
P2: *Não. Nunca fiz nenhum curso. A carga horária de Matemática é bem pesada e nós trabalhamos no limite.*
P3: *Não. Só fiz uma disciplina de Libras na graduação. Nunca estudei nada relacionado à DV.*

Os três declararam que não tiveram a oportunidade de se preparar para receber os alunos em suas classes, pois só tomaram conhecimento de que haveria estudantes com DV às vésperas do início das aulas. Entretanto, mencionaram a existência do AEE em suas unidades escolares como um espaço destinado ao atendimento dos alunos, realizado no contraturno das aulas nas turmas regulares. Citaram desconhecer a presença de profissionais com formação em EE, mas trouxeram, como importante contribuição, o fato de que dois deles atuavam com os alunos nas turmas regulares e também davam atendimento no AEE. De acordo com eles, o AEE é um espaço que disponibiliza materiais e recursos adequados, responsável ainda por realizar a transcrição de textos/avaliações para o Sistema Braille. É nesse espaço que os alunos recebem orientação individual ou em pequenos grupos, mais direcionada aos conteúdos de Matemática. É também no AEE que os alunos realizam as provas trimestrais e outras atividades avaliativas, quando necessitam de tempo extra para sua realização.

Sobre o emprego de materiais e recursos no EM para alunos com DV, Bernardo, Garcez e Santos (2019) apontam (i) o uso do Sistema Braille e do Código Matemático Unificado (CMU) (BRASIL, 2006), o qual apresenta toda a simbologia matemática, do Ensino Básico à graduação em Exatas, em braille; (ii) a importância do uso de materiais táteis — o Soroban, o Geoplano e o Multiplano — e dos *softwares* de transcrição. De acordo com os autores, tais recursos possibilitam aos estudantes acessibilidade aos conteúdos de Matemática, permitindo-lhes atuar nas salas de aula com maior autonomia. Há também uma publicação oficial do Ministério da Educação, "Atendimento Educacional Especializado — Deficiência Visual" (BRASIL, 2007), uma espécie de manual que visa promover a ideia das aprendizagens participativa e colaborativa, necessárias à ocorrência de mudanças no atendimento educacional prestado a pessoas com DV. Nesse material, que tem como uma de suas autoras uma professora cega, é possível encontrar questões que caracterizam a deficiência visual (cegueira e baixa visão), além de uma série de orientações destinadas ao atendimento desses estudantes, como, por exemplo, a importância dos recursos óticos, a utilização do Sistema Braille e do Soroban, entre outros recursos didáticos e tecnológicos. A esse respeito, os professores citaram desconhecer textos, artigos e/ou recomendações oficiais versando sobre o atendimento de estudantes com DV. Os três relataram não utilizar o Sistema Braille em suas aulas e desconhecer o CMU (BRASIL, 2006), embora P2 tenha declarado conhecer minimamente o braille.

P2: *Eu tenho noções do Sistema Braille, mas não faço uso dele nas aulas.*

Outro fator importante que permeia as condições de trabalho do professor que ensina Matemática a alunos com DV diz respeito ao número de estudantes em sala de aula. Os alunos com DV necessitam de um apoio mais individualizado, uma vez que a ausência total ou parcial da visão requer a utilização de materiais táteis e de textos em braille ou com letras ampliadas, a fim de que possam acompanhar o conteúdo exposto no quadro ou a matéria abordada nos livros didáticos. Sobre esse aspecto, não existem orientações ou recomendações oficiais/legais para o número adequado de alunos em turmas com alunos com deficiência, mas a experiência relatada por P3 revela-se importante, pois, segundo ele, houve uma preocupação em sua unidade no sentido de reduzir o número de alunos das turmas que têm esses alunos.

P3: As turmas têm, em média, trinta alunos. Mas teve um ano que eu tive seis alunos com deficiência visual na mesma turma. Então, a direção diminuiu o número de alunos. Tinha uns 20 no total nessa turma. Isso facilitou bastante o meu trabalho.

Porém, mesmo com um número menor de alunos em sala, parece uma situação difícil atuar com seis alunos com DV na mesma turma sem contar com o apoio de um mediador ou de um professor-colaborador.

Situação diferente foi vivenciada por P1 e P2, que relataram um grande número de alunos em sala de aula, o que dificultava, de forma significativa, o trabalho de ambos.

P1: *São 35 mais ou menos em todas as turmas. Não temos mediadores ou outros profissionais para nos auxiliar em sala.*
P2: *São em torno de 33/35 alunos. Às vezes um pouco mais ou um pouco menos. É o mesmo número de alunos em todas as salas, não tem diferença. Isso é bem complicado, porque às vezes você pega assim uma turma mais agitada. Então, tenho que intervir.*

Diante das falas dos três, que revelam desconhecimento e ausência do uso do Sistema Braille nas aulas de Matemática, além do número excessivo de alunos nas classes, questionou-se de que forma eles conduzem as aulas e a quais metodologias recorrem.

P1: *O meu trabalho foi mais em cima do multiplano mesmo. Utilizei algumas vezes para trabalhar alguns conteúdos.*

Mas e a simbologia, a leitura e a escrita matemática, como se dá essa comunicação?

P1: *Ah... isso é mais com o AEE mesmo. Na minha aula ele fica mais ouvindo.*
P3: *É... em sala de aula é um pouco mais complicado com os alunos cegos. Dar assistência a eles é bem difícil. Para dar essa assistência, eu acho que seria necessário um outro professor para ajudar também. Tipo um mediador.*
P2: *Eu falo assim para eles: alguma coisa que vocês não entenderem na sala, a gente vai ver no AEE. Mais, de uma maneira geral, eu faço o cara participar da aula. Não tem aquela coisa, fica aí no canto que depois eu te atendo. Então, eu quero que ele participe da aula. Em alguns momentos, eu combino com a turma. Pessoal, tem coisa que eu vou falar mais devagar, vou ditar aqui para o fulano, tá? Às vezes levo o multiplano para a sala, já preparado, me sento do lado dele e explico alguma coisa e digo: depois vamos aprofundar isso no AEE.*

P2 demonstra preocupação com os estudantes com DV e tenta viabilizar sua participação nas aulas. No entanto, suas dificuldades saltam aos olhos, pois, em diferentes momentos, cita deixar de dar atenção aos demais.

Então, questionei acerca dos conteúdos de Álgebra, gráficos, tabelas e imagens, e a resposta foi objetiva.

P2: *É mais de forma oral mesmo. Como eu disse, depois discuto com ele no AEE.*

Com tantos desafios, perguntei sobre as dificuldades e sobre a forma como conduziam as aulas.

P1: *Eu tive dificuldades com quase todos os conteúdos. Em algumas aulas, o meu trabalho foi muito em cima do multiplano. Então, eu tive que me sentar com ele e a turma ficou largada. O currículo é extenso, muito conteudista. Então, foi muito complicado isso. Não ter formação, muitos alunos em sala. Eu acho que há uma falha no sistema em não reservar tempo para o professor se qualificar... Você tem que se virar sozinho.*
P2: Eu acho que o processo de ensino-aprendizagem tem que ter três coisas: o professor tem que ter boa vontade para ensinar, o aluno tem que ter boa vontade para aprender e tem que ter um meio para isso acontecer, que são as boas condições de trabalho a serem oferecidas pela escola. Eu não sabia o que era

reglete, punção, não sabia nada sobre o braille. Então, eu comecei a perguntar um monte de coisas para os alunos e aí eu fui pegando o jeito de cada um. Eu aprendi com eles.
P3: A dificuldade é que, para mim, tudo era novo. Você não tem o costume de se comunicar com esses alunos. O cego, você tem que estar em uma posição em que ele te escute de forma mais clara. Tem que estar de frente para ele. É um cuidado maior. Mas a falta de capacitação foi algo bem difícil para mim.

Esses são relatos interessantes e, ao mesmo tempo, inquietantes, uma vez que dois deles mencionaram a utilização do multiplano, declararam solicitar e incentivar a participação e a interação dos demais alunos, demonstrando preocupação com a presença dos alunos nas aulas. No entanto, o processo de inclusão escolar é uma tarefa difícil, sobretudo porque a escola foi pensada para alunos sem deficiência e por pessoas também sem deficiência. Desse modo, depara-se aqui com a triste realidade de que os alunos desempenham o papel de ouvintes nas salas de aula, uma vez que, de acordo com os professores, o AEE é o local em que discutem e trabalham os conteúdos de forma mais individualizada. O AEE, portanto, desempenha papel fundamental nas unidades de P1, P2 e P3 — o setor conta com a coordenação de um professor da instituição e com profissionais transcritores, os quais auxiliam a escola na tarefa de transcrever conteúdos e avaliações para o braille. No entanto, a falta de conhecimento mais específicos por professor e a ausência de profissionais que tenham formação em EE, para atuar de forma articulada com os professores especialistas, acabam por excluir a participação efetiva dos alunos em sala de aula, questões anunciadas em outras pesquisas (VASCONCELOS; MANRIQUE, 2014; COSTA; COZENDEY, 2016; ROSA, 2017).

Observa-se, nas realidades investigadas, o papel substitutivo do AEE, o que vai de encontro ao que se preconiza nos documentos oficiais: “As atividades desenvolvidas no AEE diferenciam-se daquelas realizadas na sala de aula comum, não sendo substitutivas à escolarização. Esse atendimento complementa e/ou suplementa a formação dos alunos com vistas à autonomia e independência” (BRASIL, 2008). Como ponto positivo, destaca-se que todos citaram a presença de recursos nas escolas em que atuam, como, por exemplo, Soroban, Multiplano, *notebooks*, conjuntos de reglete e punção, mapas em relevo, sólidos geométricos e alguns materiais táteis confeccionados pelos próprios professores. Embora seja algo extremamente positivo e necessário, o relato de que os recursos e materiais são utilizados apenas no atendimento fora da sala de aula regular demonstra que a escola ainda atua em um modelo de integração. Esse modelo pautava-se na ideia de inserir o estudante com deficiência no sistema regular de ensino, porém com o desenvolvimento das atividades de ensino em salas exclusivas, separando-se esse aluno dos demais. Esse modelo, contudo, foi substituído pelos preceitos inclusivos por volta dos anos 2000, ao menos em tese.

Outro problema mencionado pelos três professores é que, em suas unidades, não foram implementadas ações de acessibilidade física, estrutural e pedagógica para receber e atuar com alunos com DV — direito garantido por meio de leis e documentos oficiais. Os alunos têm direito à matrícula, frequentam as aulas nas turmas regulares, contam com a disponibilização de materiais e recursos, além de lhes ser garantido o atendimento do AEE. No entanto, de acordo com os relatos de P1, P2 e P3, eles precisam dar conta disso sozinhos ou com a ajuda de outros estudantes, citando problemas como, por exemplo, a existência de escadas e a falta de identificação em braille ou em letras ampliadas nas portas e nos setores da escola. Segundo eles, os documentos, avisos e boletins são disponibilizados no *website* da escola, muitas vezes de forma inacessível aos alunos com DV. Nesse contexto, eles necessitam de ajuda para se locomover pela escola, para ler documentos e avisos em geral, bem como para ter acesso ao boletim de desempenho acadêmico, o que compromete o desenvolvimento de sua autonomia.

Por fim, pediu-se aos professores que avaliassem o processo de inclusão em suas unidades escolares e apontassem um caminho para minimizar os problemas mencionados.

P1: *Pois é... eu não considero que a gente esteja fazendo uma inclusão. Mas eu acho que a gente caminha para isso. Ele está integrado à turma, tem essa coisa toda social. O próprio pessoal do AEE diz que, no dia [em] que houver inclusão, não vai mais haver a necessidade do AEE, entendeu? "Vocês vão estar fazendo tudo em sala de aula", com alguém, um mediador, talvez. Eu sinto falta de ter alguém em sala, um professor-colaborador, alguém com conhecimento sobre a DV.*
P2: *Eu avalio como bom. É claro que o ótimo, com a realidade que a gente tem, com a escassez de verba, é complicado. Eu acho que o lance da inclusão, não só na questão da disciplina, mas pelo reconhecimento dos outros alunos [de] que existe um cego na sala. Então, eles tentam se ajudar. Nas vezes que eu levei o multiplano para a sala, ele ajudou até os alunos videntes. Foi o processo do cego ajudando o vidente e aí é legal porque, quando eu falo do multiplano com os videntes, os cegos se sentem mais à vontade na aula.*
P3: *Eu acho que é ruim o trabalho em sala. Eu acho que é pouco inclusivo, mas eu observo que os alunos têm até uma afinidade com os outros assim, mas eu não acho legal deixá-los de fora das atividades. Eu acho que a educação envolve esse entrosamento em sala, mas é difícil trabalhar com eles e com os demais. Poderia ter um mediador, isso ajudaria bastante. O AEE não pode fazer tudo sozinho. É como se eu tivesse cinquenta alunos em sala e tivesse que dar aula para cada um deles. Eles (AEE) têm vários alunos com necessidades especiais e não têm como dar atenção para todos. É muito complicado. Deveria ter mais profissionais ali dentro para ajudar.*

Considerações finais

Ao dar voz a professores de estudantes com DV em uma escolar regular comum, observou-se, como pontos positivos: (i) a existência de recursos didáticos e de TA; (ii) a presença de profissionais transcritores; (iii) o estímulo e o incentivo à participação dos demais alunos em algumas atividades na sala regular; e (iv) a presença do AEE com papel preponderante no atendimento aos alunos, pois, embora se tenha mostrado substitutivo, sua ausência tornaria o processo ainda mais difícil. Outro aspecto positivo consiste em que a presença dos alunos com DV tem desempenhado papel social importante. De acordo com os professores, os demais alunos já incorporaram a presença desses estudantes, o que tem conduzido a um ambiente escolar que respeita a diversidade e valoriza a diferença.

No entanto, inúmeros desafios, demandas e dificuldades foram relatados, como, por exemplo, (i) o número excessivo de alunos em sala de aula, (ii) a falta de acessibilidade, (iii) a ausência de profissionais com formação em EE, (iv) o despreparo e a falta de oportunidades para a formação continuada, frente às demandas e necessidades dos alunos. Lembre-se ainda o papel substitutivo do AEE, o que vai de encontro às recomendações oficiais e coloca a escola numa perspectiva de integração, cujo modelo se considera já superado, ao menos na teoria.

No que se refere ao EM, observa-se que os estudantes desempenham o papel de ouvintes em sala de aula. Não utilizam os materiais e recursos adequados, e o mais preocupante: o conteúdo é “transmitido” de forma oral, sem que os alunos tenham a oportunidade de ler, escrever e experienciar a Matemática. Sem a utilização do braille para apresentar os conteúdos, conclui-se que os alunos não têm acesso à simbologia matemática, à exploração de gráficos e tabelas e a tantos outros conteúdos imagéticos que demandam leitura, discussão e reflexão, para que o aprendizado se dê de forma mais equânime. Assim, conclui-se que o EM ofertado, na realidade investigada, é precário e insuficiente no processo de aprendizagem dos alunos com DV.

É importante salientar que os três professores apontam a necessidade de se contar com profissionais que tenham formação em EE na escola e nas salas de aula. Destaco também a importância de profissionais com essa formação atuarem de forma articulada com os professores especialistas. Sobre esse aspecto, a literatura apresenta o professor-colaborador como uma alternativa às escolas inclusivas. De acordo com Marin e Maretti

(2014), a colaboração deve ser encarada como uma parceria cooperativa entre o professor da turma regular e os professores com formação em EE. Assim, eles podem dividir a responsabilidade de planejar, atuar e avaliar as práticas pedagógicas, com o fim de garantir que cada aluno tenha acesso aos mesmos conhecimentos dos demais. O ensino colaborativo proporciona a articulação entre os saberes da EE e do ensino comum, fazendo uso das habilidades dos dois professores, de modo a respeitar os conteúdos, o currículo escolar e as necessidades dos alunos. Mas esse parece ser mais um grande desafio para as escolas públicas, uma vez que depende de recursos financeiros para contratações e ações políticas que competem a outras instâncias. Além disso, demanda uma mudança de paradigma, pois perpassa a ideia de haver dois professores numa mesma sala de aula, ambos atuando de forma articulada.

Por fim, destaca-se que este trabalho não tinha por objetivo apresentar soluções ou trazer respostas aos inúmeros desafios da Educação Matemática Inclusiva. No entanto, espera-se contribuir com outras redes de ensino e com a própria realidade escolar na qual os professores-colaboradores se encontram inseridos. As contribuições se mostram marcantes e demonstram em que medida precisamos avançar para assegurar que os alunos com DV possam participar ativamente das aulas e, assim, aprender Matemática. Faz-se necessário a participação de todos os entes escolares no processo de inclusão e de ensino. Os demais alunos precisam participar ativamente desse processo, com trocas de experiências e situações em que possam discutir e experienciar coletivamente as atividades de ensino. Além disso, espera-se que haja adaptação curricular dos conteúdos e dos objetivos, sobretudo no sentido de se respeitar as necessidades, singularidades e anseios dos estudantes com deficiência. Sem esses cuidados em sem o aparto de recursos materiais e humanos apontados ao longo do texto, continuaremos caminhando a passos lentos no processo de inclusão escolar.

Referências

BERNARDO, F. G.; GARCEZ, W. R.; SANTOS, R. C. Recursos e metodologias indispensáveis ao ensino de matemática para alunos com deficiência visual, **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 9, n. 1, jan./abr., p. 23-42, 2019.

BONI, V.; QUARESMA, S. J. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. **Revista Eletrônica dos Pós-Graduandos em Sociologia Política da UFC**, Ceará, v. 2, n. 1, p. 68-80, 2005.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Especial**. Código matemático unificado para a língua portuguesa.** Brasília, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Especial. **Atendimento Educacional Especializado**: deficiência visual. Brasília, 2007.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília, 2008.

BRASIL, **Lei Brasileira de Inclusão nº 13.146**. Brasília, 2015.

BRASIL, Ministério da Educação. **Portaria nº 1.793**. Brasília: SEESP, dez. 2004.

BRASIL, Ministério da Educação. **Decreto nº 3.298**. Brasília, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação. **Resolução CNE/CP 01**. Brasília, 2002

COZENDEY, S. G.; COSTA, M. P. R. Formação dos licenciandos para o trabalho com alunos cegos ou com baixa visão: um estudo desenvolvido na Universidade Federal de São Carlos. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, ano 22, n. 59, v. 2, p. 209-225, jul./dez. 2016.

MARIN, M.; MARETTI, M. **Ensino colaborativo**: estratégias de ensino para a inclusão escolar. In: I Seminário Internacional de Inclusão Escolar: práticas em diálogo. Universidade do Estado do Rio de Janeiro — Cap-UERJ, 2014.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

VASCONCELOS, S. C. R; MANRIQUE A. L. Percepções de professores que lecionam Matemática sobre a Educação Inclusiva. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 139-158, 2014.

Educação Matemática e surdez: um olhar sobre as tendências temáticas nas pesquisas do GT13 no Sipem

Mathematics Education and deafness: a look at the thematic trends in the GT13 surveys in Sipem

Tamillis Silva de Andrade Vigas
tsavigas@uesc.br

Jurema Lindote Botelho Peixoto
jurema@uesc.br

Flaviana dos Santos Silva
fssilva@uesc.br

Resumo

O contexto histórico-social tende a influenciar o escopo das pesquisas acadêmicas, e em pesquisas sobre surdez, essa influência está relacionada com as lutas do movimento surdo, ao longo do tempo, que continuam na atualidade. O objetivo deste estudo, portanto, é analisar as tendências nas pesquisas sobre Educação Matemática de surdos nos Anais dos VI e VII Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática (Sipem) a partir da criação do Grupo de Trabalho GT13, situando as relações desses estudos com as reivindicações do movimento surdo. Para tanto, foram selecionadas oito pesquisas do VI Sipem (2015) e dez do VII Sipem (2018), totalizando 18 publicações. Inicialmente, os resumos dos 18 trabalhos selecionados foram organizados em um único *corpus* textual para serem processados no *software* Iramuteq, gerando graficamente uma nuvem de palavras que possibilitou a definição das categorias emergentes: i) A atuação do intérprete na aula de Matemática; ii) Formação do professor de Matemática; e iii) Ensino, em Língua Brasileira de Sinais (Libras), de conceitos matemáticos. Na análise dos artigos, destacou-se o papel do intérprete na sala de aula como uma temática que permaneceu inquietando os pesquisadores nas duas edições, pois, na escola comum, o intérprete participa ativamente das questões pedagógicas; as práticas de Matemática em Libras foram uma tendência predominante, que revela a preocupação em promover o ensino de Matemática considerando o universo surdo e, por último, poucas pesquisas abordaram diretamente a formação inicial e continuada de professores de Matemática; isso revela uma lacuna que pode ser mais explorada no GT13, com o objetivo de contribuir para o ensino de surdos no contexto bilíngue. Para futuras investigações, a análise dos estudos aponta a exploração de diálogos matemáticos a partir de Libras e a necessidade de repensar os modelos teóricos antes destinados a ouvintes.

Palavras-chave: Educação Inclusiva; Bilinguismo; Surdo.

Abstract

The social-historical context tends to influence the scope of academic research, and in research on deafness, this influence is related to the struggles of the deaf individuals movement, over time, which continues today. The aim of this study, therefore, is to analyze the trends in researches on Mathematics Education of deaf people in the Annals of the VI and VII International Research Seminars in Mathematics Education (Sipem) from the creation of the Working Group GT13, situating the relations of these studies with the demands of the deaf people movement. For this purpose, eight surveys from VI Sipem (2015) and ten from VII Sipem (2018) were selected, totaling 18 publications. Initially, the summaries of the 18 selected works were organized in a single textual corpus to be processed in the Iramuteq software, graphically generating a cloud of words that allowed the definition of the emerging categories: i) The role of the interpreter in the Mathematics class; ii) Mathematics teacher training; and iii) Teaching, in Brazilian Sign Language (Libras), of mathematical concepts. In the analysis of the articles, the role of the interpreter in the classroom was highlighted as a theme that remained disturbing the researchers in both editions, since, in the regular school, the interpreter actively participates in pedagogical issues; the practices of Mathematics in Libras were a predominant trend, which reveals the concern to promote the teaching of Mathematics considering the deaf universe and, finally, little research has directly addressed the initial and continuing education of Mathematics teachers; this reveals a gap that can be further explored in the WG13, with the aim of contributing to the teaching of deaf people in a bilingual context. For future investigations, the analysis of the studies points to the exploration of mathematical dialogues based on Libras and the need to rethink the theoretical models previously intended for listeners.

Keywords: Inclusive Education; Bilingualism; Deaf.

Introdução

A educação de surdos é um tema que tem sido abordado em diversas produções acadêmicas, tanto no âmbito internacional como no Brasil. Segundo Arcoverde (2011), essas pesquisas tendem a acompanhar os momentos histórico, político e sociocultural, inclusive, com autoria de pesquisadores surdos, para definir a identidade surda e teorizar sobre a Educação, baseada nesse paradigma, pois as concepções sobre a surdez, o surdo e sua Educação, foram, por muito tempo, abordadas por ouvintes.

O movimento global de inclusão, a partir da década de 1990, trouxe para as escolas comuns o Público-Alvo da Educação Especial (PAEE), incluindo os estudantes surdos. Entretanto, para esses sujeitos, a sua inserção na escola não foi suficiente para promover um avanço em sua escolarização (CAPOVILLA, 2011; ANDREIS-WITKOSKI, 2012), apesar da presença do intérprete da Língua Brasileira de Sinais (Libras) em sala de aula, e da oferta do Atendimento Educacional Especializado (AEE), no turno oposto, para apoiar a inclusão garantida pela legislação (BRASIL, 2011).

O ensino ofertado na perspectiva inclusiva tem sido questionado (ANDREIS-WITKOSKI, 2012; SILVA, 2012) por pesquisadores surdos, a partir do pressuposto básico de que não basta a inclusão deles no sistema escolar, pois é necessário garantir a sua permanência e a continuidade nos estudos. Dessa forma, a comunidade surda, no Brasil, defende o emprego da Libras não apenas para a comunicação, mas para o ensino e a aprendizagem de diversos conteúdos escolares, já que é a língua natural do sujeito surdo. As pessoas surdas lutam pela manutenção das escolas de surdos e a criação de escolas bilíngues, assim como tantos outros grupos historicamente marginalizados têm exigido os seus direitos e, entre eles, uma educação de qualidade, com reais possibilidades de desenvolvimento (PEIXOTO, 2015).

Nesse sentido, o Projeto de Lei (PL) nº 4.909/2020, do senador Flávio Arns (Podemos/PR), objetiva alterar a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBN), para dispor sobre a modalidade de educação bilíngue de surdos, de forma que a educação escolar seja oferecida em Libras, como primeira língua, e, em português escrito, como segunda língua, para o educando surdo ou com deficiência auditiva. Além disso, determina à União a prestação de apoio técnico/financeiro aos sistemas de ensino, para o provimento da educação bilíngue. A votação desse PL foi adiada para 25 de maio de 2021, quando o tema deverá ser mais debatido por senadores, especialistas e representantes de associações de pessoas com deficiência.

Por outro lado, com o aumento das matrículas de estudantes com deficiência na escola comum, cresceu o interesse pela investigação no campo da Educação Matemática, na perspectiva inclusiva (NOGUEIRA, 1999; 2004; FERNANDES; HEALY, 2003; 2004; FERNANDES; PEIXOTO; SANTANA; CAZORLA, 2006; SALES; SILVA, 2008; SILVA; SEGADAS, 2008; KALEFF; ROSA; DORNAS, 2010), motivando a criação do Grupo de Trabalho Diferença, Inclusão e Educação Matemática (GT13) na Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em 13 de outubro de 2013, cujos membros passaram a se encontrar nos eventos da sociedade visando à consolidação/divulgação das suas pesquisas.

Um dos eventos mais proeminentes da SBEM é o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (Sipem), que congrega pesquisadores brasileiros e estrangeiros com a finalidade de favorecer o intercâmbio entre os grupos de pesquisa, e assim consolidar o avanço das investigações na área de Educação Matemática.

Partindo do pressuposto de que o contexto histórico-social influencia o escopo das pesquisas acadêmicas e considerando o Sipem como um lócus de confluência das investigações no campo da Educação Matemática inclusiva, o objetivo deste estudo foi *analisar as tendências nas pesquisas sobre Educação Matemática de surdos, nos Anais dos VI e VII Sipem, a partir da criação do GT13, situando as relações desses estudos com as reivindicações do movimento surdo.*

Pedagogia surda e educação matemática

O movimento surdo foi sendo construído a partir do campo da Linguística e dos estudos culturais; redefinindo a identidade, cultura e diferença, a partir da Libras. As pesquisadoras surdas Perlin e Strobel (2006) fazem alusão a uma Pedagogia Surda, que consiste em se afastar de uma educação que almeja a "normalidade", na visão clínica, e se aproximar da modalidade da diferença que valorize a identidade surda, a Libras, as narrativas surdas e sua experiência visual. O objetivo desse movimento é mudar a representação da surdez de "deficiência", muito vinculada a discursos clínicos, para "diferença cultural".

Campello (2008) considera que o termo Pedagogia Surda é congruente ao termo pedagogia visual, pois recursos visuais podem ser inseridos na educação de surdos, como, por exemplo, uso de filmes sem legenda e áudio, visando a promover o debate sobre o filme em Libras; a inclusão dessa disciplina no currículo; a presença de professores e pesquisadores surdos nos espaços educacionais como modelos linguísticos para os surdos.

Tal perspectiva é ratificada pela pesquisadora surda Marianne Stumpf (2008, p. 26) quando afirma que uma educação que contemple os surdos "exige desenvolver um trabalho enfocando a questão das representações sobre os surdos e a questão da identidade, construindo uma Pedagogia Surda que apresenta a surdez como uma experiência visual". Isso porque uma pedagogia surda "tem um sistema educativo próprio, abrangendo sem limite de lugar, podendo ser contemplada através das histórias em Libras e passadas pelos Surdos sinalizadores mais velhos" (VILHALVA, 2002, p. 1).

Entretanto, segundo Sales (2013, p. 65), a experiência visual do surdo não é imediata, ou natural, mas uma intervenção desenvolvida sobre conceitos básicos de geometria, abordando a visualização, que mostrou a necessidade de um processo de alfabetização visual pelos indivíduos; e desenvolver a capacidade de "'ver' algo transcendendo a simplicidade do ato de enxergar, demanda a compreensão das coisas (do que é visto) em profundidade, atingindo seus significados complexos" (grifo do autor).

Uma metanálise desenvolvida por Peixoto *et al*. (2019) sobre pesquisas envolvendo surdez e Educação Matemática, fez alguns apontamentos: a surdez deve ser considerada diferença, na forma de ensino e aprendizagem; a construção de conceitos matemáticos; e, especialmente na fase inicial, o desenvolvimento dos surdos não se dá da mesma maneira para surdos e ouvintes. Contudo, após essa fase, o desempenho de cada surdo, em

Matemática, é influenciado pela mediação pedagógica do professor; da negociação de significados em Libras; além da qualidade do processo de escolarização. Dessa forma, ficou evidente, nas pesquisas, a importância da aquisição precoce de uma língua para impulsionar as trocas simbólicas na interação com os elementos da cultura; a exploração dessa língua, no ensino e na aprendizagem da Matemática, para facilitar a mediação semiótica; e, por último, o desenvolvimento da visualidade do surdo por meio de atividades específicas e apropriadas.

Por outro lado, o movimento surdo tem criticado a forma como o surdo tem sido incluído na escola comum; antes excluído da escola; e, agora, excluído na escola. Duas pesquisas influenciaram essa posição: uma foi a de Capovilla (2011), que acompanhou experiências de inclusão de 9.200 alunos surdos, em quinze estados brasileiros, durante dez anos, e indicou que esses estudantes aprendem mais e melhor em escolas bilíngues, nas quais os conhecimentos são veiculados em duas línguas: Libras e Língua Portuguesa.

Nessa mesma direção, a pesquisa de Andreis-Witkoski (2012, p. 67) identificou as características da educação defendida pelos surdos, discutindo as questões relacionadas à sua inclusão no ensino regular. Para tanto, entrevistou dezessete surdos adultos, que passaram por experiências inclusivas na sua história educacional. Apesar de tecerem críticas à escola especial, todos os surdos entrevistados consideravam essa escola como a melhor opção, comparando com as experiências inclusivas que vivenciaram na escola de ouvintes. Os depoimentos extraídos dessa pesquisa revelam a posição de uma pessoa surda:

> **Eu não concordo com inclusão porque criança língua ainda nada**. Ela não tem experiência, **não adianta só intérprete, eu acredito que criança precisa de escola bilíngue** para que a criança com 3, 4, 5 anos comece **para que seja ensinada Libras, depois Português**. Depois que aprendeu bem, a partir da Língua de Sinais, que já sabe ler bem, aí pode inclusão, talvez na quinta série [...]. (grifos da autora).

O bilinguismo para surdos preconiza o domínio da Libras como primeira língua (língua materna), e a Língua Portuguesa escrita (no caso do Brasil) como segunda língua. O Decreto nº 5.626/2005 prevê a organização de turmas bilíngues na escola regular, constituídas de surdos e ouvintes (BRASIL, 2005). No entanto, os surdos reivindicam escolas bilíngues fundamentadas no respeito à cultura e comunidade surda.

Nesse contexto, a construção de uma Pedagogia surda, ou visual, vem se afirmando nas narrativas de pesquisadores da Linguística e por surdos, compreendendo a surdez como diferença cultural, bem como valorizando as identidades surdas e o domínio da Libras na constituição desses sujeitos (SKLIAR, 1999; STUMPF, 2008; PERLIN; STROBEL, 2008;

SILVA, 2012). Além disso, caracteriza-se como "uma nova perspectiva de educação bilíngue que evoca a língua de sinais e que surge a partir dos próprios surdos por meio de movimentos de resistência" (SILVA, 2012, p. 267), que se impõem contra o padrão dominante ouvinte na Educação de surdos.

As tendências nas pesquisas de surdez no VI e VII Sipem

A pesquisa, de cunhos exploratório e bibliográfico, utiliza como fonte os Anais dos VI e VII Sipem[1]. Com foco nas pesquisas relacionadas com Educação Matemática e surdez, acessou-se especificamente o GT13 Diferença, Inclusão e Educação Matemática, de cada uma das edições anteriormente mencionadas, e foram selecionadas oito pesquisas do VI Sipem (2015), das 14 publicadas e dez do VII Sipem (2018), das 24 publicadas, totalizando 18 publicações, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Artigos e autores no GT13 do VI e VII Sipem

Código	Título	Autores
A1-VI	**Os zeros dos alunos surdos**: o zero é ausência, o zero é um lugar, o zero é fracasso, o zero é amizade e o zero é redondo	Fabiane Guimarães Vieira Marcondes; Lulu Healy
A2-VI	**O ensino de matemática para alunos surdos do ensino médio**: uma análise da prática de professores do Distrito Federal	Luciana de Jesus Lemos; Raquel Carneiro Dörr
A3-VI	**O diálogo surdo-ouvinte**: caminhos para a inclusão	Elizabete Leopoldina da Silva; Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes
A4-VI	**Introduzindo a análise combinatória no ensino fundamental com adaptações para deficientes visuais e surdos**	Claudia Segadas; Fábio Garcia Bernardo; Júlio César dos Santos Moreira; Paula Marcia Barbosa; Wagner Rohr Garcez
A5-VI	**Entre duas línguas**: o ensino e a aprendizagem de matemática de alunos surdos inclusos	Fábio Alexandre Borges Clélia Maria Ignatius Nogueira
A6-VI	**Crianças surdas em um cenário para investigação matemática**	Amanda Queiroz Moura; Miriam Godoy Penteado
A7-VI	**A inclusão do aluno surdo nas aulas de matemática**: histórias narradas por intérpretes de libras	Thamires Belo de Jesus; Edmar Reis Thiengo
A8-VI	**Uma investigação com alunos surdos do ensino fundamental**: o cálculo mental em questão	Clélia Maria Ignatius Nogueira; Maria Emília Zanquetta
A9-VII	**O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (Pnaic)**: formação e prática dos professores	Renata Aparecida de Souza; Maria Elizabete Rambo Kochhann

[1] Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/sbembrasil/index.php/anais/sipem. Acesso em: 05 de maio de 2021.

	alfabetizadores no ensino da matemática para alunos surdos	
A10-VII	**Diferentes formas de apresentação de enunciados de problemas matemáticos**: subsídios para inclusão de estudantes surdos	Beatriz Ignatius Nogueira Soares; Clélia Maria Ignatius Nogueira; Fábio Alexandre Borges
A11-VII	**Interpretação em libras na aula de matemática**: um desafio para o intérprete educacional de Libras	Gisela Maria da Fonseca Pinto Claudia Coelho de Segadas-Vianna
A12-VII	**Atividade de ensino de matemática com vídeos**: uma proposta para a inclusão de surdos	Jurema Lindote Botelho Peixoto; Flaviana Santos Silva
A13-VII	**Contagem**: estudo com alunos surdos usuários de libras	Silene Pereira Madalena
A14-VII	**A educação de surdos na formação de professores que ensinam matemática**	Letícia de Medeiros Klôh; Reginaldo Fernando Carneiro
A15-VII	**Mathlibras**: nossos primeiros vídeos de matemática com libras	Thaís Philipsen Grützmann; Rozane da Silveira Alves
A16-VII	**Perspectivas no processo de ensino e aprendizagem de matemática para alunos surdos**: uma revisão sistemática	Renata da Silva Dessbesel; Sani de Carvalho Rutz da Silva; Elsa Midori Shimazaki
A17-VII	**Ressignificação do conceito de diagonais de um polígono convexo por estudantes surdos à luz dos mecanismos compensatórios**	Thamires Belo de Jesus; Edmar Reis Thiengo
A18-VII	**Uma atividade sobre o sistema monetário brasileiro para uma aluna com surdocegueira**	Heniane Passos Aleixo; Thaís Philipsen Grützmann

Fonte: Autoras.

Para identificar as tendências nessas pesquisas, foi adotado o método de análise de conteúdo (BARDIN, 1977), tomando como *corpus* textual os resumos dos trabalhos. Quando as informações apresentadas nos resumos eram insuficientes para a apreensão dos significados, partiu-se para a leitura do artigo completo. Para apoiar a análise de conteúdo, o *corpus* também foi tratado no *software* Interface de R pour les Analyses Multidimensionnelles de Textes et de Questionnaires (Iramutec)[2], que tornou possível gerar uma nuvem de palavras graficamente, em função da sua frequência, conforme Figura 1. Foram suprimidas da nuvem as palavras: “pesquisa”; “como”; “resultado”; “objetivo”; e “artigo”, por entender que são termos comuns em qualquer resumo, além das palavras: “aluno”; “surdo”; “surdos”; e “matemática”, por serem comuns nas pesquisas selecionadas.

[2] O Iramuteq (http://www.iramuteq.org/) é um *software open source* gratuito produzido e licenciado pela GNU GPL (v2) ancorado no *software* R (www.r-project.org) e na linguagem Python (www.python.org), aplicado especificamente na produção de análise textual estatística, a partir de um *corpus* textual e de diferentes técnicas que o *software* oferece.

Figura 1: Nuvem de palavras a partir dos resumo

Fonte: Autoras

A nuvem de palavras é definida como a representação gráfica das palavras em função de sua frequência. É uma visualização simples, porém, traz indicativos de ocorrência, com destaque por tamanho e centralidade das palavras que mais foram utilizadas no *corpus* textual. Quanto maior o tamanho da palavra na nuvem, maior a frequência com que apareceu nos resumos analisados, e, portanto, maior incidência nas pesquisas.

Ao analisar as ocorrências em destaque na Figura 1, percebem-se as palavras: “intérprete”; “professor”; e “ensino”. Quantificando essa visualização, temos que a frequência das palavras: “intérprete” e “Libras”, nos resumos, foi de 18 ocorrências, cada uma sendo destacada na nuvem; a palavra “professor” sobressaiu na nuvem e teve o total de 19 ocorrências; e a frequência da palavra “ensino”, nos resumos, foi a mais alta, totalizando 24 ocorrências. Tal análise auxiliou a emergência das categorias: i) A atuação do “intérprete” na aula de Matemática; ii) Formação do “professor” de matemática; e iii) “ENSINO”, em Libras, de conceitos matemáticos.

Resultados e discussões

A partir das categorias estabelecidas, conforme mencionado, segue a discussão das tendências nas pesquisas sobre Educação Matemática e surdez, em busca das relações e divergências entre as pesquisas analisadas e o referencial teórico apresentado.

i) A atuação do "intérprete" na aula de Matemática

A atuação do "Intérprete" da Língua de Sinais (ILS) no contexto educacional inclusivo foi o tema mais problematizado nas pesquisas, nas duas edições do Sipem. Os resultados mostraram ser fundamental a presença do profissional para a comunicação do surdo na escola regular, tanto com o professor, quanto com os colegas, mas não é suficiente para promover a aprendizagem; assim, verifica-se ser necessário fortalecer a parceria intérprete-professor de Matemática no planejamento das aulas, considerando que a formação inicial do ILS pode não ser a Matemática (A2-VI; A5-VI; A7-VI; A10-VII; A11-VII; A17-VII).

O ensino de Matemática mediado por esse profissional influencia a compreensão de temas da Álgebra (equação do segundo grau) por estudantes surdos, principalmente se o conteúdo for apresentado de forma tradicional, segundo o trinômio definição→exemplos→ exercícios. Na interpretação de uma língua para a outra, podem ocorrer perdas do real significado dos conceitos algébricos, quando não são bem compreendidos pelo ILS nem bem explorados pelo professor, nas diversas representações, inclusive a visual (A5-VI). Enfim, o domínio da Libras, pelo ILS, não é suficiente para o exercício da sua profissão no campo educacional, visto que, alguns resultados destacaram que esses profissionais utilizam outros recursos didáticos, como ilustrações, narrativas e exemplos, para auxiliar na tradução dos conteúdos, e assim transcendem a sua função de apenas interpretar (A7-VI; A11-VII).

A atuação do intérprete educacional realmente é diferenciada daquele que atua em outros contextos, pois a função dele "nesse espaço não é apenas o de traduzir, mas também o de favorecer a aprendizagem por parte do aluno surdo" (LACERDA, 2014, p. 33). Entretanto, quando não há interação professor-intérprete, o fato pode acarretar possíveis inconsistências nas adaptações realizadas na interpretação dos enunciados de problemas, caso o intérprete não tenha formação em Matemática (A10-VII).

A falta de uma língua comum entre o professor de Matemática e o aluno surdo consiste em obstáculo que precisou ser compensado com a atuação do intérprete educacional; no entanto, essa presença não tem sido suficiente para promover a inclusão, o que endossa a reivindicação surda pelo ensino bilíngue, com as aulas ministradas em Libras.

ii) Formação do "professor" de matemática

Ao compreender que as questões que envolvem o ensino de Matemática vão além de simplesmente aprender Libras, ao superar a concepção de que os alunos surdos não precisam aprender os conteúdos da disciplina (A9-VII), e, além disso, quando o professor perceber que a responsabilidade de ensinar é sua e não do intérprete educacional, será possível compreender que a formação básica é insuficiente (A14-VII), no que diz respeito às metodologias necessárias para promover o aprendizado de Matemática do aluno surdo.

Nogueira e Zanquetta (2013, p. 39) explicam a questão do seguinte modo: "a escola não deve se limitar apenas a 'traduzir', para a língua de sinais, metodologias, estratégias e procedimentos da escola comum, mas deve continuar a preocupar-se em organizar atividades que proporcionem o salto qualitativo no pensamento dos surdos" (grifo no original). E, para tanto, a formação continuada é fundamental, para que os professores reflitam sobre suas práticas e busquem o seu desenvolvimento profissional (A14-VII), de forma a construir estratégias concretas de como lidar com o ensino para alunos surdos, garantindo-lhes mais chances de obter um conhecimento apropriado (A9-VII), isso porque, não basta adaptar atividades, é necessário pensar em ações direcionadas ao estudante com surdez.

iii) "ENSINO" em Libras de conceitos matemáticos

Os conhecimentos numéricos são construídos, por estudantes surdos, com o emprego de uma língua visuomotora (A13-VII), que possui um sistema próprio de representação; portanto, a maneira como o estudante surdo aprende difere da maneira como o ouvinte aprende, o que demonstra a importância da Libras no desenvolvimento do surdo e sua influência no desempenho desses alunos. Ou seja, é necessário que a Libras seja protagonista, de forma a considerar questões culturais e linguísticas dos surdos (A15-VII); ao mesmo tempo, é preciso adotar estratégias metodológicas de apelo visual, no ensino de Matemática para surdos, visto que a experiência visual e a Libras potencializam o acesso do surdo ao conhecimento (A12-VII).

Com base na importância da Libras para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática (A16-VII), sete pesquisas desenvolveram ações voltadas para um conteúdo específico, a saber: os sentidos que os surdos atribuem ao conceito zero (A1-VI); números racionais (A3-VI); combinatória (A4-VI); investigação em atividades matemáticas cotidianas (compras no mercado) (A6-VI); cálculo mental; sistema de numeração decimal; e situações relacionadas com o campo aditivo (A8-VI); contagem com uso da notação numérica (A13-VII); e Sistema Monetário Brasileiro (A18-VII). Além disso, duas pesquisas tiveram enfoque na produção de vídeos de Matemática em Libras (A12-VII; A15-VII), que consideraram questões culturais e linguísticas dos surdos e podem ser utilizados em sala de aula, bem como em outros ambientes, para o ensino de Matemática.

De maneira geral, essas pesquisas demonstram ser relevante a utilização de recursos manipuláveis, aliados à tradução para a Libras, para facilitar a compreensão (A4-VI); os benefícios do uso das tecnologias como suporte pedagógico (A6-VI; A16-VII); a eficácia de aulas de Matemática produzidas em vídeos bilíngues, e a aula ministrada em Libras, contando com tradução para a Língua Portuguesa oral, através de áudio e escrita de legenda (A3-VI; A12-VII; A15-VII;); bem como a importância do ensino partir do cotidiano do estudante (A6-VI; A18-VII); no entanto, todos apontam para a mesma direção: a necessidade de o estudante surdo aprender em sua língua natural, a Libras; entretanto, é preciso destacar que a aquisição da Libras precisa ser precoce, desde a primeira infância, visto que essa aquisição é necessária para o desenvolvimento cognitivo.

No estudo A6-VI, por exemplo, foi investigado o engajamento de quatro crianças surdas (7 a 9 anos) de uma instituição especializada, em um cenário de investigação em atividades matemáticas cotidianas (compras no mercado), envolvendo o uso de *software*. Os participantes estavam em fase de alfabetização e ainda não eram fluentes em Libras. O aporte teórico foi o Modelo da Cooperação Investigativa, baseado em atos dialógicos: “estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar”. Os diálogos dos surdos, durante a atividade, não se estabeleceram de forma satisfatória e não houve conexão entre os atos dialógicos. As autoras interrogam se o modelo teórico, pensado para ouvintes, contemplaria surdos, considerando a Libras. Uma questão que precisa ser aprofundada em outras pesquisas.

Pode-se notar que as pesquisas no campo da Educação Matemática, dessas duas edições do Sipem, já estão considerando os aspectos da Pedagogia Surda, como recomendam Santana, Muniz e Peixoto (2018), principalmente quando investigam a acessibilidade de video-aulas bilíngues, tomando como referência a comunidade surda, e na análise de práticas/diálogos matemáticos em Libras, destacando a influência dos enunciados na compreensão dos surdos.

Considerações Finais

Ao analisar as tendências nas pesquisas sobre Educação Matemática de surdos, nos Anais dos VI e VII Sipem, o ensino de Matemática em Libras foi o tema mais enfocado. Infere-se, portanto, que a mediação didática diretamente em Libras, com uso de recursos manipuláveis ou imagéticos, pode favorecer aspectos da cognição visual dos alunos surdos. Aspecto que coaduna com a perspectiva da Pedagogia surda.

Na análise quantitativa dos resumos, outra palavra frequente foi “intérprete”, e sua atuação foi um dos temas mais explorados e mantido nas duas edições. Sem dúvida, no contexto educacional com surdos inclusos, a presença desse profissional é imprescindível; entretanto, os estudos problematizam o seu papel em sala de aula, em busca de encontrar caminhos para favorecer o ensino e a aprendizagem de Matemática na escola. O intérprete, nesse contexto, muitas vezes, é o protagonista do ensino, visto que o professor, por não saber se comunicar com o estudante, algumas vezes, se exime da responsabilidade. No entanto, é necessário que seja repensada a atuação dos intérpretes, em sala de aula, principalmente no que se refere ao planejamento conjunto com o professor, tendo em vista que o profissional interpreta conteúdos disciplinares que não fazem parte da sua formação inicial.

Em suma, essas pesquisas confirmam os questionamentos da comunidade surda, diante da realidade vivenciada pelos indivíduos surdos com a inclusão, visto que, mesmo com a presença do intérprete educacional, não foram alcançados muitos avanços na educação desse público. Os surdos propõem uma educação baseada na abordagem bilíngue, seja na escola inclusiva ou em outra instituição. Na escola inclusiva, o Projeto Político-Pedagógico deve estar respaldado no bilinguismo, e toda a escola engajada em sua execução. O atendimento deve considerar o nível de proficiência em Libras do estudante: nível básico, intermediário ou avançado.

A formação de professores de Matemática e surdez foi tema de duas pesquisas, apenas no VII Sipem, e destacam que o professor deve estar em constante formação, a fim de repensar suas práticas pedagógicas, cuja finalidade não deve ser apenas adaptar materiais utilizados na educação de ouvintes para o trabalho com o aluno surdo, mas planejar aulas que atendam às necessidades desse estudante, lembrando do aspecto visual para o aprendizado do surdo. Entretanto, esse aspecto deve ser explorado com a comunicação em Libras e um planejamento didático.

Dessa forma, como apontamento para novas pesquisas, sobressai a análise dos diálogos matemáticos a partir da Libras, visto que essa análise deve considerar a perspectiva bilíngue, bem como repensar os modelos teóricos antes pensados para ouvintes. Nas duas últimas edições do Sipem, apenas duas pesquisas consideraram essa perspectiva e apontaram para a necessidade de aperfeiçoar os modelos teóricos/metodológicos, de forma a considerar tanto os diálogos matemáticos, como os enunciados das questões na primeira língua do surdo: a Libras.

Por fim, o papel do intérprete na sala de aula é destacado como temática que permaneceu inquietando os pesquisadores nas duas edições, pois, na escola comum, o profissional participa ativamente das questões pedagógicas. As práticas de Matemática em Libras foi uma tendência predominante, revelando a preocupação em promover o seu ensino considerando o universo surdo e, por último, poucas pesquisas abordaram diretamente a formação inicial e continuada de professores de Matemática, o que revela uma lacuna que pode ser mais explorada no GT13 com o objetivo de contribuir para o ensino de surdos no contexto bilíngue.

Referências

BORGES, F. A.; NOGUEIRA, C. M. I. Um panorama da inclusão de estudantes surdos nas aulas de matemática. *In*: NOGUEIRA, C. M. I. (org.) **Surdez, inclusão e matemática**. Curitiba: CRV, 2013.

CAMPELLO, A. R. S. Pedagogia visual: sinal na educação dos surdos. *In*: QUADROS, R. M.; PERLIN, G. (orgs.). **Estudos surdos II**. Petrópolis: Editora Arara Azul, 2007.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. A apropriação de noções sobre reflexão por aprendizes sem acuidade visual: uma análise vygotskyana. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Santos. **Anais** [...], 2003, v. 1, p. 1-16.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Evolução dos significados atribuídos à simetria e reflexão por aprendizes sem acuidade visual. *In*: VII EPEM ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: Faculdade de Educação, USP, 2004, v. 1, p. 1-13.

KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C.; DORNAS, R.; Votto, B. G. O museu interativo de matemática como uma ferramenta para a democratização da matemática com vistas à educação inclusiva. **Educação Matemática em Revista-RS**, v.11, p. 83-91, 2010.

KRANZ, C. R.; HEALY, Lulu. Focussing on dyscalculia: contributions from a historical-cultural lens. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 5, p. 1-27, 2012.

LACERDA, C. B. F. **O intérprete de língua brasileira de sinais em atuação na educação infantil e no ensino fundamental**. Porto Alegre: Ed. Mediação, 2014.

MARCONDES, F.; SANTOS, H. Alunos surdos discutindo sequências: rumo ao pensamento algébrico. *In*: X ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, São Carlos. **Os (des)caminhos da educação continuada de professores que ensinam matemática no estado de São Paulo**. 2010.

MARCONE, R.; PENTEADO, M. G. Narrativa do caso de um aluno cego em um curso de graduação em matemática. *In*: IV CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO ESPECIAL E VI ENCONTRO BRASILEIRO DE PESQUISADORES EM EDUCAÇÃO ESPECIAL. 2010, São Carlos. **IV CBEE e VI ENPEE**. São Carlos: UFSCar, 2010, v. único, p. 4.180-4.192.

NOGUEIRA, C. M. I. A matemática como contribuição educacional ao desenvolvimento cognitivo da criança surda. *In*: BERGAMASCHI, R. I.; MARTINS, R. V. (orgs.). **II Encontro a propósito do fazer, do saber e do ser na infância**. Canoas: La Salle, 1999.

NOGUEIRA, C. M. I. O ensino de matemática para surdos: as dimensões cognitiva, afetiva e inclusiva. *In*: ROMANOVSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. A. (orgs.). **Conhecimento local e conhecimento universal**: diversidade, mídias e tecnologias na educação. Curitiba, 2004.

NOGUEIRA, C. M. I.; ZANQUETTA, M. E. M. T. Surdez, bilinguismo e o ensino tradicional de matemática: uma avaliação piagetiana. **Zetetiké**, v.16, n. 30, jul./dez. 2008.

PEIXOTO, J. L. B. *et al*. A integração de vídeos no ensino de matemática para estudantes surdos. **ReviSeM**, n. 2, p. 120-145, 2019.

PEIXOTO, J. L. B.; SANTANA, E. R. dos S.; CAZORLA, I. M. **Soroban uma ferramenta para a compreensão das quatro operações**. Itabuna: Via Litterarum, 2006.

PRESTES, M. L. M. **A pesquisa e a construção do conhecimento científico**: do planejamento aos textos, da escola à academia. 4. ed. São Paulo: Rêspel, 2012.

SALES, E. R. de. **A visualização no ensino de matemática**: uma experiência com alunos surdos. 2013. 237 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) − Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

SEGADAS, C. Educação especial: a inclusão é fato? *In*: **31 Encontro do Projeto Fundão**. Rio de Janeiro: Livro de Resumos do 31º Encontro do Projeto Fundão, 2007, p. 10.

SILVA, S. G. de L. Pedagogia surda e ensino da língua portuguesa para surdos. *In*: PERLIN, G.; STUMPF, M. (org.). **Um olhar sobre nós surdos**: leituras contemporâneas. Curitiba: CRV, 2012, p. 265-272.

SOUZA, Y. S. O.; GONDIM, S. M. G.; CARIAS, I. A.; BATISTA, J. S.; MACHADO, K. C. M. **Pesquisas e práticas psicossociais**, *15*(2), São João del-Rei, abr./jun. 2020. e3283. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/pdf/ppp/v15n2/15.pdf. Acesso em: 05 de abril de 2021.

STROBEL, K. L. **A visão histórica da in(ex)clusão dos surdos nas escolas**. Campinas: ETD, v. 7, n. 2, p. 245-254, 2006.

STUMPF, M. R. Mudanças estruturais para uma inclusão ética. *In*: QUADROS, R. M. de (org.). **Estudos surdos III**. Petrópolis: Arara Azul, 2008, p. 14-29.

VILHALVA, S. (org). **A pedagogia surda**. Rio de Janeiro: Arara Azul, 2002.

Educação Matemática Inclusiva no Contexto das Imigrações Internacionais

Inclusive Mathematics Education in the Context of International Immigration

Manuella Heloisa de Souza Carrijo
Universidades Estadual Paulista (Unesp-Rio Claro) - University of Klagenfurt (Áustria)
manuellaheloisa@gmail.com

Resumo
A globalização e os avanços tecnológicos têm contribuído com a intensificação do fenômeno das imigrações internacionais. E os sistemas educacionais têm sido chamados a repensar suas políticas e estruturações na compreensão de que as migrações são um direito humano que inclui o direito à educação. Esse artigo é resultado de reflexões de uma pesquisa de doutorado e tem o objetivo de fomentar a discussão sobre educação matemática inclusiva no contexto com estudantes imigrantes. Sob o aporte teórico da Educação Matemática Crítica, elenca aspectos políticos e sociais da matemática como possibilidades de aprendizagem que podem refletir em contextos fora da escola, ao fortalecer a conexão entre respeito, democracia, superação da xenofobia e injustiças sociais.

Palavras-chave: estudantes imigrantes; diversidade; inclusão.

Abstract
Globalization and technological advances have contributed to the intensification of the phenomenon of international immigration. And education systems have been called upon to rethink their policies and structures in the understanding that migration is a human right that includes the right to education. This article is the result of reflections from doctoral research and aims to foster the discussion on inclusive mathematics education in the context of immigrant students. Under the theoretical contribution of Critical Mathematics Education, it lists political and social aspects of mathematics as learning possibilities that can be reflected in contexts outside of school, by strengthening the connection between respect, democracy, overcoming xenophobia and social injustices.

Keywords: immigrant students; diversity; inclusion.

Introdução

No final do século XX e início do século XXI, tem-se ocorrido grandes deslocamentos de pessoas entre países. As migrações fazem parte da história da humanidade. Entretanto, a globalização e os avanços tecnológicos têm contribuído com a intensificação desse fenômeno. Também, as recentes e intensas transformações econômicas e político-sociais caracterizadas por desigualdades regionais acentuadas.

Segundo o Inventário de Migração Internacional da Organização das Nações Unidas (ONU, 2019), em 2019, por volta de 3,5% da população no planeta eram pessoas que moravam em países diferentes dos países onde tinham nascido. Desse quantitativo, um em cada sete imigrantes internacionais (cerca de 38 milhões de pessoas) tem menos de 20 anos, o que representa grande número de pessoas em idade escolar.

Esses deslocamentos são motivados por diversos fatores, voluntários ou forçados, entre eles: fuga de conflito, guerras, perseguições, desastres naturais, busca por trabalho, crescimento econômico e ambiente mais favorável para sobrevivência, dentre outros. Todo esse movimento tem resultado em um contingente de pessoas que se encontram em situação de vulnerabilidade. Isso tem revelado também situações de desigualdades e também de injustiças sociais; gerando uma crise humanitária histórica.

O Brasil também têm sido um dos países destino de variados fluxos migratórios, incluindo aqueles em situação de refúgio. E os sistemas educacionais brasileiros, assim como tem acontecido pelo mundo, estão sendo chamados a repensar suas políticas e estruturações na compreensão de que as migrações são um direito humano que inclui o direito à educação. E isso é uma preocupação também para a educação matemática.

Esse artigo é resultado de reflexões de pesquisa de doutorado e tem o objetivo de fomentar a discussão da educação matemática inclusiva acerca do contexto com estudantes imigrantes. Trata-se de uma pesquisa qualitativa em fase de desenvolvimento e em processo de produção de dados que tem acontecido por meio de entrevistas com imigrantes e professores que ensinam matemática. A pesquisa se estrutura em torno de compreender possibilidades da educação matemática para a inclusão de estudantes imigrantes.

Nesse artigo, apresento discussão teórica sobre temáticas abordadas na pesquisa. Na primeira seção, apresento brevemente a atual situação dos estudantes imigrantes no contexto educacional brasileiro. Em seguida, discuto o necessário debate acerca de uma educação matemática inclusiva que considere estudantes imigrantes. Por fim, apresento possibilidade para oportunidades de aprendizagem nas aulas de matemática em uma perspectiva inclusiva.

Estudantes imigrantes no Brasil

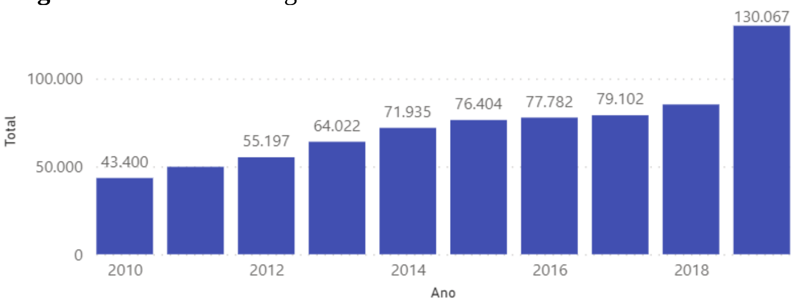
Em uma escola pública da cidade de São Paulo, estudantes imigrantes relataram que precisaram pagar "pedágio" aos estudantes brasileiros da escola para não apanharem na saída da escola. Para se sentirem seguros, os estudantes, principalmente bolivianos, pagavam lanches na cantina ou davam aos brasileiros qualquer quantia que possuíam nos bolsos[1].

[1] https://www1.folha.uol.com.br/fsp/cotidian/ff2809201012.htm

Embora esse tipo de situação não seja passível de ocorrer exclusivamente com estudantes imigrantes, esse ocorrido é muito ilustrativo de como a diversidade na escola pode causar estranhamentos e comportamentos de intolerância.

Baseado em informações do portal do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), o número de matrículas de estudantes de outras nacionalidades em escolas brasileiras mais que dobrou nos últimos dez anos, indo de pouco mais de 43 mil matrículas em 2010 para mais de 130 mil matrículas em 2019. A rede pública de ensino recebe em torno de 60% desse total.

Figura 1: Estudantes imigrantes matriculados no ensino básico no Brasil



Fonte: https://www.nepo.unicamp.br/observatorio/bancointerativo/numeros-imigracao-internacional/censo-escolar/

A figura 1 apresenta, por meio de um gráfico de barras, a evolução no número de estudantes imigrantes internacionais matriculados no ensino básico no Brasil desde 2010. Na última barra, aparece um aumento expressivo no número de matrículas realizadas em 2019. A maioria dos estudantes imigrantes no Brasil, mais de 40%, são oriundos da América Latina, principalmente de países como Venezuela, Haiti e Colômbia.

Independente de quão expressiva é ou não a quantidade de estudantes imigrantes matriculados na escola, a inclusão desses estudantes em todo o processo de ensino e aprendizagem deve ser uma prioridade. Em outras palavras, mesmo que houvesse poucos estudantes imigrantes matriculados nas escolas, ainda assim, eles deveriam ser considerados por ações inclusivas de educação.

A legislação brasileira determina que estudantes de outras nacionalidades têm direito ao acesso à educação da mesma forma os estudantes brasileiros, conforme expresso pela Constituição Federal (artigos 5° e 6°), pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (artigos 2° e 3°) e pelo Estatuto da Criança Adolescente (artigos 53° ao 55°).

Além disso, em 2017 foi sancionada no Brasil a Lei de Migração (Lei n.º 13.445/2017) que contemplava uma perspectiva de direitos humanos em adequação à constituição de 1988. Essa lei traz avanços que buscam sintonizar as discussões internas com os compromissos internacionais relativos aos direitos e garantias dos povos migrantes. Antes dessa lei, crianças imigrantes não documentadas, por exemplo, poderiam ser impedidas de se matricularem em instituições de ensino brasileiras.

Entretanto, com as mudanças políticas mais recentes no Brasil, o tema da imigração assim como outros temas caros à valores democráticos têm sofrido retrocessos. No início de 2019, o Brasil se retirou do Pacto Global para a Migração acompanhando a posição de países tais como Estados Unidos e Israel. Por decisão do governo Bolsonaro, o país deixou de participar do pacto sob o entendimento de que a imigração não deve ser tratada como questão global, mas, sim, de acordo com a realidade e a soberania de cada país[2].

O Pacto Global para a Migração é um acordo multilateral firmado pela ONU em 10 de dezembro de 2018 e seus países-membros. É um instrumento internacional sob uma carta de princípios, com 23 recomendações que buscam promover uma migração mais regular, ordenada e segura no planeta, respeitando a dignidade dos imigrantes.

Ainda que a questão migratória pareça não ser um tema prioritário na agenda da atual política brasileira, os sistemas educacionais brasileiros têm vivenciado os desafios e possibilidades da presença de estudantes imigrantes na escola. Tem vivenciado o desafio de como a dimensão das imigrações internacionais no Brasil tem e devem refletir as políticas educacionais brasileiras voltada para o acolhimento à diversidade e que nas palavras de Oliveira (2020), têm os estudantes imigrantes ainda como "sujeitos ausentes".

As políticas de inclusão que entram em cena no âmbito da educação, buscam reparar as injustiças de uma política educacional historicamente excludente. A seguir, será discutido o papel desempenhado pela educação matemática inclusiva nesse cenário.

Do acesso ao pertencimento

Em um formato de escola baseada em estandardização, conformizarão e controle, a diversidade pode ser encarada com um problema e por muitas vezes ignorada ou combatida. Entretanto, ao se pensar ambientes inclusivos de educação, é preciso considerar as diversidades étnicas e culturais,

---

[2] https://g1.globo.com/mundo/noticia/2018/12/11/entenda-o-que-e-o-pacto-mundial-para-migracao.ghtml. Acesso em: 04 abr. 2020

Akkari (2018), aponta três possibilidades para ponderar a diversidade na escola: valorizar e utilizar a diversidade dos estudantes; repensar a organização do processo de ensino dentro e fora da escola e considerar que a escola tem responsabilidade primária na busca por justiça social e equidade. Um passo adiante é expandir para uma reflexão internacional sobre o lugar da diversidade cultural nas escolas.

A diversidade em sala de aula levanta desafios também para a educação matemática inclusiva. Uma interpretação da educação inclusiva e da educação matemática inclusiva tem o enfoque de incluir na sala de aula estudantes com deficiência Contudo, essa abordagem é possível de ser ampliada a questões relacionadas, por exemplo, com a inclusão de alunos com diferenças de origens culturais, de gênero, religiosas, diferenças baseadas no racismo, em idade ou questões estéticas, no mesmo ambiente educacional (SKOVSMOSE, 2019).

Segundo Skovsmose (2019), o encontro entre as diferenças nas aulas de matemática, destaca o encontro entre pessoas com diferentes experiências de vida, de meios culturais, com diferentes sonhos realizados e frustrados. Também, com diferentes esperanças, prioridades, oportunidades, perspectivas e aspirações.

Ainda que a legislação brasileira respalde o direito ao acesso à educação para todos sem distinção, as exclusões sociais se perpetuam no ambiente escolar. Uma educação para todos não significa apenas acesso à escola. É preciso ações que possam contribuir também para o processo de inclusão dos estudantes. Assim, as ações da educação inclusiva devem ser direcionadas para as desigualdades sociais, para que se possa examinar as formas como a escola repercute privilégios e exclusões.

Barros (2017), apresenta preocupações em relação à inclusão de estudantes surdos nas aulas de matemática e reforça que o fato de o estudante ter acesso à escola não significa inclusão. Que "estar dentro" é diferente de "fazer parte".

Figura 2: Processo de Integração

Fonte: Barros (2017, p.22)

Na figura 2, o autor ilustra a integração de estudantes surdos no ambiente da escola. Isso significa que estudantes que frequentavam instituições de ensino especializadas são chamados a frequentar o ambiente da escola, ainda que mantidos em salas de aulas separadas. Nesse sentido, os estudantes compartilham o espaço da escola, mas há isolamento e exclusão.

Figura 3: Ideal de Educação Inclusiva

Fonte: Barros (2017, p.23)

Já a figura 3, Barros (2017) apresenta o que ele chama de Ideal de Educação Inclusiva. É uma educação para todos sem que para isso seja preciso adaptações ou minimização de conteúdo para que todos aprendam. É o contexto em que ações são pensadas no sentido de considerar o valor da autonomia e do respeito às diferenças na aprendizagem.

Nesse sentido, considero que o simples acesso de estudantes imigrantes na escola, respaldada pelas legislações, também não significa inclusão. A simples integração desses estudantes não garante suporte no processo de sentimento de pertencimento tão caro a essas pessoas em deslocamento. Em outras palavras, os estudantes imigrantes enfrentam o desafio de se sentirem membros de uma coletividade no país de destino. A escola tem importante papel no processo de reconhecimento dessas pessoas, de deixar claro que elas importam, que elas podem verdadeiramente fazer parte sendo como elas são.

Ao considerar a inclusão em educação matemática como promotora de possibilidades e que não entenda as diferenças como limitadoras, mas como potencializadoras, é preciso considerar uma perspectiva de educação matemática inclusiva que inclua também a diversidade das populações imigrantes e itinerantes. A seguir, indico possibilidades para a inclusão de estudantes imigrantes para a aulas de matemática.

Educação matemática inclusiva e estudantes imigrantes

Pensar a educação matemática inclusiva que considere estudantes imigrantes perpassa por muitas questões. Aqui vou elencar três pontos: *aulas de matemática em contextos linguisticamente diversos*; *professores que ensinam matemática como agentes de* *inclusão;* e *temáticas com implicações políticas e sociais nas aulas de matemática*. Certamente, outros tópicos são relevantes para essa discussão e todos eles não se apresentam de forma isolada e nem dissociados entre si.

Primeiramente, refletir sobre a inclusão de estudantes imigrantes, recai na questão de salas de aula com diversidade de linguagem. Barwell *et al.* (2016) contempla discussões sobre o ensino e a aprendizagem da matemática em contextos linguísticamente diversos. Os autores apontam que a diversidade na linguagem pode criar hierarquias e exclusão, uma vez que não falar de acordo com uma forma padrão do idioma local pode colocar os estudantes na posição de "menos educado". Isso aponta para a necessidade de se considerar, por outro lado, que cada participante em uma sala de aula de matemática, incluindo o professor, traz sua própria combinação de línguas, variedades e modos de fala. Isso deve ser considerado para o fortalecimento do diálogo.

De acordo com Moura (2020), o diálogo nas aulas de matemática é fator primordial ao pensar ambientes inclusivos de educação nas aulas de matemática. A autora apresenta reflexões críticas e propõe possibilidade no sentido da inclusão de estudantes surdos diante de realidades educacionais nas quais a exclusão e o isolamento estão presentes.

Também, segundo Faustino (2018)

> A educação que se vincula a aspectos democráticos alicerça-se na participação: participação dos sujeitos no processo educativo, a qual não se dá em um processo educativo monológico, mas, sim, em um processo educativo dialógico, onde cada um dos estudantes pode expressar sua visão de mundo, pode dizer a palavra, pode dialogar" (p. 45).

Os estudantes imigrantes se deparam com diversas barreiras na escola, entre elas a barreira da língua, tida por muitos como um dos primeiros obstáculos enfrentados, ainda mais ao considerar o fato de o Brasil ser o único país da América do Sul que tem o Português como língua oficial. Para as aulas de matemática, o diálogo colocado em ação pode contribuir para a inclusão de estudantes imigrantes.

Sobre *professores que ensinam matemática como agentes de inclusão,* Vieira e Moreira (2020) apontam para a importância de se considerar a escola como um dos espaços que recebe o imigrante e que necessita compreender os contextos migratórios. Assim, os professores de matemática têm papel importante como agente sociocultural e político que promove a inclusão de alunos imigrantes na atividade matemática, bem como no espaço escolar em sua totalidade.

> E o professor de Matemática necessita reconhecer a diversidade e particularidades existentes na sala de aula para apresentar a Matemática de forma inclusiva, respeitando o conhecimento que o aluno imigrante traz de sua história e que este seja o ponto de partida para sua prática pedagógica. Além disso, sua postura como agente sociocultural e político não permitirá que manifestações de preconceito, discriminação e violência sejam praticadas em sala de aula (Vieira e Moreira, 2020, p.191)

Isso significa que o professor que ensina matemática não pode ser indiferente em relação a diversidade em sala de aula. Isso requer formação continuada, pensar o currículo de modo crítico e conhecer as questões referentes às imigrações internacionais. Requer também postura não neutra e apolítica e pensar práticas que consideram a diferença que vem de diversos lugares do mundo.

Já a inserção de *temáticas com implicações políticas e sociais nas aulas de matemática* é fundamental para a educação matemática inclusiva na possibilidade de um aprender junto, de aprender com a diversidade. Temáticas como distribuição de salários e riqueza; racismo e xenofobia; contexto migratórios; sobre habitação e condições de vida; ou sobre representatividade nas mídias sociais, são alguns exemplos de contextos reais que podem ser explorados nas aulas de matemática.

Entretanto, considerar temáticas sociais e políticas nas aulas de matemática na perspectiva de inclusão é ir além de simplesmente trazer determinados assuntos ao planejamento das aulas. Primeiramente, é importante ter em mente ao considerar tópicos referentes ao contexto dos estudantes imigrantes, a preocupação de não os colocar no lugar de folclorização, de exóticos. Que não se transmita uma percepção equivocada de “estrangeiros” ou inferiores intelectual e culturalmente, o que contribuiria no processo de exclusão. Em segundo lugar, é necessário ir além de identificar e desenvolver, nas aulas de matemática, atividades que explorem a diversidade. Mas se trata de acolher as diferenças e também considerar os contextos e conhecimentos que os estudantes trazem para a escola, de desenvolver ações que possam impactar a inclusão dos estudantes imigrantes.

Gutstein (2006) aponta para a possibilidade de ler e escrever o mundo com a matemática. Isso significa envolver os alunos em temáticas relacionadas à justiça social. Isso pode ajudar a criar espaço para discussões sobre direitos humanos e os alunos podem discutir a realidade e se engajar em mudanças sociais. Nesse sentido, estudantes imigrantes, por meio do conhecimento matemático podem interpretar seus contextos de vida. Além disso, eles podem se reconhecer agentes de transformação e utilizar a matemática para modificar suas realidades em sentimento de pertencimento.

Os cenários para investigação inclusivos é uma importante noção da Educação Matemática Crítica e apresentam possibilidades de ambientes inclusivos para as aulas. Oferecem convite para que os estudantes participem de processos de investigação; viabilizam que os estudantes façam perguntas, formulem hipóteses, experimentem argumentos e dialoguem com os colegas (MOURA, 2020; SKOVSMOSE, 2019). É, pois, possibilidade de ambiente que seja acessível a todos estudantes na valorização das diversidades. Assim, estudantes imigrantes têm papel ativo no processo de ensino em direção a ler e escrever o mundo com a matemática.

Por meio de cenários para investigação inclusivos, encontros entre diferenças podem ser estabelecidos. Ao facilitar colaborações em atividades compartilhadas e considerando temáticas sociais e políticas, é possível que estudantes imigrantes e não imigrantes participem no processo de trabalhar e aprender juntos. Isso contribui para o processo de inclusão ao conhecer e reconhecer o outro.

Essas noções são essenciais ao refletir educação matemática inclusiva que considere estudantes imigrantes e são relevantes para o fortalecimento do respeito e da tolerância. Pode favorecer a aproximação entre estudantes imigrantes e não imigrantes nas aulas de matemática com reflexos nos contextos fora da escola.

Considerações Finais

Em uma sociedade fortemente marcada por grandes desigualdades, o convívio das diferenças no mesmo espaço educativo tem sido um desafio na construção de sistemas de educação verdadeiramente inclusivos para todos.

Refletir educação matemática inclusiva é ir além do “o que” deve ser ensinado, mas considerar o “para quem” é ensinado. E no contexto com estudantes imigrantes isso inclui ações que desafiem e desvaneçam as fronteiras e dicotomias entre “nós” e “eles”.

Os contextos linguisticamente diversos, o papel sócio político dos professores que ensinam matemática e temáticas com implicações políticas e sociais nas aulas são aspectos a serem considerados ao refletir educação matemática inclusiva no contexto com estudantes imigrantes.

Os cenários para investigação inclusivos possibilitam encontros entre diferenças e fomentar espaços em que estudantes imigrantes e não imigrantes participam no processo colaborativo de aprender juntos.

Considero o entendimento de uma educação matemática inclusiva ancorada em fundamentos de educação em um mundo mais coeso e global e com foco em promover uma sociedade mais justa para todos. Certamente, para fortalecimento da conexão entre respeito, democracia e enfrentamento da xenofobia.

Esse artigo é fruto de pesquisa de doutorado em fase de desenvolvimento e espera-se que ela possa contribuir com debates sobre o ensino e aprendizagem da matemática em ambientes marcados pela diversidade e descrever possibilidades de ações que busquem promover educação matemática inclusiva no contexto de estudantes imigrantes.

Agradecimentos

Este capítulo faz parte do meu projeto de doutorado, apoiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) do Brasil e Ernst Mach Grant da Áustria. Também faz parte do Grupo de Pesquisa Épura, da Unesp, de Rio Claro, São Paulo.

Referências

AKKARI, A. Balanced and Inclusive Education and Diversity: From a “problem” to be solved to an opportunity to re-imagine inclusive education. In. MUSSALLAM, B. (Ed.). **Global Guide of Ethics, Principles, Policies, and Practices in Balanced and Inclusive Education.** Genebra: Education Relief Foundation. 2018. p. 2-16.

BARROS, D. D. **Formação inicial de professores de matemática na perspectiva da educação inclusiva**: contribuições da disciplina de Libras. (Dissertação de mestrado). Universidades Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, SP. 2017.

BARWELL, R. *et al.* (Ed.) **Mathematics Education and Language Diversity:** The 21st ICMI Study. Switzerland: Springer. (2016).

FAUSTINO, A. C. **"Como você chegou a esse resultado?" :** o diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. (Tese de doutorado). Universidades Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, SP. 232 p. 2018.

GUTSTEIN, E. **Reading and writing the world with mathematics**: Toward a pedagogy for social justice. New York, NY: Routledge. 2006.

MOURA, A. Q. **O encontro entre surdos e ouvintes em cenários para investigação: das incertezas às possibilidades nas aulas de matemática** (Tese de doutorado). Universidades Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, SP. 2020.

OLIVEIRA, D. A. Os imigrantes na política educacional brasileira: um sujeito ausente. In: **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 15, e2013655, p. 1-15, 2020

ONU. **Número de migrantes internacionais no mundo chega a 272 milhões**. ONU News Perspectiva Global Reportagens Humanas. (2019). Disponível em: <https://news.un.org/pt/story/2019/11/1696031> Acesso em 23 de junho de 2021.

SKOVSMOSE. O. Inclusions, Meetings and Landscapes. In: KOLLOSCHE, D; MARCONE, R; KNIGGE, M; PENTEADO, M.; SKOVSMOSE, O., (Ed.). **Inclusive Mathematics Education**. Cham: Springer, 2019. p. 71-84

VIEIRA, L. B.; MOREIRA, G. E. O estudante imigrante e o papel do professor de matemática como agente sociocultural e político. **Dialogia**, São Paulo, n. 34, p. 185- 199, jan./abr. 2020.

ASKEW, M. Diversity, Inclusion and Equity in Mathematics Classrooms: From Individual Problems to Collective Possibility. In: BISHOP, A., TAN H., BARKATSAS, T. N. (Ed.). **Diversity in Mathematics Education**: towards Inclusive Practices. Suíça: Springer, 2015. p. 129-145.

Esboço, Leitura e Interpretação de Gráficos por Estudantes Cegos: uma análise dos princípios do DUA em pesquisas

Sketching, Reading and Interpreting Graphics by Blind Students: An Analysis of DUA Principles in Research

Daiana Zanelato dos Anjos
Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina
daizanelato@gmail.com

Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina
mthmoretti@gmail.com

Resumo
O esboço de curvas, a leitura e a interpretação de gráficos é uma atividade comumente realizada pelos estudantes na disciplina de matemática, visto que os gráficos são registros de representação que podem mostrar elementos significantes visuais compondo o acesso a alguns objetos de conhecimento em matemática. Tendo um apelo visual forte, questionou-se como essa atividade que compreende o esboço, a leitura e a interpretação de gráficos é realizada por estudantes cegos. Partiu-se de uma revisão de literatura para investigar o que as pesquisas têm nos mostrado em relação a essas três categorias de análise. Utilizou-se as ideias de interpretação global de unidades figurais também para analisar os trabalhos encontrados, assim como, os princípios do Desenho Universal para a Aprendizagem - DUA. Percebeu-se com esta análise que os trabalhos fazem uso de ferramentas para o esboço de curvas utilizando a abordagem ponto a ponto. Quanto aos princípios do DUA, observou-se que há muito o que ser desenvolvido em trabalhos na área da Educação Matemática Inclusiva, em especial, para estudantes cegos.

Palavras-chave: Desenho Universal para a Aprendizagem. Gráficos. Estudantes Cegos. Aprendizagem em Matemática.

Abstract
Sketching curves, reading and interpreting graphs is an activity commonly performed by students in the mathematics discipline, since graphs are representational records that can show significant visual elements composing access to some knowledge objects in mathematics. Having a strong visual appeal, it was questioned how this activity comprising sketching, reading and interpreting graphics is performed by blind students. We started with a literature review to investigate what research has shown us in relation to these three categories of analysis. The ideas of global interpretation of figural units were also used to analyze the works found, as well as the principles of Universal Design for Learning - DUA. We realized with this analysis that the works make use of tools to sketch curves using the point-to-point approach. As for the DUA principles, it was observed that there is much to be developed in works in the area of Inclusive Mathematics Education, especially for blind students.

Keywords: Universal Design for Learning. Graphics. Blind Students. Learning in Mathematics.

Primeiras Palavras

O direito à Educação para todos preconizado pela Constituição Federal brasileira (BRASIL, 1988) nos faz refletir sobre a abrangência da palavra "todos" levando-nos a considerar a condição humana da diferença nesta reflexão. Educar a todos é, então, considerar as pessoas com deficiência, estatura alta, cabelos escuros, transtornos e toda e qualquer dificuldade de aprendizagem. O direito às diferenças é uma das dimensões da Educação para todos e, neste sentido, o que se deseja é diminuir as desigualdades no percurso educacional nos mais variados segmentos da sociedade (SANTA CATARINA, 2014, p. 53). Pensar no direito às diferenças nas aulas de matemática é levar em conta o perfil dos alunos da sala inclusiva, lembrando que a disciplina tem como principal objetivo a formação integral do sujeito promovendo a dignidade humana, o que vai muito além de aplicar técnicas.

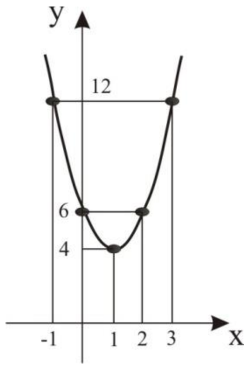
Partimos desse entendimento para dar início ao nosso trabalho. Tanto no material didático dos estudantes quanto durante as aulas de matemática, as atividades que compreendem o esboço, a leitura e a interpretação de curvas são utilizadas com muita frequência. Entre outros motivos, a capacidade de esboçar, ler e interpretar um gráfico requer dos estudantes a "discriminação de variáveis visuais pertinentes constituintes deste tipo de representação" (DUVAL, 2011a, p. 96), seja para os gráficos estatísticos, como os histogramas ou para aqueles que mostram as curvas originadas de funções, entre outras situações.

Nos estudos realizados por Duval (2011a, 2011b), percebe-se que o se tem feito no ensino, de forma geral, é a utilização de regras de codificação para construir os gráficos, associando pares ordenados de pontos no plano. O autor pontua que se constrói um abismo cognitivo pensando no esboço pela abordagem ponto a ponto, pois perde-se a possibilidade da interpretação global das unidades figurais visuais (DUVAL, 2011a). Na interpretação global, ao contrário da abordagem ponto a ponto, são analisadas unidades significativas figurais e as suas correspondentes nos registros algébricas das funções. As mudanças em um dos registros imprimem alterações no outro e permitem uma interpretação global do conceito em questão.

No procedimento de esboço de curva, denominado ponto a ponto, que se observa bastante no Ensino Básico, uma tabela de duas colunas é usada, por atribuição de valores na expressão matemática da curva. A Figura 1, a seguir, mostra um exemplo típico para o caso da curva $y = 2x^2 - 4x + 6$.

Figura 1: Procedimento ponto a ponto para o exemplo $y = 2x^2 - 4x + 6$.

x	y
-1	12
0	6
1	4
2	6



Fonte: Moretti e Thiel (2012, p. 388)

O procedimento ilustrado na Figura 1, em que cada par ordenado tem um ponto assinalado no plano cartesiano e a curva pode ser traçada juntando estes pontos, reforça a ideia da curva como um aglomerado de pontos e, com isso, o estudante perde de vista a percepção global da curva e o papel da expressão algébrica que fica, muitas vezes, apenas como uma fornecedora de pares ordenados no início do processo (DUVAL, 2011a, 97-99).

Levando em conta essa abordagem de pensar o esboço, a leitura e a interpretação de gráficos e trabalhando em uma perspectiva inclusiva, pensamos como esse tipo de atividade tão comumente realizada e solicitada em matemática impacta a aprendizagem desses estudantes. Em um trabalho recente (ANJOS, 2019) em que apresentamos os gráficos estatísticos a uma estudante da terceira série do Ensino Médio, confirmamos a dificuldade de acesso semiótico ao objeto de conhecimento, como também a dificuldade relacionada à natureza da escrita Braille que impossibilitava, por exemplo, o esboço do gráfico com a máquina Braille. No caso da dificuldade relacionada ao acesso semiótico, nos deparamos com a situação de uma transcrição de um histograma que não apresentava as linhas de grade horizontais dificultando que a estudante cega identificasse os valores de referência das barras horizontais no eixo coordenado das ordenadas. Logicamente, uma questão como essa pode ser resolvida com a melhoria da transcrição, mas em sala de aula trouxe dificuldades no acesso, na leitura e na interpretação dos dados da questão pela estudante. Como percebemos há um impacto na aprendizagem, mas e em relação ao esboço, leitura e interpretação de outros tipos de gráficos, o que têm nos dito as pesquisas?

Para intentar responder a estes questionamentos realizamos uma revisão de literatura na temática específica apresentada anteriormente. Levamos em consideração três categorias: leitura, interpretação e esboço de gráficos, como também a abordagem utilizada: ponto a ponto ou de interpretação global de propriedades figurais. Pensando na perspectiva inclusiva e em suas aplicações em sala de aula, analisamos os trabalhos investigados buscando encontrar neles os princípios do Desenho Universal para a Aprendizagem – DUA que, além de outros aspectos, pensa uma aprendizagem que inclua as diferenças.

Os princípios do Desenho Universal para a Aprendizagem – DUA

O ensino das pessoas com deficiência nem sempre aconteceu em classes de ensino comum como acontece atualmente. Ainda longe de um ideal de educação inclusiva, mas almejando alcançar este objetivo, nossas classes de ensino regular passaram a receber matrículas de estudantes público- alvo da Educação Especial a partir da Política Nacional da Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2008) que, entre outros pontos, instituiu a migração de estudantes com deficiência das instituições privado-assistenciais para as classes de ensino regular fazendo com que essas últimas perdessem a primeira matrícula desses estudantes. O serviço de Atendimento Educacional Especializado (AEE) passou de substitutivo ao ensino comum (BRASIL, 2008) a status de complementar e suplementar a este ensino, respectivamente, disponibilizando recursos de acessibilidade, estratégias e serviços, assim como, enriquecendo o currículo (GARCIA; MICHELS, 2018, p. 61).

Nesse ínterim os professores das classes comuns têm se mobilizado não somente para receber os estudantes com deficiência, mas para pensar uma prática pedagógica que atinja a todos os estudantes dessa classe inclusiva. Como bem apontado por Zerbato e Mendes (2018, p. 148), essa modificação no ato de ensinar não se faz sozinha e não é fácil, nem simples de ser realizada. Há que se pensar em currículo, estratégias de ensino, espaço físico da sala de aula, formação docente e outras ações que mobilizem toda uma rede de profissionais nesta direção.

A escola inclusiva não se faz apenas por professores e ações pontuais surge inspirado no conceito de *Design Universal* utilizado para a projeção de edifícios e espaços públicos, o Desenho Universal para a Aprendizagem – DUA (ZERBATO; MENDES, 2018). Como mencionado, a proposta trazida com este conceito não está voltada apenas a acessibilidade em espaços físicos, mas sim, com a ideia de “transformar escolas de ensino comum em ambientes inclusivos e favoráveis à aprendizagem de todos (Idem, p. 149). Este conceito surgiu nos Estados Unidos em 1999 por alguns pesquisadores do *Center for Applied Special Technology* (CAST).

O DUA é guiado por três principais princípios que embasam as estratégias inclusivas que devem ser pensadas por toda a equipe escolar e não somente professores da Educação Especial e professores regentes de classes de ensino comum. Os princípios são: de Engajamento, de Representação e de Ação e Expressão. O primeiro dos princípios tem relação com a capacidade comunicacional entre os professores e os estudantes em sala de aula, pois deve embasar a elaboração de atividades acessíveis oferecendo oportunidades de interação entre todos os estudantes, pensando no nível dos desafios que a atividade exigirá e proporcionando incentivos para a aprendizagem (ZERBATO; MENDES, 2018). No princípio da representação preocupa-se com a apresentação e o reconhecimento da informação que será aprendida e neste caso, em especial, que utilize recursos táteis e uma apresentação na linguagem Braille e em tinta para que todos da classe possam usufruir e aprender juntos. Por fim, o terceiro dos princípios leva em conta a forma de avaliação de tal aprendizagem e que, segundo o DUA, deve apresentar uma diversidade de estratégias para que o estudante possa demonstrar o que aprendeu.

O esboço de curvas, leitura e interpretação de gráficos por estudantes cegos: revisão de literatura

Foram investigados artigos de periódicos das grandes áreas de Educação e Ensino, em ambas buscando o campo de Educação Matemática para verificar três categorias de análise pensadas por nós: a leitura de gráficos, a interpretação de gráficos e o esboço de gráficos. Em matemática cada uma dessas ações vai mobilizar diferentes habilidades dos estudantes e pode apresentar mais ou menos custo cognitivo.

Os artigos foram pesquisados em periódicos de estratos diversos e os periódicos em que obtivemos algum resultado levando em conta os descritores escolhidos foram: Contrapontos (B2 em Educação), Revista Thema (B5 em Educação), Ensino e Tecnologia em Revista (B3 em Ensino), Bolema (A1 em Educação) e Educação Matemática Pesquisa (A2 em Ensino). A utilização de descritores facilitou a busca, mesmo assim, procedemos com a leitura atenta de todos os resumos para, posteriormente, identificar se o trabalho se enquadrava em nossa pesquisa. Os descritores utilizados foram: Esboço de curvas e cegos, Gráficos e cegos, Esboço de curvas e deficiência visual e Gráficos e deficiência visual. Encontramos sete artigos com essas especificações apresentadas acima. Analisando de forma mais apurada, dois deles foram desconsiderados, pois apenas analisavam materiais didáticos e os registros gráficos, não apresentando análises que envolvessem os estudantes cegos e a leitura, interpretação e esboço de gráficos de funções. Os cinco trabalhos analisados foram melhor detalhados nas linhas que seguem.

No artigo de Manrique e Ferreira (2010) publicado na Revista Contrapontos, os autores tinham o intuito de analisar o uso de uma ferramenta para representação de gráficos por estudantes cegos. A construção da ferramenta foi detalhada e o material utilizado foi uma placa de latão, papel milimetrado e tiras de uma manta imantada. No relato de experiência de Fontes, Cardoso e Ramos (2012) publicado na Revista Thema, detalhou-se como ocorreu o processo de ensino-aprendizagem de gráficos nas aulas de física e matemática. O trabalho de Araujo e Aguiar (2018) encontrado no periódico Ensino e Tecnologia em Revista teve como objetivo investigar o acesso aos diferentes tipos de registros de representação da função quadrática. Nesse estudo foram analisados modelos de gráficos e tabelas desenvolvidos através de dois softwares (Monet e Braille Fácil) e impressos em Braille. Na pesquisa de Uliana (2013) encontrado na revista Bolema, o objetivo é mostrar a criação, confecção e experimentação de um kit pedagógico que possibilita a realização de diversas atividades matemáticas com variados conceitos, entre eles, o de função polinomial. O último trabalho investigado foi desenvolvido por Pasquarelli e Manrique (2016), encontrado no periódico Educação Matemática e Pesquisa; esse trabalho fez uso de uma tecnologia assistiva (simulador de gráficos dot-plot) para investigar no processo de ensino e aprendizagem de medidas de tendência central (média, moda e mediana).

Na sequência apontamos, em específico, o que cada trabalho mostrou em relação às três categorias levadas em consideração na elaboração de tal pesquisa, assim como a abordagem em relação aos gráficos utilizada, assim como indicada nos estudos de Duval (2011a, 2011b). Por fim, analisamos se os trabalhos mostram indícios de aplicação das ideias do DUA ou mesmo se apontam o seu uso.

Leitura

O trabalho de Araujo e Aguiar (2018), mostrou que a estudante cega fez a leitura e o reconhecimento de eixos e pares ordenados do sistema cartesiano que foi elaborado pelos pesquisadores com o apoio de softwares, nada foi relatado em relação à função como um todo e a sua interpretação global. Nesse trabalho, o gráfico era seguido de uma tabela que mostrava os pontos que faziam parte da curva da função quadrática esboçada. Dessa forma, podemos inferir que a abordagem utilizada neste caso foi a ponto a ponto. Interessante pontuar, que mesmo este trabalho tendo foco na leitura de gráficos por estudantes cegos, ou seja, não pensando na aprendizagem dos outros estudantes fazendo uso deste material, foi pensado na relação comunicacional entre professor que enxerga e estudante cego, já que o material tem, ao mesmo tempo, os escritos em tinta e em Braille. De certa forma, poderíamos dizer que se iniciou aqui a ideia do princípio do engajamento do DUA.

Interpretação

Apesar de não mostrar os detalhes da interpretação, o trabalho de Manrique e Ferreira (2010) que apresentou uma ferramenta[1] para construção de gráficos por estudantes cegos apontou que a ferramenta foi utilizada e favoreceu a interpretação dos gráficos de uma função de primeiro grau.

No relato de experiência de Fontes, Cardoso e Ramos (2012), o recurso utilizado foi uma prancheta de papelão revestida de uma fina tela plástica e o multiplano. Os professores esboçavam neste material retas e curvas e solicitavam a identificação pelo estudante. Não houve detalhes do que era solicitado para identificar, mas há apontamentos de êxito do estudante na identificação.

A pesquisa de Uliana (2013) mostrou resultados positivos no que cerca a interpretação de um gráfico de função polinomial com um material concreto com metal, Braille e fios de arame. A autora não detalhou como essas interpretações eram realizadas pelo estudante, pois o foco principal era mostrar as melhorias feitas no kit pedagógico em desenvolvimento e a aplicação com outro conceito matemático.

[1] Não apresentamos a figura da ferramenta, pois não consta no trabalho de Manrique e Ferreira (2010).

Esboço

No trabalho de Manrique e Ferreira (2010) percebemos que a ferramenta desenvolvida favoreceu a identificação de pontos no plano cartesiano e a construção de gráficos de função do primeiro grau, ou seja, a abordagem utilizada pelos autores foi a ponto a ponto. Apesar de os autores (2010, p. 14, Grifo Nosso) terem apontado que os estudantes sem deficiência visual adotam “estratégias inteiramente pontuais em suas interpretações de gráficos, vendo-os como instrumentos para localizar pontos, não sendo capazes de interpretar *as relações de forma mais global*”, tal estratégia fez parte da utilização da ferramenta com os estudantes cegos. Essa ideia de interpretação global é estudada por Duval (2011a), mas no trabalho de Manrique e Ferreira (2010) faz parte dos estudos de Eisenberg e Dreyfus (1990)[2], Kerslake (1981)[3] e Monk (1992)[4].

No relato de experiência de Fontes, Cardoso e Ramos (2012), a prancheta também foi utilizada para a construção de gráficos. Pelas imagens mostradas no trabalho, há indícios de esboço de algumas curvas e a abordagem utilizada para o esboço foi a ponto a ponto, mesmo não sendo indicada especificamente no relato.

A pesquisa de Uliana (2013) apresentou resultados positivos no esboço de gráficos de funções polinomiais com o material pedagógico criado, inicialmente, com um plano cartesiano físico de metal com eixos em Braille e fios de arame para esboçar as curvas das funções. A autora indicou que o estudante cego localizava pontos da função no gráfico, assim como os estudantes com acuidade visual, o que nos indica que aqui também era utilizada a abordagem ponto a ponto. O material foi aprimorado, mas a autora a partir daí, fez experimentações com uma estudante cega e considerou outro objeto de conhecimento em matemática, a saber, figuras planas.

Na pesquisa de Pasquarelli e Manrique (2016), a construção de gráficos era realizada por meio da tecnologia assistiva dot-plot e com isso, não se tratava de um esboço, mas de uma construção, uma vez que os gráficos de barras aqui trabalhados eram construídos em uma plataforma que lembra um ábaco com varetas que os estudantes iam inserindo a

---

[2] EINSENBER; DREYFUS. Sobre la resistencia para visualizar en matemáticas. In W.Zimmerman & S. Cunningham (Eds.), MAA notes number 19: Visualization inTeaching and Learning Mathematics. *Mathematical Association of America*.Traducción Hitt y Arteaga. DME. Cinvestav - IPN. 1990.

[3] KERSLAKE, D. Graphs in Hart “Children’s understanding of mathematics. Windsor, IJK: NFER-Nelson, 1981.

[4] MONK, S. Students’ Understanding of a Function Given by a Physical Model, em G. Harel e Ed Dubinsky, 1992

quantidade indicada de bolinhas. Como nessa pesquisa, a construção não se tratava de gráficos de funções, não havia como analisar a abordagem trabalhada. Os conceitos de moda, média e mediana foram aprendidos de maneira satisfatória pelos estudantes com e sem deficiência visual, conforme indicado pelas autoras e ainda, o uso da tecnologia assistiva proporcionou maior autonomia aos estudantes cegos.

Dentre todos os trabalhos mencionados, percebemos que neste último os princípios do DUA foram utilizados mesmo sem serem mencionados pelos autores. Houve o princípio do engajamento, uma vez que a relação comunicacional entre os professores e os estudantes com e sem deficiência se fez na utilização da tecnologia assistiva. Percebemos que a utilização da tecnologia acessível possibilitou uma forma acessível de apresentar os conceitos estudados e ainda permitiu a interação entre todos da classe. No que se refere ao princípio da representação, percebemos que houve a preocupação com a linguagem do estudante cego, já que a tecnologia assistiva foi apresentada também em Braille e permitia assim, o uso também pelos estudantes cegos. Em relação ao último dos princípios, como não houve a avaliação das atividades não podemos fazer observações, mas acreditamos que tal tecnologia utilizada poderia fazer parte das possibilidades de avaliações a serem pensadas na classe inclusiva.

Considerações e Apontamentos

Primeiramente é interessante pontuar que são poucos os trabalhos que se debruçam sobre a temática levantada para estudo. Na revisão de literatura que investimos em periódicos das áreas de Educação e Ensino, encontramos apenas 5 (cinco) trabalhos que estavam relacionados à temática do esboço, leitura e interpretação de gráficos por estudantes cegos. Vale lembrar que não houve pesquisas por dissertações e teses, o que nos possibilita pensar na continuidade da investigação possibilitando resultados de pesquisas com maior profundidade na temática.

Duval (2011b), mesmo não estudando a aprendizagem de estudantes cegos especificamente, trabalha com a ideia de interpretação global de propriedades figurais em contraposição à abordagem usual no ensino que é a ponto a ponto. Foi com este intuito que pensamos na investigação dos trabalhos por este olhar. Também porque investimos na teoria em trabalhos anteriores, em que investigamos o Código Matemático Unificado para a Língua

Portuguesa – CMU (ANJOS, 2015) e o acesso aos objetos de saber em matemática pelo livro didático de matemática em Braille (ANJOS, 2019). Mas os trabalhos analisados utilizaram apenas a abordagem ponto a ponto para a leitura, interpretação ou esboço dos gráficos, o que nos leva a concluir que a temática não é estudada na perspectiva indicada nos estudos de Duval (2011a, 2011b). Ainda vale pontuar, que ao encontrar apenas os pontos no plano cartesiano, os estudantes perdem a ideia de uma percepção global da curva esboçada e da sua relação com as unidades significantes da expressão algébrica.

Entre outras percepções relacionadas à leitura, interpretação e esboço de gráficos, percebemos que houve indícios da utilização dos princípios do DUA. Sabemos que essa ideia ainda é pouco utilizada em trabalhos que pensam a inclusão de estudantes com deficiência em classes inclusivas. Os princípios indicados pelo DUA puderam ser percebidos de forma inicial nos trabalhos de Pasquarelli e Manrique (2016, p. 319) e de Araujo e Aguiar (2018). No trabalho de Araujo e Aguiar (2018) percebemos, de forma sutil, o princípio do engajamento, já que os autores se preocuparam em manter a comunicação relacional entre professores e estudantes cegos mostrando os gráficos em tinta e em Braille. As autoras apontaram que se preocupavam com o cumprimento dos princípios da Declaração de Salamanca, ao entenderem que o "atendimento a todas as pessoas de modo igualitário" é a forma mais correta de atendimento. Também sem apontar os princípios do DUA, essa pesquisa mostrou que o princípio do engajamento estava presente na proposta, uma vez que o uso da tecnologia assistiva se fez por todos os estudantes envolvidos e de maneira que houve interação entre eles no processo de ensino e aprendizagem. Assim, como o princípio da representação, já que a linguagem Braille estava presente e permitiu a leitura pelos estudantes cegos.

Como mencionado anteriormente, o DUA ainda não é utilizado amplamente nas pesquisas em Educação Matemática, mas mostra importantes ideias para se pensar as classes inclusivas e as estratégias para a aprendizagem dos estudantes com e sem deficiência. Pontuamos positivamente a utilização de indícios do DUA e acreditamos que os estudos apoiados nesta ideia têm perspectiva futura na área da Educação Matemática Inclusiva.

Referências

ANJOS, D. Z. **Da tinta ao Braille**: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU e do livro didático em Braille. 161fl. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2015.

ANJOS, D. Z. **O que se revela quando o olhar não alcança?** Em busca do acesso semio-cognitivo aos objetos do saber matemático por uma estudante cega. 389fl. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2019.

ARAUJO, L. F. F; AGUIAR, R. Função quadrática para estudantes cegos: uma proposta de padronização de gráficos táteis. **Anais** COLBEDUCA, p. 1-15, 2018.

BRASIL. **Constituição** (1988). Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988.

_______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008.

Duval, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, 6 (2), p.91-112, 2011a.

________. **Ver e Ensinar Matemática de outra Forma**. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. São Paulo: PROEM, 2011b.

FONTES, A. S; CARDOSO, F. A. R; RAMOS, F. V. Como trabalhar gráficos com aluno deficiente visual – Relato de Experiência. **Revista Thema**, v 9, n. 1, p. 1-13, 2012.

GARCIA, R. M. C.; MICHELS, M. H. Política de educação especial e currículo: disputas sobre natureza, perspectiva e enfoque. **Revista Teias**, v. 19, n. 55, p. 54-70, 2018.

MANRIQUE, A. L.; FERREIRA, G. L. Mediadores e mediação: a inclusão em aulas de matemática. **Revista Contrapontos**, v. 10, n. 1, p. 7-13, 2010.

MORETTI, M. T.; THIEL, A. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. **Práxis Educativa**. Ponta Grossa, v. 7.2, 2012.

PASQUARELLI, R. C. C.; MANRIQUE, A. L. A inclusão de estudantes com deficiência visual no ensino e aprendizagem de estatística: medidas de tendência central. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 309-329, 2016.

SANTA CATARINA. Governo do Estado. Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Curricular de Santa Catarina**: formação integral na educação básica. Estado de Santa Catarina. Secretaria de Estado da Educação, 2014.

ULIANA, M. R. Inclusão de estudantes cegos nas aulas de matemática: a construção de um kit pedagógico. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 597-612, 2013.

ZERBATO, A. P.; MENDES, E. G. Desenho Universal para a Aprendizagem como estratégia de inclusão escolar. **Educação Unisinos**, 22 (2), p. 147-155, 2018.

Formação de Professores para Atuação em Contexto Inclusivo Junto a Alunos Autistas

Teacher Training to Work in an Inclusive Context with Autistic Students

Amália Bichara Guimarães
UFRRJ
amaliadeguimaraes@yahoo.com.br

Gisela Maria da Fonseca Pinto
UFRRJ
gmfpinto@gmail.com

Resumo
Neste trabalho relatamos uma experiência vivenciada entre alunos do Programa de Residência Pedagógica em Matemática e de sua preceptora em uma escola regular de Educação Básica. A questão orientadora da pesquisa é: como a experiência vivenciada no contexto da Residência Pedagógica pode influenciar a formação desses licenciandos na atuação docente em contexto inclusivo, especificamente com alunos autistas? O objetivo geral consiste em analisar as possibilidades e limites da atuação docente em uma prática coletiva com alunos residentes, pensada para a inclusão de um aluno autista nas aulas de Matemática em sala regular. Para alcançar o objetivo, realizamos levantamento teórico sobre formação de professores que ensinam matemática, neurodiversidade e autismo. A pesquisa contou com a participação de licenciandos do programa Residência Pedagógicos e estagiários, que compuseram um coletivo junto à professora/preceptora/pesquisadora. Como resultados, constatamos que conhecer melhor os estudantes autistas e suas especificidades em um trabalho coletivo, a partir da vivência e do compartilhamento de decisões e situações, seja o melhor caminho para a sua inclusão e para a formação inicial do docente de Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática Inclusiva, Autismo, Residência Pedagógica. Estágio Supervisionado.

Abstract
In this work we report an experience experienced among students of the Pedagogical Residency Program in Mathematics and their preceptor in a regular school of Basic Education. The guiding question of the research is: can the experience experienced in the context of the Pedagogical Residency influence the formation of these graduates in the teaching practice in aninclusive context, specifically with autistic students? The general objective is to analyze the possibilities and limits of teaching in a collective practice with resident students, designed for the inclusion of an autistic student in mathematics classes ina regular classroom. To achieve the goal, we conducted a theoretical survey on teacher training that teaches mathematics, neurodiversity and autism. The research had the participation of undergraduates of the Pedagogical Residency program and interns, who composed a collective with the teacher-preceptor- researcher. As results, we found that knowing autistic students and their specificities in a collective work, from the experience and sharing of decisions and situations, is the best way for their inclusion and for the initial formation of mathematics teachers.

Keywords: Inclusive Mathematics Education, Autism, Pedagogical Residency. Supervised Internship.

Introdução

Ao falarmos do ensino e aprendizagem de matemática na perspectiva da educação inclusiva, indiscutivelmente, um grande desafio está posto: o preparo do professor de matemática para atuação em contexto inclusivo. O processo de construção do *eu-professor* depende de múltiplos fatores e experiências, sendo a formação inicial um dos mais relevantes. É nesse momento em que se passa da posição de aprendiz à função de professor: a formatura confere ao antigo estudante a responsabilidade de seguir uma carreira profissional, para a qual ele buscará modelos e atuações como exemplos ou contraexemplos, inspirando sua atuação docente. Conceitos precisam ser revistos em relação à matemática, à escola e ao ensino, tratando-se de bem mais que aprender a ensinar. Essa complexidade também pode ser percebida nas variadas formas como a formação inicial de professores é ofertada nas instituições de ensino superior.

A variedade de modelos de formação que coexistem e que, muitas vezes, não são tão explícitos sobre seus projetos educativos levam a uma incompreensão de suas concepções, por vezes subjetivas. Merece atenção especial a possível formação de professores em uma escola anacrônica, com modelos prontos, que ignora as formas de produção de conhecimento, as mudanças sociais e culturais. Por longa data, a formação do professor de Matemática foi pensada como a junção de conhecimentos do queprecisaria ser ensinado puramente, ou seja, Matemática *per se*, e poucas sugestões sobrecomo transmitir o conhecimento a outras pessoas. Dois pilares compunham a licenciatura: o matemático-purista, ocupando 75% da carga horária do curso, e o pedagógico-purista, abordando as questões voltadas à didática – "o conhecido modelo 3+1, 3 anos de bacharelado e 1 ano de didática" (MOREIRA, 2012, p.1138).

Para sentir-se minimamente confiante no exercício de suas funções junto às diferenças dentro da escola, o professor deve identificar características gerais desse perfil, o que remete ao conhecimento de conteúdo e estudantes. Considerando-se a perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), tem-se aqui "o conhecimento horizontal do conteúdo". É fundamental, considerando o filtro da deficiência, conhecer possibilidades diferentes de apresentar aqueles conteúdos aos alunos, assim como conhecer os erros mais frequentes e suas causas – o conhecimento especializado do conteúdo.

Neste texto, apresentamos um recorte de uma pesquisa de mestrado na qual trabalhou-se com a temática da formação inicial de professores pela prática junto ao Programa Residência Pedagógica e ao estágio supervisionado em uma turma de ensino fundamental II na qual havia aluno autista incluído. A partir do diálogo com a docente, preceptora da RP e pesquisadora à época e à coordenadora do estágio supervisionado, os licenciandos tiveram oportunidade de vivenciar uma situação prática de forma reflexiva voltada para a sua formação inicial. Temos por objetivo, então, apresentar algumas percepções deste estudo, enfatizando a prioridade que merece ter e, na perspectiva de Cyrino (2017) "a formação teórica com vivências reais em sala de aula junto à formação inicial destes professores na constituição de sua identidade profissional".

O artigo encontra-se assim estruturado: iniciamos com uma breve discussão sobre a formação de professores que ensinam matemática para atuação em contexto inclusivo; em seguida, levantamos alguns posicionamentos teóricos acerca da questãodo autismo e da neurodiversidade. A seção que se segue traz uma síntese das opções metodológicas adotadas na pesquisa, finalizando com um breve relato reflexivo e analítico.

Formação de professores que ensinam matemática para atuação em contexto inclusivo

A formação de professores que ensinam matemática tem sido mote de reflexões na comunidade acadêmica de educação matemática há muitos anos, como podemos perceber pelo número de integrantes do GT-07 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, por exemplo, que é um dos maiores GTs da entidade. Atualmente, entende-se que a formação inicial docente ancora-se não apenas sobre conteúdo e didática, comose supunha até os fins dos anos 90, aproximadamente, mas também sobre pelo menos mais um campo que mescle ambos. Mais ainda, mais e mais pesquisas têm revelado o quão diversificada é a ação docente (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; MOREIRA; DAVID, 2005; TARDIF, 2002 etc.). Consequentemente podemos perceber o quanto a licenciatura precisa se reinventar constantemente para dar conta de todas as demandas e questões que surgem conforme a sociedade se modifica.

Há todo um acervo de saberes que integram a dimensão do ensino e do conhecimento sobre o aluno e de matemática por parte do professor, de suas peculiaridades e especificidades, que no caso do aluno com deficiência é bem particular,e que precisa ser conhecido pelo professor. A docência em matemática tem sido considerada como "um trabalho social complexo, parte de um projeto educacional de grandes proporções, com interesse em fornecer acesso, através de instituições públicas ou privadas, a toda a população em idade escolar” (CAVALCANTI MOREIRA E FERREIRA, 2013, p.985). Na visão destes mesmos autores, independente do seu próprio desejo ou expectativa, o professor de Matemática se vê envolvido num processode natureza social de escolarização básica e que não é hermético aos contextos de lutas sociais e de disputas de interesses políticos, socioculturais ou econômicos. Portanto, faz sentido que a formação inicial do professor de Matemática se preocupe com este tipo dediscussão, que se volte para “uma visão sociológica da educação, a uma análise das políticas públicas para a educação escolar (incluindo as normatizações e as recomendações oficiais), às diferentes percepções das relações entre Estado e educação escolar etc.” (CAVALCANTI MOREIRA E FERREIRA, 2013, p.985)

A inclusão agrega-se aos cenários educacionais mais recentes por força de lei – mas não há como ignorar o fato de que sempre tivemos em nossas salas de aula alunos dos mais diversificados perfis de aprendizagem. Em termos gerais, um dos grandes propósitos da Educação Inclusiva é conquistar uma educação que contemple a todos. Propor um estudo de matemática na diversidade é, sobretudo, um grande desafio de real importância, sobretudo quando a discussão sobre inclusão aponta um caminho a ser explorado e conquistado. Podemos dizer que há uma omissão em relação às discussões oficiais na área de educação matemática inclusiva dentro das Instituições que deveriam agir de modo oposto, oferecendo subsídios para os futuros professores construírem suas práticas pedagógicas com algum embasamento para a ação. De fato, conforme Borges, Cyrino e Nogueira (2020, p.155-156), a maior parte das disciplinas que integram as grades curriculares de cursos de licenciatura que “trazem aspectos que possibilitam a discussão da inclusão, ainda que isolada e não transversal, está sob a responsabilidadede outros colegiados, o que acarreta um tratamento, ainda mais nítido, da temática de maneira paralela”, ,ou seja, desarticulada das práticas e das reflexões que envolvam a matemática em si.

Adiron (2016) propôs uma problematização sobre uma receita de inclusão. O autor aponta ‘a busca incessante da receita de bolo que nunca falhe’ como sendo o maior problema da educação; a receita de bolo que atenda a todos gostos, sirva para educar todos de forma homogênea e que, principalmente, não demande nem das famílias, nem dos estudantes, nem dosprofessores, algum trabalho. Que não obrigue as pessoas a pensar.

Bolo de pacote, comprado no supermercado, em que basta adicionar leite e bater no liquidificador. Mas educação se faz com seres humanos. Alunos, famílias e professores. E quando esse negócio chamado ser humano entra no processo, o bolo desanda. Cada um deles é diferente de todos os outros. Cada um assa em uma temperatura diferente. Cada um dá ponto em um momento diferente (*apud* MARCONDES; LIMA, 2020, p. 128).

Ao problematizar a receita da inclusão com ingredientes e procedimentos pré-determinados, Adiron (2016) "nos convida a questionar a homogeneidade da massa do bolo", posto que a qualidade dos ingredientes, condições físicas e instrumentos utilizados por um cozinheiro são diferentes dos utilizados por outro.

Segundo Rodrigues (2014), a formação de professores é um fértil reduto de esperança e de atuação quando se pretende alterar os sistemas educativos para que se tornem mais eficazes à equidade e à inclusão. Florian e Spratt (2013 *apud* RODRIGUES, 2014, p. 14) organizam em três temas principais os conteúdos que os cursos de formação de professores deveriam conter em termos da Educação Inclusiva:

1. compreender o ensino (a diferença deve ser considerada como um aspecto essencialao desenvolvimento humano); 2. justiça social (os professores devem acreditar – e podem ser convencidos disso - que são capazes e qualificados para ensinar todas as crianças); e 3. tornar-se um profissional ativo (a profissão deve ser desenvolvida para encontrar novas formas de trabalho com os outros).

Ao abordar o conjunto de questões que se levantam quando pretendemos "planejar a formação de professores, de modo a torná-los efetivos agentes de mudança no âmbito da equidade e da inclusão, deparamo-nos com um quadro complexo de temas que devem ser considerados" (RODRIGUES, 2014, p. 15). Todas as reflexões que levantamos aqui remetem à relevância que atividades e situações formativas que dialoguem diretamente com a prática docente e com aspectos voltados para o ensino de matemática são essenciais para a formação docente para a atuação em contexto inclusivo.

Neurodiversidade, autismo e inclusão

Não há consenso sobre as causas das características autistas, mas sabe-se que sua manifestação está relacionada ao funcionamento diferenciado de várias áreas cerebrais. Do ponto de vista médico, um funcionamento patológico, mas, para muitos sujeitos com espectro autista, trata-se de uma diversidade de funcionamento. Daí a designação neurodiversidade, que se converteu em denominação de um movimento afirmativo de identidade.

Ortega (2009, p.70) afirma que o surgimento do termo e do movimento de "neurodiversidade" na virada do século XXI, deve ser analisado a partir de um marco sociocultural e histórico mais amplo que incorpore a história e os desdobramentos dos estudos da deficiência e dos movimentos de deficientes. E ainda continua, ao dizer que a história do movimento de neurodiversidade, e mais especificamente em relação à cultura autista, está ligada ao deslocamento das concepções psicanalíticas para uma concepção biológica e cerebral do transtorno autista.

O conceito "neurodiversidade" tenta salientar que a "conexão neurológica" (neurologicalwiring) atípica (ou neurodivergente) não é uma doença a ser tratada ou curada. Trata-se antes de uma diferença humana que deve ser respeitada como outras diferenças (sexuais, raciais, entre outras). Se a neurodiversidade ou "neuroatipicidade" éuma doença, então a "neurotipicidade" também é. Eles são " 'neurologicamente diferentes', ou 'neuroatípicos'" (ORTEGA, 2009, p.72). Segundo Viana e Manrique (2020) a neurodiversidade é um novo paradigma que emerge de mobilizações sociais, estudos e pesquisas relacionados principalmente, ao grupo das pessoas autistas, alcançando diferentes esferas de discussão. Um dos aspectos da neurodiversidade e que entendemos como um importante convite para "as atuais reflexões que são propostas no campo da educação inclusiva, é a valorização de um olhar para as diferenças de maneiraa ultrapassar o que é instituído pela ótica clínica e médica" (VIANA, MANRIQUE, 2020, p.92).

Em síntese, conforme o posicionamento de Menezes (2012, *apud* PLETSCH, 2014), pode-se dizer que para que o processo de inclusão escolar de alunos autistas seja bem-sucedido é preciso atender a três condições básicas, a saber: (i) conhecer e estudar as características comuns às pessoas com autismo; (ii) Definir a forma de atendimento educacional a ser ofertado, concomitantemente com os demais alunos e (iii) desenvolver estratégias adequadas de atuação pedagógica em sala de aula, respondendo às necessidades educacionais especiais de alunos com autismo, as quais devem ser avaliadas sistematicamente. Conhecer essas questões e refletir sobre elas perante o ensino de matemática junto a estudantes de cursos de licenciatura possibilita que estes encontrem conforto e familiaridade ao encontrarem alunos neurodiversos em suas salas de aula futuras, e ainda que sejam criativos por ter um acervo de experiências e reflexões conduzidas no seio do grupo composto por residentes, estagiários e docentes.

A pesquisa

O objetivo geral desta pesquisa consistiu em analisar as possibilidades e limites da atuação docente numa prática coletiva com alunos residentes, pensada para a inclusão de um aluno autista nas aulas de Matemática em sala regular. Para dar conta dessa proposta, adotamos aqui uma pesquisa de caráter qualitativo, pois a prática do professor e a inclusão do aluno autista estão dentro da dimensão de algo que não pode ser quantificado.

Em relação aos procedimentos técnicos, trata-se de uma pesquisa ex-post-facto, aquela que analisa situações que se desenvolveram naturalmente após algum acontecimento. Podemos definir pesquisa ex-post-facto "como uma investigação sistemática e empírica na qual o pesquisador não tem controle direto sobre as variáveis independentes, porque já ocorreram suas manifestações ou porque são intrinsecamente não manipuláveis." (GIL, 2008, p. 54 *apud* PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 6). Do ponto de vista da abordagem do problema, temos uma pesquisa qualitativa. Segundo Pradanov e Freitas (2013, p. 70), a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Nesse contexto,compreendemos que a prática do professor e a inclusão do aluno autista estão dentro dessa dimensão, ou seja, de algo que não pode ser quantificado, uma vez que traz em seu bojo as atitudes, crenças, desejos, frustações, esperanças.

Os participantes da pesquisa constituíram-se em um grupo de estudantes de licenciatura que eram integrantes do programa Residência Pedagógica e/ou matriculados na disciplina de Estágio Supervisionado IV que tem, na universidade em questão, um dos seus focos voltado para as questões da educação especial e inclusiva, além da educação de jovens e adultos e da educação em espaços não formais. A coleta de dados deu-se por meio de instrumentos diversificados, a saber: o diário de campo da pesquisadora/docente/preceptora; relatórios/diários de campo produzidos pelos estagiários/residentes e relatos colhidos na entrevista em grupo, inspirada na técnica de grupo focal (GATTI, 2005 *apud* TEIXEIRA; MACIEL, 2009).

Cenário

Como cenário, tínhamos uma turma de 8º ano em uma escola pública quecontava com um aluno, aqui denominado como *Francisco*, com diagnóstico de autismo,com 14 anos de idade e que participava das aulas de Geometria sob a regência da professora/pesquisadora/preceptora.

No início do ano letivo de 2019, durante a reunião de apresentação no primeiro dia útil de fevereiro, além das orientações gerais dadas pela equipe gestora, foi informado aos professores do 8º ano, turno vespertino, que teríamos um aluno autista remanejado do turno da tarde. Foi um momento de grande apreensão e de uma sequência de perguntas. Na verdade, quase nada foi esclarecido. As únicas certezas eram que se tratava de um aluno agitado, com pouca produção em sala de aula, que permanecia nos corredores andando de um lado para o outro. Seus assuntos prediletos eram futebol e o time Fluminense.

Conversando com professores que haviam tido contato com ele em anos anteriores, soubemos que ele sabia ler, mas não fazia qualquer cópia da lousa; suas atividades deveriam ser registradas pelo próprio professor em seu caderno ou impressas e coladas; não chegava sonolento e não parecia estar sob efeito de medicação; nunca foi acompanhado por mediadores; não participava da semana de provas como os demais alunos, na verdade, não lhe era ofertado nenhum instrumento de avaliação; poucos docentes desenvolviam alguma atividade com ele; infelizmente, a maioria preferia que ele vagasse pelos corredores; a mãe do aluno não participava de reuniões e recusava-se a atender solicitações de comparecimento quando as recebia.

Nesse mesmo ano letivo, os alunos do Programa de Residência Pedagógica da Universidade retomavam suas atividades. No seio desse programa, integrante do Ministério da Educação no âmbito das ações voltadas para fomento à formação inicialde professores, o preceptor é um docente atuante em turmas da Educação Básica,selecionado de acordo com as regras do Programa e responsável por receber universitários – residentes – nas escolas e coordenar suas atividades na instituição. Os coordenadores do programa são professores universitários responsáveis por dirigir todasas atividades previstas no projeto Residência Pedagógica. Residentes são os graduandos da segunda metade da licenciatura selecionados para atuarem nas escolas da educação básica. Organizamos a escala de residentes na escola de modo que sempre houvesse alguém presente durante as aulas na turma do aluno Francisco, que não contava com apoio pedagógico de mediadores nem de sala de recursos. A turma tinha 36 alunos e erado turno da tarde, horário que ficava mais confortável para Francisco, visto que pela manhã apresentava-se muito sonolento.

Residentes e professora/preceptora/pesquisadora encontravam-se semanalmente para momentos de planejamento e reflexão sobre os últimos encontros em sala de aula, momentos esses nos quais eram planejadas atividades que pudessem ser oferecidas à turma e que motivassem Francisco a participar. Como exemplo, usamos Tangram,ocasião em que descobrimos que ele não gostava de recortar as peças, tendo tido para tanto auxílio de um dos residentes. Em aulas seguintes, propusemos atividades dereconhecimento de polígonos, sempre em conjunto com os residentes e com os estagiários, como fruto das reflexões no coletivo que formávamos.

Francisco afeiçoou-se mais a uma das residentes, apresentando mais conforto em realizar as atividades com seu apoio e recusando-se veementemente a levar atividades para o lar. Sobre isso, conversas com a coordenação pedagógica na escola sugeriram que nem sempre a mãe tinha tranquilidade em auxiliar em casa na realização das tarefas,fato esse que talvez possa ter gerado em Francisco uma reação adversa quando se tentava colocar alguma folhinha em seu caderno com o registro das atividades de casa.

O futebol era algo que Francisco gostava bastante, sendo torcedor de um clube carioca bastante tradicional, o Fluminense Futebol Clube. Um dos residentes sugeriu que usássemos o contexto das cores e bandeira desse time como cenário das atividades,o que foi recebido por Francisco com grande prazer, motivando-o a participar e realizar as tarefas.

Dados apurados e análises

Como dados, contamos com os registros do diário de campo da pesquisadora/ professora/preceptora, os diários de bordo e relatórios de estágio dos licenciandos/ residentes e licenciandos/estagiários e com as falas registradas e transcritas dos residentes e estagiários durante a entrevista em formato de grupo focal, realizada em uma seção de 2h de duração. Os dados foram organizados, analisados e categorizados a partir da perspectiva de análise de conteúdo, de Bardin (1977), que tem por objetivo a produção de inferências a partir de vestígios e indícios colocados em evidência através de procedimentos relativamente complexos, dependendo do foco e dos objetivos da pesquisa.

Foi feita uma leitura detalhada do material, chegando-se à construção das primeiras análises de forma transversal. Após desmembramento, codificação eapropriação desses dados, emergiram as seguintes categorias para análise: Conteúdos; Estratégias de Ensino; Relações entre Teoria e Prática e Impacto e Influências na Vida Profissional. Essas categorias não são necessariamente disjuntas. Essas categorias têm o papel nesta pesquisa de serem eixos de análise, isto é, fios condutores de temáticas que surgiram de maneira recorrente nos diferentes registros que tomamos como dados. Por meio deles, buscamos dialogar com as bases teóricas para respondermos às questões norteadoras desta pesquisa, as quais resgatamos a seguir: como a experiência vivenciadano contexto da Residência Pedagógica pode influenciar a formação desses licenciandos na atuação docente em contexto inclusivo, especificamente com alunos autistas? O material analisado foi composto por excertos das transcrições dos áudios oriundos das videogravações realizadas durante as entrevistas em grupo, inspiradas na técnica de grupo focal (GF), com os residentes do Programa de Residência Pedagógica em Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. No total, participaram 9 (nove) graduandos: 6 apenas como residentes e 3 como residentes/estagiários. Por questões de limitação de espaço no texto, vamos aqui relatar percepções oriundas da categoria de Impacto e Influências na Vida Profissional.

Nesta categoria, analisamos as experiências vivenciadas pelos residentes duranteo período de imersão, as reflexões oriundas das atividades práticas aplicadas a Franciscoe os momentos de estudo, de planejamento, de busca de orientações. Acreditamos teremsido possibilidades formativas inclusivas. Surgem nesta categoria o reconhecimento dessa experiência para a formação profissional e o questionamento de não haver, segundo o exposto pelos residentes/estagiários, uma política bem definida de formação, tendo em vista a perspectiva inclusiva no curso de licenciatura em Matemática a que faziam parte, excetuando-se iniciativas isoladas de docentes. Ressaltamos, nesse ínterim, o foco da disciplina de Estágio Supervisionado IV, na qual alguns dos nossos entrevistados estavam matriculados durante o período observado. A disciplina temcomo um dos objetivos a promoção de reflexões acerca da educação matemática inclusiva. Alguns excertos das falas dos participantes durante a entrevista evidenciam esses pontos:

Participante A: Eu acho que foi esse olhar para a individualidade do aluno, esse contato com o Francisco

me trouxe. [...] O seu olhar para o aluno me fez aprender muito, para minha vida mesmo, de como trabalhar mesmo, de tentar buscar o melhor para o aluno.
Participante B: eu acho que é uma discussão que precisa estar na formação de professores A gente também não sabia como fazer, né e era um grande desafio, mas, a gente deu um jeito, foi lá e estava preocupado, fizemos um planejamento e tal e isso, com certeza, foi um marco assim na minha graduação. Foi muito, muito, muito boa essa experiência, assim a gente está ali no dia a dia, na prática.
Relatório Participante C: Através do projeto pude ter diversas vivências que acrescentaram muito na minha vida profissional, pois tive a oportunidade de viver o dia a dia de um professor regente e aprender como as coisas funcionam realmente.

Percebemos na fala dos participantes o quão importante foi a imersão em situações reais de atuação docente e no planejamento e implementações de ações voltadas para Francisco, assim como a vivência e a experimentação de todos os desafios da inclusão, do dia a dia em sala de aula. Um dos participantes destaca a relevância de uma das poucas oportunidades que teve durante sua licenciatura, as reflexões a partir do que viveu na escola, do que observamos em Francisco. Acreditamos que cada participante, a partir de tudo que foi experimentado, poderá ter despertado em si o *princípio da inclusão*.Segundo Peebles e Mendaglio (2014 *apud* BORGES; CYRINO; NOGUEIRA, 2020), asatitudes futuras dos professores, ao se depararem com estudantes com deficiência, serão mais favoráveis se, já na formação inicial, os futuros educadores tiverem tido contato com experiências de ensino para esses alunos. Outros excertos das falas dos participantes durante a entrevista de grupo reforçam esses resultados, evidenciando o quão relevante na sua formação foi ter tido a oportunidade de participar de programas que envolvem atividades de docência supervisionada e compartilhada:

Participante D:a experiência prática ela foi importante porque é diferente, você só saberdaquilo ali na teoria, mas e aí na hora, como é que você vai fazer? Entendeu? Então, agente ter esse contato enquanto a gente ainda está na formação é muito importante atépara despertar mais esse olhar, sabe? A gente precisa disso em todas as licenciaturas, né? Participante E: Eu acho que aí a gente também tem que frisar muito a importância deprogramas como a residência pedagógica, como o PIBID, como os estágios, né? Isso émuito, muito, muito importante na nossa formação profissional de professores.A genteaprendeu a trabalhar em equipe também, a gente não tinha aquela competitividade entre agente, era todo mundo um só.
Relatório Residência Pedagógica Participante D: a residência pedagógica me deu uma ampla visão do que é ser professora, do que é uma sala de aula da educação básica pública, pois ela me possibilitou a ver a realidade disso. Estando em sala de aula pude aprimorar váriosconteúdos teóricos vistos em sala de aula junto com os outros residentes. E vi que dar aula vai muito além de apenas passar conteúdo no quadro.

Durante o período de imersão dos residentes na escola, nas atividades práticas em sala de aula ou nos momentos de planejamento junto à professora/preceptora/pesquisadora, houve para ambos um grande aprendizado, reflexões sobre as reais demandas da “inclusão” e que envolvem a formação docente. Compreendemos que a inserção da temática relativa à escolarização dos alunos com deficiência intelectual, sensorial e física, nos currículos das Licenciaturas das instituições, encontra-se em processo (SILVA; RODRIGUES, 2019, p. 81). Há uma variação entre os campos de inserção dessa demanda, uma vez queno interior de uma mesma instituição a realidade é diferente, sinalizando para a necessidade da inserção dessa temática nos debates institucionais (SILVA; RODRIGUES, 2019, p. 81). Os excertos a seguir demonstram o quanto os licenciandos percebem a superficialidade da sua grade curricular perante os contextos de atuação profissional:

Participante B: um dos grandes problemas que a gente enfrenta é justamente porque na formação de professores quase nunca é discutido, é discutido muito pouco...eu tive Psicologia da Educação, mas também não foi muito voltado para isso
Participante D: Eu acho assim que não aconteceu também assim um debate mais a fundo sobre isso. Às vezes que a gente comentou foi muito rápido [...]. A gente leu bastante textos, mas nenhum falava não sobre a inclusão.

Quanto a esse aspecto, Terrazzan (2003, *apud* SILVA; RODRIGUES, 2019, p. 67) salienta a urgência em se aliar teoria e prática. A realidade da educação básica precisa ser considerada e trazida para o espaço de formação. Quando se trata da vivência e/ou experiência educacional com pessoas com deficiência, essas questões se intensificam ainda mais.

Borges, Cyrino e Nogueira (2020) defendem que, para que se instaure umambiente formativo com características favoráveis à inclusão e ao debate acerca dessa temática, temos que construir coletivamente esse ambiente e essas discussões, ou seja, a inclusão deve ser uma demanda coletiva: "se a perspectiva inclusiva for ignorada, e as diferenças entre os seres humanos, que nos caracteriza, não forem legitimadas, continuaremos a tratar os estudantes com deficiência como 'dos outros' e não como 'nossos'" (BORGES; CYRINO; NOGUEIRA, 2020, p. 154).

Certamente esse assunto não se esgota aqui, há ainda muito a ser discutido sobrea inclusão, sobre práticas formativas inclusivas e várias outras falhas no que tange ao ensino e aprendizagem de Matemática. No entanto, antes de esgotar o assunto, precisamos gerar mais e mais discussões e reflexões, sempre conduzidas de maneira colaborativa, promover um saber que nasça da coletividade e para ela se direcione, buscar situações pedagógicas matemáticas que, de fato, promovam o crescimento e o amadurecimento matemático de cada estudante, considerando as suas potencialidades e não tomando como parâmetros norteadores da prática as suas impossibilidades.

Considerações finais

Neste texto, apresentamos algumas reflexões provenientes de um recorte depesquisa de mestrado que teve como questão orientadora: como a experiência vivenciada no contexto da Residência Pedagógica pode influenciar a formação desses licenciandos na atuação docente em contexto inclusivo, especificamente com alunos autistas? Com uma abordagem qualitativa, a pesquisa combinou, simultaneamente, análise documental; registros pessoais numa tríade de visões: professora/preceptora/ pesquisadora; análise das anotações dos estagiários/residentes; e transcrição de entrevistas em grupo. Um dos eixos emergentes da pesquisa foi abordado aqui: *impacto einfluências na vida profissional*, na qual analisamos as experiências vivenciadas pelos residentes durante o período de imersão, as reflexões oriundas das atividades práticas aplicadas a Francisco e os momentos de estudo, de planejamento, de busca de orientações.

Com relação ao contexto da formação de professores, há a necessidade de se preocupar com a formação dos professores em geral. Nesse cenário de mudanças, há muito que ser feito e muitas inovações são necessárias. A contribuição dasuniversidades nesse sentido tem início com a chegada de ambientes de formação docente inicial ou continuada em Matemática, de reflexões que antes ficavam presas emsuas bibliotecas.

O professor precisa considerar a importância da diversidade no processo de ensino e aprendizagem e ser capaz de construir estratégias de ensino, adaptando atividades e conteúdos. Parece-nos que essa necessidade foi percebida pelos alunos residentes a partir da observação de todo o trabalho realizado com Francisco. Cabe aqui comentar ainda que o desenvolvimento dessa capacidade de construção e remodelação, em tempo real, de estratégias e recursos de ensino dificilmente será possível de ser ensinada durante um curso de formação inicial de professores que não dialogue tão claramente com a prática. As vivências, as experiências, o olhar para a prática e a oportunidade da participação em situações voltadas à prática docente, em interlocução frequente com professores e formadores de professores, reconhecendo suas dúvidas e as maneiras com que estes se posicionam e buscam auxílio e orientação, são os fatores que contribuirão para que a tão almejada formação inicial em docência matemática para atuação em contexto inclusivo.

Os diálogos que travamos ao longo do período de convivência deixaram clara a frustração dos residentes em alguns momentos do curso, pois eles acham que teoria e prática deveriam estar mais próximas. Segundo eles, a experiência como residente foi fundamental para sua formação docente, considerando a participação direta em todas as etapas do trabalho docente.

Referências

ADIRON, F. **Receita de inclusão?** DIVERSA, 2016.

BALL, D. L.; THAMES, M H; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389- 407, nov. 2008.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa, Portugal: Edições 70, 1977.

BORGES, F. A.; CYRINO, M.C.C.T.; NOGUEIRA, C.M.I. A formação do future professor de Matemática para a atuação com estudantes com deficiência: uma análise a partir de projetos pedagógicos de cursos. **Boletim Gepem**. n. 76, p. 134-155, jan./jun. 2020.

CASTRO, E.S.; PINTO, G.M.F.; RAMOS, L.C.S. Formação de professores que ensinam Matemática sob a ótica inclusiva: estado da arte de 2006 a 2015. In: VI Seminário Internacional CAVALCANTI MOREIRA, P.; FERREIRA, A.C..O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática. **Boletim de Educação**, v.27, n.47,2013.

CYRINO, M. C. C. T. Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática.**Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v.10, n.24, 2017.

FERREIRA, P. P. T. A inclusão da estrutura TEACCH na educação básica. Frutal: Prospectiva, 2016. **Coleção Produzir Cidadania**. Disponível em: https://www.aacademica.org/editora.prospectiva.oficial/24.pdf. Acesso em: 16 jul. 2020.

FREITAS, A. B. M. C. Deficiência ao Enfoque da Neurodiversidade. **Revista Científica de Educação**, Inhumas, v. 1, n. 1, p. 86-97, dez. 2016.

MARCONDES, F.G.V.; LIMA, P.C. A busca pela receita de inclusão na formação de professores: o olhar para o outro e a empatia matemática como um caminho possível. **Boletim GEPEM**, n. 76, p. 124-133, jan./jun. 2020.

MOREIRA, P C. 3+ 1 e suas (In) Variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática). **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 44, p. 1137-1150, 2012.

ORTEGA, F. Deficiência, autismo e neurodiversidade. Instituto de Medicina Social, UERJ, 2009.**Ciênc. Saúde Coletiva,** Rio de Janeiro,v.14, n.1,p. 67-77, jan./fev. 2009.

PLETSCH, M. D.; LIMA, M. F. C. A Inclusão Escolar de Alunos com Autismo: Um Olhar sobre a Mediação Pedagógica. **I Seminário Internacional de Inclusão Escolar: práticas em diálogo**. CAP - UERJ, 2014, Rio de Janeiro, RJ.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo, RS: Editora Feevale, 2013.

RODRIGUES, D. Os Desafios da Equidade e da Inclusão na Formação de Professores.

Revista Nacional e Internacional de Educación Inclusiva. v. 7, n. 2, p. 5-21, 2014.

SILVA, S. F.; RODRIGUES, T. D. Formação de professores na perspectiva inclusiva: uma análise sobre as dissertações e teses do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, RIO CLARO, SP. *In*: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 13., 2019, Cuiabá, MT. Anais [...]. Cuiabá, MT:[*s.n.*], 2019.

TEIXEIRA, S. R.; MACIEL, M. D. Grupo Focal: técnica de coleta de dados e espaço de formação docente. In: **ENPEC - ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS,** 7., 2009, Florianópolis. Anais [...]. Florianópolis, SC: ENPEC, 2009.

VIANA, E.A.; MANRIQUE, A.L. A neurodiversidade na formação de professores: reflexões a partir do cenário de propostas curriculares em construção no Brasil. **Boletim Gepem**, n. 76, p. 91-106, jan./jun. 2020.

O acesso ao saber matemático para todos os estudantes: estudo da geração de tipos de tarefas estruturados em variáveis legitimantes de diferenças inclusivas

Access to mathematical knowledge for all students: a study of the generation of task types structured on variables that legitimize inclusive diferences

Nadjanara Ana Basso Morás
Secretaria de Estado da Educação do Paraná (Seed-PR) e Secretaria Municipal da Educação de Foz do Iguaçu (Smed/ Foz do Iguaçu-PR)
nadjanara_moras@hotmail.com

Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE) e Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)
voclelia@gmail.com

Luiz Márcio Santos Farias
Universidade Federal da Bahia (UFBA)
lmsfarias@ufba.br

Resumo
Este texto se propõe a estudar a geração de tipos de tarefas estruturados em variáveis legitimantes de diferenças inclusivas, com o saber matemático resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração. Para isto, apoia-se na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (para o aprofundamento dos estudos referentes ao saber matemático estudado) e na Teoria Antropológica do Didático, para o desenvolvimento da investigação e, conjectura ser o modelo T4TEL uma possibilidade para a efetivação do acesso ao saber matemático para estudantes surdos e ouvintes, em um mesmo espaço escolar. Dentre as conclusões, destaca-se que, apoiados no modelo T4TEL e estruturados em variáveis legitimantes de diferenças inclusivas, é possível gerar um conjunto de tipos de tarefas que podem contribuir para que estudantes surdos e ouvintes tenham acesso, simultaneamente, ao saber matemático estudado.

Palavras-chave: Didática da matemática, educação matemática inclusiva, resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração, surdos.

Abstract
This paper proposes to study the generation of task types structured on variables that legitimize inclusive differences, with the mathematical knowledge problem solving involving the different meanings of addition and subtraction operations. For this, it is based on Vergnaud's Conceptual Fields Theory (for the deepening of the studies concerning the mathematical knowledge studied) and on the Anthropological Theory of Didactics, for the development of the investigation, and conjectures that the T4TEL model is a possibility for the effective access to mathematical knowledge for deaf and hearing students, in the same school space. Among the conclusions, we highlight that, supported by the T4TEL model and structured on variables that legitimize inclusive differences, it is possible to generate a set of task types that can contribute to the simultaneous access of deaf and hearing students to the mathematical knowledge studied.

Keywords: Mathematics of didactics, inclusive mathematics education, problem solving involving meanings of addition and subtraction, deaf.

Introdução

A Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2015), que regulamenta internamente as disposições da Convenção da Organização das Nações Unidas, prevê em seu Artigo 2º uma definição para as pessoas com deficiência associando-a ao direito da acessibilidade, considera-se pessoa com deficiência aquela que tem impedimento de longo prazo de natureza "[...] física, mental, intelectual ou sensorial, o qual, em interação com uma ou mais barreiras, pode obstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas" (BRASIL, 2015, Art. 2°).

De acordo com a Lei, não é o limite individual que determina a deficiência, mas sim, as barreiras existentes em seu meio, que podem estar nas atitudes das pessoas, na arquitetura, no transporte, na circulação, na comunicação, na discriminação e na falta de acesso a bens e serviços.

A Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2015) descreve a acessibilidade como corresponde à adoção de medidas aptas a eliminar todas as barreiras, objetivando o acesso das pessoas com deficiência, em igualdade de oportunidades. Não se trata de ofertarmos as mesmas ferramentas para todos, mas de entendermos que alguns precisam de determinados serviços de acessibilidade para garantir, no mínimo, sua possibilidade de participação das mesmas tarefas, ambientes etc.

A importância dada ao conceito de acessibilidade na Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2015) refere-se à forte preocupação de tornar possível o "acesso a tudo para todos". Neste contexto, na escolarização dos estudantes apoiados pela Educação Especial, a acessibilidade tornou-se um imperativo, quando se trata de um sistema escolar que se pretenda inclusivo.

Neste estudo, abordamos a acessibilidade didática de estudantes surdos. Consideramos acessibilidade didática de acordo com Assude *et al*. (2014, p. 35, tradução nossa), como um "[...] o conjunto de condições que permitem aos estudantes acessar o estudo dos conhecimentos: formas de estudo, situações de ensino e aprendizagem, recursos, acompanhamento, auxiliares [...]".

De forma mais específica, abordamos a acessibilidade didática para estudantes surdos no que diz respeito a situações de ensino e aprendizagem, atendendo a concepção atual de surdez que a considera como "experiência visual". Para Skliar (1998), a surdez como "experiência visual" significa que "[...] todos os mecanismos de processamento da informação, e todas as formas de compreender o universo em seu entorno, se constroem como experiência visual" (SKLIAR, 1998, p. 28). Por outro lado, a abordagem educacional para surdos adotada nas escolas regulares comuns que pretendem ser inclusivas é a bilíngue, que considera a surdez como diferença linguística e, em decorrência, a Libras deve ser a língua veicular e a Língua Portuguesa na modalidade escrita, a segunda língua. Ambas as línguas devem constar como componentes obrigatórias do currículo adaptado para estudantes surdos nessas escolas.

A ligação entre essas duas formas não excludentes de se conceber a surdez (experiência visual e diferença linguística) fica evidenciada pelo fato da Libras ter como uma de suas principais características o fato de se dar em uma modalidade visual-motora, com sua sintaxe sendo espacial, o que permite, por exemplo, a simultaneidade de sinais, o que significa que os surdos conseguem depreender mais de um signo/sinal ao mesmo tempo. A sintaxe da Língua Portuguesa é linear e assim, cada signo, cada palavra é apresentada sequencialmente. Essa diferença entre as duas línguas, impõe, aos estudantes surdos, maiores restrições na compreensão da Língua Portuguesa na modalidade escrita, do que para estudantes ouvintes estrangeiros. Desta forma, a contemplação de aspectos visuais nas situações de ensino e aprendizagem, são pontos primordiais para garantir a acesso aos saberes acadêmicos pelos estudantes surdos.

Os estudos na área da Educação Matemática Inclusiva partem do pressuposto de que as diferenças não sejam desprezadas, ao contrário, elas devem ser legitimadas mediante a adoção de situações de ensino e aprendizagem diferenciadas, que podem coexistir em uma mesma sala de aula para favorecer o acesso de todos os estudantes ao saber (NOGUEIRA, 2020). Para Nogueira e Borges (2019) qualquer situação de ensino e aprendizagem que se preocupe com as especificidades dos estudantes surdos, provavelmente impactará positivamente na aprendizagem dos demais estudantes em sala de aula.

Pesquisadores da área da Educação Matemática Inclusiva (Nogueira e Borges (2019), Nogueira (2020)) e mesmo pesquisadores da área da Educação, como o francês Perrenoud (2000) relatam ser fundamental, para que todos tenham acesso ao saber matemático ou não, que as diferenças sejam legitimadas e não disfarçadas. Com esses pressupostos, questionamo-nos como efetivar o acesso ao saber matemático para todos os estudantes por meio de situações de ensino e aprendizagem que contemplem as diferenças dos estudantes surdos? Elencamos como objetivo: estudar a geração de tipos de tarefas estruturados em variáveis legitimantes de diferenças inclusivas, com o saber matemático resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração.

Para alcançar este objetivo, consideramos a concepção de deficiência estabelecida no Decreto nº 6.949 (BRASIL, 2009), para discutirmos as barreiras que a pessoa surda em geral, e o estudante surdo em particular, geralmente encontram em seu entorno, apoiados em teorias da Didática da Matemática que consideram, simultaneamente, como objeto de estudo, os estudantes, o saber em questão e o professor, o que direcionou nossa opção pela fundamentação desta investigação, na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (para o aprofundamento dos estudos referentes ao saber matemático selecionado) e na Teoria Antropológica do Didático, para o desenvolvimento da investigação e, conjecturamos ser o modelo T4TEL uma possibilidade para a efetivação do acesso ao saber matemático para estudantes surdos e ouvintes, em um mesmo espaço escolar.

Teoria Antropológica do Didático e o modelo T4TEL

De acordo com Bosch e Chevallard (1999) a Teoria Antropológica do Didático considera toda atividade matemática e o saber que dela emerge em termos de organização matemática. Para Bosch e Chevallard (1999) uma organização matemática tem sua origem nas análises efetuadas pelos professores, dos documentos educacionais oficiais (tais como Leis, Decretos, Currículos, programas e manuais escolares, entre outros), dos quais saem os saberes matemáticos escolhidos a serem ensinados. A partir daí, o professor começa a determinar quais os tipos de tarefas serão os embasadores no processo de aquisição desses saberes escolhidos, trazendo com eles os demais componentes praxeológicos (técnica, tecnologia e teoria) (BOSCH; CHEVALLARD, 1999).

Já uma organização didática surge na intenção de pôr em prática, ou de conduzir, uma organização matemática qualquer. A organização didática é que dará conta da (re)construção ou transposição de uma determinada organização matemática. Segundo Bosch e Chevallard (1999) não podemos esperar que a (re)construção, no curso de um processo de estudo, de uma organização matemática dada, se organize por ela mesma de uma maneira única. Porém, para o autor, qualquer que seja o caminho de estudo, determinadas situações estarão necessariamente presentes, mesmo de maneira heterogênea, tanto quantitativamente como qualitativamente.

Uma organização matemática e uma organização didática podem ser implementadas em uma instituição por meio da estrutura do modelo T4TEL, introduzido por Chaachoua e Bessot (2018). O modelo T4TEL faz parte da Teoria Antropológica do Didático, mais especificamente da abordagem praxeológica. Os autores propõem uma extensão da abordagem praxeológica ao apresentar as noções de variáveis e de praxeologia pessoal.

O objetivo da introdução de variáveis na estrutura do T4TEL é estruturar um conjunto de situações específicas de um saber, caracterizado por um conjunto restrito de variáveis relevantes. Para Chaachoua e Bessot (2018, p. 120) a noção de variáveis "[...] aparece acima de tudo como uma ferramenta metodológica em um processo de modelação, associado à análise *a priori* de uma situação particular ou fundamental".

A primeira função de uma variável é gerar tipos de tarefas e subtipos de tarefas jogando com os valores das variáveis. No T4TEL, um tipo de tarefa T é descrito por um verbo de ação e um complemento, T = (verbo de ação, complemento). O verbo de ação caracteriza os tipos de tarefas, tais como: "calcular", "somar", "subtrair", entre outros. O complemento é definido de acordo com o nível de granularidade, do específico ao genérico (por exemplo, "calcular a soma de dois números" é mais genérico do que o tipo de tarefa "calcular a soma de dos números inteiros de um algarismo") (CHAACHOUA; BESSOT, 2018).

Considerando a noção de granularidade, Chaachoua e Bessot (2018), introduziram as noções de gerador de tipo de tarefas e sistema de variáveis. Um gerador de um tipo de tarefas (GT) é definido por um tipo de tarefas e um sistema de variáveis, que pode ser descrito da seguinte forma: GT = [verbo de ação, complemento fixo; sistema de variáveis]. O verbo de ação e o complemento fixo identificam o tipo de tarefas, e o sistema de variáveis compreendem as variáveis e os valores que as mesmas podem receber dentro do domínio de uma disciplina.

A segunda função de uma variável consiste em caracterizar o escopo das técnicas. Fora do seu escopo a técnica pode falhar, pode ser aplicada, mas terá risco de erro. Por exemplo: a técnica de contagem sucessiva pode ser aplicada em T = (calcular a soma de dois números inteiros). Se aplicada a números grandes é muito provável que falhe. Logo, o escopo de um técnica é o conjunto de tarefas em que a técnica é confiável no sentido de que permite realizar essas tarefas com pouco risco de falha ou com um custo razoável.

A terceira e última função de uma variável é a noção de praxeologia pessoal. A noção de praxeologia pessoal torna-se importante para o diagnóstico das trajetórias de aprendizagem dos estudantes em uma determinada instituição, para a inclusão do sujeito cognitivo e do erro como objeto de estudo na Teoria Antropológica do Didático.

Os autores entendem que a noção de praxeologia pessoal expande o uso do quarteto praxeológico, levando em consideração a descrição de erros tanto no nível das técnicas quanto nas tecnologias do estudante.

Neste estudo, abordamos o papel destas variáveis associados às tarefas e às técnicas, juntamente com os seus desenvolvimentos. Entendendo as variáveis como ferramentas que vão possibilitar os estudantes acessarem o saber matemático resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração.

Metodologia da pesquisa

Instituições[1] envolvidas

As instituições investigadas são, a saber: '3° ano do Ensino Fundamental' e '2ª Etapa da Fase I da Educação de Jovens e Adultos (ambas de uma escola bilíngue para surdos), e '3° ano do Ensino Fundamental' (de uma escola regular comum com estudantes surdos inclusos). Em função de sua faixa etária e do ano de escolarização, os estudantes surdos e ouvintes que participam da pesquisa se encontram em processo de letramento/alfabetização, com o agravante que, enquanto os ouvintes já dominam a Língua Portuguesa na modalidade oral, os estudantes surdos ainda se encontram em processo de aquisição da Libras. Isto porque, segundo Gomes (2010, p. 35), mais de 90% das crianças surdas são filhas de pais ouvintes e assim, não adquirem, naturalmente sua língua no ambiente familiar e chegam à escola, com uma comunicação em sinais, caseira, muito próxima da mímica, e o primeiro contato com a Libras formal, acontece na escola. Dito de outra forma, as crianças surdas estão adquirindo sua primeira língua ao mesmo tempo em que aprendem a Língua Portuguesa na modalidade escrita.

[1] Segundo Chevallard (1998), uma 'instituição' pode ser quase o que quer que seja. Nesse estudo consideramos 'instituição' como um nível de escolarização da Educação Básica, ou seja, o '3° ano do Ensino Fundamental'.

A escolha das três instituições justifica-se: as duas instituições de uma escola bilíngue para surdos, porque consideramos a escola bilíngue para surdos como um centro de referência, para estudos e pesquisas, como aponta a Declaração de Salamanca (1994). De acordo com a Declaração as bilíngues para surdos podem representar um valioso recurso para o desenvolvimento de escolas que pretendem ser inclusivas, “[...] podem servir como centro de treinamento e de recurso para os profissionais das escolas regulares” (BRASIL, 1994, p. 5). A instituição regular comum, com estudantes surdos inclusos, porque o foco da investigação, ainda em andamento, são as possibilidades de acesso ao saber matemático por todos os estudantes presentes em um mesmo ambiente escolar.

Saber matemático

No estudo das estruturas aditivas, Vergnaud (2014), identificou seis relações de base a partir das quais é possível elaborar problemas de adição e de subtração da aritmética elementar, que podem mobilizar, para sua resolução, esquemas ternários (três medidas envolvidas) ou quaternários (quatro medidas). Em função das restrições (conteúdos curriculares) das instituições, lócus da pesquisa, nos limitamos aos esquemas ternários fundamentais destas seis categorias:

> Primeira categoria: duas medidas se compõem para resultar em uma terceira. Segunda categoria: uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. Terceira categoria: uma relação liga duas medidas. Quarta categoria: duas transformações se compõem para resultar em uma transformação. Quinta categoria: uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo. Sexta categoria: dois relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo (VERGNAUD, 2014, p. 200).

Vergnaud (2014) estabelece como campo conceitual das estruturas aditivas o conjunto das situações que envolvem uma ou várias adições e subtrações, além dos conjuntos e teoremas interligados a estas situações. As seis categorias de situações problema de adição e subtração são concebidas a partir de três ideias: composição, transformação e de comparação.

Propusemo-nos, inicialmente, a discutir as diferentes situações problema referentes às seis categorias demonstradas por Vergnaud (2014), concentrando a atenção apenas nos números naturais, por ser esse o nosso foco de estudo. Entretanto, ao consultar os documentos como a Base Nacional Curricular Comum, e o Currículo da Rede Estadual Paranaense, constatamos que, a quarta, a quinta, a sexta, categorias não foram abordadas, neste documento, para as instituições cenários desta investigação.

Considerando então, o disposto nos documentos que orientam o ensino de Matemática no estado do Paraná, restringimos o estudo às três primeiras categorias (as três primeiras categorias abordam as ideias composição, transformação e comparação entre medidas). Uma conjectura que fizemos a respeito da ausência das demais categorias neste ano escolar, está relacionada à ordem crescente de complexidade das situações problema, quanto maior for o nível da categoria, mais difíceis podem ser consideradas as situações problema.

Tipos de tarefas e as variáveis

Considerando o objetivo do estudo, o saber matemático estudado e as instituições investigadas, realizamos estudos para identificar os tipos de tarefas e as variáveis pertinentes ao saber matemático resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração, com o intuito de tornar possível sua modelização pelo gerador de tarefas do modelo T4TEL. Esses estudos seguiram os seguintes passos:

1. Estudo histórico e epistemológico do saber matemático resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração.
2. Estudo aprofundado de alguns elementos da Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Gèrard Vergnaud;
3. Estudo de pesquisas na área da Educação Matemática Inclusiva para surdos com o saber matemático estudado;
4. Estudo de documentos educacionais oficiais (tais como Leis, Decretos, Currículos, programas e manuais escolares, entre outros) que estruturam as instituições investigadas a respeito do saber estudado.

Ao realizarmos estes estudos a respeito da resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração, considerando as restrições impostas pelas instituições, identificamos 14 tipos de tarefas (nas três primeiras categorias apresentadas por Vergnaud (2014)), a saber:

Primeira categoria:

T_{11} = Calcular, o resultado da composição de duas ou mais medidas.
T_{12} = Calcular, uma medida que se compõe com outra medida conhecida, sabendo o valor resultante da composição.

Segunda categoria:

T_{21} = Calcular, o estado final (medida) resultante da transformação (positiva) de um estado inicial (medida) conhecido.
T_{22} = Calcular, o estado final (medida) resultante da transformação (negativa) de um estado inicial (medida) conhecido.
T_{23} = Calcular, a transformação ocorrida sobre um estado inicial (medida) para resultar em um estado final (medida) com (estado final > estado inicial).
T_{24} = Calcular, a transformação ocorrida sobre um estado inicial (medida) para resultar em um estado final (medida) com (estado final < estado inicial).
T_{25} = Calcular, o estado inicial (medida) que foi transformado (positivamente) e resultou em um estado final (medida) conhecido.
T_{26} = Calcular, o estado inicial (medida) que foi transformado (negativamente) e resultou em um estado final (medida) conhecido.

Terceira categoria:

T_{31} = Calcular, o referido de uma comparação de medidas com uma relação positiva.
T_{32} = Calcular, o referido de uma comparação de medidas com uma relação negativa.
T_{33} = Calcular, a relação de comparação entre duas medidas com (referido < referente).
T_{34} = Calcular, a relação de comparação entre duas medidas com (referido > referente).
T_{35} = Calcular, o referente de uma comparação de medidas (adição).
T_{36} = Calcular, o referente de uma comparação de medidas (subtração).

Identificamos também variáveis, as quais atribuímos valores (considerando objetivo do estudo, as instituições estudadas e as praxeologias pessoais), a saber:

1. Variáveis e valores atribuídos às variáveis identificadas nos estudos a respeito de resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração:

V_1 = Tamanho da primeira medida (menor que 100).
V_2 = Tamanho da segunda medida (menor que 100).
V_3 = Apresentação das informações (informações na ordem temporal dos fatos relatados, informações fornecidas em desordem, ordem inversa).
V_4 = Tipo de conteúdo (temas comuns do cotidiano do estudante, temas incomuns do cotidiano do estudante).
V_5 = Língua natural/Redação (Português na modalidade oral, Português na modalidade escrita).
V_6 = Apoio visual (esquema para estabelecer uma relação entre a solução e os dados numéricos, esquema para estabelecer a relação entre a solução e o tipo de tarefa).

2. Variáveis e valores atribuídos às variáveis identificadas nos estudos na área da Educação Matemática Inclusiva para surdos:

V_1 = Língua natural/ Redação (Português na modalidade escrita, Português na modalidade escrita adaptada para surdos, Português na modalidade escrita apresentado um frase em cada língua, Libras).
V_2 = Apoio visual (esquema, ilustração).

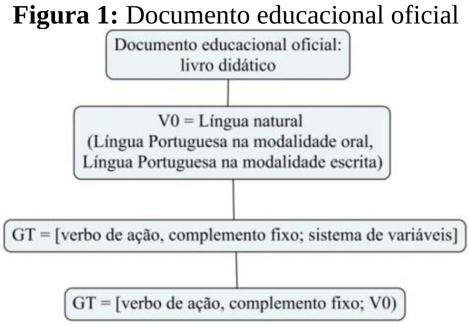
3. Variáveis e valores atribuídos às variáveis identificadas nos estudos no livro didático utilizado pela instituição regular comum, com estudantes surdos inclusos:

V_0 = Língua natural/Redação (Português na modalidade oral, Português na modalidade escrita).

Análise dos dados e conclusões

A Teoria Antropológica do Didático e o modelo T4TEL foram essenciais para o desenvolvimento deste estudo, uma vez que, conseguimos modelizar os tipos de tarefas, as variáveis e os valores atribuídos às variáveis. Inicialmente, apresentamos a modelização que realizamos no documento educacional oficial, livro didático, que é utilizado na escola regular comum, com estudantes surdos (uma das instituições envolvidas). Conforme a Figura 1:

Figura 1: Documento educacional oficial



Fonte: Autores, 2021.

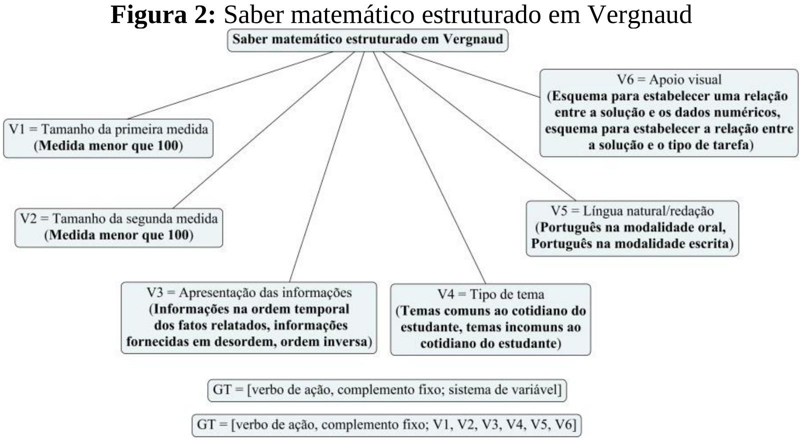
Ao realizarmos a modelização do livro didático utilizado pela instituição regular comum, com estudantes surdos, percebemos que, na maioria das vezes, os enunciados dos tipos de tarefas contemplam somente as variáveis Língua Portuguesa nas modalidades oral e escrita.

Considerando os diferentes tipos de estudantes em sala de aula, somente a contemplação dessas variáveis nos enunciados dos tipos de tarefas pode prejudicar o acesso ao saber matemático por alguns estudantes que estão presentes em sala de aula, como, por exemplo, estudantes que não estão familiarizados com a Língua Portuguesa na forma culta e os que não são fluentes nessa língua, como, por exemplo, os estudantes surdos.

Em relação à contemplação de diferentes variáveis nos enunciados dos tipos de tarefas (diferentes representações), Vergnaud (2014) considera que, um conceito tem diferentes representações. Nesse sentido, para o autor, algumas representações são acessíveis, e podemos percebê-las, produzindo assim, indicadores importantes para o acesso aos saberes pelos estudantes, tais como linguagem natural, esquemas, diagramas, entre outras.

Com o intuito de aprofundar os estudos a respeito da resolução de problemas envolvendo os diferentes significados das operações de adição e de subtração, modelizamos também, os tipos de tarefas e as variáveis estruturados em alguns elementos da Teoria dos Campos Conceituais de Gèrard Vergnaud (2014). Conforme a Figura 2:

Figura 2: Saber matemático estruturado em Vergnaud



Fonte: Autores, 2021.

Ao modelizar o saber matemático estudado estruturado em Vergnaud (2014), identificamos 6 (seis) variáveis. As 6 (seis) variáveis e seus respectivos valores estão apresentadas na Figura 2. Ao estudarmos as variáveis identificadas nessa modelização, identificamos dados importantes com os quais conseguimos questionar parte da estrutura do ensino que está presente na maioria das escolas regulares comuns, com estudantes surdos.

Por exemplo: Vergnaud (2014) chama a atenção para a apresentação das informações nos enunciados dos tipos de tarefas. Para Vergnaud (2014), podemos complicar um problema se a ordem das informações pertinentes for invertida ou se estas informações forem dadas em desordem e, mais ainda, se forem entranhadas entre outras informações. De acordo com o autor, na escola, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é comum só fornecer nos enunciados de situações problema as informações necessárias e suficientes para a sua resolução.

Outro exemplo que podemos apresentar, diz respeito à redação dos enunciados dos tipos de tarefas. Para Vergnaud (2014), não é necessariamente equivalente dizer “perdeu 6 reais” ou “tem 6 reais a menos”. Ainda que relações ternárias estáticas e transformações possam colocar-se sob uma mesma forma sagital[2] ou algébrica, o estudante dos primeiros anos do Ensino Fundamental não capta da mesma forma uma relação estática entre dois elementos (VERGNAUD, 2014).

Consideramos a redação como uma ferramenta importante na geração de tipos de tarefas em sala de aula, e pode ser um dos pontos de partida para o acesso ao saber matemático estudado. De acordo com Nogueira e Soares (2019), em um contexto escolar inclusivo, para o estudante surdo, que ainda encontra-se em processo de letramento, se faz necessário uma reformulação na apresentação dos enunciados na Língua Portuguesa na modalidade escrita, reformulação que sofre influência da sua primeira língua, a Libras.

Nogueira e Soares (2019) ressaltam a importância do reconhecimento da diferença linguística do estudante surdo, mas também, destacam a importância da contemplação de aspectos visuais (como esquema e ilustração) nos enunciados dos tipos de tarefas. As autoras consideram a contemplação de diferentes variáveis nos enunciados dos tipos de tarefas como maneiras de legitimar as diferenças do estudante surdo e de contribuir para que tenham acesso ao saber matemático estudado.

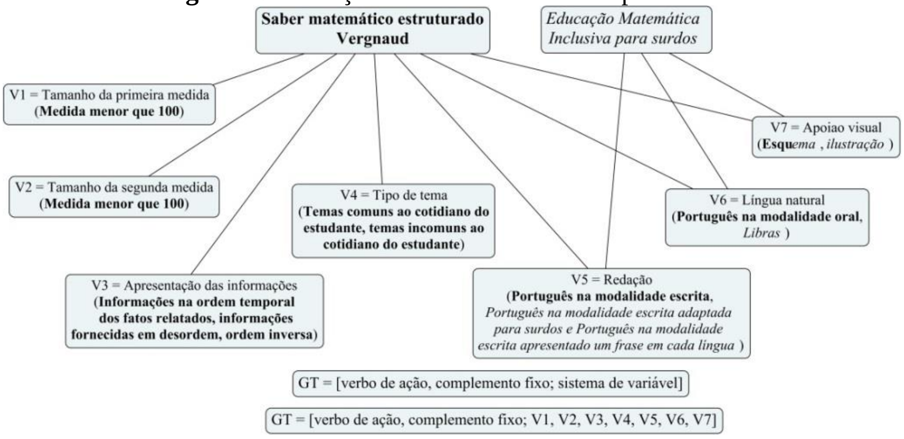
Ao estudarmos as duas modelizações, tanto a realizada no livro didático quanto a realizada em alguns elementos da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2014), identificamos que existem barreiras para que todos os estudantes tenham acesso ao saber matemático estudado. Se considerarmos, por exemplo, um contexto escolar inclusivo, no qual objetiva-se legitimar as diferenças (pressuposto da Educação Matemática Inclusiva), o acesso ao saber matemático pode ser prejudicado ao não serem contempladas as diferenças de todos os estudantes em situações de ensino e aprendizagem, constituindo o que Farias (2010) chama de "vazio didático[3]". Dito com outras palavras, o acesso ao saber matemático para todos os estudantes é dificultado, ou pode ser dificultado, pela não contemplação de variáveis que legitimam as diferenças nas apresentações de tipos de tarefas.

Sendo o foco deste estudo o acesso ao saber matemático resolução de problemas envolvendo significados de adição e de subtração para todos os estudantes, modelizamos

[2] Sagital: esquema no qual flechas são utilizadas para representar as relações binárias (que ligam dois elementos entre si).
[3] Para Farias (2010), vazio didático é um fenômeno que se refere a possíveis lacunas em termos de suporte teórico que contribuam com a prática didática.

também, os tipos de tarefas e as variáveis existentes em estudos na área da Educação Matemática Inclusiva para surdos. Conforme Figura 3:

Figura 3: Educação Matemática Inclusiva para surdos



Fonte: Autores, 2021.

Nesta figura podemos observar as variáveis e os valores atribuídos a elas, sendo que, os valores que estão em negrito foram identificados em alguns elementos da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2014), os valores que estão em itálico foram identificados em estudos na área da Educação Matemática Inclusiva para surdos realizados por Nogueira e Soares (2019) e Nogueira e Borges (2019) no GT 13 da SBEM.

Nogueira e Soares (2019) e Nogueira e Borges (2019) realizaram investigações a respeito da influência de diferentes formas de apresentação dos enunciados no desempenho dos estudantes surdos na resolução de tipos de tarefas com problemas envolvendo significados de adição e de subtração. Os resultados dessas investigações apontam que os aspectos visuais são determinantes para a compreensão dos enunciados de tipos de tarefas de matemática pelos surdos, e que qualquer tipo de tarefa que se preocupe com as diferenças de um grupo de estudantes, possivelmente irá atingir exitosamente aos demais estudantes presentes em sala de aula.

Ao realizarmos a modelização em estudos na área da Educação Matemática Inclusiva para surdos, identificamos variáveis que legitimam as diferenças dos estudantes surdos, a saber: Português na modalidade escrita adaptada para surdos, Português na modalidade escrita apresentando uma frase em cada linha, Libras, esquema e ilustração. Essas variáveis legitimam as diferenças dos estudantes surdos, porque reconhecem sua forma de compreender e interagir com o mundo por meio de experiências visuais (BRASIL, 2005), e os reconhecem como diferença linguística.

Preocupados com o acesso ao saber matemático para todos os estudantes e buscando suprimir o vazio didático identificado, entendemos que, se faz necessário na geração de tipos de tarefas, contemplar além das variáveis identificadas em alguns elementos da Teoria dos Campos Conceituais de Gèrard Vergnaud, as variáveis identificadas em estudos na área da Educação Matemática Inclusiva para surdos. Denominamos este conjunto de variáveis legitimantes de diferenças inclusivas.

Por variáveis legitimantes de diferenças inclusivas, consideramos aquelas que, além de atender às restrições impostas pelas instituições investigadas, legitimam as diferenças e contribuem para que todos os estudantes tenham acesso, simultaneamente, ao saber matemático estudado. As variáveis contempladas neste estudo buscam legitimar as diferenças dos estudantes surdos, mas em outros contextos, outras variáveis podem ser modelizadas, contribuindo para a legitimação das diferenças de outros estudantes em situação de inclusão.

Consideramos que, a agregação de variáveis que legitimam as diferenças dos estudantes surdos às variáveis que atendem as restrições impostas pela escola regular comum, com estudantes surdos, não compromete o acesso ao saber pelos demais estudantes em sala de aula, pelo contrário, oportuniza mais ferramentas para que eles tenham esse acesso.

Com essas modelizações construímos dados importantes para as pesquisas na área da Educação Matemática Inclusiva para surdos, com estes dados é possível conjecturar que, fundamentados no modelo T4TEL e estruturados em variáveis legitimantes de diferenças inclusivas, conseguimos gerar um conjunto de tipos de tarefas, que podem contribuir para que todos tenham acesso, simultaneamente, ao saber matemático estudado. Conjecturar também que, este conjunto de tipos de tarefas possibilita que todos tenham acesso ao mesmo saber matemático e que as diferenças sejam legitimadas.

Referências

ASSUDE, T.; PEREZ, J., SUAU, G., TAMBONE, J.; VÉRILLON, A. Acessibilidade didática e dinâmica topogenética: um estudo de caso. **Pesquisa em Didática da Matemática**, vol. 34, n ° 1, 2014, pp. 33-57.

BOSH, M.; CHEVALLARD, Y. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'estude et problematique. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensé Sauvage-Éditions, v.19, n. 1, 1999, p. 77-124.

BRASIL. **Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais.** Brasília: UNESCO, 1994.

BRASIL. **Decreto n° 5.626 de 2005**. Regulamenta a Lei nº 10.436 de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras e o art. 18 da Lei n° 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Brasília, Distrito Federal, 2005.

BRASIL. **Decreto nº 6.949**, de 25 de agosto de 2009. Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007.

BRASIL. **Lei n° 13.146 de 2015**. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência).

CHAACHOUA, H; BESSOT, A. A noção de variável no modelo Praxeológico. In: ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. **A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos**. Curitiba, PR: CRV, 2018, p. 119-134.

FARIAS, L. M. S. **Étude des interrelations entre les domaines numérique, algébrique et géométrique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire**: Une analyse des pratiques enseignantes en classes de troisième et de seconde. Mathématiques [math]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2010.

GOMES, M. do C. **Lugares e representações do outro:** a surdez como diferença. Porto: CIIE/Livpsic, 2010.

NOGUEIRA, C.M.I.; BORGES, F.A. Formação docente para a inclusão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da formulação e adaptação de enunciados de problemas matemáticos. **Educação Matemática em Revista.** Número temático Educação Matemática Inclusiva, 2019.

NOGUEIRA, C.M.I.; SOARES, B.I.N. A influência da forma de apresentação dos enunciados no desempenho de alunos surdos na resolução de problemas de estruturas aditivas. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.21, n.5, 2019, p. 110-120.

NOGUEIRA, C.M.I., Educação Matemática Inclusiva: do que, de quem e para quem fala? In: MARTENSEN, A.M.; KALLEF, R.; PEREIRA, P.C. (Org.) **Educação Matemática**: diferentes olhares e práticas. Curitiba: Appris, 2020, p. 109-132.

PERRENOUD, P. **Pedagogia diferenciada**: das intenções à ação. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

SKLIAR, C. B. Um olhar sobre nosso olhar acerca da surdez e as deferências. In: SKLIAR. Carlos. B. (Org). **A Surdez**: um olhar sobre as diferenças. Porto Alegre: Mediação, 1998.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR, 2014.

O ensino de matemática com uma perspectiva inclusiva: elementos que emergem no planejamento do professor

Mathematics teaching with an inclusive perspective: elements that emerge in teacher planning

Cristiane Boneto
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
bonetocristiane@gmail.com

Elton de Andrade Viana
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
eltondeandradeviana@gmail.com

Ana Lucia Manrique
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
analuciamanrique@gmail.com

Resumo
A partir dos avanços que se revelam no desenvolvimento da educação matemática inclusiva no Brasil, um dos temas que surge como de acentuada importância é a formação continuada dos professores. Com o objetivo de descrever a dinâmica que se observa dentre os professores da Região Metropolitana de São Paulo no planejamento de uma aula de matemática a partir da perspectiva inclusiva, assumimos como questão norteadora: quais são os elementos mobilizados pelos professores no planejamento de uma aula de matemática com uma perspectiva inclusiva? Assumindo como aporte teórico a concepção de planejamento pedagógico como um movimento que se constitui a partir de vários elementos que abarcam o conhecimento pedagógico do professor, suas crenças e seus valores, realizamos um estudo exploratório de natureza qualitativa em uma ação extensionista envolvendo professores da educação básica, assumindo como dados planos didáticos elaborados por esses professores. Concluimos que os elementos que são mobilizados pelos professores no planejamento de uma aula de matemática com uma perspectiva inclusiva, se concentram principalmente no âmbito organizativo, no entanto, tendo em vista o cenário de pandemia de Covid-19 que se formou, novos elementos se destacaram em uma zona emergente, e que consideram principalmente a participação da família de forma mais ativa no processo e a atribuição de novos papéis para alguns recursos digitais.

Palavras-chave: ação extensionista; formação continuada; inclusão; plano didático.

Abstract
From the advances that are revealed in the development of inclusive mathematics education in Brazil, one of the themes that emerges as of accentuated importance is the continuing education of teachers. In order to describe the dynamics observed among teachers in the Metropolitan Region of São Paulo when planning a math class from an inclusive perspective, we assume as a guiding question: what are the elements mobilized by teachers in planning a math class math with an inclusive perspective? Assuming as theoretical support the conception of pedagogical planning as a movement that is constituted from several elements that encompass the pedagogical knowledge of the teacher, their beliefs and their values, it carries out an exploratory study of a qualitative nature in an extension action involving basic education teachers , taking as data didactic plans elaborated by these teachers. It concludes that the elements that are mobilized by teachers in planning a mathematics class with an inclusive perspective are mainly concentrated in the organizational sphere, however, given the Covid-19 pandemic scenario that formed, new elements stood out in an emerging zone, and which

mainly consider the participation of the family more actively in the process and the assignment of new roles to some digital resources.

Keywords: extension action; continuing education; inclusion; didactic plan.

Introdução

As reflexões sobre como podemos desenvolver o ensino e a aprendizagem de matemática de forma inclusiva têm avançado fortemente nos últimos anos no Brasil, com diferentes tópicos que são discutidos e aprofundados pelos educadores matemáticos. Um desses tópicos é a formação continuada dos professores da educação básica, promovendo a imersão em temáticas que surgem quando nos ocupamos com o que no nosso país é compreendido como educação matemática inclusiva.

No campo da formação continuada de professores, temos atuado ativamente na realização de projetos de extensão universitária com apoio da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, alcançando um espaço de diálogo consolidado por discussões pertinentes, propostas, estratégias, articulações e criações. Este espaço, não é unilateral com apenas uma exposição feita pelos pesquisadores, mas é dinâmico, considerando que todos são atores aptos a apresentarem suas necessidades, propostas e alternativas.

Esses espaços que se formam entre a universidade e as escolas são espaços que compreendemos como essencial para o desenvolvimento de uma educação matemática inclusiva, e é com essas considerações iniciais que apresentamos aqui uma pesquisa que realizamos a partir das experiências que se concretizaram em uma ação extensionista realizada durante o ano de 2020. Nosso objetivo nessa pesquisa foi descrever a dinâmica que se observou dentre os professores da Região Metropolitana de São Paulo no planejamento de uma aula de matemática a partir da perspectiva inclusiva.

Apresentamos a seguir a nossa compreensão sobre o planejamento a partir do arcabouço teórico que fundamentou o trabalho desenvolvido, e em seguida a trajetória metodológica que assumimos na pesquisa, compartilhando as nuances que ocorreram nessa trajetória como resultado do isolamento social provocado pela pandemia de Covid-19. Continuamos com a análise e discussão de planos didáticos que foram elaborados por professores que participaram de uma ação extensionista que promovemos e terminamos com considerações importantes que nos ajudaram a assumir encaminhamentos mais precisos para futuras discussões sobre a educação matemática inclusiva com os professores da educação básica.

O planejamento como um movimento pedagógico

Na década de 1980, pesquisas revelaram um acentuado interesse em entender o conhecimento que os professores devem possuir para realizar um ensino mais eficaz, sendo as pesquisas conduzidas por Shulman as mais proeminentes nesse período. Para Shulman, a base do conhecimento do professor sobre o ensino tem três componentes: (1) o conhecimento do conteúdo; (2) o conhecimento pedagógico do conteúdo e (3) o conhecimento pedagógico geral (SHULMAN, 1986; 1987).

A base de conhecimento, tal como é proposta por Shulman, é um ponto de partida importante quando refletimos sobre o conhecimento do professor, no entanto, observamos que é essencial relacionarmos essa base com o contexto histórico e social em que os professores estão inseridos, um contexto que atualmente se fundamenta em um novo paradigma e que prima pela inclusão.

No paradigma da inclusão, alguns tópicos se destacam como dignos de atenção quando nos dedicamos a investigar o conhecimento do professor que se insere nesse novo contexto, sendo dois deles: (1) a formação inicial e continuada, assim como os valores e crenças construídos ou reforçados nessa formação (TORISU; SILVA, 2016) e (2) os conhecimentos que se cruzam no coensino, ou seja, na proposição de um ensino colaborativo entre professores de diferentes áreas, como o que é proposto na atuação do professor da sala regular com o professor da educação especial (VILARONGA; MENDES, 2014). Nesses dois tópicos, temos identificado nas experiências que realizamos nos últimos anos na temática da educação matemática inclusiva, que o planejamento didático é um ponto fundamental em ambos na promoção de um ensino de matemática que se alicerce na educação inclusiva.

O planejamento é um dos elementos que se mostram no conhecimento pedagógico geral do professor, um elemento já identificado como de acentuada importância nas investigações que são conduzidas no campo do ensino, e que pode ser observado nos planos de aula que são pensados e registrados pelos professores (JOHN, 2007; MUTTON; HAGGER; BURN, 2011; KÖNIG et al., 2011; KÖNIG et al., 2020). Quando esse planejamento está associado à investigação e à reflexão, podemos identificar também contribuições relevantes para o desenvolvimento profissional do professor no ensino de matemática, assim como concluiu Magalhães (2008) ao pesquisar, no contexto brasileiro, a potencialidade do método de desenvolvimento profissional utilizado nos Estados Unidos e que denominou como “Estudo e Planejamento de Lições”.

Na Educação Matemática, o planejamento é um fator importante e que precisamos exercitar no contexto dos desafios que se colocam à sua realização, tais como os que se mostram no cenário educacional brasileiro com a implementação do paradigma da inclusão. Um dos espaços já identificado na literatura como eficaz para o exercício do planejamento, é o espaço de diálogo que se forma em cursos propostos pelas universidades com a finalidade de contribuir com a formação continuada dos professores que se ocupam com o ensino de matemática (SOUZA; PASSOS, 2015; PONTE et al., 2016).

Investigações sobre as relações que são construídas entre o planejamento da aula e a utilização de novas tecnologias, é um dos pontos de interesse que se revelaram nos últimos anos em pesquisas que se ocupam com o trabalho pedagógico que envolve o plano de aula no ensino de matemática. Ao analisarem o processo de planejamento de aulas que um grupo de professores, no âmbito de um curso de extensão online que encorajava a inserção do software de programação SuperLogo como um recurso didático, Souza e Passos (2015) observaram que os professores inseriram o software em um movimento composto por outros elementos, dentre os quais as ideias pedagógicas, as estratégias de ensino, os conceitos matemáticos e o conhecimento que os professores tinham sobre a aprendizagem dos estudantes.

Esse movimento em que elementos já existentes no conhecimento pedagógico do professor se entrelaçam com as tecnologias digitais que são inseridas no cenário educacional, se tornou assim no âmbito do nosso grupo de pesquisa um campo digno de investigações na Educação Matemática, considerando a dinâmica intensa em que novas tecnologias são desenvolvidas.

No entanto, um dos tópicos que emergem como centrais quando refletimos sobre o desenvolvimento dessas novas tecnologias, é a forma como diferentes indústrias impulsionam no cenário internacional o desenvolvimento de recursos digitais, que são desenvolvidos com uma referência limitada à pesquisa existente em Educação Matemática e pouco ou nenhum envolvimento da comunidade de educadores matemáticos. Podemos identificar aqui um campo ainda pouco compreendido e que, como Clark-Wilson, Robutti e Thomas (2020) interpretam, é formado por automações em que a “dieta matemática” de um aluno em particular pode ser restringida ou aumentada de forma a promover desigualdades ou preconceitos educacionais.

Assim, no movimento pedagógico identificado por Souza e Passos (2015) e que culmina no planejamento que é realizado pelos professores ao inserirem um novo recurso digital na aula de matemática, compreendemos um terreno importante de pesquisa e que constituiu uma importante questão norteadora: quais são os elementos mobilizados pelos professores no planejamento de uma aula de matemática com uma perspectiva inclusiva?

Trajetória metodológica: o projeto e as nuances provocadas por uma pandemia

Com a perspectiva de contribuir com a formação continuada dos professores que ensinam matemática, assim como também investigar os saberes que são mobilizados pelos professores, observamos que estudos exploratórios de natureza qualitativa têm se mostrado como relevantes na Educação Matemática. Pesquisas recentes destacam a possibilidade de produção de dados em cursos de formação continuada que abordam o ensino de matemática com uma perspectiva inclusiva, que ao serem analisados, revelam aspectos importantes para análise e discussão (MARTINS; FERREIRA; NUNES, 2018; VIANA; MANRIQUE, 2020).

Com a proposta de realizar uma ação extensionista para um grupo de professores que atuam com o ensino de matemática em instituições públicas e privadas da Região Metropolitana de São Paulo, o grupo de pesquisa "Professor de Matemática: formação, profissão, saberes e trabalho docente" da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), do qual somos membros, iniciou um projeto de extensão universitária em fevereiro de 2020, intitulado "Novas perspectivas para atividades envolvendo álgebra: uso de aplicativos na educação matemática inclusiva", que contou com a participação de 120 professores. Na ação extensionista, o grupo de pesquisa assumiu como objetivo discutir e apresentar três aplicativos que foram criados pelo grupo de pesquisa e que buscam auxiliar o trabalho desenvolvido pelos professores do ensino fundamental na unidade de álgebra. Os três aplicativos podiam ser baixados e utilizados no sistema Android, e consistiam em atividades simples realizadas no formato de jogos e em diferentes níveis.

A ação extensionista tinha como cerne a proposição de encontros realizados presencialmente em um dos campi da universidade e que possibilitasse a apresentação e exploração dos três aplicativos que foram criados pelo grupo de pesquisa a fim de discutirmos possibilidades na respectiva utilização deles no âmbito didático e com uma perspectiva inclusiva.

O primeiro encontro, realizado presencialmente em fevereiro de 2020, foi dividido em três momentos. No primeiro momento, denominado "Difusão de conhecimento", os professores assistiram uma exposição oral realizada por pesquisadores do grupo de pesquisa sobre as contribuições dos estudos e pesquisas que abordam o ensino de matemática com uma perspectiva inclusiva. No segundo momento, denominado "Reflexão acerca dos saberes e experiências", os professores vivenciaram atividades que foram propostas em cinco estações de trabalho. Por meio de uma prática de metodologia ativa comumente denominada como rotação por estações, a qual se define na disponibilização de estações de trabalho, cada qual com diferentes propostas de ação, os professores participantes foram divididos em cinco grupos que, por um tempo acordado no encontro, se alternaram entre as estações de trabalho para realizar as ações propostas em cada estação. Trata-se de um modelo ativo de aprendizagem amplamente defendido por diferentes autores (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015; BACICH; MORAN, 2018; GIORDANO; SILVA, 2017). As estações de trabalhos e as respectivas ações propostas nesse segundo momento do encontro estão discriminados no quadro 1.

Quadro 1: Estações de trabalho disponibilizadas no primeiro encontro

a) Estação "Estudo de Caso": foi proposta a leitura de um caso fictício e que abordava uma situação de inclusão escolar de um estudante público-alvo da Educação Especial no Ensino Fundamental e uma situação de ensino e aprendizagem de Matemática para este estudante. Após a leitura do caso, o grupo registrava uma resposta para uma questão que foi dada.
b) Estação "Comunicação no Ensino de Matemática": foi apresentado um recurso que tem como objetivo primário, viabilizar a comunicação entre professores que ensinam matemática e estudantes público-alvo da Educação Especial com necessidades específicas na interação em sala de aula. Os professores participantes exploraram o recurso e leram uma ficha informativa sobre ele com uma breve descrição sobre o seu respectivo uso. Ao final, registraram possíveis dúvidas e comentários sobre a utilização do recurso para posterior discussão.
c) Estação "Planejamento Articulado": foi proposta a leitura de um caso fictício de articulação entre um professor que ensina matemática e um professor especialista da Educação Especial. Após o caso, o grupo fazia o preenchimento de um planejamento didático que se relaciona ao caso fictício lido e que tinha como cerne o exercício de uma ação articulada e interdisciplinar entre a Educação Matemática e a Educação Especial.
d) Estação "Oficina": foi proposta a confecção em grupo de um recurso que potencialize o ensino de Matemática na perspectiva inclusiva. A confecção era realizada utilizando materiais que foram disponibilizados na estação e uma ficha apresentando o passo-a-passo para a sua respectiva confecção. Ao final, cada professor teve um recurso confeccionado e que pode ser utilizado na instituição de ensino em que atua.
e) Estação "Aplicativo": foi proposta a exploração do ambiente MIT AppInventor, plataforma utilizada para a criação dos aplicativos apresentados na ação extensionista. A plataforma foi utilizada em um computador e os professores tiveram a tarefa de conhecer a plataforma e registrar possíveis comentários ou dúvidas quanto ao seu uso em um contexto de sala de aula.

Fonte: Arquivos do grupo de pesquisa.

O terceiro e último momento do primeiro encontro, que realizamos presencialmente, foi denominado "Interação e sinergia", e se consolidou como um momento de roda de conversa entre os pesquisadores do grupo de pesquisa e os professores participantes, buscando relações entre a experiência proporcionada no encontro e a realidade do contexto educacional de cada professor participante.

Finalizado o primeiro encontro, observamos a inviabilidade de realizar os demais encontros presencialmente devido ao cenário pandêmico que se constituiu no nosso país com o Covid-19. Aqui ocorreu uma pausa, resultado de um momento que se resumia em preocupações, incertezas, medos e luto. Perdemos amigos, colegas de trabalho, pesquisadores, familiares e professores que participavam da ação extensionista. Expressamos aqui, nosso respeito e sentimentos...

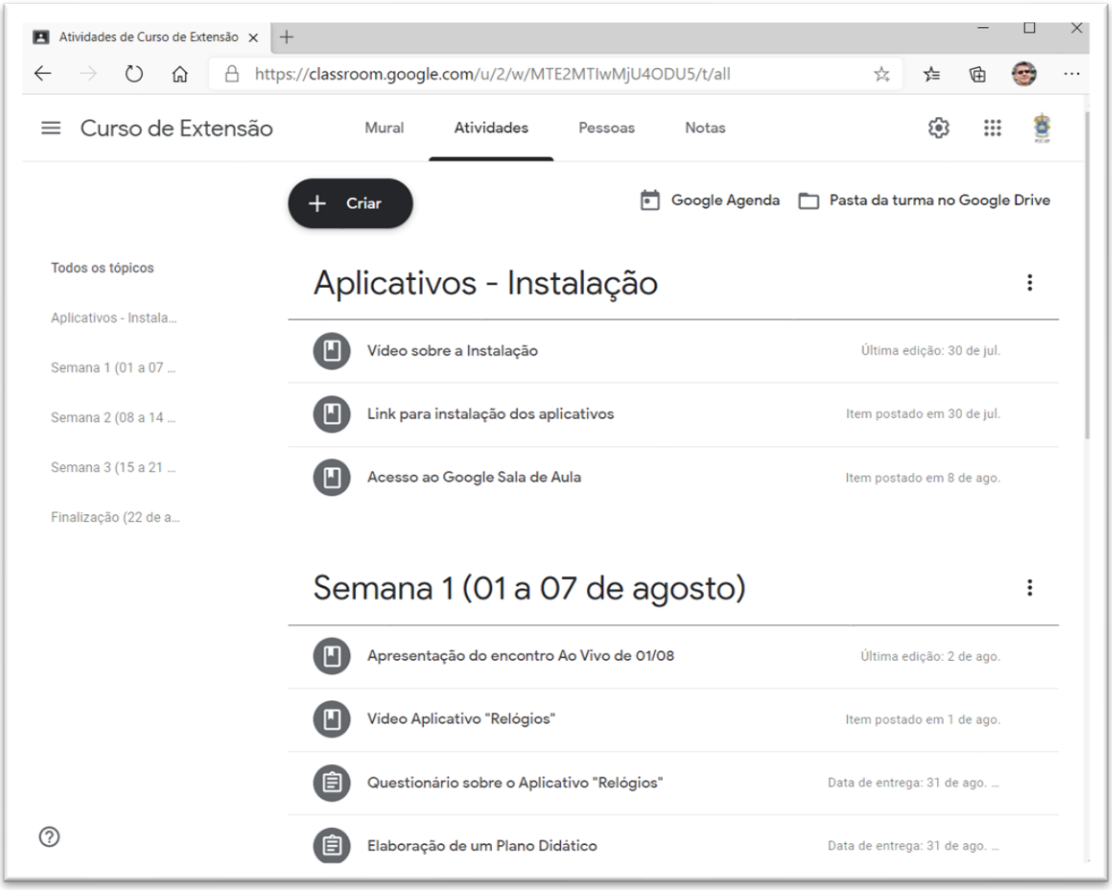
[silêncio]

Após quatro meses de pausa na nossa ação extensionista, observamos uma preocupação que nos perseguiu nas discussões que paulatinamente eram retomadas no nosso grupo de pesquisa. Considerando que a pandemia de Covid-19 revelou, no cenário educacional em todo o globo, uma lacuna social que, como apontam Engelbrecht, Borba, Llinares e Kaiser (2020), resulta da falta de acesso à internet e do despreparo de redes de ensino para lidar com a drástica mudança ocasionada pelo isolamento social, revisitamos o projeto da nossa ação extensionista, e buscamos sua continuidade considerando as nuances provocadas pelo cenário pandêmico que se instalou em nosso país.

Nesse revisitar, o grupo de pesquisa reformulou o projeto de extensão de forma que continuasse na modalidade online. Com a reformulação do projeto, definimos a continuidade das atividades em agosto de 2020 e em um ambiente online que foi montado no Google Sala de Aula (Figura 1).

As atividades foram distribuídas nesse ambiente online em três semanas, sendo que em cada semana seguíamos a seguinte sequência de atividades: (1) Encontro realizado remotamente entre os pesquisadores e os professores participantes utilizando o Meet, o qual chamamos de “Encontro Ao Vivo”; (2) Um vídeo apresentando um dos três aplicativos criados pelo grupo de pesquisa; (3) Um questionário em que os professores participantes tiveram a possibilidade de avaliar o aplicativo apresentado na semana a partir de uma ótica didática e pedagógica; e (4) A proposta de elaboração de um Plano Didático que viabilize a utilização do aplicativo apresentado na semana com uma perspectiva inclusiva.

Figura 1: Tela principal do ambiente virtual



Fonte: Arquivos do grupo de pesquisa

A produção dos dados: os planos didáticos

Como já descrevemos, uma das tarefas desenvolvida pelos professores participantes durante a ação extensionista foi a elaboração de um plano didático. A elaboração desses planos tinha como principal objetivo permitir a revisitação a suas próprias práticas e o compartilhamento de ideias, propostas e aprendizagens a partir das discussões e reflexões feitas no decorrer da ação extensionista. No total, foram solicitados três planos didáticos.

Para tal execução, foi disponibilizado um template e cada professor deveria encaminhar o plano digitalmente no ambiente online. Um dos pontos centrais presente nas discussões e reflexões proporcionados na ação extensionista com os professores foi o ensino de matemática com uma perspectiva inclusiva e, como Lima e Manrique (2017) apontam, nessa perspectiva há uma preocupação em proporcionar recursos, estratégias, reflexões e outros benefícios que não são direcionadas para apenas uma deficiência ou estudante em específico, mas para todos os estudantes, portanto, era esperado que os planos apresentados tivessem esse viés inclusivo.

Diante dos desafios existentes na construção de um espaço de formação fundamentado na educação inclusiva que permite o desenvolvimento de posturas reflexivas, temos que, antes de mostrar aos professores o que fazer e como fazer, perguntar a eles como fazem (PERRENOUD, 2008).

A partir dessa premissa, os professores eram convidados a compartilhar nos planos didáticos que elaboravam e encaminhavam para os mediadores, suas ações, propostas e ideias. Mas, como proporcionar a socialização dessas importantes ações e registros, promover reflexões acerca da própria prática e, assim, promover novas aprendizagens em um ambiente virtual? “Todos refletimos para agir, durante e depois da ação, sem que essa reflexão gere aprendizagens de forma automática. Repetimos os mesmos erros, evidenciamos a mesma cegueira, porque nos faltam lucidez, coragem e método”. (PERRENOUD, 2008, p. 17). Perrenoud (2008) salienta o quanto é fundamental a criação de ambientes que permitam a análise da própria prática, ambientes de partilha das contribuições e de reflexão sobre a forma como pensa, decide, comunica e reage em uma sala de aula.

Diante desses apontamentos, o grupo de pesquisa criou durante a ação extensionista uma curadoria para os planos didáticos. A ideia era resgatar a maior diversidade de proposições, processos e depoimentos e, nos encontros virtuais, apresentá-los aos professores, compartilhando elementos que se destacavam nos planos e que culminavam na proposição de um ensino de matemática com uma perspectiva inclusiva.

Por conta da quantidade de planos encaminhados e o tempo disponível, não era possível apresentar elementos de todos os planos, haja visto que alguns procedimentos e ideias também se repetiam, mas era notória a satisfação dos professores ao perceber que o plano por eles encaminhado estava sendo apresentado aos demais colegas. Da mesma forma, pudemos perceber, a partir de alguns depoimentos, a frustração de não ter tido seu plano apresentado pelos curadores. É visível, portanto, a necessidade de valorização e reconhecimento do olhar do outro, mesmo que a partir de apontamentos de melhoria. Reiteramos que isso só se torna possível em ambientes “seguros” nos quais há uma construção coletiva e as prováveis atitudes defensivas abrem espaço para processos reflexivos.

A análise e discussão dos dados: elementos que surgem em uma zona emergente

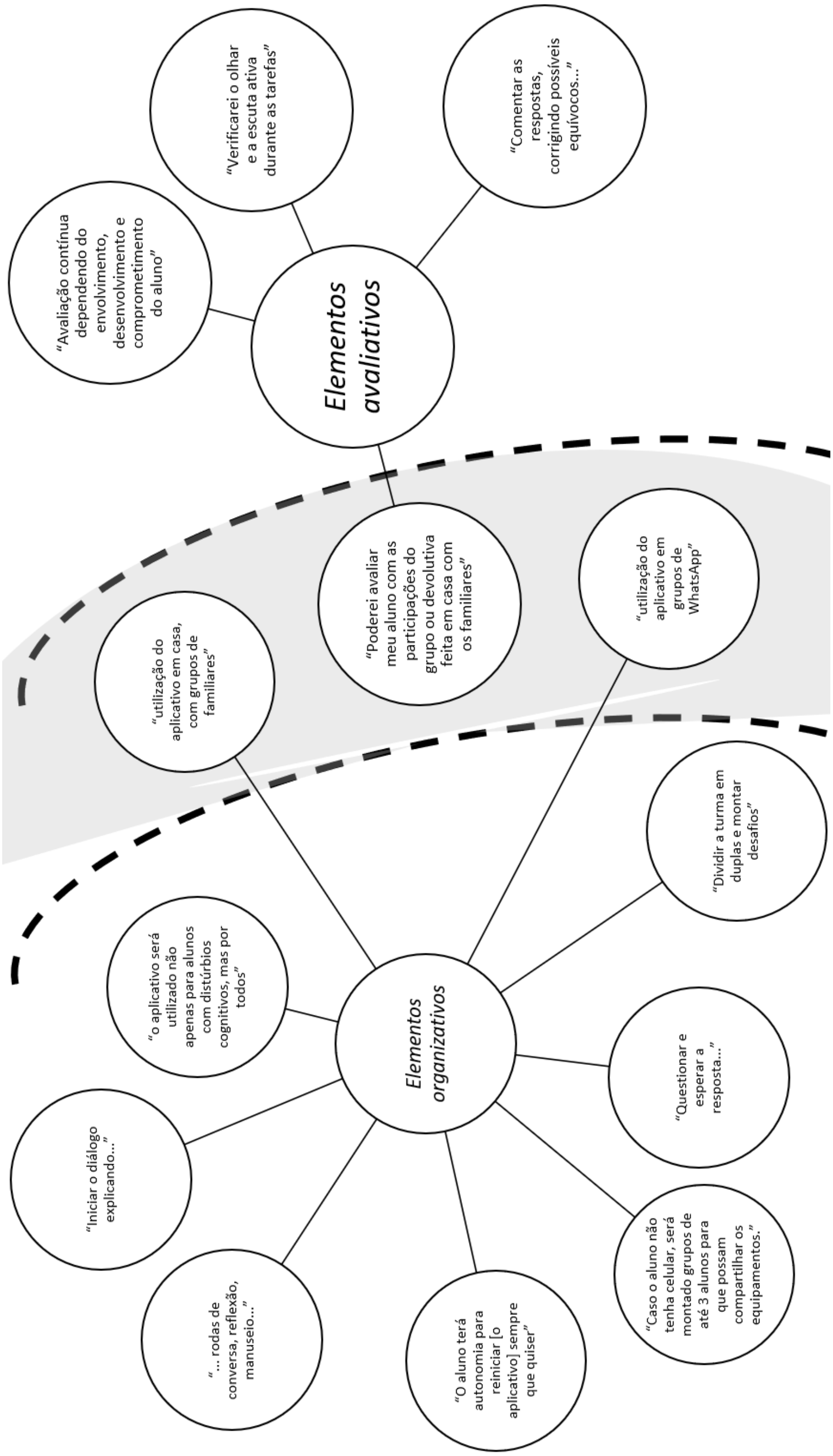
Apresentamos a seguir, alguns trechos retirados dos planos didáticos que foram elaborados pelos professores participantes. Muitos destes trechos também foram apresentados durante o curso nos momentos reservados para o compartilhar dos elementos que selecionamos na curadoria. Salientamos que, para preservar a identidade dos professores participantes e autores dos planos didáticos, os nomes foram suprimidos.

É importante salientar que não foram pensados ou estipulados previamente critérios ou categorias para reunir os principais enfoques trazidos nos planos. A ideia era reunir os pontos centrais, identificando semelhanças e disparidades e, ainda, localizar nas propostas apontamentos que poderiam permitir reflexões interessantes que nos auxiliassem para responder à questão norteadora da nossa pesquisa.

Dessa forma, apresentamos na Figura 2 um mapeamento que construímos a partir de excertos que foram extraídos de trechos existentes nos planos didáticos, e que durante a curadoria se situaram como elementos disparadores para reflexões sobre como o ensino de matemática pode ser mais inclusivo. No mapeamento que representamos na figura, é possível identificar a maioria dos excertos se concentrando nos elementos organizativos, e os demais nos elementos avaliativos, no entanto, existem três excertos que localizamos nesse mapeamento em uma zona que emerge na nossa análise como resultado do cenário de pandemia de Covid-19.

Após a análise, pudemos perceber que em alguns planos era possível localizar estratégias pensadas exclusivamente para o momento vivido por todos, a pandemia do Covid-19. A proposta de elaboração dos planos didáticos não tinha esse enfoque, mas acreditamos ser de grande relevância apresentar o movimento e preocupação dos educadores ao pensar em estratégias para esse delicado momento.

Figura 2: Mapeamento de excertos elaborado na análise dos dados



Fonte: Arquivos do grupo de pesquisa

Os três excertos que localizamos na Figura 2 nessa zona emergente, representam essa nossa percepção, já que os professores planejaram pensando na co-participação do núcleo familiar e atribuindo uma nova funcionalidade para um recurso tecnológico, que no caso foi o aplicativo WhatsApp, que passou a assumir um papel de natureza pedagógica nesse plano.

Dentre os excertos que se concentravam nos elementos organizativos, identificamos uma preocupação com a “postura do professor” nos momentos de interação que este constrói com os estudantes, seja questionando ou organizando agrupamentos produtivos durante a aula. Aqui observamos que a forma como o professor interage e organiza a turma de estudantes, se revela como um tópico importante de discussão quando propomos o ensino de matemática com uma perspectiva inclusiva. Destacamos que a diversificação de estratégias no campo das interações humanas que se montam na prática docente, é um dos tópicos que precisamos exercitar na formação inicial e continuada de professores.

Também identificamos na nossa análise uma preocupação com o monitoramento das aprendizagens e avaliação, com excertos que se concentraram nos elementos avaliativos. Nesse caso, percebemos olhares para os processos de aprendizagem dos estudantes, mas assim como Perrenoud (2008) salienta, o professor pode assumir a sua própria ação como objeto de reflexão, sendo aqui importante discutirmos o quanto o professor precisa pensar na avaliação também como um fator que remodela a sua própria prática.

A estratégia de compartilhar os registros elaborados pelos participantes nos momentos síncronos da ação extensionista permitiu que cada professor identificasse ações semelhantes ou diferentes das que planejou e, ao mesmo tempo, receber possíveis feedbacks, com uma reflexão que “não se limitasse a uma evocação, mas passasse por crítica, por uma análise, por uma relação com regras, teorias ou outras ações, imaginadas e realizadas em uma situação análoga” (PERRENOUD, 2008, p. 31)

Outro elemento que se mostrou na análise dos planos didáticos, e que vale destacarmos, é a preocupação existente em um dos planos com a disponibilização de um tutorial para que os estudantes acompanhassem cada etapa na utilização de um dos aplicativos, apresentando desde a abertura do aplicativo, com a visualização dos prints das telas que elucidam o que deve acontecer em cada momento, até o encerramento da atividade e fechamento do aplicativo. Aqui compreendemos que existe um forte reflexo das novas práticas que foram mobilizadas no cenário de pandemia de Covid-19 no planejamento que este professor apresentou na ação extensionista.

Considerações finais

Após esse trabalho investigativo, observamos que os elementos, que são mobilizados pelos professores no planejamento de uma aula de matemática com uma perspectiva inclusiva, se concentram principalmente no âmbito organizativo, no entanto, tendo em vista o cenário de pandemia de Covid-19 que se formou, novos elementos se destacaram em uma zona emergente, e que consideram principalmente a participação da família de forma mais ativa no processo e a atribuição de novos papéis para alguns recursos, como observamos ocorrer com o aplicativo WhatsApp.

Além dos elementos que discutimos na nossa análise, destacamos os registros que, diferentemente das proposições trazidas no início da ação extensionista, se preocuparam com o momento e o contexto vivido pela maioria dos educadores e estudantes brasileiros, o “fechamento” das escolas para aulas presenciais.

Os planos didáticos indicaram alguns possíveis desdobramentos das ações e proposições que seriam realizadas na escola, de forma presencial e, ainda, reflexos do momento vivido por todos durante a pandemia de Covid-19 como, por exemplo, a utilização do aplicativo nos ambientes familiares contando, inclusive, com a participação de membros da família. Em nossa pesquisa, a família aparece, não apenas como um coadjuvante nos processos, mas, também, como parceira e corresponsável. Na ação extensionista, concluímos que novos elementos emergem nesse movimento que consolida o planejamento, elementos que precisamos considerar nas próximas pesquisas que pretendem abordar o ensino de matemática com uma perspectiva inclusiva, já que outras desigualdades foram descortinadas. Uma pergunta nos persegue agora: o que significa a inclusão na aula de matemática no cenário pós-pandemia?

Como pudemos ver, a elaboração dos planos didáticos se tornou algo para além da tarefa indicada na ação extensionista. O exercício do planejamento parece ter permitido e favorecido um espaço de diálogo com o outro, com a sua própria prática e, de certa forma, um lugar no qual era possível expressar ações idealizadas e outras realizadas. Preocupações com o outro, consigo, com a aprendizagem, e com os desejos; desejos esses que ultrapassam a sala de aula e a interação entre professor e aluno. Tais preocupações esbarram nas necessidades individuais e coletivas, movimentando uma busca por superação; superação dos limites, sejam eles de ordem pedagógica, técnica e até mesmo de saúde pública.

Agradecimentos

Expressamos nossos agradecimentos a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) pelo apoio dado por meio Plano de Incentivo a Projetos de Extensão (PIPEXT) para o desenvolvimento do estudo aqui apresentado.

Referências

CLARK-WILSON, A.; ROBUTTI, O. ; THOMAS, M. Teaching with digital technology. **ZDM – Mathematics Education**, v. 52, p. 1223-1242. 23 out. 2020. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01196-0

ENGELBRECHT, J. ; BORBA, M. C. ; LLINARES, S.; KAISER, G. Will 2020 be remembered as the year in which education was changed ? **ZDM – Mathematics Education**, v. 52, p. 821-824. 22 jul. 2020.

JOHN, P. D. Lesson planning and the student teacher : re-thinking the dominant model. **Journal of Curriculum Studies**, v. 38, p. 483-498. 2006. https://doi.org/10.1080/00220270500363620

KÖNIG, J. ; BLÖMEKE, S. ; PAINE, L. ; SCHIDT, B. ; HSIEH, F. J. General pedagogical knowledge of future middle school teachers. On the complex ecology of teacher education in the United States, Germany, and Taiwan. **Journal of Teacher Education**, v. 62, n. 2, p. 188-201. 2011. https://doi.org/10.1177/0022487110388664

KÖNIG, J. ; BREMERICH-VOS, A. ; BUCHHOLTZ, C.; GLUTSCH, N. General pedagogical knowledge, pedagogical adaptivity in written lesson plans, and instructional practice among preservice teachers. **Journal of Curriculum Studies**, v. 52, n. 6, p. 800-822. 2020. https://doi.org/10.1080/00220272.2020.1752804

LIMA, C. A. R.; MANRIQUE, A. L. Processo de formação de professores que ensinam matemática: práticas inclusivas. **Nuances**: estudos sobre Educação, Presidente Prudente, v. 28, n. 3, set./dez., 2017, p. 262-286.MAGALHÃES, P. D. **Desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: o método estudo e planejamento de lições nos contextos de escola e de ensino. 2008. 116f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

MARTINS, M. A.; FERREIRA, A. C.; NUNES, C. M. F. Saberes docentes para a inclusão de alunos com deficiência visual nas aulas de matemática: análise do potencial de um curso de extensão. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 27, 2018.

MUTTON, T. ; HAGGER, H. ; BURN, K. Learning to plan, planning to learn: the developing expertise of beginning teachers. **Teachers and Teaching**, v. 17, n. 4, p. 399-416. 2011. https://doi.org/10.1080/13540602.2011.580516

PERRENOUD, PHILLIPE. **Avaliação**: da excelência à regulação das aprendizagens - entre duas lógicas. Porto Alegre. Artes Médicas, 2008.

PONTE, J. P. ; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891. dez. 2016. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a01

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14. fev. 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching : foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, v. 57, n. 1, p. 1-22. fev. 1987.

SOUZA, A. P. G. ; PASSOS, C. L. B. Dialogando sobre o planejamento com o SuperLogo no ensino de matemática dos anos iniciais. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1023-1042. dez. 2015. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a12

TORISU, E. M.; SILVA, M. M. A formação do professor de matemática para a educação inclusiva: um relato de experiência no curso de matemática de uma universidade federal brasileira. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourao, v. 5, n. 9, p. 270-285. jul./dez. 2016.

VIANA, E. A.; MANRIQUE, A. L. A influência do conhecimento matemático do professor na seleção de recursos para estudantes autistas. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 9, n. 2, p. 70-83, 2020. http://dx.doi.org/10.23925/2238-8044.2020v9i2p70-83

VILARONGA, C. A. R.; MENDES, E. G. Ensino colaborativo para o apoio à inclusão escolar: práticas colaborativas entre os professores. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 95, n. 239, p. 139-151. jan./abr. 2014.

Os Paradoxos Matemáticos do Livro *Alice no País das Maravilhas*: possibilidade de experimentação em uma sala de aula inclusiva

The Mathematical Paradoxes from the Book *Alice in Wonderland*: possibilities of experimentation in an inclusive classroom

Roberta Labres Flugseder
Universidade Federal do Rio Grande – FURG
rflugseder@gmail.com

Suelen Assunção Santos
Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS
suelenass@icloud.com

Resumo

Este artigo é um recorte da dissertação de Mestrado intitulada *Resolução de Problemas do tipo Paradoxo: possibilidade de intervenção pedagógica inclusiva para o ensino de Matemática*, apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal do Rio Grande – FURG. Busca-se mostrar o processo de construção de Problemas do tipo Paradoxo como possibilidade de intervenção pedagógica inclusiva para o ensino de Matemática em salas de aulas dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para tanto, apresenta-se a inclusão escolar sob o enfoque da normalidade em Foucault em que se busca incluir todos os sujeitos em um mesmo espaço de produção de saber. Evidenciam-se, também, os conceitos de paradoxo, sentido e problema em Deleuze de modo a contemplar a proposta de intervenção pedagógica baseada em Problemas do tipo Paradoxo, tendo todo o processo caracterizado e detalhado a fim da composição dos referidos problemas, que por sua vez, são fundamentados na experimentação de cunho deleuzeano. Como resultado, apresentam-se os Problemas do tipo Paradoxo construídos a partir de fragmentos da história de *Alice no país das maravilhas* de Lewis Carroll como uma possibilidade de intervenção pedagógica inclusiva para o ensino de Matemática em salas de aulas dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Normalidade; Foucault; Inclusão; Deleuze; Educação matemática.

Abstract

This article is a clipping from the master's dissertation entitled Solving Problems of the Paradox Kind: possibilities of inclusive pedagogical intervention for the teaching of Mathematics, presented along the Post-Graduation Program of Exact Sciences in the Federal University of Rio Grande – FURG. The aim is to show the creation process of Problems of the Paradox Kind as inclusive pedagogical intervention possibilities for the teaching of Mathematics in classrooms of the final years of Elementary School. For this purpose, it is presented the inclusive education under Focault's normality point of view, in which all the individuals of the same space are included in the production of knowledge. The concepts of paradox, meaning and problem from Deleuze are also highlighted in order to contemplate the pedagogical intervention proposal based on Problems of the Paradox Kind; the process is characterized and detailed to compose the problems mentioned, and such problems are based on the deleuzian experimentations. As result, the Problems of the Paradox Kind are presented, built from fragments of the book Alice in Wonderland by Lewis Carroll as a possibility of inclusive pedagogical intervention for the teaching of Mathematics in classrooms of the final years of Elementary School.

Keywords: Normality; Foucault; Inclusion; Deleuze; Mathematical Education.

Introdução

A experiência docente nos faz problematizar, pensar, experimentar, enfim, buscar novas estratégias em um espaço heterogêneo de produção de saber. Esse espaço partilha de todos os tipos de sujeitos, que compartilham unicamente da pluralidade: há os que têm mais facilidade, os que têm mais dificuldade, os que possuem algum tipo de diagnóstico de deficiência cognitiva, dentre outros.

Assim, esse espaço precisou se tornar uma zona de acolhida de todos os sujeitos, em que todos tenham a possibilidade de aprender tendo suas potencialidades respeitadas, ou seja, esse lugar passou a ser um local de inclusão. O conceito de inclusão apresentado neste artigo está sob o enfoque da normalidade em Foucault, que ressalta que o processo de normalização, é típico de uma sociedade disciplinar, que visa conformar os sujeitos de acordo com uma norma, um modelo a ser atingido, e, nesse sentido, classificar os sujeitos entre normais e anormais. Busca-se, então, deslocar esse conceito para a sala de aula inclusiva, que segundo Acorsi (2011) tenta apagar constantemente as diferenças em virtude de uma inclusão, uma igualdade. Portanto, incluir todos os sujeitos dentro de um mesmo espaço, uma sala de aula inclusiva.

Dessa forma, no intuito de pensar novas possibilidades, problematizar as experiências, modificar a profissão docente, se busca experimentar novas alternativas para o ensino de Matemática. Estas novas alternativas estão fundamentadas na Resolução de Problemas do tipo Paradoxo, possibilidade pouco explorada dentro das intervenções pedagógicas conhecidas e ministradas em sala de aula, e que pode provocar uma abertura para experimentar, problematizar, pensar, visto que um problema do tipo paradoxo não possui uma única resposta certa. Nesse sentido, busca-se delimitar alguns conceitos importantes para a composição dos problemas a partir de um movimento de experimentação de cunho deleuzeano, ou seja, se colocar em uma posição de abertura para o novo que está prestes a ser conhecido, problematizado, experimentado.

Portanto, este artigo que apresenta um recorte da dissertação de Mestrado intitulada *Resolução de Problemas do tipo Paradoxo: possibilidade de intervenção pedagógica inclusiva para o ensino de Matemática* apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande – FURG faz parte do projeto cadastrado na COMPESQ/UFRGS intitulado como "Educação Matemática e seus entrecruzamentos com a Literatura Potencial", tem como objetivo mostrar o processo de construção dos Problemas do tipo Paradoxo como alternativa para a intervenção pedagógica no ensino de Matemática em salas de aulas inclusiva dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

E, para uma melhor inteligibilidade, o artigo está dividido em cinco seções. A primeira seção é a *Introdução* em que apresenta uma visão geral dos principais aspectos a serem abordados neste artigo; a segunda seção é *A inclusão escolar e a perspectiva Foucaultiana*, que apresenta a questão da normalidade sob o ponto de vista de Foucault; a seção *Paradoxos, sentido e problema em Deleuze* que versa sobre a visão do estudioso acerca desses três importantes conceitos; a seção *Experimentação em Deleuze* desenvolve as compreensões do filósofo francês sobre o tema e divulga todos os passos percorridos pelas autoras deste artigo para a composição dos Problemas do tipo Paradoxo, atividade sugerida para a intervenção pedagógica no ensino de Matemática em salas de aulas inclusivas dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Por fim, são tecidas na seção, *Considerações Finais*, os resultados conquistados e considerados importantes ao término do estudo empreendido.

A inclusão escolar e a perspectiva Foucaultiana

Em uma sala de aula inclusiva na contemporaneidade, crianças e adolescentes com as mais diversas especificidades estão inseridos em um ambiente que, ao mesmo tempo, necessita estar adequado a todos, sem que essa adequação ressalte uma diferenciação entre os alunos, pois a sala de aula é o espaço para a recepção de todos os sujeitos, todas as diversidades, sem distinção, os sujeitos da diferença.

A partir do fim da década de 1990 se fala em uma inclusão escolar, que conforme Roos (2011) passa a ser vista como uma agregação dos alunos com deficiência nas turmas regulares de escolas públicas e privadas. Sendo então, um dos compromissos a serem cumpridos em uma instituição de educação escolar, ou seja, atender ao chamamento da inclusão.

Para tanto, a escola necessita achar meios para que sejam disponibilizados os recursos humanos e materiais adequados, para que, de acordo com as políticas públicas, sejam ofertados tempos e espaços de aprendizagens qualificados (ROOS, 2011). À vista disso, Roos (2011, p. 21) pondera que se pode conceber a inclusão como integrar diversos sujeitos em um mesmo espaço, que ofereça diferentes possibilidades de aprendizagens, passa a ser o compromisso da escola inclusiva, levando-se em conta todo o aporte das políticas públicas relacionadas ao tema e com professores, especialistas e famílias trabalhando em conjunto para tal.

A perspectiva inclusiva desse artigo é amparada pelo tema da normalidade, conceito tão caro aos estudos empreendidos por Michel Foucault (1926-1984). Para Foucault, de acordo com Bert (2013), a sociedade disciplinar é eficaz ao funcionar como um modo de vigilância e de correção dos comportamentos. Essa sociedade disciplinar é estrategicamente organizada, com estruturas de controle e regulação "[...] e extremamente singulares, procedimentos de regulamentação e normalização nunca dantes encontrados em quaisquer formações históricas anteriores" (GADELHA, 2016, p. 37).

Nesse sentido, Foucault (2008, p. 74) salienta que "[...] todo sistema legal se relaciona a um sistema de normas". Nesse ínterim, Pinheiro (2014) ressalta que uma sociedade disciplinar contrapõe-se à sociedade de lei, pois não busca a condenação dos indivíduos, mas sim a sua correção. Ela empenha-se em incluir e não excluir. Em suma, a sociedade disciplinar tenta colocar todos dentro da norma, de modo a homogeneizar a população, ao invés de retirar, afastar do convívio social aqueles que são anormais.

Assim sendo, de acordo com os estudos de Foucault, Castro (2016) considera que a norma diz respeito aos atos e as condutas dos indivíduos, agindo como um campo de comparação, de diferenciação, um conjunto de regras a seguir. A norma distingue os indivíduos, com referência a um domínio, uma média, um *optimum* a ser atingido, medindo em termos quantitativos e em termos de valor, a capacidade de cada indivíduo.

Nesse intuito, Foucault (1991, p. 163) explica que a norma tem como pressuposto relacionar "[...] os atos, os desempenhos, os comportamentos singulares a um conjunto, que é ao mesmo tempo campo de comparação, espaço de diferenciação e princípio de uma regra a seguir". Em outras palavras, "[...] há um caráter primitivamente prescritivo da norma" (FOUCAULT, 2008, p. 75). Por consequência, diferencia os indivíduos uns em relação aos outros e em relação dessa regra que funciona como um critério mínimo, "[...] como média a respeitar ou como o ótimo de que se deve chegar perto. Medir em termos quantitativos e hierarquizar em termos de valor as capacidades, o nível, a 'natureza' dos indivíduos" (FOUCAULT, 1991, p. 163).

Dessa forma, Gadelha (2016) pondera que as instituições educativas têm como o seu objeto o sujeito da educação, que ao ser individualizado, é tratado como o escolar, o aprendente, o aluno. O autor ressalta que de todas essas referências, a que julga talvez ser a mais importante seja a "[...] a *norma*, isto é, não uma referência qualquer, mas aquela tida por modelo, uma referência modelar, ótima, imanente" (GADELHA, 2016, p. 177, grifo do autor). Então, segundo Gadelha (2016), ao aplicar com maior ou menor autonomia, os processos de adequação que caracterizam esse sujeito, a educação – a escola – classifica e fixa esse sujeito em categorias que variam entre a normalidade e a anormalidade.

Assim sendo, Acorsi (2011) considera que o grande cerne da escola, é o processo de normalização, pois é atribuído à educação um caráter corretivo, visto que as políticas pedagógicas e educativas que tratam da questão da diferença sob o enfoque da normalidade, reduzem "[...] a diferença à diversidade ou então à deficiência" (ACORSI, 2011, p. 174), sendo o principal alvo do processo de normalização na escola contemporânea os chamados alunos de inclusão, "[...] em uma tentativa constante de apagamento das diferenças em nome da igualdade e da inclusão". Para a autora, três processos trabalham em conjunto dentro da escola: a norma, a zona de normalidade e a normalização.

Portanto, a educação inclusiva defendida nesta pesquisa se pauta na inclusão de "todos" os sujeitos dentro de uma mesma sala de aula, em que os diferentes sujeitos – os normais e os que estão fora da norma –, além daqueles que não tem laudos com o diagnóstico de uma deficiência cognitiva. A perspectiva de educação inclusiva tomada nesse artigo inclui todas as diversidades: aqueles que têm alguma dificuldade de aprendizagem diagnosticada ou não, e os que não têm nenhum déficit cognitivo.

Dessa forma, a sala de aula inclusiva transborda o sujeito que está fora da norma, ou então, dito "anormal" – aluno com laudo médico. Transborda o sujeito dito com "necessidades especiais". Ela incorpora todos os sujeitos. Consequentemente, incluir "todos", independente de ser laudado ou não. Propor que os sujeitos da diferença tenham as suas potencialidades respeitadas e que a partir de suas percepções se construam "soluções" para os problemas do tipo paradoxo permitirá uma abertura para uma multiplicidade de ideias abertas, por consequência, a uma diversidade de respostas.

E assim, nessa perspectiva de uma sala de aula inclusiva, de modo a contemplar todos os sujeitos, busca-se uma nova possibilidade de intervenção pedagógica pautada nos

Problemas do tipo Paradoxo. E, para tanto, na seção seguinte são apresentados os conceitos considerados relevantes para o desenvolvimento dessa prática pedagógica, ou seja, os paradoxos, o sentido e o problema em Deleuze.

Paradoxos, sentido e problema em Deleuze

Este artigo tem por objetivo apresentar o processo de construção dos Problemas do tipo Paradoxo como uma possibilidade de intervenção pedagógica que contemple todos os sujeitos em uma sala de aula inclusiva para o ensino de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para tanto, é necessário delimitar o que se compreende como um problema do tipo paradoxo. Nessa perspectiva, é importante o que Gilles Deleuze (1925-1995) desenvolveu em relação a esse assunto.

Na obra *Lógica do sentido*, Deleuze apresenta séries de paradoxos que, segundo o autor, formam a teoria do sentido. Dessa forma, o pensador explica porque essa teoria sobre o sentido não pode ser separada de paradoxos: "[...] o sentido é uma entidade não existente, ele tem mesmo com o não-senso relações muito particulares" (DELEUZE, 2015, p. XV), e os paradoxos afirmam os dois sentidos simultaneamente, desconstruindo a ideia do sentido único. Corroboram com essa compreensão a abordagem que o pensador francês faz da obra *Alice no país das maravilhas*, de Lewis Carroll e da filosofia dos estoicos.

O estoicismo foi uma das grandes escolas filosóficas da antiguidade, situando-se por volta de 300 a. C., em que Deleuze afirma serem os inventores e amantes dos paradoxos, além de iniciadores de uma nova visão do que é ser um filósofo em uma "[...] ruptura com os pré-socráticos, com o socratismo e o platonismo; e esta nova imagem já está estreitamente ligada à constituição paradoxal da teoria do sentido" (DELEUZE, 2015, p. XV).

Em *Alice no país das maravilhas*, Lewis Carrol retrata "[...] um jogo do sentido e do não-senso, um caos-cosmo" (DELEUZE, 2015, p. XV) cuja narrativa produz "a primeira grande encenação dos paradoxos do sentido, ora recolhendo-os, ora renovando-os, ora inventando-os, ora preparando-os" (DELEUZE, 2015, p. XV), chamada por Deleuze (2018) de um cômputo maravilhoso de paradoxos.

Inicialmente em seu livro, *Lógica do Sentido*, Deleuze (2015, p. 3) pondera que um paradoxo é "[...] o que destrói o bom senso como sentido único, mas, em seguida, o que destrói o senso comum como designação de identidades fixas". Segundo o autor, o bom senso tem uma função muito importante na determinação da significação, de maneira a determinar em princípio um sentido único em geral e, a partir disso, possibilitar a escolha de uma direção em detrimento da outra. Dessa forma, "[...] a potência do paradoxo não consiste absolutamente em seguir a outra direção, mas em mostrar que o sentido toma sempre os dois sentidos ao mesmo tempo, as duas direções ao mesmo tempo" (DELEUZE, 2015, p. 79). O paradoxo, portanto, determina uma ruptura naquilo que é construído pelo bom senso (MONZANI, 2011).

Deleuze (2015, p. 31) considera que os estoicos souberam definir bem o sentido, ao afirmar que não é a palavra, não é representação sensível, não é corpo e nem tampouco uma representação racional. O sentido, possivelmente, seria "[...] 'neutro', indiferente por completo tanto ao particular como ao geral, ao singular como ao universal, ao pessoal e ao impessoal" (DELEUZE, 2015, p. 20, grifo do autor).

O pensador francês reflete ser mais fácil dizer aquilo que o sentido é do que aquilo que o sentido não o é. No entanto, o autor atenta para o fato de ser impossível formular uma proposição e seu sentido ao mesmo tempo, pois nunca se diz o sentido daquilo que se diz, pois a linguagem é opaca e não transparente. Assim, o sentido é aquilo que só pode ser dito no uso transcendente e que não pode ser dito no uso empírico. Assim, "[...] a Ideia, que percorre todas as suas faculdades, não se reduz, todavia, ao sentido. É que, por sua vez, ela também é não senso" (DELEUZE, 2018, p. 210).

Deleuze (2018) afirma que, em muitos autores, entre eles Lewis Carroll, que a mais elevada finalidade do sentido é o mecanismo do não senso. Por isso, considera que se de fato não se expressa o sentido daquilo que se fala, então, se pode, no mínimo, tomar o sentido, ou seja, o "expresso da proposição", como o designado de uma segunda proposição, que, por sua vez, não expressa o seu sentido, e assim por diante.

Teixeira (2007) corrobora com o posicionamento de Deleuze ao considerar que a obra de Carroll tem, acima de tudo, uma característica relevante que é a lógica matemática, que é caracterizada como sendo uma *lógica do nonsense*, fundamentando-se na desordem, na provocação de ideias, na confusão.

Dessa forma, segundo o filósofo, ao mesmo tempo que, o não-senso é o que não tem sentido, ele também é o oposto "[...] à ausência de sentido, operando a doação de sentido. E é isto que é preciso entender por *non-sense*" (DELEUZE, 2015, p. 74, grifo do autor). Dessa forma, “o sentido é sempre um *efeito*” (DELEUZE, 2015, p. 73, grifo do autor). Não só um efeito no sentido causal, mas um efeito de posição e linguagem, assim o sentido é produzido pelo não-senso.

Em seus estudos, Deleuze (2018, p. 212) também definiu que “o sentido está no próprio problema”. Dessa forma, constitui-se o sentido como um tema complexo, definido pelo filósofo como o conjunto de problemas e de questões vinculados às proposições que “[...] servem de elementos de resposta e de casos de solução” (DELEUZE, 2018, p. 212).

Ademais, para Deleuze, os problemas são definidos por suas condições e os acontecimentos que os definem. Assim,

> [...] um problema, com efeito, não é determinado senão pelos pontos singulares que exprimem suas condições. Não dizemos que, por isto, o problema é resolvido: ao contrário, ele é determinado como problema. (...) Parece, pois, que um problema tem sempre a solução que merece segundo as condições que o determinam enquanto problema; e, com efeito, as singularidades presidem à gênese das soluções da equação (DELEUZE, 2015, p. 57).

Sendo assim, a partir das considerações de Deleuze, Santos (2015, p. 133) afirma que “[...] deve-se fazer um exercício de esquecimento para desconsiderar o problemático como um momento empírico imperfeito” ou como Deleuze (2015, p. 57) ressalta: “[...] como uma categoria subjetiva de nosso conhecimento”. Isto posto, “[...] a diferença é o problemático e, portanto, afirmativo porque suscita soluções diferentes” (SANTOS, 2015, p. 133).

Deleuze (2018) pondera que determinar e resolver um problema ocorrem conjuntamente. Porém, a determinação do problema não se confunde com a sua solução, uma vez que “[...] os dois elementos diferem por natureza, e a determinação é como a gênese da solução concomitante” (DELEUZE, 2018, p. 220).

Por conseguinte, amparando-se nas pesquisas de Porto (2013), chega-se a conclusão de que um problema, para Deleuze, não é o mesmo que um problema matemático, pois este “[...] é construído e já se encontraria fora do plano de imanência. Não há sensibilidade para com este problema. Ele foi intuitivamente, tendenciosamente, voltado a ser, de fato, um problema” (PORTO, 2013, p. 11). Um problema matemático existe para que se busque a sua solução, que norteia o pensamento do aluno a fim de que ele apenas interprete algo criado e pensado por outro e alcance assim, a resposta pré-definida do problema.

Portanto, acredita-se que os Problemas do tipo Paradoxo são uma possibilidade de intervenção pedagógica capaz de tornar a aula de Matemática uma prática mais potente, pois os paradoxos, de acordo com a filosofia deleuzeana, são da ciência, da literatura, da filosofia, enfim, da vida. As contradições são da vida. A vida é paradoxal. E, assim, na seção a seguir mostra-se a experimentação em Deleuze e a partir desse movimento, a construção dos Problemas do tipo Paradoxo.

Experimentação em Deleuze

Fundamentado na filosofia de Nietzsche, Deleuze (2018) diz que o pensar não é uma tarefa natural, pois o pensamento necessita das forças que o dominam. Zourabichvili (2016) destaca que, para Deleuze, o pensamento é conectado ao que ele pensa, a partir de uma exterioridade. O verdadeiro começo de um pensamento está na ligação com o exterior, o fora, que é de onde ele retira a sua necessidade. Ressalta-se, assim, continua o autor, que possivelmente, o principal problema do pensamento, é o da necessidade, mas não a carência do pensamento, e sim, como chegar a um pensamento necessário.

Dessa forma, tem-se o significado pensar, que Deleuze discorre fundamentado na filosofia de Foucault, em que

> [...] Pensar é experimentar, é problematizar. O saber, o poder e o si são a tripla raiz de uma problematização do pensamento. E, primeiramente, considerando-se o saber como problema, pensar é ver e é falar, mas pensar se faz no entremeio, no interstício ou na disjunção do ver e do falar. É, a cada vez, inventar o entrelaçamento, lançar uma flecha de um contra o alvo do outro, fazer brilhar um clarão de luz nas palavras, fazer ouvir um grito nas coisas visíveis. Pensar é fazer com que o ver atinja seu limite próprio, e o falar atinja o seu, de tal forma que os dois estejam no limite comum que os relaciona um ao outro separando-os" (DELEUZE, 2006, p. 124).

Pensar, segundo Deleuze (2006), é elaborar novas possibilidades para o real, "[...] pensar é criar ou inventar outros possíveis e nunca fundamentar um estado de coisas dado ou um real [...]" (VINCI, 2017, p. 192). Pensar, para Deleuze, é sempre experimentar, e dessa forma, "[...] a experimentação é sempre o que se está fazendo – o novo, o notável, o interessante, que substituem a aparência de verdade e que são mais exigentes que ela. O que se está fazendo não é o que acaba, mas menos ainda o que começa" (DELEUZE; GUATTARI, 2010, p. 133).

Do mesmo modo que, embora Deleuze não tenha contemplado a educação, propriamente dita, em seus estudos, apoiamo-nos em Gallo (2017) que nos demonstra a riqueza do pensamento do filósofo francês, de modo a nos fazer pensar a educação, de sugerir exercícios, práticas de pensamento, que nos provoquem pensar ainda mais.

Portanto, ao deslocar o pensamento e os conceitos deleuzeanos para o campo educacional, como propõe Gallo (2017), cria-se a possibilidade de conceber novas possibilidades e práticas pedagógicas, pois essa outra possibilidade de conceber a educação propicia “[...] pensar ou criar práticas educacionais que levem em conta apenas as relações imanentes vivenciadas por um indivíduo, ao invés de representações que ditam o que a educação deva ser” (VINCI, 2017, p. 194).

Desse modo, a partir da experimentação, da invenção de novas possibilidades, busca-se contemplar todos os sujeitos de salas de aulas inclusivas dos Anos Finais do Ensino Fundamental, visto que, “[...] o que faz aprender é o encontro com o intempestivo, pois este que faz uma violência ao pensamento, violência é que faz pensar” (SANTOS, 2015, p. 77).

Em virtude das leituras do livro de Deleuze *Lógica do sentido* (2015), onde o filósofo cita o autor Lewis Carroll e define a obra *Alice no país das maravilhas* como um “cômputo maravilhoso de paradoxos”, optou-se por utilizá-lo como *corpus* do trabalho. Dessa forma, alinhou-se a proposta da pesquisa, a uma linguagem que se adequa melhor a faixa etária dos possíveis sujeitos presentes em turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental, e pelo fato de *Alice* possuir uma narrativa repleta de uma matemática implícita, “[...] deixando a compreensão e as conclusões finais disponíveis para os que aprenderam a ver o mundo matemático através da sua *lógica do nonsense*” (TEIXEIRA, 2007, p. 19, grifos do autor), acredita-se assim, que essa pesquisa é válida.

Assim como Deleuze (2006) assevera que seja necessária uma força externa potente capaz de violentar o pensamento a pensar, apoia-se na reflexão de Teixeira (2007, p. 23) em relação à *lógica do nonsense* de Carroll, ao avaliar que “[...] cumpre seu papel motivacional através de um incômodo no pensamento”, além de ressaltar que as histórias do matemático mexem com o imaginário do leitor-aluno “[...] fazendo pontes entre o universo real e o imaginário” (TEIXEIRA, 2007, p. 23).

Dessa forma, o movimento de experimentação, que é um solo deserto, é o que permite conhecer o novo se fazendo, é a arte da composição, será a constituição dos Problemas do tipo Paradoxo, construídos a partir de fragmentos da história do livro *Alice no país das maravilhas*.

Desse modo, a etapa inicial para o composição dos problemas deu-se a partir da leitura minuciosa do livro *Alice no País das Maravilhas*, garimpando em suas páginas, todas as possibilidades existentes de paradoxos que posteriormente se transformarão em problemas. Destacou-se então, oito trechos com diálogos que tem em seu conteúdo, o deslocamento de sentido próprio do paradoxo em Deleuze (2015). Uma segunda leitura atenta ao livro foi necessária, de modo a não deixar nenhum trecho paradoxal esquecido. Dessa forma, foram encontrados mais quatro fragmentos, totalizando doze trechos.

De posse dos fragmentos – diálogos – extraídos do livro, partiu-se para uma reflexão acerca do seu conteúdo. Em outras palavras, procurou-se encontrar em cada trecho, vestígios de algum conceito relacionado à Matemática. Assim, dos doze trechos transcritos, classificou-se sete como potenciais fragmentos a serem transformados em Problemas do Tipo Paradoxo.

Como os trechos fazem parte de diálogos entre as personagens do livro, tornou-se necessário acrescentar uma introdução, para que, ao ler, o leitor entenda qual é o contexto em que se passa a história naquele momento, e ao final, foram complementados com os questionamentos necessários para que enfim os trechos tornem-se problemas.

Isto posto, apresentam-se no Quadro 1, dois dos sete Problemas do Tipo Paradoxo[1] já adaptados. A partir desse momento, em que receberão uma introdução e um questionamento no final, tornando-se, desse modo, os Problemas do Tipo Paradoxo, este conjunto de problemas receberá o nome de "Chás da Experimentação", e, por conseguinte, cada um dos problemas receberá o nome de "Chá de (alguma coisa)". Assim, esse "sabor" (alguma coisa), serão palavras que existem nas explicações da filosofia deleuzeana, e que remeta a algum fato do próprio problema. À vista disso, no Quadro 1, estão expostos os Problemas do Tipo Paradoxo[2]. A ordem segue a sequência em que os trechos – diálogos – aparecem no livro.

Quadro 1: Problemas do Tipo Paradoxo – Chás da Experimentação.

Chá da semelhança	Alice conversava com o Chapeleiro quando observou: **– Que relógio engraçado! Mostra o dia do mês e não mostra as horas...** **– E por que deveria mostrar? – murmurou o Chapeleiro. – Por acaso o seu relógio mostra o ano?** **– Claro que não, respondeu Alice, prontamente. – Mas é porque fica muito tempo no mesmo ano.** **– Exatamente como o meu – disse o Chapeleiro.**

[1] Como mencionado anteriormente, somente dois problemas são apresentados porque este artigo é um recorte da dissertação.
[2] O trecho em negrito é a transcrição literal do fragmento presente no livro.

	Alice ia ficando cada vez mais intrigada. O que o Chapeleiro dizia não parecia fazer sentindo algum e, no entanto, com toda certeza ele falava a mesma língua que ela. O mais educada que podia, disse: **– Não estou entendendo muito bem.** Ajude Alice a entender como funciona o relógio do Chapeleiro. Faça um desenho que ilustre a sua resposta!
Chá da repetição	O Chapeleiro estava meio tristonho falando que seu relógio não obedecia porque está sempre parado nas seis horas, quando: **Alice de repente entendeu tudo:** **– Ah, quer dizer que é por isso que a mesa está posta com todas essas coisas para um chá?** **– Exatamente – suspirou o Chapeleiro. – É sempre hora do chá, e nem temos tempo para lavar a louça entre um chá e outro.** **– Então vocês ficam sempre mudando de lugar para o outro chá?** **– Exatamente – disse o Chapeleiro. – Quando a gente usa tudo de um chá, passa para o outro.** **– E o que acontece quando vocês voltam de novo ao começo? – arriscou-se a perguntar a menina.** **[...] – Quero uma xícara limpa – interrompeu a Lebre. – Vamos mudar de lugar. Cada um passa para a cadeira ao lado.** **E, enquanto falava, passou para o lugar do Dormundongo. Alice, muito a contragosto, teve que ir para o lugar da Lebre de Março. O Chapeleiro foi o único que saiu ganhando com a troca. Alice ficou muito pior do que antes, porque a Lebre tinha derrubado no pires o leite da leiteira.** Como eles conseguem ter louça limpa se sempre está na hora do chá?

Fonte: Própria Autoria.

Acredita-se que a composição dos problemas abrange a perspectiva inlcusiva de ensino de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental, pois os Problemas do Tipo Paradoxo não buscam uma "solução" única, ou então, uma solução correta e possibilitam, assim, colocar-se em um solo deserto que é o principal objetivo de uma experimentação de cunho deleuzeano.

Dessa forma, busca-se que todos os sujeitos de salas de aulas inclusivas dos Anos Finais do Ensino Fundamental demonstrem as suas percepções em relação aos problemas propostos e, assim, provoquem uma abertura para a multiplicidade de ideias abertas, e, consequentemente, a uma diversidade de respostas inventadas a partir do processo de experimentação.

Considerações finais

Este artigo buscou mostrar o processo de construção dos Problemas do tipo Paradoxo como possibilidade de intervenção pedagógica para o ensino de Matemática em salas de aulas inclusivas dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Essa possibilidade tem o intuito de promover uma participação ativa de ″todos‶ os sujeitos que estão dentro de uma mesma sala de aula, tendo suas potencialidades respeitadas e, assim, sejam estimulados a construir as ″soluções‶ a partir de suas percepções e multiplicidade de ideias.

Nesse sentido, permitiu-se ao construir esses problemas, buscar uma nova estratégia, uma nova alternativa, ao mesmo tempo que durante a composição de tais problemas, se experimentou o novo se fazendo, já que experimentar, em Deleuze, é se colocar em um solo deserto, é conhecer o novo se fazendo, é a arte da composição, e desse modo compor uma nova alternativa que possa contemplar todos os sujeitos em uma sala de aula inclusiva.

Além disso, ao se propor algo que ainda não está estruturado, se permite conhecer novas possibilidades de ensino, e se permite aprender novas alternativas que podem de alguma forma aprimorar e diversificar o ensino para turmas que partilham unicamente da pluralidade de sujeitos dentro de um mesmo espaço de construção do saber, a sala de aula inclusiva.

Portanto, acredita-se que a proposta pautada nos Problemas do tipo Paradoxo atende à emergência de pensar a educação inclusiva, mesmo que não se demonstre os resultados efetivos de sua aplicação com os alunos, pois a partir do momento que um que um Problema do tipo Paradoxo não possui uma única resposta, ou melhor, uma resposta certa, a proposta pedagógica se adequa a todos os sujeitos que pertencem a uma mesma sala de aula, sejam eles normais ou anormais dentro de uma perspectiva foucaultiana de normalidade.

Referências

ACORSI, Roberta. “Tenho 25 alunos e 5 inclusões”. In: LOPES, Maura Corcini; HATTGE, Morgana Domênica (org.). **Inclusão Escolar**: conjunto de práticas que governam. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. p. 169-184.

ALICE no país das maravilhas. Direção de Tim Burton. Burbank: Walt Disney Pictures, 2010. Color. Legendado.

BERT, Jean-francois. **Pensar com Michel Foucault.** São Paulo: Parábola, 2013. 215 p. Tradução de: Marcos Marcionilo.

CARROLL, Lewis. **Alice no país das maravilhas**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018. 136 p. Tradução: Ana Maria Machado.

CASTRO, Edgardo. **Vocabulário de Foucault: um percurso pelos seus temas, conceitos e autores.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016. Tradução: Ingrid Müller Xavier; Revisão técnica: Alfredo Veiga-Neto e Walter Omar Kohan.

DELEUZE, Gilles. **Foucault.** São Paulo: Brasiliense, 2006. 142 p. Tradução: Claudia Sant´Anna Martins; Revisão da tradução: Renato Janine Ribeiro.

DELEUZE, Gilles. **Lógica do Sentido.** São Paulo: Perspectiva, 2015.

DELEUZE, Gilles. **Diferença e repetição.** 1. ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra, 2018. Tradução: Luiz Orlandi, Roberto Machado.

DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Félix. **O que é filosofia?** 3. ed. São Paulo: Editora 34, 2010. 272 p. Tradução de Bento Prado Jr e Alberto Alonso Muñoz.

FOUCAULT, Michel. **Vigiar e punir: nascimento da prisão.** 9. Ed. Petrópolis: Vozes, 1991.

FOUCAULT, Michel. **Segurança, Território, População.** São Paulo: Martins Fontes, 2008.

GADELHA, Sylvio. **Biopolítica, governamentalidade e educação.** Introdução e conexões a partir de Michel Foucault. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

GALLO, Sílvio. **Deleuze e a educação**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.

MONZANI, Luiz Henrique. Deleuze e Lewis Carroll: aproximações entre filosofia e literatura. **Kínesis**, Marília, v. 3, n. 6, p.123-136, dez. 2011. Disponível em: file:///C:/Users/Roberta/Downloads/4428-Texto%20do%20artigo-14537-1-10-20141218.pdf. Acesso em: 10 nov. 2019.

PINHEIRO, Josaine de Moura. **Estudantes forjados nas arcadas do Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA): "novos talentos" da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**. 2014. 229 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2014. Disponível em: http://www.repositorio.jesuita.org.br/bitstream/handle/UNISINOS/3323/Josaine%20de%20Moura%20Pinheiro.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 02 jan. 2021.

PORTO, Rita Augusta de Cássia dos Santos. **De Dante a Deleuze: a resolução de problemas da contemplação à ação.** 2013. 100 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Faculdades Inedi, Cachoeirinha, 2013.

ROOS, Ana Paula. Sobre a (in)governabilidade da diferença. In: LOPES, Maura Corcini; HATTGE, Morgana Domênica (org.). **Inclusão Escolar**: conjunto de práticas que governam. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. p. 13-31.

SANTOS, Suelen Assunção. **Docen ci/ç ação: do dual ao duplo da docência em matemática**. 2015. 197 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/131918. Acesso em: 24 maio 2020.

TEIXEIRA, Rafael Montoito. **Uma visita ao universo matemático de Lewis Carrol e o (re)encontro com sua lógica do nonsense**. 2007. 190 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2007. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/14189. Acesso em: 10 ago. 2020.

VINCI, Christian Fernando Ribeiro Guimarães. Uma outra ambiência nas pesquisas educacionais: acerca do pesquisar com deleuze e guattari. : acerca do pesquisar com Deleuze e Guattari. **Educação Por Escrito**, [s.l.], v. 8, n. 2, p. 189-208, 31 dez. 2017. EDIPUCRS. http://dx.doi.org/10.15448/2179-8435.2017.2.25491. Disponível em: http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/porescrito/article/view/25491/0. Acesso em: 29 abr. 2020.

ZOURABICHVILI, François. **Deleuze: uma filosofia do acontecimento**. São Paulo: Editora 34, 2016. 160 p. Tradução de: Luiz B. L. Orlandi.

Percepções de Professores sobre Adaptações Curriculares no contexto da Deficiência Intelectual no Ensino Técnico

Teacher Perceptions about Curriculum Adaptations in the context of Intellectual Disability in Technical Education

Marcelio Adriano Diogo
Universidade Luterana do Brasil
m.celo1974@gmail.com

Marlise Geller
Universidade Luterana do Brasil
marlise.geller@gmail.com

Resumo
Esse trabalho mostra parte de uma pesquisa de doutorado que busca investigar a certificação diferenciada como opção de conclusão de etapa do ensino técnico. No excerto aqui apresentado, o intuito é compreender a percepção dos professores de Matemática do Instituto Federal-Sul-rio-grandense (IFSul) em relação à chegada dos estudantes com deficiência intelectual (DI) nos cursos técnicos e em relação às adaptações curriculares que esse público necessita para a sua inclusão nas classes comuns. O IFSul é um dos 3 institutos do RS e conta com cerca de 12.700 estudantes na educação básica em 14 campi no estado. O referencial teórico mostra o deslocamento, inclusive na legislação, em relação aos termos adaptações/adequações curriculares para flexibilização, diferenciação, diversificação e acessibilidade curricular, que implica um entendimento mais amplo dos seus significados. Nesse trabalho, um questionário, com perguntas abertas e na escala Likert, foi disponibilizado aos docentes de Matemática do instituto, envolvendo diversos aspectos em relação à sua percepção da Educação Inclusiva. A metodologia de pesquisa consistiu na técnica de análise de conteúdo, de Bardin, com categorização a *posteriori* e critério semântico na separação das respostas oriundas de 19 participações. Por fim, a organização e discussão dos resultados é realizada, problematizando-se as contribuições e opiniões dos pesquisados. Os resultados apresentam boa compreensão e aceitação dos professores de Matemática quanto à chegada dos estudantes aos cursos técnicos, mas revelam inquietações com as adaptações que suprimem conteúdos das grades das disciplinas.

Palavras-chave: Educação Inclusiva – Adaptação curricular – Acessibilidade – Deficiência Intelectual.

Abstract
This work includes part of a doctorate research that intends to investigate differentiated certification as an option of concluding the stage of technical education. The present excerpt aims to understand the perceptions of Mathematics teachers from the Sul-rio-grandense Federal Institute (IFSul) regarding the arrival of students with intellectual disabilities (ID) in the technical courses concerning the curricular adaptations that this public requires for their inclusion in common classrooms. IFSul is one of the three institutes from Rio Grande do Sul, and it has about 12.700 students in Basic Education on 14 campi throughout the state. The theoretical framework shows the shift, even in the legislation, regarding the terms curricular adaptation/ adequacy for curriculum flexibility, distinction, diversification, and accessibility, which brings forth a broader understanding of their meanings. In this project, a questionnaire with open-ended questions on the Likert scale was made available to the institute's mathematics faculty, involving several aspects relating to their perception of Inclusive Education. The research methodology was made up by Bardin's content analysis technique, with a posteriori categorization and semantic criteria in the separation of deriving answers from 19 participants. Lastly, the organization and discussion of the results are carried out, questioning the respondents' contributions and opinions. The results show good comprehension and acceptance from the mathematics teachers

considering the students' arrival at the technical courses, but also reveal concerns about the adaptations that suppress the contents of the course schedule.

Keywords: Inclusive Education - Curricular Adaptation - Accessibility - Intellectual Disability.

Introdução

Os desafios que a Educação Inclusiva impõe não são poucos e sempre provocam inquietações nos docentes que muitas vezes não se sentem capacitados para atender essas demandas. De fato, é queixa comum a não preparação para o atendimento às pessoas com deficiência nos cursos de graduação, apesar de se entender, na perspectiva dessa investigação, que esse preparo deva ser decorrente de um processo de formação docente, seja ao longo do curso de Licenciatura ou com pesquisas e formações complementares.

De qualquer forma, fato é que há um grande movimento do público alvo da Educação Especial em direção às classes comuns, incluindo aí a chegada nos cursos técnicos, o que implica necessariamente em reflexões e melhor preparação dos professores para poder atender com qualidade a pluralidade dos estudantes que estão nas salas de aula.

Esse trabalho tem o objetivo de investigar a percepção dos docentes de Matemática de cursos técnicos do Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSul) em relação às adaptações/adequações curriculares que a vinda de estudantes com deficiência intelectual (DI), para os cursos de formação profissional dos Institutos Federais, impõe.

Em particular, a deficiência intelectual se constitui em um desafio porque, conforme Vigotsky (1997) aponta, há duas situações bem particulares que a cercam: em primeiro lugar, em alguns casos, o indivíduo com DI não percebe que é limitado cognitivamente e o organismo não consegue com eficiência colocar em ação o sistema de compensações que podem ser lançados em razão da deficiência; em segundo lugar, a forma como a sociedade (familiares, amigos e escola) percebe o sujeito com DI – uma percepção marcada pela baixa expectativa e pelo *déficit* – que se constitui no efeito secundário da deficiência, possivelmente mais danosa que a própria condição primária, pois já limita previamente o desenvolvimento. Os professores, então, precisam contar com essa característica e essa perspectiva no momento do planejamento das aulas e da adaptação do currículo ou das atividades, muitas vezes fazendo *feedbacks* com aspectos básicos da Matemática antes de avançar paulatinamente para qualquer ponto mais complexo do conteúdo.

Da adaptação à acessibilidade curricular

Na passagem do estágio de educação segregacionista (estudantes com deficiência em escolas especiais) para o estágio da integração e depois inclusão, um marco importante foi a Declaração de Salamanca ocorrida por conta da Conferência Mundial sobre Educação Especial, na Espanha, em 1994. O objetivo do documento era fornecer diretrizes básicas para a formulação e reforma de políticas e sistemas educacionais em consonância com o movimento de inclusão social, conforme as seguintes concepções:

> 7. O princípio fundamental das escolas inclusivas consiste em todos os alunos aprenderem juntos, sempre que possível, independentemente das dificuldades e das diferenças que apresentem. Estas escolas devem reconhecer e satisfazer as necessidades diversas dos seus alunos, **adaptando-se** (grifo nosso) aos vários estilos e ritmos de aprendizagem, de modo a garantir um bom nível de educação para todos, através de currículos adequados, de uma boa organização escolar, de estratégias pedagógicas, de utilização de recursos e de uma cooperação com as respectivas comunidades. É preciso, portanto, um conjunto de apoios e de serviços para satisfazer o conjunto de necessidades especiais dentro da escola.
> 28. Os currículos devem **adaptar-se** (grifo nosso) às necessidades da criança e não vice-versa. As escolas, portanto, terão de fornecer oportunidades curriculares que correspondam às crianças com capacidades e interesses distintos.

Na esteira dessas concepções, a legislação brasileira passou a prever o uso de *adaptações curriculares* (BRASIL, 1996, 1999, 2001) como possibilidade para o ensino e desenvolvimento das competências e habilidades dos estudantes com deficiência. No livro/cartilha *Estratégias para a educação de alunos com necessidades educacionais especiais*, coordenado pela Secretaria da Educação Especial do MEC (BRASIL, 2003) aparece o termo *adequação* como sinônimo de *adaptação*, fazendo distinção entre adequações significativas e não significativas. Enquanto uma adequação curricular **não significativa** prevê, em nível de modalidades adaptativas, a priorização de objetivos e conteúdos e a eliminação de tópicos secundários, na adequação **significativa** esse aspecto já avança para a eliminação de objetivos e conteúdos básicos do currículo.

Na perspectiva da legislação (BRASIL, 2008, 2011, 2015, 2020), há um deslocamento da expressão *adaptação curricular* para *acessibilidade* e *adaptações razoáveis*. Na Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2015) há 72 menções à palavra *acessibilidade* no documento, além do texto enfatizar as adaptações razoáveis como forma de acesso ao currículo.

> Art. 28. Incumbe ao poder público assegurar, criar, desenvolver, implementar, incentivar, acompanhar e avaliar:
> III - projeto pedagógico que institucionalize o atendimento educacional especializado, assim como os demais serviços e **adaptações razoáveis**, para atender às características dos estudantes com deficiência e garantir o seu **pleno**

> **acesso ao currículo** em condições de igualdade, promovendo a conquista e o exercício de sua autonomia. (grifos nossos) (BRASIL, 2015)

Esse deslocamento, em direção à acessibilidade curricular, ocorre também em trabalhos mais recentes, trazendo à discussão termos como flexibilização curricular, ajuste curricular, diferenciação curricular e diversificação curricular (SCHERER, 2015; SANTOS, 2017; PLETSCH, SOUZA, ORLEANS, 2017; XAVIER, 2018). Com efeito, o verbete adaptar leva ao pensamento de algo que não foi feito para aquele público e que foi modificado, adequado à sua chegada. Uma analogia interessante é o edifício ou residência que foi adaptada para um cadeirante. Como o projeto original não continha essa previsão, a estrutura teve que ser alterada, tendo algumas funcionalidades importantes operando abaixo do esperado. Uma construção com acessibilidade, entretanto, já prevê seu uso por uma gama variada de públicos, tendo o projeto todo planejado desde sua origem. É inegável que algo delineado com acessibilidade tem uma constituição significativamente mais funcional que algo adaptado, modificado depois que já está em uso.

Para Pletsch *et al* (2017), o desafio do professor é o de trabalhar a diferenciação curricular de modo a não reforçar o estigma da DI, que é historicamente reproduzido dentro das escolas. A ideia, portanto, é permitir o acesso aos pontos mais importantes do currículo (conteúdos poderosos), mas diferenciando os caminhos. O estigma da deficiência intelectual vem impregnado pela tecitura social que considera esse sujeito constituído pela falta, pela incapacidade, pela limitação, sendo que os estímulos e apoios sociais, desde cedo oferecidos, são sempre menores e carregados pela visão da deficiência. O professor, como ator social, retém, mesmo inconscientemente, essa percepção, podendo oferecer ao educando possibilidades de desenvolvimento limitantes pelo seu próprio preconceito.

Scherer (2015) destaca que a *flexibilização* é um imperativo da contemporaneidade e marca posição da necessidade de uma escola e uma docência flexíveis, cujo significado diz respeito a todos os estudantes e não mais apenas aqueles com deficiência. Segundo a autora, "[...] identifiquei outro deslocamento: do professor inclusivo, que deveria adaptar conteúdos para alunos com deficiência, para o professor flexível, que deverá possibilitar a flexibilização para todos e não mais só para os ditos alunos de inclusão." (SCHERER, 2015, p. 112).

Correia (2016), por sua vez, faz uma crítica às adequações curriculares como sinônimo de eliminação ou mera simplificação de conteúdo, pois entende que uma mudança no objetivo de aprendizagem antecipa a impossibilidade do estudante e de certo modo os submetem a um rebaixamento da oferta de ensino. Propõe, em contrapartida, a *acessibilidade curricular* como estratégia, pois se constitui num objetivo a ser colocado em prática para todos os estudantes. Para este autor quanto mais acessibilidade ao currículo for promovida em razão da metodologia, menos adaptações individuais serão necessárias, pois a defesa da acessibilidade ao currículo "se afasta da ideia de simplificação, de redução, e se aproxima da ideia de 'apoio' de tornar possível a efetiva participação no processo coletivo de vivência do currículo". (CORREIA, 2016, p. 155)

Essa mudança nos termos é significativa, pois *adaptação* traz um sentido historicamente constituído de adequação à deficiência, de ajuste motivado pela incapacidade do aprendiz e não pela visão de sujeito com ritmo de desenvolvimento próprio, que, aliás, é uma característica dos estudantes numa sala de aula. Assim, a acessibilidade curricular quer romper esse paradigma quando oferece como alternativa a constituição de um currículo geral acessível a todos, respeitando as dificuldades e talentos dos alunos, mas particularizando a ação pedagógica não a ponto de segregar, mas de considerar ritmo próprio e tempo singular de aprendizagem.

O deslocamento dos estudantes das classes especiais para as classes comuns

Ao se analisar a Educação Especial no Brasil, infere-se que ela é permeada de avanços lentos, e alguns retrocessos, ao longo da sua história. Na lei nº 4.024 (BRASIL, 1961), que é a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), há um artigo dedicado à educação dos excepcionais que diz que "a educação de excepcionais, deve, no que for possível, enquadrar-se no sistema geral de educação, a fim de integrá-los na comunidade". A lei nº 7.853 (BRASIL, 1989) traz a "matrícula compulsória em cursos regulares de estabelecimentos públicos e particulares de pessoas portadoras de deficiência capazes de se integrarem no sistema regular de ensino", o que transfere, em ambos os casos, a responsabilidade para o estudante e exime a escola de uma adequação às suas necessidades.

Em 1996, a LDB nº 9.394 (BRASIL, 1996) apresenta um capítulo inteiro à Educação Especial com destaque para o artigo 58, ao indicar que:

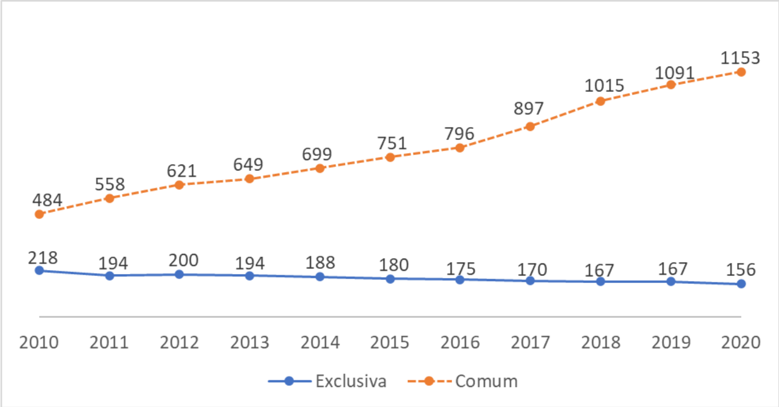
> Art. 58. Entende-se por educação especial, para os efeitos desta Lei, a modalidade de educação escolar, oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais.

> § 1º Haverá, quando necessário, serviços de apoio especializado, na escola regular, para atender às peculiaridades da clientela de educação especial.
> § 2º O atendimento educacional será feito em classes, escolas ou serviços especializados, sempre que, em função das condições específicas dos alunos, não for possível a sua integração nas classes comuns de ensino regular.

Em 2001, a lei nº 10.172 (BRASIL, 2001) aprova o Plano Nacional de Educação que destaca que "o grande avanço que a década da educação deveria produzir será a construção de uma escola inclusiva, que garanta o atendimento à diversidade humana". Em 2008, a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2008), estabelece como objetivo "assegurar a inclusão escolar de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação, orientando os sistemas de ensino para garantir acesso ao ensino regular". Em 2015, a lei nº 13.146 (BRASIL, 2015), conhecida como Estatuto da Pessoa com Deficiência, diz no seu artigo 27 que o sistema educacional inclusivo em todos os níveis e aprendizado ao longo de toda a vida é um direito da pessoa com deficiência.

Essa série de leis, decretos e dispositivos que buscaram garantir a participação plena do público alvo da Educação Especial (pessoas com deficiência, transtorno global de desenvolvimento/transtorno do espectro autista e alto habilidosos/superdotados) no ensino regular foram confrontados com o decreto nº 10.502 (BRASIL, 2020) que adotava um novo entendimento para a modalidade e que, na prática, possibilitava a uma instituição não se caracterizar como escola regular inclusiva e, portanto, ter facultado o direito de não receber matrícula de estudantes público alvo da Educação Especial, acabando por criar a possibilidade de deslocar esse contingente para as classes especiais. Esse decreto encontra-se atualmente suspenso por decisão do Supremo Tribunal Federal. Por outro lado, os números mostram uma grande migração de estudantes das classes exclusivas para as classes comuns à medida que a política de inclusão educacional era implementada. A figura 1 evidencia claramente esse fenômeno, comemorada em diversos segmentos educativos.

Figura 1: Matrículas da Educação Especial nas classes comuns e exclusivas



Fonte: Compilação a partir da Sinopse Estatística da Educação Básica Inep/MEC, 2010 a 2020
Nota: Números expressos em milhares

Deslocamento semelhante, guardadas as devidas proporções, ocorreu a partir da Lei nº 13.409 (BRASIL, 2016) que estabelece a reserva de vagas para pessoas com deficiência e transtorno global de desenvolvimento/transtorno do espectro autista nos Institutos e Universidades Federais.

Em que pese o alcance dessa lei, o foco aqui são os Institutos Federais, em particular o Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSul), local do desenvolvimento da investigação[1]. Os Institutos Federais, criados pela Lei n° 11.892, de 29 de dezembro de 2008, são instituições de educação superior, básica e profissional, pluricurriculares e multicampi, especializadas na oferta de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, com base na conjugação de conhecimentos técnicos e tecnológicos com as suas práticas pedagógicas. No Brasil, são 38 institutos com mais de 660 campi oferecendo educação técnica de nível médio nas modalidades integrada, concomitante e subsequente, além da Educação de Jovens e Adultos (EJA), Educação Superior e Pós-Graduação.

A tabela 1 mostra o aumento do número de estudantes da Educação Especial (inclui altas habilidades/superdotação) em cada etapa da educação básica, com destaque para o ensino médio técnico integrado, que ocorre em grande parte dentro dos Institutos Federais.

Tabela 1: Número de estudantes da Educação Especial em classes comuns no Brasil

	2016	aumento	2020
Ed. Infantil	58.772	75,2%	102.996
Ens. Fundamental I	365.488	21,4%	443.604
Ens. Fundamental II	241.744	57,4%	380.472
Ensino Médio	74.007	99,4%	147.545
Ed. Jovens e Adultos	53.778	34,4%	72.287

[1] Submetida junto ao Comitê de Ética e aprovada sob o protocolo CAAE: 39995020.2.0000.5349.

EM técnico integrado	2.497	222,4%	8.051

Fonte: Compilação a partir da Sinopse Estatística da Educação Básica 2016/2020

Um crescimento tão expressivo nos cursos técnicos influencia diretamente na expectativa dentro dos institutos com relação à preparação desses discentes. Em particular, os estudantes com deficiência intelectual tinham pouca opção de ingresso no ensino médio técnico integrado antes da lei de reserva de vagas de 2016, sendo que hoje se constituem em um dos segmentos da Educação Especial com expressivos 302% de aumento nos últimos 4 anos, passando de 305, em 2016, para 1227, em 2020, segundo análise dos microdados do Censo Escolar da Educação Básica (INEP, 2016, 2020).

Neste trabalho, a chegada dos estudantes com deficiência intelectual, que quadriplicou no intervalo de 4 anos, é analisada a partir da percepção dos professores de Matemática do IFSul por meio de um questionário dirigido. Tal instrumento pretende investigar o posicionamento desses docentes em relação às adaptações feitas no contexto da sua prática e em considerações acerca do ingresso desses discentes nos cursos técnicos. Para esse estudo é empregada a técnica de análise de conteúdo, de Bardin (2009), com categorização *a posteriori* e adoção de critério semântico para categorizar as respostas fornecidas pelos professores.

Para muitas famílias o ensino técnico proporciona a formação profissional adequada que favorece a empregabilidade e a independência financeira. No caso do discente com deficiência essa expectativa é potencializada, pois há um aumento da possibilidade de inserção no mercado de trabalho pela qualificação. Isso ajuda a explicar o aumento da chegada desse público nos Institutos Federais e passa a requerer uma análise das habilidades que cada estudante consegue desenvolver face às suas características biopsicossociais e frente às exigências dos projetos pedagógicos dos cursos. A continuidade desse estudo, não realizada nesse artigo, portanto, envereda para o campo da terminalidade específica ou da certificação diferenciada e a consequente problematização: trata-se de um dispositivo que inclui ou que exclui?

Apresentação da pesquisa e discussão dos resultados

O trabalho discutido aqui é parte de uma pesquisa de doutorado que visa a investigação da certificação diferenciada ou terminalidade específica como possibilidade de conclusão do curso médio técnico. Nesse aspecto, o recorte aqui apresentado diz respeito às percepções dos professores de Matemática do Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSul) em relação à chegada dos estudantes com deficiência intelectual (DI) nos cursos e as implicações que esse movimento causa no formato das aulas e no apoio específico às demandas, principalmente cognitivas, que esses discentes impõem.

O IFSul é um dos 3 institutos federais gaúchos e tem, segundo o Censo Escolar (BRASIL, 2020), 12.759 estudantes na Educação Básica (cursos médio técnicos integrados, concomitantes, subsequentes e Educação de Jovens e Adultos). É composto de 14 campi, distribuídos no RS, com reitoria em Pelotas, e conta também com diversos cursos de licenciatura, graduação e pós-graduação *lato* e *stricto sensu*. Possuía, em 2016, apenas 14 estudantes com deficiência intelectual e, tem, atualmente, 71 conforme o Censo Escolar (BRASIL, 2020), o que se constitui em um grande desafio pedagógico para os docentes.

O questionário aplicado, respondido por 19 professores e professoras, busca compreender os tipos de adaptações que os docentes promovem e suas percepções frente à chegada dos estudantes com deficiência nas classes comuns dos cursos técnicos. O instrumento é composto de 3 perguntas abertas e 5 perguntas em escala Likert, que é uma escala usada em questionários para medir o grau de concordância do participante em relação a uma afirmação ou pergunta. No nosso caso, como opção de resposta apareciam 5 itens, numerados de 1 a 5, em que 1 representava ‘pouco importante’ ou ‘discordo totalmente’ e o 5 representava ‘muito importante’ ou ‘concordo totalmente’. Entendemos que para essa pesquisa essa escala se mostra interessante, pois permite não só perceber o posicionamento de respondente frente a uma dada questão como estabelecer um grau numérico médio de concordância ou relevância nesse item.

Cabe ainda uma observação importante: apesar de nesse texto enfatizarmos o deslocamento do termo adaptação/adequação curricular para acessibilidade, flexibilização e diferenciação curricular, nas perguntas do questionário utilizamos a expressão adaptar/adaptação devido aos documentos institucionais trazerem esse termo na sua escrita (IFSUL, 2016; IFSUL, 2019).

Em relação à pergunta “Você já adaptou conteúdos em sala de aula para o trabalho com estudantes com deficiência intelectual?”, destinada aos 12 professores da pesquisa que tinham tido estudantes com DI entre os anos de 2018 e 2020, um total de 33% disse não ter realizado, apresentando como motivo a falta de laudo médico, o desejo de não exposição frente aos demais colegas das dificuldades do estudante, a necessidade de adaptação muito profunda do conteúdo, tornando o aprendizado desinteressante para os demais, a impossibilidade de adaptação de conteúdos mais abstratos e a percepção de que a adaptação não ajudaria pelo fato do discente ter tanta dificuldade que “não haveria uma forma de adaptação do conteúdo”. Quanto aos 66% que disseram ter realizado adaptações, a análise das respostas resultou em 3 categorias de adequações: adaptação de conteúdo, realizado por 62,5% dos docentes; adaptação de metodologia nas aulas, realizado por 75% dos docentes e adaptação na avaliação, realizado por 25% dos docentes.

Aqui pode-se perceber algumas incoerências e desconhecimentos da legislação por parte dos pesquisados. Quando se fala da inexistência de laudo médico, isso não pode se constituir em impeditivo para garantir os direitos do discente, pois a Nota Técnica nº 04 (BRASIL, 2014) diz que a exigência de diagnóstico clínico aos estudantes com deficiência acabaria criando barreiras e configuraria discriminação e cerceamento de seu direito. Assim, o professor não necessita da anuência da família, nem de um atestado médico de incapacidade para promover adaptações que possibilitem ao estudante melhorar seu aprendizado. A incoerência citada diz respeito à fala de que a adaptação teria que ser profunda demais ou que não haveria uma forma de adaptação. Ora, o conceito de adaptação justamente envereda para um sem limites de possibilidades, buscando-se oferecer ao discente toda a adequação curricular necessária para que possa iniciar ou continuar seu desenvolvimento e dizer que não há meios de fazer isso conflita diretamente com esse conceito central.

A questão “Descreva seu ponto de vista em relação às adaptações curriculares como estratégia de aprendizagem para o ensino de estudantes com deficiência intelectual” foi categorizada em aspectos positivos e negativos. Um total de 77,8% dos respondentes apresentou considerações positivas em relação às adaptações curriculares e 27,8% levantou aspectos negativos. Dentre essas últimas, as respostas evidenciavam preocupações com a formação deficiente dos estudantes, com o possível afastamento desses discentes dos colegas devidos ao conteúdo diferenciado e ainda problematizações relativas à supressão e diminuição de conteúdos que afetariam as disciplinas técnicas da grade do curso.

Para corroborar essa pergunta aberta, foram realizadas duas questões em escala Likert (quadro 01) cujos resultados não são contraditórios com as respostas recebidas.

Quadro 1: Perguntas sobre adaptações para os estudantes com DI

Em que medida você considera importante a adaptação na forma e na estrutura das aulas do dia a dia quando a turma possui estudantes com deficiência intelectual? Considere 1 como pouco importante e 5 como muito importante.

Nota 1: 0 Nota 2: 0 Nota 3: 3 Nota 4: 4 Nota 5: 12

Média: 4,47 (8,94)

Em que medida você considera as adaptações curriculares (conteúdo e objetivos) um instrumento eficiente como estratégia de ensino e aprendizagem para estudantes com

Fonte: Organizado pelos autores

A preocupação num curso técnico com a formação ainda é um fator que impacta as possibilidades de adaptação curricular mesmo para professores de Matemática, como verificou-se aqui nas argumentações desfavoráveis ao seu uso. O quadro 2 expõe com clareza essa inquietação.

Quadro 2: Pergunta sobre adaptações para os estudantes com DI

Como você se posiciona em relação às adaptações curriculares que suprimem conteúdos no currículo do ensino técnico. Considere 1 como discordo totalmente e 5 como concordo totalmente.

Nota 1: 1 Nota 2: 5 Nota 3: 3 Nota 4: 4 Nota 5: 6

Fonte: Organizado pelos autores

Pode-se inferir que essa resistência aumentaria em uma consulta a professores da parte técnica (docentes das disciplinas voltadas à formação técnica específica) do curso. Isso impõe mais desafios ainda à educação inclusiva, pois esses estudantes ocupam cada vez mais espaços formativos que precisam prever em seus itinerários adequações que promovam a possibilidade de conclusão do curso, já que é impensável uma permanência indefinida numa mesma etapa escolar.

Há pontos a se considerar sobre a preocupação da eliminação ou redução de conteúdo: a legislação (BRASIL, 2003) prevê a possibilidade de adaptações significativas no currículo, o que implica justamente na supressão de tópicos previstos no plano da disciplina. Mais recentemente, o termo ‘acessibilidade curricular e adaptações razoáveis’ também remete a variadas possibilidades, pois o que seria razoável para um estudante com deficiência intelectual? Além disso, tanto a diferenciação curricular, defendida por Pletsch (2017), quanto a flexibilização curricular, defendida por Scherer (2015), não eliminam essa possibilidade, apontando apenas caminhos alternativos para considerar na trajetória currículo-estudante. Cabe, então, uma reflexão de que ver o conteúdo não é garantia de entendê-lo ou dominá-lo, pois mesmo estudantes sem deficiência avançam para etapas seguintes com lacunas de aprendizagem. Nossa percepção, portanto, em concordância com o referencial usado nesse artigo, vai no sentido de que promover acessibilidade curricular é muito mais importante que simplesmente passar pelos assuntos do plano da disciplina.

Apesar da preocupação, há apoio dos professores dessa pesquisa na chegada dos estudantes com deficiência nos cursos técnicos, conforme o quadro 03 sinaliza.

Quadro 3: Pergunta sobre reserva de vagas para estudantes com deficiência

Como você se posiciona em relação à política de reserva de vagas para estudantes com deficiência nos cursos técnicos? Considere 1 como discordo totalmente e 5 como concordo totalmente.

Nota 1: 1 Nota 2: 2 Nota 3: 0 Nota 4: 6 Nota 5: 10

Média: 4,16 (8,32)

Como você se posiciona em relação à inclusão de estudantes com deficiência intelectual nas classes regulares dos cursos técnicos? Considere 1 como discordo totalmente e 5 como

Fonte: Organizado pelos autores

A última pergunta do questionário verificava junto ao público participante seu interesse em compor um grupo focal para discutir a criação de um roteiro adaptado de conteúdos de Matemática no Ensino Médio para estudantes com DI. Dado o número de aceites (52% do total), a demanda se constitui em um ponto de interesse que precisa ser bem compreendido. Ao passo que se sabe que as adaptações curriculares exigem planejamento individualizado, pois levam em consideração o processo atual de matematização do estudante e suas limitações cognitivas, o interesse demonstrado leva à reflexão de que um roteiro mínimo possa ser bem-vindo como suporte e apoio aos professores.

Considerações Finais

O artigo procurou evidenciar a visão do professor de Matemática nos cursos técnicos em relação às adaptações curriculares. Se por um lado o docente entende que a adequação é necessária, por outro mostra uma visão conservadora em relação à supressão de conteúdos. De fato, adaptar não deve ser sinônimo de suprimir, mas também não deve ser descartada quando a eliminação não inviabilizar o roteiro formativo do estudante. E, na hipótese de haver descaracterização ampla, aí ainda haveria o recurso da certificação diferenciada como via de conclusão de curso.

Quanto à proposta de criar um roteiro de atividades de Matemática, este não tem a função de padronizar a disciplina, mas constituir um norte idealizado coletivamente, que pode ser muito eficiente para reposicionar as possibilidades de aprendizagem do estudante de forma mais segura e apoiado por uma equipe que refletiu sobre os conteúdos indispensáveis, apresentados num formato com mais atenção à acessibilidade.

Referências

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa, Portugal: Edições 70, LDA, 2009.

BRASIL. **Lei nº 4.024 de 20 de dezembro de 1961**. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, 1961.Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L4024.htm. Acesso em ago. 2020.

______. **Lei nº 7.853 de 24 de dezembro de 1989**. Dispõe sobre o apoio às pessoas portadoras de deficiência [...]. Brasília, 1989. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L7853.htm. Acesso em ago. 2020.

______. **Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 06 set. 2020.

______. **Decreto nº 3.298 de 20 de dezembro de 1999**. Regulamenta a Lei nº 7.853, de 24 de outubro de 1989, dispõe sobre a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, consolida as normas de proteção, e dá outras providências. Brasília, 1999. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/d3298.htm. Acesso em: 17 abr. 2021.

______. **Lei nº 10.172 de 9 de janeiro de 2001**. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. Brasília, 2001. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/leis_2001/l10172.htm. Acesso em ago. 2020.

______. **Resolução CNE/CEB nº 2/2001**. Institui Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Brasília, 2001. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf. Acesso em: 07 set. 2020.

______. Ministério de Educação. **Estratégias para a educação de alunos com necessidades educacionais especiais**. ARANHA, M. S. F. (Org.). Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2003. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/serie4.pdf. Acesso em: 06 set. 2020.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial (SEESP). **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf. Acesso em: 10 mai.2021.

______. **Lei nº 11.892 de 29 de dezembro de 2008**. Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, e dá outras providências. Brasília, 2008. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11892.htm. Acesso em: 05 mai. 2021.

______. **Decreto nº 7.611 de 17 de novembro de 2011**. Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências. Brasília, 2011. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2011/decreto/d7611.htm. Acesso em: 08 fev. 2021.

______. MEC. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. **Nota Técnica Nº 04 / 2014 / MEC / SECADI / DPEE**, de 23 de janeiro de 2014. Orientação quanto a documentos comprobatórios do cadastro de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação no Censo Escolar. Brasília, DF, 2014.

______. **Lei nº 13.146 de 6 de julho de 2015**. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, 2015. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm. Acesso em: 15 ago. 2020.

_____. **Decreto nº 10.502 de 30 de setembro de 2020**. Institui a Política Nacional de Educação Especial: equitativa, inclusiva e com aprendizado ao longo da vida. Brasília, 2020. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2019-2022/2020/decreto/D10502.htm. Acesso em: 17 abr. 2021.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Modalidades Especializadas de Educação. PNEE. **Política Nacional de Educação Especial**: equitativa, inclusiva e com aprendizado ao longo da vida/Secretaria de Modalidades Especializadas de Educação – Brasília; MEC. SEMESP. 2020. 124p.

CORREIA, G. B. **Deficiência, conhecimento e aprendizagem**: uma análise relativa à produção acadêmica sobre Educação Especial e Currículo. 186 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Educação, Porto Alegre. 2016.

INEP. **Sinopse Estatística da Educação Básica 2010-2020**. Brasília: Inep, 2021. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-escolar/resultados. Acesso em 05 mai. 2021.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA SUL-RIO-GRANDENSE (IFSUL). **Instrução normativa Nº 03/2016**. Dispõe sobre os procedimentos relativos ao planejamento de estratégias educacionais a serem dispensadas aos estudantes com deficiência [...]. Disponível em: http://www.ifsul.edu.br/en/calendarios/item/372-in-proen-03-2016-inclusao. Acesso em: 21 ago. 2021.

______. **Política de Inclusão e Acessibilidade do IFSUL.** Pelotas, 2019. Disponível em: http://www.ifsul.edu.br/acoes-inclusivas/documentos-acoes-inclusivas/item/1099-politica-de-inclusao-e-acessibilidade-do-ifsul. Acesso em: 21 ago. 2021.

ONU. **Declaração de Salamanca e Enquadramento da Ação na Área das Necessidade Educativas Especiais**. Conferência Mundial sobre Necessidades Educativas Especiais: Acesso e qualidade, Salamanca (Espanha). UNESCO, 1994.

PLETSCH, M. D.; SOUZA, F. F.; ORLEANS, L. F. A diferenciação curricular e o desenho universal na aprendizagem como princípios para a inclusão escolar. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**. Rio de Janeiro, v. 14, n. 35, p. 264-281. 2017.

SANTOS, C. V. C. G. **Flexibilizações curriculares e o aluno com deficiência intelectual nos anos iniciais do ensino fundamental:** um caso de consultoria colaborativa no município de Itatiaia/RJ. 172 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Programa de Pós-Graduação de Ensino em Educação Básica, Rio de Janeiro, 2017.

SCHERER, R. P. **“Cada um aprende do seu jeito”**: das adaptações às flexibilizações curriculares. 173 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Programa de Pós-Graduação em Educação, São Leopoldo, 2015.

VIGOTSKY, L. S. **Obras Escogidas V**: fundamentos de defectologia (e-book). Tradução de Julio Guillermo Blank, 1997. Editorial Pedagógica: Moscú, 1983.

XAVIER, M. S. **Acessibilidade curricular:** refletindo sobre os conceitos e o trabalho pedagógico. 93 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria. Programa de Pós-Graduação em Educação, Santa Maria, 2018.

Reconhecimento de pessoas LGBT+: reflexões a partir da leitura e escrita do mundo pela matemática

Recognition of LGBT+ people: reflections based on reading and writing the world with mathematics

Tadeu Silveira Waise
Universidade Federal do Rio de Janeiro
waise@matematica.ufrj.br

Agnaldo da Conceição Esquincalha
Universidade Federal do Rio de Janeiro
agnaldo@im.ufrj.br

Resumo
Este trabalho se dedica em refletir sobre as ideias de inclusão e respeito à população LGBTQIA+ em aulas de matemática a partir da perspectiva de reconhecimento de Axel Honneth. Além disso, objetiva pensar em como a educação matemática pode impactar a luta pelo reconhecimento dessa população. São consideradas outras discussões, como currículo e diversidade, e as ideias de leitura e escrita do mundo com matemática, de Eric Gutstein, e processos de micro/macroexclusões e micro/macroinclusões. Espera-se, com isso, o fomento da discussão sobre a diversidade sexual e de gênero no campo da educação matemática e nas aulas dessa disciplina como meio para combate a injustiças sociais e de crítica à realidade vigente, ainda repleta de cenários de discriminação.

Palavras-chave: Diversidade sexual; Diversidade de gênero; Educação Matemática.

Abstract
This work is dedicated to reflecting on the ideas of inclusion and respect for the LGBTQIA+ population in mathematics classes from the perspective of Axel Honneth's recognition. In addition, it aims to think about how mathematics education can impact the struggle for recognition of this population. Other discussions are considered, such as curriculum and diversity, and Eric Gutstein's ideas of reading and writing the world with mathematics, and processes of micro/macroexclusions and micro/macroinclusions. With this, it is hoped that the discussion about sexual and gender diversity in the field of mathematics education and in the classes of this discipline will be fostered as a means to combat social injustices and to criticize the current reality, which is still full of discrimination scenarios.

Keywords: Sexual diversity; gender diversity; Mathematics Education.

Introdução

Diversos foram os avanços alcançados pela comunidade LGBTQIA+[1] até os dias contemporâneos. Muitas dessas conquistas se deram no campo político. No Brasil, vemos isso nos resultados das eleições municipais de 2020. A Aliança Nacional LGBTI+ publicou

[1] Lésbicas, gays, bissexuais, transexuais, queer, intersexuais, assexuais e outras sexualidades e identidades de gênero.

nesse ano uma matéria, Voto Com Orgulho, revelando que 48 prefeitas(os) e vereadoras(es) publicamente LGBTQIA+ foram eleitas(os). Por outro lado, o território nacional é um dos palcos mais sangrentos do mundo, sendo o país onde mais se mata pessoas transexuais no mundo[2].Partindo para o âmbito internacional, relações homoafetivas são consideradas crime em 72 países, sendo que em 13 deles as pessoas podem ser condenadas à pena de morte[3]. Embora a diversidade seja uma característica da humanidade, ela é frequentemente condenada ao se tratar das sexualidades e identidades de gênero.

Conforme o Projeto de Estudo sobre Ações Discriminatórias no Âmbito Escolar[4] as principais vítimas de bullying e discriminação no ambiente escolar são homossexuais, negros e pobres. Mais, revelou que 40% das(os) diretoras(es) consultadas(os) já viu ou soube de casos de discriminação contra pessoas LGBTQIA+ nas suas escolas. O estudo ainda fez uma correlação entre aprendizagem e preconceito: quanto mais eram presentes cenários de preconceito na instituição estudada, pior era o desempenho médio de todas(os) as(os) alunas(os) em português e matemática. Assim, cabe questionar: a instituição escolar possui algum papel na luta contra esses preconceitos e recorrentes atentados à vida?

Em busca de aceitação e reconhecimento, é frequente que diversas crianças e adolescentes, em uma posição de submissão, permitam-se moldar pelo conteúdo e práticas violentamente normativas presentes no espaço escolar, já que elas, por vezes, não são reconhecidas nem mesmo por suas(eus) professoras(es) (MISKOLCI, 2012). Enquanto isso, a instituição escolar é constantemente associada a espaços formadores, não somente no sentido acadêmico, como também da formação cidadã. Não obstante, documentos como a Declaração Universal sobre a diversidade cultural (UNESCO, 2002) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) trazem a importância do respeito à diversidade, sendo necessário fazê-los valer na escola.

Entretanto, para além da recomendação de essa temática ser levada para o espaço escolar e da formação docente, alguns questionamentos podem ser feitos: como isso seria desenvolvido nas instituições de ensino? Alguma disciplina daria conta disso? Conforme os PCN, não é suficiente concentrar essas questões em uma única disciplina, tampouco seria

---

[2] https://g1.globo.com/politica/stories/2021/02/01/visibilidade-trans-brasil-e-o-pais-que-mais-mata-transexuais-no-mundo.ghtml
[3] https://queer.ig.com.br/2021-03-13/lista-aponta-72-paises-do-mundo-perigosos-para-ser-gay-veja-quais.html
[4] http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/relatoriofinal.pdf

possível. Ao contrário, os Parâmetros (Brasil, 1997) sugerem uma transversalidade: ao considerar a temática da Orientação Sexual uma unidade temática comum a todas as disciplinas, deveria ser trabalhada em todas as aulas, inclusive as de matemática. Assim desdobramos outro questionamento: como as aulas de matemática e os cursos de licenciatura nesta área auxiliam a combater ou a perpetuar cenários de reconhecimento de pessoas LGBTQIA+?

Diante dessas perguntas, este texto, um recorte de XXX (2021), se apoiou sobre a Teoria do Reconhecimento (considerando a interpretação de Axel Honneth), a fim de propor reflexões sobre como se constituem os cenários de reconhecimento de pessoas LGBTQIA+ nas aulas de matemática e nos cursos de licenciatura nessa área, articuladas com a ideia de leitura e escrita do mundo com matemática.

A Teoria do Reconhecimento a partir da perspectiva de Axel Honneth

A Teoria do Reconhecimento discute como os indivíduos se reconhecem, em nível interpessoal e intrapessoal. Consequentemente, também questiona como o processo de reconhecimento auxilia na construção da autonomia dos indivíduos. Proposta originalmente por Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770-1831), já foi reinterpretada a partir de diversas(os) outras(os) filósofas(os), tendo sido aqui escolhidos os trabalhos de Axel Honneth (1949-), professor de Filosofia Social da Universidade de Frankfurt.

A partir desse prisma, a palavra reconhecimento tem um sentido maior do que “identificar algo”. Isto é,

> reconhecimento é quando um indivíduo conhece e reconhece um outro tal como este é em suas características, essência e personalidade. Em outras palavras, a dinâmica do reconhecimento ocorre quando os indivíduos ao perceberem-se como sujeitos, veem de maneira mútua, que a particularidade de cada um é reconhecida pelo outro. (CELICH, 2017, p. 2).

Assim, reconhecer é um processo que requer reciprocidade entre os indivíduos. No caso em que as pessoas passem a se reconhecer, sentimentos como autoconfiança, autorrespeito e autoestima, são desenvolvidos, culminando para o desabrochar da autonomia individual. Em um processo de constante mudança, o ser humano sente novas necessidades de reconhecimento, o que faz do reconhecimento um “desenvolvimento espiral onde [...] o indivíduo aprende a conhecer e realizar novas dimensões de sua própria identidade” (SOUZA, 2000, p. 134).

Quando os sujeitos não são reconhecidos por suas subjetividades, iniciam-se as lutas por reconhecimento. Elas ocorrem principalmente quando a "semântica coletiva que permite interpretar as experiências de desapontamento pessoal como algo que afeta não só o eu individual mas também o círculo de muitos outros sujeitos" (HONNETH, 2003, p. 258). Exemplos dessas lutas são manifestações de movimentos sociais a favor de alguma causa.

Honneth explicita que o reconhecimento ocorre por meio de três esferas: amor, direito e solidariedade, tal como concebia Hegel. A primeira culmina no desenvolvimento da autoconfiança corporal e emocional do indivíduo, uma vez que se sinta confortável para expressar seus sentimentos e necessidades. A segunda é desenvolvida quando somos reconhecidas(os) como membras(os) de uma comunidade que possui uma estrutura jurídica, baseada no princípio da equidade e com os direitos fundamentais se fazendo cumpridos. Fomentando o autorrespeito, a partir dessa esfera experimenta-se um "progresso no modo de socialização, pois [...] cada indivíduo podia saber-se ao mesmo tempo como uma pessoa de direito autônoma e como o membro social de uma comunidade jurídica" (HONNETH, 2003, p. 101). Por fim, a esfera da solidariedade se refere ao reconhecimento das capacidades de cada um(a), as quais devem ser entendidas como independentes de suas subjetividades. Para o autor, as pessoas e grupos sociais estão constantemente buscando mostrar "o valor das suas capacidades associadas à sua forma de vida". (HONNETH, 2013, p. 207).

Para cada esfera do reconhecimento há uma equivalente forma de desrespeito: maus tratos e violação, privação de direitos e degradação moral e injúria, respectivamente. A primeira ocorre quando o indivíduo é privado, talvez por se sentir coagido, de se manifestar corporalmente e emocionalmente. Isso compromete principalmente sua integridade psíquica. A segunda se desenvolve diante de injustiças no campo jurídico. A última, quando a dignidade individual é ameaçada. Isso pode ocorrer por meio da desvalorização dos méritos de alguém por conta de uma característica sua, como gênero, raça/etnia e sexualidade, por exemplo.

Diante dessas esferas, podemos questionar se esse reconhecimento se dá no processo de formação de professoras(es) de matemática e, também, nas aulas da Educação Básica, envolvendo, inclusive pessoas LGBTQIA+. Na seção seguinte traremos reflexões para nos ajudar a pensar nesta questão.

Por uma educação matemática crítica e diversa

Como as disputas políticas, em especial quando voltadas para práticas sociais, impactam o currículo escolar? Para quem defende a inserção da temática da diversidade sexualede gênero no currículo, é latente que

> os currículos escolares tornaram-se artefatos, ao mesmo tempo almejados e atacados, controlados e criticados, desejados e perseguidos. [...] Seguimos em uma espécie de corda bamba, nos equilibrando como podemos, respondendo aos ataques. (PARAÍSO; RANNIERY, 2019, p. 1405).

De fato, o "currículo é território político, ético e estético incontrolável que, se é usado para regular e ordenar, pode também ser território de escapes de todos os tipos" (PARAÍSO; CALDEIRA 2018, p. 13). Dessa forma, as práticas e os currículos escolares não estão embebidos de uma neutralidade política, uma vez que elas se constroem no meio de tensionamentos e disputas de poder entre aquelas(es) envolvidas(os) na sua constituição. Além disso, a escola é uma instituição que recebe olhares constantes da sociedade, como por meio de opiniões sobre o que deve ou não ser estudado, como e quando, mesmo que essas concepções não venham de alguém de área especializada, como vemos com frequência a partir de manifestações de grupos conservadores. É por isso que a escola "é campo de batalha prioritário, além de ser um dos alvos principais dos vetos e dos protestos da sociedade civil e dos representantes políticos, o que, por vezes, se materializa nas alterações das políticas públicas educacionais" (CARDOSO et al., 2019, p. 1459).

Se o currículo é visto como o conjunto de "quês" e "comos" que serão abordados, justifica-se um interesse de setores políticos em querer controlá-lo. Assim, a disputa curricular parte do desejo em governar o outro a partir de um conjunto de valores éticos próprios de determinado grupo, sujeitando o outro aos seus padrões. Quando a sua elaboração parte de um público que condena a diversidade sexual e de gênero, perpetua-se um cenário sociocultural em que a normatividade heterocisgênera mantém-se no centro.

Um exemplo é o ocorrido em 2001, quando foi lançado o primeiro Plano Nacional de Educação (PNE), estabelecendo metas para o decênio que sucede sua publicação. Dentre seus objetivos, o décimo segundo responsabiliza a União por

> incluir nas diretrizes curriculares dos cursos de formação de docentes temas relacionados às problemáticas tratadas nos temas transversais, especialmente no que se refere à abordagem tais como: gênero, educação sexual, ética (justiça, diálogo, respeito mútuo, solidariedade e tolerância), pluralidade cultural, meio ambiente, saúde e temas locais. (BRASIL, 2001, p. 35).

Entretanto, setores conservadores da sociedade pressionaram o governo federal antes da publicação final do documento, em nome da suposta defesa da "família tradicional brasileira", aquela que exclui pessoas LGBTQIA+. O mesmo aconteceu com o projeto Escola Sem Homofobia, quando houve o que seria chamado pelos mesmos setores como o "kit gay".

Uma situação similar ocorreu com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), publicada em 2018. Em uma das primeiras versões, o tratamento de termos "diversidade sexual e de gênero" se fez presente. Entretanto, foi retirado da versão final do documento, sendo substituído por algo mais ameno, com ideias como "respeito à diversidade", de forma ampla. Por isso, destacamos que "há um projeto social, uma engenharia de produção de corpos normais, que extrapola os muros da escola, mas que encontrará nesse espaço um terreno fértil de disseminação" (BENTO, 2011, p. 555-556).

Faustino et al. (2018) nos ajudam a pensar sobre como esse processo de macroinclusão, transformando a pauta numa questão "maior", sem especificar os termos gênero e sexualidade, como ocorreu nessa substituição na BNCC, pode levar a microexclusões, marginalizando determinados grupos de estudantes. As(os) autoras(es) consideram como microexclusões aquelas práticas que ocorrem sutilmente, podendo passar de forma desapercebidas por outras pessoas, mas que geram grande sofrimento em quem é excluído. Já as macroinclusões, nesse processo de envolverem todos os indivíduos, incluindo-os sob um guarda-chuva da máxima do "precisamos incluir", são impostas muitas vezes por meio de "leis ou decretos, os quais tendem a surgir a partir de lutas e de movimentos sociais em favor" dos grupos excluídos (p. 901). Logo, constate-se que

> O professor pratica microexclusões, de forma consciente ou não, em situações nas quais ele deixa de reconhecer as características particulares dos estudantes que possuem necessidades educacionais especiais, ou que interage, de forma ativa, apenas com os estudantes que têm bom desempenho nas disciplinas; ou, até mesmo, quando não dá valor às opiniões e aos posicionamentos dos estudantes por questões relacionadas à raça, etnia, gênero ou orientação sexual. Além disso, em um momento de diálogo, o professor pode dirigir sua escuta ativa apenas àqueles que considera que corresponderão às suas expectativas em relação à aprendizagem. Portanto, uma microexclusão pode ser manifesta durante as interações entre professor e estudante. (FAUSTINO et al., 2018, p. 904).

Ao se referirem às aulas de matemática, as(os) autoras(es) também reforçam que tais microexclusões, que não levam em considerações as subjetividades, muito por serem esmagadas pelas suas massificações, podem "fazer com que o estudante não se sinta parte da turma. E tal ocorrência, acontecendo repetidas vezes, pode contribuir para que ele se isole ou não queira participar das atividades" (FAUSTINO et al., 2018, p. 906).

Na instituição escolar, existe o discurso de que falar sobre a diversidade sexual e de gênero é um tabu ou uma "ideologia de gênero". A origem desse termo anterior decorre de um "projeto que visa reafirmar o estatuto de autoridade moral das instituições religiosas [...] ou salvaguardar sua influência em contextos mais secularizados" (JUNQUEIRA, 2018, p. 452). Porém, isso constitui um desrespeito à população LGBTQIA+, uma vez que é um projeto que invisibiliza esse grupo social e que, inclusive, a condena por alguma perturbação da ordem, contribuindo para a manutenção da discriminação contra a mesma. Assim, se torna necessário questionar como abordar esta temática a partir dos trechos de documentos oficiais à disposição, como a BNCC, e de trabalhos de relatos de pesquisas.

Consideremos a ideia de ler e escrever o mundo pela matemática (GUTSTEIN, 2006). Sob influência de ideias de Paulo Freire (1921-1997) e motivado pela perspectiva de uma educação matemática crítica, Gutstein percebe e questiona as injustiças sociais que nos cercam, e se debruça sobre as ideias de ler e escrever o mundo com matemática. Para explicar a importância de sua inserção no espaço escolar, o autor afirma:

> Estudantes precisam estar preparados, a partir da educação matemática, a investigarem e criticarem injustiças, e desafiar, com a palavras e ações, estruturas e práticas opressoras – isto é "ler e escrever o mundo" com matemática. [...] Essencialmente, para ler o mundo é necessário entender a condições sociopolíticas e histórico-culturais de uma vida, comunidade, sociedade e o mundo; e escrever o mundo é efetivamente mudá-lo. Eu entendo que a educação matemática pode servir a grandes lutas que promovam a emancipação humana que Paulo Freire (1970/1998) escreveu em "A Pedagogia do Oprimido". (GUTSTEIN, 2006, p. 4, tradução nossa).

Sob essa perspectiva, o exercício da leitura e escrita do mundo pela matemática poderia ser um meio para combater as injustiças e desrespeitos que atingem à população LGBTQIA+, tal como objetivam as lutas por reconhecimento. Afinal, "a integração social de uma coletividade política só pode ter êxito irrestrito na medida em que lhe correspondem pelo lado dos membros da sociedade" (HONNETH, 2003, p. 108). Isto é, uma educação que exercite esse caráter crítico promove o movimento espiral do reconhecimento.

Para ilustrar essas considerações, citamos a sequência de atividades proposta por Barros (2020) a partir das ideias de Gutstein. O autor, a partir do *Google Imagens*[5] , pede a

---
[5] Serviço de pesquisa na internet que seleciona imagens a partir de palavras-chave pesquisadas na guia de busca. https://www.google.com/imghp?hl=pt-br.

suas(eus) estudantes do Ensino Médio que pesquisem termos como "casal gay", "transexuais" e "família". Na maioria das vezes, o site retornou famílias compostas por casais heterossexuais e a transexualidade foi associada a perspectivas negativas, como desemprego e marginalização. Essa contextualização serviu para motivar discussões sobre o tema, problematizando determinados estigmas que cercam essa minoria e o conceito de norma. Além disso, a atividade também envolveu um estudo sobre como o algoritmo de buscas do Google funciona e quais suas relações com matrizes e computação.

Desse modo, diversos fatores colaboram ou dificultam o tratamento da temática da diversidade sexual e de gênero nas escolas e nas aulas de matemática. O currículo, sujeito aos ideais e perspectivas de quem o estrutura, é um espaço político, de disputas, isento de uma neutralidade. Assim, a presença ou ausência de temas como a diversidade sexual e de gênero são produtos desses embates. Por isso, torna-se um papel político e necessário às pessoas que ensinam matemática desconstruir discursos de ódio e desrespeito à comunidade LGBTQIA+, o que implica em "minar, escavar, perturbar e subverter os termos que afirma e sobre os quais o próprio discurso se afirma" (LOURO, 2001, p.548), a fim de promover o reconhecimento das(os) alunas(os) em questão.

A leitura e escrita do mundo a partir das aulas de matemática e o reconhecimento de indivíduos LGBTQIA+

Em uma pesquisa sobre diversidade sexual e de gênero com estudantes de licenciatura em matemática de 16 instituições públicas fluminenses, Guse, Waise e Esquincalha (2020) trazem algumas percepções de parte das(os) participantes da pesquisa que só reforçam estereótipos de gênero e reproduzem discursos de ódios em relação a pessoas LGBTQIA+ e a possível discussão sobre o tema em aulas de matemática na Educação Básica ou Superior. Estes dados denunciam a urgência por mais discussões a respeito no campo da Educação Matemática para que as pesquisas e práticas nas aulas de matemática fomentem o reconhecimento, o respeito e valorizem as diversidades. Para produção dos dados, um questionário online foi respondido por 710 estudantes dos cursos citados

A discriminação é um impasse para o reconhecimento de estudantes LGBTQIA+, em qualquer espaço. A esfera do amor do reconhecimento honnethiano decorre do desenvolvimento de uma relação de cuidado e carinho, a qual também pode ser encontrada na escola. Afinal, diversas são as figuras de autoridade ali presentes que devem promover o bem-estar do corpo estudantil.

Os dados produzidos na pesquisa de Guse, Waise e Esquincalha (2020) revelaram diversos discursos preconceituosos de futuras(os) professoras(es) de matemática. Em um ambiente conduzido por profissionais que carregam esse preconceito, as habilidades de leitura e escrita críticas do mundo podem ser deixadas de lado, transformando as aulas de matemática em algo como uma série de fórmulas a serem memorizadas. Um exemplo, é visto na fala transcrita abaixo, em relação à seguinte pergunta: “Em algum momento da sua formação escolar algum professor falou sobre questões de gênero e sexualidade? Em que disciplina(s)? Em que tom: como construção de (auto)conhecimento ou com tons críticos e preconceituosos?”.

> Não, na escola aprendi português, matemática e as matérias de ciências e artes. Isso eu aprendi com a vida e amigos [...]. Por favor senhor mestrando, faça uma pesquisa de relevância cultural. Aborde temas como Leibniz ou a física de Newton ou mesmo como podemos descomplicar cálculos para facilitar o aprendizado. (Licenciando em Matemática)

Sobre isso, trazemos uma contribuição de D’Ambrosio (2009):

> Sem dúvidas será possível papagaiar alguns teoremas, decorar tabuadas e mecanizar a efetuação de operações, e mesmo efetuar algumas derivadas e integrais, que nada têm a ver com nada nas cidades, nos campos ou nas florestas. Alguns dirão que vale como a manifestação mais nobre do pensamento e da inteligência humana... (D’AMBROSIO, 2009, p. 114).

Ao citar nomes próprios, como Leibniz e Newton, a resposta dá a entender que somente essa matemática é digna de ser trabalhada em classe. Ainda, ao dizer que “isso eu aprendi com a vida e amigos”, parecer que não é possível haver uma sistematização e práticas efetivas para o combate da discriminação no espaço escolar. Mas, com a vida e amigos pode ser algo muito tarde para quem sofre preconceito o não consegue encontrar seu lugar na escola por se sentir deslocada(o) desde a tenra infância. É relevante pontuar que o “armário” é a realidade de muitas(os) estudantes (e professoras(es)), uma vez que, sem o devido amparo e constante desvalorização de suas subjetividades, perde-se a autoconfiança “em si e no mundo, que se estende até as camadas corporais do relacionamento prático com os sujeitos, emparelhadas com uma espécie de vergonha social” (HONNETH, 2003, p. 215). Isso pode ser ainda mais veemente quando a disciplina é a matemática, campo historicamente marcado por estereótipos de gênero. Consequentemente, é possível que a esfera do amor não seja exercida plenamente quando a figura docente não é atenta a essas questões.

A esfera do direito talvez seja a mais explícita ao pensarmos em uma educação crítica, no incentivo de uma a leitura e escrita do mundo pela matemática. Os corpos da pessoas que participam do processo de aprendizagem são mais que estudantes, não somente existem no mundo. Eles se relacionam com terceiras(os) constantemente, e, nessa comunidade social na qual estão inseridos, há leis que, em tese, devem garantir o exercício dos seus direitos fundamentais, como à vida, liberdade e igualdade.

Honneth (2003) chama atenção para a importância da dignidade na construção de um sentimento de pertencimento à comunidade jurídica que cerca as pessoas. É esse sentimento que o autor situa como o autorrespeito, que é produto do cumprimento pleno dessa esfera do reconhecimento. A ausência desse autorrespeito é ainda mais perceptível quando "os sujeitos sofrem de maneira visível com a sua falta [...], empreendendo comparações empíricas com grupos de pessoas" (p. 197). Isto é, quando presenciam cenários de desigualdade.

Gutstein (2006), ao trazer uma série de relatos de experiências de atividades que exercitam a leitura e escrita crítica do mundo pela matemática, relembra uma que batizou de "Dados sobre o racismo no custo de moradias" (tradução nossa). Nela, realizou um trabalho comparativo entre o custo do aluguel de moradias em bairros com maioria populacional negra e em bairros cuja maioria era branca. A partir de investigações sobre os custos das moradias, as(os) estudantes tinham a tarefa de comparar tais valores e discutir os possíveis porquês sobre as discrepâncias entre eles. Assim, essa atividade de comparação é um meio para se discutir a ausência do cumprimento da esfera do direito.

Os dados numéricos, como os coletados por meio de pesquisas, podem ser uma boa ferramenta para avaliarmos o cumprimento ou não dessa esfera. Por exemplo, ao tratarmos do índice de desemprego entre a população transgênera e cisgênera, poderíamos concluir que, em termos percentuais, a primeira é muito mais atingida pela falta de emprego. Por que isso acontece? O direito fundamental da igualdade está sendo exercido? Na busca pelas respostas a essas perguntas, estaríamos aprendendo a ler o mundo com a matemática. E, ao utilizarmos a mesma para avaliar essas informações e buscar formas de alterar a realidade, escrevendo-o.

Quanto ao uso de dados percentuais e de pesquisas, verificamos na pesquisa que, em resposta à questão "Você considera que este tópico, sexualidades e gêneros, deve ser discutido e abordado nas aulas de matemática na educação básica? Em caso afirmativo, possui ideias de como?", muitas(os) pensaram na Estatística como uma estratégia para trazer a pauta da diversidade sexual e de gênero para as aulas dessa disciplina. Isso seria possível pois, a partir dessas informações, diversas discussões e retratos da desigualdade poderiam ser levados para classe.

Sobre a solidariedade, uma resposta à mesma pergunta anterior, citou que um professor de História recomendou que a sua classe assistisse ao filme "Jogo de Imitação". Esse longa retrata a vida de um matemático, Alan Turing, que sofreu diversos preconceitos após a descoberta de sua homossexualidade, mesmo após suas contribuições para a vitória dos Aliados na Segunda Guerra Mundial. Afinal, o trabalho de Alan Turing, retratado na produção recomendada, é menosprezado a partir do momento que sua sexualidade é descoberta, o que é clara violação da solidariedade.

Além disso, essa atividade poderia ter sido trazida pela(o) professor(a) de matemática da turma e isso promoveria uma discussão sobre a esfera da solidariedade. Assim, a partir da indicação do filme, seria possível promover a reflexão sobre os impactos que "[a] perda d[a] possibilidade de entender a si próprio como um ser estimado por suas propriedades e capacidade características" (HONNETH, 2003, p. 218) podem causar em alguém. Louro (1997), sobre essa discussão, pontua que diversas "teorias foram construídas e utilizadas para "provar" distinções físicas, psíquicas, comportamentais; para indicar diferentes habilidades sociais, talentos ou aptidões por conta das subjetividades entre as pessoas" (p. 45).

Considerações finais

A partir dos dados produzidos, consideramos que as aulas de matemática podem ser um espaço de luta por reconhecimento, de fomento de uma leitura e escrita crítica do mundo. Isso, entretanto, exige que elas sejam um espaço de escuta, debate e constante aprendizado com a diferenças. Um primeiro passo é enxergar a escola, o currículo e as aulas de matemática como locais que oprimem as minorias, seja de forma explícita, seja de forma invisível, como por meio de macro e microexclusões.

Dessa forma, devemos questionar constantemente se as aulas de matemática se preocupam em desenvolver as habilidades de leitura e escrita do mundo de forma crítica, tal como se ela pode auxiliar no processo de reconhecimento de estudantes LGBTQIA+. A aula de matemática, por vezes, não é vista como um espaço para discutir pautas de diversidade sexual e de gênero. Ao conceber-se essa disciplina como neutra e apolítica em relação a questões sociais, podemos cair na ignorância, como docentes, de não refletir sobre essa pauta no cotidiano e levar a mesma prática para nossas(os) estudantes, contribuindo para cenários de desrespeito não só para estudantes LGBTQIA+.

Referências

BARROS. D. B. Ler e escrever o mundo com a matemática: refletindo sobre esteriótipos e a visibilidade da comunidade LGBT+. **Revista Paradigma**, Ribeirão Preto, v. XLI, n. 2, p.583-601, 2020.

BENTO, B. Na escola se aprende que a diferença faz a diferença. **Revista Estudos Feministas**, Florianópolis, v. 19, n. 2, mai./ago. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Terceira versão revista. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 23/06/2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação**, 2001. Diponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/L10172.pdf>. Acesso em: 23/06/2021.

CARDOSO, L. R.; GUARANY, A. L. A; UNGER, L. G. S.; PIRES, M. A. GÊNERO EM POLÍTICAS PÚBLICAS DE EDUCAÇÃO E CURRÍCULO: DO DIREITO ÀS INVENÇÕES. **Revista e-Curriculum**, v. 17, n. 4, p. 1558–1479, 2019.

CELICH, G. C. Conflitos homofóbicos na escola e a Teoria do Reconhecimento. **Seminário internacional fazendo gênero 11 & 13th Women's World's Congress.** Florianópolis, 2017. Disponível em: < http://www.wwc2017.eventos.dype.com.br/resources/anais/1496076998_ARQUIVO_Conflitoshomofobicosnaescolaeateoriadoreconhecimento-ArtigoCongresso.pdf>. Acesso em 22/05/2020.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 2009.

FAUSTINO, A. C.; MOURA, A. Q.; SILVA, G.; MUZINATTI, J. L., SKOVSMOSE, O. Macroinclusão e microexclusão no contexto educacional. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 12, n. 3, p. 898–911, 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes Necessários à Prática Educativa. 25. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

GUTSTEIN, E. **Reading and writing the world with mathematics**: toward a pedagogy for social justice. Nova Iorque: Routledge, 2006.

HONNETH, A. **Luta por reconhecimento***:* a Gramática Moral dos Conflitos Sociais. 2. ed. São Paulo: Câmara Brasileira do Livro, 2003.

JUNQUEIRA, R. D. A invenção da "ideologia de gênero": a emergência de um cenário político-discursivo e a elaboração de uma retórica reacionária antigênero. **Revista Psicologia Política**, São Paulo, v. 18, n.43, p.449-502, 2018.

LOURO, G. L. **Gênero, sexualidade e educação:** uma perspectiva pós-estruturalista. 16. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 1997.

LOURO, G. L. Teoria queer: uma política pós-identitária para a educação. **Revista Estudos Feministas**, v. 9, n. 2, p. 541–553, 2001.

MISKOLCI, R. **Teoria Queer**: um aprendizado pelas diferenças. 2. ed. Belo Horizonte: UFOP, 2012.

PARAÍSO, M.; CALDEIRA, M. C. Currículos, gêneros e sexualidades para fazer a diferença. **Pesquisas sobre currículos, gêneros e sexualidades**. (Orgs.). Belo Horizonte: Mazza, 2018, p.13-22.

PARAÍSO, M.; RANNIERY, T. CONFRONTOS E RESISTÊNCIAS NAS POLÍTICAS CURRICULARES E EDUCACIONAIS: APRESENTAÇÃO DO DOSSIÊ TEMÁTICO. **Revista e-Curriculum,** v. 17, n. 4, p. 1405–1413, 2019.

SOUZA, J. Uma teoria critica do reconhecimento. Lua Nova: *Revista de Cultura e Política*, n. 50, p. 133-158, 2000.

UNESCO. **Declaração Universal sobre a diversidade cultural**. Disponível em: <https://www.oas.org/dil/port/2001 Declaração Universal sobre a Diversidade Cultural da UNESCO.pdf>. Acesso em 16/07/2020.

Uma revisão sistemática de literatura sobre pesquisas que mapearam trabalhos envolvendo aprendizagens de conceitos matemáticos de alunos com deficiência intelectual

A systematic review of the literature on research that mapped papers involving the learning of mathematics concepts by students with intellectual disabilities

Elcio Pasolini Milli
Secretaria de Educação do Espírito Santo - Sedu/ES
elciopmilli@gmail.com

Edmar Reis Thiengo
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
thiengo.thiengo@gmail.com

Resumo

Este texto apresenta os resultados de uma revisão sistemática de literatura desenvolvida como parte de uma pesquisa de Doutorado em Educação em Ciências e Matemática. Aponta como objetivo traçar um perfil das pesquisas nacionais e internacionais que mapearam trabalhos envolvendo aprendizagens de conceitos matemáticos de alunos com deficiência intelectual, bem como apontar suas contribuições para o campo da educação matemática inclusiva. De natureza qualitativa, assume como pressupostos teóricos e metodológicos a revisão sistemática de literatura associada a perspectiva da educação matemática inclusiva. A busca das investigações ocorreu por meio de *strings* de busca diretamente nas seguintes bases de dados: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (T&D); Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); Portal de Periódicos CAPES; Scientific Electronic Library Online (SCIELO); International Publisher Science, Technology, Medicine (SPRINGER); Directory of Open Access Journals (DOAJ); Scopus; Web of Science; Science Direct; e Educational Resources Information Center (ERIC). Em relação ao ensino de matemática envolvendo alunos com deficiência intelectual os resultados indicam possibilidades de diálogos entre as pesquisas brasileiras e as internacionais. Apontam a necessidade de articular o refinamento de recursos diversificados e materiais instrucionais com o aprimoramento dos processos metodológicos junto as discussões socioculturais sobre inclusão e valorização da diversidade.

Palavras-chave: Revisão Sistemática de Literatura; Educação Matemática Inclusiva; Deficiência Intelectual.

Abstract

This paper is the results of a systematic review of the literature developed as part of a doctoral research in Science and Mathematics Education. The aim is to outline a profile of national and international research that mapped works involving the learning of mathematics concepts by students with intellectual disabilities and to point out their contributions to the field of inclusive mathematics education. Qualitative in nature, it assumes as theoretical and methodological assumptions the systematic review of the literature associated with the perspective of inclusive mathematics education. The search for investigations took place through search strings directly in the databases, namely: CAPES databases; Scientific Electronic Library Online (SCIELO); International Publisher Science, Technology, Medicine (SPRINGER); Directory of Open Access Journals (DOAJ); Scopus; Web of Science; Science Direct; and Educational Resources Information Center (ERIC). The results point to the need to articulate the refinement of diversified resources and instructional materials with the improvement of methodological processes together with sociocultural discussions on inclusion and appreciation of diversity.

Keywords: Systematic Review of the Literature; Inclusive Mathematics Education; Intellectual Disability.

Introdução

A educação matemática brasileira tem possibilitado reflexões sobre os contextos em que a escola tem se colocado nos diferentes cenários educacionais. Um dos aspectos que tem sido promovido nessa frente de trabalho está associado as perspectivas ao direito a uma educação pública de qualidade que atenda as particularidades de cada indivíduo frente as diferenças que são realçadas no diálogo como outro. É fundamental conceber a escola como um espaço plural, de múltiplas aprendizagens em que a diversidade de pensar, ser e agir possa construir espaços potentes de aprendizagens.

Quando pensamos nesses espaços, nos referimos ao encontro que podemos construir em diálogo com o outro por meio da educação matemática. É fundamental desconstruir o ensino de matemática concebido de forma exata, reguladora, elitista, que muitas vezes ainda nos atravessam nas experiências escolares. Essa forma de ensinar matemática exclui e coloca muitos alunos à margem do processo de valorização do conhecimento construído coletivamente e produz cenários de desvantagens nos processos de ensino e aprendizagem (HEALY; POWELL, 2013). Essas diferenciações negam a existência da diversidade em relação a identidade racial, étnica, religiosa, cultural, social, de orientação sexual, de identidade de gênero e das particularidades sensoriais, além de outras diferenças que nos formam enquanto seres humanos.

No cenário brasileiro, essa diversidade tem sido realçada cada vez mais em nossas salas de aula. O acesso, permanência e êxito da pessoa com deficiência, transtorno global do desenvolvimento ou altas habilidades/superdotação deve ser garantido em nossas escolas. De fato, o público-alvo da educação especial tem crescido no panorama educacional brasileiro. De acordo com as Sinopses Estatísticas da Educação Básica referente ao Censo Escolar realizado no ano de 2019, "o número de matrículas da educação especial chegou a 1,3 milhão em 2019, um aumento de 34,4% em relação a 2015" (BRASIL, 2020, p.43). Ao considerar os alunos com deficiência intelectual matriculados em classes comuns, envolvemos a vida escolar de mais da metade do público da educação especial. Estamos falando de 709.683 estudantes.

Diante desse quadro, a educação matemática não pode assumir posturas que reforcem a construção de um conhecimento soberano no campo das ciências e que reproduza discursos inibidores da diversidade no contexto escolar. É preciso reconhecer as diferenças e valorizálas como possibilidade de encontros potentes nos processos de ensino e aprendizagem (SKOVSMOSE, 2019).

Para tanto, apresentamos os resultados de uma revisão sistemática de literatura (RSL) cujo objetivo foi traçar um perfil das pesquisas que mapearam trabalhos envolvendo aprendizagens de conceitos matemáticos de alunos com deficiência intelectual e suas contribuições para o campo da educação matemática inclusiva. Essa revisão foi desenvolvida como parte de uma pesquisa de doutorado profissional em andamento vinculada a um Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes).

Além disso, essa pesquisa dialoga com a proposta de desenvolvimento de uma Educação Matemática "para todos", que é uma perspectiva alinhada com o Grupo de Trabalho 13 (GT 13) sobre Diferença, Inclusão e Educação Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Por outro lado, vincula-se ao Grupo de Pesquisas em Educação Matemática Inclusiva (GPEMI), que traz como proposta comum a este trabalho, investigar a educação matemática numa perspectiva inclusiva buscando dar visibilidade às pesquisas nesta área, bem como promover reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem no campo educacional.

A educação matemática inclusiva e a pessoa com deficiência intelectual

Ao discutir educação inclusiva é necessário conceber um processo dinâmico, em evolução e em constante transformação. É preciso contribuir e participar como agente desse processo para a construção de espaços plurais que possibilitem o diálogo entre as diferenças, particularmente as relacionadas ao ensinar e o aprender. A Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) aponta um caminho.

> Reconhecer que a educação inclusiva é um processo contínuo que visa oferecer qualidade da educação para todos, respeitando a diversidade e as diferentes necessidades e habilidades, características e expectativas de aprendizagem dos alunos e comunidades, eliminando todas as formas de discriminação (UNESCO, 2009, p.18, tradução nossa).

Torna-se fundamental nesse processo considerar o tempo de aprendizagem, o espaço de discussão, e os estímulos individuais e coletivos que produzimos e recebemos ao promover o diálogo. É preciso romper com as relações hegemônicas do conhecimento e construir um espaço dialógico entre os atores nesse cenário, valorizando o que carregamos e construímos como pessoas ao interagir com o outro.

No campo da educação matemática inclusiva não poderia ser de outra forma. Scherer et al. (2017) propõe repensar as estruturas institucionais da matemática voltadas ao ensino e a aprendizagem, como o currículo e avaliação. Os aspectos normatizadores que a matemática carrega por uma construção cultural e de reprodução escolar não cabem nessa perspectiva. A matemática enquanto produção humana também pode contribuir como uma ferramenta libertadora que beneficia a participação dos alunos e valoriza as diferenças no espaço dialógico para promoção da justiça social.

Nessa lógica, Skovsmose (2019) discorre sobre cenários que facilitam os encontros entre diferenças. O autor discute a ideia de encontro como um movimento, possibilitando o uso da matemática por meio de um atendimento educacional em tom de equidade, utilizando processos de investigação coletiva associados a um contexto imprevisível, valorizando o ser humano por meio da diferença. “Diferenças podem ser experimentadas em todas as esferas da vida. Pode-se afirmar que as diferenças definem uma das características principais da condição humana” (SKOVSMOSE, 2019, p.25). As diferenças colaboram para a formação de nossas identidades.

Nesse sentido, Healy e Powell (2013) destacam a necessidade de compreender e superar as “desvantagens” construídas pelos grupos dominantes, por meio da normalidade, frente as diferentes identidades. Apontam sobre os aspectos que a matemática pode alcançar para romper com a reprodução de discursos normativos e produzir conhecimento para criar resistência frente aos cenários de desvantagens nos processos de ensino e aprendizagem. Os autores se propõem a pensar as diferenças para além da deficiência, incluindo a linguagem, os artefatos culturais e as experiências sensoriais.

Uma reflexão essencial no campo da educação matemática inclusiva é entender que os cenários de aprendizagem e as práticas de ensino podem ser alinhadas para atender em tom de equidade as necessidades de grupos específicos de alunos (HEALY; POWELL, 2013). E ainda, compreender que a deficiência é uma diferença e não uma desvantagem. É por meio de um discurso dominante e da construção da normalidade que a diferença passa a ser concebida como desvantagem. Precisamos desconstruir essas ideias que desvalorizam a diversidade e criam obstáculos nos processos educacionais, impedindo o desenvolvendo pleno e de bem comum na formação de cidadãos.

Ao considerar a pessoa com deficiência intelectual precisamos sobretudo conhecê-la, entender suas particularidades e potencialidades, e respeitar a diferença. Segundo a *American Association on Intellectual and Developmental Disabilities* (AAIDD, 2021), a deficiência intelectual se caracteriza por limitações no funcionamento intelectual e no comportamento adaptativo, que abrange as habilidades sociais e práticas cotidianas, com início antes dos 22 anos de idade.

No entanto, entendemos a deficiência intelectual para além de um olhar médico/biológico, que está relacionada às práticas socioculturais. Tendo em vista as pesquisas desenvolvidas no cenário educacional junto àquelas mapeadas nesse texto, um dos caminhos em construção é a perspectiva adotada na educação matemática inclusiva, presente na literatura educacional e nas práticas pedagógicas.

Nos estudos sobre a Defectologia[1], Vigotski (1997) faz reflexões a frente de seu tempo e discorre sobre as questões das diferenças para além de um padrão proposto pela normalidade. “A criança cujo desenvolvimento está complicado pelo defeito não é simplesmente uma criança menos desenvolvida que seus coetâneos normais, mas desenvolvido de outro modo” (VIGOTSKI, 1997, p.12). Essa concepção valoriza o entendimento que a deficiência não é uma desvantagem, concebida por um desenvolvimento inferior, mas sim entendida como outra maneira de pensar, ser e agir. Trata-se de uma outra forma de se desenvolver, de um modo diferente, de uma das diferenças que auxiliam a construção de nossas identidades.

Nessa vertente, o autor tece um conceito fundamental no campo da mediação relacionado aos processos de ensino e aprendizagem, e afirma que toda deficiência cria estímulos para elaborar uma compensação. Por isso o autor destaca a importância de considerar os “[...] processos compensatórios, e escolher substitutos reestruturados e niveladores para o desenvolvimento e a conduta da criança” (VIGOTSKI, 1997, p.14). Dessa forma o desenvolvimento do estudante com deficiência pode acontecer por diferentes formas de mediação considerando estímulos variados, e, portanto, pode gerar múltiplas práticas no campo da educação matemática.

[1] O termo surge a partir da concepção de “defeito”, que na época se referia ao trabalho investigativo com pessoas com deficiência, seja física, motora, sensorial ou intelectual.

Assim, é preciso valorizar o respeito às diferenças por meio das interações sociais. Trata-se de um processo contínuo em que a escola é convidada a ensejar a diversidade, promovendo encontros que possam tornar as experiências matemáticas mais inclusivas.

A revisão sistemática de literatura

Para contribuir com o campo de pesquisa da educação matemática, torna-se fundamental reconhecer as investigações na área, a fim de caracterizar credibilidade e delinear os aspectos que se propõe avançar no cenário brasileiro. Buscamos estabelecer um diálogo com as pesquisas já realizadas nesse campo, aprofundar os resultados e garantir confiabilidade dos dados. Para isso, propomos um diálogo entre a revisão sistemática de literatura e a educação matemática inclusiva.

Entendemos que a educação matemática inclusiva é uma área recente de pesquisa, tendo em vista o gérmen do GT13 - Diferença, Inclusão e Educação Matemática apenas no VI Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM) em 2012, concretizando sua criação em 2013, sendo consolidado apenas na edição seguinte do evento em 2015 (MORAIS; FERNANDES, 2018).

Diante desse cenário, muitas pesquisas nessa área do conhecimento ainda se encontram em fase de experimentação de materiais didáticos, de recursos tecnológicos e espaços de tentativas e aperfeiçoamentos das práticas pedagógicas voltadas para a educação matemática numa perspectiva inclusiva. Torna-se necessário delinear bases teóricas e traçar processos metodológicos a partir dessas experimentações a fim de avançar em novas possibilidades.

Compreendemos que estamos falando de um processo que necessita tempo de amadurecimento, que vai se aprimorando a partir dos resultados das investigações neste campo do conhecimento científico. Para tanto, nos propomos a avançar nos resultados das pesquisas, por meio de uma revisão sistemática de literatura integrada a perspectiva da educação matemática inclusiva.

Buscando atender a essa demanda de conhecer os trabalhos e apontar um processo de busca de forma sistemática, a RSL contribui para compreender de forma estrutural o processo de busca e síntese dos dados. Colaborando com essa ideia Petticrew e Roberts (2006) discutem o uso da RSL nas ciências sociais. Os autores apontam que essa metodologia contribui para compreender os grandes corpos de informação e colaboram para responder perguntas sobre o que funciona ou não nas investigações. Também destacam que a RSL é um método para mapear as áreas de incertezas e identificar onde pouca ou nenhuma pesquisa relevante foi feita, apontando a necessidade de novos estudos (PETRICREW; ROBERTS, 2006, p.2, tradução nossa).

No campo da educação matemática, Fiorentini e Lorenzato (2006, p.71) colaboram com as revisões sistemáticas, e destacam que elas buscam construir uma "[...] análise crítica de um conjunto de estudos já realizados, tentando extrair deles informações adicionais que permitam produzir novos resultados, transcendendo aqueles anteriormente obtidos". Nessa vertente Fiorentini (2013, p.78) aponta para a "[...] revisão sistemática de estudos de natureza qualitativa, podendo ser um estudo profundo, envolvendo um número reduzido de trabalhos investigativos".

Colaborando com essas ideias Mendes e Pereira (2020) fizeram um estudo por meio de uma revisão sistemática de literatura, buscando apontar etapas comuns nas pesquisas envolvendo essa metodologia para o campo do ensino e da educação matemática. Identificaram que nenhuma investigação atendia a esta área do conhecimento e elaboraram uma proposta a fim de contribuir para a realização de trabalhos mais sistêmicos. Apontaram cinco etapas estruturantes para uma revisão sistemática de literatura: Objetivo e pergunta; Busca dos trabalhos; Seleção dos estudos; Análise das produções; a Apresentação da revisão sistemática.

Em paralelo a estes processos, a RSL é constituída por um protocolo que sistematiza o processo de busca por trabalhos no campo investigado. Este momento torna-se essencial para a estruturação da RSL tendo em vista a fidedignidade e a representação significativa em relação a qualidade dos trabalhos científicos mapeados. Por isso perpassa por etapas avaliativas por pares e considera índices de qualidade com base na representatividade desses trabalhos na comunidade acadêmica. Também busca garantir o detalhamento preciso e lógico do corpus documental a ser revisado, de forma a ser reproduzido por qualquer outra pesquisa. Sobretudo, busca apontar lacunas, pontos de culminância, centralidade de temas ou divergências de resultados.

Almejando avançar no campo da educação matemática inclusiva, trazemos como objetivo traçar um perfil das pesquisas que mapearam trabalhos envolvendo aprendizagens de conceitos matemáticos de alunos com deficiência intelectual. Apresentamos em sequência o protocolo da RSL proposto para atender essa demanda, a fim de consolidar resultados que indicarão possíveis caminhos a serem trilhados na pesquisa de doutorado a qual essa RSL está vinculada.

O protocolo dessa RSL almeja estruturar os processos de busca e análises dos resultados permitindo sua compreensão. Inicia-se com a justificativa, pergunta de pesquisa e definição do objetivo como já apresentado no decorrer do texto. Traça estratégias para busca dos trabalhos nas bases de dados por meio de combinações entre palavras-chave e adota critérios de inclusão e exclusão dessas pesquisas. Perpassa por avaliação pelos pares, avaliação dos fatores de impacto e avaliação da qualidade dos estudos selecionados. Adota métodos de coleta e análises dos dados e sistematiza a forma de divulgação dos resultados. Para tanto, elaboramos o Quadro 1, apresentando a organização dos componentes da RSL, com pressupostos de Petticrew e Roberts (2006).

Quadro 1: Protocolo de Revisão Sistemática de Literatura

COMPONENTE	DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS E CRITÉRIOS
Elementos de importação e processamento	Palavras-chave: "deficiência intelectual", "deficiência mental", "deficiente intelectual", "deficiente mental", "educação matemática", "levantamento de pesquisas", "mapeamento de pesquisas", "estado da arte", "estado do conhecimento", "revisão sistemática", "intellectual disability", "mathematics education", "survey of research", "mapping research", "state of the art", "state of knowledge", "systematic review". Bases de Dados: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (T&D); Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); Portal de Periódicos CAPES; Scientific Electronic Library Online (SCIELO); International Publisher Science, Technology, Medicine (SPRINGER); Directory of Open Access Journals (DOAJ); Scopus; Web of Science; Science Direct; e Educational Resources Information Center (ERIC). Recursos tecnológicos: Utilização das Planilhas "BUSCAd v.2.3.1"[2] e "Avaliação por Pares".
Critérios de elegibilidade dos estudos	Critérios técnicos de inclusão: 1) Idiomas: Português e Inglês; 2) Campos de pesquisa nas Bases de Dados: Todos os campos; 3) Recorte temporal: anterior a junho de 2021; 4) Apenas um exemplar de cada trabalho, sem repetições; 5) Artigos, Capítulos, Livro, Teses e Dissertações. Critérios técnicos de qualidade: 1) Pelo menos um dos seguintes fatores de impacto: JCR $\geq$ 0,8; CiteScore (CS) $\geq$ 0,8; Google Index (H-5) $\geq$ 9; Qualis CAPES: A1, A2, B1 e B2; e 2) Total de Termos de Busca (TTB)$\geq$ 2 (soma do total de vezes que as palavras-chave apareceram no título e no resumo de cada estudo). Critérios técnicos de avaliação pelos pares: 1) Discute os processos de ensino ou aprendizagem de conceitos matemáticos de alunos com deficiência intelectual; 2) Escreve

[2] Utilizamos a planilha "BUSCAd v.2.3.1", de autoria de Mansur e Altoé (2021), desenvolvida no *Microsoft Excel* 365, no Windows 10.

	objetivo da pesquisa com clareza e se relaciona com deficiência intelectual; 3) Utiliza como metodologia de pesquisa o mapeamento ou levantamento ou estado da arte ou estado do conhecimento ou revisão sistemática de literatura; 4) Traça um perfil das pesquisas mapeadas; 5) Discute ou faz análise ou aponta nos resultados da pesquisa os processos metodológicos utilizados nas pesquisas mapeadas. Com base nesses critérios, ao ler os trabalhos por completo, considera-se nota 5 para concordo totalmente, 4 para concordo, 3 para não estou decidido, 2 para discordo e 1 para discordo totalmente. Seleciona-se os trabalhos com média aritmética (Ma) ≥ 4 e Desvio padrão (Dp) ≤ 1.
Elementos da extração dos dados	Serão considerados os seguintes dados extraídos de cada estudo aprovado para a revisão: 1) Tipologia; 2) Autor(es); 3) Título; 4) Objetivo; 5) Referencial Teórico; 6) Aspectos Metodológicos; e 7) Resultados.
Estratégia de análise	Os estudos aprovados na revisão serão analisados qualitativamente.

Fonte: Os autores, 2021.

Análises e Discussões

Para a busca dos trabalhos foram definidas palavras-chave a partir do objetivo dessa investigação. Foram organizadas em três eixos e combinadas com o operador Booleano AND, gerando 20 combinações em português e 5 em inglês, conforme o esquema apresentado na Quadro 2.

Quadro 2: Combinação das palavras-chave para busca na base de dados

ID	Eixo 1		Eixo 2		Eixo 3
Português	"deficiência intelectual" "deficiência mental" "deficiente intelectual" "deficiente mental"	AND	"educação matemática"	AND	"levantamento de pesquisas" "mapeamento de pesquisas" "estado da arte" "estado do conhecimento" "revisão sistemática"
Inglês	*"intellectual disability"*	AND	*"mathematics education"*	AND	*"survey of research"* *"mapping research"* *"state of the art"* *"state of knowledge"* *"systematic review"*

Fonte: Os autores, 2021.

É importante destacar que para o eixo 1, na língua inglesa, adotamos apenas a busca pelo termo "*intellectual disability*" pelo interesse de restringir a busca por trabalhos sobre deficiência intelectual. Os demais termos na língua portuguesa foram adotados, pois foram termos utilizados como sinônimo de deficiência intelectual no decorrer da história da educação brasileira, o que poderia apontar para trabalhos relevantes a temática pesquisada.

Para tanto, ao aplicar as *strings* de busca nas bases de dados pudemos verificar a quantidade de 77 trabalhos e suas distribuições por plataforma, conforme Quadro 3.

Percebemos que as combinações com os termos “deficiência mental”, “deficiente mental” e “deficiente intelectual” não apresentaram retorno de trabalhos, e por questão de estética, essas combinações foram suprimidas do quadro. Associamos este fato por serem terminologias não mais usuais no campo educacional, uma vez que foram atualizados para pessoa com deficiência intelectual de acordo com o Estatuto da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2015).

Quadro 3: Quantidade de trabalhos por *string* e por base de dados

Idioma	*Strings*	Base de Dados										
		T&D	Scielo	Springer	Periódicos CAPES	DOAJ	BDTD	ERIC	Scopus	Web of Science	Science Direct	Total
Português	"deficiência intelectual" AND "educação matemática" AND "levantamento de pesquisas"	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
	"deficiência intelectual" AND "educação matemática" AND "mapeamento de pesquisas"	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2
	"deficiência intelectual" AND "educação matemática" AND "estado da arte"	1	0	0	5	0	1	0	0	0	0	7
	"deficiência intelectual" AND "educação matemática" AND "estado do conhecimento"	0	1	0	2	0	1	0	0	0	0	4
	"deficiência intelectual" AND "educação matemática" AND "revisão sistemática"	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
Inglês	"intellectual disability" AND "mathematics education" AND "survey of research"	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	"intellectual disability" AND "mathematics education" AND "mapping research"	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	"intellectual disability" AND "mathematics education" AND "state of the art"	1	0	16	0	0	1	0	0	0	0	18
	"intellectual disability" AND "mathematics education" AND "state of knowledge"	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	4
	"intellectual disability" AND "mathematics education" AND "systematic review"	0	0	13	19	0	0	1	3	1	3	40

Fonte: Os autores, 2021.

A partir desse *corpus* de pesquisas, iniciamos os processos de filtragem conforme orientações do protocolo. Primeiramente analisamos informações técnicas de inclusão dos trabalhos a fim de eliminar duplicações e trabalhos fora do formato previamente estabelecido. Dos 77 trabalhos, 26 estavam duplicados, devido a bases diferentes buscar o mesmo artigo. Assim restaram 51 trabalhos dos quais 3 foram excluídos por serem editorais de revistas, resultando em 48 produções.

Seguindo com o protocolo foram aplicados os critérios técnicos de qualidade. Dos 48 trabalhos, 17 atenderam aos índices dos fatores de impacto, do *Qualis* da revista em que o trabalho foi publicado e do Total de Termos de Busca (TTB). Esses 17 trabalhos passaram para a etapa seguinte da revisão sistemática de literatura, os quais foram submetidos à avaliação pelos pares.

Para atender os critérios técnicos de avaliação pelos pares foi criado um Comitê de Avaliação. Esse comitê foi composto por três pesquisadores, membros do GT13 da SBEM, envolvidos na discussão sobre RSL e educação matemática inclusiva, a saber: i) Doutorando e Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Ifes e primeiro autor desse artigo; ii) Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática pelo Ifes e Mestre em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes); iii) Doutor e Mestre em Educação pela Ufes e segundo autor desse artigo.

Ao final da avaliação pelos pares, com leitura dos trabalhos por completo, dos 17 trabalhos apenas 8 atenderam os critérios estabelecidos no protocolo (Média aritmética (Ma) ≥ 4 e Desvio padrão (Dp) ≤ 1). No Quadro 4 são apresentados os trabalhos elencados e seus respectivos valores dos critérios técnicos de elegibilidade.

Quadro 4: Trabalhos elencados e critérios técnicos de elegibilidade

Base de Dados	Ano/ Tipo	Autor(es)	Título	Periódico/ Instituição	Fatores de Impacto	Ma	Dp
Periódicos CAPES	2019 Artigo	Simone Venturelli Antunes da Silva, Denise Pereira de Alcantara Ferraz	A visão do professor sobre jogos digitais no Ensino da Matemática para alunos com deficiência intelectual: Estado da arte	Educação Matemática Pesquisa	H-5 = 10 *Qualis* A2	4,13	0,88
T&D	2017 Dissertação	Mara Cristina Vieira de Moraes	Educação matemática e deficiência intelectual, para inclusão escolar além da deficiência: uma metanálise das dissertações e teses 1995 a 2015.	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás (PPECM/UFG)	-	4,40	0,88
BDTD	2019 Dissertação	Lidiane Maciel Pereira	Déficit/deficiência intelectual e suas relações com a educação matemática: uma análise de pesquisas acadêmicas	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas (PPGEMAT – UFPel)	-	4,20	0,83

Periódicos CAPES	2018 Artigo	Emily C. Bouck, Jiyoon Park	A Systematic Review of the Literature on Mathematics Manipulatives to Support Students with Disabilities	Education and Treatment of Children	CiteScore 1,30	4,27	1,00
ERIC	2019 Tese	Jiyoon Park	Supporting maintenance in mathematics using the Virtual-Representational-Abstract instructional sequence intervention Package	Michigan State University - Special Education - Doctoral of Philosophy	-	4,07	0,68
Web of Science	2020 Artigo	Jiyoon Park, Emily C. Bouck, Cynde K. Josol	Maintenance in Mathematics for Individuals with Intellectual Disability: A Systematic Review of Literature	Research in Developmental Disabilities	JCR = 1,84 CiteScore 4,00	4,73	0,44
Scopus	2020 Artigo	John C. Wright, Victoria F. Knight, Erin E. Barton	A review of video modeling to teach STEM to students with autism and intellectual disability	Research in Autism Spectrum Disorders	JCR = 1,69 CiteScore 3,10	4,07	1,00
Science Direct	2018 Artigo	Paulo Tan, Rachel Lambert, Alexis Padilla, Rob Wieman	A disability studies in mathematics education review of intellectual disabilities: Directions for future inquiry and practice	Journal Of Mathematical Behavior	H-5 = 2; CiteScore 1,90 *Qualis* A1	4,00	0,52

Fonte: Os autores, 2021.

Ao analisar esses trabalhos notamos que as datas de suas publicações são recentes em relação a história da educação matemática inclusiva. Apesar do recorte temporal não delimitar uma data inicial, observamos que há uma concentração nos últimos 5 anos com base na representatividade dessas produções acadêmicas. Das 8 pesquisas, 3 foram produções de nacionalidade brasileira e 5 de produção internacional.

Quanto a tipologia dos trabalhos localizados, tivemos 5 artigos, 2 dissertações e uma tese, mapeados em diferentes bases. Destacamos 8 trabalhos mapeados em 7 bases de dados diferentes, ressaltando a abrangência desse estudo e a diversidade de busca nessas importantes fontes de busca, sobretudo as relacionadas as pesquisas brasileiras.

Notamos a representatividade das autoras estadunidense Jiyoon Park e Emily C. Bouck com a publicação de 3 dos 8 trabalhos mapeados (BOUCK; PARK, 2018; PARK, 2019; PARK; BOUCK; JOSOL, 2020). Observamos que as autoras têm se debruçado sobre o uso da revisão sistemática de literatura articulada com o ensino de matemática. Mais precisamente apontam resultados utilizando materiais manipuláveis, sequências de intervenções e discutem os processos de representações da matemática entre o concreto e o abstrato.

Em relação a titulação, as pesquisas atenderam aos três eixos propostos no Quadro 2 contemplando a relação entre educação matemática, deficiência intelectual e a metodologia de pesquisa associada na revisão bibliográfica proposta.

Quanto aos objetivos dos trabalhos, foram traçados três pontos de contato entre as pesquisas: a utilização de recursos didáticos no processo de ensino de matemática como a utilização de jogos digitais e materiais manipuláveis (SILVA; FERRAZ, 2019; BOUCK; PARK, 2018); o delineamento de processos metodológicos para o ensino de matemática como a sequência de intervenções (PARK; BOUCK; JOSOL, 2020), o STEM (*Science, Technology, Engineering and Math*) (WRIGHT; KNIGHTB; BARTON, 2019), o CRA (*Concrete-Representational-Abstract*) (BOUCK; PARK, 2018) e o VRA (*Virtual-Representational-Abstract*) (PARK, 2019); e por fim, a investigação no campo da representação política, social e cultural que aponta discussões para os processos inclusivos e o respeito às diferenças (MORAES, 2017; PEREIRA 2019; TAN, 2018).

No campo dos aspectos metodológicos utilizados pelas pesquisas, notamos predomínio da revisão sistemática de literatura (RSL). No entanto também foram mapeados trabalhos utilizando o estado do conhecimento, o estado da arte e a metanálise. Esses pressupostos foram articulados com referenciais teóricos voltados para o campo da educação matemática e da deficiência intelectual propondo discussões dos resultados encontrados nas pesquisas mapeadas.

Em relação aos resultados, retomamos aos três pontos de contato entre os objetivos das pesquisas e propomos um diálogo com as análises apontadas pelas investigações em relação ao ensino de matemática para pessoas com deficiência intelectual. Destacamos as seguintes frentes: o refinamento de recursos diversificados e materiais instrucionais; o aprimoramento dos processos metodológicos; e as discussões socioculturais sobre inclusão e valorização da diversidade.

O primeiro ponto de contato discute a importância da diversificação dos materiais instrucionais nos processos de ensino e aprendizagem de matemática de alunos com deficiência intelectual. Ressaltam a relevância de oferecer diferentes possibilidades de acesso ao conhecimento matemático por meio de recursos que possam atender as especificidades do indivíduo e as interações construídas no espaço educacional (VIGOTSKI, 1997).

Em diálogo com essa perspectiva são apresentadas discussões sobre os processos metodológicos envolvidos na utilização de recursos e materiais instrucionais (PARK, 2019). As pesquisas apontam discussões sobre a construção do conhecimento matemático e a transição das representações entre o concreto e o abstrato. Ressaltam a necessidade de ampliar esse campo de investigação a fim de consolidar metodologias que apresentem outras possibilidades pedagógicas para o ensino de matemática.

E por fim, não menos importante, são provocadas discussões sobre os processos inclusivos e a valorização das diferenças no ensino de matemática (SKOVSMOSE, 2019). São apontadas demandas para ampliar esse campo de investigação trazendo discussões socioculturais (VIGOTSKI, 1997), para possibilidade de práticas equitativas que abarquem uma agenda global para a educação matemática inclusiva (HEALY; POWELL, 2013; SCHERER et al. 2017), principalmente as voltadas às pessoas com deficiência intelectual.

Considerações Finais

As pesquisas envolvendo aprendizagens de conceitos matemáticos de alunos com deficiência intelectual tem avançado e tem contribuído com o campo da educação matemática inclusiva. Mesmo que de modo tímido, as investigações têm ponderado a importância de se debruçar sobre a temática e consolidar resultados no campo educacional. Ao propor uma pesquisa a fim de traçar um perfil sobre os avanços nesse campo de estudo, podemos entender o delineamento e os aspectos a serem aprimorados, aprofundados e revisitados para pensarmos em outras possibilidades.

Essa revisão sistemática de literatura apontou para resultados que contribuem para entender lacunas, pontos de culminância e proposição de problemas que ainda precisam ser investigados frente ao cenário educacional. Destacamos a relevância dessa metodologia por sistematizar por um processo estruturado e organizado a fim de garantir representatividade e resultados significativos voltados para os processos de ensino de matemática para pessoas com deficiência intelectual.

Em paralelo ao cenário brasileiro são destacados resultados semelhantes em pesquisas internacionais. Ao considerarmos uma abrangência significativa e relevante, temos o desafio de ampliar o campo de busca sobre a temática. Os resultados dessa pesquisa apontam para possibilidades de envolvimento de outras bases de dados e para a utilização de palavras-chave em diferentes línguas para ampliar as *strings* de busca.

Dessa forma, e educação matemática ainda necessita articular a utilização de recursos didáticos, junto aos processos metodológicos, numa perspectiva inclusiva. Torna-se necessário aprofundar as pesquisas envolvendo alunos com deficiência intelectual, promovendo práticas equitativas voltadas a educação matemática, por meio da valorização e do respeito a diferença.

Referências

AAIDD – American Association on Intellectual and Developmental Disabilities. **Definition of intellectual disability**. Disponível em: https://www.aaidd.org/intellectual-disability/definition. Acesso em: 25 jul. 2021.

BOUCK, E. C.; PARK, J. A Systematic Review of the Literature on Mathematics Manipulatives to Support Students with Disabilities. **Education and Treatment of Children**. n. 41, p.65-106, fev. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Censo escolar da educação básica 2019**: resumo técnico / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. – Brasília: O Instituto, 2020.

BRASIL. Lei nº. 13146/15. **Lei brasileira de inclusão da pessoa com deficiência - estatuto da pessoa com deficiência.** Brasília: SEF, 2015.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, D. A Investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, 8 (11), 2013, p.61-82. Disponível em: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14711>. Acesso em: 15 abr. 2021.

HEALY, L.; POWELLL, A. Understanding and overcoming "disadvantage" in learning mathematics. In: M.A. (Ken) Clements et al. (Eds.), **Third International Handbook of Mathematics Education**, p.69-100, 2013.

MANSUR, D. R.; ALTOÉ, R. O. Ferramenta tecnológica para realização de revisão de literatura em pesquisas científicas: importação e tratamento de dados. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**. Vitória, v. 10, n. 1, 2021.

MENDES, L. O. R.; PEREIRA, A. L. **Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática:** análise do processo e proposição de etapas. Educação Matemática Pesquisa. V.22, n.3, p.196 – 228. São Paulo, 2020.

MORAES, M. C. V. de. **Educação matemática e deficiência intelectual, para inclusão escolar além da deficiência: uma metanálise das dissertações e teses 1995 a 2015**. 2017, 239 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás – UFG. Goiânia, 2017.

MORAIS, T. M. R. M.; FERNANDES, S. H. A. A. Breve histórico da origem do grupo de trabalho diferença, inclusão e educação matemática (GT13), seus proponentes e principais produções. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VII, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais eletrônicos.** Foz do Iguaçu: SBEMPR Portal de Eventos, 2018.

PARK, J.; BOUCK, E. C.; JOSOL, C. K. Maintenance in Mathematics for Individuals with Intellectual Disability: A Systematic Review of Literature. **Research in Developmental Disabilities**. n. 105, p.1-11, ago. 2020.

PARK, J. **Supporting maintenance in mathematics using the Virtual-Representational-Abstract instructional sequence intervention package**. 2019. 125 f. Tese (Special Education - Doctoral of Philosophy) Michigan State University. East Lansing, 2019.

PEREIRA, L. M. **Déficit/Deficiência Intelectual e suas relações com a Educação Matemática: uma análise de pesquisas acadêmicas**. 2019. 76 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Pelotas - UFPel, Pelotas, 2019.

PETTICREW, M.; ROBERTS, H. **Systematic Reviews in the Social Sciences:** A Practical Guide. USA: Blackwell Publishing Ltd, 2006.

SCHERER, P.; BESWICK, K.; DEBLOIS, L.; HEALY, L.; OPITZ, E. M. Assistance of students with mathematical learning difficulties – how can research support practice? – A summary. In: International Congress on Mathematical Education, 13, 2017, Hamburg. Proceedings of International Congress on Mathematical Education Hamburg: **ICME**, 2017, p.249-259.

SILVA, S. V. A. da; FERRAZ, D. P. de A. A visão do professor sobre jogos digitais no Ensino da Matemática para alunos com deficiência intelectual: Estado da arte. **Educação Matemática em Pesquisa**. n. 21, p.180-196, abr. 2019.

SKOVSMOSE, O. Inclusões, encontros e cenários. **Educação Matemática em Revista**. n. 64, p.16-32, dez. 2019.

TAN, P.; LAMBERT, R.; PADILLA, A.; WIEMAN, R. A disability studies in mathematics education review of intelectual disabilities: Directions for future inquiry and practice. **Journal of Mathematical Behavior**. p.1-13, out. 2018.

UNESCO, Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. **Educação inclusiva:** o caminho do futuro**.** In: Conferência Internacional sobre Educação. 28ª Sessão, Genebra. UNESCO: Paris, 2009.

VIGOTSKI, L. S. Fundamentos de defectologia. In: **Obras completas.** Tomo V. Trad. de Maria del Carmen Ponce Fernandez. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1997. p.74-87.

WRIGHT, J. C.; KNIGHTB, V. F.; BARTON, E. E. A review of video modeling to teach STEM to students with autism and intellectual disability. **Research in Autism Spectrum Disorders**. n. 70, p.1-12, nov. 2019.

GT 14 - Didática da Matemática

Análise da abordagem do conceito de área de paralelogramos em um livro didático de 8º ano do Ensino Fundamental

Analysis of the approach of the parallelogram's areas in textbook from Grade 8 of Elementary School

Jailson Cavalcante de Araújo
Universidade Federal de Pernambuco
jailson.cavalcante@ufpe.br

Lúcia de Fátima Durão Ferreira
Universidade Federal de Pernambuco
email.luciadurao@gmail.com

Resumo
Este trabalho, parte de uma pesquisa de doutorado em andamento, tem por objetivo analisar a abordagem do conceito de área de paralelogramos em um livro do 8º ano do ensino fundamental, bem como as situações propostas e as representações simbólicas utilizadas. Como aporte teórico-metodológico, considera-se o conceito de área enquanto grandeza autônoma (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, BELLEMAIN; LIMA); a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD), a engenharia didática (ARTIGUE), e a classificação de situações (BALTAR), (FERREIRA). A metodologia se baseia num recorte da primeira etapa de uma engenharia didática (análises preliminares), notadamente, a análise de um livro didático do 8º ano do ensino fundamental. Os resultados sinalizam a predominância de situações de medição, voltadas ao aspecto numérico e à aplicação direta de fórmulas de áreas, que privilegiam representações simbólicas de figuras prototípicas. Com menor frequência, foram percebidos a coerência da álgebra das grandezas, o uso da malha quadriculada, a decomposição de figuras, e pouco investimento de conhecimentos geométricos, o que reforça a importância da construção de uma sequência didática sobre o conceito de área de paralelogramos, que contemple aspectos da geometria e das grandezas e medidas.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais; Engenharia didática; Grandezas e medidas; Livro didático.

Abstract
This study, which is part of an ongoing PhD research project, has the goal to analyze the approach of parallelogram's areas in a textbook from Grade 8 of Elementary School, as well as the proposed situations and symbolic representations used. As a theoretical and methodological foundation, the concepts of area as na autonomous greatness (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, BELLEMAIN; LIMA); conceptual fields theory (VERGNAUD), didactics engineering (ARTIGUE), and the classification of situations (BALTAR), (FERREIRA) will be used. The methodology is based on a piece of the first step of a didactics engineering (preliminar analysis), more specifically the analysis of a textbook from Grade 8 of Elementary School. The results indicate the prevalence of situations of measurement, mostly focusing on the numerical aspects and direct application of area formulas, which privilegie the symbolic representation of prototypical figures. Used less frequently, were greatness algebra, square grid, figure decomposition, and investments to geometrical concepts, which reinforces the importance of the constrution of a didactic sequence about the concept of area in parallelograms that contemplates different aspects of geometry, greatness and mesures.

Keywords: Conceptual Fields Theory; Didactics Engineering; Greatness and Measures; Textbooks.

Introdução

Este trabalho é parte de uma pesquisa de doutorado em andamento, a qual tem por objetivo analisar as contribuições de uma sequência didática apoiada em situações da geometria e das grandezas e medidas na aprendizagem dos estudantes do ensino fundamental sobre a área de paralelogramos. Mais especificamente, o recorte aqui tratado faz parte das análises preliminares de uma engenharia didática em construção para o referido estudo.

Diversas pesquisas no campo das grandezas e medidas, a exemplo da de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996) e Araújo (2018), sinalizam a ênfase em aspectos numéricos no ensino da grandeza área, a confusão entre área e perímetro e a extensão das fórmulas de áreas para casos em que não são válidas.

A abordagem da área como grandeza autônoma a partir do ponto de vista adotado por Douady e Perrin-Glorian (1989) considera necessário diferenciar um objeto geométrico da sua grandeza e também diferenciar a grandeza do número que sua medida representa numa determinada unidade.

Como sinaliza a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), na unidade temática grandezas e medidas, o conceito de área deve ser introduzido desde os anos iniciais do ensino fundamental. No 7º ano, devem ser apresentadas expressões para o cálculo de área de triângulos e quadriláteros, e estudadas a resolução e elaboração de problemas que utilizem a decomposição como procedimento. Já no 8º ano ocorre sua sistematização, como indica a habilidade EF08MA19: “Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos”. (BRASIL, 2018, p. 315).

O livro didático (LD) é um instrumento importante nas escolas das redes públicas de ensino brasileiro por ser um dos principais recursos disponíveis aos professores e estudantes e, por meio do Programa Nacional de Livro e do Material Didático (PNLD), contemplar todos os objetos de conhecimento e habilidades presentes na BNCC.

Destarte, julgamos pertinente analisar a abordagem realizada para o conceito de área de paralelogramos, em particular, as situações propostas e as representações simbólicas utilizadas em um livro do 8º ano do ensino fundamental (EF). Cabe ressaltar que consideramos como paralelogramos: o quadrado, o retângulo não quadrado, o losango não quadrado e o paralelogramo não retângulo e não losango.

Área como grandeza autônoma

Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1989) consideram que a aprendizagem matemática está associada à capacidade de resolver problemas em diferentes quadros: numérico, geométrico e das grandezas. Para elas, um quadro "é constituído por objetos de um ramo matemática, de suas formulações eventualmente diversas, das relações entre esses objetos, e das imagens mentais que o sujeito associa a um momento dado aos objetos e suas relações." (p. 389).

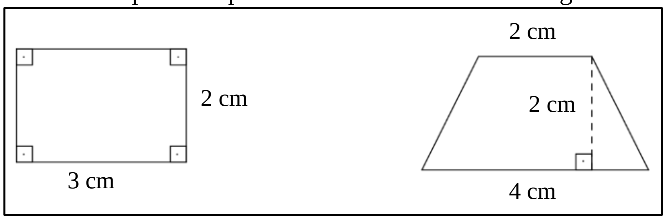
Elas também relatam que os estudantes mobilizam duas concepções (geométrica ou numérica) ao lidar com o conceito de área: na primeira delas, eles entendem que ao mudar a figura sua área também se altera; na segunda, os estudantes consideram apenas os aspectos pertinentes para o cálculo, levando-os a fazer extensões incorretas de fórmulas, omissão e/ou utilização inadequada das unidades de medida.

A proposta apresentada por Douady e Perrin-Glorian (1989) busca superar essas concepções, exigindo a diferenciação nítida dos conceitos de área e superfície e de área e número por meio da distinção e articulação entre os quadros a seguir:

- Quadro Geométrico: constituído por superfícies planas. Exemplos: as figuras planas, triângulos, quadriláteros, dentre outros.
- Quadro Numérico: consistindo nas medidas da área das superfícies, que pertencem ao conjunto dos números reais não negativos. Exemplos: 2; 4; 7,5; dentre outros.
- Quadro das grandezas: contexto próprio da noção de área, que integra os dois primeiros e é caracterizado formalmente como classes de equivalência de superfícies de mesma área. Exemplos: expressões compostas de um número e de uma unidade de medida como $2m^2$, dentre outros. (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 28-29).

Vejamos um exemplo para ajudar na compreensão:

Figura 1: Exemplo de superfícies diferentes com áreas iguais



Fonte: Araújo, Silva e Bellemain (2020, p. 802)

Podemos observar um retângulo e um trapézio que possuem a mesma área (6 cm^2). Segundo estes autores:

> A medida de área, isto é, o número (6) mudaria se quiséssemos expressar a área em metros quadrados – 0,0006 m^2 – ou qualquer outra unidade de área, mas a área das figuras permaneceria invariante. Ou seja, poderíamos ter diferentes pares (nº, unidade de medida), porém equivalentes, que designariam a mesma área. (ARAÚJO; SILVA; BELLEMAIN, 2020, p. 802).

Como vimos, o fato de figuras diferentes poderem ter mesma área, a torna autônoma em relação à superfície. Da mesma maneira, ela não é o número (medida), pois a adoção de diferentes unidades conduz à variação dos números, mas a área permanece invariante.

Alguns elementos da Teoria dos Campos Conceituais (TCC)

A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) e seus colaboradores busca discutir o comportamento cognitivo do sujeito ao lidar com situações de aprendizagem e, por meio dela, é possível analisar o desenvolvimento e o sentido atribuído aos conceitos.

Vergnaud (1990) considera o conceito *(C)* como sendo mais que uma simples definição, ou seja, é um tripé indissociável: *C = (S, IO, R)*, no qual *(S)* é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito, que o tornam significativo; (*IO)* o conjunto dos Invariantes Operatórios, os quais justificam a operacionalidade dos esquemas e constituem o seu significado; e *(R)* o conjunto das representações simbólicas constituintes do seu significante. Neste artigo, focaremos apenas em dois elementos desse tripé – as situações e as representações simbólicas – mas destacamos que os três são igualmente importantes e devem ser considerados na construção de um conceito.

O conceito de área, como sinalizado pela BNCC, deve ser estudado desde os anos iniciais do EF e, no 8º ano, diversos outros conceitos são necessários para compor as situações que englobam o conceito de área de paralelogramos, a exemplo de área, comprimento, quadrilátero, paralelogramo, base, altura, diagonal, fórmulas de áreas de figuras planas, números inteiros não negativos e racionais não negativos, entre outros.

A importância da construção de uma classificação de situações é considerada por Vergnaud (1990) como um trabalho científico necessário para que tenhamos o mapeamento da variedade de situações de um campo conceitual. Neste sentido, Baltar (1996) propôs uma classe de situações que dão sentido ao conceito de área: comparação, medição e produção, ampliada por Ferreira (2018) com a classe de situações de conversão de unidade[1].

Nas situações de comparação (comparar áreas), precisamos decidir se as figuras pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência – ter mesma área, nas quais o uso de

[1] De acordo com Ferreira (2018), estudos e discussões realizados no grupo de pesquisas Pró-grandezas da UFPE conduziram à substituição de alguns termos nas classes de situações como a adoção da situação de medição (MORAIS, 2013) em substituição à situação de medida (BALTAR, 1996), assim como a situação de conversão de unidades (FERREIRA, 2018) em substituição à situação de mudança de unidade (FERREIRA, 2010).

procedimentos numéricos não é prioritário. Nas situações de medição (calcular áreas), geralmente há ênfase em aspectos numéricos e espera-se como resultado um número acompanhado de uma unidade de medida. Já as de produção (produzir superfícies com área maior, menor ou igual à de uma figura dada ou a partir de uma área dada), é diferente das anteriores por admitir várias respostas corretas que, geralmente, são superfícies (objeto geométrico). As outras situações aparecem indiretamente em tarefas desse tipo.

As situações de conversão de unidade

> [...] têm como procedimento caracterizar que uma mesma grandeza pode ser representada com unidades de medidas diferentes. Essas situações devem privilegiar a articulação entre o quadro dos objetos geométricos, o quadro das grandezas e o quadro numérico para que a compreensão do par ordenado (número, unidade de medida) não seja apenas uma transformação operatória com o uso de um sistema de unidades (FERREIRA, 2018, p. 65).

Em relação às representações simbólicas, Vergnaud aponta que elas têm a função de representar simbolicamente os conceitos, suas propriedades, os procedimentos, as situações etc. Como exemplos, podemos citar uma figura, as posições em que são representadas, uma fórmula, algum cálculo realizado pelo indivíduo, entre outros. Ele afirma que "as representações simbólicas têm justamente a vantagem de dar uma ajuda à resolução de um problema quando os dados são numerosos e a resposta à questão colocada exige várias etapas". (VERGNAUD, 1996, p. 184).

As representações utilizadas ao lidar com as situações sobre área de paralelogramos permitem identificar os objetos matemáticos utilizados e considerados pertinentes para a atribuição de sentido a determinado conceito. Uma parte importante dos erros dos estudantes em tais tarefas vem da leitura que fazem sobre o objeto gráfico, a representação por um desenho/imagem, e sua associação a um objeto geométrico, elemento abstrato.

Por sua vez, as representações mais usais das figuras geométricas presentes nos livros didáticos e/ou utilizadas pelo professor são aquelas na posição padrão, ditas figuras prototípicas. Um paralelogramo não retângulo e não losango, com o lado de maior comprimento na posição horizontal, a altura traçada interna à figura e sua inclinação para a direita o caracteriza na posição prototípica.

Aspectos metodológicos

Como este artigo é um recorte de um trabalho mais amplo que utiliza a engenharia didática (ARTIGUE, 1996) como metodologia de pesquisa, aqui trazemos apenas uma parte de nossas análises prévias, mais especificamente, da vertente didática voltada à análise de um livro didático do 8º ano do EF, pertencente à coleção de matemática adotada nas escolas municipais do município de Ferreiros/PE, campo de pesquisa do estudo mais amplo, e aprovado no PNLD 2020 para ser utilizado durante os anos letivos de 2020 a 2023.

O capítulo 8 – Área, volume e capacidade foi o foco de nossas análises por abordar o conceito de área de paralelogramos como objeto de estudo pelo autor. Como procedimentos seguidos, inicialmente analisamos as suas tarefas, tanto na abordagem do conteúdo quanto na parte de atividades, classificando-as a partir da classe de situações proposta por Baltar (1996) e ampliada por Ferreira (2018) (comparação, medição, produção e conversão de unidades). Além das situações, o outro elemento do tripé de um conceito para TCC considerado foi o das representações simbólicas das figuras, presentes ou não nas tarefas e, em caso afirmativo, verificamos se privilegia ou não a posição prototípica. Também foram observados o favorecimento ou bloqueio de procedimentos que contribuem para construção do conceito de área como grandeza autônoma e questões relativas à álgebra das grandezas, ou seja, à realização de operações envolvendo os números e as unidades de medida, cujos resultados estão associados aos seus respectivos pares (nº, unidade de medida).

Análise e discussão dos resultados

O livro didático analisado foi Matemática: compreensão e prática, do autor Ênio Silveira, 8º ano do ensino fundamental, da editora Moderna, 5ª edição, ano de publicação 2018, aprovado no PNLD 2020, para ser utilizado durante os anos letivos de 2020 a 2023.

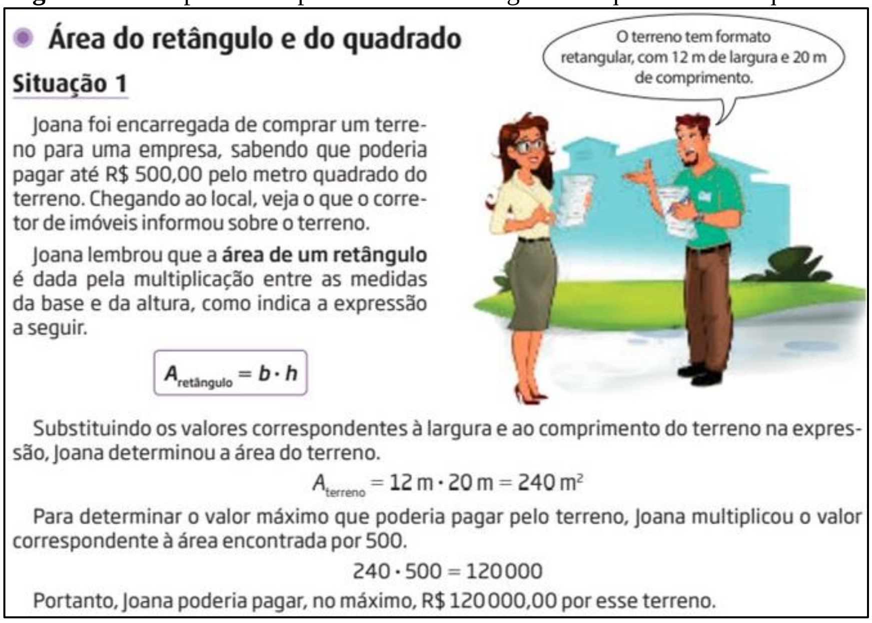
O manual do professor é apresentado na versão impressa e digital, com uma proposta ancorada na BNCC. O autor divide o LD em quatro unidades formadas por dois ou mais capítulos. A abertura dos capítulos é feita a partir das seções "É hora de observar e refletir" e "Trocando ideias", as quais buscam, respectivamente, promover a observação e reflexão por meio de uma situação, e o diálogo entre os estudantes para mobilização de conhecimentos. Em seguida, os conteúdos são organizados por tópicos com definições, propriedades e exemplos, seguidos da seção "Atividades". Ao final de cada capítulo tem-se a seção "Trabalhando com conhecimentos adquiridos", com o objetivo de retomar os principais pontos tratados e aprofundá-los com questões de diferentes níveis.

O livro analisado contempla 12 capítulos e o conceito de área se apresenta na III unidade, no capítulo 8 – Área, volume e capacidade. Dentre as 15 páginas do capítulo, quatro são destinadas ao tópico 1: Área de figuras planas, com a exposição de conteúdo e a seção “Atividades”; e duas páginas à seção “Trabalhando os conhecimentos adquiridos”. Desta maneira, analisamos, nas seis páginas, apenas as situações presentes no tópico e na última seção que estão associadas à área de paralelogramos (quadrados, retângulos não quadrados, losangos não quadrados e paralelogramos não retângulos e não losangos). Nossa análise está dividida entre a parte da apresentação do conteúdo no livro e a das atividades propostas.

O tópico 1 - Área de figuras planas inicia com a afirmação que o cálculo de área de alguns quadriláteros já foi estudado em anos anteriores e será agora relembrado. Na sequência, são apresentados exemplos que, assim como as atividades propostas, serão analisados a partir das situações que dão sentido ao conceito de área: comparação, medição, produção e conversão de unidade (FERREIRA, 2018), e as representações simbólicas das figuras, caso presentes, se prototípicas ou não.

O exemplo introdutório tem como contexto uma compra imobiliária. Para saber o valor máximo a ser pago por um terreno é necessário calcular a sua área. A fórmula de área de um retângulo não quadrado é apresentada assim que finaliza o contexto da questão e a substituição dos respectivos valores é realizada, como podemos observar na figura a seguir:

Figura 2: Exemplo inicial para a área do retângulo não quadrado e do quadrado



Área do retângulo e do quadrado

Situação 1

Joana foi encarregada de comprar um terreno para uma empresa, sabendo que poderia pagar até R$ 500,00 pelo metro quadrado do terreno. Chegando ao local, veja o que o corretor de imóveis informou sobre o terreno.

Joana lembrou que a **área de um retângulo** é dada pela multiplicação entre as medidas da base e da altura, como indica a expressão a seguir.

$$A_{retângulo} = b \cdot h$$

Substituindo os valores correspondentes à largura e ao comprimento do terreno na expressão, Joana determinou a área do terreno.

$$A_{terreno} = 12\text{ m} \cdot 20\text{ m} = 240\text{ m}^2$$

Para determinar o valor máximo que poderia pagar pelo terreno, Joana multiplicou o valor correspondente à área encontrada por 500.

$$240 \cdot 500 = 120000$$

Portanto, Joana poderia pagar, no máximo, R$ 120000,00 por esse terreno.

Fonte: Silveira (2018, p. 158)

Percebemos que se trata de uma situação de medição de área que não contempla a representação simbólica da figura, apesar de trazer algumas ilustrações. Destacamos a aplicação correta da álgebra das grandezas no cálculo da área, ou seja, na operação envolvendo os comprimentos do terreno, manipula simultaneamente números e unidades de medida para manter a coerência e não chegar a resultados como 12x20 = 240 m^2, em que números são igualados a grandezas erroneamente. Porém, essa coerência não é mantida, pelo menos explicitamente, para o cálculo do valor máximo que poderia ser pago pelo terreno, e a relação de proporcionalidade entre as duas grandezas permanece implícita. Mesmo assim, a ênfase precoce em situações de medição não contribui para a construção do conceito de área como uma grandeza autônoma, conforme proposta de Douady e Perrin-Glorian (1989).

Para chegar à área do quadrado, Silveira (2018) continua no mesmo contexto do exemplo anterior, só que agora o terreno "tem formato quadrado, com 9 m de comprimento" (p. 158).

Figura 3: Fórmula de área do quadrado

Joana sabia que um quadrado é um caso particular de retângulo; logo, a **área de um quadrado** de lado *a* pode ser dada pela seguinte expressão:

$$\boxed{A_{\text{quadrado}} = a \cdot a = a^2}$$

Fonte: Silveira (2018, p. 158).

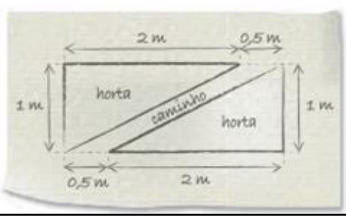
Destacamos o fato de considerar a relação existente entre os dois paralelogramos - retângulo não quadrado e quadrado -, porém sem mais justificativas sobre essa particularidade com elementos do campo da geometria. Mais uma vez, mantém coerência em relação à álgebra das grandezas e o exemplo não traz a representação simbólica da figura.

Quanto à área do paralelogramo não retângulo e não losango, o autor supracitado mantém o mesmo padrão, ou seja, um exemplo seguido pela apresentação da fórmula e substituição dos valores, como podemos ver logo abaixo.

Figura 4: Exemplo introdutório para as áreas do triângulo e do paralelogramo não retângulo e não losango

O esquema ao lado indica as medidas da horta que Vitória irá construir. Entre as regiões triangulares há um espaço com a forma de um paralelogramo, em que ela colocará placas de granito, compondo um caminho.

Para comprar o material necessário, Vitória precisa calcular as respectivas áreas destinadas à horta e ao caminho.



Fonte: Silveira (2018, p. 159).

Após apresentar como calcular a área destinada à horta por meio da fórmula de área do triângulo, o autor apresenta o procedimento para o cálculo da área destinada ao caminho.

Figura 5: Uso da fórmula no cálculo da área do paralelogramo não retângulo e não losango

O caminho tem a forma de um paralelogramo cuja base mede 0,5 m e a altura, 1 m. A **área de um paralelogramo** é dada pela multiplicação entre as medidas da base e da altura:

$$\boxed{A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h}$$

Logo, a área desse espaço com a forma de um paralelogramo é de:

$$A = 0{,}5\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} = 0{,}5\ \text{m}^2$$

Fonte: Silveira (2018, p. 159).

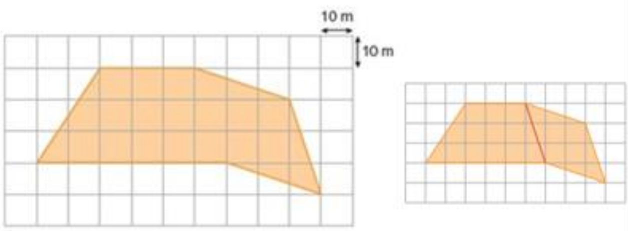
Notamos mais um exemplo que se enquadra como uma situação de medição, dessa vez, com presença da representação simbólica da figura. Embora um dos triângulos se encontre na posição prototípica, o paralelogramo se diferencia da posição padrão, apesar de inclinado para a direita, o lado de maior comprimento não se encontra na posição horizontal e sua altura não está traçada, o que o caracteriza como uma figura não prototípica.

Esta questão também apresenta operações no conjunto dos números racionais não negativos sem comentários sobre a validação da fórmula no manual do professor. Outro ponto a ser destacado é que em nenhum momento é realizada uma discussão referente ao fato de a altura do triângulo coincidir com a do paralelogramo.

O estilo de apresentação do conteúdo segue o mesmo para a área do losango não quadrado, mas agora com a representação simbólica de uma figura poligonal sobre a malha quadriculada para exploração do cálculo da área do trapézio e do losango não quadrado. Cabe ressaltar que essa é a primeira vez que esse recurso aparece no capítulo, apesar da sua relevância para construção do conceito de área como grandeza, principalmente por favorecer a utilização de procedimentos não necessariamente numéricos.

Figura 6: Exemplo para o cálculo da área do trapézio e do losango não quadrado a partir da decomposição da figura

Juliano precisa calcular a área aproximada de um terreno com a forma de um hexágono, como mostra a planta a seguir.



Cada lado do quadrado maior da malha mede 1 cm, que corresponde a 10 m na realidade.

Fonte: Silveira (2018, p. 159 - 160, adaptado)[2].

---

[2] Optamos por colocar ao lado da figura algumas informações e/ou outras figuras que estavam depois delas no LD, para melhor organização textual. Nelas, aparecerá a palavra "adaptado" na fonte.

Após a apresentação da questão, a decomposição da figura é realizada em um trapézio e um losango não quadrado, conforme trazemos à direita, seguida das respectivas fórmulas e substituição dos valores para determinação das áreas. No caso do losango não quadrado, o texto afirma que os comprimentos das diagonais foram obtidos com o auxílio de uma régua, em centímetros, transformados para metros conforme a escala e, só então, os valores foram substituídos na fórmula. O procedimento utilizado pelo autor para transformar a figura poligonal dada em quadriláteros, sobre os quais o estudante já consegue lidar, é considerado positivo e contribui para a construção do conceito de área como uma grandeza autônoma. A decomposição das figuras evidencia as representações simbólicas de um trapézio em posição prototípica e de um losango não prototípico, tendo em vista que nenhum dos seus lados está apoiado sobre a malha quadriculada.

Observamos no tópico 1. Área de figuras planas no capítulo 8 do LD analisado que todo o conteúdo é apresentado por meio de situações de medição, uma para cada figura plana considerada, associadas à representação simbólica das fórmulas de área e sua aplicação se dá, em geral, no conjunto dos números inteiros não negativos. Apenas duas das situações recorrem às representações simbólicas das figuras, com os paralelogramos em posições não prototípicas.

Passamos a analisar, agora, as atividades propostas no LD nas seções "Atividades" e "Trabalhando os conhecimentos adquiridos". A tabela a seguir sintetiza os tipos de situações e seus respectivos quantitativos.

Tabela 1: Quantitativo por tipo de situação encontrado no capítulo analisado

Tipos de Situações		**Quantitativo**
Comparação	Comparar áreas	1
	Comparar efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área	1
Medição	Calcular áreas	11
	Determinar o valor de uma grandeza com dados relativos à área	2
Produção		1
Conversão de unidades		0

Fonte: elaborada pelos autores

Diante das atividades analisadas, observamos que a concentração está em situações de medição (81,25%) associadas ao cálculo de áreas de retângulos não quadrados e à aplicação da fórmula. As situações de comparação e de produção, bastante reduzidas, também privilegiam o quadro numérico e as unidades de medidas convencionais. Tal fato é corroborado por outras pesquisas em LD sobre área (SILVA, 2011, FERREIRA, 2018).

Analisemos uma situação de medição em que é preciso mobilizar conhecimentos geométricos e das grandezas e medidas para calcular adequadamente a área:

Figura 7: Situação de medição que demanda a inclusão de classes de paralelogramos para o cálculo da área

2 Um quadrado tem diagonal medindo 5 cm. Qual é a área desse quadrado? Explique como você pensou para responder a essa questão.

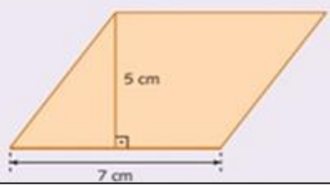
Fonte: Silveira (2018, p. 160).

Como podemos observar, nesta situação não há presença da figura. Segundo afirmação do manual do professor, “Espera-se que os alunos percebam que um quadrado também é um losango. Logo, sua área pode ser determinada pelo produto das medidas de suas diagonais dividido por 2” (ibid., p. 160), em outras palavras, o autor espera que o aluno considere a inclusão de classes entre os paralelogramos. Alertamos para a ênfase na medida (número) nesta fala do autor, pois deveria considerar a grandeza comprimento (número, unidade de medida) para as diagonais. Destacamos ainda que, nessa questão, apenas a representação linguística da diagonal pode levar o estudante a confundir com o lado do quadrado, pois para o cálculo da área em um quadrado, ele precisa apenas de uma dimensão, o comprimento do lado. Situações assim reforçam a necessidade de considerar a representação simbólica da figura como parte da compreensão sobre área, e a relação entre a geometria e as grandezas e medidas ao lidar com as grandezas geométricas, mais especificamente, com a compreensão dos conceitos de quadrado, losango, diagonal e área, que ampliam as possibilidades de enfrentamento da situação. Tal aspecto também foi defendido por Araújo (2018).

O exemplo a seguir apresenta duas situações, uma de medição e outra de comparação, que destacam alterações no aspecto numérico e geométrico da figura, mas conservam a área a partir da relação de classe de equivalência.

Figura 8: Situação de medição e de comparação com transformações nos aspectos numéricos e geométricos da figura em posição prototípica

3 Determine a área do paralelogramo e, depois, responda à questão a seguir.



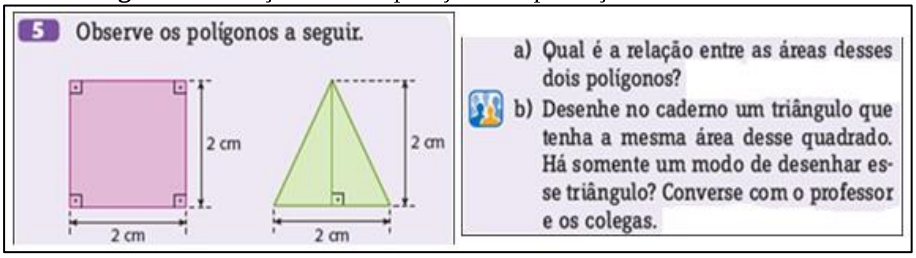
Se dobrarmos a medida da altura do paralelogramo e dividirmos medida da base por 2, o que poderemos afirmar sobre a área dessa nova figura? Converse com o professor e os colegas.

Fonte: Silveira (2018, p. 161, adaptado).

Novamente, alertamos para a confusão entre medida e comprimento (número x grandeza) que pode levar o leitor a realizar apenas a comparação numérica entre as áreas, sem articular os demais quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian (1989). Também destacamos a representação prototípica da figura do paralelogramo.

Vejamos situações que envolvem a comparação de áreas e a produção de superfícies a partir de uma figura dada, em que há presença das figuras em posições prototípicas, com dados numéricos necessários e suficientes para a aplicação das fórmulas.

Figura 9: Situações de comparação e de produção de áreas

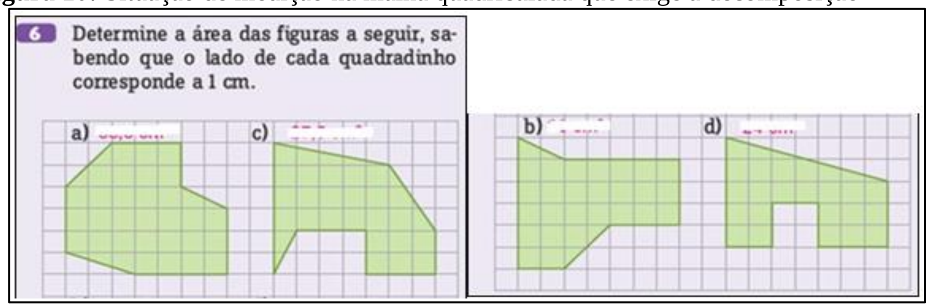


Fonte: Silveira (2018, p. 161, adaptado).

Apesar de ser necessário inicialmente calcular as áreas de cada figura para poder compará-las e produzir uma outra na condição dada, a atividade se diferencia das anteriores por ir além da medição, uma vez que não existe uma única resposta correta e fortalece a ideia da construção de uma classe de equivalência com figuras diferentes que possuem a mesma área, como sinalizado por (BELLEMAIN; LIMA, 2002).

A situação de medição abaixo traz figuras em posições não prototípicas, para as quais é necessário realizar a decomposição e recomposição para poder calcular as áreas.

Figura 10: Situação de medição na malha quadriculada que exige a decomposição

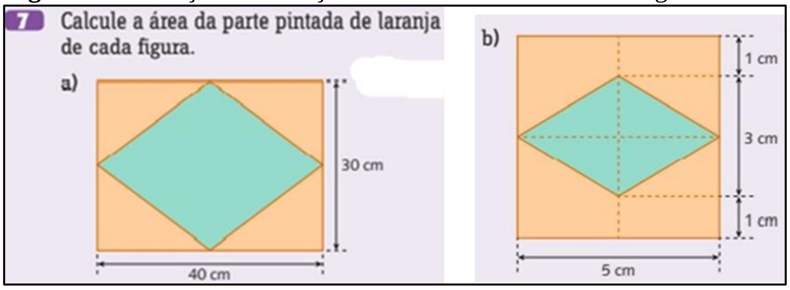


Fonte: Silveira (2018, p. 161, adaptado).

A situação acima diferencia-se das anteriores por encontrar-se na malha quadriculada e contemplar figuras para as quais a aplicação direta de uma fórmula não é possível. Situações como esta e como a anterior são importantes para a construção do conceito de área pelos estudantes, conforme apontado em Douady e Perrin-Glorian (1989) e em Baltar (1996). No entanto, os polígonos apresentados favorecem a decomposição em triângulos retângulos, quadrados e retângulos não quadrados, e a contagem de quadradinhos, sem levar o leitor à necessidade de elaborar novos esquemas, contrariando os pressupostos defendidos por Vergnaud (1990) no que se refere à diversidade de situações para a atribuição de sentido a determinado conceito.

Vamos ao último extrato do LD:

Figura 11: Situação de medição com ausência de elementos geométricos



Fonte: Silveira (2018, p. 161, adaptado).

Na situação acima, não há indicação dos elementos geométricos suficientes para que o estudante consiga identificar corretamente as figuras. Apesar de o capítulo anterior a esse ter tratado das propriedades dos triângulos e quadriláteros e pertencer à mesma unidade, o tipo de representação acima não favorece a compreensão das figuras e o cálculo das áreas.

A partir da análise das atividades propostas, verificamos que todas envolvem os paralelogramos, e dessas, treze são da classe de situações de medição (onze para calcular áreas e duas para determinar outras grandezas a partir da área), uma de produção e duas de comparação. Treze das atividades apresentaram representação simbólica das figuras, com oito delas em posição prototípica. A ênfase é no quadro numérico, com foco na maioria das vezes na aplicação direta da fórmula.

Considerações finais

Neste artigo, tínhamos por objetivo analisar a abordagem realizada para o conceito de área de paralelogramos em um livro do 8º ano do ensino fundamental. Mais especificamente, analisar as situações propostas e as representações simbólicas utilizadas no capítulo dedicado à área dessas figuras.

De modo geral, a partir dos resultados encontrados, foi possível reafirmar o que apontam pesquisas anteriores (DOUADY; PERRIN-GLORIAN 1989, BALTAR 1996, SILVA, 2011, ARAÚJO, 2018, FERREIRA, 2018, entre outras) que analisam livros didáticos e/ou que são realizadas com estudantes no que se refere à predominância das situações de medição, por figuras prototípicas e problemas envolvendo a aplicação direta das fórmulas de área de figuras planas. Situações com essas características pouco contribuem para a atribuição de sentido ao conceito de área pelo sujeito, como defendido por Vergnaud (1990).

Destacamos como aspectos positivos, ainda que na minoria das situações, a utilização do recurso malha quadriculada, procedimentos de decomposição de figuras, coerência da álgebra das grandezas e, de maneira ainda mais reduzida, o investimento nos conhecimentos geométricos. Reforçamos assim, a importância da nossa pesquisa de doutorado com a elaboração de uma sequência didática com uma diversidade de situações, conceitos e representações simbólicas ao lidar com o conceito de área de paralelogramos, as quais abordarão aspectos da geometria e das grandezas e medidas para que o sentido atribuído pelo sujeito seja amplo.

Referências

ARAÚJO, J. C. **Como os alunos de 8º ano lidam com situações relativas à área de paralelogramos?:** um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2019. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

ARAÚJO, J. C.; SILVA, A. D. P. R.; BELLEMAIN, P. M. B. Situações que envolvem paralelogramos e suas áreas: um estudo com licenciandos em matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, Brasil, v. 09, n. 19, p.796-820, jul.-out. 2020.
http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/2415/pdf_423

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didácticas das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

BALTAR, P. M. **Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane:** une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au cóllege. Tese (Doutorado) Grenoble, França: Universidade Joseph Fourier, 1996.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. 1ª edição. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.

FERREIRA, L. F. D.; **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental:** o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. 2019. 386 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

SILVA, J. V. G. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da teoria antropológica do didático.** 2011. 194 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SILVEIRA, E. **Matemática:** compreensão e prática. Matemática, 5ª edição, São Paulo: Moderna, 2018. 8º ano.

VERGNAUD, G. La théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, nº 2.3, p. 133-170, 1990.

______. Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN. J. (Ed.). Didácticas das Matemáticas. V. 62. Horizontes Pedagógicos, Lisboa, 1996. p. 155-191[3].

[3] Tradução do texto de Vergnaud: La théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, nº 2.3, p. 133-170, 1990.

Livro Didático do Ensino Superior e Função Afim: um estudo de tarefas que envolvem aspectos gráficos e/ou situações-problema

Higher Education Coursebook and Affine Function: a study of tasks involving graphic aspects and/or problem-situations

Alcione Cappelin
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
alcionecappelin@hotmail.com

Veridiana Rezende
Universidade Estadual do Paraná
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
rezendeveridiana@gmail.com

Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar uma análise de tarefas que envolvem aspectos gráficos e/ou situações-problema presentes no capítulo de Função Afim, de um livro indicado para alunos do 1º ano de cursos de Licenciatura em Matemática. As teorias que sustentam o desenvolvimento da pesquisa são: a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que permite identificar os tipos de tarefas e técnicas associadas a aspectos gráficos e/ou situações-problema; e a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), que respalda a análise e tipificação das situações-problema. A partir das análises, à luz da TAD, identificamos 39 tarefas que foram agrupadas em sete tipos, utilizando os gêneros: construir; resolver; determinar; identificar; e comparar. A quantidade mais expressiva de tipos de tarefa está relacionada ao gênero "construir", sendo do subtipo de tarefa T'_{1_1}: Construir o gráfico de uma Função Afim, a partir de sua representação algébrica. Com relação a aspectos gráficos identificamos 31 tarefas sendo que 24 apresentam as informações em linguagem natural e algébrica, solicitando a construção gráfica, e as outras sete já apresentavam as informações com o auxílio de gráfico, sendo que apenas uma envolvia situação-problema, e classificamos segundo a TCC, do tipo Proporção simples (quarta-proporcional) e composição de medidas. Com relação às situações-problema, identificamos nove, que com base na TCC foram tipificadas em: proporção simples; proporção simples e comparação entre duas medidas; proporção simples e composição entre duas medidas; proporção múltipla e composição de medidas.

Palavras-chave: Ensino Superior; Didática da Matemática; Função polinomial do primeiro grau; Licenciatura em Matemática.

Abstract

The aim of this article is to present an analysis of tasks which involve graphic aspects and/or problem-situations found on the Affine Function chapter of a book indicated for students of the 1st year of the undergraduate degree in Mathematics. The theories which sustain the development of this research are: the Anthropological Theory of Didactics (ATD) – that allows the identification of some types of tasks and techniques associated to the graphic aspects and/or problem-situations; and the Theory of Conceptual Fields (TCF) – which supports the analysis and typification of problem-situations. From the analyses based on ATD, it was possible to identify 39 tasks that were grouped into seven types using the genera: to construct; to solve; to determine; to identify; and to compare. The most expressive quantity of tasks types is related to the genre "to construct", and it is also the task subtype T'_{1_1} : to construct the graphic of an Affine Function based on its algebraic representation. In relation to the graphic aspects, 31 tasks were identified and 24 of them presented information in a natural and algebraic language, which request the graphic construction, and the other 7 tasks had already presented information with visual support – only one has involved a problem-situation – so we classified them according to the TCF of simple proportion (fourth-proportion) as well as measures composition. Regarding the problem-situations, it was possible to identify 9 of them, which based on the TCF could have been typified as: simple proportion; simple proportion and comparison between two measures; simple proportion and composition between two measures; multiple proportion and measures composition.

Keywords: Higher Education; Didactic of Mathematics; First degree polynomial function; Undegraduate Degree in Mathematics.

Introdução

Um dos conceitos mais importantes na área da matemática é o de Função, pois permite representar e estudar diversos fenômenos, dando mobilidade à Matemática (NOGUEIRA, 2014). De acordo com a Base Nacional Comum Curricular o tópico de funções é definido a partir do 9° ano do Ensino Fundamental (EF), e, geralmente, o primeiro tipo de função a ser estudado é o de Função Afim. Ao longo do Ensino Médio (EM) esse assunto é retomado e outras funções são abordadas (BRASIL, 2017).

Acerca do conceito de Função Afim, pesquisas mostram que estudantes de diferentes níveis de ensino, inclusive do Ensino Superior, apresentam dificuldades para a sua compreensão, dificuldades estas relacionadas tanto a construções gráficas quanto a representações algébricas (SANTOS, 2002; REIS, 2011; MOSSI, 2016; CEOLIM et al., 2019).

Com relação à dificuldade da construção gráfica, Ceolim et al. (2019) analisaram gráficos construídos por estudantes de 9º ano do EF e da 1ª série do EM, mediante a resolução de um problema envolvendo Função Afim. Dentre os 29 gráficos construídos para o problema proposto, os autores identificaram: 15 gráficos de reta; 11 gráficos de colunas; e 3 gráficos de pontos. Dentre os gráficos de reta apenas um foi considerado próximo do resultado esperado para a resolução do problema. Segundo os autores “[...] as dificuldades dos alunos com a construção de gráficos cartesianos é um problema mais amplo, que precisa ser levado em consideração pelos pesquisadores e professores que ensinam matemática” (2019, p. 103).

Este artigo constitui parte de uma pesquisa de doutoramento em fase inicial de desenvolvimento pela primeira autora, que seguirá os princípios da Engenharia Didática para o saber matemático Função Afim, com enfoque em aspectos gráficos e situações-problema. Segundo Artigue (1996), o desenvolvimento de uma Engenharia Didática consiste em quatro fases: análises prévias; concepções e análises a *priori*; experimentação; e análise a *posteriori* e validação. Durante a fase das análises prévias, o pesquisador deve realizar um amplo estudo sobre o objeto matemático em questão, o que permite elaborar "hipóteses cognitivas e didáticas" (BITTAR, 2017, p. 103). Esse estudo deve considerar diferentes aspectos associados ao referido saber matemático, tais como análise de livros didáticos, orientações curriculares, estudos históricos e epistemológicos, de pesquisas que indicam a origem das dificuldades dos estudantes, entre outros (BITTAR, 2017).

No que diz respeito aos livros didáticos, entendemos que se trata de "[...] um instrumento de uso do professor (e do futuro professor) no planejamento de suas aulas e do aluno na realização das atividades [...]" (FREITAS; ALMOULOUD, 2016, p. 219). Especificamente, a análise de livros didáticos "[...] descortina ao pesquisador diversas paisagens que podem ir desde o estudo da cultura escolar em uma dada época à identificação de possíveis razões de dificuldades de aprendizagem e à elaboração de sequências didáticas" (BITTAR, 2017, p. 366).

O objetivo desse artigo é apresentar uma análise de tarefas que envolvem aspectos gráficos e/ou situações-problema presentes no capítulo de Função Afim, de um livro indicado para alunos do 1º ano de cursos de Licenciatura em Matemática. A análise foi realizada em duas etapas: 1) Identificação de tipos de tarefas e técnicas associadas a aspectos gráficos e situações-problema; 2) Identificação da tipologia das situações-problema.

Denominamos de situação-problema os problemas com contexto não matemático identificado na obra e consideramos importante a identificação da tipologia das situações-problema, pois como afirma Vergnaud "[...] frente aos elementos de um conjunto, a primeira necessidade, para estuda-los é reconhecer seus atributos o que permite organizá-los, reunindo-os em classes" (2017, p. 71).

As teorias que sustentam essa análise são: a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud (1996, 2009) e Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevalard (1999). Salientamos que não temos a intenção de realizar uma articulação entre as teorias, apresentar convergências ou divergências entre elas, e sim, buscamos na TAD subsídios para a análise das tarefas, segundo o bloco prático-técnico (etapa 1 da pesquisa); e na TCC a identificação dos diferentes tipos de estruturas (classes) de situações-problema (etapa 2 da pesquisa).

Nessa fase de análise prévia visamos realizar um estudo preciso acerca do que consta em livros didáticos do Ensino Superior sobre aspectos gráficos e/ou situações-problema, relacionados a Função Afim. As informações que constam nesse artigo são referentes a análise de um livro. Ao final desse processo buscamos construir um arcabouço que nos dará respaldo para a construção de uma sequência didática.

Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) (CHEVALLARD, 1999) visa estudar "[...] as condições de possibilidades e funcionamento de sistemas didáticos, entendidos como relações sujeito-instituição-saber" (ALMOULOUD, 2007, p. 111). Um dos constructos teóricos da TAD é a ideia de praxeologia, a qual admite que "[...] toda atividade humana regularmente realizada pode ser descrita com um modelo único" (CHEVALLARD, 1999, p. 222).

Em instituições didáticas que tem como objeto didático a matemática, define-se as seguintes organizações praxeológicas: a organização matemática (OM) (ou praxeologia matemática) e a organização didática (OD) (ou praxeologia didática). Análises dessas praxeologias "[...] permitem descrever, respectivamente, escolhas matemáticas e didáticas em uma determinada instituição" (BITTAR, 2017, p. 369).

O conceito de instituição é um elemento primitivo da TAD. Para Chevallard (2003), uma instituição I é um dispositivo social que impõe aos sujeitos maneiras de fazer e de pensar próprios. Dessa forma, o livro didático pode ser considerado uma instituição, para os sujeitos que o utilizam (FREITAS; ALMOULOUD, 2016; BITTAR, 2017).

Segundo Chaachoua e Comiti (2010), a análise de livros didáticos auxilia na compreensão das relações institucionais entre objetos de uma organização matemática. Os mesmos autores mencionam que o pesquisador deve adotar a metodologia de análise que melhor se adeque às perguntas de sua investigação. Destarte, eles propõem elementos que caracterizam a análise de livros didáticos à luz da TAD, a saber: o momento de edição (publicação do material); a representatividade "[...] é importante escolher um ou mais livros didáticos que são os mais usados pelos professores" (p.774); a estrutura do livro; análise ecológica relacionada ao habitat e ao nicho "[...] o habitat que designa os lugares de vida e o ambiente conceitual desse objeto de saber e o nicho que designa a função desse objeto no sistema" (p.774); e a análise praxeológica.

A análise praxeológica de livros didáticos segundo a TAD visa descrever qualquer tarefa t, matemática ou não, baseada no quarteto praxeológico [T, τ, θ, Θ]: Tipo de tarefas

T; técnicas (τ); tecnologia (θ); e teoria (Θ) (CHEVALLARD, 1999). A noção de tarefa atribui apenas as ações que são humanas - não provenientes da natureza.

Segundo Chevallard (1999), a análise praxeológica é organizada em dois blocos: a) o primeiro bloco [T, τ] denominado de prático-técnico, ou bloco do saber-fazer, é composto pelos tipos de tarefas e as técnicas associadas. Um tipo de tarefa T é um conjunto de tarefas com características comuns, sendo descrita por um verbo e complemento fixo (Exemplo: calcular o valor de uma função dado uma constante). Segundo Chaachoua e Bessot (2019, p.236, tradução nossa) "se τ é uma técnica que realiza uma tarefa t de T então, ou o escopo da técnica τ denotada por P (τ) é um subconjunto de T, ou T é um subconjunto de P (τ) ". Dessa forma os autores denominam de T' um subtipo de tarefa, ou seja, um subconjunto de T associado a uma técnica τ; b) o segundo bloco [θ, Θ] denominado tecnológico-teórico ou bloco do saber, composto pela tecnologia, que justifica a técnica, e pelas teorias, que justificam a tecnologia.

Bittar (2017) menciona que a análise da *Parte Curso* do livro didático, ou seja, a análise de "[...] explanação de definições, propriedades, resultados e exercícios resolvidos [...]" (p. 371-372), dará subsídios para a identificação das técnicas a serem utilizadas na *Parte Atividades Propostas,* que serão reagrupadas em Tipos de tarefas. Além disso, a autora salienta que a modelagem referente aos tipos de tarefas depende "[...] da realidade modelada, da instituição em que se emprega o trabalho conduzido e, claro, do pesquisador que faz a análise" (p. 373).

A análise de livros didáticos à luz da TAD permite uma ampla visão dos livros em relação ao objeto matemático em estudo, o que se constitui um norte para a prática de sala de aula de professores ou futuros professores, que venham a utilizar essas obras (FREITAS; ALMOULOUD, 2016).

Para Freitas e Almouloud (2016), a identificação dos tipos de tarefas presentes nos livros didáticos nos permite "[...] fazer inferências sobre o provável conhecimento/saber que seria apreendido pelo aluno sujeitado à prática docente apoiada nesses livros [...]" (FREITAS; ALMOULOUD, 2016, p. 218). Segundo os pesquisadores, os resultados obtidos a partir destas análises contribuem para a construção de sequências didáticas, dando subsídios e fundamentação para a escolha de tarefas pertinentes para a construção do objeto investigado.

Teoria dos campos conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) (VERGNAUD, 1996, 1993) busca compreender "[...] os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento" (VERGNAUD, 1996, p. 11). Para isso, o autor propõe uma estrutura que visa investigar as filiações e rupturas entre os conhecimentos (VERGNAUD, 1993).

Para Vergnaud (2009) "[...] conhecimento é adaptação [...] aprendemos e nos desenvolvemos em qualquer idade [...]" (p. 13). Dessa forma, ele defende que é ao longo do tempo, por meio da experiência com as diferentes situações que adaptamos os esquemas, fazendo com que um conceito comece a tomar sentido para o sujeito. Sob essa ótica, o autor define um conceito como a terna (S, I, L) formada pelos conjuntos:

> S conjunto de situações que dão sentido ao conceito. - I conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade (esquemas) suscetíveis de serem evocados por essas situações. - L conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébrica, gráfica...) que permitem representar os conceitos e suas relações, e, consequentemente, as situações e os esquemas que elas evocam (VERGNAUD, 2009, p. 29).

Um dos principais conceitos da TCC é o de campo conceitual, estabelecido por Vergnaud (1996) como sendo um conjunto de situações, que por sua vez estão interligadas a diversos conceitos, teoremas, propriedades, representações simbólicas. Para Vergnaud (2017) é a partir das diferentes situações que ocorrem as aprendizagens, além disso, um sujeito se desenvolve ao longo do processo escolar e em decorrência das diferentes situações vivenciadas. Dois campos conceituais bem estabelecidos por Vergnaud (2009; 1996) são o campo conceitual das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas.

O campo conceitual das estruturas aditivas é "[...] o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações" (VERGNAUD, 1996, p.167). Vergnaud (2009; 1996) estabelece seis classes de situações-problema do campo conceitual das estruturas aditivas, a saber: composição de medidas; transformação de medidas; comparação aditiva; composição de transformações; transformação de relações; composição de relações.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é "[...] o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações [...]" (VERGNAUD, 1996, p.167), sendo definidas cinco classes de situações-problema, a saber:

isomorfismo de medidas ou proporção simples; comparação multiplicativa; produto cartesiano; função bilinear ou proporção dupla; proporção múltipla.

Para representar e auxiliar na classificação das diferentes situações-problema, Vergnaud (1996) sugere a utilização de esquema sagital que visa representar as relações ternárias ou quaternárias das diferentes situações-problema do campo conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas.

Além dos problemas aditivos e multiplicativos, Vergnaud (2009) define problemas do tipo misto, como sendo situações-problema que envolvem pelo menos uma vez a operação de adição (ou subtração) e pelo menos uma vez a operação de multiplicação (ou divisão), ou seja, os problemas mistos pertencem concomitantemente aos campos conceituais aditivo e multiplicativo. No entanto, Vergnaud (2009) não apresenta uma classificação para os problemas mistos.

Miranda (2019) analisou essa imbricação entre os dois campos conceituais – aditivo e multiplicativo, revelando uma associação com o campo conceitual da Função Afim, por envolver operações de multiplicação e adição. Miranda (2019) salienta que os problemas envolvendo Função Afim podem ser denominados de problemas mistos quando $y = \pm ax \pm b$ ou puramente multiplicativos quando $y = \pm ax$, com $b = 0$. A partir da imbricação entre esses dois campos, Miranda (2019) indica a possibilidade de classificação para os problemas mistos de Função Afim, indicando a existência de 30 classes de situações-problema, além de suas subclasses. Tal possibilidade de classificação surge a partir de uma combinação de cada uma das seis classes de problemas aditivos com cada uma das cinco classes de problemas multiplicativos, por exemplo: proporção simples e composição de medidas; proporção simples e transformação de medidas; comparação multiplicativa e composição de medidas etc.

Considerando a possibilidade de variedade e classificação dos problemas envolvendo Função Afim, e o fato que Vergnaud (1996) defende que para a compreensão do conceito é necessário que o sujeito vivencie diferentes situações, propomos neste trabalho identificar os tipos de situações-problema relacionadas ao saber Matemático Função Afim, propostos em livros didáticos indicados para alunos do 1º ano dos cursos de Licenciatura em Matemática públicos do Paraná.

Procedimentos metodológicos

Fundamentado na Teoria Antropológica do Didático e na Teoria dos Campos Conceituais, o objetivo deste artigo é apresentar uma análise de tarefas com aspectos gráficos e/ou situações-problema presentes no capítulo de Função Afim, de um livro indicado para alunos do 1º ano de cursos de Licenciatura em Matemática, de Universidades Públicas do Estado do Paraná, em disciplinas que apresentam explicitamente em sua ementa esse conteúdo.

Para isso, foi realizado um mapeamento das instituições de ensino superior públicas do Paraná que possuem curso de Licenciatura em Matemática. Identificamos 11 instituições públicas de ensino superior, totalizando 21 cursos de Licenciatura em Matemática.

Em seguida, tomamos como base a Proposta Pedagógica Curricular (PPC) e as ementas das disciplinas do 1º ano de cada um destes cursos, e identificamos as disciplinas que abordavam explicitamente o conteúdo matemático Função Afim, juntamente com suas bibliografias básicas indicadas nas ementas e PPC.

Após a análise das ementas das disciplinas do 1º ano dos 21 cursos de Licenciatura em Matemática do Paraná, identificamos 23 disciplinas que constam explicitamente o conteúdo de Função Afim em sua ementa. Com um olhar voltado à bibliografia básica identificamos que 47 obras distintas são indicadas. Apresentamos no quadro 1, títulos de seis obras que apareceram com maior frequência como bibliografia básica nas ementas analisadas.

Quadro 1: Caracterização dos livros indicados por ordem

Ordem	Autor	Título	Ementas que referenciam a obra
1 º	Gelson Iezzi Carlos Murakami.	Fundamentos de matemática elementar 1: conjuntos e funções.	10
2 º	Louis Leithold	O cálculo com geometria analítica.	6
	Geraldo Ávila	Cálculo I: funções de uma variável.	6
	Hamilton Luiz Guidorizzi	Um curso de cálculo: volume 1.	6
3 º	James Stewart	Cálculo: volume 1.	5
	Diva Marília Flemming Mirian Buss Gonçalves	Cálculo A: funções, limites, derivação, integração.	5

Fonte: Autoria própria

Conforme apresentado no Quadro 1, o livro indicado com maior frequência é: *Fundamentos de matemática elementar 1: conjuntos e funções*, dos autores Gelson Iezzi e

Carlos Murakami, sendo uma obra direcionada a universitários, vestibulandos e alunos do ensino médio. Devido a sua representatividade, este foi o livro selecionado para iniciarmos a análise do *Capítulo VI - Função constante – Função Afim*, cujos resultados iniciais são apresentados neste texto.

Para a análise do livro buscamos na TAD e na TCC os elementos teóricos essenciais que darão respaldo nessa etapa. Destarte, apresentamos neste artigo, segundo a TAD, o bloco prático-técnico relacionado as tarefas presentes na *Parte Atividades Propostas*, e realizaremos à luz da TCC a análise das estruturas das situações-problema e sua tipificação.

Análise do livro

Iniciamos a análise das tarefas presentes no Capítulo de Função Afim do livro *Fundamentos de Matemática elementar: conjuntos e funções* (IEZZI, MURAKAMI, 2013) e na parte *Atividades Propostas* do livro, identificamos 78 tarefas. Mas, como o enfoque desse artigo são tarefas com aspectos gráficos e/ou situações-problema esse número se reduziu para 39, dentre estas verificamos que 9 eram situações-problemas, e dentre as situações-problema apenas uma envolvia aspectos gráficos. Os exercícios resolvidos não foram incluídos.

Na sequência apresentamos o bloco prático-técnico (T/τ) que segundo Chevallard (1999) corresponde ao bloco saber-fazer, na qual identificamos os tipos de tarefas T_i (subtipos de tarefa T'_{i_j}) (Quadro 2) e técnicas τ (Quadro 3) referente às 39 tarefas identificadas.

Quadro 2: Descrição dos tipos e subtipos de tarefas sobre Função Afim

Tipo de Tarefa (T_i)	**Subtipo de tarefa (T'_{i_j})**	**Quantidade**
T_1: Construir o gráfico de uma Função Afim.	T'_{1_1}: Construir o gráfico de uma Função Afim, a partir de sua representação algébrica.	16
T_2: Resolver um sistema linear.	T'_{2_1}: Resolver graficamente um sistema de equações lineares.	8
T_3: Determinar a equação da reta, lei de formação da Função Afim.	T'_{3_1}: Determinar a equação da reta, lei de formação da Função Afim, a partir do gráfico cartesiano.	4
T_4: Resolver situações-problema.	T'_{4_1}: Resolver situações-problema, a partir da linguagem natural e gráfico cartesiano.	1

	T'_{4_2}: resolver situações-problema, a partir da linguagem natural.	6
T_5: Determinar uma função a partir de uma situação-problema.	T'_{5_1}: Determinar uma função definida por várias sentenças a partir de uma situação-problema.	1
	T'_{5_2}: Determinar uma Função Afim a partir de uma situação-problema.	1
T_6: Identificar intervalos de crescimento e decrescimento de uma função.	T'_{6_1}: Identificar intervalos de crescimento e decrescimento, dado o gráfico de uma função contínua formada por semirretas e segmentos de reta.	1
T_7: Comparar duas Funções Afim	T'_{7_1}: Comparar duas Funções Afim, a partir dos gráficos cartesianos.	1

Fonte: Autoria própria

Ao analisarmos essas tarefas foi possível agrupá-las em sete tipos, utilizando os gêneros: construir; resolver; determinar; identificar; e comparar. A quantidade mais expressiva de tipos de tarefa está relacionada ao gênero "construir", sendo do subtipo de tarefa T'_{1_1}: Construir o gráfico de uma Função Afim, a partir de sua representação algébrica.

Os sete tipos de tarefas identificados envolveram diversas ideias e propriedades referentes à Função Afim, como: construção gráfica; lei de formação (equação da reta); estudo do comportamento; comparação entre Funções Afim; entre outros.

Com relação a abordagem gráfica observamos 31 tarefas que apresentavam aspectos gráficos ou solicitavam a sua construção, sendo estes: construção gráfica da Função Afim a partir da representação algébrica (16); resolução gráfica de sistemas lineares (8); determinação da lei de formação da Função Afim a partir do gráfico cartesiano (4); resolução de situação-problema a partir da linguagem natural e gráfico cartesiano (1); determinar intervalos de crescimento e decrescimento graficamente (1); e comparar funções, a partir de seus gráficos cartesianos (1).

Com relação às situações-problema identificamos nove que classificamos em dois diferentes tipos de tarefas T_4 e T_5, sendo que apenas o subtipo de tarefa T'_{4_1}, composta por uma tarefa, apresentava em sua estrutura o gráfico.

Compreendemos que uma mesma tarefa pode apresentar técnicas diferentes de resolução, mas, com amparo na parte curso do livro apresentamos as técnicas (Quadro 3) referente a cada um dos tipos e subtipos de tarefa supracitados, sendo as estratégias de resolução que teoricamente serão utilizadas pelos alunos.

Quadro 3: Descrição das técnicas correspondentes ao tipo e subtipo de tarefa.

$\boldsymbol{T}$ (**Tipo de tarefa**)	**Descrição do tipo de técnica** $\tau(T'_{i_j})$
T_1	$\tau(T'_{1_1})$: Identificar dois pontos do gráfico da função por meio de substituição de valores do domínio na função dada. Representar esses pontos em um plano cartesiano e esboçar o gráfico.
T_2	$\tau(T'_{2_1})$: Identificar dois pontos de cada uma das retas, representantes de duas funções afins, e construir em um mesmo plano cartesiano seus respectivos gráficos. Interpretar graficamente.
T_3	$\tau(T'_{3_1})$: Identificar o coeficiente linear a partir da interseção do gráfico com o eixo das ordenadas. Identificar outro ponto que pertence ao gráfico, substituir essas informações em $y = ax + b$ e determinando taxa de variação, para a obtenção da equação da reta.
T_4	$\tau(T'_{4_1})$: Identificar o coeficiente linear a partir da interseção do gráfico com o eixo das ordenadas. Identificar outro ponto que pertence ao gráfico, substituir essas informações em $y = ax + b$ e determinando taxa de variação, para a obtenção da equação da reta. Substituir o valor da ordenada dada na função e determinar o valor da abscissa.
	$\tau(T'_{4_2})$: Determinar a Função Afim a partir dos valores informados na situação-problema e determinar o resultado.
T_5	$\tau(T'_{6_1})$: Determinar a Função Afim correspondente em cada intervalo da situação-problema.
	$\tau(T'_{5_1})$: Interpretar as informações da situação-problema e determinar a Função Afim.
T_6	$\tau(T'_{6_1})$: Identificar os pontos em que o gráfico muda de crescente para decrescente ou vice-versa. Representar os intervalos de crescimento e decrescimento utilizando desigualdades.
T_7	$\tau(T'_{7_1})$: Identificar graficamente a interseção entre duas funções, escrevendo os intervalos em que o gráfico de uma função é maior ou menor que o outro.

Fonte: Autoria própria

Ao analisar o Quadro 3, observamos alguns saberes necessários para o desenvolvimento das técnicas apresentadas, como: ideia de ponto; compreensão do plano cartesiano, com seus eixos ordenados; interpretação gráfica; forma geral da Função Afim; relação coeficientes e gráfico; entre outros, que são conceitos que fazem parte do campo conceitual da Função Afim, sendo necessários para a construção desse conceito.

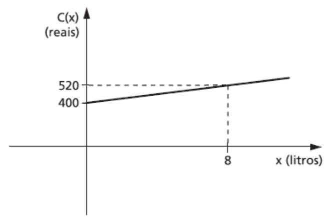
Na sequência, consta a análise referente a classificação das nove situações-problema presentes no livro didático. Para tal classificação, tomamos como base as classes das estruturas aditivas, multiplicativas e mistas (VERGNAUD, 2009; 1996, MIRANDA, 2019).

Na obra analisada, identificamos quatro situações-problema do tipo puramente multiplicativas que pertencem à classe de *proporção simples*, e cinco situações-problema do tipo misto, pertencentes as classes: *proporção simples e comparação entre duas medidas* (2); *proporção simples e composição de medidas* (2); *proporção múltipla e composição de medidas* (1).

Na figura 1 apresentamos a situação-problema classificada no tipo de tarefa T_4 e subtipo T'_{4_1}, que solicita a resolução de uma situação-problema a partir da linguagem natural e gráfico cartesiano. Segunda a TCC, à classificamos como do tipo Proporção Simples *(quarta proporcional)* e Composição de Medidas.

Figura 1: Situação-problema do tipo Proporção Simples e Composição de Medidas

186. O custo C de produção de x litros de uma certa substância é dado por uma função linear de x, com x ⩾ 0, cujo gráfico está representado abaixo.



Nessas condições, o custo de R$ 700,00 corresponde à produção de quantos litros?

Fonte: Iezzi e Murakami (2013, p.107)

Para esta situação-problema os dados são interpretados via gráfico e deve-se determinar a quantidade de litros x de uma certa substância, que podem ser comprados com R$ 700,00. Para isso, deve-se determinar a Função Afim $C(x) = ax + b$ em que $C(x)$ representa o custo em reais e x a quantidade em litros. O esquema sagital, figura 2, contém as medidas envolvidas no problema e as relações entre elas.

Figura 2: Representação do esquema sagital da situação-problema

Número de litros	Custo dos litros (R$)	Taxa Fixa (R$)	Custo Total (R$)
8	$\boxed{n}$	400	520
$\boxed{x}$			700

Fonte: Autoria própria

Nesta primeira parte podemos determinar o custo n dos 8 litros da substância a partir do valor fixo e do custo total, por meio de uma *composição de medidas* Figura 3.

Figura 3: Esquema sagital composição de medidas

$$\left.\begin{array}{c}\boxed{n}\\ \\ \boxed{400}\end{array}\right\} \boxed{520}$$

Fonte: Autoria própria

Assim: $n + 400 = 520$, ou seja $n = 120$. Sabendo o custo por 8 litros, podemos inferir quanto ele irá obter por x litros. Logo, a situação-problema pode ser analisada em forma de *proporção simples e composição de medidas* por meio do seguinte esquema sagital, figura 4.

Figura 4: Esquema sagital proporção simples e composição de medidas

Número de litros	Custo dos litros (R$)	Taxa Fixa (R$)	Custo Total (R$)
8	120	400	520
$\boxed{x}$	$\boxed{l}$	400	700

$$\underbrace{\boxed{l} \quad 400}_{\boxed{700}}$$

Fonte: Autoria própria

Analisando, separadamente, as duas primeiras colunas, observamos uma relação entre as duas medidas, denominada como *proporção simples do tipo quarta proporcional*, e algebricamente podemos escrever: $\frac{8}{x} = \frac{120}{l}$, o que resulta em $8l = 120x$, definindo que $l = 15x$.

Por meio de uma *composição de medidas*, entre o custo de x litros e o valor fixo temos $C(x) = 15x + 400$, e ao substituir C(x)=700, obtemos $700 = 15x + 400$, que resulta em $x = 20$. Ou seja, o custo de $R\$\ 700{,}00$ corresponde a 20 litros da substância, e o problema é classificado como: *proporção simples (quarta proporcional) e composição de medidas*.

Considerações finais

No sentido de realizar um amplo estudo sobre o objeto matemático Função Afim e elaborar hipóteses que subsidiarão a construção de uma sequência didática, iniciamos uma análise prévia de tarefas que apresentam aspectos gráficos e/ou situações-problema presente em livros com maior representatividade nas ementas de disciplinas do primeiro ano de cursos de Licenciatura em Matemática públicos do Estado do Paraná.

Neste artigo, apresentamos segundo a TCC e a TAD a análise do capítulo de Função Afim do livro: *Fundamentos de Matemática elementar: conjuntos e funções*, dos autores Gelson Iezzi e Carlos Murakami, por ser o livro que mais foi mencionado nas bibliografias básicas das referidas ementas.

Com relação a aspectos gráficos foram identificadas 31 tarefas, sendo que 24 apresentavam as informações em linguagem natural e algébrica, solicitando a construção gráfica e as outras sete já apresentavam as informações com o auxílio de gráfico, sendo que apenas uma envolvia situação-problema, e classificamos segundo a TCC, do tipo *Proporção simples (quarta-proporcional) e composição de medidas*. Ao todo foram identificadas nove situações-problema.

A TAD e a TCC nos permitiram uma análise minuciosa do capítulo sobre Função Afim presente no livro didático, tanto com relação a como são as situações-problema identificadas, quanto aos tipos de tarefas e técnicas. Ressaltamos que dentre as diversas classes e subclasses de situações-problema sobre Função Afim, tipo misto, apenas três foram identificadas na obra analisada. Segundo Vergnaud (1996) é a variedade de situações que possibilita a compreensão de um conceito. Nesse sentido, defendemos que diferentes classes de problemas sejam experimentadas em sala de aula, o que não foi observado neste livro.

Daremos continuidade às análises de tarefas que envolvem aspectos gráficos e/ou situações-problema, sobre Função Afim, de outras obras indicadas nos Cursos de Licenciatura em Matemática do Estado do Paraná. Ao final desse processo almejamos fazer um cotejamento, buscando saber o que consta e o que não consta em cada obra analisada, com relação tipos e variedades de tarefas e situações-problema.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da matemática.** Curitiba: UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas.** Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, p. 193-217. 1996.

BITTAR, M. A teoria antropológica do didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetiké,** Campinas, São Paulo, v.25, n. 3. p.364-387. set./dez. 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf . Acesso em: 20 jun. 2021.

CEOLIM, A. J.; SILVA, C. E.; SAIKI, C. M. C.; CIBOTTO, R. A. G.; COQUEIRO, V. S.; REZENDE, V.; GARCIA, W. F. D. G. Gráficos de função afim construídos por alunos do ensino fundamental e do ensino médio. In: CEOLIM, A. J; REZENDE, V.; HERMANN, W. (Org). **Diálogos entre a educação básica e a universidade:** reflexões acerca do conceito de função nas aulas de matemática. Curitiba: CRV, 2019. p. 85-105.

CHAACHOUA, H.; COMITI, C. **L'analyse du rôle des manuels dans l'approche anthropologique.** ACTES CITAD2, p. 771-789. 2010.

CHAACHOUS, H.; BESSOT, A. **La notion de variable dans le modèle praxéologique.** Educação Matemática Pesquisa: São Paulo, v.21, n.4, p. 234-247, 2019

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. In: **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, v. 19, n. 2. p. 221–266. 1999.

CHEVALLARD, Y. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathematiques. In: MAURY, S. CAILLOT, M. (éds). **Rapport au savoir et didactiques**. Paris: Éditions Fabert. 2003.

FREITAS, R. L.; ALMOULOUD, S. A: Análise de livro didáctico e a construção de um processo de ensino por meio de tarefas e técnicas: contribuições da TAD. In: SALAZAR, J. F.; GUERRA, F. U. (Org.). **Investigaciones En Educacion Matematica.** Fundo editorial. p. 217-237. 2016.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar:** Conjuntos e Funções. 9 ed. São Paulo: Atual, 2013.

MIRANDA, C. de A. **Situações-problema que envolvem o conceito de função afim:** uma análise à luz da teoria dos campos conceituais. 2019. 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

MOSSI, S. V. **Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções.** 2016. 91 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2016.

NOGUEIRA, C. M. I. Construindo o Conceito de Funções. In: RAMOS, A.S.; REJANI, F.C. **Teoria e Prática de Funções**. Maringá: Unicesumar, 2014.

REIS, A. M. **Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio.** 2011. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SANTOS, E. P. **Função Afim y = ax + b: a articulação entre os Registros Gráfico e Algébrico com auxílio de um software educativo.** 2002. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. **Anais** do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1993, p.1-16

VERGNAUD, G. A trama dos Campos Conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEEMPA**, Porto Alegre, n.4, p.9-20. julho. 1996.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.** Editora CRV, Curitiba, 2009.

VERGNAUD, G. Piaget e Vygotski em Gérard Vergnaud: **Teoria dos campos conceituais TCC.** Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

Ideias base de função e o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas: um estudo de um livro didático do 5º ano

Basic Ideas of Function and the Conceptual Field of Multiplication Structures: a Study of a 5th Grade Textbook

Marli Schmitt Zanella
Universidade Estadual de Maringá
marlischmitt@gmail.com

Veridiana Rezende
Universidade Estadual do Paraná
rezendeveridiana@gmail.com

Resumo
Temos por hipótese que um conceito não se manifesta em uma única situação, tampouco uma situação compreende um único conceito. Nesse sentido, nosso interesse em estudar as estruturas multiplicativas está relacionado ao fato de que situações multiplicativas apresentam ideias associadas ao conceito de função. Assumimos que as ideias base de função são aquelas essenciais para a compreensão deste conceito: correspondência, dependência, variável, regularidade e generalização. Deste modo, este trabalho tem por objetivo identificar ideias base de função em situações multiplicativas em um livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental. Para o desenvolvimento da pesquisa analisamos dois capítulos envolvendo situações-problema multiplicativas de um livro didático de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental de maior distribuição em território nacional. Como resultados, identificamos que as situações produto de medidas mobilizam ideias de correspondência e dependência, e para as situações de isomorfismo de medidas identificamos a mobilização das ideias de correspondência, dependência, variável, regularidade e, em alguns casos, generalização.

Palavras-chave: Função Linear; Didática da Matemática; Anos iniciais do Ensino Fundamental; Livro Didático.

Abstract
We hypothesize that a concept does not manifest itself in a single situation, nor does a situation comprises a single concept. In this sense, our interest in studying multiplicative structures is related to the fact that multiplicative situations present ideas associated with the concept of function. We assume that the basic ideas of function are those essential for understanding the concept of function: correspondence, dependence, variable, regularity, and generalization. Thus, this work aims to identify basic ideas of function in multiplicative situations in a 5th-grade textbook. For the development of this research, we analyzed two chapters involving multiplicative problem situations from the largest distributed 5th-grade Mathematics textbook in Brazil. As a result, we identified that the product of measure situations mobilizes ideas of correspondence and dependence, and for the isomorphism of measure situations we identified the mobilization of the ideas of correspondence, dependence, variable, regularity, and, in some cases, generalization.

Keywords: Linear Function; Didactics of Mathematics; Initial Years of Elementary Education; Textbook.

Introdução

Dentre os documentos oficiais que normatizam o ensino de Matemática desde os anos iniciais do Ensino Fundamental citamos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que indica o estudo das noções de regularidade, generalização de padrões, propriedades de igualdade e noções de função para que sejam desenvolvidas com os estudantes durante a resolução de problemas envolvendo a ideia de proporcionalidade (BRASIL, 2017).

Neste sentido, os diferentes campos da Matemática contemplados na BNCC, como Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, articulam ideias fundamentais, como equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação, o que nos permite fazer inferências para propor uma discussão inicial do Campo Conceitual das Funções já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, corroborando com pesquisas correlatas (PAVAN, 2010; NOGUEIRA, REZENDE, 2018; REZENDE, NOGUEIRA, CALADO, 2020). De acordo com a BNCC, a proporcionalidade, por exemplo, se observa no estudo das operações com números Naturais, na representação fracionária de números Racionais, de áreas e de funções desde os anos iniciais (BRASIL, 2017).

Magina e Porto (2018) defendem que o raciocínio funcional se aproxima das noções de sequências gráficas, pictóricas ou numéricas, com a proporcionalidade e se revela mais adiante, no estudo das funções afim e quadrática, que estão alicerçadas nas estruturas multiplicativas, uma vez que estas podem ser associadas às relações quaternárias do Campo Conceitual Multiplicativo.

Citamos também a pesquisa de Pavan (2010) que tece discussões a respeito do Campo Conceitual das Funções, considerando como ideias basilares para o desenvolvimento do raciocínio funcional as ideias de *correspondência*, *dependência*, *variável*, *regularidade* e *generalização*. A autora identificou a mobilização dessas ideias a partir de situações-problema das estruturas aditivas e multiplicativas com estudantes do atual 5º ano do Ensino Fundamental, antiga 4ª série.

Também relacionado aos conhecimentos matemáticos abordados no 5º ano, a BNCC cita objetos do conhecimento direcionados à resolução de problemas de multiplicação e divisão com números Naturais e Racionais, contagem, grandezas diretamente proporcionais, partição entre outros (BRASIL, 2017). Como habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes estão a resolução de problemas envolvendo o princípio multiplicativo, combinação, proporção direta e partilha, diretamente relacionados ao Campo Conceitual Multiplicativo, conforme proposto por Vergnaud (1996; 2009).

Com base em Vergnaud (1990; 1996; 2009), defendemos que a aprendizagem do estudante se estabelece frente a uma diversidade de situações, e isto depende dos enunciados, da estrutura cognitiva dos estudantes, do contexto envolvido, da característica numérica dos dados e de sua apresentação no livro didático (VERGNAUD, 2009). Apoiadas em Freitas e Almouloud (2016), reconhecemos o livro didático como um instrumento utilizado pelo professor para o planejamento de suas aulas, e também como apoio para o aluno na realização das atividades. Lajolo (1996, p. 4) alerta-nos sobre o uso do livro didático “[...] determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina”, tornando-o presente no dia-a-dia da sala de aula.

Neste contexto, justificamos o desenvolvimento deste trabalho, que se refere a uma parte da pesquisa de pós-doutoramento da primeira autora[1], que compõe as discussões do Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática (GEPeDiMA), cujo objeto de estudo é o Campo Conceitual das Funções. Para a pesquisa aqui apresentada estabelecemos como objetivo *identificar ideias base de função em situações multiplicativas em um livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental*. As discussões teóricas estão embasadas em Tinoco (2002), Pavan (2010) e Caraça (1998), no que se refere as ideias base de função e em Vergnaud (1990; 1996; 2009), para o Campo Conceitual Multiplicativo, que abordaremos na próxima seção.

Discussão teórica

De acordo com Vergnaud (1996, p. 167), um campo conceitual é entendido como um conjunto de situações. Esta abordagem, a partir de situações, permite atribuir uma classificação que se assenta “[...] na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas”. Deste modo, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) privilegia modelos que atribuem papel essencial aos próprios conceitos matemáticos, embora o enunciado e a quantidade de elementos em jogo também possam interferir no nível de complexidade de cada situação-problema.

[1] Pós-doutorado em andamento no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática na Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

O Campo Conceitual Multiplicativo ou das Estruturas Multiplicativas compreende o conjunto de situações cujo domínio requer uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: “[...] proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, relação escalar direta e inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, múltiplo e divisor” (VERGNAUD, 1996, p. 168).

As estruturas multiplicativas estão organizadas em duas categorias: isomorfismo de medidas e produto de medidas. Ao explicitar essas duas categorias, Vergnaud (1996; 2009) apresenta o isomorfismo de medidas como uma relação quaternária, envolvendo quatro quantidades, sendo, duas a duas, medidas diferentes, e uma dessas quantidades corresponde ao valor unitário. O isomorfismo de medidas é composto por três classes de situações-problema: (i) proporção simples, subdividida em multiplicação um para muitos, partição, cota e quarta proporcional; (ii) proporção múltipla, subdividida em multiplicação um para muitos e muito para muitos; e, (iii) função bilinear.

O produto de medidas é uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma delas é o produto de outras duas, tanto no plano numérico, quanto no plano dimensional. O produto de medidas permite distinguir duas classes de situações-problema: (iv) comparação multiplicativa, subdividida em relação desconhecida, referido ou referente desconhecidos, e (v) produto cartesiano, subdividido em configuração retangular e combinatória (VERGNAUD, 1996; GITIRANA *et al.*, 2014).

Segundo Vergnaud (1996), os processos cognitivos e as respostas do sujeito são elaboradas em função das diferentes situações que enfrentam e dominam durante sua vida escolar. Para o autor duas ideias principais estão associadas às situações: a ideia de variedade e de história. A ideia de variedade de situações de um campo conceitual, assim como as variáveis ou o domínio numérico em que subsistem, interferem no modo como os estudantes resolvem tais situações. Além disso, a ideia de história, proporciona que os conhecimentos dos alunos sejam elaborados a partir da variedade de situações que enfrentam e dominam progressivamente.

É a partir da variedade de conceitos em diversificadas situações que o campo conceitual se estabelece. Vergnaud (1996) afirma que existe grande variedade de situações num campo conceitual dado e as variáveis de cada situação constituem um meio para construir sistematicamente o conjunto das classes possíveis, de modo que as experiências do aluno não se repetem da mesma forma nas diferentes situações.

As primeiras evidências do pensamento funcional estão apoiadas no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, visto que nas relações quaternárias das Estruturas Multiplicativas estão presentes as relações funcionais (VERGNAUD, 1996). Ademais, as operações aritméticas e as funções são representantes para a natureza algébrica da aritmética, visto que o algoritmo da multiplicação é um modelo algébrico (MAGINA, PORTO, 2018).

Especificamente, no que diz respeito ao Campo Conceitual das Funções, ideias, conceitos, propriedades e teoremas associados a este campo conceitual, Oliveira (1997) menciona a relação entre conjuntos, variável dependente e independente, dependência, correspondência. Estes elementos também são contemplados na pesquisa de Pavan (2010), ao considerar algumas ideias base essenciais para o conceito de função. A autora mostra a manifestação de ideias de *dependência*, *correspondência*, *variável*, *regularidade* e *generalização*, por alunos da 4ª série, atual 5º ano do Ensino Fundamental, a partir de um estudo com situações aditivas e multiplicativas. Além de considerarmos essas ideias base de função, respaldadas em Pavan (2010) e Tinoco (2002), temos o entendimento de que uma função é uma relação matemática entre dois conjuntos A e B não vazios, de modo que, para cada elemento do conjunto A, existe um único elemento correspondente no conjunto B (LIMA *et al.*, 2016).

Segundo Tinoco (2002) a relação de *dependência* ocorre entre grandezas variáveis. Em uma relação funcional, uma das grandezas (variável dependente) é determinada pela variação da outra (variável independente). As relações de dependência entre grandezas podem ser observadas em situações cotidianas, como, por exemplo, ao calcularmos a velocidade média de um carro, temos a razão entre a distância percorrida e o tempo que o móvel levou para percorrer essa distância. Assim, relacionamos a distância percorrida e o tempo necessário para percorre-la, ou seja, relacionamos uma medida de comprimento com uma medida de tempo, que representam neste exemplo, as duas variáveis, a distância percorrida é a variável dependente, e o tempo é a variável independente.

A ideia de *correspondência* está associada a uma correspondência unívoca no sentido de $x \to y$, em que x e y representam variáveis de conjuntos distintos, X e Y, respectivamente. A relação de correspondência representada por $x \to y$, significa que para cada elemento x do conjunto X, existe um único elemento correspondente y pertencente ao conjunto Y, ou seja, o próprio conceito de função está alicerçado na relação de correspondência (LIMA *et al*., 2016; PAVAN, 2010). Podemos observar a correspondência quando imaginamos uma situação em que para entrar em um cinema, cada pessoa precisa comprar um bilhete. Temos nesta situação dois conjuntos distintos, não nulos, representados por P: conjunto de pessoas e B: conjunto de bilhetes. Relacionamos cada bilhete entregue na bilheteria à uma pessoa que acessa o cinema.

A ideia de *variável* representa um número qualquer de um conjunto, mas não é um número específico deste conjunto. Geralmente, uma variável é representada por um símbolo ou uma letra, mas que se refere a um número arbitrário, desconhecido. No entanto, quando olhamos para as situações multiplicativas a ideia de variável nem sempre está explícita no enunciado do problema, uma vez que uma variável é dependente ou independente de outra grandeza. Entende-se que uma quantidade x é variável, quando x passa por diferentes valores de determinada grandeza. A ideia de variável surge pela necessidade de representação simbólica para relacionar elementos entre conjuntos, que provém da ideia de correspondência, do contrário, teríamos que usar resultados particulares e não obteríamos uma generalização para tratar situações da própria Matemática. Podemos escrever a seguinte relação para compreender as noções de variável dependente e independente: sejam x e y duas variáveis para representar conjuntos de números, podemos relacioná-las escrevendo, y é função de x, expresso por $y = f(x)$, se entre duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \to y$, então, x é variável independente e y é variável dependente em relação a x (CARAÇA, 1998).

A ideia de *regularidade* possibilita identificar a ocorrência regular de um determinado fenômeno, é uma das primeiras noções para a construção do conceito de função (TINOCO, 2002), pois está explícita quando observamos uma repetição de valores, sequências numéricas, padrões geométricos ou na identificação de regularidade de um determinado padrão icônico (PAVAN, 2010), estando presente desde muito cedo nas atividades da Educação Infantil, quando uma sequência de desenhos ou imagens é repetida aos estudantes (MAGINA, PORTO, 2018).

A ideia de *generalização* permite identificar os fenômenos que ocorrem regularmente e podem ser generalizados, envolve abstração e argumentação para que se verifique a validade de uma certa lei para quaisquer casos (TINOCO, 2002; PAVAN, 2010). A ideia de generalização está presente nas situações multiplicativas e em todas as situações aritméticas, embora não explicitamente. Em uma situação do tipo: “Sabendo que 1 bicicleta tem 2 rodas, quantas rodas tem 3 bicicletas?”, podemos expressá-la algebricamente por $f(x) = 2x$, mesmo que esta representação não esteja explicitada no enunciado do problema, mas é possível estabelecer uma relação funcional linear entre bicicletas e rodas, dois conjuntos distintos não vazios, que expressam uma regularidade e a quantidade de rodas depende da quantidade de bicicletas (MAGINA, PORTO, 2018).

Tendo apresentado os referenciais teóricos que embasaram nossas análises, descrevemos na próxima seção, os encaminhamentos metodológicos da pesquisa, desde a seleção do livro didático, das situações-problema, bem como uma organização para analisar tais situações a partir das ideias base de função.

Encaminhamentos metodológicos

Para este artigo apresentamos a análise de um livro didático da Coleção Ápis, de Dante (2017), da Editora Ática, em que selecionamos o livro do 5º ano do Ensino Fundamental. Esta escolha justifica-se, pois entre as obras aprovadas e distribuídas pelo PNLD[2] de 2019 é a mais vendida em território nacional (BRASIL, 2019). Além disso, escolhemos o 5º ano por se tratar da última etapa dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para atender ao objetivo desta pesquisa, a análise do livro didático do 5º ano (DANTE, 2017) foi realizada a partir dos capítulos que abordaram situações-problema referentes à multiplicação e divisão com números naturais (capítulo 4) e grandezas e suas medidas (capítulo 8). Todas as atividades propostas pelo autor foram estudadas, mas nossa análise se pautou naquelas situações-problema contextualizadas sobre multiplicação e divisão propostas para os alunos resolverem, incluindo exemplos resolvidos ou aqueles em que o autor mencionou na abertura dos capítulos. Deste modo, as atividades do tipo calcule, resolva ou complete não foram consideradas para esta análise. Na próxima seção, apresentamos uma análise e interpretação dos dados obtidos a partir das situações multiplicativas contextualizadas no livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental.

[2] Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

Apresentação e análise dos dados

A partir do referencial teórico da TCC, principalmente acerca do Campo Multiplicativo (VERGNAUD, 1996; 2009), analisamos o livro didático Ápis – Matemática (DANTE, 2017). As situações multiplicativas contextualizadas foram classificadas de acordo com os raciocínios envolvidos para o isomorfismo de medidas e produto de medidas. Nossas análises mostram que foram identificadas na obra situações de proporção simples: multiplicação um para muitos, partição, cota e quarta proporcional, e função bilinear, que compõe o isomorfismo de medidas. Para o produto de medidas foram identificas situações-problema de configuração retangular e combinatória.

Após realizarmos essa classificação das situações-problema multiplicativas, fizemos uma releitura de todas as situações selecionadas para identificarmos as ideias base de função que podem ser mobilizadas em cada situação, considerando os pressupostos de Pavan (2010), Tinoco (2002) e Caraça (1998).

O Quadro 1 apresenta a quantidade de situações-problema identificadas em Dante (2017) para cada uma das categorias da estrutura multiplicativa, classificadas conforme Vergnaud (1996; 2009).

Quadro 1: Situações multiplicativas identificadas.

Categorias	Classes	Subclasses	Situações (cap. 4)	Situações (cap. 8)
Isomorfismo de medidas	Proporção simples	Multiplicação um para muitos	13	14
		Cota	7	5
		Partição	12	6
		Quarta Proporcional	3	2
	Proporção múltipla	Multiplicação um para muitos	0	0
		Multiplicação muitos para muitos	0	0
	Função Bilinear		1	0
Produto de medidas	Produto cartesiano	Configuração retangular	1	28
		Combinatória	2	1
	Comparação multiplicativa	Relação desconhecida, referido ou referente	0	0

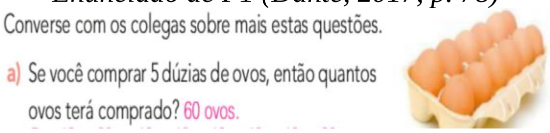
Fonte: Dados da pesquisa.

Com base nas informações apresentadas no Quadro 1, para a categoria de isomorfismo de medidas, foram identificadas 62 situações da classe de proporção simples, 1 da classe de função bilinear. Não foram identificadas situações-problema da classe de proporção múltipla. Para a categoria de produto de medidas, identificamos 32 situações da classe de produto cartesiano e não foram identificadas situações envolvendo a classe de comparação multiplicativa neste livro didático. Essas classes também foram as mesmas identificadas por Rodrigues e Rezende (2019), que analisaram situações multiplicativas em Dante (2017), com objetivo de identificar problemas mistos, envolvendo relações multiplicativas e aditivas.

Na Figura 1 apresentamos uma situação multiplicativa (P1) de isomorfismo de medidas, extraída de Dante (2017), em que analisamos, detalhadamente, o raciocínio multiplicativo e o pensamento funcional.

Figura 1: Multiplicação um para muitos (P1).

Enunciado de P1 (Dante, 2017, p. 78)



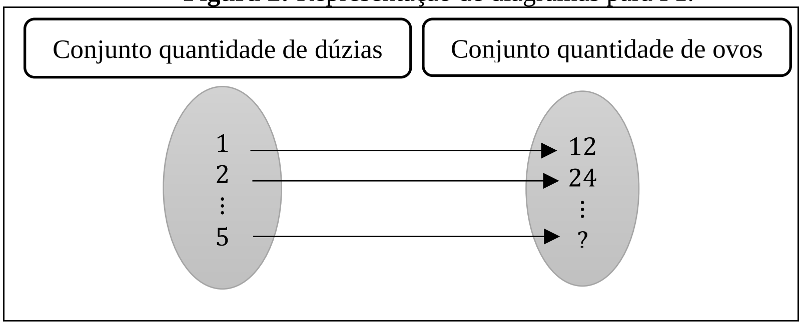
Esquema sagital

Quantidade de Dúzias	Quantidade de ovos
1 →	12
5 →	x

Fonte: Autoras.

Com base em Vergnaud (1996; 2009), a situação-problema P1 é classificada como isomorfismo de medidas, e mobiliza o raciocínio envolvido na classe de proporção simples e subclasse de multiplicação um para muitos, ou seja, conhecemos o valor unitário e outras duas quantidades, em duas grandezas diferentes, que estão relacionadas entre si. A Figura 2 relaciona grandezas de naturezas distintas por meio da representação de diagramas.

Figura 2: Representação de diagramas para P1.



Fonte: Autoras.

A primeira grandeza está representada pelo conjunto da quantidade de dúzias de ovos (conjunto de partida), já a segunda grandeza está representada pelo conjunto da quantidade de ovos (conjunto de chegada). Esta representação, por meio de diagramas, explicita a relação de *correspondência* entre a quantidade de dúzias e a quantidade de ovos em cada dúzia, ou seja, cada dúzia tem 12 ovos. De acordo com Tinoco (2002) é possível identificar a relação de *dependência* entre esses conjuntos, pois a quantidade de ovos depende da quantidade de dúzias. Conforme se altera a quantidade de dúzias, altera-se também a quantidade de ovos. Neste caso temos como *variável dependente*: quantidade de ovos, e *variável independente*: quantidade de dúzias de ovos. Se considerarmos a variação da quantidade de dúzias, obtém-se também a variação da quantidade de ovos, de modo que, em 1 dúzia há 12 ovos, em 2 dúzias há 24 ovos, e neste caso tem-se a mobilização da ideia de *regularidade*, como proposto por Pavan (2010), que de forma geral, pode ser expressa por "em x dúzias há $12x$ ovos", o que nos dá um direcionamento para interpretar também a ideia de *generalização*, sendo que para qualquer quantidade de dúzias pode-se determinar a quantidade de ovos, expresso por: $f(x) = 12x$, sendo $f(x)$ a quantidade de ovos e x a quantidade de dúzias.

De maneira resumida, apresentamos no Quadro 2 a análise das demais classes de situações-problema identificadas em Dante (2017) para o isomorfismo de medidas. Selecionamos um exemplar de cada classe para explicitar as relações funcionais mobilizadas. Utilizamos a inicial de cada ideia base para representá-las nos quadros 2 e 3, sendo Correspondência – C, Dependência – D, Variável independente – V, Regularidade – R, Generalização – G.

Quadro 2: Análises de situações-problemas de proporção simples.

Situação-problema analisada	Classificação da situação-problema segundo a TCC	Ideias base que podem ser mobilizadas
(P2) Em uma padaria, as broas de milho serão embaladas em pacotes com 6 broas em cada um. Quantos pacotes serão obtidos com 136 broas? (DANTE, 2017, p. 85).	Cota Quantidade de pacotes | Quantidade de broas 1 → 6 x → 136	C: Cada pacote tem 6 broas D: Quantidade de broas depende da quantidade de pacotes V: Quantidade de pacotes R: 1 pacote, 6 broas. 2 pacotes, 12 broas 3 pacotes, 18 broas x pacotes, 6 x broas G: $f(x) = 6x$
(P3) Em uma fábrica trabalham 456 funcionários, distribuídos igualmente em 3 setores. Quantos funcionários trabalham em cada setor? (DANTE, 2017, p. 84).	Partição Quantidade de setores | Quant. de funcionários 1 → x 3 → 456	C: 3 setores têm 456 funcionários D: Quantidade de funcionários depende da quantidade de setores V: Quantidade de setores/funcionários R: 1 setor, 152 funcionários 2 setores, 304 funcionários 3 setores, 456 funcionários
(P4) Pedro percorreu 160 metros dando 3 voltas na	Quarta proporcional	C: 3 voltas têm 160 metros

pista. Se ele der 6 voltas nesta pista, então quantos metros ele vai percorrer? (DANTE, 2017, p. 81).	<table><tr><th>Quantidade de voltas</th><th>Quantidade de metros</th></tr><tr><td>3 ⟶</td><td>160</td></tr><tr><td>6 ⟶</td><td>x</td></tr></table>	D: Quantidade de metros depende da quantidade de voltas V: Quantidade de voltas R: 3 voltas, 160 metros 6 voltas, 320 metros

Fonte: Autoras.

Nas situações envolvendo cota e partição há uma diferença intrínseca à estrutura matemática, embora a resolução destas ocorra por meio de uma divisão. Na cota ocorre a divisão entre valores de mesma grandeza, definido por Vergnaud (2009) como escalar ou constante proporcional. Para resolver uma situação partitiva mobiliza-se uma relação funcional, já que a divisão ocorre entre valores de grandezas diferentes. A divisão em que se busca o valor unitário, apresenta complexidade superior ao raciocínio envolvido na situação por cota, do mesmo modo que a ideia base de regularidade não é facilmente identificada, pois se desconhece o valor referente à certa grandeza unitária (ZANELLA, BARROS, 2014).

As situações de quarta proporcional também são mais complexas, pois não há informações sobre a grandeza correspondente ao valor unitário, embora haja uma proporcionalidade múltipla entre valores de uma mesma grandeza (quantidade de voltas). Pelo mesmo motivo, a ideia de *regularidade* se torna mais difícil de ser explicitada na resolução, pois depende de valores proporcionais muitos para muitos.

Na Figura 3 apresentamos o enunciado da única situação da classe função bilinear identificada em Dante (2017), e o esquema sagital que permite resolvê-la, com base em Vergnaud (1996).

Figura 3: Função Bilinear (P5)

Enunciado de P5 (DANTE, 2017, p. 83)

Segundo especialistas, o leite é essencial para o desenvolvimento das crianças, pois é um alimento com grande concentração de cálcio, importante na formação óssea.
Uma creche abriga 365 crianças. Durante o dia são servidos 2 copos de leite para cada criança.
Quantos copos de leite são consumidos em 2 semanas nessa creche? 10220 copos de leite.

Esquema Sagital

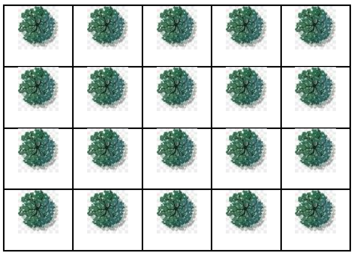
Dias / Crianças	1	2	3	...	y
1	2	4	6	...	2y
2	4	8	12	...	...
...	...	...	...	...	...
x	2x	...	...	...	2xy

Fonte: Autoras.

Esta classe estabelece uma relação funcional bilinear de duas quantidades variáveis independentes, isto é, a quantidade de crianças e a quantidade de dias. A *correspondência* está relacionada aos 2 copos de leite que cada criança toma por dia. Já a *dependência* está vinculada à quantidade de copos de leite que as crianças tomam no decorrer dos dias. Embora a *regularidade* e a *generalização* não sejam explícitas, elas podem ser obtidas na observação do esquema sagital de Vergnaud (1996), em que se observa a regularidade: 1 criança bebe 2 copos de leite em 1 dia, 2 crianças bebem 4 copos de leite em 1 dia, x crianças bebem $2x$ copos de leite em 1 dia. De modo análogo, 1 criança bebe $2y$ copos de leite em y dias, logo, x crianças bebem $2xy$ copos de leite em y dias, que podemos generalizar para $N(x, y) = 2xy$, sendo x: quantidade de crianças, y: quantidade de dias e $N(x, y)$: quantidade de copos de leite consumidos por x crianças em y dias.

No Quadro 3 apresentamos as análises da classe produto cartesiano, em que foram identificadas situações de configuração retangular e combinatória. Situações de comparação multiplicativa não foram identificadas, resultado semelhante ao de Rodrigues e Rezende (2019).

Quadro 3: Análises de situações-problema de produto cartesiano.

Situação-problema analisada	Classificação da situação-problema segundo TCC	Ideias base que podem ser mobilizadas
(P6) As árvores nesta plantação estão em disposição retangular com 4 linhas e 5 colunas. a) Qual é o número total de árvores? b) Quais são as multiplicações correspondentes a essa situação? c) E se fossem 12 linhas e 11 colunas, então qual seria o número total de árvores? (DANTE, 2017, p. 80).	Configuração retangular 	C: Cada linha tem 5 árvores. Logo, em 4 linhas há 20 árvores. D: O total de árvores depende do número de árvores dispostas em linhas e colunas.
(P7) Uma lanchonete oferece 3 tipos de lanche no pão de forma (queijo, frango e patê de berinjela) e 4 tipos de suco de fruta (laranja, uva, morango e acerola). Quantas são as possibilidades de escolha de 1 lanche e 1 suco? (DANTE, 2017, p. 81).	Combinatória Suco | Lanche Q F P L | (L, Q) (L, F) (L, P) U | (U, Q) (U, F) (U, P) M | (M, Q) (M, F) (M, P) A | (A, Q) (A, F) (A, P) Neste caso há duas grandezas (sabores de lanche e de suco). Ao realizarmos uma junção destas grandezas, obtém-se outra grandeza, relativa à combinação destes alimentos, pão e bebida.	C: para cada tipo de um lanche, há um tipo de suco diferente. D: A formação depende do tipo de lanche escolhido e do sabor do suco escolhido

Fonte: Autoras.

Nossas análises mostram que as situações de produto de medidas indicam a mobilização das ideias base de função de *correspondência* e *dependência*, diretamente associadas às diferentes grandezas que são relacionadas por meio de uma multiplicação.

Considerações finais

As análises desta investigação mostram que o isomorfismo de medidas permite manter relações entre conjuntos, de modo que existe uma *correspondência* entre eles que transforma um no outro, e vice-versa. Por se tratar de uma correspondência envolvendo proporcionalidade, as relações do isomorfismo de medidas mantêm a correspondência do tipo: se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então, $a \cdot d = b \cdot c$, quando b e d são diferentes de zero (LIMA *et al*., 2016). Justamente é esta relação de correspondência que permite estabelecer aproximações entre o Campo Conceitual Multiplicativo e as ideias base de função.

O maior número de situações-problema identificado na obra analisada (DANTE, 2017) refere-se à categoria de isomorfismo de medidas, mesmo que situações de proporção múltipla não tenham sido identificadas no livro didático analisado. Vergnaud (1996) esclarece que a proporção múltipla favorece a aprendizagem de outros campos da Matemática, como a Geometria ou a Probabilidade e Estatística.

Para a subclasse de configuração retangular, com número expressivo de situações-problema, especialmente no capítulo de Grandezas e Medidas, consideramos todas as situações que contemplaram o cálculo de área e volume, pois para Vergnaud (1996), o volume é proporcional à área da base quando a altura se mantém constante ou vice e versa, ou seja, uma das características desta subclasse é a ideia de *dependência*, o volume depende da área da base e da altura.

Para a categoria de isomorfismo de medidas as ideias de *correspondência* e *dependência* estão mais próximas do aprendizado dos alunos, mas a mesma facilidade pode não ser observada na mobilização das ideias de *variável*, *dependência* e *generalização*, isto porque, conforme Vergnaud (1996), algumas relações são mais difíceis de serem explicitadas pelos alunos. Além disso, o domínio numérico e as experiências dos estudantes também interferem para a mobilização ou não de algumas ideias base de função.

Por se tratar de uma análise de livro didático, ressaltamos que as ideias base de função não estão explícitas no enunciado das situações-problema, mas sugerimos que o trabalho do professor, enquanto mediador do processo de ensino, seja decisivo para colocar em destaque o estudo do pensamento funcional desde os anos iniciais. A partir das análises realizadas das situações-problema multiplicativas de um livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental, e apoiados em Vergnaud (1996), Magina e Porto (2018) e Pavan (2010), esta pesquisa indica a possibilidade da abordagem das ideias base de função (*correspondência*, *dependência*, *variável*, *regularidade* e *generalização*) desde os anos iniciais, principalmente por meio de situações do campo multiplicativo.

Referências

BRASIL, MEC. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2019: Guia digital**. Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, 2019.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais de Matemática**. 2ª edição. Lisboa: Gradiva, 1998.

DANTE, L. R. **Ápis Matemática: 5º ano.** 3ª Edição. São Paulo: Ática, 2017.

FREITAS, R. L.; ALMOULOUD, S. Análise de livro didáctico e a construção de um processo de ensino por meio de tarefas e técnicas: contribuições da TAD. In: SALAZAR, J. F.; GUERRA, F. U. (Orgs.). **Investigaciones En Educacion Matematica. 1ª Ed. Lima: F**ondo editorial, 2016. p. 217-237.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão. Contribuição da teoria dos campos conceituais.** 1ª Edição. São Paulo: Editora PROEM, 2014.

LAJOLO, M. **Livro Didático**: um (quase) manual de usuário. Em Aberto, Brasília, n. 69, v. 16, jan./mar. 1996.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio:** volume 1. 9ª Edição. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MAGINA, S. M. P.; PORTO, R. S. O. É possível se ter raciocínio funcional no nível dos anos iniciais? Uma investigação com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **VII Seminário internacional de Pesquisa em Educação Matemática.** Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil, 2018.

OLIVEIRA, N. **Conceito de Função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. S.f. 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

REZENDE, V.; NOGUEIRA, C. M. I.; CALADO, T. V. Função afim na educação básica: estratégias e ideias base mobilizadas por estudantes mediante a resolução de tarefas matemáticas. **ALEXANDRIA**, Florianópolis, v. 13, p. 25, 2020.

RODRIGUES, C. L. H.; REZENDE, V. Problemas do campo conceitual multiplicativo em livros didáticos de matemática dos anos iniciais. **In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XIII.** Cuiabá, Mato Grosso, Brasil, 2019.

NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V. Investigando o campo conceitual das funções: primeiros resultados. **ReBECEM**, Cascavel, v. 2, n. 3, p. 411-431, dez. 2018.

PAVAN, L. R. **A Mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental em Situações-Problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas.** 2010. 195 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010.

TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de Função.** 1ª Edição. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, 2002.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 170, 1990.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas.** Tradução: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget – Horizontes Pedagógicos, 1996, p. 155-191.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. 1ª Edição. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

ZANELLA, M. S.; BARROS, R. M. O. **Teoria dos Campos Conceituais:** situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de Naturais. 1ª Edição. Curitiba: Editora CRV, 2014.

Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para a didática das grandezas geométricas

Contributions of Conceptual Fields Theory to the didactics of geometric magnitudes

Paula Moreira Baltar Bellemain
EDUMATEC – Centro de Educação – UFPE
pmbaltar@gmail.com

Resumo
Esse texto visa evidenciar algumas das contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para as pesquisas sobre a aprendizagem e o ensino das grandezas geométricas comprimento, área e volume, na educação básica. Sem pretender dar a esse estudo um caráter exaustivo nem tampouco detalhar cada pesquisa do corpus, selecionaram-se algumas dissertações e teses produzidas no Brasil ou na França, desde a década de noventa do século passado até os dias atuais. As pesquisas foram escolhidas com base em buscas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD - e no servidor TEL (thèses en ligne) bem como nas referências bibliográficas dos trabalhos rastreados na BDTD e no TEL. Observou-se que a Teoria dos Campos Conceituais em articulação com os estudos de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian sobre a grandeza área, fornece ferramentas teórico metodológicas para esboçar um modelo epistemológico de referência para as grandezas geométricas por meio do qual se pode interrogar possíveis conexões entre práticas sociais escolares e não-escolares, analisar conhecimentos mobilizados pelos alunos da educação básica, analisar livros didáticos e produzir sequências didáticas que contribuam para a ampliação e o aprofundamento do sentido atribuído ao comprimento, à área e ao volume.

Palavras-chave: Comprimento; área; volume; ensino; aprendizagem.

Abstract
This text aims to highlight some of the contributions of the Theory of Conceptual Fields to research on the learning and teaching of length, area and volume in basic education. Without intending to give this study an exhaustive character or detailing each research in the corpus, we selected some dissertations and theses produced in Brazil or France, from the nineties of the last century to the present day, based on searches in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations – BDTD and on the TEL server. Theses and dissertations referenced in the works screened in BDTD and TEL were also included. Based on this corpus, it was observed that the Theory of Conceptual Fields, in conjunction with the studies by Régine Douady and Marie-Jeanne Perrin-Glorian on the area as a magnitude, provides theoretical and methodological tools to outline an epistemological model of reference for geometrical magnitude by through which one can interrogate possible connections between school and non-school social practices, analyze knowledge mobilized by basic education students, analyze textbooks and produce didactic sequences that contribute to the expansion and deepening of the meaning attributed to length, to area and to volume.

Keywords: Length; area; volume; teaching; learning.

Introdução

Recentemente nos deixou um dos mais importantes pesquisadores de nossa área, o professor Gérard Vergnaud. Como destaca Jorge Falcão, no prefácio de Bittar e Muniz (2009), Vergnaud é referência incontornável a quem deseja se aprofundar em domínios como a psicologia da aprendizagem e do desenvolvimento, a educação matemática e científica ou a didática profissional, entre outros. Falcão sublinha ainda a influência marcante de Gérard Vergnaud especificamente na comunidade científica brasileira. Pode-se acrescentar a esses argumentos, a presença - explícita ou implícita – de seu pensamento em textos de orientação curricular, em livros didáticos e na formação de professores.

Vergnaud (2009) considera Jean Piaget e Lev Vygotski as mais importantes contribuições do século XX para a psicologia cognitiva. Na elaboração de sua Teoria dos Campos Conceituais (doravante TCC), incorpora aspectos complementares de Piaget e Vygotski, quanto às funções da ação e da linguagem na conceptualização e quanto à influência da experiência individual e da inserção cultural dos sujeitos na formação de competências e do pensamento. Além disso, aprofunda aspectos como a influência da especificidade dos objetos de saber no processo de aprendizagem, as possíveis ajudas ao processo de conceptualização e o papel a ser desempenhado por mediadores desse processo. As heranças incorporadas e articuladas, a inquietação com a epistemologia dos objetos de saber e a antecipação da intenção de favorecer a aquisição de conhecimentos estão no coração da imensa contribuição de Vergnaud à didática da matemática, desde sua origem na França, há aproximadamente quarenta anos.

Esse texto tem por objetivo evidenciar alguns dos aportes da TCC para a didática das grandezas geométricas comprimento, área e volume, na educação básica.

Para isso, foram selecionadas dissertações e teses produzidas ora no Brasil ora na França, desde a década de noventa do século passado até os dias atuais, a partir de um rastreamento na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no servidor TEL (thèses en ligne). Foram usadas palavras chave como: teoria dos campos conceituais, grandezas geométricas, Vergnaud, Douady, comprimento, área ou volume. Para algumas dessas entradas, havia milhares de trabalhos, em diversos domínios científicos. A fim de delimitar o corpus a ser analisado, utilizamos o filtro da área de conhecimento, fizemos a leitura de títulos e de resumos, descartando dissertações e teses que não tratavam de uma ou mais grandezas geométricas ou que não tinham a TCC em seu marco teórico. Por outro lado, incluímos trabalhos que embora não constem nessas bases são referenciados em estudos localizados na BDTD ou no TEL. Encontramos mais de 20 dissertações ou teses que investigaram questões relativas à aprendizagem e/ou ao ensino de grandezas geométricas sob a ótica da TCC e não finalizamos seu estudo sistemático. Apesar do esforço de amplitude, não pretendemos dar a esse trabalho um caráter exaustivo nem tampouco detalhar cada uma das pesquisas consideradas.

A presença das grandezas geométricas em práticas sociais não escolares

Vergnaud (2009, p. 27) afirma que "*o campo de experiência do sujeito, criança, adolescente, adulto, cobre ao mesmo tempo a experiência dita 'cotidiana' da vida (na família e onde vive) e a experiência escolar, a experiência profissional, a formação.*" Teses como as de Acioly (1994) e Grando (1998) investigam situações não escolares nas quais sujeitos mobilizam conhecimentos relativos às grandezas geométricas.

Acioly (1994) estuda o funcionamento cognitivo de agricultores analfabetos ou pouco escolarizados nas plantações de cana de açúcar, no domínio da medida. Observa procedimentos de resolução de situações plenamente aceitos no meio social estudado, mas nitidamente distantes dos procedimentos de resolução de situações análogas no âmbito da educação formal. Observa em alguns sujeitos a recusa de responder quando o contexto das situações não lhes é familiar. Por exemplo, embora calculassem a área de terrenos, o que fazia parte de sua prática profissional, recusavam-se a calcular a área em outras circunstâncias, como se atribuíssem implicitamente a seus conhecimentos um caráter localizado. Por outro lado, alguns sujeitos aplicavam esquemas a uma classe mais ampla do que seria legítimo, do ponto de vista da abordagem escolar dos conhecimentos matemáticos. É o caso, do cálculo da área de quadriláteros não notáveis por meio da adaptação da fórmula da área de um retângulo. Acioly (1994) explica que se utiliza no contexto das plantações de cana de açúcar uma fórmula "regional" para calcular a área de quadriláteros. Tanto no caso do retângulo como de paralelogramos não retângulos, calcula-se a área por meio do produto dos comprimentos de lados adjacentes. Quando o quadrilátero não é um paralelogramo, a estratégia mais frequente observada foi calcular a média aritmética dos comprimentos dos lados opostos e multiplicar os valores obtidos.

Grando (1998) investiga a mobilização de conhecimentos relativos a comprimento, área e volume por estudantes de ensino fundamental e médio e por trabalhadores de serrarias, funilarias e olarias. Essa autora observou dificuldades por parte dos estudantes na resolução de problemas que envolviam conteúdos estudados na escola, mas formuladas em torno de contextos de práticas profissionais. Entre as implicações de sua pesquisa, sugere um maior investimento na recontextualização e ressignificação dos conteúdos matemáticos escolares apoiada na análise epistemológica e/ou na análise de práticas sociais nas quais esses conteúdos estão envolvidos. Para essa pesquisadora, é preciso fortalecer as conexões entre a escola e as situações reais nas quais conhecimentos matemáticos estão envolvidos. As práticas profissionais investigadas por Grando (1998) fornecem também exemplos preciosos de unidades de volume que não fazem parte do sistema métrico, mas que são constantemente usadas em contextos específicos, como é o caso do tijolo, nas olarias e da tábua padrão nas serrarias.

Como evidenciam Lima e Bellemain (2010), uma das razões da inclusão das grandezas e medidas na matemática escolar é sua forte presença nas mais diversas práticas sociais. As teses de Acioly (1994) e Grando (1998), bem como a dissertação de Santos (2010) tomam a TCC como parte importante de seus marcos teóricos e ilustram a riqueza de práticas profissionais do campo e da cidade, que envolvem comprimentos, áreas e/ou volumes. Nessas pesquisas encontram-se sujeitos capazes de utilizar adequadamente conhecimentos em contextos que lhes são familiares (seja a escola seja em atividades profissionais) mas que parecem não reconhecer a pertinência de mobilizar esses mesmos conhecimentos em situações que fogem de seu campo de experiências.

Uma modelização da área como conceito

Para Vergnaud (1990), o conceito é muito mais que uma definição. Em sua teoria, caracteriza conceito como uma terna de conjuntos distintos, mas não independentes:

- A referência – “*conjunto de situações que dão sentido ao conceito*” (p. 166);
- O significado – “*conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas*” (p. 166);
- O significante – “*conjunto das formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento*” (p. 166)

O sentido do termo situação na TCC não é aquele da Teoria das Situações de Guy Brousseau. Vergnaud (1990) afirma que “*toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas sobre as quais é importante conhecer a natureza e a dificuldade próprias*” (p. 146). Por um lado, sublinha que uma teoria da aprendizagem matemática não pode apoiar-se apenas na matemática. Por outro, defende que ao estabelecer uma classificação das situações que dão sentido a um conceito, na descrição de procedimentos, na formulação de conhecimentos-em-ato, o pesquisador deve ser vigilante quanto ao sentido matemático do que elabora.

Os invariantes operatórios são conceitos-em-ato – conceitos considerados pertinentes na ação dos sujeitos em situação e teoremas-em-ato – proposições que os sujeitos consideram verdadeiras, na ação em situação (VERGNAUD, 2009). Com os invariantes operatórios, modelizam-se os conhecimentos mobilizados pelos sujeitos, no enfrentamento das situações, mesmo quando esses sujeitos não são capazes de verbaliza-los ou de representa-los simbolicamente. Trata-se, de algum modo, de desvendar a parte imersa do iceberg da conceptualização, na metáfora utilizada por Gérard Vergnaud.

A busca da consideração simultânea e articulada dos aspectos matemáticos, psicológicos e propriamente didáticos, leva a tomar como alicerce as pesquisas que Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian desenvolveram entre as décadas de oitenta e noventa do século passado (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, PERRIN-GLORIAN, 1992). Assim, Baltar (1996) em sua tese busca modelizar a grandeza área (no sentido estabelecido por Douady e Perrin-Glorian) como um conceito, na perspectiva vergnaudiana. Interroga como esse conceito evoluiu ao longo da história da matemática, analisa pesquisas anteriores, avaliações em larga escala e livros didáticos franceses, observa procedimentos de resolução de problemas por alunos, elabora e implementa uma engenharia didática numa turma de nível equivalente ao 7º ano do ensino fundamental.

Um sobrevoo da evolução do conceito de área na história da matemática conduz Baltar (1996) a visitar na Antiguidade os egípcios, os babilônios, os chineses e os gregos; a discutir as polêmicas em torno dos indivisíveis, no século XVII; a tocar rapidamente no desenvolvimento do cálculo diferencial e integral no século XVIII e nas teorias da medida no século XIX e a apontar dois exemplos de teorias do século XX nas quais a área encontra um lugar – a teoria geométrica da medida e a teoria ergódica. Com isso, evidencia que a área está no cerne de evoluções importantes no pensamento matemático – ora próximo a práticas sociais como a agricultura, nas civilizações da Antiguidade, ora vinculado a questionamentos teóricos como aqueles acerca do infinito, no século XVII. Além disso, esse estudo permitiu delinear candidatos aos tipos de situações que dão sentido à área: a medida da área, a comparação das áreas de superfícies, a construção de superfícies de mesma área que uma superfície dada, a busca de superfícies (em R^3) de área mínima, para uma fronteira dada, o estudo de transformações que conservam a área. Outro estudo da área ao longo da história da matemática pode ser encontrado na tese de Santos (2014).

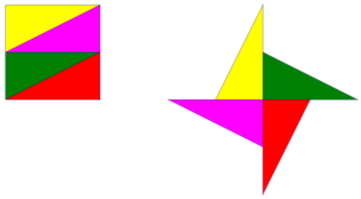
Além das considerações matemáticas, o enraizamento nos conhecimentos científicos da psicologia cognitiva e didática, traz para o centro das atenções os estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989). Essas pesquisadoras elaboraram e implementaram engenharias didáticas ancoradas na dialética ferramenta objeto e jogos de quadros, com o objetivo de levar os alunos franceses de nível equivalente ao 4º e 5º anos do ensino fundamental brasileiro (crianças de 9 a 11 anos) a se apropriarem da área como um meio para quantificar o espaço ocupado por uma superfície no plano.

Destacam que isso corresponde, matematicamente, a desenvolver uma função-medida cujo domínio é um conjunto de superfícies planas que contenha todas aquelas que podem ser estudadas ao longo do ensino fundamental, e cujo conjunto imagem são os números reais positivos. Tal função deve ser positiva - se a superfície S, do domínio da função, tem interior não vazio, então sua área é estritamente positiva -, aditiva - dadas duas superfícies S_1 e S_2, do domínio da função, que tenham apenas pontos de fronteira em comum, a área da superfície S (obtida pela união entre S_1 e S_2) é a soma das áreas de S_1 e S_2 - e invariante por isometria - para qualquer isometria g e para toda superfície S do domínio da função, a área de S e a da imagem de S pela isometria g são iguais.

Há muitas maneiras de definir tal função-medida, como por exemplo, escolhendo um quadrado A como superfície unitária (definindo que a imagem de A pela função-medida é 1), o que permite, de imediato, atribuir um valor à área de todas as figuras efetivamente ladrilháveis com uma quantidade finita de exemplares dessa superfície unitária. Apoiando-se em Lebesgue, Douady e Perrin-Glorian (1989) destacam que para as demais superfícies do domínio da função pode-se teoricamente, proceder por enquadramentos e utilizar limites. Explicitam ainda que mudanças de unidade de área levam a mudanças nos valores numéricos, mas "*as novas medidas são proporcionais às antigas*" (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 392) e que figuras cujas imagens por uma função-medida são iguais não são necessariamente figuras congruentes.

A figura 1, a seguir, ilustra a observação segundo a qual figuras de áreas iguais não são necessariamente congruentes.

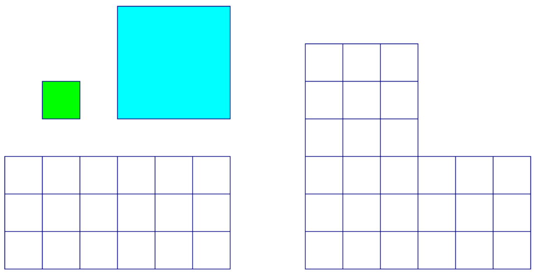
Figura 1: Figuras não congruentes com áreas iguais



Fonte: autoria própria

Na figura 2, a seguir, vamos considerar a função-medida F_v, definida tomando-se o quadradinho verde (V) como superfície unitária e a função-medida F_A, definida tomando-se o quadrado azul (A) como superfície unitária. Vamos também chamar o retângulo à esquerda, de R e a superfície à direita do retângulo de L. Ambas são superfícies efetivamente ladrilháveis com uma quantidade finita de cópias de cada uma das superfícies unitárias consideradas.

Figura 2: Mudança de unidade de área



Fonte: autoria própria

Podemos observar que F_V (R) = 18; F_V (L) = 27; F_A (R) = 2 e F_A (L) = 3, uma vez que podemos ladrilhar efetivamente o retângulo R com 18 cópias do quadradinho verde V ou com 2 cópias do quadrado azul A e podemos ladrilhar a superfície L com 27 cópias de V ou com três cópias de A. Esse exemplo ilustra também que embora F_V (R) ≠ F_V (L) e F_A (R) ≠ F_A (L), feita uma mudança de unidade, as novas medidas são proporcionais às antigas, ou seja, $\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$.

A análise que essas pesquisadoras fazem do ensino da área de figuras planas na França, naquele momento, mostra que como se faz habitualmente na matemática acadêmica, feita a escolha de uma unidade, são considerados apenas dois aspectos – as superfícies e os números, o que leva a considerar a área como um número, um invariante do par (superfície, unidade de área). As autoras defendem, entretanto, que essa abordagem é pouco convincente se precisamos realizar mudanças de unidade (como é o caso no ensino fundamental) e se queremos que a área seja um invariante da própria superfície.

Douady e Perrin-Glorian (1989) evidenciam algumas dificuldades e erros frequentes entre os alunos, como a confusão entre área e perímetro, o uso inadequado de unidades de medida e o uso de fórmulas incorretas ou inadaptadas. Na interpretação de erros e dificuldades como essas, consideram que os alunos mobilizam ora uma concepção geométrica da área ora uma concepção numérica, ora ambas, mas sem estabelecer as articulações pertinentes entre os aspectos geométricos e numéricos. Para essas pesquisadoras, uma ilustração das concepções geométricas pode ser considerada por exemplo quando diante da demanda de diminuir a área de uma figura, os alunos reduzem a figura mantendo sua forma (ou seja, produzindo uma figura semelhante, à original, com área menor que aquela, como no exemplo à esquerda na figura 3, a seguir).

Figura 3: Diminuir a área de uma figura

Exemplo de concepção geométrica — Diminuição da área com aumento do perímetro

Fonte: autoria própria

Neste caso, a diminuição da área, leva a uma diminuição do perímetro. Para o aluno que mobiliza uma concepção geométrica, área e perímetro variam sempre num mesmo sentido, o que não é verdade no caso geral, como ilustra o exemplo à direita na figura 3, em que partindo do mesmo pentágono ao se desprender da forma, é possível desenhar uma figura que tenha ao mesmo tempo área menor que a do pentágono original (tracejado) e perímetro maior que o do pentágono original.

Já do ponto de vista das concepções numéricas, só são valorizados os aspectos relativos ao cálculo numérico, o que leva, quando os conhecimentos geométricos não são robustos, a erros como calcular a área de um paralelogramo multiplicando os comprimentos de seus lados, procedimento similar ao observado por Acioly (1994).

Com base em análises preliminares como as que brevemente sintetizamos aqui, Douady e Perrin-Glorian (1989) formulam duas hipóteses: "*O desenvolvimento no ensino do conceito de área como grandeza permite aos alunos estabelecer as relações necessárias entre os dois quadros (geométrico e numérico)*" (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p.

395) e "*Uma identificação muito precoce entre grandezas e números favorece o amálgama das grandezas em jogo (aqui comprimentos e áreas)*" (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 396). A engenharia didática elaborada com base nessas hipóteses e implementada em turmas de 4º e 5º ano na França mostrou avanços expressivos em aspectos da aprendizagem da área de figuras planas em comparação inclusive com resultados de pesquisas anteriores. Ao mesmo tempo, evidenciaram-se dificuldades persistentes e dificuldades não previstas, que as conduziram a formular uma nova hipótese segundo a qual "*no quadro geométrico, uma interação entre os pontos de vista estático e dinâmico é necessária na conceptualização da grandeza área e na sua dissociação do comprimento*" (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 417).

Em sua tese, Baltar (1996) centra a atenção na etapa equivalente ao 6º e 7º anos do ensino fundamental e investiga a aquisição das relações entre comprimentos e áreas, com foco na distinção entre a área e o perímetro e na aprendizagem e uso de fórmulas de área, considerando tanto os aspectos estáticos como dinâmicos. Essa autora apoia-se no estudo das concepções numéricas e geométricas, que considera modelos globais úteis à compreensão dos modos como os alunos lidam com situações envolvendo a área, mas evidencia também a necessidade de instrumentos teóricos de análise mais localizados.

Assim, Baltar (1996) constrói um estudo das situações que de seu ponto de vista dão sentido à área e um repertório de teoremas-em-ato em torno desse conceito, por meio dos quais analisa os procedimentos de resolução das situações sobre área. Foca nas situações suscetíveis de serem abordadas na etapa equivalente ao 1º ao 7º ano do ensino fundamental brasileiro. Essa autora considera que o sentido do conceito "área", no ensino fundamental se assenta em três classes de situações principais: comparação, medida e produção de superfícies. Entre os teoremas-em-ato formulados por Baltar (1996, pp. 94-95) há por exemplo "*duas superfícies equidecompostas têm áreas iguais*" (verdadeiro) e "*duas superfícies de mesma área têm mesmo perímetro*" (falso).

Com o estudo das situações que dão sentido à área, Baltar (1996) buscou contribuir para a modelização do campo conceitual das grandezas geométricas. Para isso apoiou-se entre outros elementos nos estudos em torno do volume, realizados por Vergnaud e seus colaboradores (VERGNAUD, 1983) ao investigar o campo conceitual das estruturas multiplicativas.

Esboçando um modelo do campo conceitual das grandezas geométricas

Diversas pesquisas (DUARTE, 2002, TELES, 2007, FERREIRA, 2010, SOUZA 2013, SILVA, 2016, ARAÚJO, 2018, FERREIRA, 2018, entre outros) adotam a perspectiva de Douady e Perrin-Glorian (1989) e de Baltar (1996) para investigar questões acerca da aprendizagem e do ensino da grandeza geométrica área. Além disso, adaptações do estudo das situações que dão sentido à área foram realizadas e utilizadas em pesquisas sobre o comprimento (BARBOSA, 2002, BRITO, 2003, BARBOSA, 2007, entre outros) ou o volume (BARROS, 2002, OLIVEIRA, 2002, 2007, ANWANDTER-CUELLAR, 2008, FIGUEIREDO, 2013, MORAIS, 2013, entre outros).

O detalhamento das problemáticas específicas dessas pesquisas extrapola o escopo desse texto. Cada uma delas centra sua atenção em uma grandeza geométrica, mas muitas vezes também aborda as relações da grandeza em foco com outras grandezas, mas nenhuma delas propõe uma modelização do campo conceitual das grandezas geométricas.

Vergnaud (2009) defende que

> "para analisar o desenvolvimento de competências e conceitualizações do sujeito nos diferentes registros de sua atividade, é indispensável fazer o recorte dos objetos de estudos menores que a experiência global, mesmo se essa experiência global merece ser analisada e mesmo se ela pesa sobre a experiência associada a domínios particulares. É a essa questão metodológica que o conceito 'campos conceituais' responde: seu objetivo é designar sub-campos da experiência, em torno das duas ideias, de situação e de conceito" (p. 27)

Se, por um lado, é preciso realizar recortes do campo de experiências, por outro, Vergnaud defende veementemente que as situações exigem a mobilização simultânea e articulada de vários conceitos e que o sentido de um conceito não se assenta numa situação única, mas numa pluralidade de situações. Assim, para Vergnaud (2009)

> "um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações" (p. 29)

Embora tenha estudado com profundidade os campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, a possibilidade de modelizar um campo conceitual das grandezas geométricas (que designa como espaciais), já está presente em Vergnaud (1990), sobre o qual destaca que a "*conceptualização faz apelo simultaneamente à geometria, às estruturas aditivas e às estruturas multiplicativas*" (p. 169). Nessa mesma linha, a tese de Teles (2007) reforça o argumento da complexidade desse campo e investiga imbricações entre campos conceituais em torno das fórmulas de área.

Trata-se aqui de delinear alguns elementos do campo conceitual das grandezas geométricas, com base nas pesquisas anteriores sobre o tema. Argumentos análogos aos formulados por Douady e Perrin-Glorian (1989) levam a considerar que na modelização do campo conceitual das grandezas geométricas, é preciso distinguir os objetos geométricos (linhas, superfícies e sólidos), as grandezas (comprimento, área e volume) e os números (medidas de comprimento, de área e de volume, obtidas mediante a escolha de unidades que determinam uma função-medida específica). As funções-medida que permitem atribuir um número a um comprimento, a uma área ou a um volume, são positivas, aditivas e invariantes por isometria.

Além disso, as pesquisas supracitadas assumem que na construção do sentido das grandezas geométricas, devem-se considerar pelo menos três classes de situações: comparação (de linhas, de superfícies ou de sólidos), medida (do comprimento, da área ou do volume) e produção (de linhas, de superfícies ou de sólidos, a partir de condições dadas sobre grandezas associadas a esses objetos geométricos).

Anwandter-Cuellar (2008) na conceptualização do volume, bifurca a classe das situações de produção em produção de sólido com volume dado e produção de sólido de volume maior ou menor que volume dado bem como toma a classe de situações de estudo das variações do volume (que no estudo de Baltar, estão incluídas na classe da comparação). Além disso, considera as situações de mudança de unidade de volume como uma classe à parte (para Baltar estavam incluídas nas situações de medida). Ferreira (2010) também defende a separação entre medida e mudança de unidade na abordagem da área. Morais (2013) propõe nomear a classe de medida como medição, a fim de distinguir mais claramente a ação e seu resultado.

Desde seus trabalhos sobre volume (VERGNAUD, 1983), as relações entre grandezas e números têm um lugar importante no olhar que lança sobre as grandezas geométricas. Vergnaud (2019) argumenta que entre os números e as grandezas há uma relação dialética. Se por um lado, sem o conceito de número a compreensão das grandezas ficaria bastante restrita, por outro, não haveria conceito de número sem as experiências com quantidades discretas e com grandezas físicas.

Os três âmbitos elementares (objetos geométricos, grandezas e números) assumem identidades próprias, mas ao mesmo tempo, interligadas. Assim, entre os conceitos que compõem o campo conceitual das grandezas geométricas estão objetos geométricos unidimensionais (linhas curvas ou retilíneas), bidimensionais (superfícies planas ou não), tridimensionais (sólidos), comprimento, área, volume, perímetro, capacidade, função, medida, números naturais, racionais positivos, reais, adição, subtração, multiplicação, divisão, potência, radiciação, análise dimensional, entre outros.

Entre as situações que participam da construção do sentido das grandezas geométricas estão comparações, medições, produção de objetos geométricos segundo condições dadas, estudo da variação das grandezas quando os objetos geométricos são deformados, otimização de grandezas, mudanças de unidades, adição de grandezas de mesma natureza, multiplicação de grandezas por um escalar, produto de grandezas. A complexidade desse campo demanda estudos sistemáticos dos objetos e das relações entre objetos em cada uma dessas situações para refinar as classificações anteriores.

As pesquisas supracitadas acerca de comprimento, área e volume trazem esboços, mais ou menos elaborados, de modelos epistemológicos para o campo conceitual das grandezas geométricas, e os utilizam para investigar um ou mais dos seguintes aspectos: os conhecimentos mobilizados pelos alunos, a abordagem de livros didáticos e a elaboração de intervenções didáticas visando provocar a aprendizagem.

Em pesquisas que buscam identificar os conhecimentos mobilizados por alunos, ao serem confrontados com situações que põem em jogo as grandezas geométricas e naquelas que visam provocar aprendizagem, a TCC fornece um alicerce para nortear a elaboração das situações e para analisar os procedimentos de resolução dos alunos em termos não apenas dos conhecimentos explicitados, mas também de possíveis conceitos-em-ato e teoremas-em-ato. No caso das situações de intervenção, trata-se também de buscar caminhos para desestabilizar teoremas-em-ato falsos.

Finalmente, nas análises de livros didáticos, pode-se observar quando há pouca variedade nos tipos de situações aos quais os alunos são confrontados na escola, sobretudo, a ênfase na medição e na mudança de unidades.

Considerações finais

Nesse trabalho, estudamos dissertações e teses diversas nas quais a Teoria dos Campos Conceituais é utilizada na investigação de questões sobre a aprendizagem e o ensino de comprimento, área e/ou volume, visando ilustrar contribuições dessa teoria para a didática das grandezas geométricas.

Defendemos aqui que Vergnaud fornece um farol que ilumina a elaboração de modelos epistemológicos de referência (MER) para a atividade matemática escolar e sustentamos essa posição com base em três aportes da TCC.

O primeiro é o fato de romper os muros que separam a escola e a sociedade na qual está inserida. Alguns trabalhos, ao se debruçarem sobre a atividade de sujeitos em contextos escolares e não escolares nos levam a interrogar filiações e rupturas na atribuição de sentido às grandezas geométricas na sala de aula, ora apoiando-se nas vivências anteriores ora promovendo adaptações necessárias.

O segundo é a modelização dos conceitos e dos campos conceituais segundo três dimensões interligadas – situações, invariantes operatórios e representações. Com esse olhar, algumas pesquisas buscaram questionar quais as situações que dão sentido às grandezas geométricas, que invariantes operatórios estão ou podem estar presentes no enfrentamento dessas situações, que representações estão em jogo e de que modos apoiam a conceptualização, ao longo da educação básica. Consideramos esses questionamentos como motores da elaboração do MER esboçado nos tópicos precedentes.

O terceiro fator diz respeito à mobilização do MER como ferramenta teórico-metodológica para problematizar escolhas didáticas em jogo em livros didáticos, investigar erros cometidos pelos alunos e seu sentido, como manifestação de conhecimentos em ato e subsidiar a elaboração de sequências didáticas passíveis de propiciar a ampliação do repertório de conhecimentos dos estudantes da educação básica.

Referências

ACIOLY, N. **La juste mesure**: une étude des compétences mathématiques des travailleurs de la canne à sucre du Nordeste du Brésil dans le domaine de la mesure. Tese (Doctorat d'Université), Paris V, Paris, 1994.

ANWANDTER-CUELLAR, N. **Etude de conceptions d'élèves à propos du concept de volume**. Mémoire de master - 2 HPDS (Histoire Philosophie et Didactique des Sciences) - Université Montpellier 2, 2008.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes**: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. 1996. Thèse de doctorat (Doctorat en Didactique des Mahtématiques) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE, Recife, 2002.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de visualização em atividades de comparação de comprimentos de linhas abertas**. Tese (Doutorado em Educação) – UFPE, Recife, 2007.

BARROS, J. S. **Investigando o conceito de volume no ensino fundamental**: um estudo exploratório. 2002. 147 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE, Recife, 2002.

BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.) **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1ª edição – Curitiba: Editora CRV, 2009.

BRITO, A. F. **Um estudo sobre a influência do uso de materiais manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE, Recife, 2003.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 4, p. 387- 424, 1989.

DUARTE, J. H. **Análise de situações didáticas para a construção do conceito de área, como grandeza, no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE, Recife, 2002.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental**: estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE, Recife, 2010.

FERREIRA, L. F. D. Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental: o caso da aprendizagem de área e perímetro. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2018.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do ensino médio**: um estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE. Recife, 2013.

GRANDO, N. I. O campo conceitual de espaço na escola e em outros contextos culturais. Tese (Doutorado em educação: ensino de ciências naturais) – UFSC, Florianópolis, 1998.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: CARVALHO, J. B. P. F. **Coleção explorando o ensino**: Matemática, Brasília, MEC, v. 17, 2010. p. 167-200.

MORAIS, L.B. **Análise da abordagem da grandeza volume em livros didáticos de Matemática do ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2013.

OLIVEIRA, G. R. F. Construção do conceito de volume no Ensino Fundamental: um estudo de caso. Dissertação (Mestrado em Educação) - UFPE, Recife, 2002.

OLIVEIRA, G. R. F. Investigação do papel das grandezas físicas na construção do conceito de volume. Tese (Doutorado em Educação) - UFPE, Recife, 2007.

PERRIN-GLORIAN, M. J. **Aires de surfaces planes et nombres décimaux**. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6e. Thèse de doctorat d'État, Université de Paris-VII, 1992.

SANTOS, E. S. C. A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do ensino fundamental: atividades fundamentadas na história da matemática. Tese (Doutorado em Educação) – UnB, Brasília, 2014.

SANTOS, L. M. S. Cálculo de área na vida e na escola: possíveis diferenças conceituais. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFS, São Cristóvão, 2010.

SILVA, A. D. P. R. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica**: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2016.

SILVA, C. C. R. Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade. Dissertação (Mestrado em Educação) – UnB, Brasília, 2011.

SOUZA, E. R. **Análise de estratégias de alunos do ensino médio em problemas de cálculo de área do paralelogramo.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife-PE, 2013.

TELES, R. A. M. **A Influência de imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas**. Tese (Doutorado em Educação) – UFPE, Recife, 2007.

VERGNAUD, G. (org.) Didactique et acquisition du concept de volume. In : Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 4, n. 1, 1983.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. In : **Recherches en didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 10, n. 2-3, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. . (Org.) **A Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1ª edição DIGITAL– Curitiba: Editora CRV, 2009.

Desconstrução Dimensional das Formas: elemento semiocognitivo fundamental para a aprendizagem em geometria

Dimensional Desconstruction of Shapes: a fundamental semiocognite element for learning geometry

Roberta Nara Sodré de Souza
Instituto Federal de Santa Catarina
roberta.sodre@ifsc.edu.br

Resumo
O artigo é parte de um estudo mais amplo de tese de doutorado, é baseado nos aportes teóricos de Duval, desvela a desconstrução dimensional das formas como elemento didático fundamental a se considerar na aprendizagem da geometria. As análises, baseadas em princípios da engenharia didática, se pautaram nas produções de estudantes sob o olhar semiótico e cognitivo observando suas trajetórias em problemas com figuras geométricas. Uma operação cognitiva requerida e fundamental à resolução de problemas de geometria com figuras foi a desconstrução dimensional que agiu no planejamento heurístico da ação dos estudantes encaminhando-os para um olhar não icônico que decompõe os elementos constitutivos da figura contribuindo à resolução. O estudo apontou que a intencionalidade da ação docente na proposição de problemas que permitem o estudante passar para dimensões inferiores de figuras geométricas, revela um elemento didático fortemente importante a ser considerado para a aprendizagem em geometria.

Palavras-chave: Didática; Heurística; Intencionalidade; Desconstrução dimensional de formas.

Abstract
The article is part of a broader doctoral thesis, this study based on Duval's theorical contribuition, reveals the dimensional desconstructiom of shapes as fundamental didactic element to be considered inthe learning of geometry. The analyses, based on didactic engineering, were based on the students productions from a semiotic and cognitive operation for solving problems with figures was the dimensional desconstruction that acted in the heuristic planning of the students ation, directing them to a noníconic shows us that the intentionality of teaching action in proposing problems that allow the students to move to lower dimensions of geometric figures reveals a highly important didactic element to be considered for learning in geometry.

Keywords: Didactics; Heuristics; Intentionality.

Introdução

As dificuldades dos estudantes na resolução de problemas que envolvem figuras geométricas apontam à necessidade de olhar para elementos didáticos que possibilitem estabelecer direcionamentos à aprendizagem em geometria.

As figuras geométricas, abordadas em problemas de geometria, tornam-se, muitas vezes, impedimento para que o estudante avançem na resolução. A relevância de pensarmos sobre as mudanças de dimensão, ao olhar um objeto visível, vem de que "a causa de insucesso em muitos problemas em geometria está na dificuldade de olhar uma figura nas dimensões inferiores ao que é dada" (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 602). A não visualização da figura geométrica como o esperado por um problema pode levar ao bloqueio de ação heurística sobre o mesmo. As figuras são uma ajuda para compreender um enunciado de uma definição, teorema ou para resolver problemas, mas podem se tornar um obstáculo ou mesmo a primeira causa de bloqueio na sua resolução (DUVAL e MORETTI, 2018).

Apesar de que a ação da redução dimensional das formas de uma figura inicialmente dada para encaminhar alguma resolução seja uma operação cognitiva, em variadas situações é considerada como uma característica que se desenvolve intrinsecamente, por estar implícita, não necessitando de um direcionado na abordagem didática. DUVAL (2015, p. 8) revela que a importância envolvida na cognição da desconstrução dimensional das formas permaneceu ignorada por muito tempo no ensino e nas teorias didáticas dominantes.

As reflexões levantadas nos direcionam ao interesse por desvelarmos aspectos da desconstrução dimensional das formas pontuando com análises se a intencionalidade desse elemento pode assumir um papel fundamental à aprendizagem da geometria. A presente investigação foi parte de um estudo mais amplo em tese de doutoramento.

As dimensões inferiores na aprendizagem da geometria

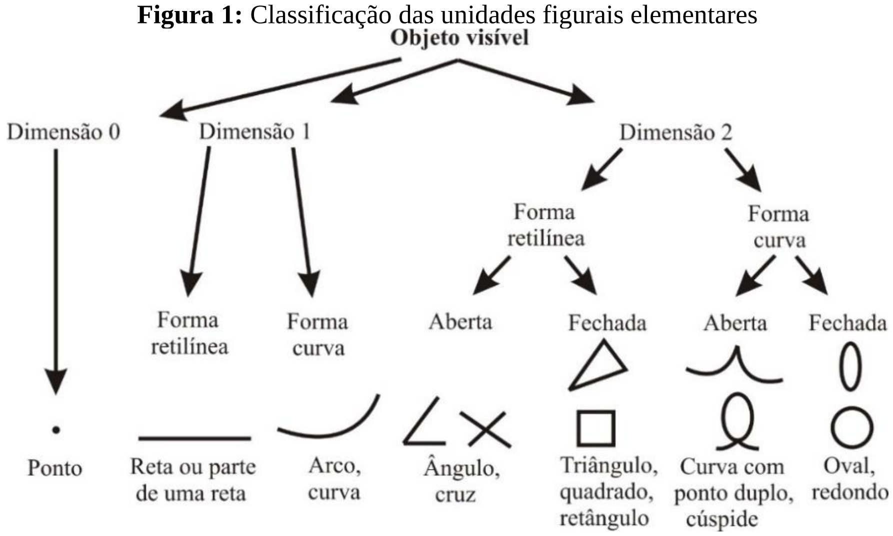
A maior parte dos livros didáticos, no campo da geometria, contemplam problemas com figuras geométricas e as soluções requeridas, em geral, apontam à necessidade de ver elementos em dimensões diferentes das que foram dadas. Por figura, definimos "as propriedades do objeto representado pelo desenho, ou ainda, a classe de todos os desenhos que podem ser representações visuais desse objeto" (DUVAL, 2011, p. 91).

As figuras geométricas são importantes à aprendizagem neste campo já que se ligam a um entorno cognitivo e semiótico e vinculam-se intrinsecamente à elaboração dos objetos matemáticos. A desconstrução dimensional das formas consiste em vê-las como configurações de unidades figurais menores sendo necessária uma heurística para decompor uma unidade figural em uma rede subjacente de outras configurações possíveis que se pode reconhecer (DUVAL e MORETTI, 2018). Assim, "ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa do que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra." (DUVAL, 2012, p.1).

No decorrer da trajetória de significações de uma forma apresentada é relevante uma atividade que o aprendiz precisa executar mudanças de dimensão, transformando para outras unidades das figuras. Como ao calcular a área de um triângulo sendo apresentada uma forma em segunda dimensão, onde será preciso descer a primeira dimensão, olhando para seus lados e altura, ou talvez necessitando ir a dimensão zero, ao precisar estabelecer o ponto médio partindo de um vértice. As relações, propriedades, desconstruções, inserções e significações emergem, apontando as particularidades do ver em matemática quando desenvolvemos a mudança de dimensões.

O "desmanche" de um objeto visível passa por uma transição entre dimensões das formas o que requer o desenvolvimento de análise visual das capacidades das figuras (DUVAL, 2005, p.8). As variáveis didáticas na desconstrução de dimensões podem ser classificadas pelas unidades figurais elementares (DUVAL, 1995, p. 177). A Figura 1, procura apresentar como a mudança de dimensão operacionaliza mentalmente.

Figura 1: Classificação das unidades figurais elementares



Fonte: Duval (1995, p. 177).

Uma forma, colocada em um problema, pode ser explorada em dimensões distintas que, como mostra a Figura 1, estão localizadas em ramificações diferentes. Para transitar entre as diferentes ramificações da Figura 1 existe um custo cognitivo que necessita ser organizado didaticamente de forma a provocar a passagem. As passagens da forma inicialmente apresentada para as diferentes dimensões requerem operações próprias que são cognitivas, onde o sujeito deve ter consciência para poder cumpri-las de maneira intencional e espontânea (DUVAL, 2011, p. 99).

Ao se deparar com uma figura geométrica em um problema as questões perceptivas de sua construção são visualizadas e podem marcar a trajetória heurística do aprendiz. Na visão geométrica da figura é preciso operar uma desconstrução dimensional das formas reconhecidas imediatamente e das formas que não estão foram apreendidas em um primeiro olhar (DUVAL, 2011, p. 87).

A desconstrução dimensional ocorre em duas fases do ver: a fase 1 está ligado ao sair da evidência perceptiva e juntar um novo traçado para que surjam novas formas, que é o que os alunos não possuem diante de uma figura e; na fase 2, que se relaciona ao experimentar o potencial da visualização matemática (DUVAL e MORETTI, 2018).

Em situações didáticas selecionadas à aprendizagem da geometria, é importante considerar elementos das unidades figurais, as interações destas com as apreensões e caminhos de olhares entre o icônico ao não icônico.

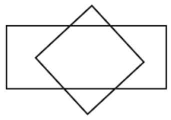
Apreensões e olhares das figuras geométricas

As operações cognitivas sobre as figuras geométricas com fins heurísticos de descoberta da resolução do problema são definidas por apreensões. Existem quatro tipos possíveis de apreensões: a **apreensão perceptiva** que permite identificar de imediato uma forma ou um objeto, a **apreensão discursiva**, que acontece quando um enunciado ou explicação acompanha um desenho, a **apreensão sequencial** que se refere a construções de figuras, depende de suas propriedades e das restrições técnicas, a **apreensão operatória**, que se relaciona às modificações ou transformações possíveis de uma figura inicial (DUVAL, 1994, p. 123). Destacamos, neste estudo, dois níveis de apreensão: a apreensão perceptiva, que influencia fortemente o segundo nível,o da apreensão operatória, que podem ser evocadas na resolução de um problema.

A apreensão perceptiva, também intitulada, apreensão gestáltica (DUVAL, 1995, p. 181-182) revela-se no aspecto visual, dessa forma, não exige conhecimento matemático, contudo, pode comandar outras apreensões, como a operatória na forma de pensar as possíveis modificações que ocorrem sob a forma de ver a figura.

A maneira como a figura é apresentada na situação pode favorecer ou não a visibilidade para que a apreensão possa ocorrer. Ao dar elementos de cor sólida na forma explorada em um problema temos a tendência em olhar o plano em segunda dimensão. Ao mudarmos a forma original dada para uma forma vazada, observado apenas os lados, a primeira dimensão fica evidenciada, se identificamos vértices, por exemplo a dimensão zero é facilitada à nossa percepção. Assim, a maneira como apresentamos as formas nas diferentes atividades tem importância para orientar a percepção dimensional. No exemplo do Quadro 1, abordamos a desconstrução de uma figura em 2D.

Quadro 1: Maneiras de ver uma figura geométrica plana

Figura 2D	Decomposições em unidades figurais 2D		Decomposição em Unidades figurais 1D
	Acoplamento/decomposição por Justaposição	Acoplamento por Superposição	Construção Instrumental
	5 formas poligonais (dois triângulos, dois pentágonos, um hexágono)	2 polígonos regulares (um quadrado e um retângulo)	8 lados

Fonte: DUVAL (2011, p. 87)

Nossa discussão aponta à importância das apreensões perceptivas e operatórias para a aprendizagem da geometria. Por meio da apreensão perceptiva, podemos prever caminhos de subdivisões, criação de linhas auxiliares, rotações, dentre outros procedimentos, permitimos que a figura possa exercer o seu papel heurístico (DUVAL, 1998, p. 147). A apreensão operatória se relaciona às possíveis modificações que uma figura permiti e as reorganizações perceptivas que estas mudanças operam, podendo ser feita de muitas maneiras (MORETTI, 2013, p. 292). Uma decomposição de figuras em subfiguras, uma redução ou ampliação, uma rotação ou translação da figura são exemplos de apreensão operatória.

Para desenvolver o olhar no sentido da desconstrução geométrica das formas e ver além do desenho, Duval (2011, p. 92) propõe estabelecer tarefas que possam contemplar variações nas figuras e situações buscando as variáveis didáticas relevantes para a organização da aprendizagem em matemática.

Para aprender geometria é preciso estabelecer as ligações entre as apreensões perceptivas e operatórias visualizando geometricamente elementos nas figuras em dimensões diferentes das que são dada. Este gesto está envolvido de aspectos semióticos e cognitivos não se configurando, assim, como algo natural para o aprendiz desenvolver. A evolução de nossa capacidade visual e heurística vai de um olhar focado na imagem, focado na percepção, para um processo de identificação de partes da figura que levam à apreensão operatória que permite produzir as possiveis transformações na figura.

Duval (2005) chama a caminhada do pensar ligado a uma figura geométrica de olhar, que vai do icônico ao não icônico. No icônico temos o olhar que permite reconhecer o contorno de formas, qualifica a forma, observa semelhanças e diferenças e o olhar que determina medidas, quantifica ou estabelece relações métricas entre elas. Já o olhar não icônico requer o uso de instrumentos é o olhar que transforma, enxerga além dos contornos dados, adiciona traços, opera sobre a figura e a modifica com fins de chegar a um procedimento de resolução (DUVAL, 2005, p. 6). Os olhares icônico e não icônico interagem entre si na resolução de um problema e já no olhar icônico de observação temos presente o elemento da desconstrução dimensional das formas, que busca as unidades figurais para execução dos outros olhares. Aprender a olhar em geometria é aprender a fazer os olhares desse percurso, inicialmente a aprendizagem do olhar icônico, sem contudo, perder de vista o olhar não icônico (MORETTI e BRANDT, 2015, p. 605).

Metodologia e Discussão dos Resultados

A Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988) traz um esquema de análise experimental baseado em realizações didáticas, os seus princípios foram utilizados como base metodológica e nos guiaram na construção da forma e dos encaminhamentos da investigação.

Os sujeitos de pesquisa foram estudantes voluntários do Ensino Médio Integrado do Instituto Federal de Santa Catarina, campus Itajaí. Firam realizados cinco encontros de sessenta minutos, no contra turno escolar. O encontro era composto de uma revisão de conceitos básicos, por volta de quinze minutos e em seguida desenvolviam a sequência de atividades, as produções dos sujeitos se constituíram nos instrumentos de pesquisa. Os sujeitos da pesquisa foram identificados por letras para preservar identidades na divulgação dos resultados, assim o S que se refere ao sujeito unido a letra inicial de seus nomes determinava o seu código nos dados da pesquisa.

As atividades foram desenvolvidas intencionalmente, para provocar os sujeitos, à desconstrução dimensional das formas e nos permitiram analisar as suas trajetórias. As análises preliminares se deram sobre o embasamento teórico e permearam as atividades selecionadas ou construídas. Foi desenvolvido, anteriormente a aplicação das atividades, um detalhamento das características figurais e dimensionais além dos possíveis caminhos a serem percorridos quando da resolução da atividade proposta pelos sujeitos da pesquisa.

Nossas análises incidiram sobre os aspectos das desconstruções dimensionais envolvidas unindo-as as percepções das apreensões e olhares envolvidos nas produções e nas falas dos sujeitos. Utilizamos de entrevistas individuais e registro fotográfico dos procedimentos dos sujeitos. As produções dos sujeitos nas atividades foram analisadas e confrontadas com os aportes teóricos da pesquisa e se constituíram também como elemento de validação e discussão dos resultados.

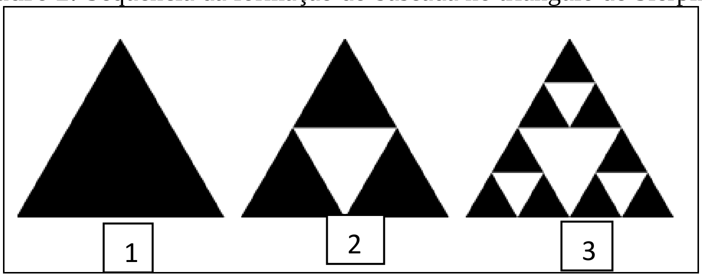
Apresentamos, a seguir, duas atividades selecionadas para este estudo.

Principais resultados da pesquisa

A atividade disposta no Quadro 2 foi proposta no primeiro encontro com os sujeitos, sendo a terceira atividade proposta, com a questão a seguir.

Que características se destacam na construção da imagem dos triângulos do Quadro 2, a seguir, de 1 para 2 e para 3?

Quadro 2: Sequência da formação do baseada no triângulo de Sierpinski



Fonte: Souza (2018, p.137).

Os triângulos foram numerados para facilitar a visualização da sequência na atividade proposta. O papel de estímulo à visualização de uma boa forma foi pensado no contraste de cores (GOMES FILHO, 2009, p. 18). Na atividade proposta com base nas figuras do Quadro 2, pretendíamos que os sujeitos percebessem o objeto visível em 2D e também as propriedades geométricas que ocorriam na sequência dos triângulos apresentados baseados na construção do triângulo de Sierpinska. Foi considerado para o estudo, em função do nível de ensino onde a questão foi aplicada, a dimensão 2 para a construção baseada no triângulo de Sierpinska.

A priori a passagem da desconstrução da segunda dimensão para a primeira dimensão se daria na observação dos triângulos compostos por lados menores. Já para a dimensão zero, na construção dos novos triângulos baseados na ligação entre pontos médios dos lados dos triângulos anteriores. Assim, o problema que envolve as figuras do Quadro 2 delimitou o objetivo de comunicar com fins de promover a análise sobre um tratamento de dimensões (DUVAL, 1995, p. 89-91).

Nas considerações feitas sob a produção dos sujeitos, na atividade que envolvem as figuras do Quadro 2, apresentamos as análises que nos permitiram acrescentar os aspectos a posteriori. Na fala do sujeito SG, que finaliza a resolução indicando que a característica em destaque seria o fato de serem triângulos compostos por mais triângulos que se repetem, condensamos o que ocorreu para a maioria que foi o enclausuramento na segunda dimensão. Em dez das produções dos sujeitos na atividade que envolvem as figuras do Quadro 2, percebemos procedimentos de resolução com a manutenção da segunda dimensão. Assim, como o olhar sob a desconstrução dimensional da forma foi solicitada de forma espontânea pelos sujeitos, percebemos que se fixaram na apreensão perceptiva imediata (DUVAL, 2012, p. 287) e não consideraram discutir o que ocorria em outras dimensões para discorrer sobre a situação proposta que envolve as figuras do Quadro 2.

A troca de dimensão ocorreu nos registros de três dos sujeitos da pesquisa na atividade que envolve as figuras do Quadro 2, contudo, com dificuldades de designação correta de objetos matemáticos para as dimensões inferiores. A desconstrução dimensional apresentou-se no sentido da indicação do vértice do triângulo pelo sujeito SH e pelo sujeito SE nomeado como "ponta". O sujeito SB não deixou claro a indicação do vértice, mas, em sua produção, colocou em destaque que os triângulos vão ficando no centro. Na entrevista individualizada realizada com SB questionamos apontando para sua construção: “Aqui você quis dizer vértice?”, SB responde: "Sim, se encostam nos lados ou base do triângulo maior". Nesse momento, ficou explícita a passagem para a segunda dimensão. O diálogo estabelecido entre sujeito e pesquisador, na entrevista, possibilitou uma correção na designação dos objetos matemáticos e trouxe o indicativo da desconstrução dimensional.

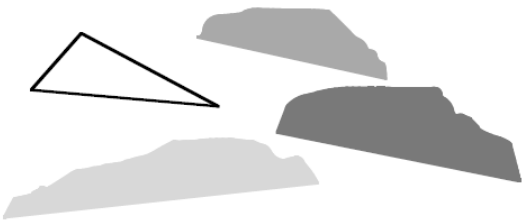
Nas produções dos sujeitos da atividade que envolvem as figuras do Quadro 2, a mudança da 2D para a 0D, sem a necessidade de passar pela 1D fica mais evidente, contudo, com dificuldades do uso adequado para designá-los. Ainda a indicação do ponto médio aparece na fala dos sujeitos como "meio" ou "centro" da figura plana por sete sujeitos.

A não requisição de cálculos e/ou construções na atividade que envolvem as figuras do Quadro 2, encaminhou a heurística dos sujeitos em torno da apreensão perceptiva, num olhar icônico. Os sujeitos da pesquisa procuram explicar o raciocínio da construção na mesma dimensão da figura dada, ou seja, na segunda dimensão. Apenas pelo sujeito SB, es na atividade que envolvem as figuras do Quadro 2, conseguiu desconstruir nas dimensões 1D e 0D, considerando a possibilidade de uma repetição infinita dos triângulos e a construção do fractal.

Passamos a trazer elementos da próxima atividade proposta em nossa investigação, foi a primeira atividade realizada no segundo encontro com os sujeitos de nossa investigação:

Dado o modelo de um triangulo na Figura 2, reconstrua-o utilizando as réguas em papel não graduadas que foram disponibilizadas.

Figura 2: Triângulo e réguas da Atividade



Fonte: Adaptado de Duval (2005, p.18-19)

Para que a atividade que utiliza os elementos da Figura 2 fosse desenvolvida, os sujeitos deveriam perceber os lados que compõem a figura, desconstruindo para a primeira dimensão e no encontro desses lados, ao fazer marcações e posicionamentos de réguas, provocamos a desconstrução à dimensão zero, determinando os vértices. Na Figura 2, os lados do triângulo foram destacados de forma a direcionar o olhar da segunda para a primeira dimensão. Os lados destacados no triângulo da Figura 2 aproximaram a linguagem discursiva da atividade com a apreensão perceptiva da imagem. As réguas dadas, como mostra na Figura 2 em tons de cinza, foram fornecidas recortadas.

A priori, os sujeitos executariam apreensões operatórias ao desenhar segmentos não existentes para determinar a medida dos lados ou rotacionar a forma inicial. Na apreensão operatória, também executaria as mudanças dimensionais de 2D a 1D e para 0D. Os sujeitos iriam do olhar icônico para ver as propriedades da figura e medidas para um olhar não icônico ao construir a figura final. Necessariamente ao realizar a atividade proposta que se utiliza das formas da Figura 2, os sujeitos precisariam quebrar a unidade figural e o contorno visual em cada um dos três lados.

Diferentes técnicas foram utilizadas nas produções dos sujeitos para compor a resolução da atividade que se utiliza das formas da Figura 2. Alguns sujeitos utilizaram o desenho de segmentos não existentes, outros recortes nas réguas, outras dobraduras, outros justaposição das réguas. Algumas resoluções foram feitas pelas dobraduras e recortes com colagens, não desconstruindo para a primeira dimensão. No Quadro 3, mostramos as construções dos sujeitos SF e SE que mostram o ocorrido.

Quadro 3: Construções da atividade que envolvem a FIGURA 2 dos sujeitos SF e SE

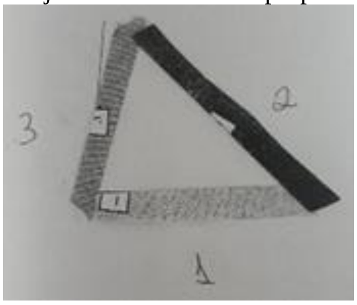
	

Fonte: Souza (2018, p.156)

A situação do Quadro 3 indica a construção de um molde pelos sujeitos, próximo ao triângulo dado na Figura 2, mantendo a segunda dimensão, esse resultado não foi esperado a priori. Nesse modo de construção do Quadro 3, os sujeitos não visualizaram as dimensões inferiores e a forma de resolução apresentada não garantiu as medidas do triangulo fornecido na Figura 2. A desconstrução dimensional das formas se encontra na contramão da percepção de unidades de figuras onde o que se vê de imediato é o que se torna obstáculo à percepção das demais unidades figurais (DUVAL, 2011, p. 93).

Na Figura 3, temos o registro de resolução do sujeito SI sobre a atividade proposta com base na Figura 2, o sujeito também constrói um molde, percebemos a desconstrução para 1D ao procurar fazer moldes dos lados do triângulo. Esse sujeito não deixa explícito a percepção do vértice, num sentido de desconstruir para dimensão zero, possivelmente essa desconstrução tenha se realizado mentalmente, já que sem esse conceito, não ocorreria a junção dos lados. Contudo, o sujeito SI, construiu um triangulo qualquer, já que o triângulo é diferente do exposto na Figura 2.

Figura 3: Construção do sujeito SI na atividade proposta com base na Figura 2

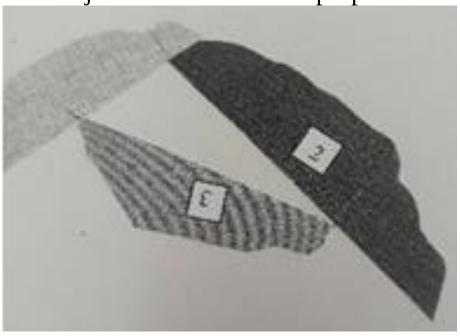


Fonte: Souza (2018, p.157)

Os sujeitos foram chamados em entrevista para responder algumas questões que não ficaram clara em suas construções para que pudéssemos perceber se a desconstrução à primeira dimensão e a dimensão zero haviam sido realizadas na atividade proposta com base na Figura 2. Perguntamos se o triângulo reproduzido era igual ao da Figura 2 e como se garantiu que os ângulos permanecessem os mesmos. Para os sujeitos, SI, SL, SC, SF e SH consideraram o desenvolvimento de sua reprodução da forma como algo que pudesse ficar parecido com a forma inicial dada, não demonstrando preocupação com a precisão das medidas. Os sujeitos SA e SG colocaram que garantiram a manutenção dos ângulos dados na Figura 2 pela colocação das três réguas ao mesmo tempo, onde a ideia de ponto encontra-se implícita e a redução à dimensão zero.

A construção do sujeito SN, na Figura 4, considerou observando a sua construção na atividade proposta com base na Figura 2 que: "Quis usar todas as réguas pois achei que seria mais fácil, então vi como eu iria encaixar para que formassem o mesmo ângulo da figura original e depois marquei". O sujeito SN, expõe o esperado a priori, bem como SA e SG, que o caminho da reprodução exata do triângulo da Figura 2 era o desenho de segmentos não existentes em cada régua, observados pelas marcações, a justaposição das réguas para compor os vértices com os mesmos ângulos e então a reprodução do triângulo solicitado, apesar do sujeito SA, não ter finalizado corretamente. O sujeito de SN, mostra um procedimento de resolução elaborado que transita entre desconstruções dimensionais, estabelece uma sequência de construção para reprodução, elabora uma estratégia com proposições e uso de técnicas que envolveram a expansão conceitual não explicita, com apreensões perceptivas e operatórias, dentre outras (DUVAL, 1994, p.123). Na explicação da técnica utilizada pelo sujeito SN, destaca-se a passagem de um olhar icônico a um olhar não icônico.

Figura 4: Construção do sujeito SN na atividade proposta com base na Figura 2



Fonte: Souza (2018, p.158)

Observamos que os sujeitos, na atividade proposta com base na Figura 2, que não conseguiram dispor das etapas de desconstrução dimensional não obtiveram êxito, entendemos que a dificuldade de olhar dimensões inferiores em problemas de geometria é a causa desse insucesso (MORETTI e BRANDT, 2015, p. 602).

A posição assumida na escolha da atividade com a utilização de instrumentos não convencionais, possibilitaram novas formas cognitivas, ricas na decomposição visual e justaposição de instrumentos para boa parte dos sujeitos (DUVAL, 2005, p. 25) que se encaminharam para uma apreensão operatória e um olhar não icônico, com uma reprodução do modelo que considerou diferentes aspectos conceituais da geometria.

Considerações finais

O foco de ações sobre a habilidade de ver para além da figura permanece ignorada no ensino e pelas teorias didáticas e assim, se construiu uma dificuldade de olhar a figura nas dimensões inferiores ao que é dada. Em nosso estudo, procuramos perceber se a intencionalidade da desconstrução geométrica em atividades que envolvem figuras, pode assumir um papel fundamental à aprendizagem da geometria.

As figuras são permeadas de elementos teóricos e a desconstrução dimensional de todas as suas possíveis formas em dimensões inferiores não se mostra como algo intrínseco aos aprendizes e sim uma operação cognitiva a ser desenvolvida.

Para que a capacidade de desconstrução dimensional possa ser desenvolvida com a ação didática se faz necessário uma análise visual das capacidades da figura que será explorada na atividade e as variáveis didáticas em questão, descobrindo assim, todas as configurações possíveis de seu reconhecimento.

As apreensões perceptivas e operatórias constituem a base para o desenvolvimento da heurística de resolução de atividades que envolvem formas. As apreensões interagem com as mudanças dimensionais e são necessárias já no primeiro contato com a figura. A fixação dos sujeitos em um olhar icônico em seus procedimentos de resolução envolve fortemente a manutenção em uma apreensão perceptiva, revelando um enclausuramento na mesma dimensão da figura dada. No entanto, mostra-se fundamental o olhar dos sujeitos para além dos limites da figura dada inicialmente, para inserção de elementos não explícitos ou modificações que levam a interação de um espectro maior e mais elaborado de conceitos geométricos.

Nas duas atividades propostas para este estudo, percebemos fortemente o enclausuramento dos sujeitos na dimensão da imagem dada. Na primeira atividade sobre os elementos da formação do triângulo de Sierpisnka, os sujeitos, na maior parte, se mantiveram na segunda dimensão para explicar a sua formação. Na segunda atividade, a proposta levou os sujeitos a fazer moldes para reproduzir a forma dada do triângulo, mantendo a segunda dimensão e demonstrando o não planejamento de ações heurísticas de resolução focado em dimensões menores. Ocorreram fortes indicativos de fatores de apreensão perceptiva que inibiram a desconstrução (DUVAL, 2012, p. 287), confirmados pela não observação, dos sujeitos, de análises descritivas de lados ou de pontos. Evidenciamos que essa permanência na mesma dimensão da forma dada é um gesto que acarreta dificuldades para a aprendizagem no âmbito da geometria e que essa habilidade pode ser desenvolvida se pensada de forma intencional.

Os resultados nos revelaram questões referente aos tipos de proposições realizadas em problemas que possuem formas, a não espontaneidade da mudança de dimensões e a relevância da intencionalidade docente sobre a desconstrução dimensional das formas. Os estudantes precisam mudar a forma de ver as dimensões, aprender a quebrar o que se impõe perceptivamente, enxergar o implícito e as possibilidades de operações numa figura em suas dimensoes inferiores e essa situação só irá ocorrer por meio da ação didática docente.

Os constructos teóricos e atividades experimentais desenvolvidas neste estudo evidenciam que a desconstrução dimensional das figuras geométricas na resolução de problemas é um elemento fundamental à aprendizagem de Geometria. Em ambientes escolares o desenvolvimento da desconstrução dimensional pode ocorrer por meio de ações didáticas intencionais, em atividades propostas, que considerem a percepção das unidades figurais, as formas de apreensão e os olhares. Formar alicerces conceituais para a promoção do conhecimento geométrico, envolvem o desenvolvimento da habilidade de desconstrução de dimensões é urgente que comecemos a considerar isso no nosso fazer docente no Ensino Básico.

Referências

ARTIGUE, M., (1988). Ingénierie didactique. **Recherches em Didactique dês Mathématiques,** Grenoble, v. 9, nº 3, p. 281- 308.

DUVAL, R. Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: Desafios e marcas dos anos 1960 aos anos... 2030! ***Conferência proferida na Faculdade de Ciências Sociais e de Ciências da Educação da Universidade de Chipre em 20 de novembro de 2014.*** Tradução Moretti,M.T.. *REVEMAT*, 2015.

DUVAL, R. Diferenças semânticas e coerência matemática. Trad. Moretti.M.T. ***REVEMAT***, v.7, n.1, Florianópolis,2012.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas**. Tradução Dias, M. A.. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de La géométrie: développement de La visualisation, différenciation dês raisonnements et coordination de leursfonctionnements. **Annales de Didactique et Sciences Cognitives**, IREM, Strasbourg, 2005,v.10.p5-53.

DUVAL, R. Geometry from a Cognitive Point of View. In C Mammana and V Villani (Eds), **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century:** an ICMI study. Dordrecht: Kluwer,1998.

DUVAL, R. **Sémiosis et penséehumaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.** Berne: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. **Les differents fonctionnements d'une figure dans une demarche geometrique.** Répères. Pont-à-Mousson, Topiques éditions, 1994, n. 17, p. 121-138.

DUVAL, R.; MORETTI, Méricles T. Temas do Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica: significado do que é "fazer Matemática". In: José Francisco Custódio; Costa,D.A.da; Flores, C.R.F.; Grando, R.C.. (Org.). **Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT): contribuições para pesquisa e ensino**. São Paulo: Editora Livraria de Física, p.79 -106, 2018.

GOMES FILHO, J. **Gestalt do objeto**: Sistema de leitura visual da forma. São Paulo: Escrituras (9.ed.), 2009.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. **Educação Matemática em Pesquisa,** São Paulo, .17, n.3, pp.597-616, 2015.

MORETTI, M. T. (2013) Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. **Acta Scientiæ**, v. 15, n. 2, p. 289-303, Canoas, 2013.

SOUZA, R. N. S. **Desconstrução Dimensional das formas**: Gesto intelectual necessário à aprendizagem de Geometria. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2018.

Engenharia Didática no Ensino Remoto: reflexões sobre adaptações necessárias para este novo modelo

Didactical Engineering in Remote Teaching: reflections on necessary adaptations for this new model

Ludiér Mariano Rosa
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
ludiermariano10@gmail.com

Marilena Bittar
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
marilenabittar@gmail.com

Resumo
O objetivo deste artigo é discutir algumas mudanças realizadas em uma engenharia didática desenvolvida durante o ensino remoto. Esta engenharia faz parte de uma pesquisa de mestrado em andamento que investiga as relações que alunos de uma turma de 7º ano podem estabelecer com o conjunto dos números inteiros relativos, por meio da aplicação de uma sequência didática alternativa. Para isso, utilizamos a Teoria das Situações Didáticas (TSD) (BROUSSEAU, 1986) como referencial teórico e a Engenharia Didática (ED) (ARTIGUE, 1988) como referencial metodológico. Foi possível constatar que essas mudanças influenciaram nas interações entre pesquisador-alunos e evidenciaram a importância do papel do professor em uma engenharia didática, bem como da mediação desenvolvida por ele durante a realização de uma sequência didática.

Palavras-chave: situação adidática; papel do professor; mediação; interação professor-aluno.

Abstract
The purpose of this article is to discuss some changes made in a didactical engineering developed during the remote teaching. This engineering is part of a master’s research in progress that investigates the relations that students in a 7th grade class can establish with the set of relative integers, through the application of an alternative didactical sequence. For this end, we use the Theory of Didactical Situations (TDS) (BROUSSEAU, 1986) as a theoretical reference and the Didactical Engineering (DE) (ARTIGUE, 1988) as a methodological reference. It was possible verify that these changes have influenced the interactions between researcher-students and have evidenced the importance of teacher’s role in a didactical engineering, as well as the mediation developed by him during the realization of a didactical sequence.

Keywords: adidactical situation; teacher’s role; mediation; teacher-student interaction.

Sobre a pesquisa

Este artigo tem por objetivo discutir algumas mudanças realizadas em uma engenharia didática em desenvolvimento, que faz parte de uma pesquisa de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat) da UFMS. O objetivo geral desta pesquisa foi inicialmente definido como sendo o de investigar as relações que os alunos estabeleceriam com o objeto matemático números inteiros relativos, a partir da aplicação de uma sequência didática alternativa ao que é geralmente proposto para o ensino do mesmo.

Utilizamos como referencial teórico principal a Teoria das Situações Didáticas (TSD) (BROUSSEAU, 1986), que estuda as relações estabelecidas entre professor, aluno e saber, além de um meio constituído e suas influências sobre os processos de ensino e de aprendizagem. Esta teoria fornece elementos para pensar e analisar as possíveis relações estabelecidas pelos alunos com o objeto matemático em questão, além de permitir analisar as relações entre pesquisador e aluno que, no caso da nossa pesquisa, desempenha o papel de professor. As relações entre professor e aluno são fortemente influenciadas pelas interações que estes têm, especialmente as do tipo didáticas: “uma interação torna-se didática se, e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimentos do outro.” (BROUSSEAU, 2008, p. 53).

Além das situações didáticas, encontram-se nessa teoria as situações adidáticas, as quais somos particularmente interessados. Nestas situações o professor propõe problemas aos alunos com uma intenção didática, que provoquem o interesse do aluno de tomá-los para si e resolvê-los; a partir do momento que o aluno aceita para si o problema (devolução), o professor aparece como mediador da situação, mantendo o aluno ativo na construção de seu conhecimento. Dessa forma, em uma situação adidática é preciso dar uma atenção maior tanto ao trabalho de mediação realizado pelo professor quanto à organização do meio, pois:

> A ação de um professor possui um forte componente de regulação dos processos de aquisição do aluno. O próprio aluno aprende pela regulação de suas relações com seu *meio*. As regulações cognitivas têm a ver com um *meio adidático*, em que parte da estrutura é determinada pela organização definida pelo professor. (ibidem, p. 56, grifo do autor).

Assim, em uma situação adidática, ao preparar o meio para que o aluno mobilize conhecimentos que lhe possibilitem caminhar em direção ao saber desejado, quando o aluno interage com esse meio, o papel de mediador desempenhado pelo professor durante este longo processo é fundamental. O professor não fornece respostas aos alunos, pois estes têm a responsabilidade de produzir o saber, porém, é o professor que garante – ou tenta garantir – que os alunos permaneçam no jogo, na situação adidática, o que é feito por meio da mediação.

Como principal referencial metodológico optamos pela Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988). Escolhemos esta metodologia pelo fato de que ao mesmo tempo em que nos permite estudar conhecimentos de caráter científico, em nosso caso, o conjunto dos números inteiros relativos desde o momento de sua criação, a mesma também se preocupa com a organização da proposta a ser realizada com os alunos, sem perder de vista o conhecimento em tela:

> Um dos pontos de partida para a elaboração de uma engenharia didática pode ser a escolha de um tema para o qual se verifica que a aprendizagem não ocorre como desejado. [...] Trata-se então, de estudar condições que possam favorecer essa aprendizagem e é justamente para o estudo de condições que podem favorecer a aprendizagem que a engenharia didática aparece como uma ferramenta metodológica adequada. (BITTAR, 2017, p.104).

Esta metodologia possui quatro fases que nos permitem fazer um estudo detalhado sobre determinado objeto matemático e seu processo de ensino e aprendizagem (análise preliminar); construção de uma sequência de ensino visando modificar a relação dos alunos com o objeto matemático desejado, elaborada com o apoio da análise preliminar (análise *a priori* e elaboração da sequência); realização da sequência de ensino produzida, observando as relações que os alunos estabelecem com o objeto matemático tendo em vista o objetivo da pesquisa; e a análise de todo esse processo da engenharia didática (análise *a posteriori* e validação).

A pesquisa que propusemos desenvolver consistia em elaborar e aplicar (em sala de aula) uma sequência didática com alunos de uma turma de 7º ano do ensino fundamental, de uma escola da rede pública de ensino, no primeiro semestre de 2021. Esta proposta de pesquisa foi apresentada no ingresso do 1º autor deste artigo no curso de mestrado em Educação Matemática da UFMS, que ocorreu em março de 2020, período que marcou o início da pandemia do novo coronavírus no Brasil. Naquele momento de mudanças repentinas e suspensão temporária de aulas, a impressão inicial era de que aquela situação seria passageira, e logo as aulas presenciais voltariam ao “normal”. Assim sendo, continuamos a desenvolver e aprimorar o projeto inicial: realizamos um levantamento de pesquisas que já haviam trabalhado com propostas alternativas para o ensino dos números inteiros relativos, fizemos alguns estudos sobre este conjunto numérico, além de olhar para algumas orientações presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o que corresponde à primeira fase da engenharia didática. Nesse período a pandemia continuou se agravando em nosso país.

Realizadas as análises preliminares, iniciamos a concepção e análise *a priori* da sequência didática, ou seja, a elaboração das atividades que fariam parte da nossa sequência de ensino. Iniciamos esta fase nos dois últimos meses do ano de 2020, e nosso objetivo era aplicá-la na turma de 7º ano, em 2021, no momento em que este conteúdo seria apresentado aos alunos (final do 1º ou início do 2º bimestre). Embora a pandemia ainda estivesse fora de controle, estávamos contando com a possibilidade, ainda que incerta, de que as aulas do ano letivo de 2021 pudessem retornar de forma presencial. Porém, neste período começamos a refletir e a ser questionados pelos colegas do grupo de pesquisa do qual fazemos parte, o Grupo de Estudos em Didática da Matemática (DDMat), sobre a possibilidade de um retorno não presencial das aulas e, a partir de então, começamos a pensar em adaptações que nossa engenharia deveria sofrer caso isso, de fato, ocorresse. Um dos principais elementos que nos preocupava era como fazer a mediação com os alunos caso a realização da sequência didática não ocorresse de forma presencial.

Decidimos então focar na preparação das atividades considerando alguns aspectos evidenciados na análise preliminar. Observamos que grande parte dos trabalhos que tiveram como objetivo apresentar uma proposta de ensino para este conjunto, procuraram trabalhar somente as operações com seus elementos, com grande enfoque nas chamadas "regras de sinais" e, na maioria das vezes, utilizando materiais concretos, jogos, recursos tecnológicos, ou até mesmo problemas com situações do cotidiano como auxílio para o ensino. Pensamos em construir uma proposta para apresentar os conceitos iniciais dos números inteiros relativos, para que o aluno compreendesse seus elementos e suas características, utilizando alguns modelos concretos que abrangem situações do cotidiano. Para não ficar apenas nessas situações inserimos também, ao longo das atividades, alguns elementos algébricos, uma vez que os números negativos vêm de necessidades do cálculo algébrico e resolução de equações; é um objeto matemático que surge por necessidades internas à matemática (CID, 2015). Dessa maneira, acreditamos que a introdução desse conjunto utilizando alguns elementos algébricos torna-se favorável.

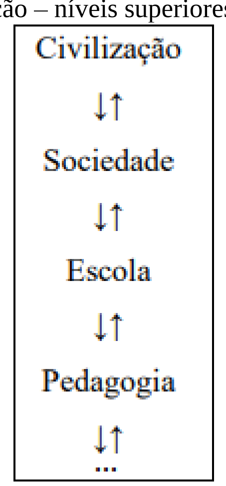
As atividades de nossa sequência seriam disparadoras para a discussão dos conceitos desejados, ou seja, as mesmas gerariam certo desequilíbrio nos alunos de forma que fomentaria um debate sobre possíveis resoluções para o problema apresentado, e assim iniciaríamos discussões acerca dos números inteiros relativos, o que reforça, em nossa engenharia, o papel fundamental de mediador desempenhado pelo professor, para manter o aluno engajado nas possíveis situações adidáticas criadas pelas atividades propostas.

Próximo da terceira fase da engenharia didática – realização da sequência didática – começamos a implementar algumas mudanças na forma de realização da mesma, pois, após a reunião com a direção da escola na qual aplicaríamos a sequência de atividades fomos informados que as aulas seriam realizadas no modo remoto. Nesta reunião, a coordenação da escola explicou como eles estavam trabalhando nesta modalidade durante a pandemia, o que também contribuiu para outras mudanças, não somente relacionadas às atividades, como discorreremos neste texto. Antes, porém, apresentamos brevemente os níveis de co-determinação didática (CHEVALLARD, 2002) que nos ajudarão a compreender alguns dos fatores que influenciaram nossa tomada de decisão na preparação da sequência didática.

Níveis de co-determinação didática superiores

Os níveis de co-determinação didática introduzidos por Chevallard (2002) nos permitem compreender alguns dos fatores que influenciam na difusão dos saberes. Este autor apresenta uma escala composta de níveis superiores e inferiores de co-determinação didática e para este texto focamos atenção nos primeiros representados na figura 1:

Figura 1: Escala de co-determinação – níveis superiores (de acordo com Chevallard 2002)



Fonte: (Chevallard, 2002, p.10)

Cada um desses níveis comporta elementos que podem contribuir para a existência de condições e restrições oriundas de diferentes instituições e que pesam sobre o que pode ou não ocorrer em sala de aula. Quando consideramos as civilizações, olhamos para aquelas situações compartilhadas por diferentes sociedades; as sociedades referem-se às situações que determinam a existência das escolas e de sua organização; as escolas carregam consigo algum tipo de instituição educativa; e as pedagogias referem-se às condições para gestão de diferentes saberes.

> A identificação destes níveis de codeterminação permite, portanto, entender melhor as condições e restrições institucionais sobre os sistemas didáticos e permite aos pesquisadores elaborar infraestruturas matemáticas alternativas, porém viáveis, em uma instituição [...]. (CHAACHOUA; BITTAR, 2018, p. 36).

Não poderíamos dar continuidade em nossa pesquisa sem considerar o que estava ocorrendo no mundo: uma pandemia, afetando a sociedade e, consequentemente, afetando também outros níveis presentes nesta escala. O fato de trabalharmos com alunos de uma escola de uma cidade do interior de Mato Grosso do Sul, influenciaria diretamente nossas escolhas da situação, uma vez que as condições financeiras e, consequentemente, tecnológicas, destes estudantes são bem diferentes de alunos com boas condições de uma escola particular. Percebe-se assim que há diversos fatores externos que pesam sobre a difusão dos saberes, que podem ser identificados pelas condições e restrições oriundas dos diferentes níveis da escala, especialmente os níveis de co-determinação didática superiores, conforme buscaremos evidenciar neste texto.

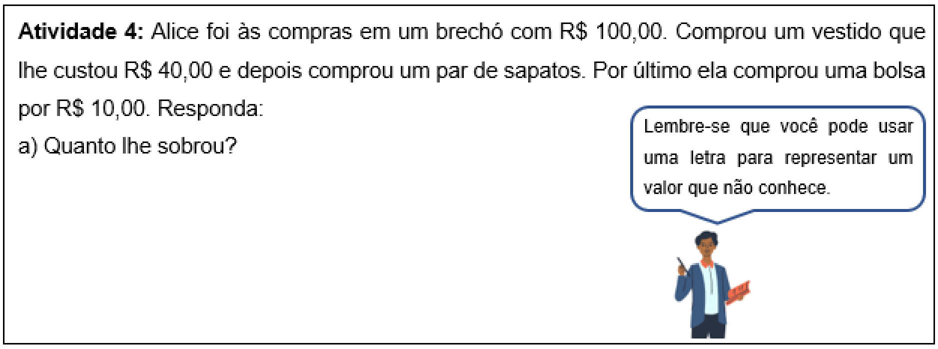
Poucas semanas antes de iniciar a realização da sequência didática com os alunos, a pandemia causava grande impacto sobre a sociedade, que determinava a existência de algumas condições e restrições nas instituições, por exemplo, países mais ricos em que alunos e professores possuíam computadores com acesso à internet, permitiam que o ensino remoto acontecesse sem grandes problemas; países pobres nos quais nem alunos, nem professores dispunham desses recursos tecnológicos, determinavam uma outra forma de condução do ensino, que muitas vezes consistia no ensino remoto apenas via papel. Essas diferentes especificidades de cada sociedade, determinavam então a forma de existência das escolas que, naquele momento, conduziam as aulas utilizando algum tipo de instituição educativa que, por fim, influenciava na difusão dos diferentes saberes. Esses tipos de fatores externos que contribuíam para a forma que o ensino estava sendo conduzido dentro do contexto remoto precisavam ser considerados, dessa forma deveríamos nos atentar para a forma de trabalho adotada pela escola na qual desenvolveríamos a pesquisa, para adequar nossa sequência didática.

Condições e restrições indicadas pela escola: mudanças em nossa engenharia didática

Próximo ao início da realização da sequência didática com a turma de 7º ano, já em 2021, realizamos uma reunião com a coordenação e o professor da escola pública da Rede Estadual de Ensino. Nesta reunião, apresentamos a proposta de pesquisa e os possíveis encaminhamentos que havíamos planejado e, ao longo da conversa sobre como poderíamos realizar a pesquisa considerando a forma de trabalho que a escola estava adotando diante daquele momento, alguns pontos foram sendo colocados tanto por nós quanto pela coordenação da escola.

Inicialmente nossa sequência didática estava organizada em 10 sessões, com aproximadamente 4 ou 5 atividades cada sessão. Pensando na possibilidade de aplicação de forma remota, uma das nossas primeiras preocupações foi sobre como propor atividades que permitissem que os alunos entrassem no jogo sem a mediação síncrona do professor. Nesse sentido, a primeira mudança que fizemos foi incluir, ao longo de algumas atividades presentes na sequência, balõezinhos de fala com pequenos textos (semelhantes a post-it) com falas que supúnhamos que seriam ditas pelo pesquisador em sua mediação em sala de aula. Na figura 2 apresentamos um exemplo de atividade com a presença dessas "falas" na tentativa de manter um diálogo com o aluno.

Figura 2: Atividade 4 da sessão 01


Atividade 4: Alice foi às compras em um brechó com R$ 100,00. Comprou um vestido que lhe custou R$ 40,00 e depois comprou um par de sapatos. Por último ela comprou uma bolsa por R$ 10,00. Responda:

a) Quanto lhe sobrou?

Fonte: Autores (2021)

Esta atividade teve por objetivo retomar ideias algébricas que já haviam sido trabalhadas em uma atividade anterior – por este motivo o "lembre-se" no balãozinho – para que os alunos mobilizassem a utilização de uma letra para representação de um valor desconhecido, possivelmente montassem uma expressão algébrica (100 – 40 – S – 10) e a resolvesse ainda que de forma indireta.

Muitas atividades precisavam desta mediação do pesquisador, e a limitação dessa interação entre pesquisador-aluno poderia comprometer o desenvolvimento das atividades. O papel de mediador desempenhado pelo professor na TSD é muito importante, uma vez que "o professor, mesmo que devolva uma situação adidática ao aluno, continua sendo o fiador da relação didática adequada." (MARGOLINAS, 2004, p. 19, tradução nossa). Ou seja, através de sua mediação deve garantir que o aluno se mantenha engajado no problema proposto. Além disso, "o professor deve conseguir que o aluno resolva os problemas que ele lhe apresenta, a fim de constatar e de poder levá-lo a constatar que cumpriu sua tarefa." (BROUSSEAU, 1996, p. 65).

Após essa primeira mudança, ficamos pensando na forma que poderíamos manter uma interação com os alunos para mediação das atividades e para alguns momentos de institucionalização – fase importante na TSD. Entretanto, essa interação com os alunos estaria condicionada à forma de trabalho que a escola estava adotando. Esses e outros aspectos também foram apresentados pela coordenação da escola na reunião realizada:

- No ano anterior (2020), houve uma tentativa de se trabalhar com os alunos por meio da plataforma *Google Classroom*, porém não houve um retorno bom, pois em alguns casos, de turmas com 30 alunos apenas 6 acessavam esta plataforma.
- Momentos síncronos com os alunos eram bastante complicados por conta do acesso a recursos tecnológicos e/ou acesso à internet, e os professores não conseguiam os realizar com os mesmos. O que nos fez descartar possíveis momentos com os alunos pelo *Google Meet*.
- Os professores e a coordenação da escola observaram que os alunos interagiam mais pelo *WhatsApp*, ainda que com algumas restrições, uma delas por exemplo, era que alguns pais reclamavam que o envio de vídeos consumia muita internet. Ainda assim, era por este aplicativo que os professores conseguiram ter um contato maior com os mesmos.

A partir dessas condições e restrições indicadas pela escola, definimos que aplicaríamos a sequência didática por meio de Atividades Pedagógicas Complementares (APC), uma vez que era o modo como a Rede Estadual de Ensino estava trabalhando. Nessa maneira, as atividades deveriam ser disponibilizadas de forma impressa para serem retiradas pelos alunos na escola, como também deveriam ser postadas nos grupos do *WhatsApp* de cada turma; assim aqueles alunos que não conseguissem retirar as atividades na escola também teriam acesso às atividades pelo celular.

Nesta reunião, ficou definido também que teríamos 4 semanas para trabalhar com os alunos; a turma em questão possuía 1h de aula de matemática em dois dias da semana (terças e quartas-feiras), ou seja, teríamos 8 aulas disponíveis. Devido ao tempo disponibilizado pela escola, precisamos nos adequar à esta restrição e fizemos outro ajuste na sequência, agora, o agrupamento das 10 sessões iniciais em apenas 8, para que cada sessão fosse trabalhada em um dia diferente de aula. Ficou combinado que as interações com os alunos seriam realizadas por meio do *WhatsApp*: caso os alunos apresentassem dúvidas, deveríamos conversar com eles por mensagem de texto ou áudio, evitando o envio de vídeos, outra restrição imposta pela coordenação da escola para não comprometer o consumo de internet dos alunos.

A diretora solicitou que entregássemos todas as sessões impressas para que os alunos as retirassem na escola de uma única vez porque não tinha como solicitar que os pais passassem na escola toda semana para retirar as atividades, contudo isso comprometeria uma característica da engenharia didática que é a reorganização das sessões, caso necessário, ao longo de seu desenvolvimento. Expusemos nossa necessidade à diretora e então ficou acordado que seriam feitas duas entregas das atividades impressas: as sessões 1, 2, 3 e 4 entregues juntas no dia 15/03/21, as sessões 5, 6, 7 e 8 entregues no dia 05/04/21.

Para dar início à pesquisa, a diretora postou um vídeo no grupo da turma explicando sobre a participação na pesquisa, apresentando o pesquisador para a turma e dando algumas orientações gerais sobre a retirada das atividades impressas na escola. Após essas primeiras informações, no dia de cada sessão, eram postadas no grupo do *WhatsApp* as orientações para os alunos com relação à cada sessão e o pesquisador ficava a disposição para interagir com eles sobre as atividades. Assim se deu todo o desenvolvimento ao longo das 8 sessões de nossa sequência didática.

Produção de dados

Definida a forma como conduziríamos as atividades com a turma de 7º ano, iniciamos a produção de dados. O quadro 1 apresenta as datas em que as sessões foram aplicadas.

Quadro 1: Datas da aplicação da sequência didática

Data	Sessão
16/03/21	01
17/03/21	02
23/03/21	03
24/03/21	04
30/03/21	X
31/03/21	X

06/04/21	05
07/04/21	06
13/04/21	07
14/04/21	08

Fonte: Autores (2021)

A data para o término de aplicação das atividades, de acordo com o tempo disponibilizado pela escola, estava prevista para o dia 07 de abril, porém, devido ao aumento de números de casos e ocupação de leitos de pacientes com a covid-19, o Governo do Estado publicou um decreto com medidas restritivas para evitar a proliferação do coronavírus, suspendendo o funcionamento das Escolas da Rede Estadual de Ensino (retirada/devolução de atividades) e das postagens das atividades para os alunos entre os dias 26 de março e 04 de abril. As atividades foram retomadas no dia 05 de abril, momento em que fizemos a segunda entrega das sessões restantes e demos continuidade na nossa sequência no dia 06 de abril com os alunos. Totalizamos 8 semanas de trabalho com os alunos, finalizando a aplicação da sequência didática no dia 14 de abril de 2021.

Durante a realização das atividades, os alunos da turma se envolveram de diferentes formas; alguns conseguiram retirar as atividades impressas na escola, outros não; alguns entraram em contato para tirar dúvidas, entre outras situações. Na tabela 1 sintetizamos as diferentes formas de engajamento dos alunos para o desenvolvimento da sequência didática.

Tabela 1: Engajamento dos alunos com a sequência didática

Situação	**Quantidade de alunos**
Sobre a retirada de atividades	
Total de alunos matriculados na turma	35
Alunos que retiraram as atividades impressas na escola	20
Alunos que não retiraram as atividades impressas na escola, mas responderam pelo *WhatsApp*	02
Alunos que não retiraram as atividades na escola e nem participaram pelo *WhatsApp*	13
Sobre a entrega de atividades	
Alunos que devolveram as 08 sessões	14
Alunos que devolveram apenas 04 sessões	08
Sobre a interação durante as atividades	
Alunos que entraram em contato apenas uma vez durante a realização das atividades	08
Alunos que apresentaram uma interação maior durante a realização das atividades	04
Total de alunos que entraram em contato pelo *WhatsApp*	12

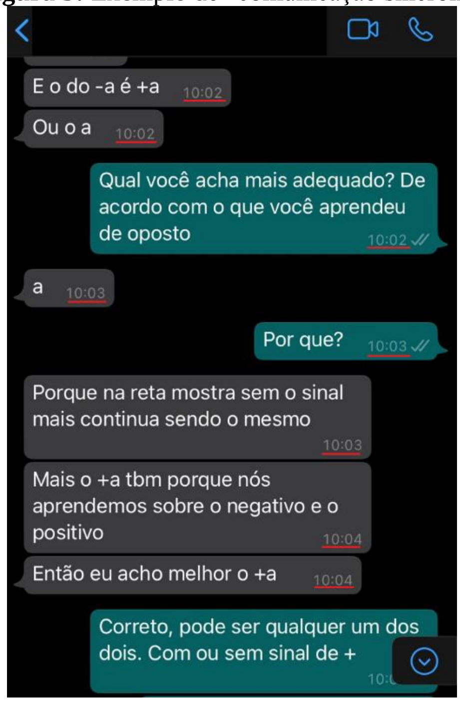
Fonte: Autores (2021)

Consideramos que as interações entre pesquisador-alunos foram baixas, poucos alunos entraram em contato para discutir sobre as atividades, grande parte das interações ocorreram para tirar dúvidas sobre a retirada e/ou entrega das atividades na escola. O baixo número de alunos que entraram em contato para discutir, de fato, sobre as atividades apresentadas deu-se por diversos fatores.

Um possível fator para a baixa interação entre pesquisador-alunos é que os alunos da turma estavam inseridos em contextos bastante diferentes, alguns estavam na zona urbana da cidade, outros, com a suspensão de aulas presenciais, foram juntamente com a família para fazenda (zona rural), onde o acesso à internet era mais complicado. Além disso, por se tratar de crianças (aproximadamente entre 11 e 12 anos), muitos deles não tinham seu próprio aparelho celular e utilizavam o de seus pais quando retornavam do trabalho, em outros casos, alguns alunos só tinham acesso a um aparelho celular quando iam para a casa de algum familiar que o possuía. Esses alunos não conseguiam manter uma interação contínua com o pesquisador para tirar suas dúvidas ou discutir sobre alguma atividade presente na sequência; era uma interação inconstante, o que comprometia tanto o papel de mediação do pesquisador, como a construção do saber pelo aluno.

Os alunos que não possuíam celular próprio e que entravam em contato com o pesquisador para tirar alguma dúvida quando tinham acesso a algum aparelho celular, não mantinham uma "comunicação síncrona", ou seja, mandavam uma mensagem, o pesquisador respondia, eles liam a mensagem algumas horas ou dia(s) depois – quando tinham novamente acesso – para retomar a atividade, o que comprometia o desenvolvimento da sequência didática. Percebemos que a "comunicação síncrona" permitiu um melhor aproveitamento tanto para a mediação realizada pelo pesquisador, como do engajamento na atividade pelo aluno, pois o diálogo construído nesse formato tornou-se semelhante àquele feito em sala de aula. Na figura 3 apresentamos um exemplo de um aluno que, mesmo utilizando o celular de sua avó, em alguns momentos conseguia manter um diálogo instantâneo com o pesquisador.

Figura 3: Exemplo de "comunicação síncrona"



Fonte: autores (2021)

Nesta conversa conseguimos observar, destacado em vermelho, o horário das mensagens trocadas entre o pesquisador e um dos alunos da turma. Era um diálogo com respostas instantâneas, pois naquele momento, o aluno tinha um aparelho celular à disposição. Embora não muito frequentes, momentos como esse foram proveitosos para o desenvolvimento da sequência didática, ou seja, apesar de todas as dificuldades e mudanças repentinas foi possível realizar a mediação com alguns alunos utilizando o *WhatsApp*.

Considerações parciais

Analisando os dados expostos até aqui, queremos refletir sobre a realização de nossa engenharia didática, uma vez que a mesma foi originalmente pensada para um contexto (presencial) e foi trabalhada em condições totalmente diferentes como apresentado anteriormente. Mesmo se pensarmos em uma engenharia didática para ser realizada no ensino à distância, teríamos condições (e restrições) diferentes do ensino remoto, pois este não é um modelo previamente "planejado", ou seja, é instaurado de forma emergencial, e foi nesse caráter emergencial de incertezas que nos "adaptamos" para seguir com nossa engenharia didática.

A partir dessas reflexões, torna-se muito evidente que, em uma engenharia didática, a forma como ocorrem as interações entre professor-aluno é chave para o bom (ou não) andamento da sequência de atividades elaborada. Para a teoria das situações didáticas é de extrema importância o papel de mediador do professor e a organização de meios que assegurem a realização dessa mediação.

Além de permitir a reorganização de sessões durante a aplicação da sequência didática, outro diferencial da engenharia didática é o confronto contínuo durante todo o seu desenvolvimento entre a análise a priori e a análise a posteriori. Desde as primeiras fases passamos por esses momentos de confronto, análises e reorganização, e ainda, este momento de aplicação da sequência didática nos faz refletir sobre os elementos necessários em uma engenharia didática para que, mesmo aplicada em outros contextos, nesse caso ensino remoto, não perca seu objetivo principal sobre as condições favoráveis para a aprendizagem dos alunos de um determinado objeto matemático. Assim, queremos destacar que este é um trabalho inicial e ainda há muito para ser investigado, porém é uma via de estudo que merece atenção.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble, France: v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de Matemática. In: Teles, R. A. M.; Borba, R. E. S. R, Monteiro, C. E. F. (org) **Investigações em Didática da Matemática**; Editora UFPE, 2017.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J (Org.). **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, p. 35-113, 1996.

______. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2008.

CHAACHOUA, H; BITTAR, M. A Teoria Antropológica do Didático: Paradigmas, Avanços e Perspectivas. **Teoria e Métodos em Didática da Matemática**. v. 9, n. 1, p. 29-44, 2019.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude. Cours 3 - Ecologie & Regulation. **Actes de la XIième Ecole d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble, La Pensée Sauvage, p. 41-56, 2002.

CID, E. **Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos.** 368 f. Tese (Doutorado em Matemática). – Departamento de Matemáticas, Universidad de Zaragoza, 2015.

MARGOLINAS, C. Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques. **Habilitation à diriger les recherches em sciences de l'éducation (HDR)**. Université de Provence – Aix-Marseille I, 2004.

Limites de Funções Reais de Uma Variável: modelização de praxeologias matemáticas

Limits of Real Functions of One Variable: modeling of mathematical praxeologies

Prof. Me. Leonardo Augusto de Lemos Batista
Centro Universitário Tabosa de Almeida (ASCES-UNITA)
leoaugusto31@gmail.com

Prof. Dr. Edelweis Jose Tavares Barbosa
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
edelweisb@yahoo.com.br

Resumo
O objetivo dessa pesquisa foi construir um modelo para as praxeologias matemáticas concernentes ao objeto matemático limites de funções reais de uma variável, partindo-se da análise de como autores de livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral propõem situações visando a transformação de um estado de *não-saber* para um estado de *saber* no que se refere a esses limites. A realização desse estudo se baseou em elementos teóricos e metodológicos da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard e demais colaboradores (1991, 1999). A metodologia que foi adotada nessa pesquisa, trata-se de uma abordagem qualitativa de cunho documental. Ao todo, foram analisadas e/ou consultadas 14 obras de renomados autores de Cálculo e de Análise, sendo as duas seguintes, as principais submetidas à análise: O Cálculo com Geometria Analítica de Louis Leithold (1977) e Cálculo de James Stewart (2017). Partindo-se das organizações matemáticas sistematizadas por Santos (2013), após a análise de cada um dos livros didáticos considerados, foram identificados e caracterizados 6 subtipos de tarefas relativas à determinação de limites de funções, 12 técnicas (simples e mistas) para realização dessas tarefas, 6 tecnologias explicativas e justificativas do bloco *saber-fazer* e 4 abordagens teóricas que compõem o objeto como um todo.

Palavras-chave: Organizações matemáticas; Livros didáticos de cálculo diferencial e integral; Teoria antropológica do didático.

Abstract
The objective of this research was to build a model for mathematical praxeologies concerning the mathematical object limits of real functions of a variable, starting from the analysis of how authors of Differential and Integral Calculus textbooks propose situations aiming at the transformation of a state of non-knowing for a state of knowing with regard to these limits. This study was based on theoretical and methodological elements of the Anthropological Theory of the Didactics (ATD), proposed by Yves Chevallard and others collaborators (1991, 1999). The methodology that was adopted in this research, it is a qualitative approach of documentary nature. In all, 14 works by renowned authors of Calculus and Analysis were analyzed and/or consulted, the following two being the main ones submitted to analysis: Calculus with Analytical Geometry by Louis Leithold (1977) and Calculus by James Stewart (2017). Starting from the mathematical organizations systematized by Santos (2013), after analyzing each of the textbooks considered, 6 subtypes of tasks related to the determination of function limits, 12 techniques (simple and mixed) to perform these tasks were identified and characterized, 6 explanatory technologies and justifications for the know-how block and 4 theoretical approaches that make up the object as a whole.

Keywords: Mathematical organizations; Differential and integral calculus textbooks; Anthropological theory of the didactic.

Introdução

Segundo Chevallard (1991), em sala de aula, é o professor que serve de mediador para possibilitar que o aluno faça a construção do seu conhecimento matemático; porém, para que haja tal mediação, o docente baseia sua prática diária no *texto do saber*, ou seja, o professor fundamenta parte das suas ações nas informações existentes nos livros didáticos. Portanto, baseando-se em Chevallard (1991), essa pesquisa foi desenvolvida a partir de análises realizadas em obras adotadas por diversas universidades e faculdades (em bibliografias de cursos universitários).

Stewart (2013) diz que é útil iniciar o estudo do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) através de uma visão global acerca do mesmo, destacando (ainda) como o conceito de limite surge naturalmente ao se tentar resolver os problemas que se apresentam. Stewart (2013) afirma (também) que a ideia de limite é a base dos vários ramos do CDI. Para esse autor, a importância do conceito de limite é tal, que (para ele), deve-se sempre iniciar o estudo do Cálculo examinando cuidadosamente os limites e as suas propriedades. Dessa forma, apoiando-se em Stewart (2013), esse estudo foi efetuado sobre o objeto matemático limites de funções reais de uma variável real.

Para Santos (2013), a Teoria Antropológica do Didático (TAD) é munida dos instrumentos suficientes para analisar o conteúdo limites de funções como sendo um objeto matemático em si; sendo tal análise feita a partir da identificação e caracterização das organizações matemáticas que se constituem em torno dos problemas relacionados à determinação dos limites.

Por fim, pode-se dizer que, o objetivo dessa pesquisa foi construir um modelo para as praxeologias matemáticas concernentes ao objeto matemático limites de funções reais de uma variável, partindo-se da análise de como autores de livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral propõem situações visando a transformação de um estado de *não-saber* para um estado de *saber* no que se refere a esses limites, (para tal) apoiando-se na Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Teoria Antropológica do Didático (TAD)

Para Barbosa (2017), a TAD foi proposta por Yves Chevallard como sendo uma ampliação natural da sua própria abordagem acerca da transposição didática. Nessa proposta, os objetos matemáticos não são existentes em si mesmos; sendo, contudo, elementos que emergem de sistemas de práticas realizadas em instituições.

Chevallard (1999) propôs uma abordagem teórica que estuda o homem frente aos saberes matemáticos, pondo o trabalho matemático e o estudo da matemática dentro do conjunto das ações humanas institucionais; portanto, fica explicitada uma razão contumaz para o uso do termo antropológica no título da Teoria Antropológica do Didático.

São noções elementares nessa abordagem teórica, as seguintes concepções:

- Instituição (I) – Trata-se de um dispositivo social total que impõe aos seus sujeitos (indivíduos e pessoas) maneiras próprias de fazer e de pensar, sendo ainda uma realidade constituída, tal como: família, escola, sala de aula, tempo de vida, entre outros.
- Pessoa (X) – Trata-se do indivíduo que desde a mais tenra idade é submetido às ações institucionais que o fazem ser uma pessoa (por meio das relações constituídas).
- Objeto (O) – Trata-se de qualquer entidade (material ou imaterial) que é reconhecida por um ou mais indivíduos. Para Chevallard (1999), tudo é considerado objeto, o que inclui as pessoas.

São elementos fundamentais nessa proposta, as seguintes relações:

- Relação institucional $RI(O)$ – Caracterizada pelo tipo de relação estabelecida entre uma instituição e um objeto considerado.
- Relação pessoal $R(X, O)$ – Caracterizada pelo tipo de relação definida entre determinada pessoa e um objeto considerado.

Nessa abordagem, existem quatro tipos de instituições, que são: as de produção (academias), de utilização, de ensino (escolas) e as transpositivas (noosfera).

Na proposta de Chevallard (1999), afirma-se que um objeto do saber O deve ser reconhecido por pelo menos uma instituição I. Dessa forma, O fica estruturado em mais de uma instituição; todavia, para *viver* em I, O é submetido a determinadas condições (o que leva a uma transformação para conformidade). O processo de transposição didática também possibilita que certo objeto do saber possa ir de uma instituição para outra.

Para Chevallard (1999), o conhecimento é descrito por intermédio da noção de relação. Determinado objeto é dito existente, se houver uma relação com o mesmo; em outras palavras, se uma pessoa ou uma instituição o reconhece como tal. São as práticas realizadas com o objeto que definem a relação institucional $RI(O)$.

Quando uma pessoa X entra em uma instituição de aprendizagem I, na qual há um objeto do saber O, então, estabelece-se ou transforma-se $R(X, O)$, em conformidade com as práticas usuais da instituição considerada em relação ao dado objeto, ou seja, com $RI(O)$. Sendo assim, aprender para Chevallard (1999) é um ato caracterizado através das modificações que ocorrem em $R(X, O)$ mediante $RI(O)$; portanto, pode-se argumentar que a aprendizagem de uma pessoa está ligada à compreensão das aprendizagens institucionais.

Segundo Chevallard (1999), a TAD foi desenvolvida, *a priori*, como sendo uma teoria que objetiva conter e gerenciar a difusão do conhecimento, mais especificamente em relação ao saber matemático. Para esse autor, os saberes da matemática são produto da ação humana institucional, e por esse motivo, essa teoria possui um instrumental metodológico próprio que possibilita investigar e descrever os fatores concernentes às práticas institucionais; instrumental, esse, oriundo (em parte) da antropologia como campo de pesquisa.

Organização Praxeológica

Na teoria desenvolvida por Chevallard (1999), organização praxeológica ou praxeologia é compreendida como sendo a execução de certo tipo (ou subtipo) de tarefa t (expressa por um verbo e pertencente a um conjunto de tarefas de mesma tipologia) por meio de uma técnica τ. A relação tarefa-técnica $[t - \tau]$ determina um saber-fazer próprio para a tarefa abordada, sendo por sua vez, justificada por intermédio de uma tecnologia θ que é embasada numa teoria Θ, e que define o bloco chamado de tecnológico-teórico $[\theta - \Theta]$. Segundo esse autor, na teoria antropológica que lhe é atribuída, assume-se o postulado de que a ação humana, em especial o trabalho matemático, põe em execução uma organização praxeológica ou praxeologia, representada simbolicamente por $[t, \tau, \theta, \Theta]$.

Nessa proposta teórica, o bloco $[t, \tau]$ é relativo à prática, sendo entendido como um saber-fazer; já o bloco $[\theta, \Theta]$ está ligado à razão, sendo interpretado como o saber.

Para Chevallard (1999), a existência de uma tarefa t tem por mínima condição, a existência de pelo menos uma técnica de estudo τ para a mesma, e de uma tecnologia explicativa θ relativa à τ, mesmo que não seja explicitada uma teoria Θ que a justifique no contexto analisado.

As tarefas (t) na abordagem teórica aqui apresentada, são objetos bem definidos, expressos através de um verbo, conforme pode ser observado neste exemplo: calcular o valor de $\lim_{x \to 0} \frac{x^3+2x^2-x-10}{3x+2}$. Vale destacar aqui que, o verbo calcular (sozinho) não constitui uma tarefa, mas apenas um gênero de tarefa; faz-se, então, necessário o restante do enunciado para definir uma tarefa.

Técnica (τ) é uma maneira de realizar determinado tipo (ou subtipo) de tarefa $t \in \tau$. Uma organização praxeológica relativa a uma tarefa t demanda, *a priori*, uma técnica τ concernente à t. Todavia, pode ocorrer de uma técnica τ não ser suficiente para dar conta de todos os tipos (ou subtipos) de tarefas $t \in \tau$; isso ocorre quando τ funcionar para uma parte $p(\tau)$ das tarefas t, mas não funcionar para as outras $t/p(\tau)$. Sendo assim, pode-se entender que em uma praxeologia pode haver uma ou mais técnicas superiores às demais.

Tecnologia (θ) pode ser entendida como o discurso racional concernente a uma determinada técnica τ. Seguindo (então) o raciocínio, o propósito inicial de uma tecnologia θ é justificar a técnica τ relativa a uma tarefa t; em outras palavras, a tecnologia é o que garante que a técnica realize bem o seu trabalho em relação a uma certa tarefa considerada. Outro objetivo relacionado a uma tecnologia θ pode ser compreendido por meio da intencionalidade de explicar, de tornar inteligível e de esclarecer determinada técnica τ; podendo (também) θ servir para embasar a renovação de técnicas ou mesmo a produção de técnicas novas.

Uma teoria (Θ) tem como propósitos justificar e esclarecer uma tecnologia θ, priorizando tornar inteligível o discurso tecnológico. Logo, a teoria é caracterizada por um nível mais aprofundado de justificação-explicação-produção. Chevallard (1999) salienta que, frequentemente, a justificação e o esclarecimento fornecidos por uma teoria Θ, apresentam-se opacos pela maneira abstrata como os enunciados são colocados normalmente.

Na abordagem teórica aqui apresentada, as organizações praxeológicas se dividem em quatro tipos, a saber: praxeologia pontual $[t, \tau, \theta, \Theta]$, praxeologia local $[t_i, \tau_i, \theta, \Theta]$, praxeologia regional $[t_{ij}, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$ e praxeologia global $[t_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{jk}, \Theta_k]$.

Nessa pesquisa, o estudo praxeológico das proposições apresentadas pelos autores dos livros didáticos analisados se deu em relação às organizações matemáticas acerca do ensino dos limites de funções (praxeologia pontual).

Organização Matemática (OM)

As organizações praxeológicas relativas aos saberes da matemática são de dois tipos: matemáticas e didáticas. As OM ou praxeologias matemáticas estão relacionadas à realidade matemática que se pode constituir para trabalhar em sala de aula; já as organizações didáticas (OD) ou praxeologias didáticas fazem referência à maneira de como se efetua tal construção (CHEVALLARD, 1999); logo, surge uma relação que se estabelece entre as OM e as OD; relação essa, que Chevallard (2002) denominou de fenômeno de codeterminação.

Uma OM é constituída no contexto das concepções e das noções relativas ao próprio corpo dos saberes matemáticos.

Nos processos relativos ao desenvolvimento dos saberes matemáticos, as organizações praxeológicas se deterioram, pois, seus elementos teóricos e tecnológicos perdem credibilidade em função do tempo. Porém, numa considerada instituição *I* surgem novas praxeologias que podem ser produzidas, reproduzidas e/ou transpostas para outras instituições.

Segundo Chevallard (1999), o trabalho inicial de um pesquisador ou professor é delimitar e caracterizar as OM a serem estudadas, e tal atividade introdutória é realizada se baseando em livros didáticos, programas e demais documentos oficiais. A abordagem da Teoria Antropológica do Didático possibilita a caracterização e a análise acurada dos conteúdos matemáticos, identificando as tarefas e estudando o nível de construção relacionado aos demais elementos praxeológicos, ou seja, as técnicas, as tecnologias e as teorias.

Escolha dos Livros Didáticos

Sobre a primeira escolha do material analisado: a obra Cálculo de James Stewart tem total predominância, tanto em número de universidades que a adotam oficialmente – 6 das 10 mais bem colocadas universidades brasileiras no Ranking Universitário da Folha (RUF-2019) – como em quantidade de macrorregiões geográficas que consegue atingir no território brasileiro – 3 das 5 macrorregiões. (BATISTA, 2019).

Sobre a segunda escolha do material analisado: ainda no âmbito da investigação mais ampla, verificou-se que a obra O Cálculo com Geometria Analítica de Louis Leithold é indicada oficialmente por 40% das universidades consideradas na amostra, tendo sido indicada (também) em 3 macrorregiões geográficas (Sudeste, Centro-Oeste e Nordeste). (BATISTA, 2019).

Modelização das Praxeologias Matemáticas

Será agora relatada a construção de uma proposta de modelo de referência para as praxeologias matemáticas pontuais que podem ser estabelecidas no contexto dos subtipos de tarefas relacionadas à determinação de limites de funções de uma variável real a valores reais.

São quatro as componentes que fundamentam uma praxeologia matemática pontual, a saber: (t) subtipos de tarefas resolvidas, (τ) técnicas apresentadas, (θ) tecnologias e (Θ) teorias. (BATISTA; BARBOSA, 2020).

Subtipos de Tarefas

Santos (2013) identificou e sistematizou algumas praxeologias matemáticas referentes à determinação de limites de funções reais de uma variável.

O presente modelo foi construído tomando como ponto de partida as praxeologias matemáticas de Santos (2013).

Foram identificados e classificados – através de adaptações e novas interpretações – os 6 subtipos de tarefas relativas à determinação de limites de funções.

Subtipos de tarefas identificadas e sistematizadas:

- t_1: Estimar numericamente (se possível) o valor de $\lim_{x \to a} f(x)$, sendo $f(x)$ uma função real qualquer.
- t_2: Encontrar (se possível) o limite de uma função real $f(x)$ através do estudo do comportamento gráfico da mesma.
- t_3: Determinar (se possível) os limites laterais de uma função real $f(x)$ qualquer, através da investigação intuitiva da expressão matemática da mesma.
- t_4: Calcular $\lim_{x \to a} f(x)$, sendo $f(x)$ uma função real cujo cálculo do valor numérico para $x = a$ não apresenta indeterminações nem impossibilidades.

- t_5: Calcular $\lim_{x \to a} f(x)$, sendo $f(x)$ uma função real cujo cálculo do valor numérico para $x = a$ apresenta indeterminações.
- t_6: Determinar (se possível) limites que envolvam o infinito.

Técnicas

Técnicas para determinação de limites de funções de uma variável real:

- τ_{CVN}: Cálculo de (alguns) dos valores numéricos da função $f(x)$ nas proximidades do ponto $x = a$ (utilizando valores maiores e menores do que a).
- τ_{ACG}: Análise do comportamento gráfico da função $f(x)$ e de suas tendências.
- τ_{AIC}: Análise intuitiva do comportamento da função $f(x)$ através das expressões matemáticas nela existentes.
- τ_{DVN}: Determinação do valor numérico de $f(x)$ (ou seja, de todas as suas funções componentes) no ponto $x = a$.

Técnicas auxiliares:

- τ_{FEA}: Fatoração das expressões algébricas existentes.
- τ_{DRE}: Desenvolvimento e/ou redução das expressões matemáticas envolvidas.
- τ_{EIE}: Eliminação das indeterminações existentes.
- τ_{MEC}: Multiplicação por expressões conjugadas na forma de fração unitária.
- τ_{FTV}: Fazer a troca de variáveis no cálculo de limites.
- τ_{DND}: Divisão do numerador e do denominador da fração algébrica pelo termo de maior potência do denominador.

Técnicas mistas:

- τ_{ACG_DVN}: Análise do comportamento gráfico/ Determinação do valor numérico.
- $\tau_{FEA\_EIE\_}\tau_{DVN}$: Fatoração das expressões algébricas/ Eliminação das indeterminações existentes/ Determinação do valor numérico.
- $\tau_{MEC\_DRE\_EIE\_}\tau_{DVN}$: Multiplicação por expressões conjugadas/ Desenvolvimento e/ou redução das expressões/ Eliminação das indeterminações existentes/ Determinação do valor numérico.
- $\tau_{DRE\_FEA\_EIE\_}\tau_{DVN}$: Desenvolvimento e/ou redução das expressões/ Fatoração das expressões algébricas/ Eliminação das indeterminações existentes/ Determinação do valor numérico.

- $\tau_{FTV}\_\tau_{AIC}$: Fazer a troca de variáveis/ Análise intuitiva do comportamento.
- $\tau_{MEC\_DRE}\_\tau_{AIC}$: Multiplicação por expressões conjugadas/ Desenvolvimento e/ou redução das expressões/ Análise intuitiva do comportamento.
- $\tau_{FEA}\_\tau_{AIC}$: Fatoração das expressões algébricas/ Análise intuitiva do comportamento.
- $\tau_{DND}\_\tau_{AIC}$: Divisão do numerador e do denominador/ Análise intuitiva do comportamento.

Tecnologias

As tecnologias utilizadas para dar embasamento (juntamente com as teorias) ao *saber-fazer* apresentado:

- Ideia intuitiva de limite (θ_{IIL}) de função de uma variável real.
- Ideia gráfica intuitiva (θ_{IGI}) de limite de uma função.
- Ideia intuitiva (de limites) infinitos (θ_{III}) e no infinito (positivo e negativo)
- Propriedades operatórias dos limites (θ_{POL}).
- Propriedade da substituição direta (θ_{PSD}).
- Teorema da troca para limites (θ_{TTL}) de funções.
- Propriedades das funções contínuas (θ_{PFC}) em relação ao cálculo de limites.

Teorias

- Definição formal de limite (Θ_{DFL}).
- Definição grosso modo (Θ_{DGM}) de limite de função de uma variável real.
- Definições de limites infinitos (Θ_{DLI}) e no infinito (positivo e negativo).
- Definições sobre funções contínuas (Θ_{DFC}).

Síntese da Modelização

Resumindo, apresenta-se no quadro abaixo as organizações matemáticas pontuais construídas relativas aos subtipos de tarefas sobre a determinação de limites de funções de uma variável real.

Quadro 1: Praxeologias Matemáticas Pontuais Acerca da Determinação de Limites de Funções

Subtipos de tarefas	Técnicas	Tecnologias	Teorias
t_1	τ_{CVN}	θ_{IIL}	Θ_{DGM_DFL}
t_2	τ_{ACG}	θ_{IGI}	
	τ_{ACG_DVN}	θ_{IGI_POL}	
t_3	τ_{AIC}	θ_{III}	Θ_{DLI}

t_4	τ_{DVN}	$\theta_{POL\_PSD};\ \theta_{PFC}$	$\Theta_{DFL};\ \Theta_{DFC}$
t_5	$\tau_{FEA\_EIE\_}\tau_{DVN}$	$\theta_{TTL}; \theta_{POL\_PSD}; \theta_{PFC}$	
	$\tau_{MEC\_DRE\_EIE\_}\tau_{DVN}$		
	$\tau_{DRE\_FEA\_EIE\_}\tau_{DVN}$		
t_6	τ_{AIC}	θ_{III}	Θ_{DLI}
	$\tau_{FTV\_}\tau_{AIC}$		
	$\tau_{MEC\_DRE\_}\tau_{AIC}$		
	$\tau_{FEA\_}\tau_{AIC}$		
	$\tau_{DND\_}\tau_{AIC}$		

Fonte: Os Autores

Considerações Finais

Baseando-se nas concepções da Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvidas por Chevallard (1991, 1999), apoiando-se (também) nas contribuições de Santos (2013) acerca do ensino dos limites, foi (então) construído um modelo das organizações matemáticas (praxeologias pontuais) que se constituem em torno da tarefa de determinar limites de funções.

Para tal, foi necessária a análise e/ou consulta a 14 obras de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise Real, com destaque para o Cálculo com Geometria Analítica de Louis Leithold (1977) e Cálculo de James Stewart (2017) com o intuito de compreender como tais autores propõem situações que visam a transformação de um estado de *não-saber* para um estado de *saber* em relação ao objeto matemático limites.

O modelo construído é composto de 6 subtipos de tarefas relacionadas à atividade de determinação de limites, 12 técnicas resolutivas concernentes a tais tarefas, 6 tecnologias explicativas do bloco prático, e 4 teorias que compõem o objeto como um todo.

O modelo proposto (e resumido no Quadro 1) tem o potencial de ser tomado como modelo de referência para o desenvolvimento de outras pesquisas acerca de limites, tais como: análise de livros didáticos, análise do professor, etc., podendo (ainda) ser adaptado e ampliado para diversas situações, constituindo (portanto) um modelo aberto.

Referências

ANTAR NETO, A.; SAMPAIO, J. L. P.; LAPA, N.; CAVALLANTTE, S. L. **Noções de Matemática – Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral.** Fortaleza: Ed. Vestseller, 2010. 454 p. v.8.

BARBOSA, E. J. T. **Equação do Primeiro Grau em Livros Didáticos Sob a Ótica da Teoria Antropológica do Didático.** 2011, 134 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, UEPB, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande, 2011.

________. **PRAXEOLOGIA DO PROFESSOR: Análise Comparativa com os Documentos Oficiais e do Livro Didático no Ensino de Equações Polinomiais do Primeiro Grau.** 2017, 252 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, UFRPE, Recife, 2017.

BIANCHINI, E.; PACCOLA, H. **Matemática.** 2. ed. São Paulo: Moderna, 1997. 354 p. v.3.

BATISTA, L. A. L. **LIMITES DE FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL REAL: Análise das Praxeologias Matemáticas e Didáticas Propostas em Livros Didáticos.** 2019, 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, Caruaru, 2019.

BATISTA, L. A. L.; BARBOSA, E. J. T. **Limites de Funções Reais em Livros Didáticos: Organizações Matemática e Didática.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.22, n.2, p.144-170, 2020.

CHEVALLARD, Y. **Sur la Notion de Temps Didactique**. IVème École d'Eté de Didactique Des Mathématiques, 1991.

_________. L'Analyse Des Pratiques Enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. In: **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, p.221-266, 1999.

________. Organiser l'Etude 1. Structures et Fonctions. *In* Dorier, J. L. et al. (eds). **Actes de la 1 Lieme Ecole d'Ete de Didactique des Mathematiques – corps – 21 – 30 A.** Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002, p.3-22.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: O Elo Perdido Entre o Ensino e a Aprendizagem.** Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, 336 p.

DI PIERRO NETTO, S. **Matemática.** 2. ed. São Paulo: Scipione Autores Editores, 1984. 312 p. v.3.

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo.** 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015. 530 p. v.1.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C.; MACHADO, N. J. **Fundamentos de Matemática Elementar: Limites, Derivadas e Noções de Integral.** 5. ed. São Paulo: Atual, 2002. 269 p. v.8.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica.** Tradução: Antonio Paques, Otilia Teresinha W. Paques e Sebastião Antonio José Filho. 2. ed. São Paulo: Harbra, 1977. 526 p. v.1.

LIMA, E. L. **Análise Real.** 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 1997. 220 p. v.1.

________. **Curso de Análise.** 9. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 1999. 334 p. v.1.

SANTOS, M. B. S. **UM OLHAR PARA O CONCEITO DE LIMITE: Constituição, Apresentação e Percepção de Professores e Alunos Sobre o seu Ensino e Aprendizado.**

2013, 388 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo, 2013.

SIMMONS, G. F. **Cálculo com Geometria Analítica.** Tradução: Seiji Hariki. São Paulo: McGraw-Hill, 1987. 829 p. v.1.

STEWART, J. **Cálculo.** Tradução: Helena Maria Ávila de Castro. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017. 680 p. v.1.

________. **Cálculo.** Tradução: EZ2Translate. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. 661 p. v.1.

________. **Cálculo.** Tradução: Helena Maria Ávila de Castro. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017. 680 p. v.1.

SWOKOWSKI, E. W. **Cálculo com Geometria Analítica.** Tradução: Alfredo Alves de Faria. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983. 618 p. v.1.

THOMAS, G. B.; FINNEY, R. L.; WEIR, M. D.; GIORDANO, F. R. **Cálculo.** Tradução: Paulo Boschcov. 10. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2002. 656 p. v.1.

Origem da engenharia didático-informática: concepção e desenvolvimento de *Cabri-géomètre*

Origin of the didactical computational engineering: conception and development of *Cabri-géomètre*.

Franck Bellemain
Universidade Federal de Pernambuco
franck.bellemain@ufpe.br

Resumo
Nesse texto, depois de introduzir a engenharia didático-informática (EDI) descrita por Ricardo Tibúrcio em sua tese, aborda-se o processo de concepção do *Cabri-géomètre* tentando destacar de um lado elementos que parecem importantes para o sucesso desse software, e de um outro lado elementos que inspiraram a EDI. O estudo apoia-se em alguns textos e lembranças e mostra os aportes e a validade de um tal trabalho de resgate histórico.

Palavras-chave: micromundo; EDI

Abstract
In this text, after presenting the didactic computational engineering described by Tibúrcio, it approaches the *Cabri-géomètre* conception process, trying to highlight, on one hand, elements that seem important for the success of this software, and, on the other hand, elements that inspired EDI. The study is based on some texts and memories and shows the contributions and validity of such a work of historical recovery.

Keywords: microworld; Didactical Computational Engineering

Introdução

Depois de muitos anos concebendo software, iniciando com a concepção e a realização de *Cabri-géomètre* (BAULAC at al., 1988; BELLEMAIN, 1992), e plataforma para ensino e aprendizagem de matemática, começamos a dar uma meta-olhada nesta atividade. Isso não quer dizer que até agora tenhamos feito software de forma empírica e intuitiva, já que sempre os produzimos em equipes formadas por profissionais com experiência em diferentes áreas. Mas olhamos e comunicamos pouco sobre os processos de design, focando mais na justificativa da concepção e na avaliação dos artefatos produzidos, do que nas engenharias usadas para realizá-los. É fato que na época do *Cabri-géomètre*, esse design era parcialmente protegido por acordos de confidencialidade, impedindo a divulgação da engenharia para produzi-lo. Hoje, queremos abrir a caixa preta dessa concepção do *Cabri-géomètre*. Se trata mais de olhar como foi realizado que de desvendar segredos, mas existe a dúvida a respeito da relevância de começar esse estudo 35 anos depois da concepção de

Cabri-géomètre, especialmente considerando a velocidade de evolução das tecnologias informáticas.

Na realidade, a obsolescência programada de máquinas, e das técnicas necessárias para operá-las, raramente diz respeito às tecnologias e aos princípios que justificam essas tecnologias. No pior dos casos, poder-se-á notar uma obsolescência “forçada” das tecnologias e dos princípios porque, por falta de meios (técnicos, financeiros, humanos, ...), os produtos que os concretizam não conseguiram acompanhar a evolução material. É provavelmente exagerado falar em obsolescência neste caso, pois se os produtos desaparecem, as ideias permanecem. No entanto, como em qualquer ciência, é necessário seu confronto com a realidade que modela, nem que seja para validar as hipóteses propostas pela ciência e favorecer sua evolução. A descontinuidade dos produtos que materializam as tecnologias e os princípios leva ao esquecimento destes. A importância que acordamos às realizações efetivas, pelo menos na forma de protótipos, dos softwares que idealizamos, é provavelmente uma característica permanente dos nossos projetos desses últimos 35 anos. Com efeito, os protótipos desenvolvidos são um elemento central na validação das hipóteses que justificam as escolhas de concepção deste e, sobretudo, das metodologias empregadas para essa concepção.

Mais do que aquilo que funda a realização de tal ou tal "bom" software educacional, nossa meta-olhada diz respeito ao processo de concepção em si. Um dos objetivos desse estudo é de compreender e sistematizar esse processo, particularmente no caso de *Cabri-géomètre* de cuja equipe de concepção e realização participamos, para tentar torná-lo, ao menos parcialmente, reproduzível. Para esse estudo, propomos empregar a engenharia didático-informática (EDI) (BELLEMAIN at al., 2015; TIBÚRCIO, 2016; TIBÚRCIO, 2020), metodologia de concepção e desenvolvimento de software articulando princípios da engenharia didática (ARTIGUE, 1988) e da engenharia de software (SOMMERVILLE, 2007). É claro que existe o risco de ser endógeno ao estudar um processo por um método inspirado pelo próprio processo, entretanto, a EDI, mesmo tendo raízes na concepção do *Cabri-géomètre*, foi desenvolvida longe das trilhas seguidas por essa concepção. Além disso, como nosso objetivo aqui não é de validar a metodologia, mas de investigar sua emergência de um ponto de vista epistemológico, nossa abordagem se torna, de certa forma, uma etapa necessária.

O estudo do processo tem também outro objetivo que é tentar compreender as condições que favoreceram o surgimento da geometria dinâmica (GD) computacional. Isso não quer dizer que a geometria dinâmica nasceu com o *Cabri-géomètre*, pois, ao mesmo tempo, outro software de geometria dinâmica: *Geometer's Sketchpad* foi criado. Além disso, existem manifestações dinâmicas da geometria na história e muito antes da invenção do computador (BELLEMAIN; ALENCAR, 2004). No entanto, existe um contexto que tem favorecido a concepção da GD computacional, com implementações contemporâneas, e significativamente diferentes em cada software, particularmente considerando *Cabri-géomètre* e *Geometer's Sketchpad*. São as características e o funcionamento do contexto que produziam a versão específica da GD proposta por *Cabri-géomètre* que queremos resgatar. Tendo vivido o processo de concepção de *Cabri-géomètre* por dentro, propomos apresentar alguns elementos deste a partir do olhar oferecido pela engenharia didática informática.

Uma das chaves para o sucesso vem da natureza multidisciplinar da equipe de design, mas não apenas, porque se é uma condição necessária, ela não é suficiente e a sinergia entre as disciplinas nem sempre é bem-sucedida. Uma engenharia específica articulando, em uma perspectiva transdisciplinar, as diferentes disciplinas envolvidas deve ser implementada. É essa engenharia que procuramos especificar notadamente pelo estudo de sinergias entre disciplinas que deram certo, produzindo softwares educativos com efetivas contribuições para o ensino e a aprendizagem da matemática. A engenharia didático-informática emergiu, pelo menos em parte, desse estudo.

Engenharia didático-informática - EDI

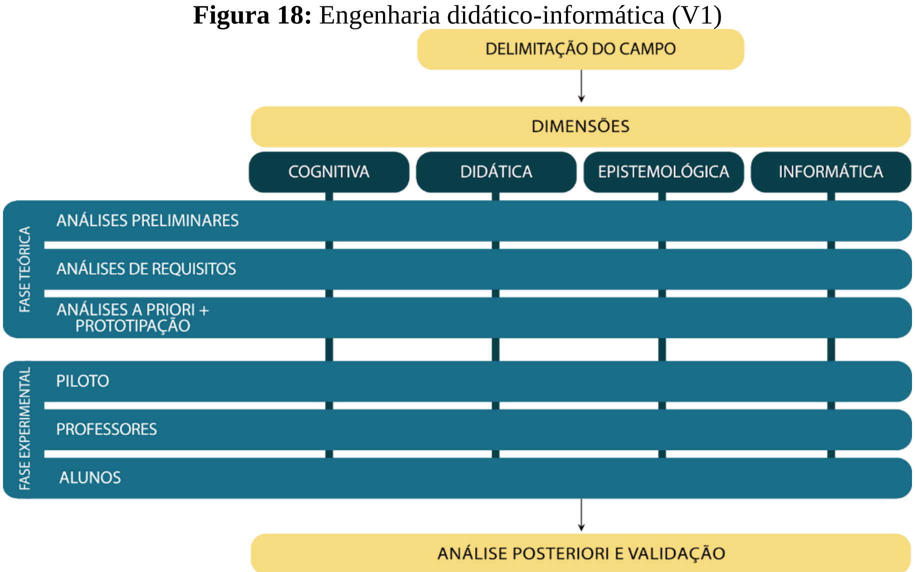
De fato, começamos a estudar a engenharia de software educativo quando nos afastamos da concepção e desenvolvimento do *Cabri-géomètre* para nos aproximarmos do ensino na área de ciência da computação em 2000 como professor visitante do Centro de Informática da UFPE. Nessa época, pela mudança de função de engenheiro de software para professor, deslocamos o centro de gravidade da nossa atividade da *práxis* para o *logos* da engenharia de software educativo. Claro que nesse estudo inicial, se tratava mais de elaborar a problemática e levantar os questionamentos que de propor soluções. Essencialmente, três questões articuladas, e sugeridas pela concepção do *Cabri-géomètre*, foram abordadas nesse momento:

- a noção de micromundo (BELLEMAIN, 2002), notadamente porque permite ao sujeito realizar atividade envolvendo conhecimentos no ambiente computacional,
- a transposição informática (BALACHEFF, 1994; BELLEMAIN, 2000) que aborda a questão da escolha dos problemas a serem abordados e da representação (interna e na interface) dos conhecimentos no micromundo.
- a representação dinâmica dos objetos e a articulação dinâmica entre representações (covariação) (SIQUEIRA, 2009).

Um segundo momento chave de avanço no estudo do processo de concepção de software educativo foi com o mestrado de Ramos (2014) que especificou uma versão computacional do bingo dos racionais (VIEIRA et al., 2013) reformulando, considerando as contribuições e limites possíveis do computador, a engenharia didática desenvolvida para a versão física do jogo. Poder se apoiar numa engenharia didática detalhada para esse estudo foi fundamental para entender como a questão computacional pode ajustar/modificar essa engenharia didática.

A partir desse primeiro olhar na engenharia didática como elemento metodológico para a concepção de software educativo, a EDI foi especificada por Tibúrcio (2016; 2020) como articulação entre a engenharia didática e a engenharia de software em duas versões. A primeira (Figura 18) foi elaborada na ocasião do mestrado (TIBÚRCIO, 2016) em colaboração com Silva (2016) que utilizou, e questionou, a proposta metodológica para especificar o protótipo Function Studium (SILVA et al., 2019).

Figura 18: Engenharia didático-informática (V1)



Fonte: Tiburcio (2016, p.56)

A versão descrita no mestrado (TIBURCIO, 2016) foi utilizada em seguida nas teses de Silva (2019) e Siqueira (2019).

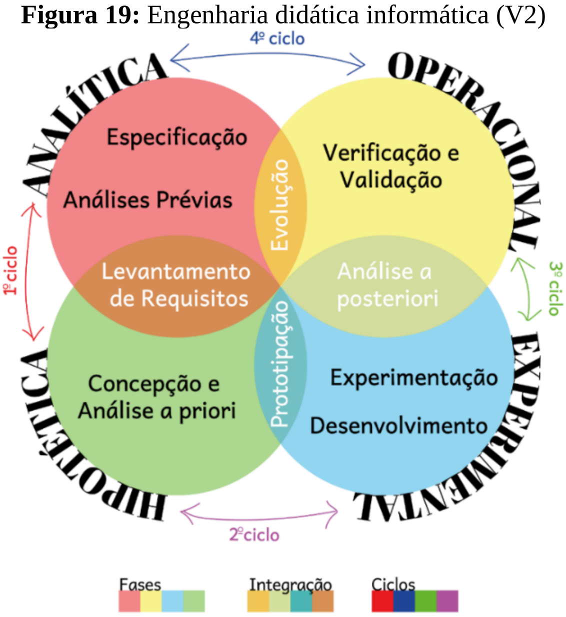
No seu doutorado, Tibúrcio (2020) elaborou uma segunda versão da EDI (Figura 19) a partir do estudo de dois tipos de aplicação da primeira versão:

- a operacionalização da EDI nas pesquisas de Silva (ibid.) e de Siqueira (ibid.).

- a utilização da EDI para olhar, a partir de leituras e entrevistas dos próprios autores) a concepção de micromundos para explorar conteúdos matemáticos: Function Probe (CONFREY; MALONE, 2008), Casyopée (LAGRANGE, 2010) e Modellus (TEODORO, 2002). Sugerimos a leitura das referências para saber mais sobre a proposta, entretanto, queremos sublinhar:

> - a evolução da primeira versão da EDI para um esquema explicitamente cíclico na segunda versão, como as duas engenharias inspiradoras: ED[1] e ESE.
>
> - a articulação entre as etapas da ED (análises previas, análise a priori, experimentação e análise a posteriori) e etapas da ESE (levantamento de requisitos, prototipação-desenvolvimento, validação e evolução).

Figura 19: Engenharia didática informática (V2)



Fonte: Tibúrcio (2020, p.168)

[1] O fato de a ED ser um processo pesado faz que frequentemente nas pesquisas, um único ciclo é apresentado, porém o caráter cíclico é parte da ED notadamente através da revisão da análise a priori com a análise a posteriori que leva à elaboração de uma nova versão da experimentação.

A partir dessa descrição rápida, temos vários comentários relativos ao contexto de emergência e elaboração da EDI, contexto que se aproxima daquele do *Cabri-géomètre*, assim como dos outros softwares explorados no estudo de Tiburcio (ibid.).

O ponto principal é que se trata de contextos de pesquisa. Nesse sentido, o objetivo principal da EDI não é produzir um software educativo final, mas produzir um protótipo permitindo a validação da engenharia que o produz, assim como das hipóteses e princípios que o fundamentam. Obviamente, isso não impede a transformação do protótipo num produto para uso e integração no ensino, entretanto, para isso, mais etapas e validações da engenharia são necessárias. De fato, se a fase inicial da EDI se nutre bastante da fase inicial da engenharia didática, a engenharia da transformação do artefato num produto para o ensino se aproxima da engenharia de software. Essa transformação do protótipo em produto foi realizada no caso do *Cabri-géomètre* para torná-lo disponível ao uso em larga escala e à comercialização.

Em se tratando, com a EDI, de uma metodologia de pesquisa e desenvolvimento, existem reduções necessárias do campo de estudo para aumentar a precisão e a pertinência das análises de experimentações, particularmente no que trata da dialética entre as análises a priori e a posteriori. No caso da proposta de Tibúrcio (2016, 2020), essas reduções dizem respeito ao:

- softwares explorados que são do tipo micromundo,
- conteúdos abordados que são da matemática.

Isso não significa que o campo de aplicação da metodologia não pode ser estendido a outros tipos de software, outros conteúdos, e fundamentações teóricas diferentes (teoria das situações, teoria dos campos conceituais, teoria antropológica do didático, ...), como é o caso da engenharia didática (ARTIGUE, 2020), mas a construção e a validação da EDI foram feitas no caso de micromundos para matemática.

Contexto de desenvolvimento do *Cabri-géomètre*

Antes de olhar mais especificamente os fundamentos da geometria dinâmica explicitados na concepção de *Cabri-géomètre*, propomos descrever o contexto dessa concepção. Esse contexto é pouco documentado e achamos necessário apresentar inicialmente, e por uma boa parte de memória, uma fotografia do "ecossistema" da concepção do *Cabri-géomètre*. Muitos elementos desse ecossistema pertencem a contextos da concepção de outros softwares desenvolvidos na época, mas alguns são provavelmente mais específicos ao *Cabri-géomètre*.

A equipe *Cabri-géomètre* pertencia à academia (Universidade Joseph Fourier e CNRS) e era essencialmente composta de membros de um mesmo laboratório de pesquisa que agrupava professores e pesquisadores (alguns sendo doutorandos) em matemática, em didática da matemática, ciências cognitivas, engenheiros de computação e professores da educação básica, ... Tratava-se de uma equipe pluridisciplinar num contexto de pesquisa. A equipe tinha um endereço físico, os membros se encontravam diariamente (dividindo salas, se encontrando em reuniões etc.). A presença de professores do ensino fundamental e médio na equipe permitia os ciclos curtos de implementação-validação citados acima. Assim, uma grande parte da idealização do software foi feita num processo no qual reconhecemos princípios de metodologias ativas de elaboração de software, ou seja, considerando ciclos curtos entre a definição de uma funcionalidade, sua implementação e sua validação, com a participação, na concepção, de usuários finais. Além disso, vários membros na equipe tinham competência pluridisciplinar: professor de escola e pesquisador em didática, pesquisador em didática e programador, matemático e programador etc. A sinergia entre as disciplinas necessárias ao sucesso do projeto de uma certa forma já acontecia na mente dos membros da equipe.

O projeto *Cabri-géomètre* pertencia a um projeto maior *Cabri* (CAhier de BRouillon Interactif) (BAUDON, 1990) de onde nasceu um primeiro micromundo anterior a *Cabri-géomètre*: *Cabri-graphe* que permitia a exploração de grafos (vértices e arcos) notadamente pela manipulação direta das representações. Passar da manipulação direta de pontos e arestas para a manipulação direta de pontos e retas foi um passo relativamente "pequeno". O pulo maior foi para construir um micromundo para o ensino e aprendizagem da geometria, ou seja, destinado a um público de aprendizes, enquanto *Cabri-graphe* era destinado à manipulação de grafos por especialistas no assunto. Entretanto, podemos considerar que o embrião de *Cabri-géomètre* estava no *Cabri-graphe*. E de forma geral, a ideia de manipulação direta da representação de objetos matemáticos para explorar suas propriedades, estava no ar.

Na época, já existiam vários micromundos de geometria "não dinâmica". Podemos citar, entre outros, a tartaruga LOGO (PAPERT, 1980), bibliotecas de geometria euclidiana para LOGO criadas no IREM de Grenoble: o Geometriciel (BONIN; TERME, 1986) e Euclide (ALLARD, 1987) e the Geometric Supposer (YERUSHALMY; HOUDE, 1986). Esses artefatos inauguraram de certa forma, através da ideia de micromundo, a concepção de softwares educativos baseados nas ideias construtivistas, e a geometria constituía um domínio da matemática privilegiado para ser explorado nesses softwares.

Para terminar, é importante destacar que tínhamos um contexto técnico "revolucionário" na informática em vários aspectos. Final dos anos 1970, início dos anos 1980, apareceram os primeiros *Personal Computer* (PC) embarcando um ambiente de programação (linguagem BASIC). A programação de computadores ficava acessível com um investimento menor em equipamentos. No meio dos anos 1980s, chegou o Macintosh com seu lote de inovações:

- a metáfora do desktop e uma interface permitindo a manipulação direta dos elementos gráficos representados na tela.
- uma biblioteca (toolbox) de função de interface embutida (ROM) permitindo a programação de aplicativos com menus, caixas de diálogos, aplicativos *event-driven*, ...

No mesmo momento, apareceram também "frameworks" para PC permitindo a programação de aplicativo segundo os princípios da programação orientada a objetos (MacAPP no Macintosh, por exemplo). O papel importante que tais ambientes de programação, junto com a disponibilidade de bibliotecas gráficas e de elementos de interface, tiveram no desenvolvimento de artefatos como *Cabri-graphe*, *Cabri-géomètre*, *Function Probe*, etc. é que eles permitiam a criação de software com boas interfaces, respeitando os "guidelines" com custo razoável em termo de engenharia de software e programação. Assim, o esforço maior de concepção e desenvolvimento podia será feito por equipe menores e dedicado à concepção dos objetos e algoritmos específicos dos objetos matemáticas reificados no software, ou seja, ao processo de transposição informática.

Estamos trazendo poucos elementos e de forma bastante resumida, devido às limitações em tamanho do texto, destacando somente o que pode ser reconhecido na concepção de *Cabri-géomètre* como as análises prévias da ED e da EDI. Consideramos importante conseguir aprofundar o estudo desses elementos para entender melhor como eles se articulam no processo de concepção e realização do *Cabri-géomètre*. Acreditamos que um tal estudo, além de destacar algumas raízes da EDI, permitiria, sobretudo, enriquecê-la.

Análises prévias da EDI no caso do *Cabri-géomètre*

Acreditamos que a integralidade do processo de concepção, realização e experimentação de *Cabri-géomètre* pode ser estudada do ponto de vista da EDI. Na nossa tese (BELLEMAIN,1992), tínhamos feito o ciclo completo, da concepção até a validação experimental, proposto pela EDI, mas obviamente sem utilizar a sistematização proposta por Tibúrcio (2016, 2020). Nesse parágrafo, nos focaremos sobre a primeira etapa analítica da EDI (Figura 19) que diz respeito às análises prévias e especificações.

As análises prévias da EDI retomam as análises prévias da engenharia didática acrescentando uma dimensão informática na qual consideram-se as contribuições e limitações da informática para abordar os questionamentos relativos às outras dimensões: epistemológicas, cognitivas e didáticas. No nosso trabalho de tese (BELLEMAIN, 1992) no qual procuramos fundamentar a geometria dinâmica do *Cabri-géomètre*, essas dimensões aparecem no primeiro capítulo "*Analyse épistémologique*" nos parágrafos:

- "*du point de vue du savoir*" (epistemológico),
- "*du point de vue de l'enseignement*" (didático),
- "*du point de vue de l'élève*" (cognitivo) e
- "*bilan sur les problèmes d'enseignement de la géométrie et les apports spécifiques de l'ordinateur*" (informática).

> **"Du point de vue du savoir"** aborda o papel do desenho na evolução da geometria destacando os aportes para a intuição geométrica, o processo de abstração, de organização do raciocínio, mas também os limites devidos a imprecisões eventuais do traçado e aos implícitos não explicitados pelos dados teóricos. Abordou-se as diversas apreensões do desenho descritas por Duval (1988): apreensão perceptiva, operatória e discursiva), a relação entre desenho e figura através notadamente dos domínios de interpretação e de funcionamento do desenho (LABORDE; CAPPONI, 1994).
> **"Du point de vue de l'enseignement"** aborda o programa de ensino de matemática, e mais especificamente de geometria, da França no final dos anos 1980 (programmes scolaires de 1986). Na época, a complexidade da relação entre desenho e figura tal como destacado na parte epistemológica se traduzia por meio de uma ruptura no tempo escolar entre uma geometria da observação e uma geometria da dedução.
> L'enseignement de la géométrie se trouve ainsi confronté au problème d'amener les élèves à élaborer une abstraction des objets du dessin qui deviennent des objets

> formels sur lesquels portent notamment les raisonnements déductifs. (BELLEMAIN, 1992, p.50)
>
> Tínhamos destacado nos programas, três tipos de atividades: reconhecimento de formas (geometria da observação), programa de construção e elaboração de raciocínio lógico-dedutivo (geometria da dedução). De fato, a ruptura entre a geometria da observação e da dedução não parecia resolvida com esses programas de 1986 apesar da vontade clara de romper com a abordagem algébrica da matemática instalada com a reforma da matemática moderna.
>
> En fait, l'enseignant n'a pas de moyens pour négocier avec l'élève le fait que ses procédures de résolutions doivent porter sur une configuration et non pas sur un dessin seulement. Cette contrainte n'apparaît le plus souvent que lorsque l'enseignant la prend en compte pour valider le travail de l'élève. (BELLEMAIN, 1992, p.60)
>
> **"Du point de vue de l'élève"** aborda as dificuldades do aluno relativamente às atividades descritas no parágrafo anterior, ou seja, reconhecimento de formas, programa de construção e elaboração de raciocínio lógico-dedutivo. De fato, nesse estudo, a ruptura entre a geometria da observação e da dedução foi considerada como uma das consequências:
>
> d'une faible prise en compte de ce qui se situe au niveau de l'espace des opérations concrètes, de l'appréhension opératoire des dessins et de la mise en œuvre de la reconnaissance de formes dans la résolution de problèmes. Par ailleurs, cette étude des programmes a aussi montré que la géométrie de l'observation est presque exclusivement basée sur une approche perceptive de formes géométriques. (BELLEMAIN, 1992, p.61)

O "**bilan sur les problèmes d'enseignement de la géométrie et les apports spécifiques de l'ordinateur**" considerou o levantamento feito nos três tópicos descritos sucintamente acima para destacar a importância do desenho e a importância de uma abordagem dinâmica desse desenho. Tratava-se de acompanhar a compreensão de Piaget (1949) de que o desenho tem uma estruturação perceptiva que não é:

> … uniquement due à la perception, mais plutôt comme étant organisée par une activité sensori-motrice dans laquelle le mouvement, les actions du sujet sur les objets et les coordinations de ces actions sont primordiales. (BELLEMAIN, 1992, p.67)
>
> O reconhecimento da forma seria favorecido pelo movimento e pretendíamos estender esse reconhecimento às propriedades geométricas conservadas na manipulação dos desenhos geométricos. A ideia subjacente era favorecer, pelo movimento e pela exploração quase contínua de desenhos satisfazendo às mesmas especificações geométricas iniciais, a elaboração de conjeturas. Essa ideia de certa forma veio do software anterior desenvolvido no projeto CABRI: *Cabri-graphe* destinado a um público de matemáticos, para os quais a noção de conjetura e validação da mesma são importantes motores da resolução de problemas. Rapidamente observou-se que o aluno não raciocina em termo de conjetura e validação, e frequentemente vai observar e utilizar uma propriedade geométrica se ela é necessária a uma resolução de problema. Nesse sentido, o deslocamento de elemento de um desenho controlado por propriedades geométricas explicitadas na construção constitui um meio de validação pragmática das construções. Por exemplo, desenhar um quadrado cujo lado é segmento dado na geometria dinâmica se transforma em construir um quadrado cujo lado é um segmento dado de tal forma que se o segmento é modificado, a construção continua sendo um quadrado com este segmento como lado.

Considerações finais

Mesmo se abordamos nesse texto um trabalho realizado a partir de pesquisas e desenvolvimentos antigos, o olhar proposto é relativamente recente e iniciante. Apesar de bastante envolvido na concepção do *Cabri-géomètre* e na formulação da EDI, esta releitura do processo de concepção trouxe aportes significativos no sentido de conhecer melhor esse processo e encontrar pistas para a evolução da EDI. Obviamente, pela pouca documentação disponível a respeito da concepção do *Cabri-géomètre*, uma parte significativa dessa análise baseia-se na memória desse processo como sua parcialidade (nos dois sentidos da palavra). Mesmo com esses limites e sempre tomando o cuidado de considerar os fatos mais objetivos possíveis e não buscar enunciar verdades absolutas, pretendemos dar continuidade a tal estudo, pelo menos enquanto nos permitir aprimorar a EDI.

Além disso, é interessante notar também que no outro sentido, a releitura da concepção e desenvolvimento de *Cabri-géomètre* pela EDI sugere pistas para aprimoramento do software assim como novos desenvolvimentos, mais precisamente de um novo micromundo de geometria.

Referências

ALLARD, J. C. EUCLIDE, un langage pour la géometrie plane. **Bulletin de l'EPI** (Enseignement Public et Informatique), (46). P.149-161, 1987.

ARTIGUE, M. Méthodologies de recherche en didactique des mathématiques : Où en sommes-nous ? Research Methodologies in didactic of mathematics: Where Are We?. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. 22. P.25-64, 2020.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. V.9, N.3, P. 281-308, 1988.

BALACHEFF, N. La transposition informatique. Note sur un nouveau problème pour la didactique. *In*: ARTIGUE, M. *et al.* (Org.). **Vingt ans de didactique des mathématiques en France**. Bibliothèque de didactique des mathématiques. La pensée sauvage ed. Grenoble: [s.n.], 1994, V. spécial, p. 364–370.

BAUDON, O. **Cabri-graphes : un cahier de brouillon interactif pour la théorie des graphes**. **Modélisation et simulation**. Tese (Doutorado em Matemáticas Aplicadas) - Université Joseph Fourier, Grenoble, 1990.

BAULAC, Y.; BELLEMAIN, F.; LABORDE, J.-M. **Cabri-géomètre, un logiciel d'aide à l'apprentissage de la géométrie**. Paris: CEDIC-NATHAN, 1988.

BELLEMAIN, F. A transposição informática na engenharia de software educativos. Livro de resumos –SIPEM –I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. **Anais...** Serra Negra –SP, 2000.

BELLEMAIN, F. O Paradigma Micromundo. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA HTEM, 2002, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: UFRJ, 2002, pp. 51-62.

BELLEMAIN, F. **Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la Géométrie, Cabri-Géomètre**. 1992. Tese (Doutorado em Didáticas das Matemáticas) - Université Joseph Fourier, Grenoble, 1992.

BELLEMAIN, F.; RAMOS, C. S.; TIBÚRCIO, R S. Engenharia de software educativos, o caso do bingo dos racionais. In: 6 SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2015, Goiás. **Anais do VI Sipem**... Goiás: SBEM, 2015.

BELLEMAIN, F.; CORREIA, A. M. Geometria dinâmica: fundamentos epistemológicos. In: 4º Congreso Nacional e 1º Encuentro Internacional de Profesores e Investigadores del Área de Expresión Gráfica, 2004, Rosario. **Actas del EGRAFIA** 2004. Rosario: EGRAFIA, 2004. v.1.

BONIN, M. ; TERME, J.-M. Géométrie et informatique. **Bulletin de l'EPI** (Enseignement Public et Informatique), (43). P.92-96, 1986.

CONFREY, J.; MALONE, A. Research-design interactions in building function probe software. In BLUME, G.; HEID, M. K. (orgs.) **Research on technology and the teaching and learning of mathematics**, vol 2: Cases and perspectives (pp.183-209). 2008. Greenwich.

DUVAL, R., Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Vol. 1, IREM de Strasbourg, P. 57-74, 1988

LABORDE, C. e CAPPONI, B. Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. **Recherches en Didactique des Mathématiques** vol 14, n°1.2, P.165-210, 1994.

LAGRANGE, J. -B. Teaching and learning about functions at upper secondary level: designing and experimenting the software environment Casyopée. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 41:2, p. 243-255, 2010.

PAPERT, S. **Mindstorms: children, computers and powerful ideas**. Basic Books, New York. 1980.

RAMOS. C. S. **Princípios da engenharia de software educativo com base na engenharia didática:** uma prototipação do bingo dos racionais. 2014. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

SILVA, A. D. P. R. **Prototipação, desenvolvimento e validação de um micromundo com suportes para o ensino de área e perímetro**. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SILVA, C. T. J. da **A engenharia didático-informática na prototipação de um software para abordar o conceito de taxa de variação**. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SILVA, C. T. J.; GITIRANA, V.; BELLEMAIN, F.; TIBÚRCIO, R. DOS S. Function studium: concepção, desenvolvimento e validação de um software para abordar funções em uma perspectiva covariacional. **PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, V. 12(28), P. 245-271, 2019.

SIQUEIRA, J. E. DE M. **Articulando os registros de representação semiótica das curvas cônicas através da integração de recursos computacionais**. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SIQUEIRA, J.E. M. **Equações quadráticas**: articulando suas formas algébricas e geométrica via um aplicativo ad hoc. 2009.160f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) –Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.

SOMMERVILLE, I. **Engenharia de Software**. São Paulo 8. ed. Pearson Education do Brasil, 2007.

TEODORO. V. D. **Modellus: Learning Physics with Mathematical Modelling**. 2002. f 248. Tese de Doutorado. Faculdade de Ciências e Tecnologia. Lisboa. Universidade Nova de Lisboa. 2002.

TIBÚRCIO, R. S. **Processo de desenvolvimento de software educativo:** um estudo da prototipação de um software para o ensino de função. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

TIBÚRCIO, R. S. **A engenharia didático-informática**: uma metodologia para a produção de software educativo. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

VIEIRA, M. S. L. M., PEREIRA, G. M. M., SANTOS, L. S., MORAIS, M. D., BELLEMAIN, P. M. B. Bingo dos números racionais. In: FERREIRA, V. G. G., TELES, R. A. M., BELLEMAIN, P. M. B., CASTRO, A.T., ALMEIDA, I. A. C., LIMA, P. F., BELLEMAIN, F. (Org.). **Jogos com sucata na educação matemática: projeto rede**. 1ed.Recife: NEMAT: Editora universitária da UFPE, 2013, v. 1, p. 79-108

YERUSHALMY, MICHAL, and RICHARD A. HOUDE. "The Geometric Supposer: Promoting Thinking and Learning." **The Mathematics Teacher**, vol. 79, no. 6, 1986, pp. 418–422.

Reflexões sobre contribuições de pesquisas com o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a Didática da Matemática

Reflections on research contributions from the perspective of the Theory of Registers of Semiotic Representations for Didactics of Mathematics

Rosinalda Aurora de Melo Teles
UFPE
e-mail: rosinaldateles@yahoo.com.br

Resumo

Partindo do pressuposto que de acordo com Duval, a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação e também que a Didática da Matemática tem como um dos principais interesses os processos de transmissão e de aquisição de diferentes conteúdos, incluindo a construção de gênesis artificiais em situações escolares, buscamos neste estudo identificar num conjunto de três pesquisas que tiveram como fundamentação teórica a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymund Duval, indicativos que contribuam para tecer reflexões relacionadas à compreensão de processos de ensino e aprendizagem que respaldem a elaboração de situações de ensino mais adequadas, isto porque a TRRS, por sua origem em estudos da Psicologia Cognitiva, têm como propósito a compreensão do funcionamento cognitivo necessário ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Nesse texto não temos a pretensão de responder uma questão, ao contrário, levantar outras tantas e tecer conjecturas com base em indícios de pesquisas que envolvem três objetos de conhecimento diferentes: número racional, função quadrática e função afim; três focos diferentes: estudantes e uso de material manipulável; livro didático e professor de matemática e procedimentos de estudantes do ensino médio. No entanto, as três possuem em comum a utilização do olhar da TRRS para analisar seus dados. As reflexões e conjecturas abrem um leque de possibilidades de estudos futuros a serem desenvolvidos no seio da Didática da Matemática. Um campo que gera conhecimento e contribui para tornar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática mais eficientes, alcançando assim suas finalidades, dentre as quais a formação cidadã, crítica e propositiva, essencial nesses tempos difíceis e desafiadores que estamos vivendo em decorrência de todo contexto que cerca a pandemia da COVID -19, em nosso país e no mundo.

Palavras-chave: Processos de ensino e aprendizagem; funcionamento cognitivo; número racional; função

Abstract

Assuming that according to Duval, the originality of mathematical activity lies in the simultaneous mobilization of at least two representation registers and also that the Didactics of Mathematics has as one of its main interests the transmission and acquisition processes of the different contents, including the construction of artificial genesis in school situations, we sought in this study to identify in a set of three studies that had as theoretical foundation Raymund Duval's Theory of Registers of Semiotic Representations - TRSR, indicatives that contribute to weaving reflections remarkably related to understanding of teaching and learning processes that support the elaboration of more adequate teaching situations, this because the TRRS, due to its origin in studies of Cognitive Psychology, aims to understand the cognitive functioning necessary for the teaching and learning process of Mathematics. In this text, we do not intend to answer one question, on the contrary, to raise many others and to weave conjectures based on evidence from research involving three different objects of knowledge: rational number, quadratic function and affine function; three different focuses: students and use of manipulable material; textbook and math teacher and high school student procedures. However, the three have in common the use of the TRRS gaze to analyze their data. Reflections and conjectures open up a range of possibilities for future studies to be developed within the Didactics of Mathematics. A field that generates knowledge and contributes to making the teaching and learning processes of Mathematics more efficient, thus achieving its purposes, among which are citizen education, critical and purposeful, essential in these difficult and challenging times we are living as a result of the entire context surrounding the COVID -19 pandemic, in our country and in the world.

Keywords: teaching and learning processes; cognitive functioning; rational number; function

1.Introdução

Esse texto busca identificar num conjunto de três pesquisas já realizadas possíveis contribuições para reflexões no campo da Didática da Matemática, adotando pressupostos da Educação Matemática, área de pesquisa educacional que visa compreender, interpretar e descrever fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Essa área se importa com o ensino do saber historicamente, socialmente e cientificamente construído na área do conhecimento matemático. E também com outros aspectos que envolvem esse ensino, entre eles, os didáticos, epistemológicos, cognitivos, inclusivos, tecnológicos, históricos, étnicos e culturais. Também se importa com a formação profissional daqueles que vão ensiná-la; com a qualidade e o desenvolvimento de recursos didáticos para este fim; com os processos avaliativos; se importa inclusive com a contribuição dos conceitos matemáticos para a formação cidadã de todas as pessoas; com as articulações que podem ser feitas com outras áreas do conhecimento.

Dentre as tendências da Educação Matemática, alinha-se com a Didática da Matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em termos experimentais da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica (PAIS, 2001). Segundo Régine Douady (apud PAIS, 2002, p. 10-11), "A Didática da Matemática estuda os processos de transmissão e de aquisição dos diferentes conteúdos desta ciência, particularmente numa situação escolar ou universitária. Ela se propõe a descrever e explicar os fenômenos relativos às relações entre seu ensino e sua aprendizagem. Ela não se reduz a pesquisar uma boa maneira de ensinar uma determinada noção particular."

A Didática da Matemática tem três eixos principais de interesse: o epistemológico do conhecimento matemático, o da gênesis e da aquisição do conhecimento matemático por estudantes, e o da construção de gênesis artificiais em situações escolares. De acordo com Lima (2017), este campo, em particular, tem a construção do conhecimento pelo sujeito no seu centro de interesse. Seu objeto de estudo são os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, na sua totalidade. De acordo com Machado (1999),

> [...] Somente a partir de seus resultados de pesquisas, sobretudo em sala de aula, que se pode indicar propostas pedagógicas com a finalidade de contribuir para uma melhor compreensão do fenômeno da aprendizagem da matemática e uma consequente contribuição para a melhoria do ensino (MACHADO, 1999, p. 11).

A Didática da Matemática ressalta a importância da especificidade dos conhecimentos matemáticos para a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem destes conhecimentos. Consequentemente, defende que a elaboração de situações adequadas em sala de aula requer do professor tanto o conhecimento sobre os conteúdos da Matemática (objetos de conhecimento), quanto o conhecimento sobre como a criança desenvolve sua compreensão desses conceitos matemáticos, quais as dificuldades que enfrenta e também como interpretar as estratégias que mobilizam. Geralmente ao se realizar uma análise do que consiste a compreensão em matemática e eventuais dificuldades para obtê-la, são evocados os conceitos matemáticos e suas complexidades epistemológicas (DUVAL, 2003). Segundo Duval, para caracterizarmos a originalidade e a especificidade do funcionamento do pensamento em Matemática, diferenciando-a da atividade cognitiva requerida por outras áreas de conhecimento deve-se levar em consideração as representações dos objetos matemáticos e a variedade delas.

A dificuldade cognitiva que se processa para sabermos, ao passarmos de uma representação a outra, quando estamos na presença de um mesmo objeto representado de maneira diferente ou quando se trata de um novo objeto, reside no fato de duas representações diferentes não possuírem o mesmo conteúdo do objeto representado, portanto, para que a confusão objeto/representação não seja estabelecida devemos dispor de uma segunda representação do objeto em estudo, que contenha conteúdo diverso da primeira (DUVAL, 2011).

De acordo com Duval (2013, p.14) a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação, nesse sentido, buscamos nesse texto identificar num conjunto de três pesquisas que tiveram como fundamentação teórica a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymund Duval indicativos que contribuam para tecer reflexões no campo da Didática da Matemática, notadamente relacionadas à compreensão de processos de ensino e aprendizagem que respaldem a elaboração de situações de ensino mais adequadas, pois a TRRS, por ter sua origem em estudos da psicologia cognitiva, tem como propósito a compreensão do funcionamento cognitivo necessário ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Nesse texto não temos a pretensão de responder uma ou várias questões, ao contrário, levantar questões e tecer conjecturas com base em indícios dessas pesquisas que serão discutidas.

2. Ponto de convergência entre as pesquisas: Teoria dos Registros de Representação Semiótica

As três pesquisas que serão discutidas neste texto, abordam três objetos de conhecimento diferentes: número racional, função quadrática e função afim; três focos diferentes: estudantes e uso de material manipulável concreto; livro didático e professor de matemática e procedimentos de estudantes do ensino médio. No entanto, possuem em comum a utilização do olhar da TRRS para analisar seus objetos de estudo.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval, é uma abordagem cognitiva que, de modo geral, analisa as dificuldades encontradas na aprendizagem da Matemática e o funcionamento cognitivo peculiar dessa ciência, levando em consideração o modo de acesso aos seus objetos, a variedade de sistemas semióticos que permitem representá-los e a necessária distinção entre o objeto matemático e a sua representação. Tem sido utilizada como aporte teórico em muitas pesquisas em Educação Matemática como um importante instrumento no estudo da complexidade da aprendizagem nessa área do conhecimento, possuindo como marco a obra intitulada *Sémiosis et pensée humaine: Registres Sémiotique et Apprentissages Intellectuel*s, publicada por Duval em 1995.

Segundo Duval (2013), a principal dificuldade na aprendizagem da Matemática decorre do fato que os objetos matemáticos não possuem existência física, ou seja, os objetos matemáticos, devido a abstração que a mesma possui, não são acessíveis por meio de instrumentos ou empiricamente, se faz necessário a utilização de sistemas de representação que viabilizem o acesso a seus objetos de conhecimento (DUVAL, 2009), proporcionando a compreensão destes objetos, sendo assim, o acesso a esses objetos só é possível com a utilização de um sistema semiótico. Desta forma, na Matemática, muito mais do que em qualquer outra área do conhecimento, a diversidade dos sistemas semióticos é fundamental para a aprendizagem e para a construção de novos conceitos.

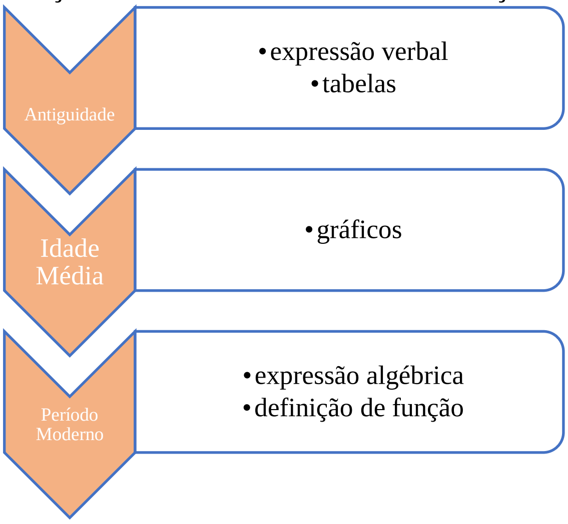
Um sistema semiótico é, de acordo com Duval (2011), um conjunto de signos, organizados segundo regras próprias de formação e convenções, com relações internas que permitem identificar os objetos representados. Para designar os sistemas semióticos específicos da Matemática, Duval (2011) usa o termo registro. Para ele, um registro de representação é um sistema semiótico que cumpre, além da função de comunicação, as funções cognitivas de objetivação (entendimento para si) e tratamento. Partindo desta ideia, o autor faz referência a quatro tipos de registros de representação: a língua natural, os sistemas de escrita (numérica, algébrica e simbólica), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas. Nos trabalhos de Melo (2019), Silva (2020) e Araújo (2021), são discutidos diferentes registros de representação para os números racionais, para função quadrática e para função afim, respectivamente.

Na visão de Duval, os diferentes sistemas semióticos permitem uma diversificação de representações de um mesmo objeto, aumentando as capacidades cognitivas dos sujeitos. Isso porque, do ponto de vista cognitivo, cada representação revela um determinado conceito, uma determinada propriedade, enfim, uma diferente característica. Considerações como essas de Duval, se alinham completamente com a Didática da Matemática, que tem como um dos seus centros de interesse a construção do conhecimento matemático pelo sujeito. Ainda, segundo a TRRS de Duval, a mobilização e coordenação de vários registros de representação é importante para que os objetos matemáticos não venham a ser confundidos com suas representações e para que possam ser reconhecidos em cada uma delas. Além do acesso aos objetos matemáticos só ser possível por meio das representações, Duval (2013) atribui outra razão fundamental à importância das representações semióticas: as possibilidades de tratamentos (operações) dos objetos matemáticos que dependem do sistema de representação utilizado.

A história da Matemática também evidencia a importância das representações semióticas para evolução do pensamento matemático, estas podem ser observadas, por exemplo, nos registros deixados pelos babilônios em seu sistema de numeração e sua geometria de caráter mensurável, pelos gregos com o sistema de numeração alfabético e pelos trabalhos de Euclides registrados em seu livro *Os Elementos*, entre outros. Araújo (2021), ao realizar uma revisão em textos de história da matemática sobre a evolução do conceito de função na antiguidade, na idade média e na idade moderna, usando as lentes da

TRRS, identificou a presença de diferentes representações para função em cada uma dessas fases históricas. Na Figura 1, ilustramos as relações estabelecidas por Araújo (2021) entre o momento histórico e as representações.

Figura 1: Representações associadas ao conceito de função ao longo da história



Fonte: Araújo (2021, p. 39)

Araújo (2021), não buscava descrever de forma precisa como se deu a construção do conceito de função através dos tempos, apenas se apoiando em Duval (2013), evidenciar a importância do desenvolvimento das representações semióticas e de sua ampla variedade na evolução do pensamento matemático. A partir das evidências históricas na evolução das representações para função, ao longo do tempo, Araújo (2021) questiona se a passagem de uma representação para outra, ou na linguagem da TRRS, a conversão de uma representação para outra pelos sujeitos, apresenta níveis de dificuldades semelhantes à evolução histórica da função. Essa é uma conjectura não respondida, porém em nosso ponto de vista, suscita reflexões que podem contribuir para o desenvolvimento de conhecimentos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática, consequentemente para a Didática da Matemática.

Silva (2020), também destaca em sua dissertação que até se chegar aos símbolos matemáticos que universalmente conhecemos hoje, muitas foram as representações utilizadas pelos matemáticos ao longo do tempo. O avanço da linguagem simbólica na Matemática foi um dos propulsores do desenvolvimento desta ciência. A linguagem matemática formal possui único significado em qualquer nação ou sociedade do mundo, portanto, ao estudar os conhecimentos dessa ciência é necessário entender, compreender e se apropriar da linguagem matemática com sua simbologia, que na maioria das vezes diferencia-se da linguagem falada.

Portanto, pelo fato da Matemática trabalhar constantemente com objetos abstratos e, segundo Duval, para o sujeito apropriar-se de um determinado objeto abstrato, deve recorrer a algum tipo de representação, que pode ser algébrica, gráfica ou em língua materna, consideramos que olhar para o conjunto dos resultados obtidos por pesquisas que adotaram como aporte teórico a TRRS, pode contribuir para o desenvolvimento de reflexões mais amplas no campo da Didática da Matemática. Sendo então o objetivo desse texto refletir sobre possíveis contribuições de resultados de pesquisas que utilizam como aporte teórico a TRRS de Duval para o desenvolvimento da Didática da Matemática.

3. Procedimentos Metodológicos

Em virtude do significado atribuído aos dados que serão coletados, o presente estudo se caracteriza como qualitativo.

A partir da análise dos resultados obtidos em três estudos de mestrado desenvolvidos na linha de pesquisa Didática da Matemática no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco (EDUMATEC-UFPE), sob minha orientação nos últimos 3 anos, buscamos levantar questões e tecer conjecturas com base nos resultados dessas pesquisas que utilizaram a TRRS como aporte teórico que possam contribuir para o desenvolvimento de reflexões no campo da Didática da Matemática.

As pesquisas envolvem três objetos de conhecimento diferentes: número racional, função quadrática e função afim; três focos diferentes: estudantes e uso de material manipulável concreto; livro didático e professor de matemática e procedimentos de estudantes do ensino médio. No entanto, as três pesquisas possuem em comum a utilização do olhar da TRRS para analisar os processos de tratamento e conversão envolvidos. No quadro 1 a seguir, sistematizamos informações sobre essas três pesquisas.

Quadro 1: Estudos analisados organizados em ordem cronológica

AUTOR/ANO	TÍTULO DA PESQUISA	OBJETIVO GERAL
Melo (2019)	Conversões entre representações de números racionais: limites e possibilidades no uso de material manipulável	investigar, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, limites e possibilidades no uso de material manipulável concreto em conversões entre representações de números racionais.
Silva (2020)	Registros de representação semiótica e função quadrática: um olhar sobre o ensino e a abordagem no livro didático	Analisar sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, como o ensino de Função Quadrática é abordado por um professor de matemática do 1º Série do Ensino Médio e a sua relação com a abordagem no Livro Didático.
Araújo (2021)	Conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais	Analisar a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função realizada por estudantes do ensino médio, a partir da interpretação global de propriedades figurais.

Fonte: elaborado pela autora

4. Reflexões sobre principais resultados das pesquisas

O primeiro dos três estudos, defendido em 2019, foi desenvolvido por José Wellington de Melo com um grupo de estudantes do 8° e 9° ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal. Ao analisar limites e possibilidades no uso de material manipulável concreto em conversões entre representações de números racionais, apontou que a mediação do material dourado adaptado reduziu dificuldades causadas pela mudança no sentido e pela variação de congruência e não-congruência nas conversões propostas. Demonstrou ainda que a aplicação da regra de codificação associada ao manipulável no caminho resolutivo pode ser aplicada a estas conversões não importando o sentido em que estejam. A partir desse resultado conjecturamos sobre o material manipulável enquanto um recurso mediador diante das conversões envolvendo representações semióticas do número racional propostas, pois foi importante para o aumento significativo dos índices de acertos. Observou-se, contudo, que o caminho resolutivo para realizar as conversões com o manipulável pareceu baseado naquilo que Duval chamou de regra de correspondência ou codificação, o que do ponto de vista cognitivo não é muito promissor. Nesse sentido, a utilização de materiais manipuláveis nas conversões pode, por um lado, atenuar os efeitos produzidos pelos fenômenos inerentes à atividade da conversão e, por outro, estimular a codificação como recurso de resolução.

A segunda pesquisa finalizada em 2020 por Andreza Santana da Silva, aponta convergência entre a abordagem do livro didático e a prática de um professor de matemática do 1º Série do Ensino Médio ao ensinar função quadrática, especialmente na variabilidade das representações; na construção do gráfico pelo procedimento ponto a ponto. As conversões são muito enfatizadas, mas de maneira indireta, não colaborando para que o estudante coordene dois registros de representação. O LD analisado foi o mesmo utilizado pelo professor (participante da pesquisa), e aprovado pela escola com base no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2018 que permaneceu em vigência até 2020: volume 1 (referente a 1ª série do EM) da coleção MATEMÁTICA: CIÊNCIA E APLICAÇÕES de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de almeida. Publicado pela editora Saraiva, 9ª edição no ano de 2016 e o capítulo analisado foi o quinto, pois é neste que é abordado a função quadrática. No livro didático a maioria das questões eram de médio e alto grau de não congruência, já nas aulas, de baixo e médio grau. Silva (2020) considera que a falta de auxílio nas coordenações entre registros, pode gerar dificuldades para aprendizagem.

No último dos três estudos aqui analisados, desenvolvido por José Robson de Araujo, defendido recentemente no EDUMATEC, ao estudar a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim, realizadas por estudantes do ensino médio ao responder um teste diagnóstico e uma entrevista, os dados apontam como estratégias empregadas no processo de conversão entre os registros gráfico e algébrico, a abordagem ponto a ponto em conjunto com tratamentos na expressão algébrica e o apoio no registro tabular. Ao analisar como os estudantes reconhecem a representação da função afim em seu registro algébrico, a partir do seu registro gráfico e vice-versa, foram diagnosticados falsos reconhecimentos das unidades significativas do registro de representação gráfica, ocasionando conversões não exitosas da representação da função afim para o registro algébrico. Os resultados obtidos por Araújo (2021), permitem concluir e ratificar, afirmações já preconizadas por Duval (2011): para uma leitura e interpretação das representações gráficas se faz necessária a sua interpretação global, permitindo que os estudantes discriminem as suas diferentes variáveis visuais e tenham consciência de sua correspondência com as alterações significativas nas unidades simbólicas da representação algébrica.

4.1. Principais indicativos das pesquisas e possíveis contribuições para a Didática da Matemática

Como discutido na parte inicial desse texto, a Didática da Matemática tem como principais interesses os processos de transmissão e de aquisição dos diferentes conteúdos da Matemática. Nesses processos podemos considerar a construção de gênesis artificiais em situações escolares, que incluem inclusive os conhecimentos necessários aos professores para elaboração dessas situações. Nesse sentido, podemos tecer várias reflexões a partir dos resultados das pesquisas aqui discutidas. Uma delas é sobre o uso de material concreto manipulável como um recurso que pode, por um lado, atenuar os efeitos produzidos pelos fenômenos inerentes à atividade da conversão e, por outro, estimular a codificação como recurso de resolução, pois proporcionou a inclusão de um outro tipo de registro que, no âmbito daquela pesquisa, foi chamada de representações figurativas concreta. Melo (2019) aponta que a mediação de um material concreto reduziu as dificuldades causadas pela mudança no sentido e pela variação de congruência e não-congruência nas conversões propostas com números racionais. O material dourado adaptado, usado por ele em seu estudo, contribuiu para explorar a pluralidade de representações no ensino, o que é importante para tornar acessível a percepção de outros elementos relacionados ao objeto matemático representado. Portanto, de acordo com Melo (2019) , as representações figurativas concretas, como o material dourado adaptado, podem cumprir uma importante função enquanto representações auxiliares e, portanto, de transição, no exercício das conversões. Uma possível contribuição desse estudo para a Didática da Matemática é a possibilidade de enriquecimento da prática docente, sobretudo, no que tange à utilização de recursos dessa natureza durante as aulas de Matemática.

Os resultados obtidos com Silva (2020), ao indicarem que há convergência entre a abordagem do livro didático e a prática de um professor de Matemática ao ensinar função quadrática, em relação à variabilidade das representações e na construção do gráfico pelo procedimento ponto a ponto, nos instigam a refletir como e por qual motivo a prática dos professores é profundamente influenciada pela abordagem do livro didático utilizado por ele para ensinar função quadrática. Também questionamos se essa influência ocorre em outros conteúdos matemáticos. Sabemos que várias pesquisas já indicam que sim, nesse sentido fortalece a importância das análises de livros didáticos realizadas no contexto de várias pesquisas em Didática da Matemática. Por outro lado, ao pensarmos no conteúdo específico função quadrática, foco do estudo de Silva (2020), refletimos que as conversões são muito enfatizadas nas práticas do professor, mas de maneira indireta, o que possivelmente não colabora para que o estudante coordene dois registros de representação.

Os resultados obtidos por Araújo (2021), ao indicar que conversões não exitosas da representação da função afim em seu registro algébrico, a partir do seu registro gráfico e vice-versa, ocorrem por causa de reconhecimentos equivocados das unidades significativas do registro de representação gráfica, fortalecem à reflexão por um lado sobre a construção do conhecimento pelo sujeito aprendiz e por outro sobre como o ensino praticado em situações escolares pode contribuir para minimizar essas dificuldades.

5. Considerações finais

Resultados dos estudos desenvolvidos por Melo (2019) e Silva (2020) já foram divulgados em diversos artigos publicados em periódicos da área de Educação Matemática, contribuindo assim para a ampliação dos conhecimentos no campo da Didática da Matemática. O estudo de Araújo (2021) está em processo de revisão final para publicação. Outros três estudos em nível de doutorado e um em nível de mestrado estão sendo desenvolvidos com aporte teórico da TRRS, sob minha orientação. Pensamos, desse modo, em seguir construindo outras reflexões semelhantes a esta.

Essas reflexões e conjecturas, geram questões, como já dissemos, para as quais não temos respostas prontas, no entanto, acreditamos que abrem um leque de possibilidades de estudos futuros a serem desenvolvidos no seio da Didática da Matemática, tornando-a cada vez mais viva e produtiva. Um campo que gera conhecimento e contribui para tornar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática mais eficientes, alcançando assim suas finalidades, dentre as quais a formação cidadã, crítica e propositiva, tão essencial nesses tempos difíceis e desafiadores que estamos vivendo no mundo em decorrência da pandemia da COVID -19 e, em nosso país particularmente, por todo contexto que cerca a pandemia, a economia, nosso convívio social e político.

6. Referências

ARAUJO, J. R. **Conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais**. 111 f. Dissertação - Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal De Pernambuco. Recife/PE, 2021.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. São Paulo: Papirus Editora, 2013, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo: PROEM, 2011.

LIMA, I. Modelo, Modelização e Decisões Didáticas. *In:* TELES, R. A. M., BORBA, R. E. S. R.; MONTEIRO, C. E. F. (Org.). **Investigações em didática da matemática** - Recife : Ed.UFPE, 2017 (p. 151 a 181).

MACHADO, S. D. A. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999.

MELO, W. J. A. **Conversões entre representações de números racionais**: limites e possibilidades no uso de material manipulável / 136 f. Dissertação – Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco. Recife/PE, 2019.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAIS, L. C. Introdução. In: MACHADO, Silvia Dias A. **Educação Matemática: uma introdução**. 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002, 9-12.

SILVA, A. S. **Registros de representação semiótica e função quadrática: um olhar sobre o ensino e a abordagem no livro didático.** 160 f. Dissertação – Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco. Recife/PE, 2020.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica: um olhar sobre as produções acadêmicas brasileiras

Theory of Semiotic Representation Records: a look at brazilian academic production

Adriana Ferreira Tiburtino
EE Prof. Pedro de Alcantara Marcondes Machado
adriana.tiburtino@bol.com.br

Cintia Ap. Bento dos Santos
Universidade Ibirapuera
cintia.absantos@gmail.com

Resumo
O artigo aqui proposto tem por objetivo apresentar dados de uma pesquisa realizada e concluída no âmbito de um Mestrado em Ensino de Ciências, cuja investigação buscou apresentar o Estado da Arte das produções acadêmicas brasileiras desenvolvidas entre os anos de 2013 a 2018 que utilizam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval como aporte teórico. A coleta de dados foi feita por meio do levantamento bibliográfico das teses e dissertações que estão inseridas no banco de teses da CAPES (Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoa do Nível Superior), em que foram mapeadas e analisadas 201 pesquisas que atendiam os critérios de nossa investigação. Por meio de uma análise documental buscamos compreender e apresentar as principais perspectivas em torno da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e pudemos verificar um cenário atual de como pesquisadores tem desenvolvido suas pesquisas em se tratando desta teoria. Ao final pudemos verificar que muitos campos de estudo em se tratando do ensino de Matemática ainda podem ser explorados em pesquisas ao utilizar a teoria dos registros de representação semiótica.

Palavras-chave: ensino de Matemática; estado da arte; Raymond Duval.

Abstract
The article proposed here aims to present data from a research carried out and completed within the scope of a Master's Degree in Science Teaching, whose investigation sought to present the State of the Art of Brazilian academic productions developed between the years 2013 to 2018 that use the Theory of Raymond Duval's Semiotic Representation Registers as a theoretical contribution. Data collection was carried out through a bibliographic survey of theses and dissertations that are included in the CAPES theses database (Comission for the Improvement of Higher Education Persons), in which 201 researches that met the criteria of our investigation were mapped and analyzed . Through a documental analysis we seek to understand and present the main perspectives around the Theory of Semiotic Representation Records and we were able to verify a current scenario of how researchers have developed their research regarding this theory. In the end, we could verify that many fields of study regarding the teaching of Mathematics can still be explored in research using the theory of semiotic representation registers.

Keywords: teaching Mathematics; state of art; Raymond Duval.

Introdução

Este artigo é parte de uma pesquisa desenvolvida e concluída no âmbito de um Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências realizado numa instituição privada da cidade de São Paulo que teve como objetivo apresentar o Estado da Arte das produções acadêmicas brasileiras desenvolvidas entre os anos de 2013 a 2018 que utilizam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval como aporte teórico. Segundo o autor, podemos utilizar na Matemática uma grande variedade de registros de representações semióticas (Gráficos, Representação Algébrica, Tabelas, Língua Materna, entre outros) para tratar os conceitos matemáticos, diversificando assim, os vários modos de acesso dos estudantes aos conteúdos matemáticos.

Cabe ressaltar que a escolha temporal (2013 a 2018) para realização da pesquisa se fez com a intenção de partir das pesquisas de Colombo, Flores e Moretti (2008) que realizaram um trabalho de mapeamento sobre as pesquisas brasileiras desenvolvidas no período de 1990 a 2005 e da pesquisa realizada por Ferreira, Santos e Curi (2013) que apresentaram um mapeamento sobre as pesquisas desenvolvidas entre o período de 2002 a 2012. Ambas as investigações, assim como a nossa, se ocuparam de investigar pesquisas brasileiras que utilizam como aporte teórico a teoria dos registros de representação semiótica.

A coleta de dados foi feita por meio do levantamento bibliográfico das teses e dissertações que estão inseridas no banco de teses da CAPES (Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoa do Nível Superior). Nossa investigação baseia-se em um estudo documental, denominado Estado Arte, onde buscamos compreender e apresentar as principais perspectivas em torno da teoria de Duval, essa pesquisa tem caráter bibliográfico o que nos permitiu pertinentes discussões sobre a utilização desta teoria em pesquisas brasileiras, sua constituição, seus sujeitos, temas abordados e os procedimentos metodológicos empregados nas pesquisas.

Ao averiguar as produções desenvolvidas nos deparamos com 201 trabalhos que atenderam os parâmetros selecionados e nos auxiliaram a constituir o corpus da nossa investigação. Inicialmente foi realizado um mapeamento geral sendo analisados o ano, aporte teórico, título do trabalho, instituição de origem e os resumos de forma quantitativa. E de forma qualitativa, realizamos uma leitura aprofundada das pesquisas para a averiguar informações específicas com o intuito de categorizar em focos e subfocos os trabalhos mapeados. Deste modo, essa investigação buscou contribuir apresentando um cenário atual sobre o que se tem discutido em torno do ensino de Matemática em se tratando da teoria dos registros de representação semiótica.

Vislumbramos que uma pesquisa do tipo Estado da Arte seja importante para explicitar o que pesquisadores tem desenvolvido e a relevância dessas investigações para o processo de ensino aprendizagem, entendemos que essas respostas, advêm de análises profundas sobre os documentos que estamos averiguando, e que a busca do conhecimento Matemático permeia a necessidade de entendermos como os Programas de Pós Graduação stricto sensu estão auxiliando na compreensão e construção de saberes, dentro deste contexto teórico, e como esse processo está sendo desenvolvido proporcionando cenários relevantes para o Ensino da Matemática.

Cabe ressaltar que pelo fato de uma pesquisa do tipo Estado da Arte apresentar expressiva quantidade de dados e análises, optamos neste artigo por apresentar dados parciais que julgamos ser relevantes para este momento de discussões. Maiores detalhes sobre a pesquisa na integra podem ser verificados em Tiburtino (2021).

Síntese de alguns aspectos da teoria de Raymond Duval

O objetivo deste artigo não é trazer um aprofundamento e uma discussão teórica sobre os registros de representação semiótica, porém neste item apresentaremos uma síntese da teoria de Raymond Duval a fim de esclarecer o leitor.

Raymond Duval desenvolveu seus estudos especificamente no campo da Matemática, buscando elucidar por meio dos registros de representação semiótica as formas de aquisição de conhecimento por parte dos alunos em relação aos objetos matemáticos.

Para Duval (1993), os registros de representação semiótica são representações referentes a um sistema de significação, ou seja, são uma forma de tornar algo acessível a alguém, comunicando uma ideia que parte de uma formulação mental. Duval (1993) ressalta que "A distinção entre um objeto e sua representação é então um ponto estratégico para a compreensão da Matemática" (Ibid, p. 37).

Na teoria dos registros de representação semiótica considera-se que o trânsito e reconhecimento destas representações em face de um mesmo objeto matemático é o que caracteriza uma aprendizagem efetiva por parte dos alunos. Se os alunos não conseguem reconhecer ou representar um mesmo objeto matemático por meio de pelo menos duas representações distintas, então a aprendizagem não ocorreu e isso quer dizer que estes alunos em situações futuras não serão capazes de mobilizar conhecimentos matemáticos a fim de resolver outras tarefas senão aquelas já anunciadas habitualmente em sala de aula.

Duval (2003) define os diferentes tipos de representações semióticas que podem ser mobilizadas na articulação dos domínios matemáticos em quatro tipos, da seguinte forma: a língua natural (associações verbais) e os sistemas de escrita (registro numérico, registro simbólico e registro algébrico), estes dois estão relacionados a representação discursiva; e dois associados a representação não-discursiva que são o registro figural (por exemplo figuras geométricas planas) e o registro gráfico (por exemplo o plano cartesiano com o sistema de coordenadas). Cabe ressaltar que um registro pode dar origem à passagem para outro registro (DUVAL, 2009).

Assim, podemos entender que: A originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação (DUVAL, 2003, p.14).

Um aspecto importante dentro da teoria dos registros de representação semiótica está associado ao papel das transformações de representações semióticas. A essa transformabilidade das representações semiótica é que Duval (1993, 2009) chama de tratamento e conversão, que são dois tipos distintos de transformação de uma representação semiótica em outra

Segundo Duval (2009), para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, ele deve permitir três atividades cognitivas fundamentais. A primeira diz respeito à formação de representações em um registro semiótico identificável. As duas outras se encontram ligadas à transformabilidade de uma representação em outras representações, que são as de tratamento e conversão.

Para Duval (2009) o ponto chave da aprendizagem e da aquisição de conhecimento por parte dos alunos está ligado a transformação das representações semióticas, ele considera que a aprendizagem só ocorreu de fato se um aluno consegue reconhecer um objeto matemático em pelo menos duas representações distintas.

Procedimentos Metodológicos

Como recurso metodológico, a abordagem desenvolvida ao longo da investigação se configura como um Estado da Arte da produção acadêmica, cujo foco é mapear as pesquisas publicadas relacionadas com a temática, realizando uma análise qualitativa, bibliográfica e documental, possibilitando a efetivação de um balanço da produção acadêmica nos programas de pós-graduação stricto sensu.

Desta maneira, nossa amostra foi constituída de 175 Dissertações de Mestrado e 26 Teses de Doutoramento, totalizando 201 pesquisas cadastradas no banco de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa do Nível Superior), que utilizam o aporte teórico de Raymond Duval.

Para Minayo (2015), diferentemente da arte e da poesia que se baseiam na inspiração, a pesquisa é um trabalho artesanal que não prescinde da criatividade, realiza-se fundamentalmente por uma linguagem baseada em conceitos, proposições, hipóteses, métodos e técnicas, linguagem esta que se constrói com um ritmo próprio e particular.

Partindo das premissas estabelecidas, com a finalidade de atingir nossos objetivos, optamos pela abordagem qualitativa, que segundo Creswel (2007), utiliza diferentes concepções filosóficas, estratégias de investigação, métodos de coletas, análise e interpretação dos dados. Posto que, os procedimentos da investigação qualitativa fundamentam-se em elementos que não se restringem a percepções e sim a etapas únicas no processo de averiguação.

Esse tipo de pesquisa permite o aprofundamento e a compreensão dos dados obtidos, não se preocupa com representações numéricas, e pode ser conduzido por caminhos diferentes, pois não exibe uma proposta rígida, o que permite que os pesquisadores utilizem diferentes meios para a busca de respostas.

Por tratar-se de uma pesquisa qualitativa pautada pelo Estado da Arte, o foco deste estudo enfatiza os valores dos materiais analisados. Buscamos, por meio de um mapeamento, pontuar como as pesquisas brasileiras utilizam os pressupostos teóricos desenvolvidos pelo autor Raymond Duval para fundamentar suas investigações.

Para Fiorentini e Lorenzato (2007):

> […] a pesquisa do tipo estado da arte busca inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) de conhecimento, buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p.71)

Segundo a Ferreira (2002), a sensação de muitos pesquisadores é a do não conhecimento acerca da totalidade de estudos e pesquisas em determinada área de conhecimento que apresenta crescimento tanto quantitativo quanto qualitativo, principalmente os estudos desenvolvidos em nível de pós-graduação, sendo esses estudos produzidos por inúmeros programas de pós e pouco divulgado.

Assim, para Ferreira (2002), os pesquisadores são sustentados e movidos pelo desafio de conhecer o que já foi construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito, de dedicar cada vez mais atenção a um número considerável de pesquisas realizadas de difícil acesso, de dar conta de determinado saber que amplifica cada vez mais rapidamente e de divulgá-lo para a sociedade. Esses pesquisadores compartilham a mesma opção metodológica, por se constituírem pesquisas de levantamento e de avaliação do conhecimento sobre determinado tema.

Estabelecido nosso objeto de estudo e nossos procedimentos metodológicos, delimitamos a natureza dos trabalhos que constituíram o *corpus* de análise dessa pesquisa, sendo estes estudos direcionados às teses de doutorado, dissertações de mestrado acadêmico e de mestrado profissional produzidos em programas de pós-graduação stricto sensu, credenciados pelas Áreas de Educação e Ensino da Matemática na CAPES, que foram desenvolvidos /defendidos no período de 2013 a 2018 a luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Em nossas buscas percebemos que o objeto de estudo se tornou referencial teórico em diferentes trabalhos e áreas do conhecimento, existia um número significativo de estudos, sendo impossível a tentativa de abranger todas as informações disponíveis no repositório. Iniciamos uma busca mais ampla, utilizando os descritores - teoria dos registros de representação semiótica e Raymond Duval - delimitando os programas de pós-graduação e o ano das publicações. As análises nos mostraram que os descritores escolhidos disponibilizaram trabalhos oriundos de outras ciências e diferentes etapas de ensino, deste modo foi preciso continuarmos afunilando nossas buscas, delimitamos pela grande área do conhecimento, totalizando 7.197 trabalhos.

Notamos nessa fase a necessidade de redefinição dos descritores para uma procura direcionada que nos auxiliassem na construção das respostas para a nossa questão de pesquisa, visto que, em leituras iniciais percebemos que existiam um número significativo de estudos, contudo direcionados a outros contextos e outras áreas do conhecimento, após essa nova averiguação nos deparamos com 547 trabalhos que atendiam inicialmente nossas buscas.

Na sequência explorarmos criteriosamente as produções acadêmicas desenvolvidas nos programas de pós-graduação stricto sensu que havíamos coletado e nos deparamos com 201 trabalhos que atendiam os parâmetros estabelecidos pelo nosso objetivo de pesquisa e que nos auxiliaram a constituir o corpus da nossa investigação.

No tocante a área do conhecimento limitamos nossa inquirição nos programas de Educação Científica e Matemática, Educação em Ciências e Matemática, Educação Matemática, Educação para a Ciência e Matemática, Ensino, Ensino das Ciências, Ensino de Ciências, Ensino de Ciências e Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, Ensino de Ciências Exatas, Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, Ensino de Matemática, Educação em Ciências e em Matemática e Matemática em Rede Nacional. Observamos em nossa busca que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica é pesquisada sob a ótica de diferentes áreas do conhecimento, achamos importante contemplar dois trabalhos inseridos nos Programas de Ciência da Linguagem, e Cognição e Linguagem, por direcionar suas pesquisas à Matemática.

Definido o objeto de estudo e delimitado a natureza dos trabalhos que constituíram o *corpus*, pudemos iniciar a leitura das pesquisas selecionadas a fim de elencar nossas categorias e focos de investigação.

Cenário dos dados coletados e analises

Conforme já mencionamos anteriormente, ao coletar as produções acadêmicas desenvolvidas nos programas de pós-graduação stricto sensu nos deparamos com 201 trabalhos que atendem a parâmetros selecionados e nos auxiliam a constituir o corpus da nossa investigação.

A tabela 1 expõe as produções acadêmicas brasileira que empregam a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval como referencial teórico, delimitado entre as áreas do conhecimento: Educação, Ensino e Ensino de Ciência e Matemática, e o tipo de programa de pós graduação stricto sensu: Mestrado Acadêmico, Mestrado Profissional e Doutorado.

Tabela 1: Pesquisas Banco de Teses da CAPES (2013-2018): principal referencial teórico Raymond Duval

Tipo	Mestrado Acadêmico	Mestrado Profissional	Doutorado	Total
Quantitativo	89	86	26	201
Percentual	44,28%	42,79%	12,93%	100%

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras com base nos dados coletados.

Nesse primeiro momento o mapeamento já apresenta um dado interessante, vis////to que, existe uma diferença significativa entre as pesquisas desenvolvidas nos programas de mestrados (acadêmico e profissional) e doutorados, pois as dissertações representam 87,07 % das produções no período analisado, cabendo aos programas de doutoramento o índice de 12,93%.

A tabela 2, apresenta a distribuição das produções acadêmicas conforme os níveis da titulação e o ano da publicação.

Tabela 2: Foco: Pesquisas Banco de Teses da CAPES (2013-2018) - principal referencial teórico Raymond Duval

ANO	DISSERTAÇÃO	TESE
2013	25	04
2014	27	04
2015	30	05
2016	34	05
2017	40	05
2018	19	03
TOTAL	**175**	**26**

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras com base nos dados coletados.

Na tabela 2 fica evidente um crescimento expressivo entre os anos de 2013 e 2017 de pesquisas de mestrado que foram desenvolvidas e defendidas utilizando este referencial teórico.

A tabela 3 apresenta as pesquisas coletadas e analisadas por região demográfica.

Tabela 3: Produções regionais de dissertações em programas de pós-graduação entre 2013-2018 principal referencial teórico Raymond Duval

REGIÃO DEMOGRÁFICA	2013	2014	2015	2016	2017	2018	TOTAL
SUL	10	6	8	16	14	5	59
SUDESTE	10	13	11	12	11	9	66
CENTRO-OESTE	1	2	1	1	1	0	06
NORTE	1	0	1	1	5	2	10
NORDESTE	4	6	8	4	9	3	34

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras com base nos dados coletados.

A tabela 3 nos chamou atenção para a diferença entre determinadas localizações. O Sudeste desenvolveu o maior número de investigações o que corresponde a 37,72% do total pesquisado (22 mestrados acadêmicos e 44 mestrados profissional), enquanto a região Centro – Oeste apenas seis pesquisas, ou seja 3,43% (06 mestrados acadêmicos) apresentando média de uma (01) produção acadêmica produzida anualmente com o aporte teórico de Raymond Duval.

Os dados evidenciam que a maioria das dissertações, cerca de 71,43%, estão concentradas nos programas de pós-graduação stricto sensu das Regiões Sul e Sudeste. Uma provável hipótese seja resultante das linhas de pesquisas relacionadas às instituições de ensino.

Conseguinte, a tabela 4 apresenta as teses desenvolvidas entre os anos de 2013 a 2018, por região demográfica.

Tabela 4: Produções regionais de teses em programas de pós-graduação entre 2013-2018 principal referencial teórico Raymond Duval

REGIÃO DEMOGRÁFICA	2013	2014	2015	2016	2017	2018	TOTAL
SUL	1	1	2	1	1	1	07
SUDESTE	2	2	3	3	3	1	14
CENTRO-OESTE	---	---	---	1	1		02
NORTE	---	---	---	---	---	---	---
NORDESTE	1	1	---	---	---	1	03

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras com base nos dados coletados.

Também em relação as teses produzidas na região Sudeste também apresentam o maior número de pesquisas, enquanto em relação a região Norte é possível verificar que neste período de coleta nenhuma tese de Doutorado foi defendida.

Dentre este universo de pesquisas elaboramos focos de análise e que neste artigo apresentaremos os seguintes: aporte teórico, sujeitos de pesquisa, procedimentos metodológicos e conteúdos matemáticos evidenciados nas pesquisas, a fim de verificar como pesquisadores se utilizam da teoria dos registros de representação semiótica. Ressaltamos que em cada foco elencamos neste artigo os principais, ou seja, aqueles mais recorrentes nas pesquisas mapeadas.

Nas leituras dos títulos e resumos percebemos que muitos pesquisadores utilizaram - se do referencial teórico supracitado concomitante com outros referenciais teóricos. Destacamos a Teoria das Situações Didáticas proposta por Guy Brousseau, a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gerard Vergnaud e a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, pois muitos pesquisadores utilizaram esses autores para embasar e alicerçar seus estudos, conforme exposto na tabela 5.

Tabela 5: Pesquisas que empregaram o aporte de Raymond Duval entre 2013-2018

APORTE TEÓRICO	2013	2014	2015	2016	2017	2018	TOTAL
Raymond Duval	11	19	18	18	18	8	92
Raymond Duval concomitante a outros referenciais teóricos	18	12	17	21	27	14	109
TOTAL	29	31	35	39	45	22	201

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras com base nos dados coletados.

Dos 201 trabalhos mapeados, 109 (cento e nove) utilizam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica em concomitância com outros referenciais teóricos, sendo um percentual de 45,77% das pesquisas que empregaram o referencial teórico supracitado como único aporte teórico para suas fundamentações.

Em relação aos sujeitos que compõem as pesquisadas catalogadas os levantamentos foram feitos a partir da descrição dos autores das pesquisas. Julgamos importante categorizá-las na tabela 6, sendo fidedignos as informações apresentadas pelos pesquisadores.

Tabela 6: Sujeitos envolvidos nas pesquisas analisadas

SUJEITOS	2013	2014	2015	2016	2017	2018	TOTAL
ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	9	10	14	8	15	7	63
ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II	6	6	6	9	8	4	39
ALUNOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	2	3	5	2	3	3	18
PROFESSORES	2	4	3	3	2	2	16
ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL I	1	1	1	2	2	1	8
ALUNOS DO ENSINO MÉDIO TÉCNICO	1		2	2	3		8
PROFESSORES E ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	1			2			3
ALUNOS DE FUNDAMENTAL II E ALUNOS DO ENSINO MÉDIO		1	2				3
PROFESSORES E ALUNOS DE LICENCIATURA EM MATEMATICA	1				1		2

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras com base nos dados coletados.

A análise desenvolvida possibilita um panorama dos sujeitos envolvidos nas pesquisas acadêmicas e revelaram o interesse dos pesquisadores em torno do Ensino e da Educação Matemática. Destacamos que algumas investigações categorizadas não realizaram suas pesquisas com sujeitos, pois seus objetos de estudos foram direcionados à pesquisa documental, análise de livro didático, pesquisa bibliográfica, análise de avaliações (ENEM), proposta didática, mapeamento, análise de documentos curriculares oficiais e produto educacional.

É possível perceber pelos dados mapeados que a maioria das pesquisas se concentram com alunos do Ensino Médio e Anos finais do Ensino Fundamental.

Em relação ao foco procedimentos metodológicos desenvolvidos nas pesquisas mapeadas, as informações mensuram como os pesquisadores alicerçaram seus trabalhos acadêmicos em Educação Matemática.

A tabela 7 exibe as metodologias mais utilizadas nos percursos investigativos entre os anos de 2013 a 2018.

Tabela 7: Procedimentos metodológicos

METODOLOGIA	2013	2014	2015	2016	2017	2018	TOTAL
ENGENHARIA DIDÁTICA	6	10	13	8	7	4	48
ESTUDO DE CASO	4	5	6	6	5	2	28
SEQUÊNCIA DIDÁTICA	6	2	1	4	2	1	25
ANÁLISE DE CONTEÚDO	2	3	2	4	4	2	17
PESQUISA QUALITATIVA		2	2	4	3	2	13
PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	2	1		2	3	2	10
PESQUISA DOCUMENTAL	1	1		1	1	1	8

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras com base nos dados coletados

Constatamos uma diversidade metodológica utilizada pelos pesquisadores em nossa investigação, o que demonstra o interesse em entender o processo de ensino aprendizagem em torno da Educação Matemática. Observamos que a metodologia Engenharia Didática da pesquisadora Michele Artigue ganha destaque como metodologia empregada, sendo depois a metodologia mais empregada o estudo de caso e a utilização de sequencias didáticas.

Em relação a metodologia, o que nos chamou atenção foi o fato de alguns pesquisadores não exibirem maiores informações sobre o aporte metodológico para o desenvolvimento da sua pesquisa, informando apenas que se trata de uma pesquisa qualitativa. Vale ressaltar que diversos pesquisadores informaram o tipo de pesquisa e alicerçaram seus trabalhos identificando os pressupostos metodológicos.

Em relação aos eixos temáticos catalogados, apresentamos os mais utilizados na tabela 8, vislumbramos que esta categoria seja importante dentro de nossa pesquisa, uma vez que, nos dá um panorama de quais eixos temáticos são mais ou menos trabalhados quando pesquisadores utilizam a teoria os registros de representação semiótica.

Tabela 8: Eixos temáticos mais contemplados nas pesquisas

Eixos temáticos	2013	2014	2015	2016	2017	2018	TOTAL
Geometria	4	6	8	11	10	5	44
Funções	5	7	6	6	10	3	37
Operações aritméticas	2	1	1	1	1	1	24
Álgebra	4	3	3	3		1	20
Probabilidade e estatística	1	2	1		4	2	10
Trigonometria	1	3	1	3	2		10
Derivadas e limites			2		1	1	7
Grandezas e medidas			2	2	1	1	6

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras com base nos dados coletados.

Os dados apresentados na tabela 8, revelam que uma parte significativa dos pesquisadores direcionaram suas investigações no campo da geometria, estudo das funções (em específico) e aos estudos em álgebra e aritmética, o que indica que alguns conteúdos matemáticos são pouco explorados em relação a esta teoria. Isso nos dá indicativos que muitas pesquisas ainda podem ser discutidas neste campo, pois a Teoria de Raymond Duval pode contribuir para o ensino e aprendizagem de vários outros conteúdos, quando

consideramos que todo objeto matemático necessita ser representado.

Convém destacar, que observamos algumas lacunas nas pesquisas em relação a maiores informações sobre o conteúdo específico, pois quando falamos no eixo temático álgebra, por exemplo, diversos conteúdos estão inseridos nessa área do conhecimento matemático, como funções, equações, sequências, dentre outros.

Algumas considerações

Ao longo desse trabalho tecemos um mapeamento no intuito de apresentar um panorama acerca das pesquisas brasileiras que empregaram a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Desenvolvemos o Estado da Arte das dissertações e teses que fizeram uso do aporte teórico de Raymond Duval, entre o período de 2013 a 2018, nos programas de pós graduação stricto sensu inseridas no banco de teses e dissertações da CAPES.

A nossa intencionalidade com esse estudo foi analisar as produções acadêmicas por instituições de ensino, as regiões brasileiras em que estes trabalhos estão inseridos, os sujeitos averiguados, os níveis de escolaridade dos sujeitos, os procedimentos metodológicos e os conteúdos matemáticos trabalhados que compõem esse universo.

O processo investigativo iniciou-se com a inquirição no banco de teses e dissertação da CAPES, a partir de palavras-chave. Observamos nesse primeiro momento que nem todas as pesquisas estavam disponíveis para averiguação no repositório, apenas o resumo, o que exigiu a extensão da busca nas bibliotecas virtuais das instituições de ensino.

Nessa etapa inicial, percebemos que os resumos nem sempre apresentavam as informações relevantes do trabalho, em alguns casos não foi exposto os objetivos de estudo de maneira explícita. É preciso maior atenção dos pesquisadores na exposição das informações, pois o resumo tem a finalidade de indicar de forma sucinta o tipo de pesquisa.

As pesquisas que compuseram esse corpus da investigação apresentaram algumas lacunas, sentimos falta de maiores informações sobre os aportes teóricos utilizados nos procedimentos metodológicos, visto que muitos pesquisadores informaram que tratava- se de uma pesquisa qualitativa, mas não apresentavam com clareza os instrumentos utilizados durante o processo investigativo. Nota-se que em alguns casos há mais preocupação em identificar-se como pesquisa qualitativa ou como estudo de caso, do que em descrever os procedimentos metodológicos seguidos.

Dos 201 trabalhos produzidos pelas 54 instituições de ensino, apenas 26 era/m teses de doutoramento, demonstrando assim, potencialidades na expansão de pesquisas nesses programas de pós-graduação stricto sensu.

Verificamos que os pesquisadores se preocupam junto com este referencial teórico estabelecer procedimentos metodológicos e que grande parte das pesquisas se destina ao estudo com alunos, focando em conteúdos matemáticos com destaque para geometria e funções. Esta constatação nos faz vislumbrar que ainda existem vários campos para pesquisa em Educação Matemática ainda pouco explorados, como por exemplo, a formação inicial e continuada de professores de Matemática.

Também foi verificado ainda um número pequeno de pesquisas que constituíram seus estudos com os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Um campo de carência de estudos foi verificado em torno de documentos curriculares oficiais sobre a utilização da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Esperamos que este trabalho possa contribuir evidenciando um cenário atual sobre pesquisas em Educação Matemática, ampliando as reflexões acadêmicas que buscam explicitar, descrever e compreender os processos que permeiam a aprendizagem da Matemática. Esse trabalho não encerra aqui, e sim, abre possiblidades e campos de construção de novas pesquisas.

Referências

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. In.: **Zetetiké**, Cempem/FE/UNICAMP, v. 16, nº 29, jan./jun. 2008. Disponível em: < https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike >. Acesso em: 05 jun. 2019.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa:** métodos qualitativo, quantitativo e misto. 2ª ed. Porto Alegre: Artmed e Bookman, 2007. 248p.

DUVAL, R. Registres de representation sémiotique e fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales** de Didactique et de Sciences Gognitives. Strasbourg, IREM-ULP, França, v. 5, 1993, p. 37-64.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D.A. (Org**.**). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano:** registros semióticos e aprendizagens intelectuais (L. F. Levy e M. R. A. Silveira, Trad.). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FERREIRA, F. A.; SANTOS, C. A. B.; CURI, E. Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. Recife, v. 4, n. 2, p. 1-14. 2013. Disponível em: < https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/viewFile/2235/1807 >. Acesso em: 18 jun. 2019.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas "estado da arte". **Revista Educação & Sociedade,** v. 23, Campinas, n. 79, p. 257-272, Ago, 2002.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2º ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

MINAYO, M. C. S. (Org.); DESLANDES, S.F.; CRUZ NETO, O. GOMES. R. Pesquisa Social: teoria, método e criatividade. 34. Ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

TIBURTINO, A. F. **O Estado da Arte a Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica:** Um olhar sobre as produções acadêmicas brasileiras. Orientador: Cintia Aparecida Bento dos Santos. 2021. 145f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2021.

Um Estudo Praxeológico Quanto aos Conhecimentos Estatísticos Relacionados e Priorizados em uma Proposta de Ensino de Probabilidade em uma Coleção de Livros Didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental

A praxeological study of the statistical knowledge related and prioritized in a proposal for teaching probability in a collection of textbooks from the final years of elementary school

Janielly Taila dos Santos Verbisck
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
janielly.verbisck@gmail.com

Resumo
Neste trabalho apresentamos quais conhecimentos estatísticos são relacionados e priorizados em uma proposta de ensino de probabilidade em uma coleção de livros didáticos brasileiros destinada aos anos finais do ensino fundamental. Para isso, analisamos uma coleção de livros didáticos aprovada no PNLD/2017. Nosso embasamento teórico e metodológico é a Teoria Antropológica do Didático, que nos possibilitou mapear, modelar e analisar as escolhas para o ensino de probabilidade e as relações com conhecimentos estatísticos. Concluímos que na coleção dos anos finais do ensino fundamental, propõe-se certa relação entre probabilidade e estatística em algumas ocasiões. Entretanto, tal relação é priorizada somente no último volume da coleção. Esses e outros fatores fortalecem a ideia de emancipação epistemológica que defendemos em nossa pesquisa de doutorado em desenvolvimento, corroborando com Gascón (2014).

Palavras-chave: proposta de ensino, articulação entre probabilidade e estatística, praxeologia, livros didáticos, ensino fundamental.

Abstract
In this paper we present which statistical knowledge is related and prioritized in a proposal for teaching probability in a collection of Brazilian textbooks for the final years of elementary school. For this, we analyzed a collection of textbooks approved in PNLD/2017. Our theoretical and methodological foundation is the Anthropological Theory of Didactics, which enabled us to map, model and analyze the choices for teaching probability and the relationships with statistical knowledge. We conclude that in the collection of the final years of elementary school, a certain relationship between probability and statistics is proposed on some occasions. However, this relationship is prioritized only in the last volume of the collection. These and other factors strengthen the idea of epistemological emancipation which we defend in our doctoral research in development, corroborating Gascón (2014).

Keywords: teaching proposal, articulation between probability and statistics, praxeology, textbooks, elementary school.

Introdução

Este artigo[1] apresenta alguns resultados de uma pesquisa de mestrado realizada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática[2], cujo objetivo foi *investigar uma proposta de ensino de probabilidade em coleções de livros didáticos da educação básica brasileira* (VERBISCK, 2019). Para isso, foram analisadas quatro coleções de livros didáticos, de mesma autoria, uma coleção de cada nível de ensino, aprovadas nos Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)[3] de 2016, 2017 e 2018. A escolha por coleções de mesma autoria se deu por inferirmos que em coleções de mesmo autor haveria uma coerência interna na proposta de ensino de probabilidade.

Neste texto apresentamos os principais resultados de investigação em que buscamos responder à questão: *O que á proposto em uma coleção de livros didáticos de matemática aprovada no PNLD de 2017 para o ensino de probabilidade? Quais conhecimentos estatísticos são relacionados e priorizados nessa proposta de ensino?* Dividimos, então, este texto em cinco tópicos: no primeiro e segundo tópicos elencamos os principais elementos teóricos e metodológicos que fundamentaram a análise realizada. Em seguida, trazemos uma discussão curricular sobre a relevância do ensino de probabilidade e o que os documentos oficiais brasileiros afirmam quanto à relação entre a probabilidade e a estatística. O penúltimo tópico é destinado a apresentação e discussão dos dados produzidos e, no último tópico, tecemos algumas considerações finais da pesquisa.

Elementos da Teoria Antropológica do Didático (TAD)

A TAD "situa a atividade matemática, e consequentemente a atividade de *estudo* em matemática, *no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais*" (CHEVALLARD, 1999, p.1, grifos do autor, tradução nossa). Para Chevallard (1999) toda atividade humana consiste em cumprir uma tarefa t (expressa por meio de um verbo de ação associado a um objeto), de certo tipo T, que é executada por meio de uma técnica τ. A justificativa da validade dessa técnica é apresentada (explicitamente ou não) por meio da

[1] O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 001.
[2] Orientado pela professora Marilena Bittar.
[3] O PNLD é responsável por avaliar e aprovar coleções de livros didáticos da educação básica que são distribuídas nas escolas públicas brasileiras. Essa avaliação gera um Guia com as resenhas das coleções aprovados e alguns discussões de temáticas da Educação Matemática. O Guia é divulgado no mesmo ano em que são aprovadas as coleções.

tecnologia θ que, por sua vez, se justifica por uma teoria Θ. O quarteto [T, τ, θ, Θ] é chamado de praxeologia ou organização praxeológica.

O par [T, τ] recebe o nome de bloco prático-técnico e está relacionado ao "saber fazer" e o par [θ, Θ] é o bloco tecnológico-teórico, que se refere ao "saber". Vale ressaltar, nesse momento, que cada praxeologia vive em ao menos uma instituição.

> Uma instituição *I* é um dispositivo social "total", que reconhecidamente pode ter apenas uma extensão muito pequena no espaço social (existem "micro-instituições"), mas que permite - e impõe - aos seus *sujeitos*, isto é, pessoas x que passam a ocupar as diferentes *posições p* oferecidas em *I*, pondo em jogo *as maneiras específicas de fazer e pensar* (CHEVALLARD, 2002, p. 2, grifos do autor, tradução nossa).

Assim sendo, uma pessoa que possui uma posição em uma instituição *I*, sujeito de tal instituição *I*, submete-se a modos de pensar e agir deste dispositivo social. Assumimos, então, o livro didático como sendo um representante da instituição que o produziu (a editora) à qual o professor se submete.

> Um dos grandes problemas da gestão das sociedades modernas é o da *difusão* das praxeologias nas instituições que a constituem: dada uma organização praxeológica *O* e uma instituição *I*, como fazer para que *O* comece a viver, de forma razoavelmente perene, em *I*? Ora, esta é de fato a grande questão de que, em certas formas e certamente sempre particulares, a *didática* - ou, se preferir, de que trata os *didáticos* (a "didática de *O*" tomando por objeto a questão da difusão social de *O*). (CHEVALLARD, 1998, p.91, grifos do autor, tradução nossa).

Ao analisarmos o que vive em uma instituição, buscamos analisar a praxeologia proposta. Tal praxeologia é composta pela Organização Matemática (OM), relativa ao conteúdo matemático, e pela Organização didática (OD), relativa às escolhas didáticas para a apresentação da OM. Tanto a OM quanto a OD podem ser analisadas por meio do quarteto [T, τ, θ, Θ], mas a OD pode, ainda, ser analisada por meio dos *momentos didáticos* ou *momentos de estudo* (Chevallard, 1999), que não serão detalhados neste trabalho.

Neste artigo, ao analisarmos quais conhecimentos estatísticos são relacionados e priorizados na proposta de ensino de probabilidade de uma coleção dos anos finais do ensino fundamental, optamos por modelar os tipos de tarefas e técnicas propostos na coleção de livros didáticos escolhida. Vamos nos restringir, portanto, ao estudo da organização matemática proposta nos livros analisados. Apresentamos a seguir nossas escolhas metodológicas.

Escolhas metodológicas para análise de dados

Outra escolha realizada foi quanto ao referencial metodológico de análise da coleção de livros didáticos. Bittar (2017) apresenta um modelo de análise de livros didáticos sob a ótica da TAD a partir da realização de uma revisão sistemática de pesquisas realizadas ou orientadas pela autora. Neste, o caminho metodológico de produção e análise de dados é composto por cinco fases, que foram adotadas durante a investigação de mestrado e, neste trabalho, algumas delas também estão presentes. Descreveremos e exemplificaremos brevemente, cada uma dessas fases.

A fase de *escolha do material (livro didático) a ser analisado* é feita de acordo com o objetivo da investigação proposta. Nesse sentido, Bittar (2017, pp. 369 e 370) afirma que a "análise de livros didáticos (LD) não é objetivo principal de investigação; essa análise é feita para responder à questão central da pesquisa. Consequentemente, a escolha dos livros vai depender do que queremos investigar". Exemplificamos essa fase com a investigação que buscamos realizar no trabalho de mestrado. Por objetivarmos analisar a proposta de ensino de probabilidade a partir de livros didáticos da educação básica, optamos por olhar em coleções de mesma autoria por tomarmos como hipótese que nessas coleções haveria uma proposta de continuidade desse estudo. A segunda fase é a *divisão do material para análise,* que pode ser feita em duas partes: *Curso* e *Atividades propostas*.

> A *Parte Curso* compreende a explanação de definições, propriedades, resultados e exercícios resolvidos. Nessa Parte os autores do livro didático trazem, mesmo que implicitamente, o que consideram que os alunos daquele nível de escolaridade devem aprender e é nessa Parte que os alunos buscam pistas para resolver o que lhes é pedido. A análise da *Parte Curso* permite identificar alguns tipos de tarefas que parecem importantes naquela instituição, neste caso o LD [livro didático]. (BITTAR, 2017, pp. 371 e 372).

A fase de *elaboração/identificação do quarteto praxeológico matemático* "é o momento em que o pesquisador vai se colocar diante dos dados produzidos e realizar uma leitura utilizando para isso as suas lentes. São elas que nos dizem o que olhar e como olhar" (BITTAR, 2017, p. 374).

A *elaboração/identificação da praxeologia didática* é a fase em que buscamos responder à questão: "Como é ensinado certo conteúdo?". A OD "pode ser modelada de dois modos não excludentes: via o quarteto praxeológico didático e via os momentos de estudos (Chevallard, 1992)" (BITTAR, 2017, p. 380). Tal organização diz respeito, então, a abordagem proposta para o estudo de determinado conteúdo. Nesse sentido, a "identificação e análise dos momentos de estudo pode ser fundamental para compreender ou, ao menos, levantar hipóteses sobre a proposta de ensino de objetos não matemáticos" (ibid., p. 381).

A fase de *análise das organizações modeladas* é o momento de "uma vez obtidas as OM e as OD, [...] interpretar as informações obtidas" (BITTAR, 2017, p. 381). Nessa etapa de análise das OM e OD identificadas/elaboradas, dois fatores são importantes de serem olhados: a *análise da evolução de praxeologias* e a *quantificação dos dados produzidos tanto no que se refere às OM quanto às OD*. Por exemplo, em nossa investigação observamos a presença de tarefas do tipo T_3 (*Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento específico*) em todas as coleções de livros didáticos analisadas e com maior frequência em relação aos demais tipos de tarefas.

Essas são as fases de análise dos livros didáticos que embasaram nosso trabalho de mestrado. Já, para este texto, apresentamos os resultados observados na coleção de livros didáticos destinada aos anos finais do ensino fundamental. Para compreender um pouco do cenário presente na coleção aprovada no PNLD de 2017, procedemos um estudo do Guia do PNLD de 2017. Este estudo nos ajuda a compreender o que encontramos nos livros didáticos e vice-versa. Assim, para este artigo decidimos apresentar as discussões encontradas no Guia do PNLD de 2017 juntamente com as análises das coleções dos respectivos níveis.

É importante destacarmos que, para as análises, utilizamos os livros destinados ao professor, denominado manual do professor (MP), por ser constituído do livro do aluno, acrescido de comentários, respostas de atividades (que aparecem em azul) e observações ao longo de cada volume, além de um complemento ao final de cada volume com a descrição das unidades e capítulos da coleção, objetivos de ensino para aquela etapa de escolaridade, orientações e sugestões ao professor para a utilização da coleção, pressupostos teóricos para o ensino da Matemática, recursos didáticos auxiliares, dentre outros. Em algumas ocasiões, é no MP que encontramos discursos ou justificativas para a proposta de ensino apresentada no volume analisado. Por isso analisar o livro do professor é importante para a caracterização da organização praxeológica, uma vez que ajuda a compreender as escolhas dos elaboradores do livro didático. Após essa síntese dos principais elementos metodológicos que utilizamos para a produção e análise de dados de nossa investigação, apresentamos a seguir uma discussão curricular quanto à relevância do ensino de probabilidade no ensino fundamental e sua relação com a estatística.

Um breve estudo da relação entre probabilidade e estatística no ensino fundamental

Gal (2005) advoga que a probabilidade é de fundamental importância para o entendimento de acontecimentos e fenômenos aleatórios que permeiam nosso cotidiano. E a probabilidade é estreitamente relacionada à estatística, como podemos observar na definição de estatística apresentada por Fulgêncio (2007, p. 269):

> [A estatística] É uma ciência que utiliza teorias probabilísticas para explicação de eventos, estudos e experimentos. Tem por objetivo obter, organizar e analisar dados, determinar as correlações que apresentem, tirando delas suas consequências para descrição e explicação do que passou e previsão e organização do futuro. Estatística é também uma ciência e prática de desenvolvimento de conhecimento humano através do uso de dados empíricos. Baseia-se na teoria estatística, um ramo da matemática aplicada. Na teoria estatística, a aleatoriedade e incerteza são modeladas pela teoria da probabilidade.

Nesse sentido, faz-se necessário compreender que a Estatística é considerada um ramo da Matemática e, também, uma ciência ou área de estudo por si mesma. Diante dessas duas caracterizações para a Estatística, a probabilidade encontra-se, então, como parte da matemática e da estatística. Seu conceito "recebeu diferentes interpretações de acordo com o componente metafísico das relações das pessoas com a realidade" (BATANERO; DIAZ, 2007, p. 110, tradução nossa).

No que concerne a relevância do ensino de probabilidade e estatística, principalmente a relação entre tais objetos matemáticos, lemos, primeiramente, documentos curriculares oficiais brasileiros. Foi possível observar que o ensino de probabilidade se torna explícito com o surgimento do tema *Tratamento da Informação* nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1997. Neste documento consta a seguinte justificativa: "A demanda social é que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo, embora pudesse ser incorporado aos anteriores. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância, em função de seu uso atual na sociedade". (BRASIL, 1997, p. 40). Neste bloco são integrados estudos relacionados às noções de estatística, combinatória e probabilidade. É, portanto, uma demanda da noosfera que fez com que a esse tema fosse atribuída uma certa importância no cenário da educação matemática no Brasil. Essa demanda levou a mudanças nos documentos oficiais do currículo, ou seja, mudanças nos níveis de *Escola* e *Pedagogia* e, consequentemente, nos níveis inferiores da escala de codeterminação didática.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento curricular mais recente implementado para o ensino fundamental, indica que a "incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática **Probabilidade e estatística**. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia" (BRASIL, 2017, p. 274, grifo do texto). Além disso, quanto ao estudo de conceitos de probabilidade, a finalidade para os anos iniciais de escolarização "é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos" (ibid., p. 274), reafirmando a intenção apresentada do documento discutido anteriormente. Entretanto, neste documento não é enfatizada a correlação entre conhecimentos de probabilidade e de estatística. Apenas há algumas menções da importância do ensino dessas temáticas, mas separadamente.

Vale ressaltar que tanto a probabilidade quanto a estatística também se correlacionam com conhecimentos da combinatória, mas neste trabalho a combinatória não faz parte de nosso enfoque.

Passamos agora para a apresentação da produção e análise de dados, que é realizada em conjunto à uma discussão quanto ao que é apresentado no Guia do PNLD do ano 2017 em relação à distribuição dos conteúdos e, principalmente, quanto à presença do estudo de probabilidade e estatística nas coleções de livros didáticos aprovadas nas avaliações de tais anos.

A probabilidade nos anos finais do ensino fundamental (6° ao 9° ano)

Nas coleções destinadas aos anos finais do ensino fundamental, avaliadas e aprovadas no PNLD/2017, os conteúdos são organizados em cinco campos/eixos da matemática escolar: números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; estatística e probabilidade. O estudo do Guia do PNLD/2017 aponta que pouco mais da metade das coleções aprovadas dão uma atenção equilibrada aos cinco campos. Já as demais dão atenção excessiva a um dos campos e pouca a outros. "Em geral, o campo privilegiado é o dos números e operações e os que recebem atenção abaixo do esperado são o de grandezas e medidas e o de estatística e probabilidade" (BRASIL, 2016, p. 25).

No Guia do PNLD/2017 (BRASIL, 2016, p. 46), afirma-se que "a maioria das coleções reserva, aproximadamente, 9% de suas páginas ao estudo de temas do campo de estatística e probabilidade". Isso não impede a possibilidade de uso de alguns conceitos da combinatória no estudo de probabilidade, como vimos anteriormente.

Além disso, neste Guia conclui-se:

> Por fim, ao longo dos capítulos ou unidades, no interior de cada livro, os cinco campos da matemática escolar alternam-se, em geral, de modo satisfatório. Em cada uma dessas ocasiões os conceitos e procedimentos são abordados, retomados e ampliados. Em que pese essa boa tendência, ainda **perdura um viés de deslocar para os últimos capítulos de cada livro os campos de** grandezas e medidas ou de **estatística e probabilidade**, o que ocorre em quase dois terços dos volumes. (BRASIL, 2016, p. 25, grifos nossos)

Percebe-se que a tendência de colocar probabilidade e estatística nos últimos capítulos dos livros didáticos ainda ocorre atualmente. Lopes e Ferreira (2004, p.12) afirmam que "até a implantação dos [...] PCNs (MEC, 1998), o ensino de Estatística no nível fundamental e médio era muito restrito e marginal. Os tópicos abordados estavam inseridos na disciplina de Matemática, nas séries mais avançadas e, geralmente, era um dos últimos tópicos do livro-texto [...]". Entretanto, trata-se de uma disposição que ainda persiste em ocorrer atualmente e em mais da metade dos livros didáticos aprovados no PNLD de 2017.

Afirma-se também que, na maioria das coleções, noções de probabilidade são apresentadas de forma fragmentada, sem haver um capítulo específico para o conteúdo estudado. Essa fragmentação não seria problema caso fosse uma tentativa de retomada e ampliação dos assuntos, mas, de acordo com o Guia, nem sempre é o que acontece. Por exemplo, na resenha da coleção 0036P1022, é destacado que:

> A exploração dos temas de estatística e probabilidade não é feita em unidades específicas. Em geral, eles são desenvolvidos em apenas duas páginas nas seções Trabalhando com a informação, encontradas no final de algumas unidades dos demais campos. Nesses casos, cada tópico da seção apresenta situações e propostas de atividades relacionadas ao conteúdo abordado na respectiva unidade. Embora tal opção pareça interessante em geral, o estudo dos conceitos próprios ao campo torna-se fragmentado e as sistematizações são desenvolvidas muito rapidamente, sem que haja muito espaço de reflexão para uma efetiva construção dos conhecimentos focalizados. (BRASIL, 2016, p. 97 e 98).

Já nos volumes do 9º ano, em quatro das onze coleções aprovadas, há um capítulo específico para a Estatística nos quais, na maioria das vezes, a probabilidade está incluída. No Guia há várias críticas em relação à pouca exploração e ao pouco destaque desse conteúdo nos livros didáticos. Por exemplo, em um dos comentários de uma das coleções, afirma-se que "[...] os conteúdos referentes à probabilidade não são suficientemente explorados. O conceito de chance, identificado com o de probabilidade, é abordado de maneira insatisfatória" (BRASIL, 2016, p.62). Essa deficiência nos livros didáticos faz com que o professor seja obrigado a buscar outras fontes ou meios de sanar essa falta, ou a aprendizagem dos alunos será limitada às possibilidades explícitas do material utilizado.

No Guia do PNLD/2017 há um tópico reservado à discussão do campo de estatística e probabilidade, em que se afirma que o estudo de probabilidade oportuniza aos alunos o reconhecimento e a quantificação da incerteza relativa a acontecimentos de natureza aleatória, o que favorecerá o estudo de outros conceitos nas demais etapas da escolarização básica. Por se tratar de conhecimentos que permitem o estabelecimento de relações do cotidiano, favorece ainda a formação cidadã, bem como a interdisciplinaridade (BRASIL, 2016).

Na coleção de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental que analisamos, é reservada uma seção específica para o estudo de probabilidade no volume referente ao sexto ano. Em relação aos demais volumes, no MP do volume referente ao sétimo ano, afirma-se que “Destaque maior ao assunto foi dado nos volumes de 7º, 8º e 9º anos, que reservam o capítulo final para abordar Estatística e Probabilidade” (DANTE, 2015, v.2, p. 16). Diante disto, optamos por analisar as organizações praxeológicas propostas nessa seção do primeiro volume, que é referente ao sexto ano, e os capítulos destinados ao estudo de probabilidade nos demais volumes.

No volume destinado ao sexto ano, não há atividades que pudessem ser modeladas como tarefas que relacionam a probabilidade e estatística. A introdução ao conceito de probabilidade aparece isolada em uma seção que trabalha frações. Já no volume destinado ao sétimo ano, em um tópico intitulado *Tratamento da informação*, encontramos duas atividades que podem ser caracterizadas como tarefas do tipo T_3 (*Estimar a probabilidade de um evento ocorrer*). A partir dessa seção, observamos que em quatro tarefas do tipo T_3 (inclusive nos próximos volumes), para organizar as informações da situação contextualizada proposta, as quantidades são dispostas em uma tabela ou gráfico (de barra ou de setores). Nessas, o aluno precisará interpretar os dados nas tabelas para retirar os valores que serão utilizados na etapa de calcular a probabilidade do evento desejado. Assim, alguns estudos da estatística serão necessários para a resolução dessas tarefas. Modelamos, assim, a técnica $\tau_{6.1}$: *Analisar tabela ou gráfico e retirar os dados necessários para o cálculo da probabilidade do evento desejado*.

No volume referente ao oitavo ano, assim como no volume anterior, destinou-se o Capítulo 9 ao estudo de estatística e probabilidade. No MP, afirma-se que “A probabilidade é uma parte desafiadora da Matemática, estimula o raciocínio do aluno e é propícia à contextualização. Por apresentar situações bastante variadas e por conter poucos padrões, entendemos que deva ser desenvolvida com o maior número possível de problemas”

(DANTE, 2015, v. 3, p.368). Inicialmente, dedicou-se nove páginas do capítulo para o trabalho de noções de estatística e, em seguida, sete páginas para o estudo de probabilidade. Nessas páginas o estudo de probabilidade é trabalho de forma isolada, sem apresentar relações com conhecimentos estatísticos.

No volume destinado ao nono ano do ensino fundamental, novamente é no Capítulo 9 que encontramos uma organização praxeológica proposta para o estudo de probabilidade. Tal capítulo é subdividido em cinco partes e cinco seções. As três primeiras partes são destinadas ao estudo de Estatística e Combinatória, separadamente. Em seguida iniciam-se os estudos de probabilidade.

Percebemos, ainda, que neste volume buscou-se trabalhar mais a relação entre as noções de estatística e de probabilidade, visto que dois novos tipos de tarefas modelados: T_{12} (*Completar tabela/diagrama*) e T_{13} (*Fazer a distribuição probabilística de determinado experimento*) mobilizam conhecimentos tanto de estatística quanto de probabilidade. Tarefas do tipo T_3 (*Estimar a probabilidade de um evento ocorrer*) que exigem a mobilização da técnica τ_{20} (*Escrever a porcentagem a partir da fração cujo numerador representa a frequência absoluta e o denominador representa a quantidade total de elementos da amostra*) também requerem conhecimentos de estatística. Como exemplo desta relação mais presente neste volume, observemos a atividade apresentada na Figura 1:

Figura 1: Tarefa do tipo T_{12} no nono ano

54. Na classe em que Leandro estuda, 20% dos meninos e 30% das meninas usam óculos.

a) Complete a tabela abaixo.

Uso de óculos em uma classe

	Não usam óculos	Usam óculos	Total
Meninos	12	3	15
Meninas	14	6	20
Total	26	9	35

Dados fictícios.

b) Sorteando ao acaso um aluno que usa óculos, qual é a probabilidade de que seja menino?

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3} \simeq 33{,}3\%$

Fonte: Coleção Projeto Teláris – Matemática, volume 4, p. 356

No item *a* solicitou-se que a tabela seja completada com os dados que faltam. Para isso, o aluno deverá mobilizar uma estratégia pessoal para calcular as quantidades que faltam com base nas porcentagens e valores que já foram fornecidos. Trata-se, então, de uma tarefa do tipo T_{12} (*Completar tabela/diagrama*).

Já o item *b* caracteriza-se como uma tarefa do tipo T_{11} (*Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento condicionado ao fato de que outro evento já ocorreu*) que mobiliza as técnicas $\tau_{6.1}$ (*Analisar tabela ou gráfico e retirar os dados necessários para o cálculo da probabilidade do evento desejado*) e τ_{17} (*Escrever a fração cujo denominar representa o número de casos favoráveis, que satisfaz a condição dada, e o denominador representado o total de casos*).

Outro exemplo pode ser visto em um momento em que se apresenta a noção de *distribuição probabilística*, por meio da situação que segue:

Figura 2: Conceituação de distribuição probabilística no nono ano

Distribuição probabilística

Suponha todas as possibilidades da soma de pontos no lançamento de dois dados diferentes: são 6 possibilidades para o primeiro número e 6 possibilidades para o segundo, portanto $6 \cdot 6 = 36$ possibilidades para as somas. Algumas somas aparecem só uma vez, como é o caso da soma 2 $(1 + 1)$ e da 12 $(6 + 6)$. A soma 6 aparece cinco vezes: $1 + 5$, $5 + 1$, $2 + 4$, $4 + 2$ e $3 + 3$. A organização dos eventos em uma tabela, com sua frequência e probabilidades, é chamada **distribuição probabilística**.

Fonte: Coleção Projeto Teláris – Matemática, volume 4, p. 357

Nesse momento de institucionalização, um novo tipo de tarefas, T_{13}, e uma nova técnica τ_{18}, são apresentados para o estudo de probabilidade:

- T_{13}: *Fazer a distribuição probabilística de determinado experimento.*

τ_{18}: *Construir uma tabela e organizar os elementos que compõem o espaço amostral do experimento da seguinte forma: eventos, frequência e probabilidades.*

Esses são os principais resultados observados na coleção de livros didáticos destinada aos anos finais do ensino fundamental quanto à proposta de ensino de probabilidade e sua relação com a estatística.

Considerações finais

Neste trabalho buscamos responder à questão: *O que á proposto em uma coleção de livros didáticos de matemática aprovada no PNLD de 2017 para o ensino de probabilidade?*

Quais conhecimentos estatísticos são relacionados e priorizados nessa proposta de ensino? Apresentamos a produção e análise de dados embasadas nos elementos da TAD e no modelo de análise de livros didáticos desenvolvido por Bittar (2017).

No Quadro 1 apresentamos a porcentagem de tarefas que relacionam os conhecimentos de estatística no estudo de probabilidade proposto nas coleções analisadas.

Quadro 1: Porcentagem de tarefas propostas para o ensino de probabilidade que relacionam conhecimentos estatísticos nas coleções analisadas

Volume	**6º ano**	**7º ano**	**8º ano**	**9º ano**
Percentual	–	5,26%	2,32%	77,77%

Fonte: Elaborado a partir do desenvolvimento da pesquisa

Observa-se que no volume destinado ao sexto ano, em que só havia três tarefas para o estudo de probabilidade, essas não relacionavam conhecimentos de estatística. No sétimo ano há 5,26% de tarefas, propostas para o ensino de probabilidade, que demandam a mobilização de conhecimentos de estatística. No oitavo ano, apenas duas tarefas (2,32%) relacionam conhecimentos de probabilidade e de estatística. No nono ano, vemos uma ampliação de tarefas que mobilizam conhecimentos de probabilidade e de estatística, sendo 35 tarefas (77,77%) permitem estabelecer relações entre tais conhecimentos.

Como vimos, a relação entre combinatória, estatística e probabilidade é enfatizada nos documentos curriculares oficiais, inclusive ressaltando-se que esses três temas compõem o bloco de conteúdos Tratamento da Informação. Entretanto, nossa investigação nos permite concluir que as relações entre estatística no estudo de probabilidade foram pouco contempladas na coleção de livros didáticos analisada. A articulação entre conhecimentos estatísticos e probabilísticos é mais valorizada no volume referente ao nono ano do ensino fundamental e no volume referente ao terceiro ano do ensino médio. Por exemplo, o tipo de tarefa T_{13} (*Fazer a distribuição probabilística de determinado experimento*) foi proposto apenas uma vez na coleção dos anos finais do ensino fundamental. Trata-se de um tipo de tarefa que articula conhecimentos de probabilidade e de estatística. T_{13} é proposta, inclusive, em momento de institucionalização de distribuição probabilística, mas pouco explorada. Vimos, também, que nas coleções destinadas ao ensino fundamental, a tendência ainda é de apresentar o estudo de probabilidade e estatística nos tópicos finais dos livros didáticos.

Neste trabalho identificamos o Modelo Epistemológico Dominante (MED) (GASCÓN, 2014) referente ao ensino de probabilidade na educação básica brasileira e a quase ausência de relação entre este ensino e a estatística, contrariamente ao que é recomendado nos documentos oficiais. Acreditamos, entretanto, que é preciso pensar outras formas de trabalho com o tema aqui investigado e uma alternativa é a elaboração de Modelos Epistemológicos de Referência (MER) que, segundo Gascón (2014), possibilitam a emancipação de MED como esse descrito neste artigo. Esta é uma das perspectivas de continuidade desta pesquisa.

Referências bibliográficas

BATANERO, Carmen. DIAZ, Carmen. **Meaning and understanding of mathematics. The case probability**. In JP.Van Bendengen y K. François (Eds); Philosophical Dimensions in Mathematics Education (p. 107-128). New York: Springer, 2007.

BITTAR, Marilena. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.25, n. 3, set./dez. 2017, p.364-387.

BRASIL .Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos, PNLD/2017**. Brasília: MEC/SEF, 2016.

______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em: 25 de mai. 2021.

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique:** du savoir savant au savoir enseigné. Paris: La Pensee Sauvage, 1991.

______. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Traduzido por Ricardo Barroso Campos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, RDM, v. 19, n. 2, p. 221-66, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris**: matemática: ensino fundamental 2. Obra em 4 volumes para alunos do sexto ao nono ano. 2. ed. São Paulo: Ática, 2015.

FULGENCIO, Paulo Cezar. **Glossário Vade Mecum: administração pública, ciências contábeis, direito, economia, meio ambiente: 14.000 termos e definições**. Rio de Janeiro: Mauad X, 2007.

GAL, Iddo. Towards 'probability literacy' for all citizens. In G. Jones (ed.), **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning** (pp. 43-71). Kluwer Academic Publishers, 2005.

GASCÓN, Josep. Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas. **Educación matemática**, v. 26, n. 1, p. 99-123, 2014.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. FERREIRA, Ana Cristina. Texto nº 1: a estatística e a probabilidade no currículo de matemática da escola básica. In **Anais do VIII ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)**. Recife, Brasil, 2004.

VERBISCK, Janielly Taila dos Santos. **Uma análise praxeológica da proposta de ensino de probabilidade em livros didáticos da educação básica**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande. 2019.

Um estudo sobre a abordagem da Geometria dos Fractais nos Livros Didáticos do Ensino Médio

A study on the approach to Fractal Geometry in High School Textbooks

Ana Eliza Pescini
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR/União da Vitória
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - PRPGEM
Anaelizap97@gmail.com

Mariana Moran
Universidade Estadual de Maringá – UEM
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - PRPGEM
mmbarroso@uem.br

Resumo
Este texto apresenta de forma parcial os resultados obtidos em uma dissertação de mestrado que objetivou caracterizar praxeologias didáticas e matemáticas da abordagem do conteúdo Geometria dos Fractais em livros didáticos do Ensino Médio. Nos propomos a analisar coleções aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2018 e que foram as mais adotadas entre as 5 maiores cidades do estado do Paraná, em termos de habitantes. A análise dos dados produzidos foi realizada sob a ótica das organizações praxeológicas sendo nosso referencial teórico-metodológico a Teoria Antropológica do Didático, que nos oportunizou investigar escolhas matemáticas e didáticas dos autores das coleções. Diante as análises, podemos apontar que o conteúdo Geometria dos Fractais se faz presente, seja de modo teórico ou durante os exercícios, em 4 dos 16 livros didáticos analisados, porém, tal apresentação ocorre de modo articulado com outros conteúdos matemáticos, como por exemplo, assuntos de Números e Álgebra. Desta forma, observamos que embora o assunto Geometria dos Fractais não esteja contemplado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), este promove a articulação com outras unidades temáticas indicadas no referido documento. No que diz respeito aos Tipos de Tarefas encontrados, estes apresentam-se, assim como sugerido nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE), mediante explorações dos fractais como o floco de neve e a curva de Koch; o triângulo e o tapete de Sierpinski, porém, de maneira geral, predominou-se uma proposta de ensino para este tema como um meio para o ensino de outros conteúdos da matemática diferentes da própria geometria dos fractais.

Palavras-chave: Educação Matemática; Teoria Antropológica do Didático; Organização Praxeológica; Geometria dos Fractais; Livro Didático.

Abstract
This text partially presents the results obtained in a master's thesis that aimed to characterize didactic and mathematical practices of the approach of the content geometry of fractals in high school textbooks. We propose to analyze collections approved by the National Textbook Plan (PNLD) of 2018 and that were the most adopted among the 5 largest cities in the state of Paraná, in terms of inhabitants. The analysis of the data produced was performed from the perspective of the praxeological organizations being our theoretical-methodological framework the Anthropological Theory of didactics, which opportunityed us to investigate mathematical and didactic choices of the authors of the collections. In view of the analyses, we can point out that the content geometry of fractals is present, either theoretically or during the exercises, in 4 of the 16 textbooks analyzed, however, such presentation occurs in an articulated way with other mathematical contents, such as issues of Numbers and Algebra. Thus, we observed that although the subject Geometry of Fractals is not contemplated in the National Common Curriculum Base (BNCC), it promotes articulation with other thematic units indicated in this document. With regard to the Types of Tasks found, these are presented, as suggested in the Curricular Guidelines of the State of Paraná (DCE), through explorations of fractals such as

snowflake and koch curve; Sierpinski's triangle and carpet, however, in general, a teaching proposal for this theme was predominant as a means for teaching other mathematical contents different from fractal geometry itself.

Keywords: Mathematics Education; Anthropological Theory of Didactics; Praxeological Organization; Fractal geometry; textbook.

Introdução

O interesse pelo estudo sobre a Geometria dos Fractais surgiu diante à necessidade de inclusão deste assunto nas escolas da Educação Básica do estado do Paraná. Tal inclusão foi norteada pelas DCE (PARANÁ, 2008) que indicam que sejam abordados em sala de aulas os conteúdos de noções de geometrias não euclidianas. O trabalho com a Geometria dos Fractais, também possibilita a exploração de diversos assuntos da Matemática, que não só a própria Geometria Fractal. Sendo assim, nos despertou a indagação de como essas geometrias estão sendo apresentadas nos livros didáticos, questão escolhida para ser pautada e estudada em minha dissertação, a qual apresentaremos alguns resultados neste artigo. Por isso, optamos por olhar de maneira especial para as abordagens praxeológicas do conteúdo Geometria dos Fractais em alguns livros didáticos do Ensino Médio.

Diante ao exposto, nos intrigou pensar em como o assunto Geometria dos Fractais é abordado nos livros didáticos e após leituras e discussões desenvolvidas no Grupo de Pesquisa em Ensino de Geometria (GPEG) sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD), decidimos pesquisar a respeito das organizações praxeológicas desta Geometria presentes nos livros didáticos do Ensino Médio utilizados no estado do Paraná, a partir do ponto de vista da TAD.

A TAD nesta pesquisa se faz presente como ferramenta para análise e estudo do conteúdo de Geometria dos Fractais do ponto de vista matemático, tal como das escolhas didáticas contidas nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. Delimitamos nosso trabalho às análises da praxeologia didática ou organização didática, e da praxeologia matemática ou organização matemática, que trarão consigo elementos que subsidiarão as questões levantadas acerca de nossa investigação.

Assim, definimos a nossa questão de pesquisa do seguinte modo: o conteúdo Geometria dos Fractais pode ser encontrado nas coleções de livros didáticos adotados para o Ensino Médio no estado do Paraná? Se sim, quais são as propostas de ensino para este conteúdo?

Como forma de esclarecer os resultados encontrados com esta pesquisa, descreveremos a seguir, alguns pressupostos da Geometria dos Fractais que nos interessaram no decorrer de nossos estudos.

Geometria dos Fractais

Alguns fenômenos e imagens encontradas na natureza trazem mistérios e belezas que por muitas vezes são incompreensíveis e inexplicáveis euclidianamente, porém são observadas, admiradas e estudadas por diversos pesquisadores.

O nome Geometria Fractal vem do latim, cujo verbo *frangere* significa criar fragmentos irregulares, fragmentar. Mandelbrot definiu um objeto fractal por meio de três características principais: autossemelhança, dimensão fracionária e complexidade infinita.

No que se refere a autossemelhança ou autossimilaridade, Barbosa (2002) destaca que esta característica busca explicar o traçado de formas fragmentadas e irregulares, além de apresentar o impacto de surpresa de ordem existente na desordem. Ademais, a dimensão de um Fractal, ao contrário do que acontece na Geometria Euclidiana, não é necessariamente um número inteiro, podendo ser um número fracionário. E, com relação a complexidade infinita, temos que os processos geradores dos Fractais podem ser recursivos, tendo um número infinito de iterações atribuído a ele.

No que tange as Diretrizes Curriculares da Educação Básica – DCE quanto a inclusão das Geometrias não euclidianas no currículo da Educação Básica do Ensino Médio do estado do Paraná, temos: “Na geometria dos fractais pode-se explorar: o floco de neve e a curva de Koch; triângulo e tapete de Sierpinski” (PARANÁ, 2008. p. 27-8).

Tendo conhecimento da inclusão da Geometria dos Fractais nas DCE, surgiu a indagação da comparência deste conteúdo nos livros didáticos do estado do Paraná, a qual iremos suceder avante a realização de estudos praxeológicos didáticos e matemáticos advindos da compreensão da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Reflexões sobre a Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard, trata-se de uma teoria desenvolvida no quadro da Didática da Matemática e que permite, particularmente, analisar situações de ensino e aprendizagem da Matemática escolar.

Em nossa pesquisa, estudaremos o conceito Geometria Fractal no livro didático (LD), Freitas e Rodrigues (2007) comentam que o "o livro didático faz parte da cultura e da memória visual de muitas gerações e, ao longo de tantas transformações na sociedade, ele ainda possui uma função relevante para a criança, na missão de atuar como mediador na construção do conhecimento". Assim sendo, podemos destacar a influência da abordagem do conteúdo no LD, sobre a atuação na prática profissional do professor e no conteúdo que será ministrado.

A Teoria Antropológica do Didático oferece subsídios para investigar e modelar a atividade matemática. Essa teoria considera que toda atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard de praxeologia ou organização praxeológica (BITTAR, 2017).

Em nosso trabalho nos ateremos à abordagem da teoria Geometria Fractal e às atividades matemáticas propostas por alguns livros didáticos. Para analisarmos e descrevermos essa e qualquer outra prática matemática, a TAD nos oferece "instrumentos claramente operatórios" (BOSCH e CHEVALLARD, 1999, p. 4). Tratam-se de resultados da composição de um modelo que recebe o nome de praxeologia ou organização praxeológica. Este modelo é composto pelos seguintes elementos: tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria.

A TAD nos oferece subsídios para a empregarmos como metodologia de pesquisa, bem como metodologia de ensino, investigando e explorando tarefas, de maneira a elaborar modelos praxeológicos, os quais podem orientar a realização do desenvolvimento de atividades matemáticas.

Para a análise de livros didáticos, Chevallard (1999) nos permite a identificação de organizações praxeológicas, envolvendo tanto a organização matemática (ou praxeologia matemática), bem como a organização didática (ou praxeologia didática).

Ao buscarmos compreender o cenário do ensino da Geometria Fractal nas escolas, a análise da organização didática proposta pelas coleções de livros didáticos adotadas se faz fundamental. Entretanto, a seguir descreveremos alguns aspectos elencados pelas autoras deste texto sobre a TAD e a Geometria dos Fractais.

TAD e Geometria dos Fractais

Ao estudar aspectos relacionados a TAD e à Geometria dos Fractais, entendemos que esta última pode ser estudada sob o ponto de vista da primeira. Ou seja, a TAD permite que compreendamos o objeto matemático sob um ponto de vista particular que abrange sua existência e o motivo para tal. Desse modo, no que se refere à aplicações da Geometria dos Fractais em diferentes áreas do conhecimento, podemos pensar em fenômenos como a Transposição Didática e a Ecologia do Saber. Ou seja, a teoria estudada pode ser ensinada de forma diversificada dependendo de suas condições de existência, sofrendo adaptações com o intuito de seu melhor uso e entendimento. A exemplo disso, podemos citar a Medicina que a utiliza no estudo de características de fenômenos cardíacos e pulmonares, além de uma aplicação notável na tomografia computadorizada por meio da análise de imagens geradas, possibilitando assim uma nova visão aos médicos, da anatomia interna do corpo humano (NUNES, 2006).

Dessa forma, esta Geometria passou a ser uma ferramenta para o auxílio de resultados eficazes em diversas áreas do conhecimento, e que seu estudo e aplicação sofre mudanças dependendo de suas condições e finalidades. Logo, nos contextos apresentados anteriormente, observamos a influência da Transposição Didática em que o saber é transformado com o intuito de ser aplicado ou compreendido. Da mesma forma se faz presente a Ecologia dos Saberes, já que o objeto Fractal desempenha um papel diferente dependendo do ambiente em que este vive (habitat) e de qual função desempenha (nicho ecológico).

A fim de estudarmos a atividade matemática, para além dos elementos praxeológicos citados anteriormente, outros dois se fazem essenciais.

> Nós falaremos de objeto ostensivo [...] para nos referirmos a todo objeto tendo uma natureza sensível, uma certa materialidade, e que, por isso, adquire para o ser humano uma realidade perceptível. Esse é o caso de um objeto material qualquer e, notadamente, de objetos materiais particulares que são os sons [...], os grafismos [...] e os gestos. Os objetos não ostensivos são então todos os "objetos" que, como as ideias, as intuições ou os conceitos, existem institucionalmente – no sentido em que lhe atribuímos uma existência – sem, entretanto, poderem ser vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por si mesmos: eles só podem ser evocados ou invocados pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos associados (uma palavra, uma frase, um grafismo, uma escrita, um gesto ou um longo discurso) (BOSCH e CHEVALLARD, 1999, p.10).

A TAD nos possibilita analisar e modelar os objetos ostensivos e não ostensivos presentes na atividade matemática, e esta análise pode ser empregada na abordagem de assuntos matemáticos sugeridos em coleções de livros didáticos.

Entre os exemplos citados anteriormente em que a Geometria dos Fractais colabora em sua aplicação aperfeiçoando seus resultados, podemos elencar alguns objetos ostensivos que se fazem presentes nesses contextos, como os radares meteorológicos, tomografia computadorizada, nuvens e movimento dos rios. Mas ao pensarmos em objetos ostensivos que delineiam um fractal, podemos mencionar aqui também as construções realizadas em softwares matemáticos, como a Curva de Kock e o Triângulo de Sierpinski, entretanto não somente eles, mas também as construções destes fractais com materiais manipuláveis e instrumentos de desenho.

Por outro lado, Benoit Mandelbrot determina a autossemelhança, a dimensão fracionária e a complexidade infinita, como as principais características de um objeto fractal, e ao refletirmos especificamente sobre as particularidades do Fractal entendemos que este na sua condição de complexidade infinita é um objeto não-ostensivo.

À vista disso, aliada as características da complexidade infinita, comentada anteriormente, em que trata do processo gerador de um fractal, podendo este ser recursivo, possuindo um número infinito de iterações, ou ainda podendo ser ampliado quantas vezes desejarmos sem nunca obtermos a imagem final, entendemos a não ostensividade desse objeto final. Assim, a associação do fractal a um objeto não-ostensivo se deve ao fato de que ao pensarmos em um objeto fractal e imaginarmos sua n-ésima iteração reconhecemos o estado e a ideia de um objeto não-ostensivo, uma vez que não podemos conceber visualmente e nem mentalmente a representação desse objeto nesse estado.

Assim, após tais reflexões, apresentaremos o contexto da pesquisa aqui, parcialmente, apresentada.

Nossa investigação foi realizada nas 4 coleções mais adotadas pelas escolas públicas pertencentes as 5 maiores cidades em termos de habitantes do estado do Paraná, sendo elas: Curitiba; Londrina; Maringá; Ponta Grossa e Cascavel, as quais adotaram livros de Matemática contemplados no PNLD 2018 – Ensino Médio. Estabelecemos como critério de busca as principais coleções do Ensino Médio adotadas pelas escolas destas cidades e tomamos como hipótese a maior circulação de obras utilizadas pelos professores e alunos, buscando obter assim uma maior proximidade da realidade ao suporte didático disponibilizado aos professores e estudantes.

De acordo com a busca realizada, concluímos que a coleção Contato Matemática, da editora FTD, foi a mais escolhida em meio ao levantamento realizado. Deste modo, optamos por analisar as seguintes coleções: Contato Matemática (SOUZA e GARCIA, 2016), Matemática – Contexto & Aplicações (DANTE, 2016), Quadrante Matemática (CHAVANTE e PRESTES, 2016) e Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI *et al*, 2016, uma vez que estas foram as 4 coleções mais adotadas pelas 5 maiores cidades em termos de habitantes do estado do Paraná.

Para que as análises ficassem mais fluentes adotamos como critério a abreviatura para nos direcionar aos livros didáticos de cada ano, as quais estão apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1: Abreviatura dos livros didáticos adotados

COLEÇÃO	PRIMEIRO ANO	SEGUNDO ANO	TERCEIRO ANO
Contato Matemática	LD 1.1	LD 2.1	LD 3.1
Matemática - contexto & aplicações	LD 1.2	LD 2.2	LD 3.2
Quadrante Matemática	LD 1.3	LD 2.3	LD 3.3
Matemática ciência e aplicações	LD 1.4	LD 2.4	LD 3.4

Fonte: As autoras, 2021.

Critérios para a análise dos dados

A análise das coleções dos livros didáticos investigados é realizada diante aos 4 volumes correspondentes a cada coleção. Buscamos, ao apresentar as análises, revelar como o ensino da Geometria dos Fractais se desenvolve nestas obras. Para tal, realizamos a análise da Parte Curso, das Atividades Resolvidas e das Atividades Propostas presentes nos livros que integrarão a organização praxeológica do conteúdo Geometria dos Fractais. Sobre esses conceitos, Bittar comenta:

> A Parte Curso compreende a explanação de definições, propriedades, resultados e exercícios resolvidos. Nessa Parte os autores do livro didático trazem, mesmo que implicitamente, o que consideram que os alunos daquele nível de escolaridade devem aprender e é nessa Parte que os alunos buscam pistas para resolver o que lhes é pedido. A análise da Parte Curso permite identificar alguns tipos de tarefas que parecem importantes naquela instituição, neste caso o LD.

Durante nossas análises dos livros didáticos, observamos que o conteúdo Geometria dos Fractais também foi contemplado durante algumas Atividades Resolvidas, por isso, reservamos uma parte das análises a esse momento do livro, parte essa que infelizmente não será apresentada nesse trabalho. Outro fator a ser destacado, é que toda a análise praxeológica foi feita com base no que o autor de cada coleção esperava que o estudante fizesse. Para isso, realizamos uma análise praxeológica pautada no Manual do Professor – o qual subsidiou o olhar diante da teoria e das atividades propostas em cada livro didático.

Para a investigação da organização praxeológica referente ao ensino da Geometria dos Fractais, contemplados nas coleções selecionadas, realizamos o estudo da organização matemática (OM) e da organização didática (OD) de acordo com a Teoria Antropológica do Didático.

No que diz respeito à OM, identificamos: os tipos de tarefas propostas, presentes nas Atividades Resolvidas e nas Atividades Propostas, em forma de exercícios. Agrupamos os tipos de tarefas que apresentaram semelhança entre si, a fim de reconhecermos suas potencialidades, as técnicas instigadas e os aspectos tecnológicos-teóricos que permitiram justificar o uso das técnicas.

No aspecto da OD, analisamos a presença e a apresentação dos momentos didáticos, a fim de auxiliar-nos na compreensão da construção e organização do quarteto praxeológico identificado na organização matemática.

Escolhemos investigar por toda a obra os capítulos que abrangessem o estudo à Geometria dos Fractais, haja vista que esse objeto de saber apresenta conexões com os outros objetos matemáticos ou não matemáticos.

Análise dos Livros Didáticos

No que diz respeito ao conteúdo de Geometria dos Fractais encontrados nos livros didáticos, de modo geral observamos que esses materiais estão atrelados a atividades direcionadas a outros conteúdos matemáticos. E, principalmente, a Parte Curso sobre esta geometria não euclidiana, só foi identificada em dois dos doze volumes analisados, o LD 1.3 e o LD 2.4. Destacamos que ao analisarmos o LD 2.1, assim como LD 2.2 e o LD 2.3, não encontramos Parte Curso, nem Atividades Resolvidas e Propostas, ou seja, nenhum requisito foi localizado nestes livros a respeito da Geometria dos Fractais. Assim como todos os volumes correspondentes ao Terceiro Ano, não apresentaram nenhuma abordagem da Geometria dos Fractais. No que diz respeito aos tipos de fractais apresentados, o Triângulo de Sierpinski aparece em todos os livros do Primeiro Ano analisados, contemplado em uma atividade cada. Acompanhado deste fractal, o Tapete de Sierpinski é apresentado no LD 1.3, assim como o Floco de neve de Koch.

Para apresentar neste evento, nos ateremos às análises somente da Parte Curso, pela falta de espaço e como uma forma de exemplificar o andamento desta pesquisa que consiste em um estudo de mestrado, e se estende às Atividades Resolvidas e Propostas.

Parte Curso:

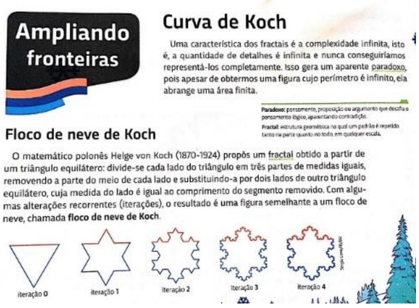
As análises da Parte Curso presente nos livros didáticos serão norteadas pela Organização Didática, passando pelos momentos didáticos propostos por Chevallard (1999). Deste modo, para iniciarmos nossas análises, destacamos que dentre os livros do primeiro ano, o LD 1.1, o LD 1.2 e o LD 1.4 não apresentaram Parte Curso destinada ao conteúdo de Geometria dos Fractais. Logo, as análises desta parte são destinadas unicamente ao LD 1.3, o qual se apresentou como único livro do primeiro ano a contemplar esta exploração.

Com relação aos livros didáticos do segundo e terceiro ano, salientamos que somente o LD2.4 apresentou material para análise, deste modo, as análises deste nível são pautadas unicamente neste livro

Iremos apresentar uma das análises realizadas da Parte Curso, sendo esta presente no LD 1.3, ao final do estudo de todos os capítulos. O livro apresenta uma breve seção intitulada "Ampliando fronteiras", a qual apresenta aos leitores: conteúdos, curiosidades matemáticas não contempladas em seus capítulos e outros destaques que o autor do livro entende ser necessário apresentar. Após o capítulo 10, destinado ao ensino de Trigonometria, temos o primeiro contato nesta obra com o conteúdo da Geometria dos Fractais. De forma sucinta, em duas páginas, a obra apresenta aspectos gerais sobre esta geometria não euclidiana e a primeira modelação em forma de praxeologia se concede por meio da exploração da Curva de Koch ou Floco de neve de Koch.

Inicialmente são exibidas as características gerais dos fractais, como por exemplo, a sua complexidade infinita, comentando sobre aspectos relacionados a área e perímetro destas figuras. Podemos observar que o aluno atua como expectador desta exploração e elaboração, pois ao explanar sobre a construção do Floco de neve de Koch são apresentadas as características e as ilustrações das quatro primeiras iterações deste fractal, conforme Figura 1.

Figura 1: Curva de Koch


Ampliando fronteiras

Curva de Koch

Uma característica dos fractais é a complexidade infinita, isto é, a quantidade de detalhes é infinita e nunca conseguiríamos representá-los completamente. Isso gera um aparente paradoxo, pois apesar de obtermos uma figura cujo perímetro é infinito, ela abrange uma área finita.

Paradoxo: pensamento, proposição ou argumento que desafia o pensamento lógico, aparentando contradição.
Fractal: estrutura geométrica na qual um padrão é repetido tanto na parte quanto no todo, em qualquer escala.

Floco de neve de Koch

O matemático polonês Helge von Koch (1870-1924) propôs um fractal obtido a partir de um triângulo equilátero: divide-se cada lado do triângulo em três partes de medidas iguais, removendo a parte do meio de cada lado e substituindo-a por dois lados de outro triângulo equilátero, cuja medida do lado é igual ao comprimento do segmento removido. Com algumas alterações recorrentes (iterações), o resultado é uma figura semelhante a um floco de neve, chamada **floco de neve de Koch**.

Fonte: Chavante e Prestes (2016, p. 248).

Cabe observar que até o aparecimento ilustrativo das primeiras iterações do floco de neve de Koch foi descrita a construção deste fractal de forma detalhada explicando os traçados e fragmentos das iterações. Até este momento do livro, não identificamos indagações aos alunos sobre esta teoria, ou sobre este objeto fractal, apenas aponta aspectos específicos de um dos tantos fractais possíveis de serem estudados.

Sobre a teoria fractal, de um modo geral, o que o autor retrata, como comentado anteriormente, se refere ao paradoxo da complexidade infinita, referindo-se que tal figura fractal apresenta seu perímetro infinito e em contrapartida tem sua área finita. Diante a isso, o autor propõe explorar o perímetro da figura apresentada anteriormente, porém para a construção desta ele salienta que considerará apenas o comprimento da linha apresentada nas imagens, a qual é denominada Curva de Koch.

Neste momento o autor experimenta uma situação oriunda de um objeto matemático apresentado anteriormente, buscando explorar o conceito de perímetro para este fractal, elaborando uma tabela, para que o aluno possa explorar a fim de entender seu perímetro, bem como seu processo de formação. Os traçados em vermelho das figuras serviram para a construção da tabela apresentada a seguir, considerando um segmento inicial de comprimento “l” (letra “l”), conforme segue:

Figura 2: Tabela do cálculo do perímetro - Floco de Neve

	Iteração	Quantidade de segmentos	Comprimento de cada segmento (u.c.)	Comprimento total da curva (u.c.)
	0	1	ℓ	$\ell = \left(\frac{4}{3}\right)^0 \ell$
	1	4	$\frac{\ell}{3}$	$4\frac{\ell}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^1 \ell$
	2	4^2	$\frac{\ell}{3^2}$	$4^2\frac{\ell}{3^2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \ell$
	3	4^3	$\frac{\ell}{3^3}$	$4^3\frac{\ell}{3^3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \ell$
	4	4^4	$\frac{\ell}{3^4}$	$4^4\frac{\ell}{3^4} = \left(\frac{4}{3}\right)^4 \ell$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	n	4^n	$\frac{\ell}{3^n}$	$4^n\frac{\ell}{3^n} = \left(\frac{4}{3}\right)^n \ell$

Fonte: Chavante e Prestes (2016, p. 248).

Na sequência à tabela, o livro faz menção ao conteúdo de progressão geométrica (PG), indicando que os termos do comprimento total da curva em cada iteração representam os termos de uma PG de razão 4/3>1. Buscando desse modo apresentar ao aluno um exemplo relacionado ao paradoxo da complexidade infinita, exibindo desta forma o comprimento total da Curva de Koch em que o mesmo não é finito, e consequentemente, o perímetro do floco de neve de Koch é infinito.

Após contemplar o momento da apresentação de definições de conceitos fractais, e o momento que contempla a proposta de ensino diante a qual perpassa pela construção da tabela envolvendo o perímetro do fractal explorado, o autor investiga o próximo momento, o qual diz respeito à aplicação do que foi pré-determinado, tais como indagações e pesquisas sobre a teoria fractal.

A exploração das técnicas desenvolvidas até então, sendo elas relacionadas aos conhecimentos de comprimento do segmento, comprimento total e perímetro das figuras, juntamente a investigação a respeito de outros exemplos de fractais e informações complementares sobre paradoxos matemáticos, são invocadas por meio de tarefas contempladas na sequência deste livro, como indicado na sequência.

Figura 3: Investigação sobre os fractais

A Você conhece outros tipos de fractais? Cite-os.

B Considerando o quadro apresentado, qual a quantidade de segmentos, o comprimento de cada segmento e o comprimento total da curva de Koch na iteração **5**?

C Calcule o perímetro das figuras que representam as quatro primeiras iterações do floco de neve de Koch, considerando $\ell = 3$ cm.

D Como o paradoxo da curva de Koch, há outros paradoxos matemáticos, como o paradoxo do hotel de Hilbert, o paradoxo de Aquiles e a tartaruga, entre outros. Realize uma pesquisa a respeito e explique a um colega.

Fonte: Chavante e Prestes (2016, p. 249).

Os momentos propostos nestas investigações dizem respeito a busca de uma formalização ou reflexão sobre o saber matemático estudado.

Podemos observar que os itens A e D possibilitam diversas respostas, dependendo diretamente do aluno, sendo assim caracterizamos estas atividades como tarefas de caráter pessoal. Entretanto os itens B e C nos oferecem subsídios para pensarmos sobre suas OM, as quais comentaremos na sequência.

Com relação ao item B, observamos que este apresenta questionamentos sobre o comprimento da curva de Koch em cada etapa, explorado na figura 8. Por esta tarefa vincular-se a aspectos sobre perímetro, a caracterizamos como o Tipo de Tarefa “Determinar a medida de uma grandeza a partir da iteração de um fractal” e modelamos suas técnicas provenientes do desenvolvimento apresentado no livro do professor sobre esta atividade, a qual apresentamos sua OM a seguir.

Quadro 2: Tipo de Tarefa 1

TIPO DE TAREFA	T1: Determinar a medida de uma grandeza a partir da iteração de um fractal.
TÉCNICA	τ1a: Interpretar o quadro sobre perímetro. τ1b: Substituir a quantidade de segmentos na etapa desejada τ1c: Substituir o comprimento de cada segmento pela etapa desejada τ1d: Substituir o comprimento total da curva pela etapa desejada
TECNOLOGIA	θ1: Identificação da dimensão fractal.
TEORIA	Θ1: Geometria e Funções.

Fonte: Autoras, 2021.

A respeito do item C verificamos que este aborda assim como o item anterior, conhecimentos sobre o perímetro do fractal explorado neste momento, porém ele apresenta uma informação extra que o autor havia disponibilizado em sua descrição até o momento, atribuindo um valor numérico ao comprimento do segmento deste objeto fractal. Desta forma, suas técnicas se diferem das mobilizadas no item anterior. Apresentamos na sequência sua OM.

Quadro 3: Tipo de Tarefa 1

TIPO DE TAREFA	T1: Determinar a medida de uma grandeza a partir da iteração de um fractal.
TÉCNICA	τ1a: Interpretar do quadro sobre perímetro. τ1b*: Substituir o valor numérico do comprimento de segmento no comprimento total da curva em cada etapa desejada.
TECNOLOGIA	θ1: Identificação da dimensão fractal.
TEORIA	Θ1: Geometria e Funções.

Fonte: Autoras, 2021.

Observamos que nestas duas Organizações Matemática as técnicas mobilizadas dependeram diretamente da Figura 2, sendo que o passo a passo das atividades sem o auxílio desta tabela já construída requereria uma ampla interpretação dos conhecimentos sobre perímetro, como também do padrão figural deste fractal.

A Parte Curso apresentada no LD 1.3, é explorada de forma breve, descontextualizada e como uma curiosidade, uma introdução ao assunto Fractal foi realizada por meio de um exemplo e uma proposta de perguntas investigativas. Alguns aspectos figurais, numéricos e algébricos foram abordados direcionando o aluno no conhecimento da existência deste objeto geométrico e da sua possível exploração matemática.

Discussões

Com o intuito de responder nossa questão de pesquisa “O conteúdo Geometria dos Fractais pode ser encontrado nas coleções de livros didáticos adotados para o Ensino Médio no estado do Paraná? Se sim, quais são as propostas de ensino para este conteúdo?”. Voltamo-nos as coleções mais adotadas nas 5 maiores cidades em termos de habitantes do estado do Paraná. As análises realizadas sobre estas coleções nos revelam aspectos significativos sobre o ensino proposto. Apresentamos neste momento algumas das características observadas sobre o conteúdo Geometria dos Fractais.

Com base nas análises realizadas até o momento, há indícios que a razão de ser da Geometria dos Fractais frente a essas instituições nos dizem respeito a uma teoria desenvolvida como mediadora na abordagem de outros conteúdos matemáticos. O fato em que identificamos que esta geometria se apresenta como um meio e não um fim nela mesma, nos possibilita concluirmos que ela ocupa um lugar como ferramenta nestas instituições.

Embora a BNCC (BRASIL, 2018) não indique o estudo do conteúdo de geometrias não euclidianas no contexto da Educação Básica, com nossa pesquisa foi possível observamos que outras unidades temáticas, tais como: álgebra, funções e números, são abordadas durante as propostas. Sendo assim, há possibilidade de trabalhar-se habilidades indicadas na BNCC, com propostas embasadas na Geometria dos Fractais. Vale ressaltar que as DCE (PARANÁ, 2008), conforme dito anteriormente, recomenda a abordagem da Geometria dos Fractais em sala de aula, assim como os PCN (BRASÍLIA, 1998), indicavam durante a elaboração das Diretrizes do estado do Paraná.

Frente ao que as DCE (PARANÁ, 2008) nos apontam, observamos que os documentos oficiais e as abordagens presentes no livro didático investigado, conversam de tal modo que ao tomarmos conhecimentos das Diretrizes Curriculares do estado do Paraná com relação ao que elas indicam para o ensino de Geometria dos Fractais, encontramos uma valorização a vista da articulação dos conhecimentos geométricos com outros conteúdos matemáticos, como citadas a aritmética e a álgebra.

As Tarefas identificadas nos livros, que abordam conhecimentos do conteúdo Geometria dos Fractais, a maioria delas foram localizadas em meio ao capítulo destinado ao ensino de Progressão Geométrica. Vale ressaltar que as Tarefas investigadas se enquadram no quesito atividades do contexto escolar, de aplicações de conceitos matemáticos diretamente, não se fazendo presentes nenhuma Tarefa do contexto extraescolar.

A nível de conteúdo encontrado sobre a Geometria dos Fractais podemos apontar que este está presente de forma escassa, porém ao pensarmos em sua presença perante organizações praxeológicas, algumas instituições abordam e dialogam com os requisitos sugeridos pelos documentos oficinais, neste caso as DCE, porém de forma sucinta.

Os Tipos de Tarefa encontrados com as análises da Parte Curso, Parte Atividades Resolvidas e Propostas, apresentam assim como sugerido nas DCE (PARANÁ, 2008) explorações dos fractais como o floco de neve e a curva de Koch; triângulo e tapete de Sierpinski. Também valorização as "definições, as abordagens de enunciados e as demonstrações de seus resultados", como sugerido nas Diretrizes.

Perante as considerações feitas, algumas indagações surgem: os professores conseguirão ensinar o conteúdo Geometria dos Fractais apoiando-se somente no livro didático? Conseguirão superar a insegurança de trabalhar este conteúdo se não tiverem conhecimentos a priori sobre ele?

Certamente estas questões trazem muitas inquietações e esperamos que esta pesquisa possa contribuir com estudos e investigações relacionados ao conteúdo Geometria dos Fractais, como também na visibilidade da organização praxeológica para a aprendizagem deste tema.

Referências

BARBOSA, R. M. **Descobrindo a Geometria Fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

BITTAR, M. **A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos.** Campinas, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática:** 1º ano, Ensino Médio. 1. Ed. São Paulo: Edições SM, 2016. Coleção quadrante matemática.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. La sensibilité de l’activité mathématique aux ostensifs. Objet d’estude et problématique. **Recherches en Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensé Sauvage-Éditions. v.19, n.1, p. 77 – 124, 1999. Disponível em: Acesso em: 4 abr. 2020.

CHEVALLARD, Y. L’Analyse de Des pratiques Enseignantes en Théorie Anthropologique du Didactique, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática:** contexto & aplicações: ensino médio. 3. Ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson. **Matemática:** ciência e aplicações: ensino médio. 9. Ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

NUNES, R. S. R. **Geometria Fractal e Aplicações**. Departamento de Matemática Pura. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, 2006.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica.** Curitiba, 2008. Ed. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **# Contato matemática:** 1º ano. 1. Ed. São Paulo: FTD, 2016. Coleção #contato matemática.

Um Modelo Praxeológico para a análise de um Micromundo para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo

A Praxeological Model for the Analysis of a Microworld for Teaching the Fundamental Theorem of Calculus

Patrícia Benevides de Oliveira
Universidade Federal de Pernambuco
pattybenevides@gmail.com

Franck Bellemain
Universidade Federal de Pernambuco
f.bellemain@gmail.com

Resumo
As situações de ensino mediadas por softwares educativos e o desenvolvimento dessas tecnologias nos motivaram a realizar uma pesquisa de doutorado, que se apresenta neste artigo como um recorte, cujo objetivo é criar um modelo praxeológico para a análise de um Micromundo para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo. As referências teóricas escolhidas nos forneceram elementos metodológicos e de análise, através de uma convergência entre o conceito de Praxeologia, definido por Chevallard (1999) em sua Teoria Antropológica do Didático, e as dimensões do Modelo de Processo de Software da Engenharia Didático-Informática desenvolvido por Tibúrcio (2016; 2020). O percurso metodológico realizado até o momento presente permitiu compreender os aspectos relativos a essas dimensões e categorizar alguns requisitos que um micromundo deve fornecer para a criação de situações de ensino do Cálculo Diferencial e Integral, e em particular, do seu Teorema Fundamental.

Palavras-chave: Software educativo; Cálculo Diferencial e Integral; Teoria Antropológica do Didático; Engenharia Didático-Informática.

Abstract
The teaching situations mediated by educational software and the development of these technologies motivated us to carry out a doctoral research, which is presented in this article as an excerpt, whose objective is to create a praxeological model for the analysis of a Microworld for the teaching of the Fundamental Theorem of Calculus. The chosen theoretical references provided us with methodological and analytical elements, through a convergence between the concept of Praxeology, defined by Chevallard (1999) in his Anthropological Theory of Didactics, and the dimensions of the Didactic-Informatic Engineering Software Process Model developed by Tiburcio (2016; 2020). The methodological path taken so far has allowed us to understand the aspects related to these dimensions and categorize some requirements that a microworld must provide for the creation of teaching situations of Differential and Integral Calculus, and in particular, of its Fundamental Theorem.

Keywords: Educational software; Differential and integral calculus; Anthropological Theory of Didactics; Didactic-Computer Engineering.

Introdução

O conhecimento do Cálculo nos tempos atuais é resultado de um longo processo histórico que perdurou por vários séculos, desde quando os antigos gregos buscavam resolver questões relacionadas com o cálculo de áreas. Em seu centro está o Teorema Fundamental, pois estabelece uma relação entre os processos de integração e derivação. Apesar de o teorema ser muito útil para efetuar o cálculo das integrais, a sua importância histórica está no fato de que ele conecta duas habilidades que à primeira vista são distintas, logo os seus conceitos são ensinados geralmente de forma independente. Isso nos levou à problemática de questionar as situações de ensino e as modificações do saber a ensinar desse objeto matemático com a mediação do computador.

Nas questões relativas ao ensino, encontramos pesquisas que discutiam sobre a dificuldade dos alunos na interpretação gráfica dos conceitos e no significado das notações, restringindo-se a manipulações algébricas e técnicas memorizáveis. Isso também fica evidente ao se observar os livros didáticos, em que os autores colocam em segundo plano a utilização do registro gráfico tanto no aspecto teórico quanto na resolução de exercícios. Percebe-se que, mesmo com uma variedade de abordagens usando a tecnologia, ainda perduram as ideias tradicionais de Cálculo sustentadas por gráficos dinâmicos para ilustração e manipulação simbólica (TALL, 2010).

Concordamos com Tall (2000, p. 212-213) que os ambientes computacionais são particularmente valiosos no incentivo à experimentação e a sua exploração tem um papel importante por si mesmo, em que as pessoas podem se beneficiar com isso para obter *insights* sobre ideias matemáticas. Em suas pesquisas sobre conceitos relacionados ao Cálculo, ele destaca o papel do professor para extrair ideias dos alunos e incentivá-los a expressar-se verbalmente o que eles veem visualmente.

Vale considerar que, na criação da situação didática em ambiente computacional, é importante repensar a estrutura de ensino, os tipos de atividade, os conteúdos ensinados e o papel do professor (BELLEMAIN, 2000). Nessa organização, as tarefas são ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem dos objetos matemáticos, no entanto, elas devem ser modeladas de modo que ofereçam potencialidades e ajudem a mobilizar os conceitos e processos matemáticos na interação entre o sujeito e o instrumento tecnológico. Além disso, há também a questão da escolha do software educativo que atenda aos objetivos didáticos e de aprendizagem.

No grupo de pesquisa Atelier Digitas, coordenado pelo Prof. Dr. Frank Bellemain, buscamos fundamentos teóricos que auxiliem nas respostas de questões de pesquisas referentes ao uso, concepção, análise e desenvolvimento de recursos tecnológicos para o ensino de Matemática. Dentre os tipos de softwares matemáticos disponíveis, questionamo-nos inicialmente sobre as funcionalidades que estes oferecem para a resolução de tarefas modeladas, já que a concepção de um software deve atender as diferentes necessidades do ensino e da aprendizagem e precisa contribuir para a melhoria dessas relações nas distintas áreas do conhecimento (TIBÚRCIO, 2016).

Sabemos que não é fácil definir requisitos para os softwares educativos (SE) e o seu desenvolvimento geralmente tem sido feito através de métodos tradicionais da engenharia de software que utiliza parâmetros gerais sobre a qualidade da interface, a apresentação dos conceitos e aos aspectos ergonômicos dos sistemas, sem se atentar para a natureza do objeto do conhecimento que se deseja ensinar e a natureza das habilidades nele envolvidas. Diante disso, interessamo-nos particularmente pelo Micromundo, pois permite "simular ou reproduzir um domínio do mundo real, e que tem como objetivo abordar e resolver uma classe de problemas" (BELLEMAIN, 2002), dadas as possibilidades de interação dinâmica entre os sujeitos e os objetos matemáticos por meio de suas ferramentas.

Portanto, o objetivo é criar um modelo praxeológico para a análise de um Micromundo para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo. As referências teóricas nos forneceram elementos metodológicos e de análise para esta pesquisa, a partir da noção de Praxeologia, definida por Chevallard (1999) em sua Teoria Antropológica do Didático (TAD), e das dimensões do Modelo de Processo de Software da Engenharia Didático-Informática (EDI) desenvolvido por Tibúrcio (2016; 2020).

Contribuições da TAD e da EDI para a construção do modelo praxeológico

Na interação entre o aprendiz e o software é preciso considerar, sobretudo, a construção do conhecimento por meio do uso. Balacheff e Bellemain (2007, p. 38) afirmam que "o aprendiz interage com as representações através de artefatos e deve compor com eles e com as retroações que o sistema produz para resolver os problemas e efetuar tarefas". Portanto, o computador oferece muitas oportunidades de desenhar distintas situações e o engenheiro de softwares educativos pode integrar as dimensões do ensino e da aprendizagem em seus desenvolvimentos para favorecer as interações.

Dentre os variados tipos de software, nos interessamos por aqueles que seguem o modelo construtivista, em particular, os micromundos. Eles estão associados à resolução de problemas, em que as atividades e interações são elementos fundamentais para a aprendizagem e a construção do conhecimento.

Na definição de Balacheff e Kaput (1997), um micromundo é um sistema constituído de: (i) um conjunto de objetos primitivos, operações elementares e regras, em sua estrutura formal; e (ii) um domínio da fenomenologia que relaciona os objetos e ações da estrutura formal e determina os comportamentos na interface, modelizando o tipo de feedback resultante das ações e decisões do usuário. Logo, pode-se considerar que o micromundo pode evoluir com a possibilidade de o usuário transformar operações ou objetos complexos, à medida que o conhecimento do aluno cresce. Bellemain (2002) acrescenta a essa definição um terceiro componente: (iii) um sistema constituído de comandos e artefatos de construção e manipulação dos elementos do universo interno, com a função de descrever as ações significativas do usuário na interface em termos dos objetos, relações e operadores da estrutura formal. Essas características ressaltam a importância das significações envolvidas na interação entre o sujeito e o micromundo no processo de aprendizagem, ou seja, "a interface deve produzir representações significativas para o sujeito e interpretar suas ações, também significativas para ele, para poder processar essas ações de uma forma relevante" (BELLEMAIN, 2002, p. 60).

A partir dessa caracterização do micromundo, Balacheff e Kaput (1997) nos leva a questionar sobre: qual é a estrutura do micromundo que permite modelizar o objeto do conhecimento? É possível caracterizar os fenômenos que o micromundo pode produzir? É possível construir um micromundo que o produz?

Além destas e outras questões relativas à concepção do micromundo, devemos considerar este ambiente não como um sistema isolado, mas como parte de um sistema maior que inclui o professor. As interações entre os alunos e o professor são necessárias para "negociar" com os alunos o significado de determinadas situações que levariam ao aprendizado, como resolver determinada tarefa ou realizar alguma atividade. Por exemplo, pode ocorrer que os recursos didáticos do ambiente podem não ser tão visíveis para os alunos e o professor deverá adaptá-los aos seus objetivos. Além disso, os micromundos permitem que o professor controle o processo de aprendizagem, os seus resultados e o significado que os alunos possivelmente construirão, a partir da modificação da situação do problema e das variáveis disponíveis no ambiente. Segundo Sutherland e Balacheff (1996 apud BALACHEFF; KAPUT, 1997), a questão de identificar essas variáveis para um dado problema "que estão disponíveis em um ambiente, mas não em outro, ou que são disponibilizadas com características diferentes por um ou outro, é uma maneira de especificar a validade didática de um ambiente de computador" (tradução nossa).

Essas discussões justificam as escolhas teórico-metodológicas de nossa pesquisa, que resumimos adiante.

Teoria Antropológica do Didático (TAD)

A TAD admite como postulado básico a existência de um modelo único, segundo a qual se pode descrever toda atividade humana que seja regularmente realizada, levando em conta dois aspectos complementares: o aspecto estrutural, descrito em termos de praxeologias, e o aspecto funcional, que pode ser analisado por meio da abordagem dos momentos didáticos.

Esse modelo descreve os tipos de relações existentes numa instituição ao objeto do saber. Um objeto existe se houver uma relação com esse objeto, isto é, se um sujeito ou uma instituição reconhece esse objeto (CHEVALLARD, 1999), constituindo assim a relação pessoal e a relação institucional. E para descrever a relação institucional que restringe a relação pessoal de um sujeito a um objeto do saber, é que Chevallard propôs a noção de praxeologia.

Portanto, a TAD considera que toda atividade humana consiste em realizar uma tarefa t de um certo tipo T, por meio de uma técnica τ, justificada por uma tecnologia θ, que por sua vez é justificada por uma teoria Θ, que Chevallard organiza em $[T/\tau/\theta/\Theta]$ e nomeia de organização ou praxeologia, sendo $[T/\tau]$ o bloco da prática (*práxis*) e $[\theta/\Theta]$ o bloco saber-fazer (*logos*). Vale destacar que é fundamental definir com precisão os tipos de tarefa (T) a fim de evitar que uma dada tarefa (t) faça parte de mais de um tipo de tarefa (T), bem como garantir que haja pelo menos uma maneira (técnica τ) de realizar as tarefas pertencentes a determinado tipo de tarefa (T).

Com essa forma de organização da atividade matemática, Chevallard (1994) questiona sobre do que é feita ou qual a implementação de uma técnica. E faz uma discussão em torno dos objetos ostensivos e não ostensivos que são manipulados durante o trabalho matemático. Ele explica que os objetos ostensivos têm forma material e sensível, como lápis, calculadora, etc., mas também são ostensivos os gestos (ostensivos gestuais), palavras e discurso (ostensivos discursivos ou linguísticos), diagramas, desenhos, gráficos (ostensivos gráficos), escrituras e formalismos (ostensivos das escrituras). A característica principal é a capacidade de ser manipulado, num sentido mais amplo, no sentido estrito, mas também através da voz, do olhar, etc. Já os objetos não ostensivos, a rigor, não podem ser manipulados, apenas evocado através da manipulação de ostensivos a eles associados. São, por exemplo, as noções, conceitos, teoremas, etc.

Vamos tomar como exemplo:

$$\int_{1}^{3}(2x+1)dx = x^2 + x|_1^3 = [(3)^2+3]-[(1)^2+1] = 12-2 = 10$$

A técnica de resolução implementada no exemplo supõe a manipulação de um sistema de ostensivos articulados com não ostensivos, como o conceito de integral e o teorema fundamental do cálculo.

Assim Chevallard (1994) considera que: os objetos não ostensivos não podem existir sem os ostensivos, e vice-versa; o signo e conceito são desenvolvidos juntos, logo o papel de um não é menos importante que o outro; e a compreensão de um conceito depende da técnica na qual esse conceito é colocado em jogo, ou seja, a técnica empregada ativa todo o sistema de objetos não ostensivos e ostensivos.

Uma *atividade de estudo* é descrita pela TAD pelos momentos didáticos, que não ocorrem necessariamente seguindo uma ordem, mas tem a pretensão de oferecer elementos para que sejam criadas situações didáticas adequadas e com novas possibilidades. A constituição do modelo praxeológico pretendido será realizada por meio desses momentos: 1) primeiro contato com a organização pelos tipos de tarefas T; 2) exploração do tipo de tarefa T e elaboração de uma técnica τ; 3) construção inicial do bloco tecnológico-teórico $[\theta/\Theta]$ referente à T; 4) retorno à técnica τpara sua melhoria e à tecnologia θ; 5) institucionalização da organização matemática elaborada; 6) avaliação, aproximando-se da institucionalização.

Nesse sentido, acreditamos que a análise de livros didáticos e das praxeologias dos professores pode contribuir no entendimento da criação das situações didáticas e as relações institucionais do objeto matemático, em particular do TFC, em uma determinada organização matemática em que os objetos ostensivos e não ostensivos sejam evidenciados. Além disso, considerando a abordagem praxeológica do ponto de vista da informática, decidimos também utilizar o modelo T4TEL (CHAACHOUA, 2020), com as noções de gerador de tipos de tarefas e de sistema de variáveis, pois consideramos que pode ser útil para a construção do nosso modelo praxeológico.

Segundo Chaachoua (2020), um dos desafios do T4TEL é conceber um modelo que "permita descrever os componentes de uma praxeologia específica, dar conta das relações entre os elementos de uma praxeologia e descrever uma estruturação entre as diferentes praxeologias" (*ib.*), além de construir funções didáticas para produzir os diversos serviços de EIAH[1], como diagnóstico, feedback, design de cenários de aprendizagem, indexação de recursos, etc.

Na TAD, a noção de tipo de tarefas é objeto primário. No T4TEL, um conjunto de tipos de tarefas define uma técnica, sendo que um tipo de tarefas T é constituído por um verbo de ação e um complemento. O gerador de tipo de tarefa é definido por um tipo de tarefas e o sistema de variáveis, ou seja: GT = [verbo de ação, complemento fixo; sistema de variáveis]. Por exemplo, consideremos o gerador de tipo de tarefa GT*i* = [calcular, integral definida; V1; V2] onde V1 é o valor do limite inferior do intervalo de integração e V2 é o valor do limite superior do intervalo de integração. O verbo de ação caracteriza o tipo de tarefas, como "Calcular"; o complemento pode ser específico (com o sistema de variáveis e os valores que podem assumir) ou genérico (sem instanciação de variável). No exemplo dado, o complemento foi especificado como "Integral definida" e as variáveis são os números extremos de um intervalo real. A análise das praxeologias apresentada nos livros didáticos e constituídas pelos professores fornece evidências sobre as variáveis e seus possíveis valores, considerando inclusive os ostensivos.

Portanto, o modelo praxeológico que pretendemos construir é uma representação computacional da modelagem do conhecimento para um micromundo que deve permitir resolver problemas em torno do Teorema Fundamental. Para alcançar o objetivo pretendido, utilizamos como base metodológica os princípios da Engenharia Didático-Informática, que explicaremos a seguir.

---

[1] Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain (Ambiente Informático para Aprendizagem Humana, tradução nossa).

Engenharia Didático-Informática (EDI)

No processo de desenvolvimento de software educativo, Tibúrcio e Bellemain (2018) perceberam que faltava um referencial teórico-metodológico que aliasse as contribuições teóricas das áreas de ensino e de aprendizagem aos processos de Engenharia de Software. As suas investigações levaram à concepção da Engenharia Didático-Informática (EDI), através da articulação entre a Engenharia Didática, que fornece elementos de investigação teórica e experimental sobre o ensino e a aprendizagem, e a Engenharia de Software, com a padronização do desenvolvimento de softwares e métodos de obtenção de requisitos (TIBÚRCIO, 2016, p. 49).

Na área de Engenharia de Software é importante considerar o modelo de processo de desenvolvimento. Nele são contemplados todos os procedimentos e etapas para a criação do software. O modelo de processo atual da EDI (TIBÚRCIO, 2020) é composto por quatro fases e quatro ciclos. As fases são: analítica, hipotética, experimental e operacional, enquanto os ciclos são formados pela integração dessas fases.

No ciclo analítico-hipotético são realizadas as fases de especificação, composição da equipe, análises prévias, levantamento de requisitos e concepção e análise a priori. Alguns questionamentos norteiam estas fases, relativos aos problemas que o software ajudará a solucionar, os saberes abordados, os diferenciais no uso do software, os resultados das pesquisas e o levantamento de requisitos referentes às dimensões cognitiva, didática, epistemológica e informática. No ciclo hipotético-experimental são idealizadas as situações de uso, as hipóteses de interações dos usuários com o sistema, os problemas que podem surgir com a utilização do software e o desenvolvimento do protótipo para iniciar os testes na etapa seguinte. É constituído pelas fases: concepção a priori e desenvolvimento e experimentação. O ciclo experimental-operacional contempla a experimentação. E o ciclo operacional-analítico contempla a análise a posteriori.

Não é pretensão de nossa pesquisa o desenvolvimento de softwares, mas buscamos requisitos relacionados ao domínio (aprendizagem dos conceitos relativos ao Teorema Fundamental do Cálculo) e à atividade de ensino (práticas sociais ou praxeologias descritas no âmbito da TAD) que possibilitem a análise e concepção de micromundos. Por isso escolhemos utilizar o Modelo de Processo de Desenvolvimento de Software Educativo da EDI para delinear o percurso teórico-metodológico com o objetivo de criar um modelo praxeológico para a análise de um micromundo para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo.

Percurso teórico-metodológico

O Quadro 1 mostra a adaptação que fizemos do modelo de processo de software apresentado por Tibúrcio (2016; 2020) para descrever as etapas de nossa investigação.

Quadro 1: Modelo de processo de desenvolvimento de software educativo, de Tibúrcio (2016; 2020), adaptado ao desenvolvimento da nossa pesquisa.

ETAPAS	DIMENSÕES			
	COGNITIVA	DIDÁTICA	EPISTEMOLÓGICA	INFORMÁTICA
ESPECIFICAÇÃO	- Quais são os problemas percebidos que o software poderá se apresentar como solução? - Quais são os conhecimentos que se pretende abordar na utilização do software? - Considerando as relações entre os saberes delimitados, quais são os conceitos e definições que devem estar presentes? - Qual será o diferencial da utilização desse software comparado a um ambiente papel e lápis?			
ANÁLISES PRÉVIAS	- Existem indicações na literatura de como o estudante aprende?	- Qual é o estado atual do ensino do conhecimento? Quais são as consequências desse ensino?	- Quais são os aspectos do conhecimento que podem dificultar e/ou facilitar a aprendizagem?	- Quais são as contribuições tecnológicas que o software deve conter para auxiliar na compreensão e no ensino dos conhecimentos?
LEVANTAMENTO DE REQUISITOS	Documentar os requisitos considerando as dimensões e respondendo: Como o ensino e a aprendizagem podem ser favorecidos? Como a compreensão dos saberes é auxiliada com o uso do software? Quais são os recursos e situações que o software propõe para ajudar o usuário a compreender os conhecimentos? Quais as funcionalidades que existem em produtos da área? Quais são os possíveis diferenciais do software que se pretende desenvolver? O que o software trará de novo referente aos que já existem?			
CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI	Organização e análise da praxeologia apresentada nos livros didáticos. Análise das praxeologias desenvolvidas por professores de Cálculo.			
DESENVOLVIMENTO E EXPERIMENTAÇÃO	Criação do modelo praxeológico.			
ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	Análise do micromundo para o ensino do TFC.			

Nas etapas de Especificação, Análises Prévias e Levantamento de Requisitos, buscamos na literatura elementos que pudessem responder os nossos questionamentos com base nas dimensões cognitiva, didática, epistemológica e informática, discutindo sobre o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo com uso de softwares e sobre as tipologias e características desses ambientes. Em seguida, categorizamos e descrevemos os requisitos referentes a cada uma das dimensões. Na etapa de Concepção e Análise a Priori buscamos nos aprofundar na análise das praxeologias em torno dos objetos matemáticos envolvidos no ensino do TFC, por meio dos livros didáticos, que são fontes do saber a ensinar e ensinado nas instituições de referência, e das praxeologias desenvolvidas por professores de Cálculo. A Fase de Desenvolvimento e Experimentação é destinada à criação do Modelo Praxeológico pretendido em nossa pesquisa. Nesta fase, a abordagem dos momentos didáticos será utilizada para a organização didática em torno do estudo do teorema fundamental em que se evidencia a relação entre a derivada e a integral e que permitirá a criação de situações didáticas apropriadas. O gerador T4TEL contribuirá para categorizar e organizar os conceitos relativos ao Teorema, descrevendo os verbos de ação, os complementos e tipos de variáveis, para modelar o conhecimento no âmbito computacional. A etapa de Análise a Posteriori e Validação permitirá fazer a análise do micromundo para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo. Esta etapa permite descrever os tipos de problemas que o micromundo deverá resolver e cujas técnicas deverão ser validadas com o uso das suas ferramentas.

Com esse percurso metodológico, buscamos na TAD a fundamentação para a análise dos dados que apresentaremos parcialmente a seguir.

Análise e discussão dos resultados parciais

As pesquisas encontradas na literatura e a investigação com professores de Cálculo forneceram o embasamento para a categorização dos resultados.

Na etapa de *Especificação*, descrevemos os conceitos relativos ao Teorema Fundamental do Cálculo, que historicamente foram construídos e culminaram no estudo do Cálculo como conhecemos atualmente, como: integral, derivada, variação, acumulação, continuidade e função. Buscamos também conhecer os tipos de software educativo disponíveis para o ensino de Cálculo, destacando as características do micromundo como um software que permite abordar e resolver problemas de distintas classes, permitindo a interação entre os sujeitos e os objetos matemáticos por meio de suas ferramentas de construção, dinamismo, visualização e validação. Com as pesquisas que analisamos, identificamos como recursos de software que contribuem para a aprendizagem do TFC: representação e mudança de representação, construção de conceitos, construção de gráficos, manipulação dinâmica e interativa e visualização.

A etapa de *Análises Prévias* e *Levantamento de Requisitos* foi realizada a partir de uma busca na literatura sobre as pesquisas que discutiam sobre o ensino e a aprendizagem do TFC, sob a ótica das dimensões didática, cognitiva, epistemológica e informática da EDI. De maneira geral, os resultados mostram que o ensino e a aprendizagem podem ser favorecidos através de: exploração de atividades e métodos didáticos que promovam a elaboração de hipóteses, conjecturas, investigação, abstração, intuição, generalização, síntese, descoberta e validação; desenvolvimento de atividades com tratamento na relação mútua entre as operações de integração e derivação; mais utilização e exploração do registro gráfico; atividades que promovam a mobilização e tratamento de pelo menos dois registros de representação; resolução de tarefas com interações entre os componentes algorítmico, formal e intuitivo em conjunto com a visualização; exploração dos aspectos conceituais do teorema e interpretação geométrica das operações; interpretação do significado das representações gráfica e analítica.

Na compreensão dos saberes relativos ao Teorema Fundamental, o uso do software deve propor ao usuário: utilização de recursos visuais e dinâmicos; representação e coordenação de diferentes registros de representação; mobilização dos processos de intuição, descoberta e validação; criação de modelo para uma situação-problema, permitindo o acesso, a interação, a manipulação e a exploração de cognições; exploração da relação entre os objetos ostensivos e não ostensivos.

Na etapa de *Concepção e Análise a Priori*, realizamos uma análise praxeológica de três livros didáticos (LD), dentre os mais utilizados nos cursos de Cálculo das instituições brasileiras de nível superior, cujas referências estão no Quadro 2.

Quadro 2: Relação de livros de Cálculo escolhidos para a análise

Referência do livro
O Cálculo com Geometria Analítica. LEITHOLD, Louis. Tradução Cyro de Carvalho Patarra. 3ª ed. Volume I. Editora HARBRA Ltda, São Paulo, 1994.
Cálculo. THOMAS, George. B. Jr. Tradução Thelma Guimarães e Leila Maria Vasconcellos Figueiredo. 11ª ed. Volume 1. Editora Addison-Wesley/Pearson, São Paulo, 2009.
Cálculo. STEWART, James. Tradução EZ2Translate. 6ª ed. Volume I. Editora Cengage Learning, São Paulo, 2014.

Nessa análise, categorizamos 11 tipos de tarefas, sendo que o cálculo de integrais é o principal tipo nas praxeologias adotadas pelos autores. Em cada LD selecionamos a tarefa de maior ênfase para constituir a organização praxeológica em termos de tarefas, técnicas e justificativas tecnológico-teóricas. O Quadro 3 mostra essa organização relativa ao tipo de tarefa T2: Calcular o valor numérico de uma integral definida do tipo $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$, em que $F'(x) = f(x)$.

Quadro 3: Organização Matemática das tarefas do tipo T2

($T2$) Calcular o valor numérico de uma integral definida do tipo $\int_a^b f(t)dt = g(b) - g(a)$, em que $g'(x) = f(x)$		
Tarefa	**Técnica**	**Bloco Tecnológico-teórico**
(t2) Calcule $\int_{1/2}^{4}(x^3 - 6x^2 + 9x + 1)dx$. (LEITHOLD, 1994, p. 349)	(τ2) Determinar a primitiva F de f e calcular a $F(b) - F(a)$. Consiste em derivar a função F e depois integrar o resultado, retornando à função F	A parte 2 do Teorema Fundamental do Cálculo afirma que se conhecermos uma primitiva F de f, então poderemos calcular $\int_a^b f(x)dx$ simplesmente subtraindo os valores numéricos de F nas extremidades do intervalo [a, b].
(t2) Calcular a integral $\int_0^\pi \cos x\, dx$. (THOMAS, 2009, p. 393)		
(t2) Calcule $\int_3^6 \frac{dx}{x}$. (STEWART, 2014, 355)		

Consideramos que o estudo das organizações matemáticas envolve, principalmente, o bloco do saber-fazer (práxis), com a mobilização de objetos ostensivos e não ostensivos que requerem a utilização de técnicas auxiliares, enquanto o bloco tecnológico-teórico (logos) apresenta escassez na justificativa explícita do como fazer, exigindo o conhecimento e experiência prévia por parte dos estudantes.

Nesta etapa também elaboramos um dispositivo experimental que foi enviado a professores de Cálculo que aceitaram participar da pesquisa, com o objetivo de mapear e analisar as praxeologias desenvolvidas por eles. O resultado será confrontado com as praxeologias analisadas nos livros didáticos, em que se poderão constituir novas técnicas.

A pesquisa se encontra atualmente na etapa de *Desenvolvimento e Experimentação* para a criação do Modelo Praxeológico. Com base na abordagem dos momentos de estudo, descrita pela TAD, no primeiro momento examinamos a seguinte questão: Como otimizar a ideia conceitual do teorema fundamental como relação inversa entre derivada e integral? A questão apresentada lida com dois conceitos matemáticos distintos: derivada e integral. Ela pode ser modelada a partir de dois tipos de tarefas que devem ser realizadas e estão relacionadas por meio do Teorema Fundamental do Cálculo:

T1: Calcular a integral de uma função contínua f e depois derivar o resultado.

T2: Derivar a função primitiva F de f e depois integrar no intervalo [a, b] o resultado.

Cada tipo está agrupado em dois subtipos de tarefas: T1 consiste em “calcular” e “derivar”, enquanto T2 se compõe em “derivar” e “integrar”. Buscaremos constituir distintas técnicas associadas como modo de resolver a questão didática levantada.

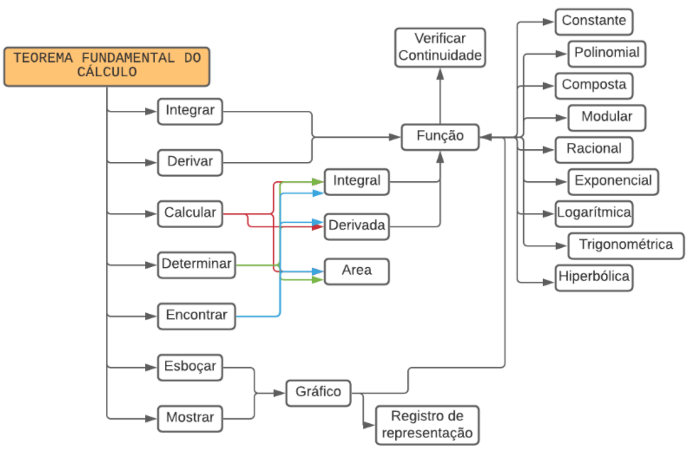
No segundo momento, selecionamos cinco tarefas t por estarem relacionadas aos tipos de tarefas T1 e T2. No contexto praxeológico, a realização das tarefas requeriam ao menos três subtarefas que compõem a técnica. A constituição do ambiente tecnológico-teórico foi realizada como o terceiro momento de estudo. O quarto momento de estudo é o trabalho da organização matemática para colocá-la em prática. Para cada tarefa, elaboramos uma análise prévia como modo de desenvolver previamente uma técnica que, a qualquer momento, poderá ser aperfeiçoada, constituindo mais corpus de tarefas. Os resultados não foram apresentados aqui devido à limitação do espaço.

O quinto momento é o da institucionalização, distinguindo os elementos que serão integrados ou não e os que entrarão na organização matemática, que será realizado a partir da análise do confronto entre as praxeologias presentes nos livros didáticos e as praxeologias desenvolvidas pelos professores. Com a abordagem T4TEL iremos fazer a implementação em nosso modelo praxeológico e poder caracterizar tipos de tarefas associados ao gerador de tarefa considerando um sistema de variáveis. O sexto momento de estudo é o da avaliação, articulado no momento da institucionalização.

A Figura 1 apresenta uma estrutura prévia dos descritores para o gerador de tarefas que já organizamos e que será aperfeiçoada com outras variáveis.

Na etapa de *Análise a posteriori e Validação* pretendemos reunir os requisitos que foram levantados nas dimensões epistemológica, didática e cognitiva para integrá-los aos requisitos levantados na dimensão informática e implementar no modelo praxeológico. O resultado será uma descrição das características que o micromundo deverá possuir para resolver problemas associados ao Teorema Fundamental do Cálculo.

Figura 1: Descrição para o gerador de tarefas do modelo praxeológico.



Fonte: Os autores (2021)

Considerações finais

O percurso metodológico que realizamos até agora nos permitiu compreender sobre os aspectos relativos às dimensões cognitiva, didática, epistemológica e informática acerca do ensino do Teorema Fundamental e categorizar alguns requisitos que um micromundo deve fornecer para a criação de situações didáticas variadas. Acreditamos que a criação do modelo praxeológico para a análise do micromundo pode contribuir para descrever outras organizações matemáticas a serem ensinadas, além de servir de referência para analisar as praxeologias aprendidas a partir dos tipos de tarefas que emergem dos programas, bem como poder conceber outros micromundos para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

Referências

BALACHEFF N.; BELLEMAIN, F. Conhecimento, a Pedra Angular do Design de Tel. *In*: **Revista Tópicos Educacionais**, vol. 17 (1-3). Recife-PE: Ed. Universitária da UFPE, 2007, p. 31-59.

BALACHEFF. N.; KAPUT. J. Computer-based learning environment in mathematics. *In*: **International Handbook of Mathematics Education**, Kluwer Academic publisher, p.469-501, 1997.

BELLEMAIN, F. A transposição informática na engenharia de softwares educativos. **Anais do I SIPEM**, Serra Negra (SP), 2000, 198-204.

BELLEMAIN, F**. O Paradigma Micromundo**. *In*: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA HTEM, 2002, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: UFRJ, 2002, p. 51-63.

CHAACHOUA, H. T4TEL : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologique. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 4, p. 103-118, 2020.

CHEVALLARD, Y. Les processus de transposition didactique et leu théorisatin. In: ARSAC G.; CHEVALLARD, Y. et al, (Org**.) La transposition didactique à l'épreuve**. Grenoble: La Pensée sauvage, 1994. p. 135-180. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Les_processus_de_transposition.pdf. Acesso em: 18 set. 2019.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique**. Recherches en Didactique des Mathématiques**, 19(2) 221–266, 1999.

TIBÚRCIO, R. S.; BELLEMAIN, F. Process of educational software development: epistemological and experimental analysis in the creation environment Lematec-Studium. In: Re(s)sources 2018 International Conference, 2018, Lyon. **Proceedings** of the Re(s)sources 2018 International Conference, 2018.

TIBÚRCIO, R.S. **Processo de Desenvolvimento de Software Educativo: um estudo da prototipação de um software para o ensino de função.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

TIBÚRCIO, R.S. **A Engenharia Didático-Informática:** uma metodologia para a produção de software educativo. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica), Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

TALL, D. Cognitive Development In Advanced Mathematics Using Technology. **Mathematics Education Research Journal**, 2000, Vol. 12, n.3, 196-218.

TALL, D. A sensible approach to the Calculus. **Plenary at The National and International Meeting on the Teaching of Calculus**. Puebla, Mexico, 2010, pp. 1–29.

Praxeologia da Avaliação: alternativas para mitigar a incompletude da organização didática e conferir maior autonomia ao estudante

Assessment Praxeology: alternatives to mitigate the incompleteness of the didactic organization and grant greater autonomy to the student

Osnildo Andrade Carvalho
Universidade Federal da Bahia/ Instituto Federal da Bahia
osnildocarvalho@ifba.edu.br

Luiz Márcio Santos Farias
Universidade Federal da Bahia
lmsfarias@ufba.br

Itamar Miranda da Silva
Universidade Federal do Acre
itamar.byanka2330@gmail.com

Resumo

Este trabalho emerge de uma pesquisa maior, em andamento, que trata de uma organização didática em um percurso formativo digital para o estudo da noção de Limite (de funções). Nesse recorte, apresentamos elementos teóricos produzidos sobre um olhar da avaliação formativa entrelaçado nos momentos didáticos que compõem a organização didática, tendo como aporte principal a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Dessa forma, como resultado de construtos teóricos para TAD apresentamos a praxeologia da avaliação, já que avaliar é uma atividade humana. Também uma incompletude da atividade institucional, visto que é evidenciado um fenômeno didático pela naturalidade por parte de alguns professores (de matemática) em automatizar o processo de avaliar no que se refere à atribuição apenas de certo ou errado nas tarefas, carecendo que a execução dos elementos da praxeologia da avaliação esteja entrelaçada nos momentos didáticos (sendo capaz de potencializá-los). Concluímos que o sistema didático precisa desaparecer ao final da organização matemática com a finalidade de dar autonomia ao estudante.

Palavras-chave: Naturalidade; automatização; incompletude do trabalho institucional.

Abstract

This work emerges from a larger research, in progress, which deals with a didactic organization in a digital formative path for the study of the notion of Limit (of functions). In this section, we present theoretical elements produced from a view of formative assessment intertwined in the didactic moments that make up the didactic organization, having as its main contribution the Anthropological Theory of Didactics (TAD). Thus, as a result of theoretical constructs for TAD, we present the praxeology of assessment, since assessing is a human activity. There is also an incompleteness of the institutional activity, since a didactic phenomenon is evidenced by the naturalness of some (mathematics) teachers to automate the process of evaluating with regard to the assignment of only right or wrong in the tasks, lacking that the execution of the elements of the assessment praxeology are intertwined in the didactic moments (being able to enhance them). We conclude that the didactic system needs to disappear at the end of the mathematical organization in order to give autonomy to the student.

Keywords: Naturalness; automation; incompleteness of institutional work.

Introdução

O nosso objeto matemático em estudo é limite de funções de uma variável real[1], objeto este importante no Cálculo Diferencial e Integral[2]. O conceito de limite está relacionado com outras noções como, por exemplo, derivadas, integrais, sequências e séries, entre outras. Apesar de trabalhos apresentarem reflexões e iniciativas referentes ao conceito de Limite, como em Job (2011), Burigato (2019) e Doumbia (2020), é necessário dar atenção especial quando da introdução dessa noção devido a entraves em sua compreensão pelos estudantes, pois, para estes, ainda existe uma complexidade em torno das praxeologias desse conceito.

Nesse recorte (do nosso trabalho de tese em desenvolvimento), apresentamos elementos das praxeologias didáticas ou organizações didáticas (CHEVALLARD, 1998, p. 106), bem como os momentos didáticos para o estudo da praxeologia matemática (tipos de tarefas (T), técnicas (τ), tecnologias (θ) e teoria(Θ)). Tais construtos são advindos da Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposto por Chevallard (1998) e colaboradores, em conexões com a Avaliação Formativa (AF) em Perrenoud (1999), associados a algumas praxeologias didáticas possíveis para o ensino e o estudo da noção de Limite, apresentando contribuições teóricas de possibilidade da avaliação formativa no desenvolvimento de praxeologias matemáticas e didáticas no âmbito da TAD.

Normalmente, quando os estudantes apresentam suas respostas referente a alguma tarefa, os mesmos se esforçam para produzir alguma técnica institucional (a resposta esperada pela instituição). Para realizar uma análise de tais respostas apresentadas pelos estudantes, temos que avaliar, ou seja, a partir da produção dos estudantes, analisar, corrigir e propor inferências caso seja necessário para que os mesmos avancem. Para isto, Chevallard (2004, p. 1) considera que avaliar é uma atividade especificamente humana que pode estar relacionada a qualquer objeto, bem como ser realizada por qualquer pessoa, e se concretiza em uma instituição qualquer. Nesse sentido, podemos considerar a descrição, em termos praxeológicos, do ato de avaliar, isto é a praxeologia da avaliação, termo (sem aprofundamentos anteriores ou posteriores) apresentado por Chevallard (2004, p. 5).

[1] No decorrer do texto, a palavra **Limite** se referirá a limite de uma função de uma variável real.
[2] No decorrer do texto, a palavra **Cálculo** se referirá a Cálculo Diferencial e Integral.

Ao considerarmos a praxeologia da avaliação, temos a organização praxeológica $\wp = [T, \tau, \theta, \Theta]$ apresentada por Chevallard (1998, p. 92), ou seja, por *tipos de tarefas* T, uma *técnica* τ, como executar tarefas *t* do tipo T , uma *tecnologia* θ, fundamentada (*logos*) justificando e iluminando a técnica τ, finalmente uma *teoria* Θ, discurso justificando e iluminando a tecnologia θ.

Nesse caso específico, é possível pensar em termos praxeológicos o ato de avaliar do professor em relação a uma organização matemática (OM_{φ}) em: tipos de tarefas (T) para o professor avaliar uma atividade matemática em relação a uma tarefa *t* (corrigir uma tarefa, analisar as respostas dos estudantes, verificar como foi o encontro do estudante com o enunciado do problema, analisar a técnica construída pelo estudante,...); técnicas (τ) para realizar o tipo de tarefa (T) avaliar (observar as discussões das equipes, coletar as informações, registrar as principais discussões, examinar e classificar as respostas, discutir pontos de vista distintos, verificar os tipos de respostas, apresentar um *feedback* para o estudante,...); tecnologia (θ) que vem justificar as técnicas de um tipo de avaliação (*feedback*, regulação retroativa, interativa, proativa, regulação e autorregulação da aprendizagem,...); e a teoria (Θ) que vem justificar tal tecnologia (Avaliação Formativa).

Buscamos os elementos da "incompletude do trabalho institucional" (FARIAS, 2018, p. 3), a fim de problematizar a integração dos momentos didáticos presentes na organização didática. E, ao analisar os conceitos construtivos da AF e as abordagens da TAD, modelizamos e propomos a possível entrada de um olhar mais específico e detalhado nas entrelinhas das praxeologias matemáticas. No nosso entendimento, existe uma automatização e naturalidade no que se refere ao momento da avaliação, normalmente não alcançando resultados esperados pela instituição, sendo por nós considerado como um fenômeno didático que se apresenta na incompletude do trabalho institucional.

Ao analisar a incompletude da atividade institucional, partimos da hipótese que existe uma lacuna nas praxeologias didáticas desenvolvidas no ensino de Cálculo I, mais especificamente na definição formal de Limite (por épsilon e delta). Dentro da praxeologia didática e atrelada à praxeologia matemática, podemos descrever a praxelogia da avaliação como a análise das diferentes estratégias emitidas pelos estudantes para alcançar as praxeologias institucionais (esperadas pela instituição).

Vale ressaltar, que é possível emergir técnicas não institucionais, essas por sua vez podem ser corretas do ponto de vista matemático, mas não existem para a instituição que é analisada, ou podem ser erradas do ponto de vista matemático e portanto não são aceitas, pois são fora do alcance ou mesmo inadequada, para o tipo de tarefa e, consequentemente, tecnologia e teoria incoerentes com a técnica utilizada. Ao nosso olhar, o estudante, ao produzir uma resposta mesmo que não esperada (pela instituição), se esforça para chegar a uma resposta institucionalizada. Tais respostas devem ser analisadas com atenção, procurando, caso necessário, fornecer uma intervenção adequada, para que o estudante possa avançar e alcançar uma autonomia didática.

Para realizar a praxeologia da avaliação é necessário verificar qual a relação que o estudante (pessoa) x cria com o objeto o, ou seja, $R_I(x, o) \neq \emptyset$. Entretanto, essa relação de x com o objeto o, não deve ser uma relação qualquer, pois existe uma intenção do professor (y) ao estabelecer um sistema didático $S= \Sigma(x, y, o)$. E, com isso, podemos dizer que existe uma praxeologia institucional esperada, ou seja, uma relação do estudante com o objeto o esperada pela instituição I. Caso não seja o esperado, fala-se nesse caso de não conformidade com a instituição: se $R(x,o)$ não é conforme à $R_I(x,o)$, ou seja, se a relação pessoal do sujeito a um certo objeto não é conforme a relação institucional esperada que esse sujeito tenha.

De acordo Grugeon-Allys e Pilet (2020, p. 141), cada estudante está sujeito às instituições em que aprende ou aprendeu, bem como aos conhecimentos relativos a essas instituições. Dessa forma, ainda segundo as autoras, a relação pessoal de um estudante com um determinado conhecimento, em uma dada instituição, é construída através do processo conhecido como ‘transposição didática’, este depende de programas escolares que definem a relação institucional com conhecimento ensinado.

Ao perceber que existe uma praxeologia esperada pela instituição I, analisamos as produções do estudantes, de modo que nos aproximemos do que I tem instituído como saber a ser ensinado e, posteriormente, saber aprendido. Diante disso, através da produção dos estudantes, é possível nos deparar com uma técnica inadequada, ou mesmo uma técnica fora do alcance, mas não proibido para aquele tipo de tarefa realizada pelo estudante.

Articular elementos da Avaliação Formativa com construtos teóricos da TAD faz-se necessário para que o sistema didático $S=\Sigma (x, y, o)$ formado possa ser finalizado e desfeito com êxito, chegando a autonomia didática do estudante.

Referencial teórico

Momentos didáticos e o momento da avaliação

Neste recorte, buscamos analisar dois objetos apresentados Chevallard (1998, p. 98). O primeiro objeto é a praxeologia matemática ou organização matemática, que é denotado por OM_φ (relativo a um objeto matemático φ), relacionado com os tipos de tarefas (T), técnicas (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ). O segundo objeto é a organização didática, denotado como OD_φ, também chamada de praxeologia didática, a qual possui uma ligação direta com os momentos didáticos. Tanto o primeiro objeto quanto o segundo dizem respeito a descrever e analisar a organização matemática OM_φ e a organização didática OD_φ que podem ser implementadas em uma aula de matemática onde estudamos um tema φ (CHEVALLARD, 1998, p. 98).

Para compreender como o professor Yves Chevallard (1998, p. 109) propõe os momentos didáticos e como a avaliação está presente em seus estudos, apresentamos questões em que esses momentos visam atender: como realizar concretamente o primeiro encontro com tal organização matemática? com que tipo de tarefas? como conduzir o estudo exploratório de um determinado tipo de tarefa? como fazer a institucionalização? como atingir o momento da avaliação?

Para responder a tais questionamentos e explorar o potencial dos momentos didáticos, estes são divididos em seis partes, podendo se repetir e, não necessariamente, acontecer de forma ordenada (linear ou cronológica). São eles: o encontro do estudante com a organização matemática; a exploração do tipo de tarefa e elaboração da técnica(τ); a constituição do ambiente tecnológico-teórico $[\theta,\Theta]$; o trabalho da técnica; a institucionalização (a organização matemática é definida); e a avaliação (das relações pessoais e institucionais).

Nesse trabalho, mais especificamente, trazemos reflexões sobre o momento da avaliação. Dado que avaliar é uma atividade humana, podemos pensar em uma praxeologia da avaliação como apresentada por Chevallard (2004, p. 6). O intuito é buscar a autonomia didática do estudante diante do trabalho com as praxeologias errôneas[3] e incoerentes comparando-as com as praxeologias institucionais estabelecidas, ou seja, esperadas pela instituição. Para isso, de acordo Chevallard (2011, p. 159), a estrutura praxeológica da

---

[3] Relacionado com o termo "tecnologias errôneas", como propõem Grugeon-Allys e Pilet (2020, p. 150).

resposta funciona como um guia de estudo, porque todo estudo deve conter certos “momentos” dedicados a funções didáticas específicas.

Dessa forma, para esclarecer nossas ideias sobre os momentos didáticos, trazemos Chevallard (1998, p. 112) que apresenta o momento da avaliação. Esta se articula no momento da institucionalização (um dos seis momentos didáticos) examinando o que foi aprendido, possibilitando uma reflexão desde os primeiros esboços do encontro com a organização matemática.

Na nossa análise, no contexto da Avaliação Formativa (AF)[4], o momento da avaliação deve estar presente durante todo o processo de estudo potencializando e enrubestecendo os demais momentos, explorando a relação do estudante com o objeto em estudo.

Por exemplo, pensemos na seguinte situação para verificar os efeitos dos elementos da AF numa OM_{φ}: o professor, ao propor uma questão *Q*, pode usufruir de ferramentas da Avaliação Formativa como regulação e *feedback*, e observar a bagagem praxeológica do estudante desenvolvida em cada um dos momentos didáticos, se esta é adequada para avançar e construir a sua relação com a tarefa proposta. Nesse caso, o professor não é obrigado a ter em mãos o bloco tecnológico-teórico para, então, começar a avaliar o processo.

Assim, podemos pensar nos momentos didáticos como interdependentes, e o momento da avaliação como um elemento primordial para que os demais ocorram. Ressaltando que a avaliação pode ser considerada aqui como interna (a formativa), promovida entre os auxiliares do estudo (professor, colega da classe,...) e externa (a institucional) promovida pela instituição escolar normalmente de forma somativa[5]. Desse modo, consideramos o momento da avaliação como híbrido, levando-se em conta tanto a parte interna como externa.

Ainda sobre o momento da avaliação, consideramos que este se articula com os demais momentos didáticos, examinando o que foi aprendido pelo estudante, possibilitando uma reflexão desde os primeiros esboços do encontro com a organização matemática (OM_{φ}).

---

[4] Avaliação que acontece continuamente no processo de ensino e aprendizagem, não apenas ao final de um período letivo.
[5] Que ocorre ao final de cada período letivo.

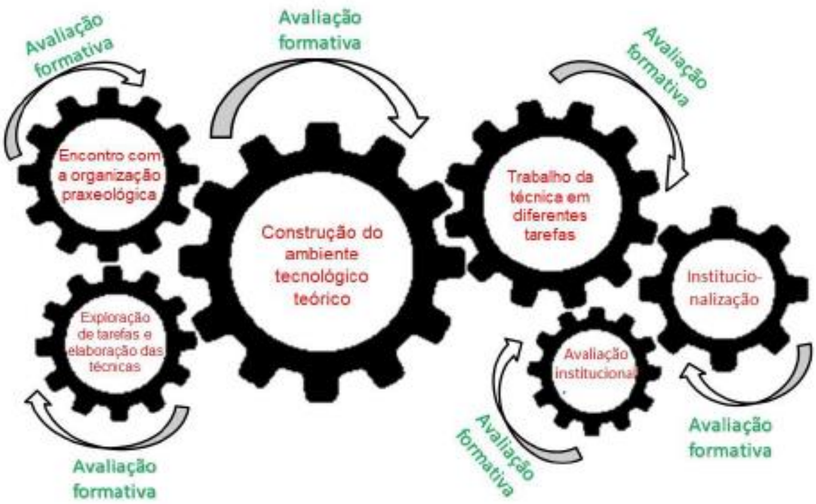
Na nossa análise, no contexto da Avaliação Formativa, o momento da avaliação deve permear todo o processo de estudo.

Por conseguinte, o momento da avaliação das relações pessoais e institucionais é essencial durante todos os momentos didáticos, uma vez que o estudante, por exemplo, pode não compreender o enunciado no momento do encontro com a organização matemática proposta. O estudante poderá, ainda, apresentar dificuldades para avançar numa determinada técnica relacionada ao momento da exploração da tarefa ou na elaboração das técnicas. Logo, uma intervenção adequada (com *feedback* pertinente) do professor pode ajudá-lo a prosseguir com a autorregulação do processo para que o estudante consiga progredir no seu objetivo.

No momento do estudo da constituição do ambiente tecnológico-teórico, o estudante pode não conseguir justificar as técnicas utilizadas, precisando de alguns *feedbacks* do professor, ou mesmo dos próprios colegas para fazer sua autorregulação, a fim de continuar com o aprendizado. De acordo Grugeon-Allys e Pilet (2020, p. 153), as estratégias regulatórias de aprendizagem consistem em oferecer aos alunos a oportunidade de encontrar situações em que os elementos tecnológicos, mobilizados pelos estudantes, são insuficientes ou usados fora de sua área de validade. Assim, com o movimento da avaliação formativa é possível proporcionar intervenções apropriadas no momento do trabalho da técnica, aprimorando-a, tornando-a mais eficiente e confiável.

Integrando elementos da avaliação formativa durante os momentos precedentes com o momento da institucionalização, o estudante poderá ter mais êxito já que superou todas as dificuldades dos momentos anteriores, especificando a OM_{φ} desenvolvida e explicitando, dessa forma, os elementos que contribuíram para a sua construção. Isso auxilia, de certa forma, a formalizar ou generalizar os resultados encontrados para posterior utilização. Podemos resumir essas ideias na Figura 1:

Figura 1: Momentos didáticos de uma organização didática



Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

Neste caso (Figura 1), temos um conjunto de engrenagens, em que a avaliação proporciona uma integração entre os momentos, possibilitando passar de um momento para outro, de modo que o estudante consiga prosseguir com a organização matemática (OM_φ) fornecida através do sistema didático proposto.

De acordo com Perrenoud (1999, p. 13), a avaliação não é um fim em si, sendo uma engrenagem do funcionamento do sistema didático que orienta o trabalho a serviço da aprendizagem. Em outras palavras, a avaliação tem uma forte ligação com os demais elementos do sistema didático e ocorre em todo o processo.

Uma incompletude da atividade institucional: a não exploração da praxeologia da avaliação

De acordo Farias, Carvalho e Teixeira (2018, p. 3, grifo dos autores) “falar em *incompletude do trabalho institucional* significa analisar as condições não alcançadas no referido trabalho, sinalizadas por *fenômenos didáticos*”. Mais especificamente, ainda segundo os autores, a incompletude é o “processo que denota a imprevisibilidade daquilo que torna autônomo o trabalho do sujeito em uma instituição” (FARIAS; CARVALHO; TEIXEIRA, 2018, p. 101). Dessa forma, fica nítido que certas condições não alcançadas por um trabalho realizado de forma automática não contribuem para alcançar os resultados esperados em uma organização didática.

Normalmente, a naturalidade do processo e sua automatização leva apenas a uma sinalização de acertos ou erros nas tarefas, sem se questionar tal processo. Porém, para o estudante alcançar êxito, isto é, uma relação esperada com o objeto do saber, é necessário que se estabeleça sua autonomia no que tange ao desaparecimento do sistema didático formado inicialmente, que denominamos de autonomia didática.

Outro fenômeno que sinaliza para a existência dessa incompletude é o *vazio didático*. Este vazio ocorre quando os professores não têm apoio na instituição formadora e/ou não encontram no "saber a ensinar" referências para alicerçar e construir suas práticas. Esse fenômeno que, por vezes, passa despercebido na prática docente produz efeitos relevantes nos trabalhos desenvolvidos pelos professores (FARIAS, 2010, p. 39). O *vazio didático* é evocado, nesse trabalho de pesquisa, no momento em que se percebe a sensação de determinada ausência de alicerce nas organizações didáticas, sobretudo na falta de integração da praxeologia da avaliação em cada momento didático estabelecido por Chevallard (1998, p. 110).

Vale ressaltar que, segundo Farias, Carvalho e Teixeira (2018, p. 101, grifo dos autores), "mapear a *incompletude do trabalho institucional* está longe de ser uma tentativa ingênua de tornar completa ao menos uma das atividades que compõe esse trabalho". Para os autores, considerar a atividade completa é inconsistente do ponto de vista teórico, sobretudo, quando analisada em distintas dimensões no âmbito da TAD. O que trazemos são reflexões sobre os elementos teóricos e práticos relacionados à autonomia do estudante, sugerindo maneiras de se mitigar esta incompletude.

No caso do nosso estudo, o foco é a avaliação do estudante diante de uma organização matemática (OM_{φ}) que, numa perspectiva antropológica, implica em analisar as sujeições institucionais a que se submetem os sujeitos nas suas relações com o saber, tanto pessoal como institucional. Entretanto, segundo Farias, Carvalho e Teixeira (2018, p.107), determinadas instruções oferecidas aos estudantes causam adaptações às formas particulares de pertencer à instituição, o que não significa dizer que tal pertencimento implique, necessariamente, na compreensão da atividade institucional. Desse modo, é necessária uma análise mais refinada sobre a relação do estudante com o saber em jogo.

Embasado em Chevallard (1998, p. 116) e em Farias, Carvalho e Teixeira (2018, p. 107) podemos falar de uma incompletude relacionada às "interrupções das praxeologias" ocasionadas por tarefas inadequadas, técnicas mal esboçadas ou fora do alcance, tecnologias errôneas ou incertas, teorias inexistentes ou inconsistentes, necessitando, neste caso, de elementos da avaliação formativa no processo para que o estudante consiga uma relação com o saber mais consistente.

Em suma, reconhecendo a incompletude da atividade didática de avaliar, identificamos a dissociação dos momentos de trabalho da técnica (de avaliar) e do que justifica tais técnicas. Assim, podemos reconhecer a incompletude das praxeologias da avaliação, a qual ensejamos mitigar não no sentido de completar, mas trazer respostas e reflexões às lacunas do processo de avaliação.

Sem dúvida, reconhecer a incompletude na praxeologia didática é importante para podermos aprofundar a análise de cada um dos elementos da organização praxeológica e buscar, nas praxeologias dos estudantes, traços de técnicas corretas ou incorretas, além de estender ao bloco tecnológico-teórico para as tecnologias errôneas como propõem Grugeon-Allys e Pilet (2020, p. 150).

A avaliação das praxeologias matemáticas das respostas dos estudantes normalmente é apresentada com uma certa naturalidade (pelos professores), apenas com uma correção simplista, limitando-se a sinalizar como certo ou errado as técnicas, automatizando o processo tão importante que é avaliar as praxeologias construídas pelos estudantes. Assim, comumente, o professor avança nos momentos didáticos sem um olhar atento aos esforços dos estudantes em produzir tais técnicas. Ao mesmo tempo que o professor pode associar o estudo de elementos tecnológico-teóricos, permitindo e possibilitando a interpretação de um erro do estudante como configuração da implementação de uma tecnologia inadequada nesse nível escolar. Para Chevallard (2004, p. 6):

> *Da perspectiva praxeológica, o que acontece com o tema do erro? O que então nós nomeamos, voltaremos ao seu significado original: vamos olhar para o erro primeiro como um sintoma do esforço para criar uma técnica (ou a tecnologia que deve acompanhá-lo), mas de um esforço que, até agora, não teve sucesso, caminho errante que, até agora, leva a lugar nenhum. O que fazer com o erro, sobre errar? Nós devemos suspender seu julgamento, e voltar ao trabalho de observação, análise, desenvolvimento! Como parte do projeto onde as "obras" dos alunos são escritas, se perguntar como a tentativa de negócios inacabados poderia ter terminado (o que muitas vezes exigirá que se pergunte o porquê não conseguiu, em que ele tropeçou) (CHEVALLARD, 2004, p. 6, tradução nossa).*

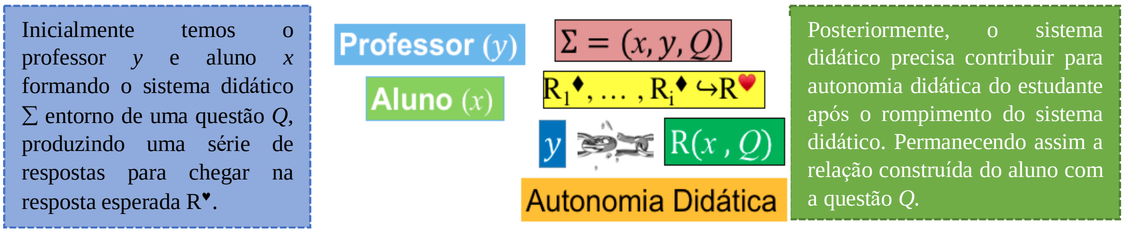
Nesse sentido, toda produção do estudante é um potencial conjunto dos seus esforços, a fim de criar uma relação com o objeto *o*. A análise do conjunto de técnicas produzidas pelos estudantes possibilita ao professor compreender as dificuldades evocadas por esses no intuito de chegar à resposta esperada.

Percebemos, nesse processo, que existe uma naturalização da forma de avaliar persistindo, como já mencionado, em uma análise limitada a respostas corretas e incorretas, sem se buscar compreender as causas de tais erros apresentados pelos estudantes. Nesse caso, a atividade matemática fica incompleta, pois necessita de *feedback* e regulação no processo de ensino e aprendizagem de forma pontual e contínua para que, ao final, consigamos uma institucionalização de forma exitosa.

De acordo Chevallard e Feldmann (1986, p. 66) citado por Sayac (2017, p. 53), “a análise da avaliação não pode ter êxito a menos que seja, antes de tudo, uma análise didática da avaliação, ou seja, uma análise das funções didáticas da avaliação” (tradução nossa). Nesse sentido, os elementos da avaliação formativa podem ajudar a modificar o meio entre o professor e o estudante, ou entre os estudantes, ou mesmo a própria relação do estudante frente ao saber, pois o *feedback*, a regulação – elementos que acarretam uma mudança na mesogênese e topogênese – relacionam-se, respectivamente, ao meio e ao lugar que ocupa cada agente do aprendizado (professor e estudante).

Essas ideias coadunam com Bessot (2015, p. 4), onde o sistema didático tem uma característica particular, a de ter a finalidade de desaparecer: se o professor tiver sucesso em sua missão, ele deve ser capaz de se retirar, e o aluno deve ser capaz de manter sua relação com o saber fora de sua presença, como apresentado na Figura 2.

Figura 2: Desaparecimento do sistema didático



Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

Em suma, o sistema didático, desde sua criação, tinha por intuito ajudar o aprendiz a chegar a uma resposta esperada (pela instituição). Entretanto, o modelo aqui proposto mostrou que o desaparecimento deste sistema tem por finalidade contribuir para a autonomia do estudante na resolução da questão Q de forma exitosa, o que chamamos de autonomia didática. Pois, o sistema didático tem um carater sempre provisório.

Diante disso, a praxeologia da avaliação normalmente não chega na prática da sala de aula. Sendo assim, insistimos na importância dos pressupostos da avaliação formativa: a regulação e o *feedback* como elementos-chave ligando cada um dos momentos didáticos. Com isso, conjecturamos que, independente da ordem em que os momentos didáticos aconteçam, os estudantes poderão ser confrontados a um número mais significativo de praxeologias didáticas acompanhadas de regulação e *feedback*. E, portanto, poderão prosseguir de um momento para outro, com um potencial de interligação dos momentos didáticos na organização didática proposta.

Assim, esta lacuna nas praxeologias didáticas desenvolvidas no ensino de Cálculo, e, especificamente, das noções de Limite no que se refere à *praxeologia da avaliação*, sinaliza para a existência de uma incompletude que, além da lacuna citada, possui outros fenômenos que a caracterizam.

Considerações finais

O estudo do objeto Limite, em particular a sua definição, tem se colocado como um obstáculo principalmente no início do nível superior como mostrado por Job (2011), Burigato (2019) e Doumbia (2020). Como esse obstáculo ainda é evidente, estamos examinando, através das lentes teóricas da TAD e da Avaliação Formativa, os momentos didáticos da organização didática, articulando as diferentes fases com elementos da Avaliação Formativa – o *feedback*, a regulação – de modo que o estudante receba as intervenções necessárias e consiga perceber o que precisa ser ajustado para avançar.

A finalidade dos elementos da Avaliação Formativa, é que os estudantes possam ter autonomia mesmo após o desaparecimento do sistema didático, o que contribuiria para minimizar as incompreesões relativas ao estudo de Limite.

Ademais, destacamos a importância da pesquisa principalmente por levantar questões relacionadas a incompletude do trabalho institucional a partir de elementos como a naturalidade e a automatização no que se refere a praxeologia da avaliação frente às praxeologias dos estudantes, bem como a busca da autonomia didática ao desaparecimento do sistema didático na aprendizagem de uma questão *Q*, elementos estes que podem potencializar a interação entre os momentos didáticos propostos pela TAD.

Referências

BESSOT, A. **Une Introduction a la Didactique 1**. Université Grenoble Alpes. Équipe MeTAH: Laboratoire LIG, 2015.

BURIGATO, S. M. M. S. **Um estudo sobre a aprendizagem do conceito de limite de função por estudantes nos contextos Brasil e França**. Orientador: Jose Luiz Magalhães de Freitas. 2019. 258 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Campo Grande, 2019.

CHEVALLARD, Y. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques:** L'approche anthropologique. Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, 4-11, paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120. 1998. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27. Acesso em: 19 jan. 2021.

CHEVALLARD, Y. **Le moment de l'évaluation, ses objets, ses fonctions**: déplacements, ruptures, refondation. 2004. Disponivel em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Le_moment_de_l_evaluation_ses_objets_ses_fonctions.pdf. Acesso em: 1 jul. 2019.

CHEVALLARD, Y. Quel programme pour l'avenir de la recherche en TAD? *In*: BOSCH, M. *et al* (org.) Un panorama de la TAD: An overview of ATD. **III Congreso Internacional sobre la TAD**. Centre de Recerca Matemática: Barcelona, p. 23-32, 2011. Disponível em: http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/05/Documents10.pdf. Acesso em: 2 jan. 2020.

DOUMBIA, C. O. **Un modele didactique de reference pour la construction des savoir et l'actualisation des connaissances sur la notion de limite eu Mali**. 2020. 280f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Faculdade de Educação, Salvador, em convênio com Universidade Estadual de Feira de Santana, 2020.

FARIAS, L. M. S. **Étude des interrelations entre les domaines numérique, algébrique et géométrique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire**: Une analyse despratiques enseignantes en classes de troisième et de seconde. Thèse de Doctorat, Université de Montpellier 2, France, 2010.

FARIAS, L. M. S. A incompletude do trabalho institucional: da teorização às perspectivas de novas práticas docentes. **VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2018. Foz do Iguaçu, PR, 2018. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/download/632/593. Acesso em: 2 jan. 2020.

FARIAS, L. M. S.; CARVALHO, E. F.; TEIXEIRA, B. F. O trabalho com funções à luz da incompletude do trabalho institucional: uma análise teórica. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 20, n. 3, pp. 97-119, 2018. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/40112. Acesso em: 2 jan. 2020.

GRUGEON-ALLYS, B.; PILET, J. La problématique de l'évaluation et de la régulation : apports de la TAD**. Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 22 n. 4, pp. 138-155, 2020.

Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/49987. Acesso em: 5 jan. 2020.

JOB, P. **Étude du rapport à la notion de définition comme obstacle à l'acquisition du caractère lakatosien de la notion de limite par la méthodologie des situations fondamentales/adidactiques.** Université de Liège. Faculté des Sciences Didactique des sciences mathématiques, 2011.

PERRENOUD, PH. **Da avaliação da excelência à regulação das aprendizagens**: entre duas lógicas. Porto Alegre: Ed. Artmed, 1999.

SAYAC, N. **Approche didactique de l'évaluation et de ses pratiques en mathématiques**: enjeux d'apprentissages et de formation. Education. Université Paris Diderot, Paris 7, 2017.

Um Olhar sobre Diferentes Aportes Teóricos em Pesquisas Apoiadas na Abordagem Documental do Didático

A Look at Different Theoretical Contributions to Research Supported by the Documental Approach to Didactics

Celina Aparecida Pereira Almeida Abar
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
abarcaap@pucsp.br

Chrystian Bastos de Almeida
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
chrystianbastosdealmeida@gmail.com

Adriana de Oliveira Dias
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
adrianadias@unemat.br

Resumo
Esse trabalho apresenta um estudo sobre pesquisas que complementaram a teoria utilizada da Abordagem Documental do Didático-ADD, com outros aportes teóricos e suas respectivas contribuições para os estudos realizados. A ADD investiga os processos que favorecem a construção de documentos para o ensino, refletindo sobre a prática do professor através de seus esquemas articulados. A busca por diferentes aportes teóricos se dá no sentido de auxiliar a compreensão da atividade do professor e o seu sistema de recursos, os critérios de sua escolha e de seus usos, bem como a implicação dos conhecimentos profissionais em jogo. Essas questões foram consideradas na análise de sete artigos selecionados e que favoreceram um melhor entendimento das etapas percorridas no âmbito da ADD.

Palavras-chave: Gênese Documental; Instrumentação e Instrumentalização; Sistema de Recursos.

Abstract
This paper presents a study on research that complemented the theory used in the Documentary Approach of Didactic-ADD, with other theoretical contributions and their respective cooperation to the studies performed. ADD investigates the processes that favor the construction of documents for teaching, reflecting on the teacher's practice through their articulated schemes. The search for different theoretical contributions takes place to help the understanding of the teacher's activity and its system of resources, the criteria of their choice and their uses, as well as the implication of professional knowledge at stake. These questions were considered in the analysis of seven selected articles that favored a better understanding of the steps taken within the scope of the ADD.

Keywords: Documental Genesis; Instrumentation and Instrumentalization; Resource System.

Introdução

Neste trabalho apresentaremos diferentes aportes teóricos utilizados em pesquisas apoiadas na Abordagem Documental do Didático (ADD). Este estudo se iniciou quando os autores realizaram, anteriormente, em outro contexto, uma pesquisa de trabalhos publicados no Brasil sobre a ADD e que resultou em um artigo sobre o estado de conhecimento da Abordagem Documental do Didático em pesquisas na língua portuguesa (DIAS; ALMEIDA; ABAR, 2021).

No intuito de compreendermos a importância em considerar a ADD como perspectiva teórica ou teoria para analisar as ações da prática docente, percebemos no artigo citado (DIAS; ALMEIDA; ABAR, 2021) que em alguns dos trabalhos selecionados os autores recorreram a outros aportes teóricos, além da ADD, para responderem a suas questões de pesquisa. Considerando esse aspecto, pretendemos apresentar quais teorias foram utilizadas juntamente com a Abordagem Documental do Didático e qual a contribuição para as pesquisas analisadas.

O Estado de Conhecimento favorece um olhar abrangente e atualizado de estudos relacionados à temática que desejamos abordar. Nesse sentido, podemos incrementar resultados de pesquisas já divulgados ou desenvolver outros pontos de vista para a temática de investigação, ensejando, dessa forma, um olhar diferenciado dos estudos. A construção de um Estado de Conhecimento, segundo Romanowski e Ens (2006):

> Pode significar uma contribuição importante na constituição do campo teórico de uma área de conhecimento, pois procuram identificar os aportes significativos da construção da teoria e prática pedagógica, apontar as restrições sobre o campo em que se move a pesquisa, as suas lacunas de disseminação, identificar experiências inovadoras investigadas que apontem alternativas de solução para os problemas da prática e reconhecer as contribuições da pesquisa na constituição de propostas na área focalizada. (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p.39).

Na Abordagem Documental do Didático, considera-se o trabalho documental executado pelo docente ao elaborar sua aula, sendo esse trabalho a essência das ações pedagógicas implementadas pelo docente e do seu desenvolvimento profissional. A ADD foi introduzida por Ghislaine Gueudet e Luc Trouche (GUEUDET; TROUCHE, 2009), e foi desenvolvida em trabalhos conjuntos com Birgit Pepin (GUEUDET; PEPIN; TROUCHE, 2012).

Analisar a atividade dos professores por meio da seleção de documentação requer considerar a variedade de recursos que integram e são produzidos por seu trabalho, o qual consiste em um coletivo de práticas em que realiza consideráveis mudanças de forma contínua e, em conjunto com os esquemas de utilização, leva à obtenção de um documento. Também deve ser levada em consideração a variedade de interações, sejam elas coletivas, institucionais e sociais, que podem influenciar este trabalho. O processo de elaboração do documento (incluindo o aprendizado do professor envolvido) foi denominado como *gênese documental* (GUEUDET; TROUCHE, 2009).

Nos próximos itens apresentaremos como as pesquisas foram selecionadas, a análise dos trabalhos identificados que permitiram melhor compreensão da escolha de diferentes aportes teóricos, bem como as considerações finais.

Desenvolvimento da pesquisa

A Abordagem Documental do Didático vem com a perspectiva de compreensão do trabalho docente, fundamentada na noção de recursos que são acumulados, organizados e estruturados para constituir o sistema de recursos do professor, que é constantemente revisado, reutilizado, enriquecido e reestruturado. A construção de um documento é algo contínuo e se dá ao longo da carreira docente. Os documentos vão sendo constantemente renovados e apoiados pelo surgimento de novos recursos, além das mudanças no currículo, a metodologia de ensino institucional, entre outros fatores.

Na construção de um documento, o professor mobiliza recursos e seus esquemas de utilização, o que se configura como seu trabalho documental. Nesse contexto, compreende-se o vocábulo, recurso de forma ampla, relacionando-se a tudo o que impulsiona a prática do docente e seu desenvolvimento profissional como um livro didático, as diretrizes curriculares, uma videoaula, um aplicativo, textos elaborados por outro docente etc. O trabalho documental promove uma gênese documental, a qual, conforme Abar (2019):

> [...] é um processo contínuo e ocorre quando os recursos passam ao status de documento diante dos esquemas de utilização adotados e da experiência do professor, que envolve conhecimentos prévios do ponto de vista matemático e didático do presencial. (ABAR, 2019, p. 222).

Convém ressaltar que, para um mesmo tipo de atividade, um professor pode criar certos esquemas, enquanto outro professor pode criar outros diferenciados. Do mesmo modo, um docente pode criar esquemas específicos em um trabalho coletivo com seus colegas e criar outros, no trabalho com seus alunos, para uma mesma classe de situações.

Investigar a ação e o desenvolvimento profissional do professor dentro desse percurso da construção de seu sistema de documentos, identificando os fatores de estabilidade e desenvolvimento do trabalho documental, pode ser uma tarefa complexa. É importante que o pesquisador considere, como uma importante fonte de dados, o trabalho do docente, tanto no ambiente de sala de aula, como em outros (em sua residência, nas reuniões com outros professores, na sala de informática etc.).

Nesse contexto, a escolha de ~~um~~ outro aporte teórico pode contribuir para uma análise mais profunda dos resultados da pesquisa. Segundo Trouche (2021) deve-se levar em consideração a questão de pesquisa, o que especificamente se deseja analisar. Por exemplo, o estudo do conhecimento dos professores requer a escolha de uma modelagem específica e existem diferentes modelos possíveis para esse estudo, como os criados por Brousseau (1998), Margolinas (2002, 2005), Chevallard (1992), Vergnaud (1996), entre outros.

No estado do conhecimento realizado neste estudo, procuramos acessar os processos de pesquisas mais recentes sobre a temática, o que nos proporcionou material formativo e instrumental, favorecendo a leitura da realidade do que está sendo discutido na comunidade acadêmica com relação aos trabalhos publicados no Brasil sobre a ADD.

Para a seleção dos artigos, as palavras-chave escolhidas foram: Abordagem Documental do Didático, gênese documental, instrumentação e instrumentalização. Propusemos, também, inserir a palavra recurso em conjunto com as demais, por ser um termo central da teoria.

Como base de dados foram selecionados o portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e o *Google* Acadêmico para a pesquisa dos documentos. Foram definidos também critérios para a seleção dos artigos: o primeiro critério está relacionado a artigos de revistas e periódicos em publicações com Qualis CAPES A ou B. Consideramos este critério, pois a classificação dos documentos é feita pelos comitês compostos por consultores de cada área de avaliação, onde seus membros buscam refletir a importância relativa dos diversos periódicos para uma determinada área, dando rigor científico à pesquisa. O outro critério foi direcionado para publicações de congresso que deveriam estar presentes nos seus respectivos Anais.

Em uma primeira etapa da pesquisa relatada em (DIAS; ALMEIDA; ABAR, 2021) foram obtidos quinze resultados e, em sete deles, foram utilizados diferentes aportes teóricos em conjunto com a ADD. No Quadro 1 é possível observar título, autores, aporte teórico complementar, local, ano de publicação e Qualis dos textos selecionados, dispostos cronologicamente.

Quadro 1: Artigos selecionados para análise

	TÍTULO	AUTORES	APORTE TEÓRICO COMPLEMENTAR	PERIÓDICO/EVENTO	ANO
1	Trabalho Documental e Decisões Didáticas do Professor de Matemática: um estudo de caso.	Espíndola, E.; Trgalová, J.	Níveis de atividade do professor - Margolinas (2005)	EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana - vol. 6 – n. 3. Ensino - Qualis B1	2015
2	Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas.	Espíndola, E. B. M.; Luberiaga, E.; Trgalová, J.	Níveis de atividade do professor - Margolinas (2005) e Teoria Antropológica do Didático - Chevallard (1999)	Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.20, n.3, pp. 263-279. Ensino - Qualis A2	2018
3	O Ensino de Matemática com Integração de Recursos Digitais: um olhar sobre aulas à luz da Orquestração Instrumental.	Lucena, R.; Gitirana, V.; Trouche, L.	Gênese Instrumental - Rabardel (1995) e Orquestração Instrumental - Trouche (2005)	EMD - Ensino da Matemática em Debate, v.5 n.3, p. 238-261. Ensino - Qualis B4	2018
4	Trabalho Coletivo de Professores de Matemática: um olhar na perspectiva da gênese documental.	Lima, I.; Trgalová, J.	Teoria das Situações Didáticas - Brousseau (1998)	EMD - Ensino da Matemática em Debate, v.5 n.3, p. 289-304. Ensino - Qualis B4	2018
5	Abordagem Documental do Didático e Ensino de Equação do 1º Grau na Educação de Jovens e Adultos.	Machado Júnior, S. R. N.; Espíndola, E. B. M.; Trgalova, J.; Luberiaga, E.	Teoria Antropológica do Didático - Chevallard (1992)	RPEM, Campo Mourão, PR, v.7, n.13, p.270-294, jan.-jun. Ensino - Qualis B1	2018
6	Análise combinatória: recursos de um professor em diferentes níveis de sua atividade.	Espíndola, E. B. M.	Níveis de atividade do professor - Margolinas (2005)	EMP - Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.5, pp. 289-299. Ensino - Qualis A2	2019
7	Banco Geométrico: Gênese Documental e Orquestração Instrumental.	Almeida, M. S.; Espíndola, E. B. M.; Costa, P. R. B.; Mello, T. L.; Damascena, J. S.	Orquestração Instrumental - Trouche (2004); Drijvers et. al., (2010) e *Mathematics Teacher's Specialized*	REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 01-22. Ensino - Qualis A2	2020

			Knowledge Carrillo et. al. (2014)		

Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Análise dos artigos selecionados

Em pesquisas educacionais, algumas vezes, precisamos recorrer a mais de uma teoria para abordarmos o objeto a ser analisado. Neste estudo procuramos observar quais teorias foram utilizadas juntamente com a Abordagem Documental do Didático e qual sua respectiva contribuição para a pesquisa. A busca por diferentes aportes teóricos se dá no sentido de auxiliar a compreensão da atividade do professor e o seu sistema de recursos, os critérios de sua escolha e de seus usos, bem como a implicação dos conhecimentos profissionais em jogo.

No artigo (MACHADO JÚNIOR *et al.*, 2018) os pesquisadores utilizam, na sua elaboração como aporte teórico complementar, a Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 1992), para o estudo do trabalho documental do estudante-estagiário e do professor supervisor sobre Equação do 1º Grau, pois a TAD oferece ferramentas de análise que possibilitam desvelar as organizações praxeológicas matemáticas e didáticas usuais nas instituições, no trabalho com os objetos de ensino e de aprendizagem.

Para uma melhor compreensão do leitor, sobre o aporte teórico complementar utilizado nessa pesquisa, reforçamos que:

> A Teoria Antropológica do Didático, segundo Chevallard, estuda o homem frente ao saber matemático, e mais especificamente, frente a situações matemáticas. Uma razão para a utilização do termo “antropológico” é que a TAD situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática no âmbito do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais (ALMOULOUD, 2015, p. 10).

Na análise da construção da atividade pelo estagiário procurou-se identificar no seu esquema de utilização do recurso as tarefas (T) a serem realizadas, a técnica (τ), os elementos tecnológicos (θ) e a teoria (Θ). Após a utilização dos recursos pelo estagiário em sala de aula, ocorreu a auto confrontação, na qual foram utilizadas as gravações do sujeito durante a realização de sua tarefa; o pesquisador selecionou algumas cenas importantes a serem discutidas e assistiu a elas juntamente com o estagiário; a observação do vídeo lhe propiciou uma relação dialógica com o recurso utilizado, com os sujeitos envolvidos e com o pesquisador. Segundo os autores, o estagiário expressou que a auto confrontação foi uma experiência positiva e que favoreceu, por exemplo, ele ser capaz de verificar que “gastou” muito tempo nas explicações e pouco tempo na resolução dos exercícios elaborados para a revisão do conteúdo. Neste aspecto, os autores concluíram que se houvesse a utilização de outro embasamento teórico como suporte para a pesquisa, como a TAD, o esquema de utilização do recurso poderia ser melhor elaborado.

O artigo (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018) traz uma história em quadrinhos sobre a Teoria da Instrumentação (Rabardel, 1995) de forma a esclarecer seus conceitos e uma outra história em quadrinhos para exemplificar uma Orquestração Instrumental (Trouche, 2005) que ocorreu com uma professora e sua turma de mestrandos. Os autores utilizam também um vídeo para esclarecer o significado de inserir e de integrar uma tecnologia, seja ela digital ou não, à prática docente. Na Teoria da Instrumentação foram discutidos os principais elementos que a compõem, como artefato e instrumento, instrumentação e instrumentalização. No vídeo, segundo os autores, procuraram exemplificar uma situação em que os recursos digitais foram inseridos e pouco ou nada contribuíram para a prática docente e à aprendizagem dos alunos. Trouxe à discussão que a integração dos recursos digitais exige do professor: formação, planejamento e constante reflexão sobre a sua prática. A Teoria da Orquestração instrumental foi utilizada para evidenciar as ocorrências definidas pelos autores como decisão *ad hoc* e reação *ad hoc*. Sendo a primeira definida como as decisões tomadas pelo professor durante a orquestração e as reações *ad hoc* seriam as reações dos estudantes à situação proposta, buscando um olhar para aquilo que não é previsível e que, com as repetidas aplicações e reflexões sobre o recurso utilizado, enriquece o documento produzido pelos professores.

Para melhor compreensão do leitor, salientamos que a Teoria da Orquestração Instrumental (TOI) tem como referência a Abordagem Instrumental (Rabardel, 1995). De acordo com Lucena, Gitirana e Trouche (2016):

> A abordagem instrumental da TOI estuda o desenvolvimento dos sujeitos na utilização de artefatos, transformando-os em instrumentos, por meio dos processos de instrumentalização e instrumentação. A Teoria da Orquestração busca modelar a ação docente em um ambiente rico em tecnologias digitais que favoreça a gênese instrumental dos indivíduos, tomando por base três fases: a configuração didática, o modo de execução e o desempenho didático. As duas primeiras foram caracterizadas por Trouche (2004) e a última, por Drijvers *et al.* (2010) (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2016, p. 3).

O artigo (ALMEIDA *et al.*, 2020) também traz em sua análise a construção, aplicação, reflexões e adaptações do recurso a Teoria da Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2004; DRIJVERS; DOORMAN; BOON; REED; GRAVEMEIJER, 2010) que contribuiu para um olhar mais aprofundado a toda etapa de elaboração do recurso e organização do tempo e espaço, considerando aspectos pedagógicos e didáticos que refletiram na construção do documento do professor. Segundo os autores, a ampliação do leque de conhecimentos profissionais do professor é um elemento intrínseco ao seu desenvolvimento profissional, desse modo, utilizaram a teoria *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* - MTSK (CARRILLO; CLIMENT; CONTRERAS; MONTES; ESCUDERO; MEDRANO, 2014) para analisar quais e como os professores mobilizam seus conhecimentos para a elaboração do recurso. O MTSK, traduzido como "Conhecimento Especializado de Professores de Matemática", segundo Carrillo et. al. (2014) trata-se de um modelo teórico que caracteriza o conhecimento profissional específico e especializado que possui (ou deve possuir) um professor para ensinar matemática. Essa teoria possibilitou, aos autores do artigo, lançarem um olhar mais amplo a todo o processo e aos conhecimentos implícitos que o professor traz à tona quando inicia o trabalho de pensar ou repensar um recurso, o que está diretamente envolvido aos invariantes operatórios do conceito de esquema de Vergnaud (2009).

No artigo (LIMA; TRGALOVÁ, 2018) as autoras utilizam alguns conceitos teóricos inerentes à Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1998) para identificar algumas variáveis didáticas consideradas pelos professores quando transformam um recurso. Foram observadas, por exemplo, como variáveis didáticas, a utilização de papel quadriculado para simplificar a atividade escolhida, a escolha da quantidade de eixos de simetria para comparações e apresentar os modelos em cor preta para evidenciar os detalhes de recorte. Essas escolhas compõem o esquema de utilização do professor para aquele determinado recurso e assim como no artigo de Almeida *et al*., (2020) traz um olhar diferenciado na busca da compreensão da construção desses esquemas.

As autoras se preocuparam com as escolhas dos professores quando eles transformaram a atividade escolhida e com o que eles pretendiam ocasionar na aprendizagem dos alunos com essa transformação. Desse modo, argumentaram que "o professor pode provocar as modificações necessárias por meio de escolhas de variáveis didáticas e de seus valores que, de fato, definem o *milieu* do aluno em uma situação adidática" (LIMA; TRGALOVÁ, 2018, p. 293).

Para melhor compreensão do leitor, sobre o aporte complementar utilizado nessa pesquisa, reforçamos alguns conceitos como *milieu* e situação didática. Conforme Brousseau (1986):

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...]. O trabalho do aluno deveria, pelo menos, em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos. (BROUSSEAU, 1986, p. 8, tradução nossa).

Esse aporte teórico permite o estudo sobre as interações entre os temas de ensino e as estratégias pedagógicas e, de maneira mais geral, considera a didática como campo de estudo cujo objeto é a divulgação dos saberes matemáticos e suas modificações. Nesse sentido, Brousseau (2008) destaca como um dos principais fatores condicionantes da situação didática, o *milieu*, ou seja, o ambiente externo onde o estudante se insere e que favorece que ele adquira conhecimento por uma necessidade pessoal e não, obrigatoriamente, por interesse do professor ou da instituição. Esse ambiente externo envolve tudo que atua sobre o estudante e/ou tudo sobre o que o estudante atua.

No artigo (ESPÍNDOLA; TRGALOVÁ, 2015) as autoras utilizam os Níveis de Atividade do Professor (MARGOLINAS, 2005) para analisar como as decisões didáticas de um professor de matemática, durante suas práticas, impactam em seu trabalho documental. Os resultados das análises mostram uma certa regularidade das práticas do professor que se traduz por uma repetição de certas decisões desencadeadas, de uma parte, por fatores epistêmicos, tais como suas concepções de aprendizagem ou suas interpretações das expectativas institucionais, de outra parte, por fatores relacionados à história didática, seus conhecimentos da experiência como, por exemplo, aqueles das dificuldades dos alunos. As autoras entendem que a articulação entre a Abordagem Documental do Didático e a análise das decisões didáticas referenciadas no modelo dos níveis da atividade do professor se revelam como pertinente à análise das práticas do professor por permitir mais detalhes dos fatores que levam os professores a determinadas escolhas com relação ao recurso a ser utilizado e a construção de seus esquemas de utilização.

O artigo (ESPÍNDOLA, 2019) também utiliza os Níveis de Atividade do Professor (MARGOLINAS, 2005) na mesma perspectiva. A autora chama a atenção para a interação entre a trajetória documental e o sistema de recursos do professor que podem ser identificados pela análise de seus níveis de atividade. Outro artigo que utiliza os Níveis de Atividade do Professor (MARGOLINAS, 2005) é (ESPÍNDOLA; LUBERIAGA; TRGALOVÁ, 2018). As autoras também procuraram aprofundar uma análise sobre a organização matemática (OM) do saber ensinado, utilizando os conceitos da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) para analisar as atividades elaboradas pela professora para utilização do recurso. Consideraram que a articulação teórica entre a Abordagem Documental do Didático, o modelo de níveis da atividade do professor e a TAD enriqueceram a análise sobre as decisões didáticas da professora em sua prática.

Para melhor compreensão do leitor, sobre o aporte complementar utilizado nessas pesquisas, reforçamos as discussões dos artigos, observando que Margolinas (2005) apresenta um modelo que permite caracterizar a natureza reflexiva do trabalho do professor: através da observação da atividade do aluno (Nível -1), o professor pode tomar decisões em aula (Nível 0) que não havia previsto, mas também transformar sua sequência (Nível +1) ou mesmo sua concepção do tema matemático (Nível +2) e até mesmo uma de suas ideias sobre ensino em geral (Nível +3). Mudando o design no ensino de matemática (Nível +3), o professor pode transformar sua maneira de considerar o ensino de um tema matemático (Nível +2), o que leva a diferentes planos de aula (Nível +1) e, também, muda o tipo de explicação que dá para aula (Nível 0) e sua forma de interpretar o trabalho dos alunos (Nível -1).

No artigo (ESPÍNDOLA, 2019), a autora fez a seguinte observação:

> [...] um nível não está isolado dos demais níveis, ou seja, eles interagem uns com os outros. Por exemplo, quando um professor planeja sua aula (nível +1), ele interage ao mesmo tempo com o que ele crê ser possível realizar em sala de aula (nível 0); de modo coerente a sua construção global do tema (nível +2), ou de suas concepções de ensino-aprendizagem (nível +3) (ESPÍNDOLA, 2019, p. 292).

No artigo (ESPÍNDOLA; LUBERIAGA; TRGALOVÁ, 2018), as autoras enfatizaram que:

> [...] o projeto de aula que vai ser construído está condicionado às escolhas operadas no nível da construção do tema, e enfim à situação didática que ele pode vivenciar; esta, por sua vez, é largamente determinada pelas escolhas precedentes (ESPÍNDOLA; LUBERIAGA; TRGALOVÁ, 2018, p. 265).

Conforme observado nos três artigos mencionados, o trabalho de Margolinas (2005) revela que os níveis de atividades do professor não se estruturam, obrigatoriamente, numa ordem preestabelecida, pois, conforme a situação didática sugerida, a partir dos níveis 0 e -1 pode-se voltar aos outros níveis para solucionar possíveis problemas identificados pelos estudantes. Esse processo está de acordo com o sugerido por Brousseau (2008), segundo o qual o interesse em transformar o saber matemático permite que o professor crie condições mais favoráveis ao desenvolvimento do seu trabalho. Isso ocorre de maneira a se adequar às situações aos estudantes, pois são essenciais para a execução das operações matemáticas.

Nos artigos analisados foi possível perceber que os aspectos teóricos-metodológicos da MSTK e dos Níveis de Atividade do Professor dialogam com a Abordagem Documental do Didático como um observador "externo", procurando enriquecer a análise, por exemplo, de quais motivos levam o professor a escolha de um determinado recurso, quais conhecimentos ele mobiliza na construção de sua utilização. Já a Orquestração Instrumental dialoga como um observador "interno", pois a orquestração de uma atividade está ligada a como será a organização de espaço, tempo de cada etapa, quais as etapas, o que esperar de cada uma na utilização do recurso e os resultados dessa orquestração irão refletir diretamente na construção documental do professor. Por outro lado, as teorias da Educação Matemática, como a Teoria das Situações Didáticas e Teoria Antropológica do Didático são utilizadas para análise da atividade produzida pelo professor para utilização de determinado recurso no ensino de um conteúdo. Os textos sugerem que as atividades poderiam ser melhor estruturadas se estivessem baseadas em uma dessas teorias.

Considerações Finais

Esse estudo teve como objetivo apresentar os diferentes aportes teóricos utilizados em pesquisas de um estado de conhecimento de trabalhos publicados no Brasil, no contexto da Abordagem Documental do Didático na concepção de Gueudet e Trouche (2009), que estuda os processos que possibilitam a construção de documentos para o ensino, analisando o trabalho do professor por meio dos esquemas mobilizados durante essa ação.

Foram consideradas sete pesquisas e, neste artigo, trazemos quais teorias foram utilizadas juntamente com a Abordagem Documental do Didático e qual a contribuição para as pesquisas analisadas. Neste contexto, as escolhas teóricas estão intimamente relacionadas com a questão de pesquisa a ser respondida e que pode exigir um olhar mais aprofundado para a construção do recurso, para a organização do ambiente na implementação da aula ou para os conhecimentos mobilizados pelo professor na elaboração do documento.

Na análise dos trabalhos foi possível observar a importância de se ter clareza dos objetivos do trabalho e buscar, dentre o vasto arcabouço de teorias existentes, um aporte teórico que possa complementar e contribuir para as análises apoiadas na ADD.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pelas bolsas cedidas para realização de doutorado (em andamento) na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. (na versão final).

Referências

ABAR, C. A. A. P. Articulações teóricas sobre a abordagem documental do didático. **Educação Matemática Pesquisa:** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [s.l.], v. 21, n. 5, p. 217-229, 6 nov. 2019. Portal de Revistas PUC-SP. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i5p217-229>. Acesso em: 14 dez. 2019.

ALMEIDA, M. S.; ESPÍNDOLA, E. B. M.; COSTA, P. R. B.; MELLO, T. L.; DAMASCENA, J. S. Banco geométrico: gênese documental e orquestração instrumental. **Revista Eletrônica de Educação Matemática- REVEMAT**, v. 15, n. 1, p. 1-22, 2020.

ALMOULOUD, S. A. Teoria Antropológica do Didático: metodologia de análise de materiais didáticos. **Unión**, San Cristóbal de La Laguna, v. 42, p. 09-34, 2015.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques,** [Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield], Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques, 1998.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; MONTES, M. Á.; ESCUDERO, D.; MEDRANO, E. F. **Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas.** Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014.

CHEVALARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en didactique de mathématiques**, Paris, v.12, p. 73-112, 1992.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: l'approche anthropologique. **Recherches em Didactique dês Mathématiques.** v. 19, n.2, p. 221-26, 1999.

DIAS, A. O.; ALMEIDA, C. B.; ABAR, C. A. A. P. Estado de conhecimento sobre a abordagem documental do didático em pesquisas na Língua Portuguesa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática,** v. 12, n. 1, p. 1-25, 12 fev. 2021.

DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVEMEIJER, K. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, v. 75 (*2*), p. 213-234, 2010.

ESPÍNDOLA, E. B. M. Análise combinatória: recursos de um professor em diferentes níveis de sua atividade. Combinatorial analysis: a teacher's resources at different levels of his activity. **Educação Matemática Pesquisa:** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 21, n. 5, p. 289–299, 2019.

ESPÍNDOLA, E. B. M.; LUBERIAGA, E.; TRAGALOVA, J. Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas Introdução. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 3, p. 263–279, 2018.

ESPÍNDOLA, E.; TRGALOVÁ, J. Trabalho documental e decisões didáticas do professor de matemática: um estudo de caso. **EM TEIA | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 3, 2015.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? **Educational Studies in Mathematics**, 71(3), 199-218, 2009.

GUEUDET, G; PEPIN, B; TROUCHE, L. (Eds.). **From Text to 'Lived' Resources:** Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development. New York: Springer, 2012.

LIMA, I.; TRGALOVÁ, J. Trabalho Coletivo de Professores de Matemática: um olhar na perspectiva da gênese documental. **Ensino da Matemática em Debate,** v. 5, n. 3, p. 289–304, 2018.

LUCENA, R; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. Teoria da Orquestração Instrumental: um olhar para a formação docente. In: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 1, 2016, Bonito. **Anais...** Bonito, 2016.

LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. O ENSINO DE MATEMÁTICA COM INTEGRAÇÃO DE RECURSOS DIGITAIS: um olhar sobre aulas à luz da Orquestração Instrumental. **Ensino da Matemática em Debate,** v. 5, n. 3, p. 238–261, 2018.

MACHADO JR., S. R. N.; ESPÍNDOLA, E. B. M.; TRGALOVA, J.; LUBERIAGA, E. Abordagem documental do didático e o ensino de Equação do 1º grau na Educação de Jovens e Adultos - Ensino Médio. **RPEM,** Campo Mourão, PR, v.7, n.13, p.270-294, jan.-jun. 2018.

MARGOLINAS, C. Situations, milieux, conhecimentos Analyse de l'activité du professeur. In: DORIER, J.-L. et al. (Eds.). **Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques.** p. 141-156. Grenoble: La Pensée Sauvage: 2002.

MARGOLINAS, C. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. In: SIMMT, E.; DAVIS, B. (Eds.). **Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques.** Edmonton: CMESG/GCEDM, 2005. p.1-21

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies:** une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin, 1995.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação. **Revista Diálogo Educacional**, vol. 6, núm. 19, pp. 37-50, septiembre-diciembre, PUC-PR, 2006.

TROUCHE, L. Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? **Educational Studies in Mathematics**, v. 55, p. 181-197, 2004.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations, **Recherches en didactique des mathématiques**, 25, pp. 91-138, 2005.

TROUCHE, L. Ciclo de 10 seminários em torno da abordagem documental do didático. PUC-SP, Projeto PIPRINT- PG 9302/2020 da PUC-SP, São Paulo, 2021.

VERGNAUD, G. Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. In: ÉCOLE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES. **Actes de la 8ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques.** Clermont-Ferrand: IREM (Université Clermont-Ferrand 2), p. 174-185, 1996.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. **Human development**, v. 52, n. 2, p. 83-94, 2009.

Um olhar, dois olhares sobre 1, 2,... n, professores da educação básica e sua relação vertical com a tecnologia

One look, two looks at 1, 2,... n, basic education teachers and their vertical relationship with technology

Susilene Garcia da Silva Oliveira
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
susilenegarcia@gmail.com

Tatiani Garcia Neves
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
tatianigarcianeves@gmail.com

Resumo
Este artigo apresenta nosso olhar sob duas perspectivas de formação continuada, na primeira um grupo de professores que estão em um processo de inscrição para um projeto de extensão, já no segundo apresenta o relato de uma professora que já faz parte de uma formação. Esse olhar será ampliado pela Teoria Antropológica do Didático (TAD) e os níveis superiores da escala de codeterminação. O objetivo é explorar as escolhas que levaram esses sujeitos a se relacionarem com duas instituições – grupo de extensão e uma sala de 6 ano do ensino fundamental – olhando particularmente para o objeto tecnologia. A identificação de elementos que são apontados na profissão pelos professores como limitadores ou potencializadores de integração das tecnologias à prática docente foram determinantes para concluirmos que um dos caminhos a serem trilhados nos processos formativos é a investidura de situações pensadas na perspectiva da colaboração.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático; níveis de codeterminação; professores da educação básica; formação continuada

Abstract
This article presents our view from two perspectives of continuing education, in the first a group of teachers who are in the process of registration for an extension project, in the second it presents the report of a teacher who is already part of a continuing education. This look will be expanded by the Anthropological Theory of Didactics (TAD) and the higher levels of the co-determination scale. The objective is to explore the choices that led these subjects to relate to two institutions – an extension group and a 6-year elementary school classroom – looking particularly at the technology object. The identification of elements that are pointed out in the profession by teachers as limiting or potentiating the integration of technologies into teaching practice was determinant for us to conclude that one of the paths to be followed in formative processes is the investiture of situations thougth considered from the perspective of collaboration.

Keywords: Anthropological Theory of Didactics; levels of codetermination; teachers of basic education; continuing education

Um contexto, duas histórias, um olhar

A maioria dos professores brasileiros tem uma carga relativamente alta de trabalho e precisam se equilibrar no pouco tempo que resta para continuar sua formação e com isso complementá-la, pois “a cada ano, novos desafios; a cada reformulação curricular, novos conteúdos são inseridos, e professores precisam buscar a formação continuada para deles darem conta" (NACARATO; CUSTÓDIO; MOREIRA, 2019, p. 523). Entretanto essa não é uma tarefa fácil, não por falta de opções: secretarias estaduais e municipais oferecem formações ao longo de todo o ano letivo, as universidades também têm ampliado a oferta de cursos, seja de extensão ou ensino, além de projetos que podem atender os professores da educação básica. Muita opção basta escolher? Essa é uma pergunta que poderia ser respondida facilmente se pensarmos somente no que apresentamos até aqui, mas não, não é tão fácil! Esquecemo-nos de colocar nessa conta a, "pesada", carga horária de trabalho que muitos desses professores são submetidos semanalmente, a estrutura do campo de trabalho, as condições e restrições[1] a que estão sujeitos.

Nesse sentido buscamos retratar duas situações vivenciadas por nós, professoras formadoras, a partir da produção e discussão de dados de dois trabalhos de tese. No primeiro, buscou-se investigar um grupo de professores que ensinam matemática e suas demandas em uma formação continuada e no segundo analisar fatores que intervêm na tomada de decisões no trabalho de uma professora de matemática no contexto escolar. As entrevistas e questionários aplicados com um grupo de professores que ensinam matemática na cidade de Aquidauana, MS e com uma professora de matemática na cidade de Dourados, MS, indicou-nos confluências no que tange as condições e restrições quanto a temática de utilização das tecnologias para o ensino da matemática. Assim temos a possibilidade de contar essas histórias sob o olhar da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1992), a partir de agora, TAD com o objetivo de explorar as escolhas que levaram esses sujeitos a se relacionarem com duas instituições olhando particularmente para o objeto de estudo tecnologia educacional.

[1] As palavras condições e restrições podem ser consideradas formalmente como redundante: os dois termos designam aqui, simplesmente, propriedades de uma determinada situação. Mas recordar-nos-á que, ao lado das condições ("boas" ou "más"), consideradas como susceptíveis de serem modificadas, ou, pelo menos, às quais podemos tentar modificar (se forem consideradas "ruins", desfavoráveis) ou, pelo contrário, a que se possa pretender submeter-se (se forem consideradas "boas", favoráveis), pelo que se considera que, pelo menos provisoriamente, e talvez erradamente, como não modificáveis: é a elas que se dará mais especificamente o nome de restrições - quer essas restrições pareçam favoráveis ou desfavoráveis. Tradução nossa. (Chevallard, 2007, p. 7).

Quem são os professores na "minha", na "sua", na nossa formação continuada

Iniciaremos contando a história do movimento para se "criar" um grupo de formação continuada com professores que ensinam matemática. Contaremos particularmente um desses momentos iniciais: a leitura das fichas de inscrição para participação em um projeto de extensão universitária. Após o encerramento das inscrições *on-line*, verificamos que tínhamos 72 inscrições e em torno de 50 respostas ao formulário de inscrição. Olhamos para uma das perguntas que colocamos no formulário: *"Fale sobre suas motivações e expectativas em relação ao projeto*". Motivações e expectativas... Quais seriam?

Muitas vezes, nós, professores universitários, nos colocamos em uma posição de hierarquia existentes nas instituições educacionais e propomos ações que julgamos atender as expectativas e necessidades dos professores da educação básica, o que, infelizmente, muitas vezes não acontece. Charlot (2002), quando nos fala que há uma herança de distanciamento e verticalização entre os professores da universidade e da educação básica, podia estar se referindo a essa nossa intenção de atender as expectativas. Por outro lado, não podemos nos enganar em relação ao fato de que seja uma escolha fácil e natural, para esse professor estar ali, ele nem sempre está ali por curiosidade, por uma opção e escolha própria.

Queríamos estudar as motivações que levaram esse professor a tentar participar desse projeto. Foram motivações pontuais, momentâneas ou construídas a partir das transformações sofridas por essa sociedade e que aos poucos chega ao seu lugar de trabalho – a escola – "exigindo" mudanças na sua pedagogia? Passamos então a ler as respostas e tentar, a partir delas, encontrar elementos que permitissem compreender essas motivações e o que as impulsionava. Eis algumas respostas que chamaram nossa atenção:

> "*É importante para o meu trabalho, porque preciso auxiliar os professores na escola na área de tecnologia."*
> *"Espero superar o desafio de desenvolver conhecimentos específicos para ensinar Matemática que não são definidos apenas pelos conteúdos, mas pelo saber fazer."*
> *"Adoraria participar para inovarmos nossa prática com as novas tecnologias. Essa prática será de grande valia para nosso curriculum."*
> *"Devemos estar sempre nos capacitando na prática pedagógica, por isso acho de grande importância esse curso, de ensinar matemática utilizando as tecnologias em sala de aula com nossos alunos."*
> *"Poder adquirir conhecimentos a fim de colocá-los em prática na Educação Infantil."*
> *"Como atuo como PROGETEC sinto a necessidade dos meus professores em incluir na sua prática pedagógica recursos tecnológicos que propiciam o ensino e aprendizagem na Matemática."*

"Minhas expectativas são as contribuições que esse projeto irá acrescentar na minha prática em sala de aula, pois hoje em dia a tecnologia está em todos os lugares e os alunos gostam muito e aprendem muito com isso também."
"Devido ao mundo cada vez mais globalizado, informações e conhecimento na palma da mão, através de aparelhos tecnológicos como tablet, celular entre outros, e de grande importância que os profissionais da área de ensino, em geral, estejam sempre atualizados e usando tais ferramentas para incentivar os alunos na busca pelo saber."

Aquidauana, MS, setembro de 2015.

O Olhar

Como olhar para essas respostas, analisando-as mais profundamente? Nesse momento escolhemos a TAD, pois:

> Em primeiro lugar, o qualificativo "antropológico" existe para nos lembrar que o estudo científico da didática deve estar atento a outras dimensões da realidade social que não só a da didática, precisamente. O que condiciona ou restringe a didática não é apenas didática. Este requisito está incorporado em uma ferramenta chave, que iremos conhecer e usar: a escala dos níveis de codeterminação didática que geralmente é representada pelo diagrama abaixo.
> civilização
> ↓↑
> sociedade
> ↓↑
> escola
> ↓↑
> pedagogia
> ↓↑
> disciplina
> [...] é inútil procurar didática nesse esquema: ela não aparece lá, porque esquematizamos o que condiciona a didática, não a didática em si (CHEVALLARD, 2010, p. 8, tradução nossa).

Olhando para estes níveis, talvez possamos compreender as respostas dadas pelos professores e quem sabe construir uma narrativa em torno da tecnologia e seu caminho até esses professores que justifique o que foi respondido.

As mudanças na civilização são frequentemente históricas e acontecem a partir da necessidade. Ao longo dos séculos, a resposta à questão de quantificação do mundo natural e social constitui mudança civilizacional fundamental. Essa mudança atinge a sociedade e para não nos perdemos nesse espaço tão longo de mudanças vamos começar essa história a partir do século XXI, esse que de repente saiu de tempos longínquos onde costumávamos situá-lo quando éramos crianças e pensávamos... Quando chegar o século XXI será que os carros voarão? Será que poderemos nos teletransportar? Teremos um computador que caberá no bolso? Chegamos ao século XXI e não podemos voar para o trabalho, entretanto a sociedade não é mais a mesma

> No início do século XXI, constata-se que a sociedade contemporânea produz e acolhe as inovações tecnológicas numa marcha vertiginosa, quer se fale dos meios de comunicação de massa (televisão, rádio, jornais, revistas, cinema), quer se pense nos instrumentos de trabalho (informatização, automação, robotização), nos serviços domésticos (eletrodomésticos cada vez mais complexos), ou mesmo na indústria do lazer (jogos, brincadeiras eletrônicas). (PURIFICACÃO; NEVES; BRITO, 2010, p. 32)

> Nesta nossa época, os avanços tecnológicos provocam inúmeras transformações na sociedade, desde questões econômicas, até a formação social e as questões culturais. Passa, também, por uma nova ordem de comunicação. Caracteriza-se pela criação de novos valores, e pela constituição de uma nova sociedade e de um novo homem. (idem)

A sociedade é outra, mesmo que não percebamos, mesmo que os carros não voem. E assim tudo que faz parte dela será afetado e novas demandas chegam à escola, em um processo vertical e hierárquico partindo da sociedade.

Quando o advento da tecnologia chega a sociedade educacional provoca mudanças: o que antes era sinônimo de "melhoria", progresso, evolução, aos poucos começa a exigir que a escola se adapte, mude, se aperfeiçoe para atender demandas de uma globalização. Essa escola não pode ser atropelada pela História, afinal não se faz mais carro como antigamente, nem mesmo a bola de futebol, então a escola também deverá mudar, não é? A escola tem mudado apesar das restrições, quando olhamos para a velocidade – ou não – com que isso acontece, a forma com que a noosfera[2] atinge os currículos, seus objetivos, mas mudanças estão acontecendo. E desse movimento resultam as condições, práticas inovadoras presentes em sala de aula, jogos eletrônicos, mídias sociais, dispositivos móveis dentre outros, tem ocupado espaço na escola e também nas práticas dos professores, fazendo com que a forma de ensinar, a pedagogia seja repensada. Conforme assegura Barros (2009, p. 62)

> O uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem é algo complexo, e necessita que o docente apresente uma série de habilidades e competências. Além de competências técnicas, exige também as competências pedagógicas, as mais importantes para a gestão das tecnologias para o ensino. Ressalta-se que as tecnologias têm várias possibilidades na educação, que vão desde os antigos recursos audiovisuais até os aplicativos de software e atuais recursos da internet.

Organizando o pensamento

A sociedade e sua evolução, quando pensamos em tecnologias, atinge a escola de forma a operar em seu interior mudanças em suas demandas e organização. Passa, em visto disso, a ter que modificar seus processos escolares, seus sujeitos serão levados a buscar, por

[2] A entidade que decide e legitima os objetos de estudo e as relações com esses objetos nas instituições de ensino. (CHEVALLARD, 1985).

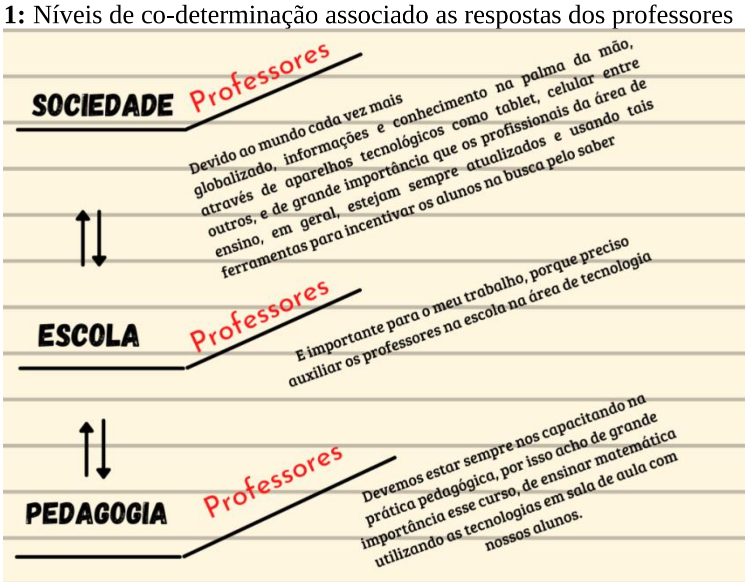
meio de mobilizações pessoais e intelectuais, a se apropriar de uma cultura digital. Nesse sentido esses sujeitos podem se mobilizar: por conta de uma sociedade tecnológica; sua posição dentro da escola devido a apropriação de conhecimentos que o levarão a entrar em conformidade com essa nova demanda da instituição ou ainda em função de suas próprias demandas.

As respostas ao formulário parecem então ser de "lugares" diferentes, ou talvez, níveis diferentes que contribuem para mobilizar decisões. Não são provenientes somente da vontade, da sua escolha, parece estar sendo alimentadas por instituições[3] invisíveis ou visíveis.

Não podemos perder de vista onde queremos chegar: a discussão atual sobre tecnologia e sua integração à prática do professor na discussão de objetos matemáticos, com o objetivo de, segundo Bittar (2010), fazer parte do arsenal de que o professor dispõe para atingir seus objetivos e contribuir com o processo de aprendizagem do aluno. Isso significa uma interferência no nível da Pedagogia.

Vamos, então, olhar os níveis, os professores e as suas respostas e a que nível de co-determinação podemos associar suas respostas (figura 1).

Figura 1: Níveis de co-determinação associado as respostas dos professores



---

[3] É um agrupamento social legitimado – o que não é uma instituição é um mero agrupamento temporário por razões práticas (DOUGLAS, 1998). É um dispositivo social em que "vivem" diferentes praxeologias – maneiras de fazer e pensar determinadas – no qual as pessoas quando começam a fazer parte se convertem em sujeitos dessa instituição para encontrar condições apropriadas de desenvolvimento de suas atividades (BOSCH e GASCÓN, 2009). Uma instituição tem uma dimensão social, mas também uma dimensão cognitiva/ não nega a existência do indivíduo, em particular, porque os indivíduos contribuem para o desenvolvimento das instituições e, portanto, do pensamento associado. (CHEVALLARD, 2002).

Fonte: Autoras.

Os professores estão em sala de aula dando suas aulas, realizando suas práticas, na escola compartilhando seus saberes e na sociedade sendo “atingidos” pelas suas mudanças e buscando informações. Esse efeito em cascata, fruto de uma sociedade marcada pela evolução, obrigou a implantação de laboratório de informática nas escolas de todo o país. Com isso foi criado os Núcleos de Tecnologia Educacional (NTE) que ficaram sob a responsabilidade das secretarias estaduais e municipais de educação e os profissionais que atuavam nesses órgãos tinham a responsabilidade de capacitar professores e alunos das escolas para fazer uso das tecnologias, para se reinventarem. Com isso as atribuições do professor se ampliaram e a mudança na sua pedagogia foi necessária, pois as aulas nesses espaços também deveriam ser outras, precisariam ser reinventadas, passando, por imposição do currículo, ser quase obrigatória a menção à tecnologia no seu planejamento de aula. Ou seja, a partir dessa mudança, provocada pela tecnologia que passava a invadir uma sociedade que aos poucos vem se transformando em digital, a escola passa por modificações no seu espaço, e agora teria que pensar em uma forma de integrar a tecnologia às aulas.

Então “nossos professores” estavam ali por uma mobilização social? Ou uma mobilização institucional, quando assujeitado a escola? Mobilização formativa, quando deseja intervir na sua pedagogia? Todas as alternativas. Estar ali não foi uma decisão de momento, mas sim influenciadas por uma dessas escolhas.

Mesma história outro olhar, outra história mesmo olhar?

Vamos mudar de instituição, mas não de sujeito. Continuamos a olhar para o professor em formação, mas agora em outro momento. Estamos em uma entrevista com uma professora de matemática de uma turma de 6º ano do ensino fundamental com o objetivo de analisar sua avaliação quanto ao uso das tecnologias. Encontramos argumentos mobilizados que, a nosso ver, revelam perspectivas para a ação docente permeada por condições e restrições (CHEVALLARD, 2009) que envolvem o saber-fazer. Assumimos os preceitos metodológicos da etnografia (ANDRÉ, 2013) que contemplam *a observação participante, entrevistas e análise de documentos.* Como aporte teórico, a fim de entendermos as justificativas da professora para a escolha de um recurso educacional como metodologia de seu plano de trabalho, contaremos com os níveis de co-determinação (CHEVALLARD, 2010).

Quando ouvimos falar sobre as tecnologias para o meio educacional, temos algumas pesquisas (KENSKI, 2003; BITTAR, 2006; LOBO, 2010) que apresentam resultados que se entrelaçam para orientar as práticas professorais que utilizam de instrumentos tecnológicos: ênfase nos aspectos conceituais e suas evoluções; possibilidades e limitações de integrar as ferramentas no espaço escolar; perspectivas dos papeis a serem assumidos por professor e aluno na relação didática com o saber e a tecnologia, dentre outros.

Diante disso, em nossa entrevista de autoavalição ao questionarmos a professora sobre como ela avaliava o uso que fazia das tecnologias em sua prática pedagógica, pudemos identificar elementos situados no nível da pedagogia, atrelados aos resultados das pesquisas, que justificariam as concepções de ensino e aprendizagem assumidos pela professora e determinavam o momento propício de se fazer uso de instrumentos tecnológicos com os alunos.

> Eu considero o uso da sala das tecnologias importante. Acredito que **as tecnologias vieram para complementar o nosso trabalho em sala de aula, aquilo que muitas vezes é visto como abstrato pelo aluno, possibilitando fazer acontecer a parte da discussão teórica e depois de escrita no caderno, o cognitivo mesmo.** (Entrevista de autoavaliação, 6/5/2020, grifo nosso).

O grifo que fizemos nesse excerto indica-nos que a professora assumiu o posicionamento de que para se fazer uso das tecnologias com os alunos, estes precisam valer-se dos processos vivenciados anteriormente. Com as tecnologias, o professor acredita que os alunos são passíveis de aprendizagem à medida que agem sobre um material e procuram respostas para suas inquietações no processo que mobilizam formas de coordenar suas ações atribuindo significados ao conhecimento em jogo. (BECKER, 2001).

Nesse cenário em que a professora elucidou sua percepção quanto a forma de ensinar e aprender em um ambiente tecnológico, vimos ainda no nível da pedagogia um alerta quanto aos cuidados que devemos ter em nossos planejamentos e execuções das aulas para não supervalorizar os recursos tecnológicos como algo inovador em substituição as demais ações docentes: "*O que fazemos em sala de aula não será substituído com o uso das tecnologias. Nelas encontramos formas variadas de desenvolver o nosso trabalho, o alcance é muito maior.*" (Entrevista de autoavaliação, 6/5/2020).

Entendemos que a professora enunciou que as tecnologias apresentam outras formas para compor o trabalho docente, pois desde a implementação de projetos de informática na educação, nos anos 1990, preconizou-se uma modernização nas práticas pedagógicas dos professores pautada na inserção dos computadores no ambiente escolar. (BRITO;

PURIFICAÇÃO, 2006). A ideia de equipar as escolas com computadores desencadeou entre os professores um sentimento ambivalente entre o querer mudar e o não querer, de aperfeiçoar-se ao novo e assim não recorrer a recursos que passavam a ser taxados como obsoletos e com os quais estavam familiarizados no fazer docente.

O que encontramos em nossos dados, e são condizentes com resultados apresentados em várias pesquisas, é que não basta a escola estar equipada com as melhores máquinas, dispor de um espaço físico para chamar de laboratório ou sala de tecnologias, se não houver a possibilidade de se fazer a aquisição de softwares educativos. Além disso, é preciso fomentar o professor para a busca de aperfeiçoamento quanto ao uso dos recursos tecnológicos, uma vez que o instrumento por si só não modificará as práticas vigentes. Nesse ínterim, vemos a imbricação dos níveis da pedagogia, escola e sociedade.

> Em nossa escola dispomos da sala de tecnologias educacionais e recursos midiáticos equipada com computadores, projetor de multimídia, caixas de som, acesso à internet e uma técnica para auxiliar o trabalho dos professores que usam esse espaço. [...] Na escola por mais que tenha uma técnica que entende do funcionamento e faz a manutenção dos computadores, na medida em que ela tem condições para isso, ainda não temos os melhores programas. Aí no meu computador pessoal utilizo o Windows e na escola é o Linux que restringe a instalação de alguns programas. Aí temos que ter o cuidado de selecionar o que vamos usar e ver se atende as extensões desse sistema. (Entrevista de autoavaliação, 6/5/2020).

Nesse excerto, passamos a discussão para o nível da escola. Temos neste espaço o ambiente para as mais variadas profissões (nutrólogo, psicólogo, dentista, etc.) que apresentam um grau diferenciado de reconhecimento na sociedade tanto no quesito de status social quanto financeiro e as semiprofissões[4] (professores, pedagogos, etc.) cujo trabalho não é reconhecidamente firmado como profissão. (TARDIF; LESSARD, 2014). Temos ainda outros grupos como gestores, bibliotecários, técnicos, empregados de manutenção, pais de alunos, os alunos. Com isso, para analisarmos a escola, de acordo com Tardif e Lessard (2014, p. 95), é preciso questionar: "quem controla o que e como? Que alianças existem entre grupos e subgrupos e em torno de quais questões?"

Embora essas questões sejam amplas no sentido de buscarmos uma identificação de fatores que interferem na prática pedagógica da professora quando se objetivou a integração de tecnologias, evidenciamos que este espaço é estritamente controlado e regido por regras. Ainda que neste meio haja uma forma de controlar em partes o posto de trabalho exercido

[4] Semiprofissão é um termo utilizado para indicar que o posto de trabalho ocupado por um determinado sujeito em parte depende de outros grupos e regras para que aconteça (TARDIF; LESSARD, 2014).

por quaisquer um dos sujeitos que ali se posicionam, o que se destaca é "que os professores, sozinhos em suas escolas, buscam implementar reformas curriculares, procuram seu desenvolvimento profissional, revelam esperanças de mudanças e almejam que a escola se constitua em local de aprendizagem." (LORENZATO, 2012, p. 157).

Evidenciamos que a professora se viu na obrigação de responder as exigências impostas por uma organização social em seu meio de trabalho como controle sobre suas ações – *"A sala de tecnologias só pode ser utilizada depois que fizemos um agendamento, que tivemos nosso planejamento aprovado pela coordenação. Se eu não fiz uso, tenho que expor isso no planejamento seguinte no campo de observação."* (Entrevista de autoavaliação, 6/5/2020). Embora existissem as limitações que poderiam fazê-la desistir de trabalhar com tecnologias, ela reconhecia que era sua tarefa refletir sobre os novos direcionamentos que buscava assumir em sua prática de modo a ampliar as formas de ensinar – *"Considerando o tempo de carreira como professora e o trabalho que tenho desenvolvido com as universidades, algo que sempre temos discutido é sobre analisar as possibilidades para a sala de aula, a viabilidade de se colocar em prática."* (Entrevista de autoavaliação, 6/5/2020).

Quando redirecionamos nossa atenção para as limitações em se integrar as tecnologias na prática pedagógica, notamos as tensões e a complexidade que vigoram no trabalho do professor permeado pelos níveis da escala de co-determinação. Vejamos o próximo excerto:

> A internet é algo que limita o nosso trabalho. Às vezes precisamos de um recurso que requer a utilização da internet e na nossa escola, infelizmente, na maioria das vezes ela não funciona bem. Acredito que seja até por isso que em algumas ocasiões que poderíamos fazer uso das tecnologias não fazemos. Você presenciou conosco um episódio em que a internet não funcionou, lembra? Preparei a aula, conversamos com a técnica responsável pela sala e mostramos o jogo escolhido para verificar se ele funcionaria nos computadores, no sistema Linux. A técnica testou o jogo on-line em todos os computadores, viu que funcionava, mas no dia que levamos os alunos, não funcionou. Foi bem desconcertante aquele momento para mim. (Entrevista de autoavaliação, 6/5/2020).

A limitação da internet no espaço escolar representa para a professora uma restrição que a impossibilita de desenvolver um trabalho com um conteúdo matemático conforme o planejado. Lamentavelmente, como já dissemos, não basta termos no espaço escolar um ambiente físico equipado com computadores. A sociedade, na qual encontram-se os escalões superiores que exercem controle direto sobre as escolas como grupos de governantes, políticos, representante de órgãos em ministérios, secretarias de educação, precisa atentar-se que para obtermos êxito no cumprimento de nossas funções, precisamos de instrumentos, ferramentas que nos subsidiem na execução de uma tarefa. É admissível que um médico realize uma cirurgia em um hospital sem os instrumentos básicos como bisturis, materiais anestésicos, mesa cirúrgica e sem outros profissionais de apoio? Certamente não. E por que na educação, especificamente quando nos colocamos a discutir o processo de integração das tecnologias, ainda nos deparamos com a incompletude ou até mesmo ausência dos instrumentos tecnológicos no espaço escolar? Como podemos acompanhar as mudanças desencadeadas na sociedade em decorrência da evolução tecnológica e tentarmos atender as orientações de que é da nossa competência prepararmos nossos alunos para sua inserção no mercado de trabalho, se em nossas escolas não dispomos de condições para isso? Sabemos que a internet não fará milagres, mas o que ela propicia ao professor e alunos? De acordo com Moran (2001, p. 1-2):

> A Internet propicia a troca de experiências, de dúvidas, de materiais, as trocas pessoais, tanto de quem está perto como longe geograficamente. A Internet pode ajudar o professor a preparar melhor a sua aula, a ampliar as formas de lecionar, a modificar o processo de avaliação e de comunicação com o aluno e com os seus colegas. [...] O professor pode iniciar um assunto em sala de aula sensibilizando, criando impacto, chamando a atenção para novos dados, novos desafios. Depois, convida os alunos a fazerem suas próprias pesquisas, – individualmente e em grupo – e que procurem chegar a suas próprias sínteses. Enquanto os alunos fazem pesquisa, o professor pode ser localizado eletronicamente, para consultas, dúvidas.

A internet sem dúvidas chegou para nos confrontar, para romper com os paradigmas educacionais vigentes, para (in)formar na busca pelo domínio e acesso as tecnologias, contribuindo para o acesso a novas formas de fazer. E,

> Sendo a educação considerada um dos meios de transformação da sociedade e a internet uma ferramenta poderosa para a disseminação de ideias, acreditamos que a formação de um sujeito para uma sociedade contraditória que o progresso tecnológico está construindo perpassa pela análise e discussão da internet, bem como pelo acesso a ela, por professores e alunos, para que juntos busquem formas de lutar por uma sociedade mais proporcional, mais justa, mais harmoniosa. (BRITO, PURIFICAÇÃO, 2006, p, 93).

Em nossa pesquisa pelo que acompanhamos em diferentes ambientes da escola com a professora, observamos que há diversas exigências, questões burocráticas que medeiam o trabalho docente. No entanto, a professora mesmo assujeitada a determinadas regras, não foi refratária às novas possibilidades do fazer em sua prática pedagógica. Com uma carga horária de 40h semanais, era a única professora da área que aceitou receber estagiários das instituições superiores em seu período de trabalho, pesquisadores, coordenar um projeto de iniciativa à docência. Ainda que ela tenha nos relatado uma pequena parte dos elementos que restringem o fazer docente, tais elementos não foram suficientes para desencorajá-la a se aperfeiçoar e a conhecer o novo:

> Eu tenho aprendido muito com essa experiência da sua pesquisa, de buscar sequências didáticas, outros recursos, de pensar sobre aquilo que vamos propor aos alunos. Gostei muito de trabalhar com aquele jogo on-line do site de simulações [Phet Interactive Simulations] sobre fração. [...] Esse jogo on-line das frações eu vejo como um recurso que vem para acrescentar, porque quando o aluno vê, quando ele começa a pensar a matemática que não é só aquela do papel, quando ele faz simulações, consegue visualizar nessa parte de desenho, nessa parte mais geométrica, o significado das técnicas, das leituras, ele passa a fechar lacunas. Quando ele passa a fazer algo de uma maneira até divertida, porque o jogo traz essa satisfação eu acredito que ele começa a se abrir para compreender determinadas coisas, para compreender algumas coisas que passaram em branco. [...] Tivemos encontros que você me apresentou três propostas de jogos on-line que eu não conhecia, eu te apresentei a partir das minhas experiências como coordenadora, professora, um jogo com as quatro operações que você não conhecia. Nós trocamos nossas experiências e com isso aprendemos. (Entrevista de autoavaliação, 6/5/2020).

O relato da professora acerca do envolvimento com sujeitos externos ao espaço da escola, indica-nos que um caminho a ser trilhado e firmado a fim de romper com o individualismo eminente entre os professores é o envolvimento em trabalhos em equipe. E quando pensamos no processo de integração das tecnologias e direcionamos atenção para os níveis da pedagogia, escola e sociedade, vemos que um caminho possível de romper com os ideologismos instaurados, tem relação com a tentativa de desenvolver um trabalho colaborativo.

Nossos olhares e alguns apontamentos

Nesse artigo apresentamos vertentes de formação continuada desenvolvida em duas pesquisas de doutorado: uma com ênfase em um grupo de professores que buscavam compreender o processo de integração de tecnologias à prática pedagógica e outra em uma ação em serviço, na qual a professora partilhou suas experiências e avaliou o trabalho com as ferramentas tecnológicas.

Perspectivas distintas? Alguns poderão afirmar que sim. Porém, como redatoras desse escrito, concordamos que no contexto brasileiro, desenvolver formações continuadas com o objetivo de contribuir para o fortalecimento e autorreconhecimento do professor como profissional da educação em uma sociedade que apresenta significados estereotipados da escola, do ser professor, representa um desafio com muitas similaridades. Isso, pois, tanto no processo de estudo com um sujeito de uma instituição quanto no estudo coletivo onde pode prevalecer um tema de interesse, mesmo com as distintas personalidades, as condições e restrições mostram-se análogas. Orientações curriculares, conteúdo a serem priorizados, planejamentos, perspectivas de fazeres para a prática docente, pareceres sobre situações de ensino com base nas experiências individuais e/ou coletivas, fatores organizacionais de gerenciamento do trabalho docente como o tempo, interação com os alunos, com os pais, com os gestores dentre tantos outros elementos que instituem à docência como profissão, indicam-nos o quão cautelosas precisamos ser com as interpretações que fazemos mediante o estudo do trabalho do outro.

Com as tecnologias como escopo de nossas análises, evidenciamos que mesmo com o discurso da importância de se fazer uso na prática docente, de se integrar as tecnologias nas situações de ensino como recurso pedagógico, há um consenso da discrepância entre o que se preconiza para o fazer e o que ocorre no fazer. Os saberes são primordiais na condução de novas práticas ou até mesmo para o aprimoramento das práticas vigentes. Todavia, algo necessário e emergente para a profissão no que tange a integração tecnológica perpassa o entendimento dos elementos presentes na intersecção dos níveis sociedade, escola e pedagogia que descrevem ou orientam o trabalho do professor. O que essencialmente precisamos extrair de cada um desses níveis a fim de concebermos a possibilidade de elaboramos situações que contemplem a utilização das tecnologias?

Não temos uma resposta para essa e tantas outras questões que permeiam o trabalho docente. No entanto, buscamos mostrar neste texto que embora estejamos cercados em nosso fazer docente de diversos elementos que nos desencorajam a sedução pelo novo, ao diferente, que limitam nossas práticas, é necessário sabermos identificar as causas do problema e nos mobilizarmos em um compromisso pela busca de respostas aos nossos porquês abrindo-nos para a pesquisa, ao ir, vir e devir. Com isso, por mais vasto e dificultoso possa representar o campo de investigação das práticas professorais, saberemos que aqueles que se dedicarem a viver essa experiência de entendimento e tentativas instáveis da desconstrução de algumas verdades, terá a recompensa de que sempre há algo para aprender.

Referências

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. Campinas: Papirus, 2013. 128p

BECKER, F. **Educação e construção do conhecimento.** Porto Alegre, RS: Artmed, 2001. 125 p.

BITTAR, M. **Possibilidades e dificuldades da incorporação do uso de *softwares* na aprendizagem da matemática**: o estudo de um caso: o *software Aplusix*. In: III SIPEM - SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006. p. 1-12.

BITTAR, M. **A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática**. Educar em Revista, 2011, disponível em http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602011000400011 aceso em 01/05/2021.

BRITO, G. S.; PURIFICAÇÃO, I. **Educação e novas tecnologias**: um repensar. 2. Ed. Curitiba: Ibpex, 2006.

PURIFICAÇÃO, I., NEVES, T. G. BRITO, G. da S. **Professores de matemática e as tecnologias: medo e sedução.** Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores: Algumas Reflexões pp 31-57. Willian Beline e Nielce Meneguelo Lobo da Costa (Orgs) Editora da FECILCAM | Campo Mourão, PR, 2010.

CHARLOT, B. Formação de professores: a pesquisa e a política educacional. In: professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2002.

CHEVALLARD, Y. A Theoretical approach to curricula. Jornal fur Mathematikdidaktik, v. 13, n.2/3, p. 215-230, 1992. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/A_Theoretical_Approach_to_Curricula.pdf. Último acesso em 13 de setembro de 2019.

Y. Chevallard : Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In Congrès international sur la théorie anthropologique du didactique, p. 705 – 746, Baeza (Espagne), 2007. L.Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García.

CHEVALLARD, Y. **La notion d'ingénierie didactique, um concept à refonder.** Clermont-Ferrand, p. 16-23, 2009. Disponível em http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=144. Último acesso em: 25 mai. de 2021.

CHEVALLARD, Yves. Conditions et contraintes de la recherche en didactique des mathématiques: un témoignage, 2011. Disponível em: https://bit.ly/30WSDPw. Último acesso em: 16 dez. 2020.

KENSKI, V. M. Novas tecnologias na educação presencial e a distância. In: BARBOSA, R. L. L. (org.) **Formação de educadores:** desafios e perspectivas. São Paulo: UNESP, 2003.

LOBO DA COSTA. N. M. L. Reflexões sobre Tecnologia e Mediação Pedagógica na Formação do Professor de Matemática. In: BELINE, W.; COSTA, N. M. L. (Org.). **Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores:** algumas reflexões. Campo Mourão -PR: Editora de FECILCAM, 2010, v. único, p. 85-116.

LORENZATO, S. O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis: Vozes, 2014, 9ª edição.

Uma Análise do Ensino de Frações Equivalentes a Estudantes do 6º Ano no Contexto da Pandemia da Covid-19

An Analysis of the Equivalent Fractions Teaching to 6th Grade Students in the Context of the Covid-19 Pandemic

Vinicius Souza Bittencourt
Universidade Federal de Rondonópolis
bittencourt@ufr.edu.br

Mychelly Agnes Marcelo Henrique
Universidade Federal de Rondonópolis
mychellyagnes@gmail.com

Resumo
Esse trabalho elucida a elaboração, aplicação e análise de uma sequência didática acerca do tema "frações equivalentes" para alunos do 6º ano do Enino Fundamental em uma escola situada em Rondonópolis, Mato Grosso, Brasil. A Engenharia Didática de Segunda Geração foi o aporte metodológico utilizado, tendo como base teórica a Teoria Antropológica do Didático e a Teoria das Situações Didáticas. Os dados foram recolhidos das respostas do questionário virtual ao final da realização da sequência didática e também por meio da análise das respostas das atividades dos alunos, enviadas por aplicativo de mensagens instantâneas, ou mesmo por interação professor-aluno durante o ensino remoto. Constatou-se que os educandos compreendem o conceito de frações e são capazes de identificá-las através de sua representação geométrica, entretanto apresentam dificuldades de reconhecer tais objetos quando a representação geométrica não é apresentada. Verificou-se que a utilização de material concreto manipulável e ambiente virtual GeoGebra contribuem para o ensino remoto de forma positiva, auxiliando na aprendizagem do objeto matemático de referência supracitado.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático; Teoria das Situações Didáticas; Engenharia Didática de Segunda Geração; Ensino Remoto.

Abstract
This work elucidates the elaboration, application and analysis of a didactic sequence on the theme "equivalent fractions" for students in the 6th year of Elementary School in Rondonópolis, Mato Grosso, Brazil. Second Generation Didactic Engineering was the methodological contribution used, having as theoretical basis the Anthropological Theory of the Didactic and the Theory of Didactic Situations. Data were collected from the answers to the virtual questionnaire at the end of the didactic sequence and also through the analysis of the responses of the students' activities, sent by instant messaging application, or even by teacher-student interaction during remote teaching. It was found that students understand the concept of fractions and are able to identify them through their geometric representation, however they have difficulties in recognizing such objects when the geometric representation is not presented. It was found that the use of concrete manipulable material and GeoGebra virtual environment contribute to remote teaching in a positive way, helping in the learning of the mathematical reference object mentioned above.

Keywords: Anthropological Theory of the Didactic; Theory of Didactic Situations; Second Generation Didactic Engineering; Remote Teaching.

Introdução

O ensino de frações é algo abstrato e complexo para muitos alunos. A maioria deles não atendem às expectativas institucionais pelo fato de não compreenderem o conceito de frações e isso ocorre principalmente durante a realização das operações entre frações. Por tais motivos, escolhemos fazer uma pesquisa no recorte “frações equivalentes” do ensino de frações, visto que a aprendizagem de frações equivalentes é fundamental para a compreensão dos demais assuntos relacionados ao estudo de números racionais como: operações de frações, números decimais e porcentagem.

Um dos principais motivos da dificuldade dos alunos no ensino de frações é o desinteresse pelo conteúdo, que está diretamente relacionado à abordagem utilizada pelo professor. Quando o conteúdo ensinado não tem significado (ou, ausência de *razão de ser*), ele não é interessante para o aluno e nem para o professor. Diante desse cenário desafiador, buscamos estratégias que despertem a curiosidade e a vontade de aprender frações nos educandos.

Fração, qual seu significado para uma criança? E para o professor de matemática? Seu primeiro contato durante a vida escolar com esse tema é com um professor de matemática? O livro didático utilizado no 4º Ano do Ensino Fundamental, de modo geral, as frações são modos de representar partes de um todo dividido em partes iguais. Será que é esse o primeiro contato de uma criança com o conceito de frações? Será que o modo como professor de matemática trabalha em sala de aula com esse tema tem sido eficiente? Por que quando o professor de matemática formaliza esse ensino acaba tendo entraves? Como gerar este despertar no aluno no ensino de frações?

Sylvain Martinez-Ibanez, em sua tese de doutorado analisou o desempenho dos alunos em matemática de onze países de três regiões diferentes (América do Norte, Europa Ocidental e Sudeste Asiático) em avaliações internacionais do TIMSS[1], o que corresponde a 6.383 estudantes. Após uma pesquisa com parte destes, a saber 4.276 estudantes ingleses e americanos, concluiu-se que o domínio de frações está diretamente ligada ao desempenho dos alunos em matemática.

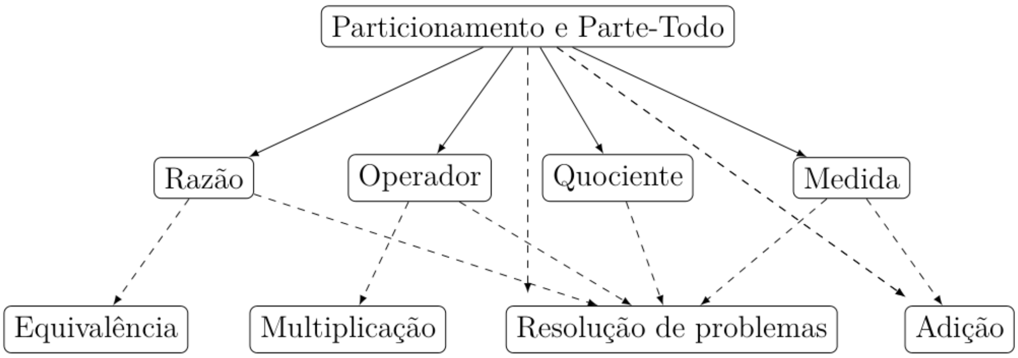
[1] Trends in International Mathematics and Science Study é uma avaliação internacional do desempenho dos alunos do 4º e do 8º ano de escolaridade em matemática e em ciências.

Frações equivalentes em alguns livros didáticos

Antes de analisar o ensino do objeto matemático de referência é necessário explanar os diferentes significados que podemos atribuir ao conceito de frações. Martinez-Ibanez (2018) destaca que é muito divergente entre os pesquisadores o número de significados deste saber. De forma sucinta, serão abordados cinco destes significados, que são citados por Behr (1983) e Kieren (1980): parte-todo, medida, quociente, razão (também chamada de proporção) e operador.

Behr (1983) propôs uma organização ligada a operações, equivalência de frações e resolução de problemas, conforme o diagrama abaixo (Figura 1). Podemos ver que no topo está o significado parte-todo, ocupando a parte central de seu modelo teórico com suas partições.

Figura 1: Esquema conceitual para instrução sobre números racionais



Fonte: Adaptado de Behr et al. (1983, p. 11) tradução do autor

Para Behr (1983), o significado parte-todo é o ponto de partida para o ensino dos demais significados. Pode-se observar no diagrama que as setas sólidas e tracejadas sugerem as relações entre a construção dos números racionais, as operações e a aplicação matemática, em dois diferentes níveis. O significado razão é o mais familiar ao conceito de equivalência.

> A interpretação parte-todo do número racional depende diretamente da capacidade de particionar uma quantidade contínua ou um conjunto de objetos discretos sem subpartes ou conjuntos de tamanhos iguais. Este subconjunto é fundamental para todas as interpretações posteriores (KIEREN, 1980, apud BEHR et al, 1983, p. 4).

Figura 2: Exemplo do significado “parte-todo”

Fonte: A Conquista da matemática, de Júnior; Ruy; Castrucci (2018, p. 139)

Quadros teóricos da Didática

O termo Transposição Didática foi cunhado por Michel Verret em 1975 e difundido por Yves Chevallard em 1985, em seu livro *La Transposition Didactique*. Para Chevallard, um conteúdo passa por transformações e adaptações que o tornam apto para se tornar um objeto de ensino, transformando o saber científico em saber a ser ensinado. Isso ocorre porque comunidade científica e comunidade escolar possuem objetivos diferentes e, durante este processo, são definidos critérios sobre de que forma os saberes devem ser ensinados e quais devem entrar em sala de aula. Este processo é denominado de Transposição Didática. Gondino (2004) a esse respeito, esclarece:

> Quando queremos ensinar um certo conteúdo, tal como os números racionais, devemos adaptá-lo ao estado do conhecimento dos alunos, com qual deve-se simplificá-lo e buscar exemplos específicos acessíveis aos alunos, restringir algumas propriedades, usar uma linguagem e símbolos mais simples do que os habitualmente empregados pelo matemático profissional (GODINO; BATANERO, 2004 apud VIEIRA ALVES, 2011).

A Instituição nomeada de Noosfera, por Chevallard, formada por pesquisadores, professores, especialistas no assunto, Ministério da Educação, entre outros, é que definirá de que forma os saberes devem ser ensinados.

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Guy Brousseau, visa compreender as relações que acontecem entre os alunos, professores e os saberes e é um modelo teórico que tem como objetivo efetivar o aprendizado, por meio de situações reprodutíveis, denominadas de situações didáticas. Além do mais, um importante ator da TSD é a noção de contrato didático, em que

> • O professor é supostamente capaz de criar condições suficientes para a apropriação dos conhecimentos, e deve reconhecer tal apropriação quando a mesma se opera;
>
> • O aluno é supostamente capaz de satisfazer tais condições;

> • A relação didática deve continuar a "todo custo";
> • O professor assegura então as condições de aquisição anteriores e as condições novas fornecem ao estudante a possibilidade da aquisição desejada (VIEIRA ALVES 2011, P. 33).

A ruptura do contrato didático com o caso em que o aluno não mostra interesse na resolução do problema oferecido a ele pelo professor, ou quando não há envolvimento aceitável nas atividades propostas. Essa ruptura se evidencia porque o que se espera é o envolvimento do aluno nas atividades didáticas. Visando trazer o elemento institucional à nossa análise, elemento por vezes desconsiderado na TSD, consideraremos o aporte da Engenharia Didática (ED) de Segunda Geração e a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A Engenharia Didática (ED) é uma metodologia voltada para a educação matemática, que pode ser classificada como: 1º Geração (Clássica) ou de 2º Geração. A engenharia de primeira geração surgiu com os primeiros trabalhos nos anos 70, em uma época em que não era utilizado o referencial teórico, desta forma, o objetivo principal da pesquisa era a elaboração e o estudo de uma proposta de transposição didática, sem estudar o papel do professor. A se segunda considera fortemente o papel da instituição "professor" dentro da sua proposta de análise.

A TAD é uma evolução da TSD e surgiu com a finalidade de dar respostas a algumas questões que a TSD não respondia, na relação do indivíduo sobre os objetos do conhecimento, procurando compreender estas relações, e nas relações indivíduo-instituição e professor-instituição. Um elemento fundamental da TAD é a síntese praxeológica na análise didática, necessários à compreensão da atividade matemática pelo quarteto praxeológico [T/τ/θ/Θ], em que:

- T: tipo de tarefa, contendo pelo menos uma subtarefa S_i;
- τ: tipo de técnica para a realização da tarefa T;
- θ: tecnologia que justifica;
- Θ: teoria para justificar.

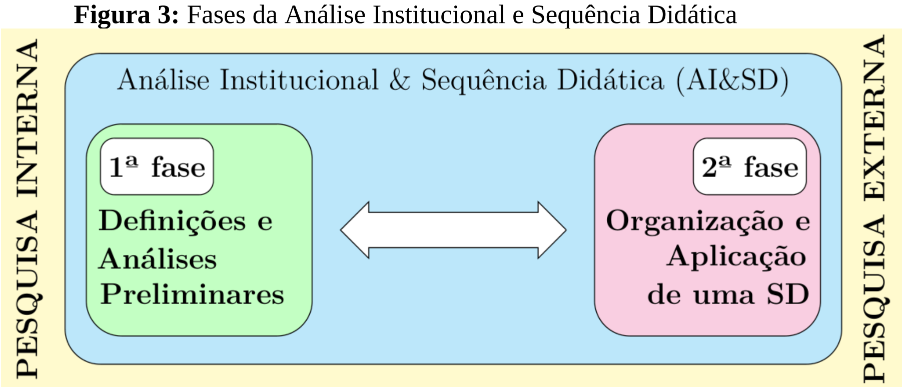
O bloco [T/τ] é conhecido como bloco da *praxis* ou saber-fazer e o bloco [θ/Θ] é bloco o tecnológico-teórico, também denominado *logos*.

Estas são breves considerações sobre o aporte teórico empenhado nessa pesquisa. Para maiores informações, é conveniente consultar Almouloud, Farias e Henriques (2018) e Vieira Alves (2011).

Metodologia da Pesquisa

A Análise Institucional e Sequência Didática (AI&SD) foi a metodologia escolhida para o desenvolvimento deste trabalho. Henriques, Attie e Farias (2016) dividem o processo de pesquisa em duas fases: a primeira denominada de "Definições e Análises Preliminares" e a segunda de "Organização, Análises e Aplicação de uma Sequência Didática", como pode ser observado na Figura 3. A primeira fase se refere à tomada de decisões iniciais, em que o pesquisador escolhe seu tema de pesquisa. Em seguida, surgem as questões de pesquisa em volta do objeto de saber escolhido, a partir dos objetivos traçados e da escolha do seu quadro teórico. Na segunda fase, há a escolha da instituição de referência, de acordo com o objeto do saber escolhido, seguida de uma análise anterior e posterior à aplicação da Sequência Didática (SD).

Figura 3: Fases da Análise Institucional e Sequência Didática



Fonte: Henriques, Attie e Farias (2016, p. 4)

As oito etapas da AI&SD serão aqui descritas de forma sucinta.

Fase I: Definições e Análises Preliminares.

- *1ª Etapa. Definição do tema/assunto da pesquisa*. Apresentação da problemática e/ou questões da pesquisa em torno do tema/assunto (objeto do saber de referência). Definição dos objetivos gerais e específicos, bem como do referencial teórico ou quadro teórico de base da pesquisa.
- *2ª Etapa. Identificação das Instituições*. Identificação de uma instituição que seja de: referência, aplicação ou referência e aplicação.

- *3ª Etapa. Escolha de elementos Institucionais*. Identificação e escolha dos elementos institucionais que se pretende analisar a partir daqueles apresentados na Figura 3, eventualmente acrescidos de outros, com olhar no objeto de estudo ou do ensino visado, sem perca de vista ds etapas precedentes.
- *4ª Etapa. Estudo e apresentação da Análise Institucional de Referência*. Estudo de cada um dos elementos institucionais escolhidos na 3ª Etapa e apresentação de análises correspondentes com base nas definições dispostas na 1ª Etapa. Apresentação de considerações e reflexão sobre a implementação de possíveis propostas, soluções ou contribuições em torno da problemática nas instituições envolvidas na 2ª Etapa.

Fase II: Organização, análises e aplicação de uma Sequência Didática.

- *5ª Etapa. Organização de uma SD*. Organização de uma SD contendo ao menos uma sessão de aplicação de um dispositivo experimental, constituído de tipo de tarefas propostas na praxeologia dos objetos de estudo envolvidos na pesquisa ou construídos com base nessa praxeologia analisada na 4ª Etapa.
- *6ª Etapa. Análise a priori*. Realização e apresentação de análise matemática/didática de cada tarefa, proposta no dispositivo experimental, considerando os conhecimentos que se pretende investigar sobre o objeto em jogo, com referências na sua praxeologia.
- *7ª Etapa. Aplicação da sequência*. Negociação com os elementos da instituição de aplicação, descrição das suas condições e realização do experimento (aplicação) propriamente dito.
- *8ª Etapa. Análise a posteriori e validação*. Realização da análise das práticas efetivas dos sujeitos da pesquisa e validação.

Nas aulas de Matemática, em particular durante a aplicação da sequência didática, o diálogo entre professor e alunos também foi levado em consideração. A comunicação ficou restrita à apresentação das atividades e conteúdos: as narrativas orais forneceram ricas possibilidades de análise sobre a vivência do objeto matemático de referência nessa instituição. Com base no quadro teórico e metodologia de pesquisa aqui apresentados, prosseguiu-se com elaboração de sequência didática específica para tratar de frações equivalentes.

Organização e aplicação de uma SD

Antes de detalharmos alguns aspectos da aplicação da AI&SD em torno do nosso objeto matemático de estudo e referência, será feito um breve relato sobre a 1ª Fase da AI&SD. A ecologia deste saber e um estudo prévio sobre as instituições que envolvem o objeto em questão, a praxeologia contida nos livros didáticos, bem como os documentos oficiais institucionais para o currículo do ensino de Matemática foram elementos norteadores à tomada de decisão inicial.

Frações equivalentes foi o objeto matemático de referência escolhido para esta pesquisa por causa das diversas dificuldades relacionadas a este conteúdo, verificadas por avaliação diagnóstica e observações de diversos professores ou pesquisadores no tema, pois "frações continuam a representar dificuldades para os alunos, apesar dos numerosos trabalhos publicados sobre esse assunto. Observamos essa dificuldade em nossa prática de professor de escola" (MARTINEZ-IBANEZ, 2018, p. 3). Consideramos também a importância do mesmo no processo de aprendizagem, assim como sua aplicabilidade em diversos conteúdos importantes para a formação do aluno.

> De modo geral, os professores do 6º ano esperam que o aluno chegue pronto, o que realmente não acontece, sendo necessária a utilização de atividades contextualizadas e materiais didáticos manipuláveis, para que favoreçam a compreensão das ideias matemáticas (ROTH; COSTA, 2016, p. 3).

Nota-se que uma das principais dificuldades dos alunos do Ensino Fundamental está ligado a identificação e comparação de frações. Foi escolhido trabalhar este tema no 6º ano do Ensino Fundamental, por se tratar de um dos objetivos de aprendizagem nessa etapa de ensino.

Os motivos do baixo desempenho por parte dos alunos, nos levam a discussão sobre hipóteses que poderiam provocá-los, como: a falta de qualidade do curso de graduação dos professores, que pode levar a falta de domínio do conteúdo ou até mesmo a apresentação dos conteúdos de forma limitada; a falta de conhecimento prévio dos alunos; dificuldades no rompimento das ideias construídas para as operações com os números inteiros, entre outros. "Levará tempo e trabalho para que esses alunos abandonem seus conceitos errados para construir conceitos matemáticos mais complexos do que aqueles estudados previamente com números inteiros" (MARTINEZ-IBANEZ, 2018, p. 46).

A instituição escolhida para aplicação da AI&SD é de Referência e Aplicação e onde ocorreu as aulas da disciplina de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental. Trata-se da

Escola Estadual Odorico Leocádio da Rosa, situada em Rondonópolis-MT. A disciplina é ofertada anualmente no período matutino, com carga horária anual de 200 horas, equivalente a 5 horas/aula por semana.

Por motivo da pandemia da Covid-19, as aulas (e, consequentemente, as interações professor-aluno e aluno-aluno) ocorreram de maneira não presencial com videoconferência pela plataforma TEAMS, da Microsoft, com a carga horária de 5 aulas semanais de 30 minutos cada. Nessa modalidade, contou-se com a participação nas aulas remotas de cerca de 42% do total de alunos matriculados. Os elementos institucionais considerados nesta pesquisa foram:

- Professor e o aluno;
- Documentos que norteiam a educação básica e dão subsídios para o trabalho docente: Lei nº 9.394/96 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 13.005/2014 - Plano Nacional de Educação (PNE), Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN'S), Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Documento de referência curricular para o Mato Grosso (DRC-MT), Projeto Político-pedagógico (PPP), Plano de trabalho docente (PTD);
- Livro didático *A Conquista da Matemática* (2018), adotado na Instituição de Referência e Aplicação;
- Recursos didáticos, sendo eles modelos concretos manipuláveis e o ambiente computacional GeoGebra.

Tais elementos foram minuciosamente analisados e considerados na análise *a priori*. Avançando, portanto, à 2ª fase da AI&SD, contendo a organização da Sequência Didática (SD) e sua análise *a priori*, que será elaborada após as análises e considerações feitas na 1ª fase. A SD foi composta por várias sessões, mas neste trabalho vamos explicitar apenas dois dispositivos experimentais e suas respectivas sessões (I e II).

O primeiro DE reúne os conhecimentos relativo ao conceito de frações, bem como suas representações, permitindo ao aluno com o auxílio do encarte disponível na apostila, manipular e representar cada uma das frações apresentadas. No quadro está identificado cada uma das tarefas desenvolvidas.

A tarefa (T) consiste em identificar e conceituar frações equivalentes. A partir dela, estabelecemos subtarefas (S_i) como um modo de decompor o problema para melhor compreensão dos alunos e análise dos elementos didáticos.

Quadro 1: Dispositivo Experimental com uso do flanelógrago (Sessão I)

S_1	Fazer uso da apostila, leitura e interpretação da situação-problema.
S_2	Fazer o uso do flanelógrafo com os discos de frações em feltro.
S_3	Fazer uso do encarte do aluno para representar as três frações abordadas na situação-problema inicial (recortar, pintar e colar).

Fonte: Henrique (2021, p. 109)

Quadro 2: Dispositivo Experimental com uso do GeoGebra (Sessão II)

S_4	Fazer uso do link a seguir no GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/gupxhjbq
S_5	Discutir sobre as mudanças que ocorreram na figura, ao mostrar as representações geométricas das frações: 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 5/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9 e 1/10.
S_6	Discutir sobre as mudanças que ocorreram na representação geométrica, durante a multiplicação da fração escolhida pelas frações: 2/2, 3/3, 4/4 e 5/5.
S_7	Definir frações equivalentes.

Fonte: Henrique (2021, p. 110)

Figura 4: Tarefa T durante a Sessão I

FRAÇÕES EQUIVALENTES

Paulo e César cansados, depois de um longo dia de estudo, decidiram ir a uma pizzaria, lá pediram uma pizza de calabresa, que veio repartida em 12 fatias iguais. Carla ligou para seus amigos avisando que iria se encontrar com eles, ao chegar pediu uma pizza de queijo do mesmo tamanho, e pediu ao garçom que cortasse a pizza em apenas 4 fatias.

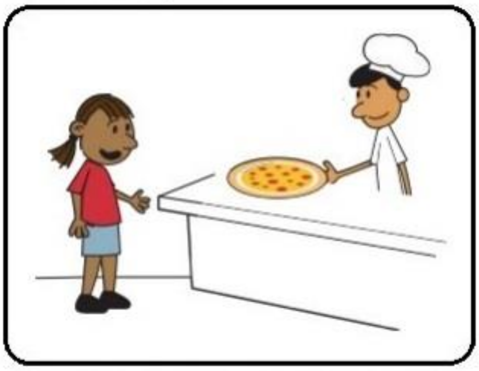
Paulo comeu 2 fatias da pizza de calabresa e César comeu 3 fatias da mesma pizza. Carla disse que estava de dieta e por isso comeu apenas uma fatia da sua pizza escolhida.

Ao terminarem de jantar Carla afirmou que foi difícil resistir mas ela conseguiu comer apenas uma fatia e que eles deveriam seguir o exemplo dela.

Paulo que havia comido 2 fatias ficou indignado com a fala de Carla, na certeza de que comeu uma quantidade de pizza menor.

César ficou confuso pois comeu 3 fatias de pizza mas estava com a sensação que havia comido a mesma quantidade que Carla.

Desenho 1 : A pizza

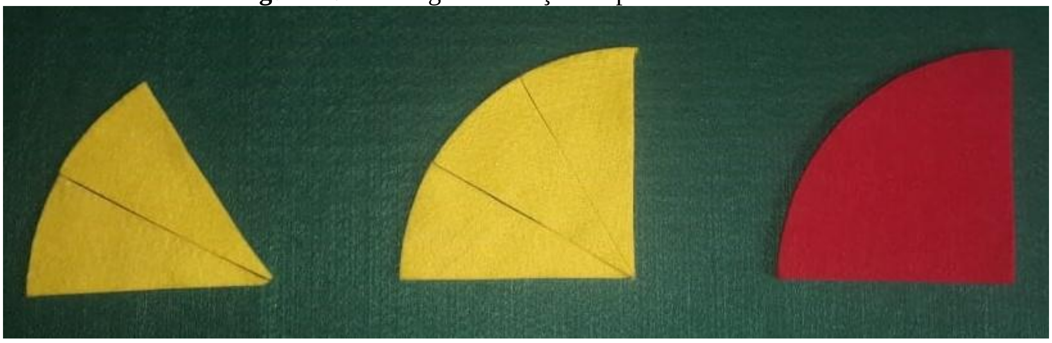


Fonte: Ripoll, Simas, Bortolossi, Rangel, Giraldo, Rezende, Quintaneiro. (2012)

Fonte: Henrique (2021, p. 116)

Durante a realização de cada uma das sessões, nas quais os alunos responderam também a seis questões propostas pela apostila, percebemos as dialéticas da análise e da síntese praxeológica e didática.

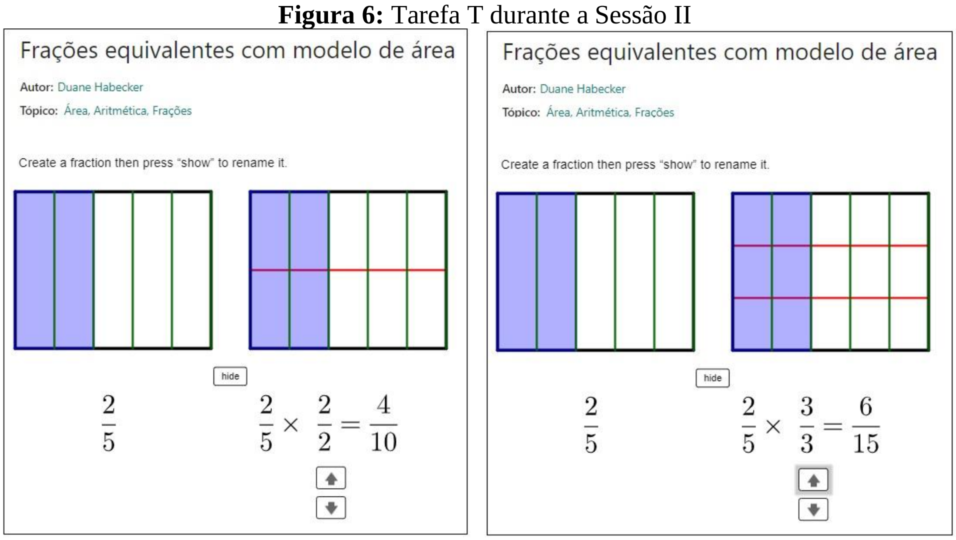
Figura 5: Flanelógrafo – fração da pizza consumida



Fonte: Materiais de pesquisa

Após a Sessão I, revisitamos os referenciais teóricos para nortear a análise destas. Percebemos o contrato didático presente nos pré-requisitos (números inteiros, aritmética básica e geometria) desejados pelo professor e pela escola, na interação remota (aluno-tela-professor ou aluno-tela-aluno) e na devolutiva das atividades. Em todos estes aspectos citados, percebemos uma "quebra" desse contrato. A TAD nos fez perceber e considerar uma instituição muito relevante no ensino remoto: a interação, via recursos de mídia, através das TICs[2]. O bom, mal ou até o não uso das TICs nesse formato de ensino nos conduziu a problemáticas interessantes: como estabelecer um processo avaliativo contínuo? Como verificar fielmente o processo de ensino-aprendizagem neste contexto?

Figura 6: Tarefa T durante a Sessão II



Fonte: https://www.geogebra.org/m/gupxhjbq?fbclid=IwAR1Iup_j_LjODjOCC_905c-Lr4VrWz7vNxtX4ocLiCqi4ICitNGrNRw-mOs

[2] Tecnologias da Informação e da Comunicação.

Na Sessão II, após ao realizar as subtarefas S_i propostas, ficou evidente a técnica τ de determinar as frações equivalentes realizando recortes nas frações disponíveis no encarte do aluno e as sobrepondo elas a fim de encontrar recortes idênticos, justificada pela tecnologia θ, que consiste no fato de que frações equivalentes são frações que representam a mesma quantidade de um inteiro ou de uma área, abarcadas pela Teoria de Anéis (Θ). Ficou estabelecido, portanto, o quarteto praxeológico [$T/\tau/\theta/\Theta$] para as considerações da nossa análise, o que nos permitiu uma inserção ainda maior da TAD neste trabalho.

O professor, após provocação pela efetiva participação dos alunos na aula, constatou que o número de alunos *online* não representa a quantidade de alunos presentes, e que a participação dos mesmos foi bem inferior ao que se esperava. A grande maioria dos alunos estavam apenas conectados, o que afetou diretamente a construção deste saber. Ao observarmos a análise dos questionários, verificamos que a maioria dos alunos compreendem o conceito de frações e sabem como a representar geometricamente, entretanto, no quesito de encontrar frações equivalentes, a representação geométrica se faz necessária, já que com ausência de uma representação geométrica a grande maioria não obteve êxito.

Considerações finais

Este trabalho foi realizado seguindo os princípios da Engenharia Didática (ED) de Segunda Geração, fundamentado na TAD e TSD e contribuiu na melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos. Entendendo que a ED, ao ser aplicada em sala de aula auxilia no processo da construção do saber, a TAD nos ajudou a compreender a atividade matemática e as relações humanas presentes, enquanto a TSD nos auxiliou na compreensão dos obstáculos epistemológicos existentes, na importância de realizar um contrato didático e compreender que podem existir rupturas durante este processo. Encontramos um método de aprendizagem alternativo para frações equivalentes, com recursos úteis no contexto das aulas remotas.

Com base nos resultados coletados durante a experimentação, observa-se que o uso do ambiente computacional GeoGebra e materiais concretos manipuláveis contribuem de forma positiva no ensino do nosso objeto matemático de referência, ao permitir a visualização da representação geométrica do nosso objeto matemático de estudo.

Por fim, espera-se que este trabalho possa também ajudar a nortear um trabalho de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) no ensino remoto ou até mesmo a análise do objeto frações equivalentes a luz de outras teorias, por exemplo a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) ou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Esta última talvez seja mais favorável em razão dos registros de imagens que se faz em uma tela.

Referências

ALMOULOUD S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. **A Teoria Antropológica do Didático: Princípios e Fundamentos**. Curitiba: Editora CRV, 2018.

BEHR, M. J. Rational number concepts. **Acquisition of mathematics concepts and processes},** v. 91, p. 91–125, 1983**.**

FARIAS, L. M. S.; BITTENCOURT, V. S.; FARIAS, L. M. S.; CARVALHO, E. F. Inter-relações entre domínios matemáticos – a integração do NAG em um modelo praxeológico alternativo. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, SciELO, Brasil, v. 35, n. 69, p. 529 – 548, 2021.

HENRIQUE, M. A. M. **Uma análise do ensino de frações equivalentes no contexto da pandemia da Covid-19 mediado pela Teoria Antropológica do Didático**. 175 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Rondonópolis, Rondonópolis, 2018.

HENRIQUES, A.; ATTIE, J.; FARIAS, L. Análise institucional & sequência didática como metodologia de pesquisa. Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, I. **Anais**. 2016.

KIEREN, T. E. **Five faces of mathematical knowledge building**. University of Alberta, Department of Secondary Education, Alberta, 1980.

MARTINEZ-IBANEZ, S. **Transposition didactique externe et acquisition du concept de fraction: une comparaison internationale entre onze participants aux évaluations**. TIMSS. 1043 p. Tese (Doutorado). Université Sorbonne Paris Cité, Paris, 2018.

VIEIRA ALVES, F. R. **Didática da Matemática**. Fortaleza: UAB/IFCE, 2011.

Uma proposta de uma Organização Praxeológica para a generalização da fórmula da medida de perímetro e área do Fractal Ilha de Koch

A proposal of a Praxeological Organization for the generalization of the perimeter and area measurement formula of Koch's Island Fractal

Vinícius Murilo Fratucci
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - PRPGEM
viniciusfratucci@outlook.com

Mariana Moran
Universidade Estadual de Maringá – UEM
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – PRPGEM/UNESPAR
mmbarroso@uem.br

Resumo
Este trabalho consiste em uma proposta de dissertação de mestrado em andamento que apresenta análises prévias realizadas a partir de uma construção de Organizações Praxeológicas (OP) para a compreensão de fórmulas para o cálculo de perímetro e área do Fractal Ilha de Koch. O trabalho consiste em análises prévias, pois ainda está em fase de construção e não foi implementado. Para isso, a pesquisa se constituirá de uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo e, como aporte metodológico da nossa investigação, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), a qual permitirá modelar o conhecimento por meio de OP. Deste modo, pretendemos realizar uma análise praxeológica de algumas situações em que o *software* GeoGebra pode ser utilizado para conduzir estudantes do 2º ano do Ensino Médio, na construção e exploração de fórmulas para determinar as medidas de perímetro e área do Fractal Ilha de Koch, também conhecido como Floco de Neve. Utilizaremos a TAD e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) como aporte teórico, e com elas buscaremos identificar os objetos e as Organizações Matemáticas que estão envolvidas em tais situações, assim como as técnicas e os registros de representação semiótica evidenciados pelos alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Didática da Matemática; Teoria Antropológica do Didático; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Geometria Fractal.

Abstract
This work consists of a proposal for a master's dissertation in progress that presents previous analyses performed from a construction of Praxeological Organizations (OP) for the understanding of formulas for the calculation of perimeter and area of the Koch Island Fractal. The work consists of previous analyses, since it is still in the construction phase and has not been implemented. For this, the research will consist of a qualitative approach of interpretative nature and, as methodological support of our investigation, we use the Anthropological Theory of Didactics (TAD), which will allow modeling the knowledge through OP. Thus, we intend to perform a praxeological analysis of some situations in which the GeoGebra software can be used to lead 2nd year high school students in the construction and exploration of formulas to determine the measures of perimeter and area of the Koch Island Fractal, also known as Snowflake. We will use the TAD and the Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS) as theoretical support, and with them we seek to identify the objects and Mathematical Organizations that are involved in such situations, as well as the techniques and registers of semiotic representation evidenced by the students.

Keywords: Mathematics Education; Didactics of Mathematics; Anthropological Theory of Didactics; Semiotic Representation Register Theory; Fractal Geometry.

Introdução

No Brasil tem-se documentos que são norteadores para a Educação Básica, indicando aos seus professores caminhos a trilhar e direcionamentos no ensino da Matemática para além das aulas básicas. Como exemplo, temos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um documento de esfera nacional, e as Diretrizes Curriculares da Educação Básica (DCE) do estado do Paraná. Assim, ao realizar leituras desses documentos a respeito da Geometria Fractal, observamos que esse tema deve ter seus estudos aprofundados no Ensino Médio, dizendo que as "[...] noções de geometrias não-euclidianas ao abordar a geometria dos fractais, geometria projetiva, geometria hiperbólica e elíptica" (PARANÁ, 2008, p. 57). Ainda, o mesmo documento ressalta que podem ser realizados estudos a respeito do Floco de Neve da Curva de Koch, em que está relacionado a Geometria Fractal. Com relação à BNCC, esta não indica de forma direta, o trabalho com a Geometrias Não Euclidiana, no entanto nos apresenta em seu objetivo de aprendizagem EM13MAT105 no Ensino Médio a indicação de se "Utilizar as noções de transformações isométricas [...] e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (**fractais**, construções civis, obras de arte, entre outras)" (BRASIL, 2018, p. 545, grifo nosso). Além disso, assuntos pertinentes a Álgebra e Números, são abordados enquanto se faz a construção e a exploração matemática de objetos fractais, alcançando algumas das habilidades de Matemática da BNCC.

Sallum (2005) destaca a importância de se utilizar a Geometria Fractal no Ensino Médio, pois essa possibilita desenvolver fórmulas gerais, de modo a "[...] criar algoritmos, calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente, introduzir uma idéia intuitiva do conceito de limite e é um excelente tópico para aplicação de progressões geométricas e estímulo ao uso de tabelas. (SALLUM, 2005, p. 1).

Com base nessas recomendações, nas observações realizadas em sala de aula e análise de livros didático, observamos que o ensino de Geometria Não Euclidiana, mais estritamente, o ensino da Geometria Fractal, é pouco trabalhado em sala de aula. Logo, a não abordagem desse assunto na Educação Básica pode direcionar os alunos a acreditar que temos somente a Geometria Euclidiana.

> Percebe-se que as noções de geometrias não-euclidianas [assim como é o caso da Geometria Fractal] têm sido negligenciadas nas aulas de matemática pela maioria dos professores, tanto no ensino fundamental como no ensino médio, não pelo

> descaso do professor, mas sim pelo fato dos mesmos não terem tido contato com essas geometrias em sua formação, [...] (VEJAN; FRANCO, 2009, p. 2-3).

Com isso, a presente proposta está pautada na Geometria Fractal, pois além de ser atual esse assunto é pouco mencionado, tanto na sala de aula quanto em livros didáticos. Assim, o documento (PARANÁ, 2008, p. 56) indica que "na Geometria dos Fractais pode-se explorar: o floco de neve e a curva de Koch; triângulo e tapete de Sierpinski [...]". Nesse sentido, nos direcionamos para o estudo do Fractal Ilha de Koch sob a perspectiva do *software* GeoGebra, como uma proposta para alunos do 2º do Ensino Médio

Portanto, nos norteando nas discussões anteriores, esse trabalho tem como pressuposto estudar uma Organização Matemática (OM) para a compreensão de fórmulas para a medida de perímetro e área do Fractal Ilha de Koch sob as perspectivas da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Essas fórmulas irão surgir a partir das técnicas e dos registros de representação que serão mobilizados durante a construção e a exploração do Fractal Ilha de Koch.

A Ilha de Koch, ou conhecida como Floco de Neve de Koch pela sua semelhança com um floco de neve, se desenvolve a partir da Curva de Koch, e sua construção se inicia com um segmento de reta qualquer que em segundo passo é dividido em três partes iguais, e deste modo, construímos um triângulo equilátero na terça parte do segmento original suprimindo o segmento da base. Deste modo, temos que o Fractal Ilha de Koch é inicialmente construído com um triângulo equilátero, no qual em cada um dos seus lados se realiza a Curva de Koch.

Para tanto, o seu estudo praxeológico será realizado a partir da Geometria Fractal, porém, nos direcionando para o Fractal Ilha de Koch, que é o nosso objeto de estudo, partindo dos pressupostos teóricos da TAD e da TRRS, como análises das tarefas propostas para o cálculo de perímetro e área do fractal.

Discussão Teórica

Nessa proposta de estudo de uma OM a respeito do Fractal Ilha de Koch, utilizaremos os pressupostos da Didática da Matemática, pois ela nos dá subsídios para compreendermos aspectos envolvidos no processo de aprendizagem da Matemática. Além disso, Pais (2019) afirma que ela tem por objetivo estudar e elaborar a conceitualização e teorização das peculiaridades dos saberes matemático escolar. Desta maneira, propicia a compreensão dos diversos entrelaçamentos entre a teoria e a prática.

Em vista disso, nos pautamos nas teorias que abarcam essa abordagem, sendo elas, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e a Teoria dos Registros das Representação Semiótica (TRRS), desenvolvidas pelos respectivos pesquisadores franceses Yves Chevallard e Raymond Duval, na qual, articulamos essas teorias com a Organização Matemática desenvolvida e o *software* GeoGebra, proporcionando o aporte teórico do nosso estudo.

Deste modo, Almouloud (2007) destaca que a TAD é uma teoria importante para a análise das práticas em sala de aula. Além disso, faz contribuições para a Didática da Matemática, na qual insere-se a Didática no campo antropológico, pois:

> [...] focaliza o estudo das organizações praxeológicas didáticas [OD] pensadas para o ensino e aprendizagem de organizações matemáticas [OM]. A teoria antropológica do didático (TAD) estuda condições de possibilidades e funcionamentos de sistemas didáticos, entendidos como relação sujeito-instituição-saber (ALMOULOUD, 2007, p. 111).

Nesse sentido, Chevallard (1999) nos explica que as organizações (ou praxeologias) são associadas a um estudo matemático, além disso, elas são divididas em dois tipos: Organização Matemática e Organização Didática. O pesquisador nos elucida que a Organização Matemática (OM) está envolvida na realidade Matemática que pode ser desenvolvida em uma disciplina de Matemática em torno de um determinado tema, ou seja, é nesse momento que essa realidade se desenvolve a partir de um quarteto praxeológico (tipo de tarefa, técnica, tecnologia, teoria). E a Organização Didática (OD), relaciona-se com a maneira que pode ser estudado o desenvolvimento da realidade Matemática, isto é, como pode-se realizar o estudo em um determinado tema. Observa-se então, que as organizações se relacionam entre si.

Com isso, compreendemos que a OM e a OD, constituem as Organizações Praxeológicas (OP). Na qual, a OD permite a existência de uma OM que se relaciona a um determinado saber matemático. Para tanto, nota-se que as praxeologias se encontram no âmago da TAD, e sua estrutura basicamente se constitui no estudo e na exploração do quarteto praxeológico, ou seja, nos tipos de tarefas, nas técnicas, nas tecnologias e nas teorias envolvidas.

Nesse sentido, Chevallard (2018) nos esclarece o quarteto praxeológico.

> A estrutura praxeológica mais simples (que poderíamos chamar de 'atômica', mas nós realmente chamamos de 'pontual') consiste um tipo de tarefa T, uma técnica τ, maneira de executar as tarefas t do tipo T, de uma tecnologia θ, discurso fundamentado (logos) sobre a técnica (tekhnê) que é suposto tornar t inteligível como meio para realizar as tarefas do tipo T, enfim - por último, não menos importante - uma componente teórica Θ, que rege a tecnologia em si (e, portanto, todos os componentes da praxeologia). (CHEVALLARD, 2018, p. 34).

Assim, entendemos que para uma determinada tarefa, existe pelo menos uma técnica (maneira como se realiza a tarefa) para aquela tarefa, a tecnologia que justifica a maneira como se realizou a tarefa (a técnica), e por fim, tem-se a teoria, que faz a justificação daquela tecnologia. E, partindo disso, Chevallard (1991) esclarece que o objeto matemático não existe sozinho, então, esse pesquisador nos faz pensar em um ecossistema de interação do saber, ou seja, esse pesquisador estabelece a ecologia didática e nos "introduz a noção de hábitat de um objeto matemático como sendo o tipo de instituição onde se encontra o saber relacionado ao objeto de estudo, por sua vez determinará a função do saber, ou seja, determinará seu nicho" (ALMOULOUD, 2007, p. 113-114).

Nesse sentido, para o nosso objeto de estudo, que é o Fractal Ilha de Koch, podemos definir que o *software* GeoGebra se torne o local de existência, ou seja, o habitat desse fractal. Pois de acordo com Almouloud (2007) com essa problemática ecológica, ampliamos as nossas análises que nos permite envolver problemas que se iniciam entre os objetos diferentes do saber a ensinar.

Doravante a isso, como estamos tratando do estudo de uma Organização Matemática em que recorremos a representação do objeto Fractal, optamos por levar em consideração a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) em que o registro figural utilizado será o *software* GeoGebra e as explorações matemáticas serão os registros simbólicos constituídos pelas representações algébricas e numéricas. Além disso, serão explorados os aspectos referentes aos tratamentos e às possíveis conversões a respeito do objeto matemático em estudo.

Nesse sentido, Duval (2012) explica que a TRRS tem uma importância significativa na atividade matemática, pois

> Se a conceitualização implica coordenação de registros de representação, o principal caminho das aprendizagens de base matemática não pode ser somente a automatização de certos tratamentos ou a compreensão de noções, mas deve ser a coordenação de diferentes registros de representação, necessariamente mobilizados por estes tratamentos ou por esta compreensão. (DUVAL, 2012, p. 284).

Nesse sentido, quando utilizamos o GeoGebra como habitat do Fractal, temos que o registro figural utilizado tem sua representação neste *software*. Deste modo, podemos ter uma maior fidedignidade a respeito das conjecturas que são realizadas, isto é, “cada vez mais da imagem nos meios semióticos, o ‘aprender a ver’ torna-se cada vez mais importante [...]” (MORETTI, 2013, p. 290). Com isso, entendemos assim como Duval que “a Matemática é o único domínio em que o progresso dos conhecimentos está estritamente ligado à inversão de novos sistemas semióticos” (DUVAL, 2011, p. 84).

Dessa forma, para o nosso estudo, temos a seguinte questão norteadora: Quais as possíveis técnicas mobilizadas por estudantes do Ensino Médio durante a construção de fórmulas de perímetro e área do Fractal Ilha de Koch? Para isso, nos propomos em Investiga por meio da Teoria dos Registros de Representação Semiótica as possíveis técnicas mobilizadas por estudantes do Ensino Médio durante a construção de fórmulas de perímetro e área do Fractal Ilha de Koch. Assim, nos valeremos nas teorias mencionadas como aporte metodológico para discutirmos as praxeologias emergentes das tarefas propostas, abarcando uma análise a *priori* a respeito do quarteto praxeológico e os tipos de representação semióticas que podemos identificar em tais tarefas.

Metodologia de Pesquisa

A presente pesquisa consiste numa pesquisa cujo o enfoque se faz por meio de um estudo de natureza qualitativa e de cunho interpretativo, pois, do ponto de vista de Bicudo (2004, p. 104), é o pesquisador “qualitativo que engloba a ideia de sujeito, possível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências”.

Como a nossa pesquisa se baseia num estudo de Organizações Praxeológicas, entendemos que “quando se trata de um objeto relativo às práticas de ensino, deve-se em primeiro lugar observar os objetos, depois descrevê-lo, analisá-lo e avaliá-lo, para finalmente, desenvolver atividades que tem o objetivo de ensino e a aprendizagem desse objeto” (CHEVALLARD, 2002, *apud* ALMOULOUD, 2007, p. 123). Ainda, esse mesmo autor, diz que esse objeto pode ser categorizado em duas maneiras, a primeira refere-se “a realidade matemática (OM)" e na segunda forma que diz respeito ao "como se pode construir essa realidade (OD)".

Partindo dessas prerrogativas, devemos realizar uma análise das praxeologias Matemáticas e Didáticas que serão criadas a partir do quarteto praxeológico e dos momentos didáticos de Chevallard (1998), pois estes são critérios essenciais para nos dar um direcionamento na elaboração das Organizações Praxeológicas.

Para tanto, a pesquisadora Artaud (2018), nos esclarece quais são esses momentos didáticos: o primeiro refere-se ao momento do primeiro encontro com o tipo de tarefa T; o segundo, é o momento de explorar o tipo de tarefa, T; o terceiro, diz respeito ao momento tecnológico teórico, que constitui a tecnologia; o quarto momento, é o trabalho com a Organização Matemática; o momento da institucionalização da OM é o quinto momento; e por fim, o sexto momento é quando se faz a avaliação da Organização Matemática construída.

Nesse sentido, essas técnicas de análise consistem em "examinar os momentos do estudo realizado e as técnicas de realização empregadas, ao elucidar tanto quanto possível o ambiente tecnológico e teórico que os justifica, produzi-los ou torná-los compreensíveis" (ARTAUD, 2018, p. 153). Portanto, utilizaremos a TAD como metodologia de pesquisa, a qual adotaremos.

No que concerne a análises dos dados, abordaremos duas principais teorias provenientes da Didática da Matemática, a Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Chevallard, explorando as praxeologias matemáticas emergentes, também, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Duval, nos pautando nos tipos de representação apresentadas nas praxeologias matemáticas.

Análise dos Dados

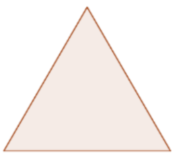
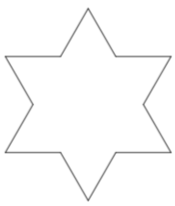
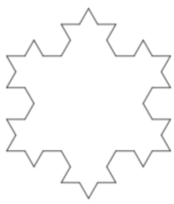
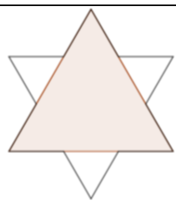
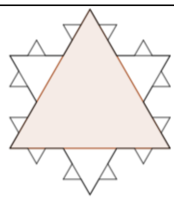
Neste momento, propomos uma análise a *priori* da construção de uma Organização Matemática para o cálculo da medida de perímetro e área do Fractal Ilha de Koch. No entanto, devido ao número limitado de páginas, não apresentaremos a análise a *priori* de duas tarefas que fazem parte do conjunto que constroem a Organização Praxeológica (composta pela Organização Didática e Matemática), são elas, o cálculo para a quantidade de segmentos e a quantidade de triângulos desse fractal em cada etapa a ser construída. Assim, propomos a construção do Fractal Ilha de Koch com o auxílio de um tutorial que explica passo a passo da construção por meio do *software*, de modo a auxiliar os alunos a elaborarem suas conjecturas e hipóteses em cada etapa do fractal proposto.

Como nos pautamos na TAD e na TRRS, faremos uma discussão em torno do tipo de tarefa, da técnica, da tecnologia e da teoria e, também, nos tipos de representação semiótica. Assim, nos organizamos para a análise a *priori* considerando o tipo de tarefa para cada momento da construção e da exploração do Fractal Ilha de Koch. A seguir, apresentaremos dois tipos de tarefas, em que apresentaremos as análises a *priori* da nossa pesquisa.

A princípio, explicamos que para iniciarmos a construção e exploração do Fractal Ilha de Koch, faz-se necessário construir um triângulo equilátero inicial que designamos por Etapa 0. Tal triângulo deve ser construído no GeoGebra seguindo os passos do tutorial elaborado. O triângulo ficará conforme a Figura 1.

Organizamos as análises a *priori* considerando o tipo de tarefa para cada etapa da construção e da exploração do Fractal Ilha de Koch. E, deste modo, identificamos as Tarefas e as enumeramos de 1 e 2 As subtarefas referentes a cada uma destas, foram indicadas posteriormente, em seguida são indicadas a tecnologia, a teoria e a técnica referente a cada uma das subtarefas. Organizamos tais informações nos quadros de 2 e 3 e em discussões posteriores a cada um deles, as análises que os complementam. No Quadro 1 estão organizadas as 3 primeiras etapas da construção da Ilha de Koch:

Quadro 1: Construção de cada etapa do fractal

 Figura 1 – Etapa 0	 Figura 2 – Etapa 1	 Figura 3 – Etapa 2	 Figura 4 – Etapa 1 com as etapas anteriores	 Figura 5 – Etapa 2 com as etapas anteriores

Fonte: Os autores (2020)

Segue no Quadro 2, as informações referentes ao primeiro Tipo de Tarefa.

Quadro 2: Análise praxeológica da Tarefa 1

Tipo de Tarefa	Generalizar uma fórmula para o cálculo da medida do perímetro do Fractal em cada etapa de sua construção	
Tarefa 1	Construir uma fórmula para o cálculo da medida de perímetro de cada etapa do Fractal Ilha de Koch	
Subtarefa	**Tecnologia**	**Teoria**
T1.1: Construir esta etapa do Fractal Ilha de Koch utilizando o *software* GeoGebra.	Implícita ao uso do *software*	Implícita ao uso do *software*
T1.2: Encontrar o perímetro da figura obtida na Etapa 0 deste Fractal, considerando o comprimento de cada segmento como sendo *c*.	Relações algébricas	Álgebra e a Geometria
T1.3: Encontrar o perímetro da figura obtida na Etapa 1, considerando o comprimento de cada segmento da Etapa 0 (Figura 1) como sendo *c*.	Relações numéricas e algébricas	Aritmética, Álgebra e a Geometria
T1.4: Encontrar o perímetro da figura obtida na Etapa 2, considerando o comprimento de cada segmento da Etapa 0 (Figura 1) como sendo *c*.	Relações numéricas e algébricas existentes nos conhecimentos de perímetro e na decomposição das figuras que são realizados	Aritmética, Álgebra e a Geometria
T1.5: Construir uma fórmula para o cálculo da medida do perímetro na Etapa N, considerando o comprimento de cada segmento da Etapa 0 (Figura 1) como sendo *c*.	Relações algébricas entre essas etapas, assim como a articulação com as outras tarefas	Álgebra e Geometria

Fonte: Os autores (2021)

Na subtarefa T1.1, o objetivo é construir as etapas no *software* GeoGebra, em que inicialmente serão ocultados os eixos cartesianos e, posteriormente, os estudantes deverão acessar a aba que permite construir polígonos regulares, para dar início às construções. Nessa subtarefa, tanto a tecnologia quanto a teoria se justificam de maneira implícita ao *software*, pois sua execução no GeoGebra não garante que o estudante tenha conhecimentos relativos ao *software*, mas conhecimentos relacionados às ferramentas que ele disponibiliza. Essa subtarefa possibilita ao estudante reconhecer o Fractal Ilha de Koch como uma representação figural.

Sobre a subtarefa T1.2, consideramos cada segmento como sendo *c*, esperamos que o aluno perceba ser desnecessário um comprimento fixo, mas de medida qualquer. Uma possível técnica é observar o registro figural, Figura 1. Assim, como um triângulo tem 3 lados e cada um tem comprimento *c*, conclui-se que o perímetro é 3c.

Em T1.3, a técnica consiste em encontrar a medida de cada segmento e depois o perímetro. Para isso, devemos nos atentar aos processos de construção, pois a princípio, quando realizamos a construção da Curva de Koch dividimos os segmentos em 3 partes iguais, gerando 4 segmentos, advindo da Curva de Koch. Assim, observando que o comprimento do segmento na Etapa 0 era c e como na Etapa 1 fizemos a divisão em 3 partes iguais, temos que o comprimento de cada segmento da Etapa 1 corresponde a $\frac{1}{3}$c. Como já temos a informação da subtarefa, que consiste na quantidade de segmentos é 3, basta realizar a multiplicação de ambos os valores. Com efeito, o perímetro na Etapa 1 é 12, equivalentemente 3·4, e o comprimento de cada segmento da Etapa 1 é $\frac{1}{3}$c, temos que é compreendida pela Figura 2.

Na subtarefa T1.4, como já temos a informação que na Etapa 1, T3.2, encontramos que a medida do segmento naquela etapa era $\frac{1}{3}$c, na Etapa 2, observa-se que novamente cada segmento foi dividido em três partes iguais, logo temos que a medida desse segmento na Etapa 2 é $\frac{1}{3}\frac{1}{3}c = 132$. Deste modo, temos que o perímetro é a multiplicação da quantidade de segmentos pelo seu comprimento, logo, na Etapa 2 o perímetro é $48 \cdot \frac{1}{3}\frac{1}{3}c$ ou $3 \cdot 4^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$ c, como pode ser visualizado na Figura 3.

Para a subtarefa T1.5, a técnica é a generalização das observações geradas nas etapas anteriores. Nesse sentido, a técnica possível, a partir dos registros figurais e numéricos, é obter um registro algébrico. Como já sabemos que o comprimento de cada segmento é $\frac{1}{3}$ em cada etapa, a fórmula do comprimento de cada segmento em uma etapa qualquer é a $(\frac{1}{3})^n c$. Temos a informação de que a quantidade de segmentos obtidos em uma etapa qualquer é $3 \cdot 4^n$, assim, basta fazer uma operação algébrica entre esses resultados, ou seja, a fórmula para o perímetro em uma Etapa n é para esse Fractal $3 \cdot 4^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ c.

Nas subtarefas T1.2, T1.3 e T1.4 o estudante fará um reconhecimento da unidade figural triângulo equilátero executando a contagem do perímetro e mobilizando o registro simbólico na forma numérica para expressar a quantidade em cada um. Desse modo realizará uma conversão do registro figural para o registro simbólico. Após essa identificação na forma numérica, na subtarefa T1.5 o estudante transformará a representação numérica em uma representação algébrica de modo a cumprir com a subtarefa T1.5, e, consequentemente, com a Tarefa 1. No quadro 3, apresentamos as discussões acerca do Tipo de Tarefa 2.

Quadro 3: Análise praxeológica da Tarefa 2

Tipo de Tarefa	Generalizar uma fórmula para o cálculo da medida da área do Fractal Ilha de Koch em cada etapa de sua construção	
Tarefa 2	Construir uma fórmula para o cálculo da medida de área de cada etapa do Fractal Ilha de Koch.	
Subtarefa	**Tecnologia**	**Teoria**
T2.1: Construir esta etapa do Fractal Ilha de Koch utilizando o *software* GeoGebra.	Implícita ao uso do *software*	Implícita ao uso do *software*
T2.2: Encontrar a área da figura obtida da Etapa 0 deste Fractal, considerando A_0 a área inicial do triângulo inicial (a Etapa 0).	Abstração que se tem a respeito de termos genéricos	Álgebra
T2.3:Encontrar a área da figura obtida da Etapa 1 deste Fractal, considerando A_0 a área da Etapa 0 (Figura 1).	Identificar o padrão visual a respeito dos triângulos, o particionamento da figura e manipulações algébricas	Aritmética, Álgebra e a Geometria
T2.4: Encontrar a área da figura obtida da Etapa 2 deste Fractal, considerando A_0 a área da Etapa 0 (Figura 1).	Identificar o padrão visual a respeito dos triângulos, o particionamento da figura e, manipulações numéricas e algébricas	Aritmética, Álgebra e a Geometria
T2.5**:** Construir uma fórmula para o cálculo da medida de área na Etapa N deste Fractal, considerando A_0 a área da Etapa 0 (Figura 1).	Relações algébricas entre essas etapas, assim como a articulação com as outras tarefas	Aritmética, Álgebra e a Geometria

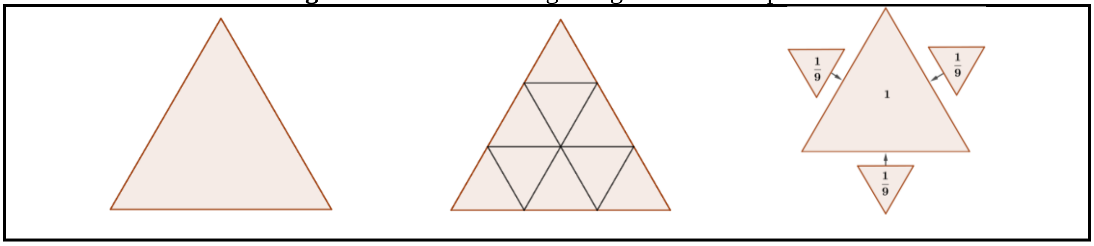
Fonte: Os autores (2021)

Para a subtarefa T2.1, entendemos que deve ser utilizado o mesmo procedimento da T1.1, logo, por meio de análise similar compreendemos o Fractal como um registro figural.

Na subtarefa T2.2, uma técnica possível, e simples, é utilizar um termo genérico no cálculo da área na Etapa 0 (A_0). Esperamos que os alunos cheguem a uma generalização para encontrar a área do Fractal Ilha de Koch. Lembrando que, podemos encontrar a área de um triângulo equilátero fazendo $\mathrm{A}_0 = \frac{c^2\sqrt{3}}{4}$. Desse modo, assumimos A_0 como sendo a área da Etapa 0.

Na subtarefa T2.3, uma técnica possível para a resolução dessa tarefa é a partir dos registros figurais. Utilizando a área inicial A_0, na Etapa 0. Na Etapa 1 conclui-se que os triângulos gerados têm área igual a $\frac{1}{9}$ da área inicial. Isso ocorre pois no interior do triângulo inicial é obtido um total de 9 triângulos equiláteros menores, gerando uma área igual a $\frac{1}{9}$ da área inicial. Como foram gerados três triângulos nessa etapa, logo temos que a área dos triângulos gerados corresponde a $3 \cdot \frac{1}{9} \cdot A_0$. Para melhor entendimento, veja a Figura 6.

Figura 6: Área dos triângulos gerados na Etapa 1



Fonte: Autores (2020)

Portanto, com essas discussões, podemos observar que a área do Fractal Ilha de Koch na Etapa 1 é $A_1 = A_0 + 3 \cdot \frac{1}{9} \cdot A_0 = A_0 + \frac{1}{3} \cdot A_0$, lembrando que deve ser somado com a área inicial, de acordo com a Figura 1.

Na subtarefa T2.3 concluímos que a área do triângulo gerado corresponde a $\frac{1}{9}$ da área inicial. Assim, uma técnica possível para a subtarefa T2.4, Etapa 2, é encontrar as áreas dos triângulos gerados e a área total desse fractal nessa etapa. E, como estamos gerando triângulos menores quando comparados aos da etapa anterior, observamos que um triângulo dessa etapa corresponde a uma área *de* $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}$ da área inicial ou $\left(\frac{1}{9}\right)^2 A_0$, *pois* ocorre de maneira similar ao mostrado na Figura 6.

Sabemos que nessa etapa foram gerados 12 triângulos, com isso, multiplica-se a quantidade de triângulos pela área dos triângulos gerados nessa etapa, assim temos que a área de todos os triângulos gerados aqui corresponde *a* $3 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 A_0$. A partir disso, conclui-se qual é a área, mas é importante destacar que a área que compreende o Fractal Ilha de Koch na Etapa 2 é a soma de todas as áreas das etapas anteriores com a área obtida nessa etapa. Portanto, a área na Etapa 2 é $A_2 = A_0 + \frac{1}{3} \cdot A_0 + 3 \cdot 4 \left(\frac{1}{9}\right)^2 A_0$. Realizando a manipulação algébrica de maneira que possamos observar padrões possíveis, concluímos que $A_2 = A_0 + \frac{1}{3} \cdot A_0 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} A_0$.

Com isso, na subtarefa T2.5, temos que uma técnica possível é a generalização das compreensões que foram obtidas nas etapas anteriores. Nesse sentido, a técnica está sendo realizada em torno de um registro algébrico. Após as percepções a respeito de como é gerado a área em cada etapa e compreendido como é uma possível construção para a Etapa 3, a área como sendo $A_3 = A_0 + \frac{1}{3} \cdot A_0 + 3 \cdot 4 \left(\frac{1}{9}\right)^2 A_0 + 3 \cdot 4^2 \left(\frac{1}{9}\right)^3 A_0$, fazendo uma manipulação algébrica conclui-se que $A_3 = A_0 + \frac{1}{3}A_0 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}A_0 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^2 A_0$.

A partir disso, temos que uma fórmula para o cálculo da medida de área na etapa N é $A_n = A_0 + \frac{1}{3}.A_0 + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}\right)A_0 + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}\right)^2 A_0 + \cdots + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}\right)^{n-1} A_0$ ou $A_n = A_0\left(1 + \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{4}{9}\right)^{i-1}\right)$.

Nas subtarefas T2.2, T2.3 e T2.4 o estudante fará um reconhecimento da unidade figural triângulo equilátero executando a contagem da medida de área e mobilizando o registro simbólico na forma numérica para expressar a sua quantidade em cada etapa. Desse modo deve ser realizada uma conversão do registro figural para o registro simbólico. Após essa identificação na forma numérica, na subtarefa T2.5 o estudante transformará a representação numérica em uma representação algébrica de modo a cumprir com a subtarefa T2.5, e, consequentemente, a Tarefa 2.

Conclusões

Com isso, realizamos o estudo de análises praxeológicas a respeito do Fractal Ilha de Koch, em que determinamos uma fórmula para o cálculo da medida de perímetro e de área em cada uma das etapas do fractal. Com o auxílio do GeoGebra, foi possível observar que o *software* se tornou um ambiente favorável para o estudo e a exploração desse fractal, em que geralmente são poucos trabalhados em sala de aula.

As Organizações Matemáticas retratadas podem ser incrementadas nas salas de aulas a partir da mobilização de Organizações Didáticas, de maneira que pode ser escolhido o contexto e as situações que são apresentadas para os alunos. Assim, com a Teoria Antropológica do Didático, podemos isolar as tarefas e fazer uma análise a respeito das técnicas e as suas justificativas, a tecnologia e teoria, propiciando analisar os tipos de registros representados pelas técnicas, isso foi possível por causa da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

Esse estudo possibilita a introdução do Fractal Ilha de Koch na Educação Básica por intermédio do *software* GeoGebra. Além disso, se torna possível o uso da TAD e da TRRS que nos oportunizam realizar análises das praxeologias que são emergidas em cada tarefa. Portanto essa proposta, está direcionada a sala de aula de modo que o Fractal Ilha de Koch seja um tema que possa conduzir os alunos a aprendizagem e gerar curiosidades a respeito da Geometria Fractal.

Agradecimentos

Agradecemos a agência de fomentos CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior por financiar o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ARTAUD, M. Constituir uma organização matemática e uma organização de estudo – praxeologias para o professor e sua ecologia. In: ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (org.). **A teoria antropológica do didático**: princípios e fundamentos. princípios e fundamentos. Curitiba: CRV, 2018. Cap. 5. p. 135-180.

BICUDO, M. A. V. (org.) **Educação Matemática.** São Paulo: Centauro, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

CHEVALLARD, Y. A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática. In: ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (org.). **A teoria antropológica do didático**: princípios e fundamentos. princípios e fundamentos. Curitiba: CRV, 2018. Cap. 1. p. 31-50.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l’approche anthropologique: l’approche anthropologique. In: L’université d’été analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, 1998, La Rochelle. **Actes IREM de Clermont-Ferrand.** La Rochelle: Irem de Clermont-Ferrand, 1998. p. 91-120.

CHEVALLARD, Y. L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**: du savoir savant au savoir enseigné. 2. ed. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat**, v.07, n.2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: Proem Editora, 2011.

MORETTI, M. T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 15, n. 2, p. 289-303, ago. 2013.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

PARANÁ. Secretária de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica:** Matemática. Curitiba: Secretária de Estado da Educação do Paraná, 2008.

SALLUM, É. M. Fractais no ensino médio. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, v. 57, n. 1, p. 1-8, 2005. Disponível em: http://rpm.org.br/cdrpm/57/1.htm. Acesso em: 23 abr. 2020.

VEJAN, M. P.; FRANCO, V. S. **Geometria não-euclidiana/ geometria dos fractais**. 2009. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2207-8.pdf. Acesso em: 17 abr. 2020.

Uma Sequência Didática Para Investigar o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: perspectivas metodológicas a partir de uma Engenharia Didática no contexto da/pós Pandemia da COVID-19

A Didactic Sequence to Investigate the Development of Algebraic Thought: methodological perspectives from Didactic Engineering in the context of/post Pandemic COVID-19

Márcia Azevedo Campos
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
marciaazevedo@fainor.com.br

Resumo
Este artigo, recorte de uma pesquisa maior, objetiva discutir perspectivas metodológicas nas pesquisas em Educação Matemática, especificamente na Didática da Matemática, a partir de uma pesquisa qualitativa de abordagem experimental desenvolvida através de uma Engenharia Didática. Analisamos uma experimentação de atividades matemáticas algébricas constantes de uma Sequência Didática elaborada para o ensino de números naturais no 6º. Ano do Ensino Fundamental, visando o desenvolvimento do pensamento algébrico, aqui discutida para o contexto na/pós Pandemia da COVID-19. Discute-se a viabilidade e as possibilidades de implementação de tarefas matemáticas em meio virtual, na modalidade de ensino remoto, hibrido e com uso de tecnologias e os novos rumos da educação no contexto ora implantado na sociedade. A análise a priori da atividade de experimentação que aqui trouxemos nos revela possibilidades de aplicação da sequência em meios virtual, semipresencial ou hibrido, visto que a resolução de problemas em linguagem natural, que é clara e acessível, nos registros escritos, figurais ou orais, favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino; Pensamento algébrico; Pandemia; Viabilidade.

Abstract
This article, part of a larger research, aims to discuss methodological approaches in research in Mathematics Education, specifically in Didactics of Mathematics, from a qualitative research with an experimental approach developed through Didactic Engineering. We analyze an experimentation of algebraic mathematical activities contained in a Didactic Sequence elaborated for the teaching of natural numbers in the 6th. Year of Elementary School, follows the development of algebraic thinking and discussed here for the context in the / post COVID-19 Pandemic. It discusses the feasibility and possibilities of implementing mathematical tasks in a virtual environment, in the modality of remote, hybrid teaching and using technologies and the new directions of education in the context or implemented in society. An a priori analysis of the experimentation activity that we bring here the possibilities of applying the sequence in virtual, blended or hybrid media, since problem solving in natural language, which is clear and accessible, in written, figurative or oral records, favors the development of algebraic thinking.

Keywords: Mathematics Education; Teaching; algebraic thinking; Pandemic; Viability.

Introdução

Este texto objetiva discutir perspectivas metodológicas nas pesquisas em Educação Matemática, especificamente na Didática da Matemática, a partir de uma Engenharia

Didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico, enquanto tema que permeia estudos na área. Para situar o leitor, assumimos desde então o pensamento algébrico como uma ação exclusivamente humana, cognitiva e revelada na atividade matemática através do estabelecimento de relações, nos processos de generalizar, modelar, operar com o desconhecido como se fosse conhecido e construir significado para os objetos e a linguagem simbólica algébrica.

O campo de conhecimento denominado Educação Matemática vive em expansão de suas bases, sejam ontológicas, referente à natureza do objeto pensamento algébrico; epistemológicas, referente à relação do aluno com a pesquisa e o conhecimento; ou metodológicas, referente aos processos utilizados pelos pesquisadores. E as discussões metodológicas constituem-se fundamentais nesse processo, e assim trazemos aqui os caminhos metodológicos traçados para o estudo base de tese de doutoramento de Campos (2019), recorte guiado pelo objetivo de investigar quais contribuições e as condições e restrições[1] de implementação de uma Sequência Didática – elaborada para o ensino de operações com números naturais, no 6º. Ano do Ensino Fundamental e com atividades de resolução de problemas – para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Discutir-se-á o ensino da álgebra elementar na perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico, no atual contexto pandêmico de ensino remoto, através de uma atividade de experimentação, integrante da sequência didática aludida e com atividades de resolução de problemas. Vislumbra-se neste texto a possibilidade de articulação entre o conhecimento didático e o conhecimento matemático, discutindo a prática docente como uma prática de investigação e permitindo que as experiências vivenciadas em sala de aula se reproduzam para o ensino remoto da matemática.

O atual contexto é aquele que se implementou em caráter de urgência diante da Pandemia da Covid-19, causada pelo novo coronavírus, que foi nomeado de Sars-CoV-2 (LUIGI; SENHORAS, 2020). Diante dela instaurou-se políticas de isolamento com o distanciamento social, método defendido por especialistas e difundido mundialmente pela Organização Mundial de Saúde (OMS), desde o mês de março/2020. Nesse cenário emergente, o Conselho Nacional de Educação - CNE aprovou o Parecer 05/2020 (BRASIL,

[1] A relação institucional com o objeto do conhecimento que vive em determinada instituição constitui o sistema essencial de *condições* e *restrições* de um estudo, segundo Chevallard (1999; 2002).

2020) como uma diretriz legal que reorganiza o calendário escolar mediante o ensino remoto com atividades não presenciais, em razão da Pandemia da COVID-19. Um parecer alicerçado num princípio educativo formal-tecnicista de cumprimento das 800 horas curriculares, mas que cabe discussões.

O Parecer CNE 05/2020 considera atividades não presenciais

> aquelas a serem realizadas pela instituição de ensino com os estudantes quando não for possível a presença física destes no ambiente escolar. A realização de atividades pedagógicas não presenciais visa, em primeiro lugar, que se evite retrocesso de aprendizagem por parte dos estudantes e a perda do vínculo com a escola, o que pode levar à evasão e abandono. (BRASIL, 2020)

O documento do CNE (BRASIL, 2020) evoca apenas a continuidade do processo de aprendizagem dos sujeitos, cumprimento de horas letivas e calendário, mediante aulas não presenciais, para a garantia das competências explicitadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, sem levar em conta as especificidades e desigualdades das pessoas e contextos das diversas regiões do país, sem a problematização que consideramos essencial ao processo de ensino e aprendizagem.

A Portaria nº 544/2020 do MEC (BRASIL, 2020a) possibilitou considerarmos como alternativa o ensino remoto, não presencial e mediado pelas tecnologias, entre outras possibilidades. Vamos considerar em nosso texto o termo ensino remoto como descrito por Campos *et al.* (2020, p. 5) como o "que vive em ambiente virtual, mediado por professores do ensino presencial, que diante da necessidade se adequa e concebe atividades de ensino para viverem nestes ambientes virtuais de aprendizagem".

A característica subjetiva atribuída culturalmente à Matemática, impõe-lhe que seus objetos só são acessíveis a partir de uma representação (DUVAL, 2003), mais precisamente nos registros visual e oral. Na realidade do ensino remoto preocupa-nos, enquanto professores, não perder a essência da aprendizagem matemática discutida na Educação Matemática, como em Duval (2003, 2009), quanto aos aspectos da linguagem e da significação dos conceitos matemáticos. E preocupa-nos: **Que estratégias didáticas podem ser mobilizadas remotamente para evocar a atenção do aluno e, por conseguinte a motivação, visando o desenvolvimento do pensamento algébrico, dada sua característica subjetiva, assim como a Matemática?**

Buscando respostas à nossa indagação, abordamos a proposta metodológica apresentada por Campos (2019), com enxertos e discussões adequando-a para a realidade do ensino remoto. Não discutiremos dados produzidos com a sequência repensada para o ensino remoto devido aos trâmites éticos ainda em andamento para a realização da pesquisa em meio virtual. Assim, concentram-se, nas seções que se seguem: o delineamento metodológico do estudo que serviu de base às discussões que propusemos; a discussão das fases da Engenharia Didática; a discussão da sequência didática e as análises das experimentações para o novo contexto de ensino remoto; e conclui discutindo as implicações da Engenharia Didática nas pesquisas em Didática da Matemática, a partir desta e no contexto da educação na/pós pandemia.

Discussão Metodológica

Diante dessas inquietações e da necessidade de refletir sobre as estratégias educacionais que serão utilizadas frente à pandemia da COVID-19, objetiva este texto discutir o cenário do ensino de matemática frente à nova realidade que se instaura na vida dos atores deste novo ato: professores e alunos da escola básica. E então o fazemos a partir de uma atividade de experimentação que foi aplicada em sala de aula de matemática da educação básica de uma escola pública por Campos (2019) e a discutiremos sob a perspectiva das modalidades de ensino remoto ou hibrido, com uso de tecnologias que os viabilizem.

Através de uma revisão de literatura nos arguimos de dados, reflexões e projeções para uma realidade nova e um futuro que é incerto nas várias camadas da sociedade e em especial no cenário educacional. À vista disso, este texto descritivo tem caráter crítico-interpretativo dos dados, por se tratar de um tema recente e de poucas publicações e terá a perspectiva de ensaio teórico-crítico, com base no documento de Campos (2019) e na análise bibliográfica (GIL, 2008). Busca-se suscitar e colaborar com o debate acerca da temática, refletindo sobre as possíveis estratégias a serem utilizadas na sala de aula de matemática que despertem a atenção e interesse do aluno, o motive e conduza as informações à sua memória de longo prazo e então constitua conhecimento. Não se almeja apresentar, necessariamente, elementos conclusivos para as reflexões ora apresentadas, mas colaborar com a discussão, até porque o cenário é de incertezas.

Como procedimento de produção dos dados Campos (2019) elegeu a observação semiestruturada das respostas dadas pelos alunos aos problemas que compuseram as sessões de experimentação. Esta consiste numa observação segundo critérios ou variáveis planejadas

(GIL, 2008) e aqui imprimimos um novo olhar os seus dados e buscamos adequar as suas análises a um ambiente não presencial.

Quanto à natureza trata-se de uma pesquisa qualitativa, quanto ao seu método de análise dos dados, uma vez que a pesquisadora se dedicou à análise do processo, com os participantes em seu ambiente natural e os dados descritos e analisados intuitivamente, em consonância com os estudos de Creswell (2013) e Bogdan e Biklen (1994).

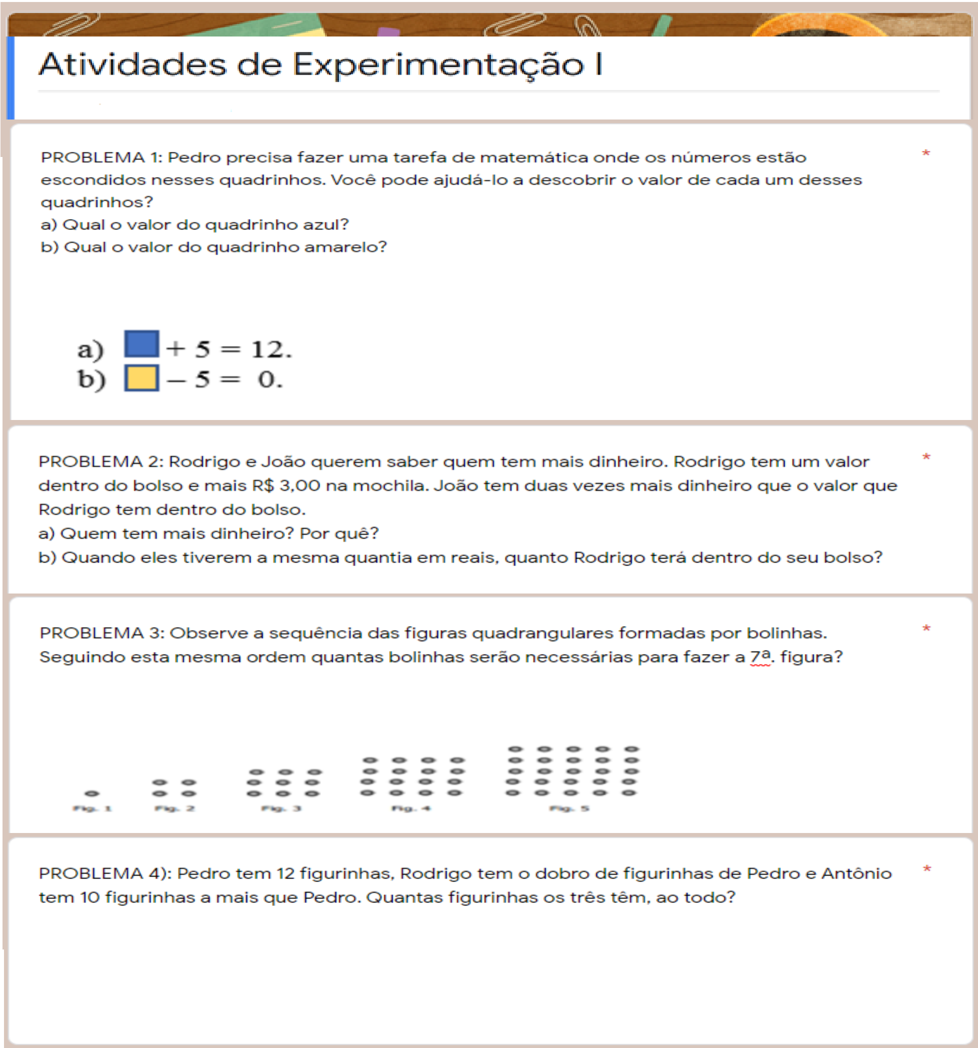
Uma sequência didática para investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico desenvolvida a partir de uma Engenharia Didática

Artigue (1986) caracteriza a Engenharia Didática como um esquema experimental que se baseia nas realizações didáticas em sala de aula, ou seja, na concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino. Segundo a autora, esta metodologia de pesquisa perpassa por quatro fases: análises preliminares, concepção e análise *a priori* das situações didáticas, experimentação e análise a *posteriori* e validação. Em nosso estudo base as três sessões de experimentação se deram em ambiente presencial com atividades de resolução de problemas, intencionalmente elaborados com o conteúdo números naturais e com o objetivo de investigar as estratégias mobilizadas pelos alunos a partir das produções orais e escritas ao resolvê-los, que revelassem aspectos inerentes ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para as atividades de experimentação Campos (2019) elaborou uma sequência didática que foi desenvolvida em três turmas do 6º. Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior da Bahia onde 111 alunos participaram de todas as etapas. A partir da análise preliminar dos livros didáticos, manuais de ensino, diretrizes curriculares e revisão de literatura os problemas das três sessões de experimentação foram elaborados.

A sequência didática foi idealizada para um contexto de aula presencial e aqui vamos discuti-la para o contexto de aulas não presenciais ou híbridas, através de um recorte de quatro problemas que compuseram a primeira sessão de experimentação (Figura 1). O recorte justifica-se por conter problemas das três sessões similares em suas dificuldades e nos tipos de problemas quanto ao raciocínio requerido para a sua resolução. Eram problemas envolvendo o conteúdo números naturais, com enunciados em linguagem natural (língua materna), unicamente ou com uso de objetos ostensivos (CHEVALLARD, 1992) como tabelas, bolinhas, figuras, que pudessem evocar elementos não ostensivos, como o pensamento algébrico de resolução. Criamos um Formulário Online (https://forms.gle/bYaTehVGtFJkVQdH6) com as atividades propostas por Campos (2019) para esta pesquisa em ambiente online. Este ainda não foi aplicado por conta das questões éticas ainda não regulamentadas quanto ao uso de dados das classes online da escola estadual pesquisada.

Figura 1: Formulário do Teste aplicado na 1ª sessão da Experimentação



Atividades de Experimentação I

PROBLEMA 1: Pedro precisa fazer uma tarefa de matemática onde os números estão escondidos nesses quadrinhos. Você pode ajudá-lo a descobrir o valor de cada um desses quadrinhos? *
a) Qual o valor do quadrinho azul?
b) Qual o valor do quadrinho amarelo?

a) $\square + 5 = 12.$
b) $\square - 5 = 0.$

PROBLEMA 2: Rodrigo e João querem saber quem tem mais dinheiro. Rodrigo tem um valor dentro do bolso e mais R$ 3,00 na mochila. João tem duas vezes mais dinheiro que o valor que Rodrigo tem dentro do bolso. *
a) Quem tem mais dinheiro? Por quê?
b) Quando eles tiverem a mesma quantia em reais, quanto Rodrigo terá dentro do seu bolso?

PROBLEMA 3: Observe a sequência das figuras quadrangulares formadas por bolinhas. Seguindo esta mesma ordem quantas bolinhas serão necessárias para fazer a 7ª. figura? *

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4 Fig. 5

PROBLEMA 4): Pedro tem 12 figurinhas, Rodrigo tem o dobro de figurinhas de Pedro e Antônio tem 10 figurinhas a mais que Pedro. Quantas figurinhas os três têm, ao todo? *

Fonte: Formulário Próprio, questões de Campos (2019), a partir de Aldrini e Vasconcelos (2015).

Objetivou-se com as sessões de experimentação ter momentos distintos de observação das estratégias adotadas pelos alunos; identificar a percepção de regularidades e de elementos invariantes em contraste com outros que variam; a presença da generalização na expressão das relações (RADFORD, 2009); e as conexões estabelecidas pelos alunos entre as variáveis dos problemas no registro da língua natural (DUVAL, 2003).

A sequência didática constou de oito momentos distintos:

_ O primeiro momento foi a apresentação, reservado para um diálogo com os alunos e com a presença da professora. Esta ação didática se enquadra na modalidade de ensino virtual quando dispomos de uma plataforma e o acesso a ela;

_ Do segundo ao sétimo momento ocorreram as experimentações, aplicação de testes e suas avaliações que coadunam com a preocupação de analisar a evolução do aluno ao longo da realização da sequência. Essas etapas podem ser adaptadas para o ambiente virtual em forma de testes (formulários), desde que os alunos disponham de ferramentas para acessá-las e visualizá-las, como um *smartfone*, câmera. Podemos pensar em atividades síncronas e assíncronas, admitindo aulas semipresenciais, ou no revezamento de alunos na aula presencial pós pandemia;

_ O último momento foi dedicado a avaliação da proposta. Esta ação se desenvolve bem em ambientes virtuais, em plataformas de reunião, considerando as condições de viabilidade já destacadas.

Analises e discussões

Os problemas do teste em destaque na Figura 1 trazem elementos definidos por Chevallard (1992) como objetos ostensivos, ou seja, aqueles diretamente visíveis e manipuláveis. Espera-se a partir destes ostensivos o desenvolvimento de um pensamento algébrico que subsidie as primeiras ideias dos elementos não ostensivos, ou seja, aqueles não diretamente visíveis e manipuláveis, como as incógnitas e variáveis. Só a partir deles, os ostensivos, é possível acessar os não ostensivos associados (CHEVALLARD, 1992).

O problema 1, em linguagem natural, numérica e icônica, requer à sua resolução cálculos mentais e/ou explícitos e o estabelecimento de relações entre os elementos ostensivos disponíveis que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Estas relações podem ser visualizadas pelas respostas dadas pelos alunos, tornando a atividade viável em ambiente virtual, seja em momento síncrono ou assíncrono. Espera-se que o aluno identifique o elemento ostensivo *quadrinho* que, em situações diferentes assumirá valores diferentes, e esse pode ser um momento síncrono de discussão das atividades. Subsidia assim a formação do pensamento algébrico, evocando os elementos não ostensivos incógnita e variável.

No problema 2, que se apresenta em linguagem natural e numérica, o próprio registro escrito remete a uma situação funcional e, portanto, possível de equacionar pois há uma relação de dependência entre as grandezas envolvidas. Como o problema anterior, e todos cujas respostas podem ser dadas no registro escrito, seja em linguagem natural, icônica, numérica ou algébrica, são viáveis em ambientes presenciais, ou não. As discussões e os aspectos não observáveis apenas no registro escrito podem ser observados nos momentos síncronos que permitem as trocas, os questionamentos e a discussão das atividades entre o professor e os alunos, na possibilidade de aplicação da sequência didática em ambiente virtual.

A resolução do problema 3, icônico e de natureza multiplicativa, requer a percepção da relação de dependência entre o número de bolinhas e a posição da figura e o estabelecimento de um raciocínio sequencial. Essa atividade mostrou-se satisfatoriamente discutida na linguagem oral, conforme estudo de Campos (2019), através dos questionamentos individuais feitos aos alunos sobre os caminhos adotados para solucionar o problema e oportunizar observar o desenvolvimento do pensamento algébrico de resolução. Presumimos que, em ambiente virtual e coletivo, haverá prejuízos na percepção das ações dos alunos pelo professor nos questionamentos individuais e as respostas sofrerem influência das discussões simultâneas no grupo. Caberá então repensar as atividades em que a resolução perpassa pelo registro visual, individual e no exato momento de contato do aluno com o problema e que inviabiliza em ambientes virtuais, onde sequer há uma visualização do aluno para os que não dispõem ou não abrem as suas câmaras.

O problema 4 traz uma situação com um valor conhecido que deve ser usado para determinar valores desconhecidos. Sua resolução centra-se no uso de operações aritméticas diretas, facilmente registráveis no caderno, bloco de notas, entre outros recursos, e são digitalizáveis para que possa postar no ambiente virtual. São problemas em que os procedimentos aritméticos puros ou geométricos são suficientes para solucioná-lo (DA ROCHA FALCÃO, 1993) e se tornam indiferentes se aplicados em ambiente virtual ou presencial.

As atividades da experimentação dentro da sequência didática elaborada contaram com recurso de imagens icônicas que, apoiados em Lins e Gimenez (2001), argumentamos ser um aliado à atenção do aluno, principalmente em ambientes não presenciais, e favorece o desenvolvimento de abordagens intuitivas. Na manipulação de objetos ostensivos, como a imagem icônica das bolinhas (Problema 3), há uma provocação de funções cognitivas, como a importante função seletiva da atenção (FONSECA *et al*., 2017), e a significação é um dos fatores que podem levar à aprendizagem e que é regulado pela atenção. E a significação dos objetos matemáticos, em especial os não ostensivos, pode levar à aprendizagem matemática e ao desenvolvimento do pensamento algébrico, pelos resultados de Campos (2019). O pensamento algébrico de resolução que, segundo Radford (2009), leva à generalização e, consequentemente, à aprendizagem, é regulado pela atenção.

A linguagem visual surge para manipular elementos não ostensivos, que podem ser evocados pelos ostensivos a eles associados (CHEVALLARD, 1999). Aliada à manipulação de ostensivos, torna-se uma importante forma de linguagem para as modalidades de ensino não presenciais, como mecanismo de provocar a atenção nesses ambientes virtuais, em oposição à dispersão comum a esse ambiente. Ademais, as formas de linguagem mostraram-se essenciais na resolução dos problemas. Lidar com uma gama de registros semióticos, dotados de significado e sentido, favorece a realização de tarefas e a comunicação de seus resultados.

Nos problemas analisados, e de certa forma nas atividades matemáticas de construção de significados para as respostas, a viabilização em ambiente virtual suprime o contato individual, o olho no olho professor/aluno que mostra o momento em que se revela as descobertas e desvela-se o conhecimento. Mas essa realidade também já foi vivenciada por nós em ambiente presencial e que tratamos de “desinteresse” ou “falta de atenção” quando não víamos ou sentíamos o brilho da descoberta no aluno em sala de aula presencial. É o que discutiremos nas nossas considerações, as limitações de todo e qualquer espaço de construção do conhecimento, a ponderação, o equilíbrio e a adequação ao novo e suas possibilidades.

Considerações Finais

Consideramos a princípio que a elaboração de uma sequência didática sistematizada a partir de uma Engenharia Didática constituindo propostas metodológicas mostrou-se frutíferas, seja no ambiente presencial ou não. Tais argumentos partem da flexibilidade que é característica marcante da Engenharia Didática quanto à sistematização das atividades que põe à experimentação. Os critérios de elaboração, as possibilidades de revisão e as etapas sequenciadas de uma Engenharia Didática, e assim de uma Sequência Didática, viabiliza e facilita o trabalho do professor diante de fatores intervenientes, se assim considerarmos a necessidade de aulas remotas, como no contexto atual.

Este artigo trouxe à discussão possibilidades metodológicas para o ensino não presencial, remoto ou híbrido[2], suas vantagens e limitações através de uma revisão bibliográfica, que ainda é insipiente. No entanto, as observações em sala no momento da experimentação realizada e analisada por Campos (2019) serviu de base à discussão. A partir dela entendemos que nesses ambientes a percepção de motivações pessoais e estímulos de atenção podem não ser bem-sucedidas, pela ausência do contato e de interação presencial entre professor e aluno que, poderá trazer prejuízos à significação.

Nas experimentações presenciais existe a possibilidade de se observar linguagens gestuais, oral, escrita, que desempenharam bem o papel de comunicação de pensamento. É um momento didático de extrema importância, onde só o contato direto com o aluno permite recolher dados tão significativos. Evidencia-se assim o papel do professor e da modalidade de ensino presencial na aprendizagem matemática, e aqui na percepção do pensamento algébrico, que não consideramos como algo totalmente abstrato, mas que carece de nuances de percepção, atenção, que nem sempre podem ser registradas em qualquer linguagem ou ambiente.

As novas modalidades de ensino trazem consigo a necessidade da capacitação do professor para lidar com cenários de uso de tecnologias e, principalmente nas análises das produções dos alunos em meio virtual. Destacamos que não se trata de transferir responsabilidades apenas ao professor, mas sim de alertar todos os segmentos envolvidos com a educação para a necessidade de capacitação docente, de equipá-lo tecnologicamente e profissionalmente diante de uma nova realidade, de novas modalidades de ensino.

A pandemia da COVID-19 nos levou de forma brusca a enfrentar e buscar soluções em situações emergenciais, entre elas a hibridização do ensino. É possível que tais mudanças se enraízem pela educação, uma vez que a volta anunciada à sala de aula está sendo pensada

[2] Mascarenhas e Franco (2020) diferenciam educação a distância e ensino remoto argumentando que o primeiro possui aulas gravadas que ficam disponíveis para acesso a qualquer tempo e possui material com conteúdos padronizados a todos os cursos; enquanto que o ensino com aulas remotas ou on-line ocorre com professores m tempo real (síncrono), com a suposta interação de alunos e uso de ferramentas pedagógicas e possui material próprio feito pelos professores da disciplina.

de forma cuidadosa, experimental e gradual, onde por certo os ensinos remotos e híbridos não sairão de cena, associados ao uso das tecnologias.

Deve-se atentar que o fazer pedagógico, em qualquer que seja o ambiente, não significa prescindir da ação humana direta que pressupõe a presença física de estudantes e professores em ambiente de sala de aula. Tememos o ensino da matemática retroagir à uma visão mais técnica e algorítmica, em detrimento a uma educação mais humanista, e almejamos um todo equilibrado e dosado para atender a todos e todas.

Não temos a intenção de propor, a partir da sequência didática e das atividades discutidas aqui, um modelo de ensino que se adeque à nova realidade, tampouco justificar o ensino remoto, híbrido ou à distância. Buscamos discutir o que é institucionalmente posto e acessível em sala de aula, ao ensino e aos alunos, em termos de tarefas que levem à formação do pensamento algébrico, de relevante importância para a aprendizagem matemática (CAMPOS, 2019) e então adequá-las à modalidade de ensino não presencial ou híbrido.

Referências

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 193-217.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Nacional de Educação. **Parecer 05/2020.** Reorganização do Calendário Escolar e da possibilidade de cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual, em razão da Pandemia da COVID-19. 2020. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/atos-normativos--sumulas-pareceres-eresolucoes/33371-cne-conselho-nacional-de-educacao/85201-parecer-cp-, 2020. Acesso em maio/2020.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Nacional de Educação. **Portaria nº 544**. Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto durar a situação de pandemia do novo coronavírus - Covid-19. Ministério da Educação. 2020a. Disponível em http://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-544-de-16-de-junho-de-2020-261924872. Acesso em junho/2020.

CAMPOS, M. A**. Uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6º. Ano do ensino fundamental**. 2019. 206 fls. Tese. (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências), Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2019.

CAMPOS, M. A.; FARIAS, L. M.; BARROS, C. C. A. Uma sequência didática e o ensino de matemática no contexto da/pós pandemia covid-19: discutindo o acesso, a viabilidade e as possibilidades. **Em Teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. v.11, n.2, 2020.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** v. 12, n. 1, p. 73-112, 1992.

CHEVALLARD, Y.L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266. 1999.

CRESWELL, J. W. **Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches**. 2. ed. Thousand Oaks, Canadá: Sage, 2013.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. In; SCHILLIEMAN, A. D. *et al*. (Org.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática.** Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, p.11-33, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais** (Fascículo I). São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FONSECA, L.; SAMÁ, S.; SOARES, K.; PONTES, L. Uma ecologia dos mecanismos atencionais fundados na neurociência cognitiva para o ensino de matemática no século XXI. In: **Caminhos da Educação Matemática em Revista**. 1 (X), p. 19-30, 2017.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Sobre a Álgebra. In: LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, p.89- 157, 2001.

LUIGI, R.; SENHORAS, E. M. **O novo coronavírus e a importância das organizações internacionais**. Nexo Jornal, 2020. Disponível em www.nexojornal.com.br. Acesso em abril/2020.

MASCARENHAS, A. D. N.; FRANCO, A. do R. S. Reflexões pedagógicas em tempos de pandemia: análise do parecer 05/2020. **Olhar de Professor**, v. 23, p. 1-6, 2020.

RADFORD, L. Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In: Sixth congress of the european society for research in mathematics education. **Anais…** Lyon, França, 2009.

GT 15 - História da Educação Matemática

A disciplina Desenho na Escola de Aprendizes Artífices do Rio Grande do Norte

The Drawing subject at the School of Artistic Apprentices of Rio Grande do Norte

Juan Carlo da Cruz Silva
IFRN – Natal Central
Juan.cruz@ifrn.edu.br

Resumo
O presente trabalho é uma síntese da tese de doutoramento do autor, cujo objeto de estudo foi a constituição da disciplina Desenho na Educação Profissional brasileira entre os anos de 1909 e 1937 a partir da Escola de Aprendizes Artífices do Rio Grande do Norte. O recorte temporal se inicia com a criação da instituição e termina com a sua reconfiguração, que alterou a concepção de formação profissional a ser nela realizada. Alicerçados no método de interpretação histórica segundo Jörn Rüsen e inseridos nos domínios historiográficos da nova História Cultural em interface com a História da Educação, nos situamos na História das Disciplinas Escolares a partir da obra de André Chervel e das noções de representação, práticas, apropriação e circulação de ideias oriundas de Roger Chartier. Observamos que a disciplina Desenho se constituiu e reconfigurou ao longo do tempo a partir da circulação das ideias existentes sobre os seus saberes relacionados à formação de mão-de-obra, sempre justificando-se como base da formação para o trabalho, inicialmente aliada aos conhecimentos geométricos, porém com o surgimento de novos atores com protagonismo no campo da Educação Profissional brasileira, a disciplina passa por uma alteração de seu *status*, passando a ter seu protagonismo dividido e realocado junto a disciplina Trabalhos Manuais.

Palavras-chave: Desenho; Disciplinas Escolares; Educação Profissional; Escola de Aprendizes Artífices.

Abstract
The present work is a synthesis of the author's doctoral thesis, whose object of study was the constitution of the discipline Drawing in Brazilian Professional Education between the years of 1909 and 1937 from the School of Apprentice Artifices of Rio Grande do Norte. The time frame begins with the creation of the institution and ends with its reconfiguration, which changed the concept of professional training to be carried out in it. Based on the method of historical interpretation according to Jörn Rüsen and inserted in the historiographical domains of the new Cultural History in interface with the History of Education, we situate ourselves in the History of School Disciplines from the work of André Chervel and the notions of representation, practices, appropriation and circulation of ideas from Roger Chartier. We observed that the Design discipline was constituted and reconfigured over time from the circulation of existing ideas about their knowledge related to the training of labor, always justifying itself as the basis of training for work, initially combined with knowledge geometric, but with the emergence of new actors with protagonism in the field of Brazilian Professional Education, the discipline undergoes a change in its status, starting to have its protagonism divided and reallocated together with the Manual Works discipline.

Keywords: Drawing; School subjects; Professional Education; School of Artifical Apprentice.

Introdução

A relação entre o Desenho e a Educação Profissional no Brasil se encontra nas próprias concepções para a disciplina que vieram ao país após a Independência. O iluminismo francês "que percorreram o século XIX em busca da construção ou modelagem de um homem novo produtivo, cujo acesso ao conhecimento deveria se iniciar desde a infância" (TRINCHÃO, 2016, p. 8) foi fortemente apropriado neste período por intelectuais e legisladores que visavam construir uma educação nacional que demarcasse sua soberania e auxiliasse na estruturação socioeconômica do país nascente.

Assim, no Brasil se estabelece o paradigma educacional da construção de uma nova sociedade, produtiva e em desenvolvimento, cujo desenvolvimento dar-se-ia por uma educação das massas e que incluía o Desenho como saber para uma alfabetização gráfica. (TRINCHÃO, 2016). O papel social determinado ao Desenho no contexto educacional o torna importante para combater o preconceito e a discriminação sobre as profissões mecânicas a partir das ideias pedagógicas que surgiram nesse período e que propunham a inserção desse conhecimento teórico e prático nos espaços escolares públicos. (TRINCHÃO, 2016, p. 11).

Compreendia-se que o Desenho era a linguagem de comunicação de quase todas as profissões, pois seria utilizado para o entendimento das ideias dos clientes ao encomendar um trabalho, bem como para se fazer entender as noções que o profissional, devido a sua experiência prática, desejava dar ao cliente. Daí o Desenho, assim como a escrita, ser considerado uma linguagem que o aluno deveria habilmente utilizar e, portanto, precisaria ser nela alfabetizado. Essa ideia se materializava nas discussões legislativas, como podemos ver em Valente (2012) e nos manuais didáticos, conforme estudam Lema da Silva (2014a), Trinchão (2016) e Silva (2021). Contudo, esse Desenho estava profundamente marcado pelos saberes geométricos, chegando a confundir-se neles. A partir da emergência e da difusão do método intuitivo no Brasil, em que destacamos Rui Barbosa a partir de seus pareceres sobre a Reforma do Ensino Primário e Secundário e da tradução do livro de Calkins sobre as "Primeiras Lições de Coisas" como seu principal difusor, vemos a permanência da representação que associava o Desenho à Educação Profissional (EP), mas uma mudança de método que propunha a essa disciplina uma associação com a Arte Industrial, com o Desenho ao natural, à mão livre, visando educar a mão e o olhar dos alunos. Silva (2021) destaca que Rui Barbosa atuou como um catalisador e difusor das ideias internacionais sobre Educação e, em particular, sobre o Desenho e seu ensino, entendendo-o como um diferencial na educação para formação de novos cidadãos produtivos e profissionais.

Ao longo deste texto buscamos responder como essa representação vigente foi institucionalizada nas Escolas de Aprendizes Artífices (EAA) a partir da instituição norte-rio-grandense. Para tanto, buscamos compreender a gênese e a finalidade da disciplina na Educação Profissional a partir da circulação das ideias e das práticas de ensino que existiam na instituição.

Notadamente tomamos as noções oriundas da obra de Chartier (1990; 2002) acerca de representação, práticas, apropriação e circulação de ideias. Além disso, utilizamos o método de interpretação histórica conforme Rüsen (2015), entendido como "regras que determinam o pensamento histórico enquanto pesquisa [...] que confere a esse pensamento a capacidade de fundamentar que o caracteriza como ciência" (RÜSEN, 2015, p. 170). Esse método confere, por meio das etapas de heurística, crítica e interpretação, uma "regulação desse processo cognitivo, que torna seus procedimentos cognitivos (ou etapas reflexivas) particulares (distinguíveis artificialmente uns dos outros) reconstituíveis, controláveis e, com isso, criticáveis" (RUSEN, 2015, p. 171). Para Rüsen, o método é o que garante a cientificidade da história e seu "caminho" de regulação do processo histórico vem se consolidando em programas de pós-graduação em História e Educação no Brasil (REIS, 2017; BAROM, 2015). Rüsen se destaca pela associação do saber histórico acadêmico com o saber histórico escolar, bem como por nortear as pesquisas historiográficas não apenas na produção de conhecimento, mas também relacionando tais conhecimentos produzidos com a vida prática dos sujeitos. Dessa forma entendemos que a História das Disciplinas Escolares, embasadas pela interpretação histórica rüseniana resulta numa historiografia que destaca o elemento sociocultural do cenário histórico analisado.

Seguindo as etapas do método, na heurística nos colocamos diante da pergunta histórica que nos provocava: Qual o papel determinado para a disciplina Desenho na Educação Profissional para que ela fosse obrigatória na criação das Escolas de Aprendizes Artífices brasileiras em 1909? Nossa trajetória investigativa perpassou o Arquivo do IFRN, estabelecido no campus Natal Central, também enriquecemos nosso corpus documental com fontes obtidas em repositórios digitais e arquivos de outras instituições de Educação Profissional.

Na etapa seguinte, a crítica, analisamos as fontes encontradas e nos remetemos àquelas que nos forneciam dados sobre o Desenho, em especial o Inventário da instituição da década de 1920, que nos levou a compreender os manuais didáticos utilizados e demais materiais existentes na instituição que se relacionavam ao desenho, bem como o professor responsável pela disciplina.; também tivemos acesso aos manuais utilizados na instituição entre 1909 e 1937. Ainda a partir de relatórios ministeriais da época e da historiografia existente sobre a EP observamos a relevância do Serviço de Remodelação e as obras que essa comissão produziu para as EAAs.

Por fim, na etapa de interpretação, temos "uma operação da pesquisa histórica que, de forma intersubjetivamente controlável, conecta os fatos do passado obtidos pela crítica das fontes em sequências temporais, as quais são investidas de uma função explicativa" (RUSEN, 2015, p. 184). Logo, nessa etapa os fatos são tornados, pela ação do pesquisador, históricos. Realizamos a interpretação filtrando apenas os cenários importantes para a resposta da pergunta histórica e buscando construir a trama narrativa de modo a evidenciar os processos cognitivos de interpretação através do qual o pesquisador perpassou para ele próprio construir uma representação sobre o passado, produto de sua pesquisa e produção historiográfica, o qual passamos a apresentar a seguir.

A constituição da disciplina Desenho e suas práticas de ensino

Ao longo de sua história, o Brasil teve algumas iniciativas de institucionalização da Educação Profissional, tais como as Casas de Educandos Artífices e os Liceus de Artes e Ofícios, entre outros. Contudo, em 1909, temos a ação do período republicano que visava a institucionalização da Educação Profissional no país. A criação das Escolas de Aprendizes Artífices (EEAs) através do Decreto nº 7.566, de 23 de setembro de 1909, é um marco historiográfico e inaugura uma ação estatal de estabelecimento de uma rede de ensino. Neste decreto, temos a consolidação da representação dada à disciplina Desenho de ser base da formação de mão-de-obra para o trabalho. É fato que já nos Liceus de Artes e Ofícios e nas Casas de Educandos encontrava-se o Desenho como componente da formação dos alunos. Contudo, não existem indícios de que a relevância desta disciplina nesses contextos educacionais foi semelhante ao que se apresentou nas EEAs, onde já no decreto de criação ficou estabelecido, para os futuros alunos, o caráter obrigatório do Desenho "para o exercício satisfatório do ofício que aprenderem" (BRASIL, 1909a), dando relevo ao papel do Desenho. Esse decreto também apresenta os motivos da criação das instituições:

> Considerando: Que o aumento constante da população das cidades exige que se facilite ás classes proletárias os meios de vencer as dificuldades sempre crescentes da luta pela existência; que para isso se torna necessário, não só habilitar os filhos dos desfavorecidos da fortuna com o indispensável preparo técnico e intelectual, como fazê-los adquirir hábitos de trabalho profícuo, que os afastará da ociosidade ignorante, escola do vício e do crime; que é um dos primeiros deveres do Governo da Republica formar cidadãos uteis à Nação. (BRASIL, 1909a)

Podemos observar que, dentre os motivos destacados, se encontra a utilização da educação em vista de solucionar problemas sociais surgidos com o crescimento populacional das grandes cidades e a sua urbanização e não a adequação econômica e formação profissional para o desenvolvimento industrial. Além disso,

> as justificativas do decreto nº 7.566/1909 ainda revelam o desejo de controle social, vigilância permanente sobre as classes populares e a moralização a partir de uma ética para o trabalho onde a ociosidade era malvista e associada à criminalidade, bem como, as ideias anarco-sindicalistas do movimento operário organizado precisavam ser controladas para não se expandirem junto aos trabalhadores em atividade e os futuros membros da mão-de-obra. (SILVA, 2021, p. 132)

Dessa forma, podemos destacar que a criação das EAAs pode ser vista como estratégia de controle governamental sobre a população, logo, as ações institucionais, como a criação de disciplinas tinham a perspectiva de serem “um modo de disciplinar o espírito, quer dizer, de lhe dar os métodos e as regras para abordar os diferentes domínios do pensamento, do conhecimento e da arte” (CHERVEL, 1990, p. 180). Pautado nessa visão, em Silva (2021), vemos que a disciplina Desenho nas Escolas de Aprendizes Artífices tinha como finalidade a disciplinarização do espírito dos alunos na confecção artesanal, no planejamento e na comunicação visual, do produto que se visava fabricar nas oficinas. Nisto entendemos que, de fato, a representação oriunda do iluminismo francês que compreendia o ensino de Desenho associado ao da Geometria como “base para todas as classes de ensino e profissões sugeridas, desempenhando papel social importante na formação pessoal e profissional do indivíduo.” (TRINCHÃO, 2016, p. 10) se estabeleceu na Educação Profissional brasileira.

Contudo, tendo em vista que o processo de constituição de uma disciplina não é impositivo, mas apropriado pela cultura escolar institucional, devemos ver como ocorre essa apropriação na gênese da disciplina Desenho na instituição potiguar. A criação das EAAs não determinou uma uniformização curricular. Apesar da obrigatoriedade de oferecer o curso Primário e o curso de Desenho, a composição curricular foi inicialmente delegada aos diretores das instituições – comumente bacharéis em Direito indicados, por serem membros ou apadrinhados, pelas oligarquias locais em mais um exemplo do que a historiografia do

Brasil comumente denomina "Política dos Governadores" – que tinham a responsabilidade de determinar o que se deveria ensinar.

Ainda em 1909, outros dois decretos alteraram parcialmente essa situação. O Decreto nº 7.649, de 11 de novembro de 1909, estabeleceu que os professores dos cursos primários e de desenho fossem, respectivamente, normalistas e especialistas. O Decreto nº 7.763, de 23 de dezembro de 1909, estabelecia que

> o curso de desenho, que também funcionará das 5 horas da tarde às 8 horas da noite**, compreenderá o ensino de desenho de memória, do natural, de composição decorativa, de formas geométricas e de máquinas e peças de construção**, obedecendo aos métodos mais aperfeiçoados. (BRASIL, 1909b; grifo nosso)

Os conteúdos destacados na citação acima constituíram-se no único normativo de um programa oficial para o Desenho até 1926. Ainda existiram, entre 1909 e 1911, outros marcos legais para as EAAs, mas estes omitem-se quanto a um programa para os cursos de Primário e Desenho, deixando-os a cargo dos professores em acordo com os diretores. Essa não uniformização do currículo é relatada, na historiografia da educação profissional brasileira, como um problema para as instituições. Por outro lado, observamos que ela possibilitou a construção de uma cultura escolar que se pautava oras pela aproximação oras pelo distanciamento das finalidades dispostas na criação das instituições. Assim, diferentes apropriações levaram a diferentes resultados mesmo em Escolas de Aprendizes dispostas em rede.

Orientados pelo fato de que "pode-se tentar reconstituir, indiretamente, as práticas escolares a partir das normas ditadas nos programas oficiais" (JULIA, 2001, p. 17), nos aproximamos dos currículos norte-rio-grandenses visando entender o que se estabeleceu na EAA/RN e, posteriormente, como estabeleceram-se as práticas de ensino desta disciplina. No caso potiguar, Silva (2021) após realizar um estudo sobre os currículos de Desenho estabelecidos em diferentes lugares do país, observa que no estado do Rio Grande do Norte as ideias circulantes no país sobre o ensino de Desenho chegaram à sociedade no entorno da Escola de Aprendizes Artífices. Tais ideias são que existia uma clara concepção acerca do Desenho vinculado ao método intuitivo e, dessa forma, com saberes distintos aos saberes da Geometria que se constituiu no âmbito potiguar como outra disciplina que, ora aproximava-se da concretude das construções geométricas, da agrimensura e da profissionalização, ora caminhava para a abstração matemática.

O movimento de aproximação foi demarcado pela utilização do livro "Elementos de Geometria Prática" de Abílio Borges, no ensino primário e pela disciplina Desenho unida às noções de agrimensura e construções no secundário, enquanto o afastamento foi demarcado pela nomenclatura e divisão dos saberes matemáticos nas disciplinas de Desenho e Geometria no curso primário e no curso normal. Contudo, a representação que atribuía o significado do desenho útil ao trabalho é mantida, o que é evidente pela existência da disciplina na legislação acerca dos cursos profissionais.

Assim, ao passo que entendemos a circulação das ideias vamos lançando os alicerces para analisar as práticas escolares. Reconhecemos que "a história das práticas culturais é, com efeito, a mais difícil de se reconstruir porque ela não deixa traço" (JULIA, 2001, p. 15). Contudo, Chervel (1990) nos ajuda a compreender que, para entendermos as práticas existentes no interior de uma instituição escolar, de quais representações elas são provenientes e quais novas representações elas direcionam, não é possível ignorar o papel do professor enquanto agente de transformação da função educativa da escola.

Na Escola de Artífices potiguar, entre 1909 e 1937, coube a Abel Juvino de Paes Barreto a função de professor de Desenho. Também existiram professores adjuntos desta disciplina, tendo em vista que a instituição possuía mais de 50 aprendizes matriculados, mas apenas Abel Barreto foi uma figura estável no ensino de Desenho da EAA durante o período estudado. Abel Juvino de Paes Barreto era filho de Juvino Barreto e Inês Augusto de Albuquerque Maranhão, irmã de Pedro Velho e Alberto Maranhão, ambos políticos oligarcas que comandavam o estado potiguar, como governadores, até 1914. Assim, durante os primeiros anos de sua prática docente, o professor Abel Barreto era sobrinho do governador do estado. Sobre sua formação, Abel Barreto difere de seus colegas mestres de oficinas cuja formação foi essencialmente prática. Abel Barreto era formado em engenharia pela Faculdade de Recife/PE. Assim, temos o professor de Desenho na Escola de Aprendizes Artífices um engenheiro de formação e membro das elites potiguares que controlavam a política, a economia e a sociedade norte-rio-grandense e, obviamente, desejavam manter seu *status quo*.

Abel Barreto foi formado engenheiro em uma perspectiva técnica e contemplava o espaço urbano em mudança na cidade numa perspectiva particular. Podemos inferir que Abel Barreto entendia o Desenho numa aproximação mais técnica. Alicerçado na geometria e na racionalidade, serviria muito mais aos seus discentes do que uma perspectiva artística, pautada na intuição e na liberdade criativa. Corrobora com esse entendimento o fato de que no Inventário da Escola de aprendizes Artífices de 1922 identificamos um conjunto de materiais didáticos utilizados no curso de Desenho ao longo da década de 1910. Dentre tais materiais temos o livro de Geometria Prática de Olavo Freire (FREIRE, 1907), livros de modelo de Desenho Geométrico, mapa geométrico, esquadros, escalas, compassos, entre outros.

O que podemos entender das práticas de ensino a partir destes materiais? Em diálogo com as pesquisas historiográficas já existentes acerca do ensino de saberes escolares do Desenho e da Geometria, podemos entender a relevância deste material e termos indícios das práticas que representam. Segundo Leme da Silva (2014b, p. 81), "instrumentos usados para fazer construções geométricas, como régua, compasso, esquadro e transferidor remetem para as práticas da disciplina escolar Desenho Geométrico". Ainda segundo a autora, o Desenho e a Geometria até o final do século XIX mantiveram uma aproximação e articulação de saberes que, ao distanciarem-se acumulou-os de marcas em suas trajetórias (LEME DA SILVA, 2014a), dentre as quais o uso das "construções geométricas com régua e compasso em práticas normativas ao longo de toda metade do século 20" (LEME DA SILVA, 2014b, p. 82). Outra disciplina, no campo da educação profissional, onde ocorre essa articulação é Trabalhos Manuais, contudo,

> enquanto a matéria/disciplina Trabalhos Manuais orientava para o "fazer", além dos ensinamentos sobre costuras para meninas, usar objetos do dia a dia que lembravam os sólidos e figuras geométricas e a incorporação da modelagem como saber, colocando o aluno em constante atividade; o Desenho englobava a arte de desenhar do natural ao geométrico. (SANTOS, 2017, p. 191; grifo da autora)

Assim, a existência desse material no inventário da instituição nos faz entender que existe uma evidência da associação ao Desenho praticado na Escola de Aprendizes Artífices do Rio Grande do Norte com o Desenho Geométrico em detrimento do Desenho ao natural. Contudo, a representação do Desenho enquanto auxílio fundamental para os ofícios, visando a prática de observação e reprodução para a comunicação visual, isto é, de educação da mão e do olhar do trabalho, é mantida mesmo que, por um método distinto da lição de coisas usualmente conhecida que seria o desenho ao natural. A ausência de outros instrumentais que aliavam ao desenho num caráter artístico, como a curva francesa, por exemplo, reforçam esse entendimento.

Quanto à existência de ferramentas matemáticas nas oficinas de aprendizagem de ofícios, podemos compreender que os saberes ligados ao Desenho por meio do manuseio de instrumentos de medição, como as réguas, compassos, esquadros e escalas estavam associados à prática dos ofícios, assim, "o curso de Desenho se ocupava com questões de conhecimento teórico das oficinas quando se propõe a ensinar formas geométricas e de máquinas e peças de construção" (BARBARESCO; COSTA, 2019, p. 52).

A opção pela obra de Freire, nos aponta trazer consigo uma representação mais técnica e abstrata do Desenho para a profissionalização. Isso é coerente com a formação do Prof. Abel Barreto, enquanto engenheiro, e com as práticas de ensino inferidas a partir dos demais materiais inventariados na instituição. Ainda dentre os exercícios da obra também observamos o incentivo à trabalhos manuais, por meio de recortes a partir dos conhecimentos de conceitos, medidas e propriedades. Contudo, a associação aos conhecimentos de Trabalhos Manuais não foi completamente explorada pelo autor. Além disso, novamente se observa uma perspectiva limitada de exploração do método intuitivo, tornando meramente ilustrativo através dos desenhos da obra.

A partir da análise do livro didático utilizado na Escola de Aprendizes Artífices em seus primeiros anos de funcionamento reforçamos o entendimento de que ocorre uma ressignificação do método intuitivo para a educação profissional. Essa apropriação do método encontra-se numa compreensão intermediária entre as inovações do final do século XIX e início do século XX com a compreensão vigente, firmada em um Desenho aliado à Geometria e subserviente a essa, instrumentalizado para torná-la mais inteligível, mas que não perde a caracterização abstrata e generalista do conhecimento geométrico. Entretanto, essa situação é alterada após o início da década de 1920.

O Serviço de Remodelação do Ensino Profissional Técnico e a nova disciplina Desenho

No início da década de 1920, os resultados esperados diante dos investimentos nas Escolas de Aprendizes Artífices não foram satisfatórios. A historiografia da educação profissional brasileira elenca entre os principais motivos desse fato a grande evasão dos aprendizes, causada pelas condições socioeconômicas de suas famílias que os levavam a irem logo para o mundo do trabalho mesmo sem concluir o curso, a falta de preparo dos professores, em especial os das oficinas que eram mestres reconhecidos, mas sem formação para serem educadores, as condições de infraestrutura das instituições, comumente prédios cedidos pelos governos locais e mal adaptados, e a falta de uniformização do currículo.

Uma instituição destacou-se como exceção à regra e, pelo seu sucesso, concedeu a sua direção o reconhecimento e expertise para que o Governo Federal formasse, sob sua liderança, o Serviço de Remodelação da Educação Profissional Técnica, uma comissão de técnicos especializados para examinar as instituições e remodelar o ensino profissional no Brasil. Foi conduzido à chefia do Engenheiro João Lüderitz, que desde 1908 dirigia o Instituto Técnico Profissional da Escola de Engenharia de Porto Alegre, posteriormente denominado Instituto Parobé.

Com o alinhamento que visava promover uma educação científica, a instituição gaúcha apresentava resultados efetivos de formação profissional e estruturava-se de modo distinto à rede, sob uma concepção teórica de racionalidade técnica numa tendência de implementação denominada de Taylorismo na escola, que a concebia como uma fábrica visando o aprender fazendo, ou seja, o enfoque prático destacado por Barbaresco e Costa (2020).

Quanto à prática docente na instituição, temos que se estabelecia "uma concepção de ensino, em que o saber fazer tinha precedência sobre a titulação. Esse enfoque em um ensino prático tinha suas bases nos modelos das escolas profissionais norte-americanas e das escolas alemãs" (BARBARESCO; COSTA, 2020, p. 53). De fato, vemos que as ideias em circulação no exterior foram apropriadas por Lüderitz e implementadas na instituição que dirigiu, sendo posteriormente proposta para as demais escolas de aprendizes. Dentre outras, destacamos a transformação das oficinas em seções de trabalhos de áreas produtivas correlatas e o Desenho enquanto disciplina de todos os cursos e em todos os seis anos de duração. No Curso Elementar, iniciavam-se os alunos no desenho através dos cortes de silhueta e representando à mão livre formas familiares. Em seguida, passava-se ao desenho à mão livre de vários objetos, o desenho figurativo e a utilização de cores, para então levá-los aos desenhos de paisagens, trabalhos construtivos e modelos ou modelos decorativos e suas aplicações, terminando com desenho de perspectiva, desenho geométrico industrial e estudo de pintura e trabalhos artísticos. Quanto ao Curso Técnico, no primeiro ano tinha-se a disciplina Desenho Industrial e Geométrico e nos demais anos Desenho Industrial e

Tecnologia, onde eram feitos desenhos de cópia a mão livre e problemas geométricos gráficos visando o estudo de projeções.

Como estratégias para implementação de suas ideias, a comissão dirigida por Lüderitz iniciou buscando melhorias de estruturas das EAAs. As oficinas das instituições foram equipadas com material básico necessário, máquinas e ferramentas, e os edifícios foram reformados ou construídos. O Rio Grande do Norte foi contemplado com financiamento da adaptação do prédio da Av. Rio Branco para o funcionamento da escola. Além disso, membros da comissão foram delegados à direção das escolas de aprendizes. Neste mesmo período assumiu, interinamente, como diretor da Escola de Aprendizes Artífices do Rio Grande do Norte, o membro do Serviço de Remodelação, Eng. Lycerio Alfredo Schreiner, que permaneceu no cargo até 1923, sendo seguidamente substituídos por outras pessoal ligadas ao Serviço de Remodelação ou próprios membros desta comissão até 1930. O RN também recebeu maquinário e ferramentas para as oficinas de construções metálicas e mecânicas, bem como para a de trabalhos de madeiras. As salas de aulas da instituição potiguar também foram equipadas com quadros negros e carteiras escolares.

A partir de 1923 o Serviço de Remodelação apresentou uma proposta de projeto para Regulamentação do Ensino Profissional Técnico que jamais foi aprovada e acabou por ser implementada parcialmente, tendo apenas em 1926, através da Portaria de Consolidação dos Dispositivos Concernentes às Escolas de Aprendizes Artífices de 13 de novembro de 1926, que as ideias educacionais do Serviço de Remodelação tiveram maior impacto no ensino profissional. Neste projeto o currículo das escolas passaria a ser de seis anos, onde nos três primeiros o foco seria a alfabetização dos alunos e ao ensino de trabalhos manuais em couro e tecidos. Apenas nos três últimos anos, os aprendizes optavam por setores de trabalho onde poderia se especializar em um grupo de funções correlatas. Por exemplo, aqueles que optassem pela seção de trabalho com metais, poderiam especializar-se em funilaria, mecânica, fundição e serralheria de forja. Àqueles que optassem pela seção de trabalhos de madeira, poderiam tornar-se marceneiros, entalhadores ou carpinteiros. Nos incisos do artigo 2º da Consolidação determina-se a uniformização do currículo. Nos dois primeiros anos, deveria ser ministrado o curso primário e o curso de desenho. Paralelamente a estes, deveria ocorrer a aprendizagem de trabalhos manuais "como estágio pré-vocacional da prática de ofícios". Nos dois anos seguintes, que podiam ser expandidos por mais dois anos complementares, ocorreriam os ensinos práticos não mais em ofícios únicos, mas em seções de ofícios correlatos.

A disciplina Desenho e suas variações ao longo dos anos ainda possuíam uma prevalência de tempo dedicado na formação dos alunos diante das demais. Com efeito, nos dois anos iniciais, 42% da carga horária era dedicada ao ensino de Desenho e Trabalhos Manuais. Em seguida, essa taxa cai para uma média de 21% nos anos seguintes. Assim, ressaltamos que o Desenho ainda se constituía como maior parte da formação profissional implementada. Os programas das disciplinas, incluindo o Desenho, seriam elaborados pelos professores e mestres de oficinas, aceitos provisoriamente e submetidos para análise do ministério. Contudo, essa autonomia, estranha diante das ideias de Lüderitz que criticava a liberdade excessiva, era superficial, pois a Consolidação instituía a criação de um Serviço de Inspeção que deveria, entre outras atribuições, revisar os programas, horários, regimentos e serviços de aprendizagem escolar.

Outra importante ação do Serviço de Remodelação do Ensino Técnico Profissional foi a uniformização dos livros didáticos a serem utilizados pelas escolas. Foram escolhidos livros para as disciplinas do Primário e, para o ensino de Desenho e das oficinas, seria renovado pelo norteamento dado pelos livros editados e distribuídos pelo Serviço de Remodelação. A partir de 1926, eles foram lançados pela Papelaria Americana do Rio de Janeiro. Segundo Silva, a série *Trabalhos Manuais* iniciou com a publicação do primeiro volume, denominado Cartonagem, seguido de *Empalhação e Estofaria*, ambas traduções e não trabalhos originais. Em seguida, a série terminava com *Modelagem e Moldação* e, por fim, *Cestaria*. Sendo apenas este último uma obra original.

Em Silva (2021) temos uma análise dos Manuais de Curso de Desenho produzidos pelo Serviço de Remodelação (SERVIÇO DE REMODELAÇÃO DO ENSINO PROFISSIONAL TÉCNICO, 1928a; 1928b). As obras referendavam a influência estrangeira em sua concepção e estruturação, bem como a importação de modelos sugeridos para o ensino. Também deixavam evidente a representação – agora apropriada aos novos tempos e atores – de que o Desenho e os Trabalhos Manuais eram fundamentais para a Educação Profissional e não poderiam ser vistas ou tratadas como acessórios do programa para torná-lo moderno, mas sim como tendência que presidiria os ensinamentos práticos e teórico da formação.

A relevância da disciplina Trabalhos Manuais chega a ser apropriada pelo Serviço de Remodelação pelo contato com as ideias do belga Omer Buyse, estudioso da educação norte-americana. Além disso, o método dos Trabalho Manuais propagava-se na educação profissional paulista com a atuação de Aprígio Gonzaga e, como estas eram modelos para o país diante do desenvolvimento industrial do estado de São Paulo e de seu protagonismo educacional no período republicano, os defensores dos Trabalhos Manuais enquanto disciplina imprescindível para a educação profissional encontraram uma vitrine de exposição. Começa a surgir, desse modo, uma outra representação sobre a base na qual deveria ser erigida a educação profissional brasileira. Assim, no reforço da associação teoria e prática para formação de mão-de-obra, surge como estratégia de articulação a disciplina de Trabalhos Manuais.

Os livros continuam a sintetizar as diversas práticas de desenho, desde o desenho à mão livre (figurativo ou de cópia ao natural) até ao geométrico, passando pelo ornamental (ou decorativo). Utiliza-se de diversos métodos, tais como o intuitivo e o de trabalhos manuais na confecção de recursos como carimbos, chapas e gabaritos para o desenho. Contudo, inovam na conexão entre o Desenho e os trabalhos manuais que acompanham toda a obra. No primeiro volume privilegiando o desenho figurativo e no segundo o desenho construtivo, mais técnico, teórico e alicerçado mais diretamente aos conhecimentos geométricos.

Analisamos que as obras buscaram eliminar qualquer traço de liberdade docente na prática educativa, trazendo consigo inclusive o programa a ser estabelecido ao longo dos anos e os critérios avaliativos e que os elementos constitutivos da obra, tais como os conteúdos, ilustrações, exercícios e motivações são significativamente distintos da obra de Freire que era utilizada na Escola de Aprendizes Artífices do Rio Grande do Norte antes da atuação do Serviço de Remodelação.

Em síntese as obras demonstram o quanto o Desenho foi modificado pela atuação do Serviço de Remodelação. As práticas propostas apropriam-se ressignificando novamente o método intuitivo para a etapa pré-vocacional e, na etapa seguinte, propõe uma aliança com os saberes geométricos, mas pressupondo-os como já conhecidos. O Desenho não volta a ser um Desenho Geométrico, mas sim um Desenho Técnico que considera Geometria como pré-requisito. A educação dos sentidos, da mão e do olhar, para o trabalho, realizada por meio da disciplina Desenho tem uma profunda alteração, pois abandona as concepções oriundas do método intuitivo, mesmo que adaptadas à manipulação de instrumentos, e também a busca pela precisão e perfeição que eram dada pelo Desenho Geométrico e passa a, subsidiada pelo pragmatismo e taylorismo das concepções dos engenheiros do Serviço de Remodelação, ser aliada à prática, que exercitada diversas vezes levaria à precisão e perfeição, mas estas agora vistas como a possibilidade de confecção do que foi desenhado, ou seja, a materialização do Desenho na prática das seções de trabalho.

Além disso, outra importante mudança que percebemos é a alteração da precedência do Desenho diante das demais disciplinas da Educação Profissional. Com efeito, o status que o Desenho possuía passa a ser dividido com os Trabalhos Manuais numa estratégia de consolidação da formação embasada na relação teoria e prática.

Considerações Finais

Observamos que a disciplina Desenho se constituiu e reconfigurou ao longo do tempo a partir da circulação das ideias existentes sobre os seus saberes relacionados à formação de mão-de-obra, sempre justificando-se como base da formação para o trabalho. Em meio as distintas vertentes que se estabeleceram ao longo do período estudado, essa representação permaneceu. Contudo, o Desenho a fornecer essa base, que inicialmente aliado aos conhecimentos geométricos foi levemente alterado. Enquanto na educação brasileira em geral desloca-se num distanciamento da Geometria, aproximando-se mais radicalmente do método intuitivo, na educação profissional, com o surgimento de novos atores com protagonismo no campo e apropriando ideias em circulação na Europa e nos Estados Unidos, a disciplina passa por uma alteração de seu status, passando a ter seu protagonismo dividido e realocado junto a disciplina Trabalhos Manuais.

Referências

BARBARESCO, C. S.; COSTA, D. A. Ferramentas das oficinas e o ensino de aritmética da Escola de Aprendizes Artífices de Santa Catarina. **HISTEMAT – Revista de História da Educação Matemática**. v.5, n. 1, p. 49 – 65, 2019.

BARBARESCO, C. S.; COSTA, D. A. A *expertise* de João Lüderitz: A organização do ensino de aritmética nas Escolas de Aprendizes Artífices (1920 – 1926). **REMATEC:** Revista de Matemática, Ensino e Cultura, v. 15, n. 34, p. 48 – 69, 2020.

BAROM, W. C. C. A teoria da história de Jörn Rüsen no Brasil e seus principais comentadores. **Revista História Hoje**, v. 4, n. 8, p. 224-246, 2015.

BRASIL. **Decreto nº 7.566 de 23 de setembro de 1909**. Cria nas capitais dos Estados da República Escolas de Aprendizes Artífices, para o ensino profissional primário gratuito. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/ decret/1900-1909/decreto-7566-23-setembro-1909-525411-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 23. Jul. 2020

BRASIL. **Decreto nº 7.763 de 23 de dezembro de 1909**. Altera os decretos 7.566 e 7.649, de 28 de setembro e 11 de novembro últimos, referentes a criação de escolas de aprendizes artífices nas capitais dos estados e a nomeação de professores para os respectivos cursos noturnos – primário e desenho. Disponível em: < https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1900-1909/decreto-7649-11-novembro-1909-525418-publicacaooriginal-1-pe.html.>. Acesso em: 23. Jul. 2020

CHARTIER, R. **A história cultura – entre práticas e representações**. Trad.: Maria Manuela Galhardo. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1990.

CHARTIER, R. **À beira da falésia:** a história entre incertezas e inquietude. Trad.: Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Ed. da UFRGS, 2002.

CHERVEL, A. História das Disciplinas Escolares: Reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, v.2, p. 177 – 229, 1990.

CUNHA, L. A. **O ensino de ofícios nos primórdios da industrialização**. 2ª Ed. São Paulo: Editora da UNESP, 2005.

FREIRE, O. **Primeiras Noções de Geometria Prática**. 8ª Ed. Rio de Janeiro, RJ: Francisco Alves, 1907.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP. n 1. p. 9 – 43, Jan/Jun. 2001.

LEME DA SILVA, M. C. Desenho e Geometria na escola primária: um casamento duradouro que termina com separação litigiosa. **História da Educação** (UF-Pel), v. 18, n. 42, p. 61 – 73, Jan./Abr, 2014a.

LEME DA SILVA, Maria Célia. Régua e Compasso no ensino primário? Circulação e Apropriação de práticas normativas para as matérias de Desenho e Geometria. **História da Educação** (UF-Pel), v. 18, n. 44, p. 79 – 97, Set./Dez, 2014b.

REIS, A. S. C. Rüsen e a Teoria da História como Ciência. **Revista de História.** n. 176, p. 1 – 8, 2017. Disponível em: < https://www.scielo.br/j/rh/a/bRNHHs4TZZd9BxMYdGj3zRy

/?format=html>. Acesso em: 28 Ago. 2021.

RÜSEN, J. **Teoria da História:** uma teoria da História como ciência. Trad.: Estevão C. de Resende Martins. Curitiba, PR: Editora da UFPR, 2015.

SANTOS, J. C. Régua e Compasso: materiais no ensino dos saberes geométricos em Sergipe. **HISTEMAT – Revista de História da Educação Matemática**. v. 3, n. 3, p. 187 – 203, 2017.

SERVIÇO DE REMODELAÇÃO DO ENSINO PROFISSIONAL TÉCNICO. **Curso de Desenho para as Escolas Profissionais Técnicas**. Volume 1 (Desenho Figurativo). Rio de Janeiro, RJ: Papelaria Americana, 1928a.

SERVIÇO DE REMODELAÇÃO DO ENSINO PROFISSIONAL TÉCNICO. **Curso de Desenho para as Escolas Profissionais Técnicas**. Volume 2 (Desenho Construtivo). Rio de Janeiro, RJ: Papelaria Americana, 1928b.

SILVA, J. C. C. **Educar a mão e o olhar para o trabalho: A disciplina Desenho na Escola de Aprendizes Artífices do Rio Grande do Norte (1909 – 1937)**. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-graduação em Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, RN, 2021.

TRINCHÃO, G. M. C. O desenho na educação do homem novo brasileiro: alfabetização gráfica à visibilidade dos fundamentos das Artes e das Ciências. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 2, n. 2, p. 6 – 38, 2016.

VALENTE, W. R. Tempos de Império: a trajetória da Geometria como um saber escolar para o curso primário. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP. v. 12. n. 30. p. 73 – 94. Set/Dez 2012.

As Cevianas Notáveis do Triângulo em Livros Didáticos de Matemática

Special Cevians of a Triangle in Mathematics Textbooks

Jorge da Silva Melo
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
jorge.melo@educacao.mg.gov.br

Elenice de Souza Lodron Zuin
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
elenicezuin@gmail.com

Resumo
Neste artigo é apresentado um recorte de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo verificar, entre outros aspectos, a existência do termo cevianas e de dados históricos relacionados a Giovanni Ceva em livros didáticos de Matemática e Desenho Geométrico, direcionados ao Ensino Fundamental, publicados no Brasil. Para o presente trabalho, foram selecionadas as obras de Silveira (2015, 2018) e Castrucci & Giovanni Júnior (2018), que integram o Programa Nacional do Livro Didático dos anos de 2017 e 2020. Foi realizada uma análise do tópico cevianas do triângulo sob as perspectivas de Bardin (2016) e Zuin (2007a). Verificou-se a introdução do conteúdo, apresentação das definições, aspectos históricos, indicação de leituras complementares e atividades propostas pelos autores. Constatou-se que, na obra de Castrucci & Giovanni Júnior (2018), o termo cevianas não está presente. Com relação à abordagem histórica sobre as cevianas, verificou-se que é inexistente nas publicações de Silveira (2015) e Castrucci & Giovanni Júnior (2018) e pouco explorada em Silveira (2018), se fixando apenas na apresentação de personagens e datas.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Matemática. Livros didáticos. Cevianas. Giovanni Ceva.

Abstract
This paper presents a cut of a master's research that aimed to verify, among other aspects, whether the term cevians and historic data related to Giovanni Ceva are present in Middle School Mathematics and Geometrical Drawing textbooks, published in Brazil. For the present paper, the works by Silveira (2015, 2018) and Castrucci & Giovanni Junior (2018) that integrate the National Textbook Program for the years 2017 and 2020 were selected. An analysis of the topic cevians of a triangle was performed from the perspectives of Bardin (2016) and Zuin (2007a). The introduction of the content, presentation of definitions, historical aspects, the indication of complementary readings and activities proposed by the authors were verified. We found that, in the work by Castrucci & Giovanni Junior (2018), the term cevians is not present. Regarding the historical approach on cevians we verified it was underexplored in Silveira (2018), fixating only on the presentation of characters and dates, and non-existent in the publications of Silveira (2015) and Castrucci & Giovanni Júnior (2018).

Keywords: Mathematical Education. History of Mathematics. Textbooks. Cevians. Giovanni Ceva.

Introdução

É inegável a relevância da Matemática e, consequentemente, da Geometria no processo de ensino e aprendizagem, como, também, sua contribuição para a formação integral do educando em todos os níveis de ensino, "seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais." (BRASIL, 2017, p. 265). Este argumento, de certo modo, valida a mobilização que vem ocorrendo desde as duas últimas décadas do século passado em prol do Ensino de Geometria com surgimento de várias pesquisas acadêmicas voltadas para a análise e compreensão das mudanças sofridas neste campo do saber e seus possíveis reflexos no âmbito educacional. Como, em decorrência das ideias advindas do Movimento da Matemática Moderna – MMM, "o ensino de Matemática sofreu alterações significativas, sendo a Geometria Euclidiana bastante afetada." (ZUIN, 2001, p.85).

Além disso, no Brasil, desde a primeira metade do século XX,

> [...] vivemos mudanças de programas, elaboração de novas propostas de ensino, [contribuindo para relegar a] [...] um segundo plano o estudo da Geometria. A Geometria Plana e Espacial foi, ao longo das décadas, sofrendo cortes de vários tópicos no ensino fundamental e médio. (ZUIN, 2007, p.58).

Oliveira, Silva e Valente (2011) indicam que, o enfoque ao ensino de Geometria, proposto pelo MMM, apresentava-se distante da metodologia que os professores da época estavam acostumados. A "nova geometria" estava relacionada à incorporação das transformações geométricas, como já havia sido anteriormente proposto por Félix Klein, tendo, também, a inclusão de novos axiomas por meio da Geometria Experimental (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011). Ao mesmo tempo, Miguel e Brito (1996) evidenciam que as abordagens históricas nos livros didáticos foram consideravelmente reduzidas. Essas argumentações estão entre os motivos que nos levaram a investigar a não utilização do termo cevianas e a falta ou escassez de abordagens históricas relacionadas a Giovanni Ceva em livros didáticos de Matemática destinados ao ensino fundamental.

Para uma melhor contextualização do assunto a ser tratado, vale ressaltar que uma *ceviana* é definida como todo segmento que tem uma extremidade em um vértice do triângulo e outra extremidade em um ponto do lado oposto a esse vértice ou ao prolongamento deste lado. A altura, a bissetriz interna e a mediana de um triângulo, relativas a um vértice, são denominadas *cevianas notáveis*.

Algumas pesquisas, como as de Silva (2015), Araújo (2014) e Macedo (2014), tendem a afirmar que o *Teorema de Ceva* e, consequentemente, o termo cevianas, há muito tempo não compõem o currículo escolar destinado às escolas de educação básica e, por vezes, aos cursos de graduação em Matemática. De acordo com esses autores, esse tópico de geometria pode ser encontrado, com maior frequência, em cursos que visam ao ingresso em Escolas Militares ou com foco nas Olimpíadas de Matemática.

Segundo Araújo (2014), alguns teoremas e conceitos importantes, que estão relacionados aos pontos e cevianas associados a um triângulo, geralmente não são mencionados
nos livros didáticos e tampouco pelos professores em suas aulas. Justificando seu posicionamento, cita, como exemplo, as obras que constam no *Guia do Livro Didático de Matemática* no PNLD-2014[1].

No final do ano de 2020, ministramos um minicurso *on-line* sobre as cevianas do triângulo, que contou com participantes de vários estados brasileiros, sendo doze licenciandos e quarenta e oito professores de Matemática e, entre eles, um docente de Angola. Trinta e quatro participantes alegaram desconhecer o termo cevianas e quarenta e seis afirmaram que nunca leram alguma abordagem histórica relativa ao tema ou sobre Giovanni Ceva. Esses dados reforçam o que foi indicado por Silva (2015), Araújo (2014) e Macedo (2014), citados anteriormente (MELO, 2021).

Como já explicitado, a partir dos aspectos apontados sobre o ensino de Geometria por Zuin (2001), Oliveira, Silva e Valente (2011) e a redução das abordagens históricas nos livros didáticos, mencionadas por Miguel e Brito (1996), aliados à falta de conhecimento de professores sobre o do termo cevianas e à sua origem, consideramos relevante fazer uma análise deste tópico específico em edições mais recentes de livros didáticos de Matemática.

Neste artigo, apresentamos a descrição e análise de três livros destinados ao 8º ano do Ensino Fundamental que integram os guias de 2017 e 2020 do Programa Nacional do Livro Didático: as edições de 2015 e 2018 de *Matemática: compreensão e prática*, de Ênio Silveira, e *A conquista da Matemática,* de Castrucci & Giovanni Júnior, publicada em 2018. Priorizamos evidenciar as obras de Silveira, por conter explicitamente o termo *cevianas* e, a de Castrucci & Giovanni Jr, porque, segundo o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, a coleção de Matemática desses autores foi a que alcançou um maior nível de distribuição nas escolas do país.

[1] Diferentemente do exposto por Araújo (2014), verificamos que o termo cevianas estava presente em uma nota no manual do professor do livro *Praticando Matemática* e no livro *Matemática Teoria e Conceito*, ambos publicados em 2012 e integrantes do Guia por ele analisado. (MELO, 2021).

O livro didático como fonte de pesquisa

Nas últimas quatro décadas, os manuais escolares têm sido evidenciados como fontes primárias relevantes para a compreensão e escrita da história das disciplinas escolares. Para Chervel (1990),

> A tarefa primeira do historiador das disciplinas escolares é estudar os conteúdos explícitos do ensino disciplinar. Da gramática escolar até a aritmética escolar [...] todas as disciplinas, ou quase todas, apresentam-se sobre esse plano como corpus de conhecimentos, providos de uma lógica interna, articulados em torno de alguns temas específicos. [...] O estudo dos conteúdos beneficia-se de uma documentação abundante à base de cursos manuscritos, manuais e periódicos pedagógicos. (CHERVEL, 1990, p. 203).

Neste sentido, os conteúdos escolares caracterizam-se, como proposto por Chervel (1990), a primeira tarefa dos historiadores das disciplinas escolares e, em nosso caso, o tópico relativo às cevianas notáveis do triângulo, presentes nos livros didáticos de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental. Neste material estão inseridos os conhecimentos e valores que, possivelmente, foram ensinados em um determinado período histórico nas instituições escolares (ZUIN, 2007a).

Na concepção de Bittencourt (1993), o uso do livro vai muito além da sala de aula, sendo empregado como uma fonte de saber "instituído e institucionalizado", uma vez que o

> [...] livro didático é também um depositário dos conteúdos escolares, suporte básico e sistematizador privilegiado dos conteúdos elencados pelas propostas curriculares; é por seu intermédio que são passados os conhecimentos e técnicas considerados fundamentais de uma sociedade em determinada época. (BITTENCOURT, 1998, p. 72).

É notório que "os manuais escolares foram e continuam sendo um importante instrumento de apoio e orientação dos professores, ditam a apresentação dos conteúdos a serem ministrados, estabelecendo um currículo, que muitas vezes, é fielmente seguido." (ZUIN, 2004, p.4). Contudo, tanto para Zuin (2004), como para Valente (2008), os livros didáticos foram, por muito tempo, considerados como um produto de menor valor, "de segunda mão", efêmero e "descartável", após cumprirem a missão de interlocutor do conhecimento. Mas, "ante os novos tempos de História Cultural, tornaram-se preciosos documentos para escrita da história dos saberes escolares." (VALENTE, 2008, p.141). E, nesse caminho, podemos destacar contribuições importantes que auxiliaram na consolidação do uso dos manuais escolares para a escrita da Historiografia da Educação Matemática e História das Disciplinas Escolares no Brasil, como, por exemplo, as pesquisas de Valente (1999) e Zuin (2001, 2007b), entre outros trabalhos.

Nesse tipo de estudo, é importante localizar um determinado “saber pedagógico na cultura que lhe deu vida”, pois, assim, poderemos, por meio de inferências, buscar compreender suas transformações no decorrer dos tempos (ZUIN, 2004, p. 2).

Contexto histórico: cevianas

Até pouco tempo, não era possível precisar alguns dados biográficos de Ceva. A história relativa às cevianas do triângulo, presentes nos livros e compêndios de História da Matemática, são escassas e, por vezes, incompletas.

O personagem que destacamos é o italiano Giovanni Benedetto Ceva. O termo cevianas deriva do seu sobrenome. Nos registros da extinta Paróquia de *São Tomazio*, localizada na Itália, foi encontrado seu Ato de Batismo, lavrado em três de setembro de 1647. Ceva teria nascido em Milão, em primeiro de setembro de 1647 (LANDRA, 2009). Nesta época, Milão estava sob o domínio espanhol e a divisão política da Itália era baseada em ducados e principados.

Sua obra mais famosa, *De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio* (Estática da construção das linhas retas que cortam outras), foi publicada em 1678 e dedicada a *Ferdinando Carlo I Gonzaga*, conhecido também como *Carlo III di Mantova,* o Duque de Mântua, Montferrate Guastalla.

Esta obra contém *o Teorema das Cevianas*, também conhecido com o *Teorema de Ceva*, baseado em outro análogo, que foi proposto por *Menelaus de Alexandria* há, aproximadamente, quinze séculos antes do seu nascimento. O teorema estabelece uma relação determinante para colinearidade de três pontos, que, naquela época, já havido sido esquecida e pode-se dizer que foi redescoberta por Ceva, pois não há evidências de que ele o conhecia (BOYER, 1994). Segundo Eves (2008), a descoberta de Ceva se configura como uma das raras contribuições dadas à geometria sintética do triângulo antes do século XIX.

Em 1686, Giovanni Ceva foi nomeado professor de Matemática na Universidade de Mântua, cargo que exerceu até os últimos dias de sua vida. Ele veio a óbito no dia 13 de maio de 1734 e foi sepultado na *Iglesia S. Teresa dei Carmelitani Scalzi,* junto a seus pais.

Metodologia

A pesquisa realizada é de cunho documental, se fundamentando em fontes primárias e secundárias. Para construir os dados biográficos de Giovanni Ceva, tomamos como principal referência a tese de doutorado da italiana Paola Landra, intitulada "*Ceva e Manfredi: uma controvérsia entre matemáticos do século XVIII*", defendida em 2009, no Centro Politécnico de Milão – Itália. Relativamente ao *Teorema de Ceva*, nos ativemos à sua obra mais famosa, *De lineis rectis se invicem secantibus statica*, publicada em 1678.

Foram selecionados três livros didáticos de Matemática, editados no Brasil, destinados ao Ensino Fundamental, publicados em 2015 e 2018, para proceder à verificação do conteúdo cevianas. Neste sentido, foi realizada uma análise de conteúdo sob a perspectiva de Bardin (2016), com fundamentação também em Zuin (2007a).

As principais categorias de análise fixadas envolvem a definição de cevianas, aspectos históricos, indicação de leituras complementares e atividades propostas. Esta última categoria foi elencada a partir das orientações de Chervel (1990). Para este pesquisador, além da análise dos conteúdos presentes nas obras, é importante a exploração dos exercícios e destaca que:

> Se os conteúdos explícitos constituem o eixo central da disciplina ensinada, o exercício é a contrapartida quase indispensável. [...] Sem o exercício e seu controle, não há fixação possível de uma disciplina. O sucesso das disciplinas depende fundamentalmente da qualidade dos exercícios aos quais elas podem se prestar. (CHERVEL, 1990, p. 204).

Para Bardin (2016, p.125), a análise de conteúdo é caracterizada basicamente por três etapas sequenciais: "pré-análise; exploração do material; tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação*"*, estas, juntas, constituem-se em um método capaz de auxiliar o pesquisador no ato de descortinar aquilo que está por trás das palavras, ou seja, ir além das aparências, no que se refere à descoberta de fatos e à busca de respostas para determinados problemas. Esta metodologia proporciona ao pesquisador uma grande possibilidade de trabalho e amplo diálogo com os textos selecionados para sua investigação.

Para a análise dos livros selecionados, as indagações a seguir nos auxiliaram na condução das observações realizadas:

1) Há menção ao termo cevianas no livro?
2) Quais são os recursos utilizados para a introdução e desenvolvimento do conteúdo?
3) Quais são as definições utilizadas pelos autores?
4) Há abordagem histórica do conceito de cevianas?
5) Quantos e como são os exercícios propostos pelos autores?

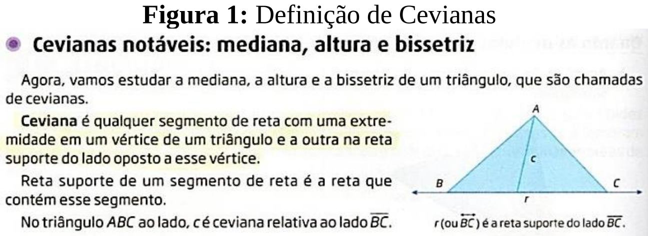
6) Existem textos complementares ou indicação de outras fontes de leitura para os professores?

Matemática: Compreensão e Prática – 8º ano, de Ênio Silveira

A quinta edição do livro *Matemática: Compreensão e Prática* - 8º ano, publicada no ano de 2018, pela editora Moderna, foi revista recentemente, com o intuito de fazer algumas adequações necessárias à sua aprovação e inserção no Guia do PNLD 2020. Dentre as principais alterações, estão a supressão e a exclusão de alguns conteúdos, além da redução no quantitativo de exercícios. Por exemplo, os tópicos relativos aos *Triângulos e Quadriláteros*, na edição de 2015, eram apresentados em um capítulo específico destinado a cada assunto e passaram a integrar um mesmo capítulo na edição atual, interferindo diretamente nos conceitos abordados, com maior ênfase para o conteúdo de quadriláteros. Foram remanejados para outros volumes os tópicos relacionados à soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, às propriedades dos triângulos isósceles e retângulos.

Para o estudo das cevianas, o autor inseriu uma seção específica denominada *"Cevianas Notáveis: altura, mediana e bissetriz"* (figura 1), sendo abordadas, uma a uma, separadamente, na mesma ordem em que são citadas no título da seção, de forma detalhada por meio de definições e com figuras representativas, tanto para as cevianas como para o ponto de interseção entre elas.

Figura 1: Definição de Cevianas


Cevianas notáveis: mediana, altura e bissetriz

Agora, vamos estudar a mediana, a altura e a bissetriz de um triângulo, que são chamadas de cevianas.

Ceviana é qualquer segmento de reta com uma extremidade em um vértice de um triângulo e a outra na reta suporte do lado oposto a esse vértice.

Reta suporte de um segmento de reta é a reta que contém esse segmento.

No triângulo *ABC* ao lado, *c* é ceviana relativa ao lado $\overline{BC}$.

Fonte: Silveira (2018, p.132)

Ênio Silveira apresenta as definições de altura, mediana e bissetriz realizando uma interligação entre a definição tradicional desses elementos ao termo ceviana:

> - A **mediana** de um triângulo é a ceviana que une um vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto a ele.
> - A **altura** de um triângulo é a ceviana que passa por um vértice do triângulo e é perpendicular à reta suporte do lado oposto a esse vértice.
> - A **bissetriz** interna de um triângulo é a ceviana que divide um ângulo interno em dois ângulos congruentes. (SILVEIRA, 2018, p. 132-133, grifos do autor).

Estas definições estão mais próximas das encontradas em livros de Desenho Geométrico. Ao comparar as definições propostas por Silveira (2015, 2018), não foi constatada nenhuma alteração que pudesse comprometer ou alterar o sentido explorado pelo autor.

A maior parte dos exercícios destinados aos triângulos restringe-se a questões que requerem sumariamente a aplicação conceitual do que foi trabalhado, até mesmo nos que podem ser considerados mais complexos. Nota-se que houve redução no quantitativo de atividades na edição de 2018 em comparação a de 2015; em relação às cevianas, essa redução foi de cinquenta por cento (quadro 1).

Quadro 1: Quantitativo de exercícios relacionados às cevianas do triângulo

Autores	**Total de exercícios destinados ao estudo dos triângulos**	**Nº de exercícios destinados às cevianas**
Silveira (2015)	72	12
Silveira (2018)	23	6

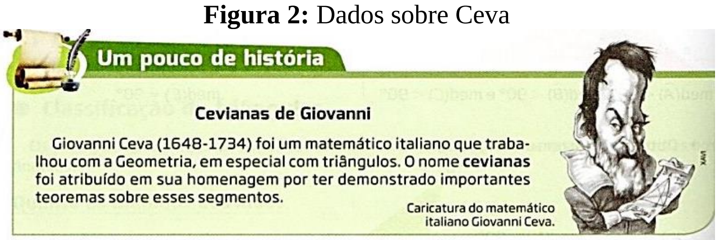
Fonte: Dados da pesquisa

Mesmo com a redução do número de exercícios, não constatamos alterações no tipo de questão e na metodologia, que seguiram o mesmo padrão da edição anterior. Há exercícios que estão presentes em ambas as obras, nos quais o autor valeu-se do desenho com régua e compasso como recurso didático e, posteriormente, estabeleceu a relação entre os pontos notáveis estudados e à sua ceviana correspondente.

Os exercícios objetivam a resolução de “situações-problema que envolvam a obtenção de cevianas e dos pontos notáveis de um triângulo.” (SILVEIRA, 2015, p.343). No final do capítulo, o autor propõe um desafio, que pode ser considerado como uma tentativa de trazer recursos digitais para a sala de aula. É proposto o uso de um *software* de geometria dinâmica, ainda que de forma restrita, com o qual o aluno deveria construir um triângulo escaleno acutângulo e, nele, os pontos notáveis (baricentro, ortocen-tro, incentro e circuncentro). Entretanto, o autor deixa em aberto qual aplicativo deve ser utilizado.

Silveira (2018) expõe que, na formulação da obra, procurou oferecer elementos importantes da História da Matemática e, em sua concepção, estes servirão como ponto de partida para explanação dos conceitos estudados, cabendo ao professor a complementação e aprofundamento. Geralmente, estas inserções históricas são pontuais no livro, ocorrem na seção *Um pouco de história*, com informações e fatos históricos relacionando os conhecimentos matemáticos e alguns personagens importantes. Em relação às cevianas, detectamos uma breve passagem histórica (figura 2) intitulada *“Cevianas de Giovanni”,* não sendo constatada na edição de 2015.

Figura 2: Dados sobre Ceva


Um pouco de história

Cevianas de Giovanni

Giovanni Ceva (1648-1734) foi um matemático italiano que trabalhou com a Geometria, em especial com triângulos. O nome **cevianas** foi atribuído em sua homenagem por ter demonstrado importantes teoremas sobre esses segmentos.

Caricatura do matemático italiano Giovanni Ceva.

Fonte: Silveira (2018, p. 132)

Por mais relevante que seja a incorporação de uma figura representativa, neste caso, ela se deu por meio de uma caricatura. Julgamos ser necessária certa prudência em sua utilização, uma vez que, no decorrer da nossa pesquisa, não foi encontrada uma pintura que realmente representasse Ceva. A incorporação desta ilustração no livro (figura 3) poderia acarretar informações equivocadas, devido ao fato de essa caricatura nos remeter à figura de Galileu Galilei (MELO, 2021).

Há uma seção no manual com sugestões de leituras e materiais que podem contribuir com a prática docente. Contudo, nesta parte, não existe nenhuma alusão às cevianas.

A conquista da Matemática – 8º ano, Castrucci e Giovanni Júnior

O livro *A Conquista da Matemática* – 8º ano, de Castrucci & Giovanni Júnior, foi publicado pela Editora FTD, em 2018. Os dados do MEC-FNDE denotam que esta é a coleção de Matemática com maior quantitativo de obras distribuídas pelo PNLD – 2020[2].

Segundo os autores, as orientações da BNCC estão presentes nas diretrizes utilizadas para a elaboração desta obra, tendo em vista que todos os conteúdos e metodologias foram organizados de modo a contemplar e desenvolver os objetos do conhecimento e as habilidades previstas nesse documento (CASTRUCCI e GIOVANNI JÚNIOR, 2018).

Os tópicos relativos aos triângulos foram inseridos na primeira parte do livro, juntamente com os conteúdos sobre ângulos. As cevianas notáveis, embora os autores não utilizem essa terminologia, são apresentadas como elementos do triângulo – altura, mediana e bissetriz. Nota-se uma preocupação em inserir várias figuras representando a posição dessas cevianas e de seus respectivos pontos de interseção. Mesmo sem a menção do termo

[2] Somente para o volume destinado ao 8º ano do Ensino Fundamental foram distribuídos 1.201.628 livros do aluno e 25.021 manuais do professor.

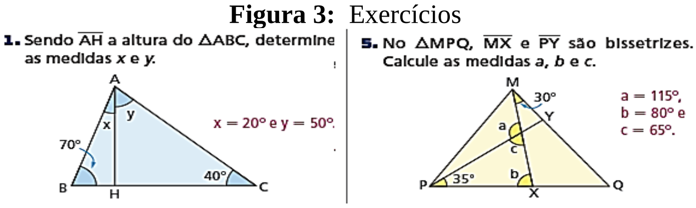
ceviana no texto, as definições, apresentadas para cada um dos segmentos notáveis, são claras e objetivas, abarcando todas as situações possíveis, como se pode verificar a seguir:

> \- **Altura** de um triângulo é o segmento de reta que une o vértice ao lado oposto (ou ao seu prolongamento), formando um ângulo de 90º com esse lado (ou seu prolongamento).
> \- **Mediana** do triângulo é o segmento de reta que une um vértice ao ponto médio do lado oposto.
> \- **Bissetriz** de um triângulo é o segmento de reta que une um vértice do triângulo ao seu respectivo lado oposto, dividindo o ângulo desse vértice em dois ângulos de mesma medida. (CASTRUCCI e GIOVANNI JÚNIOR, 2018, p.74-76, grifos dos autores).

A utilização de *softwares* de geometria dinâmica é indicada em toda a obra. Com relação ao conteúdo de cevianas, os autores inseriram observações didáticas específicas para cada uma delas, além de sugerirem o uso de simuladores do *GeoGebra*, que podem ser acessados por meio de um *link* disponibilizado aos professores. Outro recurso explorado na obra são as dobraduras, presentes na seção *Para quem quer mais* e nas atividades complementares, incluídas no manual do professor.

Os autores indicam que “o objetivo das atividades propostas é levar os alunos a identificar, representar a mediana, a altura e a bissetriz de um triângulo, relevando o ponto de encontro entre elas e resolvendo problemas em que estes elementos estão envolvidos.” (CASTRUCCI e GIOVANNI JÚNIOR, 2018, p.79). Contudo, dentre os trinta e sete exercícios relacionados ao estudo dos triângulos, catalogamos oito sobre as cevianas, nos quais, sete abordam a temática de ângulos (figura 3). Já, os pontos de encontro desses segmentos foram explorados como sugestão de atividades complementares, ficando a cargo de cada professor desenvolver, ou não, tais atividades.

Figura 3: Exercícios



Fonte: Castrucci e Giovanni Júnior (2018, p. 79)

Por mais que Castrucci & Giovanni Júnior (2018, p. XXV) afirmem “não podemos nos esquecer das explorações que favoreçam a leitura e reflexões sobre a História da Matemática (Etnomatemática)”, de modo geral, constatamos que as abordagens nessa perspectiva são pouco exploradas no volume analisado, o qual não contém qualquer inserção histórica relacionada às cevianas.

Análise comparativa entre as obras

Tradicionalmente, a abordagem dos conteúdos nos livros didáticos inicia-se com a apresentação das definições, explanação teórica, exemplos e, na sequência, resolução de exercícios. Como constatamos, tanto em Silveira (2015, 2018), quanto em Castrucci & Giovanni Júnior (2018), esta forma de desenvolvimento está evidenciada no tópico analisado.

Quadro 2: Comparativo entre as obras

	Silveira (2015)	**Silveira (2018)**	**Castrucci & Giovanni Júnior (2018)**
Termo ceviana	O termo está inserido na obra e foi utilizado como alicerce para o estudo dos segmentos notáveis.	Não houve alteração em relação à publicação precedente.	Não há menção ao termo ceviana.
Estudo das cevianas	O estudo das cevianas é realizado em uma seção específica, presente na unidade destinada aos triângulos.	Os tópicos relacionados às cevianas foram abordados em uma unidade destinada ao estudo dos triângulos e quadriláteros.	Os segmentos notáveis foram abordados em uma unidade destinada ao estudo dos triângulos e ângulos
Definições	O termo ceviana permeia as definições de altura, mediana e bissetriz.		As definições não contemplam o termo cevianas.
Abordagem Histórica	O autor faz algumas inserções históricas, mas nenhuma relacionada às cevianas.	Foi incluso um box específico denominado *Cevianas de Giovanni*, contendo alguns dados biográficos e uma caricatura.	Não foi constatada nenhuma inserção histórica associada às cevianas.
Atividades propostas	Maior inclinação para uso de traçado com régua e compasso. O autor explora as cevianas notáveis em diversos exercícios, porém, os mesmos não estão vinculados ao desenvolvimento de outros conteúdos e não há atividades contextualizadas.		É dada ênfase ao conceito de ângulos e ao cálculo dos ângulos internos do triângulo.

Fonte: Dados da pesquisa

O quadro 2 tem intuito de indicar as similaridades ou diferenças entre as obras analisadas, apresentando algumas observações relativas às categorias de análise.

Ao entrar em contato com Ênio Silveira, por e-mail, ele nos esclareceu que, em relação à inserção do termo cevianas no livro *Matemática Compressão e Prática – 8º ano*, tal motivação surgiu devido ao fato de já utilizá-lo em suas aulas preparatórias para os Colégios Militares:

> Fui professor durante muito tempo de cursos preparatórios para Colégios e Academias Militares e questões com esses assuntos eram bem explorados. Quando recebi o convite da Editora Moderna para escrever a nossa primeira Coleção tive a preocupação de trazer esses assuntos. A Coleção agradou muito as escolas mais exigentes e fez muito sucesso no mercado. (ÊNIO SILVEIRA, por e-mail).

Outro ponto observado foram os recursos utilizados pelos autores para a introdução e desenvolvimento do conteúdo. Silveira (2018) propõe, com maior ênfase, elementos oriundos do Desenho Geométrico, enquanto Castrucci & Giovanni Júnior (2018) articulam construções com *softwares* de geometria dinâmica e dobraduras, como meio de desenvolver os conceitos geométricos. Nestas duas obras, há sugestões de leituras complementares, revistas, *sites* e laboratórios de Educação Matemática, destinados à formação dos professores, mas nenhuma delas relativa às cevianas.

De um modo geral, as breves menções relacionadas à História da Matemática possuem diferenças entre os textos analisados. Em Castrucci & Giovanni Júnior (2018), encontramos algumas raras inserções que, em alguns casos, estão no início de cada capítulo. Na parte sobre triângulos, é referenciada uma placa com escrita cuneiforme e incluída uma figura contendo uma composição de triângulos, não ocorrendo quaisquer menções às cevianas. Silveira (2015, 2018) aborda a História da Matemática em um *box* específico denominado *Um pouco de história*, em quase todos os capítulos e inclui algumas informações sobre Ceva, como já mencionado.

Considerações Finais

A pesquisa realizada está fundamentada na concepção de que, no campo da história das disciplinas escolares, "uma análise que se baseie apenas na documentação ou legislação oficial não permite que nos inteiremos dos conteúdos tratados, pois, em muitos casos, a ementa da disciplina não é fornecida." (ZUIN, 2001, p.62). Dessa forma, ter o livro didático, como fonte primária de pesquisa, possibilita identificar a dimensão dos conteúdos que podem ser abordados na sala de aula e quais informações poderiam chegar a professores e alunos. Além disso, Chervel (1990) expõe que os estudos nesse campo de investigação não visam o simples preenchimento de um intervalo temporal, mas trata-se, de uma nova categoria historiográfica, cujo componente fundamental é a história dos conteúdos escolares.

O livro conduz a transmissão de determinados conhecimentos, indicando práticas que podem ser absorvidas pelos professores (JULIA, 2001). Nesse sentido, fica evidente a importância de estudar e compreender a trajetória dos conteúdos integrantes das disciplinas escolares, como um dos caminhos para se conhecer a introdução de um determinado tópico ou disciplina no currículo, verificando como se dá a sua abordagem e a sua manutenção nos textos didáticos

Nos livros analisados, foi possível observar que os tópicos relacionados aos segmentos notáveis do triângulo (altura, mediana e bissetriz interna) e seus respectivos pontos de interseção (ortocentro, baricentro e incentro) são desenvolvidos implicitamente por meio da habilidade EF08MA17, na qual se busca aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas (BRASIL, 2017).

Ao fazer um cruzamento dos dados das análises com os documentos oficiais verificamos outros aspectos. A partir uma visão das disciplinas escolares, Silveira (2015, 2018) mantém o emprego da régua e compasso, reforçando uma orientação dos PCN de Matemática, enquanto Castrucci & Giovanni Jr (2018) apostam no uso de *softwares* para o ensino-aprendizagem do conteúdo, como também sinaliza esse documento em relação ao emprego das tecnologias. Esses recursos podem auxiliar o ensino-aprendizagem dos conteúdos geométricos, por propiciar "aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações." (BRASIL, 2017, p.536). Cada um dos livros apresenta particularidades nas suas orientações para o ensino- aprendizagem das cevianas, que podem influenciar a prática docente.

Quanto à abordagem histórica relacionada às cevianas, constatamos que é inexistente nas publicações de Silveira (2015) e Castrucci & Giovanni Júnior (2018) e pouco explorada em Silveira (2018). Em geral, a História da Matemática ainda é pouco valorizada por Silveira (2015, 2018) e Castrucci & Giovanni Júnior (2018) e, quando utilizada, teria como função, apenas, trazer algumas informações e fatos históricos sobre determinados conhecimentos matemáticos ou personagens importantes.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe o estudo dos triângulos distribuídos no decorrer de todo o Ensino Fundamental, ampliando os conceitos e retomando-os

de forma gradativa em cada série. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), alguns conceitos são tratados de forma explícita por este documento, como por exemplo, a construção de triângulos com auxílio de régua e compasso ou *softwares* de geometria dinâmica, condição de existência e a soma das medidas dos seus ângulos internos. No entanto, neste documento, não há menção ao termo cevianas e o desenvolvimento dos tópicos relacionados aos segmentos notáveis do triângulo estão restritos à abordagem da mediatriz e da bissetriz como lugares geométricos.

Referências

ARAÚJO, G. O. **Cevianas e pontos associados a um triângulo**: uma abordagem com interface no ensino básico. 2014. 116 f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016

BITTENCOURT, C. M. F. Livros didáticos: entre textos e imagens. In: BITTENCOURT, C. M. F. (Org.). **O saber histórico na sala de aula**. São Paulo: Contexto, 1998. p. 69-90.

BITTENCOURT, C. M. F. **Livro didático e conhecimento histórico:** uma história do saber escolar. 1993. 369f. Tese (Doutorado em História) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, Universidade de São Paulo, São Paulo.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1994.

BRASIL. **Guia de livros didáticos – Matemática:** PNLD 2020 (Anos Finais do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 2018.

BRASIL. **Guia de livros didáticos – Matemática:** PNLD 2017 (Anos Finais do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação,** n. 2, p. 177-229, 1990.

DADOS ESTATÍSTICOS MEC/FNDE (Programa do Livro Didático). Fev. 2020. Disponível em: https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos. Acesso em: 30 out. 2020.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, SP: Editora Unicamp, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 8º ano. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

JULIA, D.. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP, n.1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

MELO, J. S. **Cevianas notáveis do triângulo:** uma análise de livros didáticos (1970-2019). 2021. 253 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

MELO, J. S. **Informações sobre o livro Matemática 7ª série, de Ênio Silveira e Cláudio Marques**. Destinatário: Ênio Silveira. Fortaleza, 3 ago. 2020. 1 mensagem eletrônica.

LANDRA, P. **Ceva e Manfredi:** una polemica tra matematici del Settecento.2009. 266f. Tesi (Dottorato in Epistemologia Dell'informatica e Mutamenti Sociali) – Politecnico de Milan, Milan, 2009.

MACEDO, D. M. R. **Resgatando alguns teoremas clássicos da geometria plana**. 2014. 57 f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal do Cariri, Juazeiro do Norte, 2014.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. A História da Matemática na formação do professor de matemática. In: FERREIRA, Eduardo Sebastiani (Org.). **Cadernos CEDES 40**. Campinas: Papirus, 1996. p. 47-61.

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M.C. L.; VALENTE, W. R. **O Movimento da Matemática Moderna:** história de uma revolução curricular. Juiz de Fora: Editora da UFJF, 2011.

SILVA, J. C. **Os teoremas de Menelaus e Ceva**. 130 f. 2015. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

SILVEIRA, E., **Matemática:** compreensão e prática: 8º ano. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

SILVEIRA, E., **Matemática:** compreensão e prática: 8º ano. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**, v. 16, n. 30, p. 139-192, jul./dez. 2008.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930).** São Paulo: Annablume/FAPESP, 1999.

ZUIN, E. S. L. **Livros didáticos como fontes para a escrita da história da matemática escolar.** Guarapuava: SBHMat, 2007a.

ZUIN, E. S. L. **Por uma nova Arithmetica:** o sistema métrico decimal como um saber escolar no Portugal e no Brasil Oitocentistas. 318 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007b.

ZUIN, E. S. L. Privilegiando os livros didáticos como fontes para o entendimento da escolarização do sistema métrico decimal no século XIX. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DA PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2004, Londrina. **Anais...** (CD-ROM). Londrina: UEL, 2004.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso:** as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. 2001. 206 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

As Narrativas e a Modelagem Matemática: saberes narrados que promovem a produção do conhecimento na Educação Matemática

Narratives and Mathematical Modeling: narrated knowledge that promote the production of knowledge in Mathematics Education

Marinéia dos Santos Silva
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC)
marineia.ss@hotmail.com

Leoni Malinoski Fillos
Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO)
leonimfillos@hotmail.com

Resumo
Este texto discute aspectos sobre a produção do conhecimento em Educação Matemática, tendo como principais temáticas: as Narrativas e a Modelagem Matemática. Esses saberes foram problematizados, a partir dos resultados de duas pesquisas de doutorado, desenvolvidas sob os pressupostos teórico-metodológicos da História Oral. De um modo geral, a primeira pesquisa teve como principal discussão compreender os diferentes discursos e modos de operar com as narrativas na Educação Matemática, pautados, principalmente, por oito narrativas de pesquisadores que são líderes dos grupos de pesquisa que utilizam o termo “narrativas”, em distintas perspectivas nos estudos e pesquisas na Educação Matemática. Já a segunda pesquisa buscou analisar a dinâmica de idealização e desenvolvimento dos primeiros cursos de especialização com ênfase na Modelagem Matemática, realizados na década de 1980, e as correlações entre tais cursos e a constituição da Educação Matemática no espaço acadêmico-científico brasileiro, tendo como fonte principal as narrativas de doze professores que estiveram diretamente envolvidos com tais cursos. A História Oral, como metodologia de pesquisa, permitiu a compreensão sobre como esses saberes foram sendo instituídos e mobilizados na Educação Matemática, assim como o entendimento de que as movimentações e os interesses de cada educador matemático são singulares. Os resultados acenam para uma multiplicidade de compreensões e mobilizações desses saberes e seus modos de operar, que estão imbricados na própria maneira como os colaboradores compreendem a formação de professores e a Educação Matemática e, ainda, mobilizam seus referenciais teóricos. De modo particular, as discussões aqui apresentadas corroboram o desenvolvimento e a constituição dessa área do saber que, enquanto prática social, encontra-se em constante processo de disciplinarização.

Palavras-chave: História da Educação Matemática; História Oral; Formação de Professores; Educadores Matemáticos; Prática Social.

Abstract
This text discusses aspects of knowledge production in Mathematics Education, having as main themes: Narratives and Mathematical Modeling. This knowledge was discussed based on the results of two doctoral researches, developed under the theoretical-methodological assumptions of Oral History. In general, the main discussion of the first research was to understand the different discourses and ways of operating with narratives in Mathematics Education, guided mainly by eight narratives by researchers who are leaders of research groups that use the term "narratives", in different perspectives in studies and research in Mathematics Education. The second research sought to analyze the dynamics of idealization and development of the first specialization courses with an emphasis on Mathematical Modeling, carried out in the 1980s, and the correlations between such courses and the constitution of Mathematics Education in the Brazilian academic-scientific space, having as main source as narratives of teachers who are directly involved with such courses. Oral History, as a research methodology, is a common understanding of how this knowledge was being instituted and mobilized in Mathematics Education, as well as the understanding that the movements and interests of each mathematics

educator are unique. The results point to a multiplicity of understandings and mobilizations of knowledge and its ways of operating, which are imbricated in the very way in which collaborators understand teacher education and Mathematics Education, and also mobilize their theoretical references. In particular, those presented here corroborate the development and constitution of this area of knowledge which, as a social practice, is in a constant process of disciplining.

Keywords: History of Mathematics Education; Oral History; Teacher Training; Mathematics Educators; Social Practice.

Notas introdutórias

> A experiência, e não a verdade, é o que dá sentido à escritura. Digamos, com Foucault, que escrevemos para transformar o que sabemos e não para transmitir o já sabido. Se alguma coisa nos anima a escrever é a possibilidade de que esse ato de escritura, essa experiência em palavras, nos permita liberar-nos de certas verdades, de modo a deixarmos de ser o que somos para ser outra coisa, diferente do que vimos sendo. Também a experiência, e não a verdade, é o que dá sentido à educação. Educação para transformar o que sabemos, não para transmitir o já sabido. Se alguma coisa nos anima a educar é a possibilidade de que esse ato de educação, essa experiência em gestos, nos permita liberar-nos de certas verdades, de modo a deixarmos de ser o que somos, para ser outra coisa para além do que vimos sendo[1].

Discutir aspectos sobre a produção do conhecimento em Educação Matemática, tendo como principais temáticas: as Narrativas e a Modelagem Matemática é o objetivo principal deste texto. Esses saberes foram problematizados a partir dos resultados de duas pesquisas de doutorado, desenvolvidas a partir dos pressupostos teórico-metodológicos da História Oral praticada na área.

A primeira pesquisa buscou compreender os diferentes discursos e modos de operar com as narrativas na Educação Matemática (SILVA, 2020) e contou com a colaboração de oito[2] pesquisadores que tematizam os diferentes discursos das narrativas em seus estudos e grupos de pesquisa. Dentro do percurso metodológico, o critério de rede foi um procedimento de pesquisa que permitiu o movimento de indicações de outros nomes relevantes para o desenvolvimento do estudo, a partir de entrevistas realizadas.

Já a segunda pesquisa buscou analisar a dinâmica de idealização e desenvolvimento dos primeiros cursos de especialização com ênfase na Modelagem Matemática, realizados na década de 1980, e as correlações entre tais cursos e a constituição da Educação Matemática no espaço acadêmico-científico brasileiro (FILLOS, 2019). Foram

[1] Larrosa (2017).
[2] Antonio Vicente Marafioti Garnica, Adair Mendes Nacarato, Cármen Lúcia Brancaglion Passos, Dario Fiorentini, Sônia Maria Clareto, Terezinha Valim Oliver Gonçalves, Cláudia Regina Flores e Maria Laura Magalhães Gomes.

entrevistados, para tanto, doze professores[3] e mobilizadas outras fontes, como documentos de arquivos da instituição pioneira na oferta desses cursos, a Fundação Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava (Fafig), atualmente Universidade Estadual do Centro-Oeste (Unicentro), no Paraná.

A História Oral foi a principal metodologia de pesquisa utilizada para compreender as nuances da cultura da Educação Matemática nos dois estudos e serviu como um modo de atribuição de significados para as narrativas produzidas, pautado, sobretudo, "pela plausibilidade, não pela veracidade – que é sempre feita a partir daquele que interpreta, segundo suas múltiplas perspectivas, seus modos de se apropriar do mundo" (GARNICA, 2012, p. 347).

Ambas as pesquisas discutidas neste texto buscaram contribuir diretamente com os estudos realizados pelo Grupo de Pesquisa História Oral e Educação Matemática (Ghoem), particularmente com duas de suas linhas de pesquisa: "História Oral, Narrativas e Formação de Professores: pesquisa e intervenção", e "Mapeamento da Formação e Atuação de Professores que ensinam ou ensinaram Matemática no Brasil". A primeira linha de pesquisa tem por intuito investigar, elaborar e analisar as potencialidades das narrativas (em suas variadas formas) nos/para os espaços voltados à formação de professores (de diversas áreas do conhecimento). Já a segunda linha tem a intenção de estudar como se deu (ou está se dando) a formação e atuação de professores que ensinam (ou ensinaram) Matemática em tempos e espaços distintos e em diferentes instituições e níveis escolares. Essas linhas, e seus estudos, não são fechados em si; ao contrário, elas se combinam e, em suas especificidades, colaboram para o exercício das potencialidades da História Oral para a pesquisa, representando modos de registrar práticas que permeiam o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Todas as entrevistas de nossos estudos foram registradas em áudio e posteriormente foram transcritas, tendo como produção final as narrativas (textualizações), as quais estão apresentadas no corpo da tese, na íntegra, pois entendemos que elas não são meramente a manifestação de práticas ou vetores para que uma história possa ser contada, mas, sim, que são inventoras de práticas, que fabricam realidades enquanto as comunicam, que participam

[3] São eles: Rodney Carlos Bassanezi, Eduardo Sebastiani Ferreira, Regina Luzia Corio de Buriasco, Maria Salett Biembengut, Dionísio Burak, Sidnei Ragazzi, Nelson Zagorski, Sílvio de A. Pregnolatto, João Frederico da C. A. Meyer, Paulo Roberto Mendes Guimarães, Vitor Hugo Zanette e Irene Raquel Garcia.

de um jogo imbricado em um processo de subjetivação. As narrativas, conforme diz Garnica (2014, p. 58), “são as matérias-primas por excelência de todo um processo hermenêutico” e a apresentação delas na íntegra pode permitir com que cada leitor participe (ou não) desse processo hermenêutico e compreenda (ou não) o modo pelo qual nos apropriamos dos elementos, singularidades e particularidades narrados pelos nossos colaboradores e, assim, possa atribuir outros (novos) significados para o tema em investigação.

A partir desse cenário, escolhemos discutir neste texto alguns elementos que foram narrados por educadores que promoveram ou promovem a produção do conhecimento na Educação Matemática, a partir de suas pesquisas na área e/ou de suas experiências. Este texto busca corroborar outros trabalhos que problematizam questões inerentes à produção do conhecimento na Educação Matemática, dada sua própria natureza de estar em constante processo de disciplinarização enquanto prática social.

Os diferentes discursos sobre os modos de operar com as narrativas na Educação Matemática brasileira

A tese de doutorado “O que podem as narrativas na Educação Matemática brasileira?” (SILVA, 2020), procurou discutir as diferentes materialidades das narrativas na Educação Matemática que é operada por meio de uma expansão da rede de interlocuções. O estudo traz à tona que o motivo pelo qual cada educador matemático passou a se interessar pelo discurso das narrativas é marcado pela singularidade e está fortemente imbricado com suas respectivas posturas de pensar a pesquisa em Educação Matemática.

Nesse arcabouço de circulação e aprofundamento de ideias para se entender o que podem as narrativas nas pesquisas em Educação de um modo geral, alguns colaboradores, por exemplo, Adair, Cármen, Terezinha e Vicente buscaram compor as diferentes perspectivas discutidas no âmbito do Movimento Autobiográfico no Brasil e, no espaço, em particular, das ideias discutidas no Congresso Internacional de Pesquisa (Auto)biográfico (CIPA). Ainda nessa direção, entendemos que, mesmo Dario e Maria Laura não participando diretamente do CIPA, muitos dos aportes teórico-metodológicos discutidos e disseminados no congresso estão imbricados em seus estudos e pesquisas.

Já os estudos e trabalhos desenvolvidos por Cláudia e Sônia não são da mesma natureza dos demais colaboradores, uma vez que elas não se movimentaram na direção de buscar nas diferentes materialidades das narrativas um potencial para as suas pesquisas. Nesse caso, as narrativas se constituem como novos modos de operar, como sendo uma possibilidade de as pesquisadoras continuarem investigando os mesmos objetos com distintas perspectivas ou, ainda, novos objetos que foram sendo construídos, segundo novos questionamentos e outras interlocuções sendo postas em diálogos, que as possibilitaram novos pensares e dizeres no âmbito da Educação Matemática.

O trabalho com as narrativas na Educação Matemática passa por diferentes deslocamentos de âmbito teórico e prático, que foram sendo reinventados como um modo dos colaboradores produzirem suas verdades, rompendo com suas próprias crenças que foram sendo criadas a partir de suas experiências. Entendemos, a partir das discussões entre Gilles Deleuze e Michel Foucault (2019, p. 132) que "não se refaz uma teoria, fazem-se outras; há outras a serem feitas" e esse movimento se refere à preocupação teórico-metodológica, seja em termos de tornar legítimo esses estudos no fazer científico, de buscar respaldo teórico para realizar a análise, quer no modo de escrita e no posicionamento ético na formação de professores, ou em uma nova maneira de estudar objetos em um campo, ou ainda, como Cláudia, que, a partir de seus questionamentos, passou a trabalhar com as narrativas visuais. Todos esses posicionamentos críticos passam pelas diferentes tramas que foram sendo construídas a partir das movimentações feitas pelos colaboradores para pensar a Educação Matemática. Nesse sentido, nos aproximamos das discussões de Michel Foucault, ao relembrar a frase de Proust: "tratem meus livros como óculos dirigidos para fora e se eles não lhes servem, consigam outros, encontrem vocês mesmos seu instrumento, que é forçosamente um instrumento de combate. A teoria não totaliza; a teoria se multiplica e multiplica (FOUCAULT, 2019, p. 132).

A partir dos discursos dos colaboradores, percebemos que o trabalho com as narrativas na Educação Matemática veio para instaurar uma virada teórica/epistemológica ao tratar a questão da subjetividade e historicidade do sujeito. Veio também para produzir *um outro tipo* de conhecimento ao estudar e tematizar questões da realidade escolar e do cotidiano dos professores, como bem vimos nas narrativas de nossos colaboradores. Essas nuances estão diretamente ligadas ao fazer científico que, durante muito tempo, baniu a subjetividade encontradas nas abordagens (auto)biográficas do meio acadêmico (SANTOS, 2010; LYOTARD, 1986).

A questão que se coloca agora é: a que ideia esse movimento serve para os pesquisadores? E para a Educação Matemática? Os discursos de nossos colaboradores acenam para um novo modo de pensar a formação e a pesquisa, que rompe com a estrutura imposta a nós em todos os setores e, particularmente na Educação – tão marcada pela reprodução e tecnicismo. Os discursos dos colaboradores foram sendo ora construídos, ora reinventados social-historicamente, mas que buscam nos distintos usos da palavra "narrativa" imprimir suas verdades, promovendo uma Educação Matemática como um movimento que produz e se reinventa constantemente como espaço político de resistência e luta.

A seguir, baseados também nessas discussões, podemos compreender alguns movimentos disruptivos por meio dos estudos de Fillos (2019), que traz a Modelagem Matemática como um modo de rescindir regras firmemente impostas, visualizando uma nova forma de se fazer matemática, tendo como princípio as inúmeras situações-problema que envolvem a realidade.

Os cursos de Modelagem Matemática na constituição da Educação Matemática no Brasil

Compreender como os cursos de especialização com ênfase na Modelagem Matemática foram concebidos, realizados e vivenciados pelos gestores e professores que ministraram as disciplinas e as relações destes na constituição da Educação Matemática no espaço acadêmico-científico brasileiro foram as principais motivações para o desenvolvimento da tese de doutorado de Fillos (2019).

As primeiras edições dos referidos cursos tiveram início em janeiro dos anos de 1983 e de 1985, na Fundação Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava (Fafig), local onde docentes do Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica (IMECC), da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), já atuavam na pós-graduação *lato sensu*. A Fafig, aos poucos, passou a ser reconhecida, não apenas no Paraná, mas também no Brasil, como um centro de formação em nível de especialização em diversas áreas do conhecimento, atraindo um contingente muito grande de alunos.

Segundo as narrativas dos colaboradores da pesquisa, os cursos da área de Matemática, especificamente, pautaram-se em uma proposta inovadora que já vinha sendo desenvolvida no ensino e na pesquisa no IMECC. Os alunos[4] do curso, subdivididos em grupos, foram a campo investigar a Matemática presente na realidade econômica e social de Guarapuava, a partir de um tema de interesse. Posteriormente, em sala de aula, buscaram soluções aos problemas matemáticos criados por eles, bem como um "modelo matemático" para as questões provindas dessa realidade, no desenvolvimento das disciplinas que compunham a matriz curricular do curso.

Tanto os alunos dos cursos, como seus professores do IMECC - Bassanezi, Eduardo Sebastiani, João Frederico Meyer, Paulo Roberto Guimarães entre outros - vislumbraram nessa proposta uma forma diferenciada de ensinar e aprender Matemática, tendo em vista que a metodologia mais comum dos professores, na época, era a do quadro e giz, com explicações exaustivas do conteúdo, seguidas de listas de exercícios, correção de atividades e uma avaliação final na forma de prova escrita. A proposição de trabalhos em grupos, pesquisa de campo, organização e análise de dados, elaboração de problemas e busca de suas soluções, discussões, reflexão e apresentação dos resultados nas aulas de Matemática não era uma prática comum.

Assim, diante dos resultados considerados positivos, o modelo proposto em Guarapuava serviu de base, nos anos subsequentes, para o desenvolvimento de muitos outros cursos de especialização para professores em distintas instituições do Brasil e como uma motivação para estudos mais sistemáticos em programas de pós-graduação. Essa metodologia, que passou a ser chamada de Modelagem Matemática, aos poucos foi se disseminando e ganhando adeptos em diversas regiões brasileiras.

A Modelagem Matemática, nessa perspectiva, veio como uma forma de romper com uma postura tradicional da sala de aula, mas também - como as narrativas na Educação Matemática -, veio para produzir *um outro tipo* de conhecimento, e, neste caso, para estudar e tematizar questões da realidade econômica e social dos estudantes.

Vale destacar que, ao mesmo tempo em que os primeiros cursos voltados à Modelagem Matemática eram ofertados na Fafig, o primeiro Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) era criado em Rio Claro (SP), em 1984. Professores do IMECC que estavam desenvolvendo o trabalho nos cursos de Guarapuava – Bassanezi e

[4] Esses alunos eram, na verdade, já professores de 1° e 2° graus ou do ensino superior, muitos deles de municípios paranaenses distantes de Guarapuava ou de outros estados.

Sebastiani, além de Ubiratan D'Ambrosio, ingressaram no Programa e passaram a orientar trabalhos de mestrado voltados à Modelagem no ensino e aprendizagem da Matemática. Dentre as primeiras dissertações defendidas no PPGEM, estão os trabalhos de: Dionísio Burak, que desenvolveu um estudo envolvendo a Modelagem Matemática na 5ª série do 1° grau; Marineuza Gazetta, que propôs uma reflexão sobre como a Modelagem Matemática vinha sendo trabalhada nesses cursos de especialização; e Maria Dolis, cujo estudo tratou da Modelagem Matemática no ensino de Cálculo de 3º grau. Esses três pesquisadores participaram ativamente da proposta de Guarapuava, respectivamente, como gestor, professora e participante dos cursos. Além destes, Regina Buriasco ministrou disciplinas nos cursos e Marcelo Borba participou como monitor; ambos foram alunos da primeira turma de mestrado do PPGEM.

Ao longo dos anos, o PPGEM de Rio Claro vem se constituindo em um relevante espaço de produção e sistematização de saberes sobre Educação e sobre Matemática e de reflexões das múltiplas relações que envolvem o ensino, a aprendizagem e o conhecimento matemático. Tem se estabelecido como um proeminente espaço de consolidação de eixos temáticos da Educação Matemática, como a Modelagem Matemática, que ganhou contornos teóricos nesse Programa. Revela-se, ainda, como espaço de estudos e ações que evidenciam formas de desnaturalizar, desterritorializar, como movimentos disruptivos no combate aos discursos hegemônicos, colonialismo e a toda forma de opressão nos diferentes cenários e contextos.

As narrativas produzidas nos estudos de Fillos (2019), nessa perspectiva, são concebidas como fontes historiográficas de pesquisa e permitem a aproximação das memórias de atores do processo educativo, bem como a compreensão de suas experiências e subjetividades. Tais narrativas - isoladas ou costuradas umas às outras e reunidas a outros documentos escritos -, em que ecoam vozes, muitas vezes harmônicas, outras dissonantes, permitem compreender aspectos da dinâmica de idealização e desenvolvimento dos primeiros cursos de especialização em Modelagem Matemática e, por extensão, dos movimentos da Educação Matemática no Brasil.

Elementos que promovem a produção do conhecimento na Educação Matemática

A partir das discussões anteriores, entendemos que a Educação Matemática é operada como prática social interdisciplinar na medida em que ela "não está ainda nem topologicamente diferenciada das demais no interior do espaço acadêmico, nem juridicamente estabelecida como campo profissional autônomo, nem, portanto, institucionalmente reconhecida como campo disciplinar", como enfatizam Miguel et al (2004, p. 81). Para os autores, uma prática social é vista como uma coletânea de aspectos:

> 1) por uma comunidade humana ou conjunto de pessoas; 2) por um conjunto de ações realizadas por essas pessoas em um espaço e tempo determinados; 3) por um conjunto de finalidades orientadoras de tais ações; 4) por um conjunto de conhecimentos produzidos por tal comunidade. Em relação a essa noção de prática social, ressaltamos pelo menos um aspecto que a caracteriza, qual seja, o de que todas as práticas sociais estão em constante interação e, nesse processo, todas elas acabam produzindo conhecimentos e também se apropriando de e ressignificando conhecimentos produzidos por outras práticas que lhe são contemporâneas ou não, que participam do mesmo espaço geográfico ou não. Sempre que nos referirmos aqui à matemática ou à educação, ou ainda à educação matemática, nós as estaremos concebendo como práticas sociais, isto é, como atividades sociais realizadas por um conjunto de indivíduos que produzem conhecimentos, e não apenas ao conjunto de conhecimentos produzidos por esses indivíduos em suas atividades (Ibid., p. 82).

Por meio das narrativas dos colaboradores apresentadas nas teses de doutorado, podem ser analisados processos de constituição dos sujeitos, histórias e tendências de ensino, compreensões de aprendizagens, indícios de práticas privilegiadas ou esquecidas no ensino (de Matemática), mobilizações de materiais didáticos, bem como processos de formação, do desenvolvimento profissional, da identidade docente, dentre outros aspectos que envolvem o trabalho e a vida de educadores matemáticos.

Como vimos, os colaboradores das pesquisas participam ativamente na promoção de ações que viabilizam debates sobre o ensino de Matemática, políticas públicas e formação de professores, enquanto são, ao mesmo tempo a(u)tores e agentes da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) – que se faz um espaço imprescindível para pensar os rumos dos estudos e das pesquisas em Educação Matemática no Brasil. Em 2018, a SBEM comemorou 30 anos de sua fundação, que ocorreu em 1988. Fernandes e Valente (2019) tecem discussões a partir de movimentos histórico-políticos que marcam a trajetória da Sociedade como um espaço coletivo que permite a oportunidade de estar com os outros. Os autores também problematizam questões de ordem política, social e acadêmica que perpassam a SBEM e se revelam como ações de luta e resistência em prol da constituição da Educação Matemática enquanto comunidade acadêmica. O texto representa um convite a pensarmos na história e nas ações da SBEM, mas, sobretudo, a nos questionarmos enquanto membros da Sociedade:

> [...] '*quem somos nós?*' significa compreender que sujeitos são esses que emergem com a fundação e com a atuação da SBEM, que discursos proferem, que lutas reivindicam, que espaços ocupam e pretendem ocupar, que posições assumem e quais solicitam. Perguntar '*quem somos nós?*' seria, portanto, ponderar o papel que a instituição SBEM desempenha na produção de nós mesmos ou, dizendo de outro modo, perguntar sobre como o pertencimento a essa Sociedade nos impõe compromissos e responsabilidades (FERNANDES e VALENTE, 2019, p. *xi-xii*).

As narrativas dos colaboradores, de um modo geral, são ações que corroboram outras e que nos permitem constantemente estarmos atentos frente aos novos desafios, demandas e compromissos com a Educação Matemática.

Outro ponto a ser discutido é quando olhamos para a formação no âmbito da pós-graduação da maioria de nossos colaboradores, que desenvolveu o mestrado e/ou o doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp em Rio Claro ou nos Programas de Pós-Graduação em Educação ou em Matemática da Unicamp. São profissionais que representam uma parcela considerável de educadores matemáticos responsáveis pela formação de outros pesquisadores de diferentes regiões do Brasil e da nucleação de grupos de pesquisa e estudos pelo estado de São Paulo e país afora. Isso fica claro nas narrativas, e as ramificações e interdependências são bastante ilustrativas nesse cenário.

A constituição da Educação Matemática está diretamente relacionada aos agentes institucionais, como já discutimos aqui, aos espaços institucionalizados como os grupos de pesquisa, os programas de pós-graduação, cursos de formação docente, sociedades e eventos científicos, estes são espaços que evidenciam as publicações, a circulação de ideias e a produção do conhecimento. Para além dessa ideia arraigada nesses espaços, optamos por promover interlocuções com as discussões propostas por Fernandes (2014). Nesse sentido, buscamos compreender outras dimensões discutidas como aquelas que defendem a indissociabilidade de aspectos epistemológicos dos ontológicos, sociológicos, culturais, entre outros. Para o autor, a Educação Matemática é pensada como uma área em que o fazer pesquisa permite conhecer territórios e, a partir deles, definir horizontes e os limites em que essa área se inscreve. "Com isso, interessam-nos as dimensões da prática social ligadas à compreensão do fazer pesquisa, mais especificamente às dimensões que se abrem nas leituras das narrativas de vida dos agentes desse fazer" (FERNANDES, 2014, p. 120).

Outras Considerações

Neste texto, compreendemos as narrativas dos colaboradores de duas pesquisas acadêmicas, no âmbito da Educação Matemática, como práticas sociais que nos permitem desenvolver posturas investigativas, emancipatórias e críticas. As ações dos colaboradores perfazem uma luta por uma educação com caráter mais democrático, construída a partir de práticas que desnaturalizam os discursos hegemônicos e centralizadores, promotores de todos os tipos de fascismos e intolerâncias ético-político e social. Das discussões promovidas neste texto, compreendemos que propor uma agenda política de resistência e luta implica uma desconstrução da imagem da matemática como disciplina escolar, uma desconstrução das concepções psicológico-cognitivistas de aprendizagem, uma democratização radical da educação pública que invente uma educação escolar indisciplinar. São estudos e pesquisas de educadores matemáticos brasileiros que permitem problematizar questões que não podem ser ignoradas, quer no âmbito da educação escolar e da formação de educadores, quer ao nível da pesquisa em educação e em educação matemática, como já apontou Miguel (2016).

As problematizações apresentadas e discutidas neste espaço a partir das discussões dos colaboradores revelam o caráter múltiplo, ético e epistêmico em que a Educação Matemática (eDucAçÃo MAteMátiCA AefeTIvA[5]) enquanto prática social promove. Nessa direção, reconhecemos a importância de outros espaços institucionais e das formas disciplinares para a compreensão da prática social e dos modos de produzir pesquisa, "nas associações do saber com os poderes que atuam e determinam o espaço científico acadêmico, ganham o estatuto de *ciência*. Procuramos romper linhas de territórios já traçados e desenhar novas a partir de nossas estranhezas" (FERNANDES, 2016, p. 322).

De modo particular, as discussões aqui apresentadas corroboram o desenvolvimento e a constituição da Educação Matemática, que, enquanto prática social, encontra-se em constante processo de disciplinarização, na medida em ela opera com novas temáticas, dialogando com outras áreas do conhecimento. Nessa produção de novos saberes, a História Oral, como metodologia de pesquisa, permitiu a compreensão sobre como esses saberes foram sendo instituídos e mobilizados na Educação Matemática, assim como o entendimento de que as movimentações e os interesses de cada educador matemático são singulares. Também por meio da História Oral foi possível mobilizar uma multiplicidade de

[5] Clareto e Miarka (2015).

compreensões desses saberes e os modos de operar dos colaboradores, que estão imbricados na própria maneira como eles compreendem a formação de professores e a Educação Matemática e, ainda, mobilizam seus referenciais teóricos.

Operando nessa direção, os estudos e pesquisas pautados na História Oral, que têm como questão central as narrativas, rompem com um conflituoso apontamento sobre os trabalhos que trazem as subjetividades no âmbito científico, tendo como foco uma *mera apropriação naturalística*:

> Dito de outro modo: certos círculos educacionais apropriaram-se das "histórias de vidas" como uma forma de recusa de qualquer discurso científico em educação, e não como uma forma de ruptura, do ponto de vista teórico e conceptual, com as perspectivas positivistas. As abordagens (auto)biográficas têm suscitado uma amálgama de interesses, por parte de correntes conservadoras, que se veem confortadas nas suas "instituições pré-científicas", e de correntes radicais, que procuram sublinhar a importância das subjectividades para o conhecimento científico dos fenómenos educativos (NÓVOA, 1995, p. 7).

É justamente em oposição a essa apropriação naturalística que os pesquisadores entrevistados nas pesquisas de doutorado pensam seus estudos e pesquisas na Educação Matemática. Como vimos, eles buscam por outras interlocuções e novos estudos com vistas a romper com um discurso colonizador que dita quem pode (ou não) produzir conhecimento no meio científico a partir de metodologias "confiáveis". Nessa direção, os colaboradores tendem a propor novos modos de formação e de pesquisa os quais não têm como objetivo a racionalidade técnica, ao contrário, operam mediante uma responsabilidade epistemológica, metodológica, ética e política em suas pesquisas. As narrativas produzidas como fontes historiográficas nas teses de doutorado formam capítulos importantes na História da Educação Matemática no Brasil. Trata-se de páginas esclarecedoras sobre a constituição de uma comunidade de educadores investidos no propósito de construção de um campo de pesquisa.

Parafraseando Fernandes (2014), a produção do conhecimento na Educação Matemática envolve um conjunto de problematizações de estados, de sentidos, de significações, de políticas possíveis a partir de uma ética e de uma estética. Seria um modo de existir sob um novo paradigma? Mas qual o sentido dessa colocação? O que ganhamos e perdemos nesse jogo incerto? Finalizamos este texto acreditando que, nele, discutimos questões que, de alguma(s) forma(s), produzem novos elementos a essas perguntas e outras problematizações.

Agradecimentos

Agradecemos a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pela bolsa de doutorado da primeira autora – Brasil – Código de Financiamento 001 e à Pró-Reitoria de Pós-Graduação (PROPG) da Unesp, Edital 12/2017-PROPG: Mobilidade Discente na pós-graduação. Também ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento por meio do Edital MCTI Nº 001/2016 Universal (CNPq), projeto coordenado pela orientadora da primeira tese de doutorado; e à Fundação Araucária, Edital 18/2015, pela bolsa de doutorado da segunda autora.

Referências

CLARETO, S. M. MIARKA, R. eDucAçÃo MAteMátiCA AefeTIvA: nomes e movimentos em avessos. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, p. 794-808, dez. 2015.

FERNANDES, F. S. **A Quinta História:** composições da Educação Matemática como área de pesquisa. 2014. 233f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

FERNANDES, F. S. Somos Educadores Matemáticos: uma questão de arqueologia. **Perspectivas da Educação Matemática.** Volume 9, Número 20, 2016.

FERNANDES, F. S., VALENTE, W. R. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 30anos: sujeitos, políticas e produção de conhecimento. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 63, p. iv-xix, abr. 2019.

FILLOS, L. M. **Modelagem Matemática nos anos 1980**: narrativas e itinerários de cursos de especialização. 2019. 375 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019.

FOUCAULT, M. **Microfísica do Poder**. 10ª ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra, 2019.

GARNICA, A. V. M. Estacas em Paisagens Móveis: um ensaio a partir da narrativa de três professores de Matemática. In: TEIXEIRA, I. A. de C. et al. (Org.). **Viver e Contar**: experiências e práticas de professores de Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012, p. 329-345. (Coleção Contextos da Ciência).

GARNICA, A. V. M. Cartografias Contemporâneas: Mapear a Formação de Professores de Matemática. In GARNICA, A. V. M. (org.). **Cartografias Contemporâneas**: Mapeando a Formação de Professores de Matemática no Brasil. P. 39-66. Curitiba-PR: Appris, 2014.

LARROSA, J. KOHAN, W. **Apresentação da Coleção Educação: Experiência e Sentido**. In: 2017. LARROSA, J. Tremores: escritos sobre experiência. 1º ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

LYOTARD, J. F. **O pós-moderno**. 2ª ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1986.

MIGUEL, A. et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro**, n. 27, p. 70-93, set./out./nov./dez. 2004.

MIGUEL, A. Entre Jogos de Luzes e de Sombras: uma agenda contemporânea para a educação matemática brasileira. **Perspectivas da Educação Matemátic**a – INMA/UFMS –v. 9, n. 20, 2016.

NÓVOA, A. Os professores e as Histórias da sua vida. In: NÓVOA, A. (Org.) **Vidas de professores**. 2. ed. Porto Editora, 1995. p. 11-30 (Colecção Ciências da Educação).

SANTOS, B. S. **Um discurso sobre as ciências**. 7ª ed. São Paulo: Cortez, 2010.

SILVA, M. S. **O que podem as narrativas na Educação Matemática brasileira**. 2020. 403 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020.

Avaliação de letramento matemático pelo PISA: o fracasso é a meta?

PISA assessment of mathematical literacy: is failure the goal?

Elisabete Zardo Búrigo
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
elisabete.burigo@ufrgs.br

Resumo
Assumindo a perspectiva da história do Tempo Presente, o artigo traz considerações sobre a adesão do Brasil ao *Programme for International Student Assessment* (PISA), promovido pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), e sobre o uso dos resultados das provas de matemática em políticas e discursos educacionais, nos anos 2010. A discussão é construída a partir de documentos publicados pela OCDE, pelos componentes dos *Mathematics Expert Groups* (MEGs) e pelo Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais (INEP). Também são considerados, como objetos de interrogação, dados de acesso restrito aos organizadores. O exame é componente das políticas educacionais no país e o Brasil ocupa um lugar de destaque nos discursos e organismos da OCDE. O desempenho nas provas de matemática tem sido tomado como indicador da qualidade do ensino, apesar da inadequação do instrumento para a avaliação dos estudantes brasileiros. Conjectura-se que o fracasso é um resultado projetado da adesão do Brasil ao PISA.

Palavras-chave: políticas educacionais; provas e exames; história do tempo presente.

Abstract
From the perspective of the History of Present Time, the article discusses Brazil's participation in the Programme for International Student Assessment (PISA), promoted by the Organization for Economic Cooperation and Development (OECD), and the use of the results of the mathematics tests in educational policies and discourses in the 2010s. The discussion is based on documents published by the OECD, the Mathematics Expert Groups (MEGs), and the National Institute for Educational Research (INEP). Unpublished data, with restricted access to the organizers, are also considered as objects of interrogation. The exam is a component of educational policies in the country, and Brazil occupies a prominent place in the discourse and organizations of the OECD. Performance on the math exams has been taken as an indicator of the quality of education, despite the inadequacy of the instrument for evaluating Brazilian students. It is conjectured that failure is a projected result of Brazil's membership in PISA.

Keywords: educational policies; tests and examinations; history of the present time.

Introdução

Os resultados da aplicação dos exames do *Programme for International Student Assessment* (PISA), iniciativa de avaliação comparada promovida pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), têm sido tomados no Brasil, desde sua primeira aplicação no ano 2000, como diagnósticos da aprendizagem dos estudantes ao final do Ensino Fundamental. Variações nos escores do PISA têm sido tratadas pelos governos, pela mídia e por estudos acadêmicos como indicadores de melhoria ou estagnação na qualidade do ensino. Em particular, os escores brasileiros relativos ao exame de letramento matemático são interpretados por diferentes autores como indicadores de níveis ou qualidade de aprendizagem de matemática, sem interrogações sobre as questões das provas ou sobre os "próprios pressupostos relativos ao conhecimento, à matemática e à aprendizagem, com base nos quais essas próprias matrizes são construídas" (MIGUEL, 2016, p. 350).

O volume de dados gerados pela aplicação das provas do PISA, a divulgação desses resultados e sua mobilização nos discursos educacionais já seriam justificativas suficientes para um olhar mais atento ao exame, com atenção aos efeitos que provoca ou tenta provocar nas práticas docentes e em outras instâncias de produção dos currículos escolares. A institucionalização do PISA como referência para as políticas educacionais no Brasil, por meio do Plano Nacional de Educação (PNE) 2014-2024, acentua a importância e a urgência desse olhar.

Carvalho (2016) observa que uma das promessas do PISA é a criação e verificação de um "objeto singular" - a "competência de literacia" (p. 672) ou, como tem sido referido no Brasil, o letramento dos estudantes. É em relação a esse objeto que a OCDE reivindica expertise, um "saber especializado, livre de interesses particulares e de circunstâncias particulares e fundado em um relativo consenso científico" (Ibid., p. 672).

Neste trabalho, apresentamos alguns elementos de um percurso pelo qual os enunciados do PISA vem pautando políticas e discursos educacionais no Brasil, com especial atenção para o "letramento matemático", dimensão desse objeto de expertise do PISA. Destacamos, para a discussão, enunciados que, evocando temas e preocupações valorizadas pela comunidade de educadores matemáticos ou de pesquisadores em Educação Matemática, pretendem angariar reconhecimento da comunidade acerca da legitimidade do exame. Ainda, interrogamos a consistência do discurso que institui o "letramento matemático" como objeto passível de uma avaliação comparada, em larga escala, considerando itens divulgados da prova e resultados de sua aplicação no Brasil.

A discussão situa-se no campo da história do Tempo Presente, pois a adesão ao PISA é um processo inacabado e parcela importante dos dados relativos à elaboração e aos resultados das provas é mantida em sigilo. O propósito é o de reunir e cotejar informações difundidas de modo fragmentado em diferentes documentos oficiais. Acreditamos que "O fato de que algumas das explicações plausíveis sobre processos do

Tempo Presente permaneçam provisórias, não desmerece o esforço por tentar dar sentido a cenários ainda desordenados ou com lacunas” (SERRA PADRÓS, 2009, p. 32).

O letramento matemático no PISA

Meyer (2014) argumenta que a constituição e a implementação do PISA integram um giro neoliberal da OCDE, na segunda metade dos anos 1990, na direção de tomar o mercado como regulador de várias políticas sociais. Por meio do PISA, a avaliação do ensino é reduzida à aferição das habilidades que a OCDE considera importantes para que jovens participem de modo produtivo das economias de seus países.

Os exames são aplicados trienalmente, por meio da aplicação de provas com números variados de testes, a estudantes na faixa etária dos 15 anos dos países participantes. No Brasil, a amostra considera apenas estudantes matriculados no sétimo ano do Ensino Fundamental ou em série de escolaridade mais avançada. A avaliação do letramento matemático é um dos objetivos da prova desde sua primeira aplicação, no ano 2000. Os graus de proficiência em cada área são calculados mediante procedimentos apoiados na Teoria da Resposta ao Item (TRI) e são, portanto, necessariamente escalonados (TAVARES, 2013). O resultado não expressa uma quantidade de acertos e erros, mas uma comparação entre estudantes de diferentes países e entre diferentes estratos do grupo de estudantes submetido à prova. Estudantes com um determinado nível de proficiência são aqueles que acertaram todos (ou quase todos) os itens correspondentes àquele nível e aos níveis inferiores.

Meyer (2014) observa que as pesquisas empreendidas pela OCDE são marcadas pela opacidade. Se de um lado a OCDE pretende constituir, por meio do PISA, uma espécie de auditoria sobre os diferentes sistemas do ensino, aferindo sua eficácia por meio do desempenho dos estudantes, a própria OCDE não está submetida a nenhum tipo de auditoria. Carvalho (2016) observa ainda que a construção das provas e das análises não é submetida a nenhum tipo de avaliação pelos pares ou por revistas especializadas.

No caso das provas de matemática, entretanto, contamos com uma interessante publicação por parte de educadores matemáticos que compõem os *Mathematics Expert Groups* (MEGs), responsáveis pela concepção das provas de matemática, em negociação com o *PISA Governing Board* (PSG) (STACEY; TURNER, 2015a).

Segundo Stacey e Turner (2015b), o foco no que tem sido chamado de *mathematical litteracy* (letramento matemático) corresponde a avaliar a capacidade dos estudantes de usarem matemática na resolução de problemas que emergem de problemas autênticos da vida real. Na perspectiva dos autores, itens que testam o letramento matemático envolvem a criação, o uso ou a interpretação de um modelo matemático para um problema da vida real ou de pensamento matemático. A prova do PISA, então, estaria inspirada na ideia da modelagem matemática, que por sua vez tem inspirado muitas pesquisas e experimentos no campo da Educação Matemática. Os autores associam letramento matemático a *empowerment* (empoderamento), rejeitando a ideia de que a prova pretendesse avaliar apenas “o uso funcional do conhecimento” (STACEY; TURNER, 2015b, p. 12, nossa tradução).

Niss (2015) relata que a prova de matemática do PISA aplicada em 2003 foi organizada em torno da ideia de competências, e que depois, por pressão da própria OCDE, a noção de competências foi substituída pela ideia mais vaga de capacidade. Segundo documento da OCDE e do Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais (INEP), o letramento matemático se traduz em “capacidades matemáticas acionadas quando da resolução de uma situação-problema, a saber: comunicação, matematização, representação e argumentação, delinear estratégias, utilizar linguagens e operações, utilizar ferramentas matemáticas” (OCDE, 2016, p. 257). Em uma definição mais recente, letramento matemático é “a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos” (INEP, 2019, p. 98).

O PISA como componente das políticas educacionais no Brasil

A instituição do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), em 2007, oficializa o caráter atribuído ao PISA de referência para as políticas educacionais. Segundo o INEP, alcançar o IDEB 6 para os anos iniciais do Ensino Fundamental, no ano 2021, corresponderia a se alcançar, no país, o “nível de qualidade educacional médio dos países membros da OCDE” (INEP, 2015, p. 1). A meta de elevação do IDEB, reduzindo taxas de reprovação e de evasão escolar e, ao mesmo tempo, elevando os escores resultantes das provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), é o norte estabelecido pelo Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) e, em especial, pelo Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação instituído pelo Decreto n. 6.094, de 2007. Redes de ensino e escolas são pressionadas, por diversas vias, a contribuírem para a elevação do IDEB ou, pelo menos, a reconhecerem sua legitimidade como medida da qualidade do ensino oferecido.

Ivo e Hypolito (2013, 2015), a partir de estudo realizado em Santa Maria, Rio Grande do Sul, mostram que a obsessão pelos resultados das avaliações tem provocado a competição entre escolas e afetado especialmente os professores de Língua Portuguesa e Matemática, a quem as equipes gestoras e até mesmo os colegas culpabilizam e responsabilizam pelos resultados. O aumento da carga horária dessas disciplinas é um dos efeitos visíveis da pressão exercida pelas avaliações. Reunindo resultados de pesquisas realizadas em diferentes Estados, Hypolito, Vieira e Pizzi (2009) apontam também uma tendência à intensificação do trabalho docente, que pode ser dissimulada, em alguns contextos, pela auto-intensificação, isto é, pela iniciativa dos próprios professores em moldarem seu trabalho no esforço de alcançar as metas de elevação do IDEB.

Em 2010, o Brasil foi um dos dezesseis "*partner countries/economies*", não membros da OCDE, que participaram do trigésimo encontro do PGB (OCDE, 2010, p. 3). O estatuto do Brasil elevou-se rapidamente. Em 2013, o Secretário Geral da OCDE, Angel Gurría, anunciava a inclusão do país no PGB, na condição de economia associada: "Um dos maiores trunfos do Brasil é sua população relativamente jovem; mas só se pode colher um dividendo demográfico se nós criarmos condições para utilizar o potencial e o talento desta juventude." (OCDE, 2013). De 2016 a 2018, a Secretária Executiva do Ministério da Educação do governo de Michel Temer, Maria Helena Guimarães de Castro, ocupou o importante lugar de vice-coordenadora (*Vice Chair*) do PGB.

A referência aos resultados do PISA é institucionalizada em definitivo pelo Plano Nacional de Educação (PNE) 2014-2024, estabelecido pela Lei n. 13.005 de 2014: a elevação dos escores médios no PISA para 438 pontos, em 2015, 455 pontos em 2018 e 473 em 2021, é elencada como uma das estratégias para a elevação do IDEB (Meta 7).

Desde 2018, o Brasil é citado no site do PISA, ao lado da Alemanha, como caso exemplar de reforma do sistema educacional induzida pelo programa. O vídeo intitulado

"*How does PISA shape Education Reform*?" informa que o escore do Brasil em Matemática fora o mais baixo de todos os países, em 2003, com mais da metade dos alunos situados abaixo do menor nível de proficiência medido pelo exame; a partir daí, teria sido estabelecida a meta de o país atingir, em 2021, o nível médio de proficiência dos países da OCDE; como efeito desse esforço, em 2015, os estudantes do menor nível de proficiência teriam melhorado seu desempenho em pontuação equivalente ao avanço em um ano de escolaridade (OCDE, 2018a).

Uma inclusão excludente

A despeito de todos os louvores à participação do Brasil no PISA, os resultados da aplicação das provas apontam uma inadequação entre o exame e a população cujas capacidades se pretende avaliar.

Em 2015, 43,7% dos estudantes brasileiros que realizaram a prova foram classificados como abaixo do nível de proficiência 1 em matemática e, portanto, sequer tiveram suas habilidades avaliadas (INEP, 2016). Os relatórios também mostram que 26,5% dos estudantes foram classificados no nível 1, como "capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes" (INEP, 2016, p. 33). Portanto, 70% dos estudantes brasileiros que participaram do PISA 2015 foram classificados como nível 1 ou abaixo do nível 1 de proficiência em matemática.

O quadro mudou muito pouco em 2018: 41% dos estudantes ficaram abaixo do nível de proficiência 1 e 27,1% foram classificados no nível 1, resultando em 68% dos estudantes concentrados nos dois estratos inferiores. À guisa de comparação, vale observar que, no conjunto dos países da OCDE, o percentual de estudantes classificados nesses dois estratos, em 2018, foi de 24% (INEP, 2019).

O resultado sofrível contrasta com a importância da população de jovens com 15 anos de idade no Brasil: em 2018, foi contabilizada como de 3.132.463 pessoas, sendo superada apenas, entre os países participantes, pelas populações de jovens dos Estados Unidos e da Indonésia (OCDE, 2019a). Portanto, se a prova não consegue avaliar as habilidades dos estudantes brasileiros, também não consegue avaliar as habilidades de um expressivo contingente da população que é alvo do PISA.

Os resultados das provas têm sido evocados, por diferentes atores, como evidências da precariedade do ensino escolar e das precárias competências dos estudantes brasileiros. A questão pode ser invertida: como têm sido produzidas provas que nem mesmo avaliam – segundo a sua própria lógica – o público para o qual são concebidas?

Um olhar aos itens do exame

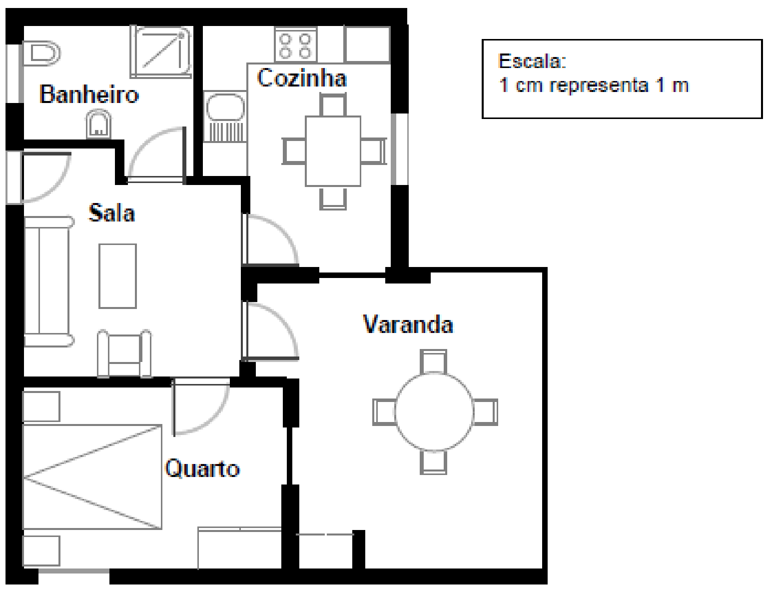
Um dos elementos de opacidade do PISA é o sigilo em torno dos itens. Apenas uma pequena fração dos testes é publicada. Por meio deles podemos obter pistas sobre o que os especialistas dos MEGs e os organismos incumbidos da elaboração das provas entendem por letramento matemático e modelagem matemática.

Um dos "itens liberados" da prova de Matemática de 2012, edição em que o letramento matemático ganhou destaque em relação às demais provas (letramento e ciências), é intitulado "Compra de um apartamento" (INEP, 2013). O item é introduzido com a frase "Veja abaixo a planta do apartamento que os pais de Jorge querem comprar em uma imobiliária", seguida do desenho de uma planta baixa de um apartamento com um quarto, sala, banheiro, cozinha e varanda, construída segundo uma escala em que cada centímetro da figura corresponde a um metro em escala real.

Figura 1: Reprodução parcial de item liberado do PISA 2012.

A COMPRA DE UM APARTAMENTO

Veja abaixo a planta do apartamento que os pais de Jorge querem comprar em uma imobiliária.



Fonte: INEP (2013).

A varanda é ampla e no quarto projetado está desenhada a vista superior de uma cama de casal. A questão não pede cálculos - solicita apenas que o aluno indique um modo de calcular a área do apartamento -, mas sua resolução não é imediata, pois a planta não é retangular. Trata-se de uma questão que poderia figurar em provas ou livros de Geometria, pois requer a mobilização de ideias geométricas (composição e decomposição de figuras) para a resolução de um problema de áreas de figuras planas. Como tantos outros, o item pretende avaliar a capacidade de resolver problemas da vida real. Mas, qual é o contexto ao qual o problema faz referência?

Em primeiro lugar, o item pressupõe alguma familiaridade com plantas baixas de imóveis, de modo a se identificar paredes, portas e janelas, por exemplo. Quanto ao imóvel representado, sua existência é plausível, mas em uma realidade muito distante daquela vivida pela maioria dos estudantes brasileiros. Em 2010, segundo o Censo Demográfico realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), os apartamentos correspondiam a apenas 11% das moradias no país. Nesse percentual reduzido, seria preciso ainda considerar a fração das famílias que alugam apartamentos, ou que ocupam imóveis concedidos a famílias de baixa renda. Podemos pensar, então, que a compra de um apartamento em uma imobiliária corresponde à "vida real" de uma pequena parcela das famílias dos estudantes que realizaram a prova. Menor é a fração das famílias que buscariam um apartamento em que a varanda ocupa área maior que o único dormitório. Para a resolução da questão, é preciso ainda alguma familiaridade com plantas baixas de imóveis (de modo a identificar que alguns elementos da figura representam paredes, outros representam aberturas, e assim por diante). O item, portanto, não evoca uma situação com a qual a maioria dos estudantes brasileiros já teria se defrontado; resolver essa questão pressupõe lidar com uma situação imaginária e decifrar uma linguagem que não é mobilizada nos espaços por eles frequentados.

Ao evocar problemas da vida real, os itens necessariamente incorrem em simplificações. Um outro item liberado da prova de 2012 pede para os estudantes estimarem a área de uma mancha de petróleo no mar, em região próxima à costa. É curioso pensar na atualidade da situação, considerando o enorme desastre ambiental que atingiu as regiões costeiras do Nordeste e Sudeste do Brasil, em 2019. No referido episódio, por outro lado, foram identificadas mais de 1.000 manchas e uma situação muito mais complexa do que aquela retratada na prova do PISA, em que a mancha tem contornos nítidos. Aqui temos, então, uma referência que poderia ser considerada tocante para muitos estudantes brasileiros, cujas famílias se viram privadas de renda, pela suspensão da pesca e do turismo nas regiões atingidas. Mas, a questão apresenta o problema de um modo muito diverso daquele como se apresentou na realidade.

Com esses exemplos, temos indícios de que as habilidades aferidas pela prova não são aquelas relacionadas à modelagem e muito menos à resolução de problemas da vida real. Trata-se de obter resultados comparáveis a partir de itens que, além de habilidades matemáticas, pressupõem a familiaridade com variados tipos de textos e, em especial, com a dinâmica de resolução de uma prova, em um curto período de tempo, incluindo itens com formatos variados e temas diversos – muito distinta das provas usuais no Ensino Fundamental.

Um olhar à elaboração das provas

Os *mathematics expert groups* (MEGs) têm sido responsáveis pela concepção e supervisão da elaboração das provas de matemática do PISA. De 2000 a 2012, a composição dos MEGs variou de sete a doze membros, incluindo matemáticos, educadores matemáticos e outros especialistas de diferentes países europeus, Estados Unidos, Austrália, Japão e Coreia do Sul. Não há registro da participação de representantes da América Latina; a brasileira Caroline Bardini, participante em 2012, é radicada desde 2005 na França e desde 2011 na Austrália (STACEY; TURNER, 2015a).

A redação de itens é atribuição dos desenvolvedores de testes (*test developers*). Até 2018, esses desenvolvedores compunham uma equipe do *Australian Council for Educational Research* (ACER), a entidade contratada pelo PSG para a elaboração das provas (TURNER, 2015; OCDE, 2019b). A composição dessas equipes não é divulgada nos documentos da OCDE. Pode-se supor que muitos de seus componentes, até 2018, eram australianos. É o caso de Dave Tout e Jim Spithill (2015), que relatam sua experiência com a redação de itens. Os autores explicam que o contexto evocado nas questões de prova está muito relacionado às experiências e interesses pessoais de cada desenvolvedor. Por exemplo, uma questão sobre o tempo de escalada do Monte Fuji, no Japão, teve como motivação o gosto do desenvolvedor por caminhadas; e “Como o seu objetivo era atingir um público internacional, ele escolheu o Monte Fuji como uma imagem icônica que muitos estudantes conheceriam." (TOUT; SPITHILL, 2015, p. 155).

Para a preparação da prova de 2012, eles mencionam que os itens inicialmente redigidos foram testados com estudantes em duas etapas: a primeira, mais restrita, em laboratórios cognitivos, envolvendo em cada local um desenvolvedor e três ou quatro estudantes; na segunda etapa, foi realizado um estudo piloto com cerca de 1000 estudantes de 46 escolas. Algumas das perguntas formuladas aos estudantes eram: se o conteúdo ou contexto era familiar; se o conteúdo era fácil ou difícil; se a unidade era interessante ou não. Ambas as etapas foram realizadas na Austrália.

Não é surpreendente que os contextos evocados nos testes sejam, predominantemente, mais familiares a estudantes de países ricos e urbanizados do que a estudantes de países periféricos e de áreas rurais, apesar da pretensão de universalidade. Pois os itens têm sido concebidos, predominantemente, por especialistas australianos e testados também com estudantes australianos; a visão do que é mais "universal" ou "internacional" é moldada por essa perspectiva (TOUT; SPITHILL, 2015).

A versão preliminar do *PISA 2022 Mathematics Framework* (OCDE, 2018b) foi elaborada por um *mathematics expert group* composto por oito especialistas, indicados pela RTI International (*Research Triangle Institute*), contratada pela OCDE e sediada na Carolina do Norte. A contratação sugere um deslocamento da responsabilidade técnica da Austrália para os Estados Unidos.

Considerações finais

Um exame inicial dos resultados da prova de matemática do PISA indica que, apesar da sua pretensão comparativa, ela é incapaz de produzir comparações de desempenho, uma vez que nem mesmo avalia o desempenho de parcela importante dos respondentes. Além disso, o anúncio de que as provas apresentariam "problemas autênticos da vida real" não resiste a um olhar mais atento aos itens divulgados. Entretanto, não encontramos nenhum indício, nos documentos do INEP ou da OCDE, de que os representantes brasileiros no PGB tenham questionado o formato ou o conteúdo do processo avaliativo.

Ao mesmo tempo, a elevação dos escores brasileiros no PISA é institucionalizada como meta do Plano Nacional de Educação. As metas estabelecidas para as médias dos resultados das provas de 2015 e 2018 não foram atingidas: ao invés de 438 e 455 pontos, os resultados foram, respectivamente, de 396 e 400 pontos (INEP, 2016; 2019). Para 2022, pode-se estimar um resultado ainda mais distante da meta de 473 pontos, considerando que amplas parcelas do estudantado ficaram desconectadas de qualquer tipo de experiência de escolarização, no contexto da Covid-19.

A partir da discussão realizada anteriormente, argumentamos que esses números dizem muito pouco sobre a aprendizagem dos estudantes brasileiros. A elevação da qualidade do ensino deveria estar ancorada em outro tipo de referências. Mas, nem os indicadores nem as provas são revisados.

O processo está em aberto, e poderá haver mudanças em 2022, na legislação, no formato da prova ou no desempenho dos estudantes. Os dados reunidos até aqui, contudo, nos permitem conjecturar que o fracasso é a meta: governantes e legisladores reportam-se ao PISA na expectativa de que os indicadores não sejam alcançados.

Referências

CARVALHO, L. M. Intensificação e sofisticação dos processos da regulação transnacional em educação: o caso do Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 37, n. 136, p. 669-683, jul.-set. 2016.

HYPOLITO, Á. M.; IVO, A. A. Políticas curriculares e sistemas de avaliação: efeitos sobre o currículo. **Revista e-Curriculum**, São Paulo, Programa de Pós-Graduação Educação: Currículo da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, v. 2, n. 11, p. 376-392, ago. 2013.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS PEDAGÓGICOS (INEP). **Itens liberados do PISA 2012**. Matemática. Brasília: INEP, 2013. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/itens/2012/pisa_2012_matematica_itens_liberados.pdf . Acesso em: 22 jun. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS PEDAGÓGICOS (INEP). **O PISA e o IDEB**. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/pisa-e-o-ideb. Acesso em: 30 set. 2018.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS PEDAGÓGICOS (INEP). **Brasil no PISA 2015**: sumário executivo. Brasília: INEP, 2016. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2016/pisa_brasil_2015_sumario_executivo.pdf . Acesso em: 22 jun. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS PEDAGÓGICOS (INEP). **Relatório Brasil no PISA 2018**. Versão preliminar. Brasília: MEC/INEP, 2019. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf . Acesso em: 22 jun. 2020.

HYPOLITO, Á. M.; VIEIRA, J. S.; PIZZI, L. C. V. Reestruturação curricular e auto-intensificação do trabalho docente. **Currículo sem Fronteiras**, v. 9, n. 2, p. 100-112, 2009.

IVO, A. A.; HYPOLITO, Á. M. Políticas gerenciais em educação: efeitos sobre o trabalho docente. **Currículo sem Fronteiras**, v. 15, n. 2, p. 365-379, maio/ago. 2015.

MEYER, H. D. The OECD as pivot of the emerging global educational accountability regime: How accountable are the accountants? **Teachers College Record**, v. 9, n. 116, p. 1–20, 2014.

MIGUEL, A. Entre jogos de luzes e de sombras: uma agenda contemporânea para a educação matemática brasileira. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 20, p. 323-365, 2016.

NISS, M. Mathematical competencies and PISA. *In*: STACEY, K.; TURNER, R. (Eds.) **Assessing Mathematical Literacy**. The PISA Experience. Cham: Springer, 2015. p. 35-55.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Draft Summary Record**. 30th meeting of the PISA Governing Board 2010. Paris: OCDE, 2010. Disponível em: https://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=EDU/PISA/GB/M(2010)2&docLanguage=En. Acesso em: 28 jun. 2021.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Brazil becomes an Associate in the PISA Governing Board**. Paris: OCDE, 2013. Disponível em: https://www.oecd.org/pisa/brazil-becomes-an-associate-in-the-pisa-governing-board.htm. Acesso em: 28 jun. 2021.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Brasil no PISA 2015**: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros. Brasília: INEP, 2016. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf . Acesso em: 22 jun. 2020.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **How does PISA shape education reform?** Paris: OCDE, 2018a. Disponível em: http://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/. Acesso em: 28 jun. 2021.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **PISA 2022 Mathematics Framework** (Draft). Paris: OCDE, 2018b. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/files/PISA%202022%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf. Acesso em: 28 jun. 2021.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Education GPS**. Analyse by country. Paris: OCDE, 2019a. Disponível em:

https://gpseducation.oecd.org/CountryProfile?primaryCountry=BRA&treshold=10&topic=PI. Acesso em: 28 jun. 2021.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **PISA 2018 Assessment and Analytical Framework**. Paris: OCDE, 2019b. Disponível em: https://www.oecd.org/education/pisa-2018-assessment-and-analytical-framework-b25efab8-en.htm. Acesso em: 28 jun. 2021.

SERRA PADRÓS, E. História do tempo presente, ditaduras de segurança nacional e arquivos repressivos. **Tempo e Argumento**, v. 1, n. 1, p. 30-45, jan.-jun. 2009.

STACEY, K.; TURNER, R. (Eds.) **Assessing Mathematical Literacy**. The PISA Experience. Cham: Springer, 2015a.

STACEY, K.; TURNER, R. The evolution and key concepts of the PISA mathematics frameworks. *In*: STACEY, K.; TURNER, R. (Eds.) **Assessing Mathematical Literacy**. The PISA Experience. Cham: Springer, 2015b. p. 5-33.

TAVARES, C. K. Teoria da resposta ao item: uma análise crítica dos pressupostos epistemológicos. **Estudos em avaliação educacional**, v. 24, n. 54, p. 56-76, 2013.

TOUT, D.; SPITHILL, J. The challenges and complexities of writing items to test mathematical literacy. *In*: STACEY, K.; TURNER, R. (Eds.) **Assessing Mathematical Literacy**. The PISA Experience. Cham: Springer, 2015. p. 145-171.

TURNER, R. From framework to survey data: inside the PISA assessment process. *In*: STACEY, K.; TURNER, R. (Eds.) **Assessing Mathematical Literacy**. The PISA Experience. Cham: Springer, 2015. p. 127-144.

Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental (Cecemca): aspectos sobre a produção de materiais e ações no início dos anos 2000

Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental (Cecemca): aspects about the materials production and actions in the early 2000s

Adriane Eloisa Cavamura
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo
dricava@gmail.com

Heloisa da Silva
Unesp – Rio Claro
heloisa.silva1@unesp.br

Vinícius Sanches Tizzo
UEMG - Unidade Ituiutaba
vinicius.tizzo@uemg.br

Resumo
Este texto versa sobre alguns resultados e discussões cunhados em uma pesquisa vinculada a um projeto de ampla envergadura intitulado “Projeto – Mapeamento da Formação e Atuação de Professores que ensinam/ensinaram Matemática no Brasil”, desenvolvido por integrantes do Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem). Tal estudo teceu compreensões sobre Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental (Cecemca). Em linhas gerais, tal trabalho objetivou elaborar a constituição de uma narrativa histórica do processo de constituição, trajetória e permanência do mencionado centro, considerando as análises realizadas de fontes orais e escritas. Neste trabalho, busca-se apresentar e discutir alguns aspectos relativos à produção de materiais e as primeiras ações desse Centro.

Palavras-chave: História da Educação Matemática; Formação Continuada; Materiais didáticos.

Abstract
This text is about some results and discussions of a research linked to a wide-ranging project entitled "Project - Mapping the Formation and Performance of Teachers who teach/taught Mathematics in Brazil", developed by members of the Oral History and Mathematics Education Group (Ghoem). This study wove understandings about the Centro de Educação Matemática, Científica e Ambiental (Cecemca). In general terms, this work aimed to elaborate the constitution of a historical narrative of the process of constitution, trajectory and permanence of the mentioned center, considering the analyzes carried out from oral and written sources. In this paper, we seek to present and discuss some aspects related to the production of materials and the first actions of this Center.

Palavras-chave: History of Mathematics Education; Continuing Teacher Education; Teaching materials.

Notas introdutórias e metodológicas

Este texto apresenta resultados e discussões de uma pesquisa desenvolvida junto ao Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem) e vinculada aos interesses do projeto de ampla envergadura desenvolvido por esse grupo, a saber: “Projeto – Mapeamento da Formação e Atuação de Professores que ensinam/ensinaram Matemática no Brasil”, que em linhas gerais incorpora inúmeros trabalhos voltados ao estudo de como são/eram formados e como atuam/atuaram professores de Matemática no Brasil em diferentes instituições e níveis escolares, em distintos tempos e espaços. Os projetos que atualmente compõem esse projeto/linha de pesquisa, além desse tema central, são, todos, desenvolvidos segundo a metodologia da História Oral e se inscrevem no campo da História da Educação Matemática Brasileira, entrelaçando, portanto, outras linhas de pesquisa do Ghoem[1].

O estudo aqui apresentado traz resultados de uma pesquisa de mestrado (CAVAMURA, 2017), cujo objetivo principal foi tecer compreensões sobre o processo histórico de constituição, trajetória e permanência do Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental (Cecemca) na Unesp – Campus Rio Claro e Bauru, vinculado à Rede Nacional de Formação Continuada de Professores de Educação Básica (criada pelo Ministério da Educação desde 2004), sobretudo no que tange aos aspectos da formação continuada de professores de Matemática. A partir de tais compreensões, pretendeu-se naquela pesquisa, um entendimento dos processos de formação continuada de professores de Matemática no Brasil, durante a década de 2000, sobretudo, com atenção à publicação do edital nº 1/2003 –SEIF/MEC.

No movimento da referida pesquisa foi feito primeiramente um levantamento e análise de legislações, publicações, relatórios e demais documentos relacionados ao referido Centro de formação continuada[2] para, a partir disso, selecionar os possíveis colaboradores, ou seja, coordenadores, professores e estagiários que participaram da criação do Centro. Após essa etapa, realizaram-se seis entrevistas e seu tratamento e análise, com base nos pressupostos da História Oral (GARNICA, 2013; GARNICA, FERNANDES, SILVA 2011; MARTINS-SALANDIM, 2012). A versão histórica resultante de tal processo considerou aspectos comuns e/ou individuais às narrativas dos colaboradores e registros escritos, e constitui-se em uma, dentre as possíveis narrativas

[1] Para outras informações sobre o grupo e sobre os trabalhos desenvolvidos, acesse: www.ghoem.org.
[2] Os relatórios eram referentes a cada Plano de Trabalho Anual (PTA) elaborado pelo Cecemca e encaminhados ao MEC anualmente. Tivemos acesso à versão impressa dos relatórios no Núcleo de Rio Claro – SP e de Bauru – SP. São cinco relatórios ao todo.

que poderão surgir da leitura do trabalho desenvolvido por Cavamura (2017). Nela foram considerados aspectos sobre como e em que contexto o Centro se constituiu, quais foram suas produções, contribuições e repercussões em relação aos demais Centros e programas de formação continuada, qual era a sua situação no momento de realização da pesquisa, diante das novas demandas e ordenamentos do Ministério da Educação – MEC, bem como qual era o lugar do Centro no panorama de formação continuada de professores (de Matemática) no Brasil na década de 2000.

Neste texto, discute-se alguns aspectos da produção de materiais para a formação continuada de professores da educação básica (Ensino Fundamental – Ciclos I e II) pelo Cecemca, bem com algumas particularidades sobre as primeiras ações de formação por esse Centro. Antes de discutirmos de tais resultados, pontuaremos alguns aspectos históricos sobre a formação continuada no Brasil no início do século XXI.

Aspectos da formação continuada de professores no Brasil no início do século XXI

No Brasil, a formação continuada se apresentou, em princípio, como um meio de atualização e aprofundamento, diante dos avanços nos conhecimentos e nas tecnologias. Programas de capacitação de professores para o ensino, nas diversas áreas específicas, foram implementados não só pelo setor público como também por especialistas envolvidos com questões e pesquisas de ensino (GATTI e BARRETO, 2009).

O interesse por formação continuada se ampliou, envolvendo pessoal de todas as áreas, não só na perspectiva dos docentes, das escolas, e dos gestores educacionais em vários níveis, mas também na perspectiva de educadores e pesquisadores na área acadêmica. No Brasil é possível verificar que na década de 1990 o objeto privilegiado pelas investigações eram os cursos de formação inicial e, a partir de 2000, os temas escolhidos são o professor e a constituição de sua identidade.

Para apresentar esse olhar voltado para a formação continuada, delinearemos a seguir – ainda que brevemente – um panorama e a base legal que se constituíram, na década de 1990, como fatores que possivelmente impulsionaram uma mobilização pela formação continuada de professores.

No início da década de 1990, houve, num primeiro período após a realização da Conferência Mundial sobre Educação para Todos, em Jomtien – Tailândia, um processo de discussão e elaboração do Plano Decenal de Educação para Todos, documento que representou a contrapartida do governo brasileiro ao compromisso firmado na Declaração Mundial de Educação para Todos. A mobilização gerada durante o processo de elaboração do Plano representou uma aproximação entre o MEC e as entidades da sociedade civil, rompendo com o padrão burocrático e clientelista que envolvia a elaboração de políticas educacionais. Em consonância foram discutidas e formuladas políticas e estratégias para atingir as metas previstas no Plano, como, por exemplo, a assinatura do Acordo Nacional e do Pacto pela Valorização do Magistério e Qualidade da Educação (SETUBAL, LOPES e HUBNER, 2001).

Após vários debates envolvendo diversas entidades e instituições vinculadas a educação, foi aprovada, em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 9.394/96 (BRASIL, 1996). Em seu Artigo 67, estabelece que "os sistemas de ensino promoverão aperfeiçoamento profissional continuado, inclusive com licenciamento periódico remunerado para esse fim", gerando, assim, um aumento de propostas de formação continuada. Tal lei ainda apresenta outros artigos que fazem referência à formação dos professores enfatizando as obrigações do poder público quanto a isso, como é o caso do Artigo 80, que estabelece que ele "incentivará o desenvolvimento e a veiculação de programas de ensino a distância, em todos os níveis e modalidades de ensino e de educação continuada" e, no Artigo 87, § 3, inciso III, que o município deve "realizar programas de capacitação para todos os professores em exercício, utilizando, também, para isto, os recursos da educação à distância".

No que diz respeito às formas de financiamento para operacionalizar os processos de formação continuada, o artigo 70 da LDB estabelece que as despesas com o aperfeiçoamento do pessoal docente e demais profissionais da educação deverão ser consideradas como manutenção e desenvolvimento do ensino. É nesse sentido que a Lei nº 9.424, de 24 de dezembro de 1996 (BRASIL, 1996), institui o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério (Fundef), respaldando legalmente o financiamento sistemático de cursos de formação de professores em serviço, por meio de recursos financeiros para a habilitação de professores não titulados que exerciam função na rede pública, em virtude de uma nova sistemática de redistribuição dos recursos destinados ao Ensino Fundamental. Em 2007, o Fundef foi substituído pelo Fundeb com a Lei nº 11.494/2007 (BRASIL, 2007).

Com o propósito de atender as exigências legais da LDB e cumprir com as metas estabelecidas no Plano Nacional de Educação (PNE), Lei nº 10.172/2001 (BRASIL, 2001), referentes à formação inicial em nível superior e formação continuada, o governo desenvolveu iniciativas visando articulação de políticas de formação docente no país. Neste sentido, entendemos que a LDB, o Fundeb e o Plano Nacional de Educação apresentam dispositivos importantes no que se refere a educação no Brasil, porém o que prevaleceu nas políticas do governo federal, de acordo com nossas leituras, foram as diretrizes de organismos internacionais, destacando-se dentre eles, o Banco Mundial (BM). A partir desses movimentos e legislações, a formação continuada começou a fazer parte das perspectivas dos docentes, das escolas e dos gestores educacionais e, inclusive, das agências de fomento na década 2000 no país. Algumas análises apresentadas por Gatti e Barreto (2009) sobre essas formações, porém, mostram a dispersão e a superposição de iniciativas do MEC nesse sentido, naquele período. Uma dessas iniciativas, de acordo com as autoras, foi a criação, em 2005, da Rede Nacional de Formação Continuada de Professores da Educação Básica, integrando centros de pesquisa de várias universidades.

Em novembro de 2003, com o Edital nº 01/2003 – SEIF/MEC, o Ministério da Educação tornou público o recebimento de propostas de universidades brasileiras que tivessem interesse em constituir Centros de formação continuada, desenvolvimento de tecnologia e prestação de serviços para as redes públicas de ensino, com vistas a integrar o que, a princípio, se chamou de Rede Nacional de Centros de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação (Rede). O edital especificava que a Rede seria integrada por Centros de pesquisa científica, desenvolvimento tecnológico e prestação de serviços às redes públicas de ensino, instalados em instituições de ensino superior brasileiras.

Ainda, estabelecia-se que a Rede seria integrada por vinte Centros abrangendo cinco áreas de especialidade: Alfabetização e Linguagem, Educação Matemática e Científica, Ensino de Ciências Humanas e Sociais, Artes e Educação Física e Gestão e Avaliação da Educação; sendo que, para a área de Educação Matemática e Científica, seriam cinco Centros. As propostas deveriam ser apresentadas pelo dirigente da universidade a que o Centro estivesse vinculado. O prazo de recebimento das propostas em sua versão preliminar foi 30 dezembro de 2003 e, de acordo com o cronograma do edital, a celebração de convênios ocorreria até o dia 30 de abril de 2004. Além dessas informações, o edital apresentava documentos necessários e características desejáveis para os projetos propostos.

A intenção era instituir um sistema de certificação e institucionalizar uma Rede de Centros de pesquisa, por meio da qual, vários Centros de formação ligados a universidades e especializados nas diferentes áreas especificadas no Edital se credenciariam. É nesse contexto que a história do Cecemca tem um *começo*[3].

Material Específico – aspectos da Educação Matemática no Cecemca – Rio Claro

A criação do Cecemca se deu março de 2004 e durante aquele ano os trâmites para a efetivação do convênio MEC/Unesp, nº 21/2004. Desde então até o início de 2005, o Centro se concentrou na elaboração de material didático, já que sua originalidade, segundo a professora Maria Isabel Castreghini de Freitas[4], propositora e coordenadora do Cecemca em sua criação, e também colaboradora da pesquisa de Cavamura (2017), era uma das exigências solicitadas pela coordenação da Rede Nacional de Formação Continuada de Professores da SEB/MEC. Em visitas realizadas ao prédio onde estava sediado o Cecemca – Núcleo de Rio Claro[5], tivemos acesso a um acervo de materiais didáticos, relatórios e demais documentos do Centro que, juntamente com as narrativas dos colaboradores, possibilitaram uma compreensão sobre como se deu a elaboração do material e das primeiras atividades.

Nesse período de 2004 a 2005, o Cecemca deu início à organização dos três núcleos, a saber: Núcleo de Educação Ambiental, Científica e Matemática (Rio Claro); Núcleo de Educação Científica e Matemática (Bauru); e Núcleo de Educação à Distância

[3] Vale aqui indicarmos uma diferenciação entre *começo* e *origem* fundamentada em Foucault (2008). Para a arqueologia do saber formulada por este autor, os fenômenos começam em pontos históricos particulares, não se originam em algum lugar que funciona como o lugar próprio da sua verdade: um caráter de época, uma mentalidade coletiva ou uma consciência individual ou em uma única palavra, um sujeito. Para ele, o tempo é uma sucessão de descontinuidades, de começos já-começados e não o devir de um pensamento desde a sua origem que se arrasta na evolução lenta e contínua do seu progresso.
[4] Atualmente aposentada, a professora Maria Isabel Castreghini de Freitas atuou por 34 anos na Unesp, campus de Rio Claro, junto Departamento de Planejamento Territorial e Geoprocessamento do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE).
[5] Para algumas informações sobre a sede em Rio Claro, visite o site: https://igce.rc.unesp.br/#!/unidade-auxiliar/ceapla/educacao-continuada/cecemca/

(Rio Claro). Também, nesse período se ocupou das equipes que operariam tais núcleos, tendo como principais atividades a elaboração de cursos e a produção de material didático específico, de apresentação e divulgação do Centro. De acordo com Maria Isabel, as ações desenvolvidas foram: elaborar material, preparar formação, formar multiplicadores e ainda buscar parcerias junto aos sistemas públicos de ensino.

Em um dos documentos de divulgação, o Cecemca é apresentado como um Centro integrante da Rede Nacional de Formação Continuada de Professores da Educação Básica do MEC, vinculado à Reitoria da Unesp, em sua estrutura dois núcleos de produção de material didático e que ofereciam formação continuada de professores em Ciências e Matemática, com metodologias próprias; e um núcleo responsável pela produção de mídias e gerenciamento de ambiente de aprendizagem virtual.

No que se refere aos interesses deste texto, especificamente o Núcleo de Educação Ambiental, Científica e Matemática (Rio Claro) é definido da seguinte forma: atua na formação continuada de professores de 1º a 9º anos do Ensino Fundamental; tem como proposta interagir aspectos da Educação Científica e Matemática, por meio da Educação Ambiental como tema transversal; e está ligado ao Centro de Estudos Ambientais (CEA) e às unidades auxiliares Centro de Análise Ambiental e Planejamento Ambiental (Ceapla) e Centro de Estudos Indígenas "Miguel Angel Menedez" (Ceimam), também contando com o apoio de professores, mestrandos e doutorandos dos cursos de pós-graduação da Unesp/Rio Claro.

Os cursos foram delineados em três modalidades: presencial, com professores frequentando cursos; semipresencial, com professores utilizando o material instrucional em seus locais de trabalho e em períodos pré-estabelecidos se deslocando para encontros presenciais com um tutor; e a distância, no formato virtual, com o acompanhamento e avaliação do desenvolvimento das atividades por um tutor. De acordo com a justificativa apresentada em cada caderno, a produção de material foi estruturada em módulos e para a organização dos conteúdos tratados foram considerados os documentos oficiais e os resultados de pesquisas na área de Educação Matemática e do Ensino de Ciências, bem como os resultados das avaliações realizadas em âmbito governamental, como Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

O núcleo de Rio Claro elaborou sete módulos centrados na Educação Ambiental, que tratam de conteúdo específico de Ensino de Ciências e Educação Matemática, com a elaboração de um par de cadernos para cada módulo[6]. A professora Maria Isabel nos contou um pouco sobre como foi desenvolvido esse material no núcleo de Rio Claro. Segundo ela, um professor da universidade ficava à frente da elaboração de cada caderno, juntamente com a colaboração de orientandos e/ou pesquisadores e/ou professores. O caderno "Cartografia e Meio Ambiente", por exemplo, foi elaborado pela professora Maria Isabel e sua equipe de estudantes; e, como a ideia foi integrar diferentes áreas, para cada caderno temático de Educação Ambiental havia um caderno correspondente de Matemática. O caderno de "Educação Matemática e Cartografia e Meio Ambiente", por exemplo, foi elaborado pelo Prof. Romulo Campos Lins e equipe. Isso, segundo Maria Isabel foi algo bastante inovador e positivo. Alguns cadernos foram amplamente utilizados por meio de cursos que envolveram suas temáticas e outros menos. Segundo a professora, talvez pelo próprio contexto da sua criação, já que a produção envolveu profissionais de outras unidades da Unesp e de outras universidades (como a Universidade de São Paulo – USP/São Carlos). Estes profissionais tinham certa dificuldade de acompanhar o projeto de perto, acabaram se afastando das propostas de ofertas de ações e, consequentemente, esses materiais foram pouco utilizados.

A formulação dos cadernos de Matemática para cada tema foi coordenada pelo professor Romulo Campos Lins[7]. Juntamente com a professora Heloisa da Silva[8], Romulo e outros profissionais trabalharam o olhar da Matemática fazendo a integração das áreas, no sentido de verificar os conteúdos matemáticos necessários para a problematização dos conteúdos da ambiental. Segundo Romulo, em sua entrevista à pesquisa de Cavamura (2017), o ideal seria ter as duas áreas integradas em um mesmo material, porém foi importante ter um material com conteúdo matemático que fosse reconhecido imediatamente pelos professores como parte de seu trabalho cotidiano.

[6] Os cadernos de Educação Matemática foram assim intitulados: Educação Matemática - A Terra em que vivemos; Educação Matemática, Cartografia e Meio Ambiente; Educação Matemática e Fauna; Educação Matemática e Entomóptica; Educação Matemática e Áreas verdes; Educação Matemática e Consumo Sustentável; Conhecimento Matemático Indígena: Alicerce para o respeito à diversidade cultural.

[7] O professor Romulo Campos Lins atou no Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Matemática, IGCE, Unesp, Rio Claro, de 1992 a 2017, quando veio a óbito.

[8] A professora Heloisa da Silva, segunda autora deste texto, atua junto ao Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Matemática, IGCE, Unesp, Rio Claro, desde 2010, e foi orientadora da pesquisa de Cavamura (2017).

No material de Educação Matemática, logo na introdução de cada caderno, há uma apresentação sobre a sua elaboração. Foram estudadas as ideias trabalhadas pelos autores dos cadernos de Educação Ambiental e, assim pensada uma lista de conceitos matemáticos e técnicas matemáticas necessárias para o trabalho de Educação Ambiental, com a elaboração de textos e atividades a serem usados para essa formação.

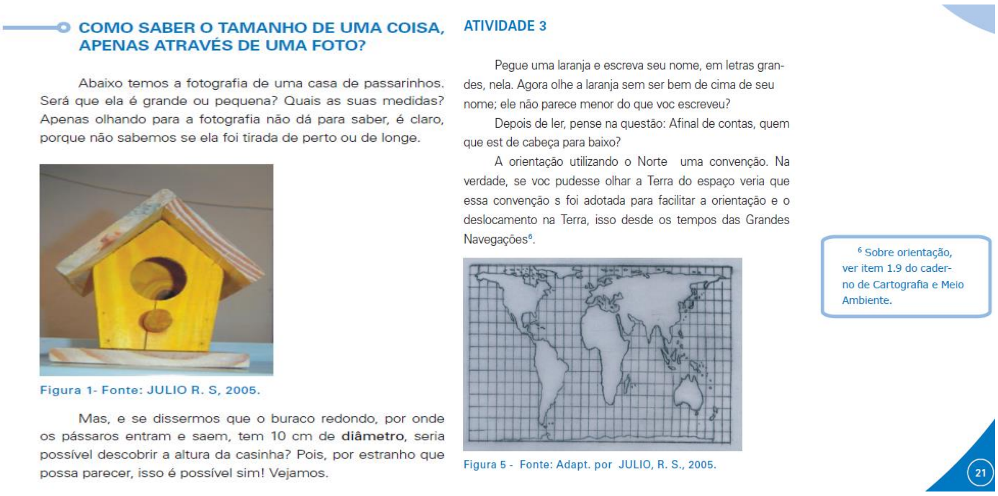
Outra característica do material, apresentada na introdução, é com relação ao nível das atividades apresentadas e o estilo em que são escritos os capítulos de um mesmo caderno, que variam bastante. A justificativa com relação ao nível de dificuldade é a de que o material se ajuste a diferentes experiências de formação. Já com relação ao estilo, a diversidade se justifica pela intenção de que se tenha “um repertório mais amplo de maneiras de trabalhar a Matemática no processo educativo” (LINS; ROLKOUSKI; MIOLA, 2005, p. 10). Os temas e técnicas apresentados foram pensados e selecionados tendo como base os cadernos de Educação Ambiental, mesmo que nem todos os textos tratem exclusivamente de temas ambientais.

Em todos os cadernos a apresentação dos conteúdos de cada capítulo é feita a partir de um texto e/ou uma situação problema contextualizando e direcionando para o conteúdo a ser tratado e nem todos os assuntos/temas dos cadernos de Educação Ambiental são abordados em seu respectivo caderno de Educação Matemática. Podemos dizer que este último complementa os temas ambientais à medida que temos a aplicação de conteúdos matemáticos como ferramentas que contribuem para ilustrar e auxiliar na compreensão desses temas. Porém, estes podem ser trabalhados de forma independente, pois os conteúdos presentes nos cadernos de Educação Matemática foram elaborados posteriormente, de forma a complementar os de Educação Ambiental, fazendo referências àqueles apenas como sugestão bibliográfica. Nas imagens a seguir, trazemos algumas ilustrações dos aspectos que ressaltamos neste parágrafo.

Imagem 1: Capa e Sumário do Caderno Educação Matemática e Cartografia e Meio Ambiente

Fonte: Pdf do Caderno Educação Matemática e Cartografia e Meio Ambiente pertencente ao acervo de Heloisa da Silva

Imagens 2 e 3: Introdução ao Capítulo 1 do Caderno Educação Matemática e Cartografia e Meio Ambiente



COMO SABER O TAMANHO DE UMA COISA, APENAS ATRAVÉS DE UMA FOTO?

Abaixo temos a fotografia de uma casa de passarinhos. Será que ela é grande ou pequena? Quais as suas medidas? Apenas olhando para a fotografia não dá para saber, é claro, porque não sabemos se ela foi tirada de perto ou de longe.

Figura 1- Fonte: JULIO R. S, 2005.

Mas, e se dissermos que o buraco redondo, por onde os pássaros entram e saem, tem 10 cm de **diâmetro**, seria possível descobrir a altura da casinha? Pois, por estranho que possa parecer, isso é possível sim! Vejamos.

ATIVIDADE 3

Pegue uma laranja e escreva seu nome, em letras grandes, nela. Agora olhe a laranja sem ser bem de cima de seu nome; ele não parece menor do que voc escreveu?

Depois de ler, pense na questão: Afinal de contas, quem que est de cabeça para baixo?

A orientação utilizando o Norte uma convenção. Na verdade, se voc pudesse olhar a Terra do espaço veria que essa convenção s foi adotada para facilitar a orientação e o deslocamento na Terra, isso desde os tempos das Grandes Navegações[6].

Figura 5 - Fonte: Adapt. por JULIO, R. S., 2005.

[6] Sobre orientação, ver item 1.9 do caderno de Cartografia e Meio Ambiente.

21

Fonte: Pdf do Caderno Educação Matemática e Cartografia e Meio Ambiente pertencente ao acervo de Heloisa da Silva

Nesse sentido, entendemos que a variação no nível das atividades e nos estilos de escrita, bem como a possibilidade de trabalhar de maneira independente com os cadernos de Educação Matemática e ainda o fato de que os capítulos destes não apresentam uma sequência ou dependência um do outro, conferem ao material alternativas para se trabalhar no que se refere a escolha de temas e conteúdo como também com relação a forma, seja sequencial, parcial ou total do caderno. O que se chamou de "inovação e originalidade do projeto do Núcleo de Rio Claro" por alguns entrevistados da pesquisa de Cavamura (2017), esteve vinculado ao trabalho conjunto, utilizando-se os dois cadernos no sentido de integração de ambas as áreas.

Primeiras Formações

Durante o período da elaboração do material foi feita também a divulgação e os primeiros contatos com as redes municipais de ensino. A professora Maria Isabel destacou que isso foi algo novo para todos os envolvidos dos três núcleos, algo com o qual tinham que aprender, ou seja, aprender a "vender" os seus produtos.

A maioria dos cursos de extensão oferecidos considerou em sua estratégia a formação de tutores em cursos específicos. De acordo com relato da professora Maria Isabel, pessoas da universidade eram treinadas para serem os "formadores do Centro";

esses eram professores vinculados ao Cecemca e alunos dos programas de pós-graduação do campus que trabalharam com os cursos de formação dos tutores nos sistemas de ensino municipais e/ou estaduais. Os tutores eram indicados pelos sistemas de ensino e trabalharam como multiplicadores dos cursos, formando os professores que atuavam em sala de aula. A partir da mediação desses tutores com o apoio dos formadores do Cecemca, eram realizados cursos para grupos maiores, com uma média de 10 a 30 professores por turma, dependendo da temática abordada pelo curso e das características e necessidades de cada sistema de ensino. Alguns Centros da Rede fizeram opções diferentes na estratégia das formações, como o de Santa Catarina, que optou por fazer formações diretamente com o professor, sem mediadores/tutores. Nesse sentido, cada Centro tinha sua própria estratégia de formação e essa opção estava indicada no edital nº 01/2003 SEIF/MEC.

As formações de tutores tinham carga horária de 60 horas, contando com aulas presenciais e a distância, com interações com o formador do Centro, pela internet, por meio de plataforma *online* e registros semanais das atividades avaliados pelo formador.

As formações de professores tinham carga horária de 40 horas, contando com aulas presenciais mediadas por tutores e registros semanais das atividades avaliados pelo formador do Centro. Os cursos semipresenciais exigiam dos participantes um projeto que deveria ser desenvolvido em sua escola de origem e poderia ser aplicado com outros professores em forma de oficinas e atividades em grupos de estudos ou mesmo com seus alunos na sala de aula. Este projeto deveria ser elaborado durante a formação e acompanhado pelo tutor e pelo formador do Centro antes de ser aplicado. Os resultados eram apresentados na forma de relatório e apresentação oral em seminário ao final do curso. Sobre esta forma de trabalhar com os projetos, a professora Maria Isabel destacou que nas primeiras reuniões da SEB/MEC em Brasília, a coordenação da Rede indicou que essa ação tinha que ter o “pé na escola” e esta foi uma maneira de tentar manter o vínculo da formação com a escola.

A professora Carla Ariela Rios Vilaronga[9] contou sobre como foi sua atuação como formadora destacando essa forma de se tentar manter o vínculo da formação com a escola:

> [...] eles faziam a multiplicação e víamos esse retorno dos professores fazendo formação com outros professores. Eu ficava na plataforma, eu lia os portfólios que eles postavam, dava devolutivas [...]. Nós acompanhávamos, por ter essa questão da multiplicação, acompanhávamos por um tempo ainda esse município e percebemos que teve frutos (CAVAMURA, 2017, p. 114-116).

Nesse sentido, Ambrosseti e Ribeiro (2005) consideram que os processos formativos precisam se constituir como espaços de interlocução, onde formadores e professores se percebam como parceiros possuidores de conhecimentos; entendemos que as estratégias de formação do Cecemca, neste projeto inicial, procuram estabelecer uma forma de contato entre os formadores do Centro e os tutores dos municípios onde as formações estavam acontecendo. Porém, constatamos que isso não se manteve ao longo das formações, até porque em sua maioria não tiveram continuidade e essa ação acabou se perdendo no decorrer dos projetos de formação. Essa perspectiva de acompanhamento seria uma forma de pensar em formação continuada que não consista apenas em ações isoladas e pontuais. Isso possibilitaria que a universidade deixasse de desempenhar um papel de mero transmissor de conhecimento, passando a colaborar, atuando nos processos de formação continuada por esse viés.

No período que seguiu 2005, de acordo com os relatórios e com os depoentes, as orientações da SEB/MEC foram para a não utilização dos recursos do convênio diretamente nas formações, mas sim no investimento de consolidação do Centro. Entendia-se que as formações deveriam ser financiadas diretamente pelas redes de ensino interessadas, que para isso contariam com seus recursos do Fundef (atual Fundeb) ou ainda com recursos obtidos junto ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), com linhas de financiamento destinadas a formação permanente. Iniciaram-se os contatos com as redes de ensino municipais e estaduais visando o oferecimento de cursos de extensão para formação continuada de professores e a divulgação da Rede.

No período de 2006/2007 os contatos com as redes de Ensino se ampliaram, visando o oferecimento de cursos de extensão para formação continuada de professores de Educação Infantil e Ensino Fundamental, tendo como base os cadernos temáticos

[9] Carla Rios Vilaronga, formada em Pedagogia na Unesp, fez o curso de formação de tutores e atuava como formadora na área de Ciências.

elaborados pelo Centro. Foram oferecidos 33 cursos de formação para tutores e professores das redes municipais de ensino nos estados de São Paulo, Minas Gerais e Mato Grosso do Sul, além de uma aldeia indígena, um Centro de Convivência Infantil e uma Escola Estadual. Com essas ações, foram formados 209 tutores e 1.974 professores das redes públicas de ensino por meio de cursos de extensão. Foram realizadas também 29 oficinas junto às redes municipais e estaduais de ensino nos estados de São Paulo, Santa Catarina, Minas Gerais, Rio Grande do Norte e Maranhão, atendendo um total de 1.420 professores.

Em 2007, o Centro iniciou um trabalho direto com professores de todo o Brasil, por meio de cursos completamente a distância (EaD), privilegiando professores que tinham vínculo com as redes públicas de ensino, investindo na iniciativa e interesse individual dos professores em sua formação continuada. Dessa forma, profissionais de diversas regiões do país puderam participar dessa ação. Nesse período, até novembro de 2008, foram oferecidos cursos para formação de tutores e para formação de professores, bem como alguns cursos totalmente a distância (EaD) para aproximadamente 3.700 professores, além de palestras e oficinas. A seguir, apresentamos um quadro dos estados e municípios atendidos pelas ações de formação do Cecemca.

Quadro 1: Estados e municípios atendidos no período de 2007 a 2008

Estados	Municípios
São Paulo	Araraquara, Araras, Botucatu, Campinas, Capão Bonito, Corumbataí, Ipeúna, Itapevi, Matão, Patrocínio Paulista, Pereira Barreto, Piracicaba, Platina, Queiroz, Rio Claro, Tremembé.
Bahia	Anagé, Gongogi, Ibicaraí, Ilhéus, Itagí, Itagiba, Itambé, Itapetinga, Jussari, Vitória da Conquista, Tremedal
Piauí	Altos, Barro Duro, Cabeceiras do Piauí, Campo Maior, José de Freitas, São Pedro do Piauí
Sergipe	Aracaju, Riachuelo
Mato Grosso do Sul	Naviraí
Minas Gerais	Alfenas
Maranhão	Aldeias Altas, Caxias

Fonte: CAVAMURA (2017, p. 164-165)

No período de 2008/2009, foram realizados sete cursos na modalidade EaD, com carga horária de 40 horas, formando um total de 850 professores. Nesse período foram também publicados os números 1 e 2 da Revista Eletrônica do Cecemca, lançada anteriormente.

Algumas considerações

A implantação da Rede Nacional de Formação Continuada inaugurou um novo período da formação docente, no sentido de ter avançado na questão da institucionalização da formação continuada, por meio dos Centros de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação vinculados às universidades e esta questão é apresentada como um dos objetivos no documento de orientação da Rede.

Nesse sentido, consideramos que a ideia da Rede se assemelha a LDB e o PNE como instrumentos que reforçam o direito à formação continuada e a obrigatoriedade de seu oferecimento pelo Estado, contudo apresentando avanços no que se refere a articulação entre o MEC, as universidades por meio de seus Centros de Pesquisa e os sistemas de ensino público. Essa articulação entre as instituições que possuem diferentes funções no trato da formação docente é um fator importante, no sentido de objetivar e contribuir para que haja um diálogo entre formação inicial e continuada e propiciar discussões sobre questões envolvendo o cotidiano escolar, à luz do conhecimento acadêmico-científico, considerando os saberes adquiridos do professor (SANTOS, 2011).

Sobre o ponto de vista da constituição do Cecemca, podemos considerar que a articulação entre as instituições se apresentou como um aspecto positivo, porém a perspectiva de continuidade, no que se refere às primeiras formações, não se deu da forma esperada e preconizada com a implantação da Rede.

O Edital de 2003, se referia a implantação da Rede num período de 4 anos. Ao término desses anos, não houve outro edital com novas orientações sobre a Rede, porém as formações continuadas em parceria com o MEC e os sistemas de ensino continuaram no âmbito de uma nova ação do MEC, que continuou funcionando na mesma perspectiva de organização, atendendo a uma nova demanda, outra ação do governo federal denominada Plano de Ações Articuladas (PAR), da qual o Cecemca também participou, paralelamente às formações do programa da Rede.

Referências

AMBROSSETI, N. B.; RIBEIRO, M. T. de M. Universidades e Formação Continuada de professores: algumas reflexões. In: Reunião Anual da Anped, 28ª, 2005, Caxambu/MG. **Anais**.

CAVAMURA, A. E. **Formação Continuada de Professores de Matemática na Década de 2000**: Um olhar para o Centro de Educação Continuada em Educação

Matemática, Científica e Ambiental (Cecemca). Dissertação (Mestrado em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista UNESP, Rio Claro, 2013.

DIAS-DA-SILVA, M. H. G. F. O professor e seu desenvolvimento profissional: Superando a concepção do algoz incompetente. **Caderno CEDES** v.19 n. 44 Campinas Abril. 1998.

FOUCAULT, M. A arqueologia do saber. Tradução de Luiz Felipe Baeta Neves. 7 ed. Rio de Janeiro: Forense-Universitária, 2008.

GARNICA, A. V. M. Sobre Historiografia: fragmentos para compor um discurso. **REMATEC**, Natal (RN) Ano 8, n.12/ Jan.-Jun. 2013.

GARNICA, A. V. M.; FERNANDES, D. N.; SILVA, H. Entre a amnésia e a vontade de nada esquecer: notas sobre regimes de historicidade e história oral. **BOLEMA** (Rio Claro), v. 25, n. 41, p. 213-250, 2011.

GATTI, B. A.Análise das políticas públicas para formação continuada no Brasil, na últimadécada. **Revista Brasileira de Educação,** v.13, n. 37, p. 57-186, 2008.

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. S. **Professores do Brasil:** impasses e desafios, Brasília, UNESCO, 2009.

LINS, R. C.; ROLKOUSKI, E.; MIOLA, R. J. **Educação Matemática e Cartografia e Meio Ambiente**. Rio Claro: IGCE/Unesp: Cecemca, 2005.

MARTINS SALANDIM, M. E. **A Interiorização dos Cursos de Matemática no Estado de São Paulo**: Um Exame da Década de 1960. 2012. 379f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

SANTOS, E. O. Políticas de Formação Continuada para os professores da Educação Básica, 2011.

SETUBAL, M. A (Coord.).; LOPES, V. V., HUBNER, A. **Educação básica no Brasil nos anos 90:** políticas governamentais e ações da sociedade civil. São Paulo: Cenpec, 2001.

ZEICHNER, K. M. **A formação reflexiva de professores:** ideias e práticas. Lisboa, Educa, 1993.

História da Educação Matemática no Brasil: constituição, circulação e interlocutores

History of mathematical education in Brazil: Constitution, circulation and interlocutor

Maria Célia Leme da Silva
UNIFESP – Diadema
celia.leme@unifesp.br

Resumo
O artigo tem o objetivo de reunir estudos que buscaram mapear o processo de constituição e circulação da Hem no Brasil, trazendo para o diálogo outros elementos a compor a compreensão do processo, como a participação de pesquisadores brasileiros em eventos nacionais e internacionais, as publicações internacionais, entre outros aspectos. As questões norteadoras são: como vem sendo constituída a Hem no Brasil? Com quem a Hem vem dialogando em seu processo de expansão? Quais suas interlocuções com a Educação Matemática (EM)? Constatou-se que o processo de constituição da Hem no Brasil foi acompanhado de movimento mais amplo de crescimento do campo da EM, e tem o GT15 como um espaço de interlocução entre Hem e a EM. Busca-se discutir com pesquisadores do GT15 as interações possíveis entre a Hem e a EM, assim como perspectivas futuras.

Palavras-chave: Educação Matemática; História da Educação; História da Matemática; Eventos Científicos; Mapeamentos.

Abstract
The article aims to gather studies that mapped the process of constitution and circulation of Hem in Brazil, bringing to the dialogue other elements to compose the understanding of the process, such as the participation of Brazilian researchers in national and international events, the international publications, among other aspects. The guiding questions are: How has Hem been constituted in Brazil? Who has Hem been talking to in its expansion process? What are your interlocutions with Mathematics Education (EM)? It was found that the process of constitution of Hem in Brazil was accompanied by a broader movement of growth in the field of EM, and has the GT15 as a space for dialogue between Hem and EM. We seek to discuss with the GT15 researchers, the possible interactions between Hem and EM, as well as future perspectives.

Keywords: Mathematical Education; History of Education; History of Mathematics; Scientific Events; Mappings.

Introdução

O presente artigo tem por objetivo apresentar um breve panorama do processo de constituição, circulação e interações, tanto no âmbito nacional como internacional, do campo de pesquisa em História da educação matemática (Hem)[1] e propor uma discussão

[1] Em acordo com Valente (2020, p. 191), adotamos a designação História da educação matemática (Hem) e não História da Educação Matemática (HEM), de modo a não ensejar dúvidas quanto às possibilidades de estudos da Hem. Eles não se restringem às pesquisas que tratam da história do campo da Educação

sobre perspectivas futuras. Inspirados na obra *Apologia da História, ou, O ofício do historiador,* de Marc Bloch (2001, p. 41) que inicia seu livro a partir da pergunta de um garoto: “Papai, então me explica para que serve a história”, tencionamos refletir e analisar os diferentes momentos do processo de constituição e alargamento do campo de pesquisa da Hem, assim como seu estágio atual. Da mesma forma, toma-se como alicerce de nossas reflexões a concepção sobre a operação historiográfica de De Certeau (2002).

Pretendemos transitar por questões da forma: como vem sendo constituída a Hem no Brasil? Com quem a Hem vem dialogando em seu processo de expansão? Quais suas interlocuções com a Educação Matemática (EM)? Para onde a Hem brasileira caminha? Tais perguntas norteiam as análises aqui exibidas para serem compartilhadas com os pesquisadores da História da Educação Matemática, no espaço do GT 15.

História da Educação Matemática no Brasil

Para fazer uma breve síntese do processo de constituição e consolidação da História da educação matemática (Hem) no Brasil, retrocederemos ao final do século XX e começo do século XXI, de modo a identificar movimentos iniciais que indicaram os primeiros passos para o domínio científico hoje designado como Hem no Brasil. A criação dos primeiros grupos de pesquisa cadastrados no CNPq, reunindo pesquisadores e temáticas vinculadas à Hem, é um exemplo de uma ação inaugural. Grupos como: Grupo de História, Filosofia e Educação Matemática (HIFEM), na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), em 1996; Grupo de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT), na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), em 2000 e Grupo de História Oral e Educação Matemática (GHOEM), na Universidade Estadual Paulista (UNESP), em 2002. Os três grupos situam-se no estado de São Paulo, região sudeste do País, a qual terá papel preponderante no processo de constituição e circulação da Hem. Maria Laura Gomes e Arlete Brito, no ano de 2002, analisaram a produção acadêmica nacional da História da Matemática (HM) e destacaram, desde 1999, um número considerável de trabalhos inseridos no campo da Hem.

Matemática, mas se referem a toda e qualquer investigação que considere a matemática presente nos processos de ensino e de aprendizagem ao longo dos séculos.

Paralelamente aos grupos de pesquisas vinculados à Hem, o final do século XX, mais especificamente a década de 1980, corresponde ao momento da institucionalização do campo de pesquisa da Educação Matemática, com a realização do I Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), em 1987, na PUC/SP, e em 1988, com a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Assim, foi também no final do século XX que as primeiras pesquisas na perspectiva da EM e da Hem foram realizadas, mesmo que sem a devida caracterização específica de campo de investigação. Gomes e Brito (2009) indicam que desde o I Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), em 1997, já era possível identificar mestrandos e doutorandos brasileiros em programas ou linhas de pesquisa em Educação Matemática apresentando seus trabalhos sobre a Hem. As pesquisadoras, ao analisarem as edições de 2003 a 2008 dos EBRAPEM, constataram o crescimento do número de trabalhos e concluíram haver uma grande aproximação entre as abordagens dos estudos apresentados sobre Hem e sobre a História da Educação (HE).

Seguindo o percurso de mapeamentos e análises das dissertações e teses, Brito e Miorim (2016) realizaram um inventário, tomando como fontes as pesquisas desenvolvidas entre os anos de 1984 a 2011 e verificaram a presença de 200 trabalhos (148 dissertações de mestrado e 52 teses de doutorado), o que correspondia a aproximadamente 7% das pesquisas relativas à EM, de 1971 a 2011. A maior parte dos trabalhos de Hem encontrava-se filiada aos Programas de Educação ou de Educação Matemática, que, nas últimas duas décadas, cresceram significativamente[2].

A partir da década de 2000, Brito e Miorim (2016) indicam que as produções de pesquisas no campo da Hem dialogam com outras áreas de conhecimento, como a filosofia, a sociologia. a linguística e a antropologia, bem como com os textos de Roger Chartier, Jacques Le Goff, Carlo Ginzburg, Foucault, Deleuze, Ricoeur, Guattari, Elias, Orlandi e Geertz. As pesquisadoras concluem que os estudos indicam:

> A qualidade, quantidade e diversidade das investigações, nesse campo do conhecimento, que vêm sendo desenvolvidas nas pós-graduações brasileiras, o que confirma a posição de destaque do Brasil em relação à produção

[2] No plano da pós-graduação, entre 2003 a 2016, ocorreu um aumento de cerca de 50% no número de mestre e doutor nas universidades e nos institutos federais. A avaliação da CAPES referente ao quadriênio encerrado em 2017 avaliou 244 cursos de Educação, um crescimento de 34% em relação à avaliação do quadriênio anterior (CASTIONI; MELO; AFONSO, 2020).

> acadêmica, nessa área, em relação a outros países. (BRITO; MIORIM, 2016, p. 87)

Os indicativos do estudo atestaram o lugar de destaque da Hem no Brasil, entretanto, as pesquisadoras não mencionaram quais os outros países chamados na comparação. No que diz respeito ao pertencimento da área da Hem, o estudo sinaliza que "é necessário que se explicite a que área a História da Educação Matemática pertence: seria à Educação ou à História ou a ambas?" (BRITO; MIORIM, 2016, p. 87).

Outro estudo, com base nas produções acadêmicas, recentemente publicado por Mendes e Gonçalves (2020), mapeou as dissertações e as teses produzidas sobre Hem no Brasil entre 1990 a 2010, identificando 126 produções. A partir dos objetivos, dos focos temáticos, dos fundamentos, dos métodos e dos resultados da pesquisa, os autores construíram seis categorias de abordagens metodológicas: Biográfica, História e Memória, História Oral, História das Instituições, História das Disciplinas e Abordagem Mista, indicando a diversidade deles nas pesquisas sobre a Hem. Concluem, então, Mendes e Gonçalves (2020) que as pesquisas oportunizam um percurso consolidado para a identidade desse campo de pesquisa.

Tempos depois, na década de 2010, outras ações continuaram corroborando a afirmação de que a Hem tem tido, no decorrer do tempo, um crescimento expressivo. A reunião de grupos de pesquisa, assim como de pesquisadores iniciantes em eventos científicos organizados com o propósito de refletir, debater e trocar experiências sobre estudos que vinham sendo desenvolvidos, deu origem aos Encontros Nacionais de Pesquisa em Educação Matemática (ENAPHEM), um espaço relevante no processo de consolidação do campo. Até o momento já ocorreram cinco edições dos ENAPHEMs, realizados em 2012, 2014, 2016, 2018 e 2020,[3] num movimento de crescimento e fortalecimento da Hem, juntamente com a publicação de livros-síntese[4] com o intuito de refletir sobre a produção científica divulgada em cada encontro.

Ainda na década de 2010, constatou-se um aumento apreciável de artigos e dossiês publicados em revistas científicas nacionais. O dossiê publicado pela revista BOLEMA[5]

---

[3] O I ENAPHEM ocorreu em Vitória da Conquista, BA; o II ENAPHEM foi realizado em Bauru, SP; o III ENAPHEM teve lugar em São Mateus, ES; o IV ENAPHEM aconteceu em Campo Grande, MS e o V ENAPHEM, previsto para ser realizado em Natal, RN, foi realizado de modo virtual, devido à Pandemia.
[4] Quatro livros já foram publicados, cada um deles referente à uma edição do ENAPHEM. Citam-se: Dassie e Costa (2018), Garnica (2016); Leme da Silva e Pinto (2020) e Valente (2014).
[5] Criado em 1985, o Boletim de Educação Matemática (BOLEMA) nasceu da iniciativa de um grupo de pós-graduandos do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro.

em 2010 foi um dos primeiros indicativos de que a área vinha ganhando maturidade a ponto de sustentar o número temático em uma das revistas mais bem qualificadas da área de Ensino. Em 2015, a criação da revista HISTEMAT[6], específica sobre a temática, reitera o movimento de expansão de pesquisas sobre a Hem. Essas duas ações ratificam a importância dos grupos de pesquisas criados no final do século XX e início do século XXI como motores propulsores da circulação de estudos ao longo das duas décadas de pesquisa. Entretanto, o movimento de crescimento e consolidação em âmbito nacional somente foi possível à medida que outros grupos de investigação foram criados, em diferentes estados do Brasil, assim como houve a expansão dos Programas de Pós-graduações nas áreas de Educação ou Ensino que contemplam linhas de pesquisa vinculadas à Hem. No processo de expansão, destacam-se as contribuições significativas dos projetos coletivos e de abrangência nacional, desenvolvidos pelo GHOEM[7] e pelo GHEMAT[8].

Para além dos movimentos nacionais de constituição da Hem como campo de pesquisa, o diálogo de pesquisadores brasileiros com o estrangeiro igualmente se fez presente. Expressões desses diálogos podem ser evidenciadas em eventos internacionais que tiveram a participação e a contribuição de estudos brasileiros. O Congresso Ibero-americano de História da Educação Matemática (CIHEM) vem ocorrendo, regularmente a cada dois anos, desde 2011, com edições nos países: 2011 (Portugal), 2013 (México), 2015 (Brasil), 2017 (Espanha), 2019 (Colômbia) e a sexta edição está prevista para ser realizada em 2021 (Venezuela, na modalidade virtual). Mesmo sem revelar dados quantitativos[9], o Brasil esteve significativamente representado em todas as edições. Outro evento da área, de âmbito internacional, o Internacional Conference on the History of Mathematical Education (ICHME), teve início dois anos antes do CIHEM, em 2009, e também aconteceu com periodicidade bienal, sempre na Europa: 2009 (Islândia), 2011

[6] A Revista de História da Educação Matemática – HISTEMAT – é veículo de divulgação dos resultados de pesquisa sobre História da educação matemática. Tem por público-alvo pesquisadores, professores e interessados na dimensão histórica do conhecimento da educação matemática. Criada em 2015, por iniciativa do GHEMAT, está vinculada à SBHMat.
[7] Cita-se a linha norteadora de pesquisa *Mapeamento da Formação e Atuação de Professores que ensinam/ ensinaram Matemática no Brasil*, que aglutina pesquisadores e estudos de diferentes estados brasileiros.
[8] Cita-se o projeto *A constituição dos saberes elementares matemáticos: a aritmética, a geometria e o desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890-1970.*
[9] Os Anais podem ser encontrados em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135247

(Portugal), 2013 (Suécia), 2015 (Itália), 2017 (Holanda) e 2019 (França). Sem ter acesso a todos os anais[10], identificou-se a presença de pesquisadores brasileiros, porém com representatividade bem inferior à do CIHEM. Houve uma diferença substancial entre a grande adesão de brasileiros ao CIHEM e a pouca expressão de estudos brasileiros no ICHME.

O International Congress on Mathematical Education[11] (ICME), evento representativo da comunidade científica da EM, igualmente viabilizou espaço específico para as pesquisas em Hem desde o início do século XXI, com a criação do Topic Study Group (TSG): The History of the Teaching and Learning of Mathematics durante o ICME 10, em 2004 (Dinamarca). O TSG teve lugar nas edições seguintes: 2008 (México), 2012 (Korea), 2016 (Alemanha) e 2020 (China)[12]. Destaca-se a participação da professora Arlete Brito como uma das coordenadoras (*chairs*) do TSG no ICME 12, em 2012. Novamente, constatamos a participação de pesquisadores brasileiros nos ICMEs, todavia, não de maneira constante e com representatividade inferior ao do CIHEM. Em síntese, tudo indica que as relações estabelecidas entre a Hem do Brasil e a do estrangeiro se encontram em estágio inicial, de primeiros contatos, mais evidenciadas com os países ibero-americanos, que, por sua vez, ainda não apresentam um conjunto configurado e mais expressivo de pesquisas da Hem, como a realização de eventos sobre a temática nacionalmente ou de uma comunidade representativa de pesquisadores.

O breve histórico de ações e movimentos desenvolvidos por pesquisadores brasileiros há pelo menos duas décadas contextualiza a criação do GT 15 de Hem como Grupo de Trabalho no contexto da SBEM, em 2018, como mais uma das iniciativas que vem fortalecendo o processo de constituição da Hem como um campo científico. A presença de Grupos de Pesquisas, muitos deles originários dos três Grupos constituídos no final do século XX e início do XXI, já citados, com linhas de investigação vinculadas à Hem e cadastrados no CNPq em diferentes estados[13] do Brasil também reitera o

[10] Alguns dos Anais podem ser acessados em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135247
[11] O ICME ocorre desde 1969, a cada quatro anos. A primeira edição foi realizada em Lyon, na França.
[12] O ICME 14, previsto inicialmente para 2020, tinha como *chair* o professor Wagner Valente. Teve a submissão e a aprovação de muitos trabalhos de brasileiros, mas, devido à pandemia, Wagner e os muitos outros brasileiros adiaram o evento, que foi realizado em julho/2021, de modo híbrido.
[13] Citam-se como exemplo, o Grupo História da Educação Matemática em Pesquisa (HEMEP)–da UFMS; o Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática (GPHM) do IFSP; o História e Educação Matemática (HEDUMAT) da UFF; o Grupo Potiguar de Estudos e Pesquisas em História da Educação matemática da UFRN; o GHEMAT/SC da UFSC.

processo de alargamento. Registra-se igualmente, ainda em 2018, outra iniciativa de âmbito nacional, a criação da Associação independente GHEMAT – Brasil[14] que congrega pesquisadores de mais de 20 estados brasileiros, sem vínculos explícitos com as agências de fomento ou CNPq.

Quais os interlocutores da Hem?

O processo de constituição e expansão de um campo de investigação comporta, entre outros aspectos, a aprovação por seus pares, ou seja, um conjunto de pesquisadores que, de uma maneira ou outra, avaliam a produção, como artigos, dissertações, teses, comissões editorias de livros. Retomando ao Marc Bloch, a pergunta do garoto ao pai: "Papai, então me explica para que serve a história" foi respondida pelo historiador como: "Alguns, provavelmente, julgarão sua formulação ingênua. Parece-me, ao contrário, mais que pertinente. O problema que ela coloca, com a incisiva objetividade dessa idade implacável, não é nada menos do que o da legitimidade da história" (BLOCH, 2001, p. 41).

De outra parte, a história, segundo De Certeau (2002), deve ser entendida como uma operação que busca, de maneira limitada, compreendê-la como a relação entre um lugar, alguns procedimentos de análise e a construção de um texto. Assim, refletir sobre processos de constituição e expansão da história requer uma análise conjunta dos três elementos: o lugar da produção, a forma de produzir e finalmente o seu resultado, como texto que obedece às regras admitidas por uma determinada comunidade científica.

Discutir a legitimidade da Hem como um campo científico demanda um estudo de fôlego e bases teóricas pertinentes, o que não é o objetivo deste texto. Entretanto, ao relatar, descrever e tecer comentários sobre os movimentos e as ações da Hem no Brasil, identifica-se o lugar de seus interlocutores. Bourdieu (2004, p. 23), ao conceituar o campo científico, destaca:

> O que comanda os pontos de vista, o que comenda as intervenções científicas, os lugares de publicação, os temas que escolhemos, os objetos pelos quais nos interessamos etc. é a estrutura das relações objetivas entre os diferentes agentes que são, para empregar ainda a metáfora "einsteiniana", os princípios do campo. É a estrutura das relações objetivas entre os agentes que determina o que eles podem e não podem fazer.

[14] Associação sem fins lucrativos que vem desenvolvendo diversas ações no sentido de fomentar à pesquisa da Hem, como as Atividades Formativas, realizadas semanalmente em nível nacional, assim como a Disciplina em rede que congrega os Programas de Pós-graduação de diferentes estados do Brasil.

Sendo assim, os lugares de produção das pesquisas referentes à Hem, onde publicamos nossos estudos, os eventos de que participamos, constituem interlocutores no processo de expansão do campo, que, de alguma maneira, emitem parâmetros do que é ou não aceito. A criação do GT 15 pode ser lida como um exemplo de lugar de interlocução da Hem no Brasil com os estudos da EM.

Os inventários das pesquisas referentes à Hem indicam, como consenso, o movimento crescente de pesquisas e pesquisadores sobre a temática da Hem. Também parece ser consenso a diversidade de abordagens ou tendências metodológicas, assim como de aportes teóricos. A questão ainda em aberto talvez seja quais as principais interlocuções dos estudos da Hem, e, se, nesse processo, a Hem caminha para tornar-se especificidade de um outro campo já consolidado ou vem se configurando como campo acadêmico autônomo.

Novamente o recuo no tempo nos permite melhor compreender as interações da Hem com outros campos de investigação, no decorrer de seu movimento de constituição e expansão. O artigo *Trends of the history of mathematics education in Brazil*, de Valente (2010), publicado na ZDM, realizou uma caracterização sobre a Hem no Brasil, tomando como ponto de partida o VII Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM)[15] realizado em 2007. Quatro tendências foram apontadas por Valente (2010): (1) produção que considera os estudos da Hem como parte da História da Matemática (HM); (2) produção que leva em conta o uso pedagógico da Hem; (3) produção que faz uso da História Oral para cursos de formação de professores; e (4) produção que leva em conta a Hem como especificidade da História da Educação (HE). Tal categorização foi objeto de crítica por Garnica (2010), por pautar-se exclusivamente nos trabalhos presentes no VII SNHM, não dialogando com sistematizações e categorizações construídas em estudos anteriores, apesar de reconhecer que a sistematização proposta por Valente (2010) expressasse proximidade com tendências já anunciadas nos trabalhos já realizados. Em

[15] Na década de 1990, iniciaram-se as primeiras reuniões de estudos com o Grupo de Pesquisa de História da Matemática (GPHM), na UFPR, dando origem ao I SNHM em 1995 (Recife/PE). Em 1997, aconteceu o II SNHM (Águas de São Pedro/SP). Em 1999, na ocasião do III SNHM (Vitória/ES), foi criada a SBHMat, que passou a organizar o evento a cada dois anos: IV SNHM em 2001 (Natal/RN); V SNHM em 2003 (Rio Claro/SP); VI SNHM em 2005 (Brasília/DF); VII SNHM em 2007 (Guarapuava/PR); VIII em 2009 (Belém/PA); IX SNHM em 2011 (Aracaju/SE); X SNHM em 2013 (Campinas/SP); XI SNHM em 2015 (Natal/RN); XII SNHM em 2017 (Itajubá/MG); XIII em 2019 (Fortaleza/CE); e XIV SNHM em 2021 (Uberaba/MG, na modalidade virtual).

particular, Garnica esclarece que a História Oral (HO) é compreendida como metodologia de pesquisa da Hem, vinculada a trabalhos de matriz historiográfica, de modo a construir fontes das quais pesquisadores em geral podem nutrir-se para focar determinados objetos de pesquisa.

Passados dez anos de caminhada, Valente (2020) retomou as categorias construídas em 2010 e as reavaliou:

> Podemos arriscar-nos a considerar que, na atualidade, as tendências mencionadas há dez anos mostram-se ainda presentes. Por certo, houve mudanças. Uma delas, refere-se à possibilidade de ter ocorrido uma maior aproximação entre os estudos relativos à História Oral e aqueles que tratam a história da educação matemática como História da Educação, ambos, ao que parece, passaram a considerar os mesmos fundamentos: a História Cultural. (VALENTE, 2020, p. 196)

Se, por um lado, identifica-se a aproximação de duas das tendências da Hem com a HE, o pesquisador constata, por outro, a ausência de referências aos estudos da Hem nos textos dos historiadores da educação e, depois de algumas justificativas, advoga a hipótese da existência de singularidades, de problemáticas próprias da Hem, concluindo, então, que: “Tais elementos tornam a Hem não redutível à HE. Há problemáticas da Hem que não se inscrevem no rol daquelas que caracterizam a HE” (VALENTE, 2020, p. 199). Por este viés, tudo indica que o campo de pesquisa da Hem brasileiro não tem sido identificado como uma especificidade da HE, tampouco caminha para tal.

De outra parte, na análise atual de Valente (2020), uma outra seara importante em interação com a Hem brasileira pode ser identificada na vertente aglutinadora da História da Matemática (HM), expressa desde os primeiros inventários, assim como na participação de pesquisadores da Hem nos SNHM[16]. E nessa vertente, o pesquisador analisa a diferenciação teórica de duas abordagens: História da educação matemática e História do ensino de matemática[17], concluindo da mesma maneira que a Hem também não se configura como especificidade da HM. Muito embora reconheça a filiação ampla da Hem ao campo da História, destaca que ela não se insere ao campo disciplinar matemático, sequer ao campo disciplinar da educação:

---

[16] No último evento, XIV SNHM, ocorrido em março de 2021, foram aprovadas 52 comunicações científicas, sendo 12 delas vinculadas à Hem, ou seja, 23% dos trabalhos (ANAIS DO XIV SNHM).

[17] A *História da educação matemática* defende a perspectiva e leva em conta o papel ativo do meio escolar na produção e transformação de saberes, e a *História do ensino de matemática* pauta-se na ideia de que a matemática foi trazida para escola de fora para dentro, como uma transposição do campo disciplinar da Matemática (VALENTE, 2020).

> Historiadores da educação não têm formação de base matemática e, talvez por isso, não se arriscam a tratar da matemática mesmo que em nível dos primeiros anos escolares. [...] De outra parte, campos disciplinares, como o matemático, igualmente, não têm formação pedagógica de modo a abordar as ciências da educação na sua relação com campos disciplinares. (VALENTE, 2020, p. 206)

Na análise atualizada por Valente (2020), somente dois campos disciplinares e científicos foram chamados como possibilidades de interlocução com as produções da Hem: a História da Educação e a Matemática. O campo disciplinar e profissional, por ele mencionado da Educação Matemática, não foi considerado como interlocutor, ou ainda, como viabilidade de ser uma especificidade da Hem.

Em contrapartida, pesquisas como a de Brito e Miorim (2016) destacaram o lugar de pertencimento das produções (DE CERTEAU, 2002) para o movimento de constituição e expansão da Hem no Brasil e indicaram as produções como filiadas aos programas de pós-graduação, vinculados à área de Ensino de Ciências ou da Educação Matemática.

Interlocuções internacionais

Estendendo o espectro de circulação de um campo de investigação para além das esferas nacionais, os desafios parecem ser maiores no quesito de estabelecer interlocução da produção da Hem brasileira em âmbito internacional. Como a Hem brasileira vem dialogando internacionalmente?

O *Handbook on the History of Mathematics Education*, organizado por Alexander Karp e Gert Schubring[18] e publicado pela Springer em 2014, não enfatizou ou evidenciou a quantidade visivelmente crescente do número de pesquisas da Hem no âmbito nacional. As escassas referências bibliográficas de trabalhos ou pesquisas brasileiras presentes na publicação referem-se a publicações da *Revista Brasileira de História da Matemática*, vinculada à SBHMat e a outros poucos estudos pontuais. Trabalhos e pesquisas coletivas desenvolvidos por projetos de âmbito nacional, assim como de cooperação internacional[19] pelos grupos de pesquisa do Brasil, não foram mencionados. Identifica-se claramente um descompasso entre os mapeamentos e as sínteses realizados no Brasil, com dados até 2011, que indicam aumento expressivo de pesquisas e a flagrante ausência de referências

[18] Professor Gert Schubring foi professor visitante da UFRJ de 2009 a 2019.
[19] Cita-se o Projeto de cooperação internacional (CAPES/GRICES), desenvolvido entre Brasil e Portugal, tendo do lado brasileiro, o GHEMAT, entre 2006 a 2009 "*A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos*".

a essa produção no *Handbook* publicado em 2014. Várias interpretações podem ser produzidas para tal descompasso, uma delas seria a especificidade de produção de pesquisas no Brasil relativamente à Hem, que se mostraram fortemente atreladas aos Grupos de Pesquisa e Projetos coletivos, um modo de produção que talvez não seja usual no cenário estrangeiro. Ou ainda, a pouca participação de brasileiros nos eventos internacionais, como ICME ou ICHME, com os quais os dois pesquisadores organizadores da obra mantêm estreita ligação.

De outra parte, a série de livros *History of Mathematics Education*, publicados pela Springer entre 2017 e 2019 consta de 7 volumes. Um deles, publicado em 2019, foi organizado por Antonio Vicente Garnica, intitulado *Oral History and Mathematics Education*, em que todos os autores são brasileiros e vinculados ao GHOEM. De maneira similar, o livro *Les mathématiques à l'école élémentaire (1880-1970) – Études France-Brésil*, publicado em 2017 por meio da Presses Universitaires de Limoges, França foi organizado por Renaud d'Enfert, Marc Moyon e Wagner Rodrigues Valente, oferecendo coletânea de estudos desenvolvidos no Projeto de Cooperação CAPES/ COFECUB, com seis capítulos escritos por pesquisadores brasileiros, todos vinculados ao GHEMAT.

Certamente as publicações supracitadas de obras estrangeiras com a inserção de resultados de pesquisas desenvolvidos pela Hem brasileira registraram e inseriram os estudos da área em âmbito internacional. Porém todas elas vinculam-se a um determinado Grupo de Pesquisa ou projeto, sem expressar a abrangência e a diversidade das produções do campo de pesquisa da Hem brasileira.

Em suma, tudo indica que a quantidade e a diversidade das investigações comprovadamente produzidas pela Hem brasileira ainda não ganharam visibilidade ampla em publicações de livros internacionais. De forma análoga, as publicações de pesquisas da Hem brasileiras em revistas internacionais igualmente não expressam a mesma visibilidade nacional.

Inventário feito nas edições da revista ZDM – Mathematics Education, de grande reconhecimento na EM internacional, indica, na edição *Tapestry of Trends in Mathematics Education*, de 2010, coordenada por Borba e D'Ambrosio, a presença de dois artigos sobre Hem (VALENTE; MIGUEL; MENDES)[20] e na edição *Turning Points in the History of Mathematics Teaching – Studies on national Policies*, de 2012, coordenada por Schubring, Furinghetti e Siu, a publicação de um artigo sobre Hem brasileira (CARVALHO; DASSIE)[21].

Mesmo sem ter a pretensão de realizar inventário de pesquisas da Hem brasileira publicados internacionalmente, a breve exposição de interlocuções de pesquisadores brasileiros com o estrangeiro aponta uma desproporção entre a produção nacional e a internacional, considerando revista relevante da área da EM. Contudo, acredita-se que o mesmo resultado possa ser identificado em periódicos internacionais da área da História da Educação ou da História da Matemática.

Considerações finais

Retomando as diferentes análises, os mapeamentos realizados em momentos distintos sobre como e de que forma a Hem vendo sendo constituída e se expandindo como campo de investigação, parece ser pertinente inserir no debate os interlocutores da Hem, para melhor compreender suas problemáticas e suas perspectivas futuras. E deste modo, um dos seus interlocutores pode ser representado pelo GT 15 – História da Educação Matemática, vinculado ao campo de pesquisa da EM. A EM também foi apontada nos mapeamentos como o lugar preponderante de produção das dissertações e teses defendidas em Programas de Ensino ou de Educação Matemática. Tal vínculo não exclui, em hipótese alguma, as interações e as relações construídas com o campo da História ou História da Educação, assim como da História da Matemática.

O processo de constituição e circulação dos estudos da Hem no Brasil nas últimas duas décadas foram acompanhados e inseridos num movimento mais amplo de crescimento do campo da EM, assim como do processo de expansão dos Programas de pós-graduação na área de Educação no mesmo período. De forma similar, se faz necessário destacar a injeção de verba pública em projetos de pesquisa, bolsas de estudo para alunos e outras ações de fomento subsidiadas principalmente pela CAPES, pelo

[20] Os artigos intitulam-se: *Trends of the history of mathematics education in Brazil* (VALENTE, 2010) e *Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games* (MIGUEL; MENDES, 2010).
[21] Artigo *The history of mathematics education in Brazil* (CARVALHO; DASSIE, 2012).

CNPq e por agências estaduais; cenário infelizmente sem perspectivas de continuidade. Deixa-se o registro, de que, a despeito da constatação da significativa expansão do campo da Hem, as interlocuções com o estrangeiro carecem de fortalecimento, de estreitamento de parceiras, com vistas à ampliação de trocas e aprendizagens com abordagens e tendências diferenciadas.

Outros movimentos podem ser apontados como aproximação da Hem com a EM, como as interlocuções entre a Hem e a Formação do professor que ensina matemática, tema em debate no III e IV ENAPHEM (2014 e 2016). Nas duas edições, foram socializadas e discutidas as primeiras experiências de inserções dos estudos da Hem na formação de professores que ensinam matemática, seja em espaços disciplinares da formação inicial de professores de matemática, seja em espaços não disciplinares.

O livro *História da Educação Matemática e Formação de Professores: aproximações possíveis* (LEME DA SILVA; PINTO, 2020) teve o privilégio de chamar um pesquisador estrangeiro para tecer considerações sobre as produções da Hem sintetizadas na obra. O pesquisador português José Manuel Matos assinou o prefácio intitulado: *História da Educação Matemática e Educação Matemática,* no qual busca aprofundar a relação entre o campo da EM e o da Hem, discutindo os modos como o estudo do passado podem ajudar à compreensão dos problemas do ensino e da aprendizagem da matemática atual.

Matos sustentou uma defesa em prol do uso da Hem no ensino de matemática em seis pontos: (A) melhoria da aprendizagem da matemática; (B) melhor apreciação da natureza da matemática e da atividade matemática escolar, olhando de um ponto de vista diferente conceitos, representações, conjecturas, provas e sequências; (C) motivação para a aprendizagem da matemática; (D) entendimento do papel cultural da matemática; (E) conhecimento histórico da matemática escolar; e (F) perspectiva de modos distintos de ensino de temas matemáticos. Todos os argumentos nos parecem pertinentes, no entanto, ao se questionar o "como" fazer tal uso, Matos deixa o espaço aberto para estudos futuros (MATOS, 2020).

Apontar perspectivas futuras é um enorme desafio e com certeza requer inúmeras ações. Como campo de investigação em processo de expansão no Brasil, a Hem parece manter interlocuções próximas com a EM brasileira. Tais indicativos seriam suficientes para caracterizar a Hem como especificidade da EM, ou as especificidades das problemáticas do campo indicam a criação de um novo e autônomo campo acadêmico? Em ambas as possibilidades, parece ser pertinente ampliar as interlocuções com o estrangeiro.

Podemos também, de maneira recíproca, questionar como e de que forma a EM vem mobilizando ou não os estudos da Hem. A constatação de Valente (2020) sobre ser recorrente a ausência de referências aos estudos de Hem nos textos dos historiadores da educação poderia ser estendida aos textos dos educadores matemáticos? Dito de outra maneira: será que, por exemplo, a Hem vem sendo mobilizada nas pesquisas de formação de professores que ensinam matemática?

O presente texto teve o intuito de reunir estudos que buscaram mapear e compreender o processo de constituição e expansão da Hem no Brasil, trazendo para a conversa outros elementos a compor a compreensão do processo, como a participação de pesquisadores brasileiros em eventos nacionais e internacionais, as publicações internacionais, entre outros aspectos. O exame sobre como e com quem dialogamos para chegar ao momento atual pode indicar caminhos para projetar futuras interlocuções com diferentes parceiros, sejam eles nacionais ou internacionais. Quem hoje são os interlocutores das produções da Hem brasileira? Quais interações devem ser fomentadas e projetadas entre a Hem e a EM? Será pertinente discutir a validação do campo científico da Hem por outra área, por exemplo, a EM? Essas são algumas questões que deixamos para o debate com os pesquisadores do GT 15...

Referências

BLOCH, M. **Apologia da História ou O ofício de historiador**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.

BRITO, A. J.; MIORIM, M. A. A institucionalização da História da Educação Matemática. *In*: GARNICA, A. V. M. (org.) **Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil:** sob o signo da pluralidade. São Paulo: Livraria da Física, p. 67-92, 2016.

BOURDIEU, P. **Os usos sociais da ciência:** por uma sociologia clínica do campo científico. São Paulo: Editora UNESP, 2004.

CARVALHO, J. B. P.; DASSIE, B. A. The history of mathematics education in Brazil. **ZDM Mathematics Education**, v. 44, p. 499-511, 2012.

CASTIONI, R.; MELO, A. A. S.; AFONSO, M. C. L. Bolsa produtividade do CNPq na área de Educação: uma análise com foco na Educação Básica. **Educação Pesquisa**, v.46, p. 1-18, 2020.

DASSIE, B. A.; COSTA, D. A. (orgs.) **História da Educação Matemática e Formação de Professores.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

DE CERTEAU, M. **A escrita da história.** Tradução: Maria de Lourdes Menezes, 2. ed. Rio de Janeiro: Forense, 2002.

GARNICA, A. V. M. Outras inquietações: apontamentos sobre História Oral e História da Educação Matemática. **Zetetiké**, v.18, n. 34, p. 259-303, jul./dez. 2010.

GARNICA, A. V. M. (org.) **Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil:** sob o signo da pluralidade. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

GOMES, M. L. M.; BRITO, A. J. Vertentes da produção acadêmica em história da educação matemática: as indicações do EBRAEM. **Bolema**, ano 22, n. 34, p. 105-130, 2009.

LEME DA SILVA, M. C.; PINTO, T. P (orgs.) **História da Educação Matemática e Formação de Professores:** aproximações possíveis. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

MATOS, J. M. Prefácio: História da Educação Matemática e Educação Matemática. *In*: LEME DA SILVA, M. C.; PINTO, T. P. (orgs.). **História da Educação Matemática e Formação de Professores:** aproximações possíveis. São Paulo: Editora Livraria da Física, p. 19-51, 2020.

MENDES. I. A.; GONÇALVES, F. D. S. Caracterização da pesquisa brasileira em Dissertações e Teses sobre História da Educação Matemática (1990-2010). **Revista Colombiana de Matemática Educativa**, n. 5, p. 55-69, 2020.

MIGUEL, A.; MENDES, I. A. Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. **ZDM Mathematics Education**, v. 42, p. 315-323, 2010.

VALENTE, W. R. Trends of the history of mathematics education in Brazil. **ZDM Mathematics Education**, v. 42, p. 315-323, 2010.

VALENTE, W. R. (org.) **História da Educação matemática no Brasil:** problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

VALENTE, W. R. Matemática, Educação e História da Educação Matemática: Campos disciplinares e o saber profissional do professor que ensina matemática. *In*: VALENTE, W. R. (org.) **Ciências da Educação, Campos Disciplinares e Profissionalização:** saberes em debate para a formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, p. 187-210, 2020.

Histórias de Vida de professoras e o ensino de Matemática na região de Ouro Preto (entornos de 1930 a 2000)

Life stories of female teachers and the teaching of mathematics in the region of Ouro Preto (around 1930 to 2000)

Iara Leticia Leite de Oliveira
Unesp – *campus* Rio Claro
iaral.oliveira@yahoo.com

Heloisa da Silva
Unesp – *campus* Rio Claro
heloisa.silva1@unesp.br

Resumo
Este artigo discorre sobre aspectos das histórias de professoras aposentadas da região de Ouro Preto – MG acerca do ensino de Matemática no período em que se formaram e atuaram, isto é, nos entornos de 1930 a 2000. As discussões são fruto de uma pesquisa de doutorado, cujo objetivo foi tecer compreensões sobre os processos de constituição de nove professoras da região de Ouro Preto. Os dados foram produzidos a partir de entrevistas segundo os pressupostos metodológicos da História Oral de vida, praticados no grupo de pesquisa Ghoem. Ao problematizarmos aspectos dessas histórias de vida relativamente à educação matemática, observamos que elas dizem respeito a diferentes experiências escolares quanto à organização do espaço escolar, aos materiais utilizados, às características do ambiente escolar, às especificidades de algumas disciplinas escolares, aos modos como os(as) professores(as) conduziam as aulas, e às ações de ensino implementadas por elas enquanto professoras. As histórias que contam sobre suas práticas de ensino ora tendem a se aproximar, ora se afastar daquelas do Movimento da Escola Nova. Essas narrativas são um potente instrumento formativo e de diálogo que nos possibilitam refletir sobre o passado e operar no tempo presente com as problemáticas atuais e singulares a determinados contextos. As histórias de vidas dessas professoras constituem um repertório que compartilham práticas do ensino e aprendizagem da Matemática em espaços de formação e atuação que trafegam entre o presente e o passado, entre a invenção e a permanência. O discurso e a postura das professoras flutuam entre a tradição e a inovação em suas práticas de ensino: determinadas ocasiões, prezam por jogos, materiais ou contato com locais fora da escola que possibilitem ao aluno explorar determinado conteúdo, em outras comentam, por exemplo, a exigência quanto ao aluno decorar a tabuada.

Palavras-chave: História da Educação Matemática; História Oral de vida; Práticas de Ensino da Matemática; Movimento da Escola Nova.

Abstract
This text discusses aspects of the stories of retired teachers in the Ouro Preto – MG region about the teaching of mathematics in the period in which they graduated and worked, that is around 1930 to 1980. The results come from a research, whose objective was to understand the processes of constitution of teachers in the region of Ouro Preto. The data were produced from interviews according to the methodological assumptions of the Oral History of life, practiced in the research group Ghoem. When we problematize aspects of these life stories, in relation to mathematical education, we observe they relate to different school experiences regarding: the organization of the school space, the materials used, characteristics of the school environment, the specificities of some school subjects, the ways in which teachers conducted classes, and the teaching actions implemented by them as teachers. The stories they tell about their teaching practices tend to come close to those of the New School Movement. These narratives are a powerful training and dialogue tool that allow us to reflect on the past and operate in the present time with the current and singular

problems in certain contexts. The stories they tell about their teaching practices sometimes tend to get closer and sometimes move away from those of the New School Movement. These narratives are a powerful training and dialogue tool that allow us to reflect on the past and operate in the present time with the current and unique problems in certain contexts. The stories of these teachers' lives constitute a repertoire that share the teaching and learning practices of Mathematics in spaces of formation and performance that travel between the present and the past, between invention and permanence. Teachers' discourse and posture fluctuate between tradition and innovation in their teaching practices: on certain occasions, they value games, concrete materials or contact with places outside the school that allow the student to explore certain content, in others they comment, for example, the requirement for the student to memorize the multiplication table.

Keywords: History of Mathematics Education; Oral History of Life; Mathematics Teaching Practices; New School Movement.

1. Um começo, uma região, vidas de professoras

Este artigo é fruto de uma pesquisa de doutorado que buscou analisar aspectos da história de vida de nove professoras da região de Ouro Preto – MG[1] nascidas nas cercanias das décadas de 1930, 1940 e 1950. A investigação esteve direcionada pela seguinte questão: *como se deu o processo de tornar-se professoras, que se formaram e atuaram, na região de Ouro Preto – MG?* Essa região está situada no interior do estado de Minas Gerais e abarca uma população estimada em pouco mais de 177 mil habitantes, ocupando uma extensão territorial de cerca de 3.251 km². No cenário educacional, as depoentes destacam a dificuldade em relação ao acesso às instituições de ensino que não se resumia apenas aos fatores de estradas ruins, deslocamento de um lugar para outro ou questões climáticas, mas também a própria situação financeira era um fator que pesava para as famílias adiarem os estudos dos(as) filhos(as)[2]. O acesso à instrução no nível primário (correspondente ao atual Ensino Fundamental I), geralmente, se dava na localidade em que essas professoras moravam. Às vezes, as escolas localizadas nos distritos ou na zona rural ofertavam apenas os dois ou três primeiros anos do Ensino Primário, portanto para conclui-lo era necessário recorrer à uma escola primária situada em localidade mais próxima, na maioria das vezes na sede do município. Ao avançar para os demais níveis escolares o número de instituições era bem reduzido, no nível superior esse valor era ainda mais baixo.

O estudo baseou-se nos dados produzidos a partir de entrevistas, segundo os pressupostos metodológicos da História Oral de vida praticada na perspectiva do grupo

[1] Composta pelas seguintes cidades: Acaiaca, Diogo de Vasconcelos, Itabirito, Mariana e Ouro Preto.
[2] No geral, diante de uma escolha adiava-se o estudo das meninas e optava-se pelo ensino institucionalizado dos meninos.

de pesquisa Ghoem (Grupo História Oral e Educação Matemática) do qual participamos. A metodologia da História Oral de vida tornou-se plausível para essa pesquisa por permitir discutir sobre os movimentos ocorridos nos processos de constituição das docentes na região, considerando as peculiaridades de cada história por elas contadas. Sob esse ponto de vista, destacamos a importância de pesquisas que fazem uso de histórias de vida a partir da História Oral e de narrativas autobiográficas no processo de participação feminina na História da Educação (Matemática), uma vez que,

> se, aparentemente, as mulheres têm lembranças diferentes das dos homens, a diferença não se deve a fatores biológicos, mas aos lugares sociais que ambos ocupam ou ocuparam. A memória é marcada, para homens e mulheres, pelos tipos de papéis sociais desempenhados, em trajetórias constituídas pelo meio socioeconômico e cultural, pelo nível educacional, pela faixa etária, entre outros elementos. Assim, as memórias não são femininas ou masculinas especificamente: elas resultam das experiências de cada pessoa (MELILLO; GOMES, 2021, p. 248).

Ou seja, o lugar de fala torna-se relevante para se trazer à tona nuances dessas histórias que somente as mulheres poderiam retratar. Essa investigação trata e contribui com a escrita da história de docentes mulheres, pois tematizar suas histórias é uma forma de assumi-las como parte desse cenário educacional, social, histórico tão amplo e de repensar o lugar/o papel que foi/é atribuído a elas.

No texto, de modo geral, exploraremos alguns aspectos da trajetória dessas docentes referente ao período em que se formaram e atuaram na região Ouro Preto contribuindo para discussões na vertente da História da Educação (Matemática).

2. Problematizando a história da educação matemática a partir de narrativas orais

Ao mobilizarmos a História Oral, perpassamos por alguns procedimentos, comumente utilizados no Ghoem e vastamente disseminados pelas publicações do grupo, como: escolha e contato com as depoentes; elaboração do roteiro; realização da entrevista; transcrição e textualização[3]; legitimação das narrativas produzidas por meio da leitura pelas depoentes e assinaturas das cartas de cessão de direitos. Esses pressupostos não são fixos ou rígidos, mas são produzidos/reinventados a partir das apropriações singulares inerentes ao processo investigativo à medida que a trajetória de cada pesquisa vai se delineando.

[3] As textualizações constituem-se como uma narrativa colaborativa entre entrevistado e entrevistador.

As histórias de vida se constituem como um dos vieses da História Oral, em que o depoente narra sobre sua vida e nos possibilita colocar em circulação e conhecer as histórias de diferentes sujeitos fragmentados e ordinários, que poderiam ou não ser ignorados. Com isso, ampliam os horizontes do conhecimento sobre o outro e seu mundo ao produzirmos junto com esses vestígios uma trama das vivências narradas que ora se entrelaçam, ora se desfiam em (re)construções de determinado tempo e espaço vivido. Esses relatos nos mostram como essas vidas são permeadas por permanências e instabilidades e como cada trajetória se altera no decorrer do tempo. Por isso, essas narrativas têm seu valor como fontes historiográficas. Essa produção intencional de fonte é potencial não apenas para nossa pesquisa, mas também para outras investigações que tenham interesse em discutir temáticas presentes nas narrativas. Esse movimento de operar com as narrativas deverá estar envolto de procedimentos e cuidados éticos.

Neste exercício de buscar registrar versões históricas acerca dos sujeitos que estiveram inseridos em distintos contextos e circunstâncias, entendemos a história como

> o estudo dos homens, vivendo em comunidade, no tempo. Não [sendo] possível defender a ideia de que a história é o estudo do passado, pois o passado, em si, não tem consistência ontológica, de modo a ser estudado ‘como’ passado. É preciso a substância humana para que o passado venha a ser, de algum modo, ontologizado, com o que um discurso sobre ele seria possível (GARNICA, 2008, p. 131).

Essa perspectiva nos leva a entender a história como um movimento que, partindo de questões do presente, possibilita discutir a dinamicidade dos eventos e nos leva a uma abertura para novos sentidos a esses eventos, não tomando o passado como elemento *a priori*, mas entendendo-o como uma invenção que ocorre no presente, ou seja, “escrever história é também mediar temporalidades” (ALBUQUERQUE JÚNIOR, 2019, p. 39).

Neste sentido, na História (da Educação Matemática), campo que tem como objeto de estudo a natureza histórica acerca dos diferentes aspectos ou a área da educação matemática, pesquisadores argumentam que ao dialogarmos com as histórias constituímos novas histórias:

> [...] não apenas porque fazemos perguntas novas ao passado, mas também, e sobretudo, porque incorporamos novas fontes, novas vozes a esse diálogo; percebemos novas possibilidades de estabelecimento de relações entre discursos aparentemente desconexos e incomensuráveis; porque impomos ao passado novos deslocamentos, novos focos de descontinuidade e novos elos de continuidade, etc. (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 161).

Para falar sobre as abordagens do ensino da matemática, escolhemos tecer nossas análises e compreensões pelas narrativas dessas professoras – tomadas como “fontes de diálogos e não como fontes de respostas ou fórmulas" (MIGUEL; MORIOM, 2008, p. 161) – e também pelas referências da área.

Ao problematizarmos aspectos das histórias de vida das professoras relativamente à educação matemática, observamos que elas dizem respeito a diferentes experiências escolares quanto: à organização do espaço escolar, aos materiais utilizados, às características do ambiente escolar, às especificidades de algumas disciplinas escolares, ao modo como os(as) professores(as) conduziam as aulas, as ações de ensino implementadas por elas enquanto professoras, como também o sentido que elas davam/dão a essas ações. Neste contexto, destacam-se ainda reflexões sobre vários campos do conhecimento, inclusive conhecimentos matemáticos acenando para alguns indícios dos distintos processos de ensino e aprendizagem. Sendo assim, essas narrativas são um potente instrumento formativo e de diálogo que nos possibilitam refletir sobre o passado e operar no tempo presente com as problemáticas atuais e singulares a determinados contextos. Analisar essas narrativas é um exercício de subjetividade em que estão imbricadas as nossas interpretações e experiências, que poderão ser distintas do olhar de outro leitor o qual poderá traçar novos caminhos.

3. O que elas contam sobre o ensino de Matemática

Ao longo da carreira como docentes, cada colaboradora, a seu modo, se apropriou de saberes advindos de diferentes espaços (escola, família, comunidade, universidade, curso de formação, etc.) e desenvolveu suas práticas de ensino em diversos contextos. No esforço das práticas pedagógicas cotidianas, foram produzindo sua profissão e também o outro – seu(sua) aluno(a), seu(sua) colega de profissão e tantos(as) outros(as) que atravessaram suas vidas.

Em termos do ensino da matemática é necessário um cuidado de nossa parte em nossas interpretações a fim de não cairmos em um reducionismo, visto que as entrevistadas possuem uma formação diversa não apenas pela área, mas também pelos diferentes contextos em que viveram/vivem. Enquanto algumas ensinaram matemática no Ensino Primário (hoje equipara-se ao Ensino Fundamental I), outras transitaram nos demais níveis de ensino do Ensino Secundário (hoje corresponde ao Ensino Fundamental II e Ensino Médio). Das nove professoras entrevistadas, três delas se formaram em

Matemática e atuaram na área, uma professora teve formação na área de Ciências, mas, durante sua carreira, trabalhou com a Matemática e as demais tiveram em seu ofício a incumbência de ensinar a Matemática no Ensino Primário por meio da formação no Curso Normal. Sendo que dessas últimas, três, posteriormente, fizeram o curso de Licenciatura em Pedagogia ou Letras.

Sobre os seus processos formativos na educação básica, as professoras, de forma unânime, comentaram que o ensino da Matemática estava pautado no ato de decorar; a aprendizagem de um determinado conteúdo era baseada em um exercício de repetição e memorização. Geralmente, nos dão mais informações sobre o ensino e aprendizagem das operações fundamentais. Nesse contexto, citam a tabuada como um exemplo comum dessa prática na escola primária em que estudaram. Assinalam a dificuldade em memorizá-la, sendo considerado um "bicho de sete cabeças" que deveria ser dominado. Diante disso, apontam o rigor com que era levada a disciplina e os castigos a que eram submetidas, pois não era apenas saber, mas também ser ágil nas respostas: *se o professor falava:* "*3 x 5*". *E você respondia:* "*o quê?*" *Você tinha que ficar depois da aula fazendo cópia, repetindo cem vezes alguma coisa* (Lenir)[4]. A falta de agilidade nas respostas era interpretada como uma possível dificuldade do(a) estudante, por isso deveria fazer cópias, deveria se dedicar um tempo extra para decorar a tabuada.

O texto de Gomes (2014) ao discutir sobre a tabuada apresenta trechos de narrativas autobiográficas produzidas por alunos(as) de um curso à distância[5] a partir de memórias de autores(as) brasileiros(as). Dentre essas memórias, nos chama atenção um fragmento[6] em que o autor sinaliza um aspecto negativo quanto a memorização da tabuada. Sua professora usava a palmatória durante a recitação da tabuada e fazia com que seus(suas) próprios(as) alunos(as) aplicassem nos(as) colegas a punição diante do erro. Com base nesse e em outros trechos, os(as) alunos(as) discorrem sobre alguns instrumentos punitivos. Uma das alunas recorda que sua professora enquanto "tomava a tabuada" segurava a mão dos(as) alunos(as) preparada para bater com uma régua de

[4] Os trechos em itálico foram retirados na íntegra das textualizações das colaboradoras, produzidas a partir da nossa pesquisa.
[5] As narrativas foram elaboradas por alunos(as) em uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática à distância ofertado pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Ver o artigo de Gomes (2014).
[6] O trecho pertence à obra sobre as memórias de Humberto de Campos (1886-1934), publicada em 1951 (GOMES, 2014).

madeira quando a resposta era incorreta e acrescenta "como doía" (GOMES, 2014). Embora não tenhamos esse tipo de registro, percebemos violências simbólicas sofridas pelas professoras, como os castigos após as aulas. Esses relatos sobre a aprendizagem da tabuada trazem à cena aspectos acerca das "relações de poder, refletidas em humilhações, punições e recompensas conferidas aos estudantes" (GOMES, 2014, p. 837).

Outro ponto era a valorização do cálculo mental, a partir de memorizações. *Era necessário decorar a tabuada para fazer as contas. Era aquela Matemática do passado, mas que gravava e ficava na mente da gente. Até hoje, resolvo minhas contas no cálculo mental. Dificilmente uso a calculadora* (Edna). No geral, o modo como as aulas eram conduzidas dava-se mediante giz e exposição do conteúdo por parte do(a) professor(a). A tabuada e o cálculo mental faziam parte do cotidiano das aulas de Matemática, e o rigor estava associado ao castigo quando o(a) aluno(a) se equivocava. Usava-se de dispositivos punitivos como forma de demonstração do modelo a ser seguido.

Embora não fosse tão comum, segundo as colaboradoras, algumas de suas professoras utilizavam outros tipos de práticas como jogos, pequenas competições entre os(as) estudantes[7], materiais para contagem, etc. *Naqueles tempos, eram poucos instrumentos didáticos para ajudar, era tudo muito escasso. Às vezes, eram usados aqueles objetos antigos, ábaco para contagem, ir ao quadro* [...] *para resolver algum exercício* (Edna). Quanto ao uso de diferentes materiais, supomos que não se tratava simplesmente da escassez, mas da própria dificuldade em ter acesso a eles, por isso, no geral, confeccionavam os materiais com objeto de fácil acesso.

O ensino e a aprendizagem da Matemática possuíam seus aspectos árduos, mas também prazerosos como nos momentos em que, por terem mais facilidade, eram selecionadas para auxiliarem os(as) colegas com algum tipo de dificuldades ou ainda os momentos mais leves por meio de algumas práticas diferenciadas (como citadas anteriormente). Pelas narrativas, percebemos que são circunstâncias que iam dos sacrifícios e dificuldades ao fascínio quanto ao ensinar e aprender.

Quanto às características da atuação dessas professoras ao ensinarem Matemática, segundo elas, suas práticas, muitas vezes, vinculavam-se a um domínio mais afetivo,

[7] As competições, embora fossem momentos mais divertidos, induziam a um cálculo rápido, constituindo-se em momentos de treinamento para resolver cálculos de forma rápida e exata.

buscando estimular a criatividade e a imaginação de seus(suas) alunos(as), por meio de atividades em pequenos grupos (para que um(a) aluno(a) auxiliasse o(a) outro(a)), jogos (como forma de motivação e treinamento), atividades experimentais (mediante observação de fenômenos presentes no cotidiano), entre outras. As professoras recorriam a recursos visuais, por meio da construção de materiais didáticos, propiciando um contato visual e tátil. Ao observarmos essas práticas percebemos algumas aproximações com o movimento da Escola Nova[8], iniciado no cenário educacional em 1932, em substituição ao ensino intuitivo que, em geral, tinha a criança como observadora. Esse pensamento surgiu com a fala de uma professora, ao contar que quando estudava *era a escola antiga ainda, depois, quando comecei a trabalhar* [por volta de 1966], *é que veio a Escola Nova* (Edna).

Esse movimento de renovação do ensino, surgido no final do século XIX e denominado Escola Nova, influenciou mais fortemente a Europa, a América do Norte e o Brasil. Em nosso país, os ideais da Escola Nova deram-se em meio a um contexto de transformações políticas, econômicas e sociais. O movimento reivindicava "maior liberdade para a criança, o respeito às características da personalidade de cada uma, nas várias fases de seu desenvolvimento, colocando o 'interesse' como principal motor de aprendizagem" (LEMME, 2005, p. 167), ou seja, o(a) aluno(a) passava a ser o centro no processo educativo. Para isso, a escola devia "oferecer situações em que o[a] aluno[a], a partir da visão (observação), mas também da ação (experimentação) pudesse elaborar seu próprio saber" (VIDAL, 2003, p. 498), isto é, as relações escolares deveriam ser permeadas por um deslocamento do "ouvir" para o "ver", associando o "ver" ao "fazer", exaltando-se o observar e o intuir no processo de construção do conhecimento. Além disso, "o respeito às normas higiênicas na disciplinarização do corpo do[a] aluno[a] e de seus gestos, a cientificidade da escolarização de saberes e fazeres sociais" (VIDAL, 2003, p. 497) eram também características do processo educativo. A ação pedagógica era marcada pela experiência, a qual devia ser concreta, ativa e produtiva, com isso, a ideia era buscar rever as formas tradicionais do ensino.

Quanto ao período em que se formaram, as professoras nos dão poucos elementos que permitem concluir assertivamente que os princípios escolanovistas tiveram presença

[8] Conhecida também como Escola Ativa, Escola Moderna ou Escola Progressista. Um dos principais nomes do movimento é John Dewey (1859-1952), filósofo norte-americano da primeira metade do século XIX.

marcante no cotidiano escolar. Mas, ao atuarem como docentes, ainda que de forma mais restrita entre uma ação e outra, essas características são mais perceptíveis em suas salas.

Com base em algumas características da Escola Nova, observamos a seguir de que forma essas professoras ensinavam Matemática aos(às) seus(suas) alunos(as). Embora houvesse essa movimentação em prol de mudanças do ensino, não podemos tomar a Escola Nova como um movimento unitário e definitivo, no sentido de que as ações educacionais adentraram nas escolas de forma igualitária. O movimento se daria de forma múltipla e diferenciada dada a vastidão territorial de nosso país e as apropriações que eram influenciadas pela forma como cada agente via a instituição escolar e se adequava às práticas escolares.

Algumas professoras comentam que ao lecionar lembravam-se das dificuldades e sofrimentos no processo de suas aprendizagens como estudantes e, por isso, buscavam formas alternativas para ensinar matemática. Um desses exemplos refere-se mais uma vez à temida e famosa tabuada. A professora Leila aponta que não exigia que seus(suas) alunos(as) decorassem a tabuada de um dia para o outro como seus(suas) professores(as) costumavam cobrar, pois considerava que o(a) aluno(a) que não gostava da Matemática ficaria com mais raiva da disciplina; então, em suas aulas, usava *jogos* [...] *em que tinham que saber algumas operações, então já era um princípio de tabuada*. A professora Maria da Consolação ressalta que não hesitava em cobrar a tabuada na “ponta da língua”: *eu cobrava tabuada e muito. Era no jogo de baralho, sabe? Você punha cartas, um jogava o 7 e outro jogava o 5: 7 x 5? 35. Entendeu? E o outro tinha que falar rápido. Depois invertia, se saísse 25 qual a maneira que podia dar 25? 5 x 5. Para ficar diferente. Se ficava uma coisa só toda vida, eles cansavam*. Para elas, os jogos eram uma forma de prender a atenção dos(as) alunos(as), pois, ao usar esse recurso, ele(a) aprendia brincando e se interessavam mais pela Matemática. Ao longo de sua atuação como professoras, elas foram inserindo algumas práticas ao seu repertório. Algumas se inspiraram em suas professoras e buscaram “reproduzir” aquelas práticas que consideravam uma experiência positiva durante sua formação, outras, a partir das frustações escolares, procuravam outros mecanismos para sua ação em sala de aula, buscando romper barreiras que elas próprias tiveram, conduzidas por um movimento voltado mais para uma elaboração conceitual do que procedimentos algorítmicos.

Quanto aos materiais utilizados, a professora Leila considera que na Matemática era mais fácil *por ter onde buscar algum recurso, recolhia tampinhas de garrafa, coisas para contar; no mais, ia usando a imaginação, a criatividade para fazer algo. Eu gostava muito de usar material concreto na Matemática* (Leila). A professora Maria Auxiliadora sinaliza que chegou a confeccionar em sua máquina de costura o quadro valor de lugar *representando a unidade, dezena e centena.* [...] *Colocava lá na lousa o quadro valor do lugar e os meninos iam lá agrupar aquele montinho, passava para lá e para cá* [...] *Ensinava o* '*vai um*'*, o tomar emprestado, que a gente falava* (Maria Auxiliadora). Elas recorriam a objetos que tinham mais fácil acesso (palito, tampinha, pedrinha, moedinha de papel, etc.), que era possível ser obtidos no dia a dia sem um custo financeiro ou com um custo mais baixo. Esses materiais concretos serviam de base às abstrações.

Outra forma de trabalho era lançar mão de recursos visuais ou ainda de atividade com o corpo para tornar os números algo mais palpável aos(às) alunos(as). Foi o caso da professora Maria de Lourdes ao assinalar que na Matemática há possiblidade de tudo ser concretizado, mas, infelizmente, isso nem sempre é feito, ficando só na "decoreba". Na multiplicação *ia trabalhar no pátio, pedia aos alunos para sentarem-se no chão* [...] *para fazer 3 x 4, por exemplo, eu falava:* "*Fulano, vai naquela porção de caneca. Você vai lá 3 vezes e quero que leve apenas 4 canecas daqui desse lugar até aquela mesa ali* [...]". *As canecas estão ali, elas são concretas, os alunos estão vendo* [...] *Com esse movimento, o aluno percebia que a multiplicação é uma soma de viagens, entendeu?* (Maria de Lourdes). Por meio dessa movimentação os alunos iam operando com os números.

A música era também um recurso didático usado pela professora Maria Auxiliadora: *Eu aprendi e ensinei para os meus alunos a tabuada cantando ela, porque você fala e escuta. Aí, você grava. Na casa da minha avó* [...] *Eu sentava na gangorra e ficava para lá e para cá, 2 x 2 = 4, 2 x 3 = 6* [...] *cantando assim. Aí, aprendi. Minha tia tomava tabuada e eu sabia ela todinha. Decorei mesmo, sabe?* (Maria Auxiliadora). Já a professora Lenir explicava o conteúdo para os(as) alunos(as), depois ia para fora da sala de aula, separava-os(as) em grupos e pedia para que produzissem uma paródia daquele conteúdo na linguagem deles. A música era uma forma de ir estabelecendo algumas associações. Em suas práticas, algumas optam por regras mais sugestivas que auxiliassem o(a) estudante no entendimento do conteúdo trabalhado.

Para o ensino das figuras geométricas trabalhavam com a representação. A professora Maria da Consolação recorria aos canudinhos para confeccionar as figuras geométricas. No trabalho com a EJA (Educação de Jovens e Adultos) *montava e depois fazia exposição* [...] *A matemática é cansativa para quem não gosta, não é? Ainda mais à noite, você tinha que torná-la prazerosa* (Maria da Consolação). A estratégia da professora Maria da Conceição para ensinar Geometria foi criar uma irmã gêmea: *Eu já tinha carro e, nesse dia, eu não ia de carro, pois eu era a Mary* [...] *Eles adoravam e ficavam me perguntando:* "*A Mary vai vir amanhã?*" [...] *Eles acreditavam na história de irmãs gêmeas, pois eu ia vestida completamente diferente* [...] *Deu vontade de fazer isso para que eles gostassem da Geometria. Eles ficavam malucos para o dia da Geometria* (Maria da Conceição). Percebe-se que sua ideia inicial era despertar a curiosidade e o interesse das crianças para a Geometria.

Outro artifício era sair com os(as) alunos(as) da escola. Para ensinar Teorema de Tales, a professora Maria da Conceição levava seus(as) alunos(as) às obras. *Os pedreiros explicavam tudo sobre a obra, sem saber que estavam explicando o conteúdo da aula. E os alunos tinham que saber a teoria.* [...] *Quando a gente estudava a trigonometria, íamos para a rua para poder medir a distância, a altura... Olha, Iara, eu não trabalhei do mesmo modo como eu aprendi, porque era muito decorado* (Maria da Conceição). Outras professoras mencionam que incentivavam os(as) alunos(as) a observarem alguns objetos de seu dia a dia e as similaridades com a Matemática, simulavam um supermercado na sala de aula para que os(as) alunos(as) comprassem e fizessem os cálculos, levava os(as) estudantes ao pátio para medir portas, janelas e trabalhar área, perímetro, volume. Em seu trabalho, buscavam elementos que estivessem mais próximos das crianças, envolvendo o seu cotidiano, impulsionando-as a serem mais ativas em seu processo de aprendizagem, buscando valorizar a pesquisa e a descoberta. Com isso, em muitos momentos, o próprio espaço da escola era explorado para o trabalho com a Matemática.

Quando observamos as falas sobre os diferentes recursos didáticos que essas professoras utilizavam em suas aulas, percebemos que, em vários momentos, o foco recai sobre o(a) aluno(a), há uma preocupação genuína com seu aprendizado. Assim o ensino da Matemática, em alguns momentos, era pautado no uso de materiais didáticos concretos (geralmente, construído pelas próprias professoras e alunos(as)) e também pela busca de aproximações com as práticas cotidianas dos(as) alunos(as). As professoras procuravam fazer um trabalho experimental, no sentido de um movimento de sair da sala para que o(a) aluno(a) tivesse algo mais palpável, ao observar e ter contato com a Matemática usada no dia a dia. Podemos dizer que conduziam por um caminho de vivência do conteúdo, ainda que em um momento ou outro houvesse um rigor, buscavam ter uma prática em que estivesse em evidência o desenvolvimento do(a) aluno(a).

O discurso e a postura das professoras flutuam entre a tradição (no sentido de uma permanência de determinados tipos de práticas) e a inovação (entendida como uma mudança em suas práticas)[9]. Em determinadas ocasiões, prezavam por jogos, materiais ou contato com locais fora da escola que possibilitassem a exploração de determinado conteúdo por parte do(a) aluno(a), em outras comentam, por exemplo, a exigência quanto ao(à) aluno(a) decorar a tabuada. Ou ainda, em um movimento de ter o(a) aluno(a) como centro do processo educativo, mas ao mesmo tempo também ter seu papel de autoridade como professora preservado, em uma relação mais verticalizada.

4. Um final: das diferenças nas repetições e da potência de suas problematizações

A partir de 1990, houve na pesquisa educacional um crescente interesse sobre a figura do professor, buscando conhecer aquilo que pensa e faz, observando suas concepções, práticas, escolhas, saberes, ou seja, houve uma mudança de paradigma que desde então tem se interessado em conhecer de perto “quem é o(a) professor(a)”, observando sua subjetividade, historicidade e identidade (ANDRÉ, 2009). E a História Oral permite uma aproximação com essas temáticas que circulam nas pesquisas em Educação (Matemática) e com essas realidades educacionais e os sujeitos nelas envolvidos(as). Com isso, a História Oral nos possibilita encurtar as distâncias entre a academia e o cotidiano educacional, buscando conhecê-los, estranhá-los e desnaturalizá-los. As histórias de vidas dessas professoras constituem um repertório que compartilham práticas do ensino e aprendizagem da Matemática em espaços de formação e atuação que

[9] É importante destacar que não estamos associando a esse movimento (entre tradição e inovação) uma qualificação de melhor ou pior, são práticas distintas entre si. Quando falamos sobre práticas de sala de aula, compreendemos que não há como afirmar ou lutar por uma perenidade, seja no sentido de sempre haver práticas permanentes ou uma mudança constante. Entendemos que em alguns momentos, nós mantemos algumas práticas, em outros buscamos rompê-las, para que em algum momento elas venham a se manter. Enfim, são empreitadas que os(as) professores(as) efetuam na busca de possibilidades que façam sentido na sala.

trafegam entre o presente e o passado, entre a invenção e a permanência. A partir das narrativas compreendemos os diferentes cenários do campo educacional brasileiro contribuindo, assim, para a produção de conhecimento histórico.

Sobre os desafios da tabuada essas narrativas podem se constituir como potentes registros para problematizar a cultura escolar. Em Silva (2020), nos aproximamos da fala de Adair Nacarato que, ao trabalhar com as narrativas na formação de professores(as), tem buscado romper com alguns elementos arraigados tão fortemente na educação, como a questão da reprodução e da tendência tecnicista. Em sua entrevista comenta que, a partir das histórias narradas por diferentes sujeitos, percebe que:

> Tem coisas que aconteciam nas décadas de 1970, 1980, 1990 e que continuam acontecendo com a meninada agora nos anos de 2000, de 2010 [...] Essa maldita tabuada que eu gostaria de apagar e criar outro nome, você entendeu? Chamada oral e humilhação... Coisas que alunos[as] de vinte anos vêm narrando para a gente que passou na escola. Como, gente? Com todas as reformas que tivemos, com todo o movimento e continua... (Textualização de Adair Mendes Nacarato – SILVA, 2020, p. 82).

Diante disso, percebemos que a longevidade e a permanência de algumas práticas que compõem a cultura escolar, mostram-se “como sobrevivências do passado no presente, resistentes a muitas tendências e propostas pedagógicas que atravessaram a educação escolar no Brasil” (GOMES, 2014, p. 837). No entanto, as estratégias repetidas[10] por essas professoras se diferem daquela de suas vivências nos bancos escolares. Para uma das professoras, memorizar a tabuada continuou sendo importante, porém já não seguia os mesmos moldes de ensino que ela teve, nem os castigos e, muito pelo contrário, inseria a música como estratégia. Outra professora sabia que se exigisse de seus(suas) alunos(as) a tabuada decorada de um dia para o outro, implicaria em repulsa pela Matemática, então para resolver isso, usava jogos.

Em um primeiro momento, ainda que observemos uma aparente conduta que se repete da professora que coloca o foco no(a) aluno(a), que preocupa-se com sua aprendizagem e, à primeira vista, se aproxima daquela imagem maternal, em outro momento, essa postura das professoras pode ser lida de forma diferente. Ao longo de suas narrativas, percebemos que vão se distanciando daquele papel da professora com

[10] Compomos essa observação com Deleuze (1988), para quem a repetição não se deixa explicar pela forma de identidade (seja no conceito ou na representação), mas pela diferença, sendo esta caracteristicamente intransponível. Para ele, “repetição é comportar-se, mas em relação a algo único ou singular, algo que não tem semelhante ou equivalente. Como conduta externa, esta repetição talvez seja o eco de uma vibração mais secreta, de uma repetição interior e mais profunda no singular que a anima” (DELEUZE, 1988, p. 22).

características maternais que trabalhavam a matemática, inclusive, em paralelo com o prezar pelos bons costumes (associado ao rigor e aos castigos) e vão assumindo uma posição de investigadoras, estudiosas e batalhadoras, analisando os seus modos de aprendizagem e de seus(suas) estudantes, investindo em novos modos de se ensinar seja por meio de cursos em outras localidades ou mesmo observando os(as) colegas de trabalho, buscando e inventando outros recursos, direcionando o ensino e a aprendizagem a partir daquilo que já tinham uma certa proximidade como a música, a arte, a cultura, a história, aproveitam a posição de destaque (como professora, diretora, inspetora, entre outros) para transformar a localidade em que moravam.

5. Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (Capes) pelo financiamento por meio da concessão da bolsa de estudos de doutoramento – Código de Financiamento 001, à Pró-Reitoria de Pós-Graduação da Unesp (PROPG – Unesp) pelo auxílio financeiro que permitiu a realização de algumas entrevistas que compõe esta investigação por meio do Edital 12/2017 – PROPG: Mobilidade Discente na Pós-Graduação e, por fim, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento por meio do Edital MCTI nº 001/2016 Universal (CNPq), projeto coordenado por Heloisa da Silva, orientadora desta tese de doutorado.

6. Referências

ALBUQUERQUE JUNIOR, D. M. de. **História**: A arte de inventar o passado. Ensaios de teoria da história. Curitiba: Editora Appris, 2019.

ANDRÉ, M. E. D. A. A produção acadêmica sobre formação de professores: um estudo comparativo das dissertações e teses defendidas nos anos 1990 e 2000. **Formação Docente**, Belo Horizonte, v. 01, n. 01, p. 41-56, ago./dez. 2009.

DELEUZE, G. **Diferença e repetição**. Tradução Luiz Orlandi e Roberto Machado. Rio de Janeiro: Editora Graal, 1988.

GARNICA, A. V. M. **A experiência do labirinto**: Metodologia, História Oral e Educação Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 2008.

GOMES, M. L. M. História da Educação Matemática, Formação de Professores a Distância e Narrativas Autobiográficas: dos sofrimentos e prazeres da tabuada. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 49, p. 820-840, ago. 2014.

LEMME, P. O Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova e suas repercussões na realidade educacional brasileira. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 86, n. 212, p. 163-178, jan./abr. 2005.

MELILLO, K. M. de C. F. A. de L.; GOMES, M. L. M. Maria do Carmo Vila e a Educação Matemática em Minas Gerais (1970-1995). **Bolema**, Rio Claro, v. 35, n. 69, p. 242-262, abr. 2021.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

SILVA, M. S. **O que podem as narrativas na Educação Matemática brasileira**. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2020.

VIDAL, D. G. Escola nova e processo educativo. *In:* LOPES, E. M. T.; FARIA FILHO, L. M.;

VEIGA, C. G. (Orgs.) **500 anos de educação no Brasil**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. p. 497-517.

Ideias Pedagógicas sobre o erro em Matemática: Subsídios para a História da Educação Matemática

Pedagogical ideas about to make a mistake in mathematics: Contributions to the History of Mathematics Education

Wagner Rodrigues Valente
UNIFESP-GHEMAT Brasil
ghemat.contato@gmail.com

Resumo
Este texto analisa as mudanças das ideias pedagógicas sobre o erro em matemática. Para tal, utiliza como referente teórico-metodológico categorias vindas da História Cultural. Assim, interessa analisar como foram construídas representações sobre o erro em matemática ao longo do tempo, tendo em vista um marco temporal que abrange desde a segunda metade do século XIX até aos dias atuais. As conclusões obtidas por meio da análise de obras didáticas, textos utilizados na formação de professores, artigos de revistas pedagógicas dentre outros documentos, levam ao entendimento das mudanças do erro ligado ao cálculo exato até a valorização, em dias atuais, do cálculo aproximado.

Palavras-chave: Educação Matemática; avaliação; aritmética; curso primário; cálculo; História Cultural

Abstract
This text analyzes changes in pedagogical ideas about error in mathematics. For this purpose, it uses as a theoretical-methodological reference categories from Cultural History. Thus, it is interesting to analyze how representations of error in mathematics were constructed over time, considering the second half of the 19th century to the present day. The conclusions obtained through the analysis of didactic works, texts used in teacher training, articles from pedagogical journals, among other documents, allow the understanding of the changes from error linked to exact calculation to the valorization, nowadays, of approximate calculation.

Keywords: Mathematics Education; school evaluation; arithmetic; primary course; calculation; cultural history

Considerações iniciais

Este texto tem por objetivo contribuir com os estudos sobre história da educação matemática tratando, em específico, das mudanças das ideias pedagógicas sobre o erro em matemática. Em um linguajar mais técnico, utilizando categorias de análise vindas da História Cultural, interessa-nos analisar a construção de representações (CHARTIER, 2016) sobre o erro em matemática, a partir dos discursos pedagógicos sobre o tema.

De modo a melhor circunscrever o tratamento sobre o erro em matemática, abordaremos as ideias pedagógicas orientadoras dos ensinos nos primeiros anos escolares. E, ainda, trataremos mais especificamente do cálculo. A problemática de pesquisa irá ater-se ao âmbito dos estudos históricos, entendido como necessidade de elaboração de uma narrativa explicativa sobre os processos de mudança a respeito do modo de tratar o erro nos ensinos de matemática. Como foram construídas e modificadas as representações sobre o papel do erro em matemática? A resposta a tal interrogação permitirá compreender a passagem da valorização do cálculo exato ao cálculo aproximado para os primeiros anos escolares.

Sobre discursos e práticas

Parece ser senso comum, mesmo para muitos pesquisadores, ao apartarem teoria e prática, paradoxalmente, diminuírem o papel da teoria. Assim, a construção de discursos sobre a prática – práticas discursivas - teria *status* menor relativamente à abordagem do real. E, neste caso, tratar das práticas teria mais importância, pois significaria, com isso, considerar o próprio real. Essa perspectiva é problematizada pelo historiador Roger Chartier, em análise que realizou dos estudos de Michel Foucault:

> Estabelecer firmemente a distinção entre as práticas discursivas e as práticas não discursivas não implica considerar, no entanto, que só estas últimas pertencem à "realidade" ou ao "social". Contrariamente àqueles que assim pensam (especialmente historiadores), tomando uma "ideia muito estreita do real", Foucault afirma: "É preciso desmistificar a instância global do real como totalidade que é necessária restituir. Não existe "o" real que seria alcançado sob a condição de tratar de tudo ou de certas coisas mais "reais" que outras, e que se perderia em benefício de abstrações inconsistentes, por limitar-se a fazer surgir outros elementos e outras relações. Há necessidade de interrogar, também, talvez o princípio, frequentemente admitido implicitamente, que a única realidade a que deveria aspirar a história é a sociedade mesma. Um tipo de racionalidade, uma maneira de pensar, um programa, uma técnica, um conjunto de esforços racionais e coordenados, objetivos definidos e pesquisados, instrumentos para alcançá-los etc., tudo isso é real, mesmo quando isso não pretenda ser "a realidade" mesma nem a sociedade toda" (CHARTIER, 2006, p. 31, itálico do autor, tradução nossa).

Essas referências trazidas dos estudos de Foucault ao campo da história proporcionaram reflexões importantes para o próprio trabalho dos historiadores. Em realidade tais contribuições foucaltianas impulsionaram um redirecionamento do campo historiográfico, com rupturas fundamentais relativamente ao que havia até então. No dizer do mesmo historiador cultural Roger Chartier, novamente trazendo as contribuições de Foucault,

> Se anula desta maneira, a divisão, considerada por muito tempo como fundadora da prática historiadora, entre, por um lado, o vivido, as instituições, as relações de dominação e, por outro lado, os textos, as representações, as construções intelectuais. O real não pesa mais de um lado do que outro: todos esses elementos constituem "fragmentos de realidade", cujo ordenamento terá que ser compreendido (...) (CHARTIER, 2006, p. 32).

Discursos e práticas deverão ser tratados na produção do historiador, ciente de que é preciso ter em conta que são instâncias diferentes, irredutíveis uma à outra. A percepção dessas instâncias e o modo como tratá-las estão no centro do trabalho do historiador cultural: "A afirmação da irredutibilidade das práticas aos discursos, que sempre estão articulados, mas não são homólogos, pode ser considerada como o princípio que funda toda história cultural (...)" (CHARTIER, 2006, p. 51).

Sob essa perspectiva, então, aqui consideramos que a análise de discursos sobre as práticas pedagógicas envolve o estudo de diretivas educacionais, leis, decretos e toda sorte de documentos relativos ao ensino de matemática. Tais estudos têm papel fundamental para a compreensão da "realidade" educativa. Por certo, o desafio maior, para o historiador cultural, consiste em uma elaboração teórica que possa evidenciar a articulação existente entre discursos e práticas. Este texto lança-se a esta tarefa, mesmo que de modo muito inicial, ao tratar do erro em matemática.

O estudante não pode errar! O cálculo exato como finalidade educativa

O longo período que se estende desde a criação de escolas de primeiras letras, nas décadas iniciais do século XIX, até as suas décadas finais, pode ser entendido como o período de existência do estudante. Ele, parece, ainda é entendido como sendo criança vista como um adulto em miniatura (FERNANDES; KUHLMANN JÚNIOR, 2004). Tal herança remonta à Idade Média. A psicologia ainda não havia nascido, pelo menos a psicologia de base experimental, de modo a ter papel incisivo no meio escolar. As idas e vindas de criação de escolas normais, aos poucos, consolidam o curso primário. Quatro anos de escolaridade como o máximo que a maioria da população poderia almejar. As finalidades dessa escola, nos discursos que a instituem, ligam-se às necessidades práticas. Será preciso dar ao curso primário o caráter de preparo para a vida fora da escola. Ele necessita ser útil ao estudante. Afinal de contas, a escola do ler, escrever e contar escolarizou esses saberes vindos das práticas profissionais (HÉBRARD, 1990).

A chamada escola de primeiras letras acentuou, para o "contar", o caráter de sua utilidade: era preciso ensinar os estudantes a fazerem cálculos. Na vida fora da escola, era imperativo saber calcular; e os cálculos deveriam ser exatos. Somente o resultado correto das contas mostraria ao professor que o ensino teria sido eficaz. Essa expectativa sobre o ensino teve longa vida, e é possível encontrá-la nos discursos de educadores até, pelo menos, a década de 1930.

O Inspetor Geral do Ensino, em São Paulo, Professor Antonio Firmino de Proença, assim se pronunciou a respeito do ensino primário, em artigo de sua lavra intitulado “Erros no ensino de aritmética”:

> É um erro não exigir exactidão nos cálculos e nos resultados. Há professores que se satisfazem com resultados approximados. Basta que o alumno tenha encaminhada convenientemente as operações. Que os cálculos e os resultados não estejam certos, pouco importa. É um erro grave. Deste modo prejudica-se o alumno tanto moralmente como intelectualmente de maus habitos: habito de preguiça, de descaso, de inexactidão. Intellectualmente o prejuízo reside na perda de oportunidade para corrigir deficiência do saber. (...) (PROENÇA, 1930, p. 211).

Reafirmando que a finalidade dos ensinos escolares do curso primário deve estar atrelada às necessidades que o estudante iria encontrar na vida adulta, o mesmo Professor Proença, justifica a sua posição sobre a exatidão nos exercícios e problemas escolares: “Em hypothese alguma se deve aceitar um resultado sem a devida verificação, seja por meio de prova, seja pelo exame dos dados do problema. Na vida do mundo não se aceitam valores falsos, porque aceita-los na vida da escola? (PROENÇA, 1930, p. 212).

A avaliação dos alunos egressos do curso primário, por ocasião dos chamados exames de admissão ao ginásio, a partir da década de 1930, reiterava a necessidade dos cálculos exatos como uma finalidade da escola primária.

Considere-se um exemplo, dentre uma variedade enorme de outros[1], tomado de uma prova de aritmética de exame de admissão da década de 1930, tendo sido propostos os seguintes problemas:

- Achar o valor de um terreno de forma rectangular tendo 32,5 m de frente e 58,7 m de fundo à razão de 260$000 o are.

- De uma peça de fazenda, 2/5 foram inutilizados num incêndio; venderam-se 4/11 da peça e sobraram 6,30 m. Qual o comprimento da peça?

(Questões de Prova de Admissão ao Ginásio do Estado de São Paulo realizada em 9 de março de 1931)

Os exames constavam de exercícios de cálculo e, ainda, de problemas como os mencionados acima. Por certo, como é possível notar, os problemas não eram elaborados

[1] Um conjunto de mais de três mil provas de exames de admissão ao Ginásio do Estado de São Paulo, no período de 1930 a 1969 foram digitalizadas e podem ser consultadas no endereço: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769

necessariamente a partir de situações da realidade, indicavam apenas contextos, por vezes artificiais, em que prevalecia a necessidade dos cálculos exatos.

A finalidade educativa que impunha à escola o banimento do erro e a necessidade cálculos exatos tenderá a mudar à medida em que, mais e mais, uma nova representação começava a circular no meio escolar, entre os educadores. Tratava-se da penetração da psicologia na escola, por meio de uma nova vaga pedagógica, intitulada "pedagogia científica". E, neste caso, seria o professor aquele que não poderia errar...

O professor não pode errar! A matematização da pedagogia.

Alguns estudos foram já realizados no âmbito da História da educação matemática tendo em vista o que ficou caracterizado como "pedagogia científica" (BASSINELLO, 2014; SOARES, 2014; PINHEIRO, 2017). Essa pedagogia, em breve síntese, constituiu-se como uma das vertentes imersas no âmbito de movimento mais amplo, conhecido na História da Educação como Escola Nova. Como os termos indicam, buscava-se uma pedagogia vista como ciência, científica. Na base de sustentação dessa pedagogia encontrava-se a psicologia experimental de base estatística (MONARCHA, 2009).

A face mais visível dos tempos de pedagogia científica foi caracterizada pelos testes. A psicologia experimental, desde Alfred Binet, no início do século XX, com a sua escala métrica da inteligência, colocou nos resultados dos testes psicológicos e pedagógicos, um guia para o trabalho que deveria ser realizado nas escolas, de modo a que o ensino se tornasse científico, para que houvesse uma pedagogia científica.

Com a pedagogia científica o trabalho do professor seria certeiro, eficiente. E esse trabalho pedagógico, agora, teria em conta o aluno, não mais com o estudante: a psicologia experimental, com suas métricas, auxiliada pela aferição estatística, trouxe a diferenciação da criança, do seu modo diferente de pensar relativamente ao adulto: não se tratava mais de ter-se na escola um adulto em miniatura. Pelos testes o professor saberia como realizar a sua prática pedagógica, os seus passos, de modo a contemplar perfeitamente o desenvolvimento natural do aluno. As avaliações do ensino não mais deveriam contar com a subjetividade do professor, mas precisariam ser feitas de modo científico, por meio de testes pedagógicos, alinhados àqueles psicológicos. Tais testes, em acordo com o desenvolvimento infantil, não revelariam erros dos alunos; e se assim ocorresse, o erro teria sido do professor, que não teria sabido formular, para uma dada idade mental dos alunos, os exercícios e problemas com ela condizentes. Assistiu-se, assim, a predominância da quantificação na orientação pedagógica do trabalho do professor. Testes, estatísticas e avaliações deveriam fazer-se presentes no cotidiano escolar. Houve uma "matematização da pedagogia", no dizer de Bassinello (2014).

Uma referência empírica importante e mesmo emblemática da circulação do ideário da pedagogia científica é dada pelo "Relatório das Atividades Desenvolvidas durante o ano de 1936 no curso primário anexo à Escola Normal de Casa Branca", interior do estado de São Paulo. Elaborado pela diretora Maria Ari Fonseca, para os órgãos dirigentes do ensino paulista, as atividades desenvolvidas retratavam em um documento de 52 páginas, o cotidiano escolar e as atividades dos professores no ensino das diferentes rubricas de ensino (FONSECA, 1936). Escrito em sete capítulos, tem neste último, por tema, "Rendimento do Trabalho Escolar". Como subtemas "Vantagens da avaliação objetiva do trabalho escolar – Organização dos primeiros testes de resultado – Interpretação dos resultados obtidos – Apreciação geral sobre os testes organizados e aplicados no curso primário – testes de leitura – testes de aritmética – testes de geografia e ciências – testes de história do Brasil – testes de linguagem escrita".

Sem que nos atenhamos de modo muito detalhado ao rico Relatório, o que cabe destacar para os objetivos deste texto refere-se aos itens que envolvem interpretação dos resultados e apreciação geral dos testes. O Relatório apresentava junto a cada teste os resultados obtidos pelos alunos e uma crítica à elaboração de cada item avaliativo feito pelos professores. Desse modo, é possível ler no documento as avaliações dos testes feitos pelos professores com dizeres como: "Apresentação difícil. Para execução deste teste [teste de cálculo para o 1º. ano do curso primário] foi preciso alguma explicação"; "É necessário que se diferencie, na impressão, a representação do litro, que se assemelha muito ao número 1, trazendo confusão"; "O resultado obtido denunciou que este teste continha questões excessivamente difíceis"; "Questões muito fortes para o adiantamento dos alunos"; "O problema admite duas interpretações"

Como se disse anteriormente, preside a lógica do trabalho a ideia de que se os alunos não acertaram, houve erro na formulação; assim, o professor não pode errar!

Essas ideias pedagógicas sobre o erro, em particular sobre o erro em matemática, levaram autores a elaborarem livros didáticos para o ensino de aritmética nos primeiros anos escolares de forma diferente daqueles publicados até então. Como a elaboração "científica" dos testes era algo especializado, vindo dos ditames da psicologia experimental, aos quais os professores não estavam afeitos, novas obras surgiram, agora fornecendo ao professor sequências cuidadosamente planejadas, de modo a que seguissem o desenvolvimento considerado natural dos alunos. Ao utilizar tais obras, os professores apenas deveriam guiar o trabalho dos alunos por entre as etapas e sequências, de modo que, sozinhos, os alunos aprenderiam matemática, cálculos. Um exemplo desse tipo de material didático foi elaborado por Lourenço Filho, personagem central da divulgação da pedagogia científica no Brasil. O título de um dos seus livros é significativo: "Aprenda por si!"[2] (LOURENÇO FILHO, 1941, 1942).

A matemática moderna: o cálculo pouco importa, o erro é outro...

Caminhando pela ordem cronológica das ideias sobre o ensino de matemática, sobre o ensino do cálculo, da aritmética, o movimento escolanovista, com suas inúmeras tendências, encontrará um novo movimento internacional, que mais especificamente tratou da matemática. Em finais da década de 1950, ocorreu o que é conhecido como Movimento da Matemática Moderna – MMM. No âmbito da história da educação matemática, nos últimos anos, muitos estudos têm sido dedicados a esse tempo, onde ocorreu uma verdadeira revolução curricular (OLIVEIRA et al., 2011).

Não é objetivo deste texto nos alongarmos em discutir o MMM. Interessa-nos, de modo sintético, observar que essa vaga pedagógica que atinge os ensinos de matemática teve por uma de suas características, fazer prevalecer os ensinos de álgebra, relativamente àqueles de aritmética e geometria. Talvez, melhor seria dizer que os ensinos de álgebra deveriam subsumir aqueles da aritmética e da geometria. Por meio da Teoria dos Conjuntos, aritmética e geometria passariam a ser tratadas no âmbito das estruturas matemáticas.

A obra "O Movimento da Matemática Moderna – história de uma revolução curricular" (OLIVEIRA et al., 2011) mostra-nos que a formação continuada de

[2] A obra foi analisada na dissertação de Soares (2014).

professores – à altura designada pela expressão “treinamento de professores” – constituiu um dos temas mais relevantes desse tempo. E, ao que parece, a necessidade de “treinar” professores já atuantes como docentes, para a nova matemática, inaugurou a própria concepção de formação continuada no país.

Nos cursos dados a professores, cursos de férias, de finais de semana, pela televisão e toda uma sorte de encontros com professores, havia o objetivo de divulgar a nova matemática. Dentre muitas iniciativas, secretarias da educação de estados e de municípios brasileiros promoveram cursos, “treinamentos” de professores.

Em São Paulo, por iniciativa da Secretaria da Educação do estado, por meio da então Chefia do Ensino Primário, a partir de finais da década de 1960, houve cursos para professores sobre matemática moderna. Eles, a princípio, constavam de leituras de textos internacionais, traduzidos por professores designados pelo estado, lotados em órgãos de apoio à Secretaria. Um desses textos originou material para professores intitulado ‘Matemática na Escola Elementar”. Tal material era uma tradução para o português de parte do trabalho escrito por Howard Fehr, para a UNESCO, em 1966, intitulado “New Trends in Mathematics Teaching”. Dessa referência orientadora interessa-nos destacar um trecho que, de modo esclarecedor, informa os leitores sobre a nova matemática, e o novo papel que deveria ser assumido pelo cálculo na escola elementar.

> A MATEMÁTICA QUE DEVE SER ENSINADA – Na escola elementar, a instrução tradicional tem estado quase que somente limitada à memorização do Sistema de Numeração Decimal e dos processos de cálculo nesse sistema. Nenhuma atenção é dada à estrutura e à compreensão. Somos de opinião de que somente uma estrutura compreensível da aritmética dos números cardinais e dos números racionais positivos, com as propriedades fundamentais das operações destes números, devem ser ensinadas e ensinadas a todas as crianças desta maneira. Este é o caminho para estabelecer a fundamentação para estudos subsequentes de álgebra assim como para as aplicações da Matemática às Ciências. (FEHR, 1969, p. 4)

A crítica ao cálculo, ao trabalho algoritmizado, às contas exatas, é tema que deveria ficar secundarizado. Aprender matemática afastava-se dessa perspectiva. E, mais do que isso. A aritmética que sempre iniciava os estudos primários, deveria ser substituída pela álgebra. Os conjuntos viraram tema de início dos cursos. Aliado a isso, os estudos piagetianos indicavam que a aprendizagem do conceito de número deveria ser precedida de operações com conjuntos. Seria por meio de seriação, ordenação que os alunos aprenderiam que número expressa uma relação especial entre dois conjuntos com a mesma cardinalidade.

Talvez a melhor medida que se possa ter da crítica resultante dessa perspectiva de secundarizar o cálculo, as operações, as contas, deixando ao erro um *status* epistemológico totalmente diferente, agora ligado à lógica das relações, seja a jocosa crítica vinda de obra que teve grande repercussão mundial: o livro escrito por Morris Kline, que no Brasil ganhou por título “O fracasso da matemática moderna”. Na obra, Kline, logo de início, descreve ironicamente um possível diálogo entre professor e alunos na aula de matemática em tempos de MMM, do qual extraímos apenas o pequeno trecho: “Contemplemos uma aula de matemática. A professora pergunta: Por que 2+3=3+2? Porque ambos são iguais a 5, respondem os alunos sem hesitar. Não, a resposta exata é porque a propriedade comutativa da soma assim o sustenta” (KLINE, 1976, p. 15).

Como se pôde verificar, as propostas vindas do MMM, em termos de secundarizar o cálculo, levaram a desconsiderar como finalidade educativa para o ensino de matemática os resultados exatos, e mesmo a ideia de que resolvendo listas de exercícios de mesma natureza, poderiam contribuir com a aprendizagem matemática. Não será por meio de contas, de acertos e memorização de algoritmos que ocorrerá a aprendizagem das relações, das estruturas matemáticas. O erro, existindo, será de encadeamento lógico, não de resultado numérico.

A Educação Matemática e o cálculo aproximado como finalidade educativa

Chegamos neste item ao tempo mais recente. Novo ideário, novas concepções sobre ensino e aprendizagem da matemática. Novas perspectivas sobre o erro em matemática. O cálculo aproximado ganha espaço no âmbito das ideias pedagógicas atuais. E, nestes novos tempos, há uma presença intensa das novas tecnologias no cotidiano social. Esse fato faz ressurgir o cálculo. Esse saber retoma seu *status* no âmbito do campo disciplinar matemático. Os computadores estão presentes e o trabalho matemático do cálculo por eles é realizado, no teste de conjecturas, a todo tempo. O cálculo agora subsumiu a álgebra...

Na obra de Gilles Dowek intitulada “Les metamorphoses du calcul” é possível ter-se uma noção desse processo, quando o autor menciona que: “A ideia de que uma demonstração não se constrói unicamente com axiomas e regras de dedução, mas também com regras de cálculo, apareceu via informática, em particular num domínio que a tecnologia tem chamado de “demonstração automática”' (2007, p. 141). Das demonstrações automáticas surgem derivações que apontam para a construção de inteligências artificiais...

Do ponto de vista escolar, essa espécie de renascimento do cálculo para a matemática, via novas tecnologias, leva ao trato de situações em que a matemática possa ser ferramenta para a solução de problemas os mais próximos da vida tanto dos alunos quanto dos adultos. E isso significa considerar desde os primeiros anos escolares o uso dessas tecnologias.

Sobre esse tema, a professora Michelle Artigue, um dos ícones do que poderemos chamar de movimento internacional da Educação Matemática, assim se pronunciou:

> A oposição entre cálculo exato e cálculo aproximado remete às representações estabelecidas entre matemática pura e matemática aplicada. (...) O jogo do cálculo entre “aproximado/exato” deve ser ensinado desde os primeiros anos escolares. E o trato com a tecnologia poderá ajudar nessa tarefa. A capacidade de estimar valores liga-se ao trabalho com o cálculo mental, na avaliação de ordem de grandeza (ARTIGUE, 2002, p. 206).

Essa perspectiva parece estar contemplada nas atuais diretivas da educação no Brasil, dadas pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Nesse documento oficial é possível ler, na parte destinada à “Área de Matemática”, as seguintes observações sobre os cálculos no Ensino Fundamental: “No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental além de algoritmos e uso de calculadoras” (BRASIL, 2017, p. 268).

O jogo entre o cálculo exato e aproximado mediado pela tecnologia constituirá uma finalidade importante para os ensinos elementares de matemática. O uso de calculadoras, as estimativas de resultados a serem obtidos deverá fazer parte do trabalho do educador matemático. Abre-se uma nova era de tratamento pedagógico do erro. A exatidão cabe às máquinas, o diálogo com os resultados vindos da tecnologia deverá ser feito pelas aproximações, ordens de grandeza dos cálculos, por meio do cálculo mental. O erro é agora algo referenciado.

Considerações finais

Como foram construídas e modificadas as representações sobre o papel do erro em matemática? Tal questão norteou a escrita deste texto. A análise desenvolvida mostra-nos muitas décadas – talvez um século – de articulações entre discursos e práticas pedagógicas ligadas ao cálculo exato, imperativo para o estudante que não poderia errar. Tal articulação guiou-se pela estabilidade da finalidade escolar, por longa data, de preparar o estudante para as lides do adulto, ao cursar apenas quatro anos de ensino primário. Calcular, acertar as contas, era fundamental como referência de um ensino eficiente. Errar constituía fracasso.

O advento da psicologia experimental de base estatística altera o cotidiano escolar. E, assim, há uma mudança de representação sobre o erro em matemática. Trata-se de um tempo em que se buscava uma pedagogia científica. Com ela, quem não poderia errar era o professor, pois deveria, como praticante da ciência, realizar o trabalho pedagógico em conformidade com os resultados vindos de laboratórios de psicologia. O erro do aluno passou a ser visto como fracasso do trabalho do professor.

O erro em matemática, em boa medida, para os primeiros anos escolares, ligou-se ao desempenho dos alunos no cálculo. Com a chegada do MMM, secundarizando o cálculo, tanto em nível universitário, da produção matemática, quanto nas propostas de transformação curricular, em favor da álgebra, das relações, o erro passou a ter outra natureza: tratava-se de levar o aluno à compreensão do encadeamento lógico das proposições e justificativas, progredindo até o aprendizado das estruturas algébricas.

Tempos atuais, de Educação Matemática, mais e mais intentam articular situações em que a matemática se faz necessária para tomada de decisões em qualquer nível. Desde os anos 1990, pelo menos, tem-se diretrizes que valorizam a resolução de problemas. Ainda: a incorporação dos meios informáticos devolveu ao cálculo um *status* importante no âmbito do saber matemático. De disciplina menor, em tempos do MMM, o cálculo renasceu para a pesquisa matemática. Isso colocou o desafio para as práticas pedagógicas nos primeiros anos escolares de articular as calculadoras e os resultados obtidos, com estimativas, com cálculo mental, na resolução de situações problema. O cálculo aproximado passou a ser referenciado como conteúdo importante para a aprendizagem da matemática pelo aluno. Ao cálculo exato caberá a referência de uso das calculadoras. O erro passa a ter, desse modo, uma nova representação.

Referências bibliográficas

ARTIGUE, M. Le calcul. In: KAHANE, J.-P. (Dir.) **L'enseignement des sciences mathématiques** – Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. Paris: Odile Jacob, 2002, p. 171-262.

BASSINELLO, I. **Lourenço Filho e a matematização da Pedagogia:** dos testes psicológicos para os testes pedagógicos. 2014. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/125846 Acesso: 30/06/2021.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Matemática, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf . Acesso: 30/06/2021.

CHARTIER, R. **Escribir las prácticas – Foucault, de Certeau, Marin**. Buenos Aires, Argentina: Manantial, 2006.

CHARTIER, R. A "nova" História Cultural. In: GARNICA, A. V. M. (Org.) **Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil** – sob o signo da pluralidade. São Paulo: L F Editorial, 2016, p. 10-36.

DOWEK, G. **Les metamorphoses du calcul** – une étonnante histoire de mathématiques. Paris: Éditions Pommier, 2007.

FEHR, H. Matemática na escola elementar – Instrução Matemática. Trad. Lydia Condé Lamparelli, 1969. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/196254 Acesso: 30/06/2021.

FERNANDES, R. KUHLMANN JÚNIOR, M. Sobre a história da infância. In: FARIA FILHO, L. M. (Org.). **A infância e sua educação** – materiais, práticas e representações. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

FONSECA, M. A. **Relatório das Atividades Desenvolvidas durante o ano de 1936 no curso primário anexo à Escola Normal de Casa Branca, SP**. Arquivo Escolar da Escola Normal de Casa Branca, 1936.

HÉBRARD, J. A escolarização dos saberes elementares na época moderna. **Teoria & Educação**, V. 2, 1990, p. 65-110.

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

LOURENÇO FILHO, M. B. **Aprenda por si! Série A**. São Paulo, Editora Melhoramentos, 1941. In: VALENTE, W. R. (org.) A educação matemática na escola de primeiras letras: um inventário de fontes. São Paulo: FAPESP, 2010. DVD.

LOURENÇO FILHO, M. B. **Aprenda por si! Série B.** São Paulo, Editora Melhoramentos, 1942. In: VALENTE, W. R. (org.) A educação matemática na escola de primeiras letras: um inventário de fontes. São Paulo: FAPESP, 2010. DVD.

MONARCHA, C. **Brasil arcaico, Escola Nova** – ciência, técnica e utopia nos anos 1920-1930. São Paulo: Editora da UNESP, 2009.

OLIVEIRA, M. C. A.; LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. (Orgs.) **O Movimento da Matemática Moderna**: história de uma revolução curricular. Juiz de Fora, MG: Editora da UFJF, 2011.

PINHEIRO, N. V. L. **A aritmética sob medida:** a matemática em tempos de pedagogia científica. 2017. 224 f. Tese (Doutorado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179942 Acesso: 15/06/2021.

PROENÇA, A. F. Ensino Primário (Erros no ensino de Arithmetica). **Educação**. V. XI, N. 2, 1930, p. 207-212. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/116716 . Acesso: 29/06/2021.

SOARES, M. G. **A aritmética de Lourenço Filho:** Um estudo sobre as dinâmicas de transformações do saber escolar em face de uma nova pedagogia. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/125737 . Acesso: 27/06/2021.

Intertextualidade, retórica e ficção: aspectos da narrativa histórica da Etnomatemática de D'Ambrosio

Intertextuality, rhetoric and fiction: aspects of D'Ambrosio's historical narrative of ethnomathematics

Fabio Lennon Marchon
Universidade Federal Fluminense
fabiolennon@id.uff.br

Resumo
A história da Etnomatemática está, em muitos sentidos, intimamente associada à vida e a obra de Ubiratan D'Ambrosio e, em particular, assume-se que é indissociável da sua produção textual. Um dos objetivos deste trabalho é evidenciar alguns dos aspectos relacionados aos modos como esta história da etnomatemática foi escrita e, posteriormente, inscrita no *mundo do texto* etnomatemático de D'Ambrosio. A metodologia de análise e interpretação inspira-se na narratologia e na hermenêutica do filósofo francês Paul Ricoeur. O fio condutor da investigação é a *composição da intriga* (enredo) da narrativa das histórias e, nesse contexto, observaram-se alguns elementos, como, por exemplo, os personagens, as vozes da narrativa, os cenários e espaços da ação, as relações entre os personagens, algumas funções do discurso (poética e retórica) e os efeitos pretendidos pelo discurso. A pesquisa evidenciou que a história da etnomatemática escrita por D'Ambrosio está assentada na intertextualidade, na retórica e na literatura ficcional.

Palavras-chave: escrita da história; Etnomatemática; aspectos poéticos; intriga; história da História.

Abstract
The history of Ethnomathematics is, in many ways, closely associated with the life and work of Ubiratan D'Ambrosio and, in particular, it is assumed that it is inseparable from its textual production. One of the objectives of this work is to highlight some aspects related to the ways in which this history of ethnomathematics was written and, later, inscribed in the world of D'Ambrosio's ethnomatmatic text. The methodology of analysis and interpretation is inspired by the narratology and hermeneutics of the French philosopher Paul Ricoeur. The guiding thread of the investigation is the composition of the intrigue (plot) of the narrative of the stories and, in this context, some elements were observed, such as, for example, the characters, the voices of the narrative, the scenarios and spaces of the action, the relationships among the characters, some speech functions (poetic and rhetorical) and the effects intended by the speech. The research showed that the history of ethnomathematics written by D'Ambrosio is based on intertextuality, rhetoric and fictional literature.

Keywords: history writing; Ethnomathematics;poetic aspects; plot; story of History.

Introdução

Este trabalho é fruto de uma pesquisa realizada durante o doutoramento do autor deste artigo, entre 2014 e 2018. Naquele momento investigaram-se os aspectos poéticos e retóricos (RICOEUR, 2012,a, b, c; VEYNE, 1982; WHITE, 2014) da produção textual de Ubiratan D'Ambrosio no contexto da Etnomatemática. Atualmente, junto ao grupo de História e Educação Matemática (HEDUMAT) da Universidade Federal Fluminense (UFF), o interesse da pesquisa recai sobre a *escrita* da História da Educação Matemática.

Observa-se em Marchon(2018) que existe uma narrativa histórica da Etnomatemática escrita por ela mesma (D'AMBROSIO, 1985, 1986, 1990, 2011a, 2011b). Além disso, ao adentrar este *mundo* particular, observa-se também que a História da Etnomatemática, dentro do contexto da Educação Matemática, tem suas primeiras linhas tecidas durante a década de 1970 (CONRADO, 2005; KNIJNIK, 2004; ROSA & OREY, 2005, 2014; VALENTE, 2007; MIARKA, 2011; D'AMBROSIO, 1986) e que, nessa história, um personagem se destaca: Ubiratan D'Ambrosio. E, dentro do contexto histórico da Etnomatemática, não raro, o matemático brasileiro é apresentado ao público leitor – por ele mesmo ou pelos seus pares – como o idealizador do Programa de Estudos e Pesquisas Etnomatemática, o seu maior representante e divulgador no Brasil (e no mundo) ou, ainda, como o *pai* da Etnomatemática (D'AMBROSIO, 1985, 1986, 1990, 2011b; CONRADO, 2005; DOMITE, 2006; VALENTE, 2007; ROSA & OREY, 2014; 2012; GERDES, 1996, 2010).

A relevância deste trabalho reside exatamente na predominância das ideias, discursos e textos deste personagem para a escrita de uma história da Etnomatemática que é, em muitos momentos, reproduzida por outros pesquisadores desta área (ROSA & OREY, 2005, 2014; PASSOS 2017; CONRADO 2005) e, também, pelo fato de a produção textual de D'Ambrosio ser ainda uma das principais referências teóricas no interior da Etnomatemática (FANTINATO & FREITAS, 2018; MARCHON 2018; MEIRA, 2021, BREDA, 2011).

E, se a Historia da Etnomatemática tem sido contada por ela mesma, em particular por D'Ambrosio, então algumas questões podem orientar nossa investigação, nosso olhar, a saber: (a) "Que elementos caracterizam a narrativa histórica da Etnomatemática de D'Ambrosio?", (b) "Quais estratégias discursivas foram empregadas por D'Ambrosio ao escrever uma história da etnomatemática?". O objetivo deste trabalho é, portanto, evidenciar algumas destas estratégias discursivas e narrativas, caso existam, e nesse movimento, exibir alguns dos modos como D'Ambrosio escreveu uma história da Etnomatemática.

O *mundo do texto* e a composição da *intriga*

O objeto analisado/interpretado neste trabalho é o chamado *mundo do texto* (RICOEUR 2012a; 2012b; 2012c) – "O que é, com efeito, interpretado em um texto é um mundo pró-posto (*pro-posé*), um mundo que eu poderia habitar e no qual eu poderia projetar minhas capacidades mais próprias" (RICOEUR, 2012, p.300). E, mais precisamente, o *mundo do texto etnomatemático* de Ubiratan D'Ambrosio, seus livros (D'AMBROSIO, 1985, 1986, 1990, 2011) e, neles, sua escrita da História da Etnomatemática. Os pensamentos textualizados, as ideias enunciadas, as crenças proferidas, os valores defendidos e, também, e não menos significativos, os conhecimentos enredados na trama textual de D'Ambrosio fazem parte deste *mundo*.

A noção de *texto* relaciona-se com o de *discurso*, a inscrição do discurso: "o texto é uma entidade complexa de discurso" (RICOEUR, 2015, p.336). Além disso, eleva-se a ideia de que o texto é uma obra de *composição* literária, ele é *textura*, *tessitura*: "Por texto não entendo somente nem principalmente a escritura [...] Antes de tudo, o discurso é a sede de um trabalho de composição" (RICOEUR, 2015, p.336); para ele, a obra literária, o texto, sua escrita, dependem de regras específicas que não necessariamente se relacionam com a linguística do texto, mas sim com a poética: "o problema de composição não depende da linguística, para a qual a última unidade é a frase, mas da poética" (RICOEUR, 2011, p.30). A arte de compor narrativas evidencia o artesão do texto.

O hermeneuta francês destaca que as narrativas que emergem dos rastros das memórias, apesar de históricas com intenções de verdade, são ainda, *histórias* (RICOEUR, 2007). As histórias (*stories*) da História (*history*) criam em seus *mundos* próprios, em seu *mundo do texto*, as condições de compreensão dos acontecimentos desordenados, caóticos, dispersos e não necessariamente dependentes que partem do *mundo da ação* humana. E, nesse contexto, podem ser entendidas, *grosso modo*, como *ficções verbais* (RICOEUR, 2012a) em um *mundo possível*. Como nos diz o filósofo francês, "a realidade quotidiana se metamorfoseia em favor daquilo que poderíamos chamar de variações imaginativas que a literatura opera sobre o real" (RICOEUR, 1978, p.57).

A categoria da *intriga* (enredo), seguindo-se as indicações e pistas deixadas por Ricoeur (2012a, b, c; 2007), é a que funciona como mediadora de todas as demais categorias de análise. Ricoeur (2007) afirma que "a composição da intriga constitui um autêntico componente da operação historiográfica" (RICOEUR, 2007, p.250), pois, a saber, segundo esse filósofo, "a intriga é a forma literária dessa coordenação: ela consiste em conduzir uma ação complexa de uma situação inicial para uma situação terminal por meio de transformações regradas" (RICOEUR, 2007, p.255). Dentro desta categoria outras colaboram, como é o caso, por exemplo, dos *personagens*, dos *cenários* e *espaços*, da *voz da narrativa* e do *foco narrativo*.

Observações analíticas

Observa-se que grande parte da produção escrita analisada foi inicialmente elaborada/pensada para a oralidade (D'AMBROSIO, 1985, 1986, 1990); os textos foram escritos para o *discurso oral*, para apresentação em palestras e seminários, congressos e encontros da Educação Matemática. Esta produção percorre o caminho que vai da enunciação ao enunciado, da oralidade à textualidade/escritura. Sendo assim, entende-se que parte da obra textual que chega até o leitor foi inicialmente idealizado para a apresentação diante de uma plateia[1].

Há de se considerar para fins interpretativos, portanto, os distanciamentos (RICOEUR, 2011) existentes entre o que foi dito, falado, pronunciado pelo sujeito sócio-histórico (empírico, de carne e osso) em certo espaço-tempo, para um determinado público, com sua intencionalidade específica/original, e o que posteriormente foi transcrito/textualizado, direcionado para um leitor potencial qualquer, contado pela voz de um personagem (que participa da ação ou que apenas observa) e pela voz de um narrador (*heterodiegético* ou *homodiegético*).

Nota-se que *voz* do *personagem* D'Ambrosio pode ser considerada a principal *voz* da narrativa histórica *da* Etnomatemática, *para* a Etnomatemática, no contexto da Educação Matemática (PASSOS, 2017; VALENTE, 2007; DOMITE, 2006; MUNIZ, 2013; D'AMBROSIO 2011b, ROSA & OREY, 2014; MARCHON, 2018).

---

[1] Entenda-se aqui, neste contexto, que muitas das ideias defendidas por D'Ambrosio foram apresentadas em seminários, palestras, mesas redondas, etc. Assim, pessoas de carne e osso, sujeitos socio-históricos, alguns simpatizantes e outros críticos das ideias proferidas, estavam presentes na plateia.

O foco da argumentação d'ambrosiana, em seus primeiros textos, orientados para a Etnomatemática, é a persuasão do público (auditório/leitor) (CITELLI, 1989). Comunicar suas ideias educacionais acerca do ensino da matemática para um auditório real, resistente às suas ideias, é algo que deve ser considerado pelos leitores do mundo do texto etnomatemático d'ambrosiano. O desafio do educador matemático não era propriamente, e tão somente, o de informar algo a alguém, mas sim, fundamentalmente, o de conquistar a simpatia e adesão de um público hostil às ideias enunciadas – ver, por exemplo, o prefácio em D'AMBROSIO, 1986; "aqueles que a rejeitam como um todo" (D'AMBROSIO, 1986, p.8); "juntam-se ao lado mais cômodo dos que atacam, e o fazem de maneira maldosa" (*idem*) – . O *eu* da voz da narrativa convoca o *nós*, leitores do texto, para dentro da argumentação. Tem-se um efeito de enlace; o leitor é trazido para dentro do texto — "A responsabilidade dos educadores de matemática com relação ao futuro é central e precisamos entender nosso papel nessa rede complexa de responsabilidades divididas" (D'AMBROSIO, 1990, p. 25).

Nota-se ainda que D'Ambrosio (1986), ao dialogar com o leitor em seu prefácio, narra uma historia de luta, disputa e tensão ao falar da emergência da Etnomatemática na Educação Matemática. O autor-narrador conta uma história em que ele é testemunha ocular dos acontecimentos e protagonista da ação. O escritor se apropria das palavras "esperança" e "redenção", efetuando um deslocamento de sentido – "sou levado a acreditar que minha proposta educacional representa esperança de redenção para alguns e ameaça para outros." (D'AMBROSIO, 1986, p.8). Uma *verdade* histórica é apresentada ao leitor, a saber, que "A história nos ensina que a crítica e censura têm sempre estado presentes na REALIDADE na qual se desenvolve a AÇÃO inovadora" (D'AMBROSIO, 1986, p.8. grifo do autor). Esta história fala ainda, neste contexto da argumentação, de uma Matemática *obscura*, *viciada*, *mística*. Os juízos de valor afloram no texto. O que se lê é uma história a partir do olhar de um personagem.

O texto etnomatemático de D'Ambrosio também recorre, no nível da composição da intriga, a uma *poética apocalíptica* (KERMODE, 2000). A crise instituída pelo pensamento apocalíptico permite que a narrativa se estruture a partir de uma sequência de ações, até o momento que antecede o *fim emblemático*, de modo que seja possível reverter a crise enunciada. A narrativa deve sofrer, portanto, uma reviravolta emblemática na ação. O tempo da história narrada depende do final mítico descrito e da crise que a antecede e, por isso, inevitavelmente, a história afirma que o tempo presente é o tempo da transição, da transformação, é o tempo de um *estar entre*.

D'Ambrosio (1990) *cria* em seu *mundo do texto* uma história que narra um momento crítico, perturbador e angustiante para a espécie humana. Todos os homens se encontram, em sua história (*story*) da História (*history*), à beira da extinção.

> Estaremos atingindo o final de um modelo cognitivo em que ao mesmo tempo em que nos permite nos aproximarmos de uma verdade totalizadora, que nos desvenda o pequeno e o grande, o interior e o exterior, nos força a dar o passo final em direção ao sacrifício total, e assim atingirmos a meta existencial, estendendo para toda a espécie a meta da extinção em direção à qual inexoravelmente caminhamos como indivíduos? (D'AMBROSIO, 1990, p. 44)

A mudança é necessária para que a trama tenha um desfecho não apocalíptico. Busca-se enlaçar o leitor, comprometê-lo eticamente, para evitar o "sacrifício total" (*idem*) anunciado. Mas, pergunta-se, como evitar o fim apocalíptico? O que poderá solucionar a crise enunciada? Dentro da argumentação d'ambrosiana a matemática e o seu ensino estão na base de todas as transformações tecnológicas e científicas que podem, para o bem ou para o mal, mudar a humanidade antes de um possível fim emblemático, antes da *catástrofe total* (KERMODE, 2000). E, assim sendo, uma solução proposta pelo matemático é agir no campo educacional, buscando a transformação da sociedade, a partir de um novo modelo de Educação Matemática. "A Etnomatemática surge, nesse caso, como uma *solução poética* para a crise instituída na história" (MARCHON, 2018, p. 149). E, nesse contexto, lê-se o seguinte: "minha proposta educacional representa esperança de redenção para alguns e ameaça para outros" (D'AMBROSIO, 1985, p. 8).

Intertextualidade e vozes do discurso

Qual o papel e o valor da literatura para Ubiratan D'Ambrosio? Em uma entrevista, no ano de 2008, o educador matemático fornece algumas pistas sobre o papel que a literatura desempenha em sua formação, em seu modo de ver e entender o mundo e, também, em sua própria escrita[2]. Segundo ele, na adolescência, cresceu o seu interesse pelas leituras históricas e também pela literatura de ficção - Shakespeare (em inglês), Cervantes (em espanhol), Balzac e Flaubert (em francês). Ele nos revela que:

> Não aprendi alemão — lamento — e não conheci Goethe, Thomas Mann e tantos outros escritores alemães, que eu só iria encontrar um pouco mais tarde,

[2] Fonte: Revista Rascunho, ano 9, numero 102, outubro de 2008. Entrevista com Luis Henrique Pellanda.

> em traduções. Esses autores muito me marcaram. Num momento da vida, aproximando-me dos quarenta anos, descobri uma outra direção de leitura, uma maior intimidade com o autor e a busca de algo que ele não quis tornar explícito. Foi uma busca de uma dimensão mística, talvez psíquica, da espiritualidade intrínseca à obra. Situo o ponto de partida para o redirecionamento de minhas leituras meu acesso ao livro de Rollo May: Love and Will. Aprendi a ler o meu íntimo (D'AMBROSIO APUD PELLANDA, 2008, p.20).

Segundo ele, "Daí foi uma re-fascinação pela História e pela releitura dos clássicos gregos" (D'AMBROSIO, 2008, p.20), e, além disso, também "Freud, Jung e William Reich [...] Thomas Mann, Aldous Huxley, Hermann Hesse e o impressionante Robert Musil" (D'AMBROSIO, 2008, p.20). O matemático prossegue:

> Também fui muito influenciado pelo pensamento crítico francês do pós-guerra. Particularmente Lacan, Derrida, Sartre, Merleau-Ponty, Foucault e daí por diante. Foi uma forma de me descobrir. O cinema alemão, particularmente Fassbinder e Herzog, como já havia acontecido com Bergman, se encaixaram muito bem no meu crescente interesse pela visão transdisciplinar e transcultural do mundo simbólico. As leituras populares sobre esse mundo simbólico, então best-sellers entre os mais jovens, me atraíram muito. Li, com muito interesse, o J.D.Salinger, e o interessantíssimo *Zen e a Arte de Manutenção de Motocicletas*, de Pirsig. Essa aproximação com o Oriente, característica do início da segunda metade do século XX, foi e continua sendo, para mim, muito atrativa. (D'AMBROSIO APUD PELLANDA, 2008, p.20)

Neste ponto poder-se-ia assumir que a produção textual d'ambrosiana possui uma dimensão literária/ficcional implícita e, em certos casos explícitos. Conscientemente ou não, intencionalmente ou não, ele projeta em seu texto elementos poéticos, literários, ficcionais. Uma hipótese a ser explorada, é a de que na *intertextualidade* d'ambrosiana tem-se uma multiplicidade de vozes que ecoam em seu *mundo próprio.* Uma abordagem da literalidade e da poética do texto etnomaemático d'ambrosiano pode ocorrer ao se investigar o caráter *transtextual*[3] do discurso que compõe a sua narrativa. Pode-se afirmar que "a intertextualidade, que supõe a co-presença de pelo menos dois textos (alusões, citações, plagiato...), é a relação mais visível" (MAINGUENEAU, 1996, p. 27) da transtextualidade.

No terceiro capítulo dessa obra, entre as páginas 51 e 56, o narrador-autor do texto se apoia em um fragmento de uma obra literária — *As confusões do jovem Törless* (publicado em 1906), de Robert Musil (1880-1942) — para exemplificar e reforçar seus argumentos em favor de uma nova postura diante da matemática escolar e,

[3] A *intertextualidade*, segundo Genette (2006), é um tipo de *transtextualidade*, algo que transcende os limites de um texto que, de modo restrito, é uma "relação de co-presença entre dois ou vários textos" (GENETTE, 2006, p.8); a citação é a sua forma mais usual. Todo *empréstimo*, declarado ou não, cujo caso extremo é o *plagiato*, pode ser enquadrado como parte da *intertextualidade* de uma obra.

simultaneamente, contra uma tradição do ensino da matemática escolar. As quatro páginas com diálogos de uma obra ficcional agem como dispositivos de sensibilização do público (auditório/ leitor) e visam reforçar a defesa que se faz da necessidade de mudar a realidade histórica descrita em seu texto. Pode-se, também, afirmar que os diálogos dos personagens fictícios da obra literária desempenham um papel central em sua argumentação. Implicitamente tem-se uma correspondência entre a realidade sócio-histórica (mundo da ação humana) e a realidade ficcional literária (mundo do texto).

> O exemplo de Törless pode ser repetido. Embora colocados no início do século, onde muitos questionamentos profundos eram conceito comum — não se esqueça do desafio da sociedade industrial por meio dos movimentos trabalhistas, a construção da Primeira Guerra Mundial, a aparição da psicanálise na mesma Áustria de Musil — a profundidade do questionamento de nossos dias atuais é semelhante (D'AMBROSIO, 1985, p. 55).Tradução livre.

O autor, pela voz do narrador, oferece ao leitor um resumo do texto de Musil (2003). Nesta história afirma-se a possibilidade de repetição em outros cenários e contextos, em outros momentos históricos, da mesma história vivida pelo jovem austríaco. Repetição do acontecimento. As indagações e experiências do personagem ficcional poderiam ser replicadas para outros estudantes (reais, empíricos, de carne e osso) para além da obra literária. D'Ambrosio (1985) apresenta ainda, neste contexto, uma versão das experiências dos adolescentes, de todos os adolescentes, ao redor do mundo. Em sua versão romanceada, poética: "the obvious identification of youth all over the world with their pairs" (D'AMBROSIO, 1985, p. 55), isto é, existe uma "óbvia identificação da juventude em todo o mundo com seus pares" (idem). A afirmação categórica induz os leitores a assumir tal obviedade. Esta é uma verdade. Seria um fato sócio-histórico observável, uma espécie de verdade antropológica? Cabe ao leitor do texto etnomatemático d'ambrosiano averiguar. A hipótese aceita por D'Ambrosio é a de que a visão do escritor Robert Musil acerca da matemática e do seu ensino, uma visão externa à matemática e distinta daquela compartilhada por matemáticos e professores de matemática, é totalmente repassada para a ação encenada pelos personagens do mundo ficcional e, além disso, neste caso, ela retrata a realidade como ela é de fato.

O aspecto dramático, poético e retórico da composição da intriga do texto etnomatemático em D'Ambrosio (1985) é potencializado com o recurso da intertextualidade (MAINGUENEAU, 1996; GENETT, 2006).

D'Ambrosio, hábil orador e um escritor cuidadoso, constrói seu discurso de modo a inspirar a confiança e a simpatia dos seus leitores. Dentre as muitas estratégias retóricas empregadas pelo autor na tentativa de persuadir o seu público (CITELLI, 1989) observa-se que o escritor convoca para interior do seu mundo do texto as vozes de personagens do mundo ficcional (literário). O escritor recorre às palavras do "grande mestre" (D'AMBROSIO, 1986, P.8) Cervantes e toma de empréstimo a fala do cavaleiro da triste figura, Dom Quixote: "Perdoname, amigo, de La ocasion que te He dado de parecer loco como you, haciendote caer em El error em que yo He caído, de que hubo y hay caballeros andantes em El mundo" (D'AMBROSIO, 1986, P.8). A citação, no contexto da obra de Cervantes, faz parte dos momentos finais da vida do anti-herói que, acometido de uma febre, pede desculpas ao leal escudeiro Sancho Pança.

O matemático, então, assume algo que, até aqui, apenas se insinuou, a saber, que "A literatura de ficção científica, com cenários de um futuro imaginoso e fantasioso, tem me atraído e se incorporou aos meus cursos e palestras" (D'AMBROSIO, 2008). O futuro possível, distinto do momento presente enunciado, parece ser especialmente importante para a escrita desta história da Etnomatemática. Alguns destes personagens são (ou foram) partes da realidade socio-histórica, são seres reais identificados por seus nomes, são não fictícios. Outros habitam apenas as páginas das obras de ficção.

> Analogamente, quando o narrador-autor atesta que "ideology, implicit in dressing, housing, titles, so superbly demounced by Aimée Cesaire in *La Tragédie du Roi Christophe*"[4] (D'AMBROSIO, 1985, p. 77), tem-se um personagem não-fictício (Aimée Cesaire) e um personagem fictício (Rei Christophe) que surgem na composição do enredo para fundamentar as reflexões acerca da ideologia. (MARCHON, 2018, p. 180)

O texto produzido e assinado por D'Ambrosio é habitado por diferentes personagens. Ocorre, de fato, uma proliferação de personagens. Tem-se, portanto, que uma multiplicidade de vozes *ecoam* em seu mundo do texto.

Ao compor sua intriga D'Ambrosio explora, ainda, o aspecto dramático (no sentido teatral), encenando falas e acontecimentos (MAINGUENEAU, 1996) para uma plateia virtual. E, como a história da Etomatemática no Brasil acompanha, em muitos momentos, a história de vida do próprio D'Ambrosio, muitos acontecimentos emergem da sua narrativa autobiográfica.

---

[4] Tradução nossa: "Ideologia, implícita em vestimentas, moradia, títulos, tão devidamente denunciadas por Aimée Cesaire em *La Tragédie du Roi Christophe*".

> O Cecconi precisava de um assistente; conversou: tem algum colega? Ah! tenho o Ubiratan que está dando aula na PUC lá em Campinas e em São Paulo. Dá aula em um monte de lugar, mas talvez ele se interesse, em tempo integral — tinha que ser tempo integral. Aí me telefonaram, puxa! Eu falei com minha mulher, minha noiva: o que que nós vamos fazer? — A casa já pronta Vamos? E ela: vamos, vai ser bom, morar lá no interior é bom e para sua carreira vai ser bom... (D'AMBROSIO *apud* VIANNA, 2000, p. 102).

Aceitar a proposta exige do casal uma decisão que implica mudança. Há uma encenação, uma dramatização da narrativa. Lembra-se aqui o que afirma Ricoeur (2012c); para o filósofo francês, "No rico repertório das formas adotadas pela voz do autor implicado, o narrador se distingue do autor implicado sempre que é dramatizado por ele mesmo" (RICOEUR, 2012c p. 276).

Nota-se ainda que alguns dos personagens são *tipos-genéricos* – "A ciência, e em particular a matemática nos países ricos, é impregnada com o cheiro desse passado glorioso" (D'AMBROSIO, 1985, p.77) - Eles preenchem a narrativa. Representa uma coletividade, um grupo, uma massa indistinta de seres; a ciência, a matemática, os gregos, o homem ocidental, países ricos, países do terceiro mundo, nossa espécie, pessoas iletradas, pobres da classe média, professores, pensamento ocidental, etc. Há, supostamente, uma identidade compartilhada no plano do texto.

Últimas palavras

A trama tecida no texto etnomatemáttico mostra-se como um reflexo do seu próprio tempo histórico. É sob o olhar de D'Ambrosio, protagonista e narrador das histórias, que muitos acontecimentos são descritos e interpretados. Pode-se dizer que a obra textual assinada pelo educador matemático abriu um novo caminho dentro da Educação Matemática ao dialogar com a literatura ficcional, com as produções cinematográficas, com as novas mídias digitais, e como todo um amplo universo simbólico que ultrapassa o da Matemática e da Educação matemática do seu tempo. Pode-se mesmo afirmar que os escritos de D'Ambrosio traçaram uma *linha de fuga* no mapa até então existente na Educação Matemática. Seu trabalho estabeleceu uma *rota alternativa* aos pesquisadores que buscavam novas possibilidades, para agir e pensar a Educação Matemática.

Ao criar uma realidade sobre a irrealidade da ficção (e vice-versa), ao narrar uma história por vir e enunciar uma crise, um momento de transição, e apontar para o provável fim apocalíptico do ser humano, o escritor subverte e amplifica os fatos da realidade socio-histórica para, em sua argumentação, conduzir nossos pensamentos e reflexões em direção a outro *mundo*, o seu próprio mundo materializado em seus escritos. Mundo idealizado, utópico, poético. Observa-se que a oralidade e seu aspecto retórico marcam os discursos inscritos na narrativa das histórias que emergem da etnomatemática d'ambrosiana. Nota-se ainda, na composição da intriga da narrativa histórica da etnomatemática d'ambrosiana, que não raro um homem genérico, herdeiro de um passado histórico clássico, grego, que cresce na modernidade e se converte em produto dos avanços tecnológicos que ele mesmo cria é apresentado para o leitor. O belo e o feio, a destruição e a construção do mundo, o bom e o mau, disputam espaço na trama desta história. O homem deve se implicar eticamente nesta história da História e, assim, tornar-se o salvador do próprio homem (tradicional, obsoleto, destrutivo, etc.). Um homem-tecnológico-científico que dependente totalmente da Matemática.

Pode-se ainda dizer que o modo como o matemático narra suas histórias da História, elencando personagens reais e irreais, descrevendo cenários prováveis e pintando um presente e um passado em declínio, em mudança, em transição, contribuem para a construção de novas subjetividades no contexto das pesquisas em Educação Matemática. Seu trabalho, por fim, não se limitou a descrever o que estava diante dos olhos, mas, sim, ultrapassou os limites do factual e se lançou à fabulação de um provável mundo novo, inspirando e movendo a pesquisa.

Referências

BREDA, Adriana; LIMA, V. Marina do Rosário. Etnomatemática sob dois pontos de vista: a visão "D'Ambrosiana" e a visão Pós-Estruturalista. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática.** 4(2). p.4- 31. 2011.

CITELLI, Adilson. **Linguagem e Persuasão**. Série Princípios. São Paulo: Atica, 1989.

CONRADO, Andréa Lunkes. **A pesquisa brasileira em etnomatemática: desenvolvimento, perspectivas, desafios**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) Programa de Pós-graduacción em Educacción, Universidade de São Paulo.São Paulo: USP, 2005.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Socio-Cultural bases for Mathematics education**. Transcrição de uma palestra realizada pelo autor. São Paulo: UNICAMP, 1985.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática.** São Paulo: Summus; Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar ou conhecer**. São Paulo: Ática, 1990.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação para una sociedade em transição**. Campinas: Papirus, 1999.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: Elo Entre as Tradições e a Modernidade.** Coleção tendências em Educação Matemática, 4. Belo Horizonte: Autêntica, 2011a.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Uma História Concisa da Matemática no Brasil**. Petrópolis: Vozes, 2011b.

FANTINATO, Maria Cecília; FREITAS, Adriano Vargas (Orgs.). **Etnomatemática: concepções, dinâmicas e desafios**. Jundiaí: Paco, 2018. 232p.

GENETTE, Gerard. **Palimpsestos: a literatura de segunda mão**. Tradução de Luciene Guimarães e Maria Antônia Ramos Coutinho. Belo Horizonte: FALE/UFMG, 2006.

GERDES, Paulus. **Etnomatemática e Educação Matemática: Um panorama geral**. Revista Quadrante: Lisboa, 5(2), 105-138, 1996.

GERDES, Paulus. **Da etnomatemática a arte-design e matrizes cíclicas**. Coleção tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

KERMODE, Frank. **The sense of an ending: studies in the theory of fiction**. New York: Oxford University Press, 2000.

KNIJNIK, Gelsa (et Al.). **Etnomatemática em movimento**. Coleção tendências em educação matemática, 25. Belo horizonte: Editora autêntica, 2012.

KNIJNIK, Gelsa. Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. In: KNIJNIK, Gelsa.; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Claudio José. (Org.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 19-38.

MAINGUENEAU, Dominique. **Pragmática para o discurso literário**. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

MARCHON, Fabio Lennon. **A Poética, a Retórica e a Narrativa do Mundo do Texto etnomatemático d'ambrosiano**. 266fls. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2018.

MIARKA, Roger. **Etnomatemática: do ôntico ao ontológico.** Tese (doutorado). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2011.

MEIRA, Claudia de Jesus. **As concepções de cultura nas teses de etnomatemática: uma presença ausente.** Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Cecilia de Castello Branco Fantinato. 110 fls. Tese (Doutorado em Educação. Linha de pesquisa Diversidade, Desigualdades Sociais e Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2021.

MUNIZ, Nancy Campos. **Relatos de memórias: a trajetória histórica de 25 anos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (1988-2013)**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

MUSIL, Robert. **O Jovem Törless**. Coleção Biblioteca Folha, 27. São Paulo: Ed. Folha de São Paulo. 2003.

PASSOS, Caroline Mendes dos. **Condições de produção e legitimação da etnomatemática**. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017.

PELLANDA, Luis Henrique. Manifestações criativas, **Revista Rascunho**, ano 9, numero 102, outubro de 2008; p.20. Disponível em: <http://rascunho.com.br/wp-content/uploads/2012/05/Book_Rascunho_102.pdf>. Acesso em 06/05/2021.

REUTER, Yves. *A* **análise da narrativa: o texto, a ficção e a narração**. Rio de Janeiro: Difel, 2014.

RICOEUR, Paul. **O Conflito das interpretações: ensaios de hermenêutica**. Tradução Hilton Japiassu. Rio de Janeiro: Imago Editora LTDA, 1978.

RICOEUR, Paul. **A Memória, a história, o esquecimento.** Tradução Alain François [et al.]. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2007.

RICOEUR, Paul. **Teoria da interpretação: o discurso e o excesso de significação**. Lisboa: Edições 70, 2011.

RICOEUR, Paul. **Tempo e narrativa 1: A intriga e a narrativa histórica**. São Paulo: Martins Fontes, 2012a.

RICOEUR, Paul. **Tempo e narrativa 2: A configuração do tempo na narrativa de ficção**. São Paulo: Martins Fontes, 2012b.

RICOEUR, Paul.**Tempo e narrativa 3: O tempo narrado**. São Paulo: Martins Fontes, 2012c.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Fragmentos Históricos do Programa Etnomatemática. In **Anais/Acta do 6o. Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática,** 2014.p.335-358**.**

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. Raízes históricas do programa etnomatemática. **Educação Matemática em Revista**, v. 12, n. 18-19, p. 5-14, 2005.

VALENTE, Wagner Rodrigues. (Org.). **Ubiratan D'Ambrosio: conversas; memórias; vida acadêmica; orientandos; educação matemática; etnomatemática; história da matemática; inventário sumário do arquivo pessoal**. São Paulo: Annablume; Brasília:CNPQ, 2007.

VEYNE, Paul Marie. **Como se escreve a história; Foucault revoluciona a história.** Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1982.

WHITE, Heyden. **Trópicos do Discurso: Ensaios sobre a crítica da cultura**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2014.

Matemática Moderna: novos e velhos saberes profissionais para o ensino primário

New Mathematics: new and old professional knowledge in elementary teaching

Maria Cristina Araújo de Oliveira
Universidade Federal de Juiz de Fora
cristina.oliveira@ice.ufjf.br

Isabela Magalhães Kirchmair
Universidade Federal de Juiz de Fora
isabelamkirchmair@gmail.com

Resumo
O artigo analisa o Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora, documento publicado em 1972 sob as referências do Movimento da Matemática Moderna (MMM), na perspectiva de identificar saberes profissionais dos professores primários para o ensino de Matemática. O objetivo é analisar as propostas para ensinar matemática desnaturalizando-as em termos de reconfigurações de iniciativas já veiculadas em outros momentos, nomeadamente no período da Escola Nova; e aquelas identificadas com a Matemática Moderna mais propriamente. O uso do cotidiano e a ênfase no estudo da equivalência de frações são caracterizados como reconfigurações no contexto da MMM. Em relação às novas propostas, destacam-se o trabalho com generalização de propriedades e a noção de conjuntos para a construção do conceito de número.

Palavras-chave: Saberes profissionais; Movimento da Matemática Moderna; Escola Nova; Ensino primário.

Abstract
The article analyzes the Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora, a document published in 1972 under the references of the New Mathematics (MMM), to identify the professional knowledge of elementary teachers for teaching Mathematics. The goal is to analyze the proposals to teach mathematics, denaturalizing them in terms of reconfiguration of initiatives already carried out in other moments, namely in the Progressive Education period; and those identified with Modern Mathematics more properly. The use of everyday life and the emphasis on studying the equivalence of fractions are characterized as reconfigurations in the context of MMM. Regarding the new proposals, the work with generalization of properties and the notion of sets for the construction of the concept of number stand out.

Keywords: Professional knowledge; New Mathematics; Progressive Education; Elementary School.

Matemática Moderna no ensino primário

Nesse artigo discutimos saberes profissionais para ensinar matemática no primário, considerando as propostas presentes no Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (PEDREJF), documento publicado em 1972.

Desde a década de 1960, no Brasil, a Matemática Moderna era objeto de discussão, proposições, publicações de livros didáticos, organização de congressos, formação de grupos de estudo, entre outras ações que colocavam a temática em foco.

Para além da preconizada centralidade do estudo das estruturas matemáticas, da importância da linguagem e da teoria de conjuntos, e de outras abordagens para a geometria, tais como geometria por transformações, introdução de noções topológicas; mudanças metodológicas foram propagadas. Entre essas cabe destacar a valorização da compreensão em detrimento à memorização, um percurso que levasse os alunos da intuição à abstração e a aprendizagem por descoberta. Foi igualmente valorizada propostas de utilização de materiais manipuláveis, blocos lógicos, barras de Cuisinaire, material dourado, entre outros (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011).

> No Brasil, em conformidade às pesquisas citadas, o MMM no ensino primário esteve mais ligado a uma proposta mais experimentalista, segundo a qual o aluno deveria permanecer em atividade constante durante a construção do conhecimento, por meio de situações de aprendizagem com materiais concretos. O professor deveria assumir o papel de orientador das descobertas, primeiramente intuitivas, que seriam sistematizadas e formalizadas gradativamente e tratadas sem grandes preocupações com a simbologia (OLIVEIRA, SILVA, VALENTE, 2011, p. 109).

As ideias de Zoltan Dienes foram significativamente valorizadas, pelas teorias sobre aprendizagem para o ensino de matemática nos anos iniciais. Dienes defendia que a matemática devia ser percebida como estrutura de relações e não um conjunto de técnicas, valorizava a construção de conceitos, processos de formação do pensamento abstrato e o desenvolvimento das estruturas matemáticas, com utilização de jogos e brincadeiras.

Exemplo citado por França (2019) sobre as propostas de Dienes é como sugere ensinar número às crianças, tratado como “propriedade dos conjuntos” (DIENES, 1967 *apud* FRANÇA, 2019, p.147). A noção de conjunto antecederia o estudo dos números e permitiria explorar situações de classificação, sequenciação, categorização.

> Antes da introdução do conceito de número, são organizadas atividades lógicas, em situações artificialmente criadas, utilizando materiais estruturados que possibilitem a ação, de modo a chegar à descoberta de novas estruturas (FRANÇA, 2019, p.154).

Embora a Matemática Moderna tenha representado um momento importante de renovação do ensino de matemática em todos os níveis da educação, é possível considerar que alguns aspectos trazidos nesse contexto já haviam sido defendidos em momentos anteriores, e assumem nesse período novos contornos. Entre esses aspectos mencionamos em especial, o uso de situações cotidianas dos alunos, a utilização de materiais manipuláveis, a aprendizagem por descoberta.

As ideias escolanovistas chegaram ao Brasil a partir do início do século XX. Algumas concepções do filósofo americano John Dewey foram apropriadas por esse movimento educacional. Dewey defendia que a criança deveria aprender a partir de experiências e de seus próprios interesses. Defendia que as situações cotidianas e ocupações sociais deveriam ser vividas na escola, sendo primordial o desenvolvimento da criança e sua origem. Pregava também o uso de jogos e brincadeiras, entendendo que tais atividades permitiriam tratar os conteúdos de forma mais global, não fragmentados em matérias (VALDEMARIM, 2010). Anísio Teixeira, Lourenço Filho e Fernando de Azevedo são alguns nomes que tiveram contribuições relevantes no período da Escola Nova no Brasil. Eles defendiam que a criança deveria ser o centro da educação, sendo que deveria ser primordial considerar o fator psicológico da criança nas atividades desenvolvidas, a motivação, o interesse, entre outros aspectos.

Na pedagogia da Escola Nova, os materiais manipuláveis eram recursos auxiliares que a escola deveria disponibilizar para favorecer a atividade do aluno. O mais importante na seleção e uso dos materiais era a potencialidade apresentada por eles para estimular a atividade e o interesse da criança, e favorecer experiências de aprendizagem (SOUZA, 2013). Dessa forma, os materiais eram considerados meios do processo, afim de contribuir com a aprendizagem dos alunos.

Concomitante à disseminação da vaga escolanovista no ensino primário, relativamente à Matemática do secundário, o professor Euclides Roxo, catedrático do Colégio Pedro II, autor de livros didáticos e responsável pelas propostas de Matemática na Reforma Francisco Campos, legislação educacional da década de 1930, defendia a intuição como ponto de partida para a aprendizagem de matemática mesmo no secundário (DUARTE, 2019). Entre outros aspectos pedagógicos sobre o ensino de Matemática, Roxo destacava a aprendizagem por descoberta como alternativa à ineficácia de abordagens estritamente rigorosas e pautadas no método axiomático (ROXO, 1937).

Oficializando novas práticas para o ensino de Matemática – Plano Experimental para o ensino primário de Juiz de Fora (1972)

O Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (PEDREJF), foi publicado em 1972, sendo um documento orientador para os professores do ensino primário do município de Juiz de Fora – MG, assinado por Gilda Pazzini Lodi, Maria Célia

Bueno, Maria Helena Andrade, Maria Helena Teixeira Neves, Rosa Emília de Araújo Mendes, Sônia Fiuza da Rocha Castilho e Yara Terezinha de Moura Cotta.

Algumas dessas autoras publicaram artigos na revista *Associação Mineira de Ação Educacional* (AMAE Educando). Foram encontradas três edições dessa revista, a 13ª, publicada em 1969, a 73ª, publicada em 1975, e a 185ª, publicada em 1987. Na de número 13 todas as autoras do PEDREJF estiveram presentes, desempenhando funções diferentes. Composição, Redação e Revisão ficaram a cargo de Maria Célia Bueno, Maria Helena Teixeira, Sônia Fiuza da Rocha Castilho, Yara Terezinha de Moura Cotta. Pela Direção Financeira respondeu Gilda Pazzini Lodi; Expansão e Divulgação, Maria Helena Andrade, Rosa Emília de Araújo Mendes. Na 73ª, de 1975, o nome das autoras aparece nas seguintes categorias: Presidente - Gilda Pazzini Lodi; Diretoras - Rosa Emília de Araújo Mendes (Departamento Administrativo); Departamento Cultura - Maria Célia Bueno, Maria Helena Andrade; Redação - Yara Terezinha de Moura Cotta. E a revista 185, publicada em 1987, possui o nome das autoras nos cargos: Presidente - Rosa Emília de Araújo Mendes; Diretora Administrativa Financeira - Gilda Pazzini Lodi; Conselho Superior - Maria Célia Bueno, Maria Helena Andrade; Conselho Fiscal - Yara Terezinha de Moura Cotta. É importante destacar que a maioria das autoras do PEDREJF fizeram parte da elaboração de outros documentos de grande relevância para o estado de Minas Gerais, tanto antes da publicação do PEDREJF, quanto depois. Dessa forma, elas continuaram divulgando suas ideias e propostas através dos artigos das revistas (KIRCHMAIR, 2020).

O PEDREJF foi publicado em 1972, ano em que o Movimento da Matemática Moderna (MMM) estava vigente. O documento possui 8 capítulos, sendo que todos os capítulos possuem a estrutura: Conhecimentos, Habilidades, Conteúdo, Atividades, Materiais, Avaliação. A parte de Conhecimentos se refere àqueles ensinados aos alunos. Nas Habilidades verificam-se as que os alunos deveriam adquirir após aprender o conteúdo. Os Conteúdos são organizados em subitens. Atividades contêm sugestões para o professor aplicar em sala de aula. Os Materiais são sugestões de materiais didáticos. A Avaliação apresenta questões a serem respondidas para verificar se o aluno compreendeu o conteúdo ensinado.

No conteúdo de Multiplicação e Divisão, há sugestão de uso do cotidiano dos alunos:

Figura 20: Sugestão do uso do cotidiano

- Aproveitar situações relacionadas com a vida da criança na escola, na família e na comunidade a fim de aplicar os conhecimentos adquiridos.
- Explorar em problemas, dados referentes à indústria e comércio locais.
- Encarregar a criança de pesquisar e relatar situações em que se apliquem as idéias adquiridas sobre multiplicação e divisão.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Verifica-se ao sugerir situações relacionada com a vida da criança, marcas da Escola Nova. Entre as ideias escolanovistas, o cotidiano da criança foi enfatizado no processo de ensino aprendizagem.

Na figura abaixo, há também sugestão de atividades envolvendo o cotidiano:

Figura 21: Sugestão do uso do cotidiano

— Aproveitar as situações de experiência da vida da criança:

- nas brincadeiras onde se exige a contagem de pontos;
- contagem dos meios de transportes da cidade;
- dos meninos e meninas de determinada turma;
- quantos jogadores são necessários num time de:

  volei
  futebol
  basquete;

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

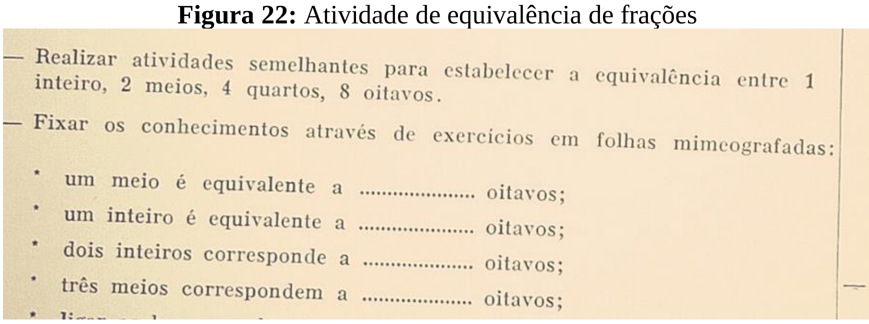
Nessa atividade, o conteúdo trabalhado era de Contagem, e foi sugerido situações de experiência da criança, mas com ênfase no conteúdo, que nesse caso é a contagem. Assim, a criança participa de uma brincadeira que utiliza a contagem de pontos, para que ela experimente contar. Percebe-se marcas tanto da Escola Nova, quanto da Matemática Moderna. A Escola Nova valorizava a experiência de vida da criança. A Matemática Moderna também propunha utilização de situações reais, como vemos na figura 2 "contagem dos meninos e meninas de determinada turma".

> A utilização de situações do cotidiano e materiais no MMM possuem a intenção de colocar as crianças em presença de concretizações múltiplas dessas estruturas fundamentais, apresentando-as sob diferentes situações voltadas para a vida diária, jogos, contos matemáticos, manipulações de materiais, interpretação e construção de gráficos. O MMM pretendia levar as crianças a explorar e a manipular essas concretizações, identificando propriedades e construindo conceitos. (ARRUDA, 2011)

A utilização do cotidiano no contexto do MMM ocorria em atividades que se adaptavam a estrutura matemática, que tinham como objetivo que o aluno descobrisse, construísse conceitos matemáticos. Já na Escola Nova a experiência cotidiana dos alunos era relevante, pois a criança deveria ser o centro do processo de aprendizagem, mas o uso de situações do cotidiano se dava numa perspectiva distinta, mais abrangente de maneira que várias matérias pudessem ser trabalhadas. Dessa forma, o uso do cotidiano para o ensino de Matemática pode ser visto como uma proposta antiga, porém reconfigurada em tempos de Matemática Moderna.

O estudo da equivalência de frações teve particular destaque na perspectiva da Matemática Moderna pois se inseria num conjunto das relações, de equivalências. Nas atividades sobre frações, especificamente equivalência de frações, o PEDREJF sugeria:

Figura 22: Atividade de equivalência de frações


— Realizar atividades semelhantes para estabelecer a equivalência entre 1 inteiro, 2 meios, 4 quartos, 8 oitavos.

— Fixar os conhecimentos através de exercícios em folhas mimeografadas:

- um meio é equivalente a .... oitavos;
- um inteiro é equivalente a .... oitavos;
- dois inteiros corresponde a .... oitavos;
- três meios correspondem a .... oitavos;

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

O objetivo da atividade era o aluno chegar ao valor de modo a obter a equivalência das frações. Foi orientado aos professores que explicassem o significado da equivalência de frações, como diferentes representações para um mesmo número; assim para a realização das operações tal substituição facilitaria a realização da mesma. Esse tratamento também aparece no livro *Frações na Escola Elementar (1964)*, da autora Rizza de Araújo Porto, inicialmente com uma atividade representando frações equivalentes, seguido do significado de equivalência de frações. Esse livro está presente na bibliografia do Plano Experimental (KIRCHMAIR, 2020).

A equivalência de frações parece ter sido mais valorizada na Matemática Moderna. Novaes, Berticelli e Pinto (2020) afirmam que de acordo com Campos (1933) poucos professores avançaram nas explicações acerca de frações, fazendo comparações e equivalências na Escola Nova. Mas no manual de Irene de Albuquerque (1958) as propostas para o ensino de frações começam a mudar, a aprendizagem das frações equivalentes se torna indispensável para a compreensão de frações. As pesquisadoras destacam que esse período é denominado Escola Nova Renovada e que as ideias trazidas pelo Movimento da

Matemática Moderna começam a ser introduzidas nos manuais pedagógicos do período denominado renovado (NOVAES; BERTICELLI; PINTO; 2020).

O MMM reverberou, em alguma medida, referências de um tratamento estruturalista herdeiro do campo da Matemática acadêmica, ou ainda, científica. A partir do respaldo da psicogênese de Piaget, várias propostas inspiradas em modos e procedimentos até então exclusivos da Matemática em nível superior foram apropriados para o ensino primário e secundário. Nesta perspectiva destacamos duas propostas bastante representativas dessas novas ideias acerca do ensino da Matemática – o trabalho com a generalização e a introdução da linguagem de conjuntos.

A generalização foi tratada pelo ideário do MMM como uma importante característica da Matemática que deveria ser precocemente introduzida. No PEDREJF relativamente ao ensino das operações de adição e subtração, uma das habilidades era: “Generalizar, quando as situações permitirem, relações e propriedades inerentes às duas operações” (JUIZ DE FORA, 1972, p. 11). Observa-se que generalizar era uma habilidade a ser desenvolvida.

Outros exemplos de atividades para o desenvolvimento dessa habilidade podem ser vistos, na exploração de propriedades sobre múltiplos e divisores dos números.

Figura 23: Incentivo à generalização

• Colocar em um quadro uma série de numerais.

— Pedir às crianças que risquem aqueles que representam números divisíveis por 2.

— Levar a criança a observar as características desses números.

1	$\boxed{2}$	3	$\boxed{4}$	5	$\boxed{6}$	7	$\boxed{8}$	9	$\boxed{10}$
11	$\boxed{12}$	13	$\boxed{14}$	15	$\boxed{16}$	17	$\boxed{18}$	19	$\boxed{20}$
21	$\boxed{22}$	23	$\boxed{24}$	25	$\boxed{26}$	27	$\boxed{28}$	29	$\boxed{30}$
31	$\boxed{32}$	33	$\boxed{34}$	35	$\boxed{36}$	37	$\boxed{38}$	39	$\boxed{40}$

— Perguntar:

— Quais são os números divisíveis por 2 na 1.ª fileira?

— Vocês se lembram de como chamamos esses números?

— E na segunda fileira? E na terceira?

— Há alguma semelhança entre os números da 1.ª fileira, os da 2.ª e os da 3.ª?

— Todos eles são divisíveis por 2?

— Todos eles são também múltiplos de 2?

— Levar a criança a elaborar as seguintes generalizações:

Um número é divisível por 2 quando é par.

Todo número par é múltiplo de 2.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Na atividade da figura 4, observa-se que a partir de algumas perguntas que o professor faria aos alunos, o aluno chegaria às generalizações, que implicam em propriedades dos números pares. É relevante destacar que na sugestão da atividade, é enfatizado que o professor deveria "levar a criança a elaborar as generalizações", ou seja, essa é uma conclusão das crianças e não do professor, elas que deveriam perceber e sistematizar esse conhecimento.

A utilização de conjuntos também foi observada em diversos capítulos do PEDREJF, e foi um dos conteúdos destacados no MMM. Na figura a seguir vemos um exemplo de como foi sugerido utilizar conjuntos e subconjuntos.

Figura 24: Uso de conjuntos

— Separar um conjunto de botões (ou outro conjunto qualquer) em quatro subconjuntos iguais, menores:

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Nessa atividade os alunos deveriam separar o conjunto de botões em quatro subconjuntos iguais. Utilizam botões como elementos do conjunto. A ideia de quantidade e divisão, nessa atividade, é trabalhada por meio de conjuntos. Dienes (1968) defendia que o número é propriedade dos conjuntos, e é perceptível que as autoras do PEDREJF procuram também relacionar os números aos conjuntos de objetos, centrando a exploração do conceito de número nessa perspectiva.

As propostas para o ensino de geometria no PEDREJF mantêm uma tradição já assentada na cultura escolar do ensino primário, desde as primeiras décadas do século XX, que parte da observação e manipulação de objetos que permitem associar figuras geométricas espaciais e planas, fazendo a distinção inicial pela comparação (OLIVEIRA, 2018). Ao introduzir o conteúdo de geometria, há a seguinte atividade no PEDREJF:

Figura 25: Introdução à geometria

— Colocar sobre a mesa bolas, caixas, dados, círculos e quadrados recortados em cartolinas e vazados para que manipulando, os alunos identifiquem que são figuras *sólidas* (porque nelas facilmente se enxergam altura, comprimento e a largura) e *planas* (porque só possuem comprimento e largura).

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Na atividade da figura 6, a criança deve identificar figuras espaciais e planas através da observação das dimensões (largura, altura e comprimento).

Além dessa atividade, relativamente à geometria há atividades para exploração de linhas retas e linhas curvas, retas verticais, horizontais e inclinadas, retas oblíquas e perpendiculares, retas concorrentes e paralelas.

O conceito de bissetriz é apresentado com a atividade abaixo:

Figura 26: Atividade sobre bissetriz

– Levar a criança a usá-los.

Tomar um ângulo desenhado em folha de papel e dobrar o papel de modo que os lados do ângulo coincidam — a linha resultante da dobradura representa a bissetriz do ângulo.

Levar a classe a concluir:

> Bissetriz de um ângulo é a semi-reta que, tendo por origem o vértice do ângulo o divide ao meio.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Essa atividade sobre a bissetriz se alinha com a perspectiva de aprendizagem por descoberta, a partir da construção e observação, pois os alunos devem chegar à conclusão do que é a bissetriz de um ângulo. Trata-se de concluir a definição de bissetriz por meio da generalização da exploração desse conceito em uma situação de construção. O cuidado com a precisão da formulação, da linguagem para definir a bissetriz é uma marca da Matemática Moderna.

À guisa de conclusão, a introdução de novas propostas na cultura escolar e o caso da Matemática Moderna no primário

A análise histórica do PEDREJF publicado em 1972 pela Prefeitura do Município de Juiz de Fora nos permite perceber como alguns saberes profissionais dos professores vão se reconfigurando; sendo parte deles bem aceitos pela cultura escolar e, dessa forma perpetuados e, outros que, de tempos em tempos, são introduzidos como inovações e acompanham as reformas educacionais.

Destacamos o uso de situações do cotidiano como uma permanência da cultura escolar que sofre uma reconfiguração com a Matemática Moderna, passando a ter como finalidade o ensino mais específico de um conceito ou propriedade exclusivamente matemática.

A preocupação com a generalização de propriedades, a utilização de conjuntos para a introdução do conceito de número, a ênfase na equivalência de frações para o estudo desses números são aspectos considerados como introdução de novos saberes que o professor que ensinava matemática no primário deveria dispor para acompanhar as atividades propostas no PEDREJF.

As propostas para o ensino de geometria também confirmam uma estabilidade da cultura escolar em torno da introdução ao tema, por meio da exploração de objetos que permitem identificar características e propriedades de figuras geométricas espaciais e planas. Contudo, acompanhando preocupações e indicações do MMM, destaca-se novamente a generalização de resultados, por vezes obtidos pela observação e manipulação; mas sistematizados em enunciados precisos, em termos da linguagem e do uso dos conceitos envolvidos.

Referências

ARRUDA, J. P. **Histórias e práticas de um ensino na escola primária: marcas e movimentos da matemática moderna**. 2011. 312 f. Tese (Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

CAPUTO, D. R. **O saber desenho no ensino primário a partir das Revistas do Ensino de Minas Gerais (1925 A 1932): sua concepção e as profissionalidades**. 2017. Dissertação de Mestrado.

CARVALHO, C. H. Escola Nova, educação e democracia: o projeto Francisco Campos para a escola em Minas Gerais. **Acta Scientiarum**, v. 34, n. 2, pp. 187 – 198, jul. – dez., 2012.

CARVALHO, M. M. C. Pedagogia da Escola Nova, produção da natureza infantil e controle doutrinário da escola. In: Freitas, M. C.; Kyhlmann Jr, M. **Os intelectuais na história da infância.** São Paulo: Cortez Editora, 2002.

DIENES, Z. P. **A Matemática Moderna no Ensino Primário.** Livros Horizonte, 1968.

DUARTE, A. R. S. Euclides Roxo e a Proposta Modernizadora do Ensino da Matemática. **Com a palavra o professor**, v. 4, p. 300-317, 2019.

FRANÇA, D.M. **Matemática nas séries iniciais.** 1. ed. Curitiba: Appris, 2019. v. 1. 397p.

JUIZ DE FORA. (1972). **Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora.**

KIRCHMAIR. I. M. **Saberes Profissionais para ensinar em tempos de Matemática Moderna: Plano Experimental para o ensino primário de Juiz de Fora (1972).** 2020. Dissertação de Mestrado.

NOVAES, B. W. D., BERTICELLI, D. G. D., PINTO, N. B. (2020). Transformações nos saberes para ensinar frações no curso primário relacionadas ao uso de materiais escolares (1930-1970). **ANAIS** DO ENAPHEM-ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA-ISSN 2596-3228, (5), 1-5.

OLIVEIRA, M. C. A. Percurso investigativo sobre a Geometria e o Desenho como saberes profissionais de professores dos anos iniciais no Brasil. **Paradigma (Maracay)**, v. XXXIX, p. 175-189, 2018.

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. (Ed.). **O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular**. Editora UFJF, 2011.

ROXO, E. A Matemática e o curso secundário, 1937. In: VALENTE, W. R.(org). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. 2. ed. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2004. v. 1. 180p

SOUZA, Rosa Fátima de. Objetos de ensino: a renovação pedagógica e material da escola primária no Brasil, no século XX. **Educar em Revista**, p. 103-120, 2013

VALDEMARIM, V. T. **História dos métodos e materiais de ensino: a escola nova e seus modos de uso.** São Paulo: Cortez Editora, 2010.

Os processos de escolarização da matéria Trabalhos Manuais: interrelações com os saberes matemáticos

The schooling processes of the subject Manual Works: interrelationships with mathematical knowledge

Claudia Regina Boen Frizzarini
Colégio Mary Ward - SP
claudiafrizzarini@gmail.com

Resumo
O presente estudo tem como objetivo analisar os distintos processos de escolarização da matéria escolar Trabalhos Manuais, evidenciando a relação que foi construída e constituída com os saberes matemáticos ao longo do tempo. Pautado teoricamente e metodologicamente sob a perspectiva da História Cultural, particularmente sob os preceitos da história das disciplinas escolares e das finalidades de ensino, visa compreender, a partir da análise da matéria escolar Trabalhos Manuais, como seu ensino pode contribuir aos dois lados das finalidades educativas: o dos ensinos explícitos e programados e o dos ensinos implícitos, em métodos de ensino mais discretos e nos princípios de regimento da vida escolar. Para isso traça-se um histórico dos processos de escolarização dos Trabalhos Manuais em âmbito nacional e internacional, concluindo que desde sua inserção na escola, essa matéria apresenta distintas finalidades de ensino, intimamente relacionadas com as intencionalidades pedagógicas e da sociedade em si, e nessas análises a articulação com os saberes matemáticos ficam evidentes e culminam na não disciplinarização dessa matéria que deixa de existir nos currículos, mas se mantém viva como uma ferramenta, ou ainda como uma metodologia para o ensino.

Palavras-chave: Processos de escolarização; Trabalhos Manuais; Saberes Matemáticos

Abstract
The present study aims to analyze the different processes of schooling in the Manual Works school subject, highlighting the relationship that was built and constituted with mathematical knowledge over time. Based theoretically and methodologically from the perspective of Cultural History, particularly under the precepts of the history of school subjects and teaching purposes, it aims to understand from the analysis of school material Manual works can contribute to both sides of educational purposes: that of teaching explicit and programmed teachings and that of implicit teachings, in more discreet teaching methods and in the principles of regulation of school life. For this, a history of the schooling processes of Manual Works at national and international level is drawn, concluding that since its insertion in school, this subject has different teaching purposes, closely related to the pedagogical intentions and society itself, and in these analyzes the articulation with mathematical knowledge are evident and culminate in the non-disciplinarization of this subject, which no longer exists in the curricula, but remains alive as a tool, or even as a methodology for teaching.

Keywords: Schooling processes; Manual Works; mathematical knowledge

Considerações iniciais

O estudo apresentado neste artigo busca analisar os distintos processos de escolarização da matéria escolar Trabalhos Manuais, evidenciando a relação que foi construída e constituída com os saberes matemáticos ao longo do tempo. Sem um enfoque temporal explícito, ou mesmo um espaço físico delimitado, este trabalho visa discutir as diferentes nuances e propostas para o ensino de Trabalhos Manuais, desde o período em que se inicia sua escolarização, até o momento em que podemos observar uma verdadeira harmonização entre tal ensino e os saberes matemáticos na escolarização elementar.

A narrativa histórica desenvolvida neste estudo pautar-se-á teoricamente e metodologicamente sob a perspectiva da História Cultural, particularmente sob os preceitos da história das disciplinas escolares e das finalidades de ensino (CHERVEL, 1990). A discussão sobre as distintas finalidades educacionais, que envolvem as finalidades religiosas, sociopolíticas, de ordem psicológica, culturais e as finalidades de cada um dos grandes tipos de ensino, seja ele primário, primário superior, secundário, etc. permite compreender que a verdadeira construção da escola e de seus elementos, a associação entre estas diferentes finalidades "consigna a escola sua função *educativa"*, (CHERVEL, 1990, p. 188, grifo do autor).

E como salienta Chervel (1990, p. 188), "as disciplinas escolares estão no centro desse dispositivo. Sua função consiste, em cada caso, em colocar um conteúdo de instrução a serviço de uma finalidade educativa", ou seja, a educação dada e recebida nas escolas é a imagem das finalidades correspondentes. Assim, a análise da matéria escolar Trabalhos Manuais pode contribuir a compreender dois lados das finalidades educativas: o dos ensinos explícitos e programados e, o dos ensinos implícitos, em métodos de ensino mais discretos e nos princípios de regimento da vida escolar.

A introdução dos Trabalhos Manuais na escola (histórico mundial)

Antes de propriamente iniciar esta escrita histórica da escolarização dos trabalhos manuais[1] em âmbito mundial, é necessário discutir um pouco sobre o que são os Trabalhos Manuais, para isso, um trecho do educador francês Ferdinand Buisson ilustra a dinâmica e o que constitui essa matéria escolar:

> "O trabalho manual forma um dos dois grandes ramos da atividade humana, em oposição ao que é comumente chamado de trabalho intelectual ou o trabalho do pensamento. Não é possível, de fato, estabelecer entre esses dois modos de atividade uma distinção absolutamente rigorosa: pois o trabalho manual, mesmo tão grosseiro, tão mecânico que possa se supor, sempre requer a intervenção da inteligência; e o trabalho do espírito precisa, para ser

[1] Aqui, trabalhos manuais é escrito em letras iniciais minúsculas pois refere-se a todos os exercícios manuais sem a menção específica da matéria escolar Trabalho(s) Manual(is) escrita com letras iniciais maiúsculas. Essa distinção será feita a todo o momento durante a escrita.

> traduzido em uma obra, manifestar-se fora, pela intervenção da mão, pela escrita, números, desenho, etc. Essa distinção, no sentido de que o uso de todas as línguas modernas a admitiu, responde, no entanto, a um fato histórico" (BUISSON, 1887, Tradução nossa).

Hébrard (1990) em uma análise acerca da escolarização dos saberes elementares, constitui um perpassar ao longo do tempo (desde a Idade Média até a época moderna) para explicitar especificamente sobre o processo de escolarização da leitura, relacionando-o ao mundo do trabalho, fora dos muros da escola. Embora sua pesquisa não se paute sobre os Trabalhos Manuais, as similaridades possibilitam refletir sobre essa investigação. Como conjectura Frizzarini (2018) ao discutir que o processo de escolarização dos trabalhos manuais também advém historicamente de saberes profissionais, como uma "herança" do mundo do trabalho com finalidades próprias, que adentra a escola e constrói uma escolarização do fazer.

E é desse ponto que se inicia essa história, de uma proximidade com o campo profissional, em que o trabalhador manual, braçal, por muito tempo foi menosprezado pela sociedade, somente o intelectual era reconhecido (BUISSON, 1887). Porém, com o passar dos anos, uma nova concepção das relações humanas começa a se formar no período da Idade Média, a ideia de que a construção de um homem completo deveria desenvolver propriamente as capacidades, intelectuais e físicas, buscou-se conciliar o filósofo e o artesão.

Desse modo, os trabalhos manuais começam a ganhar o espaço escolar. No século XVIII a elite intelectual francesa passa a enxergar os trabalhos manuais sob um novo estatuto, de valorização das artes e ofícios, e começa a promover na escola os Trabalhos Manuais visando o desenvolvimento dos aspectos físico e moral da criança (FRIZZARINI, 2018). O que corrobora a observar que as culturas sociais, de fora da escola, passam a "pertencer" à cultura escolar, evidenciando que finalidades sociais adentram e se inserem às finalidades escolares (Chervel, 1990).

E como a história é um continuo e um perpétuo mudar, esse processo histórico, de escolarização dos trabalhos manuais, não poderia ser diferente, tem muitos embates, mudanças, consensos, um provável começo e um não tão delimitado fim...

Como salienta Chervel (1990), as matérias de ensino não são nem uma adaptação nem uma vulgarização das ciências de referência, mas um resultado espontâneo e criativo do próprio sistema escolar, que consiste na mistura de conteúdos culturais e da formação do espírito, que é constituída por profundas agitações da disciplina, como expõe o autor:

> "A experiência elementar de todo historiador das disciplinas lhe ensina que as vulgatas evoluem ou se transformam. As exigências intrínsecas de uma matéria ensinada nem sempre se acomodam numa evolução gradual e contínua, A história das disciplinas se dá frequentemente por alternância de patamares e de mudanças importantes, até mesmo de profundas agitações. Quando uma nova vulgata toma o lugar da precedente, um período de estabilidade se instala, que será apenas perturbado, também ele, pelas inevitáveis variações. Os períodos de estabilidade são separados pelos períodos "transitórios", ou de "crise", em que a doutrina ensinada é submetida a turbulências. O antigo sistema ainda continua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura: períodos de maior diversidade, onde o antigo e o novo coabitam, em proporções variáveis. Mas pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que os outros, destaca-se do conjunto, fixa os "novos métodos", ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. é a ele que doravante se imita, é ao redor dele que se constitui a nova vulgata." (CHERVEL, 1990, p. 204).

Frizzarini (2018, p. 27) em sua tese apresenta um "histórico da escolarização dos trabalhos manuais em âmbito mundial a partir de representações e embates de diversas personalidades, com vias a compreender o processo de escolarização dos trabalhos manuais brasileiros". A autora, pauta-se então em alguns educadores como Antônio D'Ávila[2] (1967), que em seu manual "Práticas Escolares" no segundo volume apresenta um capítulo totalmente dedicado a apresentar um "Histórico do ensino de Trabalhos Manuais".

De acordo com D'Ávila (1967), o movimento de escolarização dos trabalhos manuais tem suas primeiras discussões realizadas por Martim Luthero em 1524, evidenciando o trabalho manual como um elemento de educação humana. Luthero preconiza a educação realizada por meio do trabalho, sob uma proposta de que o trabalho manual deveria estar relacionado ao ensino das demais matérias do curso primário, sem obter propriamente o *status* de uma matéria escolar.

E, segundo D'Ávila (1967), a partir disso, tantos outros educadores, filósofos e experts da educação, passaram a defender a escolarização dos trabalhos manuais, como o

[2] Antônio D'Ávila nasceu em Jaú (SP), aos 13 de julho de 1903, fez seus estudos primários em São Paulo, nos grupos escolares da Rua da Consolação, da Avenida Paulista e na Rua Santo Antônio, ingressou, em 1917 na Escola Normal Primária "Caetano de Campos", diplomando-se em 1920. Atuou como professor em diversas cidades da capital paulista e do interior ministrando as disciplinas de Psicologia, Pedagogia, Didática, Matemática e Desenho. Em 1935 foi aprovado em concurso para catedrático da cadeira de Metodologia do Instituto de Educação da Universidade de São Paulo. D'Ávila exerceu ainda os cargos de professor de Didática e de Metodologia do ensino secundário na Faculdade de Filosofia São Bento, de 1933 a 1937, e professor de Psicologia do curso pré-jurídico da Faculdade de Direito de São Paulo, em 1934. D'Ávila em seu manual (TREVISAN, 2015).

caso do educador Comenius (1592 – 1671), que no desejo de que os alunos adquirissem a máxima habilidade manual, propunha que esses trabalhos integrassem o currículo escolar, com a finalidade de preparar para a vida futura da criança, para o mundo do trabalho (REVISTA..., 1891, n. 13).

E os debates e proposições dessa atividade manual como uma matéria escolar, ou mesmo somente com sua inserção na escola, versam sob diferentes aspectos e finalidades. Como é o apresentado pelo filósofo John Locke (1632 – 1704), que propunha uma escola atraente, e assim observava o trabalho manual como um jogo, um passatempo agradável e útil para "aliviar" os "trabalhos da inteligência" e, que ao mesmo tempo, encaminha para a aquisição de um ofício (D'ÁVILA, 1968, p.191).

Outra forma de compreender a inserção dos trabalhos manuais na escola é apresentada por Jean-Jacques Rousseau (1712 – 1778), que desejava que o aluno "aprendesse um ofício, que soubesse manejar a enxada e o machado; que soubesse servir-se do martelo, do torno, da garlopa, da lima e se fizesse familiar com os instrumentos e aparelhos principais de todos os ofícios" (D'ÁVILA, 1968, p.191). Proposta essa que entendia o trabalho manual como um meio educativo para o desenvolvimento moral e intelectual do aluno, em que o ofício atua como um dever social (REVISTA..., 1891, n. 13).

Como Frizzarini (2018) reitera nas assertivas de D'Ávila (1967), as representações sobre a escolarização dos trabalhos manuais encontram-se a todo o momento em situação de disputas. Como no caso de Basedow (1723 – 1790) que em fala muito próxima de John Locke, concebe o trabalho manual como um contrapeso aos estudos intelectuais, ao contrário de Blasche (1796), que apresenta uma proposição distinta, compreendendo o trabalho manual como um fundamento do desenvolvimento intelectual (REVISTA..., 1891, n. 13).

Mas são as ideias do renomado pedagogista suíço, Pestalozzi[3] (1746 – 1827) que modificam a forma de conceber a escolarização do trabalho manual. Sistematizador do

[3] Johann Heinrich Pestalozzi, educador suíço, nasceu em Zurich. Quando estudante participou de movimentos de reforma política e social. Conhecido por sua ação como mestre, diretor e fundador de escolas, suas ideias demarcam a Pedagogia Intuitiva, cuja característica básica é oferecer, na medida do possível, dados sensíveis à percepção e observação dos alunos (SOËTARD, 2010).

método de ensino intuitivo[4], Pestalozzi afirmava e aplicava sua diretriz pedagógica: "O coração se desenvolve amando, o espírito pensando, a mão trabalhando". Em seus centros de educação para meninos pobres e orfanatos, com o intuito de regenerá-los por meio do trabalho manual, Pestalozzi tinha por meio desse ensino a finalidade de fornecer a cada criança os instrumentos de sua autonomia (D'ÁVILA, 1968, p.192).

Pestalozzi propunha então o trabalho manual como um meio de reerguer as classes pobres, suas práticas de instrução estavam sempre conectadas à prática, à atividade, ao trabalho manual, pois segundo ele, seria por meio dos sentidos que os alunos deviam entrar em contato direto com os objetos, para depois se obter o conhecimento. Pois, como explicitam Zanatta e Souza (2010, p. 2) "a educação intelectual, resultante da organização das impressões sensoriais obtidas na relação homem-natureza, transforma as representações confusas em conceitos precisos e claros. O meio essencial da educação intelectual é a intuição".

Pautado nas ideias de Pestalozzi, seu estagiário Froebel (1782 – 1852), interessado pela educação pré-primária, tinha como objetivo de suas atividades possibilitar brincadeiras criativas e que oferecessem o máximo de oportunidades para a formação da criança, de seus dons, e assim iniciou o trabalho manual utilizando o jogo espontâneo. De acordo com Câmara (2019), a atividade de Froebel, realizada pelos dons, possibilitariam os movimentos de interiorização e exteriorização de conhecimento pela criança, sendo os dons/brinquedos como um eixo para ampliar e familiarizar as crianças com "propriedades" de: natureza material do mundo físico, grandeza, forma, cor, peso, som, número, direção ou posição, além de cheiro, gosto, dimensão, limite, transparência, etc. (VIEIRA, 2011).

E pautados sobre as ideias de Pestalozzi e Froebel, muitos outros educadores apareceram nos países escandinavos na defesa dos trabalhos manuais, é o caso de Ugo Cygneus que, na Finlândia, estabelece os Trabalhos Manuais como matéria independente dentro do programa escolar primário. Ou seja, tudo indica que nesse momento o Trabalho

[4] O método intuitivo de ensino consiste em um método que surge na Europa em meados do século XIX sob o patamar da Pedagogia Moderna, e que sua base situa-se no princípio de percepção sensorial, obtida através da relação homem-natureza, parte-se, assim, do contato direto dos sentidos com os objetos (ZANATTA, 2012).

Manual finalmente adentra a escola primária, mas é na Suécia por Otto Salomon[5] que o Trabalho Manual, agora como matéria escolar, começa a ser considerado um instrumento educativo e não mais somente um provento econômico (D'ÁVILA, 1967).

Essa concepção do Trabalho Manual como um instrumento do ensino, que se concretiza e difunde a partir dos preceitos de Pestalozzi e Froebel, nos dá a ideia de um primeiro momento de vulgata escolar, em que após os embates ao longo dos tempos, chega-se a um consenso sobre a inserção dos Trabalhos Manuais nas escolas e suas finalidades (CHERVEL, 1990).

Salomon iniciou a introdução da educação dos trabalhos manuais nas escolas sob o nome de *slöjd*[6], a partir de estudos e desenvolvimentos obtidos no Seminário de Nääs, uma Escola Normal de trabalhos manuais sueca que começa seus cursos em 1875. Reconhecido como o verdadeiro "trabalho manual educativo", esses exercícios visavam incitar a formação completa e integral das crianças em seus parâmetros intelectual, formal e manual, tendo como finalidade fazer florescer no aprendiz o respeito por todo e qualquer tipo de profissão (D'ÁVILA, 1967).

A partir do desenvolvimento do *slöjd*, pode-se observar na década de 1870 muitos países como a Dinamarca, Alemanha, Suíça e Estados Unidos da América introduzindo os Trabalhos Manuais como matéria obrigatória em seus cursos primários (REVISTA..., 1891, n. 13). Em 1880, os Trabalhos Manuais também podem ser encontrados nos programas primários italianos e franceses, como uma matéria escolar e até mesmo uma escola normal de trabalhos manuais é criada na Itália aos moldes de Nääs (D'ÁVILA, 1967).

Frizzarini (2018) em estudo que se aproxima da escolarização dos Trabalhos Manuais na França apresenta ainda que os estudos de Lebeaume (1994, 2010) e Houssaye (2000) apontam sobre a escolarização dos Trabalhos Manuais, mas incidem sobre uma não legitimação dos mesmos como uma matéria escolar.

[5] Como professor e educador, Otto Salomon era autodidata, adquiriu experiência de ensino na escola vocacional para meninos em Nääs. A partir de 1882, Salomon concentrou suas atividades na escola de treinamento de professores, dando aulas e palestras. Este esquema de treinamento foi elaborado para que os professores pudessem obter habilidades de ensino de trabalhos manuais, além da capacidade de ensinar matérias teóricas ou acadêmicas (UNESCO, 1994).

[6] O *slöjd* é um método de ensino de trabalhos manuais que representa o verdadeiro "trabalho manual educativo", constitui-se de exercícios que incitem a tripla educação intelectual, formal e manual, não possuindo como finalidade de ensino oferecer um ofício à criança.

O nascimento do trabalho manual na França como uma atividade escolar se dá em 1882 e sua finalidade e status mudam constantemente; torna-se matéria obrigatória; anos depois ganha uma abordagem técnica, como de um álbum de trabalhos; posteriormente passa a servir às matérias com caráter científico, em especial àquelas destinadas ao ensino de saberes matemáticos; depois passa a ser concebido como um meio pedagógico, uma metodologia e; seu fim é delimitado quando os Trabalhos Manuais se confundem com o desenho geométrico, e assim têm seu enfoque modificado para um ensino de fabricação de objetos decorativos e utilitários (LEBEAUME, 1994).

E assim, em meados de 1960, a partir da era da tecnologia, um discurso sobre as virtudes educacionais do trabalho manual francês atrai o desenvolvimento escolar promovendo as atividades manuais como modalidade do despertar do pensamento, mas essas desaparecem no meio dos anos 1980 com o surgimento da Tecnologia como uma matéria escolar (LEBEAUME, 2010).

Mas e no Brasil? Quando realmente os trabalhos manuais passam a pertencer ao currículo escolar? Quais as representações e finalidades dessa atividade manual nas escolas? Como as ideias internacionais chegaram em nossas terras? Podemos observar alguma relação dos Trabalhos Manuais com os saberes matemáticos assim como na França? Existem um começo e um fim da escolarização dos trabalhos manuais no Brasil?

Os Trabalhos Manuais nas escolas brasileiras

Após a Proclamação da República em 1890, é proposta uma reforma da Instrução Pública e juntamente a isso, sob os moldes franceses, é criado o *Pedagogium* uma espécie de museu pedagógico, escola, biblioteca, centro de conferências e aulas "com o objetivo de estimular a discussão educacional e a renovação pedagógica" (BASTOS, 2000, p. 94).

Assim, além de reformar o ensino primário e secundário, aparelhando-se com o que havia de mais moderno na Europa, o governo brasileiro iniciou um programa de viagens pedagógicas que também tinham como intenção se aproximar das políticas educacionais, bem como as práticas inovadoras e bem-sucedidas da Europa. Como apresentam Leme da Silva, Frizzarini e Conceição (2021), a primeira delegação republicana de docentes primários brasileiros em missão pedagógica ao exterior foi enviada em 1891, e contou com a participação de três professores Luiz Augusto dos Reis, Manoel José Pereira Frazão e Amélia Fernandes da Costa, que circularam por Portugal, Espanha, França, Suíça, Suécia, Inglaterra, Itália e Bélgica.

D'Ávila (1967) evidencia a presença de Frazão à essa viagem, pois segundo o autor, foi a partir dos conhecimentos trazidos por Frazão por meio de materiais e seu relatório publicado em 1893 que o Brasil e o professorado brasileiro se colocou a par do movimento pedagógico europeu especialmente com relação ao *slöjd.* Isso se dá pelo fato de que Frazão foi o único dos três professores que realizou dois cursos de verão, em 1891, no centro europeu de formação de professores para os Trabalhos Manuais, a famosa Escola de Trabalhos Manuais da Suécia, a Escola (Seminário) de Nääs (LEME DA SILVA, FRIZZARINI, CONCEIÇÃO, 2021).

Desse modo, na Reforma Benjamin Constant, publicada em 08 de novembro 1890 pelo decreto nº 981, a primeira lei de instrução pública do Brasil republicano, podemos observar o Trabalho Manual inserido como uma matéria de ensino ao curso primário brasileiro. Segundo Schmitt (1893), o responsável pela construção do texto do programa referente à matéria de Trabalhos Manuais foi o prof. Manoel José Pereira Frazão, que se tornou uma espécie de representante dos professores da Corte já no período Imperial, e assim, antes mesmo de realizar sua viagem pedagógica, já implantou modernidades suecas no programa primário fluminense de 1890.

Podemos observar que a entrada do Trabalho Manual como uma matéria escolar no currículo brasileiro não é tão distante, ocorre praticamente ao mesmo tempo que nos países europeus e nos Estados Unidos da América, mas assim como evidenciamos embates, aspectos e finalidades diferentes propostas por educadores e filósofos antes propriamente da escolarização dos Trabalhos Manuais, no Brasil esse processo não é diferente.

Mesmo com a saída do regime escravocrata manteve-se na população o preconceito sobre o trabalho manual. De tal modo, a escolarização desta atividade em escolas profissionais, voltada para o fim da aprendizagem de ofícios manuais, foi concebida como um espaço para disciplinar o cidadão e desenvolver o amor pelo trabalho (CUNHA, 2000). E mesmo com a promulgação dos Trabalhos Manuais como uma matéria no curso primário brasileiro em 1890, as finalidades de desenvolver o amor e gosto pelo trabalho e promover um adestramento dos olhos e das mãos do estudante, se mantém presentes ao longo do tempo, ressaltando a proximidade dessa matéria com a formação da criança para o mundo profissional, do ofício (FRIZZARINI, 2018).

Porém, não somente essas finalidades são observadas ao longo da escolarização brasileira dos trabalhos manuais, o aprimoramento do senso estético e artístico e a concepção do Trabalho Manual como um auxiliar no ensino de outras matérias (em especial aquelas que envolvem saberes matemáticos) também são analisadas por Frizzarini (2018).

De acordo com a análise de Frizzarini (2018), as representações de quase sessenta anos[7] de escolarização dos Trabalhos Manuais em solo brasileiro, não conseguem ser "colocadas em caixinhas". De 1890 até a investigação da autora em meados de 1970, dois grandes movimentos pedagógicos são observados nas legislações, manuais, livros e propostas de ensino, a saber: Pedagogia Moderna e Pedagogia da Escola Nova, e com eles a concepção do Trabalho Manual muda, se transforma, se combina. E novamente aqui, a cultura escolar segue em interação com outras culturas, demandas externas à escola e altera suas finalidades de ensino (CHERVEL, 1990).

No momento em que se evidencia os princípios da Pedagogia Moderna, o método intuitivo de ensino disseminado nesse momento tem na intuição infantil, como o próprio nome diz, o preceito do ensino, no qual pela observação das coisas, o aluno aprenderia. Assim, a própria confecção dos trabalhos manuais, exprime a intencionalidade desse momento de ensino, na construção das modelagens, recortes, dobraduras, o Trabalho Manual atenderia suas finalidades de educar os olhos e as mãos, desenvolver o gosto e amor pelo trabalho e aprimorar o senso estético e artístico infantil a partir do feitio dessas atividades.

Contudo, o olhar aos saberes matemáticos não é distante do Trabalho Manual, essa nova matéria atuaria então como um espaço de exercício daquilo que já foi aprendido nas demais matérias, como um momento de sistematização e consolidação de maneira prática. Ou seja, a matéria Trabalhos Manuais não tinha como objetivo nesse momento discutir conceitos e conteúdos matemáticos, suas atividades utilizavam saberes matemáticos já

[7] Esse período é determinado por Frizzarini (2018) ao tomar como base a primeira legislação que apresenta a matéria Trabalhos Manuais datada de 1890 e a última legislação analisada pela autora, datada de 1950 no Estado de São Paulo.

prescritos e constituídos por conteúdos, metodologias e teorias para que sua construção se tornasse “ensinável” nas escolas, se escolarizasse.

Já no período concernente à Pedagogia da Escola Nova, o ensino globalizado infere ao mesmo tempo uma hierarquização dos saberes e assim os trabalhos manuais passam a ser valorizados, são praticamente incorporados às outras matérias dos programas primários, em especial àquelas que promovem o ensino de saberes matemáticos, e nessas atuam como um meio pedagógico ao ensino, uma ferramenta. As novas concepções da sociedade e as necessidades escolares imprimem que a atividade interessada do aluno é o centro do ensino e por isso uma matemática prática é estimulada pelos trabalhos manuais, colocada como a principal finalidade do ensino.

Neste novo status a atividade do trabalho manual é enaltecida, mas a matéria Trabalhos Manuais perde seu motivo de existência. O saber técnico (da matéria na própria construção dos trabalhos) perde importância para o saber teórico (proveniente da didatização da matemática realizada pelo auxílio dos trabalhos manuais no ensino de saberes matemáticos nas Formas, Geometria, Aritmética, Matemática e Desenho).

Segundo Frizzarini (2018), nos dois movimentos, da Pedagogia Moderna e da Pedagogia da Escola Nova, o fazer impera, trata-se mais do que a escolarização dos Trabalhos Manuais, mas sim da escolarização do fazer, de uma matéria que, a todo o momento, promove a prática. As distintas finalidades observadas ao longo do período analisado pela autora exprimem que as articulações com os saberes matemáticos trazem consigo os atributos das mudanças educacionais, das demandas da sociedade, das finalidades da escola.

Considerações finais

Estudos já realizados por Frizzarini (2018) e Camara (2019), envolvendo a compreensão histórica dos saberes matemáticos e mais especificamente de saberes geométricos, ao longo dos currículos, normas, prescrições, manuais, revistas e outros materiais para o ensino apresentam que uma matéria escolar chamada Trabalhos Manuais se interrelaciona, ao longo do tempo, com esses saberes. Segundo Frizzarini (2018), essa conexão somente pode ser compreendida se observarmos suas interações com as diferentes culturas extra escolares (CHERVEL, 1990), como as demandas sociais e políticas de modo a entender como essa matéria se constitui e se escolariza, ou não, nos cursos escolares.

Esse artigo buscou então analisar os distintos processos de escolarização da matéria escolar Trabalhos Manuais, evidenciando a relação que foi construída e constituída com os saberes matemáticos ao longo do tempo. A partir de olhares internacionais e nacionais, observou-se que a inserção dos trabalhos manuais nos currículos escolares se deu devido a uma demanda externa, da vida profissional dos alunos, e a partir disso, distintas finalidades podem ser observadas para o seu ensino, visando, cada um a seu tempo, e momento histórico, atender as questões que emergiam.

Ou seja, num primeiro momento observamos a matéria Trabalhos Manuais adentrando às escolas com a finalidade de desenvolver o gosto e amor pelo trabalho, de aproximar a escola das atividades profissionais do aluno. Em um segundo momento, marcado pelo movimento da Pedagogia Moderna, observa-se que os diferentes tipos de trabalhos manuais realizados na escola, se articulam com os saberes matemáticos propriamente para utilizar de seus recursos, principalmente de medição e forma, de modo que as finalidades de adestrar os olhos e as mãos e aprimorar o senso estético e artístico sejam desenvolvidas, e os saberes matemáticos são entendidos como ferramentas para se construir a perfeição.

Posteriormente, com as ideias advindas da Pedagogia da Escola Nova, os Trabalhos Manuais passam a atuar como ferramentas para ensinar seus conteúdos com o auxílio dos trabalhos manuais, mas ao contrário que se pode imaginar, não se trata de uma inversão de valores com o período anterior. Observamos ainda a própria matéria Trabalhos Manuais atuando por si, e utilizando de saberes matemáticos para constituir seus elementos, ou seja, trata-se de uma articulação de mão dupla, com a finalidade de auxiliar no ensino de outras matérias.

Mas ao longo do tempo essa articulação em que os preceitos dos trabalhos manuais, como os recortes, dobraduras, modelagens e cartonagens, são desenvolvidos para ensinar as demais matérias escolares fica cada vez mais evidente, ao ponto que essa escolarização do fazer antes proposta como uma matéria, Trabalhos Manuais, passa a ser entendida como uma metodologia.

E assim, os Trabalhos Manuais perdem espaço no currículo escolar, como matéria, por mais que os Trabalhos Manuais não propriamente se disciplinarizem, não se legitimem como uma matéria escolar e percam esse status em meados de 1960, podemos dizer que sua escolarização persiste até hoje, observadas na BNCC desde o ensino infantil, que propõe que um dos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento refere-se a “expressar-se livremente por meio de desenho, pintura, *colagem, dobradura e escultura*, criando produções bidimensionais e tridimensionais”, até mesmo aos demais graus de ensino.

Referências

BASTOS, Maria Helena Camara. Ferdinand Buisson no Brasil. Pistas, vestígios e sinais de suas ideias pedagógicas (1870-1900). **História da Educação**. ASPHE/UFPel, v.4, n.8, set., p. 79-110, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BUISSON, F. **Dictionnaire de pédagogie et d’instructions primaire.** Paris: Hachette, 1887.

CAMARA, A. **Saberes geométricos na educação primária paranaense**: elementos das culturas escolares e da formação do cidadão republicano (1889-1946). Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, – 2019.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, n. 2. Porto Alegre, RS, 1990.

CUNHA, Luiz Antônio. **O ensino de ofícios nos primórdios da industrialização**. São Paulo: Editora Unesp; Brasília, DF, FLACSO, 2000.

D’ÁVILA, A. **Práticas escolares**. 2. v. 6. São Paulo: Editora Saraiva, 1967.

FRIZZARINI, C. R. B. **Saberes matemáticos na matéria trabalhos manuais***:* processos de escolarização do fazer, São Paulo e Rio de Janeiro (1890-1960). Tese (Doutorado) - Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2018.

HÉBRARD, J. A escolarização dos saberes elementares na época moderna. **Teoria & Educação**, n. 2. Porto Alegre, RS, 1990. p. 65-110.

HOUSSAYE, Jean. Le travail Manuel : analyseur du curriculum scolaire. **Revue française de pédagogie**, vol.132, 2000, p. 67-78.

LEBEAUME, J. Travail manuel, technologie. In Jacquet-Francillon, François; d’Enfert Renaud & Loeffel Laurence (Dirs.) **Une histoire de l’école.** Anthologie de l’éducation et de l’enseignement en France XVIIIe-XXe siècle. Paris: Retz, 2010.

LEBEAUME, J. Le travail manuel masculin au cours moyen - Cent ans de recherche de cohérence. **Revue Française de Pédagogie**, *108*, p. 57-71, 1994.

LEME DA SILVA, M. C.; FRIZZARINI, C. R. B. ; CONCEICAO, G. L. . Trabalhos Manuais e Saberes Geométricos - Apropriações do Rio de Janeiro a partir da circulação internacional. **ENSINO EM RE-VISTA**, v. 28, p. 1-26, 2021.

REVISTA PEDAGOGICA. **Publicação Mensal do Pedagogium**. Rio de Janeiro: Livraria Clássica de Alves e Cia, 1891, tomo III, n. 13. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/158560>. Acesso em: 11 jun. 2021.

SCHMITT, É. A pedagogia do trabalho manual. **Revista Pedagogica**. Publicação Mensal do Pedagogium. Rio de Janeiro: Livraria Clássica de Alves e Cia, 1893, tomo V, n. 25, 26 e 27. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/158562>. Acesso em: 11 jun. 2021.

SOËTARD, M. **Johann Pestalozzi**. In: GASPARIN, João Luís; MARCONDES, Martha Aparecida Santana. (Org.). Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Ed. Massangana, 2010.

TREVISAN, T. A. O educador paulista Antônio D'Ávila (1903-1989): sua atuação e sua produção escrita. In: MORTATTI, MRL., et al., orgs. **Sujeitos da história do ensino de leitura e escrita no Brasil [online]**. São Paulo: Editora UNESP, 2015, pp. 195-219.

UNESCO: International Bureau of Education. **Otto Salomon (1849-1907).** Prospects: the quarterly review of comparative education. Paris, vol. XXIV, no. 3/4, 1994, p. 471–485. Disponível em: <http://www.ibe.unesco.org/sites/default/files/salomone.PDF>. Acesso em: 11 jun. 2021.

VIEIRA, M. Manual para os Jardins de Infância. In: BASTOS, Maria Helena Camara. **Manual para os jardins de infância**: ligeira compilação pelo Dr. Menezes Vieira – 1882. Porto Alegre: Redes Editora, 2011.

ZANATTA, B. A. O Legado de Pestalozzi, Herbert e Dewey para as práticas pedagógicas escolares. **Revista Teoria e Prática da Educação**, v. 15, n. 1, p. 105-112, jan./abr. 2012.

Por Outras Revoltas dos Quebra-Quilos: História da Educação Matemática em Interpelações Decoloniais

For Other "Revoltas dos Quebra-Quilos": History of Mathematics Education in Decolonial Interpellations

Filipe Santos Fernandes
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
fernandes.fjf@gmail.com

Raquel Moreira Mendanha
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
raquelmendanha7@gmail.com

Resumo
A chamada Revolta dos Quebra-quilos foi um levante popular ocorrido no Nordeste rural brasileiro nos anos de 1875-1876, incitado, entre outros aspectos, pelo descontentamento da população frente à implementação de um novo sistema de pesos e medidas pelo governo Imperial. Na atualidade, essas resistências permanecem em outras lutas, como nos cursos de Licenciatura em Educação do Campo, que insistentemente revisitam memórias e histórias camponesas que (re)existem em identificações políticas, territoriais e culturais que escapam das imagens coloniais que conferem ao rural uma visão depreciativa. Junto a essa revisão de memórias e histórias, buscamos expressar como a Matemática atua como meio para o exercício da colonialidade, alinhando a História da Educação Matemática à luta das populações camponesas pela educação e evidenciando como as ações de um curso de formação de professores permitem valorizar e reconhecer vozes e experiências educativas da população camponesa, em um movimento de (re)existência frente à colonialidade.

Palavras-chave: Colonialidade; Decolonialidade; Educação do Campo; História Oral; Licenciatura em Educação do Campo; Pesos e Medidas.

Abstract
The "Revolta dos Quebra-quilos" (Brazil, 1875-1876) was a popular movement motivated by the population's dissatisfaction with the implementation of a new system of weights and measures by the Imperial government. Currently, resistance like this remains through other struggles. For example, teacher education from the perspective of Rural Education Degree intends to rewrite memories and histories that, in Brazil, (re)exist in different rural territories and that produce political and cultural identifications that escape colonial images. Based on these memories and histories, we present how Mathematics works through coloniality, linking the History of Mathematics Education to the struggle of rural populations. We discuss how the actions of a teacher training course make it possible to value and recognize the voices and educational experiences of the rural population, in a movement of (re)existence against coloniality.

Keywords: Coloniality; Decoloniality; Rural Education; Oral History; Rural Education Degree; Weights and Measures.

- Para Ivete Maria Baraldi -

Breves considerações sobre a Revolta dos Quebra-quilos: uma introdução

Figura 1: Rótulo de cigarro fazendo referência aos Quebra-quilos (Recife, PE).

Fonte: Acervo Digital da Fundação Joaquim Nabuco. Disponível em: <http://digitalizacao.fundaj.gov.br/fundaj2/>. Acesso em: 29 maio 2021.

Brasil, 1874-1875. As províncias de Pernambuco, Paraíba, Rio Grande do Norte e Alagoas são o cenário de uma insatisfação popular contra as novas leis do governo Imperial que previam uma mudança no sistema de pesos e medidas. A adoção do sistema métrico francês se alinhava com as necessárias transformações de uma sociedade em vias progresso e modernização, que abandonaria as antigas práticas situadas nas tradições e costumes da população, consideradas como atraso científico, intelectual e econômico. Tornava-se, assim, “ilegal o uso de tradicionais medidas lineares (côvado, jarda e vara), além da canada e do quartilho (medidas de capacidade), do arretel, da onça e da libra (medias de volume), do alqueire, da quarta e do celamim (usados para pesar farinhas e grãos)”[1].

Como destaca Viviane Lima (2012), a população não tinha a intenção de seguir o ideal das elites de ordenar o território por meio de uma reforma, já que, no âmbito social, o sistema de pesos e medidas estava enraizado em seus costumes e fazia parte de seu cotidiano. O cenário de insatisfação gerado, entre outros aspectos, pela ausência de uma execução paulatina e adequada da proposta e pela incompreensão e desconfiança das mudanças pela população, que sentia a severa e questionável intervenção da elite política e econômica, seria palco para a insurgência dos chamados *Quebra-quilos*.

> Estava tudo pronto para as feiras começarem, até que surgiram os primeiros sinais de desagrado à utilização de um novo sistema de pesos e medidas. Manifestantes gritavam que naquele dia ninguém compraria ou venderia com os novos padrões do sistema métrico e que não pagariam os impostos. A força pública encontrava-se presente para manter a “ordem” e a “tranquilidade” do

[1] Disponível em: <https://oridesmjr.blogspot.com/2011/09/revolta-do-quebra-quilos-1874-1875.html>. Acesso em: 28 jun. 2021.

> andamento da feira, porém, não conseguiram impedir que os revoltosos destruíssem os instrumentos de medição e se dirigissem para outros estabelecimentos comerciais fazendo o mesmo, invadiram as coletorias, Câmaras Municipais e cartórios para destruírem documentos ali existentes, como listas de impostos, hipotecas etc. Além de invadirem também as cadeias para soltar os presos. […] Desconfiados das mudanças impostas pelo governo, esses homens se revoltaram. Iniciou-se então o movimento, que consistia na quebra dos novos instrumentos de medição, o que lhes rendeu o nome de Quebra-Quilos (LIMA, 2012, p. 2).

O movimento ganhou expressão em diferentes locais do Nordeste rural, que assistiam a incidentes semelhantes. As feiras eram os principais locais do levante, já que nessas ocasiões eram cobrados, pelas autoridades, os impostos, alvo de descontentamento da população.

Contudo, a reforma do sistema de pesos e medidas nos territórios portugueses não se iniciou junto aos levantes que ocorreram na colônia em meados do século XIX. Em 16 de agosto de 1818, uma carta[2] enviada ao príncipe regente D. João VI, assinada pelo Marquês de Borba, por Ricardo Raimundo Nogueira, pelo Conde de Peniche e por João Antonio Salter de Mendonça, aborda o estabelecimento de um padrão de pesos e medidas e a necessidade de se publicar uma Lei que assegurasse sua efetivação Brasil.

A carta cita uma reforma iniciada com a publicação, em 12 de setembro de 1814, de um plano de pesos e medidas para Portugal. Da unificação do território português à expansão marítima e colonial dos séculos XV e XVI, a preocupação e necessidade de padronização dos pesos e medidas no reino e nas colônias eram intensas. “A imprecisão das unidades de medidas usuais, que permitia fraudes, opunha-se à crescente importância de um sistema unificado e científico de pesos e medidas que facilitasse as transações comerciais, tanto no interior do império como entre as diferentes nações europeias”[3]. Em 1812, foi nomeada a Comissão dos Exames Forais, da qual a Academia Real das Ciências fazia parte, que propôs mudanças no sistema de pesos e medidas baseando-se no modelo francês, mas mantendo a terminologia “portuguesa” para atenuar os impactos da reforma.

Anos mais tarde, após a Independência, debates sobre a revisão do sistema de pesos e medidas voltam a ser empreendidos no âmbito legal. A Lei nº 1157, de 26 de

[2] Disponível em: <http://historialuso.an.gov.br/>. *O Arquivo Nacional e a História Luso-Brasileira*. Acesso em: 26 jun. 2021.
[3] Disponível em: <http://historialuso.an.gov.br/>. *O Arquivo Nacional e a História Luso-Brasileira*. Acesso em: 26 jun. 2021.

junho de 1862[4], assinada por D. Pedro II, declara que o atual sistema de pesos e medidas seria substituído, em todo o Império, pelo sistema métrico francês. O documento destaca que a substituição deveria ser gradual, incumbindo as escolas de educação primária da época de incluir no ensino de Aritmética a explicação do novo sistema métrico em comparação com os sistemas de pesos e medidas em uso. Além disso, há um expresso compromisso do governo de organizar tabelas comparativas que facilitassem a conversão de medidas entre os sistemas, prevendo como ato de infração e multa o não cumprimento dessas normativas.

Na educação primária, vários problemas foram enfrentados na incorporação do novo sistema métrico nos programas de ensino da Aritmética, sendo o processo alvo de constantes descontentamentos. Como destaca Elenice Zuin (2018), a padronização colocava-se em oposição a práticas sociais, econômicas e culturais, sendo o novo sistema métrico considerado, por muitos, “como um novo conteúdo que contrariava as práticas culturais da população, além de buscar modificar a cultura escolar” (ZUIN, 2018, p. 244, tradução nossa). Sobre a dimensão da cultura escolar que se coloca em resistência à imposição da legislação, a autora avalia que as mudanças “foram lentas e, mesmo nos dias atuais, mais de um século depois da oficialização do sistema métrico decimal, verifica-se a utilização de padrões não oficiais, […] prevalecendo os laços com as tradições e a cultura local, mais fortes e duradouros do que qualquer legislação” (ZUIN, 2007, p. 287).

Se a situação era complicada nas escolas da época, quase que exclusivamente frequentadas pelos filhos da elite, no campo popular a reforma gerava maiores desagrados. Lima (2012) aponta que a implantação inesperada e despreparada de um novo sistema de pesos e medidas gerou impactos nos hábitos e costumes da população.

> A mudança para o sistema métrico francês representava um rompimento com esses costumes, com a maneira de agir. Implicava na criação de uma forma completamente nova de lidar com ele, além das dificuldades técnicas de aprender a converter os pesos de um sistema para outro, numa população de maioria analfabeta (LIMA, 2012, p. 9).

A autora pontua, ainda, que o levante não representava apenas um descontentamento com as práticas de medição que seriam adotadas por ordem legal, mas a um conjunto de práticas de exploração dos povos do campo pelo governo, que seguia

[4] Disponível em: <http://legis.senado.leg.br/norma/542777/publicacao/15631586>. Acesso em: 28 jun. 2021.

favorecendo os interesses de uma elite fundiária colonial. A repressão do governo Imperial ao movimento foi intensa e violenta, enviando militares para conter as ações dos *quebra-quilos*, gerando prisões em massa e o insucesso das manifestações populares, que assistiram ao seu fim.

A referência ao movimento dos Quebra-quilos em uma discussão sobre as interlocuções entre a História da Educação Matemática e os estudos decoloniais permite observar, além de aspectos ligados às políticas educacionais do período, como processos de apropriação de sistemas de pesos e medidas nos âmbitos social e escolar, nuances das relações entre as populações rurais e ações implantadas pelo Estado, como o descontentamento dos camponeses frente à reforma. Essas relações evidenciam que as resistências do campo e de seus sujeitos na defesa de seus conhecimentos e práticas seguem um longo curso histórico, sendo ainda presente na atualidade nas lutas por uma terra marcadas pela estrutura fundiária colonial.

Seguindo o traço dessas resistências, propomos discussões que aproximam a História da Educação Matemática dos estudos decoloniais. Partimos de apontamentos gerais sobre a decolonialidade para, em seguida, compreender como as vozes de camponeses presentes em uma pesquisa do curso de Licenciatura em Educação do Campo permitem revisões de memórias e histórias do rural brasileiro, promovendo torções em identidades e identificações produzidas pela colonialidade e evidenciando os usos da Matemática em contextos de controle e desobediência.

História da Educação Matemática em interpelações decoloniais

Ainda que intensificados nos últimos anos, particularmente na pesquisa em Educação, a emergência dos estudos decoloniais entre nas Ciências Humanas e Sociais não é recente. Na América Latina, esses estudos partem de uma revisão da constituição histórica da Modernidade Ocidental e de suas transformações nas colônias sul-americanas, tomando a categoria *colonialidade* para a compreensão das relações que configuram novas estruturas de poder a partir da expansão do comércio no Atlântico e da invenção das Américas.

O *colonialismo*, forma histórica de controle político, administrativo e existencial de territórios, produzindo relações metrópole/colônias, não superou ou procurou superar as dicotomias e hierarquias sociais, econômicas, culturais, políticas, ambientais, territoriais, de gênero, geracionais, de raça e de etnia e outras por ele produzidas. A naturalização e a legitimação dessas dicotomias e hierarquias, intenções do padrão colonial de poder, permanecem entre nós na forma da *colonialidade*. Assim, ainda que os processos de colonização não estejam em curso nas formas da relação metrópole/colônia, a colonialidade permanece sustentando a *diferença colonial*[5]. Os estudos decoloniais podem ser entendidos, então, como um:

> […] conjunto heterogêneo de contribuições teóricas e investigativas sobre a colonialidade. O que cobre tanto as revisões historiográficas, os estudos de caso, a recuperação do pensamento crítico latino-americano, as formulações (re)conceitualizadoras, como as revisões e tentativas de expandir e revisar as indagações teóricas. É um espaço enunciativo não isento de contradições e conflitos, cujo ponto de coincidência é a problematização da colonialidade em suas diferentes formas, ligada a uma série de premissas epistêmicas compartilhadas (QUINTERO; FIGUEIRA; ELIZALDE, 2019, p. 4).

Uma das apostas dos estudos decoloniais é a revisão de memórias e histórias que diferentes grupos sociais recebem e divulgam como parte de suas existências. Essas memórias e histórias, como traços e efeitos da colonialidade, compartilham, na maior parte das vezes, narrativas hegemônicas que tendem a invisibilizar indivíduos e coletividades com existências diferentes daquelas ditadas por estruturas de poder que, na caracterização de Quijano (2002), tomam a ideia de raça como fundamento de classificação e dominação de poder, o capitalismo como meio de exploração social, o Estado como forma de controle e autoridade coletiva e o eurocentrismo como modo hegemônico de controle da subjetividade e da produção do conhecimento.

Nery, Nery e Dias (2020, p. 13) destacam que "o reconhecimento da diferença colonial pode possibilitar a abertura de espaços para a emergência de vozes, línguas, culturas, significados, histórias antes excluídas, silenciadas ou nomeadas tão somente por suas carências". Os estudos decoloniais nos incitam a questionar as narrativas hegemônicas desde a diferença colonial, buscando por histórias subalternas, migrantes, híbridas e fronteiriças, instaurando narrativas que não se afastam de nossa paisagem colonial, mas que a sustentam em um sentido reativo e propositivo.

---

[5] Para Mignolo (2003, p. 10), "A diferença colonial é o espaço onde as histórias locais que estão inventando e implementando os projetos globais encontram aquelas histórias locais que os recebem; é o espaço onde os projetos globais são forçados a adaptar-se, integrar-se ou onde são adotados, rejeitados ou ignorados. A diferença colonial é, finalmente, o local ao mesmo tempo físico e imaginário onde atua a colonialidade do poder, no confronto de duas espécies de histórias locais visíveis em diferentes espaços e tempos do planeta".

Esses estudos contribuem com a percepção da história como itinerário diaspórico, como espaço de identificação política e cultural que busca interpelar lógicas de produção e assimilação identitária promovidas pela colonialidade e que configuram processos educacionais no âmbito social e escolar. Nas palavras de Fabián Villegas (2020, *online*), trata-se de avançar na direção de um "sistema de temporalidade transitiva, ruptura com a temporalidade colonial, com o essencialismo do passado, ruptura com o mestiçamento do presente e o branqueamento do futuro como metáfora de sofisticação e desenvolvimento".

A consideração de uma História da Educação Matemática em interpelações decoloniais não envolve, necessariamente, a construção ou explicitação da história de conhecimentos ditos *matemáticos* de determinados indivíduos e grupos sociais, nem mesmo uma análise de como esses saberes se articulam a processos educacionais no tempo. Essa consideração se direciona a revisões historiográficas que buscam compreender traços e efeitos da colonialidade que, tomando a Matemática como meio para o seu exercício, atuam sobre esses grupos de modo a gerar e gerir processos de exclusão, de inferiorização e de desumanização ao mesmo tempo em que contribui para sua afirmação, por meio da resistência. Nessa última direção, procura-se compreender a Matemática em um movimento de *desobediência político-epistêmica*, nos modos como é mobilizada por indivíduos e coletividades a favor de suas lutas sociopolíticas, ontológicas, epistêmicas, éticas, estéticas, educacionais, ambientais etc., seja enfrentando os efeitos da colonialidade ou afirmando modos de (re)existir (GIRALDO; FERNANDES, 2020).

Na defesa de que as perspectivas epistêmicas subalterno-decoloniais são uma forma de conhecimento que permite a produção de rupturas com narrativas hegemônicas autorreferenciadas na Modernidade Ocidental, assentada nos ideários e discursos da colonização e da colonialidade, Nery, Nery e Dias (2020) destacam três contribuições dessas perspectivas à pesquisa em História da Educação:

> […] como forma de revelar as colonialidades presentes em nossa sociedade, inclusive nos espaços educativos; para a formação de professores a partir da (re)leitura de fontes e sujeitos no ensino da disciplina História da Educação; e, na proposição de projetos de formação para além do meio acadêmico, com práticas educativas nas escolas públicas e movimentos sociais, procurando valorizar e reconhecer vozes e experiências educativas "outras" (NERY; NERY; DIAS, 2020, p. 15).

Partimos das três contribuições elencadas pelos autores para justificar nosso interesse em interpelar o campo da História da Educação Matemática pelos estudos decoloniais. Esse modo de interpelação passa, neste texto, pelas memórias e histórias camponesas, por indivíduos e coletividades que, ontem e hoje, (re)existem em identificações políticas, territoriais e culturais que escapam das imagens coloniais que conferem ao rural uma visão depreciativa, como "condição de atraso", "tradicional" e "arcaico". Buscamos evidenciar a luta das populações camponesas – que comportam identidades como posseiros, boias-frias, ribeirinhos, atingidos por barragens, assentados, acampados, arrendatários, pequenos produtores e outras – pela educação como um projeto em disputa orientado a revolucionar a materialidade e a condição social de existência de grupos historicamente inferiorizados pela ação colonial.

Por outras Revoltas dos Quebra-quilos: memórias e (re)existências camponesas em sistemas de pesos e medidas

Os trabalhos no campo da História da Educação Matemática que dialogam com populações camponesas não são recentes, sendo as pesquisas de Ivete Baraldi (2003), Maria Ednéia Martins (2003) e Ivani Galetti (2004) precursoras nessa discussão. Esses trabalhos, que compartilham a História Oral como metodologia, abordam processos de escolarização e de formação e atuação de professores em regiões rurais do interior do estado de São Paulo, mostrando como esses processos se distinguem daqueles retratados em narrativas hegemônicas centradas na cultura escolar desenvolvida nos centros urbanos. Ademais, Garnica (2005, p. 134) destaca que essas investigações marcam perspectivas que têm sido sistematicamente negligenciadas pelo próprio campo, como compreensões históricas produzidas a partir de estudos "que tomem como ponto de partida não o centro histórico hegemônico (as 'grandes' cidades, as instituições formadoras 'tradicionais', os 'conhecidos' catedráticos, os textos didáticos 'clássicos'), mas sua periferia e seus atores anônimos".

Recentemente, o avanço da Educação do Campo no espaço universitário brasileiro tem intensificado as aproximações entre a Educação Matemática e questões educacionais próprias do contexto rural[6]. Uma dessas aproximações se dá por meio dos cursos de

---

[6] Outras investigações merecem destaque nesse movimento, como aquelas desenvolvidas sob orientação dos professores Filipe Santos Fernandes (LIMA, 2021), Línlya Sachs (PAIÃO, 2019), Maria Ednéia Martins-Salandim (SILVA, 2018; OLIVEIRA; MARTINS-SALANDIM, 2019) e Mirian Maria Andrade Gonçalez (SOUZA, 2019).

Licenciatura em Educação do Campo, que insistentemente revisam memórias e histórias como posição de resistência à metáfora de progresso intelectual, educacional e sociocultural que coloca os camponeses à margem da enunciação dos conhecimentos produzidos na Universidade. Podemos dizer, então, que essas licenciaturas instauram desestabilizações no campo político, deslocando relações de poder por meio da afirmação dos povos do campo, historicamente subalternizados, e possibilitam a construção de lugares de enunciação para epistemologias antes ausentes ou subalternizadas (FERNANDES; COUTINHO, 2021).

Junto às contribuições dos estudos decoloniais para a História da Educação apresentados anteriormente, discutimos neste texto o trabalho de conclusão de curso desenvolvido por Raquel Moreira Mendanha, camponesa moradora do assentamento de Reforma Agrária Hebert de Souza, no município de Paracatu (MG), egressa da habilitação em Matemática do curso de Licenciatura em Educação do Campo, da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). A intenção é evidenciar como as ações de um curso de formação de professores permitem valorizar e reconhecer vozes e experiências sociais e educativas de uma população camponesa, em um movimento de (re)existência frente à colonialidade.

Mobilizar um trabalho de conclusão de curso na produção deste artigo pode ser, para muitos, motivo para a sua desqualificação acadêmica. Contudo, é justamente sobre essa dimensão da qualidade que este artigo pretende atuar: não entendemos a qualidade de um ponto de vista normativo e hierárquico que vê apenas em produções da pós-graduação e projetos amplos de grupos de pesquisa possibilidades de produção de conhecimento, mas abraçamos uma perspectiva de qualidade socialmente referenciada, pautada nos conhecimentos e formas de expressão construídos e intencionalmente compartilhados por diferentes sujeitos e grupos sociais. Aqui, esses conhecimentos e formas de expressão emergem das produções de camponeses que ocupam a Universidade pelas Licenciaturas em Educação do Campo e que amplificam, por meio de seus processos formativos, experiências de tantos outros camponeses. Narrativas como essas, pelas palavras de Ramallo (2018, p. 239, tradução nossa), têm como potencialidade “enfraquecer cada vez mais a reivindicação unívoca de 'a' história, refundando-a e fazendo-a explodir em micro-histórias com significado local e divisão territorial”.

Outro ponto a ser considerado é a potencialidade da História Oral como metodologia em processos de revisão de memórias e histórias junto à decolonialidade. Uma das estratégias do poder colonial é conferir à palavra validade apenas quando enunciada por ele, construindo discursos sobre a verdade e seus meios de circulação para legitimar o seu exercício. Não se trata de dizer que o poder colonial ignora a importância da palavra, mas que busca silenciar seu livre exercício consciente de seu caráter insurgente. A colonialidade procura, então, "impor o silêncio, e nossos povos, ao serem vistos como incapazes de sentir, de pensar e de falar sobre si mesmos, começam a ser falados por outros, pelos que têm o poder de enunciação" (ARIAS, 2010, p. 291). Tendo a consciência de que o nosso lugar de enunciação é, também, um lugar de poder, optamos por amplificar as palavras desses povos e por esses povos pela História Oral, alinhando-nos a suas lutas.

O trabalho de Raquel Mendanha (2020) enfrentou o desafio de constituir uma história das relações entre os modos de vida e as práticas reconhecíveis como matemáticas no assentamento de Reforma Agrária Hebert de Souza, no município de Paracatu (MG)[7]. Metodologicamente, a pesquisadora mobilizou a História Oral buscando conferir maior visibilidade a processos de luta de povos acampados e assentados, reafirmando a identidade campesina desses grupos. As narrativas de três moradores do assentamento evidenciam práticas e o modo como essas práticas promovem modificações em seus modos de vida e da comunidade. Ainda que a autora não tenha se pautado nos estudos decoloniais, buscamos, aqui, discutir duas memórias compartilhadas por esses sujeitos a fim de compreender traços e efeitos da colonialidade que tomam essas práticas matemáticas como meio para o seu exercício.

Dirceu Oliveira da Silva, 70 anos, morador do lote 09, é residente do assentamento Hebert de Souza desde a sua fundação. Agricultor, pescador e pecuarista, defende e reforça a importância dos movimentos sociais, tendo trajetória reconhecida nas trajetórias coletivas da comunidade. Ao tratar das mudanças na medição da terra e da necessidade da padronização das medidas e das formas de medir pelo Estado, rememora:

---

[7] No período de 1996 a 2011, doze assentamentos foram conquistados pela luta e efetivados pelo Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (INCRA), no município de Paracatu (MG). Em 13 de novembro de 1997, foi criado legalmente o assentamento Hebert de Souza. O nome do assentamento foi escolhido pelos próprios acampados, em homenagem ao renomado ativista e sociólogo brasileiro Hebert José de Souza.

> *Quando saiu isso aqui* [o lote no assentamento Hebert de Souza] *foi o seguinte: o primeiro agrimensor nóis pagamos e entramos pra dentro do lote. Aí depois o INCRA veio e só conferiu. Quando é pra medir dentro do lote, eu meço no passo, meu passo dá 80 centímetros. Quer dizer, é quase um metro, então é tudo mais ou menos igual. Quando saiu o primeiro financiamento de mandioca, a gente tinha que plantar duas hectares, aí medi no passo. Depois veio uma fiscalização medir* […] *tinha passado uns metro pouco. Eu tenho trena,* […] *andei vários passos e medi na trena, na poeira andei. Devido eu ter trabalhado em metalúrgica, quando eu vim pra cá, eu já trouxe trena e de vinte metros, quando eu trabalhava em metalúrgica eu ajudei muito montar barracão de estrutura metálica, a gente usava a trena grande, né? E aí eu tenho essa trena, e foi a trena que me ajudou a medir muitas coisas.* (Trecho da textualização da entrevista realizada com Dirceu Oliveira da Silva – MENDANHA, 2021).

Nas memórias de Dirceu, chama a atenção um movimento de desobediência que se coloca em relação à Matemática determinada pelo Estado na configuração dos lotes dos assentados. Para entrar no lote, pagou-se um agrimensor, concordando com as formas de medir ditadas pelo Estado e tomadas como *ideais* – executadas, aqui, nas políticas de reparação pela distribuição desigual de terras, uma herança colonial, e pelas lutas pela Reforma Agrária Popular. Contudo, Dirceu diz que *"quando é pra medir dentro do lote, eu meço no passo"*, exercitando um território por meio de suas formas de medir. Essa luta por uma existência se coloca em uma dupla desobediência: política, pois irrompe regras estabelecidas pelo Estado, articulador colonial, em um processo que resiste a um modo idealizado de medir, afirmando outras existências; e epistêmica, pois lança mão de saberes de grupos socioculturais para confrontar processos da Matemática praticada nas formas do Estado, impedindo que esses saberes idealizados subalternizem aqueles que um grupo pratica.

Em outro momento da pesquisa de Mendanha (2020), Maria Abadia Pereira Gama, 64 anos, moradora do lote 55 e participante do processo de formação do assentamento, relata:

> *Lembro que na época do acampamento a gente ainda plantava cabaça, lembro que nos plantamos muita cabaça, você não tinha peso, não tinha balança, não tinha nada, a gente fazia um cálculo pela cabaça, né? Essa cabaça pesa tantos quilos, ia como aquele peso de quilo. Tudo era cabaça.* […] *A pessoa levava aquilo e pra gente também era aquilo, porque não tinha como medir, era relação de confiança e honestidade. Igual tô falando: era tão unido, as pessoas assim, vamos supor, eu falava: "me ruma ai um litro de farinha". Tinha uma cuia específica, ela era um litro de farinha. Um litro que fala quilo, mas era litro, a gente não falava quilo, falava litro, né? Não falava peso, era medida. Eu nasci, cresci vendo falar que era medida.* […] *Então no acampamento era tipo assim, era tudo na medida, a gente não chegava,*

> *assim: "me dá um quilo de farinha", não. "Me dá uma medida de farinha", e já tinha aquela vasilha lá. A gente nem pesava, logo media e tirava, não tinha discórdia com ninguém, era aquilo, porque tinha confiança e honestidade. Mudou, mudou, por que, você vai lá pesa, repesa e a pessoa ainda desconfia, a desconfiança tá sempre ali, assim a gente é honesto, aqui tem muita gente errada, mas as pessoas são honestas, pessoal mais velho, todos são honestos, não tô falando que os novos não, tá me entendendo? A gente é honesto, as pessoas você pesa aquilo e a ainda tá errado esse peso, tem que pesar de novo, e fica falando: "acho que esse peso tá errado". Sô, mais tá ai, olha pro cê vê, a gente fica com medo daquela pessoa tá desconfiando, né?* (Trecho da textualização da entrevista realizada com Maria Abadia Pereira Gama – MENDANHA, 2021).

Maria Abadia considera em sua fala que *pesar* e *medir* são ações diferentes. Essas ações, entendemos, estão referenciadas em lugares de enunciação marcados pela diferença colonial e pelas mudanças no ato de medir ocorridas no tempo. No passado, no que Maria Abadia chama de *medida*, eram utilizados instrumentos próprios das populações camponesas, como a cabaça de diferentes tamanhos, e a relação entre as pessoas e o ato de medir era baseada em posturas de confiança e camaradagem. Hoje, no *peso*, há a aproximação de uma forma de medir pautada em atos formais de comercialização, que substitui os sentimentos de compartilhamento e de ajuda mútua próprios da *medida* por um valor financeiro determinado por mecanismos e processos comerciais imersos no sistema capitalista, desassociando o ato de medir das relações camponesas que ela, assentada, vê como ideais. Nesse processo de diferenciação, Maria Abadia parece reforçar a incongruência entre os atos de medir dos tempos de mais expressiva coletividade na luta pela terra e aqueles vivenciados na aproximação do Estado e do capitalismo como formas de autoridade coletiva, direcionando comportamentos, também, pelas práticas de medir.

As falas de Dirceu e Maria Abadia, ainda que pontualmente tratadas neste texto, mostram posições políticas que enfrentam os modos como a Matemática – na escola ou na sociedade; como sujeito ou coletividade – põe a colonialidade em exercício, sendo articulada pelo Estado na produção de subjetividades que subalternizam e invisibilizam sujeitos e coletividades camponesas. Nelas, o ato de medir participa de uma imposição histórica e cultural envolvida na cosmovisão de uma sociedade capitalista, sendo a Matemática uma arma ideológica para o exercício de um poder colonial. Contudo, é importante destacar que esses sujeitos parecem resistir em suas formas de conhecimento a esse poder, reivindicando entre memórias e histórias o cultivo das manifestações de seu grupo e viabilizando trocas e trânsitos sem perder suas formas de identificação política e cultural. Se a decolonialidade é um projeto, um processo e uma aposta insurgente e propositiva, e não apenas reativa, sempre em movimento e construção[8], podemos assumir pela História da Educação Matemática posições frente às desigualdades produzidas pela Modernidade e empreendidas, também, pelas matemáticas que participam de nosso tecido social.

Considerações Finais

Neste texto, buscamos alinhar a História da Educação Matemática à luta dos povos do campo visando superar a assimilação identitária que, construída pelo colonialismo, coloca o rural como espaço desqualificado na produção de conhecimento. Para isso, interpelamos posições historiográficas e políticas pela decolonialidade, entendendo-a como uma ação, um dever, um compromisso, uma postura e uma responsabilidade de agenciar e atuar em uma possível transformação das estruturas de poder herdadas do colonialismo.

Para isso, buscamos expressar como a Matemática atua como meio para o exercício da colonialidade, em uma íntima cumplicidade entre um projeto político, um projeto matemático e um projeto de subserviência de corpos, saberes e territórios. Dos Quebra-quilos de nosso passado Imperial, vemos emergir, também na atualidade, memórias e histórias que contribuem para a enunciação de epistemologias ausentes ou subalternizadas nas narrativas hegemônicas, em um radical movimento de desobediência política e epistêmica. Esse movimento dá a ver a (re)existência dos camponeses por meio de suas práticas de medir, no enfrentamento dos efeitos da colonialidade ligados à estrutura fundiária de nosso território, gestada e gerida pelo Estado, e na afirmação de posições políticas e culturais próprias.

A mobilização de um trabalho de conclusão de curso, escrito por uma camponesa pelas vozes de outros camponeses, é o nosso modo de integrar à formação de professores que ensinam matemática as demandas de comunidades rurais. Ao ressignificar a História da Educação Matemática, em particular, e o espaço acadêmico, de modo geral, intencionamos subverter hierarquizações do conhecimento e do poder conferidas aos

[8] Fazemos, aqui, referência às ideias de Walsh (2012).

nossos lugares de enunciação. É desse lugar que, propomos, a História da Educação Matemática pode contribuir com um projeto insurgente e resistente de decolonialidade na Universidade brasileira.

Referências

ARIAS, P. G. **Corazonar:** una antropología comprometida con la vida. Miradas otras des de Abya-Yala para la decolonización del poder, del saber y del ser. Quito: Ediciones Abya-Yala, 2010.

BARALDI, I. M. **Retraços da Educação Matemática na região de Bauru (SP):** uma história em construção. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

FERNANDES, F. S.; COUTINHO, E. P. Por uma Reforma (Agrária) do Saber: Decolonialidade, Educação do Campo e Formação de Professores de Matemática. **Revista de Educação Matemática**. 2021. (no prelo).

GALETTI, I. P. **Educação Matemática e Nova Alta Paulista:** orientação para tecer paisagens. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

GARNICA, A. V. M. Escolas, professores e caipiras: exercício para um descentramento histórico. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 1, p. 121-136, jan./abr. 2005.

GIRADO, V.; FERNANDES, F. S. Caravelas à Vista: Giros Decoloniais e Caminhos de Resistência na Formação de Professoras e Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 30, p. 467-501, jan. 2020.

LIMA, G. A. M. **Tornar-se professor do campo:** Representações Sociais em Movimento em uma Licenciatura em Educação do Campo com habilitação em Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

LIMA, V. O. Revoltas dos Quebra-Quilos. Levantes contra a imposição do Sistema Métrico Decimal. In: ENCONTRO REGIONAL DE HISTÓRIA DA ANPUH-RIO, 15, 2012, São Gonçalo. **Anais…** São Gonçalo: ANPUH-RIO, 2012. p. 1-12.

MARTINS, M. E. **Resgate histórico da formação e atuação de professores de escolas rurais da região de Bauru (SP).** Relatório (Iniciação Científica/FAPESP) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2003.

MENDANHA, R. M. **O Assentamento Hebert de Souza (Paracatu, MG):** histórias, modos de vida e práticas matemáticas. 2020. 76 p. Monografia (Licenciatura em Educação do Campo) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

MIGNOLO, W. D. **Histórias locais/projetos globais:** colonialidade, saberes subalternos e pensamento liminar. Tradução de Solange Ribeiro de Oliveira. Belo Horizonte: UFMG, 2003.

NERY, V. S. C.; NERY, C. S. S.; DIAS, A. S. Decolonizar a História da Educação: contribuições teóricas dos estudos subalternos e do pensamento decolonial. **History of Education in Latin America**, v. 3, e21799, p. 2-17, jul. 2020.

OLIVEIRA, R. D; MARTINS-SALANDIM, M. E. Elogio de uma escola rural: notas à margem da História da Educação Matemática a partir de uma entrevista. In ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. **Anais…** Cuiabá: SBEM, 2019. p. 1-12.

PAIÃO, C. A. **Memórias da escola itinerante "Maria Aparecida Rosignol Franciosi":** histórias do fazer uma outra escola no movimento dos trabalhadores rurais sem terra. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

QUIJANO, A. Colonialidade, poder, globalização e democracia. **Novos Rumos**, v. 17, n. 37, p. 4-28. 2002.

RAMALLO, F. ¿Qué pasado narrar en la educación? Gestos descoloniales en la historia del bachillerato argentino. **Palobra**, n. 18, p. 234-247, ago. 2018.

SILVA, C. S. **Escolas rurais como espaços formativos:** vozes de professores que atuaram na região de Borebi/SP. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018.

SOUZA, G. S. **Da fuligem à edificação do Grupo Escolar Rural Usina Bandeirantes:** narrativas que contam história(s). 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

VILLEGAS, F. **Recordatorio Para Viejos Y Nuevos Colonialistas**. 2020. Disponível em: <https://www.contranarrativas.org/narrativa/2020/10/12/recordatorio-para-viejos-y-nuevos-colonialistas>. Acesso em: 28 jun. 2021.

WALSH, C. **Interculturalidad crítica y (de)colonialidad:** ensayos desde Abya-Yala. Quito: Ediciones Abya-Yala; Instituto Cientifico de Culturas Indigenas, 2012.

ZUIN, E. S. L. La introducción del sistema métrico decimal en las escuelas primarias portuguesas y brasileñas en el siglo XIX y los cambios en la aritmética escolar. **Revista Paradigma**, v. XXXIX, n. Extra 1, p. 223-248, jun. 2018.

_______. **Por uma nova arithmetica:** o sistema métrico decimal como um saber escolar em Portugal e no Brasil oitocentista. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

Problemas de Geometria e Aritmética: contribuições de José Ribeiro Escobar (1923 - 1924)

Problems of Geometry and Arithmetics: contributions by José Ribeiro Escobar (1923 - 1924)

Luciane de Fatima Bertini
UNIFESP
lfbertini@gmail.com

Joana Kelly Souza dos Santos
UNIFESP
joanakelly.23@gmail.com

Andréia Fernandes de Souza
UNIFESP
dedeianandes@gmail.com

Resumo
Para este texto foi traçado o objetivo de investigar qual a finalidade dos problemas em orientações para o professor que ensina matemática - Aritmética e Geometria - no curso primário de São Paulo nas propostas de José Ribeiro Escobar. Para isto, tomamos como fontes artigos deste autor presentes em exemplares das revistas pedagógicas *Revista da Educação* e *Revista da Sociedade de Educação* da década de 1920 que tratam sobre direcionamentos para o ensino de aritmética e geometria. Utilizamos como referenciais os estudos de Morais, Bertini e Valente (2021) para discutir sobre elementos da matemática do ensino e Bertini (2018) sobre os problemas. Foi identificado que a finalidade dos problemas varia conforme o conteúdo abordado. Há orientações que Escobar sugere os problemas no início da lição, como forma de introduzir o conteúdo, relacionando-o com materiais concretos, bem como propostas em que eles aparecem no final da lição, de modo a contribuir para verificar a aprendizagem, observando se o aluno foi capaz de abstrair determinado conteúdo. Nesse exercício, os problemas contribuem tanto para os processos indutivos (observação, comparação, generalização) quanto para os processos dedutivos (aplicação, verificação e comprovação).

Palavras-chave: Aritmética; Geometria; José Ribeiro Escobar; Revistas Pedagógicas; Saberes Profissionais.

Abstract
For this paper the aim was to investigate the purpose of the problems in guidelines for the teacher who teaches mathematics – Arithmetic and Geometry – in primary school of São Paulo in the proposals of José Ribeiro Escobar. For this, we took as sources the articles by this author present in copies of the pedagogical journals like *Revista da Educação* and *Revista da Sociedade de Educação* from the 1920s that talking about the directions for the teaching of arithmetic and geometry. The theoretical contribution came from to Morais, Bertini and Valente (2021) to talk about elements of mathematics from teach, and Bertini (2018) for problemens. It was identified that the purpose of the problems varies according to the content covered. There are guidelines that Escobar suggests the problems at the beginning of the lessons, as a way to iniciate the content, relating it to concrete materials, as well as proposals in which they appear at the end of the lesson in order to contribute to verifying the learning, observing if the student was able to abstract certain content. In this exercise, the problems contribute both to inductive processes (observation, comparison and generalization) and to deductive processes (application, verification and proof).

Keywords: Arithmetic; Geometry; José Ribeiro Escobar; Pedagogical Journals; Professional Knowledge.

Introdução

As discussões sistematizadas neste texto têm origem nas interações proporcionadas por um movimento de trabalho coletivo desenvolvido pelo Grupo de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT). Discussões de referenciais teóricos e metodológicos, bem como o andamento das pesquisas em desenvolvimento, sejam elas de iniciação científica, mestrado, doutorado e pós-doutorado são práticas constantes no grupo.

O aspecto coletivo do trabalho é privilegiado pela filiação de todas as pesquisas a um Projeto Temático[1] intitulado *A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990,* cujo foco está na investigação sobre o(s) sabere(s) profissional(is) do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares em um período de cem anos (1890-1990).

Nesse cenário, a partir de resultados finais ou parciais de pesquisas que exploram os saberes docentes para o ensino de aritmética e de geometria, o papel do uso dos problemas nas aulas de matemática em diferentes tempos históricos, e a produção de impressos com orientação aos professores relacionadas ao ensino de matemática, foram identificados em artigos de José Ribeiro Escobar possíveis elementos de articulação nas discussões. Assim, tem-se como objetivo tratar sobre a presença dos problemas nas orientações para o ensino de matemática - em particular aritmética e geometria - do curso primário nos artigos escritos por José Ribeiro Escobar publicados em revistas pedagógicas na década de 1920 em São Paulo.

Para tal feito apresentaremos uma breve discussão teórica e metodológica de base para a análise realizada, parte da trajetória e obra de José Ribeiro Escobar, uma discussão sobre de que modo os problemas apresentam-se em seus escritos, e considerações finais com sistematizações das discussões propostas ao longo do texto.

A *matemática do ensino* e seus processos de produção

[1] Coordenado pelo professor Dr. Wagner Rodrigues Valente, com colaboração das professoras Dra. Luciane de Fatima Bertini, Dra. Neuza Bertoni Pinto e Dra. Rosilda dos Santos Morais e financiado pela FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (processo 2017/15751-2).

Os trabalhos realizados no âmbito do Projeto Temático citado, dos quais este texto faz parte, envolvem saberes relacionados ao ensino e à formação de professores. O entendimento é de que os espaços de formação e de ensino são lugares de produção de saberes e de que essa produção envolve as articulações entre essas produções.

De forma específica, ao trazer a matemática como elemento central, o aspecto epistemológico da discussão se torna fundamental. A perspectiva assumida é a da existência de uma *matemática do ensino*. A análise da *matemática do ensino* tem interesse centrado em questões epistemológicas e envolve processos e dinâmicas de produção de saberes da matemática presente na escola e na formação de professores em dado momento histórico (MORAIS, BERTINI, VALENTE, 2021). Importante ressaltar que tais análises levam em conta essas produções em articulação, assim, o processo produtivo da *matemática do ensino* considera normas e finalidades desses dois espaços em articulação (BERTINI, VALENTE, no prelo).

Ao tratar sobre questões epistemológicas que envolvem a produção de saberes da matemática presente na articulação entre o ensino e a formação de professores, um espaço possível de análise são as revistas pedagógicas. No período que aqui tem sido estudado, essas fontes buscavam diminuir a distância que ficava "entre os textos e as práticas escolares, entre os discursos que propõem a formação ideal e as realidades resistentes às injunções institucionais" (CATANI e SOUSA, 2001, p. 244), fazendo circular informações relacionadas à docência e todo o espaço que a envolvia.

Então, por apresentar circulação de orientações, ideias e informações sobre o funcionamento do campo educacional para professores e futuros professores em busca de um aperfeiçoamento das práticas desses profissionais, tendo em vista os ideais pedagógicos que circulavam à época, os artigos de revistas pedagógicas foram adotados por considerarmos que estes constituem um espaço de formação de professores no período de 1920.

José Ribeiro Escobar e os problemas nas orientações para o ensino de matemática

Formado em 1903 na Escola Normal da Capital (SP), Escobar foi professor de Matemática e Didática anos mais tarde nesta mesma instituição. Ocupou o cargo de Inspetor de Ensino, pertenceu a Sociedade de Educação de São Paulo na década de 1920, participou da Reforma conhecida como Carneiro Leão no estado de Pernambuco, trabalhou como Assistente Técnico de Ensino na gestão de Sud Mennucci em São Paulo, onde também foi chefe do Serviço de Programas e Livros Escolares.

Foi professor na Lente de Matemática no período de 1921 a 1927 e Álgebra e Aritmética no ano de 1931 na Escola Normal. Escobar escreveu livros que discutiam o ensino de outras disciplinas no curso primário. Aposentou-se em 1935 como chefe do Serviço de Ensino Pré-primário (CAMPOS, 2021).

Em sua trajetória profissional, Escobar foi autor de diversos artigos de revistas pedagógicas em todo o Brasil, além de também ter escrito livros e manuais destinados ao ensino de um modo geral, trazendo orientações e direcionamento para professores de todas as matérias, mas em especial para o tratamento do ensino de matemática. Campos (2019, p. 23) afirma que para Escobar o “aprendizado matemático é necessário à cultura da atenção, observação, memória, imaginação e raciocínio. Ele recomenda que se recorra à origem histórica para entendimento das modificações que ocorreram nos conteúdos matemáticos”.

Dentre as revistas pedagógicas com publicações de Escobar, analisamos artigos contidos em exemplares da *Revista da Educação* e *Revista da Sociedade de Educação de São Paulo.* A primeira, tendo como diretor Raul Paula, publicou seis números no ano de 1923 pela Imprensa Methodista. A segunda, foi publicada pela própria Sociedade de Educação de São Paulo, na qual Escobar exerceu algumas funções, e era formada por representantes de diferentes níveis de ensino. A primeira fase dessa revista foi de agosto de 1923 até dezembro de 1924. Em sua segunda fase, houve uma fusão com a *Revista Escolar* a partir de 1927, na qual foi criada a *Revista Educação* (NERY, 2009).

Esses artigos publicados nas revistas pedagógicas tinham como principal objetivo nortear os seus leitores, ou seja, os professores, em suas práticas docentes, oferecendo sugestões e/ou modelos de aulas nas diferentes matérias escolares. Para a análise selecionamos os artigos escritos por Escobar sobre o ensino de Aritmética e Geometria (Quadro 1) no qual os problemas apareciam como parte das orientações aos professores.

Quadro 1: Artigos escritos por José Ribeiro Escobar que mencionaram o uso de problemas para o ensino de Aritmética e Geometria.

Nome do Artigo	Dados da Publicação	Link
Para entender fracções	Revista da Educação, 1923, Anno I, n. 4, ago., SP	https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/130208
Para entender fracções II	Revista da Educação, 1923, Anno I, v. 1, n. 5/6, set./out., SP.	https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160192
Plano de aula sobre números	Revista da Sociedade de Educação 1924, n. 5, v. 2, abr., SP	https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/128242
A somma dos angulos internos de um triangulo	Revista da Sociedade de educação, 1924, v. 03, n. 09, dez., SP.	https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/131179
Area do rectangulo	Revista da Sociedade de educação, 1924, v. 03, n. 09, dez., SP.	https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/131179

Fonte: Elaborado pelas autoras a partir do Repositório de Conteúdo Digital da UFSC

Nos artigos *Para entender fracções* e *Para entender Fracções II* ambos publicados na *Revista da Educação*, Escobar os organiza da seguinte forma: no primeiro a ênfase é dada ao conteúdo frações, apresentando as operações/propriedades/características envolvendo esse conteúdo; no segundo o destaque é dado às orientações de como deve ser ensinado esse conteúdo.

Apesar de no primeiro artigo a ênfase ser sobre o conteúdo das frações, há uma discussão inicial sobre como o autor concebia o ensino de aritmética e os pressupostos, aos quais se filiava:

> 1. Concebemos a arithmetica, a álgebra e a geometria como formando um só corpo, um todo indiviso, segundo a tendência fusionista em mathematica. Portanto, cada lição é dada sob os aspectos gráfico, numérico, symbolico e mental, numa suave ascenção do concreto para o abstracto.” (ESCOBAR, 1923a, p. 418)

Especificamente sobre o tema frações há discussões sobre sua origem e sobre a sequência a partir da qual ela deveria ser ensinada dentro de uma organização curricular. Para o autor, era necessário seguir uma ordem histórica no ensino: "São dos tempos fetichicos a addição, a subtracção e a multiplicação de inteiros; muito mais tarde, com o sacerdocio theocratico, surgiram a divisão e a theoria das fracções ordinarias [...]"

(ESCOBAR, 1923a, p. 418). Para o autor essa ordem histórica não era oposta à ordem psicológica.

Ele sugere uma graduação das dificuldades permitindo que os alunos tenham melhor aprendizagem. Sobre os problemas o autor sugere:

> Começar a lição com um problema, fazem-se analyses inductivas e depois deductivas. E as definições e as regras surgem de analyses. De feito, uma regra vem assim: 1º) Exemplo; 2º) Raciocinio; 3º) Comparação do resultado com os dados, parte por parte; 4º) Generalisação: observa-se que a conclusão tirada se repete em muitos exemplos semelhantes; 5º) Destas analyses induz-se a regra. (ESCOBAR, 1923a, p. 418)

Essa afirmação é melhor explicada ao longo do segundo artigo, no qual Escobar (1923b) apresenta o plano de aula para ensinar frações. Embora reconheça que é um *modelo*, recomenda que ele seja modificado a partir do ritmo dos alunos e pela capacidade de criação dos professores.

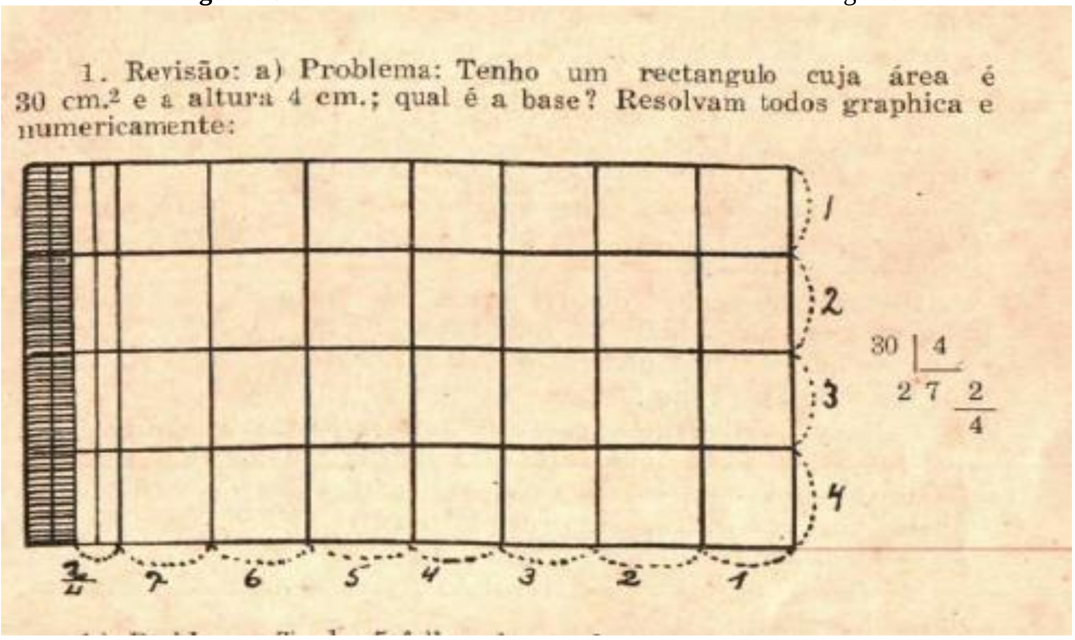
Sobre as formas de análises Escobar (1923b) divide em duas categorias: na *análise indutiva*, a observação, a comparação e a generalização tentavam aproximar os alunos ao conteúdo, de forma mais suave, partindo do conhecido; na *análise dedutiva*, a intuição e a hipótese poderiam ser ensinadas pelos exercícios e problemas. Sendo assim, seria possível a partir deles observar os exemplos, aplicações, verificações e comprovações.

Escobar (1923b) sugere que o professor introduzisse as frações a partir dos problemas. No primeiro problema os alunos precisavam dividir três folhas entre dois alunos. O autor mostra uma possível resolução dos alunos como dar uma folha para cada e sobrar uma. Com essa folha restante ele propõe que os alunos dividissem, e a partir dela explora a noção de metade. No próprio texto do problema Escobar (1923b) orienta o leitor que perguntas e respostas poderiam auxiliar no desenvolvimento da aula. Nas orientações de Escobar (1923b) o uso dos problemas, de materiais concretos, e de perguntas e respostas podem ser entendidos como saberes necessários ao professor para o ensino de frações.

O problema a seguir propõe a divisão de sete centímetros em três partes, o que resulta em uma sobra de um centímetro. Assim a proposta é dividir esse um centímetro em três partes, mostrando ao aluno de modo concreto o que era um terço.

No problema seguinte o desafio é calcular qual a base de um retângulo com área de 30 centímetros e com altura de 4 centímetros. A partir dessa situação o aluno observará por meio do desenho e da divisão conhecer uma outra fração.

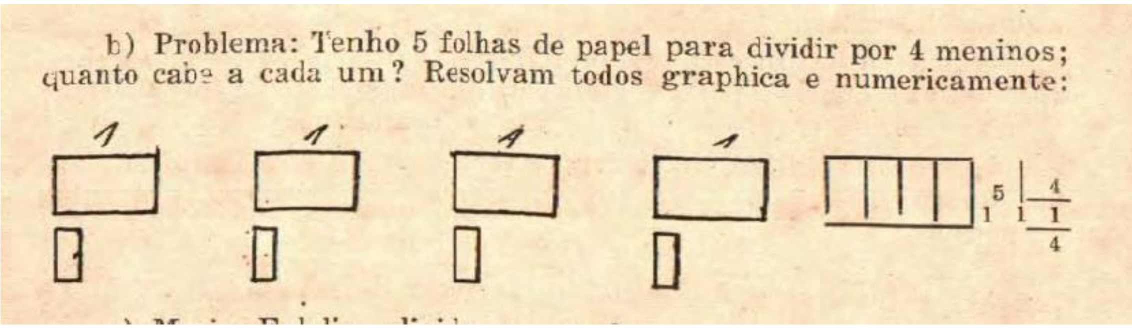
Figura 1: Problema envolvendo o cálculo da base de um retângulo.



Fonte: Escobar (1923b, p. 565)

A proposta de Escobar (1923b) de ensinar frações por meio de problemas envolve um ensino a partir de objetos (folhas de papel, réguas, pedaços de papelão, varas), de saberes relacionados a outros conteúdos (geometria, sistema de medidas) e de resoluções diversas (por meio de desenhos ou números e operações). No exemplo a seguir (Figura 2) Escobar (1923b) propõe as resoluções gráfica e numérica, ou seja, utilizando desenho, números e a divisão.

Figura 2: Problema envolvendo a divisão de folhas de papel.



Fonte: Escobar (1923b, p. 565).

Nesse plano de aula, apesar do avanço no grau de dificuldade dos problemas e exercícios, essas ferramentas (uso de objetos, relação com outros conteúdos, resoluções diversas) continuam a aparecer ao longo do texto. Os problemas são o meio pelo qual essas ferramentas tomam espaço no ensino.

O conteúdo explorado no artigo *Plano de aula sobre números* são os números, em especial o número seis. Escobar (1924a) inicia trazendo sugestões sobre o uso de materiais manipuláveis e possíveis perguntas objetivando a observação e a contagem feita pelos alunos.

A proposição desse plano de aula tem configuração própria de um ensino simultâneo, como identificado por Oliveira (2017) ao caracterizar a existência de uma Aritmética intuitiva:

> A ideia era sempre trabalhar com o cálculo nas diferentes combinações e, com isso, formando a ideia de que um número resulta da composição e decomposição de outros números. A nova Aritmética ia se constituindo assim: com uma proposta de ensino simultâneo de vários saberes numa mesma lição (OLIVEIRA, 2017, p. 235).

No caso específico do artigo de Escobar (1924a), a lição do número 6 abordou simultaneamente o trabalho com as quatro operações e com as frações envolvendo esse número. No entanto, uma análise mais interna da lição revela a existência de uma ordenação na apresentação dos vários saberes: uma exploração inicial da quantidade por meio da manipulação, da contagem e comparação de quantidades de objetos; seguida da exploração das operações (adição, subtração, multiplicação e divisão, nesta ordem) envolvendo o número estudado (no caso o número 6), e ao final as frações envolvendo também esse número. Tal graduação segue a "ordem histórica" apresentada pelo autor no artigo sobre o ensino de fração (Escobar, 1923a), como abordado anteriormente neste texto.

Na exploração das operações há uma tipologia proposta por Escobar (1924a) na qual os problemas são divididos entre: Problemas; Problemas imaginados pelos alunos; Problemas sem número; Problemas ilustrados. Todos eles traçam relações com o número seis, seja no resultado ou nos dados do problema. Ao final dessa orientação o autor sugere exercícios escritos que se configuram como uma lista de operações sem enunciados.

Há, nas orientações de Escobar, uma preocupação com a graduação da dificuldade: primeiro o professor faria algumas propostas, depois daria ao aluno a oportunidade de inventar os problemas, de completar com os dados numéricos e ainda inventar e ilustrar pequenas histórias. Tudo isso levando em conta a apresentação das operações envolvidas nos problemas.

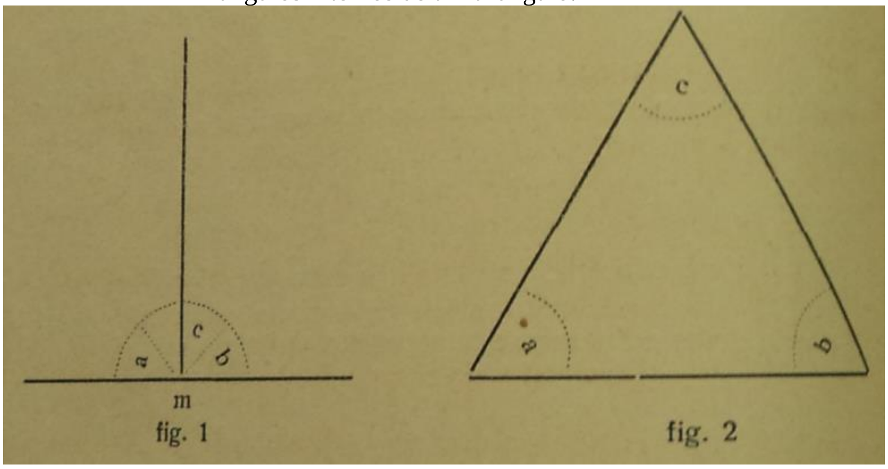
Orientações semelhantes são realizadas por Escobar na adoção dos problemas para o ensino de geometria. Identificamos dois artigos escritos pelo autor, um que tratava sobre o ensino da soma dos ângulos internos de um triângulo e outro sobre área do retângulo, ambos datados de 1924 em uma edição da *Revista da Sociedade de Educação* de São Paulo.

Para tratar sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo, Escobar (1924b) dividia a aula em várias sessões que ia desde uma preparação dos materiais dos alunos e do professor, até uma proposta de exercícios para casa. A primeira sugestão do autor era uma revisão de conteúdos sendo conduzida por um diálogo. A análise da proposta de Escobar (1924b) indica uma *graduação* do ensino que diz respeito ao aluno já conhecer previamente o que são ângulos, lados, algumas figuras geométricas e toda sua composição como linhas, vértices, de modo que o professor possa utilizar desses saberes previamente estabelecidos para então chegar ao estudo da soma dos ângulos internos daquela figura geométrica.

A primeira etapa da tipologia construída por Escobar (1924b), chamada de *preparação mental*, consiste em uma revisão de conteúdos efetuada através de diálogos com a turma, onde é sugerido ao professor uma sequência de questões como, por exemplo, “que é angulo? Quaes as suas especies?” (ESCOBAR, 1924b, p. 252). A segunda etapa é o espaço destinado a apresentação do conteúdo da proposta de aula deste artigo, tal apresentação é realizada apoiando-se em uma atividade manual, realizada com desenhos geométricos, e separado em etapas chamadas pelo autor de *observação*, *comparação*, *generalização* e *indução da lei* que consiste desde adotar a soma dos ângulos internos de um triângulo sem uma definição previamente estabelecida, até ser possível uma definição identificada pela turma de alunos.

Este espaço destinado ao ensino do conteúdo selecionado para a aula é realizado por meio do estímulo do professor no trabalho (desenho com uso de instrumento) que os alunos efetuam. Escobar (1924b) propõe que, observando os desenhos previamente realizados, seja possível identificar elementos como os valores dos ângulos na reprodução das imagens contidas na figura 3.

Figura 3: Modelo de figuras que seriam desenhadas pelos alunos para introduzir a ideia de soma de ângulos internos de um triângulo.



Fonte: Escobar (1924b, p. 252).

Assim como em artigos analisados anteriormente, há uma preocupação do autor em dar significado ao que estava sendo trabalhado em aula perante o grau de dificuldade dos alunos. Essa preocupação está presente, também, na etapa que Escobar (1924b) adota o uso dos problemas como dedução da aula.

Na tipologia da *dedução*, os problemas são divididos em *gráfico, numérico, simbólico, mental, sem número e imaginado pelos alunos* e alguns exercícios para casa. Esta etapa tem o papel de sistematizar o que foi trabalhado na aula, como uma forma de verificação da aprendizagem. Escobar (1924b) não apresenta o porquê de particionar o final da aula em vários tipos de problemas, mas traz exemplos que vão desde a construção de desenhos no problema gráfico ("construam um triangulo cujos angulos meçam 60º e 75º e digam o valor do terceiro. Que operação fizeram?" (ESCOBAR, 1924b, p. 254)), que aborda na resolução saberes relacionados ao desenho e sistema métrico, bem como problemas que tomam outros conteúdos, como as operações de soma e subtração no problema simbólico ("num triangulo, um angulo mede aº, outro bº; quanto mede o 3º? (ESCOBAR, 1924b, p. 254)).

Os problemas, apoiados em ferramentas como outros conteúdos matemáticos (sistema de medidas, operações), observação, comparação e desenho, atuam como um espaço em que é possível verificar o que foi sistematizado da aula pelos alunos. Logo, ganham o espaço de elemento de comprovação nessa aula.

Diferente da sugestão de aula apresentada anteriormente, em que os problemas aparecem na proposta de Escobar (1924c) somente no final da aula, como modelo de verificação de aprendizagem, a proposta para um estudo de área do retângulo tinha a condução dividida em *preparação material* e *preparação mental*, seguindo algumas tipologias por Escobar (1924c) nomeadas de: *generalização pelos alunos; indução da regra pelos alunos; aprendizado retentivo; maior abstração: fórmula; aplicações: atividades manuais; educação dos sentidos; problemas (gráfico, escrito, mental, imaginado pelos alunos, da vida real) e construção: slojd*[2]e já se apresentava no início da condução.

Em ambos os artigos de Escobar (1924b, 1924c) existe uma *graduação* nos passos por ele estabelecidos nas orientações para o professor que ensinava geometria. Ao iniciar com a preparação, seja material ou mental, o autor sugere que o professor esteja preparado e organize previamente sua aula, selecionando materiais de usos próprio e dos alunos e estabelecendo uma revisão em busca de partir o ensino daquilo que o aluno já conhece.

Para atender tais passos, Escobar (1924c) indicava ao professor a abordagem centralizada no diálogo e estímulo de atividades manuais, de observação e comparação das crianças. Professores e alunos deveriam seguir algumas recomendações, tais como ter em mãos materiais como régua, esquadros, sólidos geométricos. O primeiro momento da aula era conduzido pela utilização de materiais, mas como já apontado, diferente da proposta anterior, agora os problemas estão presentes desde o início da abordagem do conteúdo de cálculo de área de um retângulo. A finalidade do problema nesta primeira etapa da aula era a de despertar o interesse do aluno, garantindo um ensino próximo ao cotidiano da criança.

Considerado como uma *historieta para despertar o interesse; aprendizado associativo e interessante*, Escobar (1924c) sugere que o professor o faça a partir do seguinte problema:

> Um jardineiro desenhou um rectangulo no jardim e alli plantou diversas flores. Um dia o patrão perguntou si sabia qual era a area daquelle rectangulo. O jardineiro disse que o comprimento tinha 4 metros e a largura 3, mas a area elle não a sabia. Si uma de vocês estivesse lá, saberia como fazer? Vocês vão desenhar, pensar, e a mais esperta dirá o que deveria fazer seu José, o jardineiro. (ESCOBAR, 1924c, p. 255).

A realização dos desenhos sugeridos por Escobar (1924c) não deveria ser feita de qualquer maneira, foi recomendado aos professores que conduzissem seus alunos a efetuarem medidas exatas na construção dos desenhos, “façam 'todas', cada uma no seu

[2] De acordo com Frizzarini (2018), o *slojd* era considerado no curso primário como um exercício de trabalhos manuais construídos com madeiras.

papel, um rectangulo de quatro centimetro de base e tres cm de altura; marquem os centimetros; por esses pontos de divisão tracem rectas" (Escobar, 1924c, p. 255).

Neste momento Escobar (1924c) trabalhava a destreza das mãos, o exercício de medidas e a observação de que para se obter figuras geométricas de maneira correta, era necessário que suas medições fossem exatas, com o uso de instrumentos. Então este problema caminhava em parceria com o uso de instrumentos de medidas por parte dos alunos, com a proposta de alcance do conhecimento.

Era a partir de observações necessárias para resolver o problema que os alunos definiriam o que seria então considerado como área do retângulo. "(Analyse) – Como acharam a área do rectangulo? – Não ha um modo de achar o numero de cm? Ou de dm² sem contal-os todos? Que operação se faz? (Multiplicação)" (Escobar, 1924c, p. 256).

Logo, considera-se que o problema, abordado como abertura da aula, atua como um elemento para despertar o interesse das crianças por meio da observação de seus desenhos e verificação de modo que a exatidão das medidas das figuras geométricas fosse priorizada, indicando que a fixação das definições estava presente em todos os momentos da aula.

Como finalização, em uma etapa considerada como dedução, Escobar (1924c) orientou que fossem trabalhados vários tipos de problemas, inicialmente um problema gráfico, em que o aluno tinha que construir retângulos. O que o autor considerava por problema gráfico, ao que tudo indica, era um exercício de desenho, trabalhando a capacidade motora da criança. A aula seguiu com problema escrito, em que a criança deveria resolver em seu material as questões sugeridas pelo professor e também com questões às quais o aluno deveria responder com uso do cálculo mental e depois elaborar problemas, a partir de modelos já realizados anteriormente, encerrando esta etapa com problemas da vida real, que nada mais era que questões relacionadas a alguma situação, como "[...] tenho um terreno no Jardim America de 30 x 45, no valor de 54 contos: quanto custa o metro quadrado?" (Escobar, 1924c, p. 258).

Escobar (1924c) prioriza a adoção de conceitos geométricos a partir da construção dos sentidos da criança, mas não o faz somente por meio da imaginação e observação. A observação, mas também a ação e o raciocínio eram importantes meios de se atingir o objetivo de alcançar o conhecimento, então era necessário que o professor organizasse sua aula priorizando o estímulo da criança, mas tendo a linguagem escrita e a construção das definições a partir das medidas como forma de fixação dos conceitos.

A partir desses artigos foi possível verificar o papel de Escobar como um personagem do campo educacional que fez circular orientações aos professores sugerindo os diálogos, o uso de materiais concretos, a observação e comparação, de modo a estimular a criança. Esses preceitos contribuiriam para um ensino do todo para as partes, do concreto ao abstrato, no qual era necessário um olhar atento ao desenvolvimento da criança (SANTOS, BERTINI, 2021).

Considerações Finais

Os problemas permeiam estudos realizados no GHEMAT seja como objeto de pesquisa, seja como um elemento na construção do saber profissional do professor que ensina matemática. As autoras deste texto constataram em estudos anteriores que os problemas, em tempos de Método Intuitivo e no Movimento da Escola Nova aparecem como uma proposta de introdução e de fixação dos conceitos trabalhados em aula. Inicialmente eles eram utilizados como ferramentas para ensinar os conteúdos, ou seja, utilizados para ensinar as operações, frações, medidas, entre outros. Com o passar do tempo os problemas passam a ser o próprio objeto a ser ensinado. Eles apresentam variações a respeito das definições, graduação e de sistematizações de como ensinar.

Tais exemplos nos levam a considerar que, postos em diferentes fontes (livros escolares, cadernos, programas, revistas pedagógicas, entre outros), os problemas nos ajudam a contar como os saberes profissionais foram sendo transformados ao longo do tempo. Desse modo, os artigos de José Ribeiro Escobar publicados em revistas pedagógicas que mencionam a utilização de problemas, tanto nas aulas de aritmética quanto geometria, tornaram-se um ponto comum das pesquisas realizadas pelas autoras deste artigo.

O referencial que utilizamos discute aspectos relacionados às transformações dos saberes profissionais do professor, tendo como principal motor a tensão entre os campos profissionais e/ou científicos. Esse saber profissional é a articulação dos saberes sobre o *objeto* de ensino e as *ferramentas* para este ensino.

Pesquisas relacionadas à História da educação matemática apontam para o papel das tendências pedagógicas como propulsoras de transformações dos saberes profissionais. Essas mudanças podem ser verificadas em diferentes fontes, tais como os artigos publicados em revistas pedagógicas que serviam como um agente de circulação de ideias pedagógicas (CATANI, 1996).

A partir dos artigos escritos por José Ribeiro Escobar (1923a; 1923b; 1924a; 1924b; 1924c;) observamos que os problemas permeiam todas as propostas, entretanto de acordo com os conteúdos (números, frações, ângulos) eles são utilizados com diferentes intencionalidades.

No ensino dos números eles seguem uma lógica de graduação das dificuldades a partir das operações fundamentais (soma, subtração, multiplicação e divisão), o problema é inserido na aula após a manipulação de objetos. Para as frações, os problemas aparecem como o ponto inicial das discussões, desse modo os alunos ao resolverem uma situação conseguem visualizar/manipular o conceito inicialmente de forma indutiva, e aos poucos passando para a forma dedutiva.

Já com relação à geometria, os problemas ocupam dois espaços: na introdução da aula, atuando como uma situação que desperte a atenção da criança para o que será trabalhado em aula e estimule sua imaginação na busca da resposta. Bem como em um período final da lição, sendo um espaço de validação das definições, uma forma de verificação de aprendizagem.

De modo geral consideramos que para José Ribeiro Escobar os problemas possuem um importante papel na construção de saberes para o professor que ensina matemática - Aritmética e Geometria - no curso primário paulista. Eles, os problemas, atuam não somente como um auxiliador no processo de alcance do conhecimento, mas também como um construtor de conceitos. Servem para explorar a observação, o cuidado com o desenho geométrico, a conclusão da necessidade de medidas exatas, bem como para generalização e validação de definições. Em outras palavras, os problemas permeiam tanto as atividades ditas concretas, como as abstratas.

Ao que parece os problemas conseguem relacionar os diálogos, o uso de materiais, as relações com situações reais/ficcionais, o interesse, os instrumentos formais, diferentes conteúdos, entre outras ferramentas sugeridas por Escobar.

Referências

BERTINI, L.F. Problemas. IN: VALENTE, W.R. (org). **Cadernos de Trabalho II**. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

BERTINI, L. F.; VALENTE, W. R. (No prelo). Os problemas aritméticos e as articulações entre o ensino e a formação de professores: elementos da matemática do ensino. **Cadernos CEDES**, 41(115).

CAMPOS, A. M. A. de. AS INTERVENÇÕES DE JOSÉ RIBEIRO ESCOBAR NO ENSINO DA MATEMÁTICA EM SÃO PAULO NAS PRIMEIRAS DÉCADAS DO SÉCULO XX. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 5, n. 1, p. 20-33, 2019. Recuperado de http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/191

CAMPOS, A. M. A. de. PARA ENSINAR FRAÇÕES: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES A PARTIR DA PERSPECTIVA DE JOSÉ RIBEIRO ESCOBAR. **Revista De História Da Educação Matemática**, *7*, 1-16, 2021 Recuperado de http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/401

CATANI, D. B. A Imprensa Pedagógica Educacional: As Revistas de Ensino e o estudo do Campo Educacional. **Educação e Filosofia**. Uberlândia, MG, v. 10, n. 20, p. 115-130, Jul.-Dez, 1996.

CATANI, D.B.; SOUSA, C.P. A geração de instrumentos de pesquisa em História da Educação: estudos sobre revistas de ensino. In: VIDAL, D.G.; HILSDORF, M.L.S. **Brasil 500 anos: tópicas em História da Educação**. São Paulo: EDUSP, 2001.

ESCOBAR, J.R. Para entender fracções. **Revista da Educação**, 1923a, Anno I, n. 4, ago., SP. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/130208

ESCOBAR, J.R. Para entender fracções II. **Revista da Educação**, 1923b, Anno I, v. 1, n. 5/6, set./out., SP. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160192

ESCOBAR, J.R. Plano de aula sobre números. **Revista da Sociedade de Educação** 1924a, n. 5, v. 2, abr., SP. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/128242

ESCOBAR, J.R. A somma dos angulos internos de um triangulo. **Revista da Sociedade de educação**, 1924b, v. 03, n. 09, dez., SP. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/131179

ESCOBAR, J.R. Area do rectangulo. **Revista da Sociedade de educação**, 1924c, v. 03, n. 09, dez., SP. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/131179

FRIZZARINI, C. R. B. Saberes matemáticos na matéria Trabalhos Manuais: processos de escolarização do fazer, São Paulo e Rio de Janeiro (1890-1960). **Tese** (doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Guarulhos, 2018.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Orgs.). **Saberes em**

(trans)formação: tema central da formação de professores. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

MORAIS, R. S., BERTINI, L. F. & VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações: do século XIX à BNCC.** São Paulo: Livraria da Física, 2021.

NERY, A. C.B. **A sociedade de Educação de São Paulo: Embates no campo educacional (1922-1931)**. São Paulo: Ed. Unesp, 2009.

OLIVEIRA, M. A. A Aritmética escolar e o método intuitivo: Um novo saber para o curso primário (1870 – 1920). 280 f. **Tese** (Doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Guarulhos, 2017.

SANTOS, J.K.S., BERTINI, L.F. JOSÉ RIBEIRO ESCOBAR E AS ORIENTAÇÕES PARA O ENSINO DE RETÂNGULO. **Revista de Educação Matemática Tangram**. MS, V.04, Nº03, jul /set, 2021. Recuperado de https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/13636/0

VALENTE, W. R., BERTINI, L. F., MORAES, R. S.. Novos aportes teórico-metodológicos sobre os saberes profissionais na formação de professores que ensinam Matemática. **Revista Acta Scientiae**. Canoas, v. 19, p.224-235, 2017. Recuperado de http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2816.